



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO



FACULTAD DE QUIMICA

**VISUALIZACION DEL DESPLAZAMIENTO
INMISCIBLE DE FLUIDOS EN MEDIOS
POROSOS FRACTURADOS**



**QUIMICA
D.E.P.B.**

**TESIS QUE PARA OBTENER EL GRADO
DE DOCTOR EN CIENCIAS QUIMICAS
(FISICOQUIMICA) PRESENTA LA
M. en C. JUANA CRUZ HERNANDEZ**

**DIRECTOR DE TESIS:
DR. FERNANDO SAMANIEGO VERDUZCO**

MEXICO, D. F.

OCTUBRE 1997

M-255110



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

AGRADECIMIENTOS

Agradezco al Dr. Fernando Samaniego Verduzco su asesoría en la elaboración de esta tesis. Agradezco a los Sres. Doctores Enrique Bazúa Rueda y Fernando Rodríguez de la Garza, integrantes de mi comité tutorial, sus valiosos comentarios y sugerencias durante el desarrollo de esta tesis. A los doctores: Rodolfo Camacho Velázquez, Ramiro Rodríguez Castillo, Jesús Rivera Rodríguez, Alfredo Arriola Torres y Raymundo Martínez Angeles, agradezco el tiempo dedicado a la revisión del manuscrito de este trabajo y sus valiosos comentarios y sugerencias.

Al Fís. Candelario Pérez Rosales agradezco su paciencia y su apoyo durante todos los años que he laborado bajo sus órdenes, así como su asesoría en el desarrollo de este proyecto. Para el Sr. Juan José Martínez de la Rosa, mi más sincero agradecimiento por su valiosa ayuda en el trabajo diario.

A mis compañeros de la Línea de Recuperación Secundaria y Mejorada del Instituto Mexicano del Petróleo: al Ing. Emigdio Castañeda Perdomo agradezco su apoyo en la parte experimental de este trabajo, a Raymundo Martínez y Agustín Hayashi, agradezco sus comentarios y el interés mostrado durante el desarrollo de esta tesis.

Al Dr. Alfredo Arriola Torres y a la Dra. Alma América Porres Luna, Subdirector de Exploración y Producción del IMP y Gerente de Ingeniería de Yacimientos, respectivamente, agradezco las facilidades otorgadas durante el desarrollo de este trabajo.

A mis amigos y compañeros, tanto del Instituto Mexicano del Petróleo como de la Universidad Nacional Autónoma de México, agradezco su apoyo y el agradable ambiente de trabajo que me brindan.

Octubre 1997.

Juana Cruz Hernández

DEDICATORIA

M (1)

Dedico este trabajo a mis padres,

a mis hermanos,

a mis amigos,

a Lupita,

*y, muy especialmente, a Andrey, el hermoso hijo que la vida
me dió.*

CONTENIDO

NOMENCLATURA	i
TABLAS	iv
FIGURAS	iv
RESUMEN	viii
ABSTRACT	x
CAPÍTULO 1: INTRODUCCION	1
CAPÍTULO 2: ANTECEDENTES	3
CAPÍTULO 3: LA CELDA POROSA BIDIMENSIONAL, UNA NUEVA HERRAMIENTA PARA EL ESTUDIO DEL DESPLAZAMIENTO EN UN MEDIO POROSO HOMOGENEO	6
LA CELDA POROSA BIDIMENSIONAL	7
CORRIDAS DE DESPLAZAMIENTO EN CELDAS POROSAS HOMOGÉNEAS	9
EFICIENCIAS DE BARRIDO	15
VARIACION DE LA SATURACION DE AGUA EN ARREGLOS DE CINCO Y SIETE POZOS	18
CAPÍTULO 4: MODELO TEORICO PARA EL DESPLAZAMIENTO DE ACEITE POR AGUA EN UN MEDIO POROSO HOMOGENEO	22
FORMULACIÓN DEL MODELO	22
RECUPERACIÓN DE ACEITE	27
VALIDACION DEL MODELO TEORICO.	29
CAPÍTULO 5: DESPLAZAMIENTO DE ACEITE POR AGUA EN UN MEDIO POROSO FRACTURADO.	32
CELDA POROSA CON FRACTURAS	32
CORRIDAS DE DESPLAZAMIENTO EN UNA CELDA POROSA FRACTURADA CIRCULAR.	33

CAPÍTULO 6: MODELO ANALITICO PARA EL DESPLAZAMIENTO	
LINEAL INMISCIBLE EN UN MEDIO POROSO FRACTURADO . . .	36
FORMULACIÓN DEL MODELO	36
TRABAJO EXPERIMENTAL	39
CAPÍTULO 7: MODELO LINEAL DE DESPLAZAMIENTO CONSIDERANDO	
DISPERSION DE LOS FLUIDOS.	46
FORMULACIÓN DEL MODELO	46
COMPARACIÓN TEORÍA-EXPERIMENTO	49
CAPÍTULO 8: MODELO ANALITICO PARA EL DESPLAZAMIENTO	
RADIAL INMISCIBLE EN UN MEDIO POROSO	
FRACTURADO	51
FORMULACIÓN DEL MODELO	51
COMPROBACIÓN EXPERIMENTAL	55
CAPÍTULO 9: PROCESOS DE IMBIBICION	59
FORMULACIÓN DE UN MODELO PARA LA IMBIBICIÓN EN	
UN BLOQUE DE MATRIZ	59
EXPERIMENTOS DE IMBIBICIÓN EN UN BLOQUE DE MATRIZ. . .	62
EXPERIMENTOS DE IMBIBICIÓN EN UNA CELDA	
FRACTURADA	64
CAPÍTULO 10: EXPERIMENTOS DE SUDACION	66
DISPOSITIVO EXPERIMENTAL	66
CORRIDAS EXPERIMENTALES DE SUDACIÓN EN UN	
BLOQUE DE MATRIZ	67
COMPARACIÓN ENTRE MEDICIÓN MANUAL Y MEDICIÓN	
AUTOMATIZADA DEL ÁREA.	69
EXPERIMENTOS DE SUDACIÓN EN UNA CELDA	
FRACTURADA	71
AJUSTE DEL MODELO DE IMBIBICIÓN A LOS RESULTADOS	
EXPERIMENTALES DE SUDACIÓN	72
CAPÍTULO 11: ANALISIS DE LA FUNCION DE TRANSFERENCIA DE	
FLUIDOS ENTRE MATRIZ Y FRACTURA	74
ANÁLISIS DE LA BIBLIOGRAFÍA	74
COMPARACIÓN CON LA FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA	
USADA EN ESTA TESIS	80

CONCLUSIONES	82
TRABAJO FUTURO	86
REFERENCIAS	87
APENDICE A: ECUACIÓN PARA EL FLUJO DE AGUA EN LOS CANALES PREFERENCIALES DE UN MEDIO POROSO.	94
APENDICE B: EXPRESIONES PARA LAS SATURACIONES DE AGUA EN EL MODELO RADIAL	97
CASO HOMOGÉNEO	97
CASO FRACTURADO	101
EXPRESIÓN PARA LA SATURACIÓN TOTAL DE AGUA EN UN MEDIO HOMOGÉNEO	102
SATURACIÓN TOTAL DE AGUA EN UN MEDIO POROSO FRACTURADO	104
APENDICE C: EXPRESIÓN PARA LA SATURACIÓN DE AGUA EN UN PROCESO DE IMBIBICIÓN	105
APENDICE D: SOLUCIÓN DEL MODELO LINEAL	107
SIN DISPERSIÓN EN LAS FRACTURAS	107
CON DISPERSIÓN EN LAS FRACTURAS	111

NOMENCLATURA

- A Área [L^2]
- A_i Área invadida por agua en la celda interior [L^2]
- A_a Área activa de la celda de trabajo [L^2]
- B_o Factor de volumen del aceite [Adimensional]
- D Coeficiente de difusión [L^2/T]
- D Coeficiente de dispersión [L^2/T]
- DD Coeficiente adimensional de dispersión
- E_f Eficiencia de barrido [Adimensional]
- F Fracción volumétrica de la porosidad primaria o de la porosidad de fracturas [Adimensional]
- F_s Factor de forma [$1/L^2$]
- f Fracción del área que queda sin barrer en la celda interior [Adimensional]
- h Separación media entre las placas de la celda [L]
- \bar{J} Densidad de flujo de agua [L/T]
- k Permeabilidad absoluta [L^2]
- k_{ma} Permeabilidad de la matriz [L^2]
- k_w Permeabilidad efectiva $k_w = k k_{rw}$ [L^2]
- k_x Permeabilidad absoluta en la dirección x [L^2]
- k_{ro}^o Permeabilidad relativa al aceite en S_{wI} [Adimensional]
- k_{rw}^o Permeabilidad relativa al agua en S_{wI} [Adimensional]
- K Coeficiente de transferencia [1/T]
- KD Coeficiente adimensional de transferencia
- N_{maRu} Aceite total recuperable de la matriz [L^3]
- N_p Volumen de aceite producido, recuperación de aceite [L^3]
- N_{pn} Recuperación normalizada de aceite [Adimensional]
- l_i Longitud de los segmentos de recta que quedan dentro del área invadida [L]
- L Longitud [L]
-
-

-
- L_s Suma de los segmentos de arco correspondientes a agua [L]
 n Número de nodos que caen en el área invadida
 \hat{n} Vector normal unitario
 N Número total de nodos en el área de interés
 p Presión [M/LT²]
 p_c Presión capilar [M/LT²]
 p_{cwoi} Presión capilar agua-aceite inicial [M/LT²]
 p_{cwo} Presión capilar agua-aceite en la matriz [M/LT²]
 p_{cmi} Presión capilar en la matriz medida a S_{wi} [M/LT²]
 q Gasto [L³/T]
 r_D Distancia radial adimensional [L]
 R Radio de referencia [L]
 S_{orma} Saturación de aceite residual en la matriz [Adimensional]
 S_{or} Saturación residual de aceite [Adimensional]
 S_{wa} Saturación activa de agua [Adimensional]
 S_{wcma} Saturación de agua congénita en la matriz [Adimensional]
 S_{wma} Saturación de agua en la matriz [Adimensional]
 \bar{S}_{wa} Saturación de agua activa promedio [Adimensional]
 S_{wi} Saturación inicial de agua [Adimensional]
 S_w Saturación total de agua [Adimensional]
 S_{w1} Saturación de agua en la región primaria [Adimensional]
 S_{w2} Saturación de agua en la región secundaria [Adimensional]
 S_{wf} Saturación de agua en las fracturas [Adimensional]
 S_{wf} Saturación final de agua en un proceso de imbibición [Adimensional]
 S_{wm} Saturación de agua en la matriz [Adimensional]
 s Variable de Laplace
 t Tiempo [T]
 t_D Tiempo adimensional
 u componente x de la velocidad intersticial [L/T]
 v velocidad intersticial promedio [L/T]
 V Velocidad de Darcy [L/T]
-

- V Volumen de control en el que se aplica la ec. de continuidad [L^3]
 V_R Volumen $\Delta x \Delta y \Delta z$ en el yacimiento [L^3]
 V_t Volumen total del medio [L^3]
 V_1 Volumen poroso de la región primaria [L^3]
 V_2 Volumen poroso de la región secundaria [L^3]
 V_w Volumen total de agua [L^3]
 V_{w1} Volumen de agua en la región primaria [L^3]
 V_{w2} Volumen de agua en la región secundaria [L^3]
 W'_{iu} Gasto de imbibición de agua [L^3/T]
 x_D Distancia adimensional en la dirección x
 y_D Distancia adimensional en la dirección y
 z Variable de integración

Alfabeto Griego

- λ Constante de recuperación exponencial [$1/T$]
 $\lambda_i \ i=1,2,3$ Parámetro de disminución del aceite en la región i [$1/T$]

$$\lambda_i = \frac{k_i}{\mu_i} \text{ Movilidad de la fase } i \text{ [L}^3\text{T/M]}$$

- μ Viscosidad del fluido [M/LT]
 μ_i Viscosidad del fluido i [M/LT]
 ϕ Porosidad total del medio poroso [Adimensional]
 ϕ_{ma} Porosidad de la matriz [Adimensional]
 ϕ_1 Porosidad primaria [Adimensional]
 ϕ_2 Porosidad secundaria [Adimensional]
 σ Factor de forma [$1/L^2$]
 σ Tensión interfacial agua-aceite [M/T^2]
 τ_o Gasto de transferencia de aceite de la matriz a la fractura [L^3/T]
 θ Ángulo de contacto agua-aceite

LISTA DE TABLAS Y FIGURAS

TABLAS	Nº	DESCRIPCION	PAGINA
	1	Saturación de agua en un arreglo de siete pozos al momento de la irrupción.	19
	2	Saturación de agua en un arreglo de cinco pozos al momento de la irrupción.	20
	3	Recuperación de aceite para diferentes tiempos adimensionales.	30
	4	Características de la muestra cilíndrica de roca Berea.	44
	5	Saturación de agua en la matriz en un medio poroso fracturado.	57
	6	Comparación entre la mediciones de área manual y automatizada.	70

FIGURAS	Nº	DESCRIPCION	PAGINA
	1	Celda porosa bidimensional homogénea.	7
	2	Equipo para videgrabar procesos de desplazamiento.	8
	3	Equipo para fotografiar procesos de desplazamiento.	8
	4	Desplazamiento de aceite por agua en una celda circular.	9
	5	Desplazamiento de aceite por aire en una celda circular.	10
	6	Desplazamiento de agua por aire en una celda circular.	10
	7	Desplazamiento miscible de glicerina por agua.	11
	8	Desplazamiento de agua destilada por agua teñida con azul de metileno.	11
	9	Desplazamiento de aceite por agua en un arreglo de cinco pozos.	12
	10	Desplazamiento de aceite por agua en un arreglo de siete pozos	13
	11	Malla para la determinación de la eficiencia de barrido aplicada a un sector de una celda hexagonal.	14

<i>Nº</i>	<i>DESCRIPCION</i>	<i>PAGINA</i>
12	Desplazamiento de aceite por agua en un cuadrante de un arreglo de cinco pozos.	15
13	Desplazamiento de aceite por agua en un sextante de un arreglo de siete pozos.	16
14	Desplazamiento de aceite por agua en un sector de 90° de una celda circular.	17
15	Arreglo para determinar la distribución de la saturación de agua al momento de la irrupción.	18
16	Distribución de la saturación de agua para un arreglo de siete pozos al momento de la irrupción.	20
17	Distribución de la saturación de agua al momento de la irrupción para un arreglo de cinco pozos.	21
18	Secuencia de un desplazamiento de aceite por agua en una celda circular.	22
19	Comparación entre las saturaciones primaria, secundaria y total.	26
20	Diagrama del área de estudio.	27
21	Comparación entre teoría y resultados experimentales para la recuperación de aceite (caso homogéneo).	29
22	Diagrama de una celda circular con fracturas.	32
23	Desplazamiento de aceite pesado por agua inyectada en el centro de un bloque.	33
24	Desplazamiento de aceite ligero por agua inyectada en el centro de un bloque.	33
25	Desplazamiento de aceite pesado por agua inyectada en la intersección de dos fracturas.	34
26	Desplazamiento de aceite ligero por agua inyectada en la intersección de dos fracturas.	34
27	Mecanismo de desplazamiento de fluidos en un medio poroso fracturado.	36
28	Celda porosa con fracturas para simular un desplazamiento lineal.	39

<i>Nº</i>	<i>DESCRIPCION</i>	<i>PAGINA</i>
29	Dispositivo experimental para pruebas de desplazamiento en celdas de vidrio.	40
30	Patrón de avance para un tiempo 55.2 seg. de haberse iniciado el experimento.	40
31	Patrón de avance para un tiempo 1 h 52 m de haberse iniciado la inyección.	41
32	Secuencia de invasión del bloque en estudio.	41
33	Comparación teórico-experimental para la saturación de agua en la matriz.	42
34	Medio poroso "fracturado".	42
35	Dispositivo experimental para pruebas de desplazamiento en núcleos.	43
36	Ajuste del modelo a los datos experimentales de recuperación de aceite.	45
37	Comparación teoría-experimento para la recuperación normalizada de aceite.	49
38	Variación de las saturaciones de matriz y fractura para valores hipotéticos del tiempo adimensional y los parámetros del modelo.	54
39	Comportamiento de las saturaciones de agua de matriz y fractura para valores hipotéticos de la distancia adimensional y los parámetros del modelo.	55
40	Patrón de avance en una celda circular fracturada.	56
41	Ajuste de una curva teórica a los puntos experimentales de saturación de agua de matriz.	
42	Saturación de agua de matriz contra tiempo adimensional para el experimento de la Fig. 25, Capítulo 5.	58
43	Origen de coordenadas en un bloque de lado L.	60
44	Arreglo experimental para procesos de imbibición en una celda porosa.	62
45	Secuencia de imbibición en una celda que simula un bloque de matriz.	62
46	Comparación entre resultados experimentales y modelo.	63

<i>Nº</i>	<i>DESCRIPCION</i>	<i>PAGINA</i>
47	Experimento de imbibición en una celda con red de fracturas.	64
48	Recuperación de aceite por imbibición en un medio poroso que consta de 25 bloques de matriz.	64
49	Dispositivo experimental para estudios de sudación.	66
50	Patrón de avance en una celda cuadrada, abierta por un lado.	67
51	Patrón de avance en una celda cuadrada, abierta por dos lados.	67
52	Patrón de avance en una celda cuadrada, con cuatro lados abiertos.	68
53	Recuperación normalizada para un experimento de sudación en una celda cuadrada con un lado abierto.	68
54	Recuperación normalizada para un experimento de sudación en una celda cuadrada con cuatro lados abiertos.	69
55	Patrón de avance en una celda fracturada, abierta en todo su perímetro.	71
56	Recuperación normalizada de aceite en un experimento de sudación usando una celda con 25 bloques de matriz.	72
57	Ajuste teórico a la recuperación de aceite por sudación para una celda cuadrada con cuatro lados abiertos	73

RESUMEN

Para visualizar la manera en que se desplazan los fluidos a través de un medio poroso, se diseñó y construyó un dispositivo experimental cuya componente más importante es una celda de vidrio, que presenta una distribución aleatoria de poros, similar a la de una roca natural. Se realizaron experimentos de desplazamiento de un fluido por otro en celdas de diferente geometría, que simulan un medio poroso homogéneo (es decir, que no presenta fracturas).

Con base en los resultados obtenidos en los experimentos mencionados en el párrafo anterior, se formuló un modelo teórico para el desplazamiento de aceite por agua en una celda circular. Se compararon los resultados experimentales de recuperación normalizada de aceite con las predicciones del modelo, encontrándose buena concordancia.

Se construyeron celdas porosas bidimensionales rectangulares y circulares, que simulan un medio poroso fracturado, con bloques de matriz y canales, de baja y alta permeabilidad, respectivamente. Los resultados experimentales obtenidos para el desplazamiento de aceite por agua en estas celdas, sirvieron de base para el desarrollo de dos modelos para el desplazamiento de aceite por agua en un medio poroso fracturado. El primero de éstos, que hemos llamado modelo sin dispersión en las fracturas, tiene una versión lineal y una radial. El segundo modelo, que considera dispersión en las fracturas, fue desarrollado sólo en su versión lineal.

El primer modelo (sin dispersión), permitió hacer una comparación teoría-experimento para la saturación de agua en los bloques de matriz, tanto en la celda circular como en la celda rectangular. Como resultado de esta comparación, se obtuvo que el modelo ajusta razonablemente los resultados experimentales.

Con la finalidad de probar el modelo sin dispersión en un medio poroso real, se diseñó un experimento que utiliza un medio poroso fracturado que está constituido por un bloque de matriz cilíndrico de arenisca Berea, rodeado por una fractura anular. Al comparar las predicciones del modelo con los resultados experimentales, se observó que el ajuste dado por el modelo no era muy bueno para tiempos adimensionales mayores a 2.5. Por

esta razón, se decidió utilizar el modelo matemático que considera que el transporte de los fluidos a través de las fracturas tiene una componente convectiva y una dispersiva. El ajuste de este modelo a los datos experimentales de recuperación normalizada de aceite fue mejor que el obtenido con el primer modelo, que considera que el transporte a través de las fracturas es solo convectivo.

Además, se realizaron experimentos de imbibición usando esencialmente dos tipos de celda: una que simula un solo bloque de matriz, y otra que consta de 25 bloques rodeados por fracturas. Se desarrolló un modelo matemático para el caso de un solo bloque. Este modelo considera que el proceso de imbibición está regido por la ecuación de difusión. Se compararon las predicciones del modelo con nuestros resultados experimentales, hallándose buena concordancia.

También, para visualizar la influencia de la fuerza de gravedad, se realizaron experimentos en que están presentes tanto las fuerzas capilares como la gravedad. A este proceso se le llama sudación. En la experimentación se usaron los dos tipos de celda utilizados en los experimentos de imbibición.

Se considera que los resultados experimentales de imbibición y sudación, constituyen una contribución original de esta tesis a la comprensión de los mecanismos que están presentes en el desplazamiento inmisible de aceite por agua en medios porosos fracturados.

Además, se considera que los modelos teóricos desarrollados pueden servir de base para la implementación de mejores simuladores computacionales de yacimientos de petróleo, que incorporen de manera confiable el intercambio de fluidos entre matriz y fractura, lo que indudablemente se traduciría en una mejor planeación de los proyectos de recuperación secundaria en yacimientos naturalmente fracturados, que son los principales productores a nivel mundial.

VISUALIZATION OF IMMISCIBLE FLUIDS DISPLACEMENT THROUGH FRACTURED POROUS MEDIA

ABSTRACT

This thesis describes the design and construction of an experimental arrangement that allows the visualization of fluid flow through a porous medium, homogeneous or fractured. The main part of this arrangement is a two-dimensional glass cell with a random pore distribution, similar to that of a natural rock. Simulation of a homogeneous (without fractures) porous medium was performed by cells with various geometries. These cells were used to carry out displacement experiments. Based on the experimental results obtained, a theoretical model for oil displacement by water in a circular cell was developed. A comparison between model predictions and experimental results for normalized oil recovery was made, obtaining good agreement.

Two-dimensional porous rectangular and circular cells were built. These cells simulate fractured porous media, having small permeability matrix blocks and high permeability channels. Based on the experimental results, two models for oil displacement by water within a fractured porous medium were developed. The first model, named "model without dispersion in the fractures", was derived for linear and radial flow. The second model which considers convection-dispersion flow in the fractures, was developed only for the case of linear flow. These models were used in a theoretical-experimental comparison for the normalized oil recovery. The experimental results used for this comparison were obtained with a two-dimensional porous cell, and a fractured medium which has a matrix block of Berea sandstone. A better fitting to the experimental points was obtained with the second model for the normalized oil recovery in the Berea sandstone fractured medium. It is considered that this experiment more closely models the actual process in a reservoir.

Imbibition (only capillary effects are present) and sudation (capillary and gravity effects are present), were carried out using essentially two types of cells: one that simulates just one matrix block and the other constituted by 25 square matrix blocks surrounded by fractures. A mathematical model for imbibition in one matrix block was developed, assuming that imbibition was a diffusion-like process.

It is considered that the imbibition and sudation experimental results presented, are an original contribution of this thesis towards a better understanding of the mechanisms involved during immiscible displacement of oil by water, within fractured porous media.

It is also considered that the models developed in this work can be used as the basis for implementing better numerical simulators of fractured oil reservoirs, since they provide a better understanding of interchange of fluids between matrix and fracture. It is believed that this contribution would allow a better decision making in planning secondary oil recovery in naturally fractured reservoirs, which nowadays are the main producers all around the world.

CAPITULO 1

INTRODUCCION

Las formaciones rocosas naturales son heterogéneas como resultado de la depositación, la tectónica y las condiciones ambientales a través de millones de años. En términos de las propiedades de flujo, estas heterogeneidades se manifiestan en sí mismas a través de gran variedad de formas, una de éstas la constituyen las formaciones fracturadas, con trayectorias de flujo de alta y baja permeabilidad.

Los yacimientos fracturados están constituidos por dos sistemas porosos. A la porosidad intergranular, formada por los espacios vacíos entre los granos de roca, se le llama porosidad primaria y a la porosidad formada por el espacio vacío de las fracturas se le llama porosidad secundaria.

Los parámetros físicos de los fluidos y de la roca que influyen en el flujo a través de un medio poroso son principalmente: densidad, viscosidad, tensión interfacial, permeabilidad, mojabilidad, el ancho de las fracturas, etc.

En un yacimiento fracturado las fuerzas capilares desempeñan un papel más importante que en un yacimiento homogéneo. Si una roca está completamente saturada por un fluido no mojante, el desplazamiento de este fluido por una fase mojante está relacionado con la magnitud de las fuerzas capilares, y con la disminución correspondiente de la saturación de la fase no mojante.

El flujo de fluidos a través de medios porosos fracturados ha recibido un fuerte impulso en los últimos años, debido a la importancia que tiene este proceso en diversas áreas de la ingeniería. Los yacimientos de hidrocarburos más importantes a nivel mundial, son naturalmente fracturados. En el caso de México en la actualidad las principales áreas petroleras están en los estados de Campeche, Chiapas y Tabasco, de las que se obtiene aproximadamente el 90% de la producción de aceite. Ahí, los yacimientos se localizan en rocas carbonatadas que presentan un alto grado de fracturamiento, lo cual requiere un conocimiento amplio de los mecanismos que están presentes en el desplazamiento de aceite por agua con el fin de poder

planear óptimamente los proyectos de recuperación secundaria de hidrocarburos por inyección de agua.

El propósito principal de este trabajo es estudiar el desplazamiento de aceite por agua en un medio poroso fracturado, utilizando una celda porosa bidimensional. La celda hace uso de la diferencia de índices de refracción de los fluidos, para seguir con todo detalle la forma en que éstos avanzan dentro del medio poroso.

Se formula un modelo para la descripción del desplazamiento de aceite por agua en un medio poroso fracturado. Este modelo tiene una versión lineal y una versión radial, que permiten calcular la saturación de agua en los bloques de matriz, cantidad que es medible en los experimentos de desplazamiento realizados en una celda circular y una rectangular. Las predicciones del modelo ajustan de manera razonable los resultados experimentales.

Una de las inquietudes que surgen en el estudio de la recuperación secundaria de hidrocarburos en medios porosos fracturados es saber como el aceite contenido en los bloques de matriz sale hacia las fracturas. Para tratar de ver el tipo de patrones de avance que se forman en un proceso de imbibición y de sudación, se diseñaron experimentos en los que se puede observar el avance del agua en un bloque de matriz. En el fenómeno de imbibición inicialmente sólo están presentes las fuerzas capilares y en la sudación se tienen las fuerzas capilares y gravitacionales.

Para el caso de imbibición se propone también un modelo que explica la entrada de agua a un bloque matriz, con la consiguiente expulsión del aceite contenido en sus poros. Este modelo se basa en la consideración de que el proceso de imbibición es pseudo-difusivo, es decir, está regido por la ecuación de difusión.

Se discuten algunos rasgos importantes de los diferentes experimentos. Finalmente, se analiza la forma matemática de la función de transferencia de fluidos matriz- fractura, y se presentan las conclusiones de este trabajo.

CAPITULO 2

ANTECEDENTES

El transporte de fluidos a través de medios porosos es un proceso que se presenta en muchas ramas de la ciencia y la ingeniería, como por ejemplo en la geohidrología, la ingeniería de yacimientos, la mecánica de suelos y la ingeniería química. El flujo de agua en el subsuelo, el transporte de hidrocarburos en los yacimientos petrolíferos, los procesos de filtración, la cromatografía y la utilización de catalizadores porosos son algunos de los numerosos procesos que involucran el paso de un fluido a través de un medio poroso. Pero, a pesar de su importancia, la investigación básica sobre este tópico es más bien escasa.

Debido a la complejidad del proceso, en el que intervienen no sólo la estructura tortuosa del medio, sino también las propiedades del fluido y las fuerzas superficiales que aparecen como consecuencia de la interacción medio poroso-fluido, hasta la fecha no existe una descripción completa y general del transporte de fluidos en medios porosos. Sin embargo, sí existen numerosos modelos, la mayoría empíricos, que explican las características de este proceso.

Un yacimiento petrolífero consiste en un cuerpo de roca saturada con hidrocarburos y agua. Sus elementos constitutivos forman un sistema sobrepresionado, cuya cima está sellada por una roca impermeable, y cuya base puede estar en contacto con un acuífero. Los poros de la roca son normalmente microscópicos, y sus diámetros van desde unas cuantas micras hasta unas cuantas decenas de micras. Los hidrocarburos se presentan en forma líquida y/o gaseosa, con la fase gaseosa ocupando la parte superior del yacimiento. El agua es una solución salina de diferentes sustancias, donde las sales dominantes son NaCl, MgSO₄, MgCl₂, CaCl₂, KCl y NaHCO₃.

Cuando se perfora un pozo hasta alcanzar el yacimiento, éste sirve de vía de escape para los fluidos; en consecuencia, los fluidos sobrepresionados del yacimiento se desplazan desde su lugar de residencia en el yacimiento hacia el pozo, y de ahí a la superficie.

El movimiento de fluidos dentro de un yacimiento es un proceso complejo, aún no bien conocido. Muchos factores contribuyen a la complejidad del proceso, tales como los fenómenos de tensión interfacial, capilaridad, adsorción, dispersión, segregación, coalescencia, etc.

El estudio cuantitativo del comportamiento de yacimientos tiene sus raíces en la geohidrología. En 1856, Darcy publicó su estudio sobre el flujo de agua en columnas verticales de arena empacada. Sus investigaciones condujeron a la formulación de lo que ahora se conoce como la Ley de Darcy. Esta ley establece que el gasto q de un fluido homogéneo a través de un lecho de arena es directamente proporcional al gradiente de presión y al área expuesta al flujo, e inversamente proporcional a la viscosidad μ del fluido. Analíticamente,

$$q = -\frac{kA}{\mu} \frac{dp}{dx}$$

La constante de proporcionalidad k recibe el nombre de permeabilidad; al igual que la porosidad, k está determinada solamente por la estructura del medio poroso y es independiente de la naturaleza del fluido que satura el medio poroso. A este parámetro k se le llama también permeabilidad absoluta, y es la facilidad de un medio poroso para conducir fluidos de una sola fase.

Más adelante se hicieron estudios sistemáticos sobre el desplazamiento de mezclas de dos o más fases. Los trabajos más relevantes se debieron a Wyckoff y Botset (1936), Botset (1939, 1940), Leverett (1939, 1941) y Leverett y Lewis (1941). Estos investigadores generalizaron los resultados de Darcy e introdujeron el concepto de permeabilidad relativa, que en la actualidad es la parte fundamental en la simulación del comportamiento de yacimientos petrolíferos.

