



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

25
2e1

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

ANÁLISIS DEMOGRÁFICO, ESTADÍSTICO Y DE
SIMULACIÓN DEL CRECIMIENTO POBLACIONAL
DE MÉXICO EN EL SIGLO XX.

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE

A C T U A R I O

P R E S E N T A

ANA MARGARITA CHAVEZ LOMELI

DIRECTOR: DR. V. ANGEL SORIANO RAMIREZ

MEXICO D.F.

1997



TESIS CON
FALLA DE ORIGEN



FACULTAD DE CIENCIAS
SECCIÓN ESCOLAR



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL
AVENIDA DE
MEXICO

M. en C. Virginia Abrín Batule
Jefe de la División de Estudios Profesionales de la
Facultad de Ciencias
P r e s e n t e

Comunicamos a usted que hemos revisado el trabajo de Tesis:

Análisis demográfico, estadístico y de simulación del crecimiento poblacional en México.

realizado por Ana Margarita Chávez Lomeli.

con número de cuenta 8836673-3 , pasante de la carrera de Actuaría

Dicho trabajo cuenta con nuestro voto aprobatorio.

Atentamente

Director de Tesis	Dr. Vicente Angel Soriano Ramírez
Propietario	M. en D. Alejandro Mina Valdés
Propietario	Act. Claudia Lizet Chavira Estefan
Suplente	Mat. Mario Delgadillo Torres
Suplente	Mat. Juan Pablo Ornelas Yan.

Consejo Departamental de Matemáticas

Mrta. Maria del Pilar Alonso Reyes

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

Indice

0.1	Introducción	1
1	Análisis Demográfico.	2
1.1	Población	2
1.1.1	Crecimiento poblacional en el siglo XX	3
1.1.2	Estructura por edad y sexo	4
1.1.3	Crecimiento anual	6
1.2	Mortalidad	8
1.2.1	Mortalidad general	8
1.2.2	Mortalidad por edad y sexo	11
1.2.3	Esperanza de vida	14
1.2.4	Mortalidad infantil	15
1.3	Fecundidad	16
1.3.1	Tasa bruta de natalidad	16
1.3.2	Fecundidad general	17
1.3.3	Tasas de fecundidad por edad	18
1.3.4	Comportamiento Reproductivo	19
1.3.5	Tasa Neta de Reproducción	20
1.4	Políticas de Población	21
1.4.1	Primera Ley General de Población	23
1.4.2	Segunda Ley General de Población	23
1.4.3	Tercera Ley General de Población	25
1.5	Acceso de la Población a los Servicios de Salud	27
1.5.1	Población total asegurada	29
1.5.2	Servicios de Salud	30

1.5.3	Morbimortalidad general	30
1.5.4	Morbimortalidad Infantil	32
1.6	Regulación de la Fecundidad	34
1.6.1	Uso de Métodos Anticonceptivos	36
1.6.2	Uso de Métodos Anticonceptivos Según Edad de la Usuaria	37
1.6.3	Uso de Métodos Anticonceptivos según Método Utilizado	39
2	Análisis Descriptivo	42
2.1	Descripción del Método	42
2.1.1	Introducción	42
2.1.2	Aplicación del Método	50
2.2	Interpretación de los resultados	59
3	Un modelo de crecimiento	61
3.0.1	La primera aproximación al análisis	61
3.0.2	Segunda aproximación	67
3.0.3	Población de la República Mexicana	75
3.0.4	Conclusiones	80

0.1 Introducción

Este trabajo de tesis está constituido por tres partes: la primera de ellas proporciona una visión desde un punto de vista demográfico en el que se conjugan apreciaciones y explicaciones basadas en el desarrollo social de México en este siglo y está constituida básicamente por análisis socio-históricos de la población mexicana. A partir de los datos colectados de los censos se ofrece una explicación del fenómeno de crecimiento poblacional utilizando técnicas descriptivas, sin duda la más importante radica en la utilización del Método *STATIS*. Este método estadístico ofrece la posibilidad del tratamiento de los datos en fenómenos de tipo evolutivo respecto a un parámetro (generalmente es el tiempo) mejor conocido técnicamente como un Análisis de Componentes Principales (ACP) en tablas cúbicas de datos. La potencia del método radica en que conjuntamente analiza en varias etapas del tiempo al fenómeno (*Análisis Inter*) y en cada instante del tiempo (*Análisis intra*) para concluir además con una descripción de la tendencia en todo el lapso de tiempo analizado (un siglo en este caso). Las escalas del fenómeno demográfico del crecimiento de la población y las fuentes con las que se cuenta (los censos cada diez años) sugieren una primera aproximación para reflejar este fenómeno. El valor de este análisis, así como de otras técnicas del Análisis Multivariado radica, por tanto, en la asimilación y la aplicación del método al fenómeno demográfico.

En la tercera parte ofrecemos un modelo teórico que pretende reflejar bajo las restricciones mencionadas anteriormente (el crecimiento de una población bajo un esquema de nacimientos/muerte) al fenómeno de crecimiento de la población. Para tal efecto nos planteamos la utilización de los modelos asociados a fenómenos de crecimiento y difusión.

Qué duda cabe que las primeras partes están relacionadas entre sí y que la tercera viene a ser sugerida con fines teóricos. Centrándonos en la formulación de una explicación abstracta del fenómeno del crecimiento de la población sin la presencia de factores importantes que inciden en él. A pesar de las consideraciones demasiado restrictivas para explicar el crecimiento de la población, el estudio ofrece perspectivas y posibles extensiones a otros análisis sensiblemente más complicados.

Capítulo 1

Análisis Demográfico.

1.1 Población

El crecimiento de la poblacional se define (demográficamente) mediante la ecuación compensadora, a saber

$$p(t+h) = p(t) + N - D + I - E$$

donde: $p(t+h)$ es la población en el tiempo $t+h$ (población final), $p(t)$ es la población en el tiempo t (población inicial), N son los nacimientos, D son las defunciones, I son las inmigraciones y E son las emigraciones, todas estas variables ocurridas entre t y $t+h$.

Esta ecuación también se escribe como:

$$p(t+h) = p(t) + CN + CS$$

donde $CN = N - D$ es el crecimiento natural de la población y $CS = I - E$ es el crecimiento social de la población o migración.

Hay que hacer la aclaración de que en el caso de México el crecimiento social o la migración no parece influir de manera significativa en el patrón de crecimiento de la población, por lo cual, no será tomado en cuenta en este trabajo.

Esto último se justifica mediante el cálculo de la tasa de crecimiento social. Obteniendo ésta mediante la diferencia entre la tasa de crecimiento y la tasa de crecimiento natural de para el período de 1910 a 1990.

$$CS = r' - CN$$

El valor de la tasa de crecimiento social en general es menor del 0.5% (algunas veces positiva y otras negativa) y sólo entre 1920 y 1930 es mayor del 0.5% (-0.8%) pero es un dato poco confiable debido a que el crecimiento natural en este período está subestimado por los problemas de cobertura en las estadísticas vitales.

Primeramente se describe como ha evolucionado la población mexicana, en cuanto a su número y estructura por edad y sexo. Posteriormente se describe el comportamiento de los dos fenómenos involucrados en el crecimiento natural (la mortalidad y la fecundidad) y su relación con fenómenos sociales que influyen en ellos como son: las políticas poblacionales, el acceso a los servicios de salud, y el uso de métodos para regular la fecundidad.

En la siguiente gráfica se muestra el crecimiento poblacional de México de 1790 a 1990. Para su construcción se utilizaron distintas fuentes y estimaciones de la población total de México [EHM]. Esta gráfica da un punto de partida para estudiar el problema del crecimiento poblacional de México en el siglo XX al mostrar la evolución de la población mexicana desde 1790.

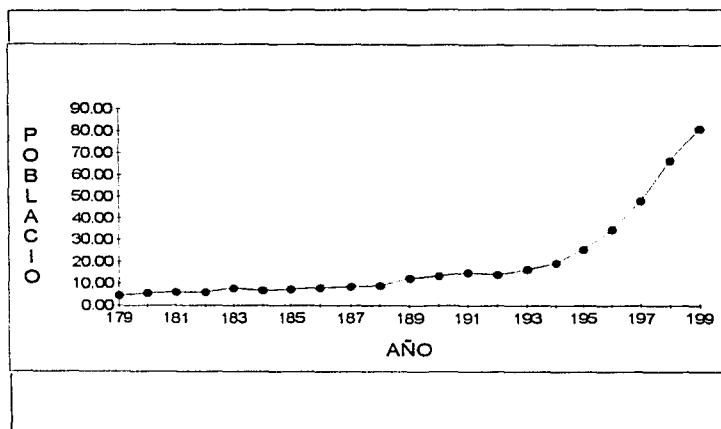


Figura 1.1: Gráfica del crecimiento poblacional de México.

1.1.1 Crecimiento poblacional en el siglo XX

La población en México ha presentado un crecimiento acelerado en el último siglo, mismo que ha sido registrado mediante los censos de población.

El primer censo se llevó a cabo en el año de 1895 y registra una población de 12.6 millones de habitantes.

En 1910 la población total de México era de 15.1 millones de habitantes. Al término de la Revolución, en 1921, el total poblacional descendió a 14.3 millones de habitantes. De este momento en adelante la población empieza a crecer de una manera distinta.

A partir de 1921, el ritmo de crecimiento poblacional presenta un cambio importante aumentando de 14.3 millones de habitantes en 1921 a 81.2 millones de habitantes en 1990, es decir, más de 60 millones de habitantes de diferencia.

1.1.2 Estructura por edad y sexo

La Pirámide de Población es una gráfica demográfica que representa la estructura por edad y sexo de la población. Es una gráfica de barras con respecto al eje Y, donde al lado derecho se encuentra representada la población femenina y del lado izquierdo la población masculina. Cada barra representa un grupo de edad y la longitud de ésta la determina el porcentaje de la población de ese grupo de edad con respecto al total de la población.

Al analizar la composición por edad de la población se determina si ésta es joven, estable o vieja. Una población Joven se identifica mediante una pirámide poblacional con una base amplia, una población estable mediante una pirámide poblacional rectangular y una población vieja, mediante una pirámide poblacional en forma de triángulo invertido. Comparando las distintas pirámides de población se pueden estudiar los cambios que ha sufrido la estructura de la población mexicana a lo largo del siglo.

A continuación se presenta el resultado de esta comparación.

En el año de 1910, se observa una población joven, teniendo su mayor concentración de población en el grupo 0 - 4, posteriormente la pirámide se va estrechando. La población de edad avanzada es poca, la población de 85 años y más es menor del 0.1% del total poblacional para cada sexo. Otra característica que se observa en ésta primera pirámide es un "escalonamiento", es decir edades con mayor población que otras que se presentan alternadas.

Para 1921 se tiene una pirámide de población joven. Esta no presenta un compor-

tamiento escalonado como la pirámide anterior; la base de la pirámide (el grupo 0 - 4) es el grupo con mayor población pero ya no existe una diferencia tan marcada con los siguientes grupos de edad (5 - 9 y 10 - 14). A partir del grupo 15 - 19 se presenta una disminución en la población masculina debida, probablemente, a las defunciones de guerra. La población femenina presenta una ligera aunque visible disminución en el grupo 20 - 24 debida quizás a la guerra. Hay que recordar también que durante el período de la Revolución, se presentaron varias epidemias en México las cuales pudieron contribuir al descenso poblacional presentado durante el presente período. En cuanto a la población de edad avanzada (más de 85 años) sobresale que aún se presenta en poca cantidad (menos del 0.15%).

La pirámide de población de 1930 presenta un cambio importante en la base. La población de 0 a 4 años aumenta considerablemente (del 6.5% aproximadamente para cada sexo a más del 7.5% por sexo) y se presenta una disminución importante en la población de 10 a 14 años (del 6.5% aproximadamente al 5.5%). La pirámide presenta una edad joven con poca población de edad avanzada (menos del 1.5% para cada sexo).

En 1940 nuevamente se presentan cambios en la base de la pirámide. en este año lo que se observa principalmente es que la población de los dos primeros grupos de edad se mantiene "constante" es decir, que entre uno y otro el porcentaje poblacional es básicamente el mismo (para varones 7.36% de 0 a 4 años y 7.33 para 5 a 9 años y para mujeres 7.2% de 0 a 4 años y 7.05% de 5 a 9 años). Por el tipo de base (muy amplia) notamos un contraste con la población del grupo 20 a 24. En las edades avanzadas se empieza a notar un ligero aumento en los porcentajes de población principalmente en lo que respecta a la población femenina, en general es una población joven.

En 1950 se mantiene una base amplia, siendo el primer grupo de edad el de mayor población, y en general, cada grupo de edad tiene menos población que el grupo anterior. Es una población joven pero la población de edad avanzada se incrementó con respecto a 1940.

En 1960, nuevamente la población es joven presentándose una base muy amplia y disminuyendo gradualmente para las edades siguientes. En este caso se presenta un aumento en los valores de población de edades mayores más marcado para el caso de hombres, que para el caso de mujeres.

En 1970 se presenta nuevamente una pirámide de población joven aunque es necesario

hacer notar que la diferencia entre el primer y segundo grupos de edad no es tan grande como las que se habían observado a partir de 1940. En lo que respecta a la población de edades mayores, tenemos que se presenta un aumento considerable de la población femenina.

Al estudiar la pirámide de 1980, se presenta una disminución muy importante en la base de la pirámide, en lo que se refiere a valores porcentuales. En 1970 se presentaba un 17% de la población total en el primer grupo de edad mientras que en 1980 se presenta un 14%. No se puede eliminar la posibilidad de un subregistro en el primer grupo de edad, sin embargo, el cambio es bastante importante como para atribuirlo únicamente al subregistro. El resto de la pirámide representa una población joven aun cuando se incrementa la población de edad avanzada.

En la pirámide de 1990, se presenta nuevamente un descenso en el porcentaje poblacional del primer grupo de edad. Se observa un cambio muy importante en el último grupo de edad presentando un "pico" sobresaliente.

El cambio en la estructura por edad de la población se puede resumir para el período de 1910 a 1990 en lo siguiente: En 1910 la población era una población joven, donde aproximadamente el 35% de la población era menor de 30 años y alrededor del 9% de la población era menor de 5 años, para 1990 la población menor de 30 años era de aproximadamente el 30% de la población total y menos del 7% era menor de 5 años lo que representa una disminución de cerca del 2% en el grupo de menores de 5 años. Cabe aclarar que estos porcentajes son aproximadamente los mismos para cada sexo, en ambos años (1910 y 1990) la distribución de la población por sexo es simétrica). En la población de edades avanzadas, en el período de 1910 a 1990 la población de 60 años y más se incrementó de menos del 2% en 1910 a más del 3% en 1990, más del 1% constante para todos los años del período.

1.1.3 Crecimiento anual

Existen 3 tipos de tasas de crecimiento: la tasa aritmética, la tasa geométrica y la tasa exponencial.

En este trabajo se utilizará la tasa geométrica debido a que ésta refleja el crecimiento poblacional con mayor fidelidad que la tasa aritmética. Por otra parte, la tasa exponencial

supone el crecimiento en cada momento en el tiempo y a pesar de que efectivamente la población crece continuamente, los datos que se obtienen son de naturaleza discreta y no continua. Esta se calcula mediante la siguiente expresión:

$$r' = \left(\frac{PF}{PI} \right)^{\frac{1}{h}} - 1$$

Donde PF es la población final, PI la población inicial y h el período de tiempo considerado.

En la gráfica se observa que la tasa de crecimiento no sólo disminuye sino es negativa para el período de 1910 a 1921 es decir que la población en este período disminuyó. A partir del período de 1920 hasta 1970 se presenta un aumento en cada período aumentando del 1.4% al 3.4% y en el período de 1970 a 1990 se presenta una disminución de un valor de 3.4% a 2.0%.

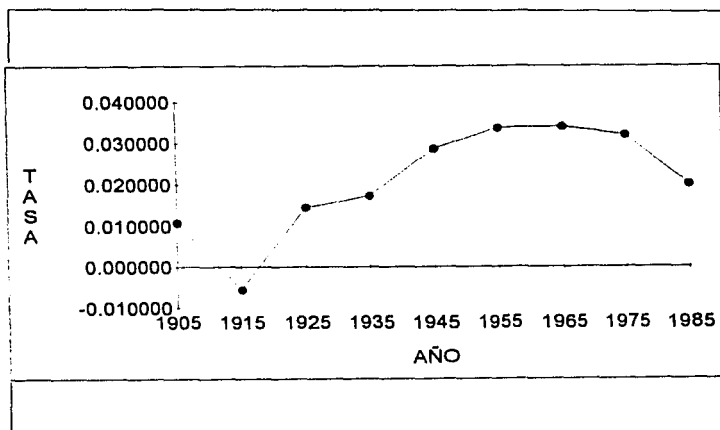


Figura 1.2: Gráfica de la tasa de crecimiento.

Resumiendo, la población de México durante el siglo XX ha presentado dos comportamientos diferentes. el primero ha sido de un crecimiento rápido durante unos 50 años (de 1920 a 1970) y el segundo ha sido un crecimiento lento y con tendencia a disminuir ocurrido en los últimos 20 años.

Estos dos comportamientos han modificado, además del total de la población, la estructura por edad, si bien la población mexicana siempre ha presentado una estructura de población joven, en el período de 1920 a 1970 ésta rejuveneció a comparación de la estructura de 1910 y a partir de 1970 se comenzó a notar una tendencia a “envejecerse”.

El crecimiento anual siempre ha sido alto, sin embargo, en los últimos años es posible ver una disminución en él.

1.2 Mortalidad

La mortalidad es uno de los fenómenos demográficos con más influencia en el crecimiento de la población, de ahí que su estudio sea relevante para explicar el crecimiento de la población mexicana.

En México se han tratado de implementar medidas para la reducción de la mortalidad general e infantil, sin embargo, los niveles de mortalidad sólo registraron un mayor deceso últimamente.

En esta sección se analizan también la esperanza de vida de la población como un indicador de la mortalidad, ya que ésta depende de las tasas específicas de mortalidad y las probabilidades de muerte en una edad determinada.

1.2.1 Mortalidad general

La tasa bruta de mortalidad es el indicador demográfico que permite conocer la mortalidad de la población en un momento determinado. Se interpreta como el número de defunciones por cada mil habitantes y su expresión matemática es la siguiente:

$$m = \frac{D}{P} \times 1000$$

donde m es la tasa bruta de mortalidad, D son las defunciones totales y P es la población media.

En lo sucesivo, se entiende que los números de defunciones que se reportan representan el número de defunciones por cada mil habitantes, aun si esto no se menciona expresamente.

Año	m
1900	32.7
1910	32.1
1920	25.3
1930	26.7
1940	22.8
1950	16.2
1960	11.5
1970	10.1
1980	6.3
1990	5.2

Tabla 1.1: Tasa bruta de mortalidad. México 1900 a 1990. Fuente [EHM].

En México, para el período de tiempo que este trabajo estudia, se obtuvieron los siguientes valores para la tasa bruta de mortalidad. Ver tabla 1.1.

A pesar de que se observa que la tasa bruta de mortalidad tiene una tendencia a disminuir, ésta es afectada por la estructura por edad de la población. En el caso particular de México, dicha estructura se ha modificado, por lo que es necesario corregir este efecto mediante el procedimiento de estandarización.

Existen dos métodos para encontrar la tasa de mortalidad estandarizada, \widehat{m} , el método directo que consiste en aplicar a la población que se desea corregir una mortalidad de una población estándar.

Si se denota por ${}_5m_x$ a la tasa específica de mortalidad de edad x , (${}_5Pe_x$) la población estándar de edad x y (Pe), a la población media estándar, entonces:

$$\widehat{m} = \frac{\sum_{i=0}^w ({}_5m_{5i})({}_5Pe_{5i})}{Pe}$$

La estandarización indirecta que consiste en aplicar una estructura por edad de una población estándar a la mortalidad de la población que se desea corregir, se realiza de la siguiente manera:

Se denota como (RME) a la Razón de mortalidad estandarizada, por D a las defunciones observadas. Se denota por ${}_5me_x$ a la tasa específica de mortalidad de edad x de

la población estandar. (${}_5P_x$) a la población de edad x y como siempre, por m a la tasa bruta de mortalidad que se desea corregir, entonces:

$$\widehat{m} = RME \times m$$

donde
$$RME = \frac{D}{\sum_{i=0}^w ({}_5me_{5i})({}_5P_{5i})} \times 1000.$$

En el presente trabajo se usará el método indirecto de estandarización debido a que se desconoce la mortalidad por edad para los años de 1910 y 1921. Se tomó como mortalidad estándar a la mortalidad de México del año 1990. A continuación se presenta tanto la tabla como la gráfica de los valores obtenidos de la tasa bruta de mortalidad estandarizada (tabla 1.2, gráfica ??).

