

61  
24m



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA  
DE MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

“EL FENOMENO DE HELADAS  
INESPERADAS EN MEXICO”

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:

F I S I C O

P R E S E N T A

SANCHEZ MONTANTE / ORZO

257794

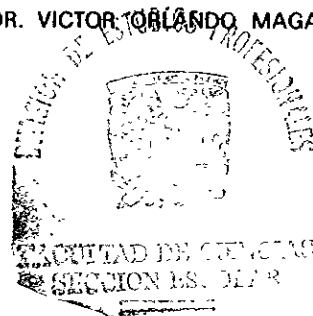
DIRECTOR DE TESIS: DR. VICTOR TORIBIO MAGAÑA RUEDA



MEXICO, D. F.

1998

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN





Universidad Nacional  
Autónoma de México



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

---

# INDICE

---

<b>RESUMEN</b>	2
<b>I. INTRODUCCIÓN</b>	
<b>DIMENSIÓN HUMANA</b>	3
<b>DEFINICIÓN</b>	3
<b>CLIMATOLOGÍA</b>	4
<b>HELADAS INESPERADAS Y CIRCULACIÓN ATMOSFÉRICA</b>	6
<b>ESTRUCTURA DEL HURACÁN</b>	11
<b>II. DATOS Y METODOLOGÍA</b>	
<b>REFERENCIAS DE LOS DATOS</b>	14
<b>METODO DE ANÁLISIS</b>	15
<b>LAS ECUACIONES BÁSICAS</b>	17
<b>VARIACIONES DE TEMPERATURA EN LA ATMÓSFERA</b>	24
<b>MODELO DE RADIACIÓN INFRARROJA</b>	29
<b>VARIACIONES DE HUMEDAD EN LA ATMÓSFERA</b>	31
<b>III. LA HELADA DEL 88. UN ESTUDIO DE CASO</b>	
<b>DESCRIPCIÓN DEL EVENTO</b>	34
<b>DIAGNÓSTICO DE LA HELADA</b>	43
<b>IV. CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS</b>	
<b>RESULTADOS</b>	60
<b>CONCLUSIONES</b>	61
<b>PERSPECTIVAS</b>	62
<b>BIBLIOGRAFÍA</b>	63



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

M. en C. Virginia Abrín Batule  
Jefe de la División de Estudios Profesionales de la  
Facultad de Ciencias  
Presente

Comunicamos a usted que hemos revisado el trabajo de Tesis:  
"El fenómeno de heladas inesperadas en México"

realizado por SANCHEZ MONTANTE ORZO

con número de cuenta 8725249-0 , pasante de la carrera de Física.

Dicho trabajo cuenta con nuestro voto aprobatorio.

Atentamente

Director de Tesis

Propietario

DR. VICTOR ORLANDO MAGANA RUEDA

Propietario

DR. RAMON PERALTA FABI

Propietario

DR. ARTEMIO GALLEGOS GARCIA

Suplente

DR. IGNACIO ARTURO QUINTANAR ISAIAS

Suplente

H. EN C. MANUEL RENE GARDUÑO LOPEZ

Consejo Departamental de Física

DR. ROBERTO ALEJANDRO RUELAS MAYORGA



FACULTAD DE CIENCIAS  
COMUNICACION

## RESUMEN

---

Con el objetivo de establecer una relación dinámica entre la ocurrencia de *heladas inesperadas* sobre la región del altiplano mexicano y la presencia de huracanes en el Golfo de México, la tesis a desarrollar describe físicamente un caso de estudio de helada inesperada en el altiplano mexicano, mediante el análisis de las variables medias atmosféricas de gran escala, procesadas por el Centro Nacional de Protección Ambiental de los Estados Unidos, NCEP.

El análisis se realiza en términos de la primera ley de la Termodinámica, identificando bajo qué procesos físicos ocurre el evento de helada inesperada. A partir de la ecuación de conservación de la masa, se estudia la influencia del huracán en la ocurrencia de la helada, mediante el análisis del campo de la divergencia horizontal del flujo de la cantidad de vapor de agua presente.

En los campos de las variables atmosféricas analizadas desde los días anteriores a la fecha en que se produce la helada, son identificadas condiciones atmosféricas de vientos relativamente ligeros en la superficie, y subsidencia en una atmósfera de estratificación térmica estable, donde la densidad del vapor de agua en la superficie ha disminuido. Estas condiciones, asociadas con un sistema de alta presión, el cuál se halla relacionado con la circulación anticiclónica desarrollada por el huracán en la troposfera alta, favorecen el aumento de la divergencia de energía por radiación durante la noche.

Con el análisis de diagnóstico sugerido, se concluye que la subsidencia asociada con la presencia de un huracán en el Golfo de México, influye sobre la distribución vertical de la densidad de vapor de agua dando lugar a un aumento en la divergencia de radiación de onda larga, teniéndose por consecuencia la ocurrencia de una helada por enfriamiento radiativo.

## I: INTRODUCCION.

---

### **DIMENSIÓN HUMANA**

El desarrollo agrícola de una región de cultivo, bajo condiciones de suelo adecuadas, depende en gran medida de las condiciones climáticas prevaletientes, con base en las cuales se determinan periodos estacionales de cultivo.

Una temporada de lluvias regulares y condiciones de temperatura favorable, sin la presencia de eventos meteorológicos extremos, corresponde a las condiciones climáticas adecuadas para una buena cosecha. En este sentido, para la determinación de una estación de cultivo resulta de gran ayuda distinguir circulaciones atmosféricas de mesoescala asociadas con la ocurrencia de eventos meteorológicos extremos, de escalas espacio-temporales pequeñas (menores que 100 km), como pueden ser las tormentas intensas o los periodos de sequías y heladas.

Las heladas inesperadas que ocurren durante los meses del verano, son los fenómenos que más afectan a la agricultura del altiplano mexicano, ocasionando severos daños a los cultivos que se encuentran en etapas de crecimiento. De hecho, cuando estos fenómenos atmosféricos no son previstos adecuadamente, originan cuantiosas pérdidas en la producción agropecuaria, generando así un fuerte impacto económico y social, (Noble y Lebrija, 1956).

### **DEFINICIÓN**

La helada es un fenómeno atmosférico que consiste en el descenso abrupto de la temperatura del aire próximo a la superficie terrestre. Se registra en regiones continentales, cuando la temperatura del aire en la superficie alcanza los valores *del punto crítico de condensación*.\*

---

\* La temperatura del punto de condensación se define como la temperatura mínima a la cual una masa de aire puede ser enfriada, a presión constante, conservando la razón de masa del vapor de agua contenida en una masa de aire seco, sin provocar la condensación del vapor de agua contenido en ella, (Hess, 1959).

Así, una helada se manifiesta por ejemplo, en la formación de delgadas capas de hielo que cubren las partes vegetales más expuestas a la intemperie, o bien, durante los eventos de heladas de mayor intensidad se tienen manchas por necrosis<sup>1</sup> sobre las superficies vegetales más afectadas.

## CLIMATOLOGÍA

Las características físicas de la masa de aire, la intensidad del viento y el grado de ventilación de una determinada región, así como elementos topográficos tales como el relieve y la constitución geomorfológica de la superficie, son factores que influyen sobre el proceso de origen de una helada.

El enfriamiento de las capas de aire cercanas al suelo depende, en buena medida, de que la superficie del suelo pueda conservar su temperatura. Un eficiente transporte de calor en el suelo permite una mayor cantidad de energía calorífica almacenada durante el día. Por tanto un suelo con una *capacidad calorífica* eficiente, disminuye la intensidad de una helada.

En la práctica meteorológica se han distinguido a las heladas según el proceso que las origina, teniéndose: heladas por radiación, heladas por advección y heladas que se originan por la acción de los procesos anteriores en sucesión.

Las heladas por radiación son las más frecuentes y se caracterizan por una gran pérdida de calor que el suelo y los vegetales irradian durante la noche. Este enfriamiento se da en las capas bajas de la atmósfera bajo ciertas condiciones atmosféricas locales, como son la ausencia de viento, cielos despejados, baja concentración de vapor de agua y fuertes inversiones térmicas en la superficie, las cuales corresponden a atmósferas de estratificación térmica estable.

---

<sup>1</sup>Relativo a las manchas negras producidas por el gangrenado de los tejidos, en este caso los de los vegetales

<sup>1</sup> Definida en la Termodinámica clásica, como la cantidad de calor transferida a un cuerpo, para que éste aumente un grado en temperatura

Los daños provocados por este tipo de heladas se observan en las partes bajas del relieve topográfico. Si además se encuentran cubiertas por pasto, aradas o sembradas, y aún con árboles, se favorece la pérdida de calor en la superficie de estas plantas por un aumento en la emisión de radiación, resultando en un enfriamiento más intenso de la superficie del suelo. Las heladas en ocasiones son mitigadas por los productores mediante diversas técnicas, como son las técnicas de aspersión, de humo, de niebla artificial, de caloventiladores, entre otras. (Bagdonas et al, 1978).

Las heladas por advección están relacionadas con la llegada de grandes masas de aire frío de origen polar continental. Estas heladas se presentan en las partes bajas de las montañas, como cañadas, valles, etc, desarrollándose indistintamente en el día o durante la noche. Se caracterizan por la presencia de vientos moderados a fuertes (velocidades mayores que 15 km/hr), gradientes verticales de temperatura negativos, ésto es, sin inversión térmica y una buena mezcla en los niveles bajos de la atmósfera. Las áreas afectadas por estas heladas son extensas, y debido a los intensos vientos, los procedimientos normales de prevención no pueden ser aplicados con efectividad.

Durante un periodo de helada, los descensos de temperatura se pueden deber a enfriamientos por radiación, que en ocasiones se combinan con efectos de advección de aire frío, dependiendo de la rapidez del viento y de la nubosidad. Frecuentemente los descensos de temperatura más intensos son los que se llevan acabo por procesos advectivos y radiativos operando en sucesión. (Huschke, 1959).

Las diferencias espaciales de las temperaturas mínimas bajo condiciones de heladas por advección son generalmente pequeñas, por lo que dependen principalmente de la altitud. Bajo condiciones de heladas por radiación, las mayores diferencias espaciales de temperatura se dan sobre terrenos rugosos, donde el aire frío es drenado y estancado, por lo que en estas condiciones los



valles y las depresiones son más frías que las regiones de las cumbres montañosas.

Generalmente se cree que el *flujo catabático*<sup>7</sup> es un factor determinante de las diferencias espaciales en el enfriamiento nocturno, sin embargo existe otro importante factor que está relacionado con el grado de ventilación, éste es, el *estancamiento térmico* que un sitio puede llegar a tener. Este factor está determinado por el relieve topográfico de un área en particular, además del gradiente vertical de temperatura, (Kalma et al, 1992).

### HELADAS INESPERADAS Y CIRCULACIÓN ATMOSFÉRICA

El litoral mexicano localizado sobre el trópico de cáncer, aproximadamente a 100° de longitud Oeste, ha sido clasificado como una región en donde las heladas ocurren ocasionalmente, (Fig. 1.1).

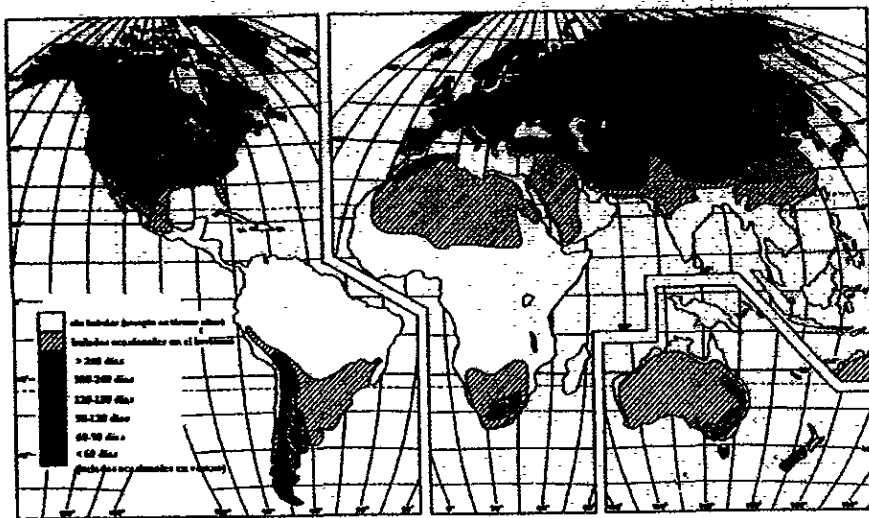


Fig.1.1 Periodo de tiempo libre de heladas (Trewartha, 1954)

<sup>7</sup> Flujos descendentes de aire, forzados por los gradientes de presión originados por la inclinación topográfica

Sin embargo, eventos de heladas se presentan prácticamente en todo el país, ocurriendo con mayor frecuencia e intensidad en las regiones del altiplano central mexicano, aún durante los meses de verano.

El altiplano mexicano está comprendido por una extensa planicie, de elevación promedio 1500m sobre el nivel del mar que se levanta hacia el sur, desde la frontera norte del país, presentando máxima altitud en la mesa central de Anáhuac (mayor a los 2200m), (Fig.1.2).

Al oeste del altiplano se forma una amplia y compleja cordillera nombrada Sierra Madre Occidental, la cual está aproximadamente orientada desde el noroeste hacia el sureste del país, y desciende progresivamente hacia las tierras costaneras del Océano Pacífico. Al este del altiplano, el terreno desciende abruptamente hacia las tierras costeras del Golfo de México, el conjunto de cordilleras que limitan el este del altiplano se le ha nombrado Sierra Madre Oriental, (Fig. 1.3). Al sur, el altiplano está limitado por una región volcánica que se extiende aproximadamente de oeste a este, entre los 19 y los 20 °N, llamada Sierra Volcánica Transversal o Eje Volcánico, (Fig 1. 2).

La Planicie central mexicana se divide en dos partes. La porción noroeste llamada Mesa del Norte, está constituida por una serie de cuencas sobre las cuales se observa drenar el aire frío y seco desde el polo a través de la Sierra Madre Oriental, y la porción sureste, nombrada Mesa Central, que es más alta que la del norte, está orientada diagonalmente desde el noroeste hacia el sureste, por un sistema de Sierras que conforman las Sierras de Zacatecas y Guanajuato. A su vez la Mesa Central se divide en dos regiones triangulares, una con pendiente ligera hacia el noreste, ascendiendo a la Sierra Madre Oriental, y la otra con pendiente también ascendente hacia el sureste, limitada al sur por el Eje Volcánico y al oeste por la Sierra Madre Occidental, que en estas latitudes es más baja que al Norte del país.

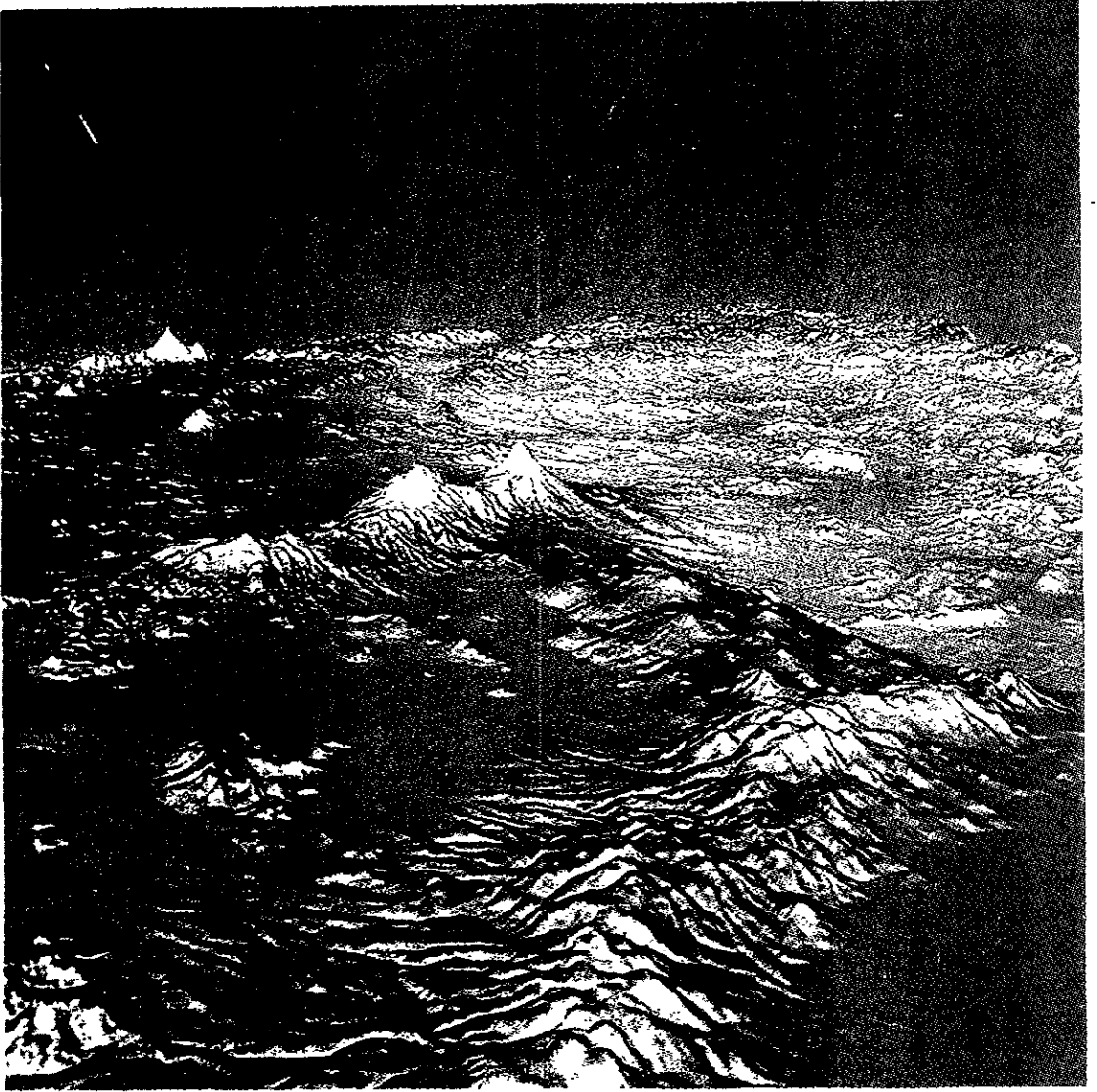
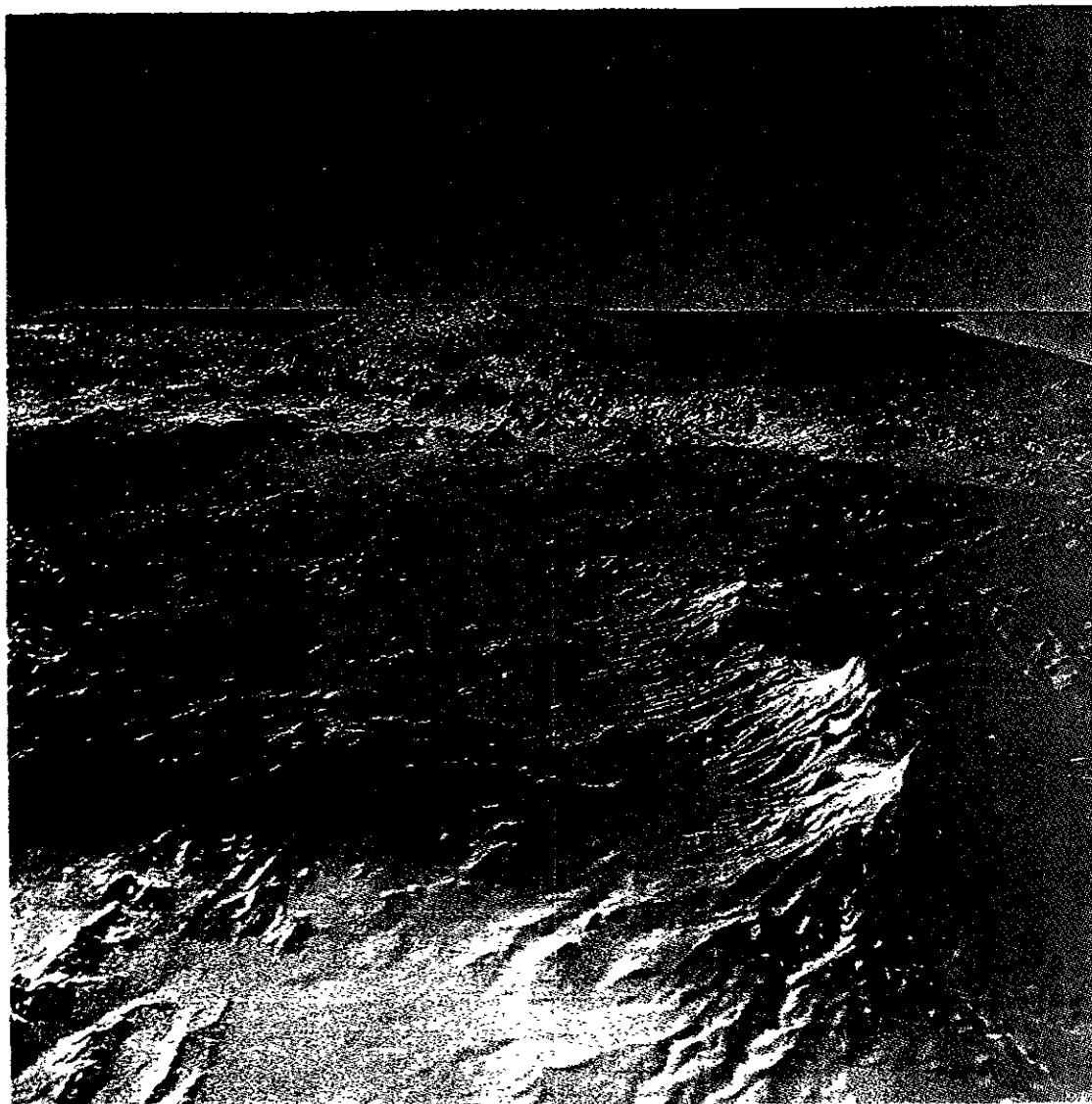


Fig. 1.2 Perfil orográfico de la región del altiplano central mexicano. Visto desde el noroeste de la República Mexicana.