En las décadas de los treinta y cuarenta, Muskat (1937, 1949) le dio a la física de yacimientos un impulso sin precedente, estableciendo las bases teóricas para el análisis del comportamiento de yacimientos. Este autor reunió sus conocimientos en dos libros (Muskat, 1937, 1949) que se consideran fundamentales.

En tiempos recientes ha habido avances significativos en otras líneas de investigación. Una de ellas es la que considera el desplazamiento de

fluidos en un yacimiento como un proceso de convección-dispersión, donde el medio poroso es considerado como un sistema con regiones fluyentes y regiones de estancamiento. El trabajo pionero en esta área fue realizado por Coats y Smith (1964). Este enfoque ha ayudado a comprender con gran profundidad los mecanismos de desplazamiento de fluidos en medios porosos. Algunos de los principales seguidores del movimiento iniciado por Coats y Smith han sido Stalkup (1970), Brigham (1974), Baker (1977), Batycky, Maini y Fisher (1982) y Bretz y Orr (1987).

Durante la vida productiva de un yacimiento, éste puede pasar por tres etapas. En la etapa de producción primaria, la energía de sobrepresionamiento de los fluidos y roca almacenante es aprovechada para expulsar los fluidos residentes a la superficie. Esta etapa termina cuando los mecanismos naturales dejan de funcionar eficientemente. Las estadísticas señalan que, en promedio, la recuperación de crudo por producción primaria es del orden del 20% del aceite original del yacimiento (Langnes, 1972; Lake, 1989).

Después viene la etapa de recuperación secundaria. El método de recuperación secundaria usado comúnmente consiste en convertir algunos pozos productores en inyectores, o perforar pozos adicionales en localizaciones apropiadas, de acuerdo a los resultados de un estudio específico. A través de éstos se inyecta agua a presión al yacimiento, lo que represiona al sistema y desplaza los hidrocarburos hacia los pozos productores. Por este método se obtiene del orden del 15% de hidrocarburos adicionales (Langnes, 1972; Lake, 1989). Como se observa, después de las dos primeras etapas queda aún el 65% del aceite original en el yacimiento.

En la actualidad, se ha estado experimentando en el laboratorio y en el campo una tercera etapa que se ha llamado terciaria o mejorada, y que consiste en inyectar al yacimiento agentes químicos, tales como surfactantes, polímeros, gases miscibles y otros, mediante los cuales se pueden obtener cantidades adicionales de hidrocarburos. En el presente, la recuperación terciaria no es económicamente atractiva debido, por un lado, a los bajos costos del petróleo y, por el otro, a que las tecnologías aún no están bien desarrolladas.

CAPITULO 3

LA CELDA POROSA BIDIMENSIONAL, UNA NUEVA HERRAMIENTA PARA EL ESTUDIO DEL DESPLAZAMIENTO EN UN MEDIO POROSO HOMOGÉNEO

Es una realidad que el mundo depende cada vez más de la recuperación secundaria de hidrocarburos para satisfacer sus necesidades energéticas. Y muy probablemente esta dependencia se extienda pronto a la recuperación mejorada. Esta situación de dependencia en formas artificiales de producción de hidrocarburos, hace imperativa la implantación de políticas de investigación, que conduzcan a metodologías más eficientes de extracción de petróleo en las etapas posteriores a la explotación primaria de los yacimientos.

Tradicionalmente, en los estudios de desplazamiento de fluidos se ha hecho uso de muestras de roca natural. Apoyándose en resultados experimentales, se han establecido conceptos y formulado modelos matemáticos. Uno de los problemas que se presentan en la interpretación de los resultados experimentales se debe a que la roca natural es opaca a la luz visible, por lo que no es posible ver directamente el flujo de los fluidos dentro de la roca. Para tratar de resolver este problema, se ha hecho uso de métodos indirectos, tales como el eléctrico (Geffen, 1951; Leverett, 1939; Wyckoff, 1936), el de rayos X (Slobod, 1972; Vinegar, 1987), el de rayos Gamma (Kalaydjian, 1989), el ultrasónico (Bacri, 1987) y el de resonancia magnética nuclear (Guillot, 1988). Sin embargo, estos métodos tienen la limitación de que su poder de resolución no permite obtener el detalle suficiente para hacer estudios cuantitativos de precisión.

Una alternativa consiste en utilizar dispositivos bidimensionales transparentes, entre los que podemos citar los modelos Hele-Shaw (Mahaffey, 1966; Paterson, 1981, 1985; Park, 1985), los modelos reticulares grabados

en vidrio (McKellar, 1982; Peden, 1985; Mattax, 1961; Chen, 1987) y las celdas planas de esferas de vidrio (Chatenever, 1952; Cooke, 1974; Egboah, 1980). Aunque estos dispositivos permiten visualizar con detalle los mecanismos de desplazamiento de los fluidos, tienen el inconveniente de que las características geométricas de sus poros no son similares a las de una roca natural. Para tratar de superar esta limitación, se diseñó una celda porosa bidimensional.

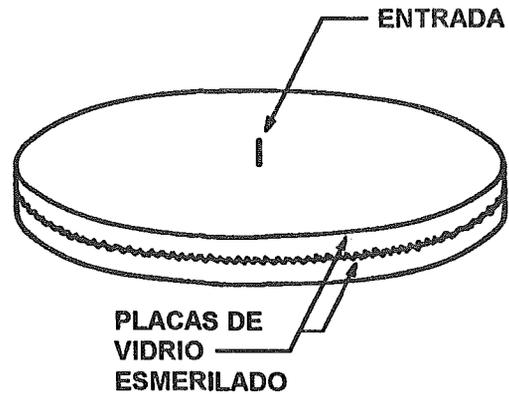


FIG. 1. CELDA POROSA BIDIMENSIONAL.

LA CELDA POROSA BIDIMENSIONAL La primera fase del proyecto de investigación consistió en desarrollar una infraestructura experimental, que permitiera hacer investigación de frontera en el área del flujo de fluidos en medios porosos. Para este fin, se buscaron nuevas alternativas basadas en ideas no explotadas por otros investigadores. El resultado de este trabajo fue un sistema experimental novedoso, cuya componente principal es una celda porosa bidimensional que tiene una distribución aleatoria de poros. Los experimentos que se han realizado a la fecha, han demostrado que el equipo desarrollado es ideal para hacer observaciones cuantitativas de precisión, en relación a los mecanismos del desplazamiento miscible e inmisible de fluidos en medios homogéneos y fracturados.

Para construir una celda porosa bidimensional se toman dos placas de vidrio y se esmerilan por una de sus caras con un abrasivo de tamaño de grano apropiado. Al poner en contacto las placas de manera que las superficies rugosas queden en contacto, se forma entre ellas un espacio poroso que tiene una distribución aleatoria de poros, semejante a la de un medio poroso natural. La Fig. 1 muestra una celda circular con un pozo inyector en el centro.

Cuando el espacio poroso entre las placas está ocupado por aire, el sistema es translúcido, pero por el contrario, cuando el espacio se satura con un fluido de índice de refracción similar al del vidrio (aceite, por ejemplo), la celda se vuelve transparente. Si entonces se inyecta en el centro de la celda otro fluido (agua, por ejemplo) para desplazar

al primero, las áreas invadidas se vuelven semiopacas, debido al contraste de índices de refracción entre el segundo fluido y el vidrio.

Las observaciones se pueden hacer en forma directa o, bien, a través de un sistema de monitoreo y registro, como el que se muestra en la Fig. 2, que consta de: 1) una celda de desplazamiento, 2) cámara de video para captar las imágenes, 3) monitor para visualizar el movimiento de los fluidos y 4) videogradora para registrar los procesos. En lugar de la videogradora se puede utilizar una cámara fotográfica para obtener imágenes de mejor calidad. En este último caso el arreglo experimental queda como se muestra en la Fig. 3. La

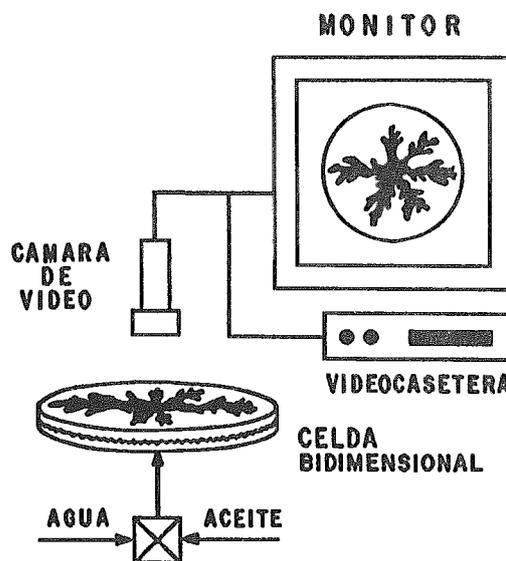


FIG. 2. EQUIPO PARA VIDEOGRABAR PROCESOS DE DESPLAZAMIENTO.

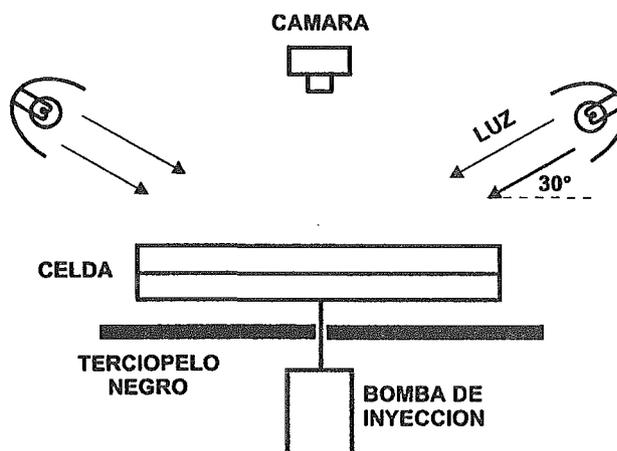


FIG. 3. EQUIPO PARA FOTOGRAFIAR PROCESOS DE DESPLAZAMIENTO.

opción con cámara fotográfica fue la utilizada en la obtención de las imágenes que se presentarán en este trabajo.

El hecho de que la visualización del avance de los fluidos depende del índice de refracción de la luz, implica que se debe iluminar la celda de manera uniforme para evitar sombras extrañas al experimento, ob-

teniéndose, consecuentemente un buen contraste entre las fases involucradas. Con el objeto de tener una iluminación adecuada, se probaron diferentes sistemas en que esencialmente se varía el tipo de lámparas y el ángulo de incidencia de la luz. Se hicieron además pruebas de velocidad, tiempo de exposición y revelado para la obtención de fotografías de buena calidad.

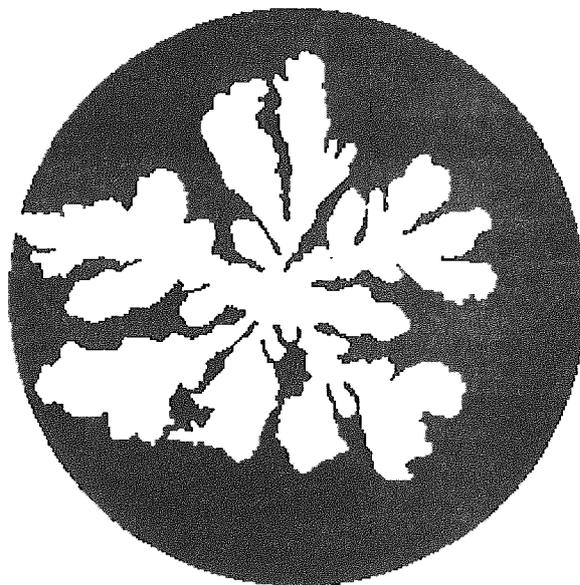


FIG. 4. DESPLAZAMIENTO DE ACEITE POR AGUA EN UNA CELDA CIRCULAR.

CORRIDAS DE DESPLAZAMIENTO EN CELDAS POROSAS HOMOGÉNEAS Se realizaron corridas de desplazamiento utilizando diferentes fluidos, para observar la influencia de la miscibilidad y la viscosidad en los patrones de desplazamiento. El primer experimento que se presenta fue realizado con una celda circular de 13.2 cm de diámetro, cuyas placas fueron tratadas con un abrasivo grado 80. Con este tratamiento, el tamaño de poro obtenido fue del orden de 0.01 cm y el espacio poroso de 0.5 cm³. La celda fue saturada originalmente con un aceite de 100 cp de viscosidad; luego se inyectó agua en el centro a un gasto de 0.23 cm³/min. Una imagen del proceso resultante se presenta en la Fig. 4, donde las áreas invadidas por agua aparecen en blanco.

Cuando se utilizó aire en lugar de agua en el experimento anterior, se obtuvo la serie de imágenes de la Fig. 5. Si se compara esta figura con la Fig. 4 se puede apreciar que el patrón seguido por el aire es mucho más

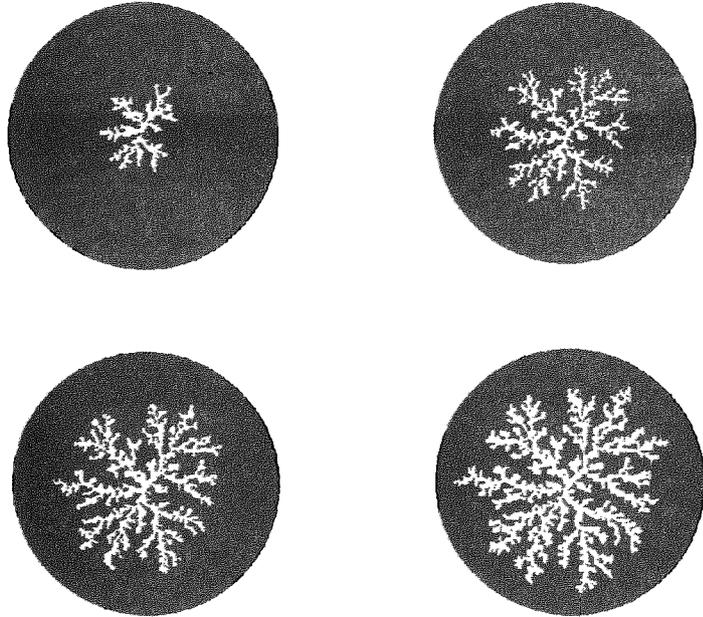


FIG. 5. DESPLAZAMIENTO DE ACEITE POR AIRE EN UNA CELDA CIRCULAR.

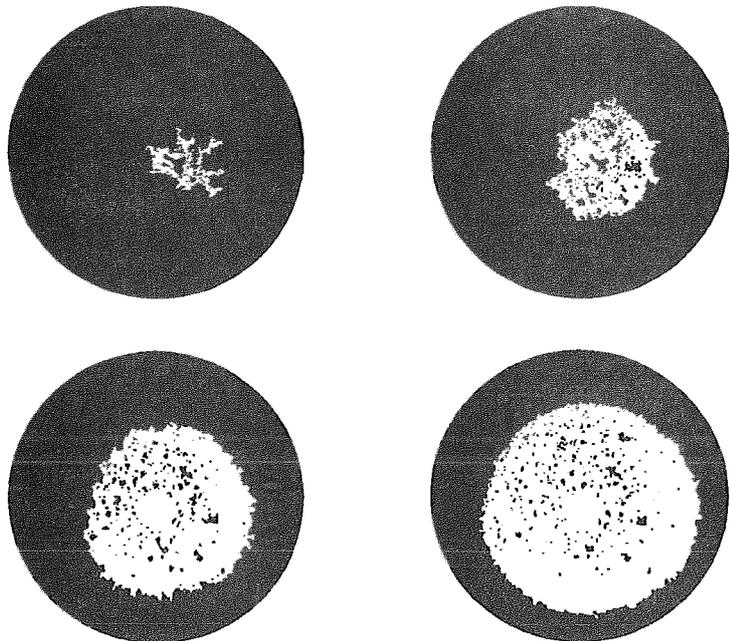


FIG. 6. DESPLAZAMIENTO DE AGUA POR AIRE EN UNA CELDA CIRCULAR.

complejo que el del agua. Esta complejidad se puede atribuir entre otras cosas, al contraste tan grande que existe entre las viscosidades de los fluidos ya que la viscosidad del aire a 20 °C y a 1 atm. es 0.018 cp, mientras que la del agua a las mismas condiciones es 1 cp. ,

Otro caso que se estudió es el desplazamiento de agua por aire, obteniéndose la serie de imágenes que

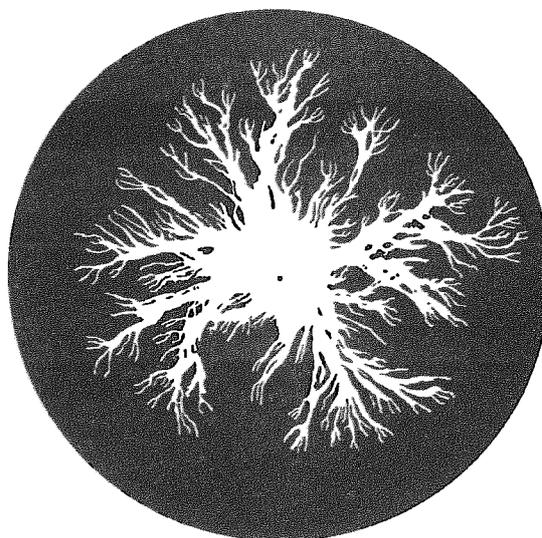


FIG. 7. DESPLAZAMIENTO MISCIBLE DE GLICERINA POR AGUA.

se muestra en la Fig. 6. Es notable que en este experimento el patrón de

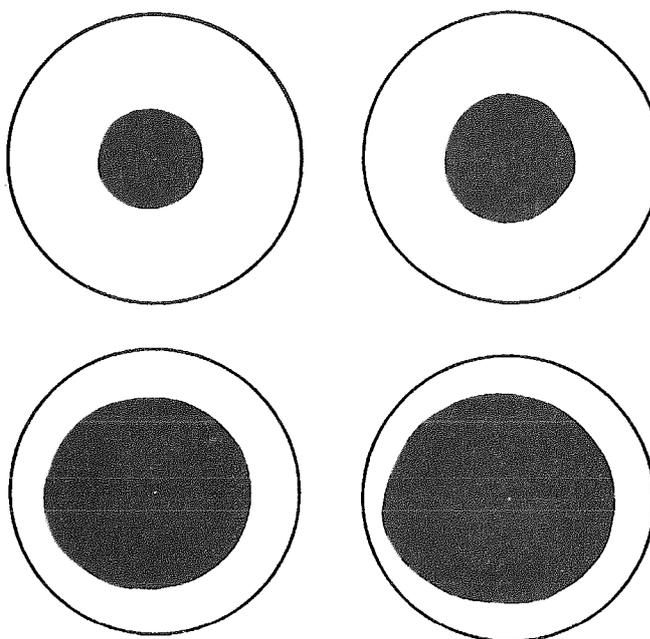


FIG. 8. DESPLAZAMIENTO DE AGUA DESTILADA POR AGUA TEÑIDA CON AZUL DE METILENO.

avance obtenido tiende a disminuir su asimetría, con respecto al punto central de inyección.

Con fines ilustrativos se muestra en la Fig. 7 la imagen obtenida para el caso del desplazamiento miscible de glicerina (viscosidad igual a 230 cp) por agua, donde se pone de manifiesto la formación de finísimas ramificaciones que no existen en los casos anteriores, en que los fluidos son inmiscibles. También se incluye una serie de imágenes obtenidas para el caso miscible de agua destilada, desplazada por agua teñida con azul de metileno (Fig. 8). Se observa que en este caso el avance es casi frontal, ya que el patrón que se forma es prácticamente un círculo con centro en el punto de inyección.

Un caso de interés en la ingeniería de yacimientos es aquél conocido

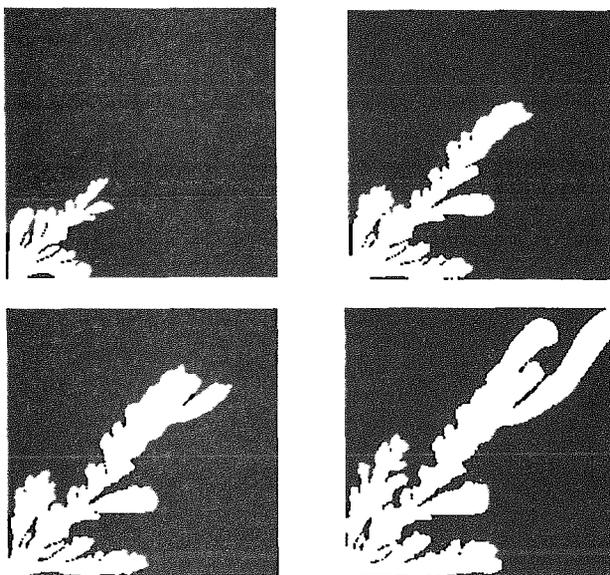


FIG. 9. DESPLAZAMIENTO DE ACEITE POR AGUA EN ARREGLO DE CINCO POZOS.

como arreglo de cinco pozos. En él, se inyecta agua en un pozo central y se extraen los fluidos en cuatro pozos vecinos que forman un cuadrado. Se realizó un experimento de desplazamiento de aceite de 100 cp de viscosidad por agua en una celda que simula un cuadrante de un arreglo de este tipo. En esta celda los fluidos se inyectan en un pozo situado en uno de los vértices del cuadrado y se recolectan en un pozo situado en el vértice dia-

gonalmente opuesto. Los bordes de la celda están sellados con resina epóxica. La Fig. 9 presenta una serie de imágenes que muestra el avance del agua hasta su llegada al pozo productor.

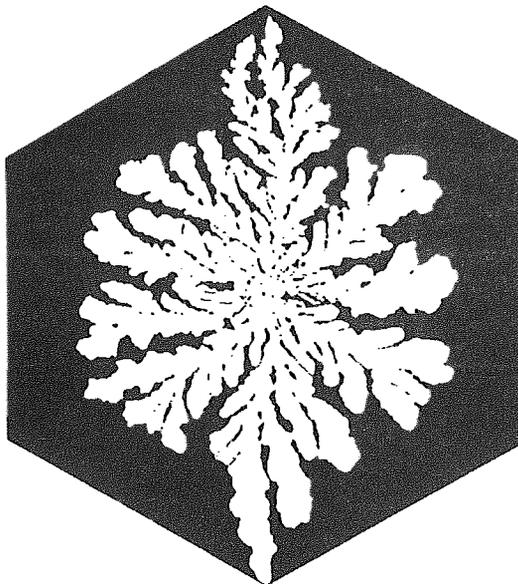


FIG. 10. DESPLAZAMIENTO DE ACEITE POR AGUA EN UN ARREGLO DE SIETE POZOS.

Otro caso de interés en ingeniería de yacimientos es el arreglo de siete pozos, en el cual los pozos forman un hexágono: se tiene un pozo inyector en el centro y un pozo productor en cada vértice. Se construyó una celda porosa que simula un arreglo de este tipo y se realizó un experimento, usando los mismos fluidos del experimento anterior, obteniéndose la imagen de la Fig. 10.

Los experimentos realizados con estas celdas ponen de manifiesto, la preferencia que tiene el fluido desplazante para dirigirse a la zona productora, o al pozo productor, según sea el caso, formando a su paso una figura caprichosa cuya forma depende de los fluidos involucrados y del gasto de inyección, además del tamaño y forma de los poros de la celda.

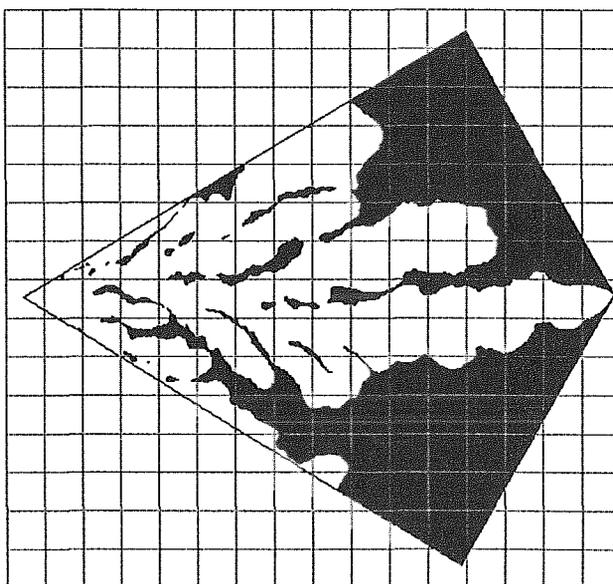


FIG. 11. MALLA PARA LA DETERMINACION DE LA EFICIENCIA DE BARRIDO APLICADA A UN SECTOR DE UNA CELDA HEXAGONAL.

EFICIENCIAS DE BARRIDO Para una celda bidimensional, la eficiencia de barrido se define como el cociente del área barrida a un tiempo dado entre el área sujeta a invasión. En esta sección se calculan valores de este parámetro para condiciones de desplazamiento de aceite por agua en una celda circular, una cuadrada y una hexagonal.

La determinación del área invadida por agua se ilustra para el caso particular de un sextante de una celda hexagonal. Sobre cada una de las imágenes se sobrepuso una malla cuadrada de tamaño adecuado, y luego se procedió a contar el número de nodos que caen en la zona invadida por agua, la cual aparece en color blanco en la Fig. 11. Si n es el número de nodos que caen en la zona mencionada y N es el número total de nodos comprendidos en el área de la celda, se puede calcular la eficiencia de barrido E_f como

$$E_f = \frac{n}{N}$$

La imagen de la Fig. 4 muestra el momento en que el agua inyectada hace contacto con la periferia de una celda circular. Por medición de área, se encuentra que la eficiencia de barrido para ese instante es del 39%.

Un segundo experimento analizado es el de la Fig. 9 correspondiente a un cuadrante de un arreglo de 5 pozos. En este caso, la eficiencia de barrido al

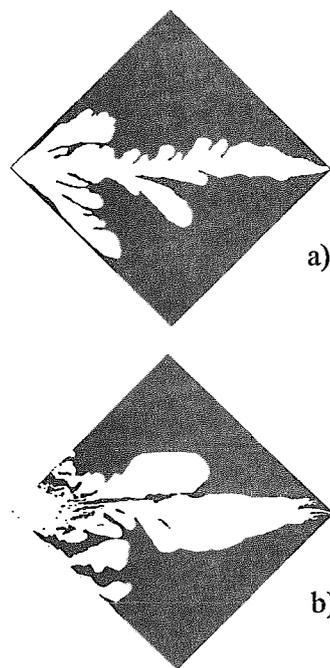


FIG. 12. DESPLAZAMIENTO DE ACEITE POR AGUA EN UN CUADRANTE DE UN ARREGLO DE CINCO POZOS.

tiempo de la irrupción fue del 30%.

La Fig. 10 muestra el momento de la irrupción de agua en uno de los pozos en un arreglo de 7 pozos. Por medición de área invadida se encontró que la eficiencia de barrido fue del 44%.

De estos resultados se encuentra que, bajo las condiciones en que se realizaron los experimentos, la eficiencia de barrido para un arreglo de siete pozos es mayor que en el caso de cinco pozos.

Se podría hacer la comparación de eficiencias de barrido para los diferentes arreglos, considerando sólo sectores de los mismos, en todos los casos. En la Fig. 12 se muestran las imágenes obtenidas para dos corridas experimentales usando la celda cuadrada. La eficiencia de barrido al momento de la irrupción o arribo del agua al pozo productor, resultó ser 0.30 para la Fig. 12a y 0.36 para la Fig. 12b. Se observa que aunque los fluidos utilizados en los experimentos de la Fig. 12 son los mismos, las eficiencias de barrido son diferentes, lo que puede atribuirse a que la corrida de la Fig. 12b fue realizada a una temperatura ambiente mayor que la de la Fig. 12a, habiendo disminuido sensiblemente la viscosidad del aceite con el aumento de la temperatura.

Para el caso de un sector del arreglo de siete pozos se obtuvieron las imágenes que se muestran en la Fig. 13, las cuales corresponden a los resultados de un desplazamiento en dos sectores específicos. La eficiencia

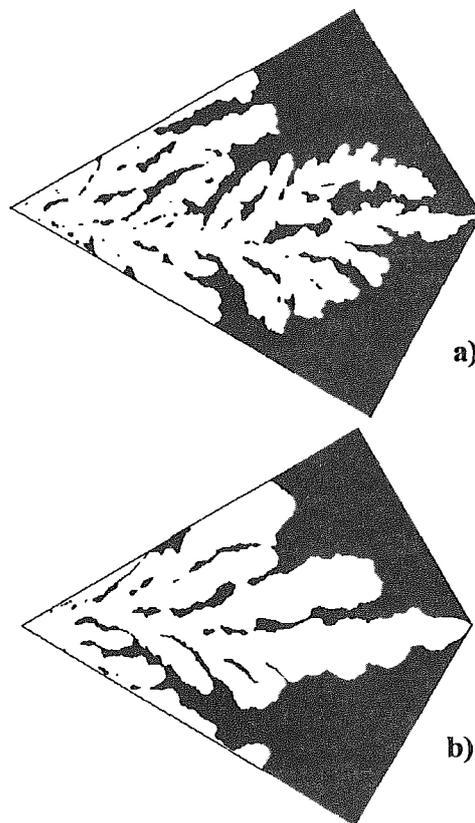


FIG. 13. DESPLAZAMIENTO DE ACEITE POR AGUA EN UN SEXTANTE DE UN ARREGLO DE SIETE POZOS.

