77
2cj

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

"ANALISIS DISCRIMINANTE: UNA APLICACION EN FINANZAS."

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:

A C T U A R I O

P R E S E N T A :

A N D R E I P A V O N M E N D O Z A

DIR. DE TESIS: MAT. MARGARITA ELVIRA CHAVEZ CANO

MEXICO, D. F. 1997

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

M. en C. Virginia Abrín Batule
Jefe de la División de Estudios Profesionales de la
Facultad de Ciencias
Presente

Comunicamos a usted que hemos revisado el trabajo de Tesis:

"Análisis Discriminante: Una Aplicación en Finanzas."

realizado por Andrei Pavón Mendoza
con número de cuenta 9024480-1, pasante de la carrera de Actuaría.
Dicho trabajo cuenta con nuestro voto aprobatorio.

Atentamente

Director de Tesis Propietario	Mat. Margarita Elvira Chávez Cano
Propietario	M. en C. Beatriz Eugenia Rodriguez Fernández
Propietario	Act. Aurora Valdés Michel
Suplente	Mat. Vinicio Pérez Fonseca
Suplente	Act. Alberto Molina Escobar

Consejo Departamental de Matemáticas
Act. Agustín Román Aguilar

LO OUE HA EMPEZADO VA MUY LEJOS:
CON SU CABEZA SIN REPOSO, SIEMPRE
LLEGA EL FUTURO DERRBANDO TODAS
LAS PUERTAS.

A MIS PADRES,

Por darme la satisfacción de ser lo que soy.

A MI TÍO,

Por apoyarme y aconsejarme en todo momento de mi vida.

A MI HERMANA,

Por los buenos y malos momentos.

A MIS ABUELOS,

Por sus consejos y por ser la raíz de mi familia.

A ti,

Por ser mi Dulce de cada día.

G R A C I A S.

GRACAS SR. DE CH.

Agradezco a la Mat. Margarita E. Chávez Cano,
por su valosa ayuda para la realización de este trabajo.

A todos mis maestros de la Fac. de Ciencias, por
transmitirme sus inigualables conocimientos.

A mis amigos por las experiencias compartidas.

A mis amigos Ri Ro.

G R A C I A S.

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN.

Ante la situación económica que atraviesa nuestro país, es importante y necesario tener un punto de referencia a partir del cual se pueda identificar la posición de una empresa ante las demás, en particular dentro del sector en donde lleva acabo su actividad económica.

El objetivo principal del trabajo es hacer notar que existe al menos una herramienta de aplicación práctica para poder determinar la situación económico-financiero de una empresa (si es buena o mala), la herramienta a la cual nos referimos es la proporcionada por el Análisis Discriminante, técnica estadística que forma parte del Análisis Multivariado, aplicado a situaciones de orden práctico y para la toma de decisiones.

El Análisis Discriminante tiene como objetivo el clasificar observaciones mediante un conjunto de variables, en dos o más grupos mutuamente excluyentes. El Análisis Discriminante, a diferencia del análisis univariado, o bien de regresión múltiple, permite establecer una relación entre la variable dependiente y las predictoras.

De esta forma se ha considerado una muestra de empresas que cotizan en la Bolsa Mexicana de Valores (BMV) dentro de su sector comercio, donde se tratará de definir la clasificación de dichas empresas en buenas o malas. Los factores, que servirán como discriminadores serán las razones financieras.

La importancia del trabajo es la aplicación del Análisis Discriminante y de las Razones Financieras de tal forma que se tenga un uso más amplio de ellas. De esta forma las Razones Financieras se utilizarán como factores explicatorios o predictores, adquiriendo una mayor significancia al considerarse en conjunto en vez de ser tomadas individualmente.

El trabajo se encuentra dividido en 3 Capítulos, en el primer capitulo se hace la descripción del problema, explicando el significado de las variables que se manejan y su origen. En el Capítulo 2 se presenta la formulación matemática del Análisis Discriminante, considerando el caso particular de dos grupos, así como una breve descripción del Análisis Canónico, y sus pruebas de significancia respectivas. En el Capítulo 3 se hace la aplicación del Análisis Discriminante mediante el software estadístico "STATISTICA", considerando la información publicada en el Anuario Financiero de la BMV, tomando en cuenta que dentro del sector comercio de la BMV se encuentran las grandes cadenas de autoservicio como son: Coppel, S.A. de C.V., Grupo Casa Autrey, S.A. de C.V., Far-Ben, S.A. de C.V., Cifra, S.A. de C.V. (Aurrera, Bodega Aurrera , Sam's Club, Suburbia, Superama, Vips, Wal*Mart), Controladora de Farmacias, S.A. de C.V., Controladora Comercial Mexicana, S.A. de C.V., Grupo Elektra, S.A. de C.V., Ferrioni, S.A. de C.V., Foto Luz Corporación, S.A. de C.V., Grupo Gigante, S.A. de C.V. Grupo Martí, S.A. de C.V., Grupo Palacio de Hierro, S.A. de C.V., Grupo Salinas y Rocha, S.A. de C.V., El Puerto de Liverpool, S.A. de C.V., Maquinaria Diesel, S.A. de C.V., Nadro, S.A. de C.V., Sanborn Hermanos, S.A., Sears Roebuck de México, S.A. de C.V., Organizadora Soriana, S.A. de C.V., Blanes, S.A. de C.V. Empresas Villareal, S.A. de C.V., y el Grupo Sorimex, S.A. de C.V., considerando que algunas de estas empresas actualmente ya no cotizan en la BMV. Finalmente se presentan las conclusiones del análisis realizado.

CAPÍTULO I

Frecuentemente en publicaciones e incluso en periódicos ordinarios aparecen noticias cotidianas como fusiones, adquisiciones, absorciones, enajenaciones, etc..., oportunidades o necesidades de compra, venta o de colaboración de empresas, bien sea a través de grandes grupos financieros o porque dos empresas del mismo sector deciden unirse, comprar o vender, con el fin de adquirir mayor fuerza. Por lo anterior es necesario hacer una valuación de su situación patrimonial, por ejemplo si se habla de una fusión, entonces es necesario realizar un análisis, que ayude a valorar cómo podría afectar la fusión a la salud financiera de la empresa adquiriente.

El actualizar la información financiera histórica por razones de orden interno, ante la necesidad de proceder a la participación de los socios o propietarios, en situaciones de sucesiones, herencias, etc.., o por razones basadas en negociaciones futuras de índole financiero o de capitalización, son necesarios, ya que la información financiera con valor histórico original, pierde la característica fundamental de la utilidad, además que no reflejan por sí mismos la situación financiera real.

Es necesario mencionar que la actualización de los valores contables históricos, afectados por el fenómeno inflacionario, se realiza bajo los criterios del Boletín B-10 desarrollado por la Comisión de Principios de Contabilidad del Instituto Mexicano de Contadores Públicos.

Las razones expuestas anteriormente implican realizar estudios y aplicar métodos de valuación cuyo objetivo principal es presentar la información real, tomando en cuenta la información del ambiente en donde se desenvuelve la empresa, y una vez concluídos los estudios y métodos se procederá a tomar acuerdos que son resultados de las necesidades que originaron a realizar este proceso.

Por otro lado, si los motivos son por razones externas, con un grado más amplio de rigurosidad en la aplicación de métodos y conceptos, entonces el estudio debe contemplar otros muchos aspectos además de los meros métodos de valuación. El enfoque que uno adopta para analizar un problema refleja el criterio básico con que lo concibe.

La aplicación de un enfoque cuantitativo implicará el empleo de modelos matemáticos para representar los aspectos de la realidad que se vinculan con el proceso de decisión.

Es importante mencionar que cuando los hechos no pueden pronosticarse con certidumbre, las decisiones financieras deberán adoptarse en condiciones de incertidumbre y adoptar inevitablemente decisiones de este tipo.

Si uno quisiera opinar adecuadamente sobre la situación financiera de una empresa, no es suficiente analizar los datos internos, es necesario complementar el análisis mediante el conocimiento del ambiente donde la empresa se desenvuelve.

Este trabajo utiliza el Análisis Discriminante como una herramienta para hacer valuaciones entre empresas del Sector Comercio, (como valoración se debe de entender qué tan buena o mala es la empresa en el Sector).

Nuestras principales variables de estudio son las Razones Financieras, por lo cual es necesario entender los conceptos que traen los Estados Financieros que son la base de nuestras variables, las Razones Financieras.

LOS ESTADOS FINANCIEROS.

Los Estados Financieros son aquellos que muestran razonablemente, la situación de una empresa a una fecha determinada o a las operaciones llevadas a cabo por ella en un periodo determinado, proporcionando información que pueda ser analizada e interpretada con el fin de conocer mejor a la empresa y poder manejarla más eficientemente.

Dentro de los Estados Financieros tenemos el Balance General y el Estado de Pérdidas y Ganancias, que son los fundamentales para este trabajo.

BALANCE GENERAL

El Balance General se puede definir como el informe que muestra la situación económica de una empresa a una fecha determinada. La situación económica de cualquier empresa o persona se mide por la relación existente entre los bienes que son de su propiedad y las obligaciones que tiene que cubrir, de suerte que una "buena situación económica" corresponde a casos en los cuales las propiedades cubren ampliamente el importe de las obligaciones.

En otras palabras el Balance General está formado por tres elementos: el Activo (lo que posee una empresa), el Pasivo (las deudas que la empresa tiene) y finalmente su capital propio, es decir, con lo que realmente cuenta, llamado Capital Contable.

Los Activos se clasifican de acuerdo a su disponibilidad, es decir, la mayor o menor facilidad de convertir en efectivo el valor de un determinado bien, y así se dice que cierta cosa es más disponible en tanto sea más fácil realizarla, y menos disponible cuando presente mayor dificultad su conversión a dinero en efectivo.

De acuerdo al grado de disponibilidad, los valores que constituyen el Activo se clasifican en:

a) Circulante.

b) Fijo.

c) Diferido.

Dentro del Activo Circulante se encuentra: Caja, Bancos, Inversiones en Valores, Mercancías, Inventarios o Almacén, Clientes, Documentos por Cobrar, Deudores Diversos, IVA acreditable (impuestos por gastos o inversiones) y Pagos Anticipados. Son bienes y derechos que son más fáciles de convertirse en dinero.

Dentro del Activo Fijo se encuentra: Terrenos, Edificio, Maquinaria, Equipo de Transporte, Equipo de Reparto, Mobiliario y Equipo de Oficina. Son únicamente bienes que tiene la empresa para realizar sus objetivos.

Dentro del Activo Diferido se encuentra: Gastos de Organización, Gastos de Instalación, Rentas Pagadas por Anticipado, e Intereses Pagados por Anticipado Son pagos anticipados por los cuales se adquiere un derecho y con el transcurso del tiempo o circunstancias se convierte en gasto.

Lo anterior son los Activos más comunes que podemos encontrar

Los Pasivos se clasifican con base en el grado de exigibilidad, el cual se define como el mayor o menor plazo que se disponga para liquidar una deuda Cuanto menor sea el plazo para liquidar una obligación, se dice que ésta es exigible; y por el contrario, cuanto mayor sea el plazo para cubrirla, será menos exigible.

De acuerdo al grado de exigibilidad, los valores que constituyen el Pasivo se clasifica de la siguiente forma

a) Circulante.

b) Fijo.

c) Diferido.

Dentro del Pasivo Circulante tenemos: Proveedores, Documentos por Pagar, Acreedores Diversos, IVA Repercutido (impuestos por ventas). Son las deudas que vencen antes de un año.

Dentro del Pasivo Fijo tenemos: Acreedores Bancarios, Acreedores Hipotecarios, Documentos por Pagar a Largo Plazo. Son deudas mayores a un año.

Dentro del Pasivo Diferido tenemos: Rentas Cobradas por Anticipado, Intereses Cobrados por Anticipado. Son cobros anticipados por los que se adquiere una obligación y con el transcurso del tiempo o circunstancia se convierte un utilidad.

ESTADO DE PÉRDIDAS Y GANANCIAS.

El Estado de Pérdidas y Ganancias se define como aquel estado que sirve para determinar los resultados netos (utilidades o pérdidas) de una empresa, en determinado período de tiempo, el cual tiene como objetivo determinar las utilidades o pérdidas obtenidas por una empresa en el transcurso de un ejercicio social, y mostrar la forma en que dichas utilidades o pérdidas se desarrollaron.

Se considera como un estado financiero complementario del Balance General, puesto que en éste solamente se indica, en forma global, la utilidad o pérdida neta que aumenta o disminuye el capital, en tanto que en el Estado de Pérdidas y Ganancias se analizan, con todo detalle, las partidas que dieron origen a los ingresos y a los gastos, con el objetivo de llegar al resultado neto que se indica en el Balance General.

El Estado de Pérdidas y Ganancias estará constituido por los siguientes conceptos:

a) Ventas Totales.- Es el importe de las mercancías vendidas durante cierto tiempo, que se hayan efectuado al contado riguroso, al contado comercial o a crédito.

Las ventas de bienes que se hayan hecho con propósito distinto al de la venta de la mercancía original, se tiene que incluir en otros productos.

b) Ventas Netas.- Son aquellas que resultan de restarle a las ventas totales las devoluciones de mercancías previamente vendidas y rebajadas que, por distintos motivos, se conceden sobre el importe de las ventas efectuadas.

c) Devoluciones sobre Ventas.- Es el importe de aquellas mercancías que, habiéndose vendido, con posterioridad, el comprador las devuelve al vendedor, solicitando de él la devolución del importe que corresponde a las mismas.

d) Rebajas sobre Ventas.- Son aquellas bonificaciones que el vendedor hace al comprador sobre el importe de las mercancías vendidas, cuando las mismas son entregadas con algún desperfecto o daño, o bien, que resulten de una calidad inferior a la previamente convenida.

e) Descuentos sobre Ventas.- Son aquellas bonificaciones que el vendedor concede al comprador en virtud de que éste paga la mercancía antes del plazo establecido por el vendedor, por tal razón a este tipo de operaciones se les considera en el renglón denominado Gastos y Productos Financieros, no considerándose, por tanto, como deducciones del importe de las ventas totales.

f) Compras Totales.- Es el importe de todas las mercancías adquiridas durante el ejercicio, ya sea que éstas se liquiden al contado riguroso o a crédito.

g) Gastos sobre Compras.- Son todas aquellas cantidades pagadas que se efectúan con el objeto de trasladar las mercancías desde su lugar de origen hasta su lugar de destino.

h) Compras Brutas.- Son aquellas que resultan de sumarle a las Compras Totales los Gastos sobre Compras.

i) Compras Netas.- Se obtienen restando de las Compras Brutas las Devoluciones y las Rebajas sobre Compras.

j) Inventario Inicial y Final.- Por inventario debe de entenderse la relación de las mercancías existentes en un negocio. Inventario Inicial, se refiere a las mercancías existentes al principio de un ejercicio. Inventario Final, se refiere a las mercancías existentes al final del año.

