

03071

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

**UNIDAD ACADÉMICA DE LOS CICLOS PROFESIONAL
Y DE POSGRADO DEL COLEGIO DE
CIENCIAS Y HUMANIDADES**

**ENSEÑANZA DE LOS CONCEPTOS BÁSICOS DE LA ESTADÍSTICA,
BAJO UN ENFOQUE CONSTRUCTIVISTA. (Una experiencia docente)**

TESIS
que para obtener el grado de
MAESTRA EN CIENCIAS
en la especialidad de Educación Matemática
presenta
MA. DEL ROSARIO JIMENEZ HERNANDEZ

Director de Tesis: M.C. Juan Recio Zubieta.

México, D.F.

1997

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

INTEGRANTES DEL JURADO:

M. en E.M. ASELA CARLON

M. en C. JUAN RECIO ZUBIETA

M. en E.M. MIGUEL MERCADO MARTINEZ

M. en E.M. SERGIO CRUZ CONTRERAS

Dedico este trabajo al más grande matemático: DIOS

Porque todo lo que soy se lo debo a él.

Gracias Señor.

AGRADECIMIENTOS

A MI MADRE

Por sus consejos y apoyo incondicional que siempre me ha brindado.

AL PROFR. JUAN DE DIOS HERNANDEZ G.

Por sus sugerencias y observaciones para mejorar el presente trabajo.

A FIORELLA

Por su compañerismo durante la maestría.

I N D I C E

CONTENIDO

1. MARCO CONCEPTUAL

El problema

Justificación de la elección de la Estadística para desarrollar mi propuesta

2. MARCO TEORICO

Introducción

El conocimiento

El aprendizaje

Teorías del aprendizaje

El constructivismo

Didáctica constructivista

El aprendizaje constructivo según Piaget

La didáctica de Aebli

Hipótesis de investigación.

3. MARCO METODOLOGICO

Obtención de la información

Muestra

Desarrollo del tema “tipo de variables”

Desarrollo del tema “representación gráfica de datos”

Construcción y aplicación exploratoria del instrumento de evaluación

Versión final del examen y su aplicación.

4. CONCLUSIONES

5. BIBLIOGRAFÍA

1. MARCO CONCEPTUAL

EL PROBLEMA

Uno de los propósitos planteados en la enseñanza de la Matemática por la mayoría de las instituciones educativas, es que al finalizar el estudio de algún tema, el alumno sea capaz de aplicar los conceptos aprendidos en la solución de problemas en su vida cotidiana. La Estadística como disciplina que usa conceptos matemáticos, no queda fuera de este propósito.

Aplicar como muchas otras actividades se aprende aplicando. Desafortunadamente en nuestro sistema educativo, se intenta la formación de profesionistas que apliquen los conocimientos teóricos, a través de programas en los cuales los alumnos básicamente aprenden a resolver problemas que, frecuentemente, les son ajenos y por lo tanto irrelevantes y, además, a ejecutar instrucciones cuyos fundamentos en general son desconocidos.

Frecuentemente en las instituciones educativas se formulan nuevos planes de estudio y, aunque las tareas docentes empiezan a cambiar, se sigue el mismo patrón tradicional en la enseñanza de las ciencias: fundamentalmente una transmisión verbalista de conocimientos de quién ya los adquirió a quiénes deben adquirirlos. El aprendizaje se mide en términos de la solución de problemas o ejercicios del libro de texto.

Generalmente el profesor se considera así mismo como un transmisor de conocimientos y su preocupación fundamental está dirigida a disponer los contenidos teóricos de su disciplina, dejando frecuentemente la práctica o la aplicación respectiva, para un momento posterior. Bajo estas perspectivas, pareciera que los conocimientos teóricos adquiridos por los estudiantes les permitirán

abordar una situación concreta en donde puedan acercar la teoría a la práctica.

Esta situación cambia radicalmente cuando el alumno empieza algún tema de investigación, ya sea para la presentación de la tesis de licenciatura o en trabajos conectados con grupos de investigación.

Creo que es necesario desarrollar y apoyar la actitud investigadora de los estudiantes, fomentando su interés por realizar encuestas propias en su entorno escolar, social, etc. Si el alumno siente la utilidad de la Matemática o en particular experimenta el uso de la Estadística se ganará mucho en favor de reconciliar la teoría y la práctica.

Kline, (1984) menciona que en Matemáticas el uso de la palabra “aplicación” es frecuentemente molesto para el estudiante, porque se supone que los cálculos son una “aplicación”. Puesto que las llamadas aplicaciones son inútiles y sin embargo forman parte de la Matemática, ¿en qué sentido son aplicaciones?.

Hernández (1989) escribe que la necesidad de una Matemática más concreta y utilitaria requiere un cambio de enfoque en su enseñanza, planteando que uno de los mayores problemas que se presenta en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática es sin duda alguna, la poca aplicación que se le da a los diferentes conceptos matemáticos que se enseñan.

Cogan (1959) afirma que un requisito para que la enseñanza de la Matemática alcance con eficacia sus fines, es que las aplicaciones que hayan de hacer los estudiantes sean interesantes y puedan cultivar su atención. Cuando se tiene que hacer una aplicación de la Matemática, una cuestión fundamental es que el alumno conozca el significado que el problema tiene por sí mismo. Según Cogan

(1959) si el alumno progresa en este conocimiento, acabará por plantearse la cuestión: ¿existen algunas aplicaciones suficientemente semejantes a ésta para que podamos valernos de resultados matemáticos similares?.

En la enseñanza de la Estadística comúnmente se enseña teniendo a la mano un libro de texto y “resolviendo los problemas para verificar las respuestas que da el autor”, sin tomar en cuenta si el alumno se siente interesado o no por tales actividades, que por lo regular le resultan tediosas o le son totalmente indiferentes.

Steinbring (1983) escribe que entre otras razones esto se debe al hecho de que la mayoría de los profesores no están dispuestos a enseñar estadística porque en su opinión, la probabilidad y la estadística involucran un tipo de matemáticas completamente diferente al que ellos conocen. El rol epistemológico de la aleatoriedad y la indeterminación es desconocido para ellos. Esto contradice a la matemática “determinística” a que están acostumbrados. Los hechos en estadística no son “absolutos”, estos poseen un significado solamente en relación a las situaciones extra-matemáticas de aplicación, estos hechos requieren una interpretación subjetiva y hacer estimaciones pertinentes. En consecuencia los profesores tienen dificultades en el tratamiento de la inexactitud e incertidumbre de la estadística ya que la aleatoriedad contradice sus ideas matemáticas.

González O. (1995) en su tesis de maestría “Intuiciones probabilísticas en alumnos de 11 a 16 años en una escuela mexicana” menciona que en los programas de enseñanza básica y media superior se han incorporado temas de probabilidad y estadística, pero que aún no se ha resuelto completamente el problema didáctico. Existen problemas de orden conceptual, psicológico, sociológico y curricular en torno a la enseñanza y al aprendizaje de la probabilidad. Los alumnos tienen ciertas

intuiciones creadas por el ambiente en el cual se desarrollan. Estas situaciones son elementales y muchas veces erróneas. El objetivo principal de la enseñanza, es ayudar al alumno a eliminar estos errores y adquirir conocimientos claros que le ayuden en su formación personal y le permitan acceder a estudios profesionales. Para lograr este objetivo se necesitan llevar a cabo investigaciones de orden conceptual, psicológico y pedagógico sobre las teorías probabilísticas y la construcción de conceptos.

En lo que se refiere a la enseñanza de la Estadística existen argumentos para que ésta desempeñe un papel importante en el currículum escolar pero en la práctica esto no es así. Steinbring identifica un número de razones para la lenta introducción de la estadística en la escuela:

- . los fundamentos de la Estadística como disciplina científica están bajo debate,**
- . la incertidumbre de donde colocar apropiadamente la estadística en el currículum escolar,**
- . la carencia de educadores calificados en la enseñanza de la Estadística,**
- . la falta de materiales apropiados para enseñar la Estadística en el nivel escolar,**
- . se conoce muy poco de la didáctica de la Estadística**

Cardeñoso y Azcárate (1995) mencionan que la integración definitiva del conocimiento estocástico en el ámbito escolar se está dando a un ritmo lento y difícil, entre otras razones, por el escaso conocimiento que aún se dispone sobre la didáctica de la estocástica, la carencia de profesores cualificados y su particular

naturaleza epistemológica. Razones ya indicadas por Råde (1986), pero que mantienen gran parte de su vigencia. Por tanto, su inclusión en el currículo ejecutado en el ámbito del aula y su reflejo en el currículo alcanzado por los alumnos está aún muy lejos de ser una realidad en un gran número de países, entre ellos España.

En un informe elaborado por la International Commission on Mathematical Instruction denominado School Mathematics in the 1990s, publicado en España en 1988 como *Las Matemáticas en Primaria y Secundaria en la década de los 90* (Howson y Wilson, 1988), se presenta una revisión sobre los currículos de diferentes países y en ella se constata un alto grado de uniformidad ente las diferentes propuestas en lo referente a aritmética y álgebra, no tanto si nos fijamos en los contenidos de geometría, y una gran variedad con respecto al estudio de la probabilidad y la estadística. Hay países con un largo camino recorrido en la enseñanza de estos temas desde la escuela elemental, como Inglaterra o Alemania, y otros en que su tratamiento en los currículos es prácticamente insignificante.

Por ello, uno de los argumentos usados para motivar al alumno es decirle que la Estadística se aplica en cualquier rama del conocimiento en que se hagan observaciones. Así, el futuro psicólogo, sociólogo, ingeniero, etc., piensa que si la Estadística que se le enseña no muestra su utilidad en el momento en que cursa sus estudios, continuará con su actitud de apatía o de rechazo.

Bajo estas consideraciones, el problema en estudio consiste en enseñar los conceptos estadísticos elementales por medio de aplicaciones reales de forma tal que el alumno se involucre directamente en el uso de la herramienta y los métodos estadísticos.

JUSTIFICACION DE LA ELECCION DE LA ESTADISTICA PARA DESARROLLAR LA PROPUESTA

Trataré de justificar la elección de la Estadística Descriptiva como materia para desarrollar mi propuesta, considerando, varios aspectos que a mi juicio son importantes. Estos aspectos son:

1) ¿Por qué se debe enseñar Estadística en la actualidad?.

2) Los contenidos específicos de esta materia.

3) Mi experiencia como docente.

1) ¿Por qué se debe enseñar Estadística en la actualidad?

Sin que se tenga la menor duda, en la mayoría de las ocasiones en que tenemos acceso a la información, nos encontramos con ciertos términos que son del dominio de la Estadística.

En los últimos tiempos la Estadística ha llegado a ocupar un lugar cada vez más importante en la vida cotidiana. En periódicos, revistas, programas de radio y televisión, algunas palabras como: “promedios”, “porcentaje”, “estimación”, “variación”, “tendencia”, etc. resultan bastante “familiares” para la generalidad de las personas, sin que necesariamente conozcan su significado.