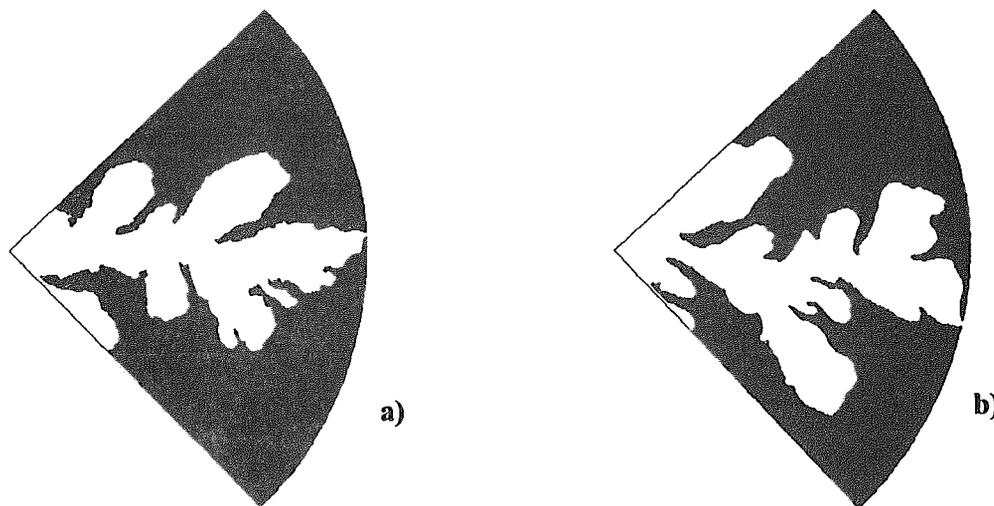


FIG. 14. DESPLAZAMIENTO DE ACEITE POR AGUA EN UN SECTOR DE 90° DE UNA CELDA CIRCULAR.

de barrido al tiempo de llegada del agua al pozo productor fue 0.47 para la Fig. 13a y 0.48 para la Fig. 13b, teniéndose un valor promedio de 0.475.

Si para el arreglo de cinco pozos tomamos el valor promedio de 0.33 y 0.475 para el arreglo de siete pozos, se encuentra que, bajo las condiciones en que se realizaron los experimentos, la eficiencia de barrido para un arreglo de siete pozos es, en promedio, 14.5% mayor que en el caso de cinco pozos.

También, para estudiar el comportamiento de los fluidos en un caso ideal como es el de un yacimiento infinito, o bien simular lo que sucede cerca del pozo de inyección, se hicieron corridas en un sector de 90° de una celda circular. Las imágenes obtenidas se presentan en la Fig. 14. La eficiencia de barrido resultó ser 0.35 para la Fig. 14a y 0.37 para la Fig. 14b, con valor promedio de 0.36. Esto indica que si no se tiene influencia de otros pozos, en un yacimiento homogéneo la eficiencia de barrido es mayor que la de un arreglo de cinco pozos, pero menor a la eficiencia de barrido de un arreglo de siete pozos.

VARIACION DE LA
SATURACION DE
AGUA EN
ARREGLOS DE
CINCO Y SIETE
POZOS

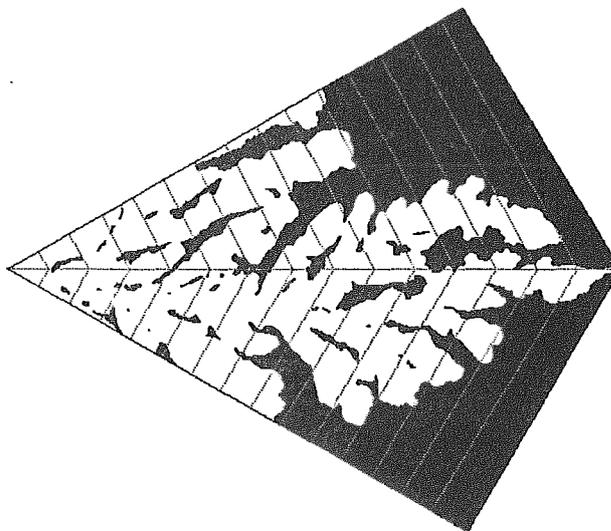


FIG. 15. ARREGLO PARA DETERMINAR LA DISTRIBUCIÓN DE LA SATURACIÓN DE AGUA AL MOMENTO DE LA IRRUPCIÓN.

Además de la eficiencia de barrido, en un proceso de desplazamiento de aceite por agua es importante conocer la distribución espacial del agua. Este aspecto del proceso puede ser estudiado cuantitativamente mediante el uso del concepto de saturación de agua, el cual indica la fracción del espacio poroso ocupado por este fluido, en una posición dada.

La Fig. 15 ilustra la determinación de la saturación de agua al momento de la irrupción en el caso de un sextante de un arreglo de 7 pozos. Como se indica, se traza una recta que va del pozo inyector al pozo productor; luego, a partir de puntos espaciados regularmente sobre esa recta, se trazan perpendiculares a los límites laterales, las cuales serán llamadas líneas auxiliares.

Para determinar la saturación de agua a una distancia r del pozo inyector, considérense las dos líneas auxiliares que están a esa distancia. La saturación de agua S_w , está dada por

$$S_w = \frac{\sum l_i}{L}$$

donde $\sum l_i$ es la suma de los segmentos de recta que quedan dentro de las áreas invadidas por agua y L es la longitud total de las dos líneas auxiliares.

En las Tablas 1 y 2 se presentan los datos experimentales de saturación de agua obtenida para un sextante de un arreglo de 7 pozos y para un cuadrante de un arreglo de 5 pozos, respectivamente. La distancia adimensional r_D se determina por medio de la expresión siguiente $r_D = r / r_i$, donde r_i es la longitud total del segmento de recta que va del pozo inyector al pozo productor.

r_D	$\sum l_i$	L	S_w
0.065	1.1	1.1	1.0
0.129	2.1	2.2	0.954
0.194	3.3	3.5	0.943
0.259	4.3	4.7	0.915
0.323	5.3	5.9	0.898
0.388	5.8	7.1	0.817
0.453	6.4	8.2	0.780
0.518	7.4	9.5	0.779
0.582	8.5	10.6	0.802
0.647	9.7	11.9	0.815
0.712	7.3	13.1	0.557
0.776	4.6	14.3	0.322
0.841	3.8	15.6	0.243
0.912	1.3	16.8	0.077
0.976	1.1	18.0	0.061

Las Figs. 16 y 17 presentan las gráficas de saturación de agua S_w contra distancia adimensional r_D , correspondientes a las Tablas 1 y 2, respectivamente.

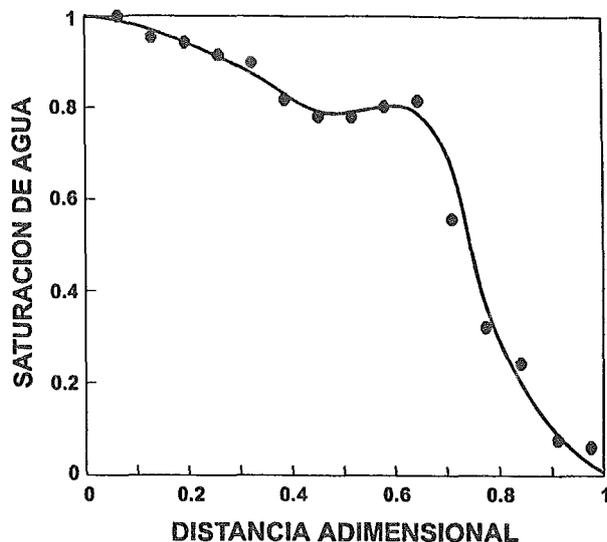


FIG. 16. DISTRIBUCION DE LA SATURACION DE AGUA PARA UN ARREGLO DE SIETE POZOS AL MOMENTO DE LA IRRUPCION.

TABLA 2
SATURACION DE AGUA EN UN ARREGLO DE CINCO POZOS AL MOMENTO DE LA IRRUPCION.

r_D	Σl_i	L	S_w
0.059	1.4	1.4	1.0
0.118	2.8	3.0	0.933
0.183	3.9	4.4	0.886
0.248	5.4	6.0	0.900
0.313	6.6	7.4	0.892
0.373	6.2	9.0	0.689
0.438	5.3	10.4	0.510
0.503	3.8	12.0	0.317
0.562	4.7	13.4	0.351
0.627	3.8	15.0	0.253
0.692	3.7	16.4	0.226
0.751	2.4	18.0	0.133
0.816	2.4	19.6	0.122
0.881	2.5	21.0	0.119
0.947	0.6	22.5	0.026

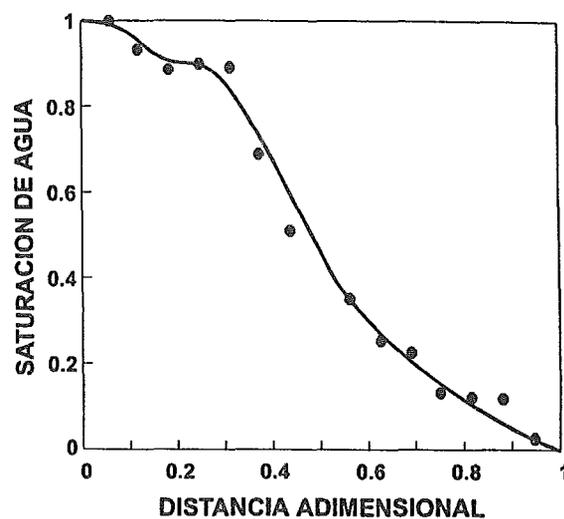


FIG. 17. DISTRIBUCION DE LA SATURACION DE AGUA AL MOMENTO DE LA IRRUPCION PARA UN ARREGLO DE CINCO POZOS.

CAPÍTULO 4

MODELO TEORICO PARA EL DESPLAZAMIENTO DE ACEITE POR AGUA EN UN MEDIO POROSO HOMOGENEO

FORMULACIÓN DEL MODELO Los experimentos de este capítulo fueron realizados con una celda circular de 20 cm de diámetro. Como se estableció previamente, las placas de vidrio fueron tratadas con un abrasivo con el que se obtuvo un tamaño de poro del orden de 0.01 cm, que es un valor común en las areniscas. La celda fue saturada originalmente con un aceite de 100 cp de viscosidad. Posteriormente se inyectó agua destilada en el centro a un ritmo de $0.23 \text{ cm}^3/\text{min}$. Una secuencia de cuatro imágenes correspondiente a una corrida se presenta en la Fig. 18, donde las áreas invadidas por agua aparecen en color blanco. Estas imágenes fueron obtenidas a partir de foto-

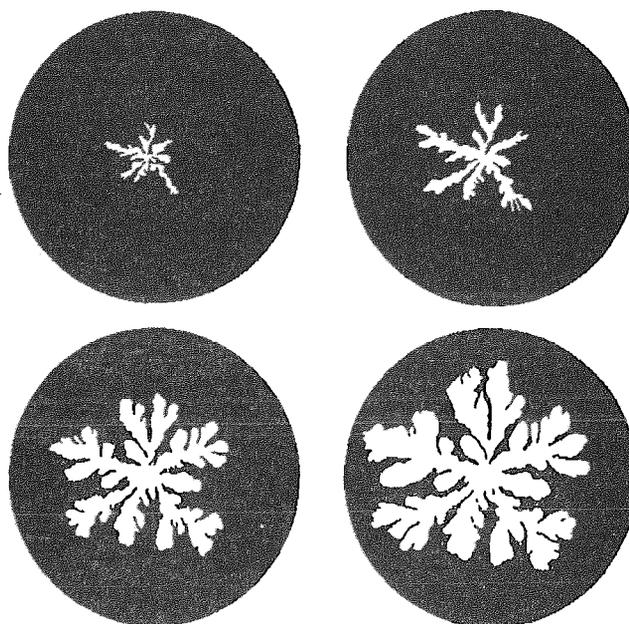


FIG. 18. SECUENCIA DE UN DESPLAZAMIENTO DE ACEITE POR AGUA EN UNA CELDA CIRCULAR.

grafías tomadas con el arreglo mostrado en forma esquemática en la Fig. 3. Aquí se debe destacar el ángulo de incidencia de 30° de la luz de iluminación y el fondo negro, que permite obtener fotografías contrastadas.

Un análisis visual del proceso de desplazamiento muestra que el transporte de agua no es frontal, sino que tiende a canalizarse a través de lengüetas o dedos, que se ramifican o ensanchan. Además, se puede observar que no todo el espacio poroso es invadido por agua, sino que existen algunas áreas donde el aceite queda atrapado e inmóvil. Con base en estas observaciones, el espacio poroso se puede dividir en tres zonas: 1) una región primaria donde el avance es esencialmente longitudinal; 2) una región secundaria donde el movimiento es esencialmente transversal, y 3) una región de estancamiento donde el aceite permanece inmóvil.

La porosidad y la saturación primarias serán representadas por ϕ_1 y S_{w1} , y las correspondientes a la región secundaria por ϕ_2 y S_{w2} . La suma de las porosidades primaria y secundaria será llamada porosidad activa, y será representada simplemente por ϕ .

Para establecer un modelo matemático que describa el desplazamiento de aceite por agua en una celda circular, se harán las dos consideraciones siguientes:

1. Que el flujo longitudinal del agua en los canales (región primaria) es de tipo convectivo y proporcional a la saturación primaria.
2. Que el flujo transversal del agua es del tipo dispersivo y proporcional a la diferencia entre las saturaciones primaria y secundaria.

Con estas consideraciones, se puede llegar a una formulación similar al modelo de capacitancia propuesto por Deans (1963), para el desplazamiento miscible en medios porosos que tienen regiones de estancamiento. En efecto, de acuerdo a la derivación presentada en el Apéndice A, se obtienen las expresiones siguientes que describen el proceso de desplazamiento previamente discutido:

$$-\frac{q}{2\pi h\phi r} \frac{\partial S_{w1}}{\partial r} = F \frac{\partial S_{w1}}{\partial t} + (1-F) \frac{\partial S_{w2}}{\partial t} \quad (1)$$

$$\frac{\partial S_{w2}}{\partial t} = K(S_{w1} - S_{w2}) \quad (2)$$

donde

$F = \phi_1/\phi$ = fracción volumétrica de porosidad primaria

h = separación media entre las placas de la celda

K = coeficiente de transferencia de masa transversal

q = gasto de inyección de agua

t = tiempo

Si el desplazamiento fuera tipo pistón, es decir, si no presentara efectos de canalización, entonces $F = 1$, y el sistema de Ecs. (1) y (2) se reduciría a la ecuación de avance frontal.

Para obtener soluciones generales, se pueden definir las variables adimensionales siguientes.

$$\text{Distancia adimensional} \quad r_D = \frac{r}{R} \quad (3)$$

$$\text{Tiempo adimensional} \quad t_D = \frac{qt}{\pi R^2 h \phi} \quad (4)$$

$$\text{Coeficiente de transferencia adim.} \quad K_D = \frac{\pi R^2 h \phi K}{q} \quad (5)$$

donde R es un radio de referencia que normalmente se hace igual al radio del área estudiada. Este concepto se explicará con detalle posteriormente en este capítulo. Aquí se debe hacer notar que el tiempo adimensional es numéricamente igual al volumen de agua inyectada, cuando ésta está expresada en términos del volumen poroso del área en estudio.

Haciendo uso de estas relaciones, las Ecs. (1) y (2) se transforman en:

$$-\frac{1}{2r_D} \frac{\partial S_{w1}}{\partial r_D} = F \frac{\partial S_{w1}}{\partial t_D} + (1-F) \frac{\partial S_{w2}}{\partial t_D} \quad (6)$$

$$\frac{\partial S_{w2}}{\partial t_D} = K_D (S_{w1} - S_{w2}) \quad (7)$$

Suponiendo que inicialmente la celda está saturada totalmente con aceite y que a un tiempo de referencia $t_D = 0$, se empieza a inyectar agua

en el centro a gasto constante, entonces las condiciones iniciales y de frontera de interés, para una celda infinita, son :

$$S_{w1}(r_D, 0) = 0 \quad , \quad r_D > 0 \quad (8a)$$

$$S_{w2}(r_D, 0) = 0 \quad , \quad r_D > 0 \quad (8b)$$

$$S_{w1}(0, t_D) = 1 \quad , \quad t_D \geq 0 \quad (8c)$$

Haciendo uso de la transformada de Laplace (Apéndice B), se llega a la solución

$$S_{w1}(r_D, t_D) = \frac{\exp(t_D)}{\pi} \int_0^\infty \frac{\exp(-Ar_D^2)}{1+z^2} \left[\cos(zt_D - Br_D^2) + z \operatorname{sen}(zt_D - Br_D^2) \right] dz \quad (9)$$

donde

$$A = F + \frac{(1-F)K_D(1+K_D+z^2)}{(1+K_D)^2+z^2}$$

$$B = zF + \frac{z(1-F)K_D^2}{(1+K_D)^2+z^2}$$

En forma similar, se puede obtener una expresión para la saturación secundaria. Así, en el Apéndice B se demuestra que

$$S_{w2}(r_D, t_D) = \frac{\exp(t_D)}{\pi} \int_0^\infty \frac{\exp(-Ar_D^2)}{1+z^2} \left[C \cos(zt_D - Br_D^2) + D \operatorname{sen}(zt_D - Br_D^2) \right] dz \quad (10)$$

donde A y B corresponden a los parámetros definidos previamente y

$$C = \frac{K_D(1 + K_D - z^2)}{(1 + K_D)^2 + z^2}$$

$$D = \frac{zK_D(2 + K_D)}{(1 + K_D)^2 + z^2}$$

Dadas las saturaciones primaria y secundaria, en el Apéndice B se demuestra que la saturación total de agua se puede expresar como

$$S_w = FS_{w1} + (1 - F)S_{w2} \quad (11)$$

Para tener una idea de la forma en que varían los tres tipos de saturación con la distancia, se presenta la Fig. 19, que fue obtenida para un caso hipotético para $F = 0.80$, $t_D = 0.5$ y $K_D = 2.0$. Como se puede observar, la saturación total tiene un valor intermedio entre las saturaciones primaria y secundaria.

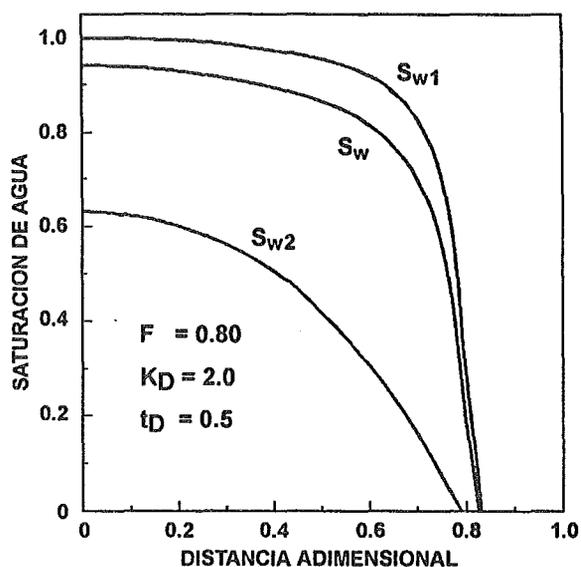


FIG. 19. COMPARACIÓN ENTRE LAS SATURACIONES PRIMARIA, SECUNDARIA Y TOTAL.

RECUPERACIÓN DE ACEITE Frecuentemente, cuando se realiza un experimento para probar la validez de una teoría, uno de los problemas que se presentan es el de los efectos de frontera, que distorsionan los resultados del experimento. En el caso de una celda como la utilizada en los experimentos que se analizan en este capítulo, los efectos de frontera pueden eliminarse en la forma que se describe a continuación.

La Fig. 20 muestra una celda radial y el área barrida para un cierto tiempo. Para simular de manera apropiada una celda infinita, como considera el modelo desarrollado previamente en este capítulo, considérese un círculo interior (imaginario) de radio R . Es decir, desde el punto de vista teórico la celda real se puede considerar como constituida por dos subceldas: una interior, de forma circular y

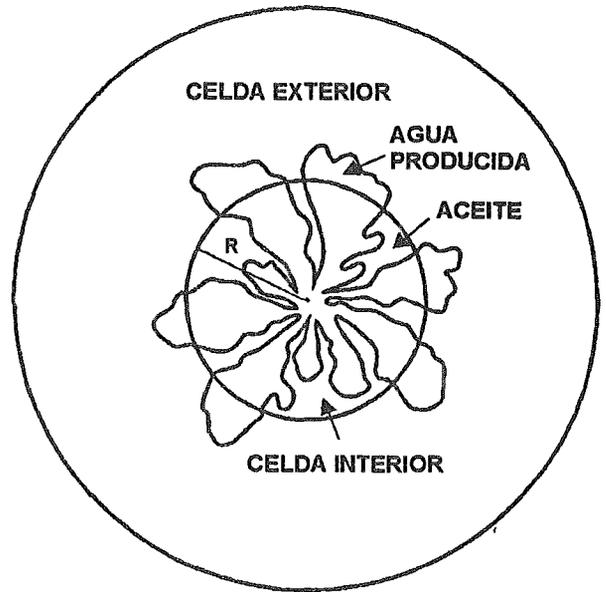


FIG. 20. DIAGRAMA DEL ÁREA EN ESTUDIO.

una exterior de forma anular. Con respecto a la subcelda interior, el agua y aceite producidos son aquellos que han cruzado la frontera entre las dos subceldas.

Suponiendo que los fluidos (aceite y agua) son incompresibles, el volumen de aceite producido es igual al volumen de agua inyectada que permanece en la celda interior; es decir

$$N_p = A_i h \quad (12)$$

donde A_i es el área barrida en la celda interior.

Ahora, para un tiempo dado

$$A_i = \int_0^R L_s(r) dr \quad (13)$$

donde, R es el radio de la celda interior y L_s es la suma de segmentos de circunferencia que caen dentro del área barrida por el agua.

Suponiendo que al final del proceso una fracción f del área de la celda interior no es barrida (regiones muertas), la saturación total de agua a una distancia r del centro, está dada por

$$S_w(r) = \frac{L_s(r)}{2\pi r(1-f)} \quad (14)$$

Consecuentemente, A_i se puede expresar como

$$A_i = 2\pi(1-f) \int_0^R S_w(r) r dr \quad (15)$$

y la recuperación de aceite está dada por

$$N_p = 2\pi h(1-f) \int_0^R S_w(r) r dr \quad (16)$$

Si la recuperación se expresa en términos del volumen activo asociado a la celda interior, se tiene la recuperación normalizada; es decir,

$$N_{pn} = \frac{N_p}{\pi R^2 h(1-f)} = \frac{2}{R^2} \int_0^R S_w(r) r dr \quad (17)$$

Por último, haciendo uso de la variable adimensional r_D definida por la Ec. (3), se tiene

$$N_{pn} = 2 \int_0^1 S_w(r_D) r_D dr_D \quad (18)$$

que expresa la recuperación normalizada de aceite para un tiempo adimensional dado. Para hacer la evaluación de la Ec. (18), se sustituye la Ec. (11) y se integra numéricamente.

VALIDACION DEL MODELO TEORICO

Para probar la validez del modelo teórico, se hicieron determinaciones experimentales de la recuperación normalizada de aceite y los resultados se compararon con los valores predichos por la Ec. (18). Para este fin, se recurrió a la celda y a los fluidos descritos al inicio de este capítulo.

Aquí se debe señalar que, en este tipo de experimentos, el comportamiento del agua, para tiempos cortos, es similar al de un sistema infinito, pero cuando los dedos se aproximan al borde de la celda, su forma se distorsiona debido a la influencia de la frontera. Para eliminar los efectos de frontera durante el tiempo en que se analizan los resultados experimentales, se debe seleccionar un área de trabajo (celda interior) relativamente pequeña.

Durante el experimento, se tomó una secuencia de fotografías hasta que el agua tocó el borde de la celda. Posteriormente, sobre las fotografías se delimitó un círculo de

trabajo de 3 cm de radio, que corresponde a R de la Ec. (3). Para el análisis del proceso, se determinó, para cada fotografía, el área barrida por el agua dentro y fuera del círculo. Como los fluidos usados se pueden considerar incompresibles, el área interior barrida es igual al área del aceite

producido. Con esta información, se obtuvo la Tabla 3 donde, como se

discutió previamente, el tiempo adimensional definido por la Ec. (4), se determinó dividiendo el área total barrida (interior más exterior) entre el área activa del círculo. Asimismo, la recuperación normalizada de aceite se

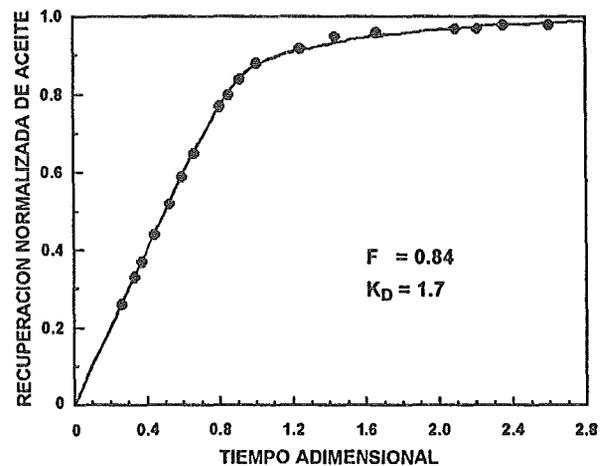


FIG. 21. COMPARACION ENTRE TEORIA Y RESULTADOS EXPERIMENTALES PARA LA RECUPERACION DE ACEITE.

obtuvo dividiendo el área interior barrida por el agua entre el área activa del círculo. El área activa A_a está dada por

$$A_a = \pi R^2(1-f) \quad (19)$$

TABLA 3.- VALORES DE RECUPERACIÓN DE ACEITE (N_{pn}) PARA DIFERENTES TIEMPOS (t_D).		
LECTURA Nº	TIEMPO ADIMEN. (t_D)	RECUP. NORMALIZ. (N_{pn})
1	0.26	0.26
2	0.33	0.33
3	0.37	0.37
4	0.44	0.44
5	0.52	0.52
6	0.59	0.59
7	0.66	0.65
8	0.80	0.77
9	0.85	0.80
10	0.91	0.84
11	1.00	0.88
12	1.24	0.92
13	1.43	0.95
14	1.66	0.96
15	2.09	0.97
16	2.21	0.97
17	2.35	0.98
18	2.60	0.98

En la Fig. 21, se indica en una gráfica de aceite producido contra tiempo adimensional la distribución de los puntos experimentales. A estos puntos se les ajustó, por ensaye y error, la curva teórica indicada por la línea continua. El mejor ajuste se obtuvo para $F = 0.84$ y $K_D = 1.7$. Este valor de F indica que en este caso el 84% de la porosidad total es porosidad primaria, dado que por definición, F es la fracción del volumen poroso

que corresponde a canales. Como se puede apreciar, la concordancia entre teoría y experimento es muy buena, lo que indica que el modelo propuesto explica en forma razonable el desplazamiento de aceite por agua en una celda porosa bidimensional.

CAPITULO 5

DESPLAZAMIENTO DE ACEITE POR AGUA EN UN MEDIO POROSO FRACTURADO

CELDA POROSA CON FRACTURAS Para simular el desplazamiento de aceite por agua en un medio poroso fracturado se diseñó y construyó una celda porosa bidimensional con fracturas que toma como base la celda de los experimentos anteriores. Las características que se describen a continuación, tanto de la celda como de las condiciones de inyección, son similares a las correspondientes a las de la celda homogénea discutidas en el capítulo 4. Después de esmerilar las placas de vidrio con el abrasivo apropiado, se graban canales delgados sobre la cara rugosa de una de las placas para simular las fracturas. Al colocar las caras rugosas una contra la otra, se tiene una celda bidimensional que simula un medio poroso fracturado. En la Fig. 22 se presenta un diagrama esquemático de las componentes de una celda circular que tiene un pozo de inyección en el centro de la celda. Los experimentos se llevaron a cabo con una celda circular de 20 cm de diámetro. Las placas de vidrio, de 0.6 cm de espesor, fueron tratadas con un abrasivo con el que se obtuvo un tamaño de poro del orden de 0.01 cm, que es un valor común en las rocas naturales. Los canales tienen un ancho de 0.05 cm y 0.02 cm de profundidad. El pozo inyector fue representado por un tubo de acero inoxidable con un diámetro interior de 0.05 cm.

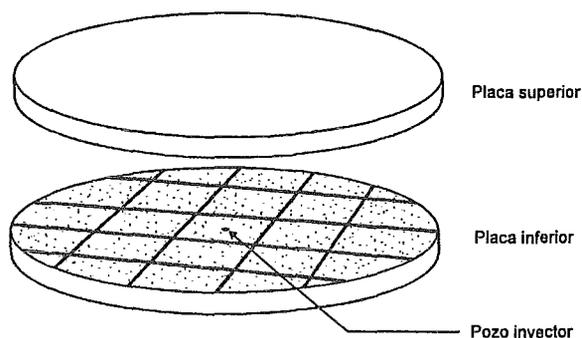


FIG. 22. DIAGRAMA DE UNA CELDA CIRCULAR CON FRACTURAS.

CORRIDAS DE DESPLAZAMIENTO EN UNA CELDA POROSA FRACTURADA CIRCULAR

Para llevar a cabo las corridas de desplazamiento, la celda se saturó totalmente con un aceite pesado de 100 cp de viscosidad, y luego se empezó a inyectar agua destilada en el pozo inyector ubicado en el centro de un bloque de matriz, a un gasto constante de $0.23 \text{ cm}^3/\text{min}$. De inmediato se presentaron efectos de digitación alrededor del punto de inyección. Como era de esperarse, cuando el agua llegó a las fracturas, ésta se canalizó por la red de fracturas, alcanzando altas saturaciones en corto tiempo, en tanto que los bloques de matriz se saturaban lentamente.

La Fig. 23 muestra una imagen en la que se puede observar la forma en que el aceite es desplazado por el agua en una celda que tiene canales dispuestos en forma de una red rectangu-

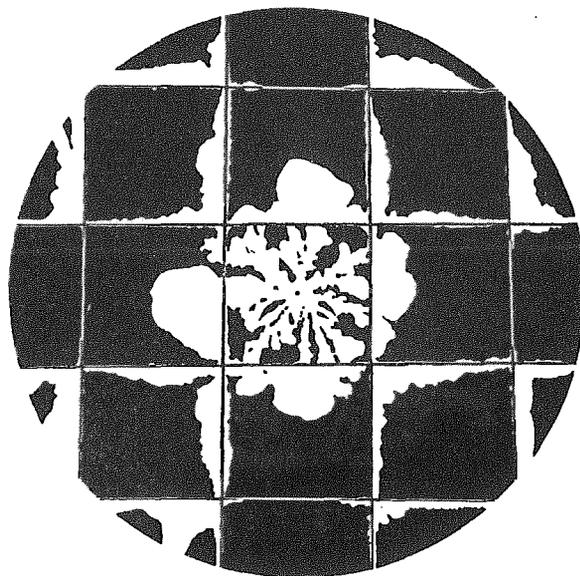


FIG. 23. DESPLAZAMIENTO DE ACEITE PESADO, $\mu_o = 100 \text{ cp}$ POR AGUA INYECTADA EN EL CENTRO DE UN BLOQUE PARA $t = 28 \text{ min } 10 \text{ s}$.