Para conocer el importe de las utilidades o de las pérdidas realizadas por la empresa, es indispensable determinar lo que a la empresa le costó las mercancías que ha vendido, a fin de que, por diferencia, sepa lo que ganó o perdió en la operación.

k) Costo de la Mercancía Vendida.- Se determina sumando al Inventario Inicial las Compras Netas, y a la suma que se obtenga se le restará el importe del Inventario Final.

l) Gastos de Venta.- Son aquellos que están directamente relacionados con todas las operaciones necesarias para vender mercancía. Como ejemplos tenemos: gastos de embarque, fletes, comisiones pagadas a agentes, sueldos pagados a vendedores, almacenistas, etc...

m) Gastos de Administración.- Como su nombre lo indica, esta clase de gastos están destinados a mantener la dirección y administración de la empresa. Como ejemplos tenemos: sueldos de administradores, gerentes o funcionarios de las empresas cuya labor no está directamente conectada con el Departamento de Ventas.

n) Gastos Financieros.- Son los descuentos sobre ventas, los intereses pagados, las diferencias en cambio, en la compra y venta de divisas extranjeras que hayan arrojado pérdidas, etc...

o) Productos Financieros.- Son los descuentos sobre compras, los intereses ganados y las diferencias en los cambio favorables por haber arrojado una utilidad.

p) Otros Gastos y Productos.- Son Gastos y Productos de operaciones comerciales diferentes a las que constituyen el giro del negocio; por ejemplo, los productos o pérdidas en ventas de activo fijo, los dividendos sobre acciones, etc...

q) Utilidad de Operación.- Representa el resultado del negocio, es decir a las Utilidades sobre Ventas le restamos los Gastos Administrativos.

r) Utilidad Neta.- Es el resultado de sumar a la Utilidad de Operación los Gastos y Productos Financieros, y restarle el concepto de Otros Gastos y Productos

A continuación presentaremos un ejemplo del Balance General y del Estado de Pérdidas y Ganancias :

"ACME, S.A. DE C.V. "

Balance General por el Ejercicio de 1995.

ACTIVO		**PASIVO**	
Circulante		*Circulante*	
Caja	$ 10,000	Proveedores	$ 20,000
Bancos	8,000	Doc. por Pagar	30,000
Mercancías	40,000	*Fijo*	
Doc. por Cobrar	12,000	Acreedores	25,000
Clientes	30,000	*Diferido*	
Fijo		Cobros Anticipados	3,000
Equipo de Oficina	20,000	SUMA DEL PASIVO	$ 78,000
Equipo de Reparto	35,000	**CAPITAL**	$ 78,000
Diferido			
Gastos Anticipados	1,000		
SUMA DEL ACTIVO	***$156,000***	***SUMA DE PASIVO Y CAPITAL***	***$ 156,000***

"ACME, S.A. DE C.V."

Estado de Pérdidas y Ganancias por el periodo comprendido del 1° de enero al 31 de diciembre de 1996.

VENTAS TOTALES			$ 150,000	
Menos:				
Devoluciones sobre Ventas		$ 4,000		
Rebajas sobre Ventas		2,000	6,000	
VENTAS NETAS				$ 144,000
COSTO DE LA MERCANCÍA VENDIDA				
Inventario Inicial			20,000	
Compras Totales		90,000		
Gastos sobre Compras		4,000		
COMPRAS BRUTAS		94,000		
Menos:				
Devoluciones sobre compras	$ 3,000			
Rebajas sobre Compras	1,000	4,000		
COMPRAS NETAS			90,000	
TOTAL DE MERCANCÍAS			110,000	
Menos:				
Inventario Final			150,000	
Costo de las Ventas				95,000
UTILIDAD BRUTA				49,000
Gastos de Venta				8,000
UTILIDAD SOBRE VENTAS				41,000
Gastos de Administración				10,000
UTILIDAD DE OPERACIÓN				31,000
GASTOS Y PRODUCTOS FINANCIEROS				
Intereses Cobrados		1,500		
Descuentos sobre Compras		300		
Cambios Ganados		2,000	3,800	
Intereses Pagados		1,000		
Descuentos Sobre Ventas		500		
Cambios Pagados		1,000	2,500	1,300
UTILIDADES FINANCIERAS				32,300
OTROS GASTOS Y PRODUCTOS				
Dividendos Cobrados			1,000	
Comisión de Cobranzas		300		
Faltante en Caja		100	400	600
UTILIDAD NETA				$ 32,900

RAZONES FINANCIERAS.

Con los conceptos anteriores, se puede ver que los Estados Financieros presentan informes financieros y de operaciónes, y su interpretación es esencial para quienes dirigen, manejan, controlan, invierten, etc., la empresa, se puede decir que son "Diagnósticos Clínicos Empresariales" para una buena evaluación económico-financiero. Para una buena interpretación existe el Análisis de Razones Financieras, el cual consiste en relacionar diversos conceptos que agrupan los Estados Financieros entre sí.

En algunas ocasiones se comparan conceptos que contienen un Estado Financiero. En otros casos conceptos que aparecen en dos Estados Financieros diferentes.

Los Estados Financieros que manejaremos y en consecuencia las Razones Financieras serán los proporcionados por la Bolsa Mexicana de Valores, dentro del Sector Comercio.

Las Razones Financieras que se manejaran son las siguientes:

Pruebas de Rendimiento:

Mide la Ganancia o Utilidad que produce una inversión.

Margen Neto:

$$\frac{Utilidad\ Neta}{Ventas\ Netas} = \%$$

el cual va a indicar si las utilidades obtenidas son las adecuadas en función de las operaciones realizadas. Un indice alto normalmente es bueno si otras cosas están bajo control - si se mantienen al corriente los pagos, los activos se reemplazan adecuadamente y no se difieren otros gastos. Un indice bajo no es necesariamente malo si toda la empresa opera con bajos márgenes y altos volúmenes.

Utilidad a Capital:

$$\frac{Utilidad\ Neta}{Capital} = \%$$

es una medida de la fuerza productiva de la empresa desde el punto de vista de los accionistas o propietarios, porque indica el porcentaje ganado por el Capital Invertido en la empresa. Un índice bajo indica que podría ser mejor que el Capital se invirtiera en otra cosa. Podría indicar que el manejo es ineficiente, o que la empresa es muy conservadora y no ha alcanzado su potencial. Un índice alto indica que los préstamos podría ser la fuente de mucha capitalización, que la gerencia es extremadamente eficiente o que la empresa está capitalizando por debajo de sus necesidades.

Rentabilidad Económica:

$$\frac{Utilidad\ Neta}{Activo\ Total} = \%$$

mide la utilidad que se genera por los activos del negocio, un bajo índice, indica un mal desempeño o mal uso de los activos, un índice alto, indica un buen uso de los activos y un buen desempeño.

Utilidad Neta del Ejercicio:

$$\frac{Ganancias\ antes\ de\ intereses\ e\ impuestos}{Ventas\ Netas} = \%$$

mide la eficiencia de la gerencia. Haciendo a un lado los efectos de las deudas y los impuestos, es útil por dos razones: el pago de impuestos puede ser más alto o más alto por eventos diferentes a la operación del negocio y, los pagos de las deudas grandes, como los que hay al inicio de un nuevo negocio,podría distorsionar las ganancias, por lo que se deformarían las comparaciones con alguna otra empresa. Un índice alto indica que se han mantenido bajos los gastos o que la empresa puede obtener mas de sus activos y deudas. Un índice bajo es malo, ya que puede indicar que los gastos son muchos para el volumen de ventas.

Pruebas de Liquidez:

Se refiere al monto y composición del pasivo circulante, así como su relación con el activo circulante, que es la fuente de recursos con que cuenta la empresa para hacer frente a las obligaciones contraídas.

Razón Circulante:

$$\frac{Activo\ Circulante}{Pasivo\ Circulante} = \#\ veces$$

mide la capacidad de la empresa para hacer frente a sus obligaciones a corto plazo. Un índice bajo puede indicar falta de capital para pagar deudas y tomar ventajas de descuentos. Un índice alto no quiere decir que la empresa esté en una buena posición financiera. Puede significar que el efectivo no está siendo usado de la mejor manera. Tampoco quiere decir que las cuentas por cobrar o el inventario pudieron causar el alto índice.

Razón del Ácido:

$$\frac{Activo\ Circulante\ -\ Inventarios}{Pasivo\ Circulante} = \#\ veces$$

es una versión abreviada de la anterior, en la cual se elimina del Activo Circulante los Inventarios para medir la solvencia de la empresa sin considerar los inventarios.

Razón de Liquida:

$$\frac{Activo\ Circulante}{Pasivo\ Total} = \#\ veces$$

esta razón indica si el Activo Circulante es o no lo suficiente para en un momento dado hacer frente a la deuda total.

Pruebas de Eficiencia:

Determina la rapidez con que varias cuentas se convierten en ventas o en efectivo.

Rotación del Activo Total:

$$\frac{Ventas\ Netas}{Activo\ Total} = \%$$

mide la cantidad de ventas generadas por los activos totales. Un índice bajo nos indica que hay muchos activos y muy pocas ventas. Un índice bajo puede significar que esta sucediendo algo bueno. La empresa está teniendo más ventas sin invertir en más equipo o edificios, o bien obteniendo más efectivo.

Rotación del Activo Fijo:

$$\frac{Ventas\ Totales}{Activo\ Fijo} = \%$$

indica que tanto afecta el Activo Fijo en las Ventas, es decir si realmente se está aprovechando de la mejor forma al Activo Fijo.

Rotación de Inventarios:

$$\frac{Costo\ de\ Ventas}{Inventarios} = \#\ veces$$

es el número de veces que las existencias de mercancías giran, el número de veces que se compra y se vende en un periodo que generalmente es en un año, o lo que es lo mismo, es el número de veces que las mercancías han sido reemplazadas en determinado periodo.

Pruebas de Solvencia:

Se refieren a la capacidad de una empresa para cubrir tanto sus obligaciones a largo y corto plazo (a la fecha de su vencimiento), como sus costos e intereses.
Permite evaluar la estabilidad de la empresa e identificar qué proporción de los activos es financiado por dinero proveniente de capital y cuánto por dinero de terceros.

Apalancamiento:

Pasivo Total a Activo Total:

$$\frac{Pasivo\ Total}{Activo\ Total} = \%$$

Mide el endeudamiento de una empresa frente a su patrimonio total .

Pasivo Total a Capital Contable

$$\frac{Pasivo\ Total}{Capital\ Contable} = \%$$

La relación de deudas a capital contable mide la cobertura total de deudas. Expresa la relación de capital contribuido por los acreedores y el aportado por los accionistas, si el índice es bajo indica que la empresa puede conseguir dinero prestado fácilmente. También podría significar que la empresa es muy conservadora. Un índice alto indica que la mayoría de los riesgos del negocio están siendo tomados por los acreedores. Sería más difícil obtener dinero de fuentes externas, por ejemplo un banco.

Pasivo en Moneda Extranjera a Pasivo Total:

$$\frac{Pasivo\ en\ Moneda\ Extranjera}{Pasivo\ Total} = \%$$

mide qué parte de su Deuda Total es en moneda extranjera.

Capacidad de Absorción de Intereses:

$$\frac{Utilidad\ de\ Operacion}{Intereses\ de\ Obligaciones} = \%$$

mide si la propia actividad (giro) de la empresa alcanza a pagar los intereses que tiene como deuda.

Pasivo Circulante a Pasivo Total:

$$\frac{Pasiv\ Circulante}{Pasivo\ Total} = \%$$

mide qué tanta deuda a corto plazo se tiene con respecto al total de las deudas a largo plazo.

Como se puede ver el Análisis de las Razones Financieras simplifica y reduce los datos provenientes de los Estados Financieros, traduciéndolos a términos más comprensibles para estar en posibilidad de interpretarlos y hacerlos significativos.

Las Empresas están enfrentando nuevos retos. Actualmente, un conjunto de factores hacen difícil mantener a las empresas: competencia internacional, tecnología que no existía hace unos cuantos años, reglamentos sobre seguridad, protección ambiental y mercado global, entre otros. Uno no puede de dejar de tomar riesgos, pero puede minimizarlos dándole un enfoque más amplio al problema al tratar de resolverlo.

Hasta ahora se tienen los Estados Financieros, un análisis de los mismos mediante Razones, para tener información útil para la toma de decisiones. Es importante mencionar, como se vió anteriormente, que las Razones Financieras son un gran indicador de la fuerza económico-financiero de las empresas, pero con sus limitaciones, básicamente porque cada razón se examina en forma aislada, y los efectos combinados de diversas razones se basan únicamente en el juicio del analista financiero.

Por otro lado el Análisis de Discriminante, una herramienta más para la toma de decisiones, el cual permitirá obtener un modelo significativo que dará un índice que permitirá la clasificación de una observación dentro de uno de varios agrupamientos, no intenta predecir cuándo una empresa va a formalizar una declaración de quiebra . Es en cambio una medida de lo cerca que está una empresa de otras que se han declarado en quiebra o que han obtenido un gran éxito.

El valor que se obtenga es una de las pocas estadísticas que pueden resumir el rendimiento general propio de una empresa: ganancias y pérdidas, gestión de activos, gestión de capital circulante, todo está resumido en el cálculo de este valor.

El propósito general de la aplicación del Análisis Discriminante está dado la siguiente forma:

Se tiene un conjunto de 22 empresas en "2" grupos exclusivos, empresas buenas y malas, para cada una tenemos registradas 15 medidas representadas por las razones financieras, variables aleatorias. Se desea investigar la relación que existe entre la clasificación de las empresas y el conjunto de variables medidas sobre las empresas. Esto se hace por dos propósitos:

1. Utilizar las razones financieras para clasificar las empresas, que por alguna causa se desea saber a qué grupo pertenece.
2. Estudiar las características de los dos grupos, en términos de las razones financieras, variables aleatorias, para así establecer sus diferencias.

CAPÍTULO II

LA FORMULACIÓN DEL ANÁLISIS DISCRIMINANTE.

El objetivo principal de este análisis es determinar una combinación lineal de las "variables predictoras", para poder determinar la gran diferencia que pueda existir entre los centroides de los diferentes grupos.

Existen diferentes criterios para determinar la función discriminante, de los cuales se ha decidido utilizar el de la Función Discriminante de Fisher, por su sencillez, en donde los principales supuestos son:

Dado que los parámetros de las poblaciones son desconocidos, entonces: supongase que las distribuciones de cada grupo es una normal multivariada, sus medias son diferentes y la misma matriz de varianza y covarianza.

