

112  
291

# UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA



## "HIDRODINAMICA DE ESTUARIOS"

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE  
INGENIERO CIVIL

P R E S E N T A

**GUILLERMO JOSE SIMON FERNANDEZ**

DIRECTOR DE TESIS: ING. ANTONIO MORENO GOMEZ

MEXICO, D. F.

1997

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AVENIDA DE  
MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA  
DIRECCION  
60-1-004/97

Señor  
GUILLERMO JOSE SIMON FERNANDEZ  
Presente.

En atención a su solicitud me es grato hacer de su conocimiento el tema que propuso el profesor ING. ANTONIO MORENO GOMEZ, que aprobó esta Dirección, para que lo desarrolle usted como tesis de su examen profesional de INGENIERO CIVIL.

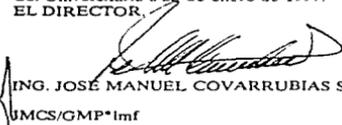
"HIDRODINAMICA DE ESTUARIOS"

- INTRODUCCION.
- OBJETIVOS.
- I. CLASIFICACION Y CARACTERISTICAS DE LOS ESTUARIOS.
- II. FUNDAMENTOS DE HIDRODINAMICA DE LOS ESTUARIOS.
- III. METODOS DE ANALISIS DEL FUNCIONAMIENTO HIDRODINAMICO DE LOS ESTUARIOS CON APLICACION AL CASO DEL DESARROLLO TURISTICO ISLA ACAPULCO-PAPAGAYO.
- CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.
- BIBLIOGRAFIA.

Ruego a usted cumplir con la disposición de la Dirección General de la Administración Escolar en el sentido de que se imprima en lugar visible de cada ejemplar de la tesis el título de ésta.

Asimismo le recuerdo que la Ley de Profesiones estipula que deberá prestar servicio social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito para sustentar Examen Profesional.

Atentamente  
"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"  
Cd. Universitaria a 22 de enero de 1997.  
EL DIRECTOR.



ING. JOSE MANUEL COVARRUBIAS SOLIS

UMCS/GMP\*lmf

**Con inmenso amor, a la memoria de mi madre,  
de quien conservo las energías para luchar cada día.**

**Este trabajo es la culminación de una etapa que hubiese sido imposible de lograr sin la siempre atinada guía de mi padre; sus consejos siempre me ayudaron a no claudicar y a seguir adelante. Gracias.**

**Gracias también, Princesa y Robin, pues pocos hermanos pueden alegrarse de haber pasado momentos tan llenos de vida como los que hemos pasado juntos.**

**Gracias a la persona que me inspira todos los días, pues es ella en quien ahora deposito todo mi amor y mi esperanza; gracias Lulú, por ser algo más que mi amiga, mi novia y mi esposa.**

**A todos Ustedes dedico este esfuerzo con el ideal de que sea una pequeña muestra de la huella que cada uno ha dejado en mí.**

Quiero agradecer también al Ing. Antonio Moreno Gómez por haber fungido como director de esta tesis y por haberme iniciado en la Ingeniería Marítima.

Gracias Miguel, por haberme apoyado incondicionalmente para realizar mi tesis y por haber depositado tu confianza en mí durante todo este año. Por supuesto, gracias Bruce, pues tu apoyo ha sido sin duda un aliciente para alcanzar mis metas.

A todo *CY TSA TEAM* por haberme apoyado en todo momento y haberme ofrecido su confianza. Claro que no puedo dejar de agradecer a Juan, que me enseñó todas las artimañas posibles en sistema MS-DOS y me ofreció su amistad.

Gracias también a mi abuela, tíos y primos, con quienes he pasado momentos inolvidables.

Finalmente, quiero dedicar esta tesis a todos mis amigos que evitaron que mi vida escolar y extraescolar se convirtiera en una rutina: gracias, Jorge Servín, Alex, Chucho, Cynthia, Fabián, Muso, Eze, Helio, Poncho, Adolfo, Carlos, Tomás, René, César, Toño (*espérame tantito*), Lalo y Pablo, y en especial, a la familia Rosas Ballina.

Y gracias a la Universidad Nacional Autónoma de México por brindarme el espacio para que desempeñe mi vocación lo mejor posible.

## ÍNDICE GENERAL

<b>ÍNDICE GENERAL</b> .....	<b>0</b>
<b>LISTA DE FIGURAS</b> .....	<b>2</b>
<b>LISTA DE TABLAS</b> .....	<b>4</b>
<b>INTRODUCCIÓN</b> .....	<b>5</b>
<b>OBJETIVOS</b> .....	<b>9</b>
<b>I. CLASIFICACIÓN Y CARACTERÍSTICAS DE LOS ESTUARIOS</b> .....	<b>10</b>
<b>1.1 Definición de estuario</b> .....	<b>11</b>
1.1.1 Morfología y origen de los estuarios.....	13
<b>1.2 Principales características de los estuarios</b> .....	<b>15</b>
<b>1.3 Clasificación de los estuarios</b> .....	<b>17</b>
1.3.1 Clasificación según su topografía.....	18
1.3.2 Clasificación según su estructura salina.....	22
<b>II. FUNDAMENTOS DE HIDRODINÁMICA DE LOS ESTUARIOS</b> .....	<b>32</b>
<b>II.1 Principios de hidrodinámica</b> .....	<b>33</b>
II.1.1 Métodos de estudio.....	34
II.1.2 Ecuaciones básicas.....	36
II.1.3 Movimiento de las partículas de fluido.....	37
II.1.4 Principio de continuidad.....	42
II.1.5 Fuerzas de inercia.....	47
II.1.6 Fuerzas aplicadas.....	52
II.1.7 Ecuación del momento: ecuaciones de Euler y Navier Stokes.....	55
II.1.8 Factores que intervienen en el funcionamiento hidrodinámico de los estuarios.....	57
<b>II.2 Principios de dispersión de contaminantes</b> .....	<b>59</b>
II.2.1 Conceptos y definiciones básicas de dispersión.....	59
II.2.2 Ley de difusión de Fick.....	65
II.2.3 Difusión turbulenta.....	69
II.2.4 Dispersión por flujo cortante.....	73
II.2.5 Factores que intervienen en la difusión y dispersión de contaminantes.....	76

<b>III. MÉTODOS DE ANÁLISIS DEL FUNCIONAMIENTO HIDRODINÁMICO DE LOS ESTUARIOS CON APLICACIÓN AL DESARROLLO TURÍSTICO ISLA ACAPULCO - PAPAGAYO.....</b>	<b>78</b>
III.1 Consideraciones para elegir un modelo.....	79
III.2 Descripción del Desarrollo Turístico Isla Acapulco - Papagayo.....	81
III.3 Modelo hidrodinámico simplificado.....	86
III.3.1 Recopilación de información.....	86
III.3.2 Hidrodinámica.....	87
III.3.3 Dispersión.....	94
III.4 Modelo matemático TRANQUAL.....	104
III.4.1 Antecedentes.....	105
III.4.2 Consideraciones teóricas.....	106
III.4.3 Solución numérica.....	114
III.4.4 Preparación del modelo.....	117
III.4.5 Calibración.....	130
III.4.6 Resultados de hidrodinámica.....	138
III.4.7 Resultados de dispersión y difusión.....	155
<b>CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....</b>	<b>169</b>
<b>BIBLIOGRAFÍA.....</b>	<b>176</b>

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1	Diferentes formas de estuarios.....	15
Figura 1.2	Perfiles de salinidad y velocidad en un estuario sin fricción en el flujo..	23
Figura 1.3	Proceso de intermezclado.....	23
Figura 1.4	Perfiles de salinidad y velocidad en un estuario con fricción en el flujo..	24
Figura 1.5	Perfiles de salinidad y de velocidad en un fiordo.....	25
Figura 1.6	Curvas de isosalinidad típicas en un estuario parcialmente mezclado.....	26
Figura 1.7	Perfiles de salinidad y de velocidad en un estuario parcialmente mezclado.....	26
Figura 1.8	Respuesta de la velocidad de las corrientes y la salinidad ante las variaciones de la marea.....	28
Figura 1.9	Esquema de la circulación en un estuario lateralmente no homogéneo..	29
Figura 1.10	Perfiles de salinidad y de velocidad en un estuario verticalmente homogéneo con variación lateral, en el hemisferio norte.....	29
Figura 2.1	Notación en coordenadas cartesianas.....	34
Figura 2.2	Análisis elemental de los diferentes tipos de movimiento en una partícula de fluido.....	38
Figura 2.3	Movimiento de una partícula de fluido en dos dimensiones.....	40
Figura 2.4	Elemento rectangular de un fluido incompresible.....	42
Figura 2.5	Caso general del principio de continuidad.....	43
Figura 2.6	Ola de traslación.....	47
Figura 2.7	El efecto de Coriolis.....	50
Figura 2.8	El efecto de Coriolis en un movimiento de la partícula hacia el este o hacia el oeste.....	51
Figura 2.9	Diferencia de presiones en una unidad de volumen.....	53
Figura 2.10	Equilibrio en un prisma líquido.....	63
Figura 2.11	Flujo de masa a través de un volumen de control.....	66
Figura 3.1	Localización del Desarrollo Turístico Isla Acapulco - Papagayo.....	82
Figura 3.2	Esquema de la marina y sus canales interiores.....	84
Figura 3.3	Zona en estudio.....	85
Figura 3.4	Área de influencia por marea.....	92
Figura 3.5	Modelo simplificado de intercambio de aguas.....	95
Figura 3.6	Salinidad en los cuerpos de agua.....	102

Figura 3.7	Dispersión de contaminantes en la marina.....	103
Figura 3.8	Dirección del flujo y componentes $r$ , $n$ .....	113
Figura 3.9	Esquema de la retícula del modelo.....	116
Figura 3.10	Diferentes tipos de restricciones al flujo.....	118
Figura 3.11	Datos de precipitación obtenidos en el Observatorio Meteorológico 805.....	120
Figura 3.12	Datos de evaporación obtenidos en el Observatorio Meteorológico 805.....	121
Figura 3.13	Velocidad media y dirección predominante del viento registrado en la estación climatológica de la CNA en el Aeropuerto Internacional de Acapulco, Gro.....	122
Figura 3.14	Resumen de gastos medios en el Río La Sabana.....	123
Figura 3.15	Batimetría de la Laguna de Tres Palos.....	124
Figura 3.16	Localización de los mareógrafos y de las estaciones de medición de salinidad.....	126
Figura 3.17	Registros de los tres mareógrafos colocados dentro de la Laguna de Tres Palos.....	128
Figura 3.18	Marea definida para la aplicación del modelo.....	129
Figura 3.19	Esquema reticular del macromodelo.....	131
Figura 3.20	Esquema reticular del micromodelo.....	132
Figura 3.21	Precipitación en la laguna de Tres Palos con calibración.....	134
Figura 3.22	Evaporación en la laguna de Tres Palos con calibración.....	135
Figura 3.23	Variación del nivel del agua frente a San Pedro Las Playas sin calibrar.....	136
Figura 3.24	Variación del nivel del agua frente a San Pedro Las Playas con calibración.....	137
Figura 3.25	Condiciones iniciales de salinidad en el macromodelo.....	139
Figura 3.26	Comparación entre las condiciones de salinidad medidas en campo a los 14 días y las calculadas por el modelo.....	140
Figura 3.27	Comparación entre las condiciones de salinidad medidas en campo a los 28 días y las calculadas por el modelo.....	141
Figura 3.28	Ubicación de los puntos de control para el cálculo de volúmenes de flujo y reflujo.....	143
Figura 3.29	Flujo, velocidades máximas.....	145
Figura 3.30	Reflujo, velocidades máximas.....	146

Figura 3.31	Flujo, velocidades máximas.....	147
Figura 3.32	Reflujo, velocidades máximas.....	148
Figura 3.33	Flujo, velocidades máximas.....	151
Figura 3.34	Reflujo, velocidades máximas.....	152
Figura 3.35	Flujo, velocidades máximas.....	153
Figura 3.36	Reflujo, velocidades máximas.....	154
Figura 3.37	Zonificación del macromodelo para análisis de resultados.....	157
Figura 3.38	Variación de la concentración promedio de la salinidad en el macromodelo.....	159
Figura 3.39	Concentración máxima de salinidad en el macromodelo.....	160
Figura 3.40	Concentración mínima de salinidad en el macromodelo.....	161
Figura 3.41	Zonificación para el derrame de un contaminante.....	164
Figura 3.42	Decaimiento de la concentración de un contaminante en la marina.....	165
Figura 3.43	Secuencia de la dispersión del contaminante en el sistema (12, 24, 48 y 120 horas).....	166

## LISTA DE TABLAS

Tabla 2.1	Ecuaciones del momentum de Euler.....	55
Tabla 3.1	Coefficiente $C$ y amplitud de la marea en el vaso (sen $\tau$ ) según Keulegan.....	90
Tabla 3.2	Área en planta y volumen de los cuerpos de agua.....	90
Tabla 3.3	Área de influencia para $\Omega = 4.58 \times 10^6 \text{ m}^2/\text{medio ciclo de marea}$ .....	91
Tabla 3.4	Definición de variables del modelo simplificado de dispersión.....	95
Tabla 3.5	Definición de variables del modelo de dispersión.....	97
Tabla 3.6	Resumen de ecuaciones para el cálculo de concentraciones en la marina y en la laguna.....	98
Tabla 3.7	Condiciones iniciales; volúmenes y aportaciones para el modelo de dispersión simplificado.....	101
Tabla 3.8	Volúmenes de flujo y reflujo calculados con el macromodelo.....	142
Tabla 3.9	Volúmenes de flujo y reflujo calculados con el micromodelo.....	149
Tabla 3.10	Concentraciones de salinidad promedio, máximas y mínimas en el sistema.....	162

## INTRODUCCIÓN

Los estuarios son cuerpos lagunarios costeros que tienen gran importancia para la sociedad hoy en día, en el ámbito comercial, pesquero y recreativo. La presente tesis trata de la forma como debe ser tratado el estudio de estos cuerpos costeros desde un enfoque hidrodinámico, partiendo desde el reconocimiento de los diferentes tipos de estuarios, hasta las ecuaciones matemáticas que los gobiernan y los métodos que existen para su estudio.

El trabajo aquí expuesto tiene un enfoque hidrodinámico como una aplicación a la ingeniería de costas, por lo que otros aspectos no menos importantes que conciernen a los estuarios, tales como el desarrollo portuario, las características biológicas del medio, etc. no serán abarcados en esta tesis. También se buscará dar una buena idea sobre su importancia, su origen y sus características generales.

### Importancia

Los estuarios han sido desde hace mucho tiempo, una parte muy importante en el desarrollo de diferentes actividades del ser humano. El papel que han tomado en los diferentes campos de las actividades humanas tales como la transportación marítima, el comercio, la producción de alimentos, la disposición de desechos o las actividades recreativas, entre otras, nos llevan a la necesidad de estudiar estos cuerpos hidráulicos con mayor detalle para que puedan ser aprovechadas de manera óptima por el ser humano.

Generalmente, los estuarios cuentan con grandes aportaciones de nutrientes provenientes de los ríos y la flora y fauna que en ellos habita, aunque, debido al rango de condiciones en las que fluctúan, las especies que en ellos habitan resultan ser solamente aquellas que tienen la capacidad de adaptarse a dichos cambios.

Desde hace mucho tiempo grandes comunidades se han desarrollado a los costados de algún cuerpo estuarino con la finalidad de obtener los beneficios que éstos proporcionan; sin embargo, y como era de esperarse, estos cuerpos se ven ya afectados por las actividades humanas que a través de muchos años, han explotado a los estuarios y

lagunas costeras sin mayor cuidado o cuestionamiento de las posibles afectaciones a las que pudiesen estar sujetos.

#### *Recursos pesqueros*

Uno de los principales beneficios que proporciona un estuario es que en ellos se tienen comunidades bióticas pesqueras y de moluscos muy importantes, pues se presentan las condiciones biológicas necesarias para que especies de gran valor alimenticio y estético se desarrollen soportando las variaciones de temperatura y salinidad típicas de los sistemas estuarinos en general sin mayor problema; además, se tienen pruebas claras de que esta influencia se extiende hasta el mar, incrementando así las posibilidades reproductivas y de supervivencia de dichos organismos. Algunos zoólogos piensan incluso que los estuarios fueron los lugares en donde se dieron los primeros signos de vida orgánica hace millones de años. Del mismo modo, es casi un hecho que los estuarios fueron también el medio por el cual algunas especies se autoadaptaron lentamente a una forma de vida terrestre viviendo en tierra y respirando oxígeno del aire.

#### *Comercio e industria*

Otro aspecto muy importante de los estuarios al que es necesario hacer referencia es el desarrollo del comercio y la industria a gran escala. Bien es sabido que el papel que juegan los puertos en el desarrollo comercial de los países ha sido, desde tiempos remotos, el mejor medio para alcanzar el máximo nivel de intercambio comercial en su momento.

Por otro lado, resulta conveniente construir puertos de tipo industrial a orillas de los estuarios pues se obtiene así condiciones de aguas más tranquilas y por tanto, el costo por la construcción de protecciones costeras puede ser limitado.

Este desarrollo ha llevado a una alteración a gran escala del balance natural de los estuarios, como por ejemplo, el cambio de su batimetría para hacerlos navegables por barcos de gran escala y la alta contaminación como resultado de la industrialización y del aumento poblacional. Adicionalmente, hay que recordar que los estuarios son cuerpos receptores de los contaminantes que llegan por conducto de los ríos que en él desembocan. Debido a esto, los contaminantes introducidos por el ser humano al medio

estuarino afectan a las especies que en él habitan, especialmente cuando dichas sustancias alcanzan altos niveles de concentración.

Es muy importante mencionar el hecho de que los estuarios, al ser cuerpos que comunican al mar con lagunas o ríos, la comunicación que mediante ellos se tiene es una oportunidad de unir eficientemente por la vía marítima a más poblaciones sin que éstas se encuentren a orillas del mar. Además, se presentan como cuerpos que cuentan, en mayor o menor medida, con un cierto grado de protección de los fenómenos físicos oceanográficos.

#### *Recreativo*

Tal como el caso que se presenta al final de esta tesis, otra aplicación importante de los estuarios es la referente al aspecto recreativo, pues son muy útiles en los casos de la pesca deportiva y marina, entre otros. La creación de nuevos polos turísticos, así como la ampliación de los ya existentes, invariablemente traen consigo alteraciones a los ecosistemas, por lo que antes de realizar un proyecto, es necesario estudiar la magnitud de las posibles alteraciones al entorno.

En la medida en que se comprendan las posibles afectaciones al entorno que rodea a una nueva obra (o a su ampliación), será posible el evitar o aminorar los impactos negativos que perjudiquen a los ecosistemas costeros y estuarinos presentes en el área, y será posible también identificar los probables efectos benéficos, tomando como herramientas los estudios físicos necesarios y realizando una planeación correcta de acuerdo a programas de preservación ecológica.

La ingeniería de costas tiene un campo de aplicación que comprende las porciones de agua oceánicas, la frontera entre mar y tierra y la franja terrestre que se ve afectada por la acción de los fenómenos naturales que producen alteraciones sobre esta. Antes del desarrollo de la ingeniería marítima, la mayoría de estos problemas se resolvían de manera intuitiva, llevando con esto un alto riesgo en economía y seguridad.

La presente tesis tiene como misión general el estudiar los sistemas estuarinos desde su concepción hasta su análisis hidrodinámico detallado. Para esto, la tesis ha sido

dividida en tres grandes capítulos. El Capítulo I comprende una descripción de los estuarios que involucra su definición y su clasificación, haciendo énfasis en aquéllos aspectos ambiguos que rodean al concepto de estuario. El Capítulo II abarca los conceptos matemáticos de carácter teórico necesarios para desarrollar las ecuaciones de continuidad y momentum que gobiernan el funcionamiento hidrodinámico y de dispersión de los cuerpos estuarinos. Finalmente, el Capítulo III constituye la aplicación a un caso real, en donde son empleadas dos técnicas diferentes para obtener resultados sobre los procesos de circulación y de intercambio de masa en el sistema en estudio. Este último capítulo tiene una importancia particular, ya que en él se obtienen resultados que permiten apreciar el funcionamiento hidrodinámico de un estuario y algunos impactos que pueden generarse por la construcción de un desarrollo turístico de gran plusvalía como lo es una marina.

## OBJETIVOS

El objetivo general del presente trabajo es el de servir como una herramienta práctica de consulta, para aquellos profesionistas con la necesidad de comprender los fundamentos teóricos sobre los cuales se explica el comportamiento físico de los recursos estuarinos y lagunarios costeros. Asimismo, partiendo de un tratado teórico bien sustentado y de la descripción de la experiencia en el estudio de un caso práctico en particular, el presente trabajo pretende cumplir con los objetivos particulares siguientes:

- Explicar y discutir el concepto de estuario
- Describir las principales características físicas de los estuarios
- Explicar los fenómenos físicos que rigen el funcionamiento hidrodinámico de los estuarios, con particular interés en los procesos de circulación y de dispersión característicos de estos recursos costeros.
- Explicar las principales ecuaciones que gobiernan la hidrodinámica de los cuerpos estuarinos, así como los procesos de dispersión.
- Identificar las tecnologías que existen para el estudio de los procesos de circulación y dispersión en estuarios, así como comparar resultados y consideraciones de algunos de los modelos existentes para el análisis hidrodinámico de estuarios.

Asimismo, es motivación de esta tesis el poder funcionar como un apoyo a las actividades de docencia, al servir como referencia para los cursos de hidráulica, y más específicamente, de ingeniería costera. Este último fin resulta importante, ya que a la fecha pude constatar una escasez importante de información al respecto.

*I - CLASIFICACIÓN Y CARACTERÍSTICAS  
DE LOS ESTUARIOS*

## I - CLASIFICACIÓN Y CARACTERÍSTICAS DE LOS ESTUARIOS

Antes de tratar directamente con los fundamentos de hidrodinámica de estuarios, es necesario comprender lo que es un cuerpo estuarino.

### I.1 Definición de estuario

Los estuarios son cuerpos de agua que se encuentran ante condiciones cambiantes de sus características físicas y biológicas, debido básicamente a lo que se conoce como hidrodinámica de los estuarios o, en otras palabras, la circulación y mezclado de masas de agua de mar y de agua dulce. De hecho, la palabra estuario proviene del Latin *aestus* (marea) y *aestus* (ebullición), con lo que se pretendía indicar el efecto que se genera cuando el flujo producido por la marea y el flujo de un río se unen.

Sin embargo, el concepto de estuario sigue siendo un tanto ambiguo debido al criterio que debe seguirse para considerarse como tal. Esta ambigüedad obedece a algunas situaciones tales como la posibilidad de inundación de algunas zonas debido a marea alta, las características geográficas y morfológicas del sistema, el tipo de especies que en él habitan o bien desde un punto de vista físico, la determinación de los límites del estuario según su salinidad y su densidad.

Ante esta problemática, existen diferentes definiciones que se han dado al sistema, tales como las que se enuncian a continuación. El *Diccionario Conciso Oxford* dice simplemente que un estuario es “La desembocadura de un largo río con influencia de la marea.”; el *Webster's New 20th Dictionary* define a los estuarios como “Brazo de mar, canal estrecho o desembocadura de un río o lago en donde la marea encuentra a la corriente.”; el diccionario francés *Larousse* proporciona un concepto diferente de estuario, al definirlo como “Litoral sinuoso inundable sólo ante marea alta. Golfo formado por la desembocadura de un río.”. Esta última definición parece diferir aún más de las anteriores, pues únicamente se refiere a cuerpos que se originan temporalmente mediante la inundación por marea alta y no a aquéllos que son permanentes; de la enciclopedia *Hombre, Ciencia y Tecnología* se desprende que un estuario es un “Tipo de desembocadura fluvial en forma de embudo, cuyo vértice

penetra en tierra firme." En este caso, la definición que se tiene se olvida un tanto de la influencia de la marea y en cambio, menciona la característica morfológica que el estuario debe tener.

Observando estas definiciones, es claro ver que el principal enfoque que se le da a los estuarios es en relación al mezclado que existe entre agua de mar y agua dulce (básicamente, en la desembocadura de los ríos), es decir, a una zona en la que resulta un tanto difícil establecer los límites entre lo que es el mar y lo que es el río o laguna costera.

Estas definiciones resultan poco claras e incompletas ante los objetivos que se plantean en esta tesis, ya que sus alcances nos hablan de un punto de vista físico del medio estuarino, por lo que es necesario definir a un estuario reconociendo algunas de las características en cuanto a la distribución de la salinidad y de la densidad, los procesos de mezclado y la importancia de las fronteras que controlan la distribución de sus propiedades. Una definición que toma en cuenta estas consideraciones es la proporcionada por Fritchard (1967), mencionando que *un estuario es un cuerpo de agua costero semiabierto, con una conexión con el mar abierto y en donde el agua de mar se diluye con el agua dulce producto del drenaje natural del terreno*. Esta definición parece adecuada al analizar sus partes.

Por un lado, considera que *un estuario es un cuerpo de agua costero semiabierto*, lo que significa que, por un lado, los patrones de circulación del flujo se encuentran delimitados por fronteras laterales, y por otro, que el cuerpo es parte de la costa, lo que de cierta forma limita su tamaño. Esto último trata de decir que el estuario debe ser un cuerpo de la costa y no debe ser la costa propiamente dicha.

En lo referente a la *conexión con el mar abierto*, la definición se refiere a que el estuario y el mar deben estar lo suficientemente bien comunicados como para permitir la transmisión de la energía de la marea y el paso de las sales del mar, tanto en la condición de flujo como en la de reflujó. En este caso, se considerará que no hay una

buena comunicación cuando la barrera litoral<sup>1</sup> no se encuentre completamente abierta, lo que normalmente se traduce en que la comunicación se da sólo cuando la marea pasa por su parte más alta (marea viva).

Finalmente, cuando en la definición se menciona *dónde el agua de mar se diluye con el agua dulce producto del drenaje natural del terreno*, se refiere a que, mediante este mezclador, se producen los gradientes de densidades que ocasionan los diferentes patrones de calidad del agua, característicos en los sistemas estuarinos.

De este modo puede verse que para definir un estuario, al menos desde el punto de vista de un estudio físico, es necesario incluir algunas otras características, además de las que lo describen sólo como una zona costera en la que se mezclan agua dulce y agua de mar.

#### 1.1.1 Morfología y origen de los estuarios

Dado que no ha sido uno de los objetivos el profundizar en torno a la morfología y al origen de los estuarios, se incluye en la presente tesis una muy breve explicación de cómo pudieron formarse los estuarios y del porqué de su forma, con la finalidad de entender mejor el concepto de estuario y de familiarizarnos con él. Quizá estos aspectos, especialmente el referente al origen de los estuarios, pueda explicarse mejor mediante referencias del campo de la Geología.

##### 1.1.1.1 Origen de los estuarios

La mayoría de los estuarios actuales se formaron como consecuencia de la elevación del nivel del mar que comenzó hace unos 18.000 años durante la parte final de la última glaciación. En aquella época el nivel del mar se encontraba a unos 100 metros por debajo del nivel actual, pues el agua producto de la precipitación sobre los continentes quedaba atrapada en masas de hielo en lugar de desembocar en el océano. Como consecuencia del final de la glaciación, los grandes glaciares comenzaron a ceder

---

<sup>1</sup> Barrera litoral.- Material acumulado en sentido transversal al flujo del río y ubicado en la desembocadura del estuario.

ante el aumento de temperatura del planeta, y al derretirse, produjeron un incremento en el nivel del agua. Este aumento produjo lógicas consecuencias, pues el mar invadió paulatinamente las desembocaduras de los ríos y las planicies costeras. Por otra parte, si la placa que forma a la costa registrara algún movimiento como consecuencia de una subducción de la placa, el efecto que se produciría sería el mismo que si se elevara el nivel del agua; por lo tanto, la actividad tectónica también es una causa del origen de los estuarios.

#### *1.1.1.2 Morfología de los estuarios*

La morfología de los estuarios puede ser un tema tan extenso como complicado. En realidad, la forma de los estuarios resulta decisiva en su comportamiento hidrodinámico pues, como se verá más adelante, los patrones de circulación en el estuario estarán dados en gran parte por su longitud, ancho y profundidad.

Este tema está profundamente ligado al de su origen. Como primer punto decisivo en la morfología tenemos a la topografía propia de la región, ya que el estuario por formarse, adoptará dicha forma; sin embargo, dicha forma está sujeta a cambiar a causa de diversos factores. Los factores oceanográficos tales como el oleaje, las corrientes costeras y las mareas, pueden ser definitivos en la definición de la forma de un estuario. Tal es el caso de los estuarios de barreras litorales, en los cuales la boca del estuario se origina por el rompimiento de una barrera litoral debido a la acción de los factores mencionados, experimentando cambios de manera tan frecuente como ocurren las estaciones del año. En la definición de esta forma, participan tanto el oleaje, la marea y las corrientes, como el caudal y arrastre del río, alterando la geometría en planta del estuario y su profundidad, generalmente sonera.

En el caso particular de los fiordos, su forma estará dada directamente por la masa de hielo que se derrite, es decir, por el espacio que está dejando al retroceder y por la profundidad a la que se encuentre empotrado.

De este modo, pueden formarse estuarios con formas caprichosas, tal como se muestra en la Figura 1.1.

## 1.2 Principales características de los estuarios

De alguna manera las características que definen a un estuario fueron ya mencionadas en el inciso 1.1, en donde se realizó una completa definición de lo que es un cuerpo estuarino. En este inciso se busca describir algunas otras características presentes en estos cuerpos acuáticos, básicamente, desde el punto de vista físico, con el mismo fin de entender mejor qué es un estuario.

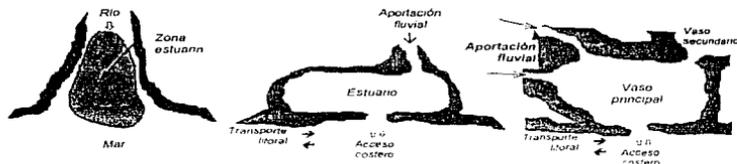


Figura 1.1 Diferentes formas de estuarios

Un estuario es un cuerpo acuático que forma parte de la costa y que se encuentra expuesto a la influencia de factores oceanográficos, tales como las mareas, el oleaje (normal y ciclónico) y las corrientes marinas; factores atmosféricos tales como los patrones característicos de circulación del viento en dichas zonas, la temperatura -tanto en el agua como en el medio ambiente; factores químicos como la salinidad del mar; geotécnicos, según el material del que está compuesto el fondo del estuario, el que constituye la boca así como su granulometría; la batimetría del cuerpo y por supuesto la topografía del entorno; en el ámbito biológico, los estuarios se caracterizan por ser refugios para especies que en ellos encuentran las condiciones propicias para su reproducción, y por tanto, suelen ser importantes para el sector pesquero.

a) *Factores oceanográficos.* - Sin duda, en este renglón destaca la influencia de la marea, ya que se constituye como el factor más importante para gobernar la hidrodinámica del estuario, pues es su efecto de propagación el que produce los gradientes de nivel en el agua que a su vez provocan la generación de corrientes hacia el estuario (flujo) o fuera de él (reflujo). Por su parte, el oleaje incide directamente en la costa y en la boca del estuario teniendo como principal consecuencia, que ésta tenga formas caprichosas a lo

largo de todo el año, pudiendo cambiar el tamaño y profundidad de su abertura. Las corrientes marinas afectan a los estuarios en mucho menor proporción que las anteriores y, en los casos en que dichas corrientes sean de carácter considerable, pueden coadyuvar al oleaje a realizar cambios a lo largo de la costa, modificando las características geométricas de la boca del estuario. Cuando las características geométricas de la boca del estuario se modifican, entonces las condiciones hidrodinámicas del estuario cambian, especialmente, en esta zona.

b) *Factores atmosféricos.*- El movimiento de las masas de aire en las zonas costeras, producido por la diferencia de temperaturas entre la tierra y el mar, ocasiona que el agua sea puesta en movimiento al rozar su superficie libre y, por ende, los patrones de circulación en el estuario sean afectados. La temperatura suele ser un factor a considerar en algunos casos, como por ejemplo, en estuarios tropicales que, en época de calor, reciben una poca aportación fluvial. Cuando esto sucede, el agua del estuario se calienta de tal modo que produce una diferencia considerable entre las densidades del estuario y del mar para mantener una circulación de carácter molecular. Por lo tanto, los efectos de la temperatura no deben ser olvidados.

c) *Factores químicos.*- Fundamentalmente, se refiere a la mezcla entre el agua dulce y el agua de mar. Esta mezcla es particularmente importante pues constituye quizá parte de la esencia de lo que es un cuerpo estuarino. Esta interacción produce un patrón de circulación originado por la diferencia de densidades.

d) *Factores geotécnicos.*- Aquí interviene la importante participación que tiene en la hidrodinámica del estuario, las características del material de fondo que forma al estuario, y no sólo en su interior, sino también en el exterior, del lado de la costa.

- En el interior del estuario, así como en la boca, es de vital importancia conocer las características del material de fondo, pues la fricción que se produce en el fondo del cuerpo estuarino, ocasiona cambios en la velocidad del flujo. Por su parte, según el grado de consolidación del material del que se conforme, es que se podrá explicar la dinámica formológica de la boca. Otra afectación del material se refiere a su capacidad para erosionarse, transportarse y finalmente depositarse, produciendo erosiones y azolvamientos especialmente, en áreas cercanas a la boca del estuario.

- Afuera del estuario, la granulometría del material puede influir de manera directa su funcionamiento hidráulico aumentando o disminuyendo la longitud y área hidráulica de la boca. De este modo, algunos tipos de material son más susceptibles a una mayor erosión que otros, recordando siempre, que la causa de este efecto son el oleaje y las corrientes.

e) *Configuración del fondo.*- Con la finalidad de conocer la superficie que será ocupada por el estuario o que dejará de serlo, como consecuencia del flujo y refluo inducido por la marea, es necesario conocer la batimetría del estuario y la topografía de la costa. De este modo, es posible determinar los patrones de circulación, de acuerdo a la profundidad del estuario en cada punto y es posible conocer la capacidad en volumen que tendrá este almacenamiento. Esta capacidad de almacenamiento es determinante en la definición de cómo afectará la onda de marea a los niveles dentro del estuario, hasta qué punto se disipará la onda de marea y cuáles serán las velocidades del agua dentro del sistema.

Estas características están enfocadas a continuar con lo que sería una descripción de los estuarios en un entorno físico.

En el capítulo II se buscará dar otro enfoque de los factores que intervienen en la hidrodinámica y en la dispersión dentro de un cuerpo estuarino. Este enfoque, a pesar de estar más orientado a la parte matemática, servirá también de complemento a lo que en esta sección se ha comentado.

### 1.3 Clasificación de los estuarios

Revisando las referencias bibliográficas, fue fácil encontrar que cada una de ellas hace una diferente clasificación de acuerdo, en gran parte, al enfoque que se le da a los estuarios.

De este modo, son posibles diferentes clasificaciones de los estuarios, según el criterio empleado. Por ejemplo, la topografía, las aportaciones de agua dulce y la marea, pueden ser factores importantes que influyen en el mezclado del agua dulce con

el agua salada tanto en la distribución espacial, como en la rapidez de mezclada. Incluso el viento, cuando actúa localmente y en periodos largos, puede ser importante. Obviamente, todos estos factores interactúan entre sí para dar un efecto final. Debido a esto es muy difícil definir una sola clasificación para todos los estuarios.

De este modo se describirán dos clasificaciones de los estuarios:

- *Clasificación según su topografía*
- *Clasificación según su estructura salina*

### 1.3.1 Clasificación según su topografía

Esta clasificación fue dada por Fritchard (1952), dividiendo a los estuarios en tres y dejando una cuarta para aquéllos que no quedan claramente definidos dentro de los primeros.

#### A) *Estuarios de planicie costera*

Los estuarios de planicie costera se formaron durante una etapa de transgresión marina<sup>2</sup>, inundando valles cruzados por corrientes fluviales. Dado que la sedimentación no se incrementó al mismo ritmo que los mares aumentaron su nivel, la topografía estuarina no ha sufrido cambios significativos, desde que aquel terreno formaba un valle surcado por un río. Consecuentemente, las máximas profundidades que pueden medirse en este tipo de estuarios raramente llegan a los 30 m. La forma de su desembocadura tiende a ser triangular al igual que su sección transversal. Incluso en aquellos casos en los que en la desembocadura se presenta roca, la relación ancho-

---

<sup>2</sup> Una transgresión marina es un fenómeno de carácter geológico que se refiere al incremento en el nivel del océano produciendo algunos cambios físicos. Cuando este sucede, en lugar de que el material transportado por los ríos forme deltas, lagunas, pantanos, playas, etc., en las zonas de poca profundidad, éste será diseminado en grandes áreas con espesores relativamente pequeños, evitando además, como es de esperarse, que la longitud del cauce del río disminuya considerablemente, especialmente en zonas de planicies costeras. Esta transgresión se dará cuando el transporte de material proveniente de los continentes a través de los ríos, no aumente en la misma proporción que el incremento en el nivel del mar. Cabe mencionarse, que la condición inversa se conoce como regresión marina.

profundidad es generalmente grande. En su parte más alta, los estuarios suelen presentar zonas lodosas y hacia la boca zonas más arenosas. Una característica importante es que, al ser el incremento del área transversal de tipo exponencial, se presentará un equilibrio en la desembocadura entre la erosión y la sedimentación ante las corrientes inducidas por la marea. En general, el caudal del río es relativamente pequeño comparado con el prisma de marea.

Algunos ejemplos de estuarios de planicies costeras los tenemos el sistema estuarino de la Bahía de Chesapeake en los Estados Unidos y el Támesis y el Mersey en Inglaterra.

#### B) *Fjordos*

Los fjordos se formaron en áreas con formaciones de hielo del Pleistoceno<sup>3</sup>. La presión del hielo formó depresiones mayores en profundidad y anchura sobre los valles ya existentes, formando barras de roca en lugares como la boca del fiordo y en las intersecciones entre fjordos. Estas barras pueden tener profundidades desde los 4.5 m, a los 40 m y hasta los 150 m. Por su parte, el estuario formado puede tener incluso profundidades de hasta 800 m. Cabe mencionarse que, cuando la barra de roca en la boca del estuario es muy poco profunda (por ejemplo, de 4 a 5 m), la comunicación entre el mar y el estuario puede no ser del todo libre y que se restrinja la comunicación entre el mar y el cuerpo costero.

Debido a su hundimiento, los fjordos tienen una pequeña relación ancho-profundidad y una sección transversal aproximadamente rectangular. Su contorno es también rectangular, bien definido y formando ángulos rectos en las esquinas.

Los fjordos presentan normalmente un fondo rocoso y la sedimentación del material acarreado por los ríos se da a la entrada de los ríos a ellos. La descarga de los

---

<sup>3</sup> Este periodo, el Pleistoceno, se menciona con frecuencia como la época de las *edades glaciales*, aunque los intervalos de intemperismo, conocidos como *edades interglaciales*, no fueran glaciales del todo. La última época de los glaciares de América del Norte y Europa alcanzaron una gran extensión y tuvieron lugar hace unos 18 000 años. El Pleistoceno es la última parte de la era del Cenozoico del periodo Cuaternario. Después de él, se presenta el desarrollo del hombre.

rios es poca comparada con el volumen de los fiordos, sin embargo, debido a que generalmente los fiordos se encuentran restringidos en su comunicación con el mar, el prisma de marea es menor que el caudal de aportación del río.