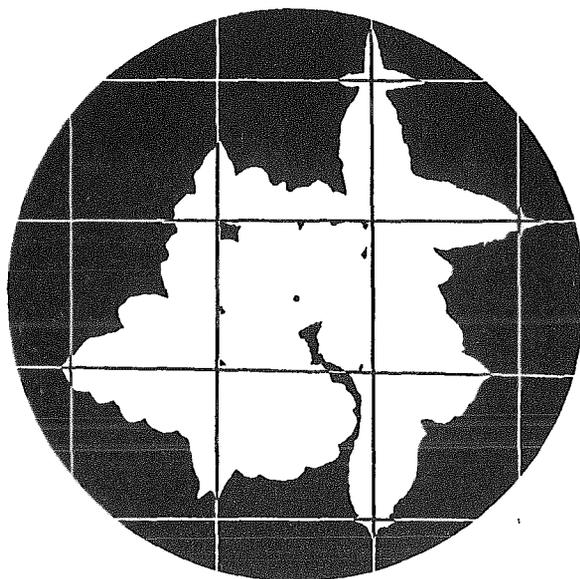


FIG. 24. DESPLAZAMIENTO DE ACEITE LIGERO, $\mu_o = 1.5 \text{ cp}$ POR AGUA INYECTADA EN EL CENTRO DE UN BLOQUE PARA $t = 8 \text{ min } 7 \text{ s}$.

lar. En esta imagen, la parte clara representa agua y la parte oscura corresponde a aceite.

La Fig. 24 es una imagen obtenida para la celda del experimento anterior en el caso en que se usó aceite de viscosidad 1.5 cp. Es notable aquí, que la forma del patrón de avance es menos caprichosa que en el caso en que se usó aceite de 100 cp de viscosidad.

En un yacimiento es posible que la inyección de agua no se efectúe en el centro de un bloque, sino en las fracturas. Para observar el patrón de desplazamiento que se tendría en este caso, se construyó una celda que tiene el pozo de inyección en la intersección de dos fracturas. Las imágenes obtenidas para aceite pesado y aceite ligero se muestran en las Figuras 25 y 26.

Del análisis de las imágenes se revela que los mecanismos de des-



FIG. 25. DESPLAZAMIENTO DE ACEITE PESADO, $\mu_o = 100$ cp POR AGUA INYECTADA EN LA INTERSECCIÓN DE DOS FRACTURAS PARA $t = 23$ min 20s.

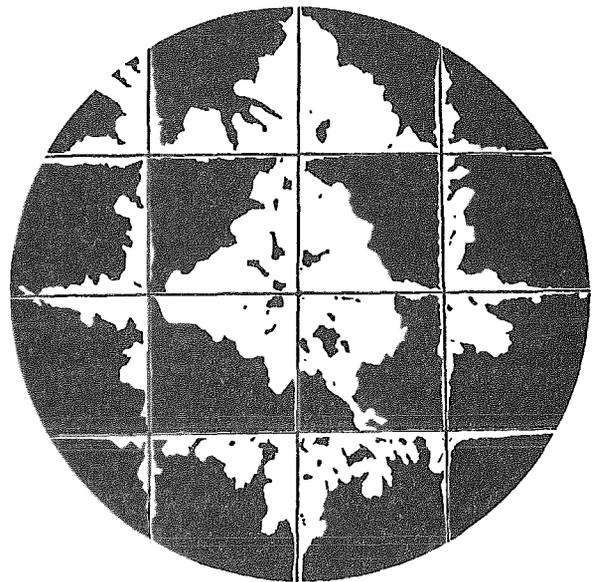


FIG. 26. DESPLAZAMIENTO DE ACEITE LIGERO, $\mu_o = 1.5$ cp POR AGUA INYECTADA EN LA INTERSECCIÓN DE DOS FRACTURAS PARA $t = 17$ min 30s.

plazamiento en un medio fracturado son muy diferentes a los que ocurren en un medio homogéneo. En un medio fracturado no existe el desplazamiento frontal. El movimiento del aceite se lleva a cabo en dos etapas. En la primera etapa, de acción rápida, el aceite que está en las fracturas es desplazado por el agua de inyección. En la segunda etapa, de acción lenta, el aceite de los bloques es empujado hacia las fracturas que actúan como canales de conducción de fluidos.

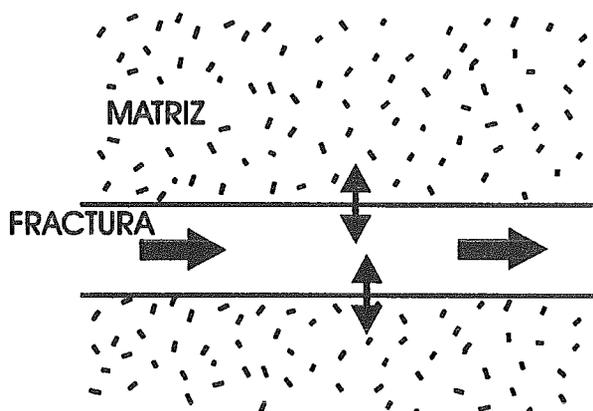
CAPITULO 6

MODELO ANALITICO PARA EL DESPLAZAMIENTO LINEAL INMISCIBLE EN UN MEDIO POROSO FRACTURADO

FORMULACIÓN DEL MODELO En este capítulo se presenta un modelo analítico para la descripción del desplazamiento de aceite por agua en un medio poroso fracturado, basado en los resultados experimentales obtenidos en el capítulo anterior.

La teoría desarrollada se apoya en la idea de que el desplazamiento de fluidos se realiza esencialmente a través de las fracturas por un proceso convectivo, en tanto que la penetración del agua en los bloques de matriz (Fig. 27), con la correspondiente expulsión de aceite, se lleva a cabo a través de un mecanismo que depende de la diferencia entre las saturaciones de agua en la matriz y en la fractura. Este modelo teórico representa una extensión del desarrollado para un medio poroso homogéneo en el sentido de que lo que para un medio poroso homogéneo son canales, en un medio poroso fracturado son fracturas y lo que en un medio homogéneo representó la región secundaria, para un medio fracturado corresponde a los bloques de matriz.

Partiendo de la hipótesis de que el desplazamiento de fluidos se lleva a cabo principalmente a través de las fracturas, a través de un proceso convectivo, la densidad de flujo de agua \vec{J} , se puede expresar como



**FIG. 27. MECANISMO DE
DESPLAZAMIENTO DE FLUIDOS EN UN
MEDIO POROSO FRACTURADO.**

$$\vec{J} = \phi S_{wf} \vec{v} \quad (20)$$

donde ϕ es la porosidad total, S_{wf} es la saturación de agua de fractura y \vec{v} es la velocidad intersticial media.

A partir de la expresión (20), se puede derivar la expresión siguiente (Apéndice A):

$$\nabla S_{wf} \cdot \vec{v} + F \frac{\partial S_{wf}}{\partial t} + (1 - F) \frac{\partial S_{wm}}{\partial t} = 0 \quad (21)$$

donde F es la fracción volumétrica de fracturas, S_{wm} es la saturación de agua de matriz y t es el tiempo. Es decir, la forma de las ecuaciones en este modelo es la misma que el desarrollo para un medio homogéneo, pero el significado de las variables y parámetros involucrados es diferente.

Para flujo lineal, la Ec. (21) se reduce a

$$-u \frac{\partial S_{wf}}{\partial x} = F \frac{\partial S_{wf}}{\partial t} + (1 - F) \frac{\partial S_{wm}}{\partial t} \quad (22)$$

donde u es la componente x de la velocidad intersticial.

Para describir la forma en que el agua penetra en los bloques de la matriz, se hará uso de una idea propuesta por algunos autores (Coats y Smith, 1964, Deans, 1963), en relación con el flujo miscible hacia regiones de estancamiento de un medio poroso que contiene poros ciegos, previamente discutida para el caso de los medios porosos homogéneos. Como analogía, aquí se considerará que el flujo de agua hacia el interior de un bloque de matriz es proporcional a la diferencia entre las saturaciones de fractura y matriz; es decir,

$$\frac{\partial S_{wm}}{\partial t} = K(S_{wf} - S_{wm}) \quad (23)$$

donde K es el llamado coeficiente de transferencia entre matriz y fractura.

Con objeto de llegar a soluciones generales, se pueden definir las variables adimensionales siguientes:

$$x_D = \frac{x}{L} \quad (24a)$$

$$t_D = \frac{ut}{L} \quad (24b)$$

$$K_D = \frac{KL}{u} \quad (24c)$$

donde L es una longitud de referencia que normalmente se hace igual al tamaño del sistema. Utilizando estas relaciones, las Ecs. (22) y (23) se transforman en las Ecs. (25) y (26):

$$-\frac{\partial S_{wf}}{\partial x_D} = F \frac{\partial S_{wf}}{\partial t_D} + (1-F) \frac{\partial S_{wm}}{\partial t_D} \quad (25)$$

$$\frac{\partial S_{wm}}{\partial t_D} = K_D (S_{wf} - S_{wm}) \quad (26)$$

Para resolver el sistema de ecuaciones constituido por las Ecs. (25) y (26) se utilizarán las condiciones iniciales y de frontera siguientes:

$$S_{wf}(x_D, 0) = 0, \quad x_D > 0 \quad (27)$$

$$S_{wm}(x_D, 0) = 0, \quad x_D > 0 \quad (28)$$

$$S_{wf}(0, t_D) = 1, \quad t_D \geq 0 \quad (29)$$

Haciendo uso del método de la transformada de Laplace y de las condiciones (27) a (29), se puede llegar a la siguiente solución para la saturación de agua en las fracturas (Ec. (D-20) del Apéndice D):

$$S_{wf}(x_D, t_D) = \frac{e^{t_D}}{\pi} \int_0^\infty \frac{e^{-Ax_D}}{1+z^2} \cdot [\cos(zt_D - Bx_D) + z \operatorname{sen}(zt_D - Bx_D)] dz \quad (30)$$

donde

$$A = F + \frac{(1-F)K_D(1+K_D+z^2)}{(1+K_D)^2+z^2}$$

$$B = zF + \frac{z(1-F)K_D^2}{(1+K_D)^2+z^2}$$

En forma análoga se puede obtener la expresión siguiente para la saturación de matriz (Ec. (D-23) del Apéndice D):

$$S_{wm}(x_D, t_D) = \frac{e^{t_D}}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{e^{-Ax_D}}{\left[(1+K_D)^2+z^2\right](1+z^2)} \cdot \left[\left(K_D + K_D^2 - K_D z^2\right) \cos(zt_D - Bx_D) + \left(K_D^2 + 2K_D\right) z \operatorname{sen}(zt_D - Bx_D) \right] dz \quad (31)$$

TRABAJO

EXPERIMENTAL a) CELDA POROSA BIDIMENSIONAL

Para hacer una comparación de las predicciones del modelo derivado en este capítulo, con las mediciones realizadas en experimentos de desplazamiento de aceite por agua, se probaron varias geometrías de la celda con la finalidad de tener un desplazamiento en que el agua avanzara como un frente lineal. Sin embargo, ninguna dió buenos resultados. La geometría que más se aproxima es la que se muestra en la Fig. 28 cuya construcción

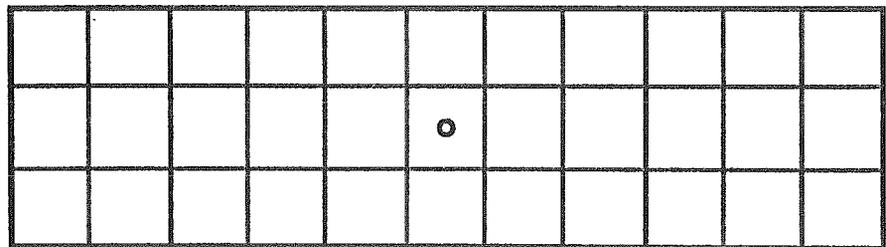


FIG. 28. CELDA POROSA CON FRACTURAS.

se describe a continuación. En esta celda la inyección de agua se hace en el centro de un bloque y para que pueda aplicarse el modelo descrito por las Ecs. (25) y (26) se empezó a medir el tiempo a partir de que el agua alcanzó la primera fractura transversal a la dirección de flujo. Esto permite considerar al bloque de inyección como difusor de fluidos.

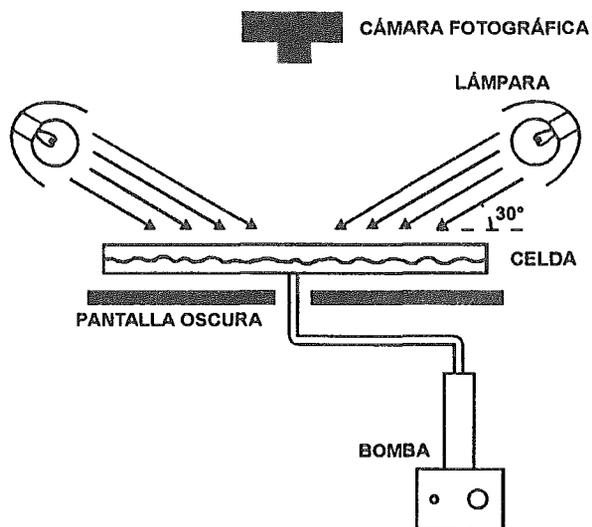


FIG. 29. DISPOSITIVO EXPERIMENTAL PARA PRUEBAS DE DESPLAZAMIENTO EN CELDAS DE VIDRIO.

Las placas de vidrio que forman esta celda tienen 6 cm de ancho y 22 cm de largo. Estas placas se esmerilaron por uno de sus lados con un abrasivo apropiado; a continuación, sobre una de las caras esmeriladas se grabaron canales delgados que simulan fracturas. Los canales tienen 0.02 cm de profundidad y 0.05 cm de ancho, formando bloques de matriz de 2×2 cm. Se tiene un pozo inyector en el bloque central y la celda está sellada en sus lados más largos con resina epóxica, quedando los más cortos como lados productores de fluidos.

La celda fue saturada 100% con aceite de 100 cp de viscosidad y colocada en el dispositivo experimental mostrado en la Fig. 3 del capítulo 3 y que se reproduce en la figura 29 para mayor claridad. Posteriormente, se

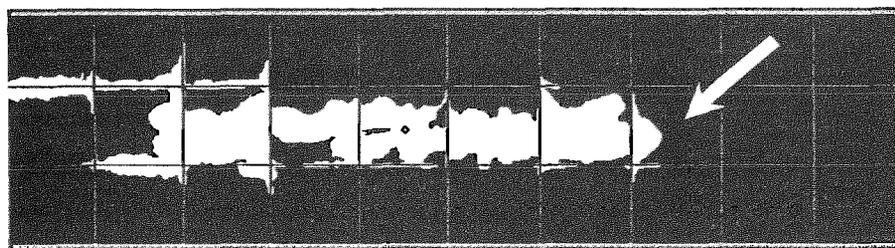


FIG. 30. PATRÓN DE AVANCE PARA UN TIEMPO $t = 55.2$ Seg. DE HABERSE INICIADO LA INYECCIÓN.

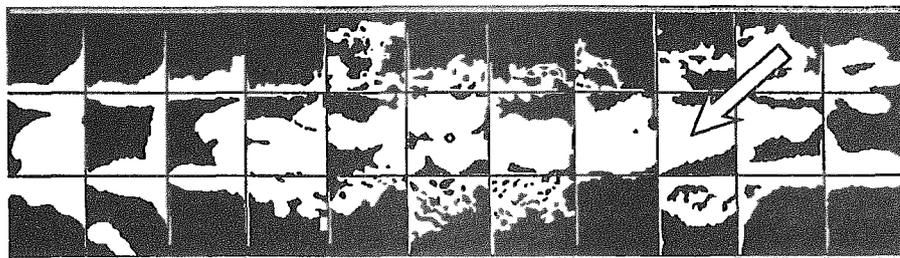


FIG. 31. PATRÓN DE AVANCE PARA UN TIEMPO $t = 1\text{h } 52\text{m } 35\text{s}$ DE HABERSE INICIADO LA INYECCIÓN.

inyectó agua en el pozo a un gasto de $0.23 \text{ cm}^3/\text{min}$, observándose el patrón de avance ilustrado en las Figs. 30 y 31, en las cuales la parte clara es agua y la parte oscura es aceite.

Con la finalidad de hacer la comparación entre el modelo desarrollado y los resultados de este experimento, observamos que la Ec. (31) expresa la saturación de agua en la matriz como función de la distancia y el tiempo, de tal manera que si fijamos la distancia, la saturación queda solamente en función del tiempo. Esta fue la manera en que se utilizó el modelo para la comparación con las mediciones de saturación de agua en la matriz.

Para hacer las mediciones de saturación de agua en la matriz, se seleccionó el bloque indicado con una flecha en las Figs. 30 y 31, cuyo centro se localiza a una distancia adimensional $x_D = 0.54$.

La Fig. 32 muestra una secuencia del avance del agua dentro del

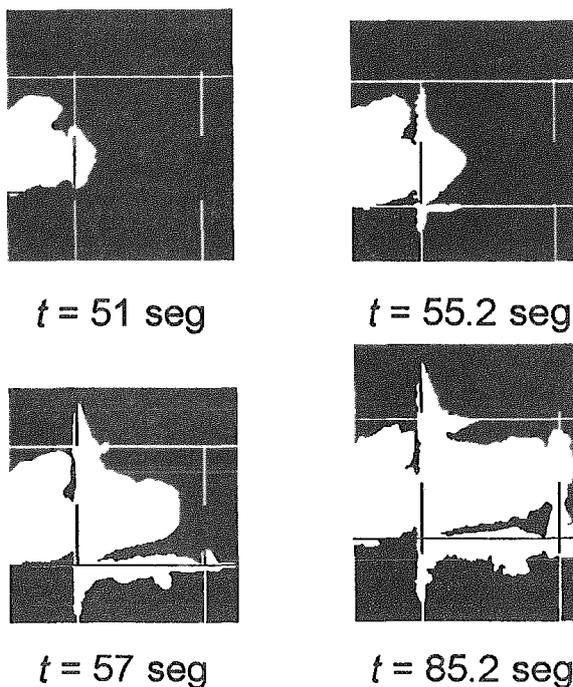


FIG. 32. SECUENCIA DE INVASIÓN DEL BLOQUE EN ESTUDIO.

bloque en estudio. Para este bloque se midió el área invadida por agua a diferentes tiempos. También, después de inyectar aproximadamente 20 volúmenes de poro y que prácticamente la recuperación de aceite era cero, se determinó el área ocupada por el aceite residual.

La saturación de agua en el bloque se calcula dividiendo el área ocupada por el agua a un tiempo dado entre el área activa de la celda, donde el área activa es el área que resulta de restar el área total del bloque, el área correspondiente al aceite residual. El tiempo adimensional se obtuvo a partir de la expresión para esta variable presentada en la Ec. (24-b). A los puntos experimentales obtenidos se les ajustó una curva teórica, utilizando la expresión (31). Para el valor F de esta celda, es decir, $F = 0.2$, se encontró que $K_D = 80$ es el valor que mejor ajusta a los puntos experimentales, como puede observarse en la Fig. 33.

b) BLOQUE DE ARENISCA BEREAL.

Para probar la validez del modelo para un medio poroso real, se realizó un experimento de desplazamiento de aceite por agua, utilizando como bloque de matriz una muestra cilíndrica de arenisca de tipo Berea.

Para simular un medio poroso fracturado se

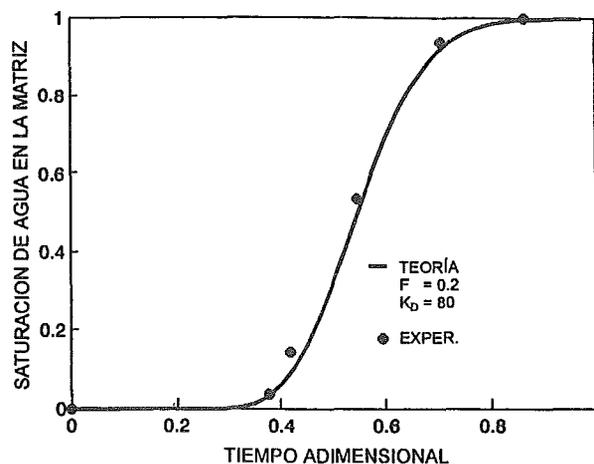


FIG. 33. COMPARACIÓN TEÓRICO-EXPERIMENTAL PARA LA SATURACIÓN DE AGUA EN LA MATRIZ.

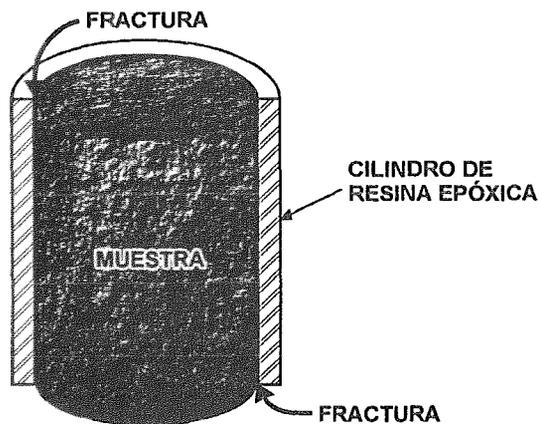


FIG. 34. MEDIO POROSO "FRACTURADO".

introdujo a presión la muestra de Berea en un tubo construido con resina epóxica, de tal manera que el espacio anular entre la muestra y el tubo plástico constituye la fractura, como se observa en la Fig. 34.

La muestra, cuyas características se presentan en la Tabla 4, fue lavada circulando 100 volúmenes de poro de agua destilada; luego fue secada por 5 horas en un horno a 100 ° C. Posteriormente, se saturó 100% con aceite de 1.5 cp de viscosidad y se colocó en la celda de desplazamiento del arreglo experimental de la Fig. 35. Luego, se empezó a inyectar agua destilada a un gasto constante de 0.23 cm³/min, recolectándose el efluente en volúmenes fijos de 1 cm³ en tubos de ensayo graduados. Es conveniente hacer notar que desde el primer tubo de ensayo se obtuvo presencia de agua, lo cual no ocurre durante el desplazamiento de aceite por agua en un medio poroso homogéneo (Cruz Hernández, 1990), para el cual en los primeros tubos se recolecta sólo aceite. Esto quiere decir que para un medio poroso fracturado, el agua se canaliza rápidamente a través de la fractura.

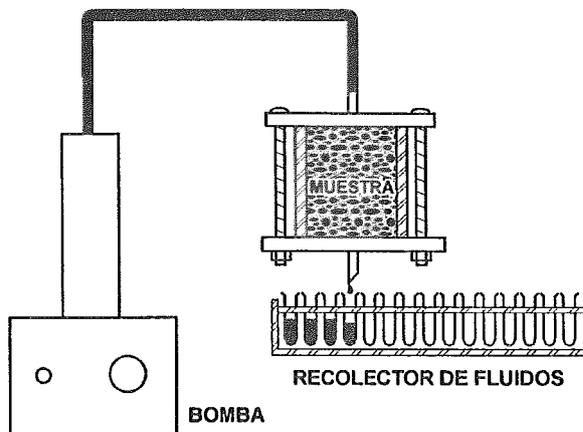


FIG. 35. DISPOSITIVO EXPERIMENTAL PARA PRUEBAS DE DESPLAZAMIENTO EN NÚCLEOS.

TABLA 4. CARACTERÍSTICAS DE LA MUESTRA CILÍNDRICA DE ROCA BEREA		
	SIN ENCAPSULAR	ENCAPSULADA
LONGITUD	5.26 cm	5.26 cm
DIÁMETRO	3.79 cm	-
PESO	126.0 g	200.8 g
VOLUMEN POROSO	11.1 cm ³	11.8 cm ³
POROSIDAD	18.7%	-
PERMEABILIDAD	-	709.0 md

Una de las cantidades de interés en un proceso de recuperación secundaria es la recuperación de aceite, por esta razón, se utilizó este parámetro para hacer la comparación del modelo con las mediciones experimentales.

Para obtener la expresión teórica para la recuperación de aceite, partimos de la suposición de que el flujo fraccional de agua f_w en las fracturas es igual a la saturación de agua existente en ellas; entonces, el flujo fraccional de aceite f_o puede expresarse como:

$$f_o = 1 - f_w = S_o \quad (32)$$

Entonces, la recuperación de aceite está dada por la expresión siguiente:

$$N_{pn} = \int_0^{t_D} f_o dt_D = \int_0^{t_D} (1 - S_{wf}) dt_D$$

es decir,

$$N_{pn} = \int_0^{t_D} \left[1 - \frac{e^{-t_D}}{\pi} \int_0^\infty \frac{e^{-Ax_D}}{(1+z^2)} \cdot (\cos(zt_D - Bx_D) + z \operatorname{sen}(zt_D - Bx_D)) dz \right] dt_D \quad (33)$$

Si en (33) hacemos $x_D = 1$, el resultado expresa la recuperación de aceite a la salida de la muestra. Esto es lo que se hizo para el cálculo de la recuperación de aceite en este experimento.

Después de inyectar del orden de 20 volúmenes de poro, se encontró que el aceite total recuperable de la muestra fue de 4.03 cm^3 . Para un tiempo dado se midió la cantidad de aceite recuperado en los tubos de ensayo, dividiéndose esta cantidad entre el aceite total recuperable. De esta manera se obtuvieron los puntos experimentales de la Fig. 36. A estos puntos experimentales se les ajustó una curva teórica de recuperación normalizada, obtenida considerando $x_D = 1$ y $F = 0.06$ en la expresión (33). El valor de K_D que mejor ajustó a los puntos experimentales fue $K_D = 0.22$, que es un valor mucho menor al obtenido para la celda porosa de vidrio. Esto indica que en el experimento con bloque de arenisca Berea, el intercambio de fluidos entre matriz y fractura fue más lento.

Para tratar de entender como influye la temperatura a la cual se realiza la experimentación, en el coeficiente de transferencia adimensional K_D , recordemos que este coeficiente depende de las características del medio poroso, de los fluidos y de las condiciones de flujo. De esta manera, cuando se tiene un aceite muy viscoso, la transferencia de fluidos entre matriz y fractura es lenta, pero, si a este mismo sistema roca-fluido se le incrementa la temperatura la transferencia de fluidos es más rápida, debido a la disminución de la viscosidad de los fluidos.

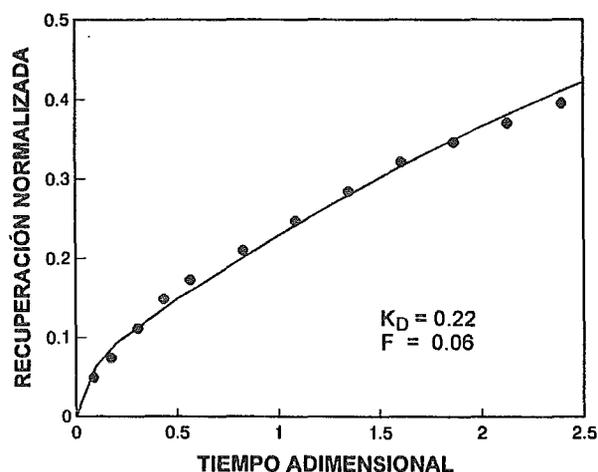


FIG. 36. AJUSTE DEL MODELO A LOS DATOS EXPERIMENTALES DE RECUPERACIÓN DE ACEITE.

CAPITULO 7

MODELO LINEAL DE DESPLAZAMIENTO CONSIDERANDO DISPERSION DE LOS FLUIDOS

FORMULACIÓN DEL MODELO Podemos observar en la comparación teórico-experimental del capítulo anterior que la curva teórica tiende a subir para tiempos largos, mientras que los puntos de la curva experimental tienden a alinearse horizontalmente, es decir, la recuperación normalizada de aceite tiende a su máximo y por más agua que se inyecte ya no se recupera aceite.

Con la finalidad de tratar de corregir esta discrepancia entre modelo y experimento, formularemos un nuevo modelo teórico, que a diferencia del modelo anterior en que se considera que en las fracturas el transporte de fluidos es puramente convectivo, este modelo considera que el transporte en las fracturas se efectúa a través de un mecanismo que tiene una parte convectiva y una parte dispersiva, es decir, está regido por la ecuación siguiente (Sudicky y Frind, 1982, Maloszewski y Zuber, 1985):

$$D \frac{\partial^2 S_{wf}}{\partial x^2} - u \frac{\partial S_{wf}}{\partial x} = F \frac{\partial S_{wf}}{\partial t} + (1-F) \frac{\partial S_{wm}}{\partial t} \quad (34)$$

donde D es el coeficiente de dispersión.

