

# UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

## FACULTAD DE CIENCIAS

# ESTUDIO DEL EFECTO HANLE EN SISTEMAS ATOMICOS

# TESISQUEPARAOBTENEREL TITULODE:FISICOPRESENTABRAULIOGUTIERREZMEDINA

DIRECTOR DE TESIS: DR. F. MATIAS MORENO YNTRIAGO

MEXICO, D. F.

JULIO 1997





Universidad Nacional Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

# DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



VNIVERIDAD NACIONAL AVPNMA DE MERICO

> M. en C. Virginia Abrín Batule Jefe de la División de Estudios Profesionales de la Facabad de Ciencias Presente

Comminicamos a used que hermos revisado el trabajo de Tesis: "Estudio del efecto Hanle en sistemas atómicos"

realizado por GUTIERREZ MEDINA BRAULIO

con mimero de cuenta 9002603-2 , pasante de la carrera de Física.

Dicho trabajo cuenta con nuestro voto aprobatorio.

Atentamente

Director de Tesis Water When Propietario DR. FERNANDO MATIAS MORENO YNTRIAGO deterio: ST DR. EUGENIO LEY KOO ieterie: DR. JOSE RUFINO DIAZ URIBE le nie enter M M. EN C. BEATRIZ ELIZABETH FUENTES MADARIAGA. Beat lente DRA. ROCID JAUREGUI RENAUD Specie Contrio Descriptional de Fisica DR. ROBERTO ALEJANDRO RUELAS MATO Coordinador de Licenciatura FACULTAD DE CUECHAS MPARTAMENIA A FISICA

# A mis padres

.

¿...

y el que fue de la Esfera bastante contrapeso, pesada menos, menos ponderosa su máquina juzgara, que la empresa de investigar a la Naturaleza?

> Sor Juana Inés de la Cruz Primero sueño

# Agradecimientos

En primer lugar, quiero expresar mi agradecimiento al Dr. Matías Moreno por todo lo que ha hecho para la realización de este trabajo. Desde el momento en que aceptó dirigir una tesis en un tiempo corto hasta los trámites de titulación siempre conté con su ayuda. Por otra parte, del trabajo con él aprendí mucho. La forma en que afronta las preguntas de física resultó para mí muy instructiva.

La otra persona que colaboró con nosotros en estos meses fué el Dr. Luis Orozco, de la Universidad Estatal de Nueva York en Stony Brook (SUNY). A él le agradezco el haber sugerido el tema de tesis, su colaboración y todas las atenciones que me dió cuando realicé una visita a su laboratorio.

Al comité revisor: Dr. Rufino Díaz, M. en C. Beatriz Fuentes, Dra. Rocío Jáuregui y Dr. Eugenio Ley Koo, les debo sus observaciones. Estas han sido de gran importancia para el buen término de la tesis.

La Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM) es para mí una oportunidad y una responsabilidad. A ella le agradezco el hacer posible mi navegación por la cultura. Me ha permitido la aventura de ir por pasajes extraños, increfibles e insospechados.

Existen muchas personas que quisiera mencionar. Razones de espacio no lo permiten. Sin embargo, es preciso agradecer a las siguientes instituciones. A la Fundación UNAM, por la beca que me fué concedida y que resultó ser un apoyo invaluable. A la Sociedad Mexicana de Física (SMF), la Academia Mexicana de Optica (AMO), la Academia de la Investigación Científica (AIC) y el Centro de Instrumentos de la UNAM (CIUNAM), por el financiamiento que hizo posible la visita a la SUNY, en el verano de 1996. Al Instituto de Física de la UNAM (IFUNAM) y al Laboratorio de Optica Aplicada del CIUNAM, en especial al Dr. Roberto Ortega Martínez, por permitirme el acceso al uso de sus instalaciones y equipo. A Voltran S.A. por la ayuda que me brindó en el último año de la carrera.

Finalmente, quisiera agradecer a las amigas y a los amigos su amistad y compañerismo. En especial a Ericka, de quien he aprendido mucho. Han sido parte definitiva durante estos cinco años.

# Resumen

La interacción electrodébil entre el electrón y el núcleo en un átomo hace posible la existencia de transiciones electromagnéticas prohibidas. Un experimento de este tipo se está llevando a cabo en la Universidad Estatal de Nueva York (SUNY) en Stony Brook, en donde se trabaja con un isótopo del francio (<sup>210</sup>Fr). Sin embargo, este elemento ha sido el alcalino menos estudiado por no tener algún isótopo estable. Los experimentos que se realizan actualmente constituyen estudios de espectroscopía. Estos deben tener la precisión suficiente para permitir la posterior medición de efectos débiles.

Los latidos cuánticos (y su análogo clásico, el efecto Hanle) consisten en la modulación de la fluorescencia emitida por un átomo en presencia de un campo magnético. La presencia del campo es inherente al experimento con francio ya que se utiliza una trampa magneto-óptica para el confinamiento de los átomos. Por lo tanto, los latidos siempre estarán presentes en mayor o menor medida. En este trabajo se presenta una revisión del efecto Hanle tanto en términos clásicos como en los cuánticos. Aquí se encuentran las bases que hacen posible una posterior aplicación. Esta consiste en determinar la influencia que los latidos cuánticos tienen en la medición de la vida media de un nivel excitado. El estado que se estudia es el 7p<sup>-2</sup>Pa<sub>1</sub>2 del francio. Con esto se pretende acotar la importancia del efecto en mediciones posteriores. El cálculo desarrollado supone condiciones rigurosas. De esta manera los resultados finales arrojan correcciones que indican que los latidos cuánticos

# Contenido

Agradecimientos Resumen vi				
1	Des	cripción clásica del efecto Hanle	1	
	1.1	Conceptos y definiciones	1	
		1.1.1 La radiación dipolar	1	
	•	1.1.2 Polarización de la luz	4	
		1.1.3 Energía v momento angular	8	
		1.1.4 La vida media de un estado excitado	9	
÷	1.2	El efecto Hanle	11	
2	Los	latidos cuánticos	19	
	2.1	Caso de dos niveles	19	
		2.1.1 Obtención de los resultados clásicos	24	
	2.2	Caso de N niveles Zeeman	27	
3	Elc	caso del francio	31	
	3.1	Estructura electrónica	31	
		3.1.1 Estructura hiperfina	31	
		3.1.2 Estructura Zeeman	36	
	3.2	Descripción general del <sup>210</sup> Fr	37	
	3.3	Lo que podemos decir del <sup>210</sup> Fr. La transición 7P3/2 - 7S1/2	40	
	3.4	Resultados	44	

.

-

#### Conclusiones

.

49

A	La radiación en la aproximación dipolar	51
в	El experimento con francio	55
Bi	Bibliografía	

.

# Introducción

Mediante experimentos a bajas energías se están estudiando efectos como la violación de paridad en las interacciones débiles. En la física atómica la no conservación de paridad permite la existencia de transiciones prohibidas; por ejemplo, entre niveles s. Estos estados no pueden ser conectados por medio de una transición electromagnética dipolar, ya que tienen la misma paridad. Uno de estos experimentos se está llevando a cabo en la Universidad Estatal de Nueva York (SUNY), en donde se trabaja con un isótopo del francio (<sup>210</sup>Fr). Como este elemento es el más pesado de su grupo, se espera que los efectos de paridad sean 18 veces más grandes que en el alcalino inmediato anterior, el cesio. El francio, sin embargo, ha sido el alcalino menos estudiado experimentalmente por no tener algún isótopo estable. Recientemente se la logrado su confinamiento por medio de una trampa magneto-óptica [SGG96]. Como parte de los experimentos que llevarán a una medición de violación de paridad en el Fr, se encuentran estudios de espectroscopía. Estos deben tener la precisión suficiente para permitir la medición de efectos débiles.