Jacobsen (1982) menciona que diversos pedagogos e instituciones educativas conscientes de la importancia que tiene esta materia en la formación general del ciudadano, han propuesto que la Estadística se incluya en los planes de estudio: por ejemplo, en el Reino Unido el Informe Cockcroft (1982) estableció que “la estadística no es solamente un conjunto de técnicas, sino que es una actitud de espíritu relativo al enfoque de datos, actitud que reconoce en particular, la presencia de incertidumbre y de variabilidad, tanto en los datos como en la recolección de datos. Esta actitud capacita a las personas para la toma de decisiones frente a esta incertidumbre” El NCTM (National Council Teacher Mathematics) en 1980 menciona que para organizar el currículo de matemática alrededor de la resolución de problemas, es necesario enseñarle a los estudiantes “métodos de obtener, de organizar y de interpretar información, realizando y probando inferencias en base a datos y a comunicar resultados”. Los problemas para resolver tenían que provenir de situaciones de la vida diaria empleando datos del mundo real, de la experiencia, problemas de la vida social, de los negocios, de la ciencia, de la tecnología y de toda fuente de datos.

Continuando con el Informe Cockcroft, incluye la Estadística entre sus recomendaciones para la matemática escolar: la Estadística es, esencialmente, un tema de carácter práctico y su estudio debe estar basado en la recolección de datos y cuando sea posible, realizado por los mismos alumnos. El trabajo con temas de ciencias biológicas, geografía y economía pueden contribuir al aprendizaje y a la comprensión de la estadística.

Cardeñoso y Azcárate mencionan que en los últimos años ha habido intensos debates sobre la idoneidad de la introducción de la probabilidad y la estadística en la escuela y en relación al momento oportuno para tal introducción. A partir de las investigaciones y discusiones realizadas, numerosos argumentos se han ido consolidando a favor de dicha inclusión, entre los que cabe destacar:

- Su interés para la resolución de problemas relacionados con el mundo real y con otras materias del currículo.
- Su influencia en la toma de decisiones de las personas cuando disponen sólo de datos afectados de incertidumbre.
- Su dominio facilita el análisis crítico de la información recibida a través, por ejemplo, de los medios de comunicación.
- Su comprensión proporciona una filosofía del azar de gran repercusión para la comprensión del mundo actual.

El ritmo del cambio en la sociedad actual es cada vez más acelerado, lo que supone la necesidad de una formación que proporcione al ciudadano recursos para toda la vida, que le permitan enfrentarse y comprender la complejidad de la sociedad en la que está inmerso. El estudio de la probabilidad proporciona una información válida para enfrentarse con los problemas cotidianos y permite una acercamiento diferente a dichos problemas, una forma distinta de analizarlos, facilitando a los estudiantes la exploración de sucesos y situaciones que son relevantes en su vida diaria.

El reconocimiento de su valor educativo ha llevado a incluir paulatinamente el conocimiento estocástico tanto en los análisis y reflexiones más generales sobre el currículo matemático obligatorio, como en los currículos escolares concretos de cada país.

Un claro reflejo de la importancia adquirida por la educación estocástica en los últimos años y de su reconocimiento como parte integrante de la cultura matemática de los individuos es su inclusión en las propuestas de carácter general sobre la educación matemática.

- Un ejemplo son los Estándares Curriculares y de Evaluación para la Educación Matemática, publicados en 1989 por NCTM. En ellos se recogen los informes y reflexiones de un gran número de profesionales de la educación matemática y se formula lo que se considera como contenido básico del currículo escolar matemático,

tanto en su contenido como en la orientación de su enseñanza, en respuesta a las demandas de la sociedad sobre la necesidad de cambio de las matemáticas escolares. Entre sus introducciones novedosas, encontramos la sugerencia del tratamiento del conocimiento estocástico a lo largo de todos los años de escolaridad.

La justificación de su inclusión se apoya en la consideración de que, para ser un ciudadano integrado en la sociedad actual, es necesario estar bien informado y para ello es esencial entender los conceptos y técnicas fundamentales de la probabilidad y la estadística y sus relaciones:

“La recogida, organización, presentación e interpretación de los datos, así como la toma de decisiones y predicciones basadas en dicha información, son todas ellas destrezas que tienen cada vez más importancia en una sociedad que se base en la tecnología y la comunicación...El estudio de la estadística y la probabilidad subraya la importancia que tiene plantear preguntas, hacer conjeturas y buscar relaciones durante la formulación y resolución de problemas del mundo real... constituyen conexiones importantes con otras áreas de contenido, como Ciencias Sociales y Naturales...Su docencia debe estar impregnada de un espíritu de investigación y exploración”(NCTM, 1991).

- En la misma línea están las recomendaciones indicadas en el llamado Informe Cockcroft. En él se recoge un breve análisis sobre la situación específica de la enseñanza de la probabilidad y la estadística, resaltando los pocos trabajos e investigaciones desarrolladas sobre el tema cuando, curiosamente, se considera al Reino Unido como uno de los países con mayor experiencia en la enseñanza del conocimiento estocástico.

Batanero y Godino, (1992) mencionan que la enseñanza de la estadística ha cobrado gran desarrollo en los últimos años, debido a

su importancia en la formación general del ciudadano. Algunos países han dedicado grandes esfuerzos a diseñar currícula y materiales con este fin, como los elaborados en Inglaterra por el Schools Project on Statistical Education (1980). El interés creciente hacia la enseñanza de la estadística se manifiesta asimismo, por la existencia de revistas internacionales sobre el tema como Teaching Statistics y conferencias internacionales sobre su enseñanza.

En el volumen I (Introducción a los Métodos Estadísticos, UPN-SEP) se dice que la estadística surgió a partir de la necesidad concreta que tienen los seres humanos de conocer y transformar la realidad. La estadística puede contribuir a responder a interrogantes en muchas áreas, como la agronomía, la biología, la medicina, la psicología, la pedagogía y muchas más. En el campo propiamente educativo, la estadística puede contribuir, por ejemplo, al conocimiento de las condiciones fisiológicas, psicológicas y sociales de los alumnos y de los profesores y al perfeccionamiento de métodos de enseñanza y evaluación. A medida que los métodos estadísticos se van desarrollando y perfeccionando, y conforme se van aplicando cada vez con mayor frecuencia y en más campos, se hace más cierta la predicción del escritor inglés H. G. Wells: "el pensamiento estadístico será un día tan necesario para que el individuo participe eficazmente en la vida social como la lectura y la escritura" (UPN-SEP, 1983).

2) Los contenidos de la Estadística

La mayoría de los cursos de Estadística Descriptiva en las instituciones de nivel superior o medio superior, se inician con la necesidad de cubrir tres etapas fundamentales que consisten en:

- obtención de la información,
- organizar y describir la información,
- obtener conclusiones del tratamiento de la información.

Para cubrir estas etapas se proponen contenidos temáticos como:

a) Conceptos básicos

i) Tipos de variables

ii) Representación gráfica de datos

b) Descripción numérica de los datos

i) Medidas de tendencia central

ii) Medidas de dispersión

En la Universidad Pedagógica Nacional el programa de Estadística en la licenciatura de Administración Educativa, Plan 90, propone en su unidad I “Estadística Descriptiva” los siguientes temas:

- **Tema 1. Tipos de variables**
- **Tema 2. Histogramas y polígonos de frecuencias**
- **Tema 3. Medidas de Tendencia Central**
- **Tema 4. Medidas de Dispersión**

Los conceptos estadísticos asociados con estos contenidos proporcionan material para explorar las concepciones que tienen los estudiantes sobre términos como: tendencia central, variabilidad, correlación, etc.

Iniciaré mi exposición mencionando la importancia de los contenidos temáticos de ésta materia y de los conceptos involucrados, restringiéndome al tema de conceptos básicos como son: tipo de variables, representación gráfica de datos y medidas de tendencia central.

i) Tipos de variables

De acuerdo a Kerlinger, citado por Estrada, (1985) variable es “un símbolo” al que se le asignan numerales o valores. Los valores de las variables pueden ser de varios tipos. Por ejemplo: se pueden usar números como 8, 10, etc. en la variable edad, o expresiones “empleado o desempleado” en la variable nivel de empleo.

Las variables y los valores de éstas son la forma de expresar la información que permite hacer un manejo estadístico de ésta. Por ello, para utilizar la herramienta estadística, es indispensable poder clasificar los objetos de nuestro estudio en distintas categorías con respecto a las características de interés: esto será posible al hacer una medición de las características. Cuando se puede realizar una medición de las características y cuando se expresa esta medición mediante variables, la estadística puede ser una poderosa herramienta en el proceso de adquisición de conocimiento sobre la realidad (UPN-SEP, 1983).

Las variables permiten clasificar a los individuos, objetos, entidades, etc. en los que se mide alguna característica de interés. Las variables son la herramienta fundamental de la estadística puesto que el análisis de la información se efectúa principalmente sobre sus valores, además las técnicas estadísticas que se apliquen dependerán del tipo de valores de éstas.

ii) Representación gráfica de datos

Cuando tenemos los valores de una o varias variables de interés que hallamos estudiado en alguna población a través de una muestra de individuos, objetos o entidades, se hace necesario tener una visión global de estos valores.

Para este fin es muy útil contar con métodos de organización y presentación de los datos que nos permitan conocer como se reparten éstos entre los posibles valores de la variable de interés. La presentación gráfica de un conjunto de datos nos permite obtener esta información acerca de su distribución de manera rápida y sencilla (UPN-SEP, 1983).

La destreza en la lectura objetiva y crítica de datos es una característica importante en la sociedad actual. Batanero y Godino (1992) afirman que de la habilidad del lector para comprender tablas y gráficas depende la comprensión de la información presentada en la prensa, la televisión, informes comerciales y libros de estudio o divulgativos.

iii) Medidas de Tendencia Central

Así como es muy importante presentar gráficamente la información de los datos de una variable, también es necesario analizar los datos numéricamente, para esto se utilizan las medidas de tendencia central.

Daniel (1981) dice que: una medida de Tendencia Central es un único número que indica el centro de una serie de números (datos) a partir de los cuales se calcula. Son varias las medidas de Tendencia Central que se suelen usar:

- La media aritmética o promedio aritmético (\bar{x})
- La mediana (M_d)
- La moda (M_o)

Puede parecer que el concepto de media aritmética es simple, pero si los alumnos sólo conocen el algoritmo para calcularla, pero no comprenden su significado, pueden cometer diferentes tipos de errores, aún en los problemas más sencillos. Veamos un ejemplo citado por Batanero y Godino:

“Hay 10 personas en un ascensor, 4 mujeres y 6 hombres. El peso medio de las mujeres es de 60 kg. y el de los hombres de 80 kg. ¿Cuál es el peso medio de las 10 personas del ascensor?”.

Aunque este es un problema aparentemente trivial, Pollasek y colaboradores (1981) han hallado las siguientes formas erróneas de resolverlo en alumnos de edades comprendidas entre 18 y 22 años

a)
$$\frac{10 + 60 + 80 + 10}{4} = 40 \text{ kg.}$$

b)
$$\frac{60 + 80}{2} = 70 \text{ kg.}$$

Batanero y Godino (1992) hablan de situaciones observadas por varios teóricos. Las situaciones en las cuales se debe calcular una media ponderada y la selección de los correspondientes pesos no son fácilmente identificados por los estudiantes. Poco alumnos verán que la respuesta es:

$$\bar{w} = \frac{4(60) + 6(80)}{10}$$

$$\bar{w} = 72 \text{ kg}$$

Li y Shen, citados por Batanero y Godino, (1992) informan que cuando los datos se agrupan en intervalos, los estudiantes generalmente olvidan que cada uno de estos intervalos debería ponderarse de modo distinto al calcular la media aritmética. A la media aritmética se le considera como un valor “típico” o “representativo” de los datos. Campbell citado por Batanero y Godino, (1992) observa que, debido a ello, se tiende a situar la media en el centro del recorrido de la distribución, propiedad que es cierta para valores simétricos. Pero cuando la distribución es muy asimétrica, la media se desplaza hacia uno de los extremos, produciendo este fenómeno errores y dificultades, ya que en este caso, la moda o mediana serían un valor más representativo del conjunto de datos que la media.