La presencia de este tipo de estuarios se limita a grandes latitudes en zonas montañosas, tal es el caso de Loch Etive (Escocia), Sogne Fjord (Noruega), Alberni Inlet (Canadá) y Milford Sound (Nueva Zelanda).

*C) Estuarios formados con barreras litorales*

Estos estuarios podrían bien ser considerados como dentro del primer grupo debido a que su origen proviene de surcos en la edad glacial que posteriormente fueron inundados. Sin embargo, el acarreo de materiales por el río se mantuvo incrementándose al mismo ritmo que se produjo la inundación, formando una barrera litoral en la boca perpendicular al flujo del río. Esta barrera es normalmente el lugar en donde el oleaje incide, por lo que para que dicha barrera pueda formarse correctamente, es necesario que la marea se encuentre restringida y existan grandes volúmenes de sedimento. Es por esto, que estos estuarios se asocian generalmente a costas con posibilidades de sedimentación. Los estuarios formados con barreras litorales generalmente tienen poca profundidad y pueden formar lagunas de gran extensión, así como otros canales de comunicación. Es importante mencionar que debido a que la sección transversal de la boca se encuentra restringida por la barrera, las velocidades en este punto pueden ser muy altas y, en las partes más anchas, decrecer rápidamente.

El caudal del río es generalmente grande, aunque varía con la temporada, transportando grandes volúmenes de sedimento en época de avenidas. Normalmente, este tipo de estuarios se localizan en zonas tropicales o en zonas con alta actividad de transporte de sedimentos.

De acuerdo con la temporada, la barrera puede eventualmente romperse permitiendo una importante comunicación con el mar. La apertura de esta barrera puede deberse a las avenidas del río o bien, a factores oceanográficos tales como el oleaje (especialmente el ciclónico), la marea de tormenta e incluso las corrientes

marinas. Sin embargo, el rompimiento de la barrera suele ser breve, por lo que se recupera la condición que normalmente tiene en cuanto las condiciones se normalizan, es decir, el caudal del río disminuye y/o los factores oceanográficos se normalizan. En casos especiales el rompimiento puede ser inducido por el hombre buscando algún beneficio de tipo económico o de protección.

Ejemplos de este tipo de estuarios son el estuario Vellar (India), el Río Roanoke (Estados Unidos) o el formado por la Laguna Madre (México).

*D) Los estuarios restantes*

En este apartado podemos incluir todos aquellos estuarios que de alguna u otra forma no pudieron ser identificados en alguno de los tres tipos anteriormente descritos. Básicamente podemos mencionar a los estuarios originados a raíz de subducciones de fallas tectónicas, erupciones volcánicas o derrumbes.

Un conocido ejemplo es el de la Bahía de San Francisco, en donde los ríos Sacramento y San Joaquín quedaron ahogados en sus parte bajas debido a los movimientos tectónicos de la falla de San Andrés.

Con la descripción de la clasificación de los estuario: según su topografía, podemos deducir que, a su vez, la topografía depende de su origen geológico y que, en general, las edades glaciales desempeñaron un papel muy importante en el desarrollo de los estuarios. Podemos considerar entonces que, en gran medida, la mayoría de los estuarios son motivo de estudio para la Geología, siempre que busquemos conocer su origen.

Sin embargo, no sólo interesa la topografía o el origen de los estuarios, sino otras características quizá más importantes en el aprovechamiento de los estuarios por el hombre, motivo por el cual incluimos otra clasificación.

### 1.3.2 Clasificación según su estructura salina

La mayoría de los estuarios pueden clasificarse dentro del primer grupo según su topografía, es decir, predominan aquéllos de tipo de planicie costera, en los cuales, un valle con un río cruzándolo sufrió una inundación sin que se incrementara la cantidad de azolves que transportaba. De aquí nace una primera necesidad de contar con uno o más criterios para distinguir a un estuario de otro y así servir a diferentes fines.

Una opción es clasificar a los estuarios de acuerdo a su estructura salina. Esta clasificación tiene como finalidad el describir la forma como se produce el mezclado dentro de un estuario y de allí comprender los patrones de circulación dentro de ellos. Cameron y Pritchard (1963) realizaron esta labor, proponiendo dividir a los estuarios según su distribución salina, como se describe a continuación.

#### A) *Estuarios altamente estratificados*

##### a) *De cuña salina*

En este tipo de estuarios se considera que el agua dulce proveniente del río, al ser menos densa que la del mar, fluye por encima de la cuña salina con una velocidad que decrece conforme se acerca a la desembocadura y el estuario se ensancha (Figura 1.2). Para imaginar esta situación es necesario considerar algunas hipótesis. En primer lugar, consideraremos un mar sin marea con una fuente de agua dulce en la parte más alta del estuario; y, en segundo lugar, debemos pensar que no existe viscosidad y por lo tanto, el flujo se comporta sin fricción. De esta forma, la interfase entre el agua dulce y el agua salada sería horizontal. Debido a la fuerza de Coriolis, el agua del río tenderá a concentrarse hacia la margen derecha<sup>4</sup> (viendo hacia aguas abajo). No habrá por tanto, mezclado alguno entre el agua dulce y la salada, ni habrá movimiento en la cuña salina. En la Figura 1.2 se muestran también los perfiles de salinidad y de velocidad característicos en un estuario de este tipo.

---

<sup>4</sup> Esta concentración del agua hacia la derecha se da en el Hemisferio Norte.

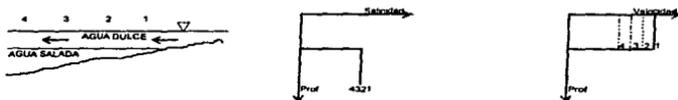


Figura 1.2 Perfiles de salinidad y velocidad en un estuario sin fricción en el flujo

En seguida suprimiremos una de las hipótesis iniciales: la ausencia de fricción. Si consideramos ahora la viscosidad, entonces existirá un esfuerzo cortante en el fluido en la zona de la interfase y la cuña salina será empujada hacia aguas abajo hasta que la cara superior de la cuña tenga una pendiente tal que resista esta fuerza de empuje. Lateralmente, la cuña salina tiende a afectarse por la fuerza de Coriolis mostrando una ligera inclinación según el hemisferio en el que se encuentre.

Debido al esfuerzo cortante desarrollado por la velocidad de la capa de agua dulce por encima de la interfase, una delgada capa de la cuña salina será empujada hacia el mar. Cuando el esfuerzo cortante sea lo suficientemente grande, se formarán pequeñas olas que romperán en la interfase, produciendo un mezclado de agua dulce con agua salada (Figura 1.3). A este proceso se le conoce como *intermezclado*. Este fenómeno incorpora agua a la capa original de agua dulce, causando que la descarga del estuario al mar sea mayor<sup>5</sup>.

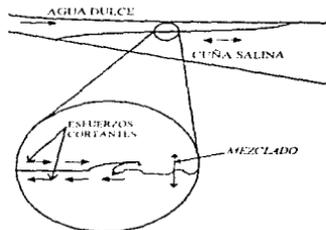


Figura 1.3 Proceso de intermezclado

<sup>5</sup> En este sentido, debe mencionarse que, para conservarse la continuidad en esta zona, es necesario que exista una compensación con flujo del mar hacia río arriba que se incorpore a la cuña salina.

En la Figura 1.4, se muestran los perfiles de velocidad y salinidad en un estuario altamente estratificado de cuña salina y con viscosidad que produce esfuerzos cortantes en la interfase de las dos capas.

Para este tipo de estuario, la relación entre el flujo del río y el flujo de la marea resulta muy grande, mientras que la relación ancho-profundidad es relativamente pequeña.

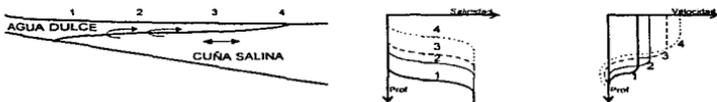


Figura 1.4 Perfiles de salinidad y velocidad en un estuario con fricción en el flujo

#### b) *Fiordos*

Por varios motivos, estos estuarios son muy similares a los descritos en el inciso a). En este tipo de estuarios, al igual que en los de cuña salina, el caudal del río domina por encima del prisma de marea por lo que el proceso de intermezclado, es el proceso por medio del cual se produce la mezcla de agua dulce con agua salada. Generalmente, la capa superior conserva un espesor relativamente constante en todo el estuario e incluso, en algunos fiordos, dicho espesor se limita a la profundidad de la barra en la boca del fiordo.

Cuando el gasto del río es grande, la capa superficial es casi homogénea y el gradiente máximo de salinidad se da debajo de dicha capa (mayor estratificación); cuando por el contrario el gasto del río es pequeño, la capa superficial (de agua dulce) es menos homogénea y el máximo gradiente ocurre en la superficie (menor estratificación).

Debido a que en la boca, donde se encuentra la barra, hay mayores velocidades debidas a gradientes hidráulicos ocasionados por la marea, así como una estratificación menos marcada, la circulación en esta zona es completamente distinta a la del cuerpo del estuario.

En las partes más profundas del estuario, donde los efectos de la marea se resienten menos y donde el estuario se encuentra más estratificado, suele presentarse una intrusión de agua salina en la capa de agua dulce. Generalmente, este mezclado se da una vez al año cuando, en el verano (época de avenidas), el gasto del río crece ocasionando que el intermezclado sea más activo y la diferencia de densidades entre la parte profunda del fiordo y el agua de la zona costera, sea la máxima. Los perfiles típicos de un estuario de tipo fiordo, son los mostrados en la Figura 1.5.

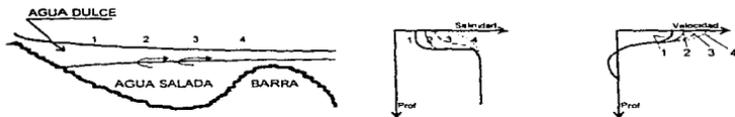


Figura 1.5 Perfiles de salinidad y de velocidad en un fiordo

#### B) Estuarios parcialmente mezclados

Si ahora incluimos los efectos de la marea en un estuario, se experimentarán sus efectos por medio de oscilaciones dentro de él. Se requiere solamente una pequeña amplitud de la marea para que el estuario lo resienta; sin embargo, para que se produzca el efecto de mezclado parcial, hablaremos de un mínimo de condiciones por cumplirse en la proporción dada entre el prisma de marea y el volumen del estuario, más allá del cual podremos hablar de un estuario de tipo parcialmente mezclado.

La energía involucrada en la propagación de mareas hacia el interior de estuarios es grande y se disipa principalmente en la fricción que se desarrolla en el fondo produciendo turbulencia en forma de remolinos. Estos remolinos pierden su energía cinética trabajando en contra de los gradientes de salinidad, con lo que puede mezclarse el agua salada hacia arriba y el agua dulce hacia abajo. Consecuentemente, la salinidad en la capa superior aumenta al igual que aumenta su caudal y, para poder descargar una cantidad de agua dulce igual al gasto del río, el flujo del mar por debajo de la descarga del río, también aumenta. Esto significa que se desarrollará un sistema de flujo de dos estratos.

El mezclado desarrollado en estos estuarios produce que, a diferencia de los estuarios de cuña salina, la salinidad de la capa superior de agua dulce sea mayor conforme se acerca a la desembocadura y solamente en la parte donde comienza el estuario no exista dicho mezclado. Incluso en las partes profundas del estuario se tienen gradientes de salinidad en la dirección horizontal. En la Figura 1.6 se muestra una distribución típica de la salinidad en un estuario parcialmente mezclado.

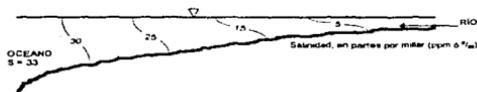


Figura 1.6 Curvas de isosalinidad típicas en un estuario parcialmente mezclado

En este tipo de estuarios el prisma de mareas es notablemente mayor al volumen que conduce el río, motivo vital para ocasionar el mezclado en cuestión. Al igual que en los anteriores tipos de estuario, se presentan los perfiles de salinidad y de velocidad típicos en diferentes secciones (Figura 1.7). En ellos puede observarse, por un lado, cómo la tendencia de los perfiles de salinidad tiende a ser vertical, mientras que por otro, en los perfiles de velocidad apreciamos una considerable zona con velocidades negativas, lo que, efectivamente, nos habla de un mejor mezclado.

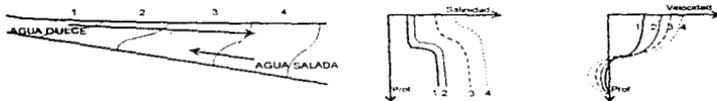


Figura 1.7 Perfiles de salinidad y de velocidad en un estuario parcialmente mezclado

Como una descripción más profunda del funcionamiento de este tipo de estuarios, hablaremos de la relación que existe entre la amplitud de la marea, la velocidad de las corrientes y la salinidad. Esta relación estará dada por la profundidad y la longitud del estuario ya que determinaran las características de la reflexión de la onda de marea.

*1er caso.* - Si el estuario posee la profundidad y longitud correctas, entonces será posible que la onda de marea entre al estuario, se refleje en su cabecera y regrese a la boca, en un tiempo igual al periodo de la marea; de ser así, la onda reflejada coincidirá exactamente con la onda de marea entrante y se podrá establecer un sistema de *ola estacionaria* en el estuario. Puede presentarse la cresta en la boca del estuario y el valle en la cabecera, sin embargo, en estuarios más largos, pueden existir varias crestas y valles. Cuando esto sucede, la marea, la velocidad de las corrientes y la salinidad, se comportan como se muestra en la Figura 1.8a, es decir, la marea y la salinidad se encuentran en fase (creciendo y decreciendo simultáneamente), mientras que el ciclo de la velocidad de las corrientes se encuentra defasado con respecto a las anteriores  $90^\circ$  ( $\pi/2$ ). Puede observarse cómo la máxima y la mínima velocidad de las corrientes se desarrollan cuando la elevación de la marea es cero.

*2do caso.* - Se da cuando la energía de la onda de marea se disipa por completo antes de ser reflejada en la cabecera del estuario. Entonces estaremos hablando de una *ola progresiva*. La consecuencia de este fenómeno sería que la amplitud de la marea y la magnitud de las corrientes se encontrarían en fase, es decir, que la máxima amplitud de la marea coincida con las velocidades máximas de la corriente. Además, ambas magnitudes disminuirían conforme se alejan de la boca del estuario. Una vez dentro del estuario, la onda de marea deja de ser simétrica y debido a la profundidad del estuario, la cresta viaja más rápidamente que el valle; la amplitud de la onda de marea aumenta conforme el estuario se estrecha y se vuelve menos profundo y a la vez disminuye con la fricción del fondo. Si la amplitud de la marea deja de ser pequeña en comparación con la profundidad del estuario y la asimetría de la onda se incrementa, entonces puede desarrollarse un pequeño oleaje. La comparación de la variación de los tres factores se muestra en la Figura 1.8b. En ella podemos ver que la salinidad está defasada medio ciclo.

*3er caso.* - Se muestra como una combinación de los dos anteriores, en donde se tiene una onda estacionaria con una contribución de onda progresiva. Aquí es necesario recordar que si el estuario es parcialmente mezclado, el flujo del río puede confinarse a la capa superior. De este modo, cuando la presión de la columna de agua entrante disminuya, puede hablarse de que comenzará el reflujó por la capa superior en la zona

de la cabecera del estuario. De modo similar, en la boca, la capa superior no dejará de fluir hacia el mar hasta que un gradiente de presiones la obligue a invertir su movimiento. Este fenómeno puede verse más claramente en la Figura 1.8c, en donde podemos apreciar que, cuando en el fondo comienza el flujo, en la capa superficial continua en reflujó; de igual manera, la gráfica muestra que cuando en la capa superficial comienza el reflujó, el fondo continua en flujo. De igual modo, al comparar la oscilación de la magnitud de la salinidad, podemos notar que existen dos curvas, una para la capa superior y otra para la inferior prácticamente paralelas entre sí, alcanzando el valor máximo aproximadamente cuando en el estuario se pasa de flujo a reflujó y el valor mínimo cuando se pasa de reflujó a flujo aproximadamente.

### C) Estuarios verticalmente homogéneos

Este tipo de estuarios se presentarán cuando la sección transversal del estuario es poco profunda y el esfuerzo cortante desarrollado en el fondo es capaz de producir el mezcladío en todo el espesor del estuario y lo hace homogéneo verticalmente; sin embargo, es difícil pensar que realmente existan estos estuarios debido a que en los procesos de mezcladío, se presentan pequeñas variaciones en sentido vertical. Estas variaciones pueden deberse, por ejemplo, a corrientes verticales inducidas por cambios en la temperatura. Cuando un estuario es homogéneo en el sentido vertical, es decir, no hay gradiente de salinidad en ese sentido, tampoco hay flujo vertical y el mezcladío se puede producir solamente en el sentido horizontal. El flujo de marea en estos estuarios resulta ser mucho mayor al del río.

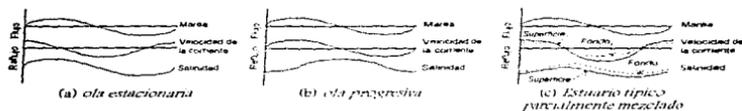


Figura 1.8 Respuesta de la velocidad de las corrientes y la salinidad ante las variaciones de la marea

Estos estuarios pueden presentar una variación más según su mezcladío lateral: lateralmente no homogéneos y lateralmente homogéneos.

a) *Lateralmente no homogéneos*

Este tipo de estuarios se presenta cuando se tiene un ancho tal, que la fuerza de Coriolis es capaz de ejercer su influencia sobre el estuario separando el flujo en dos partes. En el hemisferio Norte, el flujo hacia el mar se cargará hacia la margen derecha del estuario, con la correspondiente compensación en la margen izquierda de flujo entrante al estuario. Por lo tanto, se producirá una circulación en un plano horizontal como se esquematiza en la Figura 1.9.

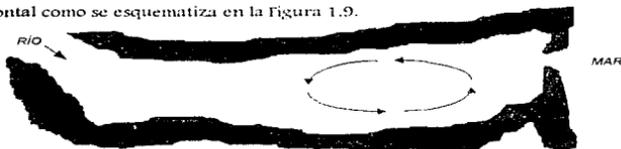


Figura 1.9 Esquema de la circulación en un estuario lateralmente no homogéneo

En la figura 1.10 se presentan nuevamente los perfiles de salinidad y velocidad típicos. De ellos podemos observar otra característica de estos estuarios que es que a medida que se acerca el estuario a la boca, la salinidad aumenta en ambos lados de la boca.

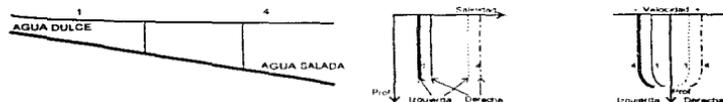


Figura 1.10 Perfiles de salinidad y de velocidad en un estuario verticalmente homogéneo con variación lateral, en el hemisferio Norte

b) *Lateralmente homogéneos*

En estos estuarios, el esfuerzo cortante en el fondo es un factor importante para producir el mezclado al igual que en el caso anterior. Sin embargo, en este caso el estuario será homogéneo cuando su ancho sea lo suficientemente pequeño para que en

las paredes laterales se desarrolle un esfuerzo cortante que sea capaz de crear las condiciones de homogeneidad en el sentido lateral. La salinidad se incrementa al acercarse a la boca en forma uniforme, mientras que el gasto medio se mueve hacia el mar tendiendo a sacar el contenido salino del estuario. Para balancear esta situación, se presenta un intercambio turbulento de sal que fluye aguas, arriba influenciado por las irregularidades topográficas del estuario y por la fricción en el fondo. El máximo flujo se presenta cerca de la marea alta, cuando la sección transversal es más grande y el máximo reflujos se presenta cerca de la marea baja, cuando la sección transversal es menor. Como resultado, hay un mayor transporte de sal en el flujo que en el reflujos, lo que puede ayudar a balancear el transporte de sal inducido por el gasto medio.

Al clasificar a los estuarios según su estructura salina, puede observarse su importancia, pues dicha estructura varía y nos habla, por ejemplo, del tipo de vida que sería posible desarrollar en determinado momento, o de los patrones de circulación desarrollados en diferentes partes del estuario.

Al estudiarse ambas clasificaciones, es claro observar una relación entre la clasificación topográfica y su estructura salina; sin embargo, sigue siendo una ambigüedad la definición de los límites del estuario. Dado que el presente trabajo está enfocado al funcionamiento hidrodinámico de los estuarios, no incursionaré en los diferentes criterios que pudiesen aplicarse para tal fin, pues esto conllevaría a una discusión sobre la aplicación de cada uno de estos métodos.

Asimismo, podemos hablar de una relación que resulta importante, junto con la topografía, para relacionar a los estuarios con su estructura salina. Esta relación es la del flujo del río entre el flujo de marea. Simmons (1955) encontró ciertos rangos de valores de la relación mencionada dentro de los cuales podría clasificarse, si bien someramente, a los estuarios según su estructura salina. Esto es, para una relación mayor a 1.0, el estuario será altamente estratificado; para una relación alrededor de 0.25, el estuario será parcialmente mezclado; y para una relación cercana a 0.1, el cuerpo será bien mezclado o verticalmente homogéneo. Esta "clasificación" es muy simplista, pues tanto el ancho como la profundidad del estuario, tienen cierta capacidad para controlar el mezclado ante las variaciones de la marea y del río. A esto hay que añadir las variaciones, tanto en la amplitud de la marea como en el gasto del río, a lo

largo de los doce meses del año, la fricción en el fondo, etc. Sin embargo, la división propuesta por Simmons, es capaz de dar una idea sobre la relación que efectivamente existe entre los caudales de río y marea, la topografía y su estructura salina.

En el Capítulo II, Fundamentos de Hidrodinámica de los Estuarios, se presentarán los fundamentos teóricos que gobiernan el funcionamiento hidrodinámico de estos cuerpos costeros para posteriormente, en el Capítulo III pasar a la aplicación de estos conceptos por medio de un modelo matemático.

*II - FUNDAMENTOS DE HIDRODINÁMICA  
DE LOS ESTUARIOS*

## II - FUNDAMENTOS DE HIDRODINÁMICA DE LOS ESTUARIOS

En este capítulo se tratarán los principios de hidrodinámica y de dispersión desde el punto de vista matemático que son necesarios para la comprensión de la base teórica del funcionamiento de los cuerpos estuarinos. Asimismo, se mencionarán qué factores físicos influyen en un cuerpo estuarino y cómo lo hacen.

Este capítulo tiene como finalidad deducir las ecuaciones de Euler y Navier-Stokes, también conocidas como las ecuaciones de momentum, que conforman la base para explicar fenómenos que van desde la hidrostática y el flujo uniforme, hasta los de oleaje y de golpe de ariete.

Dado que las ecuaciones de momentum resultan de igualar las fuerzas de inercia con las fuerzas aplicadas (internas y externas), será necesario definir éstas y explicar de dónde provienen. Brevemente serán explicados también algunos conceptos básicos de la hidrodinámica tales como el movimiento de las partículas y el principio de continuidad.

### II.1 Principios de hidrodinámica

La importancia de definir estos conceptos básicos está encaminada a obtener un mejor entendimiento del significado físico de las ecuaciones diferenciales que gobiernan el movimiento.

Al igual que para las leyes de la mecánica de un cuerpo sólido, las leyes de la mecánica de los fluidos se obtienen a partir de la integración de dichas leyes para un "punto material" o partícula, con respecto a toda el área o volumen en consideración. Por lo tanto, los estudios de hidrodinámica se dividen en dos: el establecimiento de las ecuaciones diferenciales que gobiernan el movimiento de una partícula de fluido y la aplicación de métodos matemáticos para integrar dichas ecuaciones. En el presente capítulo se plantearán las bases para resolver el primer punto.

Antes de pasar a las ecuaciones que rigen el movimiento de las partículas, es necesario definir la notación en coordenadas cartesianas para una partícula de fluido<sup>1</sup>. La notación se muestra en la Figura 2.1, en la que se considera un elemento con lados  $dx$ ,  $dy$  y  $dz$  (paralelos a los ejes coordenados), de volumen  $dx dy dz$  y con peso  $(\rho g) dx dy dz$ , en donde  $g$  es la aceleración de la gravedad y  $\rho g$  es el peso específico del fluido.

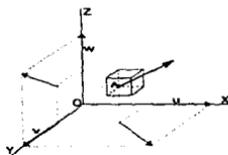


Figura 2.1 Notación en coordenadas cartesianas

La presión en el punto A es una cantidad escalar y, por definición, se considera como perpendicular al plano en el que actúa. Dicha magnitud es una función del tiempo y del espacio, es decir,  $p = f(x, y, z, t)$ . La derivada con respecto al espacio de la función  $p$ , es decir su gradiente ( $\nabla p$  ó grad  $p$ ), es también un escalar. Los componentes de grad  $p$  están dados por la derivada de  $p$  con respecto a  $x$ ,  $y$  y  $z$ , es decir,  $\partial p / \partial x$ ,  $\partial p / \partial y$ ,  $\partial p / \partial z$ . La fuerza asociada a esta presión es una cantidad vectorial, es decir, con magnitud, dirección y sentido.

La velocidad del punto A es  $V$  y si se considera que  $i, j, k$  son vectores unitarios con direcciones  $x, y, z$  respectivamente, la velocidad vale:  $V = ui + vj + wk$ .

### II.1.1 Métodos de estudio

Existen dos formas para estudiar el movimiento de un fluido, el método de Lagrange y el de Euler, siendo éste el más utilizado.

<sup>1</sup> Una partícula de fluido es un cuerpo de dimensiones tan pequeñas que es posible considerar que todas las partes del elemento tienen la misma velocidad de traslación  $V$  y la misma densidad  $\rho$ .

### II.1.1.1 Método de Lagrange

Este método es poco utilizado en la hidrodinámica. Sirve para contestar a la pregunta: ¿qué ocurre con una partícula de fluido dada que se mueve a lo largo de su trayectoria?. Este método consiste en seguir a las partículas de fluido a través del tiempo y determinar las trayectorias, velocidades y presiones según su posición original.

Si la posición de una partícula de fluido dada en un tiempo  $t_0$  es  $x_0$ ,  $y_0$  y  $z_0$ , las ecuaciones del sistema Lagrangiano son:

$$x = F_1(x_0, y_0, z_0, t - t_0)$$

$$y = F_2(x_0, y_0, z_0, t - t_0)$$

$$z = F_3(x_0, y_0, z_0, t - t_0)$$

### II.1.1.2 Método Euleriano

Este criterio responde a la pregunta: ¿qué ocurre en un punto dado en un espacio ocupado por un fluido en movimiento?. Este es el caso que más frecuentemente se aplica en la hidrodinámica. Para un punto dado  $A(x, y, z)$ , este método proporciona la velocidad  $V(u, v, w)$  y la presión  $p$  (y en el caso de un fluido compresible, densidad y temperatura) en función del tiempo.

La velocidad está dada por:

$$u = f_1(x, y, z, t)$$

$$v = f_2(x, y, z, t)$$

$$w = f_3(x, y, z, t)$$

mientras que la presión :

$$p = F_1(x, y, z, t)$$

Las ecuaciones del sistema Euleriano se obtienen mediante la diferenciación total de  $u$ ,  $v$  y  $w$  con respecto al tiempo y con los componentes de la presión.

### II.1.2 Ecuaciones básicas

En la hidrodinámica, las ecuaciones básicas están dadas por los principios de continuidad y de conservación de momentum. Esto se debe a que se considera que la densidad del líquido es constante. En los casos en los que la densidad varíe, es decir, el fluido en estudio sea de tipo compresible, deben añadirse a nuestro sistema de ecuaciones básicas la ecuación de estado y el principio de conservación de la energía.

#### II.1.2.1 Principio de continuidad

Este principio expresa la conservación de la materia, es decir, que la materia de fluido en un espacio dado, no se crea ni se destruye. En el caso de un fluido incompresible y homogéneo, el principio de continuidad se expresa como la conservación del volumen, excepto en el caso de la cavitación en la que aparecen algunos vacíos. El principio de continuidad proporciona una relación entre la velocidad  $V$ , la densidad  $\rho$ , las coordenadas en el espacio y el tiempo. En el caso de un fluido incompresible ( $\rho = \text{constante}$ ), la relación de continuidad queda:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

lo que se refiere a una relación entre los componentes de  $V$  y sus coordenadas. Este aspecto será desarrollado más adelante de manera más profunda.

#### II.1.2.2 Principio del momentum

Este principio expresa la relación que existe entre las fuerzas aplicadas  $F$  a un volumen de materia de densidad  $\rho$  y las fuerzas de inercia  $d(\rho V)/dt$  de este volumen de materia en movimiento.

En la mecánica de fluidos esta ecuación adopta diferentes formas que consideran el hecho de que la partícula de fluido puede deformarse. Estas ecuaciones se explicarán a detalle más adelante en este mismo capítulo. Al integrar la ecuación del momentum con respecto a la distancia el resultado es una igualdad de trabajo y energía, lo que expresa una forma de la conservación del principio de la energía, en este caso, la ecuación de Bernoulli.

Si  $V$  se expresa con  $u$ ,  $v$ ,  $w$ , el principio del momentum se representa como:

$$F_x = \rho \frac{du}{dt}$$

$$F_y = \rho \frac{dv}{dt}$$

$$F_z = \rho \frac{dw}{dt}$$

en donde  $\rho$  es constante y  $F_x$ ,  $F_y$  y  $F_z$  son las componentes de  $F$  paralelos a nuestros ejes coordenados. Es importante mencionar que estas ecuaciones expresan la segunda ley de Newton: "El cambio en el momentum es proporcional a la fuerza aplicada y se realiza en la dirección en que ésta actúa."  $F = d(mV)/dt$ .

### II.1.2.3 Condiciones de frontera

Es evidente que no existe una solución general para las ecuaciones básicas descritas con anterioridad, sin embargo, es posible resolver tales ecuaciones para casos particulares si se establecen las condiciones de frontera correctas. Algunas condiciones de frontera son, por ejemplo:

- La superficie libre, en la que la presión es conocida y generalmente es la atmosférica.
- La frontera sólida, que impide la entrada o salida de fluido.
- En el infinito, cuando el movimiento tiende a un valor conocido. Las condiciones conocidas en el infinito se conocen también como condiciones de "frontera".

### II.1.3 Movimiento de las partículas de fluido

En términos matemáticos, el movimiento de una partícula de fluido a lo largo de sus trayectorias es considerado como la superposición de movimientos primarios. La Figura 2.2 muestra una partícula cuadrada  $ABCD$ , de tamaño infinitesimal, de área  $dx dy$  en un tiempo  $t$  y muestra la misma partícula en el tiempo  $t + dt$ , es decir,  $A_1 B_1 C_1 D_1$ .

La velocidad de  $A$  y  $D$  es  $u$  mientras que la velocidad de  $B$  y  $C$  es  $u + du = u + (\partial u / \partial y) dy$ , en donde  $AB = dy$  y  $u$  es en este caso función solamente de  $y$ .

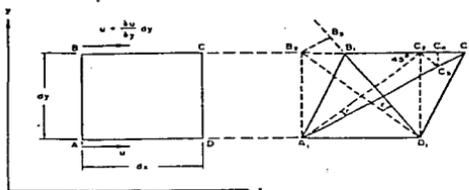


Figura 2.2 Análisis elemental de los diferentes tipos de movimiento en una partícula de fluido

Para pasar de  $ABCD$  a  $A_1B_1C_1D_1$  es necesaria la superposición de tres diferentes movimientos (que incluyen deformaciones de la partícula):

1. Un movimiento de traslación que resulta en  $A_1B_2C_2D_1$ ; la velocidad de traslación es  $u$ .
2. Un movimiento de rotación que transforma las diagonales  $A_1C_2$  y  $D_1B_2$  en  $A_1C_3$  y  $D_1B_3$ , respectivamente.
3. Una deformación que desplaza  $C_3$  a  $C_1$  y  $B_3$  a  $B_1$ .

Por otra parte, la velocidad de rotación angular, puede determinarse de la siguiente manera: si en la Figura 2.2 se considera que en el límite  $dt \rightarrow 0$  el ángulo  $C_2C_1C_3$  tenderá a  $45^\circ$  cuando  $dx = dy$ . Por lo tanto:

$$C_2C_3 = \frac{C_1C_2}{\sqrt{2}} = \frac{\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right) dy dt}{\sqrt{2}}$$

Por su parte, la velocidad de rotación angular es la velocidad con la que el radio cambia su magnitud en el tiempo, es decir:

$$\frac{dr}{dt} = \frac{d}{dt} \left\{ \frac{\text{segmento}}{\text{radio}} \right\} = \frac{d}{dt} \frac{C_2C_3}{A_1C_2} = \frac{d}{dt} \frac{C_2C_3}{\sqrt{2} dy}$$

Introduciendo el valor de  $C_2C_3$  en (2.12), se tiene que la razón de cambio o velocidad de rotación angular es:

$$\frac{dr}{dt} = \frac{1}{2} \frac{\partial u}{\partial y}$$

Y con un procedimiento similar, la velocidad de deformación se calcula como la rapidez de cambio de la proporción  $(\Delta r/r)$  en el tiempo, resultando:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{C_3 C_1}{A_1 C_3} \right) = \frac{1}{2} \frac{\partial u}{\partial y}$$

En otras palabras, para el caso general, el movimiento y deformación de la partícula de fluido se rigen por tres constituyentes principales:

1. Los componentes de la velocidad  $V(u, v, w)$ : *traslación*.
2. La variación de los componentes de la velocidad en su misma dirección: *deformación*.
3. La variación de los componentes de la velocidad con respecto a la dirección normal de su propia dirección: *rotación y deformación angular*.

*II.1.3.1 Expresiones matemáticas para describir el movimiento de la partícula de fluido*

*II.1.3.1.1 Movimiento en dos dimensiones*

Para establecer las ecuaciones que definan el movimiento de una partícula de fluido nos basaremos en la figura 2.3 que muestra la partícula  $ABCD$  en el tiempo  $t$  y en  $t + dt$ . Los componentes de la velocidad  $u$  y  $v$  son funciones de  $x$  e  $y$ , de modo que  $du = (\partial u / \partial x) dx + (\partial u / \partial y) dy$  y  $dv = (\partial v / \partial x) dx + (\partial v / \partial y) dy$ . Por otra parte, las coordenadas del punto  $A$  en el tiempo  $t$  son  $(x, y)$  y las del punto  $D$  en el mismo tiempo son:  $(x+dx, y+dy)$ . Una vez que la partícula se ha desplazado transcurrido un tiempo  $dt$ , las coordenadas de  $A$  y  $D$  son:

$$A' \begin{cases} x + udt \\ y + vdt \end{cases}$$

$$D' \begin{cases} x + dx + (u + du)dt \\ y + dy + (v + dv)dt \end{cases}$$

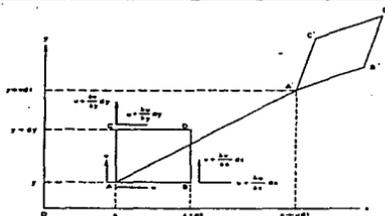


Figura 2.3 Movimiento de una partícula de fluido en dos dimensiones

Considerando los valores  $du$  y  $dv$ , las coordenadas del punto  $D'$  pueden escribirse como sigue:

$$D' \begin{cases} x + dx + udt + \left( \frac{\partial u}{\partial x} dx + \frac{\partial u}{\partial y} dy \right) dt \\ y + dy + vdt + \left( \frac{\partial v}{\partial x} dx + \frac{\partial v}{\partial y} dy \right) dt \end{cases}$$

Sumando y restando  $\frac{1}{2}(\partial v/\partial x)dydt$  a la coordenada en  $x$  y  $\frac{1}{2}(\partial u/\partial y)dxdt$  a la coordenada en  $y$ , se obtiene la ecuación

$$D' \begin{cases} x + dx + udt + \frac{\partial u}{\partial x} dxdt + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) dydt - \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) dydt \\ y + dy + vdt + \frac{\partial v}{\partial y} dydt + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) dxdt - \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) dxdt \end{cases}$$

donde

- |                                      |                           |
|--------------------------------------|---------------------------|
| ① coordenadas iniciales              | ⑤ coeficiente de rotación |
| ② traslación                         | ⑥ deformación angular     |
| ③ deformación lineal                 | ⑦ rotación                |
| ④ coeficiente de deformación angular |                           |

II.1.3.1.2 *Movimiento en tres dimensiones*

El movimiento en tres dimensiones no presenta otra variante de la de dos dimensiones que la presencia de velocidades y deformaciones en el sentido del eje  $z$ . De este modo, pueden obtenerse de manera similar a las ecuaciones anteriores las ecuaciones que describen el movimiento en tres dimensiones. A continuación se muestran las expresiones para el movimiento en tres dimensiones de una partícula de fluido:

$$\begin{aligned}
 x + dx + udt + \frac{\partial u}{\partial x} dxdt + \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) dy + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) dz + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right) dz - \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) dy \right] dt \\
 y + dy + vdt + \frac{\partial v}{\partial y} dydt + \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) dz + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) dx + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) dx - \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) dz \right] dt \\
 z + dz + wdt + \frac{\partial w}{\partial z} dzdt + \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) dz + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) dy + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right) dy - \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) dz \right] dt
 \end{aligned}$$

Únicamente resta definir una convención de notaciones que simplificarán el uso de estas ecuaciones y que serán los coeficientes de deformación y de rotación. Los coeficientes de deformación lineal son:

$$a = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad b = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad c = \frac{\partial w}{\partial z}$$

Los coeficientes de deformación angular son:

$$f = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right), \quad g = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right), \quad h = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)$$

Y los coeficientes de rotación son:

$$\xi = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right), \quad \eta = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right), \quad \zeta = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right)$$

Por lo que un movimiento irrotacional en tres dimensiones está definido cuando se cumple que  $\xi=0$ ,  $\eta=0$  y  $\zeta=0$ .

## II.1.4 Principio de continuidad

El principio de continuidad expresa la conservación de la masa en un espacio dado ocupado por un fluido. La forma más simple del principio de continuidad dice que el gasto en flujo uniforme en una dirección es constante, es decir,  $\rho VA=0$ , donde  $A$  es el área de la sección transversal y  $V$  la velocidad media.

En el caso de un fluido incompresible ( $\rho = \text{constante}$ ) en una tubería de sección transversal constante, la relación de la continuidad se vuelve sencilla:  $V=\text{constante}$ . Si se considera al eje de la tubería en la dirección del eje  $X$ , entonces,  $V = u$  y el principio de continuidad en términos diferenciales es:

$$\frac{dV}{dx} = \frac{\partial v}{\partial x} = 0.$$

## II.1.4.1 Movimiento en dos dimensiones en un flujo incompresible

Cosidérese el elemento rectangular en dos dimensiones de la Figura 2.4. Este elemento tiene lados de longitud  $a$  y  $b$  y son paralelos a los ejes. El elemento no es una partícula de fluido. A este elemento rectangular entra un gasto  $au_1$  por la izquierda y en el mismo momento sale un gasto por la derecha que vale  $au_2$ . Por lo tanto, la diferencia en la dirección  $OX$  vale  $a(u_1-u_2) = a\Delta u$ , y de la misma manera, en la dirección  $OY$  es  $b(v_1-v_2) = b\Delta v$ .