Además, de manera similar al modelo anterior, se considera que

$$(1-F) \frac{\partial S_{wm}}{\partial t} = K(S_{wf} - S_{wm}) \quad (35)$$

En este caso se usarán las variables adimensionales siguientes

$$x_D = \frac{x}{L} \quad (36)$$

$$t_D = \frac{ut}{L} \quad (37)$$

$$K_D = \frac{KL}{u} \quad (38)$$

$$D_D = \frac{D}{uL} \quad (39)$$

Con estas definiciones, las ecuaciones (34) y (35) se transforman en

$$D_D \frac{\partial^2 S_{wf}}{\partial x_D^2} - \frac{\partial S_{wf}}{\partial x_D} = F \frac{\partial S_{wf}}{\partial t_D} + (1-F) \frac{\partial S_{wm}}{\partial t_D} \quad (40)$$

$$(1-F) \frac{\partial S_{wm}}{\partial t_D} = K_D (S_{wf} - S_{wm}) \quad (41)$$

Las condiciones iniciales y de frontera utilizadas fueron las siguientes:

$$S_{wf}(x_D, 0) = 0, \quad x_D > 0 \quad (42)$$

$$S_{wm}(x_D, 0) = 0, \quad x_D > 0 \quad (43)$$

$$S_{wf}(\infty, t_D) = 0, \quad t_D \geq 0 \quad (44)$$

$$S_{wf}(0, t_D) = 1, \quad t_D \geq 0 \quad (45)$$

El sistema de ecuaciones formado por (40) y (41) se resolvió por el método de la Transformada de Laplace, como se muestra en el Apéndice D, obteniendo para la saturación de agua en las fracturas la expresión siguiente

$$S_{wf} = \frac{e^{t_D}}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{e^{Mx_D}}{1+z^2} [\cos(zt_D - Nx_D) + z \operatorname{sen}(zt_D - Nx_D)] dz \quad (46)$$

donde

$$M = \frac{1}{2D_D} \left(1 - \sqrt{\rho} \cos \frac{\theta}{2} \right) \quad (47)$$

$$N = \frac{\sqrt{\rho}}{2D_D} \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} \quad (48)$$

$$\rho = \sqrt{U^2 + V^2} \quad (49)$$

$$\theta = \operatorname{arc} \tan \frac{V}{U} \quad (50)$$

$$U = 1 + 4D_D \left[F + \frac{K_D b + K_D (1 + z^2)}{(1 + b)^2 + z^2} \right] \quad (51)$$

$$V = 4D_D z \left[F + \frac{K_D b}{(1 + b)^2 + z^2} \right] \quad (52)$$

$$b = \frac{K_D}{1 - F} \quad (53)$$

Mientras que la saturación de agua en la matriz queda de la manera siguiente

$$S_{wm} = \frac{e^{t_D}}{\pi} \int_0^\infty \frac{b e^{Mx_D}}{\left[(b+1)^2 + z^2 \right] (1+z^2)} \left[(b+1-z^2) \cos(zt_D - Nx_D) + z(b+2) \operatorname{sen}(zt_D - Nx_D) \right] dz \quad (54)$$

Suponiendo una vez más que en las fracturas el flujo fraccional de aceite es igual a la saturación de aceite en ellas se obtiene para la recuperación normalizada de aceite la expresión siguiente

$$N_{pn} = \int_0^{t_D} \left[1 - \frac{e^{-t_D}}{\pi} \int_0^\infty \frac{e^{Mx_D}}{1+z^2} (\cos(zt_D - Nx_D) + z \operatorname{sen}(zt_D - Nx_D)) dz \right] dt_D \quad (55)$$

COMPARACIÓN Se comparó este mo-
TEORÍA-delo con los resultados
EXPERIMENTO experimentales obteni-

dos en la corrida de desplazamiento descrita en el capítulo 6, donde el bloque de matriz está formado por un cilindro de arenisca Berea. La Fig. 37 muestra el ajuste de una curva teórica obtenida a partir de la Ec. (55) a los puntos experimentales de recuperación normalizada de

aceite. El ajuste se realizó haciendo $x_D = 1$ en la Ec. (55), lo que nos ubica a la salida de la muestra y $F = 0.06$, valor de la fracción de espacio poroso que correspondió a fracturas en el medio poroso utilizado. A continuación se dieron valores a D_D y K_D hasta que se obtuvo el ajuste que se muestra.

Como puede observarse, este modelo ajusta mejor los resultados experimentales que el modelo presentado en el cap. 6. Esto quiere decir que es muy probable que en las fracturas el desplazamiento tenga una cierta dispersión. Esta es una suposición razonable tomando en cuenta que la salida del aceite, tanto el contenido en las fracturas como en la matriz es, desde el punto de vista del modelo, a través de las fracturas. Además, si el coeficiente de dispersión es una medida de que tanto se diferencia el flujo en las fracturas de un flujo tipo pistón, se esperaría que en un medio poroso frac-

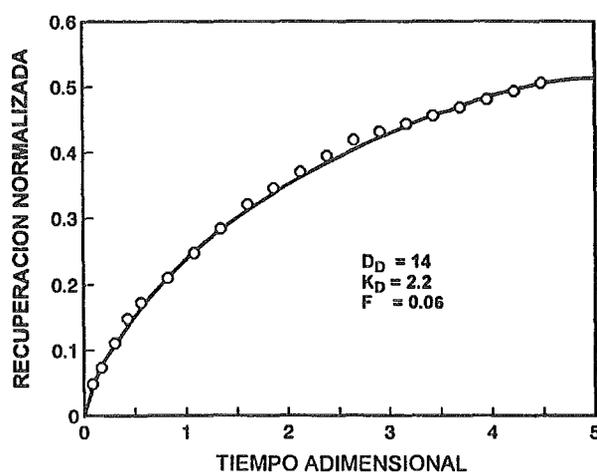


FIG. 37. COMPARACIÓN TEORÍA-EXPERIMENTO PARA LA RECUPERACIÓN NORMALIZADA DE ACEITE.

turado el coeficiente de dispersión fuera mayor al coeficiente de dispersión en un medio poroso homogéneo, en el cual este coeficiente es del orden de 1.0 (Cruz Hernández, 1990).

La interpretación dada al coeficiente de dispersión en el párrafo anterior tiene el inconveniente de que dado que la permeabilidad en las fracturas es alta, se esperaría que la difusión molecular, que es una de las componentes de la dispersión, no fuera significativa. Sin embargo, es probable que la dispersión mecánica, que involucra los cambios en velocidad que sufre el agua en su paso a través del medio, sea la responsable de que se presente esta componente dispersiva en las fracturas. Lo que sí es cierto, es que de acuerdo a la metodología del modelo conceptual, no es necesario mostrar que tal dispersión existe para formular un modelo macroscópico que describa el movimiento de los fluidos en la manera expresada por la Ec. (34). Un ejemplo de un modelo conceptual es la teoría cinética de los gases, donde las moléculas de gas se visualizan como esferas chocando entre ellas, es decir, en lugar de considerar las fuerzas reales que están actuando entre las moléculas, se introduce un cuadro estadístico de moléculas moviéndose aleatoriamente, chocando entre ellas de acuerdo a ciertas reglas. Mediante el análisis del movimiento y las colisiones, se obtiene una relación entre la presión del gas y la energía cinética de las moléculas. Cuando se compara con resultados experimentales, se encuentra que este modelo conceptual de un gas ideal, predice el comportamiento observado en un gas real, aumentando su exactitud para valores bajos del número de moléculas por unidad de volumen a una temperatura dada.

De esta manera, no se descarta la posibilidad de que el coeficiente de dispersión en la Ec. (34) esté representando la influencia de otros procesos que están presentes en el transporte de fluidos, por ejemplo, los cambios en la mojabilidad del medio poroso.

CAPITULO 8

MODELO ANALITICO PARA EL DESPLAZAMIENTO RADIAL INMISCIBLE EN UN MEDIO POROSO FRACTURADO

FORMULACIÓN DEL MODELO Para el desarrollo de este modelo se parte de las ideas básicas utilizadas en el capítulo 6, es decir, se considera que en un medio poroso fracturado, el desplazamiento de los fluidos se lleva a cabo principalmente a través de las fracturas por un proceso convectivo, mientras que la penetración de agua a los bloques de la matriz se lleva a cabo por un mecanismo que depende de la diferencia entre las saturaciones de matriz y de fractura.

Para flujo radial es conveniente trabajar en coordenadas cilíndricas. En este caso la Ec. (21) se puede escribir como:

$$v_r \frac{\partial S_{wf}}{\partial r} + F \frac{\partial S_{wf}}{\partial t} + (1-F) \frac{\partial S_{wm}}{\partial t} = 0 \quad (32)$$

donde r y v_r son distancia y velocidad radial, respectivamente.

En el caso de un cilindro de altura h , donde se inyecta agua en su línea central a un gasto q , la velocidad radial está dada por

$$v_r = \frac{q}{2\pi h \phi r} \quad (33)$$

de modo que, sustituyendo la Ec. (33) en la Ec. (32), se tiene

$$-\frac{q}{2\pi h \phi r} \frac{\partial S_{wf}}{\partial r} = F \frac{\partial S_{wf}}{\partial t} + (1-F) \frac{\partial S_{wm}}{\partial t} \quad (34)$$

Se considerará aquí en forma análoga a los modelos desarrollados en los capítulos 6 y 7, que el flujo de agua hacia el interior de un bloque de

matriz es proporcional a la diferencia entre las saturaciones de agua de matriz y fractura, es decir,

$$\frac{\partial S_{wm}}{\partial t} = K(S_{wf} - S_{wm}) \quad (35)$$

donde K es el coeficiente de transferencia entre matriz y fractura.

Con el fin de llegar a soluciones generales, se definen las variables adimensionales siguientes:

$$\text{Distancia adimensional} \quad r_D = \frac{r}{R} \quad (36)$$

$$\text{Tiempo adimensional} \quad t_D = \frac{qt}{\pi R^2 h \phi} \quad (37)$$

$$\text{Coeficiente de transferencia adimensional} \quad K_D = \frac{\pi R^2 h \phi K}{q} \quad (38)$$

donde R es un radio de referencia discutido previamente en esta tesis (Cap. 4), el cual normalmente se hace igual al radio del área de estudio. Se hace notar que estas definiciones de las variables adimensionales son las mismas utilizadas en el modelo de desplazamiento de aceite por agua descrito en el capítulo 4, pero su interpretación es diferente. Por ejemplo, K_D es ahora el coeficiente adimensional de transferencia de fluidos entre matriz y fractura.

Haciendo uso de las relaciones (36) a (38), las Ecs. (34) y (35) se transforman en las siguientes:

$$-\frac{1}{2r_D} \frac{\partial S_{wf}}{\partial r_D} = F \frac{\partial S_{wf}}{\partial t_D} + (1-F) \frac{\partial S_{wm}}{\partial t_D} \quad (39)$$

$$\frac{\partial S_{wm}}{\partial t_D} = K_D (S_{wf} - S_{wm}) \quad (40)$$

Este es el modelo matemático que será usado para describir el desplazamiento radial de aceite por agua en un medio poroso fracturado.

Para encontrar una solución al sistema de Ecs. (39) y (40), se hacen las consideraciones siguientes: (1) se tiene un medio poroso infinito, (2) ini-

cialmente, el medio está saturado totalmente con aceite; (3) en el tiempo $t_D = 0$ se empieza a inyectar agua en un punto (origen de coordenadas) a gasto constante. Con estas consideraciones, las condiciones iniciales y de frontera de interés son:

$$S_{wf}(r_D, 0) = 0, \quad r_D > 0 \quad (41)$$

$$S_{wm}(r_D, 0) = 0, \quad r_D > 0 \quad (42)$$

$$S_{wf}(0, t_D) = 1, \quad t_D \geq 0 \quad (43)$$

Haciendo uso de la transformada de Laplace, se puede llegar a la solución siguiente para la saturación de agua en las fracturas (Ec. (D-31) del Apéndice B):

$$S_{wf}(r_D, t_D) = \frac{\exp(t_D)}{\pi} \int_0^\infty \frac{\exp(-Ar_D^2)}{1+z^2} \left[\cos(zt_D - Br_D^2) + z \operatorname{sen}(zt_D - Br_D^2) \right] dz \quad (44)$$

donde

$$A = F + \frac{(1-F)K_D(1+K_D+z^2)}{(1+K_D)^2+z^2}$$

$$B = zF + \frac{z(1-F)K_D^2}{(1+K_D)^2+z^2}$$

En forma similar, se puede obtener la expresión siguiente para la saturación de matriz (Ec. (B-34) del Apéndice B):

$$S_{wm}(r_D, t_D) = \frac{\exp(t_D)}{\pi} \int_0^\infty \frac{\exp(-Ar_D^2)}{1+z^2} \left[C \cos(zt_D - Br_D^2) + D \operatorname{sen}(zt_D - Br_D^2) \right] dz \quad (45)$$

donde las expresiones para A y B se han definidos previamente y

$$C = \frac{K_D(1 + K_D - z^2)}{(1 + K_D)^2 + z^2}$$

$$D = \frac{zK_D(2 + K_D)}{(1 + K_D)^2 + z^2}$$

A partir de las definiciones de F , S_{wf} y S_{wm} , se puede demostrar (Ec. (B-45) del Apéndice B) que la saturación de agua está dada por

$$S_w = FS_{wf} + (1 - F)S_{wm} \quad (46)$$

Para tener una idea de la forma en que varían las saturaciones de fractura y de matriz con la distancia, para un tiempo dado, se presenta la Fig. 38, la cual fue obtenida

para un caso hipotético donde $F = 0.05$, $t_D = 0.2$, $K_D = 2$. Como era de esperarse, se observa que la saturación de matriz siempre es menor que la saturación de fractura.

También es interesante ver como cambian las saturaciones con el tiempo, para una distancia dada. En la Fig. 39, se muestra su comportamiento para $r_D = 0.5$, $F = 0.05$, $K_D = 2$,

observándose que la saturación de fractura presenta cambios importantes, en tanto que la saturación de matriz muestra una variación más pequeña.

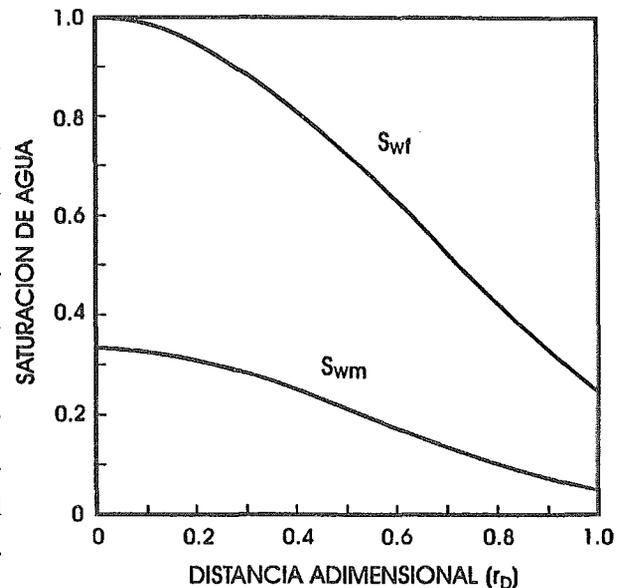


FIG. 38. VARIACION DE LAS SATURACIONES DE MATRIZ Y FRACTURA PARA $t_D = 0.2$, $F = 0.05$ Y $K_D = 2$.

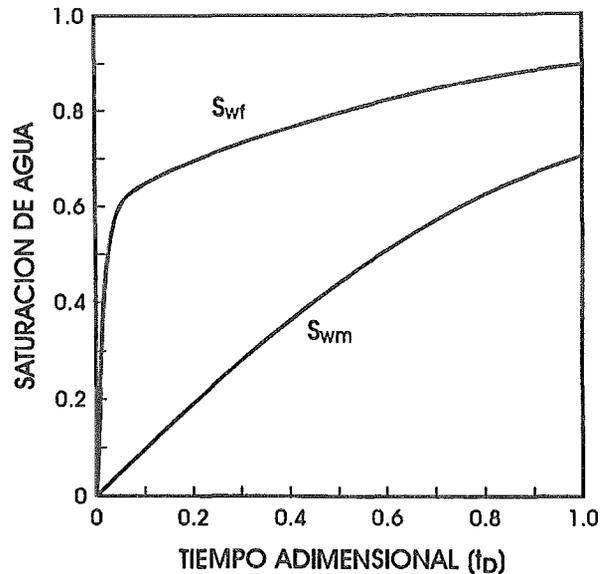


FIG 39. COMPORTAMIENTO DE LAS SATURACIONES DE AGUA DE MATRIZ Y FRACTURA PARA $r_D = 0.5$, $F = 0.05$ Y $K_D = 2$.

COMPROBACIÓN EXPERIMENTAL Con el fin de probar el modelo desarrollado para el caso radial, se utilizaron los resultados experimentales obtenidos con una celda porosa fracturada, similar a la que se describe al inicio del capítulo 5 (Fig. 22). La diferencia es que esta celda presenta bloques de matriz más pequeños, del orden de 2×2 cm. Los bloques se hicieron de este tamaño con la finalidad de minimizar los efectos de la frontera de la celda en la saturación de los bloques en estudio. Una imagen del patrón de avance obtenido se muestra en la Fig. 40.

Para hacer la comparación entre teoría y experimento, se tomó como base la Ec. 45, que expresa la saturación de agua de matriz como una función del tiempo y la distancia, de modo que si se fija la distancia en un valor dado, se tiene la saturación como una función del tiempo solamente. Esta fue la forma utilizada en la comparación.

El procedimiento experimental consistió en analizar una secuencia de fotografías correspondientes a una corrida de desplazamiento. En cada fotografía, se seleccionaron cuatro bloques localizados a la misma distancia del punto de inyección, los cuales se señalan con una flecha en la Fig. 40. Haciendo el radio de referencia R igual al radio de la celda, la distancia

adimensional para los centros de los bloques fue de 0.35. Por observación directa, se determinaron las áreas muertas (áreas no invadidas por agua) para cuando se habían inyectado alrededor de 20 volúmenes de poro. En el caso presente, se obtuvo un valor de 55%. Esta área fue tratada como si perteneciera a la parte sólida de la celda. Luego, se determinó la saturación de agua en cada

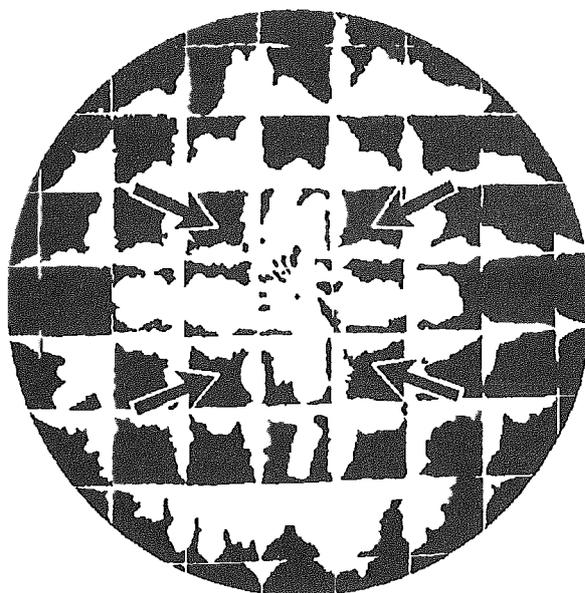


FIG. 40. PATRÓN DE AVANCE EN UNA CELDA CIRCULAR FRACTURADA CON $\mu_0 = 100$ cp.

bloque y se calculó el promedio. Este valor fue tomado como la saturación de agua para la distancia seleccionada, mientras que el tiempo adimensional se calculó usando la Ec. (37). El procedimiento se repitió para toda la secuencia de fotografías. Los resultados obtenidos se muestran en la Tabla 5.

TABLA 5. SATURACION DE AGUA EN LA MATRIZ EN UN MEDIO POROSO FRACTURADO.	
TIEMPO ADIMENSIONAL	SATURACION DE AGUA DE MATRIZ
1.24	0.295
1.82	0.488
2.26	0.633
2.95	0.697
4.14	0.715
5.74	0.835
7.13	0.837
11.98	0.961

En la Fig. 41 se muestran los puntos experimentales, a los cuales se les ajustó la curva teórica indicada en la misma figura. El mejor ajuste para el valor $F = 0.16$ de esta celda, se logró para $K_D = 0.32$. Como se puede ver el ajuste es razonablemente bueno.

La Ec. (43) indica que la saturación de fractura en el punto de inyección es 1. Esta condición no la satisface el experimento de la Fig. 40. Sin embargo, la comparación modelo experimento se hizo considerando al bloque de inyección como difusor de fluidos y haciendo el análisis a partir de que el agua alcanzó las fracturas que rodean al bloque en que se hizo la inyección.

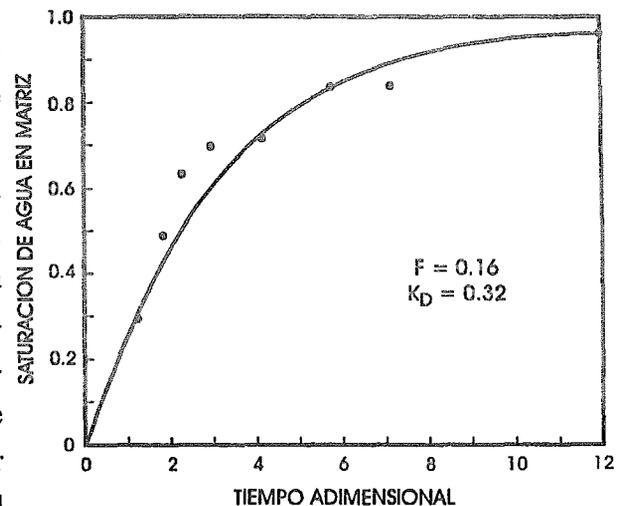


FIG. 41. AJUSTE DE UNA CURVA TEÓRICA A LOS PUNTOS EXPERIMENTALES DE SATURACION DE AGUA DE MATRIZ, PARA $r_D = 0.35$.

Un experimento que sí satisface la condición (43) es el que se muestra en la Fig. 25 del capítulo 5. En el análisis de este experimento se midió la saturación de agua en los cuatro bloques que tienen uno de sus vértices en el punto de inyección de agua. Se midió el aceite que quedó como residual después de inyectar 25 volúmenes de poro de agua y resultó ser 18.5%. Estos datos, y el tiempo adimensional calculado mediante la Ec. (37), permitieron obtener la gráfica que se muestra en la Fig. 42.

A los datos experimentales se le ajustó la curva teórica que se muestra, teniendo en cuenta que para esta celda $F=0.2$. El valor de K_D que mejor ajustó los puntos experimentales fue $K_D=0.16$, que es un valor menor al obtenido para la celda con bloques de matriz más pequeños.

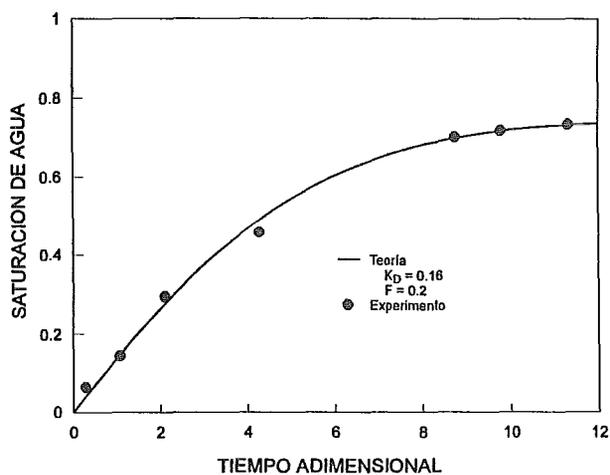


FIG. 42. SATURACIÓN DE AGUA DE MATRIZ CONTRA TIEMPO ADIMENSIONAL PARA EL EXPERIMENTO DE LA FIG. 25, CAP. 5.

CAPITULO 9

PROCESOS DE IMBIBICION

FORMULACIÓN DE UN MODELO PARA LA IMBIBICIÓN EN UN BLOQUE DE MATRIZ Un yacimiento naturalmente fracturado es un sistema complejo de bloques irregulares de matriz, rodeados por una red de fracturas altamente permeables. La idealización del sistema real por uno más simple formado por bloques regulares de matriz y una red de fracturas, fue propuesta por Warren y Root (1963). Esta es la aproximación adoptada en la mayoría de los simuladores de yacimientos naturalmente fracturados.

A nivel molecular los mecanismos de penetración del agua dentro de los bloques de matriz no son bien conocidos, sobre todo debido a que la mojabilidad es una función compleja de las propiedades del sólido y de los fluidos. No obstante, se pueden desarrollar modelos matemáticos para la descripción de estos procesos basándose en el comportamiento macroscópico de los fluidos.

En esta tesis se realizaron experimentos de imbibición en una celda porosa bidimensional y con base en los resultados experimentales, se formuló un modelo para la imbibición en el que se hacen las suposiciones siguientes:

- 1) El desplazamiento del agua se lleva a cabo siempre de zonas de mayor saturación a zonas de menor saturación.
- 2) El flujo de masa por unidad de área es proporcional al gradiente de saturación.

Para la formulación del modelo consideremos un bloque de matriz cuadrado de lado L totalmente saturado con aceite y rodeado en sus cuatro lados por agua (Fig. 43). Propongamos que debido a las fuerzas capilares, al poner en contacto el bloque de matriz con el agua, el aceite del bloque empieza a ser expulsado de tal manera que la saturación activa de agua en la matriz puede describirse por medio de la ecuación de difusión, esto es,

$$\frac{\partial S_{wa}}{\partial t} = D \left(\frac{\partial^2 S_{wa}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 S_{wa}}{\partial y^2} \right) \quad (47)$$

donde D es el coeficiente de difusión y es una medida de que tan rápido avanza el agua dentro de la celda y tiene unidades de L^2/T . La saturación activa de agua en la matriz S_{wa} está definida de la manera siguiente:

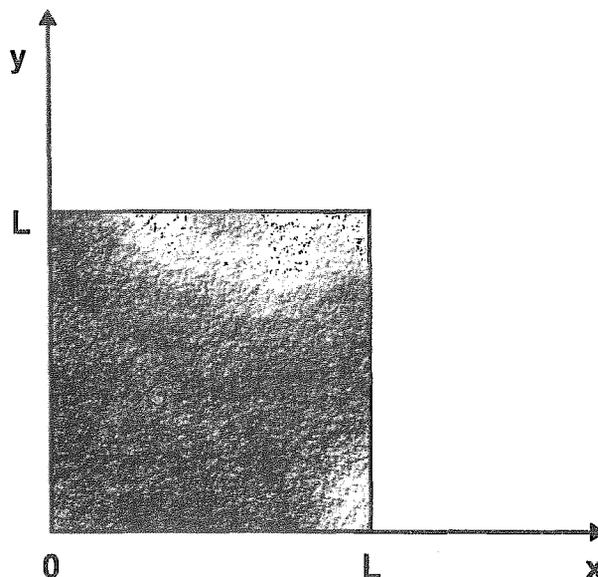


FIG. 43. ORIGEN DE COORDENADAS EN UN BLOQUE DE LADO L .

$$S_{wa} = \frac{S_w - S_{wi}}{S_{wf} - S_{wi}} \quad (48)$$

Aquí, S_w es la saturación total de agua en el bloque a un tiempo dado, S_{wi} es la saturación inicial de agua en el bloque y S_{wf} es la saturación de agua al final del proceso.

Las condiciones iniciales y de frontera para la Ec. (47) son:

$$S_{wa} = 0 \quad t = 0, 0 < x < L, 0 < y < L \quad (49)$$

$$S_{wa} = 1 \quad \text{cuando } x = 0, x = L \quad (50)$$

$$S_{wa} = 1 \quad \text{cuando } y = 0, y = L \quad (51)$$

En el Apéndice C se demuestra que resolviendo la Ec. 47 por el método de separación de variables, con las condiciones (49) a (51), se obtiene la expresión siguiente para la saturación de agua:

$$S_{wa} = 1 - \left[\frac{4}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)} \operatorname{sen}(2n+1) \pi x_D \exp[-(2n+1)^2 t_D] \right] \left[\frac{4}{\pi} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{(2m+1)} \operatorname{sen}(2m+1) \pi y_D \exp[-(2m+1)^2 t_D] \right] \quad (52)$$

La recuperación normalizada de aceite, igual a la saturación de agua promedio en el bloque, se expresa por medio de la Ec. 53:

$$N_{pn} = \bar{S}_{wa} = 1 - \left[\frac{8}{\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \exp[-(2n+1)^2 t_D] \right]^2 \quad (53)$$

Si tomamos únicamente el primer término de la serie, la Ec. (53) toma la forma

$$N_{pn} = 1 - 0.81 e^{-t_D} \quad (54)$$

Ahora bien, uno de los primeros trabajos sobre el proceso de imbibición es el de Aronofsky y cols. (1958), en el que los autores propusieron un modelo empírico para expresar la recuperación de aceite como función del tiempo, en medios porosos fracturados. Según este modelo, la recuperación sigue una ley tipo exponencial, es decir,

$$N_{pn} = 1 - e^{-\lambda t} \quad (55)$$

donde λ es un parámetro que es igual al inverso del tiempo en que se recupera el 63.2% del aceite total recuperable. Si en la Ec. (55) hacemos $t_A = \lambda t$, obtenemos la expresión siguiente:

$$N_{pn} = 1 - e^{-t_A} \quad (56)$$

Es decir, la Ec. (56) tiene la misma forma que la Ec. (54). Esto indica que el modelo de Aronofsky es un caso particular de la solución dada por la Ec. (53) para la recuperación normalizada de aceite.

EXPERIMENTOS DE IMBIBICIÓN EN UN BLOQUE DE MATRIZ.

La celda utilizada en las corridas experimentales consta de dos placas cuadradas de vidrio, de 10 cm de lado, tratadas con un abrasivo grado 80 por una de sus caras. Las caras rugosas de las placas se ponen en contacto y constituyen el bloque de matriz.

Para realizar los experimentos de imbibición

la celda se saturó 100% con aceite de viscosidad 1.5 cp y fue colocada dentro del refractario que se muestra en la Fig. 44, vertiendo agua en el recipiente de tal manera que la altura del agua fue el espesor de la celda, es decir, el agua no llegó a cubrir la celda. El dispositivo experimental se complementó con un fondo negro debajo del refractario, lámparas y una cámara fotográfica.

A los pocos minutos de poner en contacto la celda con el agua del recipiente, se observa cómo el agua penetra en la celda, extrayendo el aceite contenido en ella. La Fig. 45 muestra una secuencia de las imágenes obtenidas para uno de los experimentos de imbibición, donde el área en blanco es agua y el área oscura es aceite.

El análisis de este experimento consistió en

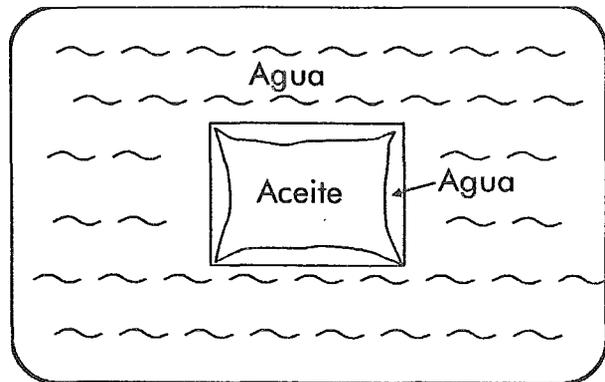
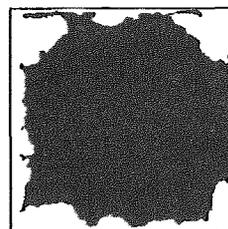
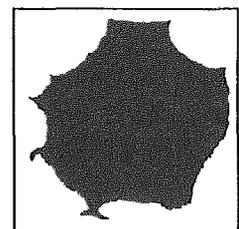


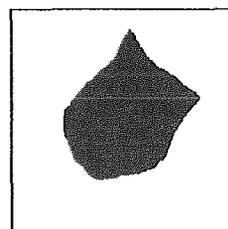
FIG. 44. ARREGLO EXPERIMENTAL PARA PROCESOS DE IMBIBICIÓN EN UNA CELDA POROSA.