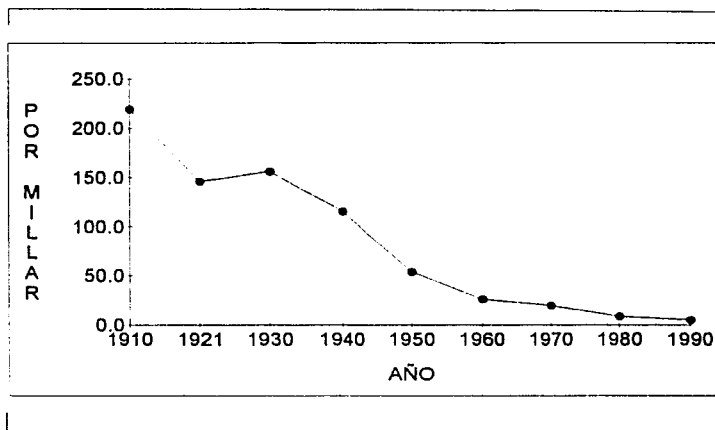


Figura 1.3: Tasa bruta de mortalidad estandarizada. México 1910 a 1990, por millares.

Al comparar los resultados obtenidos a través de la estandarización, se observa que en las tasas estandarizadas se presenta una disminución de 214 defunciones por cada mil habitantes, entre 1910 y 1990. En el período en el que se presentó un descenso más acelerado fue en el de 1910 a 1921 con una disminución en el valor de la tasa bruta de mortalidad estandarizada de 70 defunciones por cada mil habitantes. Posteriormente, en el período de 1921 a 1930 se presenta un aumento del valor de la tasa de 10. A partir de

Año	m
1910	219.0
1920	146.1
1930	156.1
1940	115.8
1950	53.9
1960	26.1
1970	19.8
1980	8.7
1990	5.1

Tabla 1.2: Fuente Cuadro 2.1.

1930, en cada período existe una disminución de la tasa bruta de mortalidad estandarizada pasando de 115 defunciones por cada mil habitantes en 1930 a 5 defunciones en 1990.

1.2.2 Mortalidad por edad y sexo

A continuación se presenta un análisis de la mortalidad a través de la tasa bruta de mortalidad para cada sexo y de las tasas específicas de mortalidad para el total de la población. Para las tasas específicas de mortalidad se comenzará el análisis a partir de 1930 debido que no se conoce la información de los años anteriores.

El problema que a continuación se estudiará es si el descenso en los niveles de mortalidad de México ha sido simétrico para la población masculina y femenina. Nuevamente el análisis se hará a través de las tasas brutas de mortalidad estandarizadas por el método de estandarización indirecta descrito anteriormente.

A principios de siglo, se tenía una mortalidad mayor entre las mujeres que entre los hombres. En 1910 la tasa bruta de mortalidad masculina (estandarizada) se encontraba en 197 defunciones mientras que la femenina se encontraba al rededor de 251 defunciones. Para 1921 se presentan disminuciones en ambos sexos, así, la tasa bruta de mortalidad masculina había descendido a 132 defunciones y la femenina a 166, es decir que la tasa de

mortalidad femenina descendió más que la tasa de mortalidad masculina (85 defunciones para el caso femenino contra 65 del caso masculino).

En el período de 1921 a 1930 se presenta un aumento de la mortalidad para ambos sexos, de 132 a 140 y de 166 a 178 defunciones de mujeres. Se presenta un aumento mayor para el caso femenino que para el masculino. Entre 1930 y 1940 se presenta una gran disminución en los valores de mortalidad; para el caso masculino la tasa bruta de mortalidad descendió de 140 defunciones a 107, 33 defunciones por cada mil habitantes varones, mientras que en el caso femenino la disminución es todavía mayor, descendiendo de 178 defunciones a 128, es decir 50 defunciones menos por cada mil mujeres.

A partir de este período los valores de la tasa bruta de mortalidad para hombres y mujeres se empiezan a parecer, la diferencia entre ellas es cada vez menor. Para el período de 1940 a 1950, la tasa bruta de mortalidad masculina desciende de 107 a 51 defunciones, y la tasa de mortalidad femenina de 128 a 57 defunciones; sigue descendiendo más rápidamente la mortalidad femenina que la masculina.

Entre 1950 y 1960 se vuelve a presentar una disminución de la mortalidad para cada sexo a aproximadamente la mitad de su valor. La mortalidad masculina desciende de 51 a 25 defunciones y la mortalidad femenina de 57 a 27 defunciones. Para 1970, los valores de la mortalidad masculina y femenina se igualan a 19 defunciones.

Entre 1970 y 1980 la tasa de mortalidad masculina desciende de 19 a 10 defunciones mientras que la femenina desciende de 19 a 7 defunciones. Para 1990 la tasa bruta de mortalidad masculina desciende a 5 defunciones y la femenina a 4. Como se puede observar a partir de 1970 se invierten los papeles, la tasa bruta de mortalidad femenina es menor que la tasa bruta de mortalidad masculina.

Todos estos cambios llevan a concluir que el comportamiento de la tasa bruta de mortalidad no ha sido simétrico (con respecto al sexo). La mortalidad femenina ha disminuido más que la mortalidad masculina.

En ésta parte se analizarán las tasas específicas de mortalidad. Para este análisis se compararán dos valores de las edades tempranas (menores de un año y de 10 a 14 años), dos valores de las edades adultas (30 a 34 años y 45 a 49 años) y dos edades terminales (60 a 64 años y 85 y más) con la finalidad de ilustrar más claramente el comportamiento descrito.

En general para todos los años se presenta el mismo patrón: La mortalidad es alta en

los menores de un año y tiende a disminuir rápidamente. Los valores de la tasa para la población de niños de 1 a 10 años son las menores registradas. Para las edades siguiente se presenta un aumento paulatino y éste se acelera hasta llegar a los niveles más altos en las edades finales. Todas las tasas tienden a disminuir con el paso del tiempo.

En el período comprendido entre 1930 y 1940 se observa una disminución en los valores de las tasas para las edades tempranas pasando de 207 defunciones en 1930 en menores de un año a 195 en 1940; para la población de 10 a 14 años, el valor de la tasa de mortalidad disminuye de 5.7 defunciones en 1930 a 4.2 defunciones en 1940. En las edades adultas, se observa una disminución para la población de edades entre 30 y 40 años de 14.7 defunciones en 1930 a 10.62 defunciones en 1940; para las edades entre los 45 y 49 años se presenta una disminución de 22.4 defunciones en 1930 a 18.15 defunciones en 1940. En las edades terminales, no se presentan disminuciones tan notorias como en las edades tempranas o adultas. La mortalidad de la población entre los 60 y los 64 años disminuye de 45.9 defunciones a 44.22, sin embargo, la población de 85 y más incrementan su mortalidad de 280 a 292 defunciones.

Entre 1940 y 1950 se presenta un cambio muy importante para los valores de ${}_5m_x$ disminuyendo los valores para todas las edades. En particular para los menores de un año, la tasa de mortalidad disminuye de 195 a 140 defunciones, y en el caso del grupo de 10 a 14 años disminuye de 4.25 a 2.39 defunciones. En el caso de grupo de 30 a 34 años, la tasa de mortalidad disminuye de 10.64 a 6.38 defunciones y en el de 45 a 49 años pasa de 18.15 a 13 defunciones. Para las edades terminales en este período, sí se observa una disminución en los valores de las tasas de mortalidad; entre el grupo de 60 a 64 años la tasa de mortalidad disminuye de 44.28 a 32.37 defunciones y entre la población de 85 y más años, desciende de 292 a 246 defunciones.

El mismo comportamiento se presenta en el siguiente período que comprende de 1950 a 1960, los valores de las tasas específicas de mortalidad muestran una disminución. En el caso de los menores de un año, la disminución es de 140 a 102 defunciones; sin embargo, en el caso de la población de 10 a 14 años, el valor de la tasa específica de mortalidad disminuye de 2.39 defunciones a 1.45 defunciones. En las edades adultas, en la población de 30 a 34 años la tasa de mortalidad disminuye de 6.58 a 4.74 defunciones y en el grupo de 45 a 49 años disminuye de 13 a 9.67 defunciones. En las edades terminales, en el grupo de 60 a 64 años la tasa de mortalidad disminuye de 32.37 a 24.60 defunciones y en el de 85

y más años, la tasa de mortalidad disminuye de 246 a 158 defunciones. En este período el cambio más importante se presenta en las edades terminales.

Para el período de 1960 a 1970 se presenta una disminución en los valores para todas las edades, exceptuando las edades terminales que presentan un ligero aumento en sus valores. En las edades tempranas, el valor de la tasa de mortalidad para los menores de un año disminuye de 102 a 89 defunciones y en el grupo de 10 a 14 años se mantiene casi constante con una disminución de 1.45 a 1.14. En las edades adultas, el grupo de 30 a 34 años disminuyen su tasa específica de mortalidad de 4.74 a 4.0 defunciones y en el grupo de 45 a 49 años disminuye de 9.67 a 8.82 defunciones. En las edades terminales en el grupo de 60 a 64 años, la tasa de mortalidad disminuye de 24.60 a 22.61 defunciones pero la tasa de mortalidad del grupo 85 y más aumenta de 158 a 174 defunciones.

En el período comprendido de 1970 a 1980, se presenta una disminución en la mortalidad para todas las edades. En el grupo de menores de un año la tasa de mortalidad pasa de 89 a 57 defunciones mientras que en el grupo de 10 a 14 años la tasa de mortalidad disminuye de 1.14 a 0.73 defunciones. Entre los adultos la mortalidad disminuye, en el grupo de 30 a 34 años de 4.0 a 3.26 defunciones y entre la población de 45 a 49 años la tasa específica de mortalidad disminuye de 8.82 a 7.04 defunciones. En el caso de las edades avanzadas, se encuentra que entre la población de 60 a 64 años la tasa de mortalidad disminuye de 22.66 a 17.61 defunciones y en el grupo de 85 y más años, la tasa de mortalidad disminuye de 174 a 164 defunciones.

Finalmente para el último período, el que comprende de 1980 a 1990 se presentan disminuciones para todos los valores de las tasas y para todas las edades, en particular para la población de menos de un año, la mortalidad disminuye de 57 a 32 defunciones mientras que en el grupo de 10 a 14 años la mortalidad disminuye de 0.7 a 0.5 defunciones. Para la población en edad adulta, en el grupo 30 a 34 años la mortalidad disminuye de 3.26 defunciones a 2.18 y para las mujeres de 45 a 49 años, desciende de 7.04 a 5.34 defunciones. En las edades avanzadas, la mortalidad desciende, en el grupo de 60 a 65 años de 17.61 a 15.38 defunciones y en el caso del grupo de 85 y más de 164 a 139 defunciones.

1.2.3 Esperanza de vida

La esperanza de vida al nacimiento (e^0) es un indicador de la mortalidad de una

población que no está afectado por la estructura por edad de la población y dice el número medio de años que se espera que un individuo recién nacido viva.

Por este motivo, a través de la esperanza de vida (e^0) se hacen comparaciones entre poblaciones a nivel internacional.

Se presenta el análisis de los valores de la esperanza de vida al nacimiento para la población de México a partir de 1930. Para los años anteriores a 1930 no se tiene la información necesaria para elaborar la tabla de mortalidad y así encontrar los valores de la esperanza de vida.

La esperanza de vida al nacimiento presenta un incremento de 35.4 años en el período comprendido de 1930 a 1990, pasando de 36.9 años en 1930 a 69.5 años en 1990, es decir, en un período de 60 años. Este incremento es constante en el sentido de que en ninguno de los períodos analizados disminuye. En el período en que se presenta el mayor incremento en la esperanza de vida fue en el período de 1950 a 1960, incrementándose en 9.2 años de 49.7 años en 1950 a 58.9 años en 1960.

Para el caso de la esperanza de vida por sexo, el aumento de la esperanza, ha sido simétrico con respecto al sexo de la población. Para el caso femenino aumentó 32 años el valor de la esperanza, de 37.5 años en 1930 a 69.5 años en 1990. Para la población masculina, la esperanza de vida aumentó 28.7 años, de 36.1 años en 1930 a 64.8 en 1990. El período en que el incremento de la esperanza de vida es mayor es el período de 1940 a 1950 cuando la esperanza de vida aumentó 9.6 años en la población masculina y 9.3 años en la población femenina. La esperanza de vida para la población femenina siempre ha sido mayor que la esperanza de vida de la población masculina por aproximadamente 3 años, sin embargo, en el período comprendido de 1970 a 1990, la esperanza de vida de la población femenina es más alta que la masculina por cinco años.

1.2.4 Mortalidad infantil

La mortalidad en el primer año de vida tiene particular importancia; se ha aceptado que la mortalidad infantil es un buen indicador del nivel de salud y del nivel de vida, es decir, de las condiciones socioeconómicas en un lugar y tiempo determinado. La mortalidad infantil nos dice el número de defunciones por cada mil nacimientos que ocurren en un grupo de niños nacidos vivos y antes de que cumplan un año de vida. Su expresión

matemática es la siguiente:

$$TMI = \frac{D_{<1}}{N} \times 1000.$$

Donde N son los nacimientos registrados y $D_{<1}$ son las defunciones de menores de un año.

Al igual que en el caso de la esperanza de vida, la información para los 3 primeros decenios del siglo no existe por lo que no serán tomados en cuenta. Así pues, los años que aquí se estudiarán serán los de 1930 a 1990.

La tasa de mortalidad infantil presenta un descenso muy importante disminuyendo de 131 a 46 defunciones en 60 años (de 1930 a 1990). Al igual que el aumento en la esperanza de vida, el descenso más grande se presenta en el periodo de 1960 a 1970, disminuyendo en más de 20 defunciones, de 102 a 79 defunciones por cada mil niños nacidos vivos.

En general para todos los años, la tasa de mortalidad infantil de la población femenina es menor que para la población masculina, sin embargo, esta diferencia va disminuyendo con el paso del tiempo, de 14 defunciones en 1930 a 5 defunciones en 1990. De aquí se infiere que la tasa de mortalidad infantil para la población masculina ha disminuido más que la tasa de mortalidad infantil de la población femenina. El comportamiento a lo largo del tiempo de las tasas para ambos sexos es en esencia el mismo que para el total de la población: disminuyendo en 112 defunciones para la población masculina y en 104 defunciones para la población femenina.

1.3 Fecundidad

México es un país joven, en el sentido de que una gran parte de la población es menor de 30 años. Intuitivamente, ésto se puede interpretar como una consecuencia del comportamiento reproductivo de la población que es el tema central de esta sección.

Para analizar este tema se utilizarán 3 herramientas principales: La natalidad, la fecundidad y la reproducción.

1.3.1 Tasa bruta de natalidad

Año	b
1900	34.0
1910	31.8
1920	31.4
1930	49.5
1940	48.1
1950	45.6
1960	46.1
1970	44.2
1980	36.3
1990	33.7

Tabla 1.3: Tasa bruta de Natalidad. Fuente: INEGI.

La tasa bruta de natalidad (b) es el indicador que determina el número de nacimientos por cada 1000 habitantes de una población en un momento determinado.

$$b = \frac{N}{P} \times 1000.$$

Donde N son los nacimientos registrados y P es la población media.

En el periodo comprendido de 1930 a 1970 se presentan tasas de natalidad mas elevadas que las registradas al inicio y fin de siglo. Siendo estas últimas parecidas entre sí, esto quiere decir que actualmente se tiene un nivel de natalidad similar al que se tenía al principio de siglo.

Cabe mencionar que a principios de siglo no era obligatorio registrar a un niño, de esta manera se puede suponer que las tasas de los primeros 3 decenios del siglo están subestimadas.

1.3.2 Fecundidad general

En ésta sección se realiza un análisis de la fecundidad de la población vía la tasa general de fecundidad que indica el número de nacimientos por cada mil mujeres en edad

reproductiva, es decir de 15 a 49 años.

$$TFG = \frac{N}{{}_{15}PF_{49}} \times 1000$$

Donde N denota los nacimientos y ${}_{15}PF_{49}$ la población femenina de edades entre 15 y 49.

En la siguiente gráfica se resumen los resultados obtenidos:

La evolución de la fecundidad general, como podemos observar, se caracteriza por un primer período de descenso en los valores que coincide con el período revolucionario. Después la tasa se incrementa de 187 a 201 nacimientos por cada mil mujeres en el período de 1922 a 1960. De 1960 a 1990 la tasa de fecundidad general comienza a descender, sin embargo, se mantiene más alta que a principios de siglo con 130 nacimientos por cada mil mujeres.

1.3.3 Tasas de fecundidad por edad

Después de analizar el comportamiento de la natalidad de la población a través del tiempo, es necesario estudiar el comportamiento de la fecundidad según la edad de la mujer, siempre y cuando la mujer esté en el rango de las edades 15 a 49 que se consideran como edades reproductivas. Las tasas específicas de fecundidad (${}_5f_x$) se pueden interpretar como el número de nacimientos de madres que pertenecen al grupo de edad x y $x+n$ (${}_5N_x$) por cada 1000 mujeres entre las edades x y $x+n$.

$${}_5f_x = \frac{{}_5N_x}{{}_5P_x} \times 1000.$$

Los grupos de edad considerados son: 15-19, 20-24, 25-29, 30-34, 35-39, 40-44, 45-49. En el caso de haber nacimientos registrados de madres de edades menores de 15 años, por convención, esos datos se suman al grupo 15-19 y análogamente para nacimientos de madres de 50 años y más.

La gráfica de las tasas de fecundidad por edad, presenta una cúspide que puede ser de 3 tipos, a saber, temprana, tardía o dilatada.

Si la edad en la que se presenta la tasa de fecundidad más alta es antes de los 25 años, el tipo de cúspide es temprana, lo que presupone que muchas mujeres empezarán a tener

hijos aún jóvenes y que durante un período más largo de tiempo van a estar expuestas a concebir lo que resultaría en una alta tasa de fecundidad; si por el contrario la edad en la que se presenta la tasa de fecundidad más alta es posterior a los 30 años, se considera una cúspide tardía y el período de alta fecundidad es menor lo cual, intuitivamente, resulta en una tasa de fecundidad menor. En el caso de que la tasa más alta se encuentre entre los 25 y 30 años, se tiene una cúspide dilatada.

Las gráficas de las tasas de fecundidad por edad, para la población aquí considerada, muestran siempre cúspides dilatadas. Las edades en las que se registra una tasa de fecundidad más alta varían de una década a otra, oscilando entre los 22 y 27 años pero sin modificar el tipo de cúspide.

Por otro lado, los valores de las tasas de fecundidad por edad tienen otro comportamiento; éstos presentan un aumento desde 1930 hasta 1970, en 1930 el valor más alto de la tasa de fecundidad por edad se encontraba al rededor de 29 nacimientos, para 1970 se elevó a 30 nacimientos. Por el contrario entre 1970 y 1990, las tasas de fecundidad por edad disminuyen considerablemente, cambiando de 30 a 18 nacimientos.

1.3.4 Comportamiento Reproductivo

La tasa bruta de reproducción representa el número de hijas que tendría una mujer sujeta a una ley de fecundidad y exenta de mortalidad hasta el fin de su período reproductivo. Este indicador nos permite conocer la tasa de reemplazo o de sustitución de las mujeres de una población. Paralelamente se calcula la tasa global de fecundidad que nos dice el número de hijos (varones y mujeres) que tendría una mujer sujeta a una ley de fecundidad y en ausencia de mortalidad hasta el final de su período reproductivo.

La tasa bruta de reproducción (R') se calcula de acuerdo a la siguiente expresión matemática,

$$R' = IF \times TGF$$

donde IF es el índice de femineidad y TGF es la tasa global de fecundidad que se calcula mediante la expresión siguiente:

$$TGF = 5 \times \sum_{i=3}^9 {}_5f_{5i}$$

donde ${}_5f_x$ es la tasa de fecundidad entre las edades x y $x + 5$.

En ambas tasas se presenta una reducción de los valores de cerca del 50%. La tasa global de fecundidad primeramente aumentó de 4.6 en 1930 a 5.6 en 1970 y finalmente disminuyó a 3.3 hijos por cada mujer en edad fértil.

Con lo que respecta a la tasa bruta de reproducción, los valores disminuyeron de 2.9 hijas en 1930 a 1.65 en 1990, sin embargo en 1960 presenta el valor más alto registrado con 3.18 hijas.

1.3.5 Tasa Neta de Reproducción

La tasa neta de reproducción indica el número de hijas que una mujer tendría estando sujeta a una ley de fecundidad y a una ley de mortalidad (durante su período reproductivo). Este indicador se considera, para los fines del presente trabajo, como el que más fielmente va a representar la realidad de la población ya que toma en cuenta una función de fecundidad de la población en estudio (las tasas específicas de fecundidad) y una función de sobrevivencia (ley de mortalidad) y en la realidad todas las mujeres están expuestas a fallecer durante su período fértil.

El inconveniente que presenta éste indicador es la dificultad de calcularlo ya que para construir la función de sobrevivencia es necesario conseguir valores de las tablas de mortalidad o bien calcularlos, y éstos datos desafortunadamente no siempre están disponibles. En este caso, no se tiene la información necesaria para 1910 y 1920, por lo tanto, para ésta parte del trabajo, se construyeron las tasas netas de reproducción para el período 1930 a 1990.