Portus (1985) menciona que en una distribución simétrica las tres medidas de tendencia central son idénticas, si la distribución se torna asimétrica no se produce cambio en la moda; la mediana y la media se corren en la dirección de la asimetría. La asimetría es positiva hacia la derecha y negativa hacia la izquierda. Para ilustrar estas situaciones, se presentan a continuación las siguientes gráficas:



**Distribución
simétrica**



**Distribución
asimétrica
negativa**



**Distribución
asimétrica
positiva**

La comprensión de la idea de valor central, en la terminología estadística incluye, según Russell y Mokros (1991) citados por Batanero y Godino, (1992) tres tipos diferentes de habilidades.

-) **Dado un conjunto de datos, comprender la necesidad de emplear un valor central, y elegir uno adecuado que puede ser la media, la mediana o la moda.**

Por ejemplo, (UPN-SEP, 1983) si se quiere describir con una medida de tendencia central los salarios de los empleados de una fábrica. Una de las medidas que se puede utilizar es la media. Aquí el alumno debe entender que el salario promedio es el que percibiría cada empleado si el monto total de los salarios se repartiera equitativamente, pero si la mayoría de los empleados perciben salarios bajos, la medida adecuada sería la moda.

-) **Construir un conjunto de datos que tenga un promedio dado. Por ejemplo, si en una fiesta el promedio de edad de los asistentes es de 15 años, y si hay 10 personas, ¿cuáles son las posibles edades de los asistentes?.**

-) **Comprender el efecto que, sobre ciertos valores descriptivos llamados promedios como son:**

- **La media aritmética**
- **la mediana**
- **o la moda**

tiene un cambio en todos o parte de los datos.

Por ejemplo, supongamos que en una familia se calcula el peso promedio de los niños que asisten a la escuela primaria y se obtiene $\bar{x} = 30\text{kgs}$; evidentemente este valor sería diferente si se incluye el peso de los padres y se calcula nuevamente el promedio.

Resumiendo, Batanero y Godino comentan que la incapacidad de muchos estudiantes para resolver problemas es que han adquirido el concepto de media de una manera formal, definida sólo en términos de cálculo basado en números abstractos. El conocimiento de las reglas de cálculo no implica necesariamente una comprensión real de los conceptos básicos fundamentales, sino que el énfasis excesivo en las mismas puede inhibir la adquisición de una comprensión relacional más adecuada. A no ser que una variedad de problemas y ejemplos, extraídos de diversos contextos proporcionen una intensa práctica de útiles estructuras computacionales, parece improbable que se pueda adquirir una comprensión general de los conceptos.

3) Mi experiencia como docente

Durante mi experiencia como docente, en el contexto de la enseñanza de la Matemática y de la Estadística, me he encontrado con el fenómeno de la mategobia que sin duda todos los que nos dedicamos a la enseñanza de éstas disciplinas hemos experimentado en la práctica educativa.

Entre muchos factores, esto por lo regular se debe a que en su entorno familiar y escolar, los estudiantes escuchan comentarios de que las Matemáticas son muy difíciles de entender, que no se sabe como se pueden aplicar, etc. y los alumnos influidos por estos comentarios no están dispuestos a comprobar que tan difícil o fácil es hacer uso de las Matemáticas o la Estadística sino que dan por hecho que las Matemáticas o las materias que hagan uso de conceptos matemáticos, son difíciles.

Generalmente la enseñanza de los conceptos se realiza siguiendo la lógica de la materia, la cual se caracteriza como un conjunto de temas distribuidos gradualmente, que el profesor debe cubrir en un tiempo preestablecido. Bajo esta perspectiva, la enseñanza se reduce a la transmisión de los temas del contenido del programa y a la ejecución por parte de los alumnos de algunos ejercicios en los que por lo general se pide la aplicación directa de los conocimientos enseñados.

Cuando he impartido la materia de Estadística en la Universidad Pedagógica Nacional, iniciando con los temas básicos como: variables, gráficas y promedios, parto de las definiciones y pareciera que los alumnos comprenden los conceptos al momento pero para las clases posteriores los olvidan.

Todo esto me ha llevado a reflexionar acerca de como debe influir significativamente la enseñanza en la comprensión de los conceptos por parte de los estudiantes.

Considero que si el alumno se involucra directamente en la construcción del conocimiento, se logrará en mucho que los conceptos así aprendidos le sean de mayor utilidad en logros académicos posteriores. Así, creo que bajo la Teoría Constructivista es posible crear condiciones y conceptos en los estudiantes durante el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Por ejemplo, una condición favorable en la adquisición de los conceptos es empezar con cosas que despierten el interés en los estudiantes para que exploren y analicen, y de esta manera tengan un acercamiento más significativo al concepto que se desea tratar.

2. MARCO TEORICO

INTRODUCCION

Actualmente la enseñanza de la matemática en general y de la estadística en particular, presenta serios obstáculos (metodológicos como son: la falta de técnicas de enseñanza y materiales apropiados; también se tiene poco conocimiento de la didáctica de la estadística) que el profesor debe enfrentar, en muchas ocasiones solamente equipado con su experiencia y enseñando como a él le enseñaron (el maestro es el transmisor del conocimiento, el alumno es el receptor).

Comúnmente la enseñanza de la matemática se realiza de acuerdo con la jerarquización de los contenidos programáticos que el alumno debe aprender. Esta postura parte del supuesto de que el que aprende tiene ciertas potencialidades que le permitirán adquirir los conceptos que se le enseñan sin tomar en cuenta la forma de enseñar y como se aprende. Todo esto trae como consecuencia que el fenómeno educativo se reduzca a la simple transmisión de los temas y a la ejercitación y “aplicación” de los conocimientos transmitidos, sin que tengan un significado para el aprendiz.

De acuerdo con lo anterior, resulta necesario (pero no suficiente) cuestionarse acerca del tipo de acciones en el proceso de enseñanza y aprendizaje que propiciarán la formación y desarrollo de los conceptos. Esto por supuesto implica repensar no solo la labor docente en el salón de clase, sino también reflexionar acerca de factores como concepción del aprendizaje, principios de aprendizaje y teorías del aprendizaje que nos permitan explicar lo que vemos en el aula y adoptar acciones apropiadas que mejoren nuestra práctica docente.

El conocimiento

Un punto central en la reflexión humana siempre ha sido la relación del hombre con la realidad que lo rodea. Los griegos fueron los primeros en preocuparse por cuestiones como:

- ¿es el hombre independiente de la realidad?,**
- ¿puede la razón producir conocimientos?,**
- ¿dan conocimiento los sentidos?,**
- ¿de qué manera o hasta qué grado se logra ésto?.**

A Platón se le considera el primero en intentar explicar sistemáticamente estas preguntas, iniciando así la epistemología o teoría del conocimiento (Moreno, L., Waldegg, G., 1992).

El pensamiento de Aristóteles que domina durante la edad media, consideraba que se podía generar el conocimiento de la realidad sólo pensando. Bacon planteaba que se podía obtener conocimiento solamente con la observación sin necesidad de hipótesis y teorías. Kant sostiene que el conocimiento se da a partir de ciertos supuestos teóricos, de tal manera que el conocimiento es el resultado de un procesos dialéctico entre el sujeto y el objeto, donde ambos se modifican sucesivamente (Moreno, L., Waldegg, G., 1992).

Por otra parte el positivismo plantea que el conocimiento se obtiene de la observación y la experiencia.

El aprendizaje

Puesto que el aprendizaje es un proceso complejo que está en la base de la formación de la persona, se han propuesto varias teorías que intentan explicar los problemas relacionados con este proceso, por medio de algunos principios que de manera implícita o explícita han influenciado la educación. Los implicados en tal proceso pueden estar o no de acuerdo con alguna teoría o con algunos de sus principios. En muchos casos el profesor no tiene supuestos teóricos, solamente lo anima su opinión personal u obedece a directrices marcadas por los organismos rectores de la educación o en otros casos es llevado por corrientes o enfoques de moda o su creencia de cómo debe de enseñar.

Creo que el maestro debe estar dispuesto a conocer un conjunto de principios de aprendizaje aceptables sobre los cuales organice su enseñanza para que se lleve a cabo el mejor aprendizaje posible. A primera vista pareciera que no hay diferencias entre las teorías del aprendizaje, o estas son tan sutiles que para advertirlas claramente se necesita profundizar en sus dominios conceptuales.

Teorías del aprendizaje

Heredia, A.B. (1984) nos dice que existen dos grandes familias de teorías de aprendizaje: la de las teorías asociacionistas y la de las teorías cognoscitivistas. En términos muy generales se puede decir que las teorías asociacionistas sostienen que toda conducta se da como respuesta a un estímulo.

Continuando con Heredia, A.B. comenta que hay algunas conductas que son innatas, de modo que, en forma natural están asociadas o ligadas a un estímulo específico, como por ejemplo, la contracción

de la pupila ante un estímulo luminoso. A las teorías asociacionistas les interesa las conductas aprendidas, en las que la asociación entre el estímulo y la respuesta se establece debido a las consecuencias agradables que obtiene la persona al responder.

Estas teorías intentan explicar el aprendizaje académico por medio de las conductas aprendidas, postura rechazada por los cognoscitivistas, quienes afirman que es insuficiente la asociación estímulo-respuesta, y que es necesaria la incorporación de nuevos elementos para explicar el fenómeno del aprendizaje.

Esto tal vez se deba a que el conocimiento no es una cosa concreta que el profesor pueda dar a los alumnos, sino que estos deben trabajar activamente para construir los conceptos y en consecuencia apropiarse del conocimiento.

Heredia A.B. nos vuelve a comentar que los teóricos de la familia cognoscitivista parten del supuesto de que el hombre tiene una capacidad innata para diferenciar selectivamente los elementos de una información (estímulo para los asociacionistas), con objeto de relacionarlos entre sí e incorporarlos a la propia estructura cognoscitiva. Consideran que el sujeto aprende cuando al realizar esta incorporación, ocurren cambios en sus estructuras cognoscitivas.

En el fondo de estas teorías subyacen elementos comunes, (independientemente de la corriente a la que favorezca), el común denominador es que el aprendizaje de conocimientos implica un cambio ya sea de la conducta o de las estructuras cognoscitivas. Los esfuerzos están encaminados a lograr que el sujeto se apropie del conocimiento, tarea que no ha resultado fácil. Esto tal vez se deba a que “eso” llamado conocimiento, el profesor no lo puede transmitir debido a que no lo ha “construido” para que los alumnos se lo apropien, sino que éstos deben construirlo para que lo puedan

aprender. Esta última afirmación es la tesis de las epistemologías constructivas.