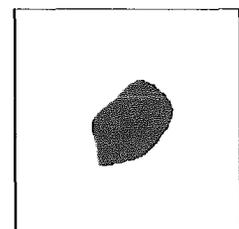
t = 16h



t = 106h



t = 343h



t = 555h

FIG. 45. SECUENCIA DE IMBIBICIÓN EN UNA CELDA QUE SIMULA UN BLOQUE DE MATRIZ.

medir el área invadida por agua, que es igual al aceite expulsado, en cada una de las fotografías obtenidas. Esta medición se realizó colocando una malla cuadrada con espaciamiento de 2 mm entre puntos contando el número N de puntos que caen en la zona invadida por agua. Se puede calcular la magnitud de esta área invadida $A = N(0.2)^2 \text{ cm}^2$. Si suponemos que para tiempos largos toda la celda va a ser invadida, al dividir el valor de área medido en cada fotografía entre el área total de la celda se obtiene la recuperación normalizada de aceite. Los puntos experimentales correspondientes se muestran en la Fig. 46.

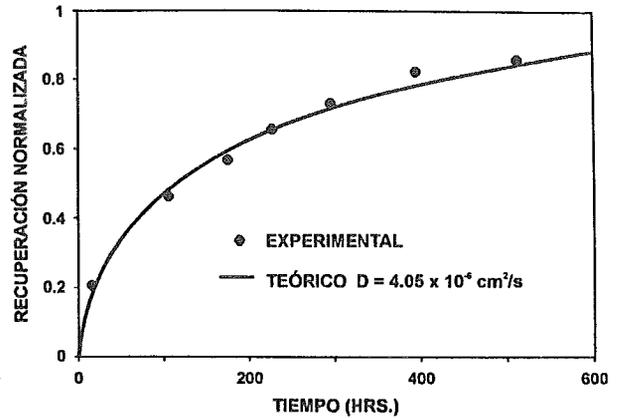


FIG. 46. COMPARACION ENTRE RESULTADOS EXPERIMENTALES Y MODELO CON $D = 4.05 \times 10^{-6} \text{ cm}^2/\text{s}$.

La recuperación normalizada de aceite para un bloque de matriz está expresada según la Ec. (53), para tiempo real de la manera siguiente

$$N_{pn} \cong \bar{S}_{wa} = 1 - \left[\frac{8}{\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \exp \left[-(2n+1)^2 \frac{\pi^2 D t}{L^2} \right] \right]^2 \quad (57)$$

A los datos experimentales de la Fig 46 se les ajustó por ensaye y error la Ec. 57. Esto se hizo dando valores al coeficiente de difusión D . Como se observa, el valor de $D = 4.05 \times 10^{-6} \text{ cm}^2/\text{s}$ ajusta muy bien los puntos experimentales. Este resultado indica que el proceso de imbibición tiene un comportamiento regido por la ecuación de difusión.

EXPERIMENTOS DE IMBIBICIÓN EN UNA CELDA FRACTURADA También, se realizó un experimento de imbibición en una celda que tiene grabada una red de fracturas. Para su construcción, la celda toma como base la celda descrita anteriormente. Después de esmerilar las dos placas por uno de sus lados, se le graban canales delgados, de un milímetro de profundidad por un milímetro de ancho. Estos canales simulan las fracturas de un medio poroso fracturado.

Esta celda, a la que llamaremos fracturada, fue saturada con aceite de viscosidad 1.5 cp y colocada en el recipiente refractario de la Fig. 44, vertiéndose agua en él sin que ésta llegara a cubrir la celda. Se tomaron fotografías para diferentes tiempos de iniciado el experimento. Una serie de cuatro de estas fotografías se muestra en la Fig. 47, donde, como en el experimento ante-

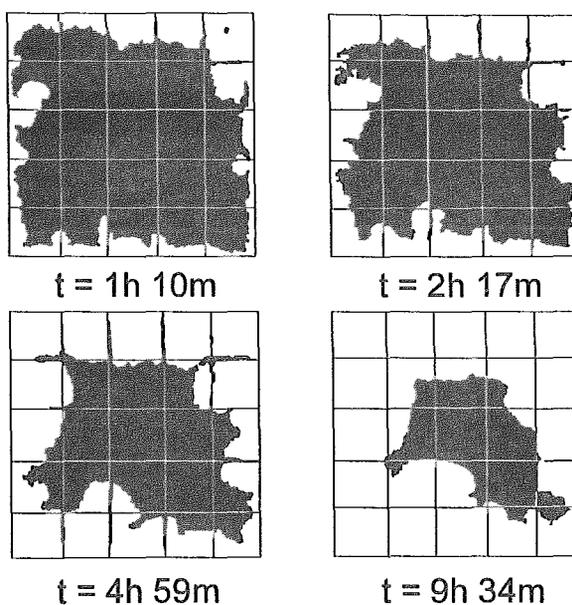


FIG. 47. EXPERIMENTO DE IMBIBICIÓN EN UNA CELDA CON RED DE FRACTURAS.

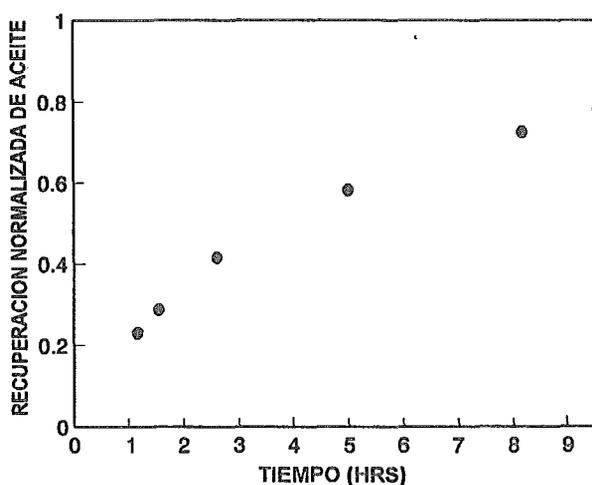


FIG. 48. RECUPERACIÓN DE ACEITE POR IMBIBICIÓN EN UN MEDIO POROSO QUE CONSTA DE 25 BLOQUES DE MATRIZ.

rior, el área en blanco es agua el área negra es aceite.

El análisis cuantitativo de este experimento consistió en medir el área invadida por agua, para cada una de las fotografías obtenidas. Después, este valor de área fue dividido entre el área total de la celda obteniéndose la recuperación normalizada de aceite. Los puntos experimentales se muestran en la Fig. 48.

Comparando las imágenes obtenidas para este experimento con el imbibición en un bloque de matriz, observamos que para el experimento en la celda fracturada se tiene un patrón de avance más complejo. Sin embargo, el aceite se barre más rápido en este último experimento. Esto lleva a concluir que, si solo actúan las fuerzas capilares, en un medio poroso fracturado la recuperación de aceite es mayor para bloques de matriz pequeños. También, en ambos experimentos observamos como es esperado, que el aceite que sale al final es aquel que se encuentra en la parte central de la celda, aunque esto es menos evidente en la celda fracturada (Fig. 47).

Cabe mencionar que el vidrio es mojable por agua y que el comportamiento en los experimentos descritos en este capítulo variaría si en la construcción de la celda se utilizara un material mojable por aceite. Para tratar de entender la manera en que el agua penetra al medio poroso en un proceso de imbibición recurriremos al trabajo de Moore y Slobod (1956). Estos autores afirman que en medios mojables por agua, las fuerzas capilares, que son mayores que las fuerzas viscosas, atraen al agua hacia los poros de la roca. El agua invadirá preferencialmente los poros pequeños, dejando el aceite en los poros más grandes en forma de glóbulos aislados. Este comportamiento ha sido comprobado con estudios microscópicos.

Moore y Slobod también afirman que en un sistema mojable por aceite, las fuerzas capilares tienden a evitar la entrada de agua en los poros y que la oposición es mayor en los poros de radio pequeño. En estos sistemas el agua entraría a los poros más grandes, dejando el aceite residual preferentemente en los poros más pequeños en forma de una fase continua. Este aceite residual, en un sistema mojable por aceite, es análogo al agua congénita de un sistema mojable por agua.

CAPITULO 10

EXPERIMENTOS DE SUDACION

DISPOSITIVO EXPERIMENTAL En este capítulo nos referiremos a sudación como el proceso en el cual actúan tanto la capilaridad como la gravedad. La palabra sudación pretende ser la traducción al español de la palabra “sudation” utilizada en inglés por algunos autores (Reiss, 1980).

Para estudiar este fenómeno en forma experimental, se utilizó el dispositivo que se muestra esquemáticamente en la Fig. 49. Este dispositivo está constituido principalmente por: a) una celda porosa bidimensional, b) un recipiente de acrílico, contenedor de la celda, c) una cámara fotográfica y d) dos lámparas. En la

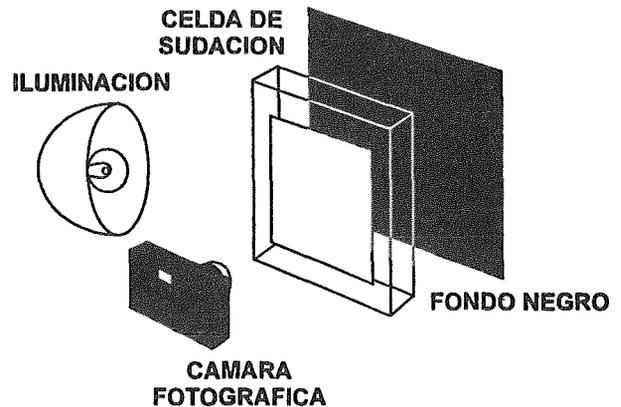


FIG. 49. DISPOSITIVO EXPERIMENTAL PARA ESTUDIOS DE SUDACION.

parte de atrás y exteriormente, se coloca un trozo de terciopelo para ayudar al contraste de las fotografías.

Para la construcción de la celda se utilizaron dos placas cuadradas de vidrio, de 10 cm de lado y 0.6 mm de espesor. Las placas fueron esmeriladas por uno de sus lados con un abrasivo grado 80 y se pusieron en contacto las caras rugosas de las placas, para formar un medio poroso bidimensional. Este medio poroso fue saturado 100% con aceite de viscosidad 1.5 cp. Después esta celda, que representa un bloque de matriz de un medio poroso fracturado, fue introducida en el recipiente de acrílico, y se vertió agua en el recipiente hasta que el nivel de ésta fuera la altura de la celda. A los pocos minutos de haberse introducido, se empezó a observar como el agua entraba a la celda, desplazando al aceite contenido en ella. Se tomaron fotografías a diferentes tiempos de iniciado el experimento.

CORRIDAS EXPERIMENTALES DE SUDACIÓN EN UN BLOQUE DE MATRIZ

Con la finalidad de observar el efecto de cerrar alguno de los lados de la celda, se construyeron varias celdas similares a la descrita en el párrafo anterior, dejando 1, 2 y 4 lados abiertos. Después de saturar la celda con aceite, los lados cerrados al proceso fueron sellados con resina epóxica. Una serie de las imágenes obtenidas para cada uno de los experimentos se presenta en las Figs. 50, 51 y 52, donde la parte oscura es aceite y la parte clara es agua.

El análisis de los experimentos consistió en medir el área invadida por agua en cada una de las fotografías obtenidas, usando una malla cuadrada de 2 mm de lado. Si suponemos que a un tiempo largo toda la celda va a ser invadida (es decir, que no habrá aceite residual), podemos construir la curva de la recuperación normalizada de aceite contra

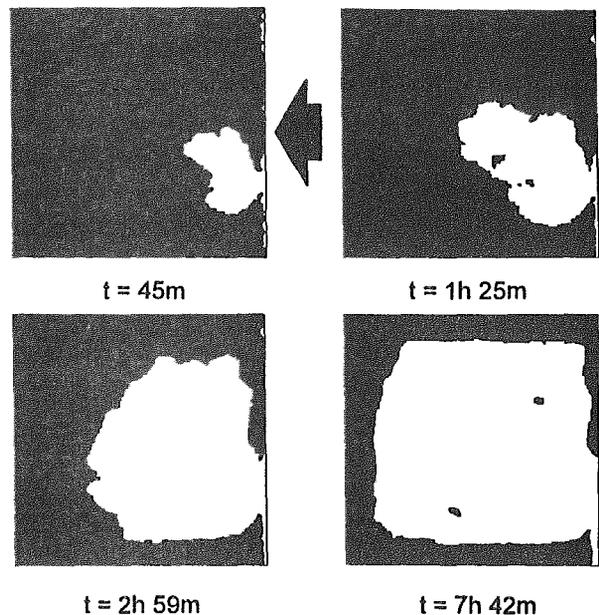


FIG. 50. PATRÓN DE AVANCE EN UNA CELDA CUADRADA, ABIERTA POR UN LADO, $\mu_o = 1.5$ cp.

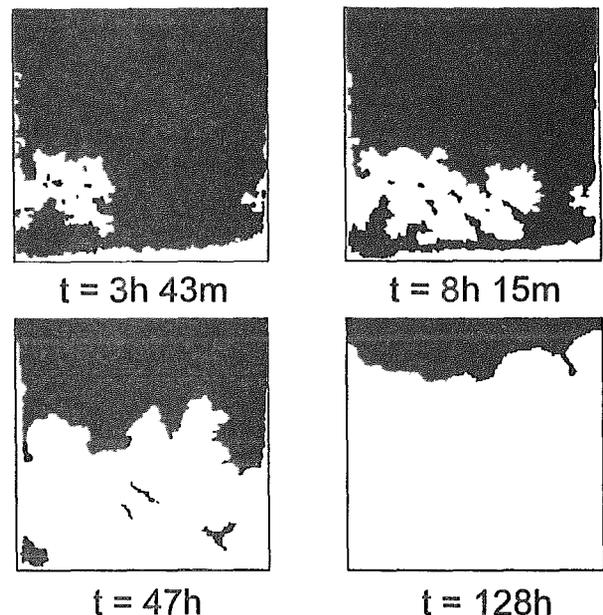


FIG. 51. PATRÓN DE AVANCE EN UNA CELDA CUADRADA, ABIERTA POR DOS LADOS, $\mu_o = 1.5$ cp.

tiempo, para cada uno de los experimentos. Los puntos dato correspondientes a un lado y cuatro lados abiertos se muestran en las Figs. 53 y 54. Es notable la gran diferencia que existe en la recuperación de aceite en estos experimentos, sobre todo al inicio de éstos, por ejemplo, para la primera hora, la recuperación para el caso de cuatro lados abiertos es del orden de 6 veces la correspondiente a un lado abierto.

Se decidió no usar los datos obtenidos para el experimento con dos lados abiertos en la comparación anterior, debido a que éste fue muy lento. Esta lentitud se debió, entre otros factores, a que el experimento fue realizado a temperatura ambiente más baja que los anteriores y la viscosidad de los fluidos, principalmente la del aceite aumenta sensiblemente con la disminución de la temperatura.

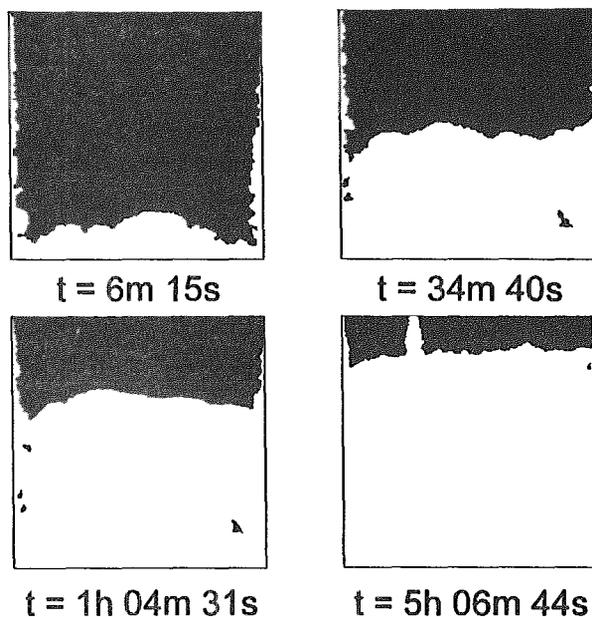


FIG. 52. PATRÓN DE AVANCE EN UNA CELDA CUADRADA, CON CUATRO LADOS ABIERTOS, $\mu_o = 1.5$ cp.

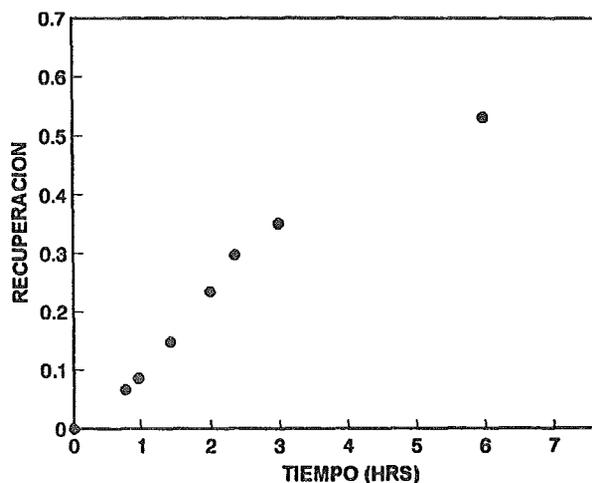


FIG. 53. RECUPERACIÓN NORMALIZADA PARA UN EXPERIMENTO DE SUDACIÓN EN UNA CELDA CUADRADA CON UN LADO ABIERTO.

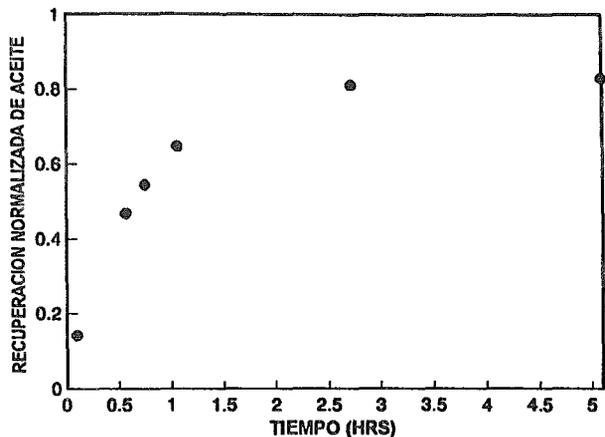


FIG. 54. RECUPERACIÓN NORMALIZADA PARA UN EXPERIMENTO DE SUDACIÓN EN UNA CELDA CUADRADA CON CUATRO LADOS ABIERTOS.

COMPARACIÓN ENTRE MEDICIÓN MANUAL Y MEDICIÓN AUTOMATIZADA DEL ÁREA Con la finalidad de comparar las mediciones manuales de área realizadas en esta tesis, se hizo una comparación de los resultados obtenidos por este método para el experimento de sudación de la Fig. 52 (cuatro lados abiertos), con los obtenidos a través de otro método al que llamaremos automatizado y que consiste esencialmente en barrer (o “escanear”) la fotografía obtenida del experimento, después, ya teniendo ésta convertida en una imagen digital de computadora, delinear la interface agua-aceite y contar por medio de un programa cuántos píxeles corresponden a cada uno de los fluidos. Se varió la cantidad total de píxeles en la imagen, observándose que al tener una imagen de 256×256 píxeles o más, la fracción de área correspondiente a cada fluido no variaba, por lo que se decidió tomar la división de la imagen en 512×512 píxeles para hacer la comparación entre medición manual y automatizada. La Tabla 6 muestra los resultados de esta comparación para el área invadida por agua a diferentes tiempos.

TABLA 6. COMPARACIÓN ENTRE LAS MEDICIONES AUTOMATIZADA Y MANUAL		
AUTOMATIZADA	MANUAL	DIFERENCIA PORCENTUAL
0.1250	0.1272	1.7
0.5191	0.5118	1.4
0.5927	0.5854	1.2
0.6830	0.6849	0.2
0.8422	0.8357	0.7

Esta comparación pone de manifiesto que para tiempos cortos, cuando el área invadida por agua es pequeña, la diferencia entre los dos métodos de medición es mayor. También, el valor del área obtenido por el método automatizado tiende a ser mayor que el obtenido con el método manual. Cabe hacer notar que en la medición automatizada hay intervención del usuario o intérprete en la delineación de la interface entre los dos fluidos, por lo cual es recomendable que ambas mediciones sean realizadas por la misma persona. Debido a esta participación del usuario del paquete de computadora para la medición del área, se decidió llamar a este método automatizado y no automático.

Cabe hacer notar también, que antes se realizó una comparación usando una malla de 3×3 mm para hacer la medición manual y se tuvo una diferencia porcentual de hasta 5% entre la medición manual y automatizada. Por esta razón, se decidió usar una malla de 2×2 mm para efectuar la medición manual.

Se puede concluir, que las mediciones realizadas con el método manual son una buena aproximación para determinar el área ocupada por cada uno de los fluidos y que si se realizan con una malla pequeña, esta medición es mejor. Por ejemplo, si para la medición manual del área se hubiera utilizado una malla cuadrada de 1 mm de lado, la diferencia porcentual entre medición manual y automatizada hubiera sido menor. Sin embargo, el utilizar una malla muy pequeña en la medición manual convierte esta determinación en un proceso tardado y tedioso, considerando que se tiene que contar de 3 a 5 veces el número de nodos que caen en el área invadida por agua y obtener un promedio. Esto, realizado para una de las fotografías, correspondería a un punto de la Fig. 54.

EXPERIMENTOS DE SUDACIÓN EN UNA CELDA FRACTURADA

Además de los experimentos de sudación con una celda cuadrada que representa un bloque de matriz, se realizaron experimentos en una celda fracturada, cuya construcción toma como base la celda de un sólo bloque. Sobre las caras esmeriladas de las placas que forman la celda, se graban canales de 0.05 cm de ancho por 0.02 cm de profundidad, que constituirán las fracturas, formando bloques de matriz de aproximadamente 2×2 cm.

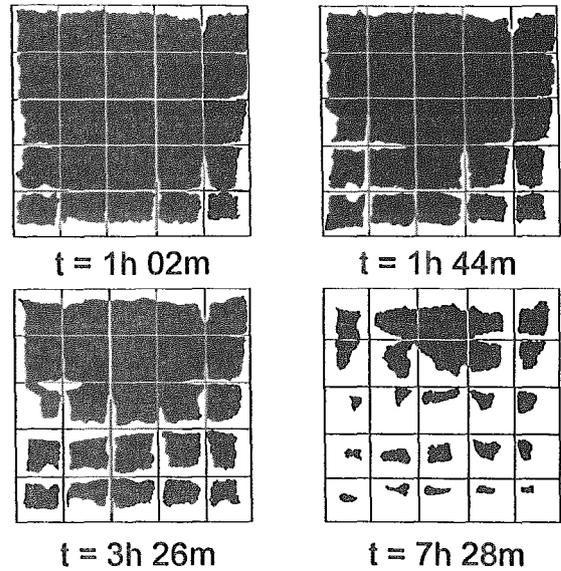


FIG. 55. PATRÓN DE AVANCE EN UNA CELDA FRACTURADA, ABIERTA EN TODO SU PERÍMETRO, $\mu_o = 1.5$ CP.

Para la realización de estos experimentos, la celda se saturó con aceite de viscosidad 1.5 cp y, con sus cuatro lados abiertos, se introdujo al recipiente de acrílico, vertiendo agua al recipiente sin que la altura de ésta sobrepasara la altura de la celda. Una serie de las imágenes obtenidas en uno de estos experimentos, se muestra en la Fig. 55.

Se midió el área invadida por agua para cada una de las fotografías obtenidas. Considerando una vez más que para un tiempo largo, toda la celda va ser invadida y no habrá aceite residual, se puede obtener para la recuperación normalizada de aceite contra tiempo la gráfica de la Fig. 56.

Un resultado inesperado de este experimento es que los valores de recuperación normalizada de aceite no se parecen a los obtenidos para el experimento de un solo bloque con todos sus lados expuestos a la entrada de agua (Fig. 54). De hecho, entre 2 y 5 hrs. los valores de recuperación se parecen más a los de un bloque con un lado abierto (Fig. 53).

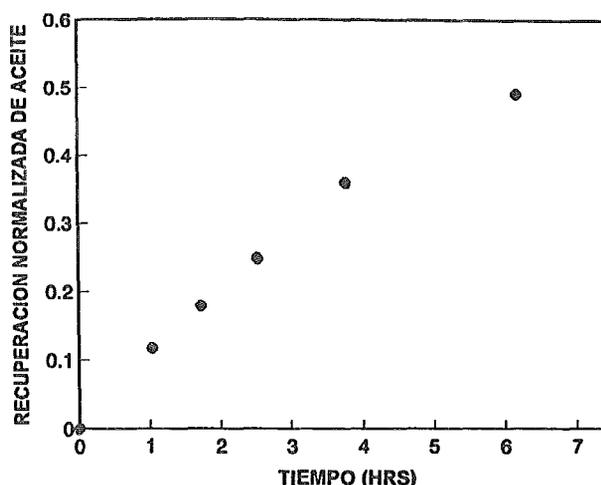


FIG. 56. RECUPERACIÓN NORMALIZADA DE ACEITE EN UN EXPERIMENTO DE SUDACIÓN USANDO UNA CELDA CON 25 BLOQUES DE MATRIZ.

AJUSTE DEL MODELO DE IMBIBICIÓN A LOS RESULTADOS EXPERIMENTALES DE SUDACIÓN Para poder usar el modelo desarrollado para el proceso de imbibición en un bloque de matriz (capítulo 9), para el caso de sudación en un bloque, con todos sus lados abiertos, fue necesario suponer que existe una cantidad de aceite residual del 18%. Con base en esta consideración, fue posible ajustar muy bien los datos experimentales de recuperación normalizada de aceite cuando se emplea un valor para el coeficiente de difusión $D = 0.0012 \text{ cm}^2/\text{seg}$ (Fig. 57). Ciertamente este es un resultado inesperado, ya que se trata de experimentos diferentes. Sin embargo, este ajuste muestra que los efectos de las fuerzas capilares y gravitacional se pueden agrupar, dando un comportamiento pseudo-difusivo de la saturación de agua promedio en los bloques de matriz.

El análisis de los experimentos presentados en este capítulo nos conduce a las observaciones siguientes:

- a) En un experimento de sudación la entrada de agua siempre empieza por la parte inferior de la celda. Además, el aceite que sale al final es aquél que se encuentra en la parte central superior de la celda. Esto pone de manifiesto que aún para gradientes gravitacionales de sólo 10 cm, como fue el que se tuvo en estos experimentos, es ya notable la

modificación de los patrones de avance dentro de los bloques de matriz, comparados con los que se tuvieron en los experimentos de imbibición presentados en el capítulo 9.

- b) En cuanto al patrón de avance del agua en una celda que presenta 25 bloques de matriz, se tiene que aunque es cierto que el agua entra preferentemente por la parte inferior de la celda, aún cuando todas las fracturas están invadidas, el aceite que sale al final se concentra en la parte central superior de cada uno de los bloques. Además, en la parte central superior de la celda se encuentra una cantidad considerable de aceite. Este aceite para un proceso de recuperación secundaria en un yacimiento fracturado, mediante inyección de agua, constituiría una parte importante del aceite residual.

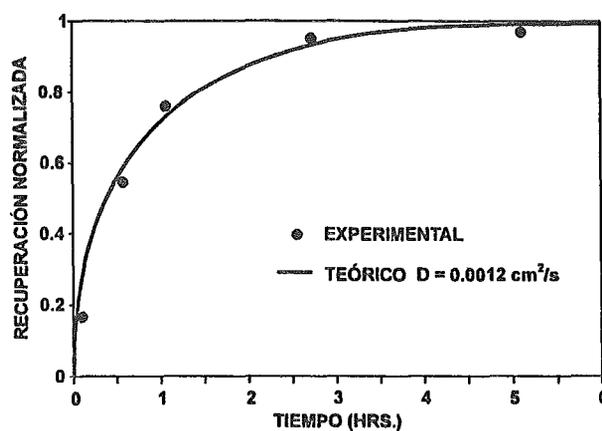


FIG. 57. AJUSTE TEORICO A LA RECUPERACION DE ACEITE POR SUDACION PARA UNA CELDA CUADRADA CON CUATRO LADOS ABIERTOS.

CAPITULO 11

ANÁLISIS DE LA FUNCION DE TRANSFERENCIA DE FLUIDOS ENTRE MATRIZ Y FRACTURA

ANÁLISIS DE LA BIBLIOGRAFÍA En este capítulo analizamos los enfoques presentados en la literatura para el intercambio matriz-fractura. Incluimos tanto el caso de imbibición, donde intervienen sólo las fuerzas capilares, así como el caso más complejo en que están presentes además las fuerzas gravitacionales y convectivas.

Wolff, M. et al (1991) en un trabajo sobre imbibición de aceite en los bloques de matriz de un medio poroso fracturado, llegaron a la siguiente expresión para el flujo adimensional promedio de aceite proveniente de los bloques

$$\bar{u}_{oD} = \frac{\bar{u}_o W \mu_o^2 K_{rv}^o}{\mu_w (K_{ro}^o)^2 \sigma \cos \theta \sqrt{\phi k_x} (S_{wI} - S_{wJ})} \quad (58)$$

donde \bar{u}_o es el flujo promedio de aceite proveniente del bloque, W es la mitad de la longitud del bloque, S_{wI} es la saturación inicial de agua y S_{wJ} es la saturación final de agua. Las variables y parámetros restantes se definen en la nomenclatura.

Basado en el trabajo de Aronofsky et al (1958), de Swaan (1976), en su teoría del desplazamiento unidimensional de aceite por agua en yacimientos naturalmente fracturados considera un término sumidero en la ecuación para la saturación de agua en las fracturas, dado por

$$W'_{iu} = \frac{N_{maRu}}{\tau_I} \int_0^t e^{-\frac{(t-\theta)}{\tau_I}} \frac{\partial S_w}{\partial \theta} d\theta \quad (59)$$

donde τ_I es la constante de imbibición medida, la cual corresponde al inverso del tiempo necesario para producir el 63.2% del aceite total, recuperable por imbibición del bloque de roca. En esta formulación τ_I da una

idea de como es el intercambio de fluidos entre matriz y fractura. Si τ_I es grande, entonces el intercambio matriz-fractura es rápido, y si τ_I es pequeño, entonces el intercambio es lento.