Hay que considerar como se calcula la tasa neta de reproducción:

$$TNR = 5 \times IF \times \sum_{i=3}^9 ({}_5f_{5i} \times \rho'(i))$$

donde, $\rho'(x) = \frac{s_{lx}}{l_0}$ es la función de sobrevivencia,

$$IF = \frac{\text{Nacimientos femeninos}}{\text{Nacimientos totales (índice de femineidad)'}}$$

${}_5f_x$ es la tasa de fecundidad entre las edades x y $x + 5$.

En la gráfica 1.4 se pueden apreciar los resultados obtenidos.

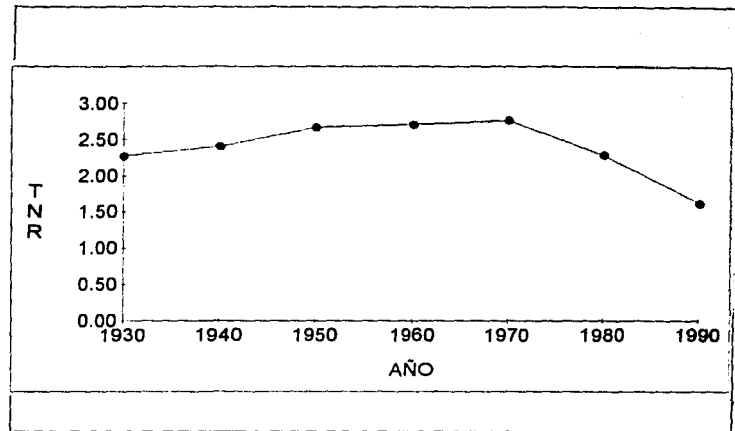


Figura 1.4: Gráfica de la tasa neta de reproducción.

Se observan valores bajos, altos y nuevamente bajos. Sin embargo se aprecia una disminución de la tasa en casi una hija (de 2.27 hijas a 1.61 hijas) en el período de 1930 a 1990. También se observa que el año en el que la tasa es más elevada es en 1970 con un valor de 2.76 hijas.

Resumiendo: la tasa neta de reproducción ha pasado de un período con altos valores y con tendencia a aumentar a un período en el que se presenta una disminución de los valores.

El descenso en los valores de la mortalidad, entre 1930 y 1960, influyó directamente en los valores de la tasa neta de reproducción, al igual que el descenso de los valores de las tasas de fecundidad por edad, entre 1970 y 1990.

Se observa claramente que el valor actual de la tasa neta de reproducción es el más bajo que se ha registrado en el siglo.

1.4 Políticas de Población

El objetivo de esta sección es mostrar cómo ha evolucionado el pensamiento político

con respecto a los temas demográficos, en particular en lo que se refiere al crecimiento poblacional. No pretende ser un estudio acerca de la efectividad ni validez de cada política de población sino solamente un recuento de sus principales preceptos.

Una Política de Población puede definirse como una acción o grupo de acciones públicas cuyo objetivo es inducir el cambio demográfico de un país para lograr bienestar y mejor calidad de vida.

En México, las políticas de población no siempre han sido explícitas, sin embargo, se encuentran acciones encaminadas a modificar el tamaño, la distribución, los movimientos migratorios, y otros fenómenos demográficos de la población desde el momento de la conquista de México por los españoles.

El estudio de estas acciones se comenzará a partir del período del Porfiriato que, a pesar de abarcar los últimos años del siglo XIX, abarca también la primera década del siglo XX.

Durante este período se distingue el pensamiento de que era necesario poblar el territorio nacional. Para lograr este propósito se crean leyes de migración encaminadas a aceptar inmigrantes europeos.

Por otra parte se considera que es necesaria la importación de trabajadores (negros o chinos) para subsanar los problemas de mano de obra ¹.

Durante los años del Porfiriato también se presenta la preocupación por la distribución de la población en el territorio mexicano, que empezaba a concentrarse en las ciudades mientras que algunas regiones rurales se encontraban muy escasamente pobladas.

Otros problemas que captaban el interés del gobierno porfiriano fueron:

La erradicación o disminución de enfermedades como la tifoidea, la tuberculosis, la fiebre amarilla, viruela, peste, etc. que se presentaban en forma de epidemias lo que llevó a tomar medidas de higiene tales como la vacunación forzosa, la creación de un código sanitario, la disminución de los niveles de mortalidad general e infantil, el registro civil, el saneamiento de las ciudades, etcétera.

A pesar de todas estas medidas, durante la época porfiriana no aparece una ley de Población explícita.

Durante el período revolucionario el ritmo de crecimiento de la población se desaceleró

¹De [CDV] extraemos la explicación de que se consideraba al mexicano trabajador como mal trabajador.

debido al aumento en las tasas de mortalidad causado tanto por las defunciones propias de la guerra como por las producidas por las epidemias que azotaron el territorio nacional.

Este aumento de la mortalidad lleva a crear una política sanitaria que aunada al deseo de poblar el territorio, se transformó en la primera política de población que se redactó en 1936.

1.4.1 Primera Ley General de Población

Esta política promueve el crecimiento de la población mediante la inmigración de extranjeros y de el crecimiento natural, mismo que promueve mediante la nupcialidad temprana. También considera la protección a la infancia, programas de higiene y mejoras en la calidad de vida. Se proponía brindar apoyo económico a las familias que tuvieran más hijos y darles preferencia en cuanto a la obtención de empleos.

En cuanto a la distribución dentro del territorio nacional, ésta ley propone poblar las áreas con baja densidad de población y evitar el aumento poblacional de zonas altamente pobladas y con pocos recursos, mediante la migración interna. Esto, poniendo particular énfasis en las zonas fronterizas.

1.4.2 Segunda Ley General de Población

En 1947 se acepta una nueva ley de población, en esta ley se toma en cuenta el problema de la segunda guerra mundial estableciendo facilidades para la inmigración de europeos sanos, en especial de inversionistas y técnicos, con la finalidad de que éstos capacitaran a los trabajadores mexicanos.

Se alienta el matrimonio temprano autorizando el matrimonio legal para mujeres desde los 14 años y hombres desde 16 años. Se siguen otorgando premios a las familias numerosas.

Promueve el crecimiento natural a través de el código sanitario vigente, el cual prohibía la venta, distribución y uso de métodos anticonceptivos.

A pesar de que la segunda ley general de población estuvo vigente hasta 1973, durante ese período se presentaron distintos cambios en la conciencia social algunos de los cuales

se presentan a continuación.

En la década del los 50, se registra un aumento de la emigración de trabajadores mexicanos a Estados Unidos, ésto provoca la necesidad de abrir fuentes de trabajo en las áreas poco pobladas del país para contrarrestar esta migración.

Durante el período de 1959 a 1964 se crea la primera institución de planificación familiar en México: la Asociación pro bienestar de la familia mexicana que se declaró en la búsqueda de métodos anticonceptivos eficientes y baratos. Desarrolló programas de planificación familiar y los aplica a partir de 1960 en áreas urbanas y a partir de 1963 en áreas rurales.

En 1964 se crea el centro de investigaciones de fertilidad y esterilidad que tenía como finalidad encontrar un método de planificación familiar efectivo y de bajo costo enfocado a la población de bajos recursos (Note la similitud de objetivos con la asociación por bienestar de la familia mexicana).

En 1967 el Instituto Mexicano del Seguro Social empieza sus investigaciones en materia de planificación familiar.

En 1965 la Fundación para Estudios de Población ofrece servicios de planificación familiar en 4 centros en la Ciudad de México. Para 1974 ya contaba con 29 centros en el D. F. y con 69 en el resto de la República Mexicana. Esta era la asociación privada más importante de planificación familiar.

Entre 1972 y 1973 las instituciones gubernamentales de salud amplían sus servicios de planificación familiar.

A principios de la década de los años 70, las condiciones económicas y el rápido crecimiento poblacional hacen necesaria la modificación de la política de población vigente. Otro de los factores que influyeron en ésta necesidad fue que a nivel internacional se consideraba a la explosión demográfica como una explicación al subdesarrollo [JG].

La nueva concepción de la política de población considera que:

- Debería de formar parte del programa de desarrollo económico
- Su finalidad es lograr el bienestar de la población mediante la elevación del nivel y la calidad de vida
- Debe estar basada en los derechos humanos nacionales e internacionales.
- Debe fomentar el desarrollo equilibrado del país y la mejoración del medio ambiente.

- Realizar programas de planificación familiar.
- Debe promover la igualdad de la mujer en los procesos económicos, educativos, sociales y culturales.
- Debe promover la conciencia pública sobre los problemas demográficos del país.

El cambio en la política de población desencadenó la creación de una nueva ley general de población.

1.4.3 Tercera Ley General de Población

Esta nueva ley tiene como objetivo regular los fenómenos que afectan a la población para lograr elevar el nivel de vida. Se determina que el Poder Ejecutivo Federal dicte y determine las medidas necesarias para resolver los problemas demográficos del país. Entre éstas medidas se encuentran:

- Adecuar los programas de desarrollo social.
- Realizar programas de planificación familiar, de servicios educativos y de salud pública.
- Promover la integración de la mujer y de los grupos marginados.
- Modificar la movilización entre distintas partes de la república.

En 1974 se crea el Consejo Nacional de Población (CONAPO) como el organismo encargado de llevar a cabo la planeación demográfica del país. Para poder permitir el total desarrollo de sus funciones el CONAPO se crea como una institución intersecretarial y fue integrado por los secretarios de Educación Pública, Salubridad y Asistencia, Relaciones Exteriores, Trabajo y Previsión Social, Hacienda y Crédito Público y el jefe de departamento de Asuntos Agrarios y Colonización.

Entre las principales funciones del CONAPO destacan:

- Establecer planes y programas de población y relacionarlos con los objetivos sociales y económicos del país.
-

- Promover, apoyar y coordinar estudios e investigaciones que se realicen para los fines de la política de población.
- Evaluar los programas que realicen las distintas dependencias y organismos del sector público y privado y proponer medidas para el cumplimiento de dichos programas.

Para poder llevar a cabo los planes y medidas previstas, era necesario garantizar los derechos de la población, para ello se modificó el artículo 4o. constitucional estableciendo como derecho humano y garantía individual la decisión de el número y el espaciamiento de los hijos. También se hicieron reformas a los artículos 5o, 30 y 123 de la Constitución.

Una vez establecido el marco legal y conformado el CONAPO, se comenzó a trabajar en los problemas demográficos y sus soluciones. Se determinó que una de las mejores formas de modificar el comportamiento de la población hacia los problemas demográficos era mediante la educación dentro y fuera de las escuelas. En base a esto, se nombra a la Secretaría de Educación Pública como la encargada de ésta tarea.

Se modificaron los libros de texto gratuitos de los 6 años de primaria para que incluyeran temas como: la familia, sociedad y comunidad en relación con la migración, el crecimiento y la distribución de la población; la utilización de los recursos, el hombre y su medio, etc. Se encaminó la educación hacia una enseñanza de la conducta biológica y social acorde con los problemas imperantes del país.

Otro sector que se consideró de importancia para la realización de la política de población fue el sector salud. Dentro de éste sector se ubicaron y crearon los programas de Planificación Familiar y Salud Materno infantil.

Al programa de planificación familiar se le dio alta prioridad. Sus principales funciones consistían en propiciar el cambio del comportamiento reproductivo para una mejor relación entre el crecimiento demográfico y el desarrollo económico.

En cuanto a la salud materno infantil, se plantean acciones para la educación, información y uso de servicios médicos encaminados a disminuir la morbilidad infantil. Se prevee atención a la población de 0 a 14 años dando principal atención a los menores de un año.

Resumiendo, Se esperaba la disminución de los niveles de mortalidad y morbilidad materno infantil, la disminución de los índices de abortos provocados, el aumento en el uso de los servicios de atención materno infantil y de planificación familiar, y en general la disminución de los niveles de crecimiento demográfico.

Para ayudar a éstas tareas se estableció el Programa de Orientación e Información del CONAPO con los objetivos principales de crear conciencia acerca de los problemas demográficos, propiciar una conciencia favorable a los medios de regulación de la natalidad y facilitar una mejor distribución de la población dentro del territorio nacional.

A partir de la creación de ésta ley y durante los sexenios siguientes se continúa sobre estas líneas de pensamiento, manteniendo básicamente las mismas prioridades.

Se han implementado diversas medidas para la educación de la población en los aspectos demográficos mediante el uso de los medios de comunicación masiva, como las radionovelas y telenovelas educativas.

Así, las Políticas de población en México presentan 2 vertientes, la primera es una política pro natalista y la segunda es una política antinatalista.

Mientras la primera política estuvo vigente (de principios de siglo y hasta el principio de los años 70) se promocionaba el crecimiento poblacional y para conseguirlo se implementaron planes para la inmigración extranjera, la nupcialidad temprana y la alta fecundidad. Simultáneamente se establecieron programas para abatir los niveles de mortalidad.

Con la segunda política (del principio de los años 70 hasta la fecha), se implementaron planes para combatir los elevados niveles de crecimiento y al mismo tiempo se buscaba elevar la calidad de vida y se estableció que la política de población debe de estar contenida en el programa de desarrollo del país.

Como se puede ver, este cambio radical en el pensamiento demográfico trajo consigo una nueva forma de ver el desarrollo de la población.

1.5 Acceso de la Población a los Servicios de Salud

En esta sección se consideran indicadores como el porcentaje de la población que tiene seguridad social y de indicadores que reflejan los servicios prestados por el sistema de salud.

Se presenta lo referente a la morbimortalidad debido a que refleja de cierta manera el nivel de salud de la población y el cambio en éstos niveles está muy relacionado con los servicios de salud. Para realizar este estudio se tomaron la tasa bruta de mortalidad

agrupada por causas de muerte para la población en general y para la población infantil.

El sistema de seguridad social tiene sentadas bases muy sólidas que van desde el período precortesiano, como las cajas de Comunicaciones Indígenas, que por su estructura accesible y fácil de asimilar fueron aceptadas por el conquistador e incluidas en la estructura social de la Nueva España. Posteriormente, se van amalgamando estas doctrinas y sistemas con otras ideas universales hasta llegar al período de la Revolución Mexicana, donde el sistema de seguridad social adquiere perfiles propios dentro de la filosofía humanista del presente siglo ([?]).

Durante el período porfiriano se estableció un código sanitario y se implementó un programa de vacunación con la finalidad de erradicar enfermedades como la fiebre amarilla, viruela, etc. y campañas de limpieza y sanidad que incluían medidas de control de los mosquitos transmisores de paludismo y de limpieza en contra del cólera y la tifoidea.

Ya en la época de la posrevolución, se puede señalar como antecedente inmediato del ISSSTE a la antigua Dirección de Pensiones, cuyo decreto de creación data del 12 de agosto de 1925, expedido por el entonces presidente Plutarco Elías Calles. Además en 1925 se discutió en la cámara de Diputados un proyecto de atención de accidentes de trabajo y enfermedades profesionales que proponía la creación del Instituto Mexicano del Seguro Social, el cual estaría constituido con representación tripartita y funcionaría con fondos aportados por el sector empresarial.

En el año de 1938 apareció un proyecto de ley del Seguro Social que consideró en su elaboración las experiencias de las instituciones de seguridad social en el mundo. Finalmente en 1941 el Presidente de la República nombró la Comisión Redactora de un Anteproyecto de Ley del Seguro Social, que un año después fue sometido al congreso de la Unión. La ley fue promulgada el 31 de diciembre de 1942 y se publicó en el diario oficial de la Federación el 19 de enero de 1943. Al mismo tiempo se creó el IMSS como un organismo centralizado que tomó a su cargo la organización y administración de los servicios y las prestaciones correspondientes.

El ISSSTE rige sus funciones por una ley federal que fue expedida el 28 de diciembre de 1959 y entró en vigor el 1o. de enero de 1960. Por otra parte, en 1962 se pone en vigor la ley de Seguridad Social para las Fuerzas Armadas.

Con respecto a las instituciones que en México atienden la salud pública y proporcionan los servicios de seguridad social, éstos se agrupan básicamente en tres formas de

Año	Población	Población
	Asegurada	Asegurada %
1950	1.111.544	4.30
1960	4.016.563	11.50
1970	12.195.991	25.08
1980	30.773.224	46.03
1990	48.028.003	59.11

Tabla 1.4: Población asegurada. Fuente: INEGI.

servicios: Gubernamental, representado por la Secretaría de Salud y por los servicios médicos del DDF: Las instituciones de seguridad social integradas principalmente por el ISSSTE, el IMSS y los servicios que prestan PEMEX, Ferrocarriles Nacionales de México, la Secretaría de la Defensa Nacional y la Secretaría de Marina y finalmente, el sector privado, constituido por individuos o grupos, que se apoyan en la libre oferta y demanda y proporcionan sus servicios bajo vigilancia de la Secretaría de salud.

1.5.1 Población total asegurada

No toda la población ha tenido acceso a los servicios de salud, en esta sección se estudiarán los cambios en el porcentaje de la población asegurada por alguno de los sistemas Gubernamentales o por medio de alguna de las Instituciones de Salud Pública.

No se cuentan con registros de la población asegurada sino hasta el año de 1944. Los valores que se muestran a continuación representan el total de personas aseguradas por los sistemas gubernamentales y de las instituciones de salud en su conjunto. Para tener consistencia con los períodos de tiempo que utilizamos se empezará el análisis a partir de 1950.

Observando el cuadro anterior, la población asegurada no nos da mucha idea de los cambios ya que en cada año la población total se ve modificada. Por el contrario al observar la columna del porcentaje, se observa un crecimiento notable de la población con acceso a los servicios de salud en el país, de un 4% en 1950 a un 60% en 1990.

Año	Camas	Unidades	Médicos	Paramédicos
1970	0.83	0.08	0.52	0.90
1980	0.90	0.09	0.85	1.47
1990	0.75	0.12	1.47	2.30

Tabla 1.5: Servicios de Salud. Fuente: INEGI.

1.5.2 Servicios de Salud

En esta sección se estudia el desarrollo del sistema de salud. Ya se sabe que la población con acceso al sistema se ha incrementado de forma drástica lo que corresponde hacer ahora es determinar que tan rápido (o lento) se ha ido desarrollando el sistema de salud a través de los indicadores: número de camas de hospital, número de unidades médicas, número de médicos y número de paramédicos. Todos los indicadores se refieren al número de elementos por cada 1000 habitantes. Los datos sólo se encuentran disponibles para los últimos 3 decenios, 1970, 1980 y 1990.

Se observa que aunque en algunos casos existe una tendencia a aumentar, los indicadores más bien se mantienen constantes. Esto implica que el sistema de salud no está creciendo al mismo ritmo que la población total asegurada. Lo que puede estar sucediendo es que, con casi las mismas unidades médicas y número de camas de hospital (por cada 1000 hab.) se atiende cada vez a más personas y para poder hacerlo se contratan más médicos y paramédicos (enfermeras, camilleros, personal para ambulancias, etcétera) para cada unidad médica.

1.5.3 Morbimortalidad general

En ésta sección se mostrarán las tasas brutas de mortalidad separadas por causas. Se consideran 10 grupos principales de causas de muerte que se nombran a continuación, a cada grupo se le asigna un número arábigo. En adelante, se hará referencia a cada grupo por número.

1.- Enfermedades infecciosas y parasitarias.

Grupo	1950	1960	1970	1980	1990
1	16,22	2,94	2,33	0,89	0,50
2	0,45	0,39	0,40	0,42	0,52
3	0,33	0,31	0,34	0,38	0,56
4	1,01	0,98	1,06	1,07	1,03
5	3,36	2,23	2,19	0,88	0,54
6	0,82	0,61	0,56	0,46	0,41
7	0,06	0,10	0,09	0,09	0,11
8	0,96	0,75	0,72	1,01	0,72
9	2,16	1,81	1,03	0,86	0,67
10	1,58	1,39	1,35	0,44	0,12

Tabla 1.6: Tasas brutas de mortalidad agrupadas por causas. México 1950 a 1990. Fuente [EHM].

2.- Tumores.

3.- Enfermedades de las glándulas endocrinas, de la nutrición, del metabolismo y trastornos de la inmunidad.

4.- Enfermedades del aparato circulatorio.

5.- Enfermedades del aparato respiratorio.

6.- Enfermedades del aparato digestivo.

7.- Anomalías congénitas.

8.- Causas externas de traumatismo y envenenamiento.

9.- Otras causas.

10.- Signos, síntomas y estados morbosos mal definidos.

Para ésta parte se cuenta con información a partir de 1950. En algunos grupos de causas de muerte notamos que existe una fuerte tendencia a disminuir como es el caso de

los grupos: 1.- Enfermedades infecciosas y parasitarias (de 16 a 0.5 defunciones de cada mil), 5.- Enfermedades del aparato respiratorio (del 3 al 0.4 defunciones de cada mil), 9.- otras causas (de 2 a 0.5 defunciones de cada mil) y 10.- Signos, síntomas y estados morbosos mal definidos (de 1.5 a 0.1 defunciones de cada mil), sin embargo, en el resto de los grupos los valores se mantienen relativamente constantes o presentan una tendencia a aumentar como sucede con el grupo 7.- Anomalías congénitas (de .06 a 0.1 defunciones de cada mil).