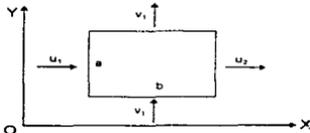


Figura 2.4 Elemento rectangular de un fluido incompresible

Dado que la cantidad de fluido dentro de las fronteras del elemento rectangular permanece constante, las pérdidas o ganancias totales de masa son nulas, es decir:  $\Delta \Delta u + \Delta \Delta v = 0$ , o bien,  $(\Delta u/b) + (\Delta v/a) = 0$ .

En el limite, cuando  $a$  y  $b$  se aproximan a cero, se obtiene  $(\partial u/\partial x) + (\partial v/\partial y) = 0$ . Esta forma diferencial es posible siempre que consideremos que el fluido sea continuo. Asimismo, esta forma contiene cada uno de los términos de la deformación lineal, y por lo tanto, en un fluido incompresible, la suma de las deformaciones lineales es nula.

### II.1.4.2 El principio de continuidad para el caso general

Considérese ahora el elemento tridimensional de la Figura 2.5. Este elemento tiene sus lados  $dx$ ,  $dy$ ,  $dz$ , paralelos a los ejes de referencia.

La continuidad está dada, como ya se mencionó, cuando el cambio de masa de fluido dentro del volumen  $dx dy dz$  en un intervalo de tiempo  $dt$  es igual a la diferencia de la masa que entra y que sale del volumen considerado en el mismo intervalo de tiempo.

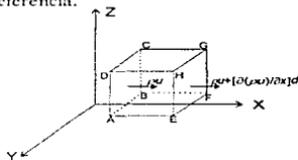


Figura 2.5 Caso general del principio de continuidad

De este modo, la masa de fluido en el tiempo  $t$  vale:  $\rho dx dy dz$ , y después de un tiempo  $dt$ , la cantidad de masa de fluido estará dada por la variación de su densidad, es decir:

$$\left(\rho + \frac{\partial \rho}{\partial t} dt\right) dx dy dz$$

Por lo tanto, el cambio de la masa de fluido en un intervalo de tiempo  $dt$  es:

$$\underbrace{\left(\rho + \frac{\partial \rho}{\partial t} dt\right) dx dy dz}_{\text{Masa de fluido en el tiempo } dt} - \underbrace{\rho dx dy dz}_{\text{Masa de fluido en el tiempo } t} = \frac{\partial \rho}{\partial t} dt dx dy dz$$

Cambio de masa de fluido en el intervalo de tiempo  $dt$

Como puede observarse, se ha considerado que el cambio de masa de fluido sólo depende de la variación de  $\rho$  con respecto al tiempo. Si ahora consideramos que la velocidad y la densidad cambian con respecto al espacio, la cantidad de masa que entra por el lado  $ABCD$  (en dirección  $Ox$ ) es el producto de  $\rho u$  por el área  $ABCD = dydz$ , es decir,  $\rho u dydz dt$ , asimismo, la cantidad de fluido que sale del elemento por el lado  $EFGH$  después de un tiempo  $dt$  es:

$$\left[ \rho u + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} dx \right] dydz dt$$

Del mismo modo, el cambio de la masa de fluido cuando la densidad  $\rho$  y la velocidad  $u$  cambian a lo largo de  $dx$  es:

$$\left[ \rho u + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} dx \right] dydz dt - \rho u dydz dt = \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} dx dydz dt$$

Del mismo modo es posible encontrar los valores respectivos para las direcciones  $Oy$  y  $Oz$ . La variación total de la masa contenida en el elemento en consideración durante el tiempo  $dt$  es:

$$\left[ \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \right] dx dydz dt$$

Sumando las expresiones encontradas para el cambio de la masa de fluido con respecto al tiempo y al espacio, e igualando a cero para cumplir con la continuidad, se tiene que

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} dx dydz dt + \left[ \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \right] dx dydz dt = 0.$$

Dividiendo entre  $dx dydz dt$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0.$$

Dado que  $\partial(\rho u)/\partial x = \rho(\partial u/\partial x) + u(\partial \rho/\partial x)$  y de igual manera para  $\partial(\rho v)/\partial y$  y para  $\partial(\rho w)/\partial z$  la ecuación diferencial de continuidad es:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + u \frac{\partial \rho}{\partial x} + v \frac{\partial \rho}{\partial y} + w \frac{\partial \rho}{\partial z} = 0$$

O de manera simplificada, puede escribirse como sigue:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \rho V = 0$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \rho V + V \cdot \operatorname{grad} \rho = 0$$

### II.1.4.3 Significado físico

El significado físico de cada uno de los tres términos de la ecuación de continuidad, se describe a continuación.

- El primer término,  $\partial \rho / \partial t$ , nos habla de la compresibilidad del fluido, es decir, que valdrá cero siempre que la densidad  $\rho$  sea constante o que se trate de un movimiento en flujo permanente, y será diferente de cero siempre que el fluido sea compresible (excepto en el caso del flujo permanente). Este término debe tomarse en cuenta, por ejemplo, en el caso del golpe de ariete.
- El segundo grupo de términos es proporcional a la derivada de la velocidad en cada una de las direcciones del movimiento para un instante dado. En el caso de un fluido incompresible,  $\operatorname{div} V = 0$ . Cuando  $\operatorname{div} V > 0$  se tendrá una expansión y cuando  $\operatorname{div} V < 0$ , se tendrá una compresión.
- El tercer grupo de términos,  $\operatorname{grad} \rho$ , es proporcional a la derivada de la densidad con respecto al espacio en un instante dado. Esta derivada es, en general, despreciable en comparación de los otros dos.

Por lo tanto, la ecuación diferencial de continuidad en un movimiento tridimensional de un fluido incompresible, puede expresarse como:

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0$$

$$\operatorname{div} V = 0$$

### II.1.4.4 Flujo irrotacional; Ecuación de Laplace

Si sustituimos los valores de la función potencial en la expresión dada en la ecuación para el movimiento de un fluido incompresible en tres dimensiones, obtendremos:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0$$

que también puede escribirse como  $\nabla^2 \phi = 0$ . A esta expresión se le conoce como la ecuación de Laplace y tiene gran aplicación en la hidrodinámica y otras áreas de la física.

#### II.1.4.5 Ecuación de continuidad para el oleaje de traslación

Consideremos el volumen definido entre las secciones transversales  $x$  y  $x + dx$ , así como la superficie libre del agua en el instante  $t$  de la Figura 2.6. La ecuación de continuidad se determinará sumando las variaciones o diferencias de volúmenes entre dichas secciones. De este modo, la diferencia de volúmenes puede agruparse en dos, el debido al cambio de velocidad y profundidad del agua con respecto a la distancia y el debido al cambio de la profundidad del agua con respecto al tiempo.

El volumen que entra en un intervalo de tiempo  $dt$  al considerado entre las secciones  $x$  y  $x + dx$  es  $qdx$ , en donde  $q$  es el gasto. Por su parte, el volumen que sale por  $x + dx$  es:

$$\left( q + \frac{\partial q}{\partial x} dx \right) dt.$$

Por lo tanto, el cambio de volumen  $\Delta V$  entre las dos secciones en consideración es:

$$\Delta V = \frac{\partial q}{\partial x} dx dt.$$

Por otro lado, el volumen en el tiempo  $t$  es  $h dx$ , y en el tiempo  $t + dt$  es  $[h + (\partial h / \partial t) dt] dx$ , dado que al variar la superficie libre, cambia el volumen. Por lo tanto el cambio de volumen después de un intervalo de tiempo  $dt$  es:

$$\Delta V = \frac{\partial h}{\partial t} dx dt.$$

Sumando las dos diferencias de volúmenes y dividiendo entre  $dx dt$  se obtiene:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = 0,$$

y haciendo  $q = hu$ , donde  $h$  es la profundidad y  $u$  la velocidad del fluido, se obtiene:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + u \frac{\partial h}{\partial x} + h \frac{\partial u}{\partial x} = 0,$$

que es la ecuación de continuidad en la dirección  $OX$  para una ola de traslación.

La ecuación de continuidad que se aplicará en el modelo hidrodinámico presentado en el Capítulo III corresponde precisamente a la de un flujo en dos dimensiones, es decir:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q_1}{\partial x} + \frac{\partial q_2}{\partial y} = 0.$$

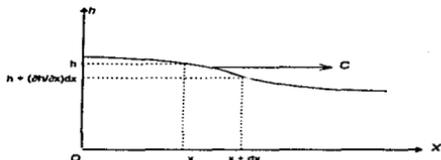


Figura 2.6 Ola de traslación

## II.1.5 Fuerzas de inercia

### II.1.5.1 La Segunda Ley de Newton

Para cambiar el estado de reposo o de movimiento uniforme (sin variación de la velocidad) de una masa  $M$ , es necesario aplicar a esta masa una fuerza  $F$  que causa una aceleración  $dN/dt$ , tal que,  $F = M(dN/dt)$ . Esta es la Segunda Ley de Newton. El producto  $M(dN/dt)$  es la fuerza de inercia o la resistencia natural de la materia para resistir cualquier cambio a su estado de equilibrio. La masa  $M$  considerada es la correspondiente a una unidad de volumen, por lo que si se divide entre dicho volumen se obtendrá la densidad  $\rho$ . Por lo tanto, empleando el valor de la densidad en lugar del de la masa, obtendremos  $F = \rho(dN/dt)$ , que es la forma fundamental de la ecuación del momentum. Esta ecuación es de carácter vectorial, por lo que posee magnitud y sentido. Descomponiendo la velocidad  $V$  en sus tres componentes, se obtendrán a su vez los componentes de la fuerza de inercia paralelos a los ejes  $OX$ ,  $OY$  y  $OZ$ , es decir,  $\rho(du/dt)$ ,  $\rho(dv/dt)$  y  $\rho(dw/dt)$ , respectivamente.

### II.1.5.2 *Relación entre los términos de inercia y los del movimiento elemental de la partícula de fluido*

Para cada tipo de movimiento de la partícula corresponde una fuerza de inercia. Esto se traduce en que a cada uno de los componentes de la velocidad<sup>2</sup> vistos en el inciso II.1.3 le corresponde un componente de la aceleración, el cual, multiplicado por la densidad  $\rho$ , produce un componente de la fuerza de inercia.

Son dos los tipos de fuerza de inercia:

1. Aceleración local - es la variación de la velocidad de traslación (o su derivada) con respecto al tiempo.
2. Aceleración convectiva - es la variación de la velocidad de deformación y de rotación con respecto al espacio.

En el inciso II.1.6 se verán las fuerzas aplicadas  $F$  que, igualadas a las fuerzas de inercia, proporcionan las ecuaciones del momentum.

### II.1.5.3 *Expresiones matemáticas de las fuerzas de inercia para el caso general*

En el caso general, la aceleración local y la convectiva ocurren al mismo tiempo. Por lo tanto, en el caso general,  $V$  y sus componentes  $u$ ,  $v$  y  $w$  son funciones tanto del tiempo como del espacio. Así, la velocidad (diferencial total de  $u$ ) es:

$$du = \frac{\partial u}{\partial t} dt + \frac{\partial u}{\partial x} dx + \frac{\partial u}{\partial y} dy + \frac{\partial u}{\partial z} dz.$$

Derivando ahora la velocidad con respecto al tiempo para obtener la aceleración:

$$\frac{du}{dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial u}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial u}{\partial z} \frac{dz}{dt}.$$

Finalmente, sustituyendo los valores de la velocidad  $u = dx/dt$ ,  $v = dy/dt$  y  $w = dz/dt$  y multiplicando por la densidad  $\rho$ , se obtienen las fuerzas de inercia:

<sup>2</sup> Los componentes de la velocidad son traslación, deformación lineal o dilatación, deformación angular y rotación.

$$\rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right)$$

$$\rho \left( \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right)$$

$$\rho \left( \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right)$$

Como puede apreciarse en el anterior grupo de tres ecuaciones, los términos de la aceleración local y de la aceleración convectiva con respecto a  $x$  con deformación lineal son fácilmente identificables, por lo que si se desea escribir esta ecuación de modo que sean fácilmente todos los términos de la aceleración convectiva, es necesario sumar y restar  $\frac{1}{2}\rho v(\partial w/\partial x)$  y  $\frac{1}{2}\rho w(\partial w/\partial x)$  a la correspondiente en la dirección  $OX$ . De esta forma, la ecuación que resulta es:

$$\rho \left[ \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2}v \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{1}{2}w \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) + \frac{1}{2}w \left( \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right) - \frac{1}{2}v \left( \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right],$$

y de igual manera pueden obtenerse las correspondientes para las direcciones  $OY$  y  $OZ$ .

#### 11.1.5.4 Aceleración geostrofica y efecto de Coriolis

Existe una fuerza de inercia adicional a la local y a la convectiva que se debe al movimiento de rotación de la Tierra. Esta fuerza se aplica básicamente a los estudios de mareas, circulación oceánica y mareas de tormenta. Se le conoce como efecto de Coriolis y se debe a la aceleración geostrofica.

Dado que no es de primordial importancia el conocer el desarrollo matemático para llegar a las ecuaciones de la aceleración geostrofica, el presente trabajo se limita a la explicación del fenómeno desde el punto de vista conceptual. Al final se presentarán las expresiones matemáticas que sea necesario considerar.

Como ya se mencionó, la aceleración geostrofica se debe al movimiento de rotación de la Tierra y produce lo que se ha denominado como efecto de Coriolis. Al rotar la Tierra alrededor de su eje, las partículas en su superficie giran a diferentes velocidades, pues, a diferentes latitudes, se encuentran a diferente distancia de dicho eje

de rotación. Una partícula que se encuentra cerca de los polos se mueve más lentamente que una partícula que se localiza en el ecuador, por lo que si la partícula se desplaza del polo al ecuador se encontrará con un movimiento más rápido y viceversa. La consecuencia de este fenómeno es que la partícula, debido a su inercia, tenderá a desviarse su trayectoria. Dado que la Tierra gira de oeste a este, al desplazarse una partícula hacia el ecuador en el hemisferio norte, ésta se desviará hacia el este; si la partícula se desplaza del ecuador hacia el polo, la desviación se dará hacia el oeste, pues posee una inercia que lo lleva a conservar su velocidad. En el caso del hemisferio sur, la desviación de la partícula sigue la misma ley dependiendo si se mueve hacia el ecuador o lejos de él (Figura 2.7).

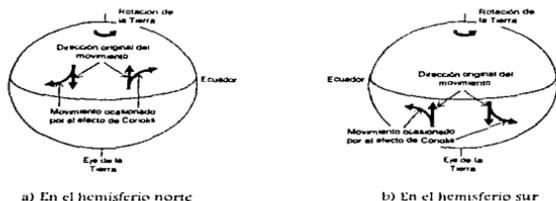


Figura 2.7 El efecto de Coriolis

Consideremos ahora una partícula que se mueve con la misma velocidad de rotación que la Tierra y a la misma latitud. Su velocidad alrededor del eje de la Tierra produce una fuerza centrífuga (perpendicular a dicho eje). Dado que esta partícula se mueve con la misma velocidad que la Tierra, esta fuerza centrífuga equilibra al peso de dicha partícula. Si ahora la partícula se mueve hacia el este, por ejemplo, experimentará un aumento en la fuerza centrífuga. Dado que la partícula se mueve ahora más rápidamente que a la velocidad a la cual se da el equilibrio, la partícula se desplazará hacia el ecuador, lo que tiende a equilibrar las fuerzas. Para un movimiento de la partícula hacia el oeste y mediante un razonamiento similar, la partícula se desplazará hacia el polo (Figura 2.8). En el hemisferio norte, la desviación es hacia la derecha y en el sur hacia la izquierda.

Finalmente, en el caso de que el movimiento de una partícula sea hacia arriba o hacia abajo, es decir, hacia el centro de la Tierra o lejos de él, también existirá una desviación en la trayectoria, pues al aproximarse o al alejarse, cambiará su velocidad. Si la partícula se dirige al centro de la Tierra, girará más rápidamente y se desplazará hacia el este; si la partícula se aleja del centro de la Tierra, no estará girando lo suficientemente rápido, y por tanto se desviará hacia la derecha. A todas estas desviaciones se les conoce como el efecto de Coriolis.



Figura 2.8 El efecto de Coriolis en un movimiento de la partícula hacia el este o hacia el oeste

Los componentes de la velocidad  $U$  en un plano  $X'Y'$  son  $u$  y  $v$ . Dado que la fuerza de Coriolis actúa en sentido perpendicular y hacia la izquierda de  $U$ , los dos términos de la aceleración geostrofica son:  $-\Omega v$  para la dirección  $O'X'$  y  $+\Omega u$  para la dirección  $O'Y'$ , siendo  $\Omega = 2\omega \sin\Phi$  el parámetro de Coriolis ( $\omega$  es la velocidad angular de la Tierra y  $\Phi$  la latitud). Despreciando la componente  $w$  de la velocidad y sumando los términos de la aceleración local y la convectiva, las fuerzas de inercia totales son

$$\rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} - \Omega v \right),$$

en la dirección  $O'X'$

$$\rho \left( \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + \Omega u \right),$$

en la dirección  $O'Y'$ .

### II.1.6 Fuerzas aplicadas

Las fuerzas aplicadas a una masa de fluido que equilibran a las fuerzas de inercia consisten en fuerzas internas y externas. A su vez, las fuerzas externas se dividen en fuerzas de cuerpo y de superficie.

Las fuerzas internas se deben a la interacción de las partículas en el interior de una determinada masa de fluido. Estas fuerzas internas se encuentran en equilibrio por lo que su resultante es cero. La suma de momentos también es cero. De aquí se desprende el hecho de que las fuerzas que se igualan con las de inercia son solamente las externas. Cabe mencionarse de que a pesar del estado de equilibrio interno de la masa de fluido, el trabajo de las fuerzas internas no es cero.

Las fuerzas externas se dividen en dos: las fuerzas de superficie y las de cuerpo o de volumen. Las fuerzas de superficie son aquellas que se aplican en la frontera de la partícula de fluido, mientras que las fuerzas de cuerpo o de volumen, son las que se aplican sobre la masa de fluido siempre en la misma dirección. Las fuerzas externas no se encuentran en equilibrio.

Las fuerzas externas de superficie actúan sobre la parte externa del volumen considerado y son causadas por la atracción molecular. Las fuerzas de superficie se dividen en fuerzas normales, debidas a la presión y en fuerzas cortantes o tangentes, debidas a la viscosidad.

Por su parte, las fuerzas externas de volumen se deben a la presencia de un campo externo tal como la gravedad o algún campo magnético y actúan sobre cada elemento del volumen considerado en una misma dirección.

Algunas otras fuerzas externas son las capilares que se deben a la diferencia de atracción molecular entre dos fluidos en un medio con presencia de tubos capilares (es decir, de diámetros muy pequeños).

## II.1.6.1 Expresiones para las fuerzas externas aplicadas

• Fuerzas de volumen

De igual forma que las fuerzas de inercia, las fuerzas de volumen son proporcionales a la masa de la partícula y a la aceleración causada por un campo externo. En el caso de la gravedad, la fuerza de cuerpo por unidad de volumen es el peso del fluido, es decir  $\gamma = \rho g$ , en donde  $g$  es la aceleración de la gravedad. Las componentes de la fuerza de gravedad son  $X = 0$ ,  $Y = 0$  y  $Z = -\rho g$  y en forma vectorial  $-\text{grad}(\rho g z)$ .

• Fuerzas de presión

Las fuerzas de presión se definen como la componente normal (a la superficie en que se aplican) de las fuerzas moleculares sobre la frontera del volumen considerado. La magnitud de la presión en un punto se define como la división de la fuerza normal que actúa en un área infinitamente pequeña entre esa área. Considerando un cubo de volumen  $dx dy dz$  (Figura 2.9) la diferencia de presiones en una unidad de volumen estará dada de la siguiente manera. Para la dirección  $OX$  se tiene que la presión sobre la cara  $ABCD$  es  $p dy dz$  y sobre la cara  $EFGH$   $-(p + (\partial p / \partial x) dx) dy dz$ . La diferencia de las presiones actuantes en sentidos opuestos es  $-(\partial p / \partial x) dx dy dz$  y para las direcciones  $OY$  y  $OZ$  se tiene  $-(\partial p / \partial y) dx dy dz$  y  $-(\partial p / \partial z) dx dy dz$ .

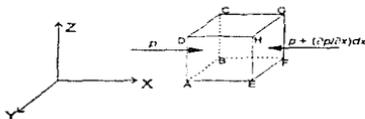


Figura 2.9 Diferencia de presiones en una unidad de volumen

Por lo tanto el cambio en la presión por unidad de volumen está dada por las componentes  $-\partial p / \partial x$ ,  $-\partial p / \partial y$  y  $-\partial p / \partial z$ , o bien  $-\text{grad}(p)$ .

La fuerza total debida a la presión y a la gravedad por unidad de volumen es:

$$\text{grad } p + \text{grad } \rho g z = \text{grad } (p + \rho g z)$$

La suma de  $(p + \rho gz)$  es una constante muy importante en la hidrostática. En adelante se mencionará la suma  $(p + \rho gz)$  como  $p^*$  por conveniencia:  $p^* = (p + \rho gz)$ , en donde  $p$  es la presión atmosférica.

En cuanto al gradiente de presiones, es evidente que se da en una dirección determinada y por tanto se trata de una cantidad vectorial. Esto es importante de mencionar ya que el movimiento de una partícula de fluido depende no de la presión que se ejerza sobre ella sino del gradiente de presiones.

- Fuerzas viscosas

Los esfuerzos cortantes (de fricción) en un fluido se deben a su viscosidad y son causados por la transferencia de momentum molecular, esto es, que se transmiten de una molécula a otra. La viscosidad de un fluido es la magnitud del esfuerzo cortante para mantener un flujo constante en una capa de fluido con respecto de otra.

En hidráulica se emplea con mayor frecuencia la viscosidad cinemática  $\nu$  que se define como la viscosidad dinámica  $\mu$  entre la densidad  $\rho$  del líquido  $\nu = \mu/\rho$ . Las unidades empleadas para la viscosidad dinámica son los *stokes* y equivalen a  $1 \text{ cm}^2/\text{s}$ .

La fuerza de fricción  $\tau$  es proporcional a la viscosidad  $\mu$  y a la rapidez de la variación de la deformación angular. Para un fluido incompresible es posible demostrar que los componentes de la fuerza de fricción por unidad de volumen son:

$$\mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) = \mu \nabla^2 u$$

$$\mu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) = \mu \nabla^2 v$$

$$\mu \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) = \mu \nabla^2 w$$

y vectorialmente:

$$\mu \left( \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \right) = \mu \nabla^2 V.$$

En algunas ocasiones resulta posible y conveniente considerar los efectos de la fricción como despreciables. Las expresiones anteriores para las fuerzas de fricción muestran que cuando el Laplaciano de los componentes de la velocidad ( $\nabla^2 V$ ) es pequeño, los efectos de la fricción pueden despreciarse.

### II.1.7 Ecuación del momentum: ecuaciones de Euler y de Navier-Stokes

La ecuación del momentum se obtiene igualando las fuerzas aplicadas con las fuerzas de inercia para una unidad de volumen de fluido vistas en los párrafos anteriores.

#### II.1.7.1 Ecuaciones de Euler

Las ecuaciones de Euler corresponden a una primera aproximación para describir el movimiento de un fluido considerando que es perfecto. En este caso, las fuerzas de fricción son cero y las fuerzas aplicadas consideradas son la gravedad y la presión solamente. La Tabla 2.1 muestra las ecuaciones de Euler.

Tabla 2.1 Ecuaciones del momentum de Euler

Fuerzas de inercia por unidad de volumen	=	Fuerzas de presión y peso <sup>a</sup> por unidad de volumen
$\rho \frac{du}{dt}$	=	$-\frac{\partial p^*}{\partial x}$
$\rho \frac{dv}{dt}$	=	$-\frac{\partial p^*}{\partial y}$
$\rho \frac{dw}{dt}$	=	$-\frac{\partial p^*}{\partial z}$

O en forma vectorial:

$$\rho \frac{dV}{dt} + \text{grad} p^* = 0$$

<sup>a</sup> Considerando que  $p^* = p + \rho g z$

La forma extendida de la ecuación de Euler para la dirección  $Ox$ , en donde pueden apreciarse claramente cada una de las fuerzas que intervienen, tanto de inercia como aplicada, es la siguiente:

$$\rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = - \frac{\partial}{\partial x} (p + \rho g z).$$

Fuerzas de inercia = Fuerzas aplicadas  
Inercia local      Inercia convectiva      Presión      Gravedad

Y de la misma manera para las direcciones  $Oy$  y  $Oz$ . Estas son las ecuaciones de Euler.

Estas ecuaciones junto con la de la continuidad  $\partial u / \partial x + \partial v / \partial y + \partial w / \partial z = 0$ , forman la base de la hidrodinámica de un fluido incompresible. Estas ecuaciones diferenciales son de primer orden, pero son no lineales, de hecho, son cuadráticas debido a los términos de la inercia convectiva. Este término cuadrático suele ser la mayor dificultad matemática para resolver el sistema de ecuaciones en hidrodinámica.

### II.1.7.2 Ecuaciones de Navier-Stokes

Las ecuaciones de Navier-Stokes difieren de las ecuaciones de Euler en la consideración de las fuerzas de fricción, por lo que ahora se trata de un fluido viscoso. Las ecuaciones en forma desarrollada de Navier-Stokes son:

$$\rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right)$$

$$\rho \left( \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right)$$

$$\rho \left( \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = - \frac{\partial (p + \rho g z)}{\partial z} + \mu \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right)$$

Fuerzas de inercia = Fuerzas aplicadas  
Inercia local      Inercia convectiva      Presión      Gravedad      Fricción

Las ecuaciones de Navier Stokes pueden escribirse de manera simplificada empleando notación tensorial de la siguiente manera:

$$\rho \left[ \frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right] = - \frac{\partial (p + \rho g z)}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2}.$$

Aquí, al subíndice  $i$  se le conoce como índice "libre" y al subíndice  $j$  como índice "dummy". El índice "libre" indica la componente que está siendo considerada, mientras que el "dummy" indica las operaciones que se repiten para  $i$ . El conocimiento de la notación tensorial puede ser importante para simplificar la escritura de las ecuaciones y para plantear los algoritmos numéricos al programar en computadora.

Como se planteó en un principio, se han desarrollado las ecuaciones de Euler y Navier-Stokes, con lo que es posible describir el movimiento de un fluido. Para conocer qué términos que se deben emplear es necesario conocer si se trata de un flujo permanente o no permanente, si se considera la fricción o si se trata de un flujo rotacional o irrotacional. Adicionalmente debe de emplearse la ecuación de la continuidad para establecer la conservación de la materia.

Como es de esperarse, no existe una solución general para el sistema de ecuaciones diferenciales dadas por la ecuación del momentum y la ecuación de continuidad. Sin embargo, es posible obtener soluciones exactas cuando se establecen las condiciones de frontera correctas.

En la segunda parte de este capítulo se desarrolla la teoría de los principios de dispersión de la misma manera que se realizó con la parte hidrodinámica.

### II.1.8 Factores que intervienen en el funcionamiento hidrodinámico de los estuarios

La hidrodinámica se rige básicamente, en función de la ecuación de continuidad y la ecuación del momentum. Mientras la ecuación de continuidad expresa la conservación de la masa en el sistema, la del momentum nos habla de la influencia que tienen los diferentes factores que intervienen en la zona de estudio, como fuerzas que se aplican al fluido. De este modo, los estuarios se ven influenciados por factores

oceanográficos, atmosféricos, químicos, geotécnicos y topobatimétricos, tal como se mencionó en el primer capítulo.

Los principales factores que intervienen en el funcionamiento de los estuarios están dados por la advección de momentum, fricción de fondo, gradiente de la superficie, esfuerzos cortantes laterales, pérdidas debidas a cambios en la sección transversal, configuración del fondo y rotación de la Tierra. Estos factores se manifiestan en la naturaleza de diferente manera. Entre estos factores se encuentra la marea, el viento, las aportaciones pluviales y fluviales, la evaporación, el tamaño en planta del cuerpo estuarino, la configuración topobatimétrica, el material de fondo y paredes laterales e incluso, la acción del oleaje, corrientes costeras y transporte litoral.

Todos estos factores afectan de manera importante los gastos y velocidades que se generan en cada zona del lugar de estudio. Los patrones de corrientes se generan gracias a la excitación de las mareas, lluvia, viento, contribuciones de corrientes tributarias y características físicas del lugar de estudio. En algunos casos son más importantes algunos factores que otros, de tal modo que en ocasiones es posible desprestigiar algunos de ellos. Un ejemplo de la consideración que debe hacerse sobre los diferentes factores se presenta en el tercer capítulo como parte de la aplicación de un modelo matemático al funcionamiento de un cuerpo estuarino cerca de Acapulco.

Como se planteó en un principio, se han desarrollado las ecuaciones de Euler y Navier-Stokes, con lo que es posible describir el movimiento de un fluido. Para conocer qué términos que se deben emplear es necesario conocer si se trata de un flujo permanente o no permanente, si se considera la fricción o si se trata de un flujo rotacional o irrotacional. Adicionalmente debe de emplearse la ecuación de la continuidad para establecer la conservación de la materia.

Como es de esperarse, no existe una solución general para el sistema de ecuaciones diferenciales dadas por la ecuación del momentum y la ecuación de continuidad. Sin embargo, es posible obtener soluciones exactas cuando se establecen las condiciones de frontera correctas.

En la segunda parte de este capítulo se desarrolla la teoría de los principios de dispersión de la misma manera que se realizó con la parte hidrodinámica.

## II.2 Principios de dispersión de contaminantes

Una parte muy importante de los estuarios es la referente a la calidad del agua, es decir, a la concentración de salinidad (o alguna otra sustancia) que se tenga en diferentes puntos dentro de un cuerpo estuarino. Es evidente que la forma en que se dispersen las sustancias depende en gran parte del comportamiento hidrodinámico del estuario, por lo que siempre que se estudie la dispersión de algún contaminante o la distribución de la salinidad es necesario conocer primero la parte hidrodinámica.

### II.2.1 Conceptos y definiciones básicas de dispersión

#### II.2.1.1 Concentración

Sea  $C$  la concentración de un trazador<sup>3</sup> o contaminante en unidades de masa por unidad de volumen. Matemáticamente, la concentración se define mediante el siguiente límite:

$$C = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta M}{\Delta V},$$

en donde  $\Delta M$  es la masa del trazador dentro de un volumen  $\Delta M$ . Cabe mencionarse que el tamaño del volumen diferencial debe ser lo suficientemente grande en comparación con el tamaño de las moléculas cuya masa está siendo considerada y lo suficientemente pequeño para poder ser considerada en las ecuaciones diferenciales.

- Concentración promedio para un grupo de muestras

Si se toman un grupo de  $N$  muestras, cada una con un volumen  $V_i$ ,  $i = 1, \dots, N$ , y con una concentración  $C_i$ , la concentración promedio se obtiene de la siguiente forma:

---

<sup>3</sup> Un trazador es una sustancia colorante que sirve para observar los procesos hidrodinámicos y de dispersión. En este caso se le llamará también contaminante.

$$\bar{C} = \frac{\sum_1^N V_i C_i}{\sum_1^N V_i} = \frac{\text{masa total}}{\text{volumen total}}$$

### II.2.1.2 Dilución

Generalmente, la dilución  $S$  se define como

$$S = \frac{\text{volumen total de la muestra}}{\text{volumen de contaminante contenido en la muestra}}$$

El recíproco de  $S$  es por tanto el volumen de contaminante contenido en la muestra y se le conoce como  $p$ , es decir,

$$p = 1/S = \text{volumen de contaminante}$$

$$p = \text{concentración relativa}$$

La concentración relativa se emplea para indicar que cuando  $p = 1$  el contaminante no se encuentra diluido ( $S = 1$ ), mientras que cuando  $p = 0$  ( $S = \infty$ ), no hay contaminante, es decir, se tiene un ambiente puro (agua, por ejemplo). Por lo tanto, la mezcla contiene  $p$  partes de contaminante y  $(1 - p)$  partes de agua.

### II.2.1.3 Dilución promedio

De acuerdo a la definición dada para la dilución  $S$  en una muestra, la dilución promedio es:

$$\bar{S} = \frac{\text{volumen total}}{\text{volumen total de contaminante}} = \frac{1}{p}$$

### II.2.1.4 Densidad

La densidad  $\rho$  se define como masa (de la mezcla) entre volumen (de la mezcla). Por su parte, el peso por unidad de volumen juega un papel importante en los procesos de mezclado de un cuerpo de agua. Si  $\rho$  es la densidad de masa y  $g$  es la aceleración de la gravedad, entonces  $\rho g$  es el peso específico y de la mezcla. En general, las variaciones de peso específico del agua no son importantes puesto que son menores del 3%; sin embargo,

en el caso de los estuarios, en los que se tiene la descarga de algún contaminante o simplemente el proceso de mezclado de agua dulce con agua salada, son precisamente los gradientes de densidades los que, junto con otros factores ya mencionados, gobiernan la circulación y los procesos de mezclado.

### 11.2.1.5 Estratificación por densidad

La estratificación debida a la densidad en un fluido se describe por medio del perfil de densidades  $\rho_s(z)$ , en donde  $z$  es la coordenada vertical. Este perfil de densidades es estable de modo que el peso aumente cuando  $z$  disminuye<sup>4</sup>, lo que matemáticamente se expresa como  $d\rho_s/dz < 0$ . Esta estratificación se realiza en el sentido vertical, como ya se mencionó y se debe básicamente a la diferencia de peso entre un fluido y otro; por lo tanto, para expresar el gradiente de peso volumétrico es necesario emplear  $-g d\rho_s/dz$ , en donde el signo negativo es sólo una convención para hacer el término positivo.

Por ejemplo, una estratificación lineal nos hablaría de un perfil de densidad lineal, por lo que la expresión matemática es:

$$-g \frac{d\rho_s}{dz} = \text{constante}$$

### 11.2.1.6 Sustancias dinámicamente activas y pasivas

Las sustancias dinámicamente activas son aquellas que, al mezclarse con el agua, modifican notoriamente su densidad resultando en patrones de circulación diferentes. Un ejemplo de este caso se tiene en los estuarios, en los que, al mezclar el agua dulce con el agua salada, la densidad de la mezcla cambia modificando los patrones de circulación. Otro ejemplo de este tipo de afectación se tiene cuando existe una descarga con altas temperaturas en comparación con la del depósito. En ambos casos se dice que las sustancias son dinámicamente activas pues existe una estrecha relación entre los fenómenos de dispersión y de hidrodinámica que obliga a resolver el problema como una unidad.

---

<sup>4</sup> Considerando que  $z$  es positivo hacia arriba.

Las sustancias dinámicamente pasivas son aquellas que no producen cambios de densidad que ocasionen a su vez cambios en los patrones de circulación. Este caso es más sencillo de analizar pues al considerar los procesos de hidrodinámica y de mezclado por separado el cálculo se simplifica.

### II.2.1.7 Distribución de velocidades en flujo turbulento

Para un flujo turbulento la dispersión longitudinal de dependerá de lo que se define como velocidad al cortante  $u^*$  y no de la velocidad media, por lo que es muy importante en un flujo turbulento cortante, el considerar aquella velocidad.

El flujo laminar se presenta en casos excepcionales únicamente (flujo de líquidos muy viscosos). En general, el estado natural del movimiento tiene fluctuaciones irregulares de la velocidad. Este movimiento se llama turbulento y se caracteriza porque el fluido continuamente se mezcla, de manera caótica, como resultado de la ruptura de un flujo ordenado de vórtices que afectan zonas en dirección del movimiento. De acuerdo a la definición sugerida por Taylor y Von Kármán, la turbulencia es generada por el paso del fluido por superficies de frontera, o por el flujo de capas de fluido, a diferentes velocidades, que se mueven una encima de la otra.

El esfuerzo cortante promedio  $\tau_0$  que se presenta en las paredes del canal o conducción, en función de la velocidad media  $u$  y del factor de fricción  $f$  de Darcy-Weisbach, es posible medirlo mediante la ecuación:

$$\tau_0 = \frac{1}{8} f \rho u^2$$

Definiendo la ecuación de velocidad de fricción o velocidad al cortante  $u^*$  para flujo uniforme como

$$u^* = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}}$$

puede llegarse a:

$$\frac{u}{u^*} = \sqrt{\frac{8}{f}}$$

Para conductos circulares, puede emplearse directamente el diagrama de Moody<sup>3</sup>, mientras que cuando se trate de canales anchos (o alguna forma similar), puede emplearse el mismo diagrama cambiando el diámetro de la tubería  $D$  por el radio hidráulico  $4R_h$  ( $R_h$  es el radio hidráulico de la sección transversal y equivale al área hidráulica entre el perímetro mojado).

Considerando el flujo en un canal no prismático como el que se muestra en la Figura 2.11, es posible hacer el equilibrio de fuerzas entre el peso del volumen de fluido que se encuentra en una distancia  $\Delta x$  y la fuerza de fricción producida en las paredes del canal.

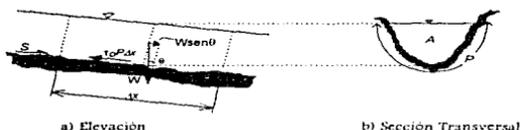


Figura 2.10 Equilibrio en un prisma líquido

Del diagrama de cuerpo libre que se presenta en la Fig. 2.10, se obtiene que:

$$\gamma \Delta x \text{ sen } \theta = \tau_0 P \Delta x$$

en donde  $A$  es el área hidráulica,  $P$  el perímetro mojado y  $\theta$  el ángulo de inclinación de la plantilla del canal con respecto a la horizontal. Considerando que  $A/P = R_h$  y que  $\text{sen } \theta = S$  puede escribirse que:

$$\tau_0 = \rho g R_h S = \gamma R_h S$$

o bien

$$u^* = \sqrt{g R_h S}$$

en donde  $u^*$  es la velocidad al cortante,  $g$  la aceleración de la gravedad,  $R_h$  el radio hidráulico de la sección y  $S$  la pendiente hidráulica de la sección.

<sup>3</sup> El diagrama de Moody puede consultarse en cualquier libro de hidráulica de conductos a presión como por ejemplo: V. L. Streeter, *Mecánica de los Fluidos*, 8ª ed. México, 1988.

La importancia de esta velocidad está en cuantificar de alguna manera la turbulencia producida en el agua debida a las paredes del canal y así estimar los procesos de dispersión y difusión.

A continuación se definen algunos procesos físicos relacionados con los procesos de transporte de sustancias en el medio acuático.