En una entrevista hecha a Valverde, L.G. comenta que en la actualidad las teorías que han resurgido son las que se desprenden del constructivismo, las cuales fundamentan que el aprendizaje no es una copia exacta de la realidad, sino una construcción interna que el individuo realiza de acuerdo a sus experiencias y a su sensibilidad. Este es un paradigma que rompe con las bases de la educación tradicional: estudiantes receptores versus docente que recita lo que sus alumnos deben aprender. El constructivismo considera al aprendizaje como proceso de construcción individual, significativo, a largo plazo. En cambio, en el modelo tradicional hay antes que nada un ejercicio de memoria, mecánico de la información; pero a largo plazo se olvida.

El constructivismo

Moreno y Waldegg, (1992) escriben que la concepción epistemológica de Kant sobre el conocimiento es el punto de arranque de la concepción epistemológica del constructivismo, cuyo principio fundamental establece que el conocimiento es generado en la acción realizada por quién aprende, en su accionar con los objetos, y no simplemente por la transmisión o la ejercitación mecánica de las ideas expuestas por otras personas.

Piaget establece su Epistemología Genética, es decir, (el estudio del desarrollo del conocimiento en los seres humanos), sobre la base de que el conocimiento se construye mediante la actividad del sujeto sobre los objetos. Para Piaget el sujeto se acerca al objeto de conocimiento dotado de ciertas estructuras que le permitan “ver” al objeto de cierta manera y extraer de él cierta información, misma que es asimilada por dichas estructuras.

Moreno y Waldegg (1992) comentan que la nueva información produce modificaciones (acomodaciones) en las estructuras intelectuales, de tal manera que cuando el sujeto se acerca nuevamente al objeto, lo “ve” de manera diferente a como lo había visto originalmente y es otra la información que ahora es relevante. Sus observaciones se modifican sucesivamente conforme lo hacen sus estructuras cognoscitivas, construyéndose así el conocimiento sobre el objeto. El conocimiento, desde esta perspectiva, es siempre contextual y nunca separado del sujeto; en el proceso de conocer, el sujeto va asignando al objeto una serie de significados, cuya multiplicidad determina conceptualmente al objeto.

Nuevamente Moreno y Waldegg dicen que una tesis fundamental en la teoría de Piaget es que todo acto intelectual se construye progresivamente a partir de estructuras anteriores de que el estudiante dispone, que le permitan asimilar y acomodar nuevos

significados del objeto de aprendizaje y nuevas operaciones asociadas a él.

Al poner el énfasis en la actividad del estudiante, una didáctica basada en teorías constructivistas exige también una actividad mayor de parte del educador. Esta ya no se limita a tomar el conocimiento de un texto y exponerlo en el aula. La actividad demandada por esta concepción es menos rutinaria y exige una constante actividad por parte del educador.

El propósito fundamental del educador constructivista debe ser que el sujeto construya su conocimiento matemático a partir de su propia experiencia, de la reflexión sobre la organización de su misma actividad.

Los diversos estudios relativos a la forma en que los estudiantes resuelven problemas matemáticos, han llevado a la explicación, de corte constructivista, de que la estructura de la actividad de resolución de problemas surge como un objeto cognoscitivo (un esquema) a partir de la reflexión que el sujeto hace sobre sus propias acciones. El conocimiento matemático, para la epistemología, es el resultado de esta reflexión sobre acciones interiorizadas (Moreno, L., Waldegg, G,1992).

Cardeñoso y Azcárate nos comentan que dentro de las orientaciones metodológicas de la educación secundaria obligatoria de acuerdo con las orientaciones psicopedagógicas generales de todo el sistema educativo español, se recogen los planteamientos constructivistas del conocimiento y defienden los siguientes aspectos:

- la importancia de los conceptos previos de los alumnos como punto de partida;

- el papel de las aproximaciones contextuales e inductivas al conocimiento matemático;
- el proceso de actividades como algo abierto y flexible con variedad de métodos de trabajo y organizaciones;
- estrategias válidas y necesarias para provocar un aprendizaje significativo.

En sus orientaciones más generales, de la educación primaria de acuerdo con los presupuestos constructivistas, se plantea la necesidad de partir de la experiencia del niño y de sus conocimientos previos sobre el tema, respetar sus ritmos de aprendizaje y guiar su aprendizaje a través del diseño de una secuencia de actividades, relacionadas entre sí en la medida de lo posible, pero de distintas categorías: actividades de presentación, de desarrollo, de generalización y de profundización. Matiza al final que es útil comprobar que los objetivos se han cumplido al finalizar el proceso.

Didáctica Constructivista

En este sentido Brousseau y colaboradores propone(n) la didáctica constructivista que según ellos ha de constituirse como una ciencia independiente de la Psicología, de las Matemáticas y de la misma Pedagogía (SEP, 1993).

Cardeñoso y Azcárate dicen que la propuesta curricular presentada por Bisson (1983) en la escuela española es una adaptación de la teoría de situaciones didácticas planteada por Brousseau (1986). Su punto clave está en la elección de problemas significativos que preservan el sentido del conocimiento implicado, inmersos en una situación más amplia en la que esté envuelto todo el sistema de interacciones: *la situación didáctica*. Plantea los tres tipos de situaciones didácticas que, según Brousseau, deben de ponerse en juego en un proceso de enseñanza/aprendizaje del conocimiento matemático, según el tipo de dialéctica que establezcan: de la acción, de la formulación y de la validación:

- En las situaciones que domina la dialéctica de la acción se plantean problemas al estudiante cuya solución esté relacionada con el concepto que se pretende enseñar. Se debe posibilitar el contraste entre distintas soluciones y ajustar su acción en función de la información que recibe de la propia situación.
- En la situación de formulación el alumno debe elaborar el modelo intuido de la fase anterior, construyendo un lenguaje que permita el intercambio de información con sus compañeros. Como resultado, el alumno crea un modelo explícito que puede ser reformulado con ayuda de signos o reglas.
- El tercer tipo es la situación de validación en la que el objetivo es conseguir que el estudiante avance en el proceso de

matematización, al probar la validez del modelo para interpretar hechos diferentes y convencer de su validez a otros compañeros.

Considero que estas situaciones didácticas son las idóneas para poner en juego, en los inicios de cualquier nivel escolar.

Creo que en estas situaciones los problemas planteados deben estar relacionados con el concepto que se pretende enseñar y con las que se pone al aprendiz en contacto directo con la experiencia.

El objetivo de estudio de esta didáctica de las Matemáticas, en general, serían las situaciones didácticas que permitan la construcción del conocimiento matemático. Su objetivo último, un tanto ambicioso, es llegar a conocer a fondo lo que sucede en el aula escolar que, ante una situación didáctica determinada, se pueda garantizar su reproductibilidad y eficiencia bajo controles bien precisos. Para esto se trabaja en la construcción de un modelo que considere todas las posibles interacciones, tanto implícitas como explícitas, que pueden darse en un salón de clase y que intervengan en forma importante en el proceso. En última instancia, y esto es lo más interesante, se trata de proporcionar un conocimiento sobre el funcionamiento del salón de clase y de las situaciones didácticas que le permitan al profesor tener un mayor control sobre algunas de las múltiples variables que intervienen en el proceso (SEP-1993).

Cuando queremos que el alumno adquiera un conocimiento matemático (o estadístico) determinado, la pregunta que nos hacemos es ¿cuál es la manera más clara y sencilla de presentarle este conocimiento?. De manera natural lo descomponemos en conocimientos parciales, siguiendo la secuencia clásica: de lo fácil a lo más complejo y de lo particular a lo general. Esta situación didáctica se presenta con muchas variantes, las cuales pueden ser importantes para el aprendizaje, como apoyarse en imágenes o en materiales concretos, etc. Aunque estas situaciones se presenten con

mayor o menor variación comparten el propósito común de lograr que el sujeto aprenda un nuevo conocimiento. El problema en el fondo es como lograr la consecución de este propósito (SEP-1993).

Ante esta problemática el docente puede, en general, intervenir de dos maneras argumentando razones que para él pueden ser válidas: primero desde una perspectiva formal convencido de que el alumno solamente necesita una buena definición para entender un concepto tratado o presionado por la necesidad de cubrir un programa específico, escoge este camino que puede parecer más eficiente a corto plazo lo que implica introducir prematuramente expresiones matemáticas formales.

En contraparte puede tener la intención de que el sujeto participe en la construcción de su conocimiento, produciendo las condiciones para que el alumno construya los conceptos matemáticos. Esta perspectiva demanda mayor dinamismo, por ser una tarea compleja, ya que los resultados no son a “corto plazo”, es necesario tener paciencia para “seguir” la maduración de los conceptos.

Bajo este enfoque se necesita ser consciente de las dificultades implícitas o explícitas que se deben sortear. Tal vez no siempre se logren crear las condiciones mas propicias para que los alumnos realicen una construcción absoluta de un determinado conocimiento. Muchas veces solamente lograremos que se aproximen al conocimiento o que se enfrenten a los problemas a partir de la reflexión de sus propias acciones, pero dentro del optimismo pedagógico, esto sería un paso muy importante.

EL APRENDIZAJE CONSTRUCTIVO SEGUN PIAGET

Para Piaget: “Comprender es inventar”, es inventar uno mismo. Aunque se puede ayudar a los niños a adquirir conceptos matemáticos por medio de materiales especiales y de preguntas de los profesores, sólo por su propio esfuerzo pueden comprender verdaderamente.

Por lo tanto, el aprendizaje constructivo supone una actividad por parte del estudiante, una actividad de tipo especial. La actividad que pide Piaget se centra sobre todo en un intento de desarrollar los enfoques de tareas y problemas determinados por parte del estudiante. Es una actividad en la que pueden ser frecuentes los errores, pero tales errores forman parte del intento por parte del niño de desentrañar el sentido de los conceptos.

Según Piaget el aprendizaje constructivo supone “ensayar” ideas, hacer pruebas para descubrir cuales métodos de resolución funcionan y cuáles no. Esto exige más materiales de aprendizaje y unos entornos de aprendizaje que aporten una respuesta al individuo sobre el resultado de sus ensayos, (Resnick, 1980).

LA DIDACTICA DE AEBLI

Aebli menciona que históricamente, la enseñanza intuitiva, que consiste en utilizar ciertos datos intuitivos (figuras geométricas, objetos, ilustraciones, modelos), constituye un gran progreso respecto de la enseñanza verbalista de la Edad Media y el Renacimiento. Su valor real se funda, en efecto, en que satisface una de las condiciones indispensables para adquirir la mayor parte de las condiciones y operaciones: la utilización en la enseñanza de datos intuitivos.

Reconocida la importancia de los datos intuitivos (datos concretos), todo depende de como se les utilice. Se ha visto que para llegar a la idea de fracción es necesario proponer al sujeto algunas actividades: operaciones de división, de seriación, de recuento. Se advierte que todo el éxito de la enseñanza depende de la forma dada a la ejecución de tales operaciones. Al proponerse provocar impresiones en el espíritu del niño, la enseñanza tradicional se limita a presentar los objetos y las operaciones por medio de demostraciones efectuadas ante la clase. Las operaciones efectivas las realiza el maestro solamente, o, a lo sumo, un alumno llamado al frente. ¿Cual es, entonces, la actividad de los demás?. En el caso más favorable siguen la demostración que se hace y, por una especie de imitación interior, reviven los actos que se cumplen ante ellos. Sin embargo su actitud es de espectadores, interesados, neutrales o totalmente ausentes. Otra observación puede hacerse en igual sentido: después de la demostración de unas pocas operaciones concretas, la enseñanza tradicional introduce enseguida los símbolos matemáticos y las fórmulas verbales fijas con que en lo sucesivo se limita a hacer trabajar a los alumnos.