El que este comportamiento se mantenga a lo largo de 5 decenios puede ser interpretado como un éxito en el control de ciertos grupos de enfermedades (que son causas de muerte cada vez menos frecuentes) como en el caso de las enfermedades infecciosas y parasitarias.

En cuanto al aumento en el grupo 7 (Anomalías congénitas) cabe mencionar la posibilidad de que ésto se deba, al menos en parte, a que algunos padecimientos, que ahora se sabe son congénitos, hayan sido mal diagnosticados en el pasado. De ser así, esto reflejaría que los servicios médicos han mejorado en la definición y diagnóstico de anomalías congénitas.

A lo largo del tiempo los grupos 1, 3 y 9 se mantienen como los grupos con más mortalidad (enf. infecciosas y parasitarias, enf. de las glándulas y el grupo de otras enfermedades). Afortunadamente los valores en éstos grupos presentan una tendencia a disminuir.

1.5.4 Morbimortalidad Infantil

Como ya se había visto en el capítulo de mortalidad, la tasa de mortalidad infantil es un indicador del nivel de salud y servicios de una población, lo que se hará a continuación es desglosar la tasa de mortalidad infantil por causas de muerte.

Los grupos que se manejarán se podrían agrupar un poco más pero es interesante estudiar los casos de algunas enfermedades en particular como es el caso de la neumonía, la diarrea y disentería, etc. A continuación presento una tabla de las causas de muerte y los valores de las tasas de mortalidad infantil correspondiente para los períodos de 1950 a 1990.

Los grupos que se consideraron fueron los siguientes:

1.- Gripe e influenza.

Grupo	1950	1960	1970	1980	1990
1	1.0	1.5	1.1	0.4	0.0
2	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
3	1.1	0.7	0.7	0.2	0.5
4	4.4	1.1	0.6	0.3	0.0
5	0.8	0.2	0.0	0.0	0.0
6	2.9	0.6	0.0	0.0	0.0
7	4.4	3.8	3.5	1.7	0.3
8	22.1	20.7	17.2	7.4	0.7
9	20.6	18.1	15.6	9.0	3.3
10	1.3	1.8	1.7	2.1	2.6
11	4.2	0.0	0.0	1.7	0.6
12	33.4	25.8	26.3	15.9	5.4

Tabla 1.7: Tasas de mortalidad infantil agrupadas por causas. México 1950 a 1990. Fuente [EHM].

- 2.- Viruela.
- 3.- Sarampión.
- 4.- Tosferina.
- 5.- Sífilis.
- 6.- Paludismo.
- 7.- Bronquitis.
- 8.- Neumonía.
- 9.- Diarrea.
- 10.- Anomalías congénitas.
- 11.- Signos, síntomas y estados morbosos mal definidos.
- 12.- Otras enfermedades.

Observamos que en general las tasas tienden a disminuir con mayor o menor rapidez, sin embargo, tenemos que considerar nuevamente al ramo de anomalías congénitas (causa 10) ya que las tasas correspondientes a esta causa tienden a aumentar (de 1.3 a 2.6 defunciones por cada mil nacimientos).

Hay causas en que es notable el descenso de los valores de mortalidad como es el caso de la Neumonía (que descendió de 22 a 0.7 defunciones por cada mil nacimientos), de la Diarrea (de 20 a 3.3 defunciones por cada mil nacimientos) del grupo de las otras enfermedades (de 33 a 5 defunciones por cada mil nacimientos); y hay causas en que a pesar de que los valores siempre han sido bajos ahora se podrían considerar erradicadas como causas de muerte como es el caso de la gripe e influenza, la viruela, el sarampión, la tosferina, la sífilis, el paludismo y la bronquitis.

1.6 Regulación de la Fecundidad

En esta sección se describe el cambio, a través del tiempo, en el uso de métodos anticonceptivos en la población femenina en edades fértiles y que declaró estar casada o unida. Cabe aclarar que aún cuando no todas las mujeres que usan métodos anticonceptivos están casadas o viven en unión libre, la información sobre este tema, se encuentra restringida por el hecho de que los registros por estado civil no se encuentran disponibles en la mayoría de los años en estudio.

En lo que respecta a las fuentes de información, es necesario aclarar que no se dispone de la información con el espaciamiento utilizado en el resto del trabajo (cada 10 años) sino con un espaciamiento irregular que no coincide con los puntos de tiempo estudiados.

Se utilizaron las siguientes encuestas como principales fuentes de información:

- Encuesta Mexicana de Fecundidad, realizada en 1976;
- Encuesta Nacional de Prevalencia en el Uso de Métodos anticonceptivos, realizada en 1979;
- Encuesta Nacional Demográfica, realizada en 1982;
- Encuesta Nacional de Fecundidad y salud, realizada en 1987;
- Encuesta Nacional de la Dinámica Demográfica, de 1992.

En 1977, el Gobierno Federal decide dar un impulso prioritario a las actividades de planificación familiar estableciéndose el Plan Nacional de Planificación Familiar y metas demográficas a corto, mediano y largo plazo con la finalidad de reducir la tasa de crecimiento natural del 3.2% estimado en 1976 al 1.9% en 1989 y al 1% en el año 2000.

La actividad de servicios de planificación familiar recayó en las instituciones del Sector Salud que entonces eran las que habían desarrollado en mayor o menor medida las actividades de distribución de anticonceptivos a partir de las modificaciones de las Políticas de Población a principios de los años 70.

Con lo que respecta al marco institucional, fue necesario formar en 1977 una coordinación del Programa de Planificación Familiar que era la encargada de ordenar los esfuerzos de las distintas organizaciones de salud, de movilizar recursos y de aumentar la disponibilidad de fuentes de obtención de métodos anticonceptivos.

En 1982 de acuerdo con una nueva organización sectorial, se otorgó la coordinación de las instituciones de salud a la Secretaría de Salud presidiendo el grupo inter-institucional

de Planificación Familiar. En éste participaron la Secretaría de Salud, Las instituciones de Seguridad Social, otras instituciones públicas y organismos privados que ofrecen servicios de anticoncepción.

Se entiende por Método Anticonceptivo a cualquier medio, método o acción aplicada a evitar el embarazo.

Los métodos anticonceptivos se clasifican en 2 grupos:

- Los métodos modernos que a su vez se clasifican en permanentes y reversibles
- Los métodos tradicionales.

Los métodos modernos permanentes son la oclusión tubaria bilateral (OTB) y la vasectomía. Aún cuando en algunos casos sí se puede revertir el proceso, generalmente se usan cuando la pareja no desea tener más hijos.

Dentro de los métodos modernos reversibles tenemos varios métodos:

- Métodos hormonales: Pastillas, implantes e inyecciones. Funcionan mediante la aplicación de hormonas en el organismo de la mujer alterando así su ciclo reproductivo.
- Métodos locales: Ovulos y espermicidas. Consisten en la aplicación de sustancias químicas directamente en los genitales de la mujer creando un ambiente no propicio para el movimiento y la sobrevivencia de los espermatozoides.
- Métodos barrera: Preservativos y diafragmas. Consisten en colocar una barrera física para evitar el paso de los espermatozoides.

Dentro de los métodos tradicionales existe una gran variedad de métodos como son: El ritmo, el retiro, el método de Billings, el uso de hierbas y tés, etc. Este tipo de Métodos se manejarán en conjunto y por lo tanto no es necesario explicar cada uno de los métodos.

1.6.1 Uso de Métodos Anticonceptivos

A continuación se analiza la información obtenida de las diversas encuestas para establecer tendencias y niveles en el uso de métodos anticonceptivos durante el período de tiempo de

1976 a 1992. Además se analizarán por edad de la usuaria y por el método anticonceptivo utilizado.

Considere el porcentaje de mujeres que declararon usar algún método anticonceptivo. Si se analiza el comportamiento de dicho porcentaje durante el período de estudio se observa un aumento en el uso de métodos anticonceptivos de más del doble en un lapso de 18 años (de 30% a 63%).

En la gráfica 1.5 se observa el aumento en el porcentaje de mujeres usuarias así como la diferente velocidad de cambio, es decir, de 1976 a 1982 el porcentaje se incrementó casi de manera constante mientras que para el período de 1982 a 1987 el incremento fue más lento y posteriormente se aceleró otra vez.

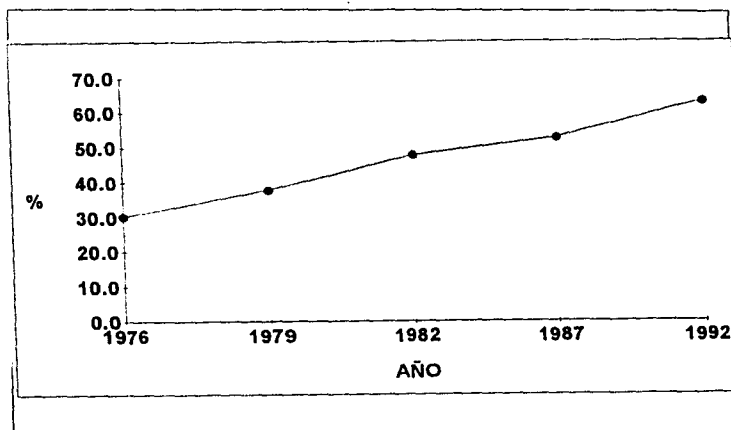


Figura 1.5: Porcentaje de mujeres usuarias de métodos anticonceptivos.

1.6.2 Uso de Métodos Anticonceptivos Según Edad de la Usuaria

Para el estudio del uso de métodos anticonceptivos según la edad de la usuaria se calcula el porcentaje de usuarias según su edad dentro de los grupos 15 a 19, 20 a 24, 25 a 29, 30 a 34, 35 a 39, 40 a 44 y 45 a 49. Cada porcentaje está referido al total de mujeres en el grupo de edad.

Edad	76-79	79-82	82-89	89-92
15 - 19	5.0	1.6	9.4	6.2
20 - 24	10.7	8.3	1.2	8.5
25 - 29	5.9	12.0	-2.5	11.7
30 - 34	11.6	10.2	2.5	7.8
35 - 39	4.9	14.8	3.7	11.3
40 - 44	8.2	9.6	17.3	7.2
45 - 49	4.5	5.8	12.1	16.3
Total	7.6	9.9	5.0	10.4

Tabla 1.8: Incremento en el uso de Métodos anticonceptivos según edad. FUENTE: Encuesta Mexicana de Fecundidad, 1976; Encuesta Nacional de Prevalencia en el Uso de Métodos anticonceptivos, 1979; Encuesta Nacional Demográfica, 1982; Encuesta Nacional de Fecundidad y salud, 1987; Encuesta Nacional de la Dinámica Demográfica, 1992

Se graficaron los porcentajes obtenidos y se observa que en principio todas las edades han mostrado un incremento en el uso de métodos anticonceptivos conforme ha pasado el tiempo.

Se puede observar que existe un cierto patrón en el uso de métodos anticonceptivos que consta de bajos porcentajes en las edades tempranas (15 a 25) y en las terminales (35 a 50) y altos porcentajes en las edades centrales (25 a 35). Aunque éste patrón se ajusta para cada ao se nota una tendencia a continuar el uso de métodos en las edades terminales

En la tabla 1.8 se puede observar el incremento de uso de métodos anticonceptivos entre los períodos.

El incremento mayor inter-períodos se dió entre los aos 1987 y 1992 con un porcentaje de incremento del 10.4%, mientras que el menor se presentó en el período de 1982 a 1987 con un incremento del 5%. Cabe sealar que en todos los períodos se dá un diferencial positivo, es decir, siempre aumenta el porcentaje de usuarias.

Durante el período total de estudio (1976 a 1992) se presenta un incremento del 32.9%, es decir que 33 de cada 100 mujeres empezaron a regular su fecundidad por medio de métodos anticonceptivos.

Con lo que respecta a incremento por grupo de edad, el incremento mayor de todo el período se presenta en el grupo de edad de 40 - 44 años y si se observan los incrementos mayores de cada año se observa que éstos se desplazaron al grupo de edad posterior.

1.6.3 Uso de Métodos Anticonceptivos según Método Utilizado

A continuación se estudiará la preferencia de uso de métodos anticonceptivos. Los métodos que se estudiarán son los siguientes:

- Pastillas hormonales
- Dispositivo intra uterino
- Oclusión tubaria bilateral
- Vasectomía
- Inyecciones hormonales
- Preservativos y espermicidas
- Métodos tradicionales.

El parámetro de comparación es el porcentaje de mujeres que utilizan un método específico entre el porcentaje de mujeres que declararon usar métodos anticonceptivos.

La tabla 1.9 muestra los resultados obtenidos:

Se puede observar que el porcentaje de mujeres que regulan su fecundidad por medio de pastillas hormonales es el más alto durante el período 1976 a 1982. Posteriormente su uso desciende durante el período de 1982 a 1987 de manera que para el período 1987 a 1992 ocupa el tercer lugar de uso.

Es notorio que el porcentaje de uso de las pastillas anticonceptivas ha disminuido conforme avanza el tiempo. Tal vez esto se explica porque cada vez es más fácil obtener distintos métodos con otras ventajas para la usuaria, como pueden ser: métodos de más fácil uso, menos efectos colaterales, mismo o parecido nivel de confiabilidad, etc.

El dispositivo intra-uterino ha mantenido más o menos estable su porcentaje de uso, sin embargo, el lugar que ocupa dentro de las preferencias de las usuarias se ha elevado del tercer lugar (de 1976 a 1982) a ocupar el segundo lugar (de 1987 a 1992).

Método	1976	1979	1982	1987	1992
Pastillas	35.9	33.0	29.7	18.2	15.3
Diu	18.7	16.1	13.8	19.1	17.7
OTB	8.9	23.5	28.1	36.2	43.3
Vasectomía	0.6	0.6	0.7	1.5	1.4
Inyecciones	5.6	6.7	10.6	5.3	5.1
Pre. y Esp.	7.0	5.0	4.1	4.7	5.0
Tradicional	23.3	15.1	13.0	14.7	12.2
Total	100	100	100	100	100

Tabla 1.9: Uso de Métodos anticonceptivos según método utilizado. FUENTE: Encuesta Mexicana de Fecundidad, 1976; Encuesta Nacional de Prevalencia en el Uso de Métodos anticonceptivos, 1979; Encuesta Nacional Demográfica, 1982; Encuesta Nacional de Fecundidad y salud, 1987; Encuesta Nacional de la Dinámica Demográfica, 1992

Con lo que respecta a la Obturación Tubaria Bilateral, se presenta un claro ascenso en el nivel de uso, pasando del 8.9% en 1976 a un 43.3% en 1992. De ser el 5o. método más usado en 1976 pasó al segundo más usado en el período de 1979 a 1982 y el primer método de 1982 a 1992.

La OTB, al ser un método permanente, presenta un efecto acumulativo en los grupos de edad. Tome por ejemplo, el caso de una mujer que opta por la OTB a los 30 años, ésta afectará al grupo 30 - 34 y posteriormente al 35 - 40 y así sucesivamente hasta que ya no pertenezca al grupo de estudio.

La vasectomía no ha presentado mayores cambios en sus niveles de uso siendo el último método en preferencia. Se puede preguntar si ésto se debe a que es un método que se aplica a los varones y por lo tanto no sea debidamente registrada en las encuestas.

Los espermicidas y preservativos mantienen constantes sus niveles, pero presentan una ligera tendencia a disminuir. Su nivel de uso para todo el período se mantiene en sexto lugar.

Por último, los métodos tradicionales presentan en el período de 1976 a 1979 un descenso del 8% y posteriormente se han mantenido estables. Su nivel de uso pasó del segundo al cuarto en preferencia. El cambio en éste tipo de métodos puede deberse a que

no son muy efectivos y su uso requiere de un conocimiento expreso de las funciones del organismo femenino.

La regulación de la fecundidad a través de los métodos anticonceptivos se puede decir que ha tenido éxito. El porcentaje de usuarias de métodos anticonceptivos se ha duplicado y el uso de métodos modernos se ha incrementado notablemente.

Conforme ha pasado el tiempo se observa cómo la población femenina ha cambiado el tipo de método que utiliza aceptando cada vez más los métodos modernos. Hay que destacar que el porcentaje de usuarias de la obturación tubaria bilateral se ha sextuplicado y siendo éste un método permanente, las usuarias de él *salen* del grupo reproductivo influyendo notoriamente en la población expuesta al riesgo de concebir.

Capítulo 2

Análisis Descriptivo

2.1 Descripción del Método

2.1.1 Introducción

En esta sección nos interesa hacer el análisis estadístico del comportamiento del crecimiento de la población mexicana. La herramienta básica en esta sección es una técnica del Análisis Multivariado, una generalización del análisis de Componentes Principales para tablas *bidimensionales* de datos, a la descripción de una situación evolutiva respecto a un parámetro (comúnmente el tiempo). Partiremos de un conjunto de tablas *bidimensionales* de datos, cada una ellas consiste de un conjunto de *características o variables* registradas sobre un conjunto de *individuos u observaciones*, y proporciona una descripción estática del fenómeno en estudio en un instante dado, tal como si fuera una fotografía. Cuando el fenómeno evoluciona se va registrando una secuencia de *fotografías* (tablas) en ciertos instantes del tiempo, consiguiendo de esta manera una reproducción estática a diferentes instantes de la evolución del fenómeno. Si recordamos como se generan las imágenes en el cine por la proyección de la secuencia de fotografías simulando el movimiento, en nuestro caso la secuencia de tablas bidimensionales explican el movimiento o evolución del fenómeno en estudio. En esta sección nuestro propósito principal es la descripción evolutiva del crecimiento de la población mexicana a lo largo del siglo.

Resulta novedosa y original la utilización de estas técnicas estadísticas en esta área del conocimiento, la finalidad principal es resarcir la simulación teórica presentada en el

tercer capítulo puesto que, como allí se muestra existe una fuerte sobrestimación respecto a los datos observados. En este capítulo estaremos por tanto interesados únicamente en un análisis descriptivo de los datos. Asimismo estableceremos el grado de coincidencia entre el modelo ideal y los datos obtenidos colectados.

La presentación de la técnica requiere de una sección donde se hace una revisión somera del método STATIS, el propósito de esta tesis no contempla la presentación del método a detalle por lo que se ofrece un bosquejo general de la técnica empleada. Con base en el primer capítulo se establecen algunos precedentes y nociones básicas con las que posteriormente se interpretarán los resultados, una descripción del método a utilizar y finalmente una sección donde se establecen los análisis e interpretaciones correspondientes a los resultados obtenidos.

El Análisis de Datos está basado fundamentalmente en técnicas algebraicas y geométricas de optimización en espacios euclidianos. Técnica que al aplicarse a un conjunto de datos requiere del Análisis Numérico y, en general, de ciertas técnicas computacionales.

La base teórica a su vez está soportada en una estructura conceptual estadística acerca del tratamiento de los datos, el Método que fundamenta nuestro análisis es el *Método STATIS* desarrollado por H.L'Hermier Des Plantes e Y.Escoufier que viene a mejorar al Método STAVA de M.C. Place en el tratamiento de tablas cúbicas de datos. Desarrollado y propuesto originalmente en Francia con técnicas propias del análisis de datos y actualmente considerado, por su implantación computacional y programas, como el software estadístico apropiado, además de dinámico, para analizar a través de técnicas multivariadas un gran número de situaciones. STATIS es un método basado en medidas de asociaciones, es tratar tablas con dos conjuntos de variables en función de un tercer conjunto invariante. Algunas referencias apropiadas para su análisis formal aparecen escritas en C.Lavit [La], [La1], F. Glacon [Gla] y A.Soriano [So], entre algunos otros. Otras aplicaciones y variantes del método en el caso de tablas de probabilidades se encuentran en T.Foucart [Fo].

Considérese un fenómeno en el cual nos interesa analizar n observaciones (los grupos de edad) y p variables (por ejemplo, tamaño de la población, las defunciones absolutas,

etc.) al instante t con lo que en este instante generaríamos una tabla del tipo

$$\mathbf{X}(t) = \begin{pmatrix} X_1^1 & X_1^2 & \cdots & X_1^j & \cdots & X_1^p \\ X_2^1 & X_2^2 & \cdots & X_2^j & \cdots & X_2^p \\ X_i^1 & X_i^2 & \cdots & X_i^j & \cdots & X_i^p \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ X_n^1 & X_n^2 & \cdots & X_n^j & \cdots & X_n^p \end{pmatrix}.$$

Donde, como se puede observar, las columnas de la matriz corresponden a las variables observadas en la muestra en ese instante. Así por ejemplo, la columna j corresponde a la variable \mathbf{X}^j que describe una cierta característica analizada en el fenómeno, por ejemplo la variable *tamaño de la población mexicana*. En tanto que, el renglón i -ésimo corresponde a la observación o individuo i analizado (la clase de edad sobre la que inciden las variables). Cada uno de estos elementos se encuentra en su espacio Euclidiano correspondiente: el primero es el *espacio de las variables* o *características* \mathbb{R}^n en virtud de la forma que tienen las variables $\mathbf{X}^j = (X_1^j, X_2^j, \dots, X_n^j)^T$ que, como se puede observar, es el registro de la variable j -ésima sobre el conjunto de observaciones (o grupos de edad). Mientras que, en el segundo caso el espacio de las observaciones $\mathbf{X}_i = (X_i^1, X_i^2, \dots, X_i^p)$ es precisamente \mathbb{R}^p . Una interpretación útil es la siguiente: La observación o individuo \mathbf{X}_i consiste de una serie de mediciones de la incidencia del conjunto de variables, así el número X_i^j corresponde a la cantidad de unidades de la variable \mathbf{X}^j registrada sobre la observación o individuo \mathbf{X}_i . En la práctica, una observación o individuo podría ser un grupo de edad $\mathbf{X}_1 = 15-19$, $\mathbf{X}_2 = 20-24$, $\mathbf{X}_3 = 25-29$, etc.