**Fig. 1.3 Perfil orográfico de la región del altiplano central mexicano. Visto desde el sur de la República Mexicana.**



**Fig.1.4 Mes de inicio del periodo regular promedio de heladas. (Noble y Lebrija, 1956)**

Periodos de heladas han sido determinados estadísticamente, considerando la probabilidad de ocurrencia basada en registros históricos del fenómeno. Con base en estos análisis estadísticos, se construyen mapas que delimitan regiones de acuerdo con la fecha de inicio del periodo regular de heladas. (Fig. 1.4).

Las heladas que ocurren durante los meses del verano, son las que ocasionan las mayores pérdidas económicas en la agricultura. La mayor cantidad de heladas inesperadas tienen lugar sobre regiones localizadas en la mesa central del altiplano mexicano, tales como la serranía de Chihuahua y las llanuras de Tlaxcala, Puebla, México o puntos expuestos, como en Las Vigas, Veracruz. En estas regiones el promedio de días con heladas durante un año es mayor que 100 días. (Noble y Lebrija, 1956)

Para fines agrícolas, con base en los periodos esperados de la ocurrencia de heladas, es posible determinar la estación libre de heladas para una determinada región. Sin embargo, existen regiones en las cuales eventos de heladas ocurren aún cuando la probabilidad es baja, a las cuales se le conocen con el nombre de heladas inesperadas.

La ocurrencia de heladas inesperadas ha sido asociada con la presencia de huracanes al oriente del Golfo de México. (Lucio, 1926).

En este sentido, Morales et al. (1988), mostraron la existencia de coincidencias temporales entre la ocurrencia de heladas en el Estado de Tlaxcala y la presencia de huracanes sobre el Golfo de México. I.Pérez (1990), relacionó la presencia de huracanes con las heladas inesperadas que más han afectado la región del altiplano mexicano, mostrando que hay una conexión entre ambos fenómenos. Sin embargo, se debe aclarar que la presencia de huracanes en el Golfo de México no significa necesariamente la ocurrencia de heladas sobre las tierras del altiplano mexicano.

### **ESTRUCTURA DEL HURACÁN**

Los huracanes o ciclones tropicales son intensas tormentas constituidas por agrupaciones de nubes organizadas en una o más bandas espirales, que giran ciclónicamente, en torno a un centro de baja presión que se desarrollan sobre las superficies oceánicas tropicales, donde la temperatura es mayor a los 28 °C. (Pielke, 1990).

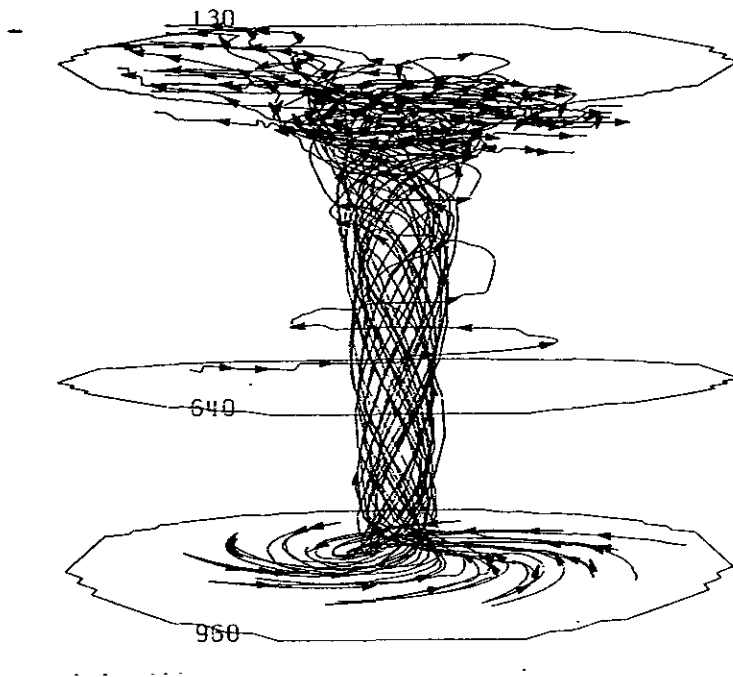
La climatología de estas tormentas es descrita detalladamente por Anthes (1982). La escala horizontal de la región donde la convección es intensa es regularmente de 100km de radio. Los vientos tangenciales de máxima intensidad varían entre 50 y 100 ms<sup>-1</sup>. El radio para el cual los vientos tangenciales son máximos varía entre 10 y 100 km cerca de la superficie y generalmente se incrementa con la altura. Dentro del radio de vientos

---

\* Esto es, en la dirección contraria a las manecillas del reloj, en el hemisferio Norte.

máximos, la rotación es semejante a la de un cuerpo rígido, mientras que fuera de éste, los vientos disminuyen inversamente con el cuadrado de la distancia al centro de la tormenta, (Emanuel, 1991).

La circulación transversal de un huracán consiste de un flujo que converge radialmente en la dirección del centro de baja presión, dentro de la capa de fricción superficial, aproximadamente entre los dos primeros kilómetros desde la superficie, generando flujos ascendentes que funcionan como mecanismos de transporte vertical de calor y humedad, hacia el tope de la tormenta, aproximadamente a 15 km desde la superficie, (Emanuel, 1991).



**Fig. 1.5.** Las trayectorias de partículas para un huracán asimétrico, calculadas en una simulación numérica. (Anthes y Trout, 1971).

Modelos de nube, tan simplificados como el descrito en "el método de la rebanada" (Holton, 1978), establecen que asociada a una convección intensa deben existir movimientos subsidentes en los alrededores. Esta subsidencia provoca divergencia del viento, generando en los alrededores del huracán, sistemas locales de alta presión en la superficie. Este efecto, disminuye la densidad del vapor de agua en la atmósfera baja de las regiones que son indirectamente influenciadas por la circulación de huracán.

Así, los sistemas convectivos con la estructura de un huracán, se caracterizan por un flujo convergente de circulación ciclónica entre la superficie y el nivel de presión de 350mb, y circulación anticiclónica\* por encima de esta altura, (Fig. 1.5).

La subsidencia asociada al huracán, en principio, provocaría un calentamiento adiabático por efecto de la compresión del aire. La cuestión es, cuánto de este calentamiento contrarresta el enfriamiento debido a la divergencia de radiación, durante una helada inesperada.

---

\* Esto es, en la dirección de las manecillas del reloj.



## II. DATOS Y METÓDO DE ANÁLISIS

---

### REFERENCIAS DE LOS DATOS

En México, actualmente se cuenta con una extensa red de estaciones climatológicas, la cuál se encuentra constituida por observatorios meteorológicos, estaciones sinópticas<sup>\*</sup> y estaciones pluviométricas. De éstas, se obtienen mediciones diarias de cada 6 horas de variables atmosféricas como la temperatura, la precipitación, la presión atmosférica, la nubosidad, la evaporación, la cantidad de insolación e intensidad y dirección del viento. Todas estas mediciones se realizan en la superficie y tan sólo unas cuantas estaciones realizan mediciones por radiosondeo.

La base de datos ERIC<sup>†</sup>, contiene la información meteorológica registrada por las estaciones climatológicas desde 1920 hasta el año de 1988 y en algunas cuantas estaciones hasta el año de 1990.

Dado que la base de datos ERIC no incluye datos de variables atmosféricas en altura, las cuales son necesarias para un análisis dinámico, se utiliza la base de datos meteorológicos globales procesada por el Centro Nacional de Predicción Ambiental NCEP, (Kalnay, 1993), la cual dispone de datos cada 6 horas de las variables atmosféricas en superficie y altura, de temperatura, humedad específica, velocidad vertical, viento zonal y meridional, así como flujos en la superficie de calor latente, de calor sensible<sup>‡</sup> y de radiación incidente y emitida en la superficie, de onda larga y onda corta. Estos datos se encuentran dispuestos en una malla de 2.5x2.5°, en la superficie y en los niveles de presión atmosférica de 850, 700, 500 y 200mb, entre otros.

---

<sup>\*</sup> Una estación sinóptica es aquella estación meteorológica cuya función es obtener los datos de las variables meteorológicas necesarias para realizar un pronóstico climatológico.

<sup>†</sup> De las siglas Extracción Rápida de Información Climatológica, es una herramienta computacional que almacena la base de datos CLICOM, operada por el Servicio Meteorológico Nacional Mexicano (SMN), en formato ASCII.

<sup>‡</sup> Definido en Meteorología como el transporte vertical de calor debido a procesos de conducción. (Petterssen, 1976)

La base de datos utilizada se complementa con los datos de radiación saliente de onda larga, OLR, los cuales son obtenidos por mediciones de satélites.

## **METÓDO DE ANÁLISIS**

Durante un evento de helada, el problema de determinar la intensidad del enfriamiento nocturno de la atmósfera, involucra el estudio de las variaciones del ciclo diario de temperatura como función de la altura.

El ciclo diurno de temperatura en los niveles bajos de la atmósfera está modulado por los calentamientos debidos a la absorción de radiación solar en la superficie y el transporte vertical de calor desde la superficie, así como por los enfriamientos nocturnos producidos principalmente por la divergencia de radiación infrarroja desde la superficie. Esta última transferencia de energía es determinada por los gases de invernadero, así como por la energía cinética disponible para mezclar la atmósfera.

En el caso de las heladas radiativas, la divergencia de energía en la superficie provoca descensos repentinos en la temperatura del aire en la superficie. Esta divergencia de energía se incrementa cuando la densidad de los gases de invernadero, principalmente de vapor de agua, es baja, y cuando se tiene una atmósfera establemente estratificada<sup>\*</sup>.

Por tanto, para analizar los factores que controlan la temperatura en las capas bajas de la atmósfera, deben ser considerados los flujos de energía por procesos de conducción y convección de calor, así como los flujos de radiación en la superficie y en la atmósfera.

Por otra parte, condiciones de vientos ligeros en la superficie, cielos claros y subsidencia<sup>†</sup> en la atmósfera, observadas durante la ocurrencia de heladas,

---

<sup>\*</sup> Una atmósfera establemente estratificada es aquella cuya distribución vertical de la temperatura es tal que, cualquier partícula de fluido queda imposibilitada a moverse por efectos de flotación. (Zorbjan, 1989).

<sup>†</sup> El término de subsidencia se utiliza para designar a los flujos atmosféricos descendentes de mesoescala.

generalmente están asociadas con sistemas de alta presión, característicos de circulaciones anticiclónicas de mesoescala. Estas condiciones favorecen el desarrollo de inversiones térmicas en la superficie.

Fuertes estratificaciones en la densidad, asociadas con las inversiones nocturnas de temperatura, reducen considerablemente los transportes verticales de humedad, calor y momento, de tal manera que la variación del ciclo diario de temperatura en la atmósfera baja, durante la noche, queda determinada principalmente por la divergencia de radiación en la atmósfera.

En el presente trabajo, se analiza dinámicamente cómo la presencia de un huracán en el Golfo de México induce la ocurrencia de helada inesperada, al provocar divergencia horizontal del vapor de agua sobre el altiplano central mexicano, resultando en un enfriamiento radiativo. Para mostrar la sucesión de tales eventos, se identifica un evento de helada inesperada sobre la región del altiplano central mexicano, utilizando los datos de temperatura mínima de la superficie, procesados por la base de datos del ERIC. Este evento, de acuerdo con los registros históricos de huracanes, coincide con la presencia de un huracán en el Golfo de México.

Para analizar la influencia del huracán en la ocurrencia de la helada, se estudian los campos diarios de la circulación atmosférica y sus variaciones, en los días anteriores y posteriores a la ocurrencia del fenómeno, alrededor del punto geográfico  $20^{\circ}\text{N}$ ,  $100^{\circ}\text{W}$ , en la región del altiplano central mexicano.

Las variaciones en el ciclo diario de la temperatura observadas en la variabilidad de los datos del NCEP, son analizadas en términos de la primera ley de la Termodinámica, mediante una ecuación del cambio de la temperatura con el tiempo, obtenida de la ecuación de energía para un sistema fluido.

En el análisis se diagnostica como las condiciones que dan lugar a una intensa divergencia de radiación fueron propiciadas por las circulaciones subsidentes del huracán. De esta forma, mediante un estudio de caso, se desea

explicar bajo qué condiciones una circulación de huracán propicia las condiciones de helada y qué procesos físicos deben incluirse en los modelos numéricos de predicción del tiempo, para pronosticar estos fenómenos.

### **LAS ECUACIONES BÁSICAS**

La conservación de la energía está formalmente postulada en la primera ley de la termodinámica, misma que expresa el cambio de energía interna  $dU$ , entre dos estados de equilibrio de un sistema termodinámico, en términos de la transferencia neta de energía, en forma de trabajo o de calor, (Sommerfeld, 1952). Así,

$$dU = \delta W + \delta Q, \quad (1)$$

donde  $\delta W$  es el trabajo realizado sobre el sistema, y  $\delta Q$  la cantidad de calor transferida al sistema.

Para el caso de un sistema fluido, se supone que en cada instante de tiempo  $t$ , es posible definir unívocamente los parámetros termodinámicos en cada volumen macroscópico del sistema, el cual es elegido de forma tal, que el valor de las variables no dependa de la manera en que el volumen total fue subdividido en dichos elementos de volumen macroscópicos.

Aceptando la hipótesis del equilibrio local, la primera ley de la Termodinámica se aplica para un sistema fluido, cuyas variables de campo pueden ser definidas en la aproximación de un medio continuo. Dicha hipótesis supone que los parámetros termodinámicos del sistema fuera del equilibrio, localmente mantienen una relación funcional igual a la que es válida en las condiciones de equilibrio termodinámico. (García-Colín, 1990).

Así, para un elemento de volumen, de masa  $\rho dV$ , donde  $\rho$  es la densidad de masa local, el flujo de masa por unidad de tiempo a través de la superficie que encierra a dicho elemento de volumen, es  $\rho \vec{u} \cdot \hat{n} ds$ , donde  $\vec{u}$  es la velocidad del flujo y  $\hat{n}$  la normal a la superficie.

Entonces, la rapidez de cambio con la que disminuye la masa en un elemento de volumen, es igual, en ausencia de fuentes, al flujo total de masa hacia el exterior, esto es

$$-\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho dV = \int_S \rho \bar{u} \cdot \hat{n} ds = \int_V \text{div}(\rho \bar{u}) dV, \quad (2)$$

para cualquier elemento de volumen. Por tanto, la ecuación de continuidad de masa es

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div} \rho \bar{u} = 0. \quad (3)$$

El trabajo realizado sobre un elemento de volumen, es  $\delta W = \bar{F} \cdot d\bar{r}$ , donde  $d\bar{r}$  es el desplazamiento debido a  $\bar{F}$ , la fuerza neta resultante de la acción de fuerzas volumétricas  $\rho \bar{F}_V$  y fuerzas superficiales  $\bar{\tau} \cdot \hat{n}$ , que se ejercen sobre la superficie que encierra al elemento de volumen y cuya normal tiene la dirección de  $\hat{n}$ , donde  $\bar{\tau} = \tau_{ij} \hat{e}_i \hat{e}_j$ , es un tensor simétrico de segundo orden, nombrado tensor de esfuerzos mecánico y  $\tau_{ij}$  representa la componente  $i$ -ésima de la fuerza que actúa sobre el elemento de superficie cuya normal apunta en la dirección  $\hat{j}$ . De tal forma, la potencia asociada al trabajo realizado sobre todo el volumen por unidad de tiempo, por unidad de masa  $\delta \dot{W}$ , se puede expresar por la relación

$$\int_V \delta \dot{W} dV = \int_V \rho \bar{F}_V \cdot \bar{u} dV - \int_S \bar{u} \cdot (\bar{\tau} \cdot \hat{n}) dS, \quad (4)$$

donde  $\bar{u} \cdot (\bar{\tau} \cdot \hat{n})$  es la potencia asociada al trabajo realizado por unidad de área, por unidad de tiempo, ejercida sobre un elemento de superficie cuya normal tiene la dirección de  $\hat{n}$ .

Por otra parte, si se define  $\bar{q}$  como el flujo de calor por unidad de masa por unidad de área, el flujo de calor por unidad de tiempo a través de un elemento de superficie es

$$\delta \dot{Q} = -\bar{q} \cdot \hat{n}. \quad (5)$$

Y la densidad de la energía total de un elemento de volumen  $\varepsilon(\vec{r}, t)$ , como la suma de la densidad de energía cinética  $\rho \frac{1}{2} u^2$ , y de la densidad de energía interna  $\rho e$ , donde  $u$  es la rapidez del flujo, y  $e$  la energía interna por unidad de masa, utilizando el teorema de la divergencia\*, con base en la primera ley de la termodinámica, se establece el principio de conservación de la energía total instantánea, por la relación

$$\frac{d}{dt} \int_V \varepsilon dV = \int_V \rho \vec{F}_v \cdot \vec{u} dV - \int_V \text{div}(\vec{\tau} \cdot \vec{u}) dV - \int_V \text{div} \vec{q} dV. \quad (6)$$

Aplicando el teorema de transporte de Reynoldst, para cualquier elemento de volumen, se obtiene la ecuación diferencial de la energía total instantánea de un sistema fluido,

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \text{div}(\varepsilon \vec{u}) = \rho \vec{F}_v \cdot \vec{u} - \text{div}(\vec{\tau} \cdot \vec{u}) - \text{div} \vec{q}. \quad (7)$$

Entonces, de acuerdo con la definición de la energía total del sistema,  $\varepsilon = \frac{1}{2} \rho u^2 + \rho e$ , después de desarrollar los operadores de derivada, utilizando la ecuación de continuidad (3), se tiene

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \rho \frac{\partial e}{\partial t} + \rho \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{1}{2} u^2 \right) - (e + \frac{1}{2} u^2) \text{div} \rho \vec{u}. \quad (8)$$

$$\text{div} \varepsilon \vec{u} = (e + \frac{1}{2} u^2) \text{div} \rho \vec{u} + \rho \vec{u} \cdot \text{grad} (e + \frac{1}{2} u^2). \quad (9)$$

Por tanto, la ecuación para la energía total del sistema puede describirse como

$$\rho \frac{\partial (e + \frac{1}{2} u^2)}{\partial t} + \rho \vec{u} \cdot \text{grad} (e + \frac{1}{2} u^2) = \vec{u} \cdot \rho \vec{F}_v - \vec{u} \cdot \text{div} \vec{\tau} - \vec{\tau} \cdot \text{grad} \vec{u} - \text{div} \vec{q}. \quad (10)^\dagger$$

\* El teorema de la divergencia establece  $\int_S \phi \cdot \hat{n} ds = \int_V \text{div} \phi dV$ .