Handy, L. L. (1960) obtuvo, mediante la ecuación de Darcy, la ecuación de la presión capilar y la ecuación de continuidad la siguiente expresión para un proceso de imbibición unidimensional

$$\frac{\partial S_w}{\partial t} = - \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(\frac{k_w}{\phi \mu_w} \frac{\partial P_c}{\partial S_w} \right) \frac{\partial S_w}{\partial x} \right] \quad (60)$$

La similitud con la ecuación de difusión se tiene si se sustituye

$$D = \frac{k_w}{\phi \mu_w} \frac{\partial P_c}{\partial S_w} \quad (61)$$

Bech y cols. (1991) modelan el intercambio matriz-fractura en dos dimensiones como un proceso difusivo regido por la ecuación siguiente

$$\frac{\partial S_w}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(D \frac{\partial S_w}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(D \frac{\partial S_w}{\partial z} \right) = 0 \quad (62)$$

donde

$$D = \frac{k \lambda_w}{\phi} \frac{dP_c}{dS_w} \quad (63)$$

Beckner et al. (1987) propusieron

$$D = \frac{k k_{rw}}{\phi \mu_w} \frac{dP_c}{dS_w} \quad (64)$$

Dado que $k_{rw} = k_w/k$, la Ec. (64) se reduce a la ec. (61). Esta es también la expresión para el coeficiente de difusión usada por Dutra y Aziz (1991).

Para tomar en cuenta el flujo de aceite a contracorriente, Blair (1964) derivó una ecuación de difusión con coeficiente

$$D = \left(\frac{kk_o k_w}{\mu_w k_o + \mu_o k_w} \right) \frac{dP_c}{dS_w} \quad (65)$$

Gupta y Civan (1994) desglosan la expresión de Aronofsky en varias contribuciones. Es decir, representan el flujo de matriz a fractura como un flujo

poros ciegos $\xrightarrow{\lambda_3}$ red de poros interconectados $\xrightarrow{\lambda_1}$ interface matriz-fractura $\xrightarrow{\lambda_2}$ sistema de fracturas

Las ecuaciones de gasto asociadas a los procesos de transferencia están dadas por:

$$\frac{dR_d}{dt} = -\lambda_3 R_d^\alpha \quad (66)$$

$$\frac{dR_n}{dt} = \lambda_3 R_d^\alpha - \lambda_1 R_n^\beta \quad (67)$$

$$\frac{dR_i}{dt} = \lambda_1 R_n^\beta - \lambda_2 R_i^\gamma \quad (68)$$

$$\frac{dR_f}{dt} = \lambda_2 R_i^\gamma \quad (69)$$

En estas ecuaciones los parámetros λ_i con $i = 1, 2, 3$ deben ser determinados empíricamente, mientras que α , β , y γ son exponentes que representan la intensidad de cada proceso y R_d , R_n , R_i y R_f representan los volúmenes instantáneos de aceite contenidos en los poros ciegos, en la red de poros interconectados, en la interface matriz-fractura, y en la fractura, respectivamente. Cuando se hace la suposición de que $\alpha = \beta = \gamma = 1$ se obtiene para la recuperación de aceite una expresión con tres términos exponenciales dada por

$$R_f = R_\infty (1 - a_1 e^{-\lambda_1 t} - a_2 e^{-\lambda_2 t} - a_3 e^{-\lambda_3 t}) \quad (70)$$

R_{∞} representa el aceite recuperable que inicialmente está contenido en los poros interconectados y en los poros ciegos de la matriz, de tal manera que

$$R_{\infty} = R_n^o + R_d^o \quad (71)$$

donde R_d^o expresa el aceite inicial en los poros ciegos y R_n^o expresa el aceite inicial en los poros interconectados.

Un caso importante es el de transferencia rápida de aceite de la interfaz matriz-fractura al sistema de fracturas y cero contribución de los poros ciegos (i. e. $\lambda_2 \gg \lambda_1$ y $\lambda_3 = 0$ ó bien $R_d^o = 0$). Este es un experimento muy especial, factible durante experimentos de laboratorio efectuados en muestra de roca de alta permeabilidad, para el cual la función de transferencia se simplifica a

$$R_f = R_n^o (1 - e^{-\lambda t}) \quad (72)$$

que es la ecuación de Aronofsky y cols.

Kazemi et al (1992) expresan el gasto de transferencia matriz-fractura en la forma siguiente:

$$\tau_o = \frac{V_R \phi_{ma} \lambda}{5.6146} [S_{wf} (1 - S_{orma} - S_{wcma}) - (S_{wma} - S_{wcma})] \quad (73)$$

Esta ecuación indica que el gasto de transferencia es una función tanto de la saturación de agua en las fracturas como de la saturación de agua en la matriz. Es decir, es un reflejo de la interacción entre todas las fuerzas que conducen a la forma exponencial de la curva de recuperación.

Suponiendo que la ecuación exponencial para la curva de recuperación da un buen ajuste para la recuperación acumulativa de aceite, el parámetro λ se puede calcular a partir de las condiciones iniciales, denotadas con subíndices i en la ec. (74), de tal manera que

$$\lambda = \frac{0.006327 F_s k_{ma} \left(\frac{k_r}{\mu B} \right)_{oi} B_o P_{cwoi}}{\phi (S_{oi} - S_o)} \quad (74)$$

Rodríguez de la Garza (1988) expresa el gasto de intercambio de fluidos matriz-fractura, de la manera siguiente:

$$q_{imb} = -\frac{\sigma k_m}{\mu_w} S_w P_{civom} \quad (75)$$

donde σ es el factor de forma. Para un cambio unitario de saturación de agua en las fracturas

$$q_{imbu} = -\phi_m (1 - S_{wi} - S_{or})_m \xi \exp(-\xi t) \quad (76)$$

donde

$$\xi = \frac{\sigma P_{cmi}}{\phi_m (1 - S_{wi} - S_{or})_m} \quad (77)$$

Ahora, para un cambio arbitrario de saturación de agua en las fracturas,

$$q_{imb} = -\phi_m (1 - S_{or} - S_{wi})_m \xi \int_0^t \exp[-\xi(t-\tau)] \frac{\partial S_w}{\partial \tau} d\tau \quad (78)$$

similarmente, para los bloques de matriz

$$\int_0^{t_D} \exp[-(t_D - \tau)] \frac{\partial S_w}{\partial \tau} = \frac{\partial S_{wm}^*}{\partial \tau} \quad (79)$$

donde S_{wm}^* es la saturación normalizada de agua en la matriz, que se define como

$$S_{wm}^* = \frac{S_{wm} - S_{wmi}}{1 - S_{omr} - S_{wmi}} \quad (80)$$

y el tiempo adimensional está definido como

$$t_D = \xi t \quad (81)$$

Resolviendo el sistema formado por las ecs. (78) y (79), Rodríguez de la Garza obtuvo para el gasto adimensional de imbibición, la expresión dada por (82)

$$q_{Dimb}(x_D, t_D) = S_{wm}^* - S_w \quad (82)$$

donde

$$x_D = \frac{x}{L} \quad (83)$$

La ec. (82) tiene la misma forma que nuestra ecuación de transferencia de fluidos entre matriz y fracturas (ec. 26), pero en la ec. (82) $K_D = 1$.

Reis (1992) combinando las leyes de escalamiento de Mattax y KYTE (1962), con el modelo exponencial de Aronofsky obtuvo la expresión siguiente para ω , la función de transferencia entre matriz y fractura

$$\omega = \frac{\sigma}{\lambda \mu_w L^2} \sqrt{\frac{k}{\phi}} \quad (84)$$

donde λ es una constante adimensional empírica. Esta constante depende de las propiedades petrofísicas y de los fluidos del sistema, así es que este modelo no puede ser generalizado fácilmente.

En un trabajo posterior, Reis y Cil (1993) dan la siguiente expresión para la constante λ de la ec. (84)

$$\lambda = \frac{\Delta S_o}{\cos \theta \sqrt{8} \ln 2} \frac{\left[\left(\frac{\mu_w}{k_{rv}} \right) + \left(\frac{\mu_o}{k_{ro}} \right) \right]}{\mu_w} \quad (85)$$

donde ΔS_o es la saturación de aceite recuperable.



QUÍMICA
D.E.P.G.

COMPARACIÓN CON LA FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA USADA EN ESTA TESIS En base al análisis bibliográfico realizado para la función de transferencia de fluidos entre matriz y fracturas, a la que se llamará F_T , se concluye que ésta debe tener la forma de la ec. (86).

$$F_T = \frac{\sigma k_m f(S_{wf}, S_{wm})}{\mu_o} (\Delta P)_{mf} \quad (86)$$

donde σ es un factor de forma, k_m es la permeabilidad de la matriz, μ_o es la viscosidad del aceite, f es una función tanto de la saturación de agua en la fractura, S_{wf} , como de la saturación de agua en la matriz, S_{wm} , y $(\Delta P)_{mf}$ es la diferencia de presión entre la matriz y la fractura.

La función de transferencia F_T para los modelos desarrollados en esta tesis fue la siguiente

$$F_T = \frac{\partial S_{wm}}{\partial t_D} = K_D (S_{wf} - S_{wm}) \quad (87)$$

Si comparamos la ec. (87) con la ec. (86) y tomamos

$$f(S_{wf}, S_{wm}) = S_{wf} - S_{wm} \quad (88)$$

obtenemos la expresión siguiente para el coeficiente adimensional de transferencia

$$K_D = \frac{\sigma k_m}{\mu_w} (\Delta P)_{mf} \quad (89)$$

Dada la complejidad del proceso, es probable que la forma matemática de K_D no sea la misma para todos los sistemas medio poroso-fluido. Por esta razón, sugerimos que para un proceso de desplazamiento en un medio poroso real, se evalúe K_D y se sustituya en la ecuación para el intercambio de fluidos entre matriz y fractura. Este procedimiento tiene la ventaja de

evaluar las propiedades del medio poroso-fluido en condiciones dinámicas y seguramente reflejará más adecuadamente las características del proceso de desplazamiento.

La buena concordancia entre teoría y experimento obtenida con los modelos desarrollados en este trabajo, en los que se utilizó la función de transferencia expresada en la ec. (87), con $K_D = \text{constante}$, permite concluir que esta función de transferencia refleja la dinámica de los mecanismos predominantes de los desplazamientos realizados.

También, este análisis bibliográfico ha permitido exhibir la carencia de conocimiento que hay en cuanto a los mecanismos que rigen el movimiento de los fluidos a través de un medio poroso fracturado y se espera que este trabajo sea una motivación para el estudio de éstos mecanismos. Asimismo, se espera que la celda porosa bidimensional ofrezca una alternativa de interés para trabajos futuros.

CONCLUSIONES

El propósito de este trabajo de tesis fue estudiar el desplazamiento inmisible de fluidos dentro de un medio poroso fracturado y en particular, el desplazamiento de aceite por agua, que es un caso de interés en la recuperación secundaria de hidrocarburos. El trabajo realizado comprendió tanto el desarrollo experimental como el de modelos teóricos, además de la correspondiente comprobación de estos últimos. Del material contenido en esta tesis se obtienen las conclusiones siguientes:

1. Se diseñó y construyó una celda porosa bidimensional que tiene una distribución aleatoria de poros similar a la de una roca natural. Esta característica la hace diferente a las celdas reportadas en la literatura. Se considera que los experimentos efectuados con esta celda reproducen los mecanismos principales que están presentes en el transporte de fluidos a través de rocas.
 2. Se integró un equipo experimental, que permite ver directamente la forma en que se desplazan los fluidos en un medio poroso, tanto homogéneo como fracturado..
 3. Con las celdas porosas homogéneas se midió la eficiencia de barrido en arreglos de 5 y 7 pozos. Se concluyó que la eficiencia de barrido al momento de la irrupción es del orden de 14% mayor para un arreglo de 7 pozos que para un arreglo de 5 pozos.
 4. Tomando como base los resultados experimentales obtenidos con la celda homogénea de forma circular, se desarrolló un modelo teórico para describir el desplazamiento de fluidos inmiscibles en un medio poroso homogéneo. La comparación modelo-experimento mostró buena concordancia.
 5. De los experimentos en celdas fracturadas se concluye que los mecanismos de desplazamiento son muy diferentes a los que se presentan
-
-

en un medio poroso homogéneo. En un medio poroso fracturado no existe el desplazamiento frontal. El movimiento del aceite se lleva a cabo en dos etapas. En la primera etapa, de acción rápida, el aceite que está en las fracturas es desplazado por el agua de inyección. En la segunda etapa, de acción lenta, el aceite de los bloques es desplazado hacia las fracturas, que actúan como canales de conducción de los fluidos.

6. La presencia de fracturas en un medio poroso da lugar a una especie de acción a distancia, que se manifiesta por el hecho de que los bloques que están alejados del pozo inyector empiezan a ser invadidos por el agua, aun cuando la saturación de agua en los bloques cercanos al pozo sea relativamente baja.
7. Se diseñó y construyó un dispositivo experimental para realizar corridas de desplazamiento de aceite por agua en muestras de roca. Se construyó un medio poroso fracturado que consiste de un bloque de arenisca Berea, rodeado por una fractura anular. Este medio poroso mostró reproducir el comportamiento para la recuperación de aceite, observado en yacimientos naturalmente fracturados.
8. Se formuló un modelo teórico para el desplazamiento de aceite por agua en un medio poroso fracturado. Este modelo tiene una versión lineal y una versión radial y está basado en dos ideas fundamentales: a) que las fracturas son canales preferenciales para el flujo de fluidos y que en ellas, el transporte es de tipo convectivo y, b) que la penetración de agua hacia los bloques de matriz depende de la diferencia de saturación de agua entre matriz y fractura. La comparación modelo-experimento mostró una concordancia razonable.
9. También se desarrolló un modelo matemático lineal, que considera que el transporte de fluidos en las fracturas tiene una componente convectiva y una componente dispersiva. Este modelo ajustó mejor los datos experimentales de recuperación normalizada de aceite, que el modelo mencionado en la conclusión anterior, que no considera dispersión en las fracturas.
10. Se realizaron experimentos de imbibición con una celda porosa bidimensional que simula un bloque de matriz y se formuló un modelo

matemático que se basa en considerar que la saturación activa de agua en el bloque, es una variable cuyo comportamiento está regido por la ecuación de difusión. La comparación modelo-experimento mostró buena concordancia.

11. Se considera que los modelos teóricos desarrollados pueden servir de base para la implementación de mejores simuladores computacionales, que incorporen de manera confiable el intercambio de fluidos entre matriz y fractura.
12. También se realizaron experimentos de imbibición en una celda bidimensional que presenta 25 bloques de matriz cuadrados de 2 cm de lado, rodeados por fracturas. Se observó que el aceite se barre más rápido en esta celda que en la que tiene un bloque de matriz de 10×10 cm.
13. Se realizaron experimentos de sudación utilizando dos tipos de celda, una que simula un bloque de matriz de 10×10 cm y otra que presenta 25 bloques de matriz, de 2×2 cm. Para la celda que presenta un solo bloque, se observó que el agua tiende a entrar por la parte inferior de la celda y el aceite que sale al final es aquél que se encuentra en la parte central superior de la celda.
14. Para la celda que presenta 25 bloques de matriz, se tiene que aún cuando todas las fracturas están invadidas, el aceite que sale al final se concentra en la parte central superior de cada uno de los bloques. Además, en la parte central superior de la celda, se encuentra una cantidad importante de aceite.
15. Los resultados experimentales obtenidos con las celdas porosas bidimensionales son de gran utilidad para establecer el tipo de mecanismos que están presentes en un proceso de extracción de hidrocarburos por inyección de agua. Por su sencillez, fácil manejo y versatilidad, estas celdas pueden llegar a ser una herramienta de uso común en los laboratorios de flujo de fluidos.
16. Las celdas porosas fracturadas bidimensionales constituyen una herramienta novedosa para el estudio del comportamiento de los yacimientos naturalmente fracturados que están sujetos a operaciones de

recuperación secundaria por inyección de agua. Por primera vez se dispone de un instrumento que permite visualizar con claridad y cuantificar con precisión los procesos que ocurren durante el desplazamiento de aceite por agua.

17. Las ideas expuestas en esta tesis representan una contribución original al mejor entendimiento de los mecanismos que rigen el desplazamiento de aceite por agua en medios porosos, homogéneos y fracturados.

TRABAJO FUTURO

- Se planea estudiar el intercambio de fluidos matriz-fractura en un modelo físico en tres dimensiones.
 - A partir de los resultados obtenidos en los experimentos en tres dimensiones, se desarrollará un modelo matemático para el desplazamiento de aceite por agua en un medio poroso fracturado.
 - Se incorporará la función de transferencia de fluidos entre matriz y fractura del modelo desarrollado en la etapa anterior a un simulador de yacimientos fracturados. Para este propósito se puede aprovechar el simulador SIMPUMA desarrollado en la División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería, UNAM.
 - Se usarán los resultados obtenidos para identificar los mecanismos predominantes en la extracción de petróleo en yacimientos naturalmente fracturados, con presencia de vórgulos.
-

REFERENCIAS

Aronofsky, J. S., Massé, L. y Natanson, S. G.: "*A Model for the Mechanism of Oil Recovery from the Porous Matrix due to Water Invasion in Fractured Reservoirs*", Trans. AIME Vol. 213 (1958), pp 17-19.

Bacri, J. C., Leygnac, C. y Salin, D.: Journal de Physique Lettres, Vol. 45 (1987), p 767.

Baker, L. E.: "*Effects of Dispersion and Dead-End Pore Volume in Miscible Flooding*", Soc. Pet. Eng. J. (Junio, 1977), pp 219-227.

Barenblatt, G. I. y Zheltov, Y. P.: "*Fundamental Equations of Filtration of Homogeneous Liquids in Fissured Rocks*", Soviet Physics, Doklady, Vol. 5 (1960), p 522.

Batycky, J. P., Maini, B. B. y Fisher, D. B.: "*Simulation of Miscible Displacement in Full-Diameter Carbonate Cores*", Soc. Pet. Eng. J. (Octubre, 1982), pp 647-657.

Bech, N., Jensen, O. K. y Nielsen, B.: "*Modeling of Gravity-Imbibition and Gravity-Drainage Processes: Analytic and Numerical Solutions*", SPE Reservoir Engineering, (Feb., 1991), pp 277-289.

Beckner, B.L., Ishimoto, K., Yamaguchi, S., Firoozabadi, A. y Aziz, K.: "*Imbibition-Dominated Matrix-Fractures Fluid Transfer in Dual Porosity Simulators*", artículo SPE 16981 presentado en la "62nd Annual Technical Conference and Exhibition", Sept. 27-30 (1987), pp 509-523.

Blair, P. M.: "*Calculation of Oil Displacement by Counter-Current Water Imbibition*", Soc. Pet. Eng. J. (Sept., 1964) pp 195-202.

Botset, H. G. y Muskat, M.: "*Effect of Pressure Reduction upon Core Saturation*", Trans., AIME Vol 132 (1939), pp 172-183.

Botset, H. G.: "*Flow of Gas-Liquid Mixtures Through Consolidated Sand*", Trans., AIME Vol 136 (1940) p 91.

- Braester, C.: "*Simultaneous Flow of Immiscible Liquids Through Porous Media*", Soc. Pet. Eng. J. (Agosto, 1972), pp 297-305.
- Bretz, R. E., y Orr, F. M. Jr.: "*Interpretation of Miscible Displacement in Laboratory Cores*", SPERE (Nov., 1987), pp 492-500.
- Brigham, W. E.: "*Mixing Equations in Short Laboratory Cores*", Soc. Pet. Eng. J. (Feb., 1974), pp 91-99.
- Brownscombe, E. R. y Dyes, A. B.: "*Water Imbibition Displacement-Can it Release Reluctant Spraberry Oil?*", Oil and Gas Jour., Vol. 51 (Nov. 17, 1952), p 264.
- Carslaw, H. S. and Jaeger, J. C.: *Conduction of Heat in Solids*, Second Edition, Oxford University Press, 1959.
- Coats, K. H. y Smith, B. D.: "*Dead-End Pore Volume and Dispersion in Porous Media*", Soc. Pet. Eng. J. (Marzo, 1964), pp 73-84.
- Cooke, C. E., Williams, R. E. y Kolodziej, P. A.: "*Oil Recovery by Alkaline Waterflooding*", Journal of Petroleum Technology (Dic., 1974), pp 1363-1374.
- Chatenever, A. y Calhoun, J. S.: "*Visual Examination of Fluid Behavior in Porous Media, Part I*", Trans., AIME Vol. 195 (1952), pp 149-156.
- Chen, J. D.: "*Pore Scale Difference Between Miscible and Immiscible Viscous Fingering in Porous Media*", AIChE Journal, Vol. 33, No. 2 (Feb., 1987), pp 307-311.
- Churchill, R. V.: *Operational Mathematics*, Second Edition, McGraw-Hill Book Co., 1958.
- Craig, F. F.: *Aspectos de Ingeniería de la Inyección de Agua*. Soc. Pet. Eng., primera edición (1982).
- Cruz Hernández, J.: "*Desplazamiento de Fluidos en Medios Porosos Homogéneos y Fracturados*", Tesis de Maestría, Facultad de Ciencias, Universidad Nacional Autónoma de México (1990).

Deans, H. A.: "*A Mathematical Model for Dispersion in the Direction of Flow in Porous Media*", Soc. Pet. Eng. J. Vol. 3 (Marzo, 1963), pp 49-52.

de Swaam, A.: "*Theory of Waterflooding in Fractured Reservoirs*", Society of Petroleum Engineers Journal (Abril, 1976), pp 117-122.

de Swaam, A.: "*Modelo Tri-fásico de Yacimientos Naturalmente Fracturados con Segregación de los Fluidos*", Rev. del Instituto Mexicano del Petróleo, Vol. XVI, N° 2 (Abril 1984), pp 28-36.

Dutra, T. V. and Aziz, K.: "*A New Double-Porosity Reservoir Model for Oil/Water Flow Problems*" Trabajo presentado en el "11th SPE Symposium on Reservoir Simulation", Feb. 17-20, Anaheim, California, 1991.

Egbogah, E. O. y Dawe, R. A.: "*Microvisual Studies of Size Distribution of Oil in Porous Media*", Bulletin Can. Pet. Geol., Vol. 28 (1980), pp 200-210.

Geffen, T. M., Owens, W., Parrish, D. R. y Morse, R. A.: "*Experimental Investigation of Factors Affecting Laboratory Relative Permeability Measurements*", Trans., AIME, Vol. 192 (1951), pp 99-110.

Graham, J. M. y Richardson, J. G.: "*Theory and Application of Imbibition Phenomena in Recovery of Oil*", Trans., AIME Vol. 216 (1959), pp 377.

Guillot, G.: "*Magnetic Resonance Imaging of Liquids in Porous Media: A Comparison to Other Visualization Techniques*", Disorder and Mixing, NATO ASI Series, Vol. 152, Kluwer Academic Publishers, The Netherlands, (1988).

Gupta A. y Civan F.: "*An Improved Model for Laboratory Measurement of Matrix to Fractures Function Parameters in Immiscible Displacement*", artículo SPE 28929 presentado en la "SPE 69th Annual Technical Conference and Exhibition", Sept. 25-28, New Orleans, (1994), pp 383-396.

Kalaydjian, F. Bourbiaux, B. y Guerillot, D.: "*Viscous Coupling Between Fluid Phases for Two-Phase Flow in Porous Media: Theory versus Experiment*", "5th European Symposium on Improved Oil Recovery", Budapest, 25-27 (Abril 1989), pp 717-726

Kazemi, H., Merrill, L. S., Poterfield, K. L. y Zeman, P. R.: "*Numerical Simulation of Water-Oil Flow in Naturally Fractured Reservoirs*", Soc. Pet. Eng. J. (Diciembre 1976), pp 317-326.

Kazemi, H., Gilman, J. R. and Elsharkaway, A. M.: "*Analytical and Numerical Solution of Oil Recovery from Fractured Reservoir with Empirical Transfer Functions*", SPE Reservoir Engineering (Mayo, 1992), pp 219-227.

Kleppe, J. y Morse, R. A.: "*Oil Production from Fractured Reservoirs by Water Displacement*", artículo 5884, Memorias del "49th Annual Fall Meeting de la SPE", Houston, TX, USA, (Octubre 6-9, 1974).

Langnes, G. L., Robertson, J. O. Jr. y Chilingar, G. V.: *Secondary Recovery and Carbonate Reservoirs*, Elsevier Publishing Co., Inc. (1972).

Lake, L. W.: *Enhanced Oil Recovery*, Prentice-Hall Inc. (1989).

Leverett, M. C.: "*Flow of Oil-water Mixtures through Unconsolidated Sands*", Trans., AIME Vol. 132 (1939), pp 149-169

Leverett, M. C. y Lewis, W. B.: "*Steady Flow of Gas-oil-water Mixtures through Unconsolidated Sands*", Trans., AIME Vol. 142, (1941), pp 107-115.

Mahaffey, J. L., Rutherford, W. M. y Mathews, C. S.: "*Sweep Efficiency by Miscible Displacement in a Five-Spot*", Soc. of Pet. Eng. J. (Marzo, 1966), pp 73-80.

Maloszewski, P. y Zuber, A.: "*On the Theory of Tracer Experiments in Fissured Rocks with a Porous Matrix*", J. Hydrology, Vol. 79 (1985), pp 333-358.

- Mattax, C. C. y Kyte, J. R.: "Ever See a Water Flood?", The Oil and Gas Journal (Oct., 1961), pp 115-128.
- Mattax, C. C. y Kyte, J. R.: "Imbibition Oil Recovery from a Fractured, Water-Drive Reservoir", Soc. of Pet. Eng. J. (Junio, 1962), pp 177-184.
- McKellar, M. y Wardlaw, N. C.: "A Method of Making Two-Dimensional Glass Micromodels of Pore Systems", The Journal of Canadian Petroleum Technology (Julio-Agosto, 1982), pp 39-41.
- Moore, T. F., Slobod, R. L.: "The Effect of Viscosity and Capillarity on the Displacement of Oil by Water". Producers Monthly (Agosto 1956), pp 20-30.
- Muskat, M.: The Flow of Homogeneous Fluids Through Porous Media, McGraw-Hill Book Co. Inc., New York (1937).
- Muskat, M.: Physical Principles of Oil Production, McGraw-Hill Book Co. Inc., New York (1949).
- Najurieta, H. L.: "A Theory for the Pressure Transient Analysis in Naturally Fractured Reservoirs", J. Pet. Tech. (Julio, 1980), pp 1241-1250.
- Park, C. W. y Homsy, G. M.: "The Instability of Long Fingers in Hele-Shaw Flows", Phys. Fluid Vol. 28 (1985), pp 1583-1585.
- Paterson, L.: "Radial Fingering in a Hele-Shaw Cell", J. Fluid Mech., Vol 113 (1981), pp 513-529.
- Paterson, L.: "Fingering with Miscible Fluids in a Hele-Shaw Cell", Phys. Fluid, Vol 28 (1985), pp 26-30.
- Peaceman, D. W.: "Convection in Fractured Reservoirs; Numerical Calculation of Convection in a Vertical Fissure Including the Effect of Matrix-Fissure Transfer", Soc. Pet. Eng. J. (Octubre, 1976), pp 281-301.

Peden, J. M. y Husain, M. I.: "*Visual Investigation of Multiphase Flow and Phase Interactions within Porous Media*", artículo SPE 14307 presentado en la "60th Annual Technical Conference and Exhibition", Las Vegas, NV (Sep., 1985), pp 22-25.

Pérez Rosales, C. y Cruz Hernández, J.: "*Desplazamiento de Aceite por Agua en Celdas Porosas Bidimensionales*", Rev. Inst. Mex. Pet., Vol XXV, N° 1 (Enero-Marzo, 1993), pp 24-33.

Reiss, L. H.: *The Reservoir Engineering Aspects of Fractured Formations*, GULF Publishing Company, Houston, Texas (1980).

Reis, J. C.: "*An Analysis of Oil Expulsion Mechanisms from Matrix Blocks During Steam Injection in Naturally Fractured Reservoirs*", IN-SITU, Vol 16, N° 1, (1992), pp 43-73

Reis, J. C. y Cil, M.: "*A Model for Oil Expulsion by Counter-current Water Imbibition in Rocks: One Dimensional Geometry*", J. Pet. Sci. Eng., Vol 10, (1993), pp 97-107.

Rodríguez de la Garza, F.: "*Modelo Analítico del Desplazamiento Lineal de Aceite por Inyección de Agua en Yacimientos Fracturados*", Ingeniería Petrolera, (Junio, 1988), pp 20-26.

Slobod, R. L. y Caudle, B. H.: "*X-Ray Shadowgraph Studies of Areal Sweepout Efficiencies*", Trans., AIME Vol. 195 (1972), pp 265-270.

Stalkup, F. I.: "*Displacement of Oil by Solvent at High Water Saturation*", Soc. Pet. Eng. J. (Dic., 1970), pp 337-348.

Sudicky, E. A. y Frind, E. O.: "*Contaminant Transport in Fractured Porous Media: Analytical Solutions for a System of Parallel Fractures*", Water Resources Research, Vol. 18, No. 6 (1982), pp 1634-1642.

Thomas, L. K., Dixon, T. N. y Pierson, R. G.: "*Fractured Reservoir Simulation*", Soc. Pet. Eng. J. (Agosto, 1983), pp 42-54.

Vinegar, H. J. y Wellington, S. L.: "*Tomographic Imaging of Three-Phase Flow Experiments*", *Review of Scientific Instruments* Vol. 58 (1987), pp 96-107.

Warren, J. E. y Root, R. G.: "*Behavior of Naturally Fractured Reservoirs*", *Soc. Pet. Eng. J.* (Sept. 1963), pp 245-255.

Wolff, M., Oney, B., Lake, L. W. y Miller, M. A.: "*On the Imbibition of Oil from Fractured Reservoir Matrix Blocks*", *IN-SITU*, Vol. 15, N° 1 (1991), pp 1-33.

Wyckoff R. D. y Botset, H. G.: "*The Flow of Gas-Liquid Mixtures through Unconsolidated Sands*", *Physics* Vol. 7 (1936), pp 325-345.

APENDICE A

ECUACIÓN PARA EL FLUJO DE AGUA EN LOS CANALES PREFERENCIALES DE UN MEDIO POROSO

La densidad de flujo convectivo del agua se puede expresar como

$$\vec{J} = \phi S_{w1} \vec{v} \quad (\text{A-1})$$

donde \vec{v} es la velocidad intersticial media.

El flujo volumétrico a través de una superficie A que limita a una región V está dada por la expresión siguiente:

$$q = \iint_A \phi S_{w1} \vec{v} \cdot \hat{n} dA \quad (\text{A-2})$$

donde dA es un elemento del área y \hat{n} su normal unitaria.