Así X_1^j representa la cantidad de unidades de la variable j presentes en la primera observación o primer individuo, de esta forma nuestra variable \mathbf{X}^j geoméricamente representa un eje, respecto al cual se describen los individuos u observaciones en el espacio \mathbb{R}^p que contiene a la nube de individuos.

Este conjunto de observaciones genera una *nube* de puntos en cada uno de los espacios descritos anteriormente, por otra parte existe una dualidad entre ellos y es posible, por lo tanto hacer el análisis en un sentido, i.e. respecto a las variables o respecto a los individuos. Cuando se hace la gráfica de ésta nube de puntos nuestro objetivo es describir el comportamiento de estos, su variabilidad (o varianza), su centro de masa (o media), alguna posible relación funcional si es que ésta existe entre las variables en estudio. Por lo cual nos interesa la *perspectiva* más interesante respecto a estos aspectos.

Como el lector se puede imaginar la palabra *perspectiva* es clave aquí puesto que no es lo mismo analizar en \mathbb{R}^3 una nube de puntos que viven en un plano cuando éste se encuentra en posición oblicua o de canto. El mejor análisis posible es aquél que se obtiene al colocar nuestros ojos perpendicularmente al plano que contiene a los puntos.

Esta es la idea del análisis de componentes principales y consiste en la construcción de un sistema de ejes donde nosotros podemos ver de la manera más nítida posible los aspectos mencionados anteriormente, buscando el mejor ángulo respecto a estos para hacer una descripción de esa nube de puntos. Este nuevo sistema de ejes (que como anteriormente veíamos eran *variables*) nos describe la mejor perspectiva visual de la nube de puntos correspondientes a las observaciones, cada uno de esos nuevos ejes o nuevas variables se conoce como Componente Principal y se denota por

$$C_j = \sum_{i=1}^p \alpha_j X^i \quad j = 1, \dots, p.$$

Algebraicamente representa una combinación lineal de las variables originales, además, es óptima en el sentido de la descripción de la varianza. (Es decir la mejor perspectiva desde la cual se puede proporcionar la descripción más adecuada de los aspectos que nos interesa describir de la nube de puntos: varianza, media, etc.).

En resumen, se genera un sistema de ejes (las Componentes Principales) a partir del cual se obtiene *la mejor* perspectiva de la nube de puntos (observaciones o individuos) en el sentido de la varianza¹, por supuesto en virtud de que es la *mejor* en el sentido de la varianza esta representación va generando los ejes de acuerdo a un criterio de optimización de la varianza, es decir, selecciona primero la dirección de la varianza máxima de la nube de puntos, y construye de ésta manera C_1 el primer eje o componente principal que acumula o explica una cierta cantidad de la varianza de la nube de puntos, digamos λ_1 , por lo tanto se maximiza ahora la varianza en un subespacio de dimensión $n - 1$, digamos V_{n-1} (el subespacio ortogonal $\langle C_1 \rangle^\perp$) y nuevamente se obtiene la segunda dirección de varianza máxima de la nube de puntos proyectada sobre ese subespacio, obteniendo una segunda componente principal (denotada por C_2), que acumula una varianza λ_2 . La relación entre las varianzas de estas dos componentes principales es, en virtud de la

¹ En el lenguaje del Análisis de Datos se utiliza el término *inercia* tomado de la física, de igual modo se usa el término *centro de masa* en lugar de *media*, en esta tesis y para la finalidad que nos ocupa usaremos los términos clásicos: *varianza* y *media*.

optimización: $\lambda_2 \leq \lambda_1$. Continuando el proceso se obtienen entonces p componentes principales C_1, \dots, C_p con sus correspondientes varianzas $\lambda_1, \dots, \lambda_p$ que preservan la relación anterior:

$$\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_p.$$

Como se puede observar puesto que la primera componente principal C_1 es la que acumula mayor varianza λ_1 , entonces proporciona el mayor porcentaje de varianza acumulada o explicada de la nube de puntos, exactamente acumula

$$\frac{\lambda_1}{\sum_{i=1}^p \lambda_i}.$$

Análogamente la varianza acumulada por las r primeras componentes principales C_1, \dots, C_r es precisamente

$$\frac{\sum_{j=1}^r \lambda_j}{\sum_{j=1}^p \lambda_j}.$$

Si se considera razonablemente aceptable obtener una representación gráfica de la nube de puntos en un subespacio $\langle C_1, \dots, C_r \rangle$ de dimensión $r < n$ deben seleccionarse estas r componentes principales.

De ésta manera, nos conformamos con obtener una representación aceptable en términos del porcentaje de varianza explicada que el investigador considere adecuada. Por supuesto las representaciones visuales que percibimos generalmente suelen hacerse en dos y tres dimensiones, supóngase para fijar ideas que $r = 2$, i.e. dos componentes son suficientes en un problema particular. En este caso; por una parte se obtiene una representación geométrica de la nube de puntos que es, en resumen la proyección de la nube de puntos que vive en \mathbb{R}^p sobre $\langle C_1, C_2 \rangle$ (el plano generado por las dos componentes principales) que acumula la mayor varianza de la nube de puntos. Sin embargo, el precio que hemos pagado es que esta proyección ya no es propiamente la nube de puntos original pero si es la mejor representación gráfica en el sentido de la varianza. Es en éste sentido, que los análisis elaborados sobre esta representación deben ser cuidadosos. Por otra parte, la ganancia de obtener una representación plana, en este caso de la nube de puntos (observaciones o individuos), resuelve un problema de reducción de dimensiones. Implícitamente ello conlleva un problema de cómputo (entre más variables intervengan en el análisis más problemas en el cálculo tendremos). Otro problema colateral al obtener esta representación es que las dos componentes principales C_1 y C_2 seleccionadas en nuestro supuesto, ya no son propiamente las variables originales sino combinaciones lineales de ellas, por

lo que las interpretaciones que se obtengan deben tener esto presente en todo momento. Ello nos conduce al análisis de las posibles relaciones entre ellas y también el problema de eliminación de sus unidades (por ejemplo pueden estar sumandose variables medidas en números naturales, minutos, bytes, etc.) este problema se resuelve considerando transformaciones de las variables originales por variables centradas (es decir considerando una traslación restando la media de la nube de puntos) y reducidas (estandarizadas por la varianza) y se simplifica el análisis al considerarlas centradas (es decir considerando una traslación de la nube de puntos al origen).

Para el lector interesado en un análisis más profundo de esta técnica refiérase por ejemplo a [La] o [So]. Existe literatura desde un punto de vista diferente al del Análisis de Datos (que es básicamente algebraico) donde se consiguen las componentes principales mediante argumentos de optimización via multiplicadores de Lagrange (ver [MKB]).

Este análisis de componentes principales sobre la matriz $\mathbf{X} \in \mathcal{M}_{n \times p}$ considerada en un instante fijo de tiempo t representa intuitivamente la fotografía del fenómeno en ese instante que mencionabamos al inicio de esta introducción, sin embargo, en el tipo de aplicaciones que son el objetivo de esta tesis estamos interesados en ciertos fenómenos evolutivos respecto al tiempo (como por ejemplo, el crecimiento de una población de seres vivos, a lo largo de un periodo temporal) por lo que es deseable considerar (igual que con las observaciones o individuos) una partición (una muestra de tiempos) que nos proporcione el comportamiento instantáneo en cada uno de sus puntos, i.e. un conjunto de tiempos $\{t_0, t_1, \dots, t_m\}$ (los años censales) en los que se observen tablas correspondientes de datos $\mathbf{X}(t_k)$ (los censos) para $k = 0, 1, \dots, m$. De este modo la serie de tablas (o censos) es la aproximación discreta a la evolución continua de la población en ese periodo de tiempo, parámetro que, por otra parte en la realidad es un parámetro continuo correspondiente a un cierto proceso estocástico que subyace en el modelo matemático que simula nuestro problema, es por ello que nuestra aproximación numérica al estudio del problema real en la práctica requiere de esta consideración discreta del tiempo. Generamos un conjunto de tablas que de igual modo que en el cine superpone rápidamente una fotografía tras otra creando el efecto del movimiento, en este caso consideraremos la serie de tablas $\mathbf{X}(t_0), \mathbf{X}(t_1), \dots, \mathbf{X}(t_m)$ como una *tabla cúbica* tal como lo muestra la figura 2.1.

Esta tabla cúbica describe la evolución en cada uno de esos tiempos. El método

Tablas Cúbicas de Datos.

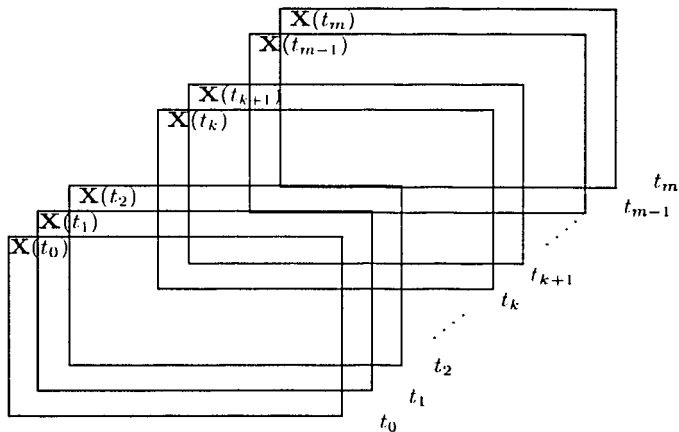


Figura 2.1: Tabla cúbica de datos.

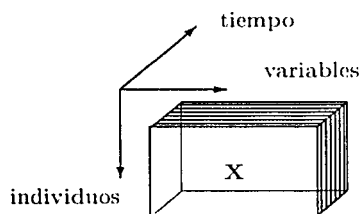


Figura 2.2: Relación individuos-variables-tiempo en la Tabla Cúbica.

STATIS incluso considera la posibilidad de que los individuos (o grupos de edad) puedan abandonar o agregarse al sistema permitiendo con ello mayor flexibilidad en el análisis. Esto se expresa por la notación para cada tabla $\mathbf{X}(t_k) \in \mathcal{M}_{n_k \times p_k}$ para $k = 0, 1, \dots, m$.

Generalmente por los costes asociados, el análisis se hace para tiempos grandes por lo que un ACP bidimensional proporciona información aislada y restringida solo al tiempo en que se observan los datos. Como el lector podrá constatar fácilmente los adjetivos *pequeño* y *grande* son relativos a un problema de escalas, dependen del fenómeno en estudio, porque existen fenómenos tales como los glaciares donde las escalas temporales resultan ser enormes (inclusive de miles de años) en tanto que otros requieren escalas más pequeñas. Existe también una selección de los tiempos dependiente de los intereses del estudio y posibilidades de obtención de la información algunas veces restringida a periodos anuales (el caso de los anuarios económicos), mensual, semanal, o hasta posiblemente la proporcionada por los censos de población o los económicos cada diez y cinco años respectivamente. En esos casos los estudios se supeditan a los lapsos de tiempo estudiados y proporcionan en cierta medida el desarrollo del fenómeno en análisis.

Respecto a la idea de la técnica en el caso de las tablas cúbicas, existen aún varios problemas abiertos tratados en algunos trabajos; por una parte en cada uno de los tiempos t_k es posible realizar un Análisis de Componentes Principales (ACP) con lo que conseguiríamos una representación por separado en cada uno de los tiempos. Sin embargo después cuando se desea estudiar la evolución del fenómeno existe un problema insalvable, que es la conexión de los análisis, puesto que no necesariamente las componentes principales son las mismas en cada instante de tiempo, la conexión de estos estudios separados no proporciona representaciones comparables. Por la razón anterior, estas podrían estar proyectadas sobre subespacios distintos posiblemente incompatibles. En resumen no sería posible en muchos casos establecer una descripción coherente de la evolución del fenómeno en estudio.

El Método STATIS proporciona un estudio general en el sentido que si hay un solo instante de tiempo coincide plenamente con el ACP para tablas bidimensionales, en tanto que si hay mas tablas entonces establece los análisis correspondientes hacia dentro de cada tabla y entre las tablas, puede describir el comportamiento evolutivo de una observación o individuo en el tiempo y simultáneamente respecto a los demás individuos. En este sentido genera componentes principales que, por una parte, describen el comportamiento entre

los individuos en cada tabla (las componentes principales clásicas) y por otra describe el comportamiento de las tablas entre sí. Como se puede intuir estas componentes principales son el nuevo sistema de ejes, donde se proyectan representaciones de las nubes de puntos \mathcal{N}_k para $k = 0, 1, \dots, m$ (observaciones o individuos) respecto al conjunto de las variables que intervienen en el estudio.

2.1.2 Aplicación del Método

El Método STATIS describe simultáneamente el comportamiento de las evoluciones de los individuos (grupos de edad) en todos los tiempos, es decir establece la relación de la evolución de un individuo (grupo de edad) (o el comportamiento de éste en el transcurso del tiempo) con respecto al resto de los individuos (grupos de edad) presentes en el estudio. En tanto que un ACP para cada tabla nos proporciona una descripción de los individuos (grupos de edad) entre sí en un instante de tiempo fijo, sin embargo no existe relación entre las diferentes representaciones a tiempos diferentes.

La aplicación del Método STATIS consiste de tres etapas:

La INTERESTRUCTURA.

La primera de ellas que describiremos aquí corresponde al análisis *INTER* y es aquella parte en la que se establecen las relaciones entre las tablas (los censos), describe la evolución con respecto al tiempo de las tablas. En este caso para la tabla (o censo) k ($k = 0, 1, \dots, m$) la nube de puntos correspondientes a las observaciones (o grupos de edad) será denotada por \mathcal{N}_k , donde $\text{Card}(\mathcal{N}_k) = n_k$. (Se recuerda también que $\mathcal{N}_k \subset \mathbb{R}^{p_k}$). En esta etapa se establece una comparación de las nubes de puntos a diferentes tiempos.

Inicialmente se construye un espacio tensorial $\mathbf{E} = \mathbb{R}^{p_1} \otimes \dots \otimes \mathbb{R}^{p_m}$, donde sea posible identificar cada una de las nubes de puntos \mathcal{N}_k con otra \mathcal{N}_k^\otimes inmersa en este espacio². Más apropiadamente se encuentra un subespacio \mathbf{L} vectorial de dimensión p , que contenga a todo $\mathbb{R}^{p_k} \subset \mathbf{L}$, $\forall k \in \{1, \dots, m\}$. Este subespacio vectorial de \mathbf{E} es \mathbb{R}^p , y es precisamente la suma directa de los espacios generados por todas las variables que intervienen en el estudio. O en otras palabras, la suma directa del espacio con las variables que aparecen en todas las tablas bidimensionales con el subespacio generado por las variables complementarias (aquellas que no aparecen en todas las tablas), también se puede describir como la intersección de todos los subespacios no triviales generados por las variables dentro del

²Que será denotada nuevamente y sin temor a confusión por \mathcal{N}_k .

Considérese una tabla cúbica con $k = 5$, cada renglón contiene las variables asociadas a una tabla bidimensional al tiempo t_k ($k = 1, \dots, 5$). Puede ocurrir que no todas las variables intervegan en todas las tablas (censos), en este caso $\mathbf{L} = \mathbb{R}^9$.

Tabla 1	X^1		X^3	X^4			X^7	X^8	X^9	$p_1 = 6$	$\mathcal{N}_1 \subset \mathbb{R}^{p_1}$
Tabla 2	X^1		X^3	X^4		X^6	X^7	X^8	X^9	$p_2 = 7$	$\mathcal{N}_2 \subset \mathbb{R}^{p_2}$
Tabla 3	X^1		X^3	X^4	X^5	X^6	X^7	X^8	X^9	$p_3 = 8$	$\mathcal{N}_3 \subset \mathbb{R}^{p_3}$
Tabla 4	X^1		X^3		X^5	X^6		X^8	X^9	$p_4 = 6$	$\mathcal{N}_4 \subset \mathbb{R}^{p_4}$
Tabla 5	X^1	X^2		X^4	X^5	X^6				$p_5 = 5$	$\mathcal{N}_5 \subset \mathbb{R}^{p_5}$

Figura 2.3: Este es un caso posible que permite abordar el Método STATIS, aquí las variables que entran y salen del estudio a tiempos diferentes se denominan variables suplementarias.

espacio producto tensorial \mathbf{E} . Un ejemplo específico lo da la figura 2.3. Sin embargo, en nuestras aplicaciones contamos con el mismo número de variables en cada una de las tablas bidimensionales (censos), con los mismos individuos u observaciones (grupos de edad) en cada instante de tiempo, es decir, las tablas cúbicas en nuestras aplicaciones son *completas*.

Es dentro de este subespacio \mathbf{L} que se garantiza la comparación entre las nubes de puntos bajo una misma estructura de producto interno (se tiene la misma métrica, ángulos, distancias, etc.). Y se comparan las nubes de puntos a través del producto interno (usando el operador traza) de las matrices de covarianza asociadas.

Por ejemplo a partir de la tabla $\mathbf{X}(t_k) \in \mathcal{M}_{n_k \times p_k}$ (suponiendo ya obtenido el subespacio \mathbf{L} o bien que en nuestro caso tenemos variables completas en todas las tablas bidimensionales ($p_k = p$ con $k = 0, 1, \dots, m$)). Si las variables son centradas y reducidas

las matrices de correlaciones $\mathbf{C}_k = \mathbf{X}(t_k)^T \mathbf{X}(t_k) \in \mathcal{M}_{p \times p}$. Nos proporcionan en cada instante de tiempo las matrices de las correlaciones y con el producto interno definido a través de la traza de una matriz

$$\text{dist}(\mathbf{C}_k, \mathbf{C}_{k'}) = \text{tr} \left((\mathbf{C}_k - \mathbf{C}_{k'})^T (\mathbf{C}_k - \mathbf{C}_{k'}) \right),$$

entonces podemos generar una distancia, de este modo dos matrices (o censos) \mathbf{C}_k y $\mathbf{C}_{k'}$ son casi iguales si su distancia es casi cero, en ese sentido no habrá cambiado el proceso o la evolución del fenómeno en los instantes correspondientes t_k y $t_{k'}$. Las nubes \mathcal{N}_k y $\mathcal{N}_{k'}$ tienen prácticamente el mismo comportamiento (respecto a las variables). En la figura la flecha indica que el estudio se centra básicamente en la evolución respecto al tiempo, sin embargo como el anterior argumento resalta se está tomando en cuenta en todo momento a las variables e individuos que intervienen en el estudio.

Implícitamente la comparación de las matrices de correlación a diferentes instantes de tiempo supone la comparación de las nubes de puntos correspondientes.

Observación 1

Otra observación al margen del ACP, es que existe un esquema de dualidad entre los análisis correspondientes a las observaciones o individuos y el correspondiente a las características o variables, puesto que en lugar de analizar la nube de individuos (grupos de edad) en el espacio cuyos ejes representan a las variables se puede hacer el procedimiento inverso y analizar las nubes de puntos de las variables correspondientes medidas sobre los ejes de los espacios de individuos (grupos de edad). \square

La INTRAESTRUCTURA.

En una segunda etapa conocida como *INTRA* se resume el análisis entre los individuos (grupos de edad) hacia dentro de las tablas (censos). Se establece una proyección en un subespacio de la representaciones de los individuos (grupos de edad) (ello indica el comportamiento de cada individuo (grupo de edad) denotado como X_i , $i = 1, \dots, n$ con el resto de individuos (grupos de edades)) y los proyecta en el subespacio generado por las componentes principales, ésta etapa describe el comportamiento entre individuos (grupos de edad).