La notación que se manejará está dada de la siguiente forma:

x_{ij}^{k} = variable j del individuo i en el grupo k

$X_i^{k\prime} = (x_{i1}^k, x_{i2}^k, \ldots, x_{ip}^k)$ vector de variables del individuo i en el grupo k

$\overline{X}_j^k = \sum_{i=1}^{n_k} \frac{x_{ij}^k}{n_k}$ media de la variable j en el grupo k

$\overline{X}^{k\prime} = (\overline{X}_1^k, \overline{X}_2^k, \ldots, \overline{X}_p^k)$ vector de medias de las p variables para el grupo k

$\widetilde{X}_j{}' = \sum_{k=1}^{g} \sum_{i=1}^{n_k} \frac{x_{ij}^k}{N}$ valor de la media general de la j – esima variable, considerando la variable j en todos los grupos

$\widetilde{\widetilde{X}}' = (\widetilde{X}_1, \widetilde{X}_2, \ldots, \widetilde{X}_p)$ vector de medias generales de todas las variables

$N = \sum_{k=1}^{g} n_k$ numero de individuos en total

$D' = (D_1, D_2, \ldots, D_r)$ funciones..discriminantes

donde: $i = 1, 2, \ldots, n_k$ número de individuos en el grupo k

$j = 1, 2, \ldots, p$ número de variables

$k = 1, 2, \ldots, g$ número de grupos

Así podemos definir a la matriz W_{pxp}, como aquella matriz que contiene en sus entradas las sumas de cuadrados y productos dentro de los grupos, (**W**ithin-groups).

$$W = \sum_{k=1}^{g} \sum_{i=1}^{n_k} \left(X_i^k - \overline{X}^k \right) \left(X_i^k - \overline{X}^k \right)'$$

lo anterior es resultado de lo siguiente:

Si:

$$X_i^{k\,\prime} = \left(x_{i1}^k , x_{i2}^k , \ldots , x_{ip}^k \right)$$
$$\overline{X}^{k\,\prime} = \left(\overline{X}_1^k , \overline{X}_2^k , \ldots , \overline{X}_p^k \right)$$

entonces:

$$\left(X_i^k - \overline{X}^k \right) \left(X_i^k - \overline{X}^k \right)' =$$

$$\begin{pmatrix} x_{i1}^k - \overline{X}_1^k \\ x_{i2}^k - \overline{X}_2^k \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_{ip}^k - \overline{X}_p^k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{i1}^k - \overline{X}_1^k & x_{i2}^k - \overline{X}_2^k & \cdot & \cdot & \cdot & x_{ip}^k - \overline{X}_p^k \end{pmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} (x_{i1}^k - \overline{X}_1^k)^2 & (x_{i1}^k - \overline{X}_1^k)(x_{i2}^k - \overline{X}_2^k) & \cdots & (x_{i1}^k - \overline{X}_1^k)(x_{ip}^k - \overline{X}_p^k) \\ (x_{i2}^k - \overline{X}_2^k)(x_{i1}^k - \overline{X}_1^k) & (x_{i2}^k - \overline{X}_2^k)^2 & \cdots & (x_{i2}^k - \overline{X}_2^k)(x_{ip}^k - \overline{X}_p^k) \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ (x_{ip}^k - \overline{X}_p^k)(x_{i1}^k - \overline{X}_1^k) & (x_{ip}^k - \overline{X}_p^k)(x_{i2}^k - \overline{X}_2^k) & \cdots & (x_{ip}^k - \overline{X}_p^k)^2 \end{bmatrix}$$

así de manera análoga tenemos la matriz de sumas de cuadrados y productos entre grupos, (*B*etween-groups).

$$B = \left(\sum_{k=1}^{g} n_k \left(\overline{X}^k - \tilde{\overline{X}} \right) \left(\overline{X}^k - \tilde{\overline{X}} \right)' \right)$$
$$= \left(\sum_{k=1}^{g} n_k \left(\overline{X}_j^k - \tilde{X}_j \right) \left(\overline{X}_j^k - \tilde{X}_j \right)' \right)$$

la matriz de sumas de cuadrados y productos totales se puede definir en la forma siguiente:

T=B+W

$$= \sum_{k=1}^{g} \sum_{i=1}^{n_k} \left(x_{ij}^k - \tilde{X}_j \right) \left(x_{ij}^k - \tilde{X}_j \right)'$$

Estas matrices representan la generalización de la suma de cuadrados y productos dentro de grupos del Análisis de Varianza univariado.

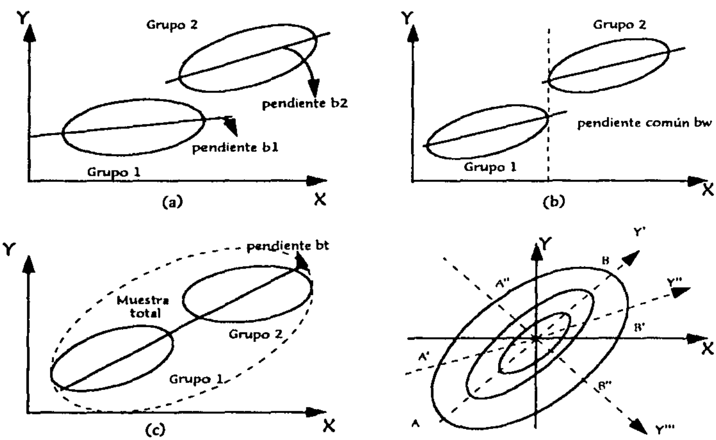
El problema ahora es poder determinar las funciones discriminantes, que sean combinaciones lineales de las p variables y que se encuentren no correlacionadas entre sí, considerando que la separación entre los grupos tendrá que ser máxima.

El criterio que dará la combinación lineal, que podrá diferenciar entre los diferentes grupos, estará decidido por el criterio de la diferencia entre las medidas de los diferentes grupos, que se encuentra dada por :

$$F = \frac{SS_B / k-1}{SS_W / N-k} = \frac{SS_B(N-k)}{SS_W(k-1)}$$

el factor (N-k)/(k-1) es una constante conocida, lo interesante es el cociente entre la sumas de cuadrados y productos entre grupos y dentro de grupos, ya que finalmente este valor dirá que tanto se alejan de los centroides de cada grupo, finalmente en conjunto, dará una medida de la relación que hay entre la variación entre los distintos grupos con relación a la variación que hay dentro de cada grupo.

Geométricamente se tiene el siguiente ejemplo, si se toma el caso de una normal bivariada, entonces la interpretación geométrica de este análisis es simplemente la aplicación de una transformación rígida de los ejes, en particular una rotación, tal que la distancia entre las medias sea máxima. A continuación se presenta la interpretación gráfica:



La aplicación de la transformación rígida (rotación) en los ejes. a) se tiene su línea de "regresión" para cada grupo; b) se puede observar que para cada uno de los grupos se tiene su línea de "regresión" que pasa a través de cada centroide, con la diferencia que tienen la misma inclinación b_w (within-groups), está es la mejor estimación; c) se obtiene la línea para todos los grupos, sin considerar las diferencias que puedan existir entre éstos. La última gráfica nos representa una isodensidad de una distribución normal bivariada, donde se aprecia las magnitudes de las varianzas de las variables, así como las rotaciones necesarias para obtener nuestro propósito, la separación máxima entre los grupos.

Determinación de los coeficientes.

Los tipos de coeficientes de las combinaciones lineales de las p variables en las funciones discriminantes serán representados de la siguiente forma:

$$D_1 = v_{11}X_1 + v_{12}X_2 + \ldots + v_{1p}X_p$$

De tal manera que el análisis nos permitirá obtener aquella combinación lineal que discrimine mejor y donde la distancia sea máxima entre los centroides de los grupos.

Queda entendido entonces que se tendrán varias combinaciones lineales, que se representan como:

$$\begin{aligned} D_r &= V_r' X \\ \overline{D}_r^k &= V_r' \overline{\overline{X}}^k \\ \overline{\overline{D}}_r &= V_r' \overline{\overline{X}} \end{aligned}$$

La forma $SS_W(D)$, la suma de cuadrados de D, es una consecuencia directa de esta ecuación ($\overline{D}_r^k = V_r' \overline{\overline{X}}^k$), que se obtiene como la suma de cada uno de los k grupos en forma separada, así la suma de cuadrados del grupo k está representada como $SS_k(D)$, donde $V' = (V_1, V_2, \ldots, V_r)$, finalmente se tiene que:

$$\begin{aligned} SS_w(D) &= SS_1(D) + SS_2(D) + \ldots + SS_g(D) \\ &= V' S_1 V + V' S_2 V + \ldots + V' S_g V \\ &= V'(S_1 + S_2 + \ldots + S_g)V \\ SS_w(D) &= V' W V \\ &\textit{donde} \\ W &= \sum_{k=1}^{g} S_k \end{aligned}$$

lo anterior es con respecto a **dentro** de los grupos, ahora para el caso **entre** los grupos se tiene que la suma de cuadrados está representada como $SS_B(D)$, donde se debe recordar que la matriz B tiene como elementos a:

$$\sum_{k=1}^{g} n_k(\overline{X}_j^k - \widetilde{X}_j)'(\overline{X}_j^k - \widetilde{X}_j)$$

entonces a la matriz B se puede expresar como:

$$B = (\overline{\overline{X}}^k - \widetilde{\widetilde{X}})'(\overline{\overline{X}}^k - \widetilde{\widetilde{X}})$$

si pre y postmultiplicamos por ambos lados por V' y V respectivamente, se tiene que:

$$V'BV = V'(\overline{\overline{X}}^k - \widetilde{\widetilde{X}})'(\overline{\overline{X}}^k - \widetilde{\widetilde{X}})V$$

$$= (\overline{\overline{X}}^k V - \widetilde{\widetilde{X}}V)'(\overline{\overline{X}}^k V - \widetilde{\widetilde{X}}V)$$

donde se tiene la media de un grupo k y la media general para todos los grupos, es decir, $\overline{\overline{X}}^k V$, de donde los primeros n_k elementos del grupo k es igual a $\overline{D}^k$, así se tiene que $\widetilde{\widetilde{X}}V$ contiene la media general de todos los elementos, considerando las observaciones en todos los grupos, de esta forma se puede decir que la última igualdad es equivalente a:

$$\sum_{k=1}^{g} n_k(\overline{\overline{D}}^k - \widetilde{\widetilde{D}})^2$$

de esta forma se obtiene:

$$SS_B(D)=V'BV$$

La razón de la suma de cuadrados dentro y entre los grupos de D como función del vector de coeficientes V es tal que:

$$\frac{SS_B(D)}{SS_W(D)} = \frac{V'BV}{V'WV} = \lambda$$

así se determina el valor de λ, que finalmente da el criterio de discriminación, el siguiente problema es el de maximizar la λ, es decir, se tiene que determinar V tal que λ sea máxima. Dado el problema anterior, se calcula la derivada parcial de λ con respecto a V y se iguala a cero.

Para esto se tiene que recordar lo siguiente, sea A_{pxp} una matriz cualquiera y x_{px1} un vector, entonces:

$$x'Ax = \sum_i \sum_j a_{ij}x_i x_j = \sum_{i=1}^{p} a_{ii}x_i^2 + \sum_i \sum_{<j} (a_{ij} + a_{ji})x_i x_j$$

de esta forma tenemos se tiene que:

$$\frac{\delta}{\delta x}(x'Ax) = (A + A')x$$
$$\frac{\delta}{\delta x'}(x'Ax) = x'(A + A')$$

en el caso de que A sea una matriz simétrica (A=A'), como es el caso de B y W:

$$\frac{\delta}{\delta x}(x'Ax) = 2Ax$$
$$\frac{\delta}{\delta x'}(x'Ax) = 2x'A$$

de aquí se puede decir que:

$$\frac{\delta\lambda}{\delta V} = \frac{\left(\frac{\delta}{\delta V}(V'BV)\right)(V'WV) - (V'BV)\left(\frac{\delta}{\delta V}(V'WV)\right)}{(V'WV)^2}$$
$$= \frac{2[(BV)(V'WV) - (V'BV)(WV)]}{(V'WV)^2} = 0$$

dividiendo al numerador y denominador por V'WV y considerando que $\lambda = \frac{V'BV}{V'WV}$ se tiene que la derivada de λ con respecto a V es:

$$= \frac{2[BV - \lambda WV]}{V'WV} = 0$$

lo cual es equivalente a:

$$(B - \lambda W)V = 0$$

sin pérdida de generalidad, suponiendo que W^{-1} existe esto es, que W es no singular, premultiplicamos por ambos lados por W^{-1} entonces:

$$\left(W^{-1}B - \lambda I\right)V = 0$$
$$(A - \lambda I)V = 0$$

donde $A=W^{-1}B$

De aquí se procede a calcular el determinante de A - λI para determinar los valores propios y posteriormente el vector propio.

CASO ESPECIAL, PARA DOS GRUPOS.

Cuando solo se estudian dos grupos, determinar el número de funciones discriminantes se simplifica a K-1=1. Esta simplificación se obtiene de la siguiente forma:

$$(T^{-1}B - \mu I)V = 0$$

dado que en el caso general:

$$(W^{-1}B - \lambda I)V=0 \quad \Rightarrow \quad (B - \lambda W)V=0 \quad \Rightarrow \quad BV = \lambda WV$$

ahora sumando λBV en ambos lados de la última expresión, se tiene que:

$$BV + \lambda BV = \lambda WV + \lambda BV$$

$$(1+\lambda)BV = \lambda(W+B)V \qquad \text{donde } W+B=T$$

$$(1+\lambda)BV = \lambda TV$$

$$\left(T^{-1}B - \frac{\lambda}{1+\lambda}I\right)V = 0$$

de aquí, si V_0 es el vector propio asociado de $W^{-1}B$ con un valor propio de λ_0, entonces el vector propio asociado para $T^{-1}B$ es el mismo y el valor propio asociado es $\lambda_0 / (1+\lambda_0)$. En otras palabras, el vector V que satisface la ecuación $(T^{-1}B - \mu I)V = 0$ es el mismo para la ecuación $(W^{-1}B - \lambda I)V=0$, y el valor propio asociado para $(T^{-1}B - \mu I)V = 0$ es

$$\mu = \frac{\lambda}{1+\lambda}$$

Para la suma de cuadrados entre grupos **B** toma particularmente una forma más sencilla

$$b_{ij} = n_1(\overline{X}_i^1 - \widetilde{X}_i)(\overline{X}_j^1 - \widetilde{X}_j) + n_2(\overline{X}_i^2 - \widetilde{X}_i)(\overline{X}_j^2 - \widetilde{X}_j)$$

ahora, para la media general de la j-ésima variable que está dada como:

$$\tilde{X}_j = \frac{n_1\bar{X}_j^1 + n_2\bar{X}_j^2}{n_1 + n_2}$$

consecuentemente:

$$\bar{X}_j^1 - \tilde{X}_j = \bar{X}_j^1 - \frac{n_1\bar{X}_j^1 + n_2\bar{X}_j^2}{n_1 + n_2} = \frac{n_2}{n_1 + n_2}(\bar{X}_j^1 - \bar{X}_j^2)$$

de igual forma:

$$\bar{X}_j^2 - \tilde{X}_j = \bar{X}_j^2 - \frac{n_1\bar{X}_j^1 + n_2\bar{X}_j^2}{n_1 + n_2} = \frac{n_1}{n_1 + n_2}(-\bar{X}_j^1 + \bar{X}_j^2) = \frac{-n_1}{n_1 + n_2}(\bar{X}_j^1 - \bar{X}_j^2)$$

así se tiene que los elementos de la matriz **B** son de la forma:

$$b_{ij} = n_1\left[\frac{n_1}{n_1 + n_2}(\bar{X}_i^1 - \bar{X}_i^2)\right]\left[\frac{n_2}{n_1 + n_2}(\bar{X}_j^1 - \bar{X}_j^2)\right] + n_2\left[\frac{-n_1}{n_1 + n_2}(\bar{X}_i^1 - \bar{X}_i^2)\right]\left[\frac{-n_1}{n_1 + n_2}(\bar{X}_j^1 - \bar{X}_j^2)\right]$$

$$= \left[\frac{n_1 n_2^2}{(n_1 + n_2)^2} + \frac{n_2 n_1^2}{(n_1 + n_2)^2}\right](\bar{X}_i^1 - \bar{X}_i^2)(\bar{X}_j^1 - \bar{X}_j^2) = \frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2}(\bar{X}_i^1 - \bar{X}_i^2)(\bar{X}_j^1 - \bar{X}_j^2)$$

de aquí, se define a:

$$\delta' = \left[\bar{X}_1^1 - \bar{X}_1^2, \bar{X}_2^1 - \bar{X}_2^2, \ldots, \bar{X}_p^1 - \bar{X}_p^2\right]$$

entonces $\mathbf{B} = \frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2}\delta\delta'$, para el caso de dos grupos.