† El teorema de transporte de Reynolds establece la relación  $\frac{d}{dt} \int_V \phi dV = \int_V \left( \frac{\partial}{\partial t} \phi + \text{div}(\phi \vec{u}) \right) dV$ , donde  $\phi$  es alguna propiedad del fluido. (Meyer, 1982).

‡ El término escalar  $\vec{\tau} \cdot \text{grad} \vec{u}$  por componentes se escribe  $\tau_{ij} \frac{\partial u_j}{\partial x_i}$ . (Jeffreys, 1963)

Si se define  $\rho\bar{u}$ , como la densidad de momento de un elemento de volumen, por la segunda ley de Newton,

$$-\frac{d}{dt} \int_V \rho\bar{u} dV = - \int_S \tilde{\tau} \cdot \hat{n} ds + \int_V \rho \bar{F}_V dV, \quad (11)$$

donde  $\tilde{\tau} \cdot \hat{n}$  es el flujo de momento por unidad de área.

Aplicando el teorema de transporte de Reynolds, posteriormente el teorema de la divergencia, para  $V \rightarrow 0$ , se obtiene

$$\frac{\partial \rho\bar{u}}{\partial t} + \text{div}(\rho\bar{u}\bar{u} + \tilde{\tau}) = \rho \bar{F}_V. \quad (12)$$

Realizando el producto escalar de la ecuación anterior con el campo de la velocidad  $\bar{u}$ , y desarrollando el producto de la derivada temporal, utilizando la ecuación de continuidad, se tiene

$$\rho\bar{u} \cdot \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \cdot (\text{div}(\rho\bar{u}\bar{u} + \tilde{\tau}) - \bar{u} \text{div} \rho\bar{u}) = \bar{u} \cdot \rho \bar{F}_V. \quad (13)$$

Se sabe que  $\text{div}(\rho\bar{u}\bar{u}) = \bar{u} \cdot \text{div} \rho\bar{u} + \rho\bar{u} \cdot \text{grad} \bar{u}$ . Por tanto, la ecuación para la energía cinética del sistema se puede expresar como

$$\rho \frac{d}{dt} (\frac{1}{2} u^2) = \bar{u} \cdot \rho \bar{F}_V - \bar{u} \cdot \text{div} \tilde{\tau}, \quad (14)$$

donde  $\frac{d \frac{1}{2} u^2}{dt} \equiv \frac{\partial \frac{1}{2} u^2}{\partial t} + \bar{u} \cdot \text{grad} \frac{1}{2} u^2$  es la derivada material de la energía cinética.

Sustituyendo la expresión (14) en la ecuación (10), se obtiene la ecuación para la energía interna del sistema

$$\rho \frac{d}{dt} e = -\tilde{\tau} \cdot \text{grad} \bar{u} - \text{div} \bar{q}. \quad (15)$$

Por lo anterior se concluye, que las fuerzas volumétricas contribuyen a la energía cinética del sistema, mientras que el trabajo realizado por las fuerzas superficiales contribuye de forma independiente en ambos tipos de energía.

Para un fluido Newtoniano, se supone el esfuerzo mecánico proporcional al gradiente de la velocidad, de tal forma podemos expresar el tensor de esfuerzos como

$$\tilde{\tau} = -p\tilde{I} + \tilde{\tau}^v, \quad (16)$$

donde  $\tilde{I} (= \delta_{ij} = \hat{e}_i \hat{e}_j)$ , en un sistema de coordenadas  $(\hat{e}_1, \hat{e}_2, \hat{e}_3)$  es el tensor unitario y  $\tilde{\tau}^v = \eta(\tilde{\sigma} - \frac{1}{3} \text{div } \tilde{u} \tilde{I}) + \zeta \text{div } \tilde{u} \tilde{I}$  es el tensor de esfuerzos viscosos, donde  $\tilde{\sigma} \equiv (\text{grad } \tilde{u})^s$  es el tensor simétrico,  $\eta$  es la viscosidad cortante y  $\zeta$  viscosidad volumétrica. En la aproximación de incompresibilidad  $\text{div } \tilde{u} \approx 0$ . Por tanto, el tensor de esfuerzos viscosos se expresa únicamente de manera proporcional al tensor simétrico  $\tilde{\sigma}$ .

Desarrollando en la ecuación (15) el término asociado con la potencia, de acuerdo con la expresión para el tensor de esfuerzos mecánico, se tiene

$$\tilde{\tau} : \text{grad } \tilde{u} = -p\tilde{I} : \text{grad } \tilde{u} + \tilde{\tau}^v : \text{grad } \tilde{u} = -p \text{div } \tilde{u} + \tilde{\tau}^v : \text{grad } \tilde{u}. \quad (17)$$

Utilizando la ecuación (3), el término  $-p \text{div } \tilde{u}$ , es expresado como  $\frac{p}{\rho} \frac{d\rho}{dt}$ . Y

de acuerdo con la expresión para el tensor de esfuerzos viscosos  $\tilde{\tau}^v$ , en la aproximación de incompresibilidad

$$\tilde{\tau}^v : \text{grad } \tilde{u} = \eta (\text{grad } \tilde{u})^s : \text{grad } \tilde{u}. \quad (18)$$

Considerando ahora la aproximación de gas ideal, se satisface

$$p\alpha = RT, \quad (19)$$

donde  $\alpha = 1/\rho$  es el volumen específico,  $R$  es una constante del gas y  $T$  la temperatura absoluta (Sommerfeld, 1952). Entonces, de acuerdo con la forma

\* El tensor simétrico tiene las componentes  $\sigma_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$ , donde  $u_i$  representa la componente  $i$ -ésima de la velocidad, y  $x_i$  la componente  $i$ -ésima del vector de posición, para  $i, j = 1, 2, 3$

†  $R \equiv R_U / \mu_o = 287 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2} \text{ K}^{-1}$ , donde  $R_U = 8314.3 \text{ J kmol}^{-1} \text{ K}^{-1}$  es la constante universal de los gases, y  $\mu_o = m/n$  es la masa de 1 mol, donde  $m$  es la masa en moles y  $n$  el número de moles.



diferencial de la expresión (19),  $\frac{p}{\rho} \frac{d\rho}{dt} = \frac{dp}{dt} - \rho R \frac{dT}{dt}$ , la expresión (17) puede reescribirse como

$$\tilde{\tau} : \text{grad } \vec{u} = \frac{dp}{dt} - \rho R \frac{dT}{dt} + \Phi, \quad (20)$$

donde  $\Phi = \eta (\text{grad } \vec{u})^t : \text{grad } \vec{u}$ , es la disipación de energía debido a las fuerzas de viscosidad.

Por otro lado, la capacidad calorífica a volumen constante  $C_v (= \rho c_v)$ , donde  $c_v = \left( \frac{\partial Q}{\partial T} \right)_v = \left( \frac{\partial e}{\partial T} \right)_v$ , es el calor específico a volumen constante, permite relacionar a la energía interna con la temperatura absoluta a través de la ecuación calórica de estado para el gas ideal (Sommerfeld, 1952).

$$de = \rho c_v dT. \quad (21)$$

Por tanto, a partir de la ecuación (15) y considerando las relaciones (20) y (21), se obtiene la ecuación para la energía interna del sistema, en términos de la razón de cambio de la temperatura correspondiente a cambios en la presión respecto del tiempo y de una disipación de energía por procesos mecánicos, así como de la divergencia del flujo de calor a través de las fronteras del sistema, de acuerdo con la relación

$$\rho c_p \frac{dT}{dt} = \frac{dp}{dt} - (\Phi + \text{div } \vec{q}). \quad (22)$$

donde  $c_p = \left( \frac{\partial Q}{\partial T} \right)_p = c_v + R$ , es el calor específico a presión constante.

En la descripción Euleriana de un sistema fluido, la derivada material está definida por la transformación (Meyer, 1982)

$$\frac{d}{dt} \equiv \frac{\partial}{\partial t} + \frac{dx}{dt} \frac{\partial}{\partial x} + \frac{dy}{dt} \frac{\partial}{\partial y} + \frac{dz}{dt} \frac{\partial}{\partial z}, \quad (23)$$

donde  $\frac{dx}{dt} \equiv u\hat{x}$ ,  $\frac{dy}{dt} \equiv v\hat{y}$ ,  $\frac{dz}{dt} \equiv w\hat{z}$ , definidas para un sistema de coordenadas cartesianas  $(x, y, z)$ , representan la velocidad zonal, meridional y vertical del flujo atmosférico.

En un sistema de coordenadas isobárico  $(x, y, p, t)$ , es posible demostrar

$$\frac{dT}{dt} = \left(\frac{\partial T}{\partial t}\right)_p + \bar{u}_2 \cdot \nabla_p T + \omega \frac{\partial T}{\partial p}, \quad (24)$$

donde  $\bar{u}_2 (= u\hat{x} + v\hat{y})$  representa la velocidad horizontal y  $\omega \equiv \frac{dp}{dt}$ , la velocidad vertical-p, representa la componente vertical de la velocidad en el sistema de coordenadas isobárico (Kasahara, 1974).

Por tanto, utilizando la relación (24), las variaciones de la temperatura en el tiempo pueden ser analizadas con base en la relación

$$\frac{\partial T}{\partial t} = S_p \omega - \bar{u}_2 \cdot \nabla_p T - \frac{1}{\rho c_p} (\Phi + \text{div } \bar{q}) \quad (25)$$

---

Demostración. Considerando a  $p = p(x, y, z, t)$  como coordenada vertical y a  $z = z(x, y, p, t)$  como variable dependiente en el sistema de coordenadas isobárico. Entonces para cualquier cantidad escalar (o vectorial), p.ej. T, se debe satisfacer:

$$T(x, y, z, t) = T(x, y, z(x, y, p, t), t), \text{ entonces } \left(\frac{\partial T}{\partial s}\right)_{p=cte} = \left(\frac{\partial T}{\partial s}\right)_{z=cte} + \frac{\partial T}{\partial z} \left(\frac{\partial z}{\partial p}\right)_{p=cte}, \text{ para } s=x, y, \text{ o } t.$$

Y las derivadas verticales se relacionan como  $\frac{\partial T}{\partial p} = \frac{\partial T}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial p}$ , o bien  $\frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\partial T}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial z}$ .

Por tanto, sustituyendo se tiene  $\left(\frac{\partial T}{\partial s}\right)_p = \left(\frac{\partial T}{\partial s}\right)_z + \frac{\partial T}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial z} \left(\frac{\partial z}{\partial p}\right)_p$ , para  $s=x, y, \text{ o } t$ . Así que para  $s=x$ ,

y, el gradiente isobárico de temperatura se expresa como  $\nabla_p T = \nabla_z T + \frac{\partial T}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial z} \nabla_p z$ .

Análogamente para  $s=t$ , se tiene  $\left(\frac{\partial T}{\partial t}\right)_p = \left(\frac{\partial T}{\partial t}\right)_z + \frac{dT}{dp} \frac{\partial p}{\partial z} \left(\frac{\partial T}{\partial z}\right)_p$ , por tanto la derivada

material en coordenadas isobáricas se expresa como  $\frac{dT}{dt} = \left(\frac{\partial T}{\partial t}\right)_p + \bar{u}_2 \cdot \nabla_p T + \frac{dp}{dt} \frac{\partial T}{\partial p}$

(Kasahara, 1974).

donde  $S_p \equiv \frac{RT}{c_p p} - \frac{\partial T}{\partial p}$  es conocido como parámetro de estabilidad estática.

(Holton, 1979).

La dinámica del evento de helada, se estudia analizando cada uno de los términos de la relación (25), suponiendo que la atmósfera sobre el altiplano central mexicano puede ser subdividida en pequeños subsistemas que se encuentran en equilibrio termodinámico local.

### VARIACIONES DE TEMPERATURA EN LA ATMÓSFERA

La interacción de la radiación solar con los gases atmosféricos y la superficie de la Tierra, determinan la cantidad total de energía disponible para calentar el sistema atmosférico. Dado que la atmósfera terrestre es relativamente transparente a la radiación solar, la energía se almacena localmente en la superficie por procesos de absorción de radiación durante el día, dependiendo de la insolación, de la distribución vertical del vapor de agua y de la estabilidad de la atmósfera.

Esta energía se transfiere continuamente hacia la atmósfera por procesos de radiación infrarroja, así como por procesos de disipación de energía que están asociados al movimiento de la atmósfera y de los océanos.

Considerando una atmósfera estratificada en la vertical, la energía interna ( $e$ ), transferida desde la superficie puede ser expresada en términos del flujo total de energía interna  $\vec{F}(e)$ , que se realiza por efectos inerciales a través de una sección transversal unitaria de una columna vertical sobre la superficie, de acuerdo con la relación

$$\vec{F}(e) = \int_{\text{sup}} \rho e \vec{n} \cdot \hat{n} ds. \quad (26)$$

Suponiendo que el aire de la atmósfera consiste únicamente de vapor de agua coexistiendo en equilibrio con aire seco, de acuerdo con la ley de proporción de masas de Dalton, la energía interna  $e$ , como función de estado de la mezcla de ambos gases, se puede expresar como

$$e = (1 - m_v)e_{as} + m_v e_v, \quad (27)$$

donde  $m_v$  es la razón de mezcla del vapor de agua,  $e_{as}$  la energía interna del aire seco y  $e_v$  la energía interna del vapor de agua.

En la transición entre vapor de agua y alguna fase de condensación, la presión del vapor de agua está determinada por la ecuación de Clausius-Clapeyron,

$$\frac{dp_c(T)}{dT} = \frac{\ell(T)}{T(V_v - V_c)}, \quad (28)$$

donde  $\ell(T)$  es el calor latente para la transición,  $V_v$  es el volumen del vapor de agua y  $V_c$  el volumen del agua condensada.

Despreciando el volumen total del agua condensada respecto del volumen total del vapor de agua, así como la presión del vapor de agua respecto del calor latente para la transición, la energía interna del vapor de agua en estado estacionario como función de estado para la transición, puede ser aproximada por la relación

$$e_v = e_c(T) + \ell(T) - p_c(T)(V_v - V_c) \approx e_c(T) + \ell(T), \quad (29)$$

donde  $e_c(T)$  es la energía interna de la fase condensada.

Por tanto, de acuerdo con la relación (26), el flujo vertical de energía a través de una columna vertical de sección transversal unitaria sobre la superficie, resulta de la suma de los flujos de energía interna correspondientes a cada una de las fases consideradas, es decir

$$\bar{F}(e) = \bar{F}((1 - m_v)e_{as}) + \ell \bar{F}(m_v) + \bar{F}((m_v + m_c)e_c), \quad (30)$$

donde  $-\bar{F}(m_v)$  es el flujo de la razón de mezcla del vapor de agua desde la superficie hacia la atmósfera, de donde  $\ell \bar{F}(m_v) \equiv \dot{Q}_\ell$  es el flujo de calor latente, y  $\bar{F}((1 - m_v)e_{as}) + \bar{F}((m_v + m_c)e_c) \approx \bar{F}(e_{as}) \equiv \dot{Q}_s$  se define como el flujo de calor sensible.

En la atmósfera terrestre, los transportes verticales de calor, humedad y momento están determinados por los movimientos verticales de gran escala,

por procesos de convección, así como por efecto de las ondas de gravedad. En la capa límite planetaria\*, los transportes verticales son una consecuencia de los procesos de convección y turbulencia de pequeña escala, (Haltiner, 1971).

Para la atmósfera por debajo de los 100km de altitud, la viscosidad cinemática  $\nu = \eta / \rho$ , es tan pequeña que la disipación de energía debida a la viscosidad es despreciable respecto de la transferencia de energía por radiación, convección o conducción, excepto en una pequeña capa de unos cuantos centímetros donde el esfuerzo vertical es grande. Por encima de esta capa, el transporte de calor, humedad y momento está determinado por movimientos turbulentos. Así, los procesos de disipación de energía asociados con el movimiento atmosférico, son descritos como flujos verticales de calor sensible y latente, sin considerar el efecto de disipación de energía por efecto de la viscosidad.

Por tanto, a través de una capa infinitesimal en la superficie de una columna vertical de la atmósfera, suponiendo que no existe divergencia de calor a través de las paredes laterales, la divergencia del flujo de calor por unidad de área por unidad de tiempo, se puede discretizar según la expresión

$$\frac{\partial \bar{q}}{\partial z} = -\frac{\Delta Q_T}{\Delta z}, \quad (31)$$

donde  $\Delta Q_T = \dot{Q}_T(z) - \dot{Q}_T(0)$ , representa la transferencia total de calor diatérmico entre un nivel de referencia  $z$ , y el nivel de la superficie  $z=0$ ,  $Q_T(z) = R_s + \dot{Q}_s + \dot{Q}_l$  es el flujo de calor diatérmico a través de un nivel arbitrario  $z$ , y  $R_s$  representa el flujo total de radiación (solar e infrarroja),  $\dot{Q}_s$  el flujo de calor sensible y  $\dot{Q}_l$  el flujo de calor latente, a través de la superficie del nivel de referencia. En  $z=0$ ,  $\dot{Q}_T(0)$  es la suma de los flujos de radiación y de calor latente y sensible en la superficie.

---

\* La capa límite planetaria esta constituida por un pequeño volumen de la atmósfera próxima a la superficie, donde los efectos de la fricción son importantes (aprox. 1 Km de espesor, en las condiciones atmosféricas regulares).

El flujo total de radiación en la superficie resulta de la suma de los flujos totales de radiación solar e infrarroja en la superficie, esto es

$$\dot{R}_s = \dot{R}S_s^\uparrow - \dot{R}S_s^\downarrow + \dot{R}I_s^\uparrow - \dot{R}I_s^\downarrow, \quad (32)$$

donde  $\dot{R}S_s^\downarrow$  y  $\dot{R}I_s^\downarrow$  representa los flujos por unidad de área de la radiación solar e infrarroja incidentes en la superficie;  $\dot{R}S_s^\uparrow$  y  $\dot{R}I_s^\uparrow$  los flujos por unidad de área de la radiación solar e infrarroja emitida desde la superficie.

Por tanto, de considerar una capacidad calorífica del aire en la superficie  $C_c = \rho_a c_p$ , donde  $\rho_a$  la densidad del aire y  $c_p$  es el calor específico a presión constante, el cambio en la temperatura con el tiempo por unidad de área, en la superficie  $\frac{\partial T_s}{\partial t}$ , es determinada únicamente por procesos de transferencia de calor diatérmicos, puede ser expresada de acuerdo con las ecuaciones (25) y (31), como

$$\frac{\partial T_s}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_a c_p} \frac{\Delta \dot{Q}_T}{\Delta z}. \quad (33)$$

En esta ecuación no se considera la advección de temperatura, además se supone que la divergencia de la radiación es independiente del flujo de calor sensible. El balance de energía en la superficie determina la cantidad de flujo de energía disponible para evaporar el agua contenida en la superficie y así, aumentar o disminuir la temperatura local del sistema, (Hartmann, 1993).

Entonces, durante la ocurrencia de la helada, las variaciones de temperatura en la atmósfera se pueden estudiar analizando los procesos involucrados en la ecuación (25), considerando los procesos de transferencia vertical de calor diatérmico desde la superficie.

De acuerdo con esta relación, el enfriamiento del sistema atmosférico tiene lugar por advección positiva de temperatura,  $\bar{u}_2 \cdot \nabla T > 0$ , por una disminución (o aumento) de la presión en una atmósfera (in)establemente estratificada,  $S_p \omega < 0$ , por divergencia del flujo de calor, correspondiente a

una pérdida neta de calor del sistema por procesos diatérmicos, y por una disipación de energía asociada con el movimiento atmosférico.

De tal forma, el enfriamiento de la atmósfera por procesos de disipación de energía en la superficie, de acuerdo con la ecuación (25), tiene lugar por procesos convectivos generados por la condensación del vapor de agua contenido en la atmósfera,  $\dot{Q}_t < 0$ , y por procesos de conducción de calor sensible hacia la superficie,  $\dot{Q}_s < 0$ .