Aplicando el teorema de la divergencia, se tiene

$$\iint_A \phi S_{w1} \vec{v} \cdot \hat{n} dA = \iiint_V \nabla \cdot \phi S_{w1} \vec{v} dV \quad (\text{A-3})$$

En ausencia de fuentes y sumideros, el principio de la conservación de la masa se puede expresar como

$$\iint_A \phi S_{w1} \vec{v} \cdot \hat{n} dA = -\frac{d}{dt} \left(\iiint_V \phi_2 S_{w2} dV + \iiint_V \phi_1 S_{w1} dV \right) \quad (\text{A-4})$$

Si V no varía con el tiempo

$$\frac{d}{dt} \left(\iiint_V \phi_1 S_{w1} dV + \iiint_V \phi_2 S_{w2} dV \right) = \iiint_V \left(\phi_1 \frac{\partial S_{w1}}{\partial t} + \phi_2 \frac{\partial S_{w2}}{\partial t} \right) dV \quad (\text{A-5})$$

Combinando las ecuaciones (A-3) a (A-5), se puede llegar a

$$\phi \nabla \cdot S_{w1} \vec{v} + \phi_1 \frac{\partial S_{w1}}{\partial t} + \phi_2 \frac{\partial S_{w2}}{\partial t} = 0 \quad (\text{A-6})$$

o, bien,

$$\nabla S_{w1} \cdot \vec{v} + S_{w1} \nabla \cdot \vec{v} + \frac{\phi_1}{\phi} \frac{\partial S_{w1}}{\partial t} + \frac{\phi_2}{\phi} \frac{\partial S_{w2}}{\partial t} = 0 \quad (\text{A-7})$$

Teniendo en cuenta que para un fluido compresible $\nabla \cdot \vec{v} = 0$, y haciendo $F = \phi_1/\phi$, la ecuación (A-7) se puede expresar de la manera siguiente

$$\nabla S_{w1} \cdot \vec{v} + F \frac{\partial S_{w1}}{\partial t} + (1-F) \frac{\partial S_{w2}}{\partial t} = 0 \quad (\text{A-8})$$

Para flujo radial, es conveniente trabajar en coordenadas cilíndricas. En este caso la ec. (A-8) toma la forma siguiente:

$$v_r \frac{\partial S_{w1}}{\partial r} + F \frac{\partial S_{w1}}{\partial t} + (1-F) \frac{\partial S_{w2}}{\partial t} = 0 \quad (\text{A-9})$$

donde v_r es la velocidad radial.

Finalmente, si q es el gasto

$$v_r = \frac{q}{2\pi h \phi r} \quad (\text{A-10})$$

Y sustituyendo este valor en la ecuación (A-9) se llega a la ecuación (1).

$$-\frac{q}{2\pi h\phi r} \frac{\partial S_{w1}}{\partial r} = F \frac{\partial S_{w1}}{\partial t} + (1-F) \frac{\partial S_{w2}}{\partial t} \quad (1)$$

Modelo Radial para el Desplazamiento de Aceite por Agua en un Medio Poroso Fracturado.

Para obtener las expresiones correspondientes para un medio poroso fracturado, se deben sustituir S_{w1} por S_{wf} y S_{w2} por S_{wm} .

APENDICE B

EXPRESIONES PARA LAS SATURACIONES DE AGUA EN EL MODELO RADIAL

CASO La Ec. (6) del Capítulo (4) es
HOMOGÉNEO

$$-\frac{1}{2r_D} \frac{\partial S_{w1}}{\partial r_D} = F \frac{\partial S_{w1}}{\partial t_D} + (1-F) \frac{\partial S_{w2}}{\partial t_D}$$

La transformada de Laplace de esta Ec. es

$$-\frac{1}{2r_D} \frac{d\bar{S}_{w1}}{dr_D} = sF\bar{S}_{w1} - FS_{w1}(r_D,0) + s(1-F)\bar{S}_{w2} - (1-F)S_{w2}(r_D,0) \quad (B-1)$$

Aplicando las condiciones 8a y 8b, se obtiene

$$-\frac{1}{2r_D} \frac{d\bar{S}_{w1}}{dr_D} = sF\bar{S}_{w1} + s(1-F)\bar{S}_{w2} \quad (B-2)$$

Asimismo, la transformada de Laplace de la Ec. (7) es

$$s\bar{S}_{w2} - S_{w2}(r_D,0) = K_D(\bar{S}_{w1} - \bar{S}_{w2}) \quad (B-3)$$

Aplicando la condición (8b) en la Ec. (B-3) se obtiene

$$s\bar{S}_{w2} = K_D(\bar{S}_{w1} - \bar{S}_{w2}) \quad (B-4)$$

Despejando \bar{S}_{w2} de la Ec. (B-4), y sustituyendo en la Ec. (B-2), se tiene

$$-\frac{1}{2r_D} \frac{d\bar{S}_{w1}}{dr_D} = \frac{s^2 F + sK_D}{s + K_D} \bar{S}_{w1} \quad (\text{B-5})$$

La Ec. (B-5) es de la forma

$$-\frac{1}{2r_D} \frac{d\bar{S}_{w1}}{dr_D} = P\bar{S}_{w1} \quad (\text{B-6})$$

donde

$$P = \frac{s^2 F + sK_D}{s + K_D}$$

Haciendo uso de la condición 8c, la Ec. (B-6) tiene por solución la siguiente:

$$\bar{S}_{w1} = \frac{1}{s} e^{-Pr_D^2} \quad (\text{B-7})$$

Es decir,

$$\bar{S}_{w1} = \frac{1}{s} \exp\left(-\frac{s^2 F + sK_D}{s + K_D} r_D^2\right) \quad (\text{B-8})$$

La transformada inversa de $\bar{S}_{w1}(r_D, s)$ se puede obtener en forma directa mediante la integral de inversión compleja (Churchill, 1958), que se indica a continuación:

$$S_{w1}(r_D, t_D) = \frac{1}{2\pi i} \lim_{b \rightarrow \infty} \int_{a-ib}^{a+ib} e^{st_D} \bar{S}_{w1}(r_D, s) ds \quad (\text{B-9})$$

donde s es la cantidad compleja $a + iz$.

Se puede demostrar (Churchill, 1958), que si $\bar{S}_{w1}(r_D, s)$ se expresa en la forma

$$\bar{S}_{w1}(r_D, s) = p + iq \quad (\text{B-10})$$

donde p es la parte real y q es la parte imaginaria, entonces, la Ec. (B-9) se puede escribir como

$$S_{w1}(r_D, t_D) = \frac{e^{at_D}}{\pi} \int_0^{\infty} (p \cos zt_D - q \operatorname{sen} zt_D) dz \quad (\text{B-11})$$

En el presente caso, cualquier $a > 0$ es admisible. Haciendo $a = 1$, de tal manera que,

$$s = 1 + iz \quad (\text{B-12})$$

expresión que sustituida en la Ec. (B-8) y separando la parte real de la parte imaginaria del argumento de la exponencial, resulta en la expresión siguiente para \bar{S}_{w1}

$$\bar{S}_{w1} = \frac{1}{1 + iz} \exp \left\{ \left[F + \frac{K_D(1 + K_D + z^2)(1 - F)}{(1 + K_D)^2 + z^2} \right] - i \left[Fz + \frac{K_D^2(1 - F)z}{(1 + K_D)^2 + z^2} \right] \right\} r_D^2 \quad (\text{B-13})$$

Sean

$$A = F + \frac{K_D(1 + K_D + z^2)(1 - F)}{(1 + K_D)^2 + z^2} \quad (\text{B-14})$$

$$B = Fz + \frac{K_D^2(1 - F)z}{(1 + K_D)^2 + z^2} \quad (\text{B-15})$$

Entonces,

$$\bar{S}_{w1} = \frac{1}{1 + iz} \exp[-(A + iB)r_D^2] \quad (\text{B-16})$$

La fórmula de Euler está dada por

$$e^{i\theta} = \cos\theta + i \operatorname{sen}\theta \quad (\text{B-17})$$

Usando la expresión anterior, la Ec. (B-16) se puede escribir de la manera siguiente

$$\begin{aligned} \bar{S}_{w1} = & \frac{1}{1+z^2} \left[\cos Br_D^2 - z \operatorname{sen} Br_D^2 \right] \exp(-Ar_D^2) \\ & - \frac{i}{1+z^2} \left[z \cos Br_D^2 + \operatorname{sen} Br_D^2 \right] \exp(-Ar_D^2) \end{aligned} \quad (\text{B-18})$$

De esta manera, la parte real p y la parte imaginaria q de \bar{S}_{w1} se expresan como

$$p = \frac{\exp(-Ar_D^2)}{1+z^2} \left[\cos Br_D^2 - z \operatorname{sen} Br_D^2 \right] \quad (\text{B-19})$$

$$q = -\frac{\exp(-Ar_D^2)}{1+z^2} \left[z \cos Br_D^2 + \operatorname{sen} Br_D^2 \right] \quad (\text{B-30})$$

Sustituye
ndo estas ex-
presiones en la
Ec. (B-11), se

obtiene para
 S_{w1} la

$$S_{w1}(r_D, t_D) = \frac{e^{t_D}}{\pi} \int_0^\infty \frac{e^{-Ar_D^2}}{1+z^2}$$

expresión siguiente

$$\left[\cos(zt_D - Br_D^2) + z \operatorname{sen}(zt_D - Br_D^2) \right] dz$$

Hallaremos ahora la expresión correspondiente para S_{w2} . De la Ec. (B-4) se tiene

$$\bar{S}_{w2} = \frac{K_D}{s + K_D} \bar{S}_{w1} \quad (\text{B-32})$$

Sustituyendo la Ec. (B-18) en la Ec. (B-32) y separando la parte real de la parte imaginaria, se obtiene la expresión siguiente

$$\begin{aligned} \bar{S}_{w2} = & \frac{e^{-Ar_D^2}}{\left[(1+K_D)^2\right](1+z^2)} \left\{ K_D(1+K_D) \left[\cos Br_D^2 - z \operatorname{sen} Br_D^2 \right] \right. \\ & \left. - K_D z \left[\operatorname{sen} Br_D^2 + z \cos Br_D^2 \right] \right\} \\ & - i \frac{e^{-Ar_D^2}}{\left[(1+K_D)^2 + z^2\right](1+z^2)} \left\{ K_D(1+K_D) \left[\operatorname{sen} Br_D^2 + z \cos Br_D^2 \right] \right. \\ & \left. K_D z \left[\cos Br_D^2 - z \operatorname{sen} Br_D^2 \right] \right\} \end{aligned} \quad (\text{B-33})$$

Usando la Ec. (B-11), se obtiene para S_{w2} la expresión siguiente

$$\begin{aligned} S_{w2} = & \frac{e^{t_D}}{\pi} \int_0^\infty \frac{e^{-Ar_D^2}}{\left[(1+K_D)^2 + z^2\right](1+z^2)} \\ & \left[\left(K_D + K_D^2 - K_D z^2 \right) \cos \left(zt_D - Br_D^2 \right) \right. \\ & \left. + \left(2K_D z + K_D^2 z \right) \operatorname{sen} \left(zt_D - Br_D^2 \right) \right] dz \end{aligned} \quad (\text{B-34})$$

CASO FRACTURADO Para obtener las soluciones correspondientes a la celda circular fracturada, se debe sustituir S_{w1} por S_{wf} y S_{w2} por S_{wm} .

EXPRESIÓN PARA LA SATURACIÓN TOTAL DE AGUA EN UN MEDIO HOMOGÉNEO Para un medio poroso, se tienen las definiciones siguientes:

$$\phi = \frac{V_p}{V_t} \quad (\text{B-35})$$

$$\phi_1 = \frac{V_1}{V_t} \quad (\text{B-36})$$

$$\phi_2 = \frac{V_2}{V_t} \quad (\text{B-37})$$

donde

ϕ = porosidad total

ϕ_1 = porosidad primaria

ϕ_2 = porosidad secundaria

V_p = volumen poroso total

V_1 = volumen poroso de la región primaria

V_2 = volumen poroso de la región secundaria

V_t = volumen total de la muestra

Si el medio poroso está parcialmente saturado con agua, las diferentes saturaciones se definen de la manera siguiente:

$$S_w = \frac{V_w}{V_p} \quad (\text{B-38})$$

$$S_{w1} = \frac{V_{w1}}{V_1} \quad (\text{B-39})$$

$$S_{w2} = \frac{V_{w2}}{V_2} \quad (\text{B-40})$$

donde

S_w = saturación total de agua

S_{w1} = saturación primaria de agua

S_{w2} = saturación secundaria de agua

V_w = volumen total de agua

V_{w1} = volumen de agua en la región primaria

V_{w2} = volumen de agua en la región secundaria

Haciendo uso de las relaciones definidas (B-35) y (B-38) se obtiene para la saturación total de agua la expresión siguiente:

$$S_w = \frac{V_w}{V_p} = \frac{V_{w1} + V_{w2}}{\phi V_t} \quad (\text{B-41})$$

Utilizando las definiciones (B-39) y (B-40), la Ec. (B-41) se puede escribir como

$$S_w = \frac{V_1 S_{w1} + V_2 S_{w2}}{\phi V_t} \quad (\text{B-42})$$

Utilizando ahora las relaciones (B-36) y (B-37), la Ec. (B-42) se transforma en la siguiente:

$$S_w = \frac{\phi_1 S_{w1} + \phi_2 S_{w2}}{\phi} \quad (\text{B-43})$$

Finalmente, tomando en cuenta que $F = \phi_1/\phi$, se obtiene la Ec. (B-44)

$$S_w = F S_{w1} + (1 - F) S_{w2} \quad (\text{B-44})$$

SATURACIÓN Para obtener la expresión correspondiente a la saturación total de agua en **TOTAL DE AGUA** un medio poroso fracturado, se procede en forma análoga al caso **EN UN MEDIO** homogéneo, teniendo en cuenta que la región primaria corresponde ahora a **POROSO** la zona de fracturas y que la región secundaria corresponde a los bloques **FRACTURADO** de matriz. Con estas consideraciones, la expresión para la saturación total de agua en un medio poroso fracturado es la siguiente:

$$S_w = F S_{wf} + (1 - F) S_{wm} \quad (\text{B-45})$$

En la Ec. (B-45) F es la fracción del volumen poroso total del medio que corresponde a fracturas, S_{wf} es la saturación de agua en las fracturas y S_{wm} es la saturación de agua en los bloques de matriz.

APÉNDICE C

EXPRESIÓN PARA LA SATURACIÓN DE AGUA EN UN PROCESO DE IMBIBICIÓN

Hagamos $Q = 1 - S_{wa}$ (C-1)

Entonces la Ec. (47) se transforma en:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = D \left(\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 Q}{\partial y^2} \right) \quad (C-2)$$

Las condiciones iniciales y de frontera correspondientes, se expresan ahora como sigue:

$$Q = 0 \quad \text{en } x = 0, \quad x = L \quad (C-3)$$

$$Q = 0 \quad \text{en } y = 0, \quad y = L \quad (C-4)$$

$$Q = F(x, y) = 1 \quad \text{cuando } t = 0, \quad 0 < x < L, \quad 0 < y < L \quad (C-5)$$

Supongamos que $F(x, y)$ es una función acotada e integrable en $0 \leq x \leq L$, $0 \leq y \leq L$ de tal manera que puede expresarse como el producto de series de la función seno (Carslaw y Jaeger, 1959):

$$F(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} A_{mn} \operatorname{sen} \frac{n\pi x}{L} \operatorname{sen} \frac{m\pi y}{L} \quad (C-6)$$

donde

$$A_{mn} = \frac{4}{L^2} \int_0^L \int_0^L F(x', y') \operatorname{sen} \frac{n\pi x'}{L} \operatorname{sen} \frac{m\pi y'}{L} dx' dy' \quad (C-7)$$

Supongamos ahora que $Q = F(x, y) T(t)$, la cual al sustituirse en la Ec. (C-2) se obtiene:

$$Q = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{4}{(2n+1)\pi} \frac{4}{(2m+1)\pi} \frac{\text{sen} \frac{(2n+1)\pi x}{L} \exp \left[\frac{-D(2n+1)^2 \pi^2 t}{L^2} \right]}{\text{sen} \frac{(2m+1)\pi y}{L} \exp \left[\frac{-D(2m+1)^2 \pi^2 t}{L^2} \right]} \quad (\text{C-8})$$

Definiendo ahora las variables adimensionales

$$x_D = \frac{x}{L}, \quad y_D = \frac{y}{L}, \quad t_D = \frac{\pi^2 D t}{L^2} \quad (\text{C-9})$$

Podemos escribir la saturación de agua en la matriz como

$$S_{wa} = 1 - Q = 1 - \left[\sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{4}{(2n+1)\pi} \frac{4}{(2m+1)\pi} \frac{\text{sen}(2n+1)\pi x_D \exp \left[-(2n+1)^2 t_D \right]}{\text{sen}(2m+1)\pi y_D \exp \left[-(2m+1)^2 t_D \right]} \right] \quad (\text{C-10})$$

APENDICE D

SOLUCION DEL MODELO LINEAL

SIN DISPERSIÓN El sistema a resolver está formado por las ecuaciones siguientes:
EN LAS
FRACTURAS

$$-\frac{\partial S_{wf}}{\partial x_D} = F \frac{\partial S_{wf}}{\partial t_D} + (1-F) \frac{\partial S_{wm}}{\partial t_D} \quad (D-1)$$

$$\frac{\partial S_{wm}}{\partial t_D} = K_D (S_{wf} - S_{wm}) \quad (D-2)$$

Este sistema de ecuaciones que corresponden a las ecs. (25) y (26) del capítulo (6) del texto, respectivamente, será resuelto por el método de la Transformada de Laplace, con las condiciones iniciales y de frontera siguientes:

$$S_{wf}(x_D, 0) = 0 \quad x_D > 0 \quad (D-3)$$

$$S_{wm}(x_D, 0) = 0 \quad x_D > 0 \quad (D-4)$$

$$S_{wf}(0, t_D) = 1 \quad t_D \geq 0 \quad (D-5)$$

Tomando la transformada de Laplace de la Ec. (D-1), se obtiene

$$-\frac{\partial \bar{S}_{wf}}{\partial x_D} = F [s \bar{S}_{wf} - S_{wf}(x_D, 0)] + (1-F) [s \bar{S}_{wm} - S_{wm}(x_D, 0)] \quad (D-6)$$

Usando las condiciones (D-3) y (D-4), la Ec. (D-6) se transforma en la Ec. (D-7)

$$-\frac{d \bar{S}_{wf}}{dx_D} = s F \bar{S}_{wf} + s(1-F) \bar{S}_{wm} \quad (D-7)$$

Tomando ahora la transformada de Laplace de la Ec. (D-2), se obtiene

$$s\bar{S}_{vm} - S_{vm}(x_D, 0) = K_D(\bar{S}_{wf} - \bar{S}_{vm}) \quad (D-8)$$

Usando la Ec. (D-4) y despejando \bar{S}_{vm} , se tiene

$$\bar{S}_{vm} = \frac{K_D}{s + K_D} \bar{S}_{wf} \quad (D-9)$$

Sustituyendo la Ec. (D-9) en la Ec. (D-7), se tiene

$$-\frac{d\bar{S}_{wf}}{dx_D} = \gamma \bar{S}_{wf} \quad (D-10)$$

Donde $\gamma = sF + s(1-F)K_D/(s + K_D)$

La solución de la ecuación (D-10) es la siguiente

$$\bar{S}_{wf} = Ce^{-\gamma x_D} \quad (D-11)$$

La transformada de Laplace de la condición (D-5) es

$$\bar{S}_{wf}(0, s) = \frac{1}{s} \quad (D-12)$$

Por lo que

$$\bar{S}_{wf} = \frac{1}{s} \exp\left\{-\left[sF + \frac{(1-F)K_D s}{s + K_D}\right]x_D\right\} \quad (D-13)$$

Haciendo $s = 1 + iz$ y separando las partes real e imaginaria del argumento de la exponencial en la Ec. (D-13), se obtiene

$$\begin{aligned} \bar{S}_{wf} = & \frac{1-iz}{1+z^2} \exp\left\{-\left[F + \frac{(1-F)K_D(1+K_D+z^2)}{(1+K_D)^2+z^2}\right]x_D\right. \\ & \left.+ i\left[Fz + \frac{(1-F)K_D^2 z}{(1+K_D)^2+z^2}\right]x_D\right\} \end{aligned} \quad (D-14)$$

De esta manera, si p es la parte real y q la parte imaginaria de \bar{S}_{wf} ,

$$p = \frac{e^{-Ax_D}}{1+z^2} (\cos Bx_D - z \operatorname{sen} Bx_D) \quad (\text{D-15})$$

$$q = -\frac{e^{-Ax_D}}{1+z^2} (z \cos Bx_D + \operatorname{sen} Bx_D) \quad (\text{D-16})$$

donde

$$A = F + \frac{(1-F)K_D(1+K_D+z^2)}{(1+K_D)^2+z^2} \quad (\text{D-17})$$

$$B = Fz + \frac{(1-F)K_D^2 z}{(1+K_D)^2+z^2} \quad (\text{D-18})$$

La integral de inversión compleja para S_{wf} se expresa de la manera siguiente (Churchill, 1958):

$$S_{wf}(x_D, t_D) = \frac{e^{t_D}}{\pi} \int_0^{\infty} (p \cos zt_D - q \operatorname{sen} zt_D) dz \quad (\text{D-19})$$

Sustituyendo las ecs. (D-15) y (D-16) en la Ec. (D-19) se obtiene

$$S_{wf}(x_D, t_D) = \frac{e^{t_D}}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{e^{-Ax_D}}{1+z^2} [\cos(zt_D - Bx_D) + z \operatorname{sen}(zt_D - Bx_D)] dz \quad (\text{D-20})$$

Para hallar la expresión correspondiente a la saturación de agua en los bloques de matriz, partimos de la Ec. (D-9), en la cual sustituimos, con p y q expresadas por (D-15) y (D-16), de tal manera que

$$\bar{S}_{wm} = \frac{K_D}{s + K_D} \left[\frac{e^{-Ax_D}}{1+z^2} (\cos Bx_D - z \operatorname{sen} Bx_D) - i \frac{e^{-Ax_D}}{1+z^2} (z \cos Bx_D + \operatorname{sen} Bx_D) \right] \quad (\text{D-21})$$

Sustituyendo $s = 1 + iz$ y separando la Ec. (D-21) la parte real de la parte imaginaria, se tiene

$$\bar{S}_{wm} = \frac{e^{-Ax_D}}{\left[(1+K_D)^2 + z^2 \right] (1+z^2)} \left\{ \left[(K_D + K_D^2) (\cos Bx_D - z \operatorname{sen} Bx_D) - K_D z (z \cos Bx_D + \operatorname{sen} Bx_D) \right] - i \left[K_D z (\cos Bx_D - z \operatorname{sen} Bx_D) + (K_D + K_D^2) (z \cos Bx_D + \operatorname{sen} Bx_D) \right] \right\} \quad (\text{D-22})$$

Sustituyendo la parte real p y la parte imaginaria q de la ec. (D-22) en la Ec. (D-19), se obtiene para S_{wm} la expresión siguiente

$$S_{wm}(x_D, t_D) = \frac{e^{t_D}}{\pi} \int_0^\infty \frac{e^{-Ax_D}}{\left[(1+K_D)^2 + z^2 \right] (1+z^2)} \left[(K_D + K_D^2 - K_D z^2) \cos(zt_D - Bx_D) + (K_D^2 + 2K_D) z \operatorname{sen}(zt_D - Bx_D) \right] dz \quad (\text{D-23})$$

SOLUCIÓN DEL MODELO LINEAL CONSIDERANDO DISPERSIÓN EN LAS FRACTURAS Tomando la transformada de Laplace de las ecuaciones (40) y (41) haciendo uso de las condiciones (42) y (43), se tiene,

$$D_D \frac{d^2 \bar{S}_{wf}}{dx_D^2} - \frac{d\bar{S}_{wf}}{dx_D} = sF\bar{S}_{wf} + s(1-F)\bar{S}_{wm} \quad (D-24)$$

$$s(1-F)\bar{S}_{wm} = K_D \bar{S}_{wf} - K_D \bar{S}_{wm} \quad (D-25)$$

Despejando \bar{S}_{wm} de la ecuación (D-25) y sustituyendo en la Ec. (D-24), se obtiene

$$D_D \frac{d^2 \bar{S}_{wf}}{dx_D^2} - \frac{d\bar{S}_{wf}}{dx_D} - n\bar{S}_{wf} = 0 \quad (D-26)$$

donde

$$n = s \left[F + \frac{K_D}{s + \frac{K_D}{1-F}} \right] \quad (D-27)$$

La solución de la ecuación (D-26) es

$$\begin{aligned} \bar{S}_{wf} = & G_1 \exp \left[\frac{x_D}{2D_D} \left(1 + \sqrt{1 + 4D_D n} \right) \right] \\ & + G_2 \exp \left[\frac{x_D}{2D_D} \left(1 - \sqrt{1 + 4D_D n} \right) \right] \end{aligned} \quad (D-28)$$

Aplicando la transformada a la condición de frontera exterior expresada por medio de la Ec. 44, resulta la ecuación siguiente,

$$\bar{S}_{wf}(\infty, s) = 0 \quad (D-29)$$

Al considerar la Ec. (D-29) en la Ec. (D-28), se obtiene que $G_1 = 0$. Por lo tanto,

$$\bar{S}_{wf} = G_2 \exp \left[\frac{x_D}{2D_D} \left(1 - \sqrt{1 + 4D_D n} \right) \right] \quad (\text{D-30})$$

Por otra parte, la transformada de la condición de frontera interior expresada por medio de la Ec. (45) es la siguiente

$$\bar{S}_{wf}(0, s) = \frac{1}{s} \quad (\text{D-31})$$

Es decir,

$$G_2 = \frac{1}{s} \quad (\text{D-32})$$

En consecuencia, la Ec. (D-30) toma la forma siguiente

$$\bar{S}_{wf} = \frac{1}{s} \exp \left[\frac{x_D}{2D_D} \left(1 - \sqrt{1 + 4D_D n} \right) \right] \quad (\text{D-33})$$

De acuerdo a la expresión para n dada por la Ec. (D-27), la ecuación (D-33) se puede escribir como

$$\bar{S}_{wf} = \frac{1}{s} \exp \left[\frac{x_D}{2D_D} \left(1 - \sqrt{1 + 4D_D s \left(F + \frac{K_D}{s + \frac{K_D}{1-F}} \right)} \right) \right] \quad (\text{D-34})$$

Haciendo $s = 1 + iz$ y $b = K_D / (1 - F)$ en la Ec. (D-34), se obtiene la expresión siguiente

$$\bar{S}_{wf} = \frac{1}{1 + iz} \exp \left[\frac{x_D}{2D_D} \left(1 - \sqrt{1 + 4D_D (1 + iz) \left(F + \frac{K_D}{(1 + iz) + b} \right)} \right) \right] \quad (\text{D-35})$$

Separando el radicando en sus partes real e imaginaria, la Ec. (D-35) se puede escribir de la manera siguiente

$$\bar{S}_{wf} = \frac{1}{1+iz} \exp \left[\frac{x_D}{2D_D} (1 - \sqrt{U+iV}) \right] \quad (D-36)$$

donde

$$U = 1 + 4D_D \left[F + \frac{K_D b + K_D (1+z^2)}{(1+b)^2 + z^2} \right] \quad (D-37)$$

$$V = 4D_D z \left[F + \frac{K_D b}{(1+b)^2 + z^2} \right] \quad (D-38)$$

Dibujando un diagrama de Argand en el plano complejo, se encuentra la relación siguiente

$$\sqrt{U+iV} = \sqrt{\rho} \left(\cos \frac{\theta}{2} + i \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} \right) \quad (D-39)$$

donde

$$\rho = \sqrt{U^2 + V^2} \quad (D-40)$$

$$\theta = \arctan \frac{V}{U} \quad (D-41)$$

De esta manera, la ecuación (D-36) toma la forma

$$\bar{S}_{wf} = \frac{1}{1+iz} \exp \left[\frac{x_D}{2D_D} \left(1 - \sqrt{\rho} \cos \frac{\theta}{2} - i \sqrt{\rho} \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} \right) \right] \quad (D-42)$$

Al separar la parte real de la parte imaginaria en (D-42), se obtiene

$$\bar{S}_{wf} = \frac{\exp(Mx_D)}{1+z^2} \cdot \left[(\cos Nx_D - z \operatorname{sen} Nx_D) - i(\operatorname{sen} Nx_D + z \cos Nx_D) \right] \quad (D-43)$$

donde

$$M = \frac{1}{2D_D} \left(1 - \sqrt{\rho} \cos \frac{\theta}{2} \right) \quad (\text{D-44})$$

$$N = \frac{\sqrt{\rho}}{2D_D} \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} \quad (\text{D-45})$$

Sustituyendo la parte real p y la parte imaginaria q de la Ec. (D-43) en la Ec. (D-19), se obtiene la expresión siguiente para la saturación de agua en las fracturas

$$S_{wf} = \frac{e^{t_D}}{\pi} \int_0^\infty \frac{e^{Mx_D}}{1+z^2} \cdot [\cos(zt_D - Nx_D) + z \operatorname{sen}(zt_D - Nx_D)] dz \quad (\text{D-46})$$

Ahora bien, despejando \bar{S}_{wm} de la ecuación (D-25) se obtiene

$$\bar{S}_{wm} = \frac{K_D}{s(1-F) + K_D} \bar{S}_{wf} \quad (\text{D-47})$$

Haciendo $s = 1 + iz$, se tiene

$$\bar{S}_{wm} = \frac{K_D}{(1+iz)(1-F) + K_D} \bar{S}_{wf} \quad (\text{D-48})$$

Sustituyendo la Ec. (D-43) en (D-48) y separando las partes real e imaginaria, se obtiene

$$\bar{S}_{wm} = \frac{b \exp(Mx_D)}{\left[(b+1)^2 + z^2 \right] (1+z^2)} \cdot \left\{ \left[(b+1-z^2) \cos Nx_D - z(b+2) \operatorname{sen} Nx_D \right] - i \left[(b+1-z^2) \operatorname{sen} Nx_D + z(b+2) \cos Nx_D \right] \right\} \quad (\text{D-49})$$

Haciendo uso de la Ec. (D-19), se obtiene para la saturación de agua en la matriz la expresión siguiente

$$S_{wm} = \frac{e^{t_D}}{\pi} \int_0^\infty \frac{b \exp(Mx_D)}{\left[(b+1)^2 + z^2 \right] (1+z^2)} \cdot \left[(b+1-z^2) \cos(zt_D - Nx_D) + z(b+2) \operatorname{sen}(zt_D - Nx_D) \right] \quad (\text{D-50})$$