La motivación de este trabajo surge de este último punto. Los experimentos que involucran interacciones débiles en física atómica requieren un control muy estricto de todas las fuentes de error. Uno de estos elementos que inducen un error sistemático en los experimentos son los latidos cuánticos o modulación de la fluorescencia. Este efecto aparece debido a la presencia de un campo magificico en la región donde se concentran los átomos. Clásicamente, en un átomo excitado con luz, un electrón sigue un movimiento determinado por el vector eléctrico de la luz incidente. Si la luz es polarizada, el electrón sigue una trayectoria que es elíptica en general. Cuando hay un campo magnético la fuerza de Lorentz actúa sobre la partícula, obligándola a efectuar un movimiento de precesión. Este movimiento hace que cambie el estado de polarización de la radiación emitida. En la física clásica, esto

xi

es lo que se conoce como el efecto Hanle [Han24]. En la teoría cuántica, el efecto es consecuencia de la excitación coherente de dos estados cercanos. Al decaer a un estado final las amplitudes de transición interfieren, lo que da lugar a la modulación de la fluorescencia.

En los experimentos con francio el campo magnético actúa junto con seis haces polarizados de luz láser para formar la trampa. De esta forma, la presencia del campo magnético cs una condición inherente a cualquier experimento que se intente hacer con la muestra de Fr. Recientemente se ha medido la vida media del estado  $7p^2 P_{3/2}$  [WSO97]. La forma en que se realiza esta medición consiste en excitar los átomos y observar su fluorescencia en función del tiempo. La señal que resulta es un decaimiento casi exponencial, de donde se determina la vida media. Los latidos cuánticos alteran la exponencial decreciente pura con términos de interferencia. En algunos casos, el efecto modifica el valor de la vida media de manera muy importante. Sin embargo, en el experimento referido no fue posible su observación. Es por esta razón que una estimación teórica es necesaria. El objetivo de este trabajo es estimar el error que los latidos cuánticos introducen en el dato experimental reportado de la vida media del estado  $7p^{2}P_{3/2}$  del <sup>210</sup>Fr. Se espera que la determinación de esta posible fuente de error contribuya al control de los errores en el experimento con francio. Esto es importante en la medida en que un experimento de violación de paridad en física atómica requiere de una precisión menor a 1%.

La tesis comienza por una revisión a algunos conceptos de electromagnetismo en el capítulo 1. Se hace particular énfasis en las características de la radiación dipolar eléctrica. Con esto es posible entender el efecto Hanle y su importancia en la física atómica experimental. La descripción cuántica de los capítulos 2 y 3 es más general, en el sentido en que algunos aspectos como la estructura hiperfina son tomados en cuenta. En el capítulo 2 se consideran los casos de dos niveles que decaen a uno solo y de N subniveles Zceman decayendo a otros M subniveles Zceman. En el capítulo 3 estudiamos con un poco de detalle la estructura hiperfina, con la intención de entender mejor la estructura electrónica del Fr. La fórmula para la intensidad de la flucescencia que se desarrolla en la sección anterior es usada aquí. Se calcula el error en la vida media debido al efecto de los latidos cuánticos en el decaimiento ya mencionado. Finalmente, en las conclusiones hacemos una revisión de los resultados, sus implicaciones y posibles alternativas. Para completar el trabajo se incluyen dos apéndices. En el primero, se deduce la forma del campo eléctrico que producen fuentes armónicas en el tiempo. Esto se hace en la aproximación dipolar. En el segundo apéndice se hace una breve descripción del experimento con francio que se realiza en Stony Brook.

Cabe mencionar que la bibliografía existente sobre el efecto Hanle no es muy abundante pero existe. Una referencia que cubre el aspecto clásico (cualitativamente) y el cuántico (con la matriz de densidad) es el libro de Corney [Cor77]. En él se pueden encontrar otras referencias.

# Capítulo 1

# Descripción clásica del efecto Hanle

La modificación de las propiedades ópticas de un elemento en presencia de un campo externo ha sido objeto de interés desde el siglo pasado. Faraday ya había intuido y buscado algún efecto que un campo externo pudiera tener sobre la luz emitida por un elemento. En 1896 Zeeman descubre el efecto que lleva su nombre, al observar la separación de las líneas de emisión espectrales en presencia de un campo magnético. Una propiedad de interés para este trabajo la descubre Lord Rayleigh en 1922, cuando muestra que la radiación reemitida por vapor de mercurio está polarizada cuando la excitación óptica está también polarizada. Esta propiedad es alterada cuando se aplica un campo magnético externo, efecto que descubre W. Hanle, en 1924 [Han24]. El sistematizó estos experimentos trabajando com mercurio. El efecto Hanle posee características de particular interés en física atómica. Por medio de él es posible medir la vida media de un estado excitado. Esto puede ser comprendido en términos puramente clásicos como veremos de esta sección.

#### 1.1 Conceptos y definiciones

#### 1.1.1 La radiación dipolar

El desarrollo de la teoría clásica del efecto Hanle tiene sus bases en la física que era ya conocida a principios de siglo: la teoría electromagnética y la

teoría de los electrones de Lorentz. El electromagnetismo tiene su base en las ecuaciones de Maxwell (en el sistema cgs):

$$i) \nabla \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = 4\pi\rho(\mathbf{r}, t)$$

$$ii) \nabla \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = 0$$

$$iii) \nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{B}(\mathbf{r}, t)}{\partial t}$$

$$iv) \nabla \times \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \frac{4\pi}{c}\mathbf{j}(\mathbf{r}, t) + \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial t}.$$
(1.1)

En este trabajo no consideramos ningún caso en medios materiales, todo el desarrollo para la radiación será válido en el vacío. La dinámica de partículas puntuales está contenida en la expresión para la llamada fuerza de Lorentz

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + (\mathbf{v} \times \mathbf{B})/c). \tag{1.2}$$

Las ecuaciones de Maxwell relacionan las fuentes con los campos, por lo que si conocemos la distribución de cargas y corrientes podemos, en principio, conocer los campos. Una consecuencia de ellas es la ecuación que expresa la conservación de la carga, o ecuación de continuidad:

$$\nabla \cdot \mathbf{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0. \tag{1.3}$$

Con la forma general de tales ecuaciones es posible la introducción de dos potenciales auxiliares:

$$\mathbf{B} = \boldsymbol{\nabla} \times \mathbf{A} \tag{1.4}$$

$$\mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla \Phi \tag{1.5}$$

en términos de los cuales se describen los campos con expresiones más simples.

En esta sección trataremos el caso de las fuentes armónicas, es decir, fuentes con una distribución espacial determinada pero con una dependencia en el tiempo de forma senoidal. Con esta consideración, y resolviendo las ecuaciones anteriores, es posible encontrar los campos debidos a este movimiento de las cargas. Esto constituye el modelo clásico para la radiación debida a los átomos. Nos interesa conocer este tipo de radiación para la subsecuente discusión del efecto Hanle.