al substituir a **B** en la ecuación $(T^{-1}B - \mu I)V = 0$, se tiene que:

$$(cT^{-1}(\delta\delta') - \mu I)\, V = 0 \qquad \text{donde } c = n_1 n_2 / (n_1 + n_2)$$

al distribuir la postmultiplicación por V y despejar se obtiene:

$$\mu V = cT^{-1}(\delta\delta')V = c(T^{-1}\delta)(\delta' V)$$

La última expresión $\delta'V$, aunque es desconocida, representa una cantidad escalar, esto es evidente, ya que si δ' es un vector de 1xp, y V es un vector columna de px1 entonces $\delta'V$ es de 1x1. Si se asocian todos los escalares obtenidos dentro de un mismo múltiplo, se tiene que:

$$V = [\, c(\delta'V) / \mu \,)]\, T^{-1}\delta$$

$$= mT^{-1}\delta \qquad \text{donde } m \text{ es un escalar desconocido.}$$

Aunque la expresión anterior involucra un múltiplo desconocido, la solución estará dada por el vector propio V de $T^{-1}B$ para el caso de dos grupos, porque V sólo determina en cualquier caso una constante arbitraria proporcional (la constante puede ser obtenida mediante la estandarización de V como un vector unitario). Así se ha llegado al caso interesante de dos grupos, en donde la función discriminante puede ser obtenida sin resolver el problema del valor propio. Sólo necesitamos postmultiplicar la inversa de la matriz de la suma de cuadrados totales por el vector columna de las diferencias de las medias de las p variables, de tal forma que se puedan obtener los coeficientes de la función discriminante.

La expresión antes mencionada la podemos reescribir como $V=T^{-1}(m\delta)$, donde los elementos de $m\delta$ pueden ser interpretados como las sumas de productos entre las variables observadas y las de criterio. Pero, ¿cuáles son estas últimas? se tiene como respuesta aquellas variables con las cuales se podrá determinar a cual de los dos grupos pertenece, esto es, variables dicótomas, como ejemplo, variables que toman valores 0 y 1 para identificar a los miembros del grupo 1 y del grupo 2, respectivamente.

El coeficiente de correlación más apropiado para analizar el tipo de relación que existe entre estas variables está dado como:

$$r_{pb} = \frac{\overline{\overline{X}}^1 - \overline{\overline{X}}^2}{s_x} \frac{\sqrt{n_1 n_2}}{N}$$

donde s_x es la desviación estándar del total de la muestra de N (=n_1+n_2), donde n_1 , n_2 son el número de casos con Y=1 y Y=0 respectivamente, con esto se deduce que la suma de productos cruzados está dado por

$$\sum xy = \frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2}(\overline{\overline{X}}_1 - \overline{\overline{X}}_2)$$

Así se puede ver que los elementos de

$$m\delta' = m\left[\overline{X}_1^1 - \overline{X}_1^2, \overline{X}_2^1 - \overline{X}_2^2, \ldots, \overline{X}_p^1 - \overline{X}_p^2\right]$$

son realmente proporcionales a la suma de productos de las variables observadas y las de criterio

PRUEBA DE SIGNIFICANCIA.

El aplicar las pruebas de significancia al análisis discriminante tiene la finalidad de determinar la diferencia que puede existir entre los centroides de los diferentes grupos, el cual será determinado por el criterio de la lambda de Wilks.

El criterio fue desarrollado por Wilks en 1932, y lleva este nombre en su honor. El criterio de la lambda de Wilks esta dado como el cociente de los determinantes de la matriz ***W*** (dentro de los grupos) y de la matriz ***T*** (la matriz de las sumas de cuadrados de productos cruzados totales, $T=W+B$), representado como Λ. Este criterio ayudará a determinar en forma significativa la diferenciación de los grupos. Lo interesante de este criterio es la relación algebraica que existe entre Λ y los valores del criterio discriminatorio para las sucesivas funciones discriminantes.

Se define a Λ como $\qquad \Lambda = |W| \,/\, |T|$

de aquí se tiene que

$$1/\Lambda = |T| \,/\, |W| = |W^{-1}T| \qquad \textit{por que} \quad |AB|=|A||B|$$

$$= |W^{-1}(W+B)| \qquad \textit{por que} \quad T=W+B$$

$$= |I+W^{-1}B|$$

y $\quad 1/\Lambda = (1+\lambda_1)\,(1+\lambda_2)\ \ldots\ (1+\lambda_r)$ *donde* $\lambda_1, \lambda_2, \ldots \lambda_r$ *son los valores propios de* $W^{-1}B$

esto se da con base en los siguientes dos teoremas:

Teorema 1. El producto de los valores propios $\lambda_1, \lambda_2, \ldots \lambda_r$ de una matriz A no singular, es igual al valor del determinante de A. $\quad \prod_{i=1}^{r} \lambda_i = |A| \qquad [6]$

Teorema 2. La matriz A+cI (donde c es una constante arbitraria), tiene como valor propio (λ+c), con v como el vector propio asociado.

$$(A+cI)v = Av+cv = \lambda v+cv = (\lambda+c) \qquad [6]$$

Consecuentemente se tiene que la estadística V de Bartlett para la prueba de significancía del valor observado de Λ se encuentra dada como:

$$V= -[\ N-1- (p+K)/2\ ]\ \ln\Lambda.$$

En 1947 fue demostrado que se distribuye aproximadamente como una ji-cuadrada con p(K-1) grados de libertad, y puede ser expresado como:

$$\begin{aligned} V &= -[\ N-1- (p+K)/2\ ]\ \ln\Lambda \\ &= [\ N-1- (p+K)/2\ ]\ \ln[(1+\lambda_1)\ (1+\lambda_2) \ldots (1+\lambda_r)] \\ &= [\ N-1- (p+K)/2\ ] \sum_{m=1}^{r} \ln(1+\lambda_m) \end{aligned}$$

Ahora, la no correlación de las sucesivas funciones discriminantes, están dadas por los términos sucesivos $\ln(1+\lambda_m)$, dados en la expresión anterior, los cuales son estadísticamente independientes, suponiendo que las p variables originales se distribuyen como una normal multivariada. Como resultado se tiene que los componentes de V se distribuyen aproximadamente como una variante de la ji-cuadrada, es decir, que el m-ésimo componente:

$$V_m= [\ N-1-(p+K)/2\ ]\ln(1+\lambda_m)$$

es aproximadamente una ji-cuadrada con p+K-2m grados de libertad, de aquí se tiene que (p+K-2)+(p+K-4)+...+(p+K-2r)=p(K-1), independientemente de que r=K-1 ó p.

Consecuentemente, cuando se acumula la substracción de V_1, V_2 de V, y todas aquellas que provengan de V, entonces se tendrá que los residuos obtenidos son una variante de una ji-cuadrada, así los residuos sucesivos obtenidos comienzan apropiarse a la estadística de pruebas de la discriminación residual, después de remover o eliminar en forma parcial la primera función discriminante, la segunda, y así sucesivamente hasta poder determinar aquellas funciones discriminantes que sean estadísticamente significativas. Lo anterior lo podemos resumir como:

Residuo después de remover la función discriminante	Aproximación de la estadística χ^2	Grados de libertad
primera función discriminante	$V - V_1$	$p(K-1)-(p+K-2)=(p-1)(K-2)$
segunda función discriminante	$V - V_1 - V_2$	$(p-1)(K-2) - (p+K-4)=(p-2)(K-3)$
tercera función discriminante	$V - V_1 - V_2 - V_3$	$(p-2)(K-3) - (p+K-6)=(p-3)(K-4)$
.	.	.
.	.	.
.	.	.

Así que el residuo, después de remover las primeras s funciones discriminantes, comienza a ser más pequeño que el cuantil que prescribe la distribución de una χ^2 (que es, el cuantil (1-α)), se podría concluir que sólo las primeras s funciones discriminantes son significativas al nivel α.

Si el número de funciones discriminantes significativas encontradas es menor que r, entonces se estaría afectando en la reducción del espacio requerido para la descripción de la diferencia entre las K-poblaciones.

Podemos concluir que se rechaza la hipótesis nula si la estadística V_s es mayor que el valor dado por el cuantil (1-α) de la distribución χ^2 .

ANÁLISIS CANÓNICO.

Los criterios del análisis canónico dentro del análisis discriminante son de gran ayuda, dado que en muchos estudios se puede tener de manera no única dos grupos, es decir, cuando hay más de dos grupos, el análisis discriminante se reduce al análisis de correlación canónica, esto es, después de haber obtenido las ecuaciones discriminantes como se mencionó en el caso general, se tendrá que escoger aquella que se encuentre altamente correlacionada con sus variables y con la función misma.

CORRELACIÓN CANÓNICA DENTRO DEL ANÁLISIS DISCRIMINANTE

En forma de comentario, se debe señalar que la formulación del análisis discriminante para el caso de dos grupos es únicamente una extensión del análisis de regresión múltiple, en el caso de varios grupos el análisis es realizado como ya se ha descrito. En la formulación general se considera el criterio de "variables dummy", (la idea general de este tipo de variables dicótomas es que toman el valor 0 ó 1 si pertenecen al grupo 1 o al grupo 2, respectivamente, como ejemplo) donde finalmente el número de variables dummy será menor que el número total de grupos, y para los criterios de predicción y clasificación estarán dados por el análisis de correlación canónica. Los resultados y pruebas matemáticas de los criterios de discriminación y de la correlación canónica fueron dados por Tatsuoka en 1953.

Para describir en forma más clara la idea del análisis en estudio se verá el siguiente ejemplo:

Supongase que se tiene K= 5 grupos en estudio, si se lleva acabo el análisis discriminante vía correlación canónica, entonces se tendrán K-1 = 4 variables dummy, Y_1, Y_2, Y_3, Y_4, las cuales serán utilizadas de tal forma que los puntajes de estas variables asignen a los miembros de los cinco grupos de la forma siguiente:

	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4
Todos los miembros del grupo 1	1	0	0	0
Todos los miembros del grupo 2	0	1	0	0
Todos los miembros del grupo 3	0	0	1	0
Todos los miembros del grupo 4	0	0	0	1
Todos los miembros del grupo 5	0	0	0	0

La generalización para K grupos es obvia: inclusive para cada k entre 1 y K-1, todos los miembros del k-ésimo grupo obtiene 1 en Y_k y cero en las otras Y's, mientras que el último grupo obtiene cero en todos los K-1 grupos, bajo el criterio de las variables dummy $Y_1, Y_2, \ldots, Y_{K-1}$.

En el puntaje de tal asignación, dada por las K-1 variables dummy, para cada individuo de la muestra se podrá tener p+(K-1) observaciones, es decir, por los N individuos totales tendremos N(p+(K-1)) variables.

Para el caso de dos grupos se tiene únicamente un criterio de variables dummy, de esta forma se tendrá que determinar aquella combinación lineal de las p variables, tratando de obtener una correlación máxima, es decir, el análisis de la correlación canónica permite determinar, por un lado, una combinación lineal de las p variables "predictoras", y por otro una combinación lineal de las q=K-1 variables dummy, tal que la correlación entre estas combinaciones lineales de la muestra total sea máxima.

La formulación matemática está dada de la siguiente forma:

Se determina los pesos de cada variable "predictora", dados como:

$$\mathbf{u}' = [u_1, u_2, \ldots, u_p]$$

y por otro lado se tiene que determinar los pesos de las variables dummy:

$$v' = [v_1, v_2, \ldots, v_p]$$

así entonces se tendrá que determinar la correlación r_{ZM} entre

$$Z = u_1X1 + u_2X_2 + \ldots + u_pX_p$$

y

$$M = v_1Y_1 + v_qY_2 + \ldots + v_qY_q$$

de tal manera que se obtenga la máxima.

El primer paso que se tiene que dar es calcular la matriz de suma de cuadrados de productos cruzados para las p+q variables del total de la muestra que son los N individuos. Es necesario hacer algunas simplificaciones como:

$$\sum Y_k = \sum Y_k^2 = n_k$$
$$\sum Y_h Y_k = 0$$
$$\sum Y_i Y_k = \sum_{(ir\,k} X_i$$

donde:

k= 1, 2, ..., K-1

h, k= 1, 2, ..., K-1; h $\neq$ k

La suma de X_i en el grupo k.

respectivamente.

La matriz de suma de cuadrados y productos cruzados se puede particionar en cuatro, así se tiene entonces una parte donde se encuentran las variables dummy como una submatriz de qxq, otra parte que interrelaciona las variables predictoras y las dummy, las cuales tienen como rango pxq y qxp respectivamente, entonces la matriz se representa como:

$$S = \begin{bmatrix} S_{pp} S_{pc} \\ S_{cp} S_{cc} \end{bmatrix} \text{p renglones}$$

p columnas q columnas q renglones

donde:

$$S_{pp} = \begin{bmatrix} \sum x_1^2 & \sum x_1 x_2 & \cdots & \sum x_1 x_p \\ \sum x_2 x_1 & \sum x_2^2 & & \sum x_2 x_p \\ \vdots & & & \vdots \\ \sum x_p x_1 & \sum x_p x_2 & \cdots & \sum x_p^2 \end{bmatrix}$$

$$S_{pc} = \begin{bmatrix} \sum x_1 y_1 & \sum x_1 y_2 & \cdots & \sum x_1 y_q \\ \sum x_2 y_1 & \sum x_2 y_2 & \cdots & \sum x_2 y_q \\ \vdots & & & \vdots \\ \sum x_p y_1 & \sum x_p y_2 & \cdots & \sum x_p y_q \end{bmatrix}$$

$$S_{cc} = \begin{bmatrix} \sum y_1^2 & \sum y_1 y_2 & \cdots & \sum y_1 y_q \\ \sum y_2 y_1 & \sum y_2^2 & \cdots & \sum y_2 y_q \\ \vdots & & & \vdots \\ \sum y_q y_1 & \sum y_q y_2 & \cdots & \sum y_q^2 \end{bmatrix}$$

De aquí se calcula el siguiente producto, denotado como:

$$\mathbf{A} = S_{pp}^{-1}\ S_{pc}\ S_{cc}^{-1}\ S_{cp}$$

De esta forma se podrá determinar el valor propio μ_i^2 y el vector propio $\mathbf{u}_i$ asociados a la matriz A, que se calculará en la siguiente parte. El más grande valor propio μ_1^2, será el cuadrado del máximo r_{ZW}, llamado la primera correlación canónica entre las variables predictoras y las dummy, entre las ecuaciones Z_1 y W_1.