- *Advección:* transporte ocasionado por un sistema de corrientes, tales como los de un río o una zona costera.
- *Convección:* transporte en sentido vertical inducido por inestabilidad hidrostática, como puede ser el flujo por debajo de la superficie congelada de un lago.
- *Difusión molecular:* es el esparcimiento de las partículas (dentro del medio acuático en este caso) debido al movimiento aleatorio de las moléculas, lo que se describe con la clásica ecuación de difusión y con la Ley de Fick.
- *Difusión turbulenta:* es el esparcimiento aleatorio de las partículas debido al movimiento turbulento del agua. Se considera similar a la difusión molecular pero con coeficientes de difusión turbulenta<sup>6</sup> (que son mayores que los coeficientes de difusión molecular).
- *Cortante:* es el deslizamiento que existe entre una capa de fluido y otra que se mueven con distintas velocidades en el sentido vertical. Es simplemente el perfil de velocidades característico en un flujo en donde el agua se mueve con mayor rapidez conforme se aleja de las paredes; asimismo, se entenderá por cortante al cambio del vector velocidad debido al fondo en flujos complejos como en estuarios y zonas costeras.
- *Dispersión:* es el esparcimiento de partículas o de una nube de contaminante por los efectos combinados de cortantes y difusión transversal.
- *Mezclada:* se da cuando se presentan difusión o dispersión; en el caso de los estuarios es cualquier proceso que cause la incorporación de una zona de agua con otra.

Después de mencionar algunos de los conceptos básicos, se describirán las principales leyes que rigen los fenómenos de transporte de contaminantes en estuarios. De este modo se presenta la Ley de Fick que involucra los procesos de difusión molecular y difusión advectiva; la difusión turbulenta, que incluye los procesos que generalmente se

<sup>6</sup> En inglés, los coeficientes de difusión turbulenta son llamados "eddy" coefficients.

presentan debido al régimen no laminar del flujo; y finalmente, la dispersión por flujo cortante.

### II.2.2 Ley de difusión de Fick

En 1855 Adolph Fick, un fisiólogo alemán, describió el proceso de la difusión basándose en la teoría de flujo de calor de Fourier. La ley de Fick dice que el flujo de una masa de soluto, es decir, la masa de soluto que cruza una unidad de área por unidad de tiempo en cierta dirección, es proporcional al gradiente de concentración de soluto en esa dirección. Para un proceso de difusión en una dimensión, la ley de Fick puede establecerse matemáticamente como:

$$q = -D \frac{dC}{dx}$$

en donde  $q$  es el flujo o gasto de masa de soluto,  $C$  la concentración de la masa del soluto que está en difusión,  $D$  el coeficiente de proporcionalidad y el signo negativo indica que el transporte va de concentraciones mayores a menores. El coeficiente  $D$  tiene unidades de [Longitud<sup>2</sup>/tiempo] y se le conoce como el coeficiente de difusión o de difusividad molecular. Para una difusión en tres dimensiones se tendría:

$$q = -\nabla C$$

en donde  $q$  es el vector de flujo de masa con componentes  $(q_x, q_y, q_z)$  en un sistema de coordenadas cartesiano como el considerado al principio de este capítulo en la Figura 2.1.

La ley de Fick relaciona entonces al flujo de masa de soluto con el gradiente de concentración. Ahora se mostrará cómo la conservación de la masa conduce a una nueva expresión que es independiente del tipo de transporte. Finalmente, la combinación de estas dos expresiones producirá una ecuación diferencial en derivadas parciales que servirá para describir los procesos de difusión.

La Figura 2.11 muestra el transporte de masa en la dirección  $x$ . La masa pasa a través de dos caras paralelas entre sí, perpendiculares al eje  $x$ , de área unitaria y separadas entre sí una distancia  $\Delta x$ . Llamemos ahora a  $C(x, t)$  la masa por unidad de volumen que se encuentra en el punto  $x$  y en el tiempo  $t$ . Hay por lo tanto, una masa  $C(x, t) \Delta x$  que pasa por este volumen. Dado que las moléculas están entrando y saliendo de dicho volumen, existe un cambio de masa en el volumen igual a  $(\partial C / \partial t) \Delta x$ . Este

cambio de masa debe ser igual a la diferencia de flujo entre lo que sale y lo que entra. Si por el plano ubicado en  $x$  pasa un flujo de moléculas  $q(x, t)$ , entonces por el plano  $x + \Delta x$  pasa  $q(x, t) + (\partial q / \partial x) \Delta x$ . Esta diferencia debe ser igual al cambio de masa en el volumen para satisfacer la conservación de la masa. Por lo tanto se tiene que:

$$\frac{\partial q}{\partial x} + \frac{\partial C}{\partial t} = 0 \quad \dots(1)$$

lo que conforma una relación entre el flujo  $q$  y la concentración  $C$  que se cumple sin importar el proceso de transporte del que se trate y que constituye la conservación de la masa.

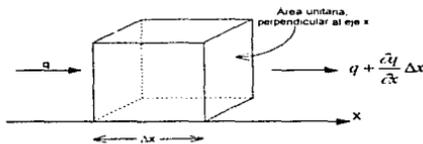


Figura 2.11 Flujo de masa a través de un volumen de control

De esta forma, sustituyendo la ecuación de la Ley de Fick en la de la conservación de la masa, se tiene que:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left( -D \frac{\partial C}{\partial x} \right) &= -\frac{\partial C}{\partial t} \\ D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} &= \frac{\partial C}{\partial t} \quad \dots(2) \end{aligned}$$

Alternadamente, derivando (1) con respecto a  $x$  y sustituyendo  $-q/D$  por  $\partial C / \partial x$  resulta:

$$\frac{\partial q}{\partial x} = D \frac{\partial^2 q}{\partial x^2} \quad \dots(3)$$

Las ecuaciones (2) y (3) son las ecuaciones de difusión y describen cómo es el proceso de difusión según la ley de Fick. De igual manera, las ecuaciones para las tres dimensiones pueden escribirse en notación vectorial, es decir:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \nabla^2 C$$

o bien,

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \left( \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \right)$$

Esta última ecuación describe el espaciamiento de la masa en un fluido en movimiento, es decir, estático. La difusión en un fluido en movimiento se explicará más adelante en la difusión advectiva.

Aunque los alcances del presente trabajo no contemplan la solución de las ecuaciones diferenciales que se obtienen para describir los diferentes procesos físicos, a continuación se presentará la solución a la ecuación de difusión, debido a que servirá para entender mejor la naturaleza de la difusión.

Existen diversas técnicas matemáticas para resolver la ecuación de difusión y simplemente mencionaremos que la solución fundamental es:

$$C(x, t) = \frac{M}{\sqrt{4\pi Dt}} e^{-\frac{x^2}{4Dt}} \dots (4)$$

en donde  $M$  es la masa introducida al fluido.

### II.2.2.1 El movimiento aleatorio ("The Random Walk")

El movimiento aleatorio (en inglés "the random walk") es un razonamiento de las ecuaciones de difusión y la ley de Fick basado en la idea de que el transporte es una consecuencia del movimiento aleatorio de partículas individuales de fluido. Esta descripción no constituye una prueba o una demostración de la ley de Fick, pero sí puede ayudar a comprender la naturaleza de los procesos de difusión.

Supongamos que un contaminante se mueve en una sola dirección y supongámonos también que el movimiento de una molécula de dicho contaminante es por medio de una serie de pasos sucesivos aleatorios. El movimiento de cada partícula o molécula se da en una distancia  $\Delta x$  y en cada intervalo de tiempo  $\Delta t$ , mientras que la dirección del movimiento es siempre una característica aleatoria, algunas veces hacia adelante y otras hacia atrás. De este modo, la probabilidad de que una partícula después de varios pasos

se encuentre entre  $m\Delta x$  y  $(m+1)\Delta x$  se aproxima a una distribución normal de probabilidad con media cero y varianza  $\sigma^2 = t(\Delta x)^2/\Delta t$ . Si se considera que  $(\Delta x)^2/\Delta t = 2D$ , entonces la probabilidad de que la partícula se encuentre entre el punto  $x$  y  $x + dx$  está dada por:

$$\begin{aligned} p(x, t)dx &= \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} dx \\ &= \frac{1}{\sqrt{4\pi Dt}} e^{-\frac{x^2}{4Dt}} dx \end{aligned}$$

Por lo tanto, si un grupo de partículas comienza su "caminata" en el origen y en el tiempo cero, la concentración en el punto  $x$  para cualquier tiempo  $t$  será:

$$C(x, t) = \frac{M}{\sqrt{4\pi Dt}} e^{-\frac{x^2}{4Dt}}$$

es decir, proporcional a la probabilidad de que una partícula se encuentre en  $x$ . Comparando con la ecuación (4) es posible observar que  $D$  corresponde al coeficiente de difusión y que el proceso de movimiento aleatorio aquí explicado, llega al mismo resultado que la solución de la ecuación de difusión (ec. (2)).

#### II.2.2.2 Difusión advectiva

Hasta este momento se ha asumido que el transporte de masa se realiza exclusivamente por la difusión. Supondremos ahora que el fluido se mueve con una velocidad  $V$  de componentes  $u, v, w$  en las direcciones  $x, y, z$ . Al proceso de transporte de masa por el movimiento del fluido se le llama advección.

Al estudiar el proceso de transporte de masa la difusión y la advección se consideran por separado, por lo que el resultado final será la suma de ambos procesos. Adicionalmente, es necesario comentar el movimiento supuesto permanece en régimen laminar y que al pasar a un régimen turbulento, el coeficiente  $D$  dejará de ser constante. El transporte de masa bajo un régimen turbulento es el caso más común y se presenta más adelante.

El transporte de masa a través de un área unitaria contenida en un plano paralelo el  $yz$ , debido al movimiento de un fluido en la dirección  $x$  es la cantidad  $uC$ .  $uC$  es el

volumen de fluido que pasa a través de un área unitaria ( $u \times$  unidad de área = volumen por unidad de tiempo) multiplicado por la concentración  $C$  contenida en ese volumen.

El transporte total de masa es entonces la suma del flujo por advección y el flujo por difusión, es decir:

$$q = uC + \left( -D \frac{\partial C}{\partial x} \right) \dots (5)$$

Sustituyendo (5) en la ecuación de conservación de masa en una dirección (ec. (1)) se obtiene:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(uC) = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \dots (6)$$

que es igual a la ecuación 2 con un término adicional que se debe a la advección. De esta forma, la ecuación 6 es la ecuación de difusión que considera la advección. En tres dimensiones la ecuación de difusión es:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \nabla \cdot (CV) = D \nabla^2 C$$

o bien, haciendo uso de la ecuación de conservación de volumen de fluido  $\nabla \cdot V = 0$ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial C}{\partial t} + (\nabla C) \cdot V + C(\nabla \cdot V) &= D \nabla^2 C \\ \frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} + w \frac{\partial C}{\partial z} &= D \left( \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \right) \dots (7) \end{aligned}$$

se obtiene la ecuación de difusión en tres dimensiones escrita en forma desarrollada en coordenadas cartesianas. En ocasiones, a esta ecuación se le conoce como de "difusión advectiva"; sin embargo, dado que en la mayoría de los casos se tiene que el fluido se encuentra en movimiento, a la ec. (7) se le conoce simplemente como la "ecuación de difusión". Un caso más común es el que considera la turbulencia del fluido y se presenta a continuación.

### II.2.3 Difusión Turbulenta

En el inciso II.2.2 se presentó el caso de la difusión molecular en un flujo laminar, lo que en pocas ocasiones ocurre en la realidad. En este inciso se obtendrán las ecuaciones que gobiernan el mezclado en flujo turbulento, en especial, al coeficiente que equivale al coeficiente de difusión molecular  $D$ .

Primeramente, tratemos de presentar las características de un flujo turbulento. Un flujo en régimen turbulento (generalmente con número de Reynolds  $> 2000$ )<sup>7</sup> se reconoce básicamente de dos maneras:

- Si fuese posible medir las velocidades o las presiones en un punto dentro de una tubería, por ejemplo, sería fácilmente apreciable la inestabilidad de dichas magnitudes, es decir, tanto la presión como la velocidad varían aleatoriamente con respecto al tiempo.
- Imaginemos que en el centro de la sección de una tubería con flujo establecido inyectásemos un colorante o trazador; en el caso de que el régimen del flujo sea laminar, el colorante formará un filamento bien definido, permaneciendo a lo largo de la tubería en el mismo punto de la sección transversal; si por el contrario el régimen fuese turbulento, el filamento que forma el colorante comenzará a esparcirse inmediatamente provocando que se separen las partículas difundiéndose en toda la sección transversal del tubo.

Por otra parte, en un ambiente turbulento, la difusión de un contaminante puede clasificarse como turbulencia estacionaria, en el caso en el que sus características no varíen en el tiempo o como turbulencia homogénea, en la que las características de la turbulencia no cambian dependiendo de su posición.

En realidad no se ha definido lo que es la turbulencia debido a que es un concepto que no es fácil de definir. La turbulencia es más bien reconocible si se explica cómo se mide o qué efectos tiene.

Debido al carácter aleatorio de la turbulencia, la difusión de una sustancia será igualmente aleatoria, es decir, la difusión de un contaminante en un experimento dado, será diferente a la de otro experimento (Figura 2.12).



Figura 2.12 Difusión de un contaminante en un flujo turbulento en un sistema que se mueve a la velocidad media del fluido.

<sup>7</sup> En cualquier libro de hidráulica de tuberías puede hallarse la gráfica denominada Diagrama de Moody, en la cual se pretende delimitar las fronteras entre cada tipo de régimen.

De aquí nace la posibilidad de estudiar las nubes de difusión de dos maneras. La primera de ellas tiene como objetivo el promediar las concentraciones en todos los puntos del espacio, obtenidas a partir de la realización de varias pruebas, lo que se traduce en una superposición de las nubes de difusión. La segunda consiste en realizar un promedio de la misma manera pero después de superponer los centros de masa de cada una de las nubes.

El resultado será que, al superponer las nubes de difusión directamente se obtendrán valores de longitud de nube promedio mayores que al superponer los centros de masa, y en cuanto a la concentración, en el caso de los promedios con superposición de centros de masa ésta será mayor que en el caso del promedio directo.

Un concepto adicional que es importante de mencionar es el referente a la viscosidad turbulenta  $\epsilon$ . Esta viscosidad difiere de la cinemática  $\nu$  en que considera los efectos de la turbulencia. La viscosidad turbulenta modela de alguna manera la turbulencia en un fluido considerando como si en el fluido, a escalas muy pequeñas, se formasen pequeños remolinos que ocasionan los efectos de difusión (a la vez que la disipación de energía).

Para poder calcular las concentraciones ocasionadas por un flujo turbulento puede emplearse el método en el que se promedian dichas concentraciones directamente (sin superponer los centros de masa de las nubes) (Fischer *et al.*, 1979). La forma en la que Fischer asimila el problema es considerando a la corriente como un campo de corrientes aleatorias que fluctúan alrededor de la velocidad media de la corriente. En otras palabras, todo flujo (laminar o turbulento) tiene una velocidad media según su distribución de velocidades y, mientras que en el régimen laminar prácticamente no hay cambio entre la velocidad en cualquier punto del perfil y la velocidad media, en el régimen laminar esta variación sí se presenta, por lo que la diferencia entre la velocidad media y la velocidad en cualquier otro punto de la sección cambia permanentemente. Este es el punto de partida para la deducción de la ecuación de difusión turbulenta. Esta corriente genera a su vez un campo de concentraciones instantáneas promedio que vale  $C(X, t)$  en el punto  $X = (x, y, z)$  y en el tiempo  $t$ , con respecto a un sistema de coordenadas fijo o a un perfil de concentraciones inicial. La concentración instantánea promedio  $C$  se

obtiene promediando estos campos de concentración instantánea, es decir, superponiendo las nubes de contaminante directamente.

Dado que lo que se busca es encontrar el valor de la concentración para cualquier punto y en un cierto tiempo, es necesario encontrar el valor esperado de dicha concentración para el punto  $X$  en el tiempo  $t$ , es decir:

$$C(X, t) = E\{c(X, t)\}$$

en donde

$$E\{c(X, t)\} = \int_0^{\infty} cp(c, X, t)dc$$

y  $p(c, X, t)$  es la probabilidad (función de densidad) de que la concentración del material contaminante tome un valor entre  $c + dc$  en el punto  $X$  y en el tiempo  $t$ .

Retomando lo mencionado con anterioridad, los valores instantáneos de la velocidad  $\vec{u} = \vec{u}(u, v, w)$  y de la concentración  $c$  considerando la variación producida por la turbulencia, pueden expresarse como la suma entre de la velocidad del sistema en movimiento y la velocidad relativa al sistema en movimiento (o fluctuación), es decir:

$$\begin{aligned}\vec{u} &= \vec{U} + \vec{u}' \\ c &= C + c'\end{aligned}$$

en donde el término del lado izquierdo de la igualdad en ambas ecuaciones es la velocidad y la concentración instantánea.

El procedimiento para deducir las expresiones de difusión turbulenta (o mejor dicho, los coeficientes de difusión turbulenta) comienza obteniendo la varianza de la difusión de la nube y continúa con una serie de consideraciones que involucran tanto conceptos probabilísticos como matemáticos que quedan fuera de los alcances del presente trabajo<sup>a</sup>.

En general, el concepto de difusión turbulenta lleva a la siguiente relación en dos dimensiones:

<sup>a</sup> El desarrollo matemático completo fue desarrollado por Fischer *et al.* (1979).

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \vec{U} \cdot \nabla C = \frac{\partial}{\partial x} \left( \epsilon_{xx} \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( \epsilon_{xy} \frac{\partial C}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \epsilon_{yx} \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \epsilon_{yy} \frac{\partial C}{\partial y} \right)$$

en donde los coeficientes  $\epsilon$  son los equivalentes al coeficiente de difusión molecular en la Ley de Fick. La magnitud de los coeficientes es el producto de la longitud de escala de la turbulencia y la intensidad de la misma (Fischer *et al.*, 1979) y dicha magnitud es, por supuesto, mucho más grande que el coeficiente de difusión molecular.

De la misma manera que fue explicada la difusión turbulenta se abordará el proceso de dispersión por flujo cortante, como última parte de los principios de dispersión y difusión.

#### II.2.4 Dispersión por flujo cortante

El esparcimiento de un contaminante por dispersión en la dirección del flujo se debe básicamente al perfil de velocidades de la sección transversal; a los flujos con gradientes de velocidades se les conoce comúnmente como "flujos cortantes".

La velocidad de cualquier molécula es esencialmente la de la línea de corriente a la que pertenece, es decir, una función del perfil de velocidad del flujo. Dado que la difusión molecular está regida por un movimiento aleatorio hacia adelante y hacia atrás, puede decirse que la posición final de una partícula es independiente del lugar en el que comenzó. Del mismo modo, la velocidad final es independiente de la inicial. Incluso en el caso de que el fluido cuente con un movimiento original o advección, al suponer un sistema de referencia que se mueva a la velocidad media del flujo, la difusión de las partículas tendrá el mismo carácter aleatorio hacia adelante o hacia atrás. Sin embargo si se considera el perfil de velocidades en una sección transversal, obtendremos valores diferentes del coeficiente de difusión. A este nuevo coeficiente se le llamará el coeficiente de dispersión, dado que resulta del proceso de dispersión por flujo cortante.

Consideremos primeramente un flujo en régimen laminar. Si la distribución de velocidades es  $u(y)$ , la velocidad media puede encontrarse encontrando la siguiente integral:

$$\bar{u} = \frac{1}{h} \int_0^h u dy$$

$$\bar{u} = \frac{1}{h} \int u dy$$

por lo que la variación con respecto a la velocidad media es:

$$u'(y) = u(y) - \bar{u}.$$

De la misma manera, la concentración media de la sección transversal del flujo es:

$$\bar{C} = \frac{1}{h} \int C dy$$

y la variación con respecto a la concentración media es:

$$C'(y) = C(y) - \bar{C}.$$

De este modo, será importante hallar el perfil de concentraciones que permita modelar las concentraciones de contaminante por medio de la dispersión en flujo cortante. Esta distribución está dada por la siguiente ecuación (Fischer *et al.*, 1979):

$$C''(y) = \frac{1}{D} \frac{\partial \bar{C}}{\partial x} \int_0^y \int_0^y u' dy dy + C''(0)$$

Por su parte, el transporte de masa en la dirección  $x$  relativo al sistema de coordenadas en movimiento es:

$$\begin{aligned} M &= \int_0^h u' C' dy \\ &= \frac{1}{D} \frac{\partial \bar{C}}{\partial x} \int_0^h u' \int_0^y \int_0^y u' dy dy dy \end{aligned}$$

En esta última integral puede notarse algo muy importante: *el transporte total de masa en la dirección del flujo es proporcional al gradiente de concentración en esa dirección, que es exactamente lo mismo que se encuentre para la difusión molecular.*

Gracias a esta similitud, es posible ahora definir el coeficiente de dispersión de forma análoga al coeficiente de difusión molecular, con la ecuación:

$$M = -hK \frac{\partial \bar{C}}{\partial x}$$

en donde  $h$ , la profundidad, es también el área por unidad de ancho. El coeficiente de dispersión  $K$  expresa ahora la propiedad difusiva de la distribución de velocidades y se le

conoce generalmente como el "coeficiente de dispersión longitudinal". Comparando las anteriores dos ecuaciones, puede verse que

$$K = \frac{-1}{hD} \int_0^h u' \int_0^b \int_0^b u' dy dy dy.$$

$K$  tiene el mismo papel para la sección transversal que tiene  $D$ , el coeficiente de difusión molecular en una escala microscópica. Por lo tanto, puede escribirse una ecuación para el flujo en una dirección con concentraciones promedio en la sección transversal como:

$$\frac{\partial \bar{C}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{C}}{\partial x} = K \frac{\partial^2 \bar{C}}{\partial x^2}$$

en donde se presenta también el término advectivo promedio (velocidad media del perfil de velocidades). A esta ecuación se le conoce como la "ecuación de dispersión en una dimensión".

Considérese ahora un flujo en régimen turbulento. En flujo turbulento el perfil de velocidades será diferente al del flujo laminar y el coeficiente de dispersión turbulenta incluirá las variaciones debidas a este régimen. Para un flujo turbulento, no existen mayores diferencias, que el coeficiente  $\varepsilon(y)$  que ahora será función de su posición en la sección transversal  $y$ : Así, Fischer (1979) encontró que el valor del coeficiente de dispersión  $K$  es (Fischer *et al.*, 1979):

$$K = -\frac{1}{h} \int_0^h u' \int_0^b \int_0^b \varepsilon u' dy dy dy.$$

Elder (1959) empleó los valores de

$$u' = \left( \frac{u^*}{\kappa} \right) \left( 1 + \ln \frac{y}{d} \right) \Leftrightarrow \text{perfil de velocidades para un canal muy ancho en un plano inclinado}$$

$$\varepsilon = \kappa \frac{y}{d} \left( 1 - \frac{y}{d} \right) du^* \Leftrightarrow \text{descripción del transporte de masa y momentum (Fischer et al., 1979)}$$

para sustituir en la ecuación para hallar  $K$  llegando a

$$K = \frac{0.404}{\kappa^3} du^*$$

en donde  $\kappa$  es la constante de Von Kármán, que normalmente vale 0.41. Adicionalmente,  $u^*$  es la velocidad al cortante deducida en el inciso II.2.1.7 y  $d$  el tirante del flujo. Elder

(1959) tomó el valor de  $\kappa = 0.41$  y encontró que el coeficiente de dispersión longitudinal que considera el flujo turbulento es

$$K = 5.93du * \text{ para la dirección del flujo, y}$$

$$K = 0.2du * \text{ para la dirección perpendicular al flujo.}$$

### II.2.5 Factores que intervienen en la difusión y dispersión de contaminantes

Básicamente son tres las causas del mezclado en los estuarios: el viento, la marea y los ríos.

El viento es generalmente la fuente de energía en cuerpos tales como grandes lagos, en mar abierto y en áreas costeras, pero en los estuarios pueden o no tener un papel importante. En el caso de que el estuario sea un cuerpo angosto, el viento no tendrá una mayor relevancia y será entonces la marea la que tenga mayor influencia. Sin embargo, sin el estuario tiene dimensiones lo suficientemente grandes, el viento podrá ejercer su acción cortante sobre la superficie libre del agua induciendo corrientes que influyen en la forma de mezclado. Incluso, al hablar de sustancias con densidades menores que el agua permaneciendo en la superficie, el viento podrá actuar directamente sobre ellas modificando su espacamiento. Básicamente, el efecto del viento depende de las corrientes que sea capaz de generar.

La marea genera mezclado de dos maneras. Por un lado la fricción con el fondo producida al pasar la onda de marea genera turbulencia que ocasiona un mezclado turbulento y por otro lado, la interacción de la onda de marea con la batimetría del estuario genera grandes corrientes. Es por esto que es importante conocer tanto la batimetría de la zona en estudio como las características de la marea en el lugar.

Finalmente, el río o ríos, que llegan al estuario descargan un determinado gasto de agua dulce. Esta gasto de agua dulce se combina con la entrada del mar para formar una cuña salina como la mostrada en la Fig. 1.6. Ante las variaciones de la marea la cuña salina se mueve hacia adelante y hacia atrás, de la misma manera que la avenida de un río pudiese mover la cuña salina hacia el mar. Incluso en algunos casos existen mareas que son tan pequeñas que el agua dulce proveniente del río puede llegar al mar formando un estrato de agua sin diluir por encima de la agua salada.

La influencia de la descarga de los ríos en los estuarios origina por lo tanto corrientes diferentes a aquéllas en caso de no existir descargas fluviales, tanto en magnitud como en dirección. Además al pasar una capa de agua dulce por encima de la de agua salada, se genera mayor turbulencia y en otras palabras, mayor mezclado.

Como pudo verse a lo largo de la sección 11.2 "Principios de Dispersión de Contaminantes", el principio que rige la dispersión y difusión de los contaminantes dice que el flujo de masa a través de un volumen en un cierto tiempo es igual al gradiente de concentración en la dirección del flujo. De aquí la importancia de la Ley de Fick que puede presentarse como la ecuación básica de dispersión y difusión variando simplemente el coeficiente de proporcionalidad según el caso. Cabe mencionarse que las matemáticas que rigen este fenómeno pueden ser un tanto complicadas y extensas para algunas personas, por lo que en este trabajo se han presentado sólo los más importantes pasos que puedan significar algún concepto que lleve a comprender de mejor manera los fenómenos de dispersión y de difusión. Para un análisis más profundo de estos temas se sugiere consultar los trabajos de Fischer *et al.* (1979), Csanady (1973) y Elder (1959).

***III - MÉTODOS DE ANÁLISIS DEL FUNCIONAMIENTO  
HIDRODINÁMICO DE LOS ESTUARIOS CON  
APLICACIÓN AL DESARROLLO TURÍSTICO  
ISLA ACAPULCO - PAPAGAYO***

### III - MÉTODOS DE ANÁLISIS DEL FUNCIONAMIENTO HIDRODINÁMICO DE LOS ESTUARIOS CON APLICACIÓN AL DESARROLLO TURÍSTICO ISLA ACAPULCO - PAPAGAYO

El tercer capítulo de esta tesis pretende dar un ejemplo de la aplicación que tienen los conceptos explicados en las páginas anteriores. Asimismo se incluyen las consideraciones previas que deben tomarse en cuenta para la aplicación de los modelos que aquí se presentan, así como estudios previos y consideraciones matemáticas.

Para poder realizar un análisis más confiable y descriptivo, se presenta la aplicación de dos modelos matemáticos con la finalidad de comparar los resultados obtenidos por cada uno de ellos y concluir sobre la conveniencia de aplicar uno u otro.

#### III.1 Consideraciones para elegir un modelo

El objetivo de aplicar un modelo hidrodinámico en cuerpos estuarinos es el de simular los procesos de circulación e intercambio de agua que se presentan en estos sistemas. Cada modelo matemático cuenta con diferentes características de resolución matemática que lo llevan a ser más o menos preciso en la simulación de los fenómenos hidrodinámicos típicos de los estuarios. La presente tesis ha enfocado sus objetivos a la aplicación a los modelos matemáticos, sin embargo, también se comentará brevemente sobre los modelos físicos.

Como regla general puede establecerse que la conveniencia de aplicar un modelo hidrodinámico numérico sobre un modelo físico se da en los casos en los que se dese describir con detalle en tiempo y en espacio, el movimiento del agua en la zona en estudio, incluyendo la cuantificación de gastos, velocidad y dirección de corrientes, distribución espacial y temporal de concentraciones de sustancias, entre otros, como una respuesta a la excitación producida por diferentes factores o fuerzas físicas. Esta conveniencia se refleja en ahorros económicos importantes ya que el proceso de aplicación de un modelo a escala físico tiende generalmente a ser un proceso laborioso, lento y demandante de grandes espacios físicos.

Lo primero que debe establecerse al emplear cualquiera de los dos tipos de modelo son los objetivos, ya que de eso depende la elección del mismo. Enseguida debe realizarse un estudio en el que se determinen claramente los factores que influyen en el fenómeno de circulación (por ejemplo datos atmosféricos), incluyendo todos aquellos que sirvan para describir las características fisiográficas del cuerpo en estudio y que tengan importancia al buscar un resultado (por ejemplo, batimetrías y tipo de material de fondo). Incluso resulta importante que el modelador conozca personalmente el lugar de estudio para entender mejor qué factores pueden influir en los resultados y para tener una mayor capacidad de realizar adaptaciones al modelo en el caso de ser necesarias.

Posteriormente se debe elegir entre un modelo físico o uno numérico. Un modelo físico es un intento de reducir la naturaleza a un tamaño más pequeño, permitiendo observar y controlar los factores que influyen en el sistema; un modelo numérico es un intento de representar la naturaleza con la ayuda de un programa de cómputo que resuelva las ecuaciones, generalmente de carácter no lineal, que describen los procesos naturales. Sin embargo, debido a la complejidad que representa "copiar" a la naturaleza, ambos modelos pueden no resultar correctos del todo y es aquí donde toma especial importancia tanto la elección del modelo correcto como el proceso de calibración del modelo del cual se hablará más adelante. Algunos factores son tomados en cuenta y otros no. Aún así, el modelador debe tener la capacidad para definir los fenómenos de mayor y menor trascendencia, para representar fielmente los fenómenos de la naturaleza que influyen con más notoriedad en el comportamiento global del sistema, garantizando así que el modelo produzca los resultados confiables que se esperan.

En general puede afirmarse que los modelos físicos son más costosos que los numéricos, sin embargo existen casos en los que se cuenta con el modelo ya construido y en ese caso puede ser menos costosa su implementación que la de un modelo numérico.

Al elegir un modelo numérico es necesario determinar si éste debe ser de una, dos o tres dimensiones. En términos generales, puede decirse que para los estuarios, los modelos bidimensionales pueden describir fielmente las condiciones hidrodinámicas, si se considera que su profundidad no influye considerablemente en relación a sus dimensiones en planta. De la misma manera, los modelos unidimensionales pueden emplearse eficientemente en la modelación de ríos y los tridimensionales cuando se trate

de cuerpos profundos con diferencias importantes entre las condiciones del fondo y las de la superficie.

Una vez conocidos los factores que influirán en la obtención de los resultados, podrá elegirse el mejor modelo matemático. Por supuesto, deben de conocerse antes los alcances de cada opción, así como las necesidades de cada una. Asimismo, es importante considerar los recursos disponibles para la aplicación del modelo matemático, ya que puede ser necesario contar con un soporte financiero importante, así como computadoras y periféricos y en especial, personas con experiencia en el área de aplicación con la finalidad de interpretar los resultados correctamente (aunque, en general, las necesidades siguen siendo menores a las de un modelo físico).

Resta a la presente tesis presentar la aplicación de dos modelos matemáticos a un sitio real. Para cada uno de estos modelos se presentarán tanto los datos necesarios para su aplicación, como los fundamentos teóricos y de solución de cada modelo, para realizar al final una comparación de resultados entre ambos modelos.

### III.2 Descripción del Desarrollo Turístico Isla Acapulco - Papagayo

Con el fin de ejemplificar y distinguir de manera más didáctica los alcances de cada uno de los modelos aquí expuestos, se consideró conveniente aplicar estos modelos en un sitio destinado al desarrollo de un proyecto náutico - residencial de gran plusvalía, denominado Desarrollo Turístico Isla Acapulco - Papagayo. Este proyecto, patrocinado por la empresa Inmuebles de Acapulco y Papagayo S. A. de C. V. (de quien se recibió autorización para utilizar su proyecto en esta tesis), se ha conceptualizado para coexistir en una zona de gran belleza natural, localizada sobre la margen derecha de la desembocadura del Río Papagayo a unos 40 km al sureste de la bahía de Acapulco (Figura 3.1). El proyecto turístico contempla la construcción de una marina con un canal de acceso que aprovecha la existencia de un canal de descarga que se deriva de la Laguna de Tres Palos, que es un cuerpo lagunario cuyas dimensiones triplican el área de la bahía de Acapulco. Asimismo, el proyecto incluye una lotificación de baja densidad, con un sistema de canales internos intercomunicados, para dar una sensación de convivio con el agua en todas las áreas del desarrollo. Por último, existen áreas de uso comercial de



carácter exclusivo para los residentes del desarrollo turístico y usuarios de la marina. En la Figura 3.2 se presenta un esquema de la marina y sus canales interiores.

La Laguna de Tres Palos, que para esta tesis es de gran importancia, está conformada por tres zonas básicamente tal como se muestra en la Figura 3.3. El cuerpo principal de la laguna que abarca prácticamente todo el almacenamiento hidráulico disponible, la zona de El Salado que consiste en una extensa zona estuarina que es inundable cuando los niveles de la laguna están en su parte más alta y el canal de descarga de unos 6 km que entre meandros, llega al mar junto al poblado de Barra Vieja y durante la mayor parte del año permanece incomunicado con el mar. Este aspecto es muy importante, pues la comunicación de la laguna con el mar se da solamente durante unos tres meses al año, rompiéndose la barrera litoral que lo separa del mar de forma natural debido al incremento de su nivel por las avenidas y lluvias propias de la temporada. En otras ocasiones, la comunicación con el mar se produce de manera artificial debido a que los niveles del agua pueden ocasionar inundaciones en el Aeropuerto Internacional de Acapulco, localizado entre la Laguna de Tres Palos y el Océano Pacífico.

La importancia de la aplicación de un modelo, en este caso matemático, al Desarrollo Turístico Isla Acapulco - Papagayo es el poder evaluar el impacto ambiental ante un cambio tan importante como lo es la permanente comunicación con el mar de la Laguna de Tres Palos. Fundamentalmente, el objetivo es el poder evaluar los procesos de circulación de corrientes desde el mar hasta la Laguna de Tres Palos y viceversa inducidos por el efecto de las mareas, con el fin de entender con mayor detalle el comportamiento físico de esta laguna bajo la nueva condición de conexión permanente con el mar. Esta evaluación incluye los cuerpos de agua de la marina y canales interiores del desarrollo turístico para definir si la geometría y configuración de estos canales interiores garantizan un intercambio de aguas que mantenga una calidad ambiental aceptable. En otras palabras, se desea conocer si el sistema es hidráulicamente eficaz, es decir, si tiene la capacidad de intercambiar un volumen suficiente de agua en un tiempo razonable y que permita dispersar una sustancia que eventualmente pudiera contaminar dichos cuerpos de agua.

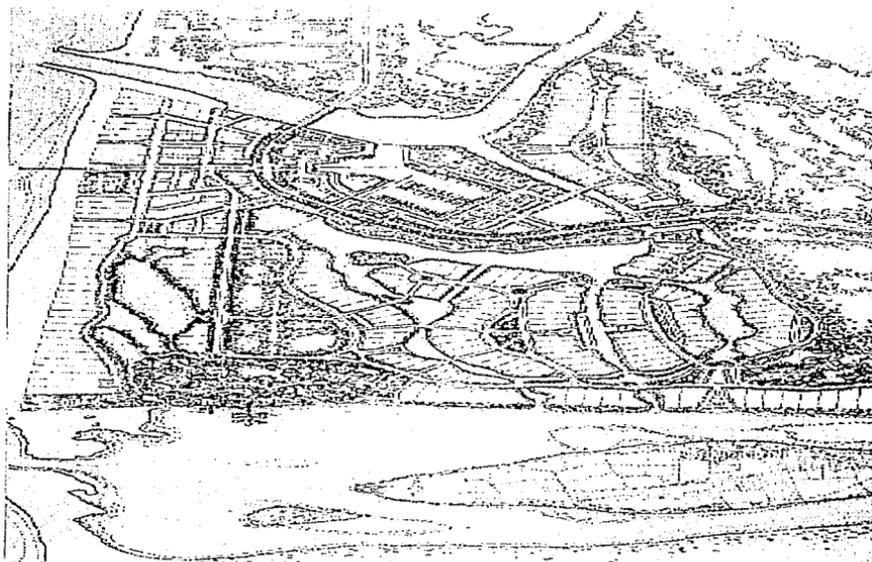


Figura 3.2 Esquema de la marina y sus canales interiores



A continuación se presentan dos modelos matemáticos distintos desde sus bases que llevarán a diferentes resultados. Las características hidrodinámicas (tales como prisma de marea, gastos y velocidades) que serán calculadas con estos dos modelos, tienen dos niveles de resolución. El primero, denominado "modelo simplificado", está basado en la teoría de Keulegan y complementado con la teoría de Jarrett para el cálculo de prismas de mareas y tiene la finalidad de obtener una primera aproximación de las características hidrodinámicas que se buscan calcular. La importancia de implementar este modelo en un proyecto se da en la primera etapa de su concepción, en la que no resulta sencillo justificar mayores inversiones y se busca obtener resultados sin mucho detalle.

Sin embargo, después de aplicar el modelo simplificado, quedan aún algunos aspectos técnicos y cuestionantes importantes que no han sido resueltos. TRANQUAL es un modelo matemático que proporciona una precisión y una información mucho mayor que puede servir para obtener permisos de construcción y tener respuestas sobre el impacto ambiental a corto y largo plazo del proyecto. Es por esto que resulta importante la aplicación de los dos modelos, pues cada uno corresponde a diferentes etapas del proyecto. Al final, es importante la comparación de resultados entre ambos.

### III.3 Modelo hidrodinámico simplificado

#### III.3.1 Recopilación de información

Para la aplicación del modelo simplificado se requiere el área en planta de la zona de influencia de la marea, geometría del canal de acceso, volúmenes de los cuerpos de agua formados por la laguna y la marina y datos de mareas.

En cuanto a las áreas en planta y la geometría tanto de la laguna como del brazo de comunicación con el mar, se consultaron las cartas topográficas del INEGI a escala 1:50,000 y para la marina y sus canales interiores, se emplearon los planos del proyecto. Los volúmenes de la laguna fueron obtenidos a partir de la curva elevaciones - capacidades elaborada a partir de las batimetrías realizadas por la Dirección de Obras Marítimas de la SCT en la década de los 60 y principios de los 70. Esta información fue complementada con la información obtenida del levantamiento topobatimétrico realizado

en 1995 por Topografía, Ingeniería y Aero Fotogrametría, S.C. Por su parte, los datos de mareas fueron extraídos de las Tablas Numéricas de Predicción de Mareas para el Océano Pacífico (Secretaría de Marina, 1995 y 1996) y en el caso del modelo hidrodinámico TRANQUAL, que se desarrolla más adelante, se complementó con una campaña adicional de medición de mareas en el lugar.

Adicionalmente, fue necesaria la recolección de algunos datos de campo tales como muestras de arena de la zona, para evaluar la capacidad de autoconservación del canal de acceso. El conocer los procesos de circulación tiene también por objeto evaluar la capacidad de autoconservación del canal de acceso a modo de prever si se tendrán azolves o si se mantendrá libre de ellos. Una forma sencilla de evaluar esta capacidad es que la velocidad de las corrientes en la zona del canal de acceso este entre 0.7 y 0.9 m/s (Bruun, 1973) para arenas como las encontradas en la zona, de modo que se garantice el arrastre de sedimentos en el canal.