En la Meteorología, las parametrizaciones de las expresiones para los flujos de calor sensible y latente, se calculan en términos de la relación entre los flujos turbulentos y las observables meteorológicas promedio, derivadas en la teoría de similaridad (Zorbjan, 1989),

$$\begin{aligned}\dot{Q}_s &= -\rho_a c_p C_{DT} \bar{U}_r (T_s - T_a(z_r)) \\ \dot{Q}_t &= -\rho_a \ell C_{Dq} \bar{U}_r (q_s - q_a(z_r)),\end{aligned}\tag{34}$$

donde  $C_{DT}, C_{Dq}$  son los coeficientes aerodinámicos de transporte de temperatura y humedad,  $z_r$  es un nivel de referencia en el que se conocen las variables medias,  $\bar{U}_r$  es la velocidad horizontal en el nivel de referencia,  $T_a(z_r), q(z_r)$ , y  $T_s, q_s$  representan los valores de la temperatura y la humedad específica valuados en el nivel de referencia  $z_r$  y en la superficie.

En circunstancias ordinarias, los valores de los coeficientes de transferencia de calor, humedad y momento son aproximadamente iguales. Valores típicos, en condiciones de estabilidad neutra a una altura de 10m sobre superficies ligeramente rugosas, son del orden de  $10^{-3}$  (Hartmann, 1993).

Estos parámetros, en las condiciones de estratificación estable característica de un evento de helada, pueden variar dentro de un intervalo amplio de valores en tiempo y espacio, por lo que en general resultan difíciles de predecir (Rose, 1966). Sin embargo, en tales condiciones atmosféricas de estratificación, los términos asociados con la transferencia de calor por convección y conducción, que en general dependen de los gradientes de

temperatura, son despreciables en comparación con las transferencias de calor por radiación desde la superficie. No obstante, la atmósfera obtiene tan solo el 20% de su energía únicamente por procesos de absorción de radiación.

Las variaciones de la temperatura en un nivel de referencia  $z$ , asociadas con la divergencia de radiación en la atmósfera  $\frac{\partial T_z}{\partial z}$ , están determinadas como en la ecuación (33), por una relación de la forma

$$\frac{\partial T_z}{\partial z} = -\frac{1}{C_p} \frac{\Delta \dot{R}_z}{\Delta z} \quad (35)$$

donde  $C_p = \rho_a c_p$ , es la capacidad calorífica efectiva de una capa de referencia en la atmósfera de profundidad  $\Delta z$ , a través de la cual se tiene una divergencia del flujo neto de radiación  $\dot{R}_z$ , el cual resulta como en la relación (32), de la suma de un flujo de radiación ascendente  $\dot{R}_z^\uparrow$  y uno descendente  $\dot{R}_z^\downarrow$  que se realiza a través de una capa delgada correspondiente al tope, y otra correspondiente a la base de la capa de referencia, es decir

$$\dot{R}_z = \dot{R}_z^\uparrow - \dot{R}_z^\downarrow \quad (36)$$

### MODELO DE DIAGNOSTICO DE LA RADIACIÓN INFRARROJA

La composición de la atmósfera es tal que absorbe y emite eficientemente en las frecuencias de la radiación infrarroja (Liou, 1980).

El flujo de radiación ascendente de onda larga a través de una capa delgada que corresponde al tope de una capa delgada de referencia de profundidad  $\Delta z$ , resulta de la contribución de la radiación emitida desde la superficie y de la radiación emitida espontáneamente por una capa delgada que constituye el tope de la capa de referencia en la atmósfera, de tal forma parametrizando las propiedades de la transferencia de radiación determinadas por la composición y densidad de los gases, con la opacidad del medio  $\varepsilon$ , el flujo de radiación ascendente se expresa como



$$\dot{R}_s^{\uparrow} = \dot{R}_s(1 - \varepsilon) + \frac{1}{2}J, \quad (37)$$

donde  $J$  es la función fuente de radiación espontánea.

La opacidad de la capa representa la cantidad de radiación absorbida por los componentes ópticamente activos a la radiación, que constituyen dicha capa. La energía absorbida en una capa delgada de la atmósfera es remitida espontáneamente hacia las capas adyacentes a dicha capa. La radiación ascendente es a su vez absorbida por la capa inmediata superior y subsecuentemente se realiza la transferencia de radiación capa por capa mediante el mismo proceso, hasta que eventualmente la radiación sea emitida mas allá de los componentes ópticamente activos, saliendo finalmente hacia el espacio exterior.

En las condiciones atmosféricas típicas, prácticamente todo el flujo de la radiación de onda larga emitida hacia el espacio al tope de la atmósfera, referida como OLR, se origina en la troposfera, en los niveles donde la temperatura es mucho menor que la temperatura de la superficie (Hartmann, 1993).

Sin embargo, para analizar el flujo de calor por radiación en la atmósfera durante el evento de helada, se supone que la contribución de la atmósfera al flujo de radiación es pequeña comparada con la emisión de radiación en la superficie. En estas condiciones atmosféricas, con base en la relación (37), las variaciones de la temperatura en una capa de profundidad  $\Delta z$  de la atmósfera se analizan conforme la relación

$$\frac{\partial T_R}{\partial t} = -\frac{1}{\rho c_p} \frac{\dot{R}_s(\Delta z) - \dot{R}_s}{\Delta z}, \quad (38)$$

donde  $\dot{R}_s(\Delta z)$  es el flujo neto de radiación infrarroja a través de la capa de profundidad  $\Delta z$  y  $\dot{R}_s$  es el flujo de radiación infrarroja en la superficie.

El flujo de radiación infrarroja en la atmósfera, con longitudes de onda entre  $2.5\mu$  y  $40\mu$ , está principalmente determinada por la absorción de radiación del vapor de agua, del bióxido de carbono y del ozono. La

dispersión de radiación infrarroja por las moléculas de aire puede ser en principio despreciada, sin embargo la dispersión por la presencia de aerosoles, afecta los flujos de radiación infrarroja emitidos por las moléculas de vapor de agua.

Considerando la densidad de vapor de agua en la atmósfera la relación (38), puede reescribirse como

$$\frac{\partial T_A}{\partial t} = -\frac{q}{c_p} \frac{\dot{R}_A(\Delta z) - \dot{R}_s}{\Delta u}, \quad (39)$$

donde  $\Delta u = u(\Delta z) = \int_0^{\Delta z} \rho q dz'$  es la cantidad de agua precipitable contenida en la capa de referencia y  $q$  es la humedad específica.

De acuerdo con la ecuación (39), el enfriamiento de la atmósfera por la divergencia del flujo de radiación, es directamente proporcional a la humedad específica de la atmósfera, y se determina en función de los flujos de radiación en la superficie y en el tope de una capa de referencia de profundidad óptica

$$\kappa = \int_x^0 du'.$$

Por tanto, la cantidad de vapor de agua es un factor determinante de los procesos de transferencia de radiación en la atmósfera.

## VARIACIONES DE HUMEDAD EN LA ATMÓSFERA

Para el caso de la helada inesperada, se intentan asociar flujos divergentes de vapor de agua con los movimientos de subsidencia sobre la región del altiplano central mexicano, que están relacionados con la presencia del huracán en el Golfo de México.

Para ello, se postula que la densidad de vapor de agua no satisface una ecuación de conservación (Peixoto y Oort, 1992), es decir

$$\frac{\partial p_v}{\partial t} + \text{div}(\rho_v \vec{u}) = S_{p_v}, \quad (40)$$

donde  $\rho_v$  es la densidad del vapor de agua,  $\vec{u}$  es el vector de velocidad y  $S_{\rho_v}$  es una función, que representa las fuentes y los sumideros de vapor de agua por unidad de volumen por unidad de tiempo.

Considerando la humedad específica  $q$ , definida como  $q \equiv \frac{\rho_v}{\rho_a}$ , donde  $\rho_a$  es la densidad de masa del aire, la ecuación (40) se puede reescribir en la forma

$$\frac{\partial \rho q}{\partial t} + \text{div}(\rho q \vec{u}) = S_{\rho_v}. \quad (41)$$

Desarrollando la derivada de los productos, se obtiene

$$\frac{\partial \rho q}{\partial t} = q \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial q}{\partial t}, \quad (42)$$

$$\text{div}(\rho q \vec{u}) = \vec{u} \cdot \text{grad}(\rho q) + \rho q \text{div} \vec{u} = q \vec{u} \cdot \text{grad} \rho + \rho \vec{u} \cdot \text{grad} q + \rho q \text{div} \vec{u}. \quad (43)$$

De acuerdo con la ecuación de conservación de masa(3), se obtiene que la humedad específica no satisface una ecuación de conservación, esto es

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \vec{u} \cdot \text{grad} q = \frac{1}{\rho} S_{\rho_v}. \quad (44)$$

Esta ecuación puede expresarse en términos de la divergencia del campo de flujo, como

$$\frac{\partial q}{\partial t} = q \text{div}(\vec{u}) - \text{div}(q \vec{u}) + \frac{1}{\rho} S_{\rho_v}. \quad (45)$$

Por otra parte, expresando la divergencia del flujo en sus componentes horizontal y vertical como  $\nabla \cdot \vec{u}_2 + \frac{\partial w}{\partial z}$ , en coordenadas isobáricas, el operador de la divergencia se expresa conforme la relación (Kasahara, 1974)

$$\nabla \cdot \vec{u}_2 + \frac{\partial w}{\partial z} = \nabla_p \cdot \vec{u}_2 - \frac{\partial \vec{u}_2}{\partial p} \cdot \frac{\partial p}{\partial z} \cdot \nabla_p z + \frac{\partial w}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial z}. \quad (46)$$

Y como,

$$w = \frac{dz}{dt} = \left( \frac{\partial z}{\partial t} \right)_p + \vec{u}_2 \cdot \nabla_p z + \omega \frac{\partial z}{\partial p}, \quad (47)$$

entonces

$$\frac{\partial v}{\partial p} = \frac{\partial}{\partial \alpha} \left( \frac{\partial z}{\partial p} \right) + \bar{u}_2 \cdot \nabla_p \frac{\partial z}{\partial p} + \frac{\partial \bar{u}_2}{\partial p} \cdot \nabla_p z + \frac{\partial \omega}{\partial p} \frac{\partial z}{\partial p} + \omega \frac{\partial}{\partial p} \left( \frac{\partial z}{\partial p} \right), \quad (48)$$

Por tanto, la expresión (46) se puede reescribir como

$$\nabla \cdot \bar{u}_2 + \frac{\partial v}{\partial z} = \nabla_p \cdot \bar{u}_2 + \frac{\partial p}{\partial z} \left( \frac{\partial}{\partial \alpha} + \bar{u}_2 \cdot \nabla_p + \omega \frac{p}{\partial z} \right) \frac{\partial z}{\partial p} + \frac{\partial \omega}{\partial p}. \quad (49)$$

Además se sabe que  $\frac{\partial p}{\partial z} = \left( \frac{\partial z}{\partial p} \right)^{-1}$ , por tanto en el segundo término del lado

derecho, se tiene

$$\left( \frac{\partial z}{\partial p} \right)^{-1} \left( \frac{\partial}{\partial \alpha} + \bar{u}_2 \cdot \nabla_p + \omega \frac{p}{\partial z} \right) \frac{\partial z}{\partial p} = \frac{d}{dt} \left( \ln \frac{\partial p}{\partial z} \right), \quad (50)$$

Análogamente, la expresión del campo de la divergencia del flujo de humedad involucrado en la ecuación (45), puede escribirse en la forma

$$\nabla \cdot q\bar{u}_2 + \frac{\partial \omega q}{\partial z} = \nabla_p \cdot q\bar{u}_2 + \frac{d}{dt} \left( \ln \frac{\partial p q}{\partial z} \right) + \frac{\partial \omega q}{\partial p}. \quad (51)$$

Considerando la aproximación de equilibrio hidrostático (Holton, 1979),

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g = cte, \quad (52)$$

a partir de la ecuación (46), las variaciones del flujo de humedad específica en la atmósfera pueden ser analizadas en términos del campo de la divergencia del campo de flujo, con base en la ecuación

$$\frac{\partial q}{\partial t} = \nabla_p \cdot \bar{u}_2 + \frac{\partial \omega}{\partial p} - \nabla_p \cdot (q\bar{u}_2) - \frac{\partial \omega q}{\partial p} + \frac{1}{\rho} S_{\rho}, \quad (53)$$

Considerando la relación (49), la ecuación de conservación de la densidad de masa, en coordenadas isobáricas se expresa por la relación (Kasahara, 1974),

$$\nabla_p \cdot \bar{u}_2 + \frac{\partial \omega}{\partial p} = 0, \quad (54)$$

Por tanto la ecuación de diagnóstico (53) se simplifica en la expresión

$$\frac{\partial q}{\partial t} = -\nabla_p \cdot (q\bar{u}_2) - \frac{\partial \omega q}{\partial p} + \frac{1}{\rho} S_{\rho}. \quad (55)$$

### III.LA HELADA DEL 88.UN ESTUDIO DE CASO

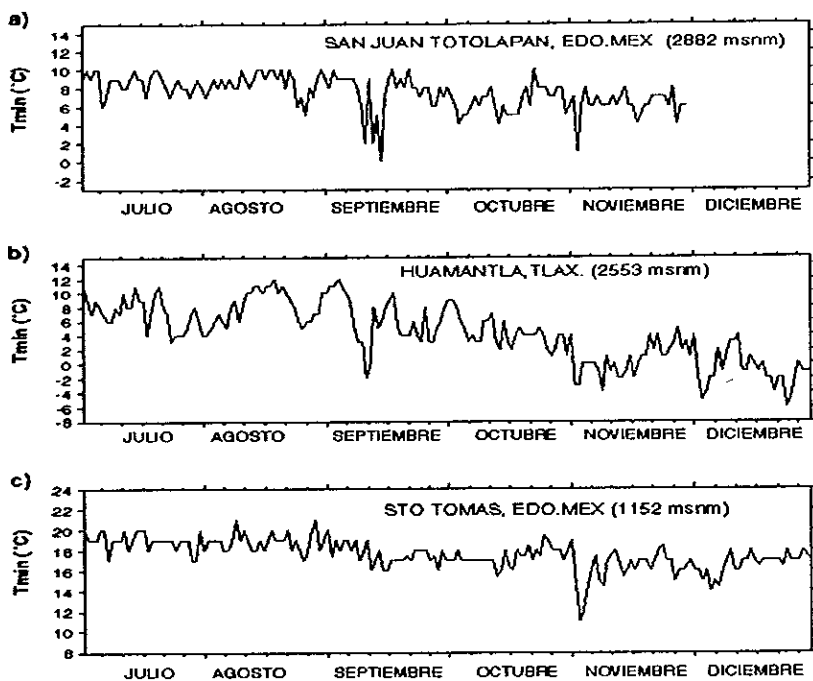
---

#### DESCRIPCIÓN DEL EVENTO

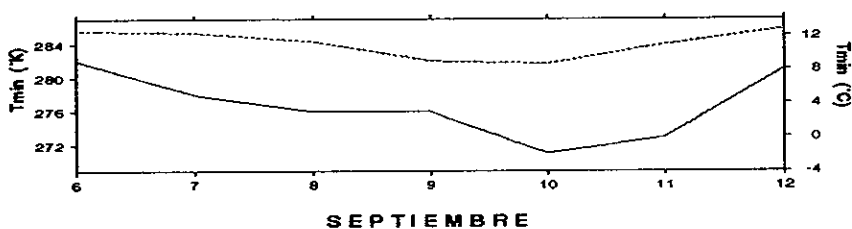
Reportes metereológicos de los Estados Unidos (*The Weekly Weather & The Crop Bulletin*) registraron una helada inesperada el día 10 de septiembre de 1988, sobre una amplia extensión de las Grandes Planicies de los Estados Unidos de Norteamérica, así como en diversas regiones del altiplano mexicano. En los reportes se menciona un movimiento frontal sobre las Grandes Planicies, así como la presencia del huracán "Florence", sobre el Golfo de México durante el día 9 de septiembre. A estos sistemas se les atribuye el tiempo despejado y las bajas de temperatura que se registraron a partir del día 6, desde Nueva Inglaterra hasta la región de las Grandes Planicies de los Estados Unidos. (I.Perez, 1990)

Los datos diarios de temperatura mínima recopilados de la base de datos ERIC, muestran una caída de la temperatura en la superficie durante la fecha en que la helada fue reportada. (Fig. 3.1). De igual forma, las variaciones diarias de la temperatura mínima en la superficie, obtenidas de la base de datos de los reanálisis del Centro Nacional de Predicción Ambiental (NCEP), muestra un mínimo de temperatura en la misma fecha, (Fig. 3.2). Sin embargo, estos últimos datos difieren de los valores reportados por las estaciones climatológicas debido a que corresponden a un promedio en un área de aproximadamente 250x250km. De cualquier forma, se observa un mínimo de temperatura durante el día de la helada, por lo que se considera que la información contenida en la base de datos de reanálisis del NCEP, registra la helada y la dinámica de gran escala asociada con el fenómeno.

Así, en los días 6 al 11 del mes de septiembre de 1988, en los campos de la temperatura media diaria de la superficie sobre la República Mexicana, los



**Fig. 3.1** Variaciones diarias de la temperatura mínima en la superficie [°C], durante la segunda mitad del año de 1988, para algunas estaciones climatológicas localizadas sobre el altiplano central mexicano.



**Fig. 3.2** Variaciones de la temperatura mínima (en °C y °K), del punto geográfico 100°W, 20°N, de la base de datos del NCEP, (línea cortada), y los datos de una estación (línea sólida), localizada sobre la región del altiplano central mexicano alrededor de los 100°W, 20°N.

valores mínimos se localizan sobre la región del altiplano, extendiéndose desde mesa del norte hasta la región de la mesa central, en torno del punto geográfico 260 °E, 20 °N, donde se alcanza un mínimo para el día 10. (Fig. 3.3).

Los máximos de temperatura se localizan sobre la región del desierto en Sonora, sobre el Golfo de México y sobre una gran extensión en el mar Caribe. En particular se distinguen los máximos de temperatura observados a partir del día 7, sobre la región centro-sur de los Estados Unidos, (aprox. 260°E, 30°N), al noreste del territorio mexicano. Los intensos gradientes de temperatura ubicados sobre las costas este de los Estados Unidos, están regularmente asociados con movimientos frontales sobre esta región.

Los campos de radiación de onda larga en la superficie, muestran una amplia extensión de intensa radiación sobre el continente, en la región del desierto en Sonora, y en la parte centro-sur de Estados Unidos. En esta última, el flujo medio de radiación se incrementa diariamente, alcanzando un máximo para el día 9. Sin embargo, sobre la región de la mesa central, se localizan los valores mínimos del flujo medio de radiación de onda larga, alcanzando un mínimo absoluto en la fecha de la helada. (Fig. 3.4).