Para fuentes del tipo:

$$\rho(\mathbf{r},t) = \rho(\mathbf{r})e^{-i\omega t} \tag{1.6}$$

$$\mathbf{j}(\mathbf{r},t) = \mathbf{j}(\mathbf{r})e^{-i\omega t} \tag{1.7}$$

se encuentra que el potencial vectorial tiene la siguiente forma (apéndice A):

$$\mathbf{A}(\mathbf{r},t) = -\frac{i\omega}{rc} e^{i(kr-\omega t)} \mathbf{p}$$
(1.8)

válida en la aproximación dipolar eléctrica. El término dipolar de la distribución:

$$\mathbf{p} = \int \mathbf{r}' \rho(\mathbf{r}') dV' \tag{1.9}$$

es análogo al correspondiente desarrollo multipolar para el caso estático. En el modelo clásico de la emisión atómica, la luz que incide en un átomo induce un dipolo eléctrico. Esto es, un electrón es desplazado de su posición original y adquiere un movimiento armónico. Este dipolo es el responsable de la radiación que es emitida por el átomo. Posteriormente, la forma explícita que tenga p en su parte espacial será lo que determine las características de la luz emitida.

Una vez que tenemos el potencial A, el campo magnético lo obtenemos de la relación (1.4):

$$\mathbf{B}(\mathbf{r},t) = k^2 \frac{e^{i(kr-\omega t)}}{r} \left[ \frac{i}{kr^2} + \frac{1}{r} \right] (\mathbf{r} \times \mathbf{p})$$
(1.10)

Por la linealidad de las ecuaciones de Maxwell, todas las cantidades tienen la misma dependencia en el tiempo, por lo que fuera de la distribución,  $g_{\rm eff}^{\mu} = -i\omega E$ . Tomando esto en cuenta, la ecuación *iv*) de (1.1) queda así:

$$\nabla \times \mathbf{B} = (-i\omega/c)\mathbf{E} \tag{1.11}$$

de donde surge el campo eléctrico:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = k^2 \frac{e^{i(kr-\omega t)}}{r} \left[ (\hat{\mathbf{r}} \times \mathbf{p}) \times \hat{\mathbf{r}} + [3\hat{\mathbf{r}}(\hat{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{p}) - \mathbf{p}](\frac{1}{(kr)^2} - \frac{i}{kr}) \right]. \quad (1.12)$$

En las expresiones anteriores vemos que si el punto de observación está muy alejado de la fuente entonces podemos despreciar términos superiores a 1/r. Con esto las ecuaciones de los campos se simplifican al máximo:

$$\mathbf{B}(\mathbf{r},t) = k^2 \frac{e^{i(kr-\omega t)}}{r} \hat{\mathbf{r}} \times \mathbf{p}$$
  
$$\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = k^2 \frac{e^{i(kr-\omega t)}}{r} (\hat{\mathbf{r}} \times \mathbf{p}) \times \hat{\mathbf{r}}$$
(1.13)

que son expresiones válidas bajo las aproximaciones de la zona de radiación

$$r' \ll r y \lambda \ll r$$

y dipolar:

 $r' \ll \lambda$  (1.14)

es decir, el punto de observación se encuentra muy lejos de las fuentes. A su vez  $\lambda$  es mucho mayor que el tamaño de la distribución de cargas y corrientes.

Ahora queremos analizar las características de este tipo de radiación, como pueden ser su polarización o el momento angular que transporta. En presencia de un campo magnético estas propiedades se ven afectadas por lo que es necesaria su revisión.

#### 1.1.2 Polarización de la luz

**Polarización**. De acuerdo a la teoría electromagnética, la luz en el vacío se puede tratar como una onda cuyo plano de oscilación es perpendicular a la dirección de propagación. Esto es una onda transversal. La dirección de propagación está dada por el vector de onda, k. Supongamos que la dirección de propagación es en el eje Z. En un plano perpendicular a él podemos proyectar el vector eléctrico de la onda en dos direcciones ortogonales, i y j. En general, el vector eléctrico tiene componentes en ambas direcciones. Cuando estas componentes tienen una orientación al azar se dice que la luz no está polarizada. En cambio, si el vector cléctrico es tal que sus componentes ortogonales tienen una relación de fase bien definida, se tiene luz polarizada. Tomemos una expresión general para el campo, como la superposición de las componentes:

$$\mathbf{E}(z,t) = \mathbf{E}_x(z,t) + \mathbf{E}_y(z,t)$$

cada componente tiene la forma:

$$\mathbf{E}_{r}(z,t) = \mathbf{i} E_{0x} \cos\left(kz - \omega t\right)$$

У

$$\mathbf{E}_{\mathbf{y}}(z,t) = \mathbf{j} \mathbf{E}_{0\mathbf{y}} \cos\left(kz - \omega t + \xi\right).$$

En general la fase  $\xi \neq 0$ . Reescribamos lo anterior haciendo  $\xi' = \xi + \pi/2$ :

$$\mathbf{E}(z,t) = \mathbf{i} \mathbf{E}_{0z} \cos(kz - \omega t) + \mathbf{j} \mathbf{E}_{0y} \sin(kz - \omega t + \xi')$$
  
=  $\mathbf{i} \mathbf{E}_{0z} \cos(kz - \omega t) + \mathbf{j} \mathbf{E}_{0y} [\sin(kz - \omega t) \cos \xi' + \cos(kz - \omega t) \sin \xi']$  (1.15)

Cuando la fase  $\xi' = \pm n\pi$ , con *n* un número impar, cos  $\xi' = 0$ . Esto implica que ambas componentes tienen fases iguales. Lo que resulta es que el vector eléctrico describe una línea recta en sus oscilaciones, la pendiente de la recta es igual a  $(E_{0y}/E_{0x})\sin\xi'$ . Si en cambio,  $\xi' = \pm n\pi$ , con *n* entero incluso cero, se tiene que sin  $\xi' = 0$ . La curva que el vector eléctrico describe en este caso es una elipse cuyos ejes se encuentran en X y Y. En general, la punta del vector eléctrico recorre una elipse que está rotada respecto a dichos ejes [Ros53].

Si en la polarización elíptica hacemos las amplitudes iguales se tiene polarización circular. En este caso la punta del vector eléctrico describe un círculo. Observando la luz entrando a nuestros ojos, cuando el círculo se recorre en el sentido de las manecillas del reloj se tiene polarización circular derecha. Si lo hace en el sentido contrario será circular izquierda. A partir de lo anterior se sigue que la polarización lineal se puede escribir como la superposición de los estados izquierdo y derecho. Entonces, cualquier polarización puede ser descrita ya sea en términos de la base ortonormal cartesiana o bien en términos de la base que forman los estados izquierdo y derecho, junto con una polarización perpendicular a ellos. Esto es lo que aprovechamos en la subsecuente discusión de la polarización de la radiación dipolar.

La base esférica. Comenzaremos con la introducción de la base esférica, que resulta ser muy útil por representar en forma compacta los tres tipos de polarización que nos interesan. Posteriormente, esta base hará clara la relación de los elementos de matriz del operador dipolar eléctrico (p = -er) con las reglas de selección cuánticas y la polarización de la luz emitida en tales transiciones.