Los elementos correspondientes del vector propio u_1 son los coeficientes de la primer combinación lineal óptima Z_1.

Siguiendo la idea anterior, se tiene que el vector propio u_2, asociado con el segundo más grande valor propio μ_2^2, dará los coeficientes de la combinación lineal Z_2, la cual deberá estar no correlacionada con Z_1, y podrá tener una correlación más grande que μ_1^2, entonces, las variables involucradas en la combinación lineal deberán estar no correlacionada con W_1. De esta forma se tiene la interpretación de los siguientes vectores propios, u_3, u_4, ..., u_{K-1}, en el sentido de la máxima correlación.

Las combinaciones lineales Z_1, Z_2, ..., Z_{K-1} son obtenidas siguiendo la idea general para la obtención de las funciones discriminantes que ya se ha descrito, maximizando el criterio de discriminación (la lambda), con la única diferencia que aquí se maximizará la correlación. Cada criterio de discriminación λ_i está relacionado con el correspondiente valor al cuadrado de la correlación canónica μ_i^2 (ecuación propuesta por Tatsuoka, 1953)

$$\lambda_i = \mu_i^2 / (1 - \mu_y^2).$$

Análisis de Correlación Canónica.

En esta parte se tratará de buscar la relación entre los dos tipos de variables, es decir, identificar aquellos componentes que se encuentren altamente relacionados (linealmente) con los componentes de las segundas variables.

Dadas las variables X_1, X_2, ..., X_p y las variables Y_1, Y_2, ..., Y_q se construyen las ecuaciones, como ya se mencionó anteriormente

$$Z = u_1 X1 + u_2 X_2 + \ldots + u_p X_p$$

y

$$M = v_1 Y_1 + v_q Y_2 + \ldots + v_q Y_q$$

donde se desea determinar los coeficientes de las combinaciones lineales, con una correlación máxima entre Z y M, por lo cual se tendrá que expresar a r_{ZM} en términos de los vectores **u** y **v**, que determinan a los coeficientes de cada combinación lineal de Z y M, respectivamente.

Las cantidades Σz^2 y Σm^2, las cuales se encuentran en el denominador de la expresión de $r_{zw} = \Sigma zm / [(\Sigma z^2)(\Sigma m^2)]^{0.5}$, donde se puede decir que:

$$\Sigma z^2 = u'S_{xx}u$$

y

$$\Sigma m^2 = v'S_{yy}v$$

S_{xx} y S_{yy} son las sumas de cuadrados de productos cruzados para las variables predictoras y dummys respectivamente, siguiendo la misma idea se puede expresar a Σzm como $u'SS_{xy}v$, donde SS_{xy} es la matriz de la suma de cuadrados de productos cruzados entre las variables X's y las Y's, de rango pxq.

De aquí se puede expresar a r_{zm} como:

$$r_{zm} = \frac{u'S_{xy}v}{\sqrt{(u'S_{xx}u)(v'S_{yy}v)}}$$

de igual forma que en el caso de la maximización del criterio del análisis discriminante, se maximizará a r_{zm} , es decir, tenemos que determinar a u y v de tal forma que el valor de r_{zm} sea máximo. Es conveniente que se tenga la siguiente restricción

$$u'S_{xx}u = v'S_{yy}v = 1$$

y de aquí se tendrá que el denominador de r_{zm} estará estandarizado. Entonces se introducen los multiplicadores de Lagrange $\lambda/2$ y $\mu/2$ (donde los factores ½ son por conveniencia), la función que se tendrá que maximizar es:

$$F(u,v) = u'S_{xy}v - (\lambda/2)(u'S_{xx}u - 1) - (\mu/2)(v'S_{yy}v - 1)$$

Calculando las derivadas parciales de F(u,v) con respecto a **u** y **v'**, e igualándolas a un vector nulo, se tiene que:

$$\frac{\delta F}{\delta u} = S_{xy}v - \lambda S_{xx}u = 0$$
$$\frac{\delta F}{\delta v'} = u' S_{xy} - \mu v' S_{yy} = 0$$

entonces se podrá determinar a **u** y **v**, de tal manera que se tenga un máximo valor r_{zm}, bajo la condición $u'S_{xx}u = v'S_{yy}v = 1$ (siendo esta última una condición suficiente para obtener la maximización).

Si pre-multiplicamos la primer ecuación por **u'**, se tiene que:

$$u'S_{xy}v - \lambda(u'S_{xx}u) = 0$$

y post-multiplicamos a la segunda ecuación por **v**, se tiene que:

$$u'S_{xy}v - \mu(v'S_{yy}v) = 0$$

de tal forma que:

$$u'S_{xy}v = \lambda(u'S_{xx}u) = \mu(v'S_{yy}v)$$

considerando la restricción antes mencionada (que tengan una varianza igual a 1) entonces:

$$u'S_{xy}v = \lambda = \mu$$

lo cual indica que λ y μ son iguales al máximo valor equivalente al coeficiente de correlación r_{zm}, entonces, si reemplaza a λ por μ, esto implicará calcular la transpuesta en ambos miembros de la ecuación, por lo que se reemplazará a S_{yx} por S_{xy}', obteniendo como ecuaciones a

$$S_{xy}v = \mu S_{xx}u \qquad y \qquad S_{yx}u = \mu S_{yy}v$$

Asumiendo que S_{yy} es no singular, se puede resolver la segunda ecuación expresando a v en términos de u, así se tiene que:

$$v = (1/\mu)\ S_{yy}^{-1}S_{yx}u$$

ahora esta expresión se sustituye en la ecuación $S_{xy}v$, entonces:

$$S_{xy}[(1/\mu)\ S_{yy}^{-1}S_{yx}u] = \mu S_{xx}u$$

o, si pre-multiplicamos por $\mu S_{xx}^{-1}u$ y despejamos de tal forma que:

$$(S_{xx}^{-1}\ S_{xy}\ S_{yy}^{-1}S_{yx} - \mu^2 I)\ u = 0$$

de aquí el valor propio mas grande μ_i^2 asociado a la matriz del cuádruple producto S_{xx}^{-1} S_{xy} $S_{yy}^{-1}S_{yx}$, es el cuadrado del máximo r_{zm}, y los elementos asociados al vector propio provee los coeficientes de las variables X's, de tal forma que representará la combinación lineal z_i que tendrá una correlación máxima. El vector de coeficientes v_i para las variables Y's, se determinará sustituyendo μ_i y u_i en la ecuación:

$$v = (1/\mu)\ S_{yy}^{-1}S_{yx}u$$

entonces:

$$v_i = (1/\mu)\ S_{yy}^{-1}S_{yx}u_i.$$

De esta forma se va buscando cada una de las variables canónicas (el par de combinaciones lineales z_i y m_i), comparando los coeficientes de correlación que se van obteniendo entre cada z_i y m_i, hasta determinar aquel par de variables que se encuentren altamente correlacionadas.

PRUEBAS DE SIGNIFICANCIA PARA LAS VARIABLES CANÓNICAS.

La prueba decide si hay alguna relación significativa entre las variables dummy y las predictoras. Si se encontrara alguna relación significativa, entonces se desea saber cuántos pares de variables canónicas son significativas. Las pruebas están estrechamente relacionadas con las pruebas que se realizan en el análisis discriminante.

Si recordamos el tipo de relación que existe entre cada valor propio λ_i provenientes de la ecuación básica $(W^{-1}B - \lambda I)\ v = 0$, y el correspondiente valor propio μ_i de la ecuación $(S_{xx}^{-1}S_{xy}S_{yy}^{-1}S_{yx} - \mu^2 I)u = 0$; donde normalmente, el correspondiente valor propio de estas dos ecuaciones están relacionados como:

$$\lambda_i = \mu_i^2/(1 - \mu_y^2)$$

Consecuentemente, se tiene que el criterio de la lambda de Wilks expresado como:

$$\Lambda = \frac{1}{\prod_{i=1}^{r}(1+\lambda_i)}$$

se podría escribir en términos de μ_i^2 como:

$$\Lambda = \frac{1}{\prod\left[1+\frac{\mu_i^2}{(1-\mu_i^2)}\right]}$$

$$= \frac{1}{\prod\left[\frac{1}{(i-\mu_i^2)}\right]}$$

$$= \prod_{i=1}^{r}(1-\mu_i^2)$$

donde cada factor representa de alguna forma la alineación que puede haber entre dos tipos de variables canónicas, lo cual es consistente si se considera que Λ es inversamente proporcional con la magnitud de la diferencia entre el tipo de relación que pueda existir entre las variables canónicas, es decir, si Λ es pequeño entonces hay una gran relación entre las variables canónicas en cuestión.

En este caso se tiene que tal criterio es general comparado con el presentado en el análisis discriminante, donde la matriz **W** (dentro de grupos) es específica, mientras que en este caso se considera general:

$$\Lambda = | \mathbf{S}_e | \; / \; | \mathbf{T} |$$

donde el concepto general se encuentra en la matriz de error de la suma de cuadrados y productos cruzados representada por $\mathbf{S}_e$, en el contexto del análisis canónico, estará representada por la matriz de residuos de la suma de cuadrados y productos cruzados, después de haber realizado la correlación entre los diferentes pares de variables canónicas:

$$SS_{res} = (\Sigma y^2)(\ 1 - r_{zm}^2).$$

Como ya se ha descrito en las pruebas del análisis discriminante, para este caso se tiene lo mismo, después de calcular Λ, la prueba de significancia podrá ser una aproximación de una ji-cuadrada, con la diferencia que en el análisis discriminante se tiene a K como el número de grupos y en este caso se sustituirá por q+1, esto es por que al usar la correlación canónica para una aproximación del análisis discriminante se ha considerado el criterio de las variables dummy, que en general son K-1 variables, es decir, el número de grupos es uno más que el número de variables dummy. Así, la aproximación a la ji-cuadrada comenzará con fundamento a lo descrito por Bartlett:

$$V = -[N - 3/2 - (p+q)/2] \ln\Lambda$$

$$= -[N - 3/2 - (p+q)/2] \sum_{j=1}^{r} ln(1-\mu_j^2)$$

con *pq* grados de libertad.

Con este tipo de prueba se podrá decidir cuantas de las correlaciones canónicas podrían ser consideradas como significativas. Aquí el procedimiento depende, otra vez, de cada sumando de V, los cuales serán una aproximación de una ji-cuadrada, es decir, para cada j se tendrá que:

$$v_j = -[N - 3/2 - (p+q)/2] \ln(1-\mu_j^2)$$

se distribuye aproximadamente como una ji-cuadrada con p+q -(2j -1) grados de libertad. Consecuentemente, la diferencia acumulada entre V y V_1, V_2, ..., también será una aproximación de una ji-cuadrada, lo cual permite probar si existe algún tipo de relación significativa entre el par de variables canónicas, después de haber removido el primer, segundo, ... pares de variables canónicas. Lo anterior se puede resumir en la siguiente tabla:

Residuo después de remover los pares canónicos	Aproximación de la estadística χ^2	Grados de libertad
Primer par canónico	$V - V_1$	$pq - (p+q-1) = (p-1)(q-1)$
Segundo par canónico	$V - V_1 - V_2$	$(p-1)(q-1)-(p+q-3) = (p-2)(q-2)$
Tercer par canónico	$V - V_1 - V_2 - V_3$	$(p-2)(q-2)-(p+q-5) = (p-3)(q-3)$
.	.	.
.	.	.
.	.	.

Tan pronto como los residuos son removidos, los efectos de los s primeros pares de variables canónicas, comienzan a ser más pequeñas que el punto que prescribe el cuantil de la distribución de la ji-cuadrada, de esta forma, se concluye que solamente las primeras s correlaciones canónicas son significativas.

CAPÍTULO III.

UNA DESCRIPCIÓN DEL ANÁLISIS DISCRIMINANTE CON "STATISTICA".

Dada una variable dependiente cualitativa y un conjunto de una o más variables independientes cuantitativas, el análisis discriminante consiste en obtener funciones lineales de las variables independientes, denominadas funciones discriminantes, que permitan clasificar a los individuos en una de las subpoblaciones o grupos establecidos por los valores de la variable dependiente.

Si entre las independientes se encuentra alguna variable cualitativa, sus valores deben de ser recodificados, mediante la creación de nuevas variables, a valores numéricos que correspondan de alguna forma al sentido original. En el caso de variables con dos categorías, como en este caso NEWVAR, sus valores se pueden recodificar a valores 0 y 1. El valor 1 indicará la presencia de la cualidad correspondiente a una de las dos categorías, en este caso representa las empresas "buenas", y el 0, la ausencia de dicha cualidad (en consecuencia, la presencia de la otra), en este caso representa las empresas "malas". Por empresas buenas y malas debemos entender, aquellas que son representativas en términos de los conceptos de las variables manejadas, Las Razones Financieras.

SELECCIÓN DE VARIABLES.

Es importante mencionar que el desarrollo de este punto es prácticamente el mismo que el del análisis de regresión lineal múltiple, con la diferencia que en el análisis de regresión lineal los valores dependientes no están agrupados, mientras que en el análisis discriminante sí. Es decir, la ecuación de regresión lineal permite estimar directamente el propio valor de la variable dependiente mientras que, a partir de las puntuaciones discriminantes, se estiman las probabilidades de pertenecer a cada uno de los grupos y en función de dichas probabilidades, se estima a cual de los grupos pertenece cada empresa.

En el análisis de regresión lineal múltiple, las variables a partir de las que se construye la ecuación podrían ser seleccionadas mediante un procedimiento por pasos. El objetivo es construir la ecuación con el subconjunto de las variables independientes más significativas. Análogamente, en el análisis discriminante puede seleccionarse un subconjunto de variables independientes que más discrimine a los grupos establecidos por los valores de la variable dependiente. En el caso de la regresión lineal múltiple, para decidir cual es la primera variable que debe ser seleccionada, el criterio es el de máxima correlación lineal y, en las sucesivas etapas, el de máxima correlación parcial. En el caso del análisis discriminante, el criterio que se considera en la selección de variables, en cualquier etapa, será el de la Lambda de Wilks.

LAMBDA DE WILKS.