Por otra parte, el campo de la radiación de onda larga que es emitida hacia el espacio (OLR), se asocia generalmente con actividad convectiva tropical. Durante el periodo de estudio, los valores máximos localizados sobre la región centro-sur de los Estados Unidos, a partir del día 6, se extienden progresivamente sobre la mitad norte del territorio mexicano hasta el día 10. (Fig. 3.5). El incremento de la radiación de onda larga en el tope de la atmósfera sobre esta región, se asocia con una disminución de actividad convectiva, obteniendo en términos prácticos cielos despejados, mientras que los valores mínimos localizados sobre el Golfo de México, corresponden a la zona de intensa convección asociada con el huracán *Florence*, cuya trayectoria se muestra en la Figura 3.6

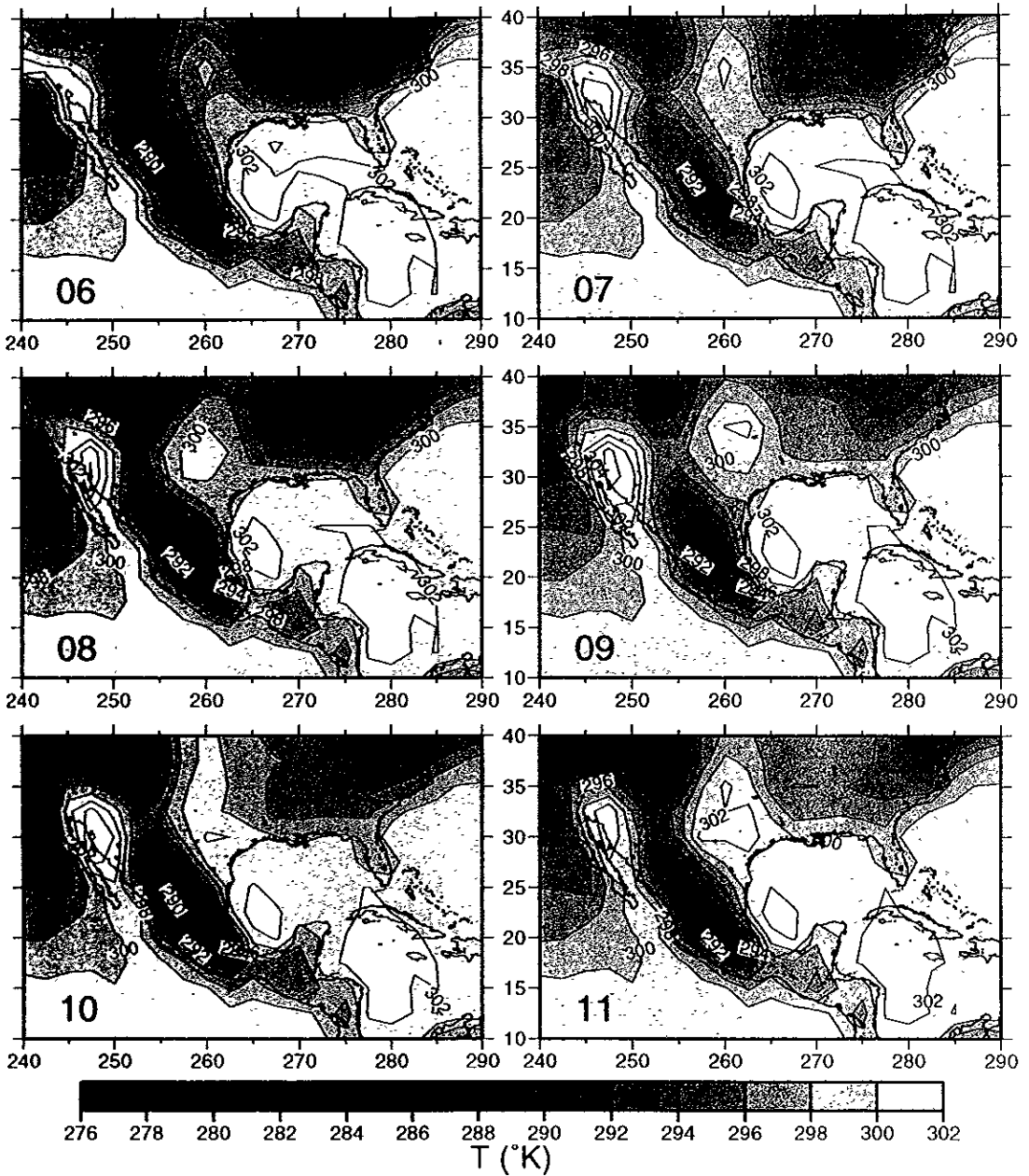


Fig. 3.3 Campos diarios de temperatura en la superficie ( $T$ ), para el periodo del 6 al 11 de septiembre de 1988. Contornos cada  $2^{\circ}\text{K}$ .



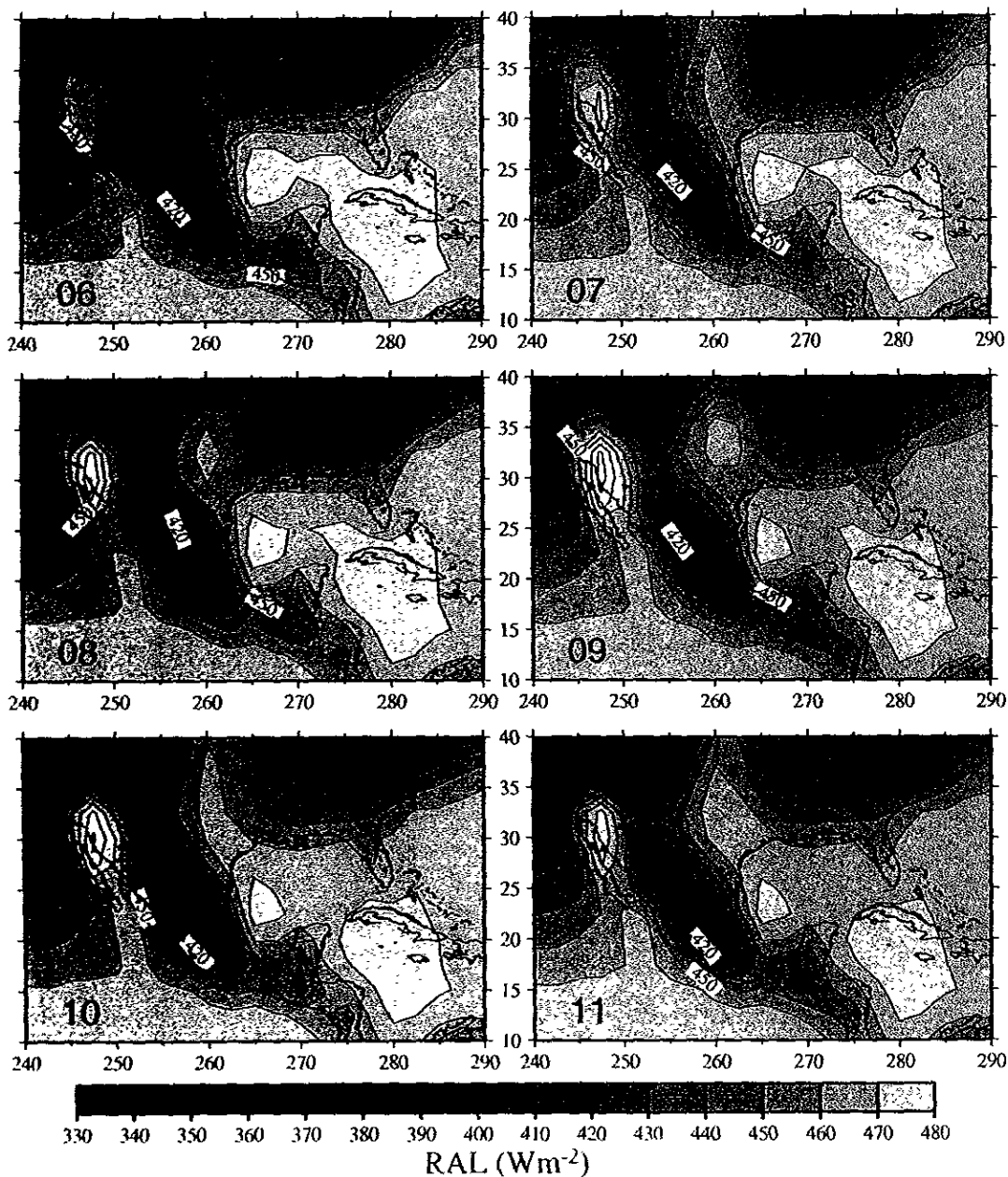


Fig. 3.4 Como en la Fig. 3.3, pero para el flujo de radiación ascendente de onda larga en la superficie (RAL). Contornos cada  $10Wm^{-2}$ .

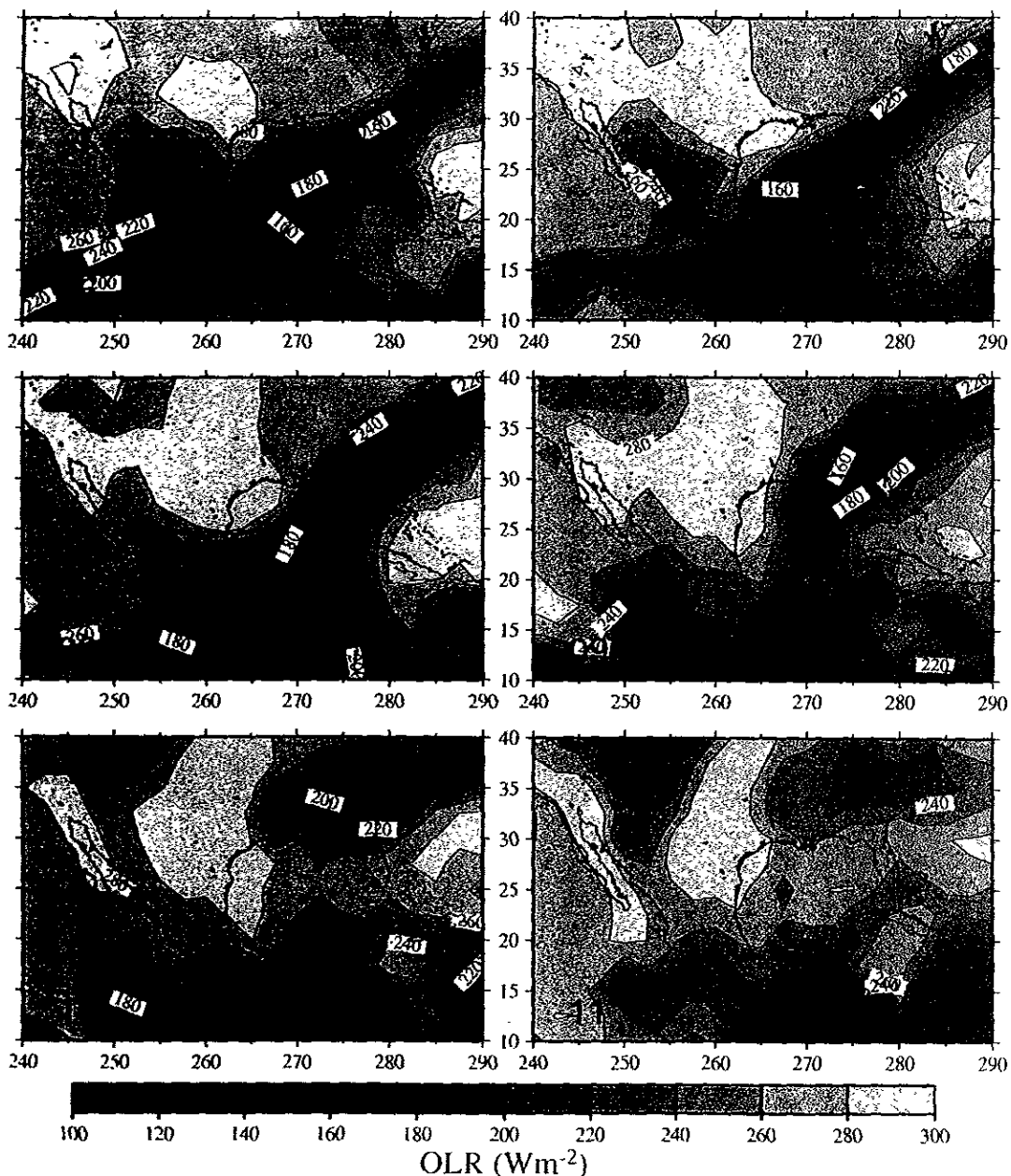
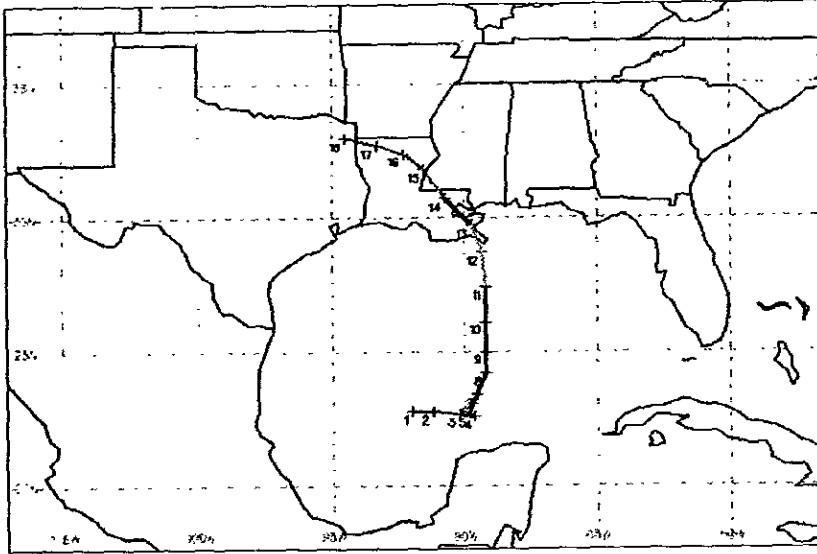


Fig. 3.5 Como en la Fig. 3.4, pero para el tope de la atmósfera (OLR). Contornos cada  $20Wm^{-2}$ .

7-11 SEP 1988



FECHA: 7-11 SEP 1988

Huracán FLORENCE

AV LAT LON TIEMPO V PR EDO. DE DESARROLLO

	AV	LAT	LON	TIEMPO	V	PR	EDO. DE DESARROLLO
1	22.80	-92.00	09/07/06Z	25	1000		DEPRESION TROPICAL
2	22.80	-91.20	09/07/12Z	30	998		DEPRESION TROPICAL
3	22.70	-90.20	09/07/18Z	40	996		TORMENTA TROPICAL
4	22.60	-89.60	09/08/00Z	45	993		TORMENTA TROPICAL
5	22.70	-89.80	09/08/06Z	45	990		TORMENTA TROPICAL
6	23.10	-89.70	09/08/12Z	45	990		TORMENTA TROPICAL
7	23.40	-89.50	09/08/18Z	45	992		TORMENTA TROPICAL
8	24.20	-89.20	09/09/00Z	50	992		TORMENTA TROPICAL
9	25.00	-89.20	09/09/06Z	50	991		TORMENTA TROPICAL
10	26.10	-89.20	09/09/12Z	55	998		TORMENTA TROPICAL
11	27.40	-89.20	09/09/18Z	65	985		HURACAN-FASE I
12	28.70	-89.30	09/10/00Z	70	983		HURACAN-FASE I
13	29.70	-89.70	09/10/06Z	60	988		TORMENTA TROPICAL
14	30.70	-90.70	09/10/12Z	30	998		DEPRESION TROPICAL
15	31.80	-91.50	09/10/18Z	20	1003		DEPRESION TROPICAL
16	32.40	-92.30	09/11/00Z	15	1007		DEPRESION TROPICAL
17	32.70	-93.30	09/11/06Z	15	1009		DEPRESION TROPICAL
18	33.00	-94.50	09/11/12Z	15	1010		DEPRESION TROPICAL

Fig. 3.6 Trayectoria del huracán Florence. Tomada de internet (<http://wxpt.atms.purdue.edu>).

El desarrollo del huracán puede ser observado en los campos de la cantidad de agua precipitable en la troposfera, por abajo del nivel de presión de 300 mb, donde los valores máximos observados en el Golfo de México, están asociados con la intensa actividad convectiva del huracán. (Fig. 3.7).

La distribución espacial de la cantidad de agua precipitable sobre el continente, muestra una disminución progresiva de la densidad de vapor de agua en la región del altiplano. Como resultado, la humedad específica en 700 mb, alcanza el valor mínimo durante el periodo de máxima intensidad convectiva del huracán. (Fig. 3.8a).

Las variaciones de la temperatura en la superficie en relación a la disminución de la densidad de vapor de agua en la troposfera, muestran máxima amplitud, durante la madrugada del día 10. Sin embargo, la variación mínima se alcanza durante la madrugada del día 11. (Fig. 3.8b). Las disminuciones de temperatura se asocian con la pérdida de la energía almacenada en la superficie durante el día.

Las variaciones de la temperatura del aire en el nivel de presión atmosférica de 700mb, son pequeñas en comparación con las de la superficie. Los mínimos de temperatura se alcanzan durante la madrugada y el atardecer del día 10, coincidiendo con el mínimo valor de la humedad específica en el mismo nivel de presión.

Es posible inferir la intensidad de la inversión térmica, comparando los valores para la temperatura en la superficie y en 700 mb, así se tiene una inversión térmica de mayor intensidad durante la madrugada de los días 10 y 11, correspondiente con los mínimos de temperatura en la superficie.

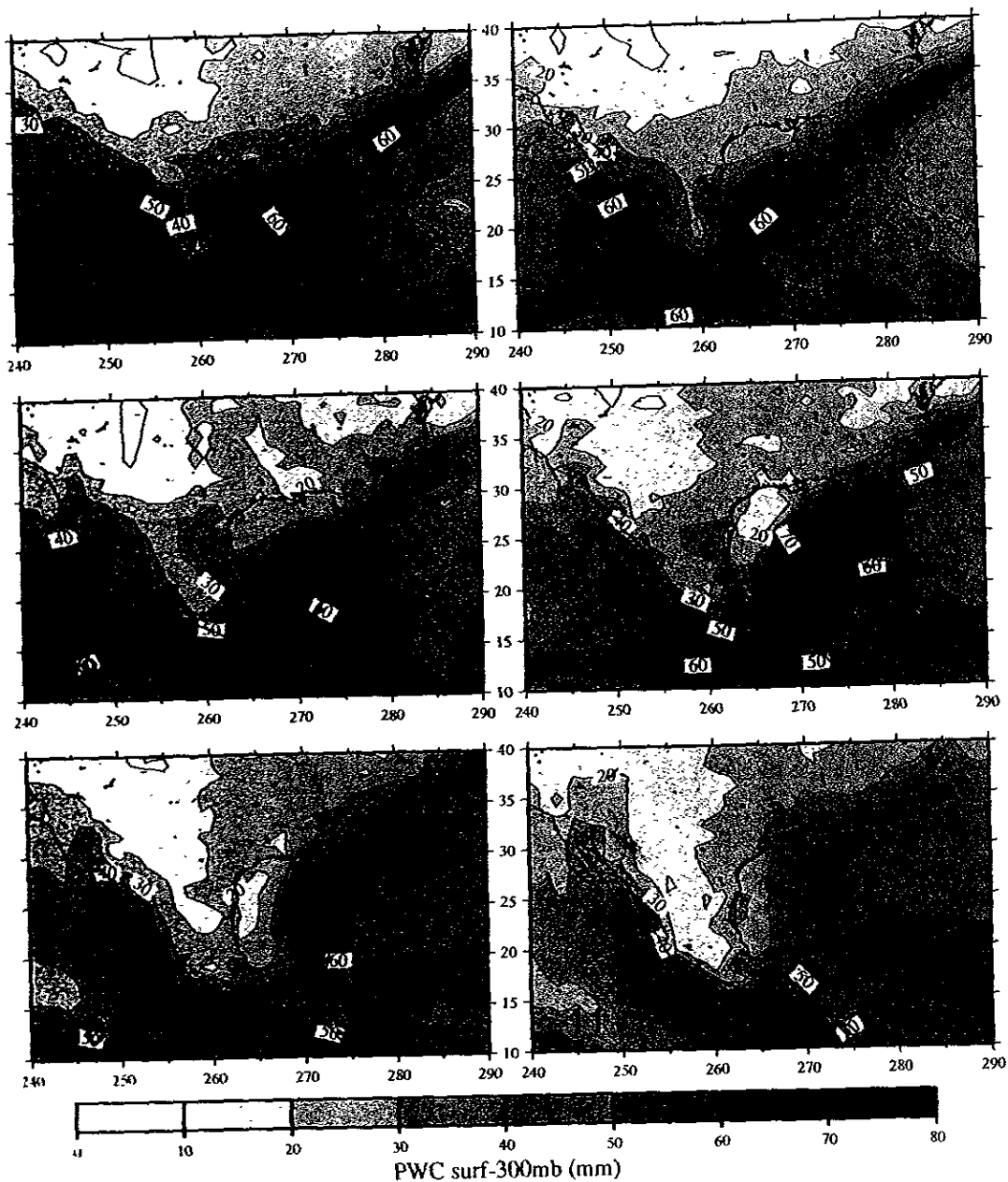


Fig. 3.7 Como en la Fig. 3.3, pero para la cantidad de agua precipitable (PWC), integrada desde superficie hasta 300mb. Contornos cada 10mm.