En resumen son análisis internos de las variables de cada una de las tablas (censos) en el subespacio vectorial donde se identifican las nubes de puntos \mathcal{N}_k , estos análisis tratan

El Análisis de la Interestructura (*INTER*) estudia las relaciones entre las tablas, gráficamente esto se resume en las siguientes figuras

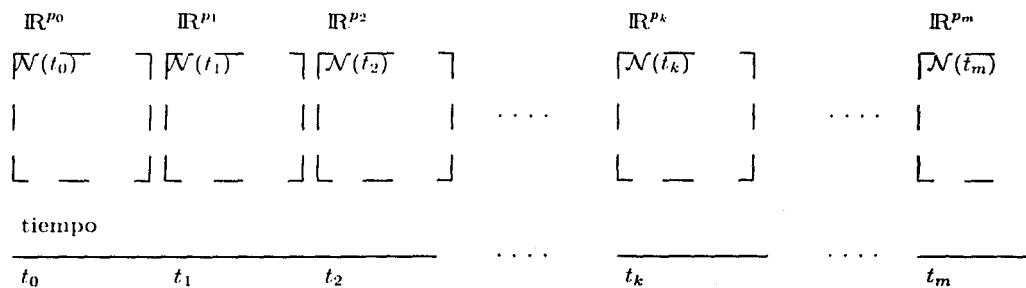


Figura 2.4: Secuencia de las nubes $\mathcal{N}(t_k) \subset \mathbb{R}^{p_k}$ de puntos en el tiempo t_k , con $k = 0, 1, \dots, m$.

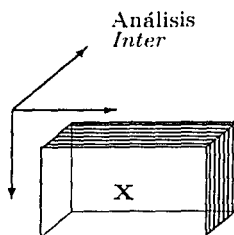


Figura 2.5: Se estudia el fenómeno respecto de la evolución temporal, por ello la flecha indica el parámetro en que trabaja el análisis *INTER*.

las variables en cada tabla e indican el posible indicio de relación lineal y su relación entre tablas activas de las matrices de correlación. Ello hace posible comparar las tablas (o censos) a través del comportamiento de los individuos (grupos de edad) dentro del estudio.

Las TRAYECTORIAS.

En la tercera etapa se consideran las representaciones de los individuos (o grupos de edad) en cada tiempo. de este modo un individuo $X_i(t_k) \neq X_i(t_{k'})$ si $t_k \neq t_{k'}$, i.e. se considera como un punto distinto el mismo individuo a tiempos distintos, ello permite establecer una trayectoria evolutiva del individuo y observar su comportamiento a lo largo del tiempo. Estas representaciones sobre un subespacio de componentes principales de la tabla cúbica de datos permite evaluar las tendencias de los individuos conforme transcurre el tiempo. Estas representaciones están en este caso referidas a un sistema de componentes principales general que comprende a las nubes \mathcal{N}_k de todas las tablas \mathbf{X}_k ($k = 1, \dots, m$). Por ello en este caso si es posible establecer una conexión entre los distintos tiempos. Esta parte es mejor conocida como *TRAYECTORIAS*. Nuevamente, como en el caso del Análisis de Componentes Principales, las tablas bidimensionales nos encontramos con los mismos problemas de interpretación de las nuevas variables que, también son una combinación lineal a tiempos diferentes de las variables originales. La estrategia en este caso es sumergir a las diferentes nubes de puntos en un espacio que resulta ser el producto tensorial de los espacios donde viven las nubes de individuos a los diferentes instantes de tiempo, en otras palabras se sumerge cada una de las nubes de puntos \mathcal{N}_k para $k = 1, \dots, m$ en un espacio \mathbf{E} que es el producto tensorial de todos los espacios $\mathbb{R}^{p_1} \otimes \mathbb{R}^{p_2} \otimes \dots \otimes \mathbb{R}^{p_m}$, posteriormente se encuentra la mejor perspectiva de la nube mediante el análisis de componentes principales para este espacio.

En este nuevo eje de referencia que considera de una sola vez a todas las tablas se obtiene aquella dirección respecto de la cual las tablas generan la mayor varianza y se obtiene el primer eje o componente principal, de igual modo se siguen obteniendo sucesivamente el resto hasta reconstruir un sistema de ejes que explican la varianza total. Se selecciona el subespacio que explique un porcentaje considerable de la varianza total y se proyecta sobre las componentes principales a las nubes de puntos o tablas, esa gráfica está representada en el análisis *inter*. En tanto que en el análisis *intra* se representan a los individuos estudiados en la serie de tablas, y se establecen las relaciones de las variables en

El Análisis de la Intraestructura (*INTRA*) estudia las relaciones entre las variables (o individuos), gráficamente esto se resume:

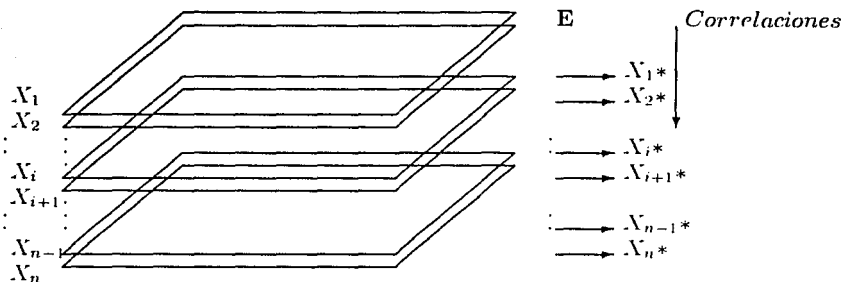


Figura 2.6: Secuencia de las matrices de evolución de los individuos (grupos de edad). Cada una de las tablas (o censos) *horizontales* contiene los datos de un mismo individuo (grupo de edad) a lo largo de todo el proceso evolutivo, en cada una de ellas se obtiene el comportamiento promedio (centro de masa de la nube de puntos del individuo (grupo de edad) a diferentes tiempos) denotado por X_i^* en el espacio \mathbf{E} . Por la dualidad entre variables e individuos se genera el correspondiente análisis temporal entre las variables a diferentes tiempos.

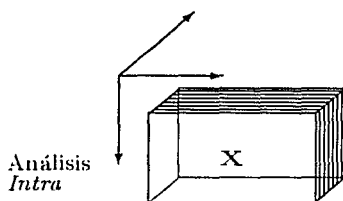


Figura 2.7: Se estudia el fenómeno a través de las relaciones entre los individuos (o grupos de edad) hacia dentro de cada tabla (o censo) (estas relaciones se comparan entre sí con aquellas generadas en las otras tablas por ello la flecha indica el parámetro en que trabaja el análisis *INTRA*).

El Análisis de las trayectorias (*TRAJECT*) estudia conjuntamente las evoluciones temporales de los individuos (o las variables), como se describe a continuación:

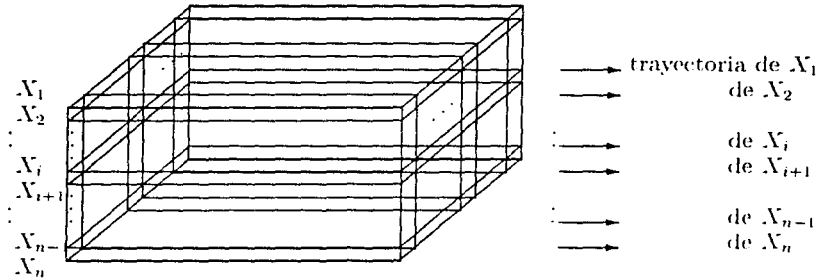


Figura 2.8: Secuencia de las matrices de evolución de los individuos (grupos de edad). Cada una de las tablas (censos) *horizontales* contiene los datos de un mismo individuo (grupo de edad) a lo largo de todo el proceso evolutivo, en cada una de ellas se obtiene el comportamiento promedio (centro de masa de la nube de puntos del individuo a diferentes tiempos) denotado por X_{i*} en el espacio E .

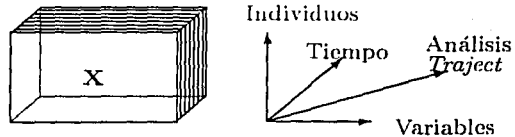


Figura 2.9: Se estudia el fenómeno a través de las relaciones entre los individuos (o grupos de edad) (para ello se consideran individuos X_{i*} , $i = 1, \dots, n$), la flecha indica que la gráfica que ofrece el Método es una mezcla de las evoluciones de los individuos (grupos de edad) en los diferentes instantes de tiempo considerados, respecto a las variables.

cada tabla, se trata ahora de representaciones promedio que reflejan el comportamiento de cada individuo (o grupo de edad) a lo largo de la evolución del fenómeno de interés. En tanto que en el análisis de las trayectorias, para el individuo (grupo de edad) i -ésimo \mathbf{X}_i a diferentes tiempos se obtiene su matriz de evolución $(\mathbf{X}_i(t_0), \mathbf{X}_i(t_1), \dots, \mathbf{X}_i(t_m))^T$, se recuerda que cada una de las entradas es un vector, de este modo $\mathbf{X}_i(t_k)$ es el renglón correspondiente a la observación i -ésima en la tabla de datos (o censo) obtenida al tiempo t_k (para $k = 1, \dots, m$), es decir que las nubes de puntos que describen la evolución de cada individuo son proyectadas también sobre el subespacio generado por las componentes principales correspondientes a la tabla cúbica de los datos. Esta proyección cuando aparece, por ejemplo, sobre un plano genera un conjunto de puntos cuyas etiquetas son $\mathbf{X}_{i,k}$ pero que si para el individuo (o grupo de edad) i -ésimo se une desde el punto $\mathbf{X}_{i,0}$ al punto $\mathbf{X}_{i,1}$, y de este al $\mathbf{X}_{i,2}$ y así sucesivamente por medio de una poligonal que termine con una flecha con cabeza en el último punto $\mathbf{X}_{i,m}$, indicando de esta forma que la evolución prosigue, obtendremos una trayectoria en el plano generado por las componentes principales de la tabla cúbica de datos. También se proporciona la media temporal es decir el vector media de la matriz anterior, este está representado por la etiqueta \mathbf{X}_{i*} . En este plano y una vez interpretadas las componentes principales correspondientes es posible interpretar la evolución del conjunto de individuos (grupos de edad) respecto al de variables a través del tiempo. Ahora se consideran las caras horizontales del cubo de datos, que en este caso describe cada una de ellas la evolución para cada uno de los individuos (grupos de edad) respecto a las variables. La figura 2.10 muestra la tabla asociada al individuo (grupo de edad) i -ésimo. La tapa superior i corresponde a la matriz de evolución del individuo u observación i , con ella se puede generar una trayectoria para cada individuo $i = 1, \dots, n$. Obteniendo una trayectoria evolutiva de todos los individuos en todos los instantes de tiempo.

Una de las más importantes ventajas que el Método STATIS trae consigo es que debido a la construcción teórica es posible considerar inclusive problemas evolutivos tales que las variables de una tabla a otra no sean las mismas, ni el mismo número de ellas (i.e. $p_1 = p_2 = \dots = p_m$ puede no ocurrir).

Asimismo, puede considerar conjuntos de individuos (grupos de edad) que de una tabla (censo) a otra no sean los mismos o que tampoco el número de ellos sea siempre el mismo (i.e. $n_1 = n_2 = \dots = n_m$ puede no ocurrir también). Obsérvese que esta flexibilidad

La tapa superior i corresponde a la matriz de evolución del individuo (o grupo de edad) i a partir de la que se genera la trayectoria para ese grupo de edad.

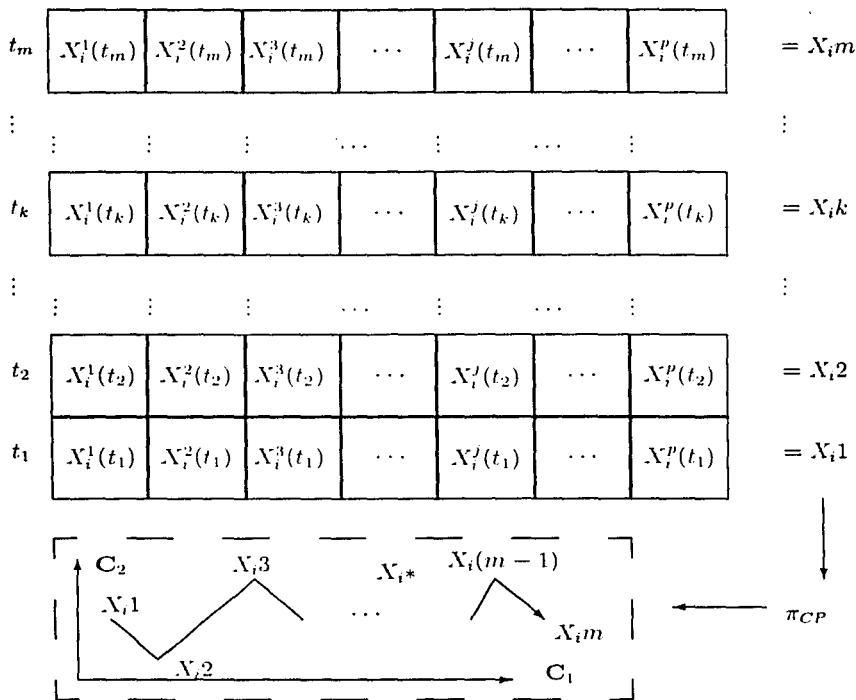


Figura 2.10: Los puntos $X_{ik} \in \mathbb{R}^p$ para $k = 1, \dots, m$ son proyectados sobre el espacio generado por las Componentes Principales mediante la transformación π_{CP} , sin embargo se denotarán simplemente por X_{ik} , sin temor a confusión debido a que estas proyecciones son las que obtenemos en la salida del programa, la posible confusión se presentaría en el desarrollo teórico cuando se desea diferenciar los puntos antes de la proyección y los proyectados. STATIS también genera dos gráficas más del tiempo con respecto a las componentes principales C_1 y C_2 respectivamente. X_{i*} denota la media de los vectores X_{ik} , con $k = 1, \dots, m$.

respecto, tanto al número de variables como de individuos (grupos de edad); ofrece un método dinámico y eficaz de estudio descriptivo de los fenómenos de evolución.

2.2 Interpretación de los resultados

Un análisis de las gráficas de la parte *Inter*, en la que se analiza el comportamiento de las tablas a lo largo del tiempo, muestra una similitud entre las poblaciones de los años 1930, 1940 y 1950 respecto a las variables: cantidad de individuos por cada grupo de edad, número de defunciones y los nacimientos. Relativamente diferentes a este primer grupo de tablas se encuentra un segundo grupo consistente de los años 1960 y 1970, que siendo iguales entre sí, reflejan variaciones posiblemente por un incesante aumento de la población, del que posteriormente la década 1980 da cuenta alejándose significativamente de todos los grupos de tablas debido posiblemente a una intensa campaña de disminución de la población generada a través de los métodos anticonceptivos (entre otros aspectos), producto a su vez, de la política de población imperante en la época. Para el año 1990, se registra nuevamente un acercamiento a los años anteriores pero significativamente alejado de ellos. Esto se explica por el efecto *rebote* que produce un impacto de la política de control ejercida en la década de los 80 y la inercia en el comportamiento de las décadas anteriores. Lo cual nos lleva a inferir que la parte positiva del eje vertical está fuertemente asociada a el tamaño de la población e inversamente la parte negativa del eje vertical está asociada al decrecimiento de ella.

El comportamiento de la población de las décadas 1930, 1940 y 1950 es semejante respecto a las variables mortalidad y con fecundidad parecida (cabe señalar que esta población es predominantemente joven).

Apoyados en el hecho que durante las décadas de los 1960 y 1970 la mortalidad era menor y la fecundidad mayor comparativamente con las décadas anteriores, es válido pensar que el eje 1 (o eje horizontal en la gráfica) está inversamente relacionado con la mortalidad. Los avances en materia de salud podrían explicar en buena medida este hecho. Los grupos de edades jóvenes para las décadas de 1960 y 1970 son bastante amplios proporcionalmente en relación a décadas posteriores. En las décadas de los 80 se ejercieron amplios controles de la natalidad y una disposición de medios efectiva en su

aplicación. En los 90 el aumento en los nacimientos se debe por la inercia de la historia de décadas anteriores, frenado al mismo tiempo por la política del control natal imperante. La estructura por edades es muy semejante a la de 1980 a diferencia de las décadas anteriores.

En la parte *Intra* se analizan los grupos de edad que componen la población, en ella se observa claramente que los grupos de edades tempranas 0 – 4, 5 – 9 y 10 – 14 (en el cuadrante negativo para el eje vertical y positivo para el eje horizontal) asociados a individuos incapaces de reproducirse no ejercen, por lo pronto influencia directa en el crecimiento de la población aunque su número es proporcionalmente grande. Las edades jóvenes y capaces de reproducirse (15 – 19, 20 – 24, 25 – 29 30 – 34 y 35 – 39) aparecen en el cuadrante positivo del eje vertical y positivo del horizontal nos induce a pensar el eje vertical como la fecundidad asociada a esos grupos, en particular la fecundidad mas alta se registra para el grupo 20 – 24, posiblemente existe una mortalidad baja en estos grupos. Los grupos siguientes se agrupan prácticamente en la parte negativa del eje vertical y negativa del eje horizontal, ello nos conduce a pensar que son grupos de baja o nula fecundidad y alta mortalidad. Como observación aparte, centramos nuestra atención en el grupo de edad 0 – 4 que se localiza en la parte negativa del eje vertical y en la positiva del eje horizontal bastante alejado del resto ello se explica por la alta mortandad de los individuos de este grupo de edades.

Existen dos grupos de edad que no se pueden asignar fácilmente a ninguno de los tres grupos descritos anteriormente, los grupos 40 a 44 y 45 a 49. Estos se encuentran muy cerca del origen de la gráfica. Estos grupos presentan una baja fecundidad y una mortalidad no tan alta como en los grupo finales, de esta forma, no presentan una aportación a la tendencia.

Capítulo 3

Un modelo de crecimiento

3.0.1 La primera aproximación al análisis

Uno de los primeros modelos matemáticos que exhibe el comportamiento del crecimiento de poblaciones y, sin duda, el más conocido, es el modelo del crecimiento exponencial, aunque éste posee, como veremos posteriormente, serias deficiencias. De todos modos, en un cierto período de tiempo refleja, en efecto, el comportamiento del crecimiento de algunas poblaciones humanas. En la tabla 3.1, la población N es listada en cada década comenzando desde el año 1790.

Los datos de la tabla 3.1 se muestran en la figura 3.1 a través de gráficas de tipo aritmético y semilogarítmico. Observemos las líneas continuas de esas figuras por un momento. En la gráfica semilogarítmica de la ecuación (3.3) se observa que los puntos aparecen por abajo de la línea recta¹. Refiriéndose a la ecuación (3.3), observamos que durante un período de tiempo de unos 120 años aproximadamente, la población de México fue creciendo linealmente, más que, exponencialmente. Respecto al comportamiento del crecimiento en este caso es posible visualmente construir una línea recta que ‘atraviese’ los doce o trece puntos: un método seguro para determinar la línea de ‘mejor ajuste’ es el Método de Mínimos Cuadrados. Este método puede consultarse en la literatura clásica y, en particular, sirve en el análisis de la distribución logística.

Un cálculo a través de mínimos cuadrados involucra las primeras doce o trece décadas

¹Como puede observarse en la tabla 3.3 un ajuste exponencial a este conjunto de puntos nos lleva a datos calculados ridículos para tiempos grandes.

Año t	N(t)	Año t	N(t)
1790	4,636,074	1900	13,607,272
1803	5,764,731	1910	15,160,369
1810	6,122,374	1921	14,334,780
1820	6,204,000	1930	16,552,722
1830	7,996,000	1940	19,653,552
1842	7,015,509	1950	25,791,017
1850	7,500,000	1960	34,923,129
1861	8,174,400	1970	48,225,238
1870	8,782,198	1980	66,846,833
1880	9,000,000	1990	81,249,645
1895	12,632,427	1995	91,158,290

Tabla 3.1: Población de la República Mexicana por décadas.

proporcionándonos como resultados para el ajuste lineal; $N_0 = 8.1$ millones con $a = 0.1236$ años⁻¹. Sin embargo, existe una ruptura al pasar de la década de 1910 a 1921 a consecuencia de la Revolución Mexicana, después de la que, por cierto, la población disminuyó en un 0.054% o 825,589 personas.

A partir de ese momento, al normalizarse la situación social del país se observa un crecimiento aparentemente exponencial en las seis décadas sucesivas (entre 1921 y 1970). De hecho, ya que nuestro objetivo es analizar el crecimiento de la población mexicana en este siglo básicamente debemos considerar las siguientes décadas a la revolución, por ello la tabla 3.2 nos basta para precisar la etapa que nos ocupará de aquí en adelante.

Obtenemos bajo este supuesto en el comportamiento de los datos en ese período los siguientes valores estimados para el ajuste: $N_0 = 8.1$ millones y $a = 0.02015$ años⁻¹.

Con estos valores para el coeficiente de crecimiento, la población se duplica al tiempo $t_2 = 3.475$ años. El tiempo que se requiere para multiplicar la población por ocho es $t_8 = (1/a)\ln(8) = 10.424$ años y se multiplica diez veces cuando pasan 11.542 años.

Sobre esta base, en el año $1921 + 39 = 1960$ la población aproximada debería ser $N = 8N_0 = 33,780$; resultado que se acerca al valor $N = 34,923$ mostrado en la tabla 3.1.