Supongase que únicamente se tienen los valores de la VAR1, por un lado, las medias de dicha variable en los 2 grupos establecidos por los valores de NEWVAR, a su vez estos fueran muy distintos entre sí y por otro lado, dentro de cada grupo el comportamiento fuera muy homogéneo, con valores poco dispersos y próximos a la media, los grupos estarían separados y por tanto, VAR1 sería una buena variable discriminante. Un buen criterio para seleccionar a la variable independiente más discriminante es considerar aquella que más separa los grupos en este sentido. Generalizando, para elegir el subconjunto de variables independientes más discriminantes, sería adecuado considerar aquel tal que, al representar el conjunto de toda la muestra en el subespacio generado por los valores de las variables, por un lado, los grupos estuvieran muy separados entre sí y, por otro, dentro de cada grupo el comportamiento fuera muy homogéneo, con valores poco dispersos y próximos al centro.

La Lambda de Wilks para un conjunto de p variables independientes mide las desviaciones dentro de cada grupo respecto a las desviaciones totales sin distinguir grupos, en el espacio p-dimensional generado por los valores de las p variables. Si su valor es pequeño, la variabilidad total será debida a las diferencias entre los grupos y por tanto, el conjunto de variables correspondientes discriminará a los grupos. Por el contrario, si su valor es próximo a 1, los grupos estarán mezclados y el conjunto de variables independientes no será adecuado para construir las funciones discriminantes. Es decir, la Lambda de Wilks puede tomar valores de 0 (discriminación perfecta) a 1 (no hay una discriminación).[1]

La lambda parcial está asociada con la contribución de la variable respectiva en el modelo, en sentido del poder de discriminación.[2]

El criterio para la selección de variables paso a paso (stepwise) es seleccionar, en cada paso, aquella variable para la que, junto con las variables previamente seleccionadas , el valor de Lambda de Wilks sea mínimo. En particular, el primer paso, la variable candidata a ser seleccionada será aquella tal que el valor de la Lambda de Wilks sea el mínimo de entre los obtenidos sobre cada uno de los conjuntos formados por cada una de las variables independientes.

Es importante mencionar, que el hecho de que una variable sea candidata a ser seleccionada no implica que vaya a serlo. Es decir, que la Lambda de Wilks tome el mínimo valor no implica que éste sea pequeño. Habrá que establecer entonces un criterio para determinar si la información aportada por la variable candidata a ser

---

[1] *[1]lambda de Wilks= det(matriz de varianza y covarianza dentro de los grupos)/det(matriz de varianza y covarianza del total)*

[2] *lambda parcial= lambda después / lambda anterior*

seleccionada en un paso es significativa. Por otro lado, análogamente el método por pasos para construir la ecuación de regresión lineal múltiple, en el análisis discriminante también se admite la posibilidad de que una variable previamente seleccionada pueda ser eliminada, por lo que, además del criterio de selección, habrá que establecer un criterio de eliminación.

F DE ENTRADA, F DE SALIDA Y TOLERANCIA.

La variable candidata a ser seleccionada en el primer paso es aquella que proporcione el mínimo valor de la estadística Lambda de Wilks. Supongase que fuera seleccionada, en el segundo paso, la siguiente candidata sería aquella tal que, al evaluar la estadística Lambda de Wilks sobre todos los posibles pares de variables independientes , en los que la primera componente del par es la variable seleccionada en la primera etapa, se obtuviera el mínimo valor. En general, en cualquier etapa si el número de variables seleccionadas en una etapa es igual a q, la variable candidata a ser seleccionada en la siguiente etapa es aquella tal que, al evaluar la estadística Lambda de Wilks sobre todos los posibles subconjuntos formados por q+1 variables independientes, en los que q de ellas son las q variables seleccionadas, se obtuviera el mínimo valor. Como consecuencia, para decidir si la variable candidata debe ser seleccionada, el criterio se basará en la disminución que se producirá en la estadística Lambda de Wilks al incluir en el subconjunto formado por las q variables independientes a la variable candidata. En cualquier caso, al igual que en el método por pasos para construir la ecuación de regresión lineal múltiple, antes de tratar de seleccionar una nueva variable, se tratara de eliminar alguna de las previamente seleccionadas. La candidata a ser eliminada en una etapa será aquella tal que su eliminación del subconjunto formado por las q variables independientes suponga el mínimo incremento en el estadistico Lambda de Wilks, y el criterio para eliminar se basará en la magnitud de dicho incremento.

La estadistica F de entrada evalúa la disminución que se produciria en la Lambda de Wilks si la variable correspondiente fuera seleccionada. Si su valor es grande, la discriminación será significativa, y la selección adecuada. Es decir, si la F de entrada correspondiente a la variable candidata a ser seleccionada es mayor que un determinado valor, se procederá a su selección. De manera parecida, para las variables previamente seleccionadas, la estadística F de salida evalúa el incremento que se produciría en la Lambda de Wilks si la variable correspondiente fuera eliminada. Si su valor es pequeño, el incremento no será significativo y al ser poca la información que se perdería, la eliminación seria adecuada. En otras palabras, si la F de salida correspondiente a la variable candidata a ser eliminada es menor que un determinado valor, se procederá a su eliminación.

Una ventaja del método de selección de variables por pasos es que el proceso puede comenzar con un subconjunto de las variables independientes e, incluso, con todas ellas seleccionadas. En dicho caso, el proceso comenzaria eliminando variables. El seleccionar simultáneamente un subconjunto de variables presenta el riesgo de que alguna de ellas pueda ser una combinación lineal de las restantes. en dicho caso, las estimaciones de los coeficientes de las funciones discriminantes no serian confiables. Para prevenir esta situación se usará el criterio de la tolerancia.

La tolerancia de una variable X_j con las variables $X_1, \ldots, X_{j-1}, X_{j+1}, \ldots, X_p$ se define como: $Tol_j = 1\text{-}R^2_j$

donde R^2_j es el cuadrado del coeficiente de correlación múltiple entre X_j y las variables $X_1, \ldots, X_{j-1}, X_{j+1}, \ldots, X_p$. Si el valor de la tolerancia es igual a 0, la variable X_j será una combinación lineal de las restantes. Si la tolerancia para una variable es muy pequeña la variable será excluida de la ecuación.

Cabe señalar que la tolerancia puede ser utilizada, como un criterio adicional, a la F de entrada en la selección de variables. En la construcción de la ecuación, para la variable candidata a ser seleccionada en un paso puede serlo, la tolerancia con las variables incluidas en la ecuación deberá superar un cierto valor mínimo. Por otro lado, al entrar la variable, la tolerancia de cualquier variable en la ecuación con las restantes también deberá superar ese mínimo valor dado por:

F=(n-k-p)/(k-1)*(1- lambda parcial)/ lambda parcial.

MÉTODO STEPWISE PARA LA SELECCIÓN DE VARIABLES

Si el proceso de selección comienza sin ninguna variable, entonces:

1. Como primer paso se introduce la variable que proporcione el mínimo valor de la Lambda de Wilks, siempre y cuando se verifique el criterio de entrada. En el caso contrario, el proceso finalizará sin que ninguna variable sea seleccionada y en consecuencia no será posible construir las funciones discriminantes a partir de la información de las variables independientes.

2. Como segundo paso se introduce la variable que junto con la primera seleccionada, proporcione el mínimo valor de la Lambda de Wilks, siempre que verifique el criterio de entrada. En caso contrario, el proceso finalizará, y el conjunto de funciones discriminantes se reducirá a una única función que coincidirá con la variable independiente seleccionada en el primer paso.

3. En el tercer paso se introduce la variable que, junto con las previamente seleccionadas, proporcione el mínimo valor de la Lambda de Wilks, siempre que

verifique el criterio de entrada. Si al seleccionar una variable, el minimo valor de la F de salida para las variables previamente seleccionadas verifica el criterio de eliminación, antes de proceder a la selección de una nueva variable, se eliminará la variable correspondiente.

4. Cuando ninguna variable verifique el criterio de eliminación se vuelve a la etapa 3. Esta etapa (3) se repite hasta que ninguna variable no seleccionada satisfaga el de eliminación, o se alcance el máximo número de pasos.

Si el proceso comienza con una o más variables seleccionadas, en el primer paso se analizará la posibilidad de eliminar alguna de ellas.

LAS FUNCIONES DISCRIMINANTES.

Si n es el número de individuos en la muestra y p el número de variables independientes , la tabla de datos establecida por las nxp observaciones tendrán n filas y p columnas. Cada fila puede ser considerada como un punto en el espacio de p dimensiones. Las coordenadas de cada punto se obtendrán a partir de los valores en las p variables para el individuo correspondiente. A partir de la representación de las n filas se trata de extraer un nuevo espacio de dimensión pequeña tal que al proyectar la nube de puntos sobre dicho espacio, por un lado, los puntos correspondientes a individuos pertenecientes a distintos grupos estén alejados. Los ejes de este nuevo espacio serán las funciones discriminantes. El espacio se extraerá con el siguiente criterio:

El primer eje o función discriminante del nuevo espacio será el que más discrimine los grupos.

El segundo, de entre todos los posibles ejes perpendiculares al primero, será aquel tal que, junto con el primero, más discrimine los grupos.

En términos generales, el s-ésimo eje será, de entre todos los posibles ejes perpendiculares a los s-1 anteriores, aquel tal que, junto con los anteriores, discrimine más a los grupos.

La mayor o menor separación dependerá de la capacidad discriminante del conjunto de variables independientes seleccionadas. Si el valor de la Lambda de Wilks para dicho conjunto es pequeño, al representar a los individuos en el espacio de las variables los grupos estarán separados y, entonces también estarán en el espacio de las funciones discriminantes.

LAMBDA DE WILKS PARA LAS FUNCIONES DISCRIMINANTES.

En el caso de las funciones discriminantes, la Lambda de Wilks mide las desviaciones de las puntuaciones discriminantes dentro de los grupos respecto a las desviaciones totales sin distinguir grupos. Si su valor es grande, próximo a 1, la dispersión será debida a las diferencias dentro de los grupos y, en consecuencia, al representarlos en el espacio de las funciones discriminantes, los grupos estarán poco separados. El valor de la Lambda de Wilks para el conjunto de las funciones discriminantes coincide con el correspondiente al conjunto de variables independientes seleccionadas.

Si el conjunto de las funciones discriminantes no separa absolutamente nada a los grupos, entonces, al representar a los individuos en el espacio de las funciones los centroides de los grupos estarían confusos. La estadística Lambda de Wilks permite contrastar la hipótesis nula de que los centroides de los grupos son iguales.

CORRELACIÓN CANÓNICA Y VALOR PROPIO ASOCIADOS A UNA FUNCIÓN DISCRIMINANTE

La correlación canónica y el valor propio asociado a una función son dos medidas relacionadas con la Lambda de Wilks, que permitirán evaluar la información que aportará cada función discriminante en particular. La correlación canónica mide las desviaciones de las puntuaciones discriminantes entre grupos respecto a las desviaciones totales sin distinguir grupos. El valor propio mide las desviaciones de las puntuaciones discriminantes dentro de los grupos en ambos casos, si el valor obtenido es grande (en el caso particular de la correlación canónica, si es próximo a 1) la dispersión será debida a las diferencias entre grupos y en consecuencia, la función discriminará mucho a los grupos.

El valor propio asociado a una función se interpreta como la parte de la variabilidad total de la nube de puntos proyectados sobre el conjunto de todas las funciones atribuible a la función correspondiente.

CLASIFICACIÓN.

La clasificación de las empresas se realizará a partir de las funciones discriminantes tipificadas, es decir las funciones discriminantes expresadas en términos de las variables independientes tipificadas. El eje construido a partir de la tipificación de las variables pasará por el origen y por tanto, el término independiente en la función discriminante correspondiente será igual a cero.

A partir de las puntuaciones discriminantes es posible obtener una regla que permita clasificar a los individuos en uno de los grupos. Una técnica que se utiliza se basa en el teorema de Bayes. La probabilidad de que una empresa i, con puntuaciones discriminantes d_{i1}, d_{i2}, ...,d_{ic}, pertenezca al grupo j se denota como $P(G_j/D)$ y se obtiene de la siguiente forma:

$$P(G_j / D) = \frac{P(D / G_j)P(G_j)}{\sum_{j=1}^{k} P(D / G_j)P(G_j)} \qquad j=1, \ldots, k$$

donde:

$D=(d_{i1}, \ldots, d_{is}, \ldots, d_{ic})$

$P(G_j)$ es la probabilidad a priori de pertenecer al grupo j.

$P(D/G_j)$ es la probabilidad de que, dado que el individuo pertenece al grupo j, sus puntuaciones en las funciones discriminantes sean $d_{i1}, \ldots, d_{is}, \ldots, d_{ic}$

Una empresa será clasificada en el grupo para el que la probabilidad *a posteriori* sea máxima, es decir será clasificado en G_j si:

$$P(G_j/D)= \text{máx} \{ P(G_j/D), \ldots, P(G_k/D) \}$$

El porcentaje de casos correctamente clasificados será un índice de la efectividad de la función discriminante. En cualquier caso, el evaluar este índice deberá tenerse en cuenta la tasa de clasificaciones correctas esperadas según las probabilidades a priori.

Resultados

El análisis se realizó con base en la información financiera publicada por la Bolsa Mexicana de Valores (BMV) en su sector comercio durante los años 1992, 1993, 1994 y 1995.

1992

Los resultados obtenidos para 1992 fueron los siguientes:

En la selección de variables mediante el stepwise se han seleccionado las 15 variables, es decir, todas ellas son fuertemente discriminantes. Se esperaba que estas variables (razones financiera) fueran relevantes para la realización de cualquier análisis financiero.

Es importante revisar la correlación de las variables así se tiene que las variables mas correlacionadas son:

1. Utilidad Neta a Ventas Netas con Utilidad Neta a Capital Contable
2. Utilidad Neta a Activo Total con Utilidad Neta a Ventas Netas
3. Utilidad Neta a Activo Total con Utilidad Neta a Capital Contable
4. Ventas Netas a Activo Total con Rotación de Inventarios
5. Pasivo Total a Capital Contable con Pasivo Total a Activo Total
6. Act Circ -Inv / Pas Circulante con Act Circulante a Pasivo Circulante
7. Activo Circulante a Pas Circ con Activo Circulante a Pasivo Total

La más importante es la número 6 ya que indica principalmente que las empresas dependen mucho de los inventarios, lo cual es evidente dada la actividad de éstas.

Finalmente todas en conjunto son fuertemente discriminatorias, esto es de acuerdo al criterio de la lambda de Wilks y sus consecuentes criterios para evaluar esta lambda.

Los resultados obtenidos en el Análisis Canónico también son significativos, ya que nos da los coeficientes de la mejor función discriminante, que en nuestro caso solo se tiene una función dada de la siguiente forma:

$$8.586X_1 -12.138X_2 +3.074X_3 +0.629X_4 +2.994X_5 +1.514X_6 -7.348X_7 +8.260X_8 -0.841X_9 +21.730X_{10} -19.712X_{11} -5.197X_{12} +2.781X_{13} -1.120X_{14} -1.072X_{15}$$

Obteniendo como criterio de discriminación el valor propio lambda = 7.571430, además la función que se ha obtenido a pesar de ser la única, tiene una correlación canónica de 0.9398, lo cual indica que la función tiene una buena correlación con sus variables seleccionadas y con ella misma.