En la base rectangular ortonormal, la luz polarizada elípticamente que se propaga en el eje positivo  $\hat{\mathbf{k}}$  puede representarse de la siguiente forma:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = \mathcal{R}\mathbf{e}[(E_{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{i}} \pm iE_{\mathbf{y}}\hat{\mathbf{j}})e^{i(kz-\omega t)}] \\ = [\hat{\mathbf{i}}E_{\mathbf{x}}\cos\left(kz-\omega t\right) \pm \hat{\mathbf{j}}E_{\mathbf{y}}\sin\left(kz-\omega t\right)]$$
(1.16)

en donde  $\mathcal{R}$ e significa tomar la parte real y  $E_x$ ,  $E_y$  son cantidades reales. Para la luz que se propaga en la dirección  $+\hat{k}$ , observándola directamente entrando a nuestros ojos, el signo positivo en la ecuación anterior corresponde a un vector eléctrico que describe una elipse que gira en sentido contrario a las agujas del reloj. Si ocurre que  $E_x = E_y$  se tiene luz polarizada circularmente que se denomina izquierda (o derecha para el signo negativo). Los símbolos  $\sigma^+ y \sigma^-$  se utilizan para representar polarizaciones izquierda y derecha, respectivamente.

En términos de la siguiente base:

$$\hat{e}_{\pm 1} = \mp \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{i} \pm i \hat{j})$$
  
 $\hat{e}_0 = \hat{k}$  (1.17)

el vector de posición r queda descrito de una forma afín a los problemas de física atómica:

$$\mathbf{r} = x\mathbf{\hat{i}} + y\mathbf{\hat{j}} + z\mathbf{\hat{k}} = -\mathbf{\hat{e}}_{+} \frac{1}{\sqrt{2}} \sin\theta e^{-i\varphi} + \mathbf{\hat{e}}_{0} \cos\theta + \mathbf{\hat{e}}_{-} \frac{1}{\sqrt{2}} \sin\theta e^{i\varphi}$$
  
$$= r \left(\frac{4\pi}{3}\right)^{1/2} \left(-Y_{1}^{-1}(\theta,\varphi)\mathbf{\hat{e}}_{+} + Y_{1}^{0}(\theta,\varphi)\mathbf{\hat{e}}_{0} - Y_{1}^{1}(\theta,\varphi)\mathbf{\hat{e}}_{-}\right) \quad (1.18)$$

Los  $Y_1^m(\theta, \varphi)$  son los conocidos armónicos esféricos. Una consecuencia directa es la posibilidad de asociar luz circular izquierda (derecha) al vector  $\hat{e}_1$  ( $\hat{e}_-$ ), mientras que  $\hat{e}_0$  representa luz polarizada linealmente en el eje Z.

Con lo anterior, la determinación de la polarización de la luz radiada por el electrón en sus movimientos armónicos se obtiene de manera directa. Analicemos primero el caso en el que el movimiento de la carga es oscilatorio en el eje Z y veamos cuáles son las consecuencias. La parte espacial del dipolo inducido en el átomo es:

$$\mathbf{p} = p\hat{\mathbf{k}} \tag{1.19}$$

en donde  $p = -e \times$  (amplitud de oscilación)=  $-ez_0$ . En este trabajo denotaremos la carga del electrón así: -e, por lo que e > 0. Sustituyendo la forma del dipolo en la segunda ecuación de (1.13) y recordando la relación entre los vectores unitarios de las coordenadas esféricas y rectangulares:

$$\hat{\mathbf{i}} = \hat{\mathbf{r}}\sin\theta\cos\varphi + \hat{\boldsymbol{\theta}}\cos\theta\cos\varphi - \hat{\boldsymbol{\varphi}}\sin\varphi 
\hat{\mathbf{j}} = \hat{\mathbf{r}}\sin\theta\sin\varphi + \hat{\boldsymbol{\theta}}\cos\theta\sin\varphi + \hat{\boldsymbol{\varphi}}\cos\varphi 
\hat{\mathbf{k}} = \hat{\mathbf{r}}\cos\theta - \hat{\boldsymbol{\theta}}\sin\theta$$
(1.20)

obtenemos lo siguiente:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = -\frac{k^2 p}{r} \cos\left(kr - \omega t\right) \sin\theta \,\hat{\boldsymbol{\theta}} = -\frac{k^2 p}{r} \mathcal{R}e\left[e^{i(kr - \omega t)} \sin\theta \,\hat{\boldsymbol{\theta}}\right]. \quad (1.21)$$

La polarización de la luz está dada por  $\sin \theta \, \dot{\theta}$ . Si observamos desde algún punto en el plano XY encontraremos que la luz está polarizada linealmente en una dirección perpendicular al plano, mientras que puntos en el eje Z no reciben luz. Esta es una situación análoga a la de una antena lineal emisora. En cualquier punto del eje de la antena la señal emitida es nula.

Ahora veamos qué sucede cuando el electrón realiza movimientos circulares en el plano XY. Entendiendo que al final tomaremos en cuenta únicamente la parte real del campo eléctrico, representamos este movimiento así:

$$\mathbf{p} = p\hat{\mathbf{e}}_{\pm}$$
 (1.22)

Visto desde una posición en el eje positivo +Z el electrón se mueve en sentido contrario a las manecillas del reloj tomando el signo positivo y al revés para el negativo. Sustituyendo en la ecuación para el campo eléctrico (1.13) y utilizando (1.20) tenemos que

$$\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = \mp k^2 \frac{p}{\sqrt{2r}} \left[ \hat{\boldsymbol{\theta}} \cos \boldsymbol{\theta} \cos \left(kr - \omega t \pm \varphi\right) \mp \hat{\varphi} \sin \left(kr - \omega t \pm \varphi\right) \right] \\ = k^2 \frac{p}{r} \mathcal{R} e \left[ e^{i(kr - \omega t \pm \varphi)} \left\{ \frac{\mp 1}{\sqrt{2}} (\hat{\boldsymbol{\theta}} \pm i \hat{\varphi}) \right\} \right].$$
(1.23)

Si observanos desde el eje Z, entonces  $\varphi y \hat{\theta}$  coinciden con  $j \in i$ , con el signo superior tenemos un estado de polarización  $\sigma^- y$  para el inferior  $\sigma^+$ . De aquí se sigue el importante resultado: la polarización de la luz emitida sigue el patrón del movimiento electrónico.

En general, la polarización de la radiación dipolar depende del punto de observación, como se ve en las ecuaciones (1.21) y (1.23). Está determinada por la proyección del movimiento de la carga que produce el dipolo en un plano perpendicular a la dirección de observación.

#### 1.1.3 Energía y momento angular

Para finalizar la revisión a los conceptos de electromagnetismo vamos a ver cómo son la energía y la cantidad de momento angular que transporta el tipo de radiación que hemos estudiado. Este análisis se incluye por completez, si se pretende entrar en detalles se pueden consultar otras referencias [Cor77, Hei54].