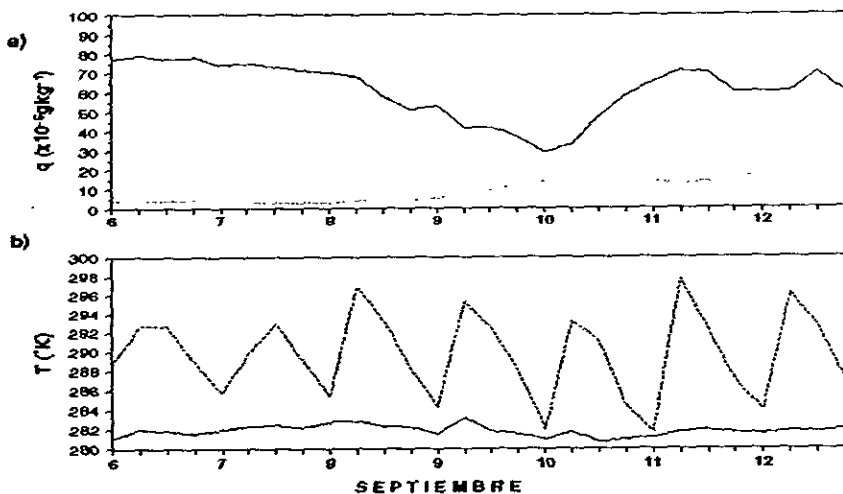


Fig. 3.8 Variaciones de cada 6 horas de a) la humedad específica,  $q$  [g/kgs] del nivel de presión atmosférica de 700mb (línea sólida), y de 500mb (línea punteada) y b) la temperatura,  $T$  [°K], del nivel de presión atmosférica de 700mb (línea sólida), y de la superficie (línea punteada), en el punto geográfico 100°W, 20°N.

### DIAGNÓSTICO DE LA HELADA

Considerando la aproximación de equilibrio hidrostático, expresada por la relación (53), la capacidad calorífica volumétrica a presión constante, de una columna vertical en la atmósfera puede expresarse como

$$C_p = \int_{ATM} c_p \rho_a dz \approx -\frac{c_p \Delta p}{g}, \quad (56)$$

donde  $\Delta p$  es la diferencia presión atmosférica entre el tope y la base de la columna,  $c_p (= 1004 \text{ Jkg}^{-1} \text{ } ^\circ \text{K}^{-1})$  es el calor específico a presión constante (del aire seco), y  $g (\approx 10 \text{ m s}^{-2})$  es la aceleración gravitacional.

La razón de cambio de la temperatura del aire en la superficie, correspondiente a la divergencia del flujo de calor diatérmico en la capa superficial, puede ser determinada de acuerdo con la ecuación (33)..

El flujo total de radiación en la superficie se calcula utilizando los datos de la radiación de onda corta y onda larga en la superficie, con referencia en la relación (27), (Fig.3.9a,b). El flujo de radiación descendente de onda larga en la superficie, alcanzan el valor mínimo durante la madrugada del día 10, mismo periodo de tiempo en el cual se presenta la máxima cantidad de energía transferida por radiación hacia la atmósfera desde la superficie. (Fig. 3.9c,d).

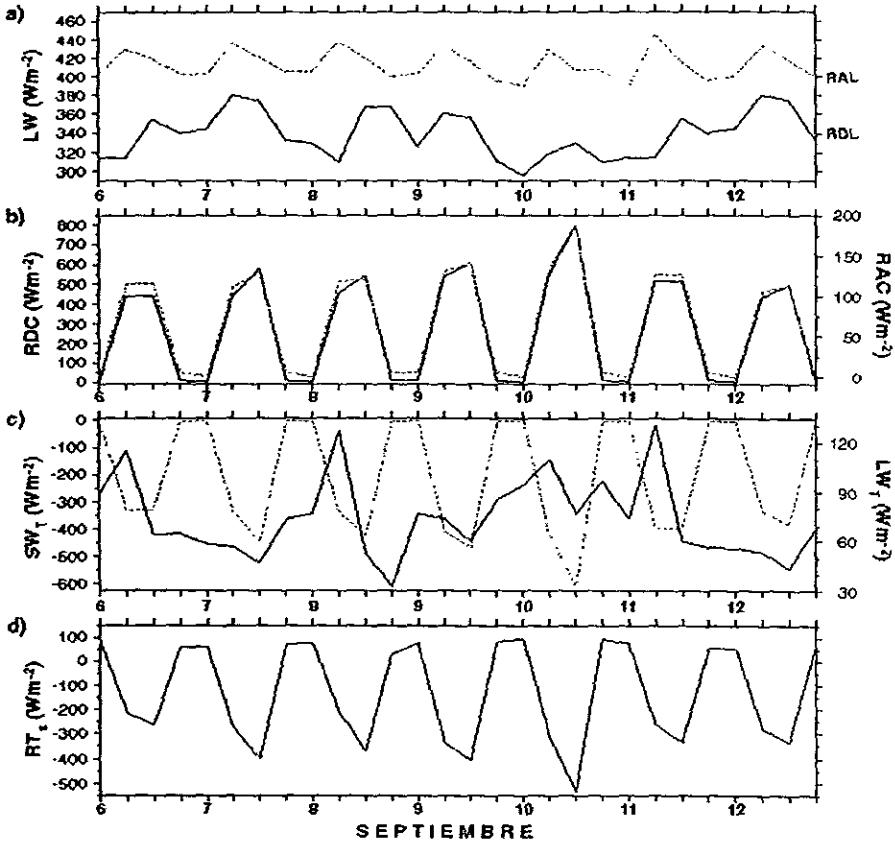


Fig. 3.9 Como en la Fig. 3.8, pero para la radiación [ $Wm^{-2}$ ] a) de onda larga emitida en la superficie, RAL, (línea punteada) e incidente, RDL, (línea sólida) en la superficie; b) de onda corta emitida, RAC, (línea sólida) e incidente, RDC, (línea punteada) en la superficie; c) de onda larga total,  $LW_T$  (línea sólida), de onda corta total,  $SW_T$  (línea punteada) y d) total en la superficie  $R_s$ .

Las variaciones diarias de los flujos verticales de calor sensible y calor latente en la superficie, muestran la intensidad del calentamiento local de la atmósfera en la superficie, asociado con los movimientos atmosféricos sobre la superficie. (Fig. 3.10a).

Durante los periodos nocturnos, el flujo de calor sensible compensa ligeramente el enfriamiento nocturno de la atmósfera producido por la divergencia de radiación de onda larga. En este sentido se distingue un aumento en los flujos de calor sensible y latente en los días posteriores a la ocurrencia de la helada, correspondiente a un aumento en la radiación total en la superficie, (Fig. 3.10b).

Como resultado de las variaciones de los flujos de calor sensible, latente y de radiación, se obtiene un flujo total máximo de calor diatérmico en la superficie, durante el día 10, coincidiendo con el máximo enfriamiento de la superficie, calculado de acuerdo con la relación de diferencias finitas, (Fig. 3.10d),

$$\left. \frac{\partial T}{\partial t} \right)_{REG} = \frac{T(t + \Delta t) - T(\Delta t)}{\Delta t} \quad (57)$$

De acuerdo con la ecuación (38), la razón de cambio de la temperatura por la divergencia de radiación de onda larga, en una columna vertical de la atmósfera puede ser descrita utilizando la relación

$$\left. \frac{\partial T}{\partial t} \right)_{RAD} = -\frac{q}{c_p \Delta u} (OL\dot{R} - \dot{R}_s), \quad (58)$$

donde  $OL\dot{R}$  es la radiación de onda larga en el tope de la atmósfera,  $\dot{R}_s$  es el flujo neto de radiación de onda larga en la superficie,  $q$  es la humedad específica de la columna y  $\Delta u$  es la cantidad de agua precipitable contenida.

Durante los periodos nocturnos, la radiación emitida al tope de la atmósfera, se presenta un incremento continuo desde el día 6 hasta el día de helada, (Fig. 3.11a). Sin embargo, el flujo neto de radiación de onda larga



durante los periodos nocturnos en la superficie, alcanza un mínimo el día 8 y un máximo para el día 10, (Fig. 3.11b).

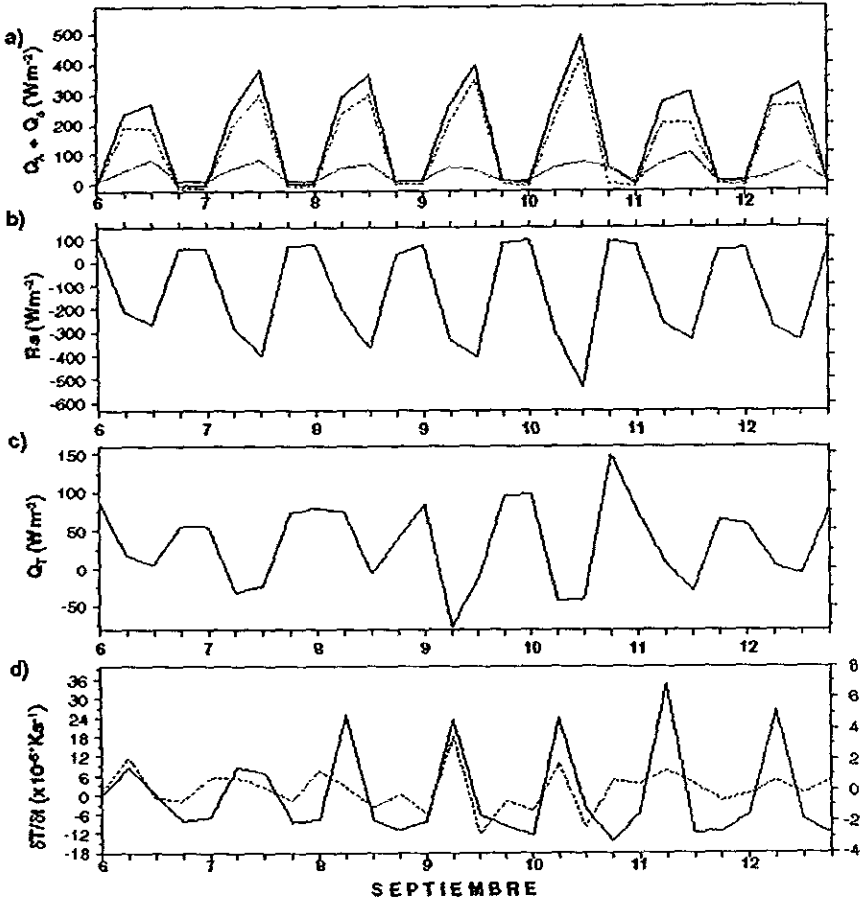


Fig. 3.10 Como en la Fig 3.8, pero para a) el flujo de calor sensible  $Q_s$  (línea sólida delgada), el flujo de calor latente  $Q_l$  (línea punteada) y la suma  $Q_s + Q_l$  (línea sólida), en  $Wm^{-2}$ ; b) el flujo total de radiación en la superficie  $R_s$  (línea sólida), en  $Wm^{-2}$ ; c) el flujo total de calor diatérmico en la superficie,  $Q_r$  en  $Wm^{-2}$ , y d) la razón de cambio de la temperatura por diferencias finitas,  $\delta T/\delta t$  en la superficie y 700mb [ $10^{-6} Ks^{-1}$ ].

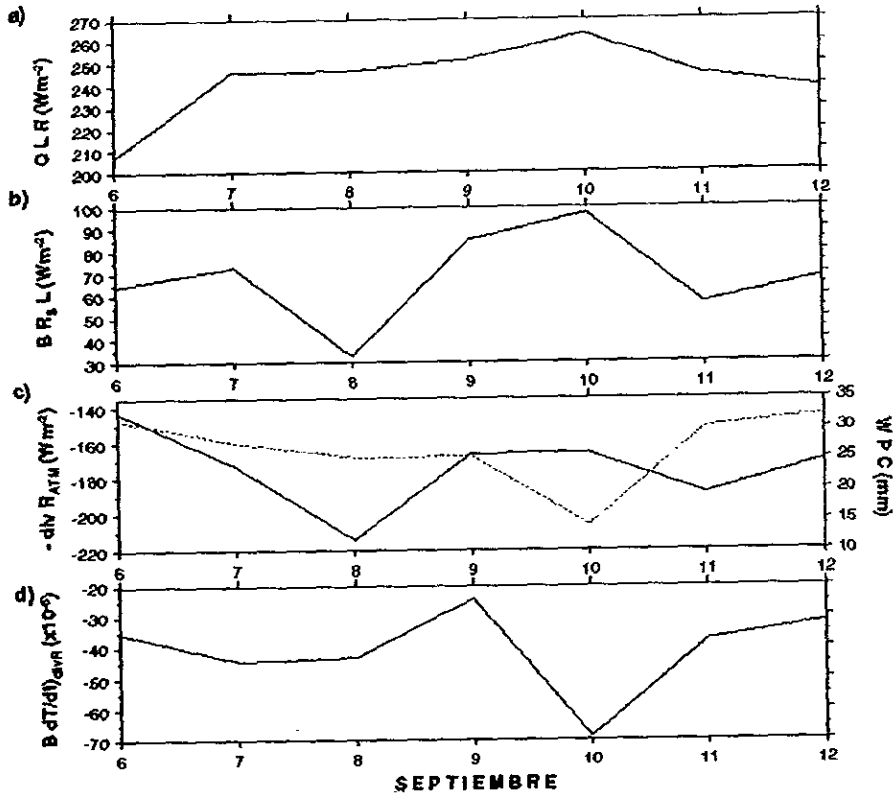


Fig. 3.11 Como en la Fig 3.8, pero para a) el flujo nocturno de radiación de onda larga emitida hacia el espacio, OLR; b) el flujo nocturno de radiación de onda larga en la superficie, RAL, en  $Wm^{-2}$ ; c) la divergencia de radiación en la atmósfera (línea sólida) en  $Wm^{-2}$  y de la cantidad de agua precipitable, integrada desde la superficie hasta 300mb, WPC (línea punteada), en mm, y d) la razón de cambio de la temperatura en la superficie por divergencia de radiación en la atmósfera considerando la cantidad de agua precipitable.

La divergencia de la radiación en la atmósfera, alcanza el máximo valor durante la noche del día 8. No obstante, el valor mínimo en la cantidad de agua precipitable integrada desde la superficie hasta el nivel de presión de 300mb, se alcanza en la fecha de ocurrencia de la helada, esto es el día 10. (Fig. 3.11c). Como consecuencia se obtiene un enfriamiento máximo de la capa de la atmósfera para esta fecha en 700mb, de aproximadamente  $0.7 \text{ }^{\circ}K/\text{día}$ , (Fig.

3.11d).. Por otra parte, el enfriamiento calculado conforme la ecuación (57), utilizando los datos de temperatura en el nivel de presión de 700 mb, muestran un máximo enfriamiento durante el atardecer de los días 9 y 10, (Fig. 3.10d).

La razón de cambio de la temperatura de la capa de aire de la atmósfera que se encuentra entre la superficie y el nivel de presión de 700mb es expresada como en la ecuación (38), en términos de la divergencia de radiación en la capa, considerando para una atmósfera hidrostática,

$$\left. \frac{\partial T}{\partial z} \right)_{\text{divR}} = \frac{g}{c_p} \frac{\dot{R}(\Delta p) - \dot{R}_s}{\Delta p}, \quad (58)$$

donde  $\dot{R}(\Delta p)$  es el flujo neto de radiación que se realiza a través de una capa delgada de la atmósfera que se encuentra a una diferencia de presión hidrostática  $\Delta p = -\rho_a \Delta z / g$  con la superficie.

La radiación de onda larga que se realiza a través de una capa delgada de aire a presión atmosférica  $p$ , suponiendo a la superficie como la única fuente de radiación de onda larga, es la suma de la radiación que proviene desde la superficie, y de la radiación espontáneamente emitida por la capa delgada en consideración, es decir

$$\dot{R}(\Delta p) = \dot{R}(1 - \varepsilon_p) + \varepsilon_p \sigma T_p^4, \quad (59)$$

donde  $\varepsilon_p$  es un parámetro adimensional de la opacidad de la capa delgada que se encuentra a una diferencia de presión  $\Delta p$  con la superficie, y  $\varepsilon_p \sigma T_p^4$  es la cantidad de radiación espontáneamente emitida a la temperatura de la capa delgada, bajo la suposición de que los procesos de absorción y emisión de radiación se realizan a la misma longitud de onda.

El parámetro de emisión espontánea de radiación se define a través de la relación

$$\varepsilon_p \equiv \frac{\dot{R}_s}{\sigma T_p^4}, \quad (60)$$

donde  $a_p$ , representa el coeficiente de absorción de radiación debido a la masa ópticamente activa que se encuentra en la capa delgada y  $R_i$  es el flujo neto de radiación que incide en la superficie de la capa delgada correspondiente al flujo neto de radiación en la superficie.

Considerando el caso extremo de una capa delgada que absorba toda la radiación incidente, esto es, suponiendo que la capa delgada se comporta como un cuerpo negro, el coeficiente de absorción de radiación tendrá el máximo valor correspondiente a la emisión de radiación de cuerpo negro a la temperatura de la capa delgada. Por tanto, para cualquier condición atmosférica, se tiene

$$\varepsilon_p < \frac{R_i}{2\sigma T_p^4}, \quad (61)$$

donde  $\sigma (= 5.67 \times 10^{-8} \text{ Wm}^{-2} \text{ K}^{-4})$  es la constante de Stefan-Boltzmann,  $T_p$  es la temperatura de la capa delgada.

Los valores máximos del parámetro de opacidad obtenidos para la capa de aire de la atmósfera que se encuentra entre la superficie y el nivel de presión de 700mb, se muestran en la figura 3.12a, en la cual se observa el valor mínimo durante el periodo nocturno del día 8, así mismo para la radiación de onda larga en cada uno de los niveles de presión considerados, (Fig. 3.12b).

Como resultado se presenta un aumento en la divergencia máxima de radiación entre superficie y 700 mb, alcanzando el máximo valor durante la madrugada de un periodo nocturno posterior, esto es durante la noche del día 9. Lo que corresponde a un máximo enfriamiento en esta capa de la atmósfera (Fig. 3.12c).

Considerando la densidad de vapor de agua contenida en la capa de aire que se encuentra entre la superficie y el nivel de presión de 700mb, la razón de cambio de la temperatura se determina como en la ecuación (58), obteniéndose un máximo enfriamiento durante la madrugada del día 10, (Fig. 3.12d).

En suma, durante el evento de helada se presenta un enfriamiento máximo en la superficie, seguido de un enfriamiento máximo en la atmósfera, correspondiente a una pérdida de calor por la divergencia nocturna de radiación de onda larga, relacionada con una disminución progresiva de la densidad del vapor de agua en la atmósfera.

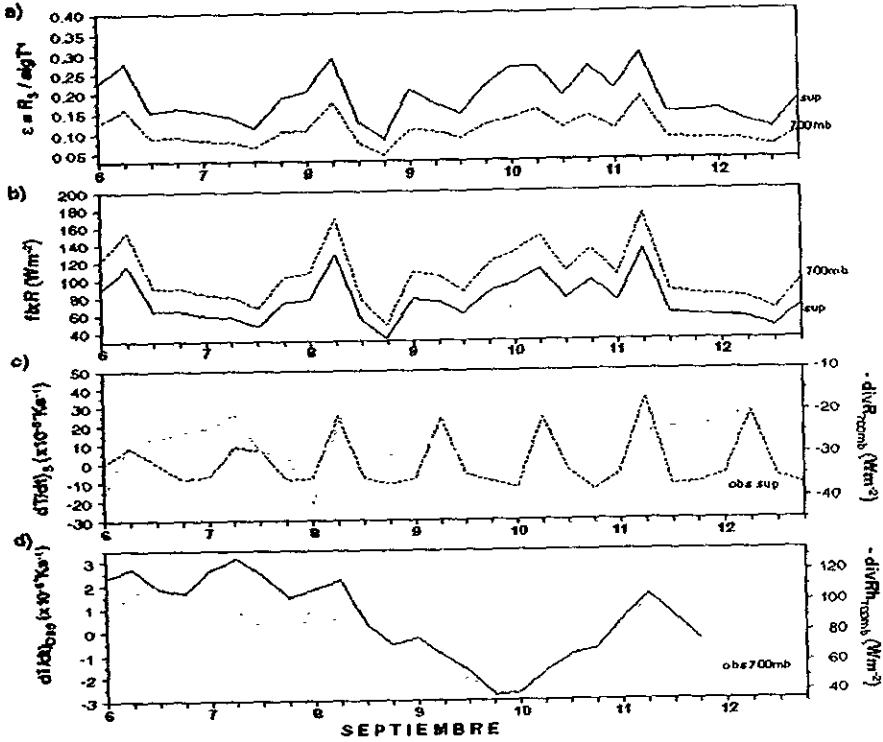


Fig. 3.12 Como en la Fig. 3.8 pero para a) el parámetro de opacidad  $\epsilon$  en superficie (línea sólida) y en 700mb (línea punteada); b) el flujo neto de radiación de onda larga,  $flxR$ , en 70mb (línea sólida) y en superficie (línea punteada); la razón de cambio de la temperatura asociada a la divergencia de radiación entre superficie y 700mb, en c) una atmósfera seca,  $-divR_{700mb}$  (línea gruesa), y para la razón de cambio de la temperatura en la superficie, (línea púnteada) y d) en una atmósfera húmeda  $-divR_{h700mb}$  (línea gruesa) y por diferencias finitas en 700mb,  $dT/dt_{OBS}$  (línea punteada).