En muchas clase se advierte que un fenómeno físico, biológico o histórico, que un conjunto de operaciones aritméticas o geométricas se plantean o realizan siempre de la misma manera. Se las expresa con las mismas fórmulas verbales y siempre van acompañadas de las mismas ilustraciones y ejemplos.

¿Cuáles son los resultados de tal enseñanza?. Los alumnos bien dotados llegan, por lo común, a la meta deseada. En el alumno regular y flojo, por el contrario, algunos fracasos son atribuibles a este método. En efecto, cuando la noción o la operación que debe adquirir, es de alguna complejidad, entonces resulta claro que la simple demostración de las operaciones no permite a todos los alumnos formarse la nueva idea. Cuando se pasa luego a la expresión simbólica de esa idea y se resuelven los problemas solo

con símbolos, esos alumnos no son capaces de recordar su sentido y tienen que conformarse ciegamente con la regla relativa al manejo de los mismos.

La presentación de “cuadros intelectuales” actúa en el mismo sentido. Cuando el razonamiento se formula siempre del mismo modo, cuando se presentan ilustraciones y ejemplos siempre semejantes, cuando una serie de ideas es evocada siempre en el mismo sentido, se corre el gran riesgo de ver formarse en el niño hábitos intelectuales rígidos. Se comprueba, en efecto, que ciertas ideas quedan indisolublemente unidas a alguna fórmula verbal, a determinada condición o contexto accidental, y que no pueden ser reproducidas o reconocidas sino bajo la forma y condiciones en que se las recibió.

Estas situaciones acarrear una serie de consecuencias secundarias que frecuentemente suscitan críticas contra la enseñanza tradicional. En primer término se ha verificado que los alumnos aportan a la enseñanza un interés directamente proporcional al grado de actividad que se les permite desplegar. Su interés es mayor si pueden resolver por sí mismos un problema mediante la investigación personal que si deben asistir a la demostración de su solución; su interés es mayor si pueden actuar sobre datos concretos que si deben representárselos o seguirlos como espectadores. Desde este punto de vista, la enseñanza tradicional pone en juego una actividad mínima y de esto proviene con frecuencia el escaso interés de los niños por el asunto que se les presenta.

Además, vincular la actividad a una expresión verbal fija o a determinadas reglas rígidas de solución actúa con frecuencia como freno; el niño carece de la posibilidad de moverse libremente dentro de un sistema de ideas. Debe memorizar y repetir los resúmenes, definiciones y enunciados de leyes tal como le fueron dados; debe,

invariablemente, aplicar los mismos procedimientos para hallar las soluciones.

Aebli dice que la aplicación de la psicología de Piaget a la didáctica debe partir de la tesis fundamental según la cual el pensamiento no es un conjunto de términos estáticos, una colección de imágenes, sino un juego de operaciones vivientes y actuantes. Pensar es actuar, trátase de asimilar los datos de la experiencia sometiéndolos a los esquemas de actividad intelectual o de construir nuevas operaciones mediante una reflexión en apariencia “abstracta”, es decir, operando interiormente sobre objetos imaginados.

Interpretadas las asignaturas en términos de operaciones, el maestro debe preguntarse como puede provocar su adquisición por el alumno. Decir que el alumno debe conocer determinadas asignaturas equivale a decir que el alumno debe aprender a ejecutar determinadas operaciones. Siempre son las operaciones las que definen las nociones y es su ejecución lo que debe provocar la enseñanza, efectivamente primero y bajo forma “interiorizada” o representativa después.

En la adquisición de los conceptos el maestro debe buscar que operaciones están en la base de las nociones que se propone que adquieran sus alumnos. Ya se ha hecho notar que esta adquisición no puede tratarse de un proceso de impresión como lo había supuesto la didáctica tradicional. Una tesis fundamental de la psicología de Piaget proporciona la base para la solución de esta situación problemática: “todo acto intelectual se construye progresivamente a partir de reacciones anteriores y más primitivas”. La tarea del maestro consiste entonces en crear situaciones psicológicas tales como para que el niño pueda construir las operaciones que debe adquirir. Debe apelar a los esquemas anteriores de que el niño dispone y a partir de ellos desarrollar la nueva operación. Debe presentar el material adecuado a esta

actividad intelectual y velar porque la búsqueda de la nueva operación se oriente en la dirección deseada. Debe presentar los problemas o las actividades de manera clara y viva, condición sine qua non para que se de la investigación personal, por parte del alumno. Si esta condición no se cumple será siempre el maestro quien deba incitar a la actividad y orientar su progreso. Si el problema esta bien comprendido actúa como autorregulador de la investigación, anticipando en forma general la operación que constituirá la meta. La anticipación esquemática de la solución contenida en todo problema, tiende a evocar los actos necesarios para su solución.

En resumen, Aebli plantea en su Didáctica que la asimilación real de los conocimientos se da por medio de operaciones que funcionan en la medida en que el niño y el adolescente desarrollan actividades de manera que sin esta(s) actividad(es) no puede darse un conocimiento auténtico ya que la enseñanza debe tender a la construcción de las operaciones por el alumno.

HIPOTESIS DE INVESTIGACION

Después de establecer el problema y de acuerdo con la Didáctica de Aebli citada anteriormente, la hipótesis de investigación planteada en este trabajo es:

“El promedio de aprovechamiento es mayor usando el enfoque constructivista que sin usarlo”

3. METODOLOGIA

OBTENCION DE LA INFORMACION

La información se obtiene de la siguiente manera:

1. Se plantean y se desarrollan actividades de aprendizaje bajo el enfoque constructivista.

- Actividades de Aprendizaje: las actividades propuestas a continuación tienen la finalidad de proporcionar al estudiante la posibilidad de intentar una manera diferente de tratar algunos conceptos básicos de la Estadística Descriptiva, como:

- tipos de variable
- representación gráfica de datos
- medidas de tendencia central.

Para la consecución de este fin se propone partir de las experiencias y de la intuición de los alumnos, planteando situaciones que se puedan enfrentar de manera no convencional, tomando en cuenta las ideas intuitivas que estos tienen de algunos conceptos que aparecen comúnmente en la información escrita y hablada y que son del dominio de la Estadística.

Se pretende que el alumno ensaye, practique e identifique procedimientos no comunes en el salón de clases para abordar los conceptos estadísticos, de manera que participe activamente en la construcción del significado de estos conceptos y de los procedimientos estandarizados.

Bajo el enfoque constructivista se toma la comprensión intuitiva del alumno como punto de partida, identificando aquellas nociones que

son prerequisites para que el estudiante participe activamente en la construcción del conocimiento. Por ejemplo en el inicio del desarrollo del tema tipo de variables pregunté al grupo que características les son importantes conocer de otra persona o de uno mismo, un alumno contestó tímidamente donde al mismo tiempo se escuchó como pregunta ¿color de ojos?, les dije que sí; así empezaron a opinar otros alumnos: sexo, edad, estatura, etc; esto no hubiera sido posible si el estudiante no tuviera la noción intuitiva del significado de características personales.

2. Se elabora una versión piloto del instrumento que servirá para evaluar. Se aplica esta primera versión al grupo 55, con el objeto de ver si se entienden o no los reactivos y analizarlos para tener elementos que permitan la construcción del examen final.

3. La versión final del instrumento de evaluación se aplica a dos grupos de 1er. semestre, uno que desarrolló actividades de aprendizaje bajo el enfoque constructivista grupo 08 (G8) y el grupo 11 (G11) que aprendió los conceptos de manera "tradicional".

La comparación de los resultados de los exámenes del G8 con el G11, permitirá recabar evidencia para probar la hipótesis de investigación y poner de manifiesto las "bondades" del aprendizaje constructivista. Los puntos anteriores se detallan a continuación.

MUESTRA

La muestra está formada por 32 alumnos del G8 de primer ingreso a la UPN en el semestre 95-II. El procedimiento para formar el grupo

es de la siguiente manera: el Departamento de Servicios a Estudiantes conforma los grupos, los alumnos se enteran del grupo al cual fueron asignados cuando les entregan su tira de materias y el profesor no elige el grupo sino que se lo asigna la coordinación del área correspondiente. Esto permite asegurar: a) la aleatoriedad en la elección de la muestra, b) que las diferencias observadas se deben a la influencia del método de enseñanza y c) de acuerdo con Campbell, esta aleatoriedad elimina la necesidad de recurrir al pretest.

DESARROLLO DEL TEMA: TIPOS DE VARIABLES

OBJETIVO: El alumno clasificará las variables de acuerdo con el tipo de valores que pueden tomar.

ACTIVIDAD 1

NOMBRE DEL ALUMNO: _____

FECHA: _____

a) Escriba 10 características de su grupo que puedan ser objeto de interés para cada uno de ustedes.

b) ¿Es factible hacer una medición de estas características?.

c) Asigne valores a cada una de estas características.

COMO ESTAS CARACTERISTICAS NO SE MANTIENEN CONSTANTES, PARA PODER ASIGNARLES VALORES TAMBIEN SE LES LLAMA VARIABLES.

d) Observe el siguiente ejemplo donde se presentan algunas características (variables) de un grupo escolar, con sus valores respectivos.

CARACTERISTICA (VARIABLE) VALORES

- | | |
|--|---|
| 1. Escuela de procedencia | CCH, Bachilleres,Preparatoria |
| 2. Opinión con respecto a la Eficiencia del servicio del comedor en la UPN. | Excelente, Bueno, Malo, No ha asistido |
| 3. Cantidad de agua consumida diariamente. | 2.7, 3.2, 3.9, 4.0, litros |
| 4. Número de monedas que tiene cada uno (G8). | 0, 1, 2, 3,..... |

CONCLUSION DE LA ACTIVIDAD 1

- **Cuando escribí en el pizarrón el inciso a) de la actividad 1, los alumnos no entendían el significado de característica, y se preguntaban unos a otros ¿qué es característica?, un alumno opinó tímidamente: el color de los ojos, le dije que sí; y así empezaron a opinar otros alumnos: sexo, edad, estatura, etc.**

La actividad 1 se desarrolló en una sesión de dos horas. Al revisar sus procedimientos, observé que varios alumnos no entendieron la esencia de la actividad y plantearon preguntas como:

- **¿qué información tiene la población sobre el sida?,**
- **¿porqué hay diferencias sociales en México?.**

Esta situación se analizó en otra sesión de una hora; les señale que para contestar estas preguntas era necesario un estudio muy profundo pues su respuesta no es simple.