### III.3.2 Hidrodinámica

El modelo se deriva de la aplicación de los principios fundamentales de la dinámica de estuarios y la conservación de masa de un sistema.

#### III.3.2.1 *Prisma de marea, zona de influencia y velocidades en el canal de acceso*

Al volumen de agua que circula por el canal de acceso que comunica a un cuerpo estuarino con el mar por efecto de la prolongación de la marea, se le conoce como prisma de marea ( $\Omega$ ). Para accesos en condiciones de estabilidad hidráulica, Jarrett (1976) en su reporte titulado *Tidal Prism-Inlet Area Relationships*, considera que existe una correlación entre el área de la sección transversal del canal de comunicación y el prisma de marea. De hecho, Jarrett, en un intento por ser más específico a las variantes que pueden condicionar la estabilidad hidráulica de un canal de acceso, agrupa varias bocas de comunicación por regiones e incluso, distingue aquellas bocas en donde la estabilidad se ve favorecida con la existencia de escolleras. De este modo, Jarrett proporciona una expresión para la estimación del prisma de marea, para bocas en el Océano Pacífico y con dos escolleras. Esta expresión se define como:

$$\Omega = \left( \frac{a}{7.49 \times 10^{-4}} \right)^{1.163} \dots (3.1),$$

donde

- $\Omega$ , prisma de marea correspondiente a medio ciclo de marea, en [m<sup>3</sup>/medio ciclo de mareas]  
 $a$ , área hidráulica de la sección transversal del acceso, en [m<sup>2</sup>].

El motivo de emplear los resultados obtenidos por Jarrett, obedece a que considero algunas condiciones que asemejan las condiciones que se tendrán para el canal de acceso a la marina, especialmente la consideración de los dos rompeolas.

La sección del canal de acceso es trapecial, de 60 m de ancho de plantilla, taludes 4:1 y una profundidad de 5 m (a partir del nivel de bajamar media inferior).

De este modo, de la ecuación 3.1, se tiene que para

$$a = 400 \text{ m}^2$$

$$\Omega = 4.58 \text{ m}^3/\text{medio ciclo de marea}$$

Una vez calculado el prisma de marea, los cálculos hidrodinámicos restantes se obtienen con la teoría simplificada de Keulegan (1950) que estudia las fluctuaciones en los niveles de agua en embalses comunicados con el mar. Esta teoría permite calcular características tales como corrientes, amplitud de onda y tiempo de defasamiento de la marea dentro de un embalse comunicado con el mar, a partir de las características de la marea y las características fisiográficas e hidráulicas del canal de comunicación.

La identificación de la onda de marea se realizó con base en las Tablas Numéricas de Predicción de Mareas de 1995, en donde se tomo en cuenta el rango máximo medio de mareas comprendido entre el nivel de pleamar media superior y el nivel de bajamar media inferior para Acapulco, Gro., siendo éste de 0.648 m con un periodo de 12 horas en promedio. El tipo de marea en esta zona es mixta semidiurna, es decir, tiene dos pleamares y dos bajamares consecutivas. La razón de utilizar valores promedio para el rango de mareas, así como para el periodo, se debe básicamente a la simplificación del método.

Las ecuaciones empleadas para la determinación del área de influencia, que Keulegan presenta para el estudio de las fluctuaciones de los niveles de agua en embalses comunicados con el mar, considerando dos rompeolas a la entrada del canal, son:

$$A = \frac{\Omega}{2H \operatorname{sen} \tau}$$

$$Q_m = \frac{C\Omega\pi}{T}$$

$$V_m = \frac{Q_m}{a}$$

$$K = \frac{T}{2\pi H} \frac{a}{A} \sqrt{\frac{2gR_H}{\lambda L + mR_H}}$$

donde

- $A$ , área en planta que se ve afectada por el efecto de la marea, en [m<sup>2</sup>]
- $\Omega$ , prisma de marea, en [m<sup>3</sup>] (calculado anteriormente)
- $H$ , amplitud de la marea<sup>1</sup>, en [m]
- $K$ , coeficiente de sensibilidad de llenado del vaso
- sen  $\tau$ , amplitud de la marea en el vaso, es función del valor del coeficiente de sensibilidad de llenado del vaso (Tabla 3.1)
- $Q_m$ , gasto máximo que entra o sale de la laguna, en [m<sup>3</sup>/s]
- $V_m$ , velocidad máxima en el canal de acceso, en [m/s]
- $C$ , número adimensional cercano a la unidad, también dependiente del coeficiente de sensibilidad de llenado del vaso (Tabla 3.1)
- $T$ , periodo de un ciclo de marea, en [s]
- $R_H$ , radio hidráulico de la sección transversal del acceso [m]
- $m$ , coeficiente que toma en cuenta la distribución de velocidades, si la distribución es uniforme, puede tomarse  $m = 1$
- $L$ , longitud del canal de acceso, en [m]
- $\lambda$ , coeficiente de fricción de la sección.  $\lambda = 0.0078$

<sup>1</sup> Es importante aclarar que la amplitud es la mitad de la altura total de la onda, ya que en algunos textos se llega a encontrar que la amplitud es la altura total de la onda.

Tabla 3.1 Coeficiente  $C'$  y amplitud de la marea en el vaso (sen  $\tau$  según Keulegan

$K'$	sen $\tau$	$C'$	$K'$	sen $\tau$	$C'$
0.1	0.1158	0.8106	4.0	0.9999	0.9998
0.2	0.2293	0.8116	5.0	0.9999	0.9994
0.3	0.3387	0.8128	6.0	1.0000	0.9997
0.4	0.4414	0.8153	7.0	1.0000	0.9997
0.5	0.5359	0.8184	8.0	1.0000	0.9998
0.6	0.6209	0.8225	9.0	1.0000	0.9998
0.7	0.6955	0.8288	10	1.0000	0.9998
0.8	0.7592	0.8344	20	1.0000	0.9998
0.9	0.8165	0.8427	30	1.0000	0.9999
1.0	0.8553	0.8522	40	1.0000	0.9999
1.2	0.9168	0.8751	50	1.0000	0.9999
1.4	0.9536	0.9016	60	1.0000	1.0000
1.6	0.9745	0.9267	70	1.0000	1.0000
1.8	0.9861	0.9484	80	1.0000	1.0000
2.0	0.9926	0.9650	90	1.0000	1.0000
3.0	0.9996	0.995	100	1.0000	1.0000

Los volúmenes de agua en los canales interiores del proyecto suponen profundidades de 2.1 m, mientras que en el canal de acceso y marina de 5 m. En la Tabla 3.2 se presentan los valores del área en planta ocupada por los cuerpos acuáticos y sus volúmenes respectivos.

Tabla 3.2 Área en planta y volumen de los cuerpos de agua

Cuerpo	Área en planta, en [m <sup>2</sup> ]	Volumen medio de agua, en [m <sup>3</sup> ]
Marina y canales interiores	232,129	639,187
Brazo de la laguna	830,000	2724,000
Cuerpo de la laguna	41'000,000	110'000,000

\* Estos datos fueron obtenidos de la curva de elevaciones - capacidades (Viner et al., 1995).

Como puede apreciarse en las ecuaciones propuestas por Keulegan, el valor del área de influencia de la marea debe calcularse con base en iteraciones al encontrarse en

más de una ecuación. En este caso se consideró que el perfil de velocidades es uniforme, es decir  $m = 1$ . Finalmente, considerando distintas longitudes del canal de acceso, se calcularon los diferentes parámetros que definen el comportamiento hidráulico del canal con las expresiones dadas por Keulegan. En la Tabla 3.3 se resumen los resultados obtenidos.

Tabla 3.3 Área de influencia para  $\Omega = 4.58 \cdot 10^6 \text{ m}^3/\text{medio ciclo de marea}$

$L, [\text{m}]$	$A, [\text{m}^2]$	$Q_m, [\text{m}^3/\text{s}]$	$V_m, [\text{m}/\text{s}]$
0	7'040,000	331.55	0.83
1,000	7'050,000	331.43	0.83
2,036	7'090,000	324.52	0.81
4,000	7'080,000	314.00	0.78
10,000	8'250,000	283.44	0.71

Puesto que los valores del área oscilan entre 7 y 8 millones de  $\text{m}^2$ , se consideró en los cálculos posteriores un valor de 7 millones de  $\text{m}^2$ , lo que significa que sólo el 17% del área en planta de la laguna, incluyendo marina y canales interiores, se ven afectados por el efecto de la marea. Esta área se representa gráficamente en la Figura 3.4, mostrando una línea divisoria imaginaria más allá de la cual la amplitud de la onda de marea es despreciable, es decir, ésta es la frontera de estancamiento de la marea.

En la Tabla 3.3 se muestra también el resumen de resultados de las condiciones hidráulicas del canal de acceso, mostrando los valores máximos del gasto que entra o sale por dicho canal tanto en flujo como en reflujó, correspondientes por lo tanto, a medio ciclo de marea. El gasto de  $331.55 \text{ m}^3/\text{s}$  produce una velocidad máxima en el canal de  $0.83 \text{ m}/\text{s}$ , por lo que las características geométricas del canal de acceso producen corrientes que se encuentran dentro de un rango de velocidades aceptable. Esto significa que se espera el arrastre de sedimentos granulares necesario para la conservación del canal.

Sin profundizar más y en caso de que el lector desee establecer con mayor precisión los criterios de autoconservación del canal de acceso, se sugiere consultar la

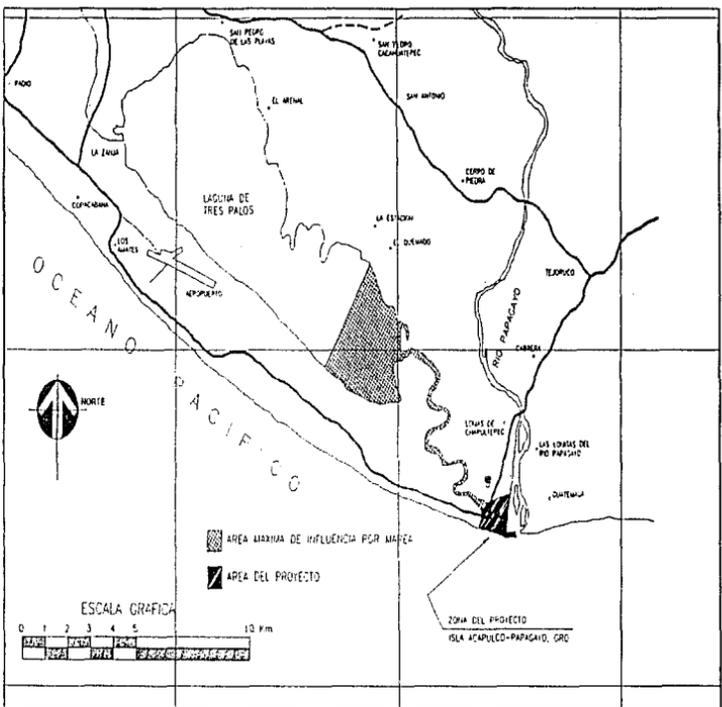


Figura 3.4. Area de influencia por marea

obra de Per Bruun (1973) y los manuales de diseño de obras civiles de la Comisión Federal de Electricidad.

### III.3.2.1 Resultados

La parte hidrodinámica del modelo simplificado se refiere fundamentalmente al cálculo del prisma de marea, las velocidades en el canal de acceso y el área de influencia de la marea, con base en lo propuesto por Jarrett (1976) y por Keulegan (1950).

Por una parte, se calculó que el prisma de marea es de 4.58 millones de  $m^3$  por cada medio ciclo de marea, es decir, por cada 6 horas. Es importante mencionar que fue considerada una marea con un período de 12 horas y una amplitud de 0.324 m, lo que simplifica el cálculo al tomar una condición media de la marea. En la parte final de este capítulo se hará una comparación con el prisma de marea obtenido con un modelo matemático bidimensional (*TRANQUAL*).

Posteriormente, se realizó el cálculo del área de influencia de la marea, con dibujo asistido por computadora, obteniendo los resultados claramente mostrados en la Figura 3.4. El significado de esto es que más allá del área achurada en la figura, la onda de marea es prácticamente imperceptible, por lo que dicha onda ha sido disipada por completo por el cuerpo de la laguna. Este dato es importante ya que puede pronosticar la afectación que tendrá al comunicar la laguna con el mar, especialmente con la zona denominada como El Salado, que es susceptible de inundarse y por lo tanto pudiera representar un impacto ambiental importante.

El otro resultado de importancia es el que se refiere a las velocidades en el canal de acceso. Se mencionó anteriormente que para iniciar el arrastre la velocidad mínima de la corriente fluctúa entre los 0.7 y 0.9 m/s para canales con sedimentos de arena comunicados al mar. Los resultados muestran que la velocidad mínima se alcanza, sin embargo, al estar muy cerca del límite y por tratarse de un método simplista, se recomienda consultar otros autores con la finalidad de aplicar sus criterios.

Como pudo observarse, a pesar de ser un modelo que no considera factores importantes tales como la batimetría de la laguna, las aportaciones fluviales y pluviales o

la acción del viento, resulta un método que es factible aplicar como una primera aproximación y estimar el tamaño del impacto que tendrá, en este caso, una comunicación permanente con el mar sobre otro cuerpo lagunario como lo es la Laguna de Tres Palos.

### III.3.3 Dispersión

Una vez más, el estudio comienza presentando un modelo matemático simplificado para cuantificar el movimiento de sustancias disueltas en los cuerpos de agua en estudio y los cambios de concentración a través del tiempo.

El objetivo de esta parte del análisis fue el desarrollar un modelo matemático simplificado para predecir y/o cuantificar los niveles de concentración de contaminantes o sustancias solubles en el agua, para describir los procesos físicos de dispersión que afectan a la Laguna de Tres Palos, la marina y sus canales interiores. El sistema propuesto está formado por los cuerpos de agua simplificados mostrados en la Figura 3.5, en donde también se muestra la forma como se comunican entre ellos y la nomenclatura que será empleada en el desarrollo de las ecuaciones que gobiernan el sistema.

El modelo matemático se fundamenta en el principio de la conservación de la masa suponiendo que cada uno de los cuerpos de agua considerados están interconectados entre sí como se muestra en la Figura 3.5. Además se suponen mezclados uniformes en cada uno de los almacenamientos. La aplicación de este modelo servirá para caracterizar los procesos de dispersión promediados en una escala de tiempo de seis horas (medio ciclo de marea).

La Figura 3.5 muestra la idealización del sistema formado por la Laguna de Tres Palos, la marina (y sus canales interiores) y el mar. En ella, como se mencionó, puede apreciarse la comunicación que existe entre ellos, así como la suposición de una concentración promedio en cada uno de los cuerpos acuáticos. Las variables que intervienen en el sistema supuesto se definen en la Tabla 3.4.

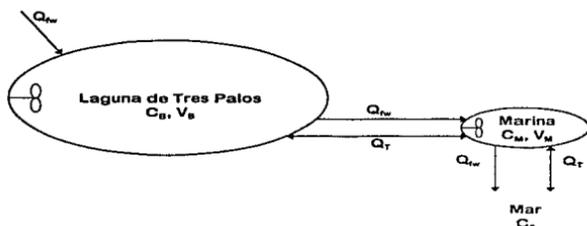


Figura 3.5 Modelo simplificado de intercambio de aguas

Tabla 3.4 Definición de variables del modelo simplificado de dispersión

Variable	Definición	Variable	Definición
$C_B$	Concentración en la laguna de Tres Palos	$Q_R$	Gasto promedio del Río La Sabana
$C_{Rw}$	Concentración en el Río La Sabana	$Q_B$	Gasto que aporta la laguna de Tres Palos
$C_S$	Concentración en el mar	$V_M$	Volumen de agua en la marina
$C_M$	Concentración en la marina	$V_B$	Volumen de agua en la laguna de Tres Palos
$Q_T$	Prisma de mareas por medio ciclo	-	-

### III.3.3.1 Consideraciones teóricas

A continuación se presenta el desarrollo teórico matemático de las ecuaciones que gobiernan la hidrodinámica del sistema, tomando en cuenta el principio de conservación de la masa y los principios fundamentales de la dinámica de estuarios.

La ecuación gobernante para la condición de flujo en la laguna de Tres Palos es:

$$\frac{d}{dt}(C_B V_B) = C_{Rw} Q_{Rw} + \bar{C}_M Q_T - C_B Q_{Tw} \dots (3.2),$$

donde

$C_i$  concentración en el cuerpo de agua respectivo, en [ppm]

$Q$ , gasto que entra o sale al cuerpo de agua respectivo, en  $[m^3/\text{medio ciclo de marea}]$

$V$ , volumen medio de agua que contiene el embalse correspondiente, en  $[m^3]$

subíndice	$B$ ,	condiciones en la laguna de Tres Palos
	$A$ , $w$ ,	condiciones en el río La Sabana
	$M$ ,	condiciones en la marina y canales internos
	$T$ ,	prisma de marea por medio ciclo

La ecuación 3.2 indica la forma como cambiará la concentración promedio en la laguna con el tiempo, en función de los gastos y concentraciones que llegan y salen de ella.

Para obtener el valor de la concentración en la laguna es necesario resolver la ecuación diferencial dada por la ec. 3.2. Esta ecuación es lineal de primer orden y puede tomar la forma  $y' + yf(x) = C(x)$ , si se realizan algunas operaciones.

Derivando el producto de la izquierda de la ecuación 3.2 se tiene

$$\frac{d}{dt}(C_B V_B) = C_B \frac{dV_B}{dt} + V_B \frac{dC_B}{dt}$$

Considerando que  $\frac{dV_B}{dt} = Q_T$ , sustituyendo y ordenando términos en la ec. 3.2, se tiene

$$\frac{dC_B}{dt} + C_B \frac{Q_T + Q_{fw}}{V_B} = \frac{Q_{fw} C_{fw} + Q_T \overline{C_M}}{V_B} \dots (3.3),$$

y empleando las constantes

$$a_1 = \frac{Q_T + Q_{fw}}{V_B}$$

$$b_1 = \frac{Q_{fw} C_{fw} + Q_T \overline{C_M}}{V_B}$$

la ecuación 3.2 queda

$$\frac{dC_B}{dt} + C_B a_1 = b_1,$$

que es una ecuación diferencial lineal de primer orden que puede resolverse directamente con el método del factor integrante. Por lo tanto, la solución de la ecuación diferencial es

$$C_B = e^{-\int a_i dt} \left[ \int b_i e^{\int a_i dt} dt + k \right].$$

Sustituyendo datos y realizando operaciones se llega a

$$C_{Bf} = \frac{b_1}{a_1} + \left( C_{Bo} - \frac{b_1}{a_1} \right) e^{-a_1 t}$$

$$\overline{C_{Bf}} = \frac{b_1}{a_1} + \frac{2}{a_1 T} \left( C_{Bo} - \frac{b_1}{a_1} \right) \left( 1 - e^{-a_1 \frac{T}{2}} \right)$$

en donde los subíndices  $f$  y  $o$  son condiciones finales e iniciales respectivamente.

De este modo es posible calcular las concentraciones en la Laguna de Tres Palos durante el flujo. Siguiendo el mismo algoritmo numérico es posible deducir las ecuaciones gobernantes para el refluo en la laguna y de flujo y refluo en la marina. La Tabla 3.5 presenta la definición de las variables que intervienen en las ecuaciones del modelo de intercambio de masa y dado que todas estas ecuaciones son necesarias para hallar la concentración en el sistema, tanto en la marina como en la laguna, se presenta en la Tabla 3.6 un resumen de las ecuaciones gobernantes, su solución y el valor de los coeficientes  $a$  y  $b$ . De este modo, las ecuaciones contenidas en la Tabla 3.6 constituyen el modelo matemático para el análisis del intercambio de contaminantes.

Tabla 3.5 Definición de variables del modelo de dispersión

Variable	Definición	Variable	Definición
$C_B$	concentración en el mar	$Q_{m\ell}$	volumen promedio del río La Sabana (en 6 hrs)
$C_{Bo}$	concentración en el río La Sabana	$Q_{\ell m}$	volumen proveniente de la laguna (en 6 hrs)
$C_{Mf}$	concentración en la marina y canales internos	$V_M$	volumen medio de agua en la marina
$C_{\ell}$	concentración en la laguna de Tres Palos	$V_{\ell}$	volumen medio de agua en la laguna
$Q_{\ell}$	prisma de marea por medio ciclo	$a, b$	condiciones finales e iniciales

Tabla 3.6 Resumen de ecuaciones para el cálculo de concentraciones en la marina y en la laguna.

Condición	Ecuación gobernante	Solución	a	b
Laguna de Tres Palos (Flujo)	$\frac{d}{dt}(C_B V_B) = C_M Q_M + \bar{C}_M Q_T - C_B Q_B$	$C_M = \frac{b}{a} + \left(C_{B0} - \frac{b}{a}\right)e^{-at}$ $\bar{C}_M = \frac{b}{a} + \frac{2}{aT} \left(C_{B0} - \frac{b}{a}\right) \left(1 - e^{-\frac{aT}{2}}\right)$	$\frac{Q_T + Q_M}{V_B}$	$\frac{Q_M C_M + Q_T \bar{C}_M}{V_B}$
Laguna de Tres Palos (Reflujo)	$\frac{d}{dt}(C_B V_B) = C_M Q_M - C_B(Q_B + Q_T)$	$C_M = C_M + (C_{B0} - C_M)e^{-at}$ $\bar{C}_M = C_M + \frac{2}{aT} (C_{B0} - C_M) \left(1 - e^{-\frac{aT}{2}}\right)$	$\frac{Q_M}{V_B}$	---
Marina (Flujo)	$\frac{d}{dt}(C_M V_M) = \bar{C}_B Q_B + C_B Q_T - C_M Q_B$	$C_M = \frac{b}{a} + \left(C_{MB0} - \frac{b}{a}\right)e^{-at}$ $\bar{C}_M = \frac{b}{a} + \frac{2}{aT} \left(C_{MB0} - \frac{b}{a}\right) \left(1 - e^{-\frac{aT}{2}}\right)$	$\frac{Q_T + Q_B}{V_M}$	$\frac{\bar{C}_B Q_B + C_B Q_T}{V_M}$
Marina (Reflujo)	$\frac{d}{dt}(C_M V_M) = \bar{C}_B Q_B - C_M(Q_B + Q_T)$	$C_{MB} = \bar{C}_B + (C_{MB0} - \bar{C}_B)e^{-at}$ $\bar{C}_{MB} = \bar{C}_B + \frac{2}{aT} (C_{MB0} - \bar{C}_B) \left(1 - e^{-\frac{aT}{2}}\right)$	$\frac{Q_B}{V_M}$	---

### III.3.3.2 Aportación de agua dulce

La Laguna de Tres Falos recibe la aportación de agua dulce principalmente de dos fuentes, por un lado, la descarga del Río La Sabana y por otro, la aportación pluvial propia de su cuenca. Estas dos aportaciones de agua dulce se agruparon en una sola como parte de la descarga del Río La Sabana. La cuantificación del gasto de aportación del Río La Sabana se obtuvo mediante un análisis hidrológico previo (Yáñez *et al.*, 1995) fundamentado en la recopilación de información en la estación hidrométrica Tuncingo localizada en el cruce de la carretera Acapulco - Pinotepa Nacional y el Río La Sabana. La descripción de este y otros análisis hidrológicos queda fuera de los alcances de esta tesis.

El gasto del Río La Sabana considerado para el modelo fue de  $175 \text{ ft}^3/\text{s}$ , es decir, de  $4.96 \text{ m}^3/\text{s}$ , por lo que el volumen de agua dulce que llega a la laguna correspondiente a medio ciclo de marea (6 horas) es de

$$Q_{nw} = 4.96 \text{ ft}^3/\text{s} \times 6 \text{ hrs} \times 3600 \text{ s/hr}$$
$$Q_{nw} = 107,136 \text{ m}^3.$$

### III.3.3.3 Aportación por prisma de mareas

Esta aportación se refiere, como se mencionó con anterioridad, al volumen de agua de mar que entra al sistema estuarino por efecto de la marea. Jarrett (1976) propuso una ecuación de regresión que permite calcular el volumen de agua que entra a una laguna en función del área del canal que los comunica. El volumen de agua calculado fue de  $\Omega = 4.58 \times 10^6 \text{ m}^3/\text{medio ciclo de marea}$ , es decir, el correspondiente a seis horas.

El volumen de agua por efecto de la marea es muy importante, pues constituye la principal ayuda para la dilución y dispersión de un contaminante que se encuentra suspendido en un sistema estuarino.

### III.3.3.4 Resultados

Es importante modelar dos condiciones:

- El cambio en la salinidad de la laguna de Tres Palos, ya que es de esperar que al establecer la comunicación permanente con el mar, exista un aumento en la salinidad de la laguna, pudiendo afectar considerablemente el hábitat de la flora y fauna que allí radica y por lo tanto la actividad económica de los pescadores de la laguna. Cabe mencionar que al modificar la salinidad de la laguna es posible que el impacto sea positivo o negativo, de modo que una primera opinión puede ser dada al respecto y, en caso de requerir mayor precisión, se deben realizar estudios biológicos.
- El derrame de alguna sustancia en la marina, ya que también se debe prever la posibilidad de que ocurra algún accidente de este tipo y estudiar entonces el funcionamiento hidrodinámico de la marina para calcular el tiempo que tardará en desalojar esta sustancia. Un marco práctico de referencia es el establecido por la Agencia de Protección Ambiental de los E.U.A., el cual indica que la concentración de un contaminante derramado debe bajar en un periodo no mayor a 72 horas al 10% de la concentración inicial en el cuerpo de agua afectado. De lograrlo, el funcionamiento hidrodinámico de la marina es considerado como aceptable.

Una vez obtenido el modelo matemático para el análisis de dispersión de contaminantes, es necesario conocer los valores iniciales del modelo, como son los volúmenes de los vasos, los volúmenes de aportación de agua dulce y prisma de marea y las concentraciones iniciales en los embalses. Tanto los volúmenes de los vasos como los volúmenes de aportación fueron calculados con anterioridad. Las concentraciones iniciales en la laguna, la zona de la marina y el mar fueron calculadas directamente de mediciones de campo puntuales. En la Tabla 3.7 se presenta el resumen de las concentraciones iniciales, los volúmenes de aportación y los volúmenes de la laguna y la marina.

La aplicación en forma conjunta de las ecuaciones descritas para el sistema en estudio conforma el modelo matemático. Es importante mencionar que este modelo matemático es aplicable sólo para este sistema físico en particular ya que las consideraciones hechas para las ecuaciones gobernantes, así como las condiciones propias

de marea y condiciones iniciales medidas en los vasos, son exclusivas de este sistema. Sin embargo, para otros sistemas en los que existen otras consideraciones tales como otros afluentes, conexiones con otros embalses, etc., es posible realizar un modelo de dispersión estableciendo las ecuaciones que lo gobiernan tal como se realizó en el inciso III.3.3.1.

Tabla 3.7 Condiciones iniciales; volúmenes y aportaciones para el modelo de dispersión simplificado

Variable	Símbolo	Cantidad
Prisma por medio ciclo de marea	$Q_T$	$4.58 \times 10^6$ [m <sup>3</sup> ]
Gasto promedio del río La Sabana	$Q_M$	$1.07 \times 10^5$ [m <sup>3</sup> ]
Gasto que aporta la laguna a la marina *	$Q_L$	$1.07 \times 10^5$ [m <sup>3</sup> ]
Volumen medio de agua en la marina †	$V_M$	$2.96 \times 10^6$ [m <sup>3</sup> ]
Volumen medio de agua en la laguna	$V_L$	$110 \times 10^6$ [m <sup>3</sup> ]
Concentración en el mar	$C_M$	32.2 [ppm]
Concentración en el río La Sabana	$C_T$	0.0 [ppm]
Concentración en la marina y canales interiores	$C_{M0}$	6.0 [ppm]
Laguna de Tres Palos	$C_L$	2.51 [ppm]

\* El gasto que aporta la laguna es igual al gasto del Río La Sabana y que finalmente descarga al mar.

† El volumen medio de la marina se ha considerado como la suma del volumen de la marina, sus canales interiores y el brazo que comunica al cuerpo de la laguna.

Los resultados finales obtenidos mediante la programación en hoja de cálculo, se presentan en las figuras 3.6 y 3.7 para salinidad y para contaminante en la marina respectivamente. La Figura 3.6 muestra la forma en la que cambia la salinidad en la marina y en la Laguna de Tres Palos al comunicar este sistema con el mar. En esta figura puede observarse que que la concentración inicial cambia repentinamente, pero al cabo de unos días, el valor de la concentración promedio de salinidad tiende a permanecer dentro de un rango de valores. En el caso de la Laguna de Tres Palos, la salinidad varía entre 2 y 9 ppm, lo que significa que se vera afectada por la comunicación con el mar, aunque no de manera drástica. Adicionalmente, la oscilación que se presenta con estos valores (debida a la condición de flujo o reflujo) parece ser un tanto grande, es decir, que a reserva de comprobar con otro modelo, el valor de la concentración promedio de la salinidad permanece en un rango que no permite predecir en primera instancia cuáles puedan ser las afectaciones directas en la laguna con gran detalle; sin embargo, es posible decir que el cambio en la laguna no es tan grande como para pensar que afectará de

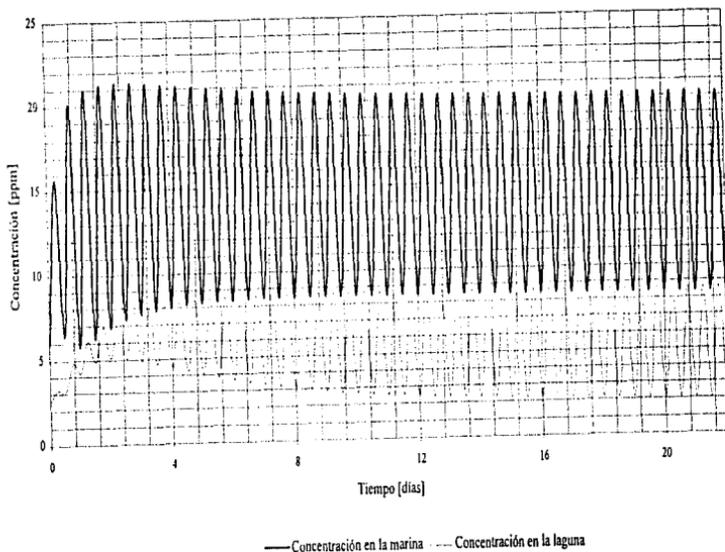


Figura 3.6 Salinidad en los cuerpos de agua

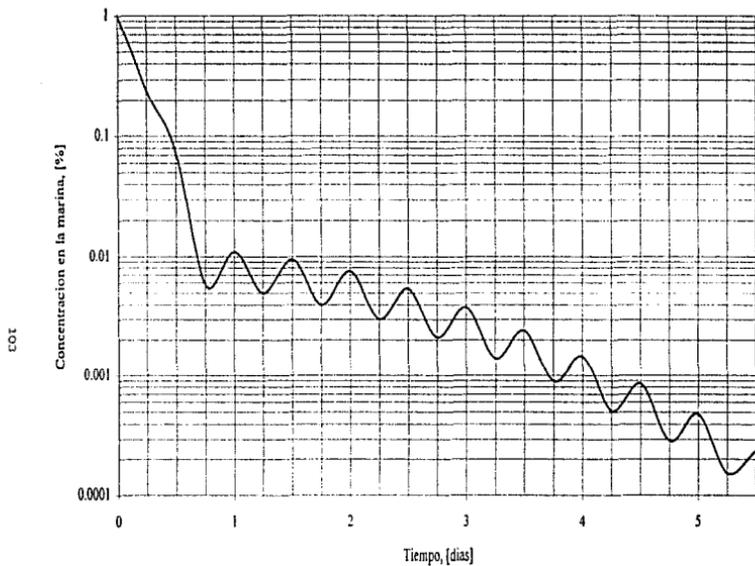


Figura 3.7 Dispersión de contaminantes en la marina

manera significativa la vida en la laguna sino que, por el contrario, la renovación con agua nueva de mar puede resultar benéfico para el sistema. Cabe mencionar que la salinidad en la marina permanecerá en un rango aún más amplio, debido a su cercanía con el mar. La Figura 3.6 muestra que tendrá valores que oscilarán entre 9 y 20 ppm, lo cual hace pensar todavía más en que la renovación con agua nueva de mar será mayor. Asimismo, la salinidad puede considerarse que aumenta de manera significativa, especialmente en la condición de flujo en la que se llega hasta 20 ppm, sin embargo, es necesario realizar un estudio profundo para ver hasta donde es que tiene lugar esta afectación y de qué manera. En este caso, es preferible contar con un sistema que aumenta su salinidad de la forma mencionada a tener un sistema con nula circulación, que puede producir estancamiento y en algunos casos, eutroficación.

En lo que respecta al contaminante en la marina, la Figura 3.7 muestra la forma en la que su concentración disminuye con el tiempo. Como se mencionó con anterioridad, un parámetro deseable de cumplir para evaluar la capacidad de autolavado de la marina es que en un máximo de 72 horas (3 días) la concentración del contaminante llegue a un 10% en promedio. La gráfica muestra que este porcentaje se presenta rápidamente al término del primer día, por lo que puede considerarse que la marina presenta buenas características de autolavado. Una consideración importante de evaluar en este tipo de modelación es el que se refiere a la geometría de la sección transversal, en especial, sus cambios. Dado que el modelo simplificado no considera la geometría de los canales, es necesario tomar con reservas estos resultados y de ser posible aplicar algún otro modelo que considere estas características. Más adelante, tanto en los resultados del modelo TRANQUAL como en las conclusiones se discuten las ventajas y desventajas de este método y se compara con el modelo matemático que se presenta a continuación.

#### III.4 Modelo matemático TRANQUAL

El modelo matemático TRANQUAL constituye la segunda parte del tercer capítulo de la presente tesis y servirá para comparar resultados, ventajas y desventajas con el modelo denominado simplificado de Keulegan de intercambio de masa en vasos aislados, aplicado en el inciso III.3.

### III.4.1 Antecedentes

El modelo hidrodinámico TRANQUAL es un programa matemático desarrollado originalmente en 1972 por Robert B. Taylor y Robert Dean en la Universidad de Florida, en Gainesville, Florida. El modelo se conforma de un algoritmo dividido en dos partes principales: la parte hidrodinámica y la de dispersión y difusión. La primera describe en detalle el movimiento del agua en zonas costeras y estuarinas, cuantificando gastos, velocidad y dirección de corrientes, cambios en elevación de la superficie del agua, entre otros, como una respuesta de excitación por parte de mareas, viento, contribución de corrientes tributarias, descargas puntuales y características físicas detalladas del área (como por ejemplo profundidades, geometría en planta de bahías, dársenas y lagunas, así como islotes, puentes, barras litorales, etc.). La segunda parte del modelo emplea la información calculada por la parte hidrodinámica, en combinación con información de fuentes de descarga de contaminantes o materia soluble para calcular la distribución espacial y temporal de concentraciones en el agua de estas sustancias, conforme éstas se mezclan en el cuerpo de agua modelado y son transportadas hacia otras áreas por efecto de las corrientes.

Los objetivos que se buscaron al emplear TRANQUAL fueron:

- i)* describir con detalle y confiabilidad los procesos de circulación y dispersión en la áreas de agua del Desarrollo Turístico Isla Acapulco - Papagayo y su interacción con cuerpos de agua adyacentes como son la laguna y el mar,
- ii)* evaluar la geometría propuesta en el anteproyecto inicial de los canales interiores, áreas de navegación, marina y canal de acceso del desarrollo turístico,
- iii)* definir los impactos que ocasionará la comunicación permanente con el mar en la calidad de agua del desarrollo turístico, de la laguna y del sistema estuarino El Salado, y
- iv)* evaluar con mayor detalle los procesos de dispersión y en consecuencia de calidad del agua, de todos los cuerpos simulados para definir aspectos tales como el tiempo de lavado de contaminantes, efecto de descargas de agua dulce y zonas de estancamiento.

Es evidente que las aplicaciones a las que puede ser sujeto este programa son muy grandes; es por esto que resulta muy importante establecer objetivos bien definidos y realizar entonces una correcta calibración y preparación del modelo.

#### III.4.2 Consideraciones teóricas

TRANQUAL es un modelo matemático bidimensional de diferencias finitas integrado verticalmente, que resuelve las ecuaciones de continuidad y momentum a través de un esquema de solución híbrido, es decir, explícito/implícito. El modelo está conformado por dos componentes. Por un lado se tiene la parte hidrodinámica denominada como HYDRO-3 y por otro, la parte de transporte y difusión denominada QUAL-3. El modelo de transporte y difusión emplea los resultados generados por la parte hidrodinámica que representarán el flujo y reflujos en el sistema en estudio.

Ambas partes quedan plasmadas numéricamente por un programa en lenguaje Fortran que para su corrida requiere de datos en archivos ASCII. De la misma manera, los resultados se presentan en archivos del mismo tipo. El manejo de los archivos ASCII permite una rápida manipulación de los datos, así como la creación de gráficas que correlacionen distintas variables, o bien, darles un mejor tratamiento gráfico.

##### III.4.2.1 Hidrodinámica

El modelo consiste en un esquema bidimensional de diferencias finitas integrado verticalmente, que resuelve las ecuaciones de continuidad y de momentum en  $x$  e  $y$ , a través de un esquema de solución híbrido (es decir, implícito/explicito) combinado con una técnica de solución que utiliza una matriz tridiagonal de direcciones alternantes. La formulación de las ecuaciones de momentum y las ecuaciones de continuidad es en el plano horizontal y en las direcciones  $x$  e  $y$ , con el detalle suficiente para incluir los efectos de transmisión de momentum, fricción de fondo, gradiente de la superficie libre del agua, esfuerzo cortante lateral, pérdidas debidas a cambios espaciales bruscos de sección transversal, batimetría variable, rotación de la Tierra e intercambio de momentum y masa a través de la superficie libre y el fondo.

El modelo hidrodinámico contiene las siguientes características:

- es posible ingresar datos climatológicos en función del tiempo. Estos datos climatológicos incluyen viento (por velocidad y dirección), evaporación y precipitación,
- representación generalizada de las condiciones de frontera, esto es, delimitación de las áreas de agua en su contorno y su profundidad,
- obtención de los elementos cuadrangulares que pueden inundarse o secarse,
- además de los datos climatológicos, es posible ingresar los datos pluviales en función del tiempo y en el punto de la descarga,
- configuración batimétrica y de la línea de playa arbitraria,
- ciclo de marea para transporte de masa arbitrario y,
- almacenaje de datos hidrodinámicos en coeficientes de Fourier para su empleo en el modelo QUAL-3.