Ahora bien, la circulación asociada con el huracán *Florence*, sobre el Golfo de México, (Fig. 3.13), desde el día 7 hasta el día 9, mantiene vientos del norte

sobre la Sierra Madre Oriental, extendiéndose a lo largo del altiplano, transportando aire seco desde la parte centro-sur de Estados Unidos, en los días previos a la ocurrencia de la helada, tal como se muestra en la secuencia diaria del campo de la divergencia del flujo medio de humedad específica, (Fig. 3.14). Donde se observa máxima divergencia del flujo de humedad al este de la Sierra Madre Oriental y una máxima convergencia sobre las costas sur de los Estados Unidos, correspondiente a la dinámica del huracán *Florence*.

Los flujos convergentes en la superficie y divergentes en la troposfera alta, asociados con la circulación del huracán, son identificados con base en los movimientos ascendentes y subsidentes observados en la secuencia de la velocidad vertical-p en 500mb, (Fig. 3.15)..

Los máximos valores negativos (positivos) de la velocidad vertical están asociados con los movimientos ascendentes (subsidentes), relacionados con la convergencia (divergencia) del viento en la superficie.

Las regiones de subsidencia se localizan al sureste de los Estados Unidos. La máxima subsidencia ocurre sobre las costas del Golfo de México al sur de los Estados Unidos durante el día 8, mientras que los movimientos ascendentes corresponden a la dinámica del huracán *Florence*, en el Golfo de México.

Las variaciones de temperatura asociadas con la subsidencia generada por la dinámica del huracán, se analizan considerando la estabilidad de la estratificación térmica de la atmósfera, de acuerdo con la relación

$$\left(\frac{\partial T}{\partial z}\right)_{ST} = S_p \omega, \quad (62)$$

donde  $S_p = \kappa \frac{T}{p} - \frac{dT}{dp}$ , con  $\kappa = \frac{R}{c_p}$ , es el parámetro de estabilidad estática de una parcela de aire seco de temperatura  $T$ , presión  $p$  y velocidad vertical-p  $\bar{\omega} = \frac{dp}{dt}$ .

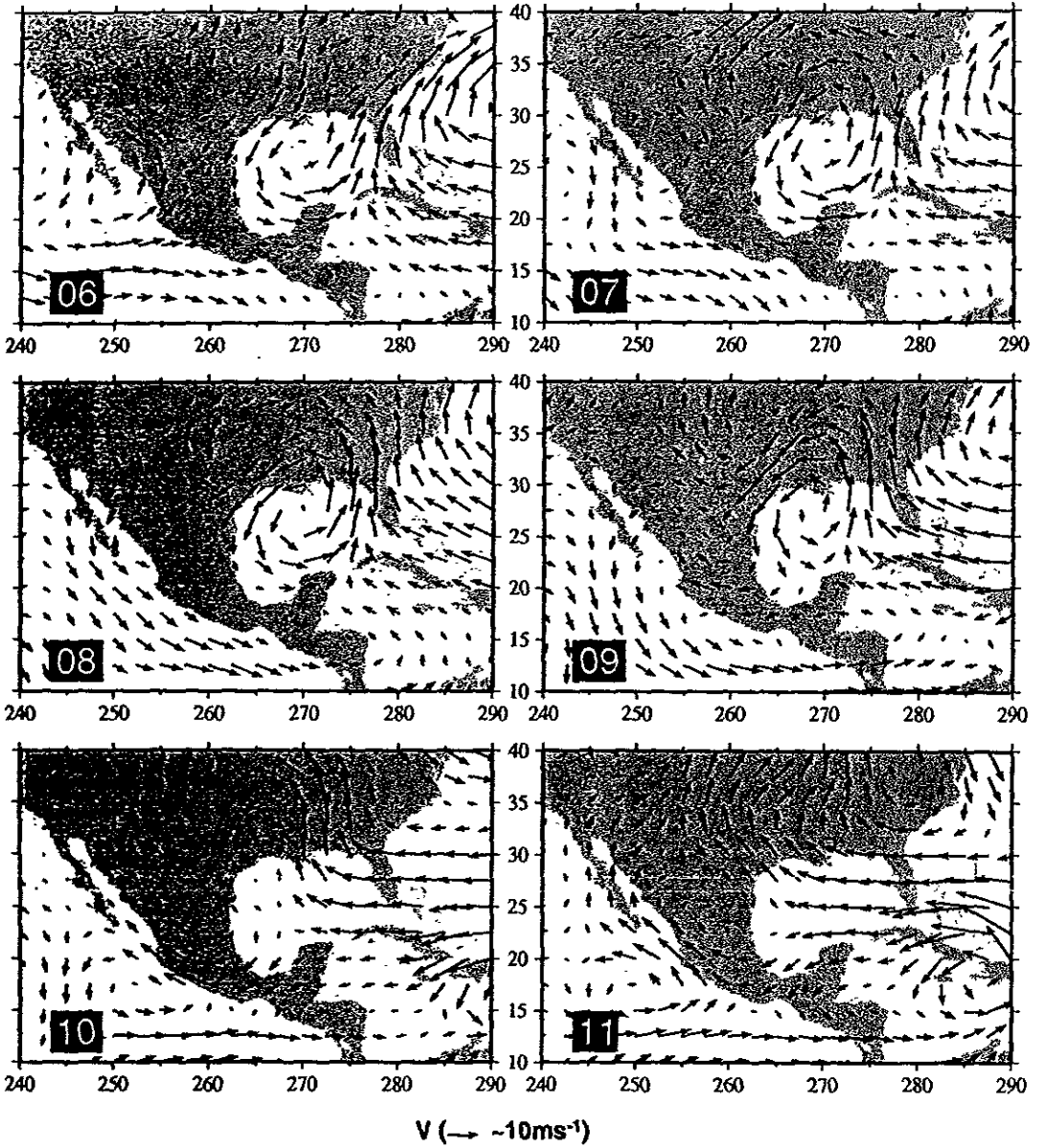


Fig. 3.13 Como en la Fig 3.3, pero para la velocidad del viento en 850mb.

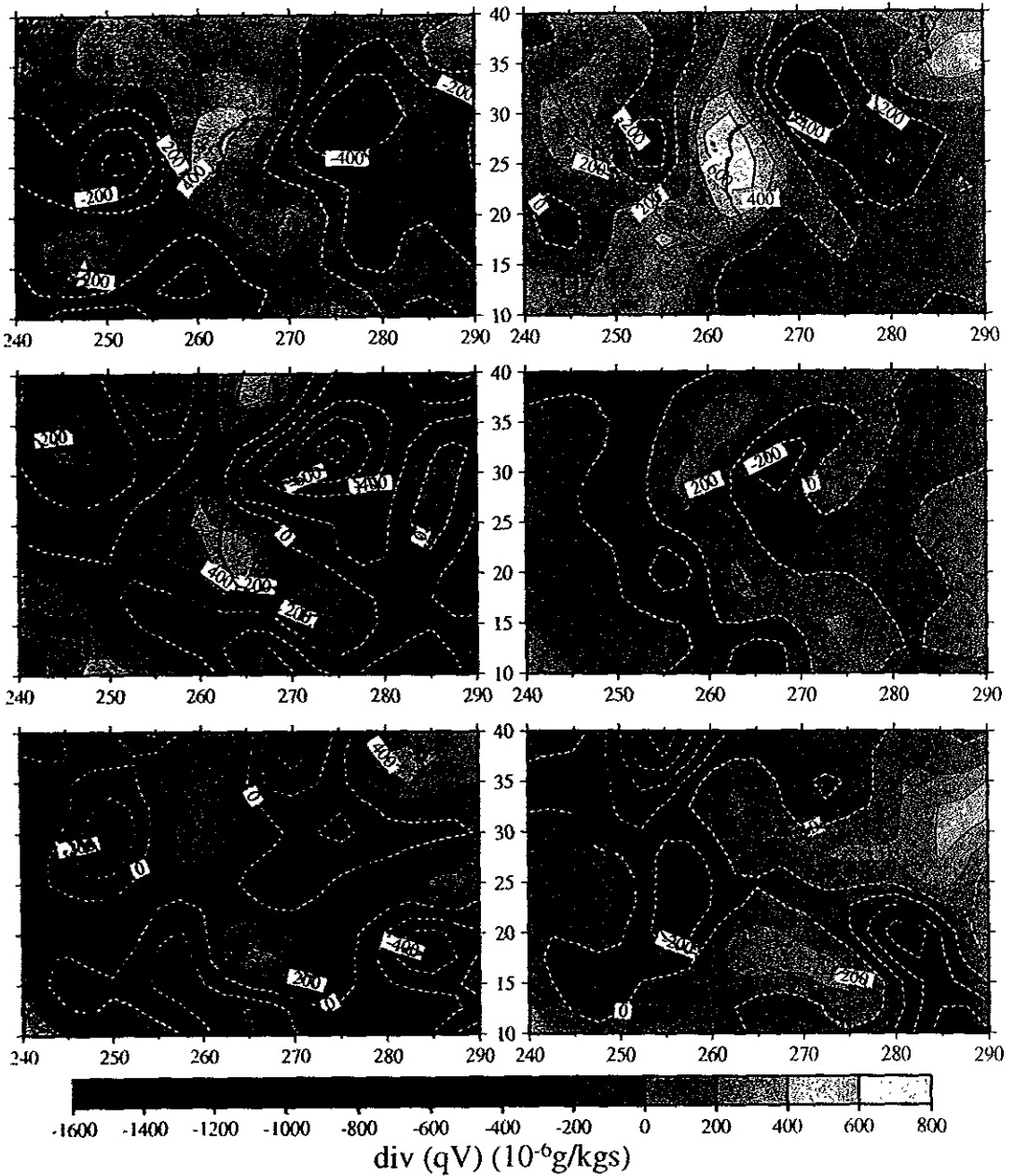


Fig. 3.14 Como en la Fig. 3.3, pero para la divergencia del flujo de humedad especifica en 850mb,  $\text{div}(qV)$ , contornos cada  $2 \times 10^{-4} \text{g/kg s}$ .



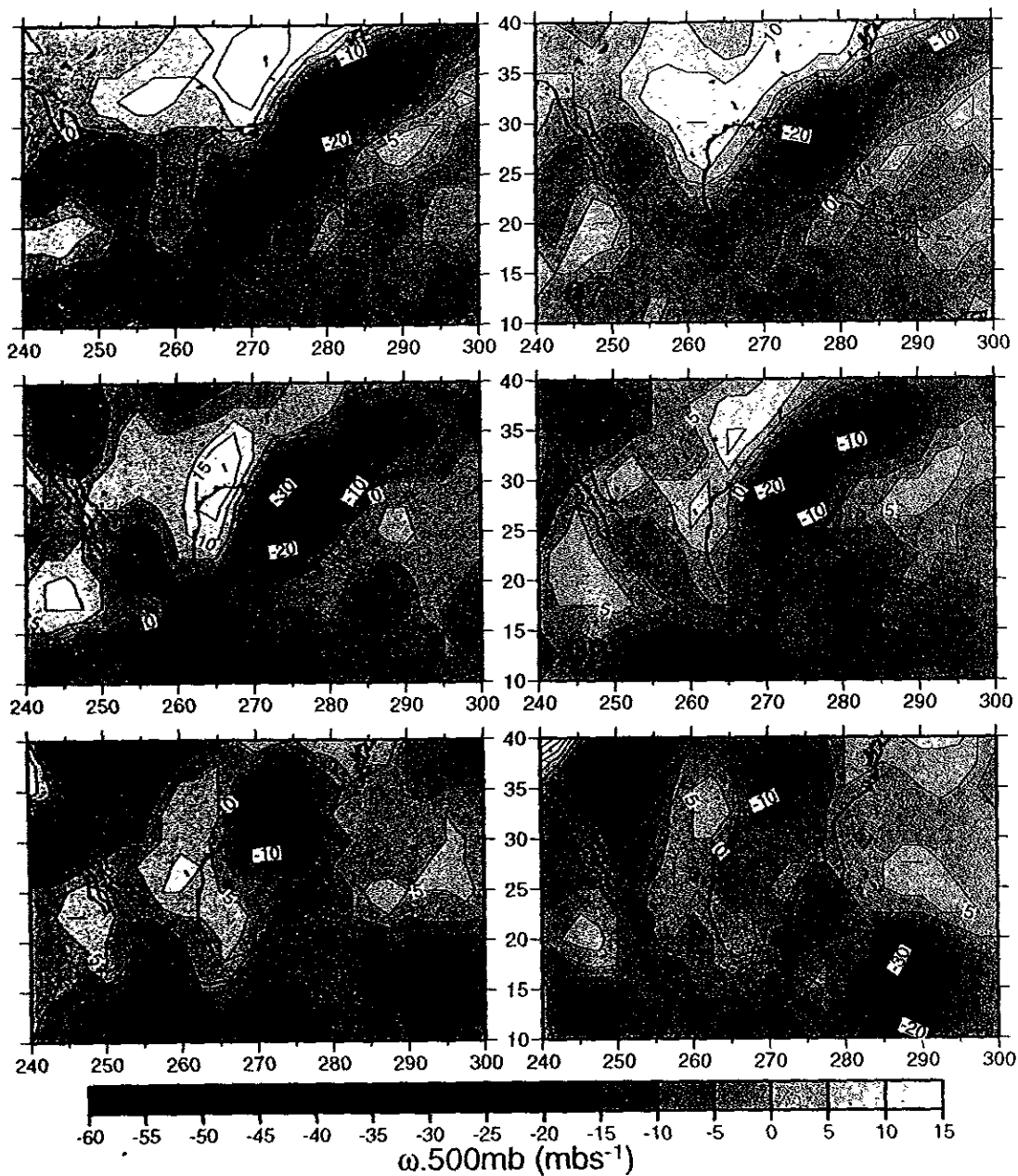


Fig. 3.15 Como en la Fig. 3.3, pero para la velocidad vertical- $p$   $\omega$  en 500mb, contornos cada  $5 \times 10^{-4} \text{ mbs}^{-1}$

Los valores positivos de la velocidad vertical-p corresponden a los periodos de subsidencia. El periodo más largo de subsidencia se presenta a partir de la madrugada del día 10, de hecho, la subsidencia máxima se alcanza durante la madrugada del día 11, (Fig. 3.16a).

Los gradientes verticales de temperatura en 700mb,

$$\frac{dT}{dp} = \frac{T(p + \Delta p) - T(p)}{\Delta p}, \quad (63)$$

modulan la variabilidad de la advección vertical de temperatura en este nivel de presión de la atmósfera, (Fig. 3.16b). El valor mínimo del gradiente vertical de temperatura, alcanzado durante la madrugada del día 11, corresponde por construcción, al valor máximo de los valores positivos del parámetro de estabilidad estática, lo que significa una máxima estabilidad de la estratificación térmica en la atmósfera durante este periodo.

Debido a la intensa subsidencia observada durante la madrugada del día 11, se presenta un máximo calentamiento por compresión de aproximadamente 0.02 °K/día.

En la madrugada anterior, se tiene una subsidencia 4 veces menor, así como las condiciones de estratificación térmica favorables para un mayor enfriamiento, ésto es, en la madrugada del día de la helada. (Fig. 3.16.c).

La razón de cambio de la humedad específica en 700mb, calculada con referencia en la relación de diferencias finitas,

$$\frac{\partial q}{\partial t} = \frac{q(t + \Delta t) - q(t)}{\Delta t}, \quad (64)$$

alcanza valores mínimos durante el atardecer del día 8, correspondiente a un aumento en la divergencia horizontal del flujo de humedad, (Fig. 3.17a, c). La razón de cambio de la humedad específica asociada con las variaciones en los gradientes verticales del flujo de humedad, resulta prácticamente despreciable, observándose mínima durante la madrugada del día 11. (Fig. 3.17b).

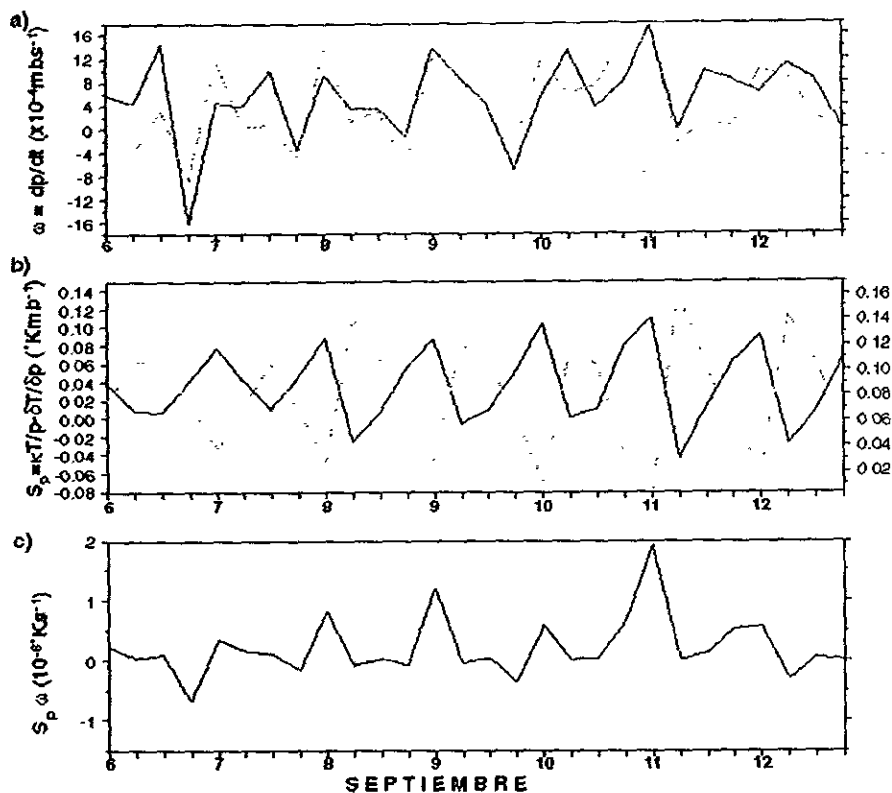


Fig. 3.16 Como en la figura 3.8 pero para a) la velocidad vertical- $\omega$  en 700mb (línea sólida) y en 500mb (línea punteada) en  $mbs^{-1}$ ; b) el gradiente vertical de la temperatura  $\frac{\partial T}{\partial p}$ , respecto de la superficie, en 700mb (línea sólida delgada) y el parámetro de estabilidad estático en 700mb  $S_p$  (línea sólida), en  $^{\circ}Kmb^{-1}$  y c) la razón de cambio de la temperatura por estabilidad de la atmósfera  $S_p\omega$  en 700mb [ $^{\circ}Ks^{-1}$ ].

Las variaciones en la humedad, calculadas con base en la ecuación (55), durante el periodo de estudio están principalmente determinadas por las variaciones de la divergencia horizontal del flujo de humedad, la cual resulta máxima durante la noche del día 8 y mínima durante la madrugada del día 11. Estos resultados coinciden con la fecha de intensificación y disipación del huracán presente en el Golfo de México durante el evento de la helada.