- **Como conclusión de la actividad 1, los alumnos del G8 asignan valores a diferentes variables y entienden la importancia de la medición de éstas características.**
- **También entendieron que “característica” eran situaciones típicas como: edad, sexo, estatura, etc; que sirven para describir a una persona o grupo de personas.**

ACTIVIDAD 2

NOMBRE DEL ALUMNO: _____

FECHA: _____

a) Compare los valores de las variables 1 y 2 con los valores de las variables 3 y 4. ¿Encuentra semejanzas y/o diferencias? _____ ¿cuáles? _____

SEMEJANZAS

DIFERENCIAS

b) De las variables enlistadas en la ACTIVIDAD 1, escriba por lo menos tres ejemplos de características con valores semejantes a las variables 1 y 2, y llámosle TIPO A.

c) De las variables enlistadas en la ACTIVIDAD 1, escriba por lo menos tres ejemplos de características con valores semejantes a las variables 3 y 4 y llámosle TIPO B.

d) Asigne un nombre que considere adecuado para las variables del TIPO A.

e) Asigne un nombre que considere adecuado para las variables del TIPO B.

f) ¿Hay diferencias y/o semejanzas entre los valores de las variables del TIPO A?

SEMEJANZAS

DIFERENCIAS

g) ¿Hay diferencias y/o semejanzas entre los valores de las variables del TIPO B?

SEMEJANZAS

DIFERENCIAS

h) De acuerdo con las diferencias encontradas en f), clasifique las variables TIPO A en A1 y A2.

i) De acuerdo con las diferencias encontradas en g), clasifique las variables del TIPO B en B1 y B2.

j) Escriba cinco ejemplos de variables de cada uno de los siguientes tipos: TIPO A1 y TIPO A2, (puede tomar algunas características de las enlistadas en la ACTIVIDAD 1).

A1

A2

k) Escriba cinco ejemplos de variables de cada uno de los siguientes tipos: TIPO B1 y TIPO B2, (puede tomar algunas características de las enlistadas en la ACTIVIDAD 1).

B1

B2

l) Asigne un nombre que considere adecuado para las variables:

TIPO A1: _____

TIPO A2: _____

m) Asigne un nombre que considere adecuado para las variables:

TIPO B1: _____

TIPO B2: _____

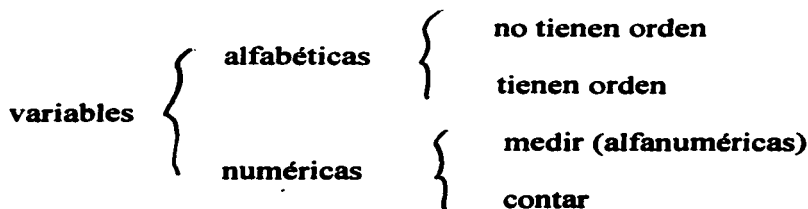
CONCLUSION DE LA ACTIVIDAD 2

Se sucito una discusión en el grupo por no estar de acuerdo con la manera como les imparto la clase bajo el enfoque constructivista del proceso de enseñanza y aprendizaje. Los alumnos argumentan que no estan acostumbrados a pensar o a razonar sobre las cosas o sobre el manejo de conceptos, porque según su opinión, es más difícil aprender así, por lo que ellos prefieren una enseñanza tradicional.

Les contesté que cuando el conocimiento se construye tomando en cuenta lo que el sujeto ya sabe, es más fácil recordar ideas o conceptos porque se asocia con el conocimiento previo que la persona tiene.

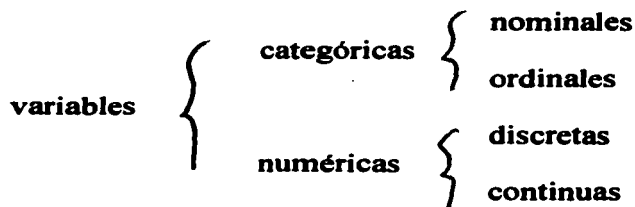
Posteriormente, en parejas, los alumnos discuten esta actividad, dialogando ambos en cada inciso y luego se comento a nivel grupo. Paulatinamente los alumnos proponen varias clasificaciones de variables hasta que el grupo acuerda que hay dos tipos básicos de variables dependiendo de las expresiones (letras o números) usadas para denotar los valores que éstas puedan tomar. Esta actividad tomó un tiempo de cinco horas.

El G8 propone la sigüienté clasificación de variables:



ACTIVIDAD 3

Realice una comparación entre la clasificación de variables realizada en la ACTIVIDAD 2 con la siguiente clasificación tomada del Volumen 1. "Introducción a los Métodos Estadísticos", UPN, SEP.



CONCLUSION DE LA ACTIVIDAD 3

- Los alumnos relacionan el conocimiento generado en el trabajo en equipo, con la clasificación propuesta en el volumen 1, "Introducción a los Métodos Estadísticos".
- La comparación que los alumnos realizan entre su clasificación y la del volumen 1 fué relativamente fácil porque observaron que llegaron a la misma clasificación que el (los) autor(es), pero usando otros términos. Esto permite lograr un mayor acercamiento a los términos estadísticos utilizados en la clasificación de variables.

ACTIVIDAD 4

Hay características de los estudiantes y de su entorno que afectan el trabajo y la dinámica de los grupos de una escuela. A continuación presentamos algunas de ellas. En cada caso, diga si los valores de la variable asociada son expresiones o números, es decir, si dicha variable es categórica o numérica.

- a) Sexo de cada alumno de un grupo.**
- b) Cantidad de estudiantes en cada grupo de la escuela.**
- c) Tipo de ocupación de los padres de los alumnos de un grupo.**
- d) Distancia que recorre cada alumno para ir de su casa a la escuela.**
- e) Estado de salud de cada alumno de un grupo.**

CONCLUSION DE LA ACTIVIDAD 4

Esta actividad se desarrollo en un tiempo aproximado de una hora, presentandose la siguiente situación: en la instrucción de ésta actividad se pide clasificar las variables en numéricas o categóricas y los alumnos no leyeron bien la instrucción y clasificaron a las variables como: categórica ordinal, categórica nominal, numérica discreta o numérica continua. Les comenté que era necesario leer cuidadosamente las instrucciones para cualquier situación escolar o extraescolar.

ACTIVIDAD 5

A continuación le presentamos una lista de características que incluye las de la actividad de estudio anterior.

En cada caso, describa los valores que puede tomar la variable asociada y diga si ésta es una variable categórica nominal, categórica ordinal, numérica discreta o numérica continua.

- a) Sexo de cada alumno de un grupo.**
- b) Cantidad de estudiantes en cada grupo de una escuela.**
- c) Tipo de ocupación de los padres de los alumnos de un grupo.**
- d) Distancia que recorre cada alumno para ir de su casa a la escuela.**
- e) Estado de salud de cada alumno de un grupo.**
- f) Tiempo empleado por el maestro de un grupo en revisar y corregir las tareas de cada alumno.**
- g) Ciudad de origen de los habitantes de una comunidad.**
- h) Número de naranjas producido por cada naranjo de una huerta.**

- i) Grados militares de los integrantes del ejército mexicano.**
- j) Tipo de productos confeccionados por cada fábrica de una región.**
- k) Peso de los niños mexicanos de 6 años.**
- l) Tipo de voz de los integrantes de un coro.**
- m) Temperatura máxima diaria en una localidad.**
- n) Variedades de maíz que se cultivan en una región agrícola.**
- o) Tipo de material con el que se construyen los techos de las viviendas de una comunidad.**
- p) Tiempo empleado por cada alumno de una escuela en trasladarse de su casa a la escuela.**
- q) Número de estudiantes que desertaron de cada escuela secundaria de un estado del año pasado.**
- r) Area de cada parcela agrícola de una región.**

s) Opinión que tienen varios maestros sobre el grado de amenidad de cierto libro de texto.

t) Número de años de estudio acreditados que tiene la madre de cada alumno de un grupo escolar.

CONCLUSION DE LA ACTIVIDAD 5

Como los alumnos ya construyeron el concepto de variable, fué relativamente fácil clasificar las variables de ésta actividad. Solamente se presentaron dudas en los incisos n) y o). Los alumnos no distinguieron inicialmente entre variable categórica nominal y variable categórica ordinal. Salvo por esta situación, los alumnos clasificaron a las variables en numéricas continuas, numéricas discretas, categóricas nominales ó categóricas ordinales. Esta actividad fué realizada en casa por los alumnos.

DESARROLLO DEL TEMA: REPRESENTACION GRAFICA DE DATOS

OBJETIVO: Qué el alumno organice los datos en tablas de frecuencias y que los represente gráficamente.

ACTIVIDAD 6.

NOMBRE DEL ALUMNO: _____
FECHA: _____

En esta actividad se considera la opinión del G8 con respecto a la eficiencia del servicio del comedor en la UPN.

- a) **¿Cuál es la variable bajo estudio?.**

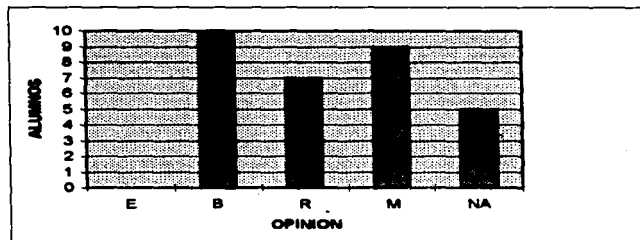
- b) **¿Qué tipo de variable es?.**

- c) **¿Cuáles son los posibles valores que puede tomar esta variable?.**

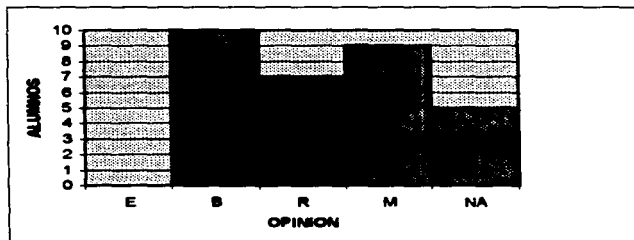
OBSERVE QUE LOS VALORES ASIGNADOS FORMAN BLOQUES O CATEGORIAS EXCLUYENTES Y EXHAUSTIVAS. SON EXCLUYENTES PORQUE CADA VALOR PERTENECE SOLO A UNA DE ELLAS, Y SON EXHAUSTIVAS PORQUE CADA VALOR PERTENECE NECESARIAMENTE A ALGUNA CATEGORIA O BLOQUE DE VALORES.

d) Organice los datos en una tabla, a ésta tabla llámela tabla de frecuencias.

e) De acuerdo con la tabla de frecuencias anterior, ¿cuál de las siguientes gráficas sería la más adecuada para representar los datos?



E: Excelente; B: Buena; R: Regular; M: Mala; NA: No ha asistido al comedor



¿Porqué? _____

A LA REPRESENTACION i) SE LE LLAMA HISTOGRAMA A LA REPRESENTACION, ii) SE LE LLAMA GRAFICA DE BARRAS.

f) Represente los datos de la variable opinión en una gráfica de barras.

g) Divida el número de alumnos con opinión Excelente, entre el total de alumnos. A este resultado se le llama frecuencia relativa. Haga lo mismo con los otros valores de la variable.

h) En la tabla de frecuencias construida en el inciso d) anexele una columna con el encabezado de frecuencias relativas y anote los valores obtenidos en el inciso g)

i) ¿Qué porcentaje de alumnos tuvieron opinión

Excelente _____ Regular _____
Buena _____ Mala _____
No ha asistido (NA) _____

j) Represente las frecuencias relativas en una gráfica de barras.

ACTIVIDAD 7

Considere las siguientes variables referidas al G8.