Año	Población Total	Fuente
1910	15,160,369	III Censo General de Población
1921	14,334,780	IV Censo General de Población
1930	16,552,722	V Censo General de Población
1940	19,653,552	VI Censo General de Población
1950	25,791,017	VII Censo General de Población
1960	34,923,129	VIII Censo General de Población
1970	48,225,238	IX Censo General de Población
1974	58,320,335	INEGI, CONAPO, CELADE
1975	60,153,387	INEGI, CONAPO, CELADE
1976	61,978,684	INEGI, CONAPO, CELADE
1977	63,812,850	INEGI, CONAPO, CELADE
1978	65,658,312	INEGI, CONAPO, CELADE
1979	67,517,498	INEGI, CONAPO, CELADE
1980	69,392,835	INEGI, CONAPO, CELADE
1981	71,249,069	INEGI, CONAPO, CELADE
1982	73,122,295	INEGI, CONAPO, CELADE
1983	74,980,539	INEGI, CONAPO, CELADE
1984	76,791,819	INEGI, CONAPO, CELADE
1985	78,524,158	INEGI, CONAPO, CELADE
1990	81,249,645	INEGI, CONAPO, CELADE
1995	91,158,290	INEGI, CONAPO, CELADE

Tabla 3.2: Población Total entre censos a partir de 1970 a 1990 obtenida bajo diversas fuentes.

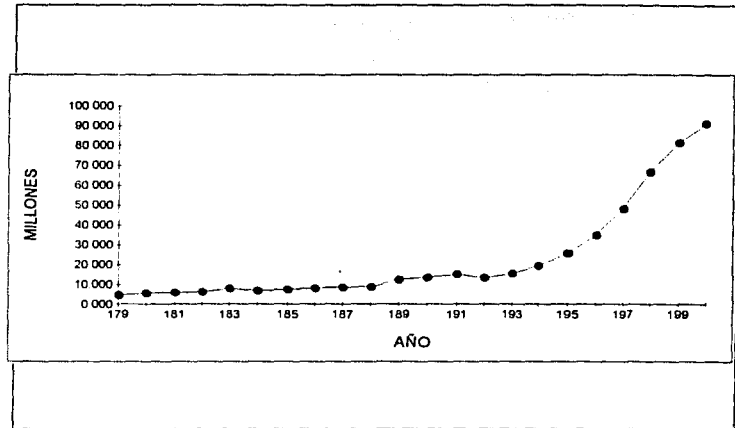


Figura 3.1: Gráficas aritmética y semilogarítmica, respectivamente, de la población de la República Mexicana de 1790 a 1995.

Al sustituir los valores indicados anteriormente para a y N_0 en las ecuaciones (3.2) y (3.3) se obtienen las líneas continuas mostradas en la figura 3.1.

Ahora supondremos el mismo comportamiento a lo largo del tiempo y haremos una proyección para valores grandes del tiempo. De la ecuación (3.2) se obtienen los siguientes números

Debido a la ruptura que se observa a consecuencia de la Revolución Mexicana y, a que, esencialmente el comportamiento cambió a partir de esa fecha posiblemente debido a una mejora de las condiciones de la población, el coeficiente de crecimiento se modificó. Para su tratamiento pensemos nuevamente en una reparametrización \hat{t} en el tiempo.

Aquí se observa que por 1921 ($\hat{t} = 0$) el valor calculado, basado sobre el crecimiento exponencial, es notoriamente diferente del valor observado. Los resultados calculados para 1980 y 1995 son ridículos. Esta discrepancia se puede observar claramente en las gráficas expuestas en la figura 3.1.

Resumiendo, concluimos que a partir de la revolución en México (i.e. en la década que va de 1910 a 1921) existió una disminución de la población y una ruptura en el patrón de crecimiento. Por ello partimos del año 1921 y analizamos la población de la nación

Año	Tiempo	Calculado	Calculado	Observado
		Exponencial	Lineal	
1790	0	2.1	8.167	4.636
1842	52	24.98	14.52	7.015
1895	105	--	21.078	12.632
1900	110	--	21.696	19.653
1910	120	-	22.932	66.817

Tabla 3.3: Comparación de datos observados y calculados.

y ahí se observa que no creció tan fuertemente a partir de 1980 hasta la fecha, como lo sugiere la tasa exponencial. Al mismo tiempo, ciertos factores concentrados (mejores niveles de sanidad pública, de vida, etc.) comenzaron a surtir efecto. Se reconsidero el hecho de que no se tiene una capacidad de carga infinita ni una definición ilimitada de crecimiento demográfico. Por tanto, esta aproximación ideal es poco razonable y realista para nuestros fines. Este aspecto de crecimiento desacelerado razonablemente podría ser descrito por la ecuación Verhulst o la ecuación logística.

El modelo teórico

En vista de las observaciones anteriores proponemos un modelo ideal acerca del comportamiento de la población mexicana moderna, ello incluiría la consideración de un crecimiento exponencial en una primera etapa, para, posteriormente seguir un patrón logístico de potencias.

El modelo Exponencial

El modelo exponencial asociado a procesos de crecimiento en condiciones de medios con carga ilimitada corresponde a la ecuación diferencial

$$\begin{cases} \frac{dN}{dt} = aN, \\ N(0) = N_0, \end{cases} \quad (3.1)$$

donde a es el coeficiente de crecimiento que supondremos constante. Esta ecuación dice que la tasa con la que la cantidad N cambia en cada tiempo es directamente proporcional

al monto de la cantidad presente en cada instante. La cantidad inicial N_0 se conoce como condición inicial. La solución del *Modelo Malthusiano* (3.1) es bien conocida y está dada por

$$N = N_0 e^{at}. \quad (3.2)$$

Al considerar el logaritmo natural se obtiene la relación lineal en los parámetros

$$\ln(N) = \ln(N_0) + at \quad (3.3)$$

mejor conocida como la transformación semilogarítmica de (3.3).

Combinación de la función exponencial y la distribución exponencial confinada

Debido a las desventajas que presenta el modelo exponencial o Malthusiano nos proponemos exhibir ciertas 'correcciones' que reflejen el comportamiento de los datos observados. El objetivo de este modelo no es simplemente pegar las dos distribuciones asociadas al modelo exponencial y al logístico respectivamente. Como hemos visto, en base a la evidencia que proporcionan los datos la función exponencial es válida sobre un período de tiempo durante el que la tasa de crecimiento se incrementa. Denominaremos a esta etapa como *Etapa exponencial* o *Etapa 1*. En la etapa siguiente se registra un decaimiento en la tasa de crecimiento, razón por la que suponemos que la distribución exponencial confinada es aplicable; a esta etapa la denominaremos *Etapa Exponencial Confinada* o *Etapa 2*. La idea de esta aproximación fue originalmente propuesta en 1946 por Brody en sus estudios sobre algunos fenómenos de crecimiento, particularmente, de ganadería.

De acuerdo con ello escribimos las ecuaciones de la etapa 1

$$\frac{dN}{dt} = aN, \quad (3.4)$$

$$N(0) = N_0 e^{at} \quad (3.5)$$

y las de la etapa 2

$$\frac{dN}{dt} = a_*(N_* - N), \quad (3.6)$$

$$N = N_* - (N_* - N_i) N_0 e^{-a_*(t-t_i)}. \quad (3.7)$$

Las condiciones iniciales son: para la etapa 1, $N = N_0$, al tiempo $t = 0$ y en la etapa 2, $N = N_i$, en $t = t_i$.

Para ligar las distribuciones necesitamos que la ordenada N_i y la pendiente (dN/dt) sean la misma que el empalme de las dos curvas. La pendiente de la distribución exponencial (correspondiente a la etapa exponencial) es siempre positiva y la pendiente de

la exponencial confinada es siempre negativa. Consecuentemente, el empalme es precisamente un punto de inflexión.

Utilizando las ecuaciones anteriores obtenemos las siguientes expresiones para las coordenadas del punto de inflexión

$$t_i = \frac{1}{a} \ln \left(\frac{N_i}{N_0} \right); \quad N_i = \left(\frac{a_*}{a + a_*} \right) N_* \quad (3.8)$$

Observación 2

Para ilustrar lo anterior, para valores fijos $a = 0.20$, $N_0 = 10$, $N_* = 100$ y valores de $a/a_* = 0, 1/2, 1, 2,$ y 5 se establece la comparación con la función logística ordinaria (en línea punteada). Algunos resultados de cálculos directos muestran las gráficas de las soluciones del tipo anterior en la figura 3.2.

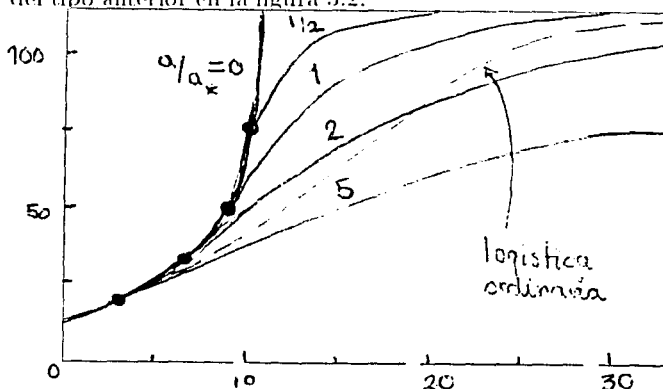


Figura 3.2: Combinación de la función exponencial y de la distribución exponencial confinada.

Los puntos de inflexión se pueden identificar por los puntos negros; la propia curva exponencial pasa por esos puntos. El rango de amplitud de las ordenadas de los puntos de inflexión va desde N_0 hasta N_* , lo que supone otro hecho atractivo para esta particular combinación de distribuciones. □

3.0.2 Segunda aproximación

La logística ordinaria no es una aproximación adecuada como lo exhibe M. Ordorica (ver [O]) y nuestra propuesta es el uso de la logística con potencias.

La logística con una distribución de potencias.

Ahora consideraremos una ecuación logística cuya capacidad de carga es función del tiempo, que generaliza a la logística estándar puesto que considera una potencia en la distribución. En este caso la ecuación diferencial es

$$\frac{dN}{dt} = aN \left[1 - \left(\frac{N}{N_*} \right)^s \right]. \quad (3.9)$$

Si la capacidad de carga N_* fuera constante, obtendríamos la solución

$$N = \frac{N_*}{\left\{ 1 + \left[\left(\frac{N_0}{N_*} \right)^s - 1 \right] e^{-ast} \right\}^{\frac{1}{s}}}. \quad (3.10)$$

Ahora supóngase que la capacidad de carga de la función logística es una función del tiempo. Específicamente, considérese que la capacidad de carga es ella misma descrita por una logística con potencias s , en otras palabras, que $N_*(t)$ es la solución de la ecuación

$$\frac{dN_*}{dt} = cN_* \left[1 - \left(\frac{N_*}{N_{**}} \right)^s \right], \quad (3.11)$$

donde N_{**} es una constante y la condición inicial es $N_*(0) = N_{*0}$. De acuerdo con ello se tiene

$$N_* = \frac{N_{**}}{(1 + m_* e^{-cst})^{\frac{1}{s}}} \quad (3.12)$$

en la que

$$m_* = \left(\frac{N_{**}}{N_{*0}} \right)^s - 1. \quad (3.13)$$

La ecuación de crecimiento $N(t)$ está dada por la expresión

$$\frac{dN}{dt} = aN \left[1 - \left(\frac{N}{N_*} \right)^s \right]. \quad (3.14)$$

Sería mejor distinguir por medio de la notación los diferentes exponentes, por ejemplo, s_1 y s_2 para los miembros del lado derecho de la ecuación (3.11) y (3.14). Además, hacemos la propuesta de una ecuación diferencial imposible de resolver explícitamente y producimos con ello otra constante que debe ser evaluada. Necesariamente usamos como s el exponente en ambas ecuaciones.

Al sustituir (3.12) en la ecuación (3.14) se obtiene una ecuación Bernoulli con forma genérica

$$\frac{dy}{dx} = f(x)y + g(x)y^p. \quad (3.15)$$

Ahora utilizaremos un método estándar que consiste en convertirla en una ecuación lineal mediante la sustitución

$$N = C^{-\frac{1}{s}}, \quad (3.16)$$

con lo que la ecuación (3.14) se transforma en

$$\frac{dC}{dt} + asC = \frac{as}{N_s^s}. \quad (3.17)$$

La forma genérica de esta ecuación lineal diferencial ordinaria de primer grado es

$$\frac{dC}{dt} + \alpha C = \beta \quad (3.18)$$

y, es bien conocida la solución genérica

$$C = ke^{-\int \alpha dt} + e^{-\int \alpha dt} \int \beta e^{\int \alpha dt} dt \quad (3.19)$$

junto con la condición inicial $N(0) = N_0$, es

$$N = \frac{N_*}{\left\{1 + \left[\left(\frac{N_0}{N_*}\right)^s - 1\right] e^{-ast}\right\}^{\frac{1}{s}}} \quad (3.20)$$

(cuando $s = 1$ se reduce a una logística ordinaria), y su primera derivada proporciona la función de densidad

$$n = amN_* \frac{e^{-ast}}{(1 + me^{-ast})^{\frac{1+s}{s}}}. \quad (3.21)$$

Para esta ecuación determinamos el tiempo *punto de inflexión* de la curva acumulativa y el punto máximo de la curva de densidad

$$\begin{aligned} t_i &= \frac{1}{as} \ln \left(\frac{m}{s} \right); & N_i &= \frac{N_*}{(1+s)^{\frac{1}{s}}} \\ n_i &= \left(\frac{dN}{dt} \right)_i = \frac{asN_*}{(1+s)^{\frac{1+s}{s}}}. \end{aligned} \quad (3.22)$$

Debido a nuestro planteamiento $N_*(t)$ vuelve a ser nuevamente el dato y reproducimos el argumento otra vez hasta obtener como solución

$$N = \frac{N_{**}}{\left[1 + \frac{am_*}{a-c} e^{-cst} + \left(n_* - \frac{am_*}{a-c}\right) e^{-ast}\right]^{\frac{1}{s}}}, \quad (3.23)$$

donde

$$n_* = \left(\frac{N_{**}}{N_0} \right)^s - 1. \quad (3.24)$$

Notaremos que la función que aparece en (3.23) es una respuesta demasiado general, al menos para nuestros fines. Sin embargo, nos vale para hacer algunas puntualizaciones acerca del comportamiento general de fenómenos que puedan ser modelados por esta clase de funciones. Por ejemplo, si $N_{**} \rightarrow \infty$, la función capacidad de carga (3.12) se reduce a la simple función exponencial

$$N = N_{*0} e^{ct}. \quad (3.25)$$

Por lo que al utilizar la función (3.23) se obtiene

$$N = \frac{N_{*0}}{\left\{ \frac{a}{a-c} e^{-cst} + \left[\left(\frac{N_{**}}{N_0} \right)^s - \frac{a}{a-c} \right] e^{-ast} \right\}^{\frac{1}{s}}}. \quad (3.26)$$

Cuando $s = 1$ esta expresión se reduce a la ecuación

$$N = N_{*0} \left\{ \left(\frac{a_0}{a_0 - c} \right) e^{-ct} + \left[\frac{N_{*0}}{N_0} - \left(\frac{a_0}{a_0 - c} \right) \right] e^{-a_0 t} \right\}^{-1}, \quad (3.27)$$

que corresponde a una logística ordinaria con capacidad de carga exponencialmente variable.

Para un ejemplo numérico de lo anterior usemos los valores $a = 0.25$, $c = 0.10$, $N_0 = 10$, $N_{*0} = 100$, y $N_{**} = 300$. Seleccionamos tres valores del parámetro $s = 2, 1$ y 0.5 . Al sustituir esos valores en la ecuación (3.12) y (3.23) obtenemos la capacidad de carga y las curvas de crecimiento dadas mostradas en la figura 3.0.2.

Utilizaremos la aproximación anterior para analizar la población mexicana, de modo que si revisamos la gráfica aritmética y semilogarítmica (especialmente ésta última) de ésta, observaremos que la misma manifiesta un crecimiento aparentemente exponencial durante cinco o seis décadas que es el período que va desde 1921 a 1980. Sobre esta base seleccionamos el año 1985 como el empalme entre la etapa exponencial y la etapa exponencial confinada del crecimiento.

Retomamos (3.3) y mediante un análisis por mínimos cuadrados las trece primeras entradas de la tabla 3.1 nos proporcionan $a = 0.02015$ y $N_0 = 8.167$. Esos resultados sustituidos en la ecuación (3.5) generan la línea continua de la etapa exponencial que muestran las figuras, el punto de inflexión, $\hat{t}_i = 63$ (1984), determinando que $N_i = 76.792$.

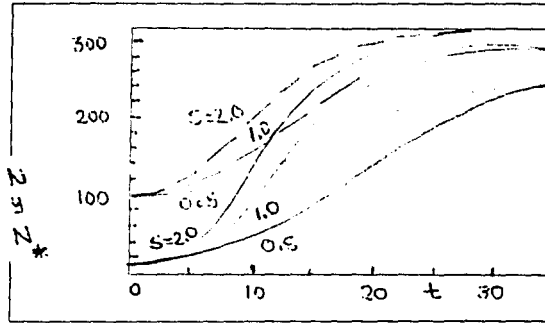


Figura 3.3: Curvas de crecimiento y curvas de capacidad de crecimiento para la distribución logística de potencias con los datos $a = 0.25$, $c = 0.10$, $N_0 = 10$, $N_{\infty} = 100$, $N_{**} = 300$.

Para el estado exponencial confinado procederemos como sigue. Reescribiendo la ecuación (3.7) obtenemos

$$\ln(N_* - N) = \ln(N_* - N_i) - a_* (t - t_i). \quad (3.28)$$

Calculada la capacidad de carga, como mencionabamos anteriormente obtenemos $N_* = 110.035$ millones.

Puesto que

$$(N_* - N_i) = \frac{aN_i}{a_*}, \quad (3.29)$$

entonces se obtiene la ecuación lineal

$$\ln(N_* - N) = \ln\left(\frac{aN_i}{a_*}\right) - a_* (t - t_i). \quad (3.30)$$

Un cálculo por mínimos cuadrados involucra las cuatro últimas entradas de la tabla 3.1 proporcionando con ello los valores estimados para a_* y N_* . Es necesaria una solución iterada que describirá los rasgos o características supuestas para los valores de N_* . En este caso, el criterio a seguir es que la magnitud a_* puede ser calculada a partir del valor de la intersección de (3.30), que debería ser el mismo que el calculado por el valor de la pendiente. Este procedimiento genera $a_* = 0.228$ y $N_* = 110.035$. Al sustituir esas cantidades en la ecuación (3.7) se produce la línea continua de la etapa exponencial confinada y desplegada en las figuras

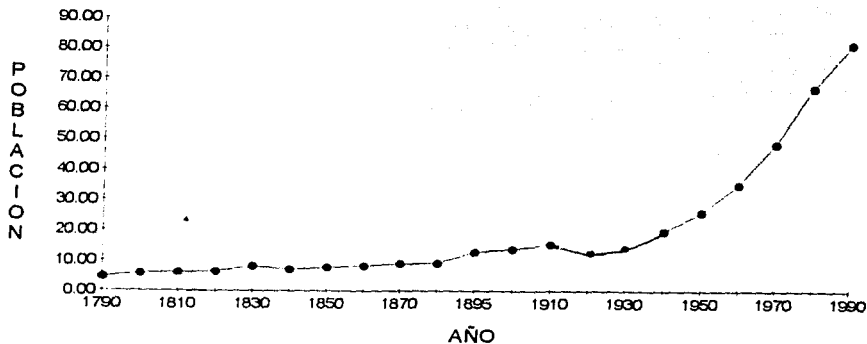


Figura 3.4: El comportamiento gráfico de la población de México consiste de dos comportamientos básicos: la etapa *exponencial* de 1821 a 1970 y la etapa de crecimiento *exponencial confinado* de 1984 en adelante.

Tanto si sucede o como si no, la población asintótica de México debería estar en un punto cercano a los 110.035 millones. Por ello resulta razonable la figura.

El tema más importante es la aplicación e ilustración de la simple metodología desarrollada en este tipo de combinaciones de distribuciones. Como se puede observar el concepto es simple, la adaptación es directa y la determinación de los valores de los varios parámetros no es difícil.