Las variables con mayor peso de discriminación son:

X_{10}= Activo Circulante a Pasivo Circulante

X_1= Utilidad Neta a Ventas Netas

X_8= Pasivo Total a Capital Contable

esto quiere decir que las variables caracteristicas de las empresas son las antes mencionadas, lo cual es creible dada la actividad de éstas.

A continuación se presenta la matriz de clasificación, la cual indica que la clasificación es del 100% correcta, teniendo en nuestro grupo 9 empresas buenas con una probabilidad de 0.40909 y 13 empresas malas con una probabilidad de 0.59091, es decir, si una empresa se desea clasificar se tendrá que con una probabilidad de 0.40909 será buena y con una probabilidad de 0.59091 será mala.

No se debe olvidar que la probabilidad a priori de un determinado grupo coincide con la proporción de casos en dichos grupo, este criterio se ocupó para todos los años.

Classification Matrix (1992.sta)
Rows: Observed classifications
Columns: Predicted classifications

	Perce-nt Correct	BUENA p=.40909	MALA p=.59091
BUENA	100	9	0
MALA	100	0	13
Total	100	9	13

Si se desea analizar la clasificación de las grandes cadenas comerciales se tendría lo siguiente:

Classification of Cases (1992.sta)
Incorrect classifications are marked with *

	Observed Classif.	1 p=.40909	2 p=.59091
COPPEL	BUENA	BUENA	MALA
CASA AUTREY	MALA	MALA	BUENA
FAR-BEN	MALA	MALA	BUENA
CIFRA	MALA	MALA	BUENA
CONT DE FARMACIAS	BUENA	BUENA	MALA
COMERCIAL MEXICANA	MALA	MALA	BUENA
ELEKTRA	MALA	MALA	BUENA
FERRIONI	MALA	MALA	BUENA
FOTOLUZ CORPORACION	MALA	MALA	BUENA
GIGANTE	MALA	MALA	BUENA
MARTI	BUENA	BUENA	MALA
PALACIO DE HIERRO	BUENA	BUENA	MALA
SYR	MALA	MALA	BUENA
LIVERPOOL	BUENA	BUENA	MALA
MAQUINARIA DIESEL	MALA	MALA	BUENA
NADRO	BUENA	BUENA	MALA
SANBORN HERMANOS	BUENA	BUENA	MALA
SEARS	BUENA	BUENA	MALA
ORGANIZACION SORIANA	BUENA	BUENA	MALA
BLANES	MALA	MALA	BUENA
VILLARREAL	MALA	MALA	BUENA
SORIMEX	MALA	MALA	BUENA

La distancia entre los dos centroides de los grupos está dada por la siguiente relación:

Squared Mahalanobis Distances (1992.sta)

	BUENA	MALA
BUENA	0.0000	31.3210
MALA	31.32109	0.000

Lo anterior nos indica que el centroide del grupo de las empresas buenas se encuentra a una distancia al cuadrado de 31.32109 del centroide del grupo de las empresas malas.

Si se verifica lo cerca que se encuentran las empresas de los centroides de los grupos, se tendría que revisar la siguiente tabla:

Squared Mahalanobis Distances from Group Centroids (1992.sta)

*Incorrect classifications are marked with **

	Observed Classif.	BUENA p=.40909	MALA p=.59091
COPPEI	BUENA	17.21307	50.21198
CASA AUTREY	MALA	56.81087	14.98047
FAR-BEN	MALA	62.97478	13.61732
CIFRA	MALA	49.79802	18.32879
CONT DE FARMACIAS	BUENA	8.99404	26.75012
COMERCIAL MEXICANA	MALA	17.75936	12.37377
ELEKTRA	MALA	37.86736	16.55743
FERRIONI	MALA	40.47778	8.58854
FOTOLUZ CORPORACION	MALA	40.47778	8.58854
GIGANTE	MALA	20.54764	10.69547
MARTI	BUENA	12.38478	36.50417
PALACIO DE HIERRO	BUENA	11.45538	46.49982
SYR	MALA	42.42735	13.47797
LIVERPOOL	BUENA	11.57647	44.71339
MAQUINARIA DIESEL	MALA	35.08334	18.35602
NADRO	BUENA	16.31746	50.32404
SANBORN HERMANOS	BUENA	11.12366	51.62271
SEARS	BUENA	13.27605	40.69408
ORGANIZACION SORIANA	BUENA	10.21513	29.76693
BLANES	MALA	52.35299	18.63393
VILLARREAL	MALA	41.86036	17.99670
SORIMEX	MALA	44.27174	15.53629

Con lo obtenido en las tablas anteriores se puede decir qué tan alejado o cercano se encuentran las empresas de un grupo a otro, por ejemplo:

Palacio de Hierro se encuentra a 11.455 puntos de distancia del centroide del grupo de empresas buenas, mientras que del grupo de empresas malas se encuentra a 46.499 puntos de distancia, es decir se encuentra mas próxima al grupo de empresas buenas.

1993

Para 1993 se han seleccionado las 15 variables, las cuales son fuertemente discriminatorias en conjunto, obteniendo del análisis canónico el valor propio lambda = 4.3545 como criterio de discriminación, y una correlación canónica de 0.901799, lo cual indica que la función tiene una buena correlación con sus variables seleccionadas y con ella misma.

La función discriminante está dada por la estandarización de los coeficientes de las variables canónicas, la función se encuentra dada de la siguiente forma:

$$0.612X_1 +1.372X_2 -2.692X_3 +0.703X_4 -0.703X_5 +1.909X_6 +0.423X_7 +1.082X_8 +0.186X_9 -1.233X_{10} -3.296X_{11} +5.094X_{12}$$
$$+0.697X_{13} -0.576X_{14} -3.182X_{15}$$

Las variables con mayor peso discriminatorio son:

X_{12}= Activo Circulante a Pasivo Total

X_6= Rotación de Inventarios

X_2= Utilidad Neta a Capital Contable

X_6= Pasivo Total a Capital Contable

A continuación se presenta la matriz de clasificación, la cual indica que la clasificación es del 95.45% correcta, teniendo un grupo de 15 empresas buenas con una probabilidad de 0.68182, teniendo así una empresa clasificada como mala siendo buena, y un grupo de 6 empresas malas con una probabilidad de 0.31818.

Classification Matrix (1993.sta)
Rows: Observed classifications
Columns: Predicted classifications

	Percent Correct	BUENA p=.68182	MALA p=.31818
BUENA	100.000	15	0
MALA	85.7143	1	6
Total	95.4545	16	6

Analizando la clasificación de las grandes cadenas comerciales se tiene lo siguiente:

Classification of Cases (1993.sta)
Incorrect classifications are marked with *

	Observed Classif.	1 p=.68182	2 p=.31818
COOPEL	BUENA	BUENA	MALA
CASA AUTREY	BUENA	BUENA	MALA
FAR-BEN	BUENA	BUENA	MALA
CIFRA	BUENA	BUENA	MALA
CONT DE FARMACIAS	BUENA	BUENA	MALA
COMERCIAL MEXICANA	BUENA	BUENA	MALA
ELEKTRA	BUENA	BUENA	MALA
FERRIONI	BUENA	BUENA	MALA
FOTOLUZ CORPORACION	MALA	MALA	BUENA
GIGANTE	MALA	MALA	BUENA
MARTI	BUENA	BUENA	MALA
PALACIO DE HIERRO	BUENA	BUENA	MALA
SYR	MALA	MALA	BUENA
LIVERPOOL	BUENA	BUENA	MALA
MAQUINARIA DIESEL	MALA	MALA	BUENA
NADRO	BUENA	BUENA	MALA
SANBORN HERMANOS	MALA	MALA	BUENA
SEARS	BUENA	BUENA	MALA
ORGANIZACION SORIANA	BUENA	BUENA	MALA
BLANES	MALA	MALA	BUENA
VILLARREAL	BUENA	BUENA	MALA
*SORIMEX	MALA	BUENA	MALA

Aquí se puede ver que una mala clasificación fue la que se realizó con Sorimex, es decir su clasificación esta dada como mala cuando realmente es buena.

La distancia entre los dos centroides de los grupos esta dada por la siguiente relación:

Squared Mahalanobis Distances (1993.sta)

	BUENA	MALA
BUENA	0.00000	20.07229
MALA	20.07229	0.00000

Lo anterior indica que el centroide del grupo de las empresas buenas se encuentran a una distancia al cuadrado de 20.07229 del centoide del grupo de las empresas malas.

Si se revisa lo cerca que se encuentran las empresas de los centroides de los grupos,se tendrá que verificar la siguiente tabla:

Squared Mahalanobis Distances from Group Centroids (1993.sta)

*Incorrect classifications are marked with **

	Observed Classif.	BUENA p=.68182	MALA p=.31818
COOPEL	BUENA	19.11716	33.47989
CASA AUTREY	BUENA	6.16995	23.88198
FAR-BEN	BUENA	13.89189	41.43986
CIFRA	BUENA	17.61525	24.08423
CONT DE FARMACIAS	BUENA	12.11505	26.21713
COMERCIAL MEXICANA	BUENA	6.04866	11.45246
ELEKTRA	BUENA	12.78720	27.80266
FERRIONI	BUENA	18.94279	41.79050
FOTOLUZ CORPORACION	MALA	38.13272	15.00046
GIGANTE	MALA	12.24132	7.89688
MARTI	BUENA	15.99504	31.72472
PALACIO DE HIERRO	BUENA	6.48780	24.45129
SYR	MALA	42.98352	16.14265
LIVERPOOL	BUENA	17.53883	39.13031
MAQUINARIA DIESEL	MALA	39.95831	11.26268
NADRO	BUENA	17.23931	36.89592
SANBORN HERMANOS	MALA	46.73795	15.15246
SEARS	BUENA	16.13872	36.14645
ORGANIZACION SORIANA	BUENA	12.22994	22.04381
BLANES	MALA	39.45443	16.14243
VILLARREAL	BUENA	15.59619	23.47211
*SORIMEX	MALA	11.71686	10.31832

Con lo obtenido en las tablas anteriores se puede decir que tan alejado o cercano se encuentra las empresas de un grupo, siguiendo con el ejemplo tomado en 1992, se tiene que:

Palacio de Hierro se encuentra en este año a 6.4878 puntos de distancia del grupo de empresas buenas, mientras que el grupo de empresas malas se encuentra a 24.45129 puntos de distancia de Palacio de Hierro, es decir sigue estando cerca del grupo de empresas buenas.

1994

Para 1994 el análisis presenta los siguientes resultados, se han seleccionado las 15 variables, todas ellas son fuertemente discriminatorias en conjunto, obteniendo así en el análisis canónico el criterio de discriminación, el valor propio lambda = 3.574096 y una correlación canónica de 0.883956, lo cual indica que la función tiene una buena correlación con sus variables seleccionadas y con ella misma.

La función discriminante está dada por la estandarización de los coeficientes de las variables canónicas, así la función se encuentra expresada como sigue :

$$-0.614X_1 +0.601X_2 +1.719X_3 +0.605X_4 -1.557X_5 +1.336X_6 +0.668X_7 -0.523X_8 +0.099X_9 +1.7581X_{10} -1.424X_{11} -0.329X_{12} - 0.989X_{13} -0.414X_{14} -0.292X_{15}$$

Las variables con mayor peso discriminatorio son:

X_{10}= Activo Circulante a Pasivo Circulante

X_3= Utilidad Neta a Activo Total

X_6= Rotación de Inventarios

A continuación se presenta la matriz de clasificación, la cual indica que la clasificación es del 100% correcta, teniendo un grupo de 13 empresas buenas con una probabilidad de 0.59091, y un grupo de 9 empresas malas con una probabilidad de 0.40909.

Classification Matrix (1994.sta)
Rows: Observed classifications
Columns: Predicted classifications

	Percent Correct	BUENA p=.59091	MALA p=.40909
BUENA	100	13	0
MALA	100	0	9
Total	100	13	9

Si se desea analizar la clasificación de las grandes cadenas comerciales se tendría lo siguiente:

Classification of Cases (1994.sta)
*Incorrect classifications are marked with **

	Observed Classif.	1 p=.59091	2 p=.40909
COOPEL	BUENA	BUENA	MALA
CASA AUTREY	BUENA	BUENA	MALA
FAR-BEN	MALA	MALA	BUENA
CIFRA	BUENA	BUENA	MALA
CONT DE FARMACIAS	BUENA	BUENA	MALA
COMERCIAL MEXICANA	MALA	MALA	BUENA
ELEKTRA	BUENA	BUENA	MALA
FERRIONI	BUENA	BUENA	MALA
FOTOLUZ CORPORACIÓN	BUENA	BUENA	MALA
GIGANTE	MALA	MALA	BUENA
MARTI	MALA	MALA	BUENA
PALACIO DE HIERRO	BUENA	BUENA	MALA
SYR	MALA	MALA	BUENA
LIVERPOOL	BUENA	BUENA	MALA
MAQUINARIA DIESEL	MALA	MALA	BUENA
NADRO	BUENA	BUENA	MALA
SANBORN HERMANOS	BUENA	BUENA	MALA
SEARS	MALA	MALA	BUENA
ORGANIZACION SORIANA	BUENA	BUENA	MALA
BLANES	MALA	MALA	BUENA
VILLARREAL	MALA	MALA	BUENA
SORIMEX	BUENA	BUENA	MALA

La distancia entre los dos centroides de los grupos está dada por la siguiente relación:

Squared Mahalanobis Distances (1994.sta)

	BUENA	MALA
BUENA	0.00000	14.78516
MALA	14.78516	0.00000

Lo anterior indica que el centroide del grupo de las empresas buenas se encuentra a una distancia al cuadrado de 14.78516 del centroide del grupo de las empresas malas.

Si revisa lo cerca que se encuentran las empresas de los centroides de los grupos, se tendría que verificar la siguiente tabla:

Squared Mahalanobis Distances from Group Centroids (1994.sta)
Incorrect classificat ons are marked with *

	Observed Classif.	BUENA p=.59091	MALA p=.40909
COOPEL	BUENA	8.08574	40.73684
CASA AUTREY	BUENA	10.62113	16.11153
FAR-BEN	MALA	18.95618	9.64992
CIFRA	BUENA	17.28715	44.18102
CONT DE FARMACIAS	BUENA	14.87437	27.50942
COMERCIAL MEXICANA	MALA	26.32761	13.29267
ELEKTRA	BUENA	16.20874	27.75172
FERRIONI	BUENA	8.37533	41.22020
FOTOLUZ CORPORACIÓN	BUENA	10.49664	13.40995
GIGANTE	MALA	16.21472	8.32002
MARTI	MALA	21.57963	11.46326
PALACIO DE HIERRO	BUENA	18.59933	19.82364
SYR	MALA	38.14623	17.38138
LIVERPOOL	BUENA	18.27514	30.53699
MAQUINARIA DIESEL	MALA	41.99334	16.73223
NADRO	BUENA	16.02491	32.71636
SANBORN HERMANOS	BUENA	15.92528	26.94089
SEARS	MALA	22.49139	12.71487
ORGANIZACION SORIANA	BUENA	7.19293	11.63664
BLANES	MALA	22.94343	7.59159
VILLARREAL	MALA	22.94343	7.59159
SORIMEX	BUENA	13.88270	26.87109

Con lo obtenido en las tablas anteriores se puede decir que tan alejado o cercano se encuentra las empresas de un grupo, siguiendo con el ejemplo tomado en 1992, se tiene que:

Palacio de Hierro se encuentra en este año a 18.59933 puntos de distancia del grupo de empresas buenas, mientras que el grupo de empresas malas se encuentra a 19.82364 puntos de distancia de Palacio de Hierro, es decir ya no sigue estando tan cerca del grupo de empresas buenas.