En la teoría del electromagnetismo, el flujo de energía por unidad de tiempo está dado por el vector de Poynting. En particular, nos interesa su promedio:

$$\langle S \rangle = \frac{c}{8\pi} \mathcal{R}e(\mathbf{E} \times \mathbf{B}^*)$$
 (1.24)

en donde **B**<sup>•</sup> es el conjugado de **B**, que es complejo. **E** y **B** son las partes espaciales de los campos cuya variación temporal es  $e^{-i\omega t}$ . Tomando la expresión para el campo eléctrico (1.21), que es producido por un dipolo lineal en el eje Z, encontramos que

$$\langle S \rangle = \frac{c}{8\pi} \frac{k^4}{r^2} p^2 \sin^2 \theta \,\hat{\mathbf{r}} \tag{1.25}$$

mientras que para el campo producido por un dipolo circular (1.23) hay que cambiar únicamente  $\sin^2 \theta$  por  $1/2(1 + \cos^2 \theta)$  en la expresión anterior. La energía total por unidad de tiempo que es radiada por el oscilador se obteniene integrando sobre una esfera de radio r (distancia al punto de observación). Para los dos tipos de dipolo el resultado es:

$$\frac{dW}{dt} = \int \langle S \rangle \cdot \mathbf{\hat{r}} \, dS = \frac{c}{3} k^4 p^2 \tag{1.26}$$

Luego, la densidad de momento que transporta la radiación está dada por la relación

after standig afferenden andere andere andere andere der standen andere som en standen som en standen som etter

$$\mathbf{P} = \mathbf{U}/c = \langle \mathcal{S} \rangle/c^2. \tag{1.27}$$

Al incidir la luz en una esfera absorbedora perfecta de radio r, esta superficie recibirá una cantidad de momento angular por unidad de tiempo igual a:

$$\mathbf{L} = \frac{1}{c} \int dS \, \mathbf{r} \times \langle S \rangle \tag{1.28}$$

de forma que el momento angular emitido por unidad de tiempo resulta de integrar sobre toda la esfera. Pero, de la ecuación anterior y de (1.25)se concluye que el momento angular que transportan los campos en estas aproximaciones es cero.

Para obtener una contribución no nula al momento angular se considera una combinación de el campo eléctrico en la zona intermedia  $(r \approx \lambda)$  con el campo magnético en la zona de radiación  $(\lambda \ll r)$ . El desarrollo de este procedimiento puede verse en el libro de Corney, capítulo 2. El resultado es que la proyección del momento angular a lo largo del eje Z es igual a:

$$L_{i} = \pm \frac{k^{3}p^{2}}{3}$$

para polarización circular izquierda y derecha, correspondientes a los signos positivo y negativo, respectivamente. El cociente de esta proyección a la energía total por unidad de tiempo (1.26) arroja el resultado

$$\frac{L_z}{U} = \pm \frac{1}{\omega} = \pm \frac{\hbar}{\hbar\omega} \tag{1.29}$$

Es posible asociar una proyección de momento angular sobre el eje Z de  $+\hbar$  para un estado con polarización  $\sigma^+$  y  $-\hbar$  para un  $\sigma^-$ .

#### 1.1.4 La vida media de un estado excitado

En el modelo clásico de Lorentz el electrón se encuentra ligado al núcleo por medio de resortes de igual constante elástica, si el medio es homogéneo e isotrópico. Cuando el átomo es excitado de alguna forma, digamos por luz, la carga elemental realiza movimientos de acuerdo a estas excitaciones. Entonces, como ya vimos en la sección anterior, el átomo radía de acuerdo a un patrón bien definido. Por otra parte, se observa que aún después de haber cesado la excitación, el átomo sigue emitiendo (fluoresceucia). Esto implica una pérdida constante de energía. Al cabo de un determinado número de oscilaciones el electrón vuelve a su estado de reposo respecto al núcleo, y el átomo ya no radía. Es decir, el estado de excitación del electrón tiene una duración finita o vida media (del orden de nanosegundos).

Para ver esto, consideremos la ecuación (1.26). Ella representa la potencia radiada por el dipolo o la energía total por unidad de tiempo que pierde el oscilador. Recordemos que la amplitud del dipolo es  $p = -ez_0$ , por lo que la energía total asociada a este oscilador simple es  $W = (1/2)m\omega^2 z_0^2$ . La fracción de energía perdida en una oscilación es igual a

fracción de energía/ciclo = 
$$\frac{dW}{dt}\frac{1}{W\nu} = -\frac{4\pi}{3}\frac{\hbar\omega}{m_ec^2}\alpha$$
 (1.30)

en donde  $m_e$  es la masa del electrón y  $\sigma$  la constante de estructura fina. Esta ecuación no es (hasta aliora) cuántica y sólo se ha introducido la constante de Planck para hacer evidentes las unidades. El valor del cociente es muy pequeño debido a que la energía asociada a la masa en reposo del electrón es muy grande en comparación a la energía de un fotón de luz visible. Esto justifica el tomar (1.30) como una relación diferencial que, vista aliora de esta forma, es la ecuación diferencial de un decaimiento exponencial. Su solución es:

$$W(t) = W(0)e^{-\Gamma t}$$
(1.31)

en donde

$$\Gamma = \frac{2}{3} \frac{\hbar \omega^2}{m_e c^2} \alpha$$

La vida media  $\tau$  de un estado se define como el tiempo promedio que permanece un átomo en ese estado inicial antes de efectuar una transición. Si  $W(t) = W(0)e^{-\Gamma t}$ , el tiempo promedio es:

$$\tau = \frac{\int_{0}^{\infty} tV(t)dt}{\int_{0}^{\infty} W(t)dt} = \frac{\int_{0}^{\infty} tV(0)e^{-\Gamma t}dt}{\int_{0}^{\infty} W(0)e^{-\Gamma t}dt} = -\frac{d}{dt} \left[ ln \int_{0}^{\infty} tW(0)e^{-\Gamma t}dt \right] = 1/\Gamma$$
(1.32)

La expresión puramente clásica para la vida media de un estado excitado resulta ser:

$$\tau = 1/\Gamma = \frac{3}{2} \frac{m_e c^2}{\hbar \omega^2 \alpha}.$$
 (1.33)

que depende únicamente de la frecuencia de oscilación de la carga.

### 1.2 El efecto Hanle

#### Aplicación a la medición de la vida media de estados excitados

El electromagnetismo que revisanos en párrafos anteriores nos proporcionará las claves para conocer el efecto Hanle. Como ya hemos dicho este efecto de polariza la luz emitida por la presencia de un campo magnético externo. Esta condición nos hace pensar en el efecto Zeenan. Estos dos efectos guardan una relación muy estrecha entre sí, pues las explicaciones clásicas se basan exactamente en lo mismo.