El modelo resuelve las ecuaciones de momentum en las direcciones  $x$  e  $y$  así como la de continuidad para cada uno de los elementos de la retícula del modelo<sup>6</sup>. Las ecuaciones de Euler se integran verticalmente junto con la de continuidad para obtener la ecuación que deberá ser resuelta para cada uno de los elementos reticulares. Para la solución de las ecuaciones se realizan las siguientes hipótesis:

- los efectos de turbulencia rigen sobre los efectos de viscosidad,
- la densidad es constante en toda la columna de agua,
- la variación de la presión en la columna de agua es hidrostática,
- la fricción de fondo se define con la ley cuadrática de Darcy - Weisbach y,
- los esfuerzos cortantes laterales son constantes en toda la columna de agua.

Las ecuaciones de momentum (EM) que gobiernan el funcionamiento hidrodinámico en cada una de las direcciones son

$$EM' x \dots \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial y}$$

$$EM' y \dots \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x},$$

<sup>6</sup> En el inciso III-1-1, la preparación del modelo, se explica la formación de la retícula del modelo.

y la de continuidad (CONT)

$$\text{CONT} \dots \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0.$$

donde

$p$ , presión,

$\tau$ , esfuerzos cortantes debidos al viento a las paredes y al fondo

La solución a estas ecuaciones es un tanto laboriosa en cuanto a las consideraciones y desarrollo matemático necesarios, por lo que, dado que no es prioridad de esta tesis el replantear la integración de estas ecuaciones, solamente se mencionarán algunas características de dicha integración. Cada uno de los términos de estas tres ecuaciones debe ser integrado verticalmente, desde el fondo que vale  $-h$ , hasta la superficie libre  $\eta$ , siendo cero el nivel medio del mar o nivel de aguas tranquilas. Es importante mencionar que las ecuaciones EM<sup>x</sup> y EM<sup>y</sup> son efectivamente las ecuaciones que fueron obtenidas en el Capítulo II. Del lado derecho de la igualdad se presentan los términos correspondientes a los esfuerzos cortantes producidos por el viento, por las paredes y por el fondo. Estos términos tienen la apariencia de no aparecer en las ecuaciones de momentum obtenidas en el Capítulo II, sin embargo, no son más que fuerzas aplicadas que, sumadas a la presión, se igualan a las fuerzas de inercia. Más adelante se verá que en realidad se trata de los mismos términos. Asimismo puede observarse que el parámetro de Coriolis  $\Omega$  no ha sido incluido en las ecuaciones, por lo que se ha despreciado dicho efecto. El modelo es capaz de considerar este efecto, sin embargo, dadas las dimensiones de este caso en particular, no es necesario tomarlo en cuenta.

Una vez que ha sido comprendido el punto de partida del modelo hidrodinámico, la adaptación de las ecuaciones a la solución de diferencias finitas es básicamente matemática, por lo que, una vez más, dicho desarrollo no será escrito en estas páginas.

La integración de los términos lleva consigo la aplicación del principio de Leibnitz mediante el cual es posible obtener la integral de una derivada parcial. Dos consideraciones más son importantes al realizar la integración:

- i)* la agrupación de términos que expresan el flujo de agua a través de la superficie libre (precipitación, evaporación y escurrimiento) y a través del fondo (infiltraciones), y
- ii)* la obtención de gastos por unidad de ancho al multiplicar la velocidad en la dirección en cuestión por la profundidad  $D$  en el elemento.

En cuanto a los términos de la aceleración convectiva es necesario desarrollar los polinomios de segundo grado en términos de la velocidad media  $\bar{u}$  y de la variación de la velocidad con respecto a la media  $u'$  (efecto de la turbulencia), siendo  $u = \bar{u} + u'$  para la dirección  $x$ , y  $v = \bar{v} + v'$  para la dirección  $y$ . Las componentes de turbulencia se desprecian al considerar que las variaciones de  $u$  y  $v$  se estudiarán en un intervalo de tiempo mayor al que se debería considerar para apreciar el cambio de  $u'$  o  $v'$ , pero a la vez menor a un intervalo de tiempo que no permitiera observar con detalle la variación del fenómeno de circulación.

Por otra parte, los términos que representan la fricción pueden escribirse también como

$$\tau_{xx} = \rho \varepsilon \frac{\partial u}{\partial y},$$

por lo que, al derivar se tiene

$$\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial y} = \rho \varepsilon \frac{\partial^2 u}{\partial y^2},$$

que es el término que se obtuvo en el Capítulo II para los términos de la fricción. Al integrar este término se considera que  $\tau$  no es función de  $y$  y que  $D$  es constante. Asimismo,  $\varepsilon$  es el término que expresará el coeficiente de fricción en cada caso (cortante lateral, en el fondo o en la superficie). En este sentido, el coeficiente  $\varepsilon$  considera el valor de la velocidad de cortante y el coeficiente de fricción de Darcy - Weisbach. Adicionalmente, el modelo considera las pérdidas por fricción debidas a restricciones al flujo por cambios bruscos de sección como rompeolas, ampliaciones o contracciones de la sección, escalones, islas, etc., cuya escala es menor a la de los elementos del modelo.

La ecuación de continuidad debe ser también integrada verticalmente entre los mismos límites y el resultado es el que se vio con anterioridad en el Capítulo II en el inciso

II.1.4.5. En este caso, la ecuación de continuidad debe considerar también las pérdidas y ganancias en el sistema producto de los fenómenos climatológicos y, en su caso, de la infiltración.

Las ecuaciones de momentum integradas verticalmente desde  $-h$  hasta  $\eta$  y con los términos reagrupados son:

$$\begin{aligned} \text{EM}'x \dots & \left\{ \begin{aligned} \frac{\partial \bar{q}_x}{\partial t} + \frac{1}{D} \left[ 2q_x \frac{\partial \bar{q}_x}{\partial x} + q_x \frac{\partial \bar{q}_x}{\partial y} \right] + \left[ gD - \frac{q_x^2}{D^2} \right] \frac{\partial \eta}{\partial x} \right\} &= \left\{ \begin{aligned} \frac{q_x}{D} (R - S) + \frac{1}{\rho} \tau_{wx} \right\} \\ - \frac{q_x q_y}{D^2} \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{q_x}{D} \frac{\partial \bar{q}_y}{\partial y} - \varepsilon \frac{\partial^2 q_x}{\partial y^2} \end{aligned} \right\} \\ \text{EM}'y \dots & \left\{ \begin{aligned} \frac{\partial \bar{q}_y}{\partial t} + \frac{1}{D} \left[ 2q_y \frac{\partial \bar{q}_y}{\partial y} + q_x \frac{\partial \bar{q}_y}{\partial x} \right] + \left[ gD - \frac{q_y^2}{D^2} \right] \frac{\partial \eta}{\partial y} \right\} &= \left\{ \begin{aligned} \frac{q_y}{D} (R - S) + \frac{1}{\rho} \tau_{wy} \right\} \\ - \frac{q_x q_y}{D^2} \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{q_y}{D} \frac{\partial \bar{q}_x}{\partial x} - \varepsilon \frac{\partial^2 q_y}{\partial x^2} \end{aligned} \right\} \end{aligned} \right.$$

y la de continuidad:

$$\text{CONT} \dots \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial \bar{q}_x}{\partial x} + \frac{\partial \bar{q}_y}{\partial y} = R - S.$$

donde

$q_x$ , gasto por unidad de ancho en la dirección  $x$ ,

$q_y$ , gasto por unidad de ancho en la dirección  $y$ ,

$$q = \sqrt{q_x^2 + q_y^2},$$

$D = \eta + h$ , profundidad total en la celda,

$h$ , profundidad con respecto al nivel medio del mar (aguas tranquilas),

$\eta$ , variación del nivel del agua en relación a  $h$ ,

$\gamma = \rho g$ , peso específico del agua,

$\varepsilon$ , viscosidad turbulenta,

$K$ , flujo neto de masa a través de la superficie libre del agua,

$S$ , flujo neto de masa a través del fondo,

$f$ , factor de fricción de Darcy - Weisbach,

$\tau_{qx}$ ,  $\tau_{qy}$ , esfuerzos cortantes de viento,

$K_x, K_y$ , coeficientes de pérdidas de energía para zonas con restricciones al flujo, y  $\Omega$ , parámetro de Coriolis (en este caso,  $\Omega=0$ ).

El sistema de ecuaciones formado tiene tres variables:  $q_x, q_y$  y  $\eta$ . Este sistema se resuelve como se mencionó con anterioridad, con un esquema bidimensional de diferencias finitas a través de un esquema de solución híbrido, es decir, implícito/explicito. De este modo, la ecuación EM'x se resuelve para  $q_x$ , EM'y se resuelve para  $q_y$  y CONT se resuelve para obtener el valor de  $\eta$ . Cada uno de los valores se obtiene para cada celda. En caso de que se desee considerar la aceleración geostrofica deberá sumarse al lado derecho de la ecuación EM'x el término  $+\Omega q_y$ , y  $+\Omega q_x$  a la ecuación EM'y.

Más adelante se explicará brevemente el esquema de solución de diferencias finitas empleado para resolver el sistema de elementos cuadrangulares.

#### III.4.2.2 *Dispersión y difusión*

La parte correspondiente a dispersión y difusión se conforma por un modelo matemático que resuelve un esquema de diferencias finitas explícito, bidimensional y verticalmente integrado denominado QUAL-3, con el cual se expresan las ecuaciones que gobiernan el transporte de masa y su difusión en el sistema. Para su aplicación se parte de los datos generados por la parte hidrodinámica del modelo, a través de los coeficientes de Fourier.

Algunas de las características del modelo de dispersión y difusión son:

- dispersión anisotrópica dependiente del flujo,
- síntesis de la información hidrodinámica necesaria por medio de coeficientes de Fourier,
- dispersión numérica mínima,
- línea de playa y batimetría arbitrarias, y
- descargas arbitrarias especificadas por el usuario.

Para la solución de las ecuaciones se han adoptado las siguientes hipótesis:

- i) la sustancia a modelar (que puede ser contaminante o inocua) es pasiva, es decir, su presencia no altera significativamente las condiciones de flujo y está perfectamente bien mezclada en toda la columna de agua. Esta última consideración es importante ya que de existir diferencias considerables en el sentido vertical es preferible emplear un modelo tridimensional que pueda considerar estas variaciones,
- ii) los mecanismos de dispersión obedecen las relaciones propuestas por Elder (1959). Elder demostró que la dispersión de una sustancia en un flujo a superficie libre es anisotrópica en relación con el eje principal del flujo y es proporcional a la velocidad de fricción o velocidad crítica de cortante  $u^*$  y a la profundidad  $h$ , y
- iii) no hay flujo de masa de contaminante a través de la superficie libre del agua o a través del fondo.

La ecuación fundamental de dispersión y difusión vista en el Capítulo II forma la base para obtener la solución de la ecuación que gobierna el transporte de una sustancia. La ecuación que deberá ser integrada de forma similar a las de momentum es

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u \frac{\partial c}{\partial x} + v \frac{\partial c}{\partial y} = \epsilon_x \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \epsilon_y \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} + \sum S$$

donde

- $c$ , concentración promedio en la columna de agua,
- $\vec{n}$ , vector de velocidades,
- $\epsilon_x, \epsilon_y$ , coeficientes de dispersión,
- $S$ , términos que representan una fuente o una salida puntual de un contaminante.

Elder (1959) demostró que la dispersión es anisotrópica y plantea el hecho de que la dispersión está orientada según el vector de flujo. La Figura 3.8 muestra el ángulo que forma el vector del flujo en relación al sistema de coordenadas  $x, y$ . De este modo, Elder supone que la dispersión se produce principalmente en la dirección de  $\alpha$  (dirección

$r$ ) y en menor cantidad en la dirección  $\alpha + 90^\circ$  (dirección  $n$ ), por lo que es necesario realizar la conversión al sistema de coordenadas  $x, y$ .

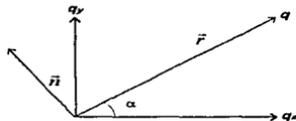


Figura 3.8 Dirección del flujo y componentes  $r, n$

De este modo, Elder (1959) obtuvo los coeficientes de dispersión siguientes:

$$N_r = 5.9u^* h$$

$$N_n = 0.2u^* h$$

$$\text{donde } u^* = \sqrt{\frac{r \cdot e}{\rho}} = \sqrt{\frac{f}{S}}$$

para las direcciones  $r, n$ .

Después de integrar verticalmente, incorporar los coeficientes de dispersión al sistema de coordenadas  $x, y$  (Elder, 1959), considerar que no hay flujo de masa de contaminante a través de las fronteras y realizar algunas consideraciones matemáticas que quedan fuera de este trabajo, se tiene que la ecuación que gobierna los procesos de dispersión y difusión es

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \bar{\nabla} \cdot (c\bar{u}) - c\bar{\nabla} \cdot \bar{u} = \epsilon_{xx} \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \epsilon_{yy} \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} + \epsilon_{xy} \frac{\partial^2 c}{\partial x \partial y} + \sum S$$

Los términos  $\bar{\nabla} \cdot (c\bar{u}) - c\bar{\nabla} \cdot \bar{u}$  son matemáticamente idénticos a la operación  $\bar{u} \cdot \bar{\nabla} c = u \frac{\partial c}{\partial x} + v \frac{\partial c}{\partial y}$  (transporte por advección), que es la forma más empleada por los autores. La ventaja de aplicar la primera forma es que de esta forma se elimina dispersión numérica, simplificando los cálculos. Los términos  $\epsilon_{xx}, \epsilon_{yy}, \epsilon_{xy}$  son los coeficientes de dispersión que valen

$$\epsilon_{xx} = \sqrt{\frac{f}{g}(q_x^2 + q_y^2)}(5.9 - 5.7 \sin^2 \alpha)$$

$$\epsilon_{xy} = 11.4 \sqrt{\frac{f}{g}(q_x^2 + q_y^2)}(\sin \alpha \cos \alpha)$$

$$\epsilon_{yy} = \sqrt{\frac{f}{g}(q_x^2 + q_y^2)}(5.9 - 5.7 \cos^2 \alpha)$$

en donde  $\alpha = \tan^{-1} \frac{q_y}{q_x}$ .

La ecuación de dispersión debe ser resuelta para el valor de  $c$  en cada una de las celdas de la malla del modelo.

### III.4.3 Solución numérica

Las ecuaciones se resuelven para cada uno de los elementos de una matriz bidimensional de elementos cuadrangulares. En su conjunto, esta matriz de elementos se conoce como el esquema reticular del modelo.

En un modelo de diferencias finitas, la solución se representa por los valores en un número finito de puntos llamados elementos de la malla. Las ecuaciones que gobiernan el sistema se resuelven para cada uno de estos elementos reticulares, mediante la representación de las derivadas en términos de los valores conocidos y/o desconocidos de la malla. Todos los modelos de diferencias finitas requieren del arreglo reticular mencionado con los valores iniciales por modelar en un cierto tiempo  $t$ .

Se mencionó con anterioridad que el modelo hidrodinámico emplea una técnica explícita/implícita y el de transporte una técnica explícita. Estos términos se refieren a la forma de expresar las derivadas. La técnica explícita es aquella en la que todas las derivadas son expresadas con valores conocidos; el esquema implícito es aquel que utiliza algunos valores desconocidos junto con los conocidos. El esquema explícito es, obviamente, más sencillo de programar porque la solución para cada variable no conocida se escribe completamente en función de valores conocidos, mientras que en el implícito debe resolverse un grupo de ecuaciones simultáneas para obtener todos los

valores al mismo tiempo. Sin embargo, los esquemas implícitos dan una mayor estabilidad matemática al modelo permitiendo emplear intervalos de tiempo más largos (Fischer *et al.*, 1979).

La Figura 3.9 muestra un esquema de la retícula, e indica los parámetros de cálculo del modelo que son:  $q_x$ , gasto en la dirección  $x$  calculado al centro del extremo izquierdo de cada celda,  $q_y$ , gasto en la dirección  $y$  calculado al centro del extremo inferior de cada celda y  $h_j$ ,  $\eta_j$  y  $\bar{c}_j$  que son la profundidad, la variación del nivel del agua y la concentración promedio en la columna de agua, respectivamente, calculados en el centro de cada elemento de la malla. Cada una de estas variables es calculada para cada intervalo de tiempo definido previamente.

Para la solución de las ecuaciones es necesario definir condiciones de frontera en todas las celdas perimetrales de la malla. Estas condiciones de frontera son:

- i)* gasto en la frontera constante, si el gasto es cero, la frontera puede considerarse como una pared,
- ii)* la elevación del nivel del agua  $\eta_b$  se calcula con base en una serie de coeficientes de Fourier generada previamente, a partir del comportamiento de la marea medida en el sitio, y
- iii)* radiación, es decir, la transmisión de momentum (energía) a través de la frontera.

Más detalles del esquema de solución de diferencias finitas son dados por Taylor y Dean (1972).

Adicionalmente, puede excitarse el modelo con descargas puntuales en celdas seleccionadas, con precipitación y evaporación sobre toda la superficie modelada y con viento (considerando velocidad y dirección) actuando sobre todos los elementos de la matriz.

Para modelar algunas características de la zona tales como rompeolas, ampliaciones o contracciones de sección, escalones, islas, etc., cuya escala es menor a la de los elementos del modelo, se pueden incluir en la configuración del esquema reticular restricciones al flujo que semejan los efectos de dichas características en la hidrodinámica

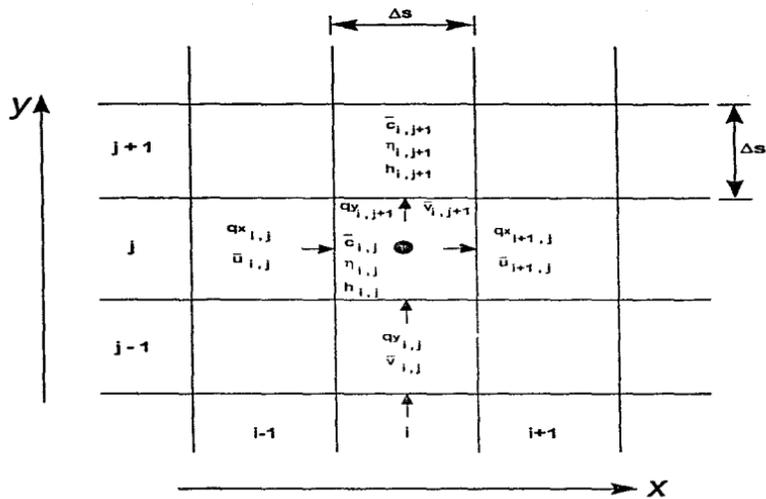


Figura 3.9 Esquema de la Reticula del Modelo

del cuerpo modelado. La Figura 3.10 muestra las diferentes opciones de las restricciones que maneja el programa. Adicionalmente, el modelo puede calcular el decaimiento a través del tiempo de la concentración promedio de la sustancia, en la totalidad de los cuerpos de agua o en subregiones establecidas de antemano.

#### III.4.4 Preparación del modelo

Antes de aplicar el modelo es necesario realizar algunas acciones así como recopilar cierta información. La preparación del modelo consiste en la recopilación de la información necesaria para ejecutar el programa, construir los archivos de datos, realizar la calibración del modelo y finalmente realizar las corridas necesarias para obtener resultados. Cabe mencionar que la parte de la calibración merece especial atención, por lo que se desarrolla aparte dentro del inciso III.4.5.

##### III.4.4.1 Recopilación de información

La información se divide en aquella que se recopiló directamente en dependencias de gobierno e instituciones de investigación, y la que se obtuvo a partir de las campañas de medición en el sitio de estudio. La primera sirvió para conocer los aspectos climatológicos más relevantes, así como la fisiografía de la zona, y la segunda sirvió para definir parámetros tales como la evolución de los niveles del agua tanto en la laguna como en el mar y la concentración de salinidad en diversos puntos de la laguna.

La fisiografía de la zona en estudio se describe con detalle en el “Estudio Preliminar de Ingeniería Costera, Hidráulica e Hidrológica para el Desarrollo Turístico Isla Acapulco - Papagayo” (Yáñez *et al.*, 1995). La Figura 3.1 muestra la zona en estudio.

Una vez delimitada la zona en estudio se ubicaron las estaciones climatológicas e hidrométricas que se encuentran en la región. La recopilación de datos se efectuó poniendo particular interés en el periodo comprendido entre el 19 de mayo y el 15 de junio de 1996 (28 días), ya que este fue el periodo que se estableció para efectuar la calibración del modelo hidrodinámico.

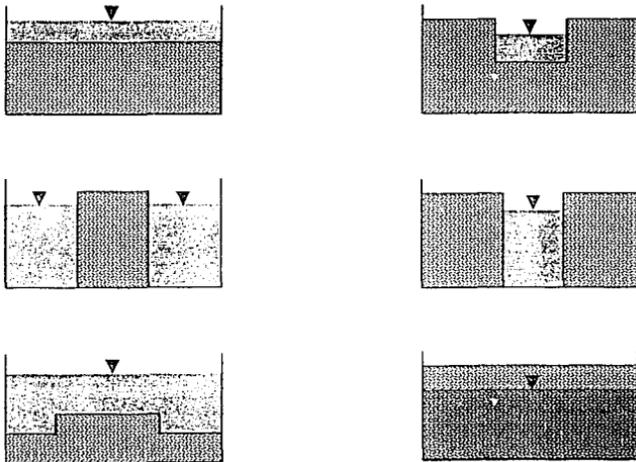


Figura 3.10 Diferentes Tipos de Restricciones al Flujo

En cuanto a la información climatológica, se recopilaron los datos del Observatorio Meteorológico 805 del Servicio Meteorológico Nacional, ubicado en el Aeropuerto Internacional de Acapulco, Gro. Es importante destacar que, aún cuando el comportamiento de los fenómenos meteorológicos es extremadamente variable espacial y temporalmente, la ubicación de este observatorio permite considerar *a priori* que los valores ahí registrados son representativos de toda la extensión de la laguna. En este sentido, se recopiló información horaria de precipitación, evaporación y viento (dirección y velocidad). Las figuras 3.11, 3.12 y 3.13 muestran esta información.

En relación a la hidrometría, se tomaron en cuenta los gastos registrados en el Río La Sabana, ya que para fines de aplicación del modelo es necesario conocer el régimen de su escurrimiento. La estación hidrométrica más cercana es Tuncingo, ubicada sobre el Puente del mismo nombre, a unos seis kilómetros aguas arriba de la desembocadura. En la Figura 3.14 se muestra el resumen de gastos.

Cabe mencionar que las unidades que emplea el modelo son las inglesas y por ende, la información que se presenta tendrá dichas unidades.

Dentro de las características fisiográficas de la región la más importante de definir fue la correspondiente a la batimetría de la laguna y el mar, con la finalidad de generar el esquema reticular del modelo. Para el caso de la laguna de Tres Falos y la parte de mar abierto frente a la zona de Barra Vieja, se utilizaron batimetrías elaboradas a fines de la década de los 60 y principios de los 70 por la Dirección de Obras Marítimas de la SCT. La información de estas batimetrías se complementó con las profundidades registradas en las 39 estaciones en las cuales se efectuaron mediciones de salinidad, así como por los datos obtenidos con el levantamiento de tres secciones transversales del cuerpo principal de la laguna, elaboradas en 1995 por Inmuebles de Acapulco y Papagayo, S.A. de C.V. La batimetría simplificada de la zona se muestra en la Figura 3.15.

#### III.4.1.2 Campañas de medición

Entre el 19 de mayo y el 15 de junio de 1996 se llevaron a cabo tres campañas de medición para medir ciertos parámetros necesarios para la calibración del modelo. Estos parámetros fueron alturas de marea tanto en el océano como en el interior del canal de

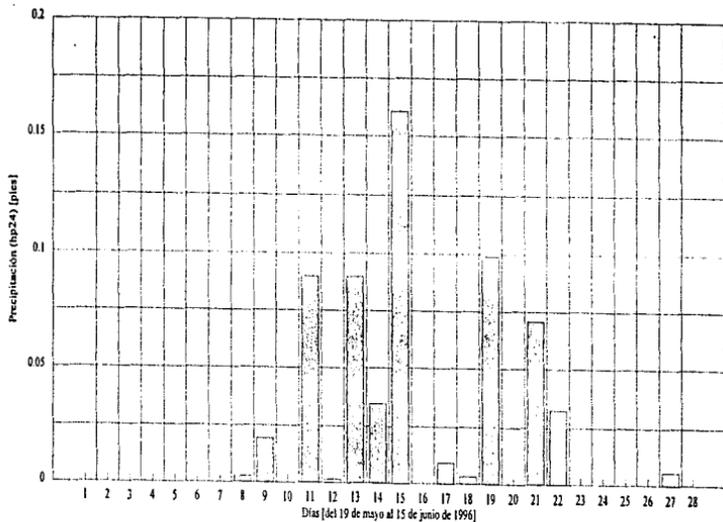


Figura 3.11 Datos de Precipitación Obtenidos en el Observatorio Meteorológico 805

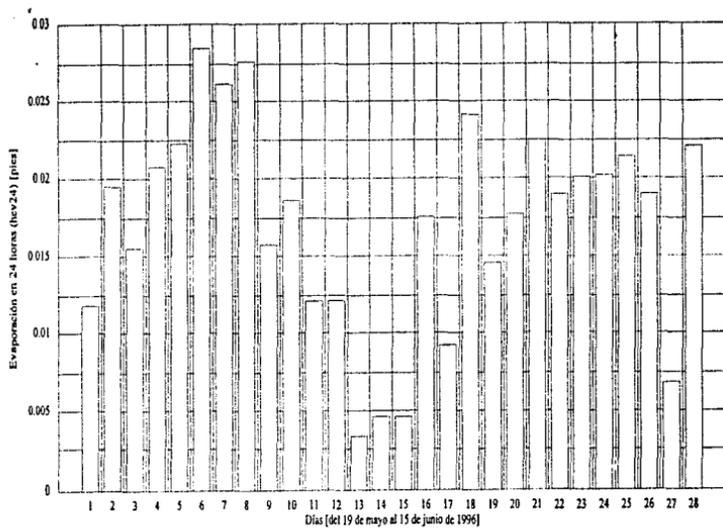


Figura 3.12 Datos de Evaporación Obtenidos en el Observatorio Meteorológico 805

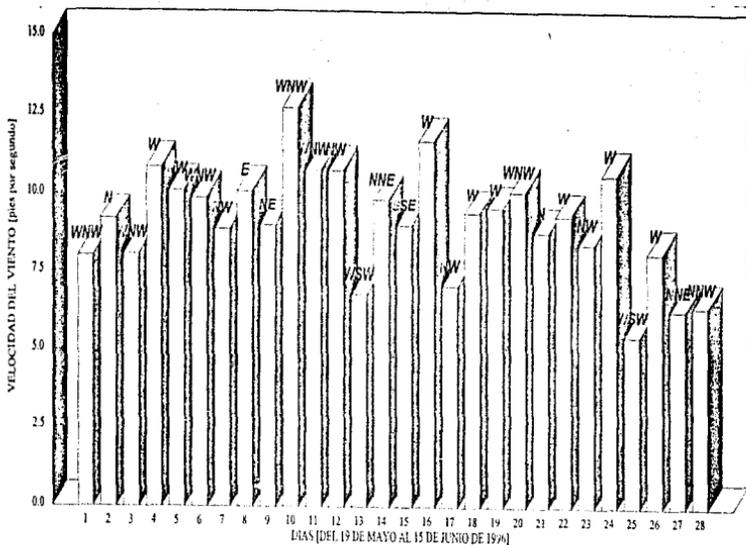


Figura 3.13 Velocidad Media y Dirección Predominante del Viento Registrado en la Estación Climatológica de la CNA en el Aeropuerto Internacional de Acapulco, Gro.

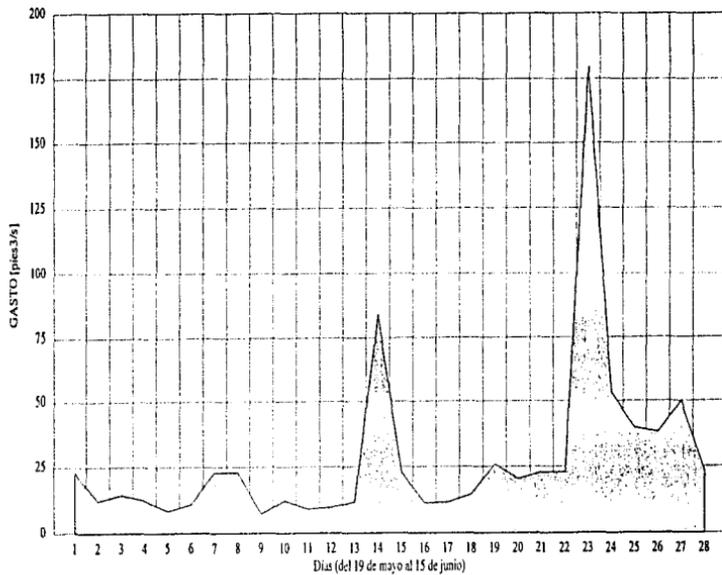


Figura 3.14 Resumen de Gastos Medios en el Rio La Sabana

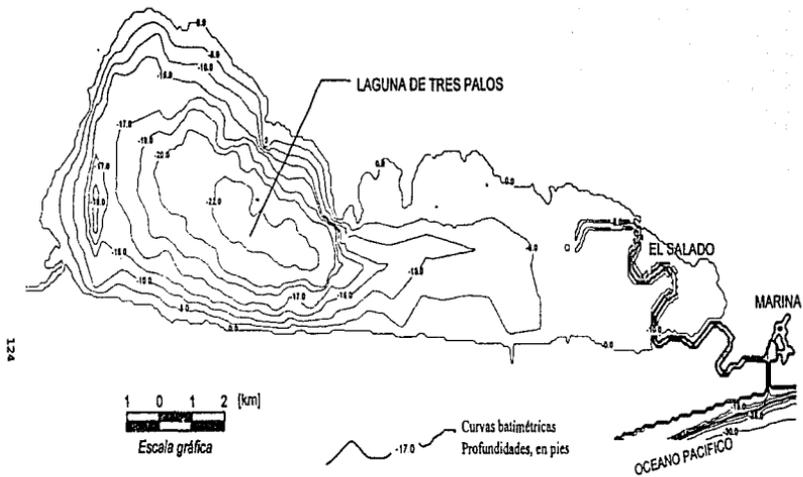


Figura 3.15 Batimetría de la Laguna de Tres Palos

desfogue de la laguna de Tres Palos, así como concentraciones de salinidad desde el mar hasta la laguna, navegando a lo largo del canal de Barra Vieja.

Los niveles de marea se registraron con mareógrafos automáticos de registro electrónico, 3 instrumentos modelo MicroCTD y un instrumento modelo MicroTide, mismos que se colocaron una sola vez a una profundidad conocida, se activaron y operaron en el periodo señalado en párrafos anteriores (28 días). El registro de datos se realizó a intervalos de tiempo previamente definidos de 10 minutos y al final del periodo se vaciaron en archivos de computadora para su análisis.

Para la medición de salinidad se utilizaron dos métodos alternos: primero se realizaron mediciones continuas de salinidad en 3 de las 4 estaciones donde se instalaron los mareógrafos, ya que estos mismos aparatos contienen instalados conductímetros para leer salinidad y temperatura simultáneamente. Asimismo se midió de manera puntual la salinidad con un conductímetro manual YSI modelo 34, en cada una de las tres campañas de medición y en 39 estaciones dentro de la laguna y el canal de Barra Vieja. La Figura 3.16 muestra la localización de los mareógrafos y de las estaciones de medición de salinidad. Fueron realizadas tres campañas de medición y una cuarta adicional. En la primera se realizaron mediciones de la salinidad en las 39 estaciones, además de ser colocados y puestos en funcionamiento los cuatro mareógrafos; en la segunda campaña solamente se realizaron las mediciones de salinidad en las mismas 39 estaciones; en la tercera campaña se realizaron las mediciones de salinidad en las 39 estaciones y se llevaron a cabo las labores de recuperación de los mareógrafos. De estos cuatro mareógrafos, uno fue colocado en el mar a unos 1500 m de distancia de la línea de costa y los tres restantes dentro del cuerpo de la laguna. Los mareógrafos colocados en la laguna fueron recuperados sin mayor contratiempo, mientras que el que se encontraba en el mar no fue localizado inicialmente. Esto obligó a realizar diversos esfuerzos adicionales para lograr su recuperación, aunque sin éxito. Se considera que la principal razón del extravío del aparato se debe a que en un lapso muy corto (28 días) se presentaron tres huracanes que afectaron la zona: Alma, Boris y Calvin.

La pérdida de este mareógrafo repercutió principalmente en la falta de información acerca de las características de la marea en el lugar y que sería usada como condición de frontera, motivo por el cual fue necesaria la implementación de una



campana adicional. En esta ocasión la campaña consistió en la lectura de datos de la marea leídos directamente sobre una regla instalada y nivelada en la zona. Dadas las fuertes condiciones de oleaje, la regla tuvo que ser colocada de modo que se encontrara resguardada del mismo, por lo que se colocó en la desembocadura del río Papagayo detrás de la barrera litoral. Las lecturas fueron realizadas durante tres días a intervalos de 1 hora. La Figura 3.17 muestra los registros de los tres mareógrafos colocados dentro de la laguna.

Cabe mencionar que si bien se contó con los datos de las Tablas Numéricas de Predicción de Mareas (Secretaría de Marina, 1996), los datos más cercanos a la zona en estudio no eran representativos del todo, debido a que estos datos, que correspondían a Acapulco, se encontraban en una bahía que ocasionaba la disipación de la onda de marea. Este mismo fenómeno ocurría en el lugar de la colocación de la regla de medición, por lo que se decidió adoptar la amplitud de la marea de Puerto Ángel, Oax. que registra datos en mar abierto, y combinarla con el periodo de la marea obtenido en la campaña de medición. De este modo, la marea que fue empleada para el modelo se presenta en la Figura 3.18. La definición de esta marea sirvió para definir las condiciones de frontera para el modelo.

Los demás datos obtenidos en campo sirvieron para identificar dos condiciones distintas del sistema, una inicial, con la cual arrancó el modelo, y otra final que sirvió de comparación y verificación de los resultados calculados por el modelo. La comparación de resultados del modelo con las condiciones medidas y el ajuste del modelo para obtener predicciones similares a las medidas se conoce como el *proceso de calibración*, mismo que será abordado en el inciso III.4.5.

#### III.4.4.3 Archivos de datos

Estos archivos son los que proporcionan la información necesaria para las corridas del modelo. En ellas se incluyen los datos de precipitación, evaporación, escurrimiento, profundidades, fricción, obstáculos tales como rompeolas, intervalo de tiempo, tamaño de los elementos cuadrangulares y de la matriz, entre otros.

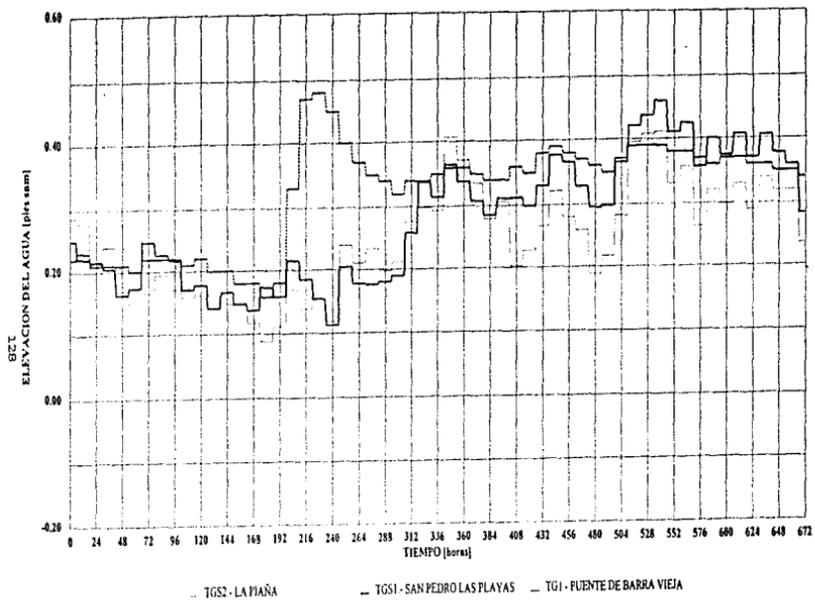


Figura 3.17 Registros de los Tres Mareógrafos Colocados Dentro de la Laguna de Tres Palos

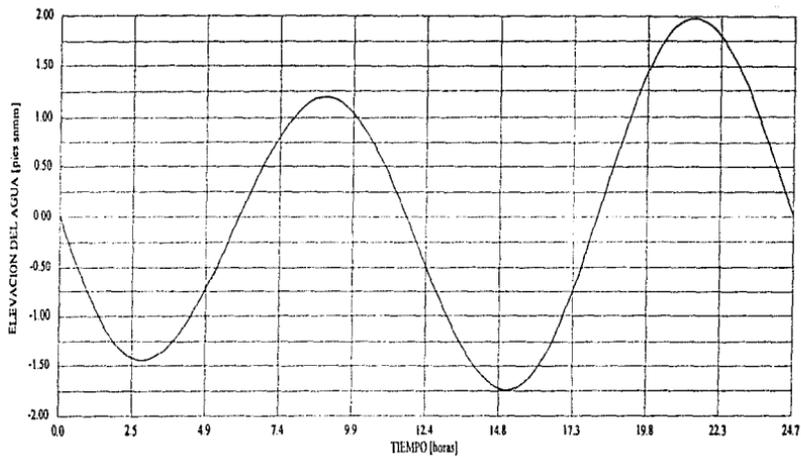


Figura 3.18 Marea Definida para la Aplicación del Modelo

La preparación y calibración del modelo son etapas fundamentales para la correcta aplicación del mismo. La preparación de los archivos del modelo implicó una serie de trabajos para definir la extensión de la superficie a modelar y la configuración de los cuerpos de agua y tierra discretizada con elementos reticulares de geometría cuadrangular.

La aplicación del modelo hidrodinámico se realizó en dos partes, la primera, de mayor magnitud territorial, considera los procesos de circulación del sistema comprendido entre la Laguna de Tres Palos, el sistema estuarino El Salado y el canal de Barra Vieja, con elementos reticulares de 70 m (229.7 ft) por lado, para simular en intervalos de 20 segundos. A esta primera parte se le conoció con el nombre de "macromodelo". La segunda parte, a una escala menor, simuló exclusivamente los cuerpos de agua del Desarrollo Turístico Isla Acapulco - Papagayo, a través de un esquema de elementos reticulares de 15 m (50 ft) por lado en intervalos de 5 segundos. Este submodelo permite obtener resultados con mayor detalle en la zona donde se construirá el proyecto turístico. A esta segunda parte se le llamó "micromodelo". Las figuras 3.19 y 3.20 muestran los esquemas reticulares mencionados.

Los archivos de datos son preparados en archivos ASCII reconocibles para el lenguaje Fortran, por lo que cada celda del archivo se encuentra perfectamente identificada por el programa. Es por esto que resulta muy importante el escribir correctamente los archivos de datos, pues el programa puede interrumpirse súbitamente al no hallar los valores correctos.

#### III.4.5 Calibración

El proceso de calibración consistió en el ajuste de diferentes parámetros tales como coeficientes de fricción, profundidades, rasgos morfológicos importantes, precipitación, evaporación, etc., con el fin de llegar a simular lo mejor posible, las condiciones medidas a partir de las campañas de medición.