Observación 3

La distribución Normal o Gaussiana podría jugar un papel semejante al de la logística en muchas situaciones. Recordamos que la función de distribución de una Normal con media m y varianza σ^2

$$U(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^t e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{t-m}{\sigma}\right)^2} d\xi, \quad t \in \mathbb{R}. \quad (3.31)$$

Estandarizando por medio de la reparametrización $T = (t - m)/\sigma$, entonces reescribimos a U como

$$U(T) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^T e^{-\frac{1}{2}z^2} dz, \quad T \in \mathbb{R} \quad (3.32)$$

y con las sustituciones $U = N/N_*$, $\sigma = 1/a_n$, y $m = t_i$. La ecuación (3.32) toma finalmente la forma

$$N = \frac{N_*}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{a_n(t-t_i)} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz, \quad (3.33)$$

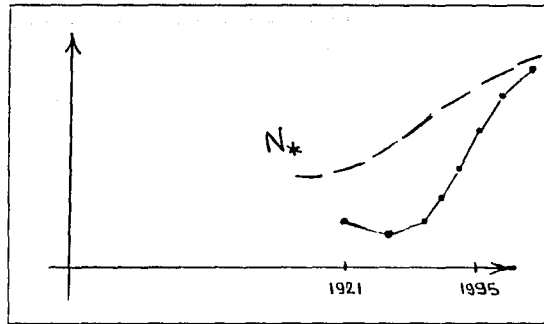


Figura 3.5: La gráfica de la población para el período 1921-1995 permite calcular la capacidad de carga, N_* , de 110.035 millones de personas.

en donde a_n es coeficiente del crecimiento y t_i es el tiempo correspondiente al punto de inflexión. La distribución de frecuencias de densidades es, por tanto,

$$n = \frac{dN}{dt} = \frac{a_n N_*}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}[a_n(t-t_i)]^2}, \quad (3.34)$$

y la derivada de esta ecuación es

$$\frac{dn}{dt} = \frac{d^2N}{dt^2} = \frac{a_n^2 N_*}{\sqrt{2\pi}} (t - t_i) e^{-\frac{1}{2}[a_n(t-t_i)]^2}. \quad (3.35)$$

Al igualar esto a cero se establece que al tiempo $t = t_i$ corresponde el punto de inflexión de la curva acumulativa y también el valor máximo de la curva de densidad. A partir de las ecuaciones (3.33) y (3.34) obtenemos

$$N_i = \frac{1}{2} N_*; \quad n_i = \left(\frac{dN}{dt} \right)_i = \frac{a_n N_*}{\sqrt{2\pi}}. \quad (3.36)$$

La diferenciación de la ecuación (3.35) daría la segunda derivada de la función de densidad d^2n/dt^2 y la tercera derivada de la función acumulativa d^3N/dt^3 . Cuando se iguala a cero se obtienen los puntos de inflexión de la curva de densidad y los puntos de curvatura máxima de la acumulativa. El resultado, por tanto, es

$$t_c = t_i \pm 1/a_n. \quad (3.37)$$

Al sustituir estos puntos en las ecuaciones (3.33) y (3.35) se obtiene

$$N_c = \frac{N_*}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\pm 1} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz = \begin{cases} 0.158N_* \\ 0.841N_* \end{cases} \quad (3.38)$$

$$n_c = \left(\frac{d^2 N}{dt^2} \right)_c = \frac{a_n N_*}{\sigma\sqrt{2\pi}e} \quad (3.39)$$

$$\left(\frac{dn}{dt} \right)_c = \left(\frac{d^2 N}{dt^2} \right)_c = \pm \frac{a_n N_*}{\sigma\sqrt{2\pi}e}. \quad (3.40)$$

El valor medio, \bar{t} , y la desviación estándar son obtenidos a partir de las fórmulas clásicas de los momentos

$$\bar{t} = \frac{1}{N_*} \int_{-\infty}^{\infty} tn(t)dt. \quad (3.41)$$

y

$$\sigma^2 = \frac{1}{N_*} \int_{-\infty}^{\infty} (t - \bar{t})^2 n(t)dt. \quad (3.42)$$

Después de algunos cálculos se obtienen

$$\bar{t} = t_i; \quad \sigma = \pm \frac{1}{a_n}. \quad (3.43)$$

Finalmente, para determinar el valor de t_i basta utilizar la condición inicial, $N(0) = N_0$ en la ecuación (3.33) y obtenemos

$$N_0 = \frac{N_*}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{-a_n t_i} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz. \quad (3.44)$$

En virtud de que N_0 es conocida y es la magnitud observada al inicio del proceso, entonces a través de estimaciones numéricas o tablas se puede obtener de manera inversa el límite superior $-a_n t_i$. Obsérvese que esta distribución permite generar también la función error

$$\text{error}(T) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^T e^{-\frac{1}{2}z^2} dz, \quad (3.45)$$

que en términos de la distribución normal se reescribe como

$$\text{error}(T) = 2U(T\sqrt{2}) - 1 \quad (3.46)$$

o inversamente

$$U(T) = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \text{error} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} T \right) \right\}, \quad (3.47)$$

que aparece, en particular, en muchos problemas en la teoría de la conducción del calor y difusión molecular (ver Crank [Cr]). □

3.0.3 Población de la República Mexicana

En nuestra consideración de la función exponencial (ver sección 3.0.1) examinamos el crecimiento de la población de la República Mexicana, donde, como se ha visto, la población se incrementa erráticamente desde 1790 hasta antes de la Revolución, posteriormente, en el período entre los años 1921 y 1984 existe un aparente crecimiento exponencial para devenir en una exponencial confinada desde 1984 en adelante. Por consiguiente, en años subsiguientes la tasa de incremento de población fue menor que aquélla precedida por la exponencial.

Fue mencionado en su momento en la sección anterior que los efectos se concentran comenzando a retardar el crecimiento después de 1870 y que la ecuación logística toma esos efectos en cuenta. No regresaremos al mismo aspecto tratado sobre el crecimiento de la población de la sección anterior, donde fue considerada la función logística que retomaremos en ésta.

Hace cierto tiempo, M. Ordorica (1990) [O] publicó (pronosticó) sus resultados de ajustes de datos de la población mexicana, para los censos tomados en cuenta desde 1930 a 1980 con una ecuación logística ordinaria modelada por el cociente de una logística de la natalidad entre una logística de la mortalidad. Que, finalmente, es una logística ordinaria con la forma

$$N = \frac{N_*}{1 + \left(\frac{N_*}{N_0} - 1\right) e^{-at}}. \quad (3.48)$$

Para determinar las tres constantes a , N_0 y N_* y equiparamos en los que proponemos también alguna proyección. Mas concretamente, la solución es

$$N = \frac{110.035}{\left(1 + e^{-3.539275+0.059483t}\right)^{\frac{0.010}{0.054423}}}. \quad (3.49)$$

en donde $t = 0$ corresponde al año 1790. El punto de inflexión ocurre en $t_i = 8.352$ (año 1929.352) y $N_i = 17.1$.

En las primeras apreciaciones, desde un punto de vista clásico, Lotka (1924) examinó este mismo problema y los resultados los incluyeron Pearl y Reed para la población de los Estados Unidos que tiene aspectos peculiares y esencialmente se comporta de manera diferente a la población mexicana. Lotka concluye que "...si la población de los Estados Unidos continua con esta curva de crecimiento en años futuros, debería alcanzar un máximo de cerca de 197 millones únicamente, duplicando la población presente, por ahí

del año 2060². Con los datos incluidos en la tabla M. Ordorica calculó las proyecciones hasta del año 2000. Con una sobrestimación en general en el conjunto de datos, y una notable exactitud predice las poblaciones alrededor de 1930 y 1940. Además, como podemos ver a partir de la tabla, para años subsiguientes hay sustancialmente una sobrestimación. Sin embargo, la predicción de M. Ordorica no habla de una población asintótica de 110 millones, en su aproximación esa cantidad ya se excedía en el año 2000 con 118 millones.

En el caso mexicano aún no se había examinado el problema utilizando la ley logística y con capacidad de carga finita. En el caso de Estados Unidos lo hicieron Turner et al (1989) (ver [Tu]), donde obtuvieron una solución similar a nuestra $N(t)$ dada en la ecuación (3.23). Esos investigadores analizaron el crecimiento de la población de EU como un ejemplo numérico, ellos determinaron el valor del parámetro, $s = 6.467$ para esa población, mientras que, para el caso mexicano usaremos $s = 8$.

Ya en la sección 3.0.1 establecimos los parámetros a y N_0 . Las magnitudes de todas las constantes son listadas abajo.

$$\begin{array}{lll} a = 0.02015 & c = 0.0125 & s = 8 \\ N_0 = 8.167 & N_{*0} = 8.6 & N_{**} = 150 \\ m_* = 8.565(10^7) & n_* = 0.12949(10^{12}) & \end{array}$$

La sustitución de esos números en la ecuación (3.23) produce los datos de la última columna de la tabla 3.4.

Los resultados de nuestros cálculos son mostrados a través de la curva sólida en la figura 3.0.3. Notamos el agradable comportamiento entre los datos observados y los calculados por la curva. En la figura la logística de M.Ordorica (sin carga) y la curva de capacidad de carga aparecen indicadas ahí.

Los puntos de inflexión de la capacidad de carga y la curva del crecimiento son mostrados también. Para las capacidades de carga, las coordenadas de los puntos de inflexión son:

$$t_{i,*} = \frac{1}{cs} \ln \left(\frac{m_*}{s} \right) \quad (3.50)$$

en nuestro problema de población $t_{i,*} = 80.93$ (año 2001.93), $N_{i,*} = 113.97$.

²Lotka, A.J. *Elements of Mathematical Biology*, Dover, New York, 1956. Ahí mismo se menciona que la cita original fue encontrada en Lotka, A.J. *Elements of Physical Biology*, Williams and Wilkins Co. Baltimore, 1924.

Año	N Observada	N Ordorica	N Calculada
1790	4.636.074	-	-
1803	5.764.731	-	-
1810	6.122.374	-	-
1820	6.204.000	-	-
1830	7.996.000	-	-
1842	7.015.509	-	-
1850	7.500.000	-	-
1861	8.174.400	-	-
1870	8.782.198	-	-
1880	9.000.000	-	-
1895	12.632.427	-	-
1900	13.607.272	-	-
1910	15.160.369	-	-
1921	14.334.780	-	-
1930	16.552.722	17.1	14.6378
1940	19.653.552	21.9	16.8398
1950	25.791.017	29.0	19.2555
1960	34.923.129	39.4	40.2301
1970	48.225.238	53.9	74.7771
1980	66.846.833	72.9	84.8692
1990	81.249.645	95.0	96.2546
1995	91.158,290	118.0	101.4883
2000	-	118.0	117.4402

Tabla 3.4: Población de la República Mexicana. Valores observados y calculados.

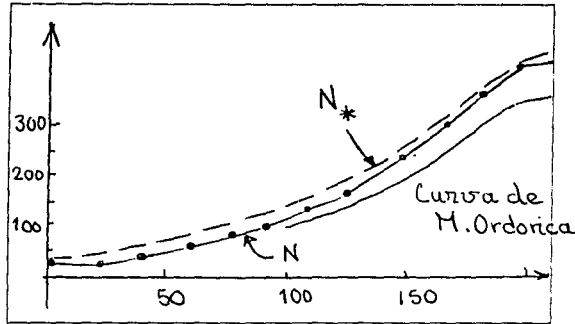


Figura 3.6: Comparación en la gráfica aritmética de la población observada de la República Mexicana con los valores calculados.

Las coordenadas del punto de inflexión de la curva de crecimiento están dadas aproximadamente por

$$t_i = \frac{1}{cs} \ln \left(\frac{am_s}{s(a-c)} \right); \quad N_i = \frac{N_{**}}{(1+s)^{1/s}}. \quad (3.51)$$

De acuerdo a esto, $t_i = 85.77$ (año 2006.77), $N_i = 113.97$. Notamos que la ordenada de los dos puntos de inflexión es la misma. El punto de inflexión de la capacidad de carga aparece antes de que la curva del crecimiento pase al intervalo de tiempo $\Delta t = \frac{1}{(cs)} \ln \left(\frac{a}{(a-r)} \right)$. En nuestra ilustración 4.84 años.

Una semi-logarítmica es obtenida a partir de los datos de las poblaciones observadas y los datos calculados se presenta en la figura 3.0.3. Notamos, además, distintos regímenes de crecimiento exponencial: (a) desde $t = 0$ a 80 (años 1790 a 1920) con coeficiente de crecimiento $a = 0.1236$ $a = 0.0295$. (b) cuando $\hat{t} = 0$ a 63 (años 1921 a 1984) con un coeficiente de crecimiento promedio $a = 0.02015$ y c) de 1984 en adelante con crecimiento promedio $c = 0.0125$.

En la región de transición, $t = 63$ en adelante (años 1984 en adelante), podemos establecer que el coeficiente de crecimiento decrece al menos linealmente. Es decir, finalmente, para $t > 63$ (año 1984) el coeficiente de crecimiento aparentemente desciende exponencialmente. Sin embargo, no tendrá posteriormente una ganancia notoria; deberíamos dividir esas regiones con coeficientes de crecimiento temporales diferentes, para obtener una curva de crecimiento virtualmente la misma que las mostradas en las figuras 3.0.3 y 3.0.3.

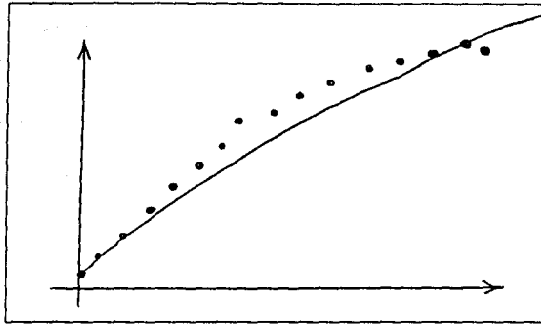


Figura 3.7: Comparación en la gráfica semilogarítmica de la población observada de la República Mexicana con los valores calculados.

Ahora vamos a tratar a las proyecciones a futuras poblaciones. Usando los valores numéricos indicados de los parámetros de la ecuación (3.23), proyectamos la población de la República Mexicana de 117.44 millones para el año 2000 y 123.5 millones para el año 2010. Más allá de aquellas proyecciones, cuyos términos son muy grandes o sesgados e inducen mayores riesgos, nuestro marco predice los siguientes: 136.93 (2025), y 145.97 (2050).

Como conclusión, en base a una rápida mirada a nuestra ilustración del crecimiento de la población desde el punto de vista estrictamente demográfico. Esta aproximación debería estar basada sobre los conceptos de "estructura de edad", en la que la población no sólo depende del tiempo, t , sino también depende del año, x , de cada componente de la población. Discutiremos este tópico en una sección futura, ello haría mas fino y realista el modelo.

Retomamos el término puramente demográfico de "tasa total de fecundidad". Este es el índice que expresa el promedio del número de nacimientos por mujer en un rango específico de años, digamos de 15 a 49, en una población particular. Según datos del INEGI (1990) donde se reporta que la tasa de fecundidad en México fue de 0.1531 en 1980, que "fue corregida por la propia historia a la baja alcanzado una cifra por debajo de 0.13 en 1990".

Haciendo varias proyecciones de la población de la República Mexicana y excluyendo

el supuesto de la migración y adicionalmente tomando una tasa de fecundidad total, $r = 0.13$, la población de la nación debería incrementarse como máximo alrededor de 125 millones de personas en 2025 y posteriormente procedemos a hacerlo declinar. Si se supone que $r = 0.1$, entonces la población del año 2025 debería ser aproximadamente de 121 millones e incrementarse a 160 millones en el año 2080.

En ambos extremos se suponen tasas de fecundidad, si $r = .19$, entonces la población debería ser de alrededor de 132 millones en el 2025 y estabilizarse en alrededor de 155 millones por el año 2050. Las proyecciones en este caso para $r = .19$ son muy próximas a los resultados generados por el análisis de la ley logística de potencias.

Adicionalmente existen referencias acerca de la dependencia del crecimiento de la población anual, en particular, algunos textos de análisis y distribución demográficos entre los que mencionamos a Barclay (1958), Cox (1976) y Spiegelman (1968).

3.0.4 Conclusiones

Bajo el presente modelo con población cerrada y registrando únicamente muertes y nacimientos para analizar el crecimiento se observa que las estimaciones obtenidas son superiores a los resultados de las diferentes proyecciones realizadas en épocas recientes por los demógrafos mexicanos (incluso son mas sesgadas que las obtenidas por M.Orderica). Este hecho es normal, en la medida que el modelo aquí expuesto trabaja bajo el supuesto de una población cerrada. Sin embargo, sería conveniente incorporar la emigración internacional de la población mexicana (que al menos por los datos registrados, que no posiblemente los reales, no supone una aportación significativa). El objetivo del trabajo es construir a través de un modelo más general que la logística ordinaria una descripción matemática de la dinámica de la población. Debido a los pocos datos con los que se cuenta, un estudio de estadística inferencial o un análisis de regresión presenta serios inconvenientes por ello optamos por realizar un ajuste a través de otras técnicas. La incorporación de la estructura por edad de la población es una tarea futura que posiblemente abordemos desde la óptica presentada en esta sección a través de modelos de crecimiento con coeficientes variables. Con todo ello, el modelo permite trabajar de manera teórica la Teoría de la Transición Demográfica. Este modelo por lo pronto incorpora los efectos que inciden sobre la población ya que refleja el impacto de ciertos beneficios que la población

ha adquirido o le han sido suspendidos en los diferentes períodos.

Bibliografía

- [AA] Aguirre, A. Tasa de crecimiento poblacional de 1% en el año 2000, una meta inalcanzable.
- [Ba] Barclay, G.W. *Techniques of Population Analysis*, Wiley, New York, 1958.
- [CA] Cabrera Acevedo, G Teoría y Práctica de la Política de Población en México.
- [CDV] Cosío Villegas, D. Historia Moderna de México. El Porfiriato, vida social.
- [C895] I Censo General de Población, 1895.
- [C90] II Censo General de Población, 1900.
- [C10] III Censo General de Población, 1910.
- [C21] IV Censo General de Población, 1921.
- [C30] V Censo General de Población, 1930.
- [C40] VI Censo General de Población, 1940.
- [C50] VII Censo General de Población, 1950.
- [C60] VIII Censo General de Población, 1960.
- [C70] IX Censo General de Población, 1970.
- [C80] X Censo General de Población, 1980.
- [C90] XI Censo General de Población, 1990.
- [Co] Cox, P.R. *Demography*, 5a. ed.. Cambridge University Press, Cambridge, 1976.

- [Cr] Crank, J., *The mathematics of diffusion*, Clarendon Press, Oxford, 1975.
- [DA] De Alba, F. *La Población en México: Evolución y Dilemas*, 1980.
- [EMF] Encuesta Mexicana de Fecundidad, Secretaría de Programación y Presupuesto, 1976.
- [EDD] Encuesta Nacional de la Dinámica Demográfica, Instituto Nacional de Geografía, Estadística e Informática, 1992.
- [EA] Encuesta Nacional de Prevalencia en el uso de Métodos Anticonceptivos. Coordinación del Programa de Planificación Familiar. 1979.
- [END] Encuesta Nacional Demográfica. Consejo Nacional de Población 1982.
- [EFS] Encuesta Nacional sobre Fecundidad y Salud. Secretaría de Salubridad y Asistencia, 1987.
- [EHM] Estadísticas Históricas de México, Instituto Nacional de Geografía, Estadística e Informática, 1993.
- [Fo] Foucart, T., *Structure des tableaux: Description et Prevision*, 1979, Université des Sciences et Techniques du Languedoc, Montpellier II.
- [Gla] Glacon, F., *Analyse conjointe de plusieurs matrices de données*. Thèse de 3ème cycle. Unité de Biométrie, 9, Place Viala, Montpellier.
- [HM] Hernández, D. y Mojarro, O. ¿Qué pasa con el Programa de Planificación Familiar en el país y en el Estado de México?
- [JG] Jiménez Guzmán, L. Políticas de población en México: Un acercamiento a sus planteamientos y efectos. Centro regional de investigaciones multidisciplinarias. UNAM
- [La] Lavit, C. *METHODE STATIS*, Unité de Biométrie, ENSA-INRA-USTL, Place Viala, Montpellier.
- [La1] Lavit, C. *Analyse conjointe de tableaux quantitatifs* Masson, Col. Méthode+Programme, 1988.

- [MKB] Mardia, Kent, Bibby, *Multivariate Analysis*.
- [LSS] Lecturas en materia de Seguridad Social: Planeación familiar y cambio demográfico, Instituto Mexicano del Seguro Social, 1979.
- [O] Ordorica. M. Proyecciones de la población en ámbitos restringidos. *Memorias de la IV Reunión Nacional de Investigación Demográfica en México*, Tomo III, INEGI-Soc. Mex. de Demografía, págs.555-563, 1990.
- [RM] Rabell, C. A y Mier y Terán, M. El descenso de la mortalidad en México de 1940 a 1980.
- [ERS] Rebolledo Santiago, E. El Sistema de Seguridad Social de los Trabajadores del Estado.
- [RP] Reglamento General de Población.
- [So] Soriano. A.. *Análisis de Componentes Principales: Enfoque formal.*, Tesis de Actuario, UNAM. 1989.
- [Sp] Spiegelman. *Introduction to Demography*, 2a.ed., Harvard University Press, Cambridge, Mass., 1968.
- [Tu] Turner, M.E., Blumenstein, B.A. y Sebaugh, J.L. A generalization of the logistic law of growth. *Biometrics*. 25. 577-580, 1969.
- [UF] Urbina fuentes. M. Marco General de las Políticas de Población.
- [ZC] Zavala Cosío, M. E. Políticas de Población en México.
- [LZ] Zuñiga, E. y López, M. Cuadernos de Salud. Salud Reproductiva.