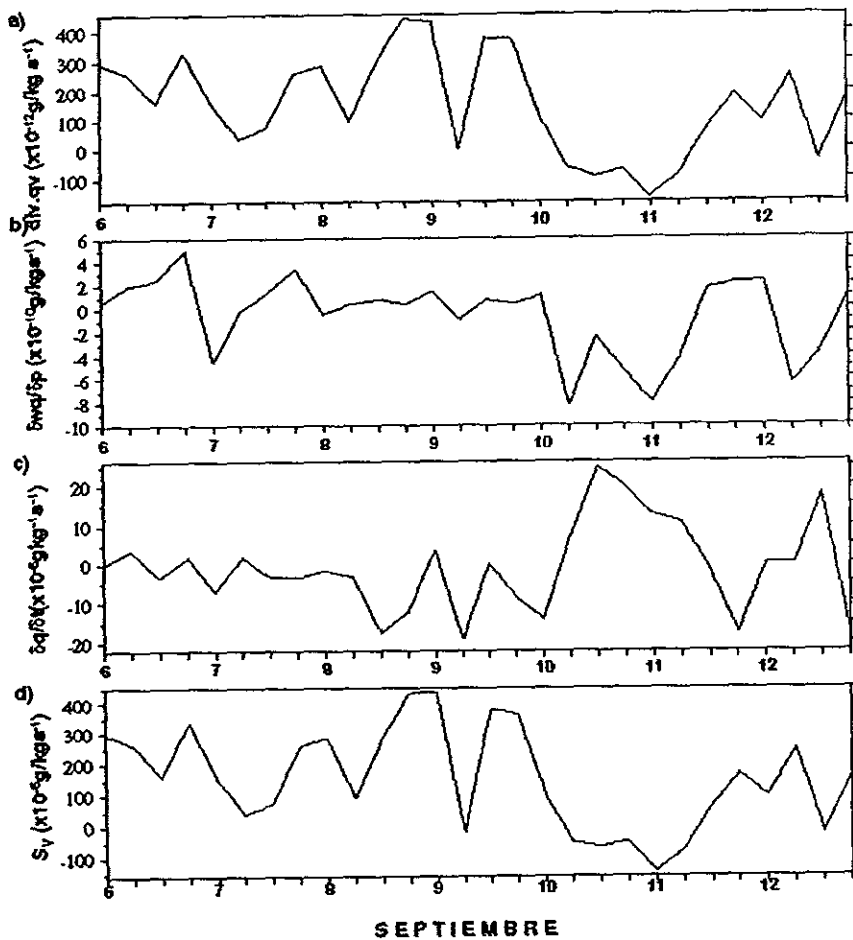


Fig. 3.17 Como en la figura 3.8 pero para a) la divergencia del flujo de humedad en 700mb,  $\text{div}(qv)$ ; b) la divergencia vertical del flujo de humedad en 700mb,  $\text{div}(\delta q)$ ; c) la razón de cambio de la humedad específica por diferencias finitas en 700mb  $\delta q/\delta t$ , y d) las fuentes locales de humedad específica en 700mb,  $S_v$ . [ $\text{gkg}^{-1}\text{s}^{-1}$ ].

Las variaciones de la componente zonal del viento en 700 mb, muestran un cambio en la dirección hacia el oeste, coincidiendo con un aumento en la diferencia zonal de temperatura, alcanzando la máxima intensidad del viento durante el mediodía del día 9, (Figs. 3.18a,b).

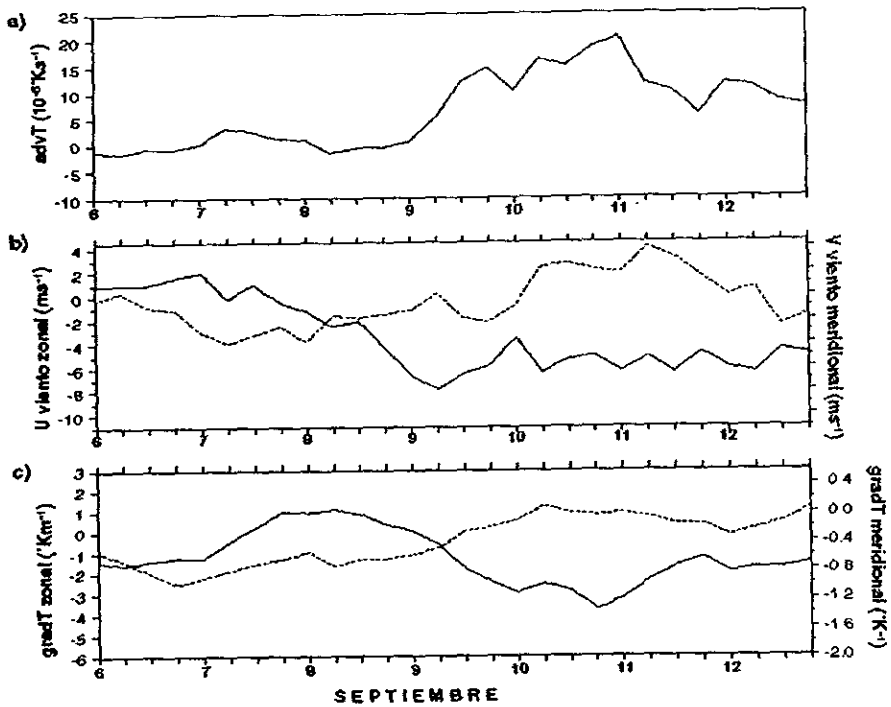


Fig. 3.18 Como en la Fig. 3.8, pero para a) la advección de la temperatura,  $advT$  en 700mb (línea sólida) en  $^{\circ}Ks^{-1}$ ; b) las componentes, meridional  $V$  (línea punteada) y zonal  $U$  (línea sólida) en 850mb [ $ms^{-1}$ ] y c) los gradientes horizontales  $\partial T_x$ , meridional (línea punteada) y zonal  $\partial T_y$  (línea sólida) en 700mb [ $^{\circ}Kkm^{-1}$ ].

La componente meridional del viento, en intensidad relativamente pequeña comparada con la componente zonal del viento, tiene un cambio en la dirección hacia el noreste, correspondiente con un ligero aumento de la diferencia meridional de temperatura, (Fig. 3.18b,c). Las diferencias espaciales de temperatura son calculadas de acuerdo con la

Las diferencias espaciales de temperatura se calculan de acuerdo con la relación de diferencias finitas,

$$\frac{\partial T}{\partial x_i} = \frac{T(x_i + \Delta x_i) - T(\Delta x_i)}{\Delta x_i}, \text{ con } \Delta x_i = 277.5km, \text{ para } i = 1, 2. \quad (65)$$

Como resultado de las fluctuaciones tanto de la intensidad del viento y de las diferencias espaciales de temperatura, la variabilidad de la advección horizontal de temperatura, alcanza el valor máximo positivo durante la madrugada del día 11, correspondiente a un enfriamiento máximo por advección de temperatura en 700mb, aproximadamente de  $.02^{\circ}\text{K}/\text{día}$ , (Fig. 3.18a).

Por tanto, durante el evento de helada, los órdenes de magnitud de la intensidad del enfriamiento experimentado, muestran que el enfriamiento de la atmósfera es determinado principalmente por la divergencia de radiación. (Fig. 3.19).

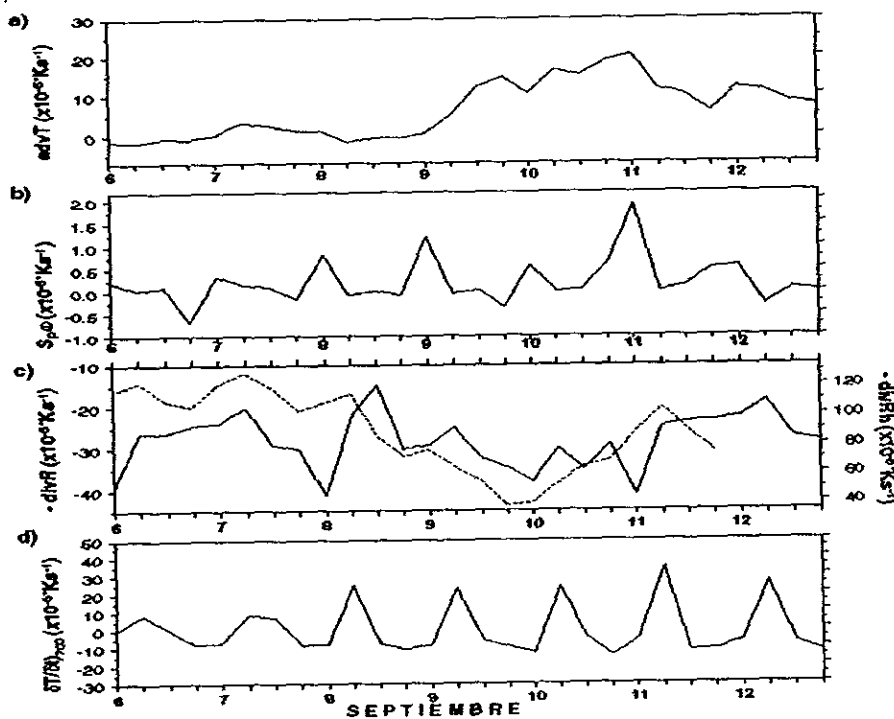


Fig. 3.19 Como en la figura 3.8 pero para la razón de cambio de la temperatura por a) la advección horizontal de temperatura ; b) la estabilidad térmica c) la divergencia de radiación entre superficie y 700mb y d) diferencias finitas, en 700mb.

## IV. CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS

---

### RESULTADOS

La ocurrencia de una helada inesperada en el altiplano central mexicano, el día 10 de septiembre de 1988, se determinó con el mínimo de valor observado en la secuencia diaria del campo medio de temperatura en la superficie.

La temperatura en la superficie en el punto geográfico 100 °W, 20° N, alcanza el mínimo de temperatura durante la madrugada del día 10. Mientras que las variaciones de la temperatura en 700mb, alcanzan valores mínimos durante el atardecer del día 9 y 10.

Las condiciones atmosféricas relacionadas con el descenso de la temperatura durante el evento de helada, fueron:

I. Una tendencia de la densidad de vapor de agua a disminuir, principalmente en los niveles bajos de la atmósfera, sobre una gran extensión de la parte este del continente, particularmente sobre la región del altiplano mexicano.

II. Radiación máxima de onda larga en la superficie y al tope de la atmósfera, con un mínimo de radiación descendente, durante los periodos nocturnos.

III. Máxima subsidencia al este de la sierra madre oriental, asociada con la máxima divergencia del flujo de humedad en 850mb.

IV. Intensificación del viento zonal en 700mb, en la dirección oeste sobre la región del altiplano central. Vientos relativamente ligeros sobre la región de la mesa central, comparados con los vientos del campo medio en 850mb.

Estas condiciones fueron identificadas como las adecuadas para que se iniciara un transporte de aire relativamente seco, desde el noreste del país, por influencia de la circulación ciclónica del huracán que se desplazaba sobre el Golfo de México.

Por tanto, de acuerdo con la ecuación para la energía interna, despreciando la disipación de energía debida a las fuerzas de fricción por viscosidad, se obtiene un máximo enfriamiento de la atmósfera durante la madrugada del día 10, por efecto de un aumento en la divergencia de la radiación asociada con la disminución de la densidad de vapor de agua. Tabla I.

**Tabla I. Valores del enfriamiento calculado en 700mb (en °K/día), según el proceso físico asociado, durante la ocurrencia de la helada de la madrugada del 9 de septiembre de 1988.**

PROCESOS FÍSICOS	TASA DE CALENTAMIENTO	ESTABILIDAD ESTÁTICA	ADVECCIÓN DE TEMPERATURA	DIVERGENCIA DE RADIACIÓN
EXPRESIÓN MATEMÁTICA	$\frac{\partial T}{\partial t}$	$S_p \omega$	$-\vec{u} \cdot \nabla T$	$-\frac{1}{\rho c_p} \text{div } \vec{R}$
VALOR CALCULADO (°K/DÍA)	-4.9	0.02	0.08	3.9

La contribución al enfriamiento por la advección horizontal de temperatura en 700mb resultó del orden de  $10^{-2}$  °K/día. Por los movimientos de subsidencia en 700mb, se calculó un calentamiento del orden de  $10^{-2}$  °K/día.

### CONCLUSIONES

El máximo enfriamiento asociado con el evento de helada, se atribuye al incremento de la divergencia de radiación en la atmósfera. Éste debido a la disminución de la densidad del vapor de agua cerca de la superficie, originada por un flujo de aire relativamente seco, desde la zona de máxima subsidencia, asociada con la dinámica del huracán que se presentó en el Golfo de México.

Las condiciones de vientos relativamente ligeros, cielo despejado y subsidencia en la atmósfera "libre" de los efectos de fricción con la superficie, asociadas generalmente con sistemas de alta presión de mesoescala, favorecen



el desarrollo de inversiones térmicas en la superficie, así como con la estratificación térmica estable de la capa límite atmosférica.

En estas condiciones la superficie queda mecánicamente desacoplada de la atmósfera "libre", aún cuando transportes de energía por procesos de radiación siguen ocurriendo, permitiendo enfriamientos intensos en las capas de aire próximas a la superficie, aumentando la probabilidad de ocurrencia de helada.

Para pronosticar un evento de helada inesperada es necesario que los datos de vapor de agua y su dinámica sean representados adecuadamente.

### **PERSPECTIVAS**

Las escasas observaciones en la superficie por radiosondeos dificultan la realización de un análisis más detallado de los procesos físicos que dan lugar a la ocurrencia de un evento de heladas inesperadas.

Aunado a éstos problemas de tipo técnico, existen un gran número de problemas no resueltos y tópicos que requieren de una investigación más profunda, como son:

- La Investigación de los procesos hidrológicos asociados con la interacción entre los sistemas frontales de mesoescala y la estructura del huracán.
- El análisis de la divergencia del flujo de humedad integrado sobre una columna vertical para obtener una descripción troposférica de los flujos de humedad.
- La consideración de los efectos orográficos, así como los efectos producidos por la intensidad de la inversión térmica en regiones específicas de interés.
- La determinación del radio de influencia de la dinámica de un huracán relacionada con su intensidad y trayectoria.

En el desarrollo de métodos preventivos y técnicas de manejo de recursos naturales es fundamental el conocimiento de las variaciones verticales de

temperatura, para lo cual algoritmos eficientes de interpolación en la vertical son necesarios.

La formulación de modelos de circulación atmosférica, acopladas a un modelo de radiación de varias capas es necesaria para explicar las variaciones espaciales de la tasa de enfriamiento y de los mínimos de temperatura.

## BIBLIOGRAFÍA

---

- . Anthes, R.A. 1982. *Tropical cyclones: their evolution, structure and effects*. Meteorological Monography No.41. Am. Met. Soc. Boston.
- . Anthes, R.A. y Trout J.W. 1971. *Three dimensional particle trajectories, in a model hurricane*, Weatherwise 24:174-8.
- . Bagdonas, A. Georg, J.C., Gerber, J.F. 1978. *Techniques of frost prediction and methods of frost and cold prediction*. WMO, technical note 157, Geneva Switzerland.
- . García-Colín L. 1990. *Termodinámica de procesos irreversibles*. Colección CBI, Publicaciones UAMI, México D.F.
- . Emanuel, K. 1991. *Theory of hurricanes*. Ann. Rev. Fluid Mech. 23:179-96.
- . Jeffreys, H. 1963. *Cartesian Tensors*, Cambridge University Press.
- . Haltiner, G. 1971. *Numerical Prediction and Dynamic Meteorology*, John Wiley & Sons, N.Y.
- . Hartmann, D. 1994. *Global Physical Climatology*. Academic Press, San Diego.
- . Hess, S.L. 1959. *Introduction to Theoretical Meteorology*, Holt, Rinehart & Winston.
- . Huschke, I. 1959. *Glossary of Meteorology*. Am. Met. Soc., Boston, MA.
- . Holton, J. 1979. *An Introduction to Dynamic Meteorology*. Ed 2. Academic Press, NY.
- . Kalma, J., Caprio, J., Laughlin, G. y Hamer P. et al. 1992. *Advances in Bioclimatology*. Vol.2 Springer-Berlag, Germany.
- . Kalnay, y Jenne, 1991. *Summary of the NMC/NCAR Reanalysis Workshop of April 1991*. Bull. Am. Met. Soc., Vol.72, No.12.
- . Kasahara, A. 1974. *Various vertical coordinate systems used for numerical weather prediction*,. Mon. Wea. Rev, 102, 504-522.
- . Liou, K.N. 1980. *An Introduction to Atmospheric Radiation*. Academic Press, N.Y.
- . Lucio, M. 1926. *La legitimidad de las inferencias, dos probables periodos del tiempo y teoria de los ciclones tropicales*. Imprenta Reveles, Mexico D.F.
- . Meyer, R. 1982. *Introduction to Mathematical Fluid Dynamics*. Ed.2 Dover, N.Y.

temperatura, para lo cual algoritmos eficientes de interpolación en la vertical son necesarios.

La formulación de modelos de circulación atmosférica, acopladas a un modelo de radiación de varias capas es necesaria para explicar las variaciones espaciales de la tasa de enfriamiento y de los mínimos de temperatura.

## BIBLIOGRAFÍA

---

- . Anthes, R.A. 1982. *Tropical cyclones: their evolution, structure and effects*. Meteorological Monography No.41. Am. Met. Soc. Boston.
- . Anthes, R.A. y Trout J.W. 1971. *Three dimensional particle trajectories, in a model hurricane*, Weatherwise 24:174-8.
- . Bagdonas, A. Georg, J.C., Gerber, J.F. 1978. *Techniques of frost prediction and methods of frost and cold prediction*. WMO, technical note 157, Geneva Switzerland.
- . García-Colín L. 1990. *Termodinámica de procesos irreversibles*. Colección CBI, Publicaciones UAMI, México D.F.
- . Emanuel, K. 1991. *Theory of hurricanes*. Ann. Rev. Fluid Mech. 23:179-96.
- . Jeffreys, H. 1963. *Cartesian Tensors*, Cambridge University Press.
- . Haltiner, G. 1971. *Numerical Prediction and Dynamic Meteorology*, John Wiley & Sons, N.Y.
- . Hartmann, D. 1994. *Global Physical Climatology*. Academic Press, San Diego.
- . Hess, S.L. 1959. *Introduction to Theoretical Meteorology*, Holt, Rinehart & Winston.
- . Huschke, I. 1959. *Glossary of Meteorology*. Am. Met. Soc., Boston, MA.
- . Holton, J. 1979. *An Introduction to Dynamic Meteorology*. Ed 2. Academic Press, NY.
- . Kalma, J., Caprio, J., Laughlin, G. y Hamer P. et al. 1992. *Advances in Bioclimatology*. Vol.2 Springer-Berlag, Germany.
- . Kalnay, y Jenne, 1991. *Summary of the NMC/NCAR Reanalysis Workshop of April 1991*. Bull. Am. Met. Soc., Vol.72, No.12.
- . Kasahara, A. 1974. *Various vertical coordinate systems used for numerical weather prediction*, Mon. Wea. Rev, 102, 504-522.
- . Liou, K.N. 1980. *An Introduction to Atmospheric Radiation*. Academic Press, N.Y.
- . Lucio, M. 1926. *La legitimidad de las inferencias, dos probables periodos del tiempo y teoria de los ciclones tropicales*. Imprenta Reveles, Mexico D.F.
- . Meyer, R. 1982. *Introduction to Mathematical Fluid Dynamics*. Ed 2 Dover, N.Y.

- . Morales, T., Ritter, A., Mosiño, P. A y Orozco, L. 1988. *Estudio de las heladas para el estado de Tlaxcala*, Memorias del II Congreso Interamericano de Meteorología y III Congreso Mexicano de Meteorología, 14-18 de nov. cdad de México.
- . Noble, C. y Lebrija, M. 1956. *La Sequía en México y su Previsión*. Boletín de la Sociedad de Geografía y Estadística, México D.F.
- . Peixoto, J. y Oort, A. 1992. *Physics of Climate*. Ammerican Institute of Physics, N.Y.
- . Pertz, I. 1990. *About the premature and tardy frosts that occurred over the central plateau of Mexico and were associated with some tropical cyclones*. Rev. *Atmósfera* Vol.3 No.2, CCA, D.F.
- . Petterssen, S. 1976. *Introducción a la Meteorología*. Espasa-Calpe, S.A, Madrid.
- . Pielke, R. 1990. *The Hurricane*. Routledge, London.
- . Rose, C.W. 1966. *Agricultural Physics*. Pergamon, Oxford.
- . Sommerfeld, A. 1952. *Thermodynamics and Statistical Mechanics*. Academic Press, N.Y.
- . Trewartha, G.T. 1954. *An introduction to climate*. McGraw Hill, N.Y.
- . Zorbjan, Z. 1989. *Structure of the Atmospheric Boundary Layer*. Prentice Hall, N.Y.
-