El proceso de calibración se realizó con los datos conocidos proporcionados por los mareógrafos, es decir, se simuló el funcionamiento de la laguna sin comunicación con el

36,905 Elementos Cuadrangulares de 70 x 70 m (229.7 x 229.7 pies)

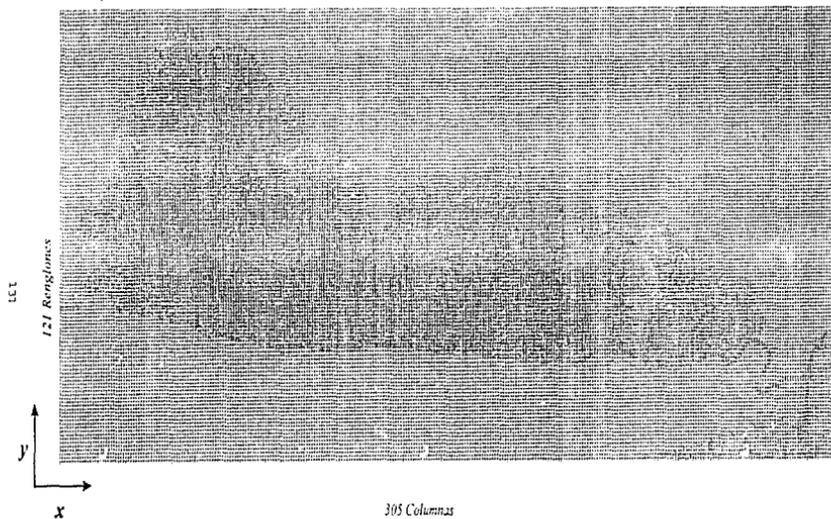


Figura 3.19 Esquema Reticular del Macromodelo

16,583 Elementos Cuadrangulares de 15 x 15 m (50 x 50 pies)

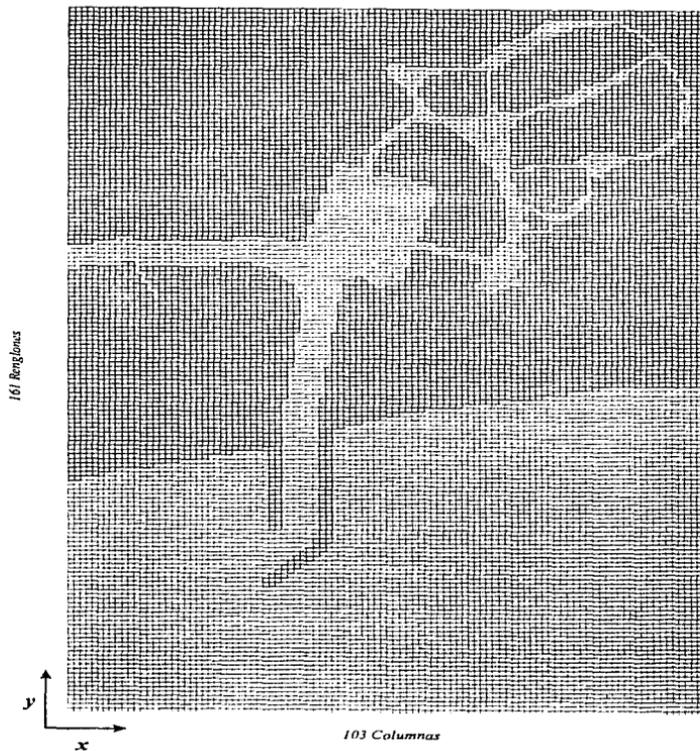


Figura 3.20 Esquema Reticular del Modelo de Detalle de la Marina y los Canales Interiores

mar para un período de 28 días, período en el cual se conoce bien el funcionamiento de la laguna. Por ende, el esquema empleado para la calibración fue el del macromodelo.

Después de un importante número de corridas del programa (cerca de 20), el modelo se consideró como calibrado. Dentro de los datos que fueron calibrados, dos de ellos tuvieron una importancia mayor, que fueron la precipitación y la evaporación, mostrados previamente en las figuras 3.11 y 3.12. Después de un laborioso proceso de ajuste, se definió la precipitación y la evaporación representativos del sistema. Estos datos representativos se presentan en las figuras 3.21 y 3.22.

Finalmente, la etapa de calibración se resume en:

- i)* la corrida que reproduce las condiciones iniciales antes de la calibración
- ii)* la corrida para la cual el modelo se considera calibrado, es decir, cuando se han obtenido los resultados medidos en campo, mediante el ajuste racional de las variables susceptibles de serlo.

La calibración se realizó para los tres puntos en los que se contaba con datos de los mareógrafos; como ejemplo de la calibración, la Figura 3.23 muestra la primera corrida, antes de la calibración, y la Figura 3.24, muestra la corrida en la que se logró la calibración del modelo. Es apreciable a simple vista, cómo modificando algunas variables es posible representar fielmente el funcionamiento de la laguna con el modelo hidrodinámico; sin embargo, y lejos de ser una situación rápida o sencilla, la calibración es muy importante. De forma semejante se obtuvo la calibración en los otros dos puntos en donde los mareógrafos proporcionaron información.

La verificación de factores calibrados en el modelo hidrodinámico aplicados ahora al modelo de dispersión y difusión consistió en generar una corrida de 28 días con base en los resultados de hidrodinámica del macromodelo (coeficientes de Fourier que reproducen gastos y elevaciones del agua en cada celda), de tal forma que, introduciendo como dato los valores iniciales de la salinidad iguales a los registrados en la primera campaña de medición, el modelo reprodujera las concentraciones medidas tanto en la segunda como en la tercera campaña.

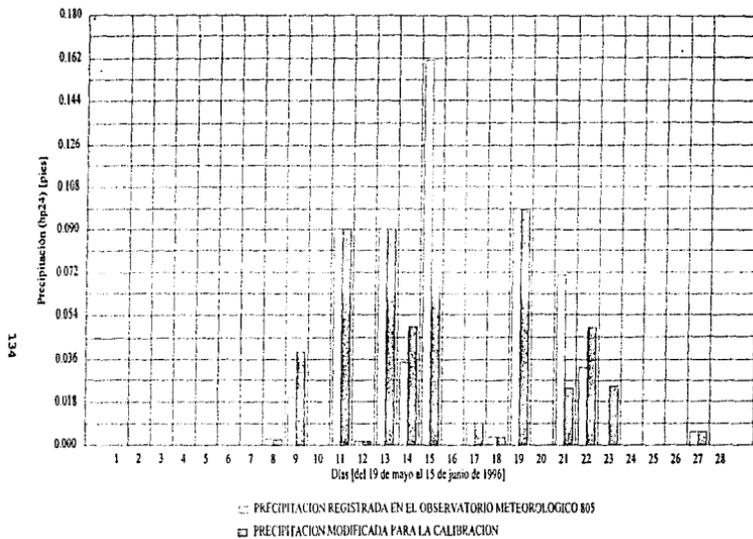


Figura 3.21 Precipitación en la Laguna de Tres Palos con Calibración

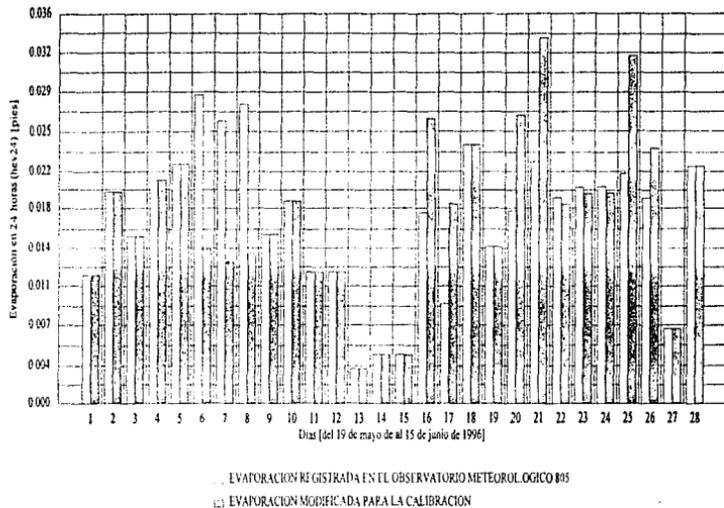


Figura 3.22 Evaporación en la Laguna de Tres Palos con Calibración

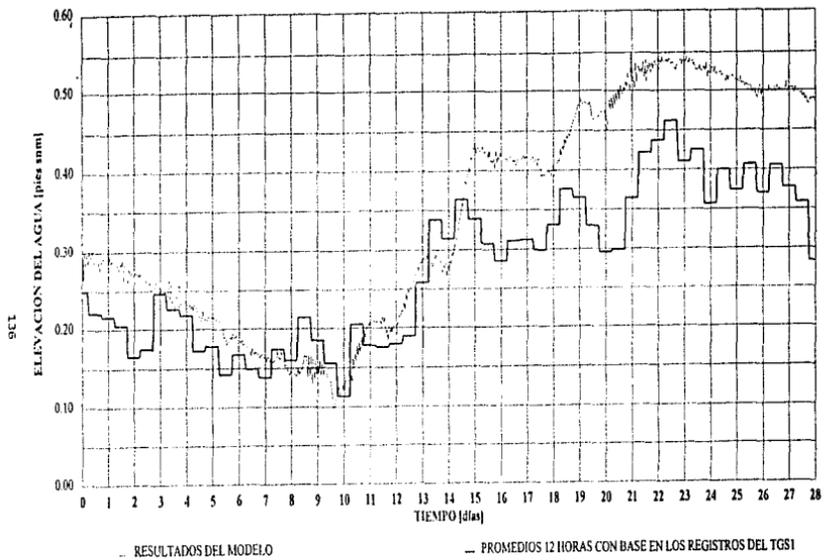


Figura 3.23 Variación del Nivel del Agua frente a San Pedro Las Playas sin Calibrar

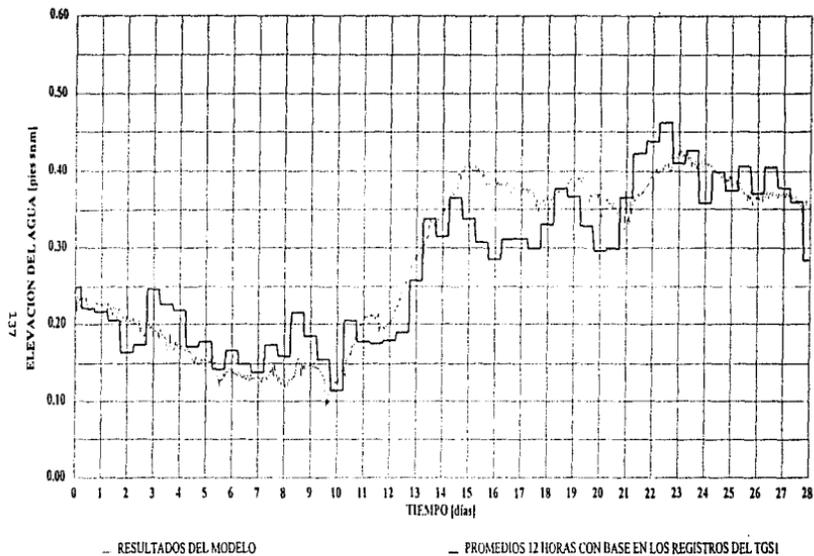


Figura 3.24 Variación del Nivel del Agua Frente a San Pedro Las Playas con Calibración

Los resultados de la corrida de verificación se resumen en las figuras 3.25 a 3.27. La Figura 3.25 muestra los valores de la salinidad promedio en cada una de las 39 estaciones, los cuales se utilizaron para definir las condiciones iniciales. Las figuras 3.26 y 3.27 muestran los valores registrados en las mismas estaciones a los 14 y 28 días respectivamente, correspondientes a la segunda y tercera campañas de medición y los valores de concentración calculados en los mismos elementos de la matriz que corresponden a las 39 estaciones y para los mismos instantes (14 y 28 días). Como puede verse, los valores calculados se ajustan muy bien a los valores medidos, por lo que con esto se aceptó que el modelo estaba calibrado.

#### III.4.6 Resultados de hidrodinámica

Al igual que en el caso del modelo simplificado, fue necesaria una simulación hidrodinámica y una de dispersión. Como ya se dijo, TRANQUAL es un modelo que proporciona una mayor y mejor información sobre el comportamiento hidrodinámico y de dispersión.

Tanto el planteamiento de los objetivos como la elaboración del estudio tuvieron como meta justificar desde el punto de vista de circulación y calidad del agua, la factibilidad ambiental del proyecto del desarrollo turístico.

La obtención de los resultados fue posible solo al haberse concluido satisfactoriamente la etapa de calibración, tal como se describe en los incisos precedentes. Asimismo, como se mencionó con anterioridad, se simularon los efectos para el macromodelo, por un lado y para el micromodelo, por el otro.

##### III.4.6.1 Resultados del macromodelo

Esta primera parte documenta en un marco regional los procesos de circulación originados para la apertura de la barra del Canal de Barra Vieja, en el sistema comprendido por la Laguna de Tres Falos, el sistema estuario El Salado y el Canal de Barra Vieja.



Figura 3.25 Concentraciones Iniciales de Salinidad en el Macromodelo

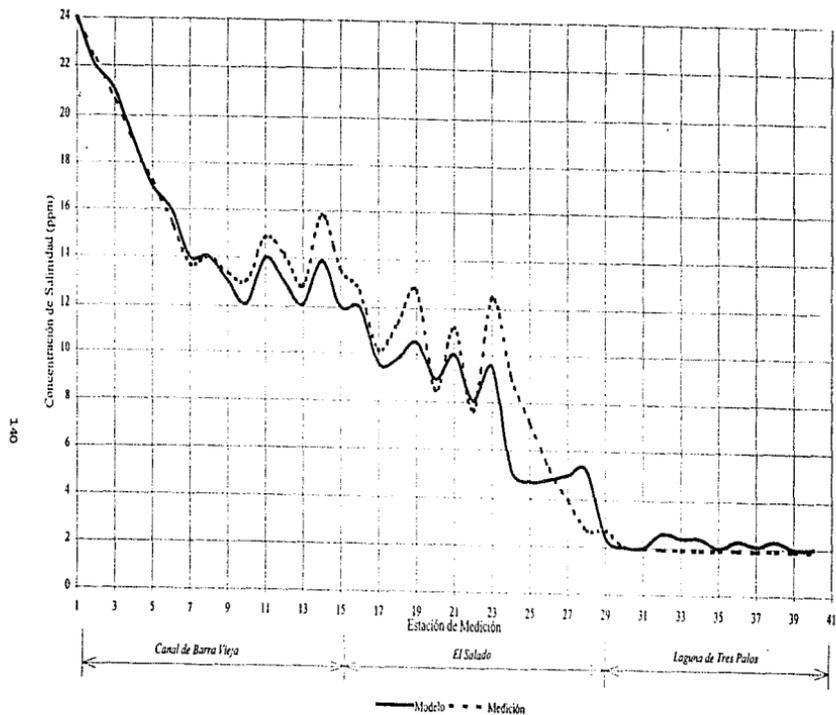


Figura 3.26 Comparación entre las Condiciones de Salinidad Medidas en Campo a los 14 Días y las Calculadas por el Modelo

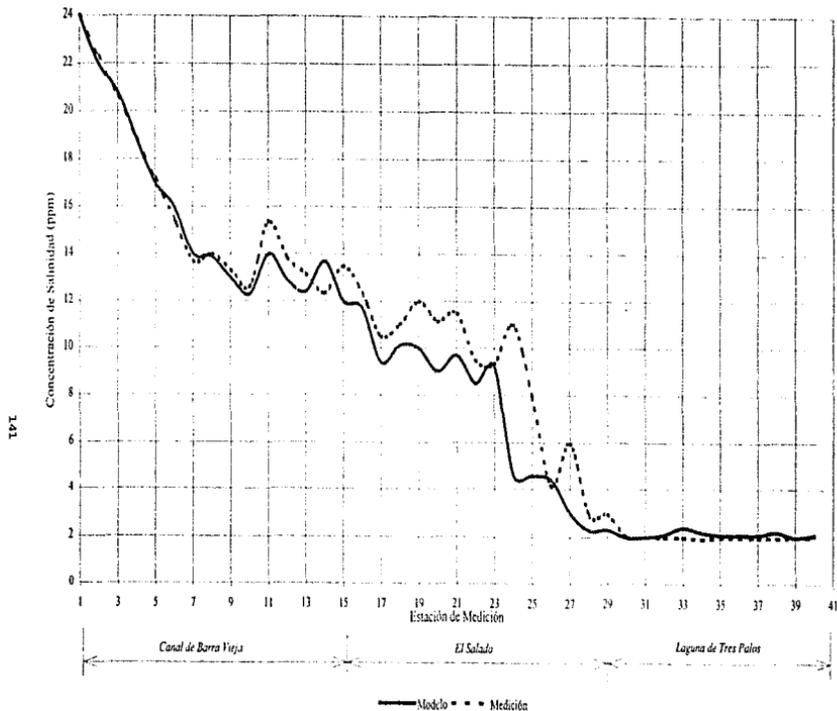


Figura 3.27 Comparación entre las Condiciones de Salinidad Medidas en Campo a los 28 Días y las Calculadas por el Modelo

Uno de los datos fundamentales que el modelo proporciona es el prisma de marea, es decir, el volumen de agua que entra o sale del sistema en un ciclo de marea. Estos volúmenes resultan de la suma de los gastos que pasan a través del tiempo por alguna celda de control definida previamente sobre el canal de Barra Vieja. Se establecieron dos puntos de control (que fueron los mismos para el macromodelo y el micromodelo) para la medición del prisma de marea (Figura 3.28). Los valores de flujo y reflujo calculados por el macromodelo se muestran en la Tabla 3.8.

Tabla 3.8 Volúmenes de flujo y reflujo calculados con el macromodelo

CANAL DE ACCESO, ANTES DE LA MARINA		CANAL DE ACCESO, DESPUES DE LA MARINA	
Flujo [m <sup>3</sup> ]	Reflujo [m <sup>3</sup> ]	Flujo [m <sup>3</sup> ]	Reflujo [m <sup>3</sup> ]
2'707,714	2'611,295	2'675,560	2'771,271

En la Tabla 3.8 puede apreciarse una pequeña diferencia entre los volúmenes de flujo y reflujo. Estas pequeñas diferencias se deben a que, al simular la apertura de la barra, se produce un efecto de almacenamiento temporal debido a la diferencia de niveles entre la laguna y el mar. Este efecto de almacenamiento tiende a desaparecer una vez que el sistema ha alcanzado el equilibrio. Asimismo, se observa que hay una diferencia de volúmenes de 32,154 m<sup>3</sup> en flujo y de 159,976 m<sup>3</sup> en reflujo entre los puntos de control. Esta diferencia corresponde al efecto de almacenamiento temporal que se presenta en la marina en cada ciclo de marea.

Del análisis de la información efectuado con anterioridad se desprende que el volumen medio de agua contenido en el sistema comprendido por la Laguna de Tres Palos, El Salado, el Canal de Barra Vieja y la marina, es de 204 millones de m<sup>3</sup>. El prisma de marea calculado por el modelo, es decir, 2'707,714 m<sup>3</sup>, representa únicamente el 1.33% del volumen de la laguna, El Salado, el canal de Barra Vieja y la marina, por lo que es de esperar que ni los niveles ni la calidad de agua en la laguna se verán afectados considerablemente ante la comunicación permanente con el mar. En otras palabras, mientras los niveles en la zona de la marina y frente a Barra Vieja oscilan de manera muy semejante a la marea establecida, la oscilación en la laguna será muy pequeña debido al amortiguamiento de la onda de marea.

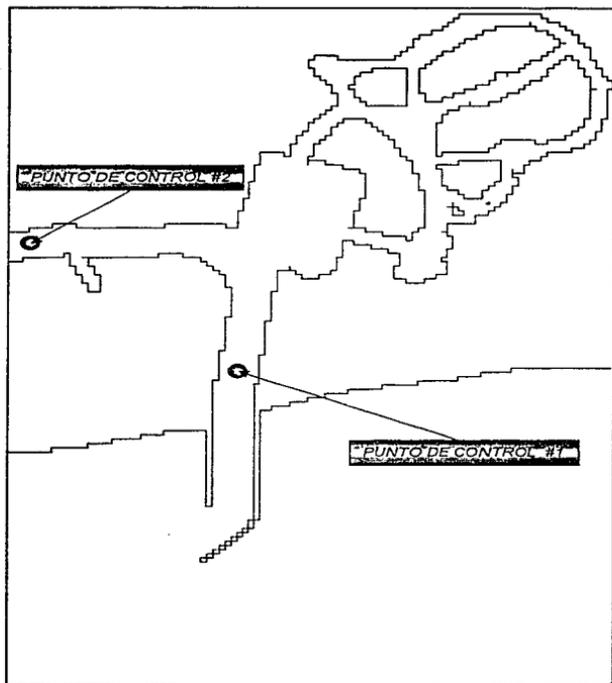


Figura 3.28 Ubicación de los Puntos de Control para el Cálculo de Volúmenes de Flujo y Reflujo

En cuanto al patrón de circulación del sistema, las figuras 3.29 y 3.30 muestran vectores de velocidad máxima del flujo y reflujo obtenidas en la malla del macromodelo, respectivamente. Estas figuras muestran cómo se encauza el flujo entre las escolleras, en el canal de Barra Vieja, así como en la laguna. La magnitud de las velocidades de estos vectores puede apreciarse mediante las isovelas (curvas de igual velocidad) de las figuras 3.31 y 3.32 para las mismas condiciones. En estas figuras se aprecia que las velocidades de mayor magnitud corresponden a las condiciones de reflujo, al presentarse velocidades de entre 0.7 y 0.8 m/s en el canal de Barra Vieja y el canal de acceso entre escolleras, mientras que en el cuerpo de la laguna éstas son menores a 0.1 m/s y en la zona de El Salado, menores a 0.2 m/s.

En cuanto a la autoconservación del canal de acceso, que no es un aspecto primordial de esta tesis, se comentará más adelante en el modelo de detalle o micromodelo.

Con el anterior análisis hidrodinámico puede concluirse que la comunicación permanente con el mar permite una regulación eficiente de los niveles en la laguna, pues éstos no sufrirán una gran variación; de hecho, podrán evitarse los altos niveles que alcanza la laguna en época de lluvias que ponen en riesgo la seguridad del Aeropuerto Internacional de Acapulco, dado que el máximo nivel que alcanzará la laguna será ligeramente mayor que el nivel medio del mar. Por lo que toca a la zona estuarina de El Salado, el intercambio de agua impactará favorablemente al sistema, al permitir una mayor circulación y mantener niveles regulares en este cuerpo de agua.

De este modo, el análisis hidrodinámico permitió concluir que el impacto regional ocasionado por la comunicación permanente con el mar, será de pequeña magnitud y en todo caso de tipo favorable ante la posibilidad de regular niveles y permitir mayor circulación en la laguna y El Salado.

#### *III.4.6.2 Micromodelo*

El modelo de detalle de la marina y sus canales interiores, o micromodelo, fue construido con la finalidad de estudiar a detalle los procesos de circulación y de transporte en el Desarrollo Turístico Isla Acapulco - Papagayo. En esta etapa se simula la

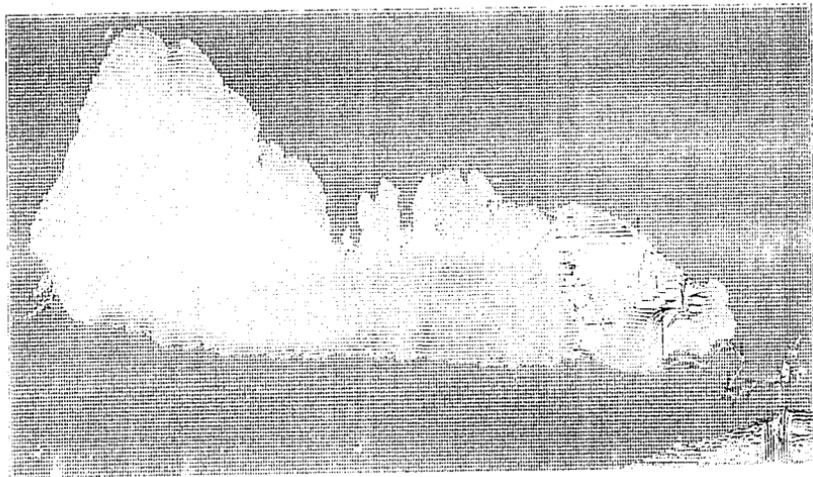


Figura 3.29 Flujo - Velocidades Máximas

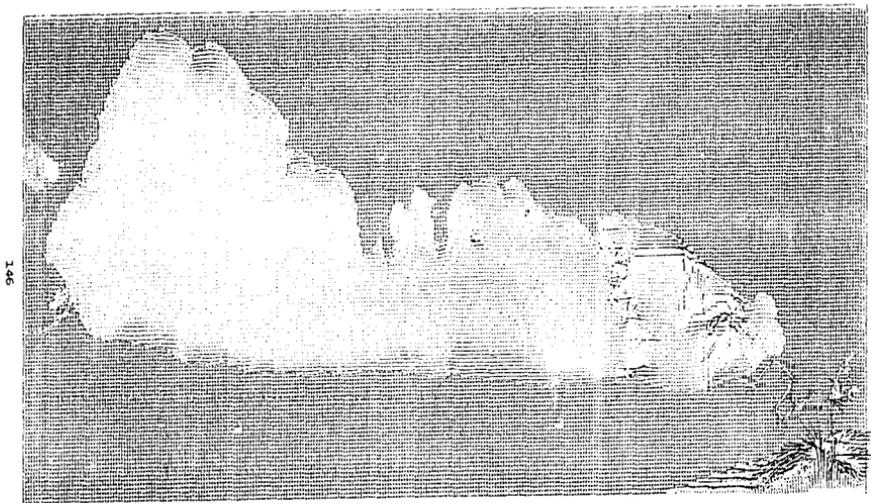


Figura 3.30 Reflujo - Velocidades Máximas

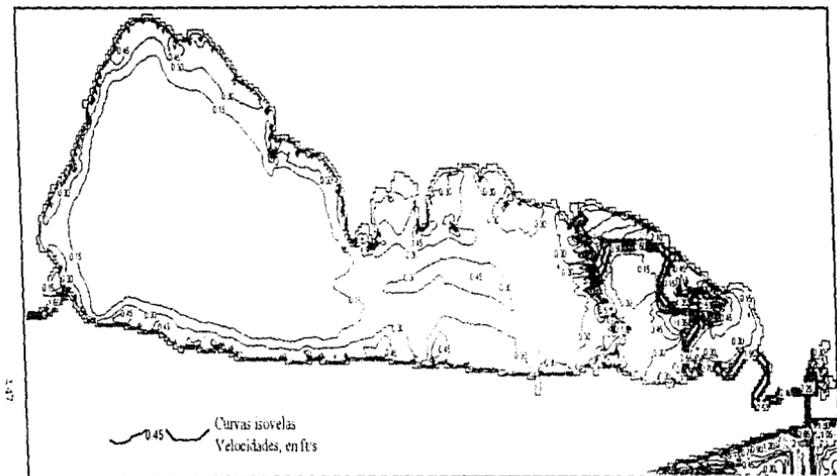


Figura 3.31 Flujo, velocidades máximas

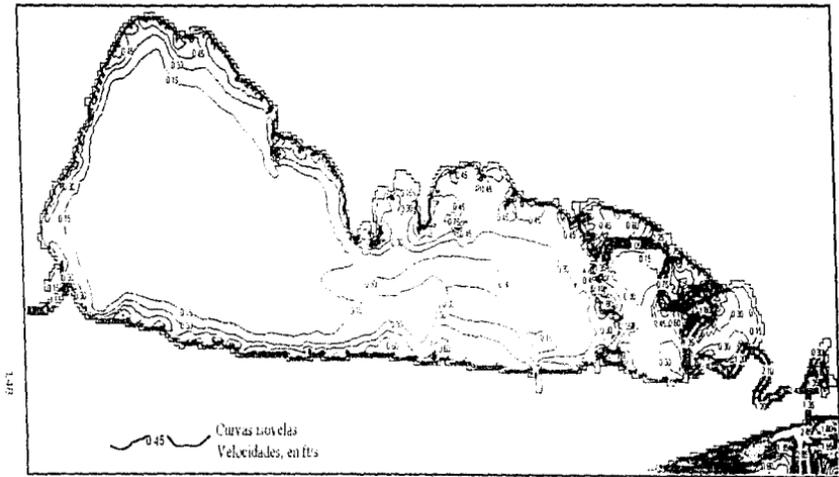


Figura 3.32 Eflujo, velocidades máximas

apertura de la barra exclusivamente para los cuerpos de agua mencionados con un esquema de elementos cuadrangulares de 15 m por lado (Figura 3.20) y con un intervalo de tiempo de 5 segundos.

Debido a la diferencia de escalas entre los dos esquemas reticulares, el micromodelo, requirió de algunos ajustes para representar mejor algunos elementos. Por un lado, en el caso de las escolleras a la entrada del canal de acceso, que fueron representadas mediante constricciones al flujo, en esta ocasión se presentaron como elementos de tierra; la geometría de la marina fue representada más fielmente mediante los elementos de 15 metros por lado; se representaron los pequeños rompeolas a la entrada de la marina como constricciones al flujo; y, finalmente, se establecieron las condiciones de frontera, incluyendo la representación de la variación de nivel en el canal de Barra Vieja por medio de una serie de Fourier cuyos coeficientes se obtuvieron como un producto del macromodelo.

Al igual que para el macromodelo, fueron calculados los volúmenes de agua que entran y salen del sistema en un ciclo de marea, es decir, el prisma de marea. Estos volúmenes fueron calculados en los mismos puntos que para el macromodelo y tienen la finalidad de obtener resultados más precisos. Así, los volúmenes de flujo y reflujo calculados con el micromodelo se presentan en la Tabla 3.9.

Tabla 3.9. Volúmenes de flujo y reflujo calculados con el micromodelo

CANAL DE ACCESO, ANTES DE LA MARINA		CANAL DE ACCESO, DESPUÉS DE LA MARINA	
Flujo [m <sup>3</sup> ]	Reflujo [m <sup>3</sup> ]	Flujo [m <sup>3</sup> ]	Reflujo [m <sup>3</sup> ]
2744,752	2731,457	2553,415	2564,799

Los volúmenes calculados aquí son ligeramente diferentes a los de la Tabla 3.8 que muestra los respectivos volúmenes calculados con el macromodelo, y dado que el micromodelo es un esquema de detalle del sistema puede considerarse que posee un grado mayor de aproximación a los datos reales.

Una vez más, la diferencia de volúmenes entre ambos puntos de control representa, tal como se indicó anteriormente, el almacenamiento dentro de la marina y los canales interiores.

En cuanto a la fluctuación de los niveles en la marina y los canales interiores, ésta será casi igual a la variación de la marea, debido a su cercanía con el mar y al volumen de agua que almacenan. La máxima variación de niveles en relación a la marea se presenta en la parte más alejada de los canales interiores, aunque en realidad es muy pequeña. En otras palabras, puede decirse que el nivel del agua en la marina y sus canales internos cambia uniformemente.

Por otra parte, el patrón de circulación del sistema muestra cómo se encauza el flujo en el canal de acceso entre escolleras y la forma como entra y sale de la marina y sus canales internos. Las figuras 3.33 y 3.34 muestran las velocidades máximas en condiciones de flujo y velocidades máximas en reflujo, respectivamente, y las figuras 3.35 y 3.36 muestran la magnitud de la velocidad mediante isovelas para las mismas condiciones de flujo.

En estas figuras resulta interesante observar el efecto de chorro que se presenta por el encauzamiento del reflujo entre los rompeolas, ya que puede ser un aspecto importante por considerar al evaluar las maniobras de navegación en la zona (al respecto, cabe mencionar que la magnitud de las corrientes tanto en canal de acceso como en marina y canales internos, no tiene valores muy altos, por lo que seguramente no causará problemas a la navegación (Bruun, 1973)). Al igual que para el macromodelo, las máximas velocidades se presentan en la condición de reflujo, llegando a ser de hasta 0.64 m/s, mientras que dentro de la marina y los canales internos, la velocidad es de apenas 0.1 m/s. Este valor de la velocidad es más aproximado al obtenido con el macromodelo, pues se han reproducido las condiciones de la zona del canal de acceso con mucho mayor detalle, ya que el área en planta de cada elemento de esta retícula es tan sólo el 4.6% del área en planta de los elementos de la retícula del macromodelo.

Sin embargo, puede ser que ante la nueva condición de comunicación permanente con el mar, existan zonas en las que exista el riesgo de erosión en las paredes de los canales; si se diera esta situación, sería necesario proteger las márgenes con algún sistema de estabilización de taludes.

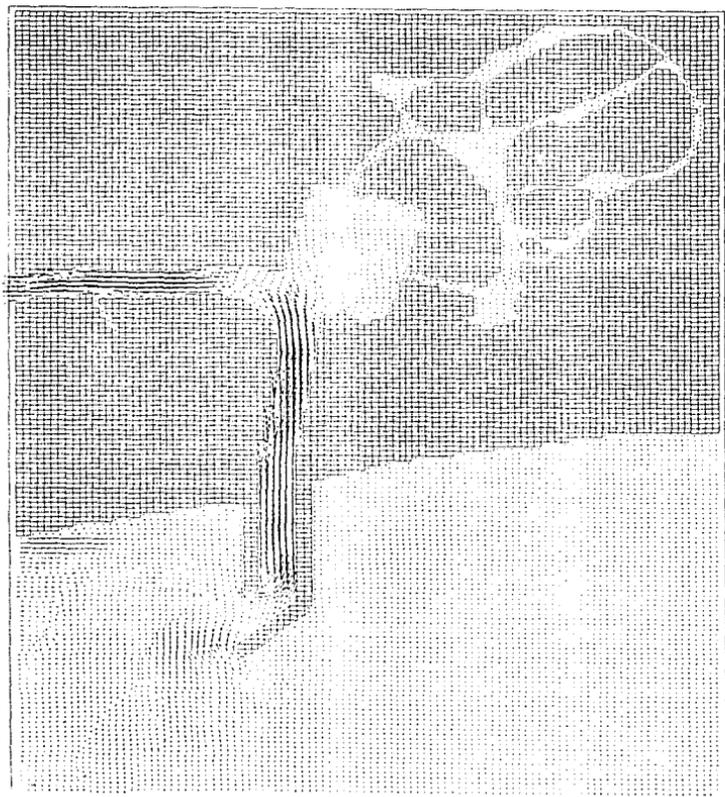


Figura 3.33 Flujo - Velocidades Maximas

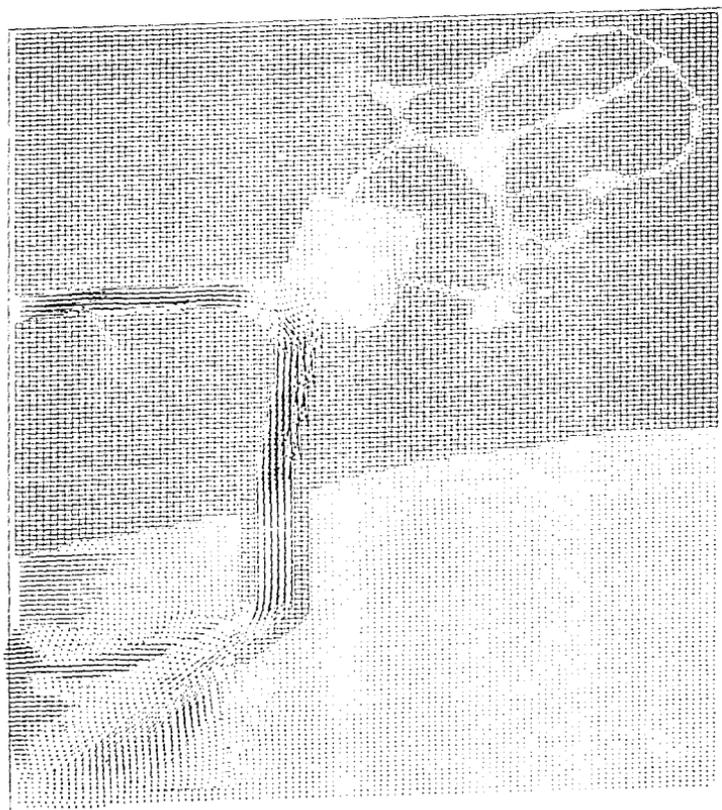


Figura 3.34 Reflujo - Velocidades Máximas

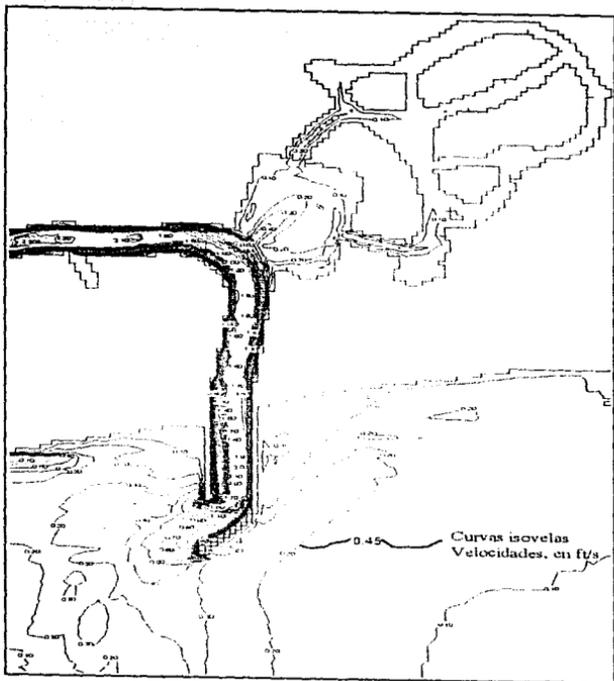


Figura J.35 Flujo, velocidades máximas

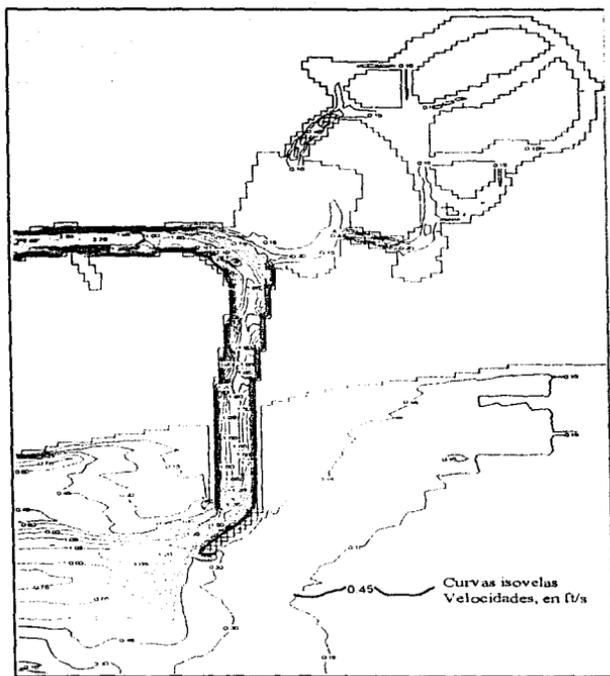


Figura 3.36 Reflujo, velocidades máximas

La importancia de conocer los valores que toma la velocidad en el canal de acceso es el poder aplicar algún criterio que permita evaluar la capacidad de autoconservación de dicho canal. Para evaluar esto se recomienda consultar los criterios propuestos en el Manual de Diseño de Obras Civiles (CFE, 1981) y Bruun, (1973).