Clásicamente, el electrón en el átomo está sometido a una fuerza elástica del tipo de un resorte. Con esta idea en mente, podemos escribir las ecuaciones de movimiento del electrón respecto a su posición de equilibrio, en presencia de un campo magnético  $\mathbf{B} = B\hat{\mathbf{k}}$ :

$$m\ddot{x} = -m\omega_0^2 x + \frac{eB}{c}\dot{y}$$
  

$$m\ddot{y} = -m\omega_0^2 y - \frac{eB}{c}\dot{x}$$
  

$$m\ddot{z} = -m\omega_0^2 z \qquad (1.34)$$

en donde el punto arriba de la variable significa derivada respecto al tiempo. Haciendo u = x + iy y v = x - iy encontramos que la solución general de estas ecuaciones está dada por:

$$u = \left[ C_1 \exp\left(i\sqrt{\omega_0^2 + \omega_L^2}t\right) + C_2 \exp\left(-i\sqrt{\omega_0^2 + \omega_L^2}t\right) \right] e^{-i\omega_L t}$$
  

$$v = \left[ C_3 \exp\left(i\sqrt{\omega_0^2 + \omega_L^2}t\right) + C_4 \exp\left(-i\sqrt{\omega_0^2 + \omega_L^2}t\right) \right] e^{i\omega_L t}$$
  

$$z = C_5 e^{i\omega_0 t} + C_6 e^{-i\omega_0 t}$$
(1.35)

en donde los coeficientes de las exponenciales son constantes determinadas por las condiciones iniciales. La aparición de la llamada frecuencia de Larmor

$$\omega_L = \frac{eB}{2mc} \tag{1.36}$$

es consecuencia del teorema de Larmor de la mecánica clásica [Hau69]. Este teorema se aplica al movimiento de una partícula cargada bajo la influencia de una fuerza central. El efecto de un campo magnético externo pequeño  $\mathbf{B} = B\hat{\mathbf{k}}$  es el de agregar un movimiento de precesión con una frecuencia  $-\omega_L \hat{\mathbf{k}}$ , superpuesto al movimiento original sin el campo. Que el campo sea pequeño se entiende comparando  $\omega_L$  con la frecuencia que caracteriza al sistema. Si en nuestro ejemplo  $\omega_L \ll \omega_0$  la condición de Larmor se satisface y es posible tener las siguientes frecuencias de oscilación:

$$\omega = \omega_0, \quad \omega = \omega_0 \pm \omega_L \quad (1.37)$$

como soluciones a nuestro problema. Son estas frecuencias las que interpreta Lorentz como las causantes del desdoblamiento de una línea en tres igualmente espaciadas (efecto Zeeman normal).

Ahora bien, de las expresiones relativas al cfecto Zeeman se siguen las del efecto compañero. El arreglo experimental de la figura 1 será la guía en el análisis que sigue.



Figura 1: Aparato experimental para estudiar el efecto Hanle.

Si excitamos el átomo de mercurio de Hanle con luz linealmente polarizada en el eje X, tendremos un dipolo eléctrico inducido que comenzará a efectuar su danza sistemática en forma senoidal en tal eje. Las posiciones iniciales podemos establecerlas así:  $x_0 = y_0 = z_0 = 0$  y las velocidades:  $\dot{y}_0 = \dot{z}_0 =$ 0,  $\dot{x}_0 = v_{x_0}$ . El conjunto de ecuaciones que cumple lo anterior es:

$$\begin{aligned} x(t) &= \frac{v_{z0}}{\omega_0} \sin(\omega_0 t) \cos(\omega_L t) \\ y(t) &= -\frac{v_{z0}}{\omega_0} \sin(\omega_0 t) \sin(\omega_L t) \\ z(t) &= 0 \end{aligned}$$
(1.38)

cuya gráfica (figura 2a) ilustra el teorema de Larmor. Esta figura muestra el movimiento de la carga vista desde el eje Z positivo. Ya que la polarización de la luz emitida sigue esencialmente el movimiento electrónico, se concluye que la luz se depolariza. Para un dipolo lineal la presencia del campo magnético hace que tengamos una especie de faro dando vueltas. La radiación emitida estará modulada para un observador que está fijo en el sistema en el cual el dipolo está precesando. En esto consiste el efecto Hanle.

Por otro lado, como el átomo se encuentra radiando, eventualmente el electrón cesará su movimiento. El conjunto de ecuaciones que describen la trayectoria decreciente es:

$$\begin{aligned} x(t) &= \frac{v_{x0}e^{-\Gamma t}}{\omega_0}\sin(\omega_0 t)\cos(\omega_L t) \\ y(t) &= -\frac{v_{x0}e^{-\Gamma t}}{\omega_0}\sin(\omega_0 t)\sin(\omega_L t) \\ z(t) &= 0 \end{aligned}$$
(1.39)

que están justificadas por la discusión previa acerca de la vida media y la ecuación (1.31).

Antes de proseguir el análisis cabe hacer una pausa para saber bajo que condiciones es aplicable. Ya hemos mencionado una condición relacionada con la validez del teorema de Larmor:

$$\omega_L \ll \omega_0. \tag{1.40}$$



Figura 2. a) Trayectoria de una partícula cargada que oscila en presencia de un campo magnético uniforme (ecuación (1.38)). La frecuencia de precesión es trece veces menor que la de oscilación original. b) Trayectoria de la partícula considerando la pérdida de energía por radiación (ecuación (1.39)). En esta gráfica hay tres frecuencias involucradas: la de oscilación inicial, la de Larmor y la asociada a la duración del movimiento.

En el análisis cuántico el efecto Hanle, y el Zeeman, surgen de la interacción de un campo magnético con un imán, es decir, con un momento dipolar magnético. La energía de interacción está dada por  $H = -\mu \cdot \mathbf{B}$ . El momento magnético dipolar puede expresarse proporcional al momento angular total del electrón y al magnetón de Bohr. La constante de proporcionalidad es el llamado factor g o de Landé, el cual depende de números cuánticos que caracterizan el momento angular del estado. Es por esta razón que a la cantidad

$$\omega_L = \frac{eB}{2mc}g_J \tag{1.41}$$

le llamaremos la frecuencia de Larmor del problema. El factor g expresa la relación entre el momento magnético y el momento angular de un sistema conservativo. A la cantidad  $(e/2mc)g_J$  se le conoce como la relación giromagnética o magnetomecánica orbital para el electrón.

Veamos ahora cómo es el patrón de la radiación emitida. Esto lo podemos conocer directamente, dado que el momento dipolar eléctrico es  $\mathbf{p} = -e\mathbf{r}$ . El vector eléctrico se obtiene de la segunda de las ecuaciones (1.13) y de (1.38):

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \frac{E_0}{r} e^{i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega_0 t + \mathbf{r}/2)} [\hat{\boldsymbol{\theta}} \cos \boldsymbol{\theta} (\cos \omega_L \cos \varphi - \sin \omega_L \sin \varphi) \\ -\hat{\varphi} (\cos \omega_L \sin \varphi + \sin \omega_L \cos \varphi)]$$
(1.42)

en donde  $E_0 = -k^2 e v_{s0}/\omega_0$ . En el punto de observación (eje Z positivo)  $\hat{\varphi}$  y  $\hat{\theta}$  coinciden con j e i, respectivamente. En este eje, el campo eléctrico queda descrito por:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = \frac{E_0}{r} e^{i(kr-\omega_0 t + \pi/2)} [\hat{\mathbf{i}}\cos\left(\omega_L t\right) - \hat{\mathbf{j}}\sin\left(\omega_L t\right)]. \tag{1.43}$$

Efectivamente, se observa que ahora la polarización cambia en el tiempo. Esta propiedad es la característica del efecto Hanle. A continuación se describe una aplicación del efecto en la física atómica.