- a) Escuela de procedencia.**
- b) Número de monedas que tiene cada alumno.**
- c) Cantidad de agua consumida diariamente.**

Para cada una de estas variables realice los incisos de la ACTIVIDAD 6.

CONCLUSION DE LAS ACTIVIDADES 6 Y 7

Al llegar a las actividades 6 y 7 los alumnos ya tienen más confianza en el enfoque constructivista del proceso enseñanza y aprendizaje, ya que ellos participaron en la construcción de su aprendizaje en las actividades anteriores. Sin ninguna dificultad los alumnos organizan los datos en tablas de frecuencias y los representan en gráficas de barras.

Con una actitud totalmente opuesta al inicio de las actividades, los alumnos manifestaron su disposición de terminar el programa de Estadística Descriptiva, siguiendo el enfoque constructivista pero esto no fué posible por falta de tiempo.

CONSTRUCCION Y APLICACION EXPLORATORIA DEL INSTRUMENTO DE EVALUACION.

Previamente al desarrollo de las actividades de aprendizaje se construyó el instrumento de evaluación para recabar información acerca del aprendizaje logrado por los alumnos mediante la enseñanza constructivista. En la construcción de este instrumento se tomaron en consideración los siguientes criterios:

- .) Los conceptos involucrados en los reactivos deberían ser abordados mediante la enseñanza constructivista.
- .) La opinión de profesores que imparten Estadística para ver si los reactivos son representativos de los temas básicos.
- .) De una aplicación exploratoria a un grupo piloto para detectar dificultades en los contenidos o en la redacción de los reactivos.

El examen exploratorio se construye en dos partes.

En la primera parte se construyen los reactivos del 1 al 7 (7 reactivos) que se describen a continuación:

- Los reactivos 1 y 2 son de opción múltiple y están referidos a los conceptos de muestra y población respectivamente.
- Los problemas 3 y 4 se refieren a la media aritmética o promedio aritmético. El reactivo 3 es de opción múltiple e involucra el procedimiento para calcular la media a partir de una tabla de frecuencias. En el problema 4 se pide calcular el promedio de un conjunto de ocho datos.

- El problema 5 pide hacer conteos en una tabla de frecuencias. Aquí se pide resolver una desigualdad.
- En el problema 6 se pide representar gráficamente un conjunto de 30 datos.
- En el reactivo 7 se presenta una gráfica de barras y se pide determinar alguna información numérica.

EXAMEN PILOTO (1a. parte)

NOMBRE: _____

GRUPO: _____

1. ¿Cuál es el nombre que se le da al grupo pequeño de individuos (u objetos) seleccionados de un grupo más grande?

- a) grupo de prueba b) muestra c) población
d) colección al azar e) conjunto de trabajo

2. Un pequeño grupo de individuos (u objetos) es algunas veces seleccionado de un grupo más grande. ¿Cómo se le llama al grupo más grande?

- a) grupo de prueba b) muestra c) población
d) colección al azar e) conjunto de trabajo

3. La tabla siguiente proporciona las calificaciones obtenidas por 16 estudiantes en la clase de Matemáticas.

<u>CALIFICACION</u>	<u>100</u>	<u>90</u>	<u>80</u>	<u>70</u>	<u>60</u>
<u>No. DE ESTUDIANTES</u>	<u>1</u>	<u>3</u>	<u>5</u>	<u>4</u>	<u>3</u>

El procedimiento correcto para calcular el promedio es:

- a) $\frac{(400)(16)}{80}$ b) $\frac{400}{5}$ c) $\frac{101 + 93 + 85 + 74 + 63}{5}$
d) $\frac{100 + 270 + 400 + 280 + 180}{16}$ e) $\frac{400}{16}$

4. En una fábrica se emplean ocho personas. Los salarios semanales para cada uno son (en N\$): 210, 180, 210, 180, 220, 190, 195, 200. Encuentre el salario promedio semanal para los ocho empleados.

5. El número de televisores en los hogares de 20 alumnos de 6o. grado esta dado en la siguiente tabla.

<u>NUMERO DE TV</u>	<u>CONTEO</u>	<u>NUMERO DE HOGARES</u>
0	I	1
1	IIIIII	6
2	IIII	4
3	III	3
4	II	2
5	I	1

¿En cuántos hogares hay más de dos televisores?.

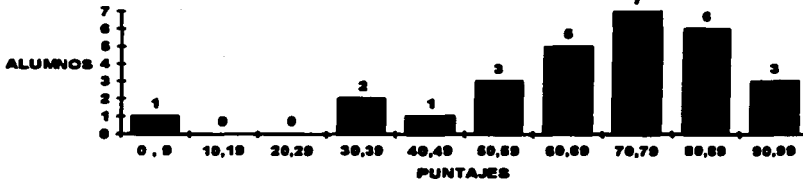
6. Myrna registra el número de horas que sus 30 alumnos dedican a estudiar diariamente

1	6	2	3	2	6	4	5	1	3
2	6	1	6	1	3	5	4	1	2
2	1	6	5	3	3	1	2	6	5

Dibujar en los siguientes ejes una gráfica de barras que represente estos datos.



7. La siguiente gráfica de barras muestra los puntajes obtenidos por 28 alumnos en la clase de Estadística del profesor Hernández. Si la calificación mínima para aprobar es de 60 puntos, ¿cuántos alumnos aprobaron la materia?



En la segunda parte se construyen los reactivos de 1 a 4, estos reactivos se refieren a clasificación de variables.

EXAMEN PILOTO

(2a. parte)

NOMBRE _____
GRUPO _____

1. En un grupo escolar la característica "aprovechamiento" puede ser media de diversas formas, dando origen a variables de distintos tipos. Clasifique la variable "aprovechamiento" de acuerdo con los valores asignados.

VALORES

TIPO

a) Aprobado, No aprobado _____

b) Menos de seis, de seis a ocho, _____
más de ocho

c) Excelente, Bueno, Suficiente, _____
Malo

d) 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ... , 10 _____

e) 2.1, 3.5, 4.8, 6.7, 8.6, 9.8 _____

2. Se tiene una variable no numérica como "conducta de un grupo", la cual se puede jerarquizar. ¿Es correcto asignarle valores como: 0, 1, 2, 3? _____
¿Porqué? _____

3. a) Mencione algún caso (o casos) en que se puedan confundir una variable no numérica con una variable numérica

b) ¿Cómo se puede distinguir entre ellas?

4. Para un mejor desempeño de su labor administrativa el director de una escuela esta interesado en conocer a la planta docente. Mencione algunas características (variables) que el director deba considerar, clasifíquelas y especifique algunos valores para cada una de las variables mencionadas.

<u>VARIABLE</u>	<u>TIPO</u>	<u>VALORES</u>
_____	_____	_____
_____	_____	_____
_____	_____	_____
_____	_____	_____
_____	_____	_____

La aplicación del instrumento exploratorio se realiza en el orden en que se construyó: la primera parte (reactivos 1 al 7) se aplica a 35 alumnos en un tiempo de 1.5 horas aproximadamente; y la segunda se aplicó en otro día a 31 estudiantes del mismo grupo en aproximadamente 1 hora.

RESULTADOS DEL EXAMEN PILOTO

Para evaluar el examen piloto se asigna 0 (cero) a los resultados incorrectos y se escribe 1 (uno) al resultado correcto. Posteriormente se calculan los porcentajes de aciertos y los porcentajes de errores.

Se inicia analizando la segunda parte, donde los reactivos 1a, 1b y 3b sobre clasificación de variables, obtuvieron el porcentaje más bajo de respuestas correctas (35%, 10% y 26% respectivamente). En la primera parte los reactivos 3, 5 y 6 contribuyeron con el mayor porcentaje de errores (69%, 54% y 71% respectivamente). Estas situaciones se tomaron en consideración para elaborar la versión del examen final.

VERSION FINAL DEL EXAMEN Y SU APLICACION

La versión del examen final se llevó a cabo tomando en consideración las siguientes situaciones:

- 1. Por cuestiones de tiempo, no fue posible desarrollar el tema de “medidas de tendencia central” bajo la teoría constructivista, en consecuencia se eliminaron los reactivos 3 y 4 de la primera parte.**
- 2. Los reactivos 1 y 2 de la primera parte se cancelan dado que los conceptos de población y muestra resultaron “conocidos” por los examinados, independientemente del enfoque usado en la enseñanza.**
- 3. El reactivo 5 de la primera parte se modifica. Se agregan dos incisos, el a) y b) y la pregunta original desaparece.**
- 4. El reactivo 6 de la primera parte pasa a ser la pregunta 7 , donde se modifica. Se pide construir una tabla de frecuencias antes de la gráfica de barras.**
- 5. En el reactivo 7 de la primera parte se cambian los intervalos de clase por números enteros [(30-39) se sustituye por 40, (40-49) se cambia por 50, etc. y pasa a ser la pregunta 6 de la versión final; además se agrega el inciso a) .**
- 6. Los reactivos 1a, 1b y 3b de la 2a. parte se eliminan porque dieron el mayor porcentaje de errores (65%, 90% y 74%) respectivamente.**

La versión del examen final consta de 7 reactivos con las siguientes características:

PROPOSITO

El propósito de los reactivos es que los alumnos exhiban los conocimientos aprendidos constructivamente.

CONTENIDO

El contenido del examen comprende temas básicos como: tipos de variable, tabulación de datos, gráficas de barras y porcentajes.

DESCRIPCION

- **Los reactivos 1 a 4 se refieren a clasificación de variables.**
- **Los reactivos 5 y 6 involucran conteos referidos a frecuencias. En el problema 5 el conteo se realiza a partir de una tabla de frecuencias y en el 6 la información se toma de una gráfica de barras.**
- **En el reactivo 7 se pide organizar un conjunto de datos en una tabla de frecuencias y dibujar la gráfica de barras respectiva.**

VERSION FINAL

ESTADISTICA 1.

NOMBRE: _____
FECHA _____

1. En un grupo escolar la característica “aprovechamiento” puede ser medida de diversas formas, dando origen a variables de distintos tipos . Clasifique la variable “aprovechamiento” de acuerdo con los valores asignados.

VALORES _____ **TIPO** _____

a) 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10. _____

b) Excelente, Bueno, Suficiente,
Malo. _____

c) 1.8, 2.1, 3.5, 4.6, 6.3, 7.4, 8.6,
9.8 _____

2. Se tiene una variable no numérica como “conducta de un grupo”, la cual se puede jerarquizar. ¿Es correcto asignarle valores como: 0, 1, 2, 3? _____ ¿porqué? _____

3. Mencione algún caso (o casos) en que se puedan confundir una variable no numérica con una variable numérica.

4. Para un mejor desempeño de su labor administrativa el director de una escuela esta interesado en conocer la planta docente. Mencione algunas características (variables) que el director deba considerar, clasifiquelas y especifique algunos valores para cada una de las variables mencionadas.

VARIABLE TIPO VALORES

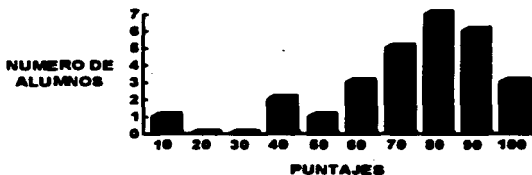
5. El número de televisores en los hogares de 20 alumnos de 6o. grado esta dado en la siguiente tabla

<u>NUMERO DE TV</u>	<u>CONTEO</u>	<u>NUMERO DE HOGARES</u>
0	/	1
1	//// //	8
2	//// /	5
3	///	3
4	//	2
5	/	1

- ¿En cuántos hogares hay:
 a) Solamente un televisor?
 b) Dos televisores?