#### III.4.7 Resultados de dispersión y difusión

Como ya se mencionó con anterioridad, la obtención de resultados del modelo de dispersión y difusión se da una vez que ha sido corrido el modelo hidrodinámico y éste proporciona series de tiempo de niveles y velocidades en cada celda de la malla, las cuales a su vez pueden ser reproducidas posteriormente a través del cálculo de funciones matemáticas basadas en series de Fourier. De esta manera la parte hidrodinámica de TRANQUAL establece tres funciones por celda y después la parte de dispersión las reproduce para calcular las condiciones físicas que provocan el fenómeno de dispersión y transporte de sustancias contaminantes.

Al aplicar la parte de dispersión y difusión del modelo en la malla de menor resolución (macromodelo) se puede pronosticar el cambio de salinidad en el sistema formado por la Laguna de Tres Palos, el sistema estuarino El Salado, el Canal de Barra Vieja y la marina. Es de esperar que la marina tenga prácticamente la misma salinidad que el mar debido a la cercanía con el mismo, por lo que el estudio prevé los posibles cambios en la salinidad de los demás cuerpos acuáticos.

Adicionalmente, la aplicación en la malla de mayor resolución (micromodelo) está enfocada a conocer la manera en la que un contaminante derramado accidentalmente en la marina cambia su concentración con el tiempo debido a la dispersión y difusión, y poder proponer soluciones para evitar el estancamiento del agua con un patrón de circulación más eficiente.

##### *III.4.7.1 Resultados del macromodelo*

El macromodelo tiene como finalidad la calibración de la parte de dispersión y difusión y el pronosticar los posibles cambios en la salinidad como consecuencia de la comunicación permanente con el mar.

Como se mencionó en el inciso III.4.5, lo primero que se realizó al aplicar el modelo de dispersión fue una corrida que verificara la calibración del mismo. Cabe recordar que esta calibración fue realizada para el modelo hidrodinámico por lo que resulta necesario realizar una corrida únicamente de verificación para el modelo de dispersión, cuyos resultados fueron ya discutidos en el inciso mencionado y mostrados en las figuras 3.25 a 3.27.

Una vez corroborada la calibración del modelo de dispersión se elaboró el archivo de datos correspondiente a las condiciones iniciales del modelo de dispersión del sistema regional (macromodelo). Este archivo de datos consideró una concentración inicial en cada celda del esquema con la barra abierta; en la zona de mar, en los límites del modelo, se definió como condición de frontera la concentración de salinidad medida en las campañas que resultó ser de 34 ppm y, finalmente, consideró condiciones hidroclimatológicas medias anuales (escurrimiento medio del río La Sabana, precipitación y evaporación medias y vientos medios).

Para poder reproducir el comportamiento hidrodinámico del sistema ante condiciones hidroclimatológicas medias anuales, se efectuó una corrida adicional del modelo en su parte hidrodinámica correspondiente a tres ciclos completos de marea, con condiciones medias anuales de gastos en el Río La Sabana, evaporación y precipitación y viento (en dirección y velocidad). La razón de haber corrido el modelo hidrodinámico para 74.22 horas (tres ciclos de marea completos, en los que el modelo alcanza estabilidad), obedece a la necesidad de obtener los respectivos coeficientes de Fourier que representen los gastos y elevaciones correspondientes a dichas condiciones medias anuales.

La corrida de la variación de la salinidad se efectuó simulando un periodo de seis meses, con la posibilidad de extenderlo si así se hubiera considerado necesario al analizar los resultados.

Con la finalidad de facilitar el análisis de los resultados de esta corrida y poder manipularlos en forma más eficiente y clara, se dividió la zona en estudio en seis secciones, tal como se muestra en la Figura 3.37. Las zonas 1, 2 y 3 representan a la

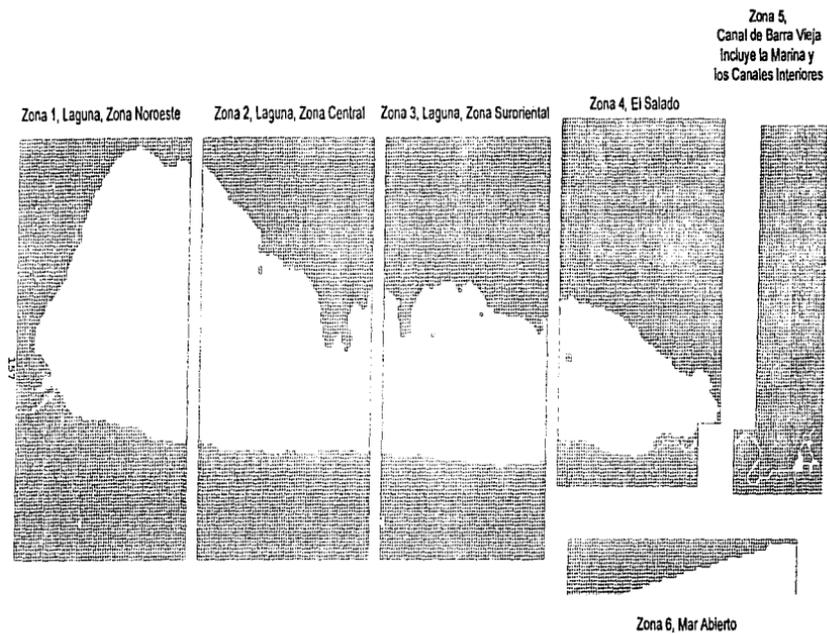


Figura 3.37 Zonificación del Macromodelo para Análisis de Resultados

laguna de Tres Palos, la zona 4 a El Salado, la zona 5 al canal de Barra Vieja y la marina y la zona 6 al mar abierto.

La forma de analizar los datos en cada zona se realizó con base en promedios de las celdas que las conforman. Las concentraciones iniciales promedio (volumen total entre masa total) para cada una de las zonas fueron: zonas 1, 2 y 3, 2 ppm, zona 4, 5.98 ppm, zona 5, 17.15 ppm y en la zona 6, 34 ppm.

El modelo se estabiliza aproximadamente en la tercera semana de simulación, tal como lo muestra la Figura 3.38. Esta figura muestra claramente la variación promedio de la concentración de la salinidad en el tiempo, mostrando los picos que corresponden a cada uno de los máximos y mínimos de la marea considerada. Puede observarse claramente que existe una muy leve variación en las concentraciones en el mar, lo que se debe a la salida de agua con menor concentración de salinidad por la boca de la laguna, y que puede considerarse como despreciable; la zona del Canal de Barra Vieja presenta una rápida variación, aunque no de gran magnitud, en relación a la salinidad original, misma que se estabiliza aproximadamente a los 14 días de simulación; la salinidad en la zona de El Salado presenta también un ligero incremento en comparación con la salinidad original, logrando estabilizarse aproximadamente a los 21 días de simulación; finalmente, la zona de la laguna de Tres Palos es prácticamente una línea horizontal, lo que significa que la variación de la concentración de la salinidad en la laguna es despreciable.

Del mismo modo, se han reproducido en las figuras 3.39 y 3.40 las concentraciones máximas y mínimas de salinidad que se presentan en el sistema en estudio, respectivamente.

La Tabla 3.10 muestra un resumen de lo antes comentado e ilustrado, las concentraciones promedio, las máximas y las mínimas en cada una de las zonas en estudio del sistema. Cabe mencionar que las concentraciones máximas y mínimas son instantáneas.

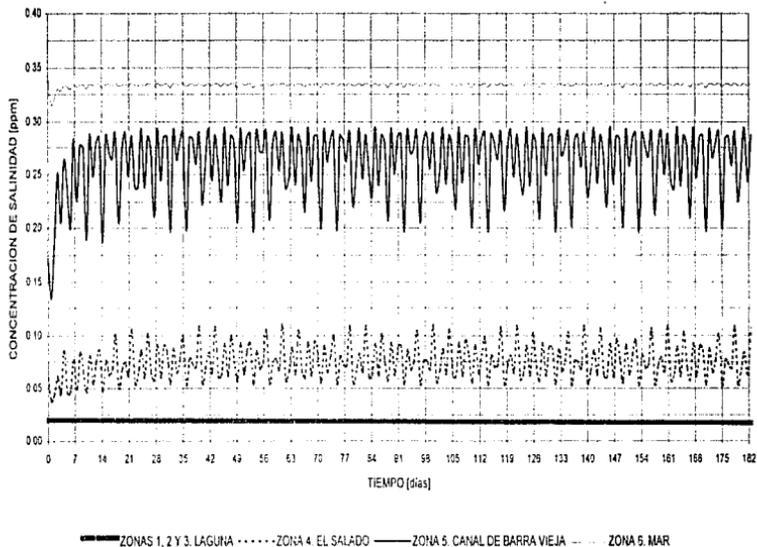


Figura 3.38 Variación de la concentración de la salinidad a través del tiempo.  
Simulación: 6 meses con condiciones medias anuales

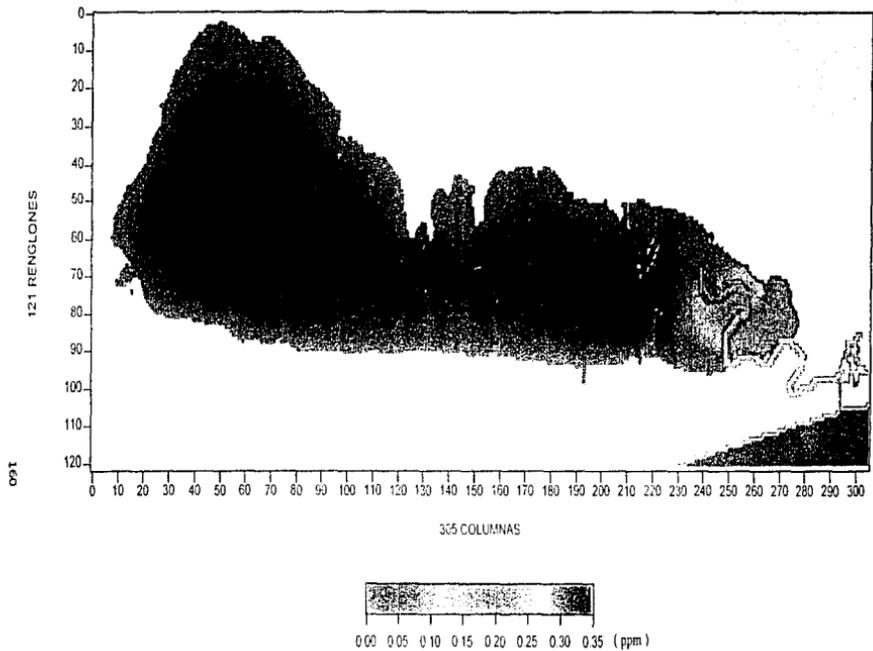


Figura 3.39 Concentraciones máximas de la salinidad en la laguna de Tres Palos con condiciones medias anuales en seis meses de simulación

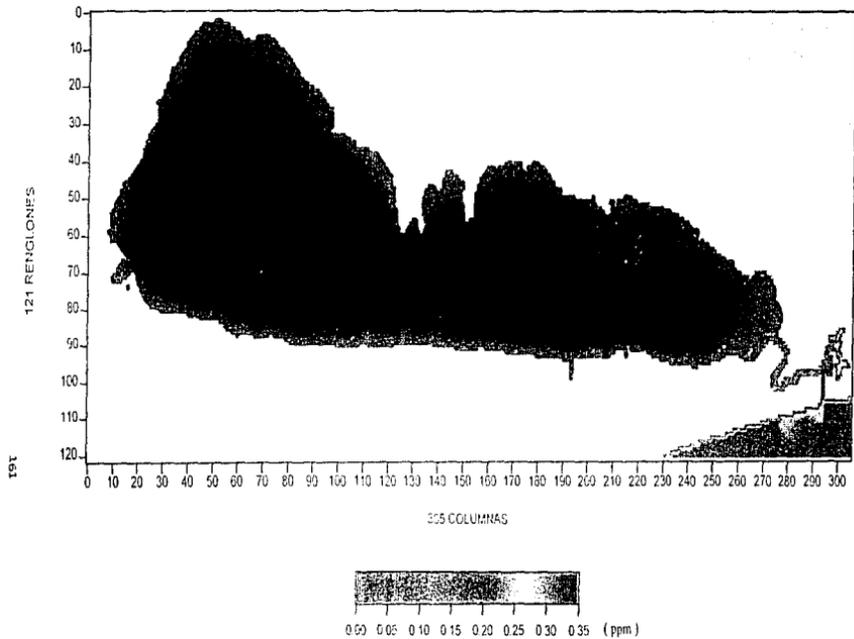


Figura 3.40 Concentraciones mínimas de salinidad en la laguna de Tres Palos con condiciones medias anuales en seis meses de simulación

Tabla 3.10 Concentraciones de salinidad promedio, máximas y mínimas en el sistema

ZONA EN ESTUDIO	CONCENTRACION (ppm)		
	MAXIMA	PROMEDIO	MINIMA
1, 2 Y 3 (Inicial: 2 ppm)	1.83	1.83	1.83
4 (Inicial: 5.98 ppm)	10.98	7.59	4.72
5 (Inicial: 17.15 ppm)	29.44	26.32	18.74
6 (Inicial: 34 ppm)	33.40	33.40	33.40

De este modo, el modelo de dispersión y difusión previó que, en promedio, la concentración en la zona de El Salado aumentó un 27%, en la zona del canal de Barra Vieja un 53% y tanto en el cuerpo principal de la laguna como en el mar, prácticamente no cambió.

Estos resultados tienen la finalidad de servir como referencia para decidir si existirá algún impacto al establecer la comunicación permanente con el mar; *a priori* puede decirse que las condiciones de concentración en la laguna no varían por efecto de la apertura de la barra, por lo que no se provocará un impacto de gran magnitud, negativo o positivo en ella. Quizá el impacto de mayor importancia sea el que se presente en el sistema estuarino El Salado, al permanecer con niveles constantes y concentraciones de salinidad que permitan desarrollar la acuicultura en esta zona de una manera ordenada y no de manera periódica e incierta.

#### III.4.7.2 Resultados del micromodelo

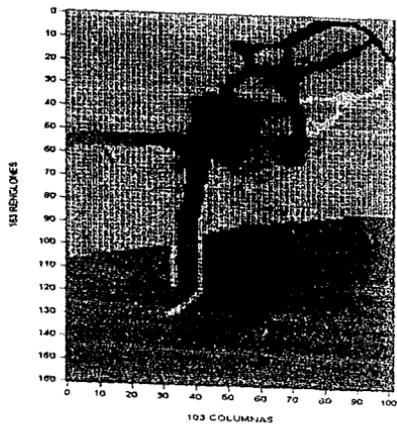
La parte de dispersión del micromodelo describe la capacidad de la marina y sus canales internos tanto en tiempo como en espacio, para desalojar contaminantes derramados accidentalmente en esta zona y en general, los procesos que gobiernan la claridad del agua de estos cuerpos. A continuación se presentan los resultados arrojados por el modelo en el caso de un contaminante derramado en la marina. Como se mencionó anteriormente, es posible realizar esta simulación para el caso en el que el contaminante sea derramado en cualquier otra zona, como por ejemplo, en los canales internos.

Al simular un derrame ideal en la zona de la marina excluyendo los canales internos, se considera que se presenta una concentración de 100% de saturación en toda el área en planta, es decir, en aproximadamente 100,000 m<sup>2</sup>. Esta aseveración resulta un tanto improbable, sin embargo, se consideró como un caso extremo. La Figura 3.41 muestra gráficamente la zona en la que se ha derramado el contaminante, el resto del sistema posee una concentración del 0%. Esto permitió analizar y evaluar el comportamiento tanto en la zona originalmente contaminada como su interacción con el resto del sistema.

La Figura 3.42 muestra el decaimiento de la concentración de un contaminante derramado en la marina y la concentración del contaminante en los canales internos de acuerdo a la zonificación planteada en la figura 3.41. Puede apreciarse en la Figura 3.42, que la concentración del contaminante en la marina decae rápidamente transmitiendo la masa de contaminante a los canales internos de la marina y hacia el mar y hacia la laguna de Tres Pales. La Figura 3.43 muestra una secuencia en tiempo y en espacio de la concentración del contaminante en todo el sistema para 12, 24, 48 y 120 horas de simulación. Puede concluirse de este modo, que la marina tiene una buena capacidad de autolavado al decaer rápidamente la concentración dentro de ella; adicionalmente, tanto en la marina como en los canales internos, la concentración promedio del contaminante está por debajo del 10% de concentración al cabo de 10 días de simulación.

Puede apreciarse la manera en la que el contaminante es transportado hacia los canales internos, mismos que podrían presentar problemas de autolavado debido al escaso intercambio de agua. Es por esto que resulta importante que en estudios profundos se considere la posibilidad de un derrame en cualquiera de las zonas del cuerpo acuático con la finalidad de detectar los lugares en donde existen mayores problemas de circulación y entonces, proponer soluciones que pueden abarcar desde modificaciones arquitectónicas, profundización de los canales e incluso, el empleo de equipo de bombeo costoso para emplearse en caso de alguna emergencia.

Estos resultados son notoriamente distintos a los obtenidos en la primera metodología de cálculo en la que fue empleado un procedimiento mucho más sencillo, especialmente en su parte cualitativa.



➤ MARINA

➤ ZONA 1

➤ ZONA 2

➤ ZONA 3

➤ ZONA 4

Figura 3.41: Distribución para el derrame de un contaminante

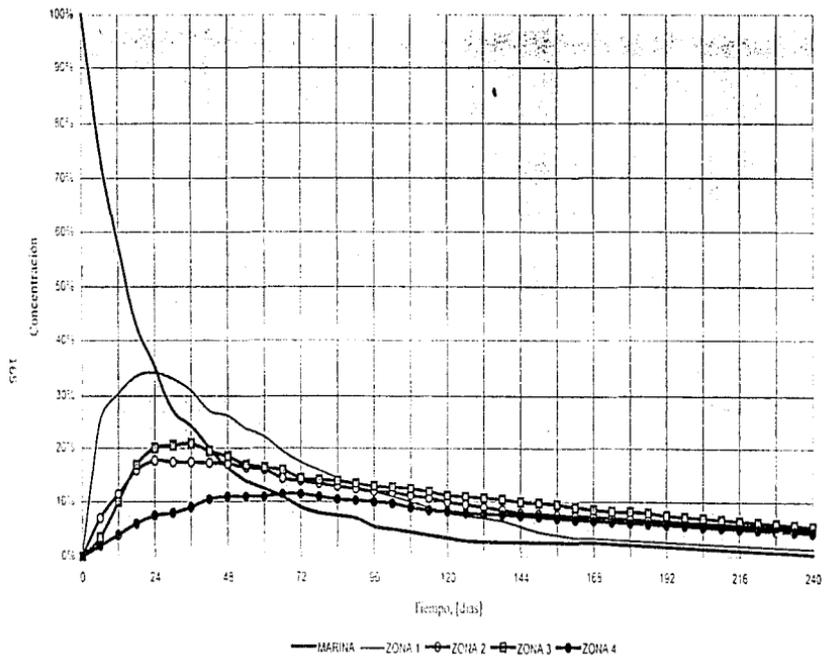


Figura 3.42 Decaimiento de la concentración de un contaminante en la marina

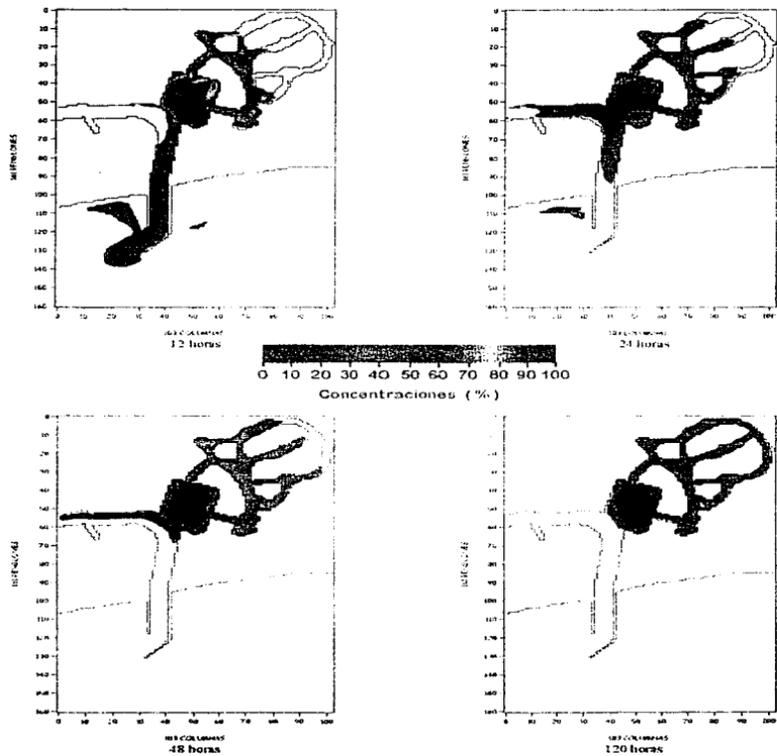


Figura 3.43 Secuencia de la dispersión del contaminante en el sistema (12, 24, 48 y 120 horas)

En lo que respecta a las concentraciones de salinidad en el sistema formado por la Laguna de Tres Palos, el sistema estuarino El Salado y la marina, puede decirse que los resultados obtenidos entre los dos métodos son similares con dos diferencias básicas: en primer lugar, la precisión en los resultados es mayor en el modelo TRANQUAL, pues muestra en cada instante el valor de la concentración de la salinidad con un rango menor al que presenta el modelo simplificado, cuya amplitud de resultados puede ser calificada como muy amplia; y en segundo lugar, mientras el modelo simplificado sólo muestra la concentración promedio en toda la marina, el modelo TRANQUAL proporciona la concentración en cada una de las celdas de la malla del macromodelo, con lo que es posible observar la distribución de la salinidad en cada uno de los puntos del sistema y no en vasos aislados. En lo que respecta al contaminante derramado en la marina, la comparación de resultados entre los dos modelos nos dice que existe una ligera similitud en los resultados, pues mientras el modelo simplificado indica que la concentración del contaminante llega al 10% en tan sólo 24 horas, el modelo TRANQUAL indica que esta concentración promedio se alcanza hasta las 70 horas aproximadamente; la conclusión que se obtiene de estos dos resultados es que la marina posee una capacidad de autolavado aceptable, sin embargo, el modelo TRANQUAL nos muestra que el contaminante se desplaza hacia la zona de los canales interiores lo que produce una mayor dificultad para desalojar por métodos naturales el contaminante de la zona, de hecho se requieren cerca de 80 horas más para que la concentración en esta zona de los canales internos se reduzca al 10%. Es por esto que es necesario el realizar una simulación que contemple un derrame en la zona de los canales internos y no sólo en la marina. En las conclusiones se discuten con mayor detalle estos resultados.

A pesar de que los resultados muestran que el modelo TRANQUAL es mejor en prácticamente todos los aspectos, su utilización debe ser justificada de acuerdo al grado de detalle requerido por el estudio en cuestión. Este grado de detalle en ocasiones es justificado por estudios previos que funcionan como indicadores de una posible situación. En el caso del modelo simplificado, su propósito fue el de servir como un método que ayudara a obtener datos en una primera aproximación de acuerdo a la etapa del proyecto. Una vez obtenidos estos resultados fue posible obtener una idea general de la forma en la que funcionaría el sistema en estudio. Asimismo, los requerimientos para aplicar uno u otro modelo marcan una diferencia igual de grande que la calidad de los resultados. El modelo simplificado requiere del desarrollo de las ecuaciones para el

sistema en cuestión, desarrollo que puede ser realizado por personal con conocimientos básicos de ecuaciones diferenciales, así como la programación de las ecuaciones en hoja de cálculo. Por su parte, TRANQUAL requiere de la recopilación detallada de datos hidrometeorológicos, así como de la aplicación del modelo por personal calificado y equipo de cómputo más poderoso que permita disminuir el tiempo de cálculo. En otras palabras, el primero puede ser aplicado con menos recursos y en menos tiempo que el segundo, aunque con mucho menor precisión. Resulta erróneo el decir que un método es mejor que el otro si no se habla antes de los objetivos del mismo, es decir, cada uno de los modelos corresponde a diferentes etapas de un proyecto y su utilización debe ser justificada por el grado de detalle esperado en los objetivos.

Al presentar la aplicación de los dos métodos, puede observarse que cada uno tiene diferentes fundamentos teóricos que corresponden incluso a diferentes niveles académicos. Con esto se han identificado diferentes tecnologías que pueden ser aplicadas para el estudio de procesos de circulación y de transporte de masa en sistemas no sólo costeros sino también lagunarios cerrados tales como presas, lagunas, etc.

## *CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES*

## CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

La tesis fue desarrollada con el objetivo general de explicar el concepto de estuario, de deducir las principales ecuaciones que los gobiernan y de realizar un estudio hidrodinámico y de dispersión aplicado a un caso real, en el que se emplearan estos conceptos para así, entender mejor dicho funcionamiento en los cuerpos estuarinos. Fue posible apreciar a lo largo de la tesis, que resulta muy importante conocer el funcionamiento hidrodinámico de estos cuerpos lagunarios costeros, ya que pueden tener repercusiones importantes en su entorno físico, comercial e incluso social.

De este modo, las conclusiones derivadas del presente trabajo son las siguientes.

- El concepto de estuario involucra un concepto un tanto ambiguo, en el que se involucran para definirlo diversos factores, que incluyen algunos fisiográficos y otros puramente físicos. Sin embargo, lo que debe quedar muy claro al analizar estos cuerpos costeros es que se trata de sistemas en los que se tiene un mezclado de agua dulce y agua salada en un cuerpo semabierto, lo que produce patrones de circulación típicos en ellos.
- La clasificación de los estuarios puede ser abordada desde diferentes puntos de vista, por lo que es importante el conocer lo mejor posible las características del cuerpo estuarino, a fin de seleccionar de la mejor manera posible las herramientas que serán empleadas para su estudio; esta selección debe a su vez, ser realizada con los objetivos planteados para realizar dicho estudio.
- El desarrollo matemático de las ecuaciones que gobiernan los procesos hidrodinámicos y de dispersión permite entender claramente los fundamentos teóricos sobre la forma en la que influyen los diferentes factores naturales en un sistema estuarino, en otras palabras, estas ecuaciones pueden ayudar a “sentir” dicho funcionamiento, pues se ha partido de conceptos básicos de hidrodinámica y de dispersión.
- Conocer las ecuaciones básicas que gobiernan a los estuarios permite adaptarlas a modelos matemáticos que simulen el funcionamiento hidrodinámico y de dispersión, mediante su respectiva adaptación a algún método numérico. La adaptación al

modelo numérico recibe especial atención ya que queda estrechamente ligado a la posibilidad de un programa de cómputo que realice una gran cantidad de cálculos en poco tiempo.

En la obtención de conclusiones, recibe especial atención el tercer capítulo en el que se ha realizado un estudio hidrodinámico y de dispersión de contaminantes a un caso real. El estudio se desarrolló mediante la aplicación de dos modelos matemáticos que emplean diferentes bases teóricas. Cada uno tiene sus ventajas y desventajas que lo llevan a la obtención de resultados con diferente nivel de detalle y de rapidez. El análisis detallado y en conjunto de los resultados obtenidos permite llegar a las siguientes conclusiones.

- El sistema en estudio, La Laguna de Tres Palos, tiene una gran importancia tanto por sus dimensiones como por su influencia a nivel regional. Cualquier modificación que pudiera sufrir incidiría directamente en su entorno ya sea de manera positiva o negativa. El Desarrollo Turístico Isla Acapulco - Papagayo es una obra de gran importancia para la laguna ya que significa mantenerla comunicada con el mar de manera permanente. Es por esto que resulta necesario el realizar un estudio en donde se pronostiquen los efectos que tendrá la apertura de la barrera litoral de manera permanente.
- Un estudio de este tipo es recomendable de realizar en dos etapas: una, en la que el grado de detalle permita obtener resultados más o menos rápidos que de alguna manera justifiquen o no una mayor inversión económica posterior y que den una idea *a priori* sobre las repercusiones que puede tener un proyecto en el sistema; y otra, en la que el grado de detalle permita establecer conclusiones más específicas que ayuden a tomar decisiones en cuanto a los proyectos ejecutivos de construcción, así como respuestas detalladas en materia de impacto ambiental.

En cuanto al caso particular tratado en el Capítulo III, se obtuvieron algunas conclusiones que son importantes de mencionar y que, para realizar una mejor comparación, respetaremos el orden en el que se realizó el análisis, es decir, primero lo referente a la hidrodinámica y después a la de dispersión y difusión.

- Las primeras diferencias que pueden establecerse comienzan en la recopilación de información. El modelo TRANQUAL tiene la capacidad de asimilar una cantidad de información más grande y con mucho mayor detalle que el modelo simplificado. Esto se traduce en dos cosas principalmente: primero, la preparación del modelo TRANQUAL es más lenta cuanto más detalle se busque o se necesite, mientras que el modelo simplificado es más rápidamente aplicable. Aún en el caso en el que la cantidad de información que se proporciona a TRANQUAL sea la mínima, ésta seguirá siendo mayor que la del modelo simplificado. Asimismo, la ejecución del modelo TRANQUAL requiere de más tiempo para la preparación de archivos de datos y para la ejecución del programa; y segundo, al considerar un mayor número de factores que influyen en el sistema, y un método numérico de estudio mucho más detallado, los resultados que se obtienen son mayores en cantidad y en confiabilidad.
- Un aspecto muy importante en la aplicación de modelos matemáticos tales como TRANQUAL es la calibración, ya que, al simular tiempos y situaciones reales, es necesario pasar por un proceso de ajuste y modificación en cierta magnitud para poder representar dichas condiciones fielmente. El éxito o fracaso de un modelo de este tipo, depende en gran parte de una correcta calibración.
- En la parte hidrodinámica, los resultados que son comparables son los que se refieren al prisma de marea y las velocidades en el canal de acceso. El prisma de marea calculado con el modelo simplificado fue de  $4.58 \times 10^6$  m<sup>3</sup> y de  $2.69 \times 10^6$  m<sup>3</sup> con el modelo TRANQUAL (en el micromodelo, el prisma de marea calculado fue de  $2.65 \times 10^6$  m<sup>3</sup>). Esto significa que el modelo simplificado proporcionó un prisma de marea mucho mayor al arrojado por TRANQUAL, sin embargo, como pudo apreciarse en el área de influencia de la onda de marea (Figura 3-4), ya era posible pronosticar que la marea no llegaría a perturbar de manera importante los niveles de la laguna y más aún, permitió también esperar que la zona de El Salado resentiría de manera importante el efecto de la apertura de la barrera litoral. Esto pudo comprobarse al emplear TRANQUAL, que demuestra que en todo momento la zona conocida como El Salado permanecería inundada y que las velocidades en el cuerpo principal de laguna no son muy grandes (alrededor de 0.10 m/s). Por otra parte, las velocidades que se desarrollan en el canal de acceso calculadas por el modelo simplificado permanecen

alrededor de los 0.80 m/s, mientras que en el caso de TRANQUAL las velocidades que se obtienen son de 0.68 m/s como máximo (con 0.64 m/s calculados por el micromodelo). En este caso, la diferencia entre las velocidades calculadas puede marcar una diferencia importante para determinar si el canal de acceso tiene la capacidad de autoconservarse, en cuyo caso, el modelo simplificado estaría más cerca de confirmar lo anterior; sin embargo, es necesario realizar al respecto un análisis más detallado para llegar a una conclusión. En cuanto a las condiciones de maniobras y desplazamientos para la navegación, la diferencia obtenida entre ambos modelos no es muy grande, y puede considerarse como aceptable, tal como se mencionó con anterioridad. Cabe mencionar además, que el modelo TRANQUAL proporciona velocidades en cada una de las celdas del modelo, es decir, en prácticamente en toda la zona en estudio, lo que da un grado de detalle muy alto.

- Se observa en el macromodelo un patrón de circulación que permitirá un correcto intercambio de agua entre El Salado y el resto del sistema, lo que contribuirá a sanear esta zona y a mantener niveles más estables que los que actualmente presenta.
- En lo que respecta a los resultados obtenidos en la parte de dispersión y difusión, se tienen dos aspectos, el del cambio en la salinidad en la laguna y el del derrame de algún contaminante en la zona de la marina. En cuanto al cambio de la salinidad, el modelo simplificado obtuvo como resultado que en la marina se tendría una concentración de salinidad que variaría entre 6 y 18 ppm, mientras que en la Laguna de Tres Pales se tendría una concentración de salinidad de entre 1.5 y 6 ppm (las concentraciones iniciales fueron de 6.0 en la marina y de 2.51 en la laguna). La conclusión de estos resultados es que en ambos casos la concentración de la salinidad aumentaría de manera significativa con variaciones considerables según la condición de flujo o reflujo. Es fácil apreciar que estos resultados no son muy confiables ya que el rango en el que fluctúan las concentraciones es muy amplio; incluso en el caso de las concentraciones en la laguna, no se ha considerado que la onda de marea no llegará a afectar todo el cuerpo de la laguna. En este caso resulta muy importante la aplicación de TRANQUAL. Por su parte, en cuanto a la concentración de la salinidad en la laguna, el modelo TRANQUAL calculó que la variación sería prácticamente nula, con excepción de la zona de El Salado en donde se llega a un rango de entre 6 y 11 ppm según la condición de flujo o reflujo (los valores iniciales en estas zonas fueron 2

ppm y 6 ppm, respectivamente). Por su parte, la concentración en la zona de la marina fluctuó entre 20 y 28 ppm (con valores iniciales de 17.15 ppm), también en función de la condición de flujo. En este caso también se obtienen rangos de salinidad en los que se encontrará la salinidad, sin embargo, la zona en la que afectarán estos rangos está bien delimitada. En el caso de la laguna, el modelo TRANQUAL calculó que no habrá variación en la concentración de la salinidad sino que esta variación se producirá en la zona de El Salado con rangos establecidos por la condición de flujo o reflujos. En la marina, puede decirse que los resultados proporcionados por el modelo TRANQUAL son más confiables pues, al encontrarse relativamente cerca del mar, las concentraciones de salinidad deben aumentar en relación a la condición inicial tal como se mostró en ambos casos, sólo que en el caso del modelo simplificado, los resultados indican que la mitad del tiempo se tienen concentraciones de 6 ppm, valor que es a todas luces bajo para un cuerpo situado a unos 600 m del mar.

- La segunda parte del modelo de dispersión y difusión consistió en la simulación del derrame accidental de un contaminante en la zona de la marina. En el caso de TRANQUAL, esta situación fue simulada con el modelo de detalle de la marina y sus canales interiores (micromodelo). La primera diferencia en esta simulación radica en que para el modelo simplificado fue necesario considerar que todo el sistema se encuentra lleno del contaminante, mientras que en el caso de TRANQUAL, fue posible simular que el derrame se realizaba exclusivamente en la zona de la marina y no en sus canales internos, de la misma manera que los resultados obtenidos con este último modelo permitían observar además, la influencia que se tenía en dichos canales internos. Los resultados que se obtienen al aplicar el modelo simplificado dicen que aproximadamente en 24 horas la concentración del contaminante llega al 10%, situación que, como se mencionó anteriormente, es satisfactoria pues se espera llegar a dicha concentración en un máximo de 72 horas. Por su parte, TRANQUAL muestra que la concentración promedio de 10% en la marina se alcanza aproximadamente en 70 horas, sin embargo, también muestra que el contaminante se desplaza hacia la zona de los canales internos en donde alcanza una concentración de hasta 34% en 24 días y disminuye a 10% en 84 horas más. Esta situación no puede ser detectada por el modelo simplificado, razón por la cual es importante aplicar algún modelo de detalle como TRANQUAL, para pronosticar estas situaciones. Este caso en particular debe ser

analizado por algún especialista para determinar si las concentraciones en los canales internos son perjudiciales o, dado que la máxima concentración de contaminante alcanzada es del 34%, puede aceptarse el funcionamiento hidrodinámico del sistema. Los resultados proporcionados por TRANQUAL (Figura 3.42) muestran a todas luces que el mayor problema se encuentra en los canales internos ya que el intercambio de agua en esta zona es muy lento.

- Dadas las condiciones de circulación e intercambio de masa en los canales internos observadas en el párrafo anterior, resulta completamente necesario simular el derrame de un contaminante en la zona de los canales internos. Es muy probable que, dada la situación observada con el derrame en la zona de la marina, los canales internos presenten problemas para desalojar rápidamente la masa de contaminante, por lo que será necesario el realizar cambios tales como la profundización de los canales o la modificación en planta del proyecto arquitectónico con la finalidad de mejorar la circulación e intercambio de masa en los canales.

## BIBLIOGRAFÍA

1. Ang Tang. Probability Concepts in Engineering Planning and Design. Ed. Wiley.
2. Ayres, Frank. Differential Equations. Serie Schaum's, 1952.
3. Bruun, Per. Port Engineering. Gulf Publishing Company. U.S.A. 1973.
4. Consultoría Yáñez-Taylor, S.A. de C.V. Estudio Preliminar de Ingeniería Costera, Hidrología e Hidráulica para el Desarrollo Turístico Isla Acapulco - Papagayo. México, D.F., 1995.
5. Consultoría Yáñez-Taylor, S.A. de C.V. Modelo Hidrodinámico del Desarrollo Turístico Isla Acapulco - Papagayo. México, D.F., 1996.
6. De La Paz López, Fernando. Estudios de Ingeniería Costera e Hidráulica para un desarrollo turístico en Acapulco, Gro, Tesis Profesional. México D.F., 1995.
7. Dyer, K.R.. Estuaries: A Physical Introduction. Ed. John Wiley & Sons. Great Britain, 1973.
8. Elder, J.W. The Dispersion of Marked Fluid in Turbulent Shear Flow. Journal of Fluid Mechanics, Vol. 5, 1959.
9. Estuaries. AAAS. Washington, 1967.
10. Fischer *et al*. Mixing in Inland and Coastal Waters. Academic Press, Inc. Florida, U.S.A., 1979.
11. Lam, Murthy, Simpson. Lecture Notes on Coastal and Estuarine Studies: 5) Effluent Transport and Diffusion Models for the Coastal Zone. New York, 1984. Ed. Springer-Verlag.

12. Le Méhauté, Bernard. An Introduction to Hydrodynamics and Water Waves. Springer-Verlag. New York, U.S.A., 1976.
13. Manual de Diseño de Obras Civiles, A.2.11 Hidráulica Fluvial. Comisión Federal de Electricidad. México, 1981.
14. Sotelo, Gilberto. Hidráulica General. Ed. Limusa. México, 1984.
15. Taylor, R.B., Dean, R.G. Numerical Modeling of Hydromechanics of Biscayne Bay/Card Sound System. Department of Coastal and Oceanographic Engineering, University of Florida, U.S.A., 1972.
16. Taylor, R. B., Fagenkopf, J.R. TRANQUAL - Two Dimensional Modeling of Transport Water Quality Processes. Proceedings Stormwater and Water Quality Management Modeling and SWMM Users Group Meeting. McMaster University. Ontario, Canada, 1981