Con el objeto de analizar la luz emitida se coloca un polarizador cuyo eje de transmisión hace un ángulo  $\beta$  con el eje positivo X (figura 1). De esta manera el campo eléctrico que pasa a través del polarizador tiene la forma:

$$\mathbf{E}(r,t) = \frac{E_0}{r} e^{i(kr-\omega_0 t + \pi/2)} \left[ \hat{\mathbf{i}} \cos\beta - \hat{\mathbf{j}} \sin\beta \right] \cos\left(\omega_L t + \beta\right)$$
(1.44)

Como lo que detectamos es una intensidad (magnitud del vector de Poynting), el promedio lo obtenemos proporcional al producto punto del campo (eléctrico o magnético) con su conjugado. El resultado es:

$$I = \langle S \rangle = \left(\frac{E_0}{r}\right)^2 \frac{c}{4\pi} \cos^2\left(\omega_L t + \beta\right) \tag{1.45}$$

Hasta ahora no hemos tomado en cuenta el proceso de decaimiento del estado excitado. La ecuación (1.31) nos permite entonces esperar una intensidad de acuerdo a

$$I(B, t, \beta) = I(0)e^{-\Gamma(t-t_0)}\cos^2(\omega_L(t-t_0) + \beta)$$
(1.46)

que depende del campo magnético, del tiempo y de la posición del eje del polarizador. Hemos supuesto, además, que ha sido al instante  $t = t_0$  que el electrón recibió el impulso de excitación.

De acuerdo a lo anterior a nuestro detector llegaría una señal de la forma (1.46), siempre y cuando hayanos excitado al átomo con un solo pulso a  $t = t_0$ . En los experimentos usuales se tiene una fuente continua que excita la muestra a una tasa constante R. De esta manera, el detector recibe información de decaimientos debidos a excitaciones anteriores al tiempo de observación t. Lo que el detector mide es la contribución de "pulsos continuos" a diferentes  $t_0$  que actúan, dados los tiempos involucrados, desde  $t_0 = -\infty$ . Así pues, la señal en el detector es

$$I(B,\beta) = RI(0) \int_{-\infty}^{t} e^{-\Gamma(t-t_0)} \cos^2(\omega_L(t-t_0) + \beta) dt_0$$
(1.47)

Si sustituimos  $\cos^2 \Omega$  por  $(\cos 2\Omega + 1)/2$  al final la integral más complicada se reduce a evaluar algo de la forma  $\int e^{-\alpha t} \cos bt dt = \mathcal{R}e \int e^{-\alpha t}e^{ibt} dt$ , que resulta más fácil. El resultado es:

$$I(\boldsymbol{B},\boldsymbol{\beta}) = \frac{RI(0)}{2} \left[ \frac{1}{\Gamma} + \frac{\Gamma\cos\left(2\beta\right)}{4\omega_{L}^{2} + \Gamma^{2}} - \frac{2\omega_{L}\sin\left(2\beta\right)}{4\omega_{L}^{2} + \Gamma^{2}} \right]$$
(1.48)

Cuando el polarizador se encuentra alineado con el eje X tenemos que  $\beta = 0$ . En una característica de la señal resultante radica parte del interés del efecto Hanle en la física atómica. Haciendo  $\beta = 0$  en la ecuación (1.48) obtenemos que:

$$I(B,0) = \frac{RI(0)}{2} \left[ \frac{1}{\Gamma} + \frac{\Gamma}{4\omega_L^2 + \Gamma^2} \right]$$
(1.49)

la intensidad recorre un perfil que se ilustra en la figura 3.



Figura 3: Perfil de la intensidad luminosa en función del campo magnético B. El eje del polarizador en la posición 3 de la Figura 1 está alineado con el eje X. La gráfica corresponde al nivel  $7s7p^3P_{3/2}$ del Hg. La vida media es de 100 nseg. El factor g es igual a 1.486. Ejemplo tomado de la referencia [Cor77]

La curva tiene una variación entre  $RI(0)/\Gamma y RI(0)/2\Gamma$ . Alcanza la mitad de su máximo para valores del campo iguales a:

$$\pm 2\omega_L^{(1/2)} = \pm 2g_F \mu_0 / \hbar B_{1/2} = \Gamma \tag{1.50}$$

El ancho efectivo a la mitad de la señal,  $\Delta B = B_{1/2} - (-B_{1/2})$ , nos proporciona información experimental acerca de la vida media del estado excitado:

$$g_F \mu_0 \frac{\Delta B}{\hbar} = \Gamma. \tag{1.51}$$

suponiendo que conocemos el factor g. Si con algún otro método es posible obtener  $\Gamma$  entonces también es posible medir el factor de Landé del estado.

El efecto Hanle es muy útil en espectroscopía ya que permite medir la vida media de un estado. Sin embargo, su análogo cuántico presenta ciertas características que (paradójicamente) interfieren en la medición de la vida media del estado por algún otro método. La determinación de estas propiedades constituyen el tema del siguiente capítulo.

# Capítulo 2

# Los latidos cuánticos

Dentro del campo de la espectroscopía se presenta un fenómeno de interferencia bastante peculiar, ya que un solo átomo es capaz de producirlo. Consideremos dos estados atómicos excitados, cuyos niveles de energía se encuentran muy cercanos, que decaen a un mismo estado final. Cuando son excitados de tal forma que adquieren una propiedad de coherencia (con un pulso de luz, por ejemplo), sus amplitudes de decaimiento interfieren. Así, forman un patrón completamente similar al del experimento de Young. Esto se conoce como latidos cuánticos y es básicamente el efecto Hanle si los estados exitados son estados Zeeman. (latidos Zeeman). Sin embargo, estos latidos cuánticos se pueden presentar aún sin campos magnéticos externos, puesto que la estructura hiperfina en algunos casos tiene intervalos de energía del mismo orden que los estados Zeeman.

En esta sección se desarrollan los conceptos relativos a la generación de latidos cuánticos para el casos de dos niveles. Después, generalizamos el estudio incluyendo N subniveles Zeeman decayendo a otros M subniveles con similar estructura.

#### 2.1 Caso de dos niveles

Aunque un tratamiento más completo exige la introducción de la matriz de densidad [SHG78a, SHG78b], es posible hacer un cálculo relativamente sencillo suponiendo ciertas simplificaciones. En primer lugar, vamos a considerar dos estados excitados estacionarios, no necesariamente Zeeman, representados por

$$|J_i M_1\rangle |\mathbf{y}| |J_i M_2\rangle \tag{2.1}$$

que decaen a un mismo estado final:

$$|J_f M_f\rangle$$
 (2.2)

Los números de momento angular total y su proyección a lo largo del eje Z están representados por J y M, respectivamente, y son tales que cumplen con las reglas de selección usuales (en particular (2.17)). Para la existencia de interferencia, son necesarias ciertas restricciones al proceso de excitación ya que los estados deben ser excitados de manera colerente. Esto implica que el pulso de la fuente debe ser de muy corto tiempo en comparación con el ancho de línea de  $|J, M_1\rangle$  y  $|J, M_2\rangle$ . Lo que esto quiere decir es que el ancho espectral de la luz incidente ( $\Delta \omega_{pulso}$ ) permite abarcar anbos estados cuya diferencia de energía es  $\Delta \omega$ . De esta forma es posible alcanzar poblaciones con propiedades de coherencia. La primera condición es entonces:

$$\Delta \omega \leq \Delta \omega_{pulso}$$
. (2.3)

Por otro lado, para que el proceso de excitación esté completamente separado del proceso de decaimiento es necesario que la duración del pulso sea mucho menor que la vida media de los estados excitados considerados. Esta restricción impone:

$$\Delta t_{pulso} \ll 1/\Gamma_k \tag{2.4}$$

Finalmente, si la frecuencia de la luz incidente es  $\omega_0$ , en presencia de un campo magnético la condición de Larmor:  $\omega_L \ll \omega_0$  se debe cumplir. Cabe notar que fueron precisamente estas las suposiciones en el desarrollo del capítulo anterior.