6. La siguiente gráfica de barras muestra los puntajes obtenidos por los alumnos en la clase del profesor Hernández. Si la calificación mínima para aprobar es de 60 puntos:

- a) ¿Cuántos alumnos tiene en su clase el profr. Hernández,
 b) ¿Cuántos alumnos aprobaron la materia?.



7. Myrna registra el número de horas que sus 30 alumnos dedican a estudiar diariamente

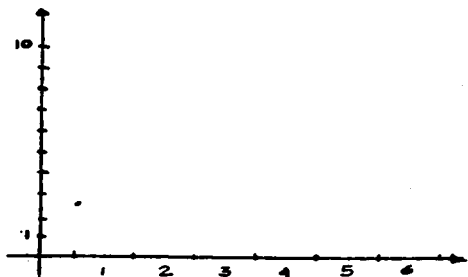
1	6	2	3	2	6	4	5	1	3
2	6	1	6	1	3	5	4	1	2
2	6	1	5	3	3	1	2	6	5

**ESTE TESIS NO DEBE
 SER DE LA BIBLIOTECA**

**NUMERO
DE HORAS**

**NUMERO DE
ALUMNOS**

b) Dibujar una gráfica de barras que represente estos datos.



APLICACION DEL EXAMEN FINAL

El examen final se aplica en 1.5 horas aproximadamente. Primero se evalúa el G8 que aprendió los conceptos bajo la teoría constructivista. Posteriormente se examina el G11 cuyo aprendizaje se realizó sin el enfoque constructivista.

Para el análisis de los resultados se llevaron a cabo los siguientes pasos:

- 1) Se asigna 0 (cero) a los resultados incorrectos y se califica con 1 (uno) si el resultado es correcto.
- 2) Se calcula el porcentaje de aciertos para cada reactivo, así como la media aritmética y la varianza para cada grupo. La media aritmética y la varianza se calculan de la siguiente manera:
 - Para cada alumno del G8 y G11 se hace la suma total de aciertos y después se suman estos totales y se divide entre el número de alumnos, es decir, para el grupo:

G8

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{32} x_i}{32} = 12.25$$

G11

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{18} x_i}{18} = 11.61$$

- La varianza de los puntajes totales es la suma de los cuadrados de las diferencias de los totales con respecto a la media, dividido entre el total de datos menos uno

G8

$$s^2 = \frac{(t - \bar{x})^2}{32 - 1} = 0.967$$

G11

$$s^2 = \frac{(t - \bar{x})^2}{18 - 1} = 0.839$$

Esto permite observar que la media del G8 ($\bar{x} = 12.25$) es mayor que la media del G11 ($\bar{x} = 11.61$). También se observa (al comparar las varianzas muestrales) que en el grupo experimental hay mayor variabilidad porque su varianza ($s^2 = 0.967$) es mayor que la varianza del grupo testigo ($s^2 = 0.839$).

3) Se utiliza el procedimiento de verificación de hipótesis "comparación de dos medias poblacionales" con muestras independientes. El procedimiento para probar la hipótesis se presenta siguiendo el esquema tomado de "Introducción a los métodos estadísticos" Vol.2-UPN-SEP. 1983.

a) Establecimiento de la hipótesis de investigación y de las hipótesis estadísticas

. Hipótesis de Investigación:

"El promedio de aprovechamiento es mayor usando el enfoque constructivista que sin usarlo"

. Hipótesis Estadísticas

. Hipótesis alterna $H_1 : \mu_{08} > \mu_{011}$

. Hipótesis nula $H_0 : \mu_{08} \leq \mu_{011}$

b) Estadístico de prueba y condiciones de uso

El estadístico de prueba es:

$$t = \frac{x_1 - x_2}{s \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

donde : n_1 es el tamaño del grupo experimental ($n_1 = 32$)

n_2 es el tamaño del grupo testigo ($n_2 = 18$)

x_1 es la media del grupo experimental ($x_1 = 12.25$)

x_2 es la media del grupo testigo ($x_2 = 11.61$)

s_1^2 es la varianza del grupo experimental ($s_1^2 = 0.967$)

s_2^2 es la varianza del grupo testigo ($s_2^2 = 0.839$)

\bar{s} es la desviación estándar mancomunada de los grupos testigo y experimental obtenida de la siguiente manera

$$\bar{s} = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}}$$

$$\bar{s} = \sqrt{\frac{(32 - 1)(0.967) + (18 - 1)(0.839)}{32 + 18 - 2}}$$

$$\bar{s} = \sqrt{0.921}$$

$$\bar{s} = 0.959$$

Las condiciones para usar este estadístico son:

I) Que la variable se distribuya normalmente.

II) Que las varianzas poblacionales sean iguales: $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$

De acuerdo con Glass y Stanley (1986) las pruebas de rendimiento educacional según los principios psicométricos subyacentes a la prueba de aptitud, por lo general, dan lugar a polígonos de frecuencias semejantes a la curva normal. Por lo tanto, la primera condición (I) para usar el estadístico de prueba se cumple.

Para probar la condición (II) de igualdad de varianzas ($\sigma_1^2 = \sigma_2^2$) se usa la siguiente fórmula:

$$F'_{\alpha} = \frac{S_2^2}{S_1^2} \langle F(n_2 - 1, n_1 - 1) \rangle$$

donde $F(n_2 - 1, n_1 - 1)$ es el valor en la tabla de la distribución "F de

Fisher" con $\alpha = 0.05$ en una cola y $n_2 - 1$ grados de libertad en el numerador y $n_1 - 1$ grados de libertad en el denominador.

Sustituyendo:

$$F'_{\alpha} = \frac{0.839}{0.967} \langle 2.01 \rangle$$

$$F'_{\alpha} = 0.867 \langle 2.01 \rangle$$

como 0.867 es menor que 2.01, con ello podemos afirmar la igualdad de varianzas.

Como el estadístico cumple con las condiciones de uso y bajo el supuesto de que la hipótesis nula es verdadera sigue una distribución teórica de probabilidad "t de Student" con $n_1 + n_2 - 2$ grados de libertad.

c) Regla de decisión

Con $\alpha = 0.05$ rechazar la hipótesis nula si la "t" calculada es mayor que "t" de tablas.

d) Cálculos

$$t_c = \frac{12.25 - 11.61}{0.959 \left(\frac{1}{32} + \frac{1}{18} \right)} = 2.285$$

e) Decisión Estadística

Como $t_c = 2.285$ es mayor que la $t_t = 1.684$

$$2.285 > 1.684$$

se rechaza la hipótesis nula.

f) Conclusión

Como se rechaza la hipótesis nula hay evidencia para afirmar que “el promedio de aprovechamiento es mayor usando el enfoque constructivista que sin usarlo”, con una confiabilidad de 95%.

4. CONCLUSIONES

De acuerdo con los resultados anteriores y según las actividades de aprendizaje propuestas a la luz del enfoque constructivista, se puede concluir que:

- 1. Las actividades sobre “Tipos de variables” encontraron mayor conexión con la experiencia de los alumnos, ya que los alumnos dieron su propia clasificación que permitió lograr un mayor acercamiento al lenguaje estadístico.**
- 2. Las actividades sobre “conteo de datos y frecuencias” fueron insuficientes para lograr un conocimiento significativo, es decir, faltaron propuestas de trabajo que le permitieran al alumno impulsar su propia iniciativa hacia el aprendizaje, de acuerdo con sus experiencias.**
- 3. Las situaciones didácticas no comunes, posibilitan que el alumno relacione el nuevo conocimiento con el conocimiento previo.**
- 4. Se cumple la hipótesis de investigación, es decir, el promedio de aprovechamiento es mayor usando el enfoque constructivista que sin usarlo.**
- 5. Hubo resistencia por parte de los alumnos para abandonar los esquemas clásicos de enseñanza-aprendizaje, es decir, se aferraron al uso de fórmulas y de definiciones proporcionadas por el profesor; el cambio a la perspectiva constructivista se logró paulatinamente.**

5. BIBLIOGRAFIA

1. Aebli, H. "Una didáctica fundada en la Psicología de Jean Piaget. Edit. Kapelusz, Buenos Aires, 1973.
2. Batanero, M. C. y Godino J. D. "Errores y dificultades en la comprensión de los conceptos estadísticos elementales". Universidad de Granadas. Artículo enviado para su publicación. 1992.
2. Capacitación y actualización docentes. "La Matemática en la educación primaria". Documento del docente. SEP. México, 1993.
3. Campbell, D. y Stanley, J. "Diseños experimentales y cuasiexperimentales en la investigación social". Amorrortu Editores, Buenos Aires, 1978.
4. Cardeñoso, J. Ma. y Azcárate P. "Tratamiento del conocimiento probabilístico en los proyectos y materiales curriculares". Revista Suma No. 20, Noviembre, 1995.
5. Cogan, E. "La enseñanza de las Matemáticas". Ensayos sobre enseñanza. Edit. Reverté México, 1959.
6. Daniel, W. "Estadística con aplicaciones a las Ciencias Sociales y a la Educación". Editorial Mc GrawHill, México, 1981.
7. Estrada, C. J. "Elementos fundamentales en el proceso de investigación". Revista Pedagogía. Vol. 2 No. 3 . Ene-abril . UPN, México. 1985
8. Glass, G. y Stanley, J. "Métodos Estadísticos Aplicados a las Ciencias Sociales". Prentice Hall, México, 1986.

9. **González, G.** “Intuiciones probabilísticas en alumnos de 11 a 16 años en una escuela mexicana”. Tesis de maestría. México, 1995.
- 10 . **Heredia, A. B.** “La preparación de material didáctico”. Una aproximación metodológica al tema. Revista Perfiles. Educativos. CISE-UNAM, 1984.
11. **Hernández, J. F.** “Un nuevo enfoque para enseñar funciones”. Revista Las Matemáticas y su enseñanza”. 1989.
12. **Jacobsen, E.** “¿Por qué debe enseñarse estadística en el mundo actual?”. R. Morris Editor. Estudios en Educación Matemática. Vol. 7. París, UNESCO.
13. **Kline, M.** “El fracaso de la matemática moderna”. Siglo Veintiuno Editores, México, 1984.
14. **Moreno, L. y Waldegg, G.** “Constructivismo y Educación Matemática”. Revista Educación Matemática. Vol. 4. No.2. Agosto 1992.
15. **Portus, L.** “Curso práctico de Estadística”. Manual y clave para el maestro. Mc Graw-Hill. México, 1985.
16. **Resnick, L. y Ford, W.** “La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos”. Temas de Educación Paidós. Barcelona.
17. **Steinbring, H.** “The interaction between teaching practice and theoretical conceptions”. R. Morris Editor. Estudios en Educación Matemática. Vol.7. París, UNESCO, 1989.
18. **UPN-SEP.** “Introducción a los métodos estadísticos”. Vol. 1 México, 1983.

19. UPN-SEP. "Introducción a los métodos estadísticos". Vol. 2 México, 1983.

20. Valverde, L.G. "La construcción del conocimiento" Revista Información Científica y Tecnológica.