1995

Por último tenemos que para 1995 se ha seleccionado, de igual forma que en los años anteriores las 15 variables utilizando el mismo método stepwise, todas ellas son fuertemente discriminatorias en conjunto, obteniendo así en el análisis canónico el criterio de discriminación, el valor propio lambda = 4.094362 y una correlación canónica de 0.896496, lo cual indica que la función tiene una buena correlación con sus variables seleccionadas y con ella misma.

La función discriminante está dada por la estandarización de los coeficientes de las variables canónicas, la función se expresada de la siguiente forma:

$$-5.623X_1 +21.754X_2 -3.0167X_3 +0.107X_4 -0.521X_5 +1.116X_6 -10.805X_7 +21.140X_8 -0.082X_9 +5.804X_{10} +0.415X_{11} -5.671X_{12} +0.111X_{13} +0.215X_{14} +1.322X_{15}$$

Las variables con mayor peso discriminatorio son:

X_2= Utilidad Neta a Capital Contable

X_8= Pasivo Total a Capital Contable

X_{10}=Activo Circulante a Pasivo Circulante

A continuación se presenta la matriz de clasificación, la cual indica que la clasificación es del 90.09% correcta, teniendo un grupo de 11 empresas buenas y una empresa clasificada incorrectamente, con una probabilidad de 0.54545, y un grupo de 9 empresas malas y una empresa clasificada incorrectamente, con una probabilidad de 0.45455.

Classification Matrix (1995.sta)
Rows: Observed classifications
Columns: Predicted classifications

	Percent Correct	BUENA p=.54545	MALA p=.45455
BUENA	91.66666	11	1
MALA	90.00000	1	9
Total	90.90909	12	10

Si se analiza la clasificación de las grandes cadenas comerciales tendriamos lo siguiente:

Classification of Cases (1995.sta)
*Incorrect classifications are marked with **

	Observed Classif.	1 p=.54545	2 p=.45455
COOPEL	BUENA	BUENA	MALA
CASA AUTREY	BUENA	BUENA	MALA
FAR-BEN	BUENA	BUENA	MALA
CIFRA	BUENA	BUENA	MALA
CONT DE FARMACIAS	BUENA	BUENA	MALA
COMERCIAL MEXICANA	BUENA	BUENA	MALA
ELEKTRA	BUENA	BUENA	MALA
FERRIONI	BUENA	BUENA	MALA
FOTOLUZ CORPORACION	MALA	MALA	BUENA
*GIGANTE	MALA	BUENA	MALA
MARTI	MALA	MALA	BUENA
PALACIO DE HIERRO	MALA	MALA	BUENA
SYR	BUENA	BUENA	MALA
*LIVERPOOL	BUENA	MALA	BUENA
MAQUINARIA DIESEL	MALA	MALA	BUENA
NADRO	BUENA	BUENA	MALA
SANBORN HERMANOS	MALA	MALA	BUENA
SEARS	MALA	MALA	BUENA
ORGANIZACION SORIANA	BUENA	BUENA	MALA
BLANES	MALA	MALA	BUENA
VILLARREAL	MALA	MALA	BUENA
SORIMEX	MALA	MALA	BUENA

Aquí se puede ver que la mala clasificación fue la que se realizó con Gigante y Liverpool, es decir su clasificación esta dada como mala y buena respectivamente cuando realmente es buena y mala en el mismo sentido.

La distancia entre los dos centroides de los grupos está dada por la siguiente relación:

Squared Mahalanobis Distances (1995.sta)

	BUENA	MALA
BUENA	0.00000	16.51382
MALA	16.51382	0.00000

Lo anterior nos indica que el centroide del grupo de las empresas buenas se encuentran a una distancia al cuadrado de 16.51382 del centroide del grupo de las empresas malas.

Si se revisa lo cerca que se encuentran las empresas de los centroides de los grupos, se tendría verificar la siguiente tabla:

Squared Mahalanobis Distances from Group Centroids (1995.sta)
Incorrect classifications are marked with *

	Observed Classif.	BUENA p=.54545	MALA p=.45455
COOPEL	BUENA	18.25147	39.31841
CASA AUTREY	BUENA	15.03418	19.03590
FAR-BEN	BUENA	16.85965	26.28732
CIFRA	BUENA	9.39036	24.45774
CONT DE FARMACIAS	BUENA	18.39236	37.70358
COMERCIAL MEXICANA	BUENA	14.40920	28.81645
ELEKTRA	BUENA	16.99393	33.17097
FERRIONI	BUENA	18.34398	37.49558
FOTOLUZ CORPORACION	MALA	40.77879	16.03295
*GIGANTE	MALA	10.64318	15.35000
MARTI	MALA	38.92277	17.54578
PALACIO DE HIERRO	MALA	22.46742	12.71650
SYR	BUENA	18.48611	36.11436
*LIVERPOOL	BUENA	11.27552	10.50053
MAQUINARIA DIESEL	MALA	30.20473	17.46062
NADRO	BUENA	17.18963	40.97054
SANBORN HERMANOS	MALA	37.72462	17.21156
SEARS	MALA	18.83051	6.24443
ORGANIZACION SORIANA	BUENA	9.32425	25.08722

BLANES	MALA	23.45203	4.61081
VILLARREAL	MALA	23.45203	4.61081
SORIMEX	MALA	23.45203	4.61081

Con lo obtenido en las tablas anteriores se puede decir que tan alejado o cercano se encuentra las empresas de un grupo, siguiendo con el ejemplo tomado en 1992, se tiene que:

Palacio de Hierro se encuentra en este año a 22.46742 puntos de distancia del grupo de empresas buenas, mientras que el grupo de empresas malas se encuentra a 12.71650 puntos de distancia de Palacio de Hierro, es decir, en este año se ha alejado de las empresa buenas.

CONCLUSIONES.

Finalmente se puede decir que todas las razones financieras utilizadas en este análisis son significativas para todos los años (1992, 1993, 1994 y 1995), es decir, las variables involucradas para determinar la función discriminante para cada año se encuentran altamente correlacionadas con las funciones discriminantes.

Con los resultados obtenidos, podemos ver que tan próximo se encuentra un grupo de otro, y también que tan próxima se encuentra una empresa de ser buena o mala. En la siguiente tabla se puede observar las distancias que preservan los grupos en cada uno de los años:

DEL GRUPO DE BUENAS	AL GRUPO DE MALAS HAY
1992	31.3210
1993	20.0722
1994	14.7851
1995	16.5138
	PUNTOS DE DISTANCIA

la tabla anterior indica que los grupos se van acercando, este comportamiento posiblemente es debido a que en el año de 1992 la situación económica del país era "buena", y para 1993 ya se podría sentir una situación no muy buena para el año siguiente, una crisis económica que finalmente en este sector se reflejó sin duda alguna. Con esto se puede decir que el modelo puede tener la característica de poder predecir o identificar algún factor externo o interno que esté afectando al sector comercio, y que finalmente se podrá identificar mediante un análisis del ambiente que rodea al sector.

Con respecto a la clasificación que se realizó se tiene la siguiente tabla:

	TOTAL	BUENAS	MALAS
1992	100%	100%	100%
1993	95%	100%	85.71%
1994	100%	100%	100%
1995	90.9%	91.7%	90%

la cual indica que la clasificación que se realizó para 1992 y 1994 fue del 100% correcta, pero para 1993 y 1995 fue del 95% y del 90.9% respectivamente, ya que para 1993 SORIMEX fue originalmente considerada como una empresa mala, y que finalmente el análisis indica lo contrario, esto es, la probabilidad de pertenecer al grupo de empresas malas es de 0.3118 y la probabilidad de pertenecer al grupo de empresas buenas es de 0.6818, es decir es más probable que sea buena que mala. Para 1995 también se tiene dos clasificaciones erróneas, la de GIGANTE y LIVERPOOL, lo cual desde el punto de vista entre distancias se tiene que, para GIGANTE se encuentra más cerca del grupo de empresas buenas que del grupo de empresas malas, mientras que LIVERPOOL se encuentra más cerca del grupo de empresas malas que del grupo de empresas buenas.

Ahora, si se considera el ejemplo que se mencionó en el capítulo anterior, el de PALACIO DE HIERRO, donde se puede observar como se va acercando de un grupo a otro, y esto se puede ver para cada empresa, si así uno lo desea.

La información que pueda proporcionar este análisis, en la situación actual, en la que se requiere de una gran inversión, dicho método constituye una herramienta valiosa para el inversionista. En base a las experiencias pasadas y mediante la aplicación del análisis discriminante, se puede saber de forma práctica si una empresa ha sido buena, y por lo tanto si puede ser considerada en una cartera de inversión.

Para el análisis de crédito, es también importante, ya que con un mínimo de estudio puede determinarse si la empresa representa una buena inversión para la institución. Si no es así, se evitan análisis que resultan ser más costosos y se requiere más tiempo. El investigar acerca de la predicción de dificultades financieras es relevante para las instituciones de crédito tanto para decidir las condiciones bajo las cuales se otorgan los créditos como para determinar las políticas de control de préstamos ya existentes.

Para las mismas empresas, ayuda a conocer su posición respecto a otras y en caso de que existan problemas graves puede ayudar a detectarlos y resolverlos evitando consecuencias graves.

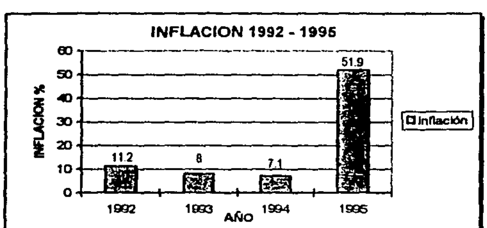
En la parte de fusiones y adquisiciones es importante el análisis, pues se podrá determinar o identificar algún cambio de grupo si se realizara cualquiera de estas dos acciones, ya sea para bien o para mal, y ayudar para la toma de decisiones.

En la siguiente parte presenta un *comentario* con respecto a diferentes acontecimientos en el sector comercio durante algunos años analizados, que posiblemente explique, las clasificaciones obtenidas mediante el análisis.

En publicaciones económico financieras se ha mencionado que el Sector Comercio (las grandes cadenas de autoservicio) en la Bolsa Mexicana de Valores ha sido uno de los más castigados, por la contracción del mercado interno a partir de la crisis y de un adentramiento a la globalización económica.

Lo anterior se ve reflejado de la siguiente forma:

1. Si se revisan algunas variables macroeconómicas (inflación, tasas de interés y tipo de cambio) , el comportamiento en general es: de 1992 a principios de 1994 existe una disminución significante, de tal forma que los empresarios creían en la tendencia a la baja de estas variables, como ejemplo tenemos la inflación, que algunos le llaman la consecuencia del "Talón de Aquiles" de nuestra economía (tipo de cambio).



Fuente: Banxico

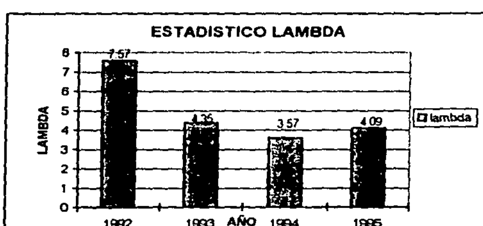
Se ha incrementado la competencia en empresas mexicanas, por ejemplo algunas cadenas locales o regionales han aumentado su área de operación como Soriana, en el norte.

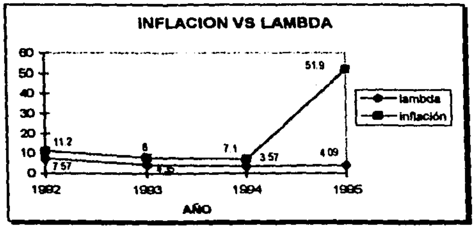
La globalización apesar que les ha "pegado duro" a las empresas mexicanas, también ha sido de gran ayuda, la cual se ha reflejado a través de asociaciones, para nuestro caso con sus similares extranjeras:

Cifra se asoció con Wal Mart, Comercial Mexicana con Price Club y Auchan, y ahora con la compra de Kmart, y Gigante con Fleming y Carrefour.

Pese a ello, las cadenas no crecieron como se esperaba debido a que, si bien no han dejado de abrir tiendas nuevas, si tuvieron que cerrar otras tantas por incosteables.

2. Mediante el Análisis Discriminante realizado se ha determinado una estadística, dada por el cociente SS_B/SS_W, donde el significado de este valor está dado en el sentido de como ha cambiado el rendimiento del sector, el cual tiene una tendencia muy parecida al de la inflación, posiblemente este comentario es muy atrevido, se tendrá que probar, lo cual yo lo considero como otro tema a desarrollar.





Por último quiero señalar que es complicado poder identificar empresas grandes como buenas o malas, dada la magnitud de ellas, porque es difícil que se declaren en quiebra.

Considero que si la Secretaría de Hacienda y Crédito Público (S.H.C.P.) utilizará esta técnica para **ayudar o aconsejar** a las medianas, micro y pequeñas empresas de México, nuestra recuperación económica posiblemente tendría un progreso mayor, esto lo escribo por que se sabe que la S.H.C.P. tiene acceso a la información de los estados financieros de todas las empresas, en general, que existen en México.

Hay que mencionar que la información financiera de empresas medianas, micros y pequeñas es muy difícil de tener acceso, a mí se me negó esa información, porque de no haber sido así, en este trabajo se hubiera manejado información de empresas medianas, micros o pequeñas empresas que serían de mayor interes el analizarlas, dado que estas son más afectadas por los fenómenos económicos que las empresas grandes.

BIBLIOGRAFÍA.

BOLSA MEXICANA DE VALORES

[1] Bolsa Mexicana de Valores. (1996). Anuario Financiero de 1995. B.M.V.

[2] James C.V. (1977). Financial Management and Policy. Prentice Hall Inc.

[3] Kennedy, R.D. (1971). Estados Financieros: Forma, Análisis e Interpretación. U.T.E.H.A.

[4] Morrison, D.F. (1978). Multivariate Statistical Methods. McGrawHill.

[5] Santanddreu, E. (1994). Manual Práctico de Valuación de Empresas. E.A.D.A.

[6] Tatsuoka, M.M. (1971). Multivariate Analysis: Techniques for educational and psychological research. John Wiley & Sons.

[7] Weston, J.F. (1986). Finanzas en Administración Vol. 1. McGrawHill.

[8] William, R.D. (1984). Multivariate Analysis: Methods and Applications. John Wiley & Sons.

[9] CSS: STATISTICA. (1991). Manual de Statistica. Volumen 2 (Quick CSS). StatSoft, Inc.