Supongamos que al instante t = 0 el sistema es excitado por un pulso prácticamente instantáneo. Entonces, a t = 0 el sistema se encuentra en la siguiente superposición:

$$|J_i M'\rangle(0) = c_1 |J_i M_1\rangle(0) + c_2 |J_i M_2\rangle(0).$$
(2.5)

Los coeficientes  $c_k$  contienen lo información de las poblaciones relativas en los estados. La evolución en el tiempo de esta función de onda está dada por la ecuación de Schrödinger:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(t)}{\partial t} = \hat{H}\Psi(t)$$
 (2.6)

que tiene como solución:

$$\Psi(t) = \exp\left(-i\frac{\hat{H}}{\hbar}t\right)\Psi(0). \tag{2.7}$$

La exponencial actúa como operador sobre la función de onda en el sentido de su desarrollo en serie de Taylor. Superpuesta a esta solución se encuentra el decaimiento del estado por emisión espontánea. Denotemos como  $E_k$  y  $\Gamma_k$ la energía y la vida media del nivel k respectivamente, de este modo  $E_f$  es la energía del estado final del decaimiento. Como las soluciones estacionarias son eigenfunciones del hamiltoniano atómico original, se tiene que:

$$|J_i M_i\rangle(t) = \sum_{k=1,2} c_k \exp\left[-i\left(\frac{E_k}{\hbar} - i\Gamma_k\right)t\right] |J_i M_k\rangle$$
(2.8)

Esta es una expresión efectiva, en la que hemos incluido la vida media finita del estado debido a emisión espontánea. En la teoría de perturbaciones dependiente del tiempo, la función de onda del problema se desarrolla en función de una base completa formada por los eigenestados del hamiltoniano no perturbado:

$$\Psi(t) = \sum_{k} A_k(t) \varphi_k^{(0)}$$
(2.9)

en donde el conjunto  $\{\varphi_k^{(0)}\}$  forma la base completa original. Los coeficientes  $A_k(t)$  se encuentran dados por:

$$A_k(t) = \frac{1}{i\hbar} \int_0^t dt' \, e^{i(E_k^0 - E_m^0)t'/\hbar} \langle \varphi_k^{(0)} \mid V \mid \varphi_m^{(0)} \rangle \tag{2.10}$$

La probabilidad de que a un tiempo t el electrón se encuentre en  $\varphi_n$  es, de acuerdo al postulado de desarrollo, proporcional al cuadrado de la norma del coeficiente  $A_n(t)$ :

$$P_n(t) = |\langle \varphi_n \mid \Psi(t) \rangle|^2 = |A_n(t)|^2$$
(2.11)

En este esquema V es el potencial perturbativo. Para el caso de la radiación, se encuentra que, en la aproximación dipolar, el elemento de matriz importante en el desarrollo es igual a:

$$\langle \varphi_k^{(0)} \mid \hat{\boldsymbol{\varepsilon}} \cdot \mathbf{r} \mid \varphi_m^{(0)} \rangle$$
 (2.12)

con *è* el vector de polarización de la luz emitida. La intensidad de la luz que emite el átomo es proporcional a la norma al cuadrado del elemento de matriz anterior:

$$I(t) = C |\langle J_f M_f | \hat{\boldsymbol{\varepsilon}} \cdot \mathbf{r} | J_i M_i \rangle|^2$$
(2.13)

Sustituyendo en esta ecuación el desarrollo para el nivel excitado (2.8), obtenemos la intensidad con el término de interferencia:

$$I(t) = Ce^{-\Gamma t} [|c_1|^2 |a|^2 + |c_2|^2 |b|^2 + +2 |c_1| |c_2| |a| |b| \cos (\Delta \theta + \Delta \vartheta - \omega_{12} t)]$$
(2.14)

en donde

-

$$a = \langle J_f M_f | \hat{\boldsymbol{\varepsilon}} \cdot \mathbf{r} | J' M_1 \rangle = |a| e^{i\theta_*}$$

$$b = \langle J_f M_f | \hat{\boldsymbol{\varepsilon}} \cdot \mathbf{r} | J' M_2 \rangle = |b| e^{i\theta_*}$$

$$c_k = |c_k| e^{i\theta_*}$$

$$\omega_{12} = (E_1 - E_2)/\hbar$$

$$\Delta\theta = \theta_n - \theta_b$$

$$\Delta\vartheta = \vartheta_1 - \vartheta_2$$
(2.15)

En general los elementos de matriz son números complejos, por lo que poseen una determinada fase. Lo mismo se puede decir para las amplitudes de probabilidad  $c_k$ . Sin embargo, como la propiedad de coherencia entre los estados implica una relación de fase bien definida entre ellos, podemos tomar  $\Delta \theta \ y \ \Delta \vartheta$  como constantes. La intensidad en un detector que colecte la fluorescencia mostrará entonces un patrón de interferencia. Este se superpone al decaimiento exponencial que sigue al pulso de excitación (figura 4).

Hemos dicho que el átomo es preparado en una cierta combinación de estados. La forma precisa en que esto sucede depende de la forma en como se ha hecho la excitación, en particular, de la polarización de la radiación.



Figura 4. Efecto de interferencia debido a la superposición coherente de la luz emitida por dos niveles excitados cercanos. La fluorescencia radiada por el átomo después de ser excitado se ve ahora modulada. La gráfica corresponde a la ecuación (2.14), con una frecuencia de latido ( $\omega_{12}$ ) del orden de 2 $\Gamma$ .
La luz linealmente polarizada está compuesta por una combinación de polarizaciones circular izquierda y derecha. Las transiciones en las que intervienen estos estados de polarización son tales que la proyección del momento angular total a lo largo del eje Z se conserva. De esta manera un fotón izquierdo promoverá la transición a un estado superior en donde el número M cambie a M + 1, ya que un estado  $\sigma^+$  tiene proyección de momento angular de +1. Asimismo, un estado derecho promoverá la transición tal que  $M \to M - 1$ . Esto puede verse al considerar el elemento de matriz dipolar eléctrico, que conecta un estado inicial  $|\kappa_j J, M_j\rangle$ ; con uno final  $|\kappa_f J_f M_j\rangle$ :

$$\hat{\boldsymbol{\varepsilon}} \cdot \langle \kappa_f J_f M_f | \mathbf{r} | \kappa_i J_i M_i \rangle = \\ = r \left(\frac{4\pi}{3}\right)^{1/2} \hat{\boldsymbol{\varepsilon}} \cdot \langle \kappa_f J_f M_f | - \sum_{i=1}^{i-1} (\theta, \varphi) \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_+ + Y_1^0(\theta, \varphi) \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_0 \\ + Y_1^1(\theta, \varphi) \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_- | \kappa_i J_i M_i \rangle$$
(2.16)

en donde hemos utilizado la representación del vector de posición en la base esférica (1.18). Los números cuánticos restantes que caracterizan a los estados están representados por  $\kappa$ . Recordemos también que los vectores base  $\hat{e}_+$ y  $\hat{e}_-$  describen luz circular derecha e izquierda, cuya representación es  $\sigma^+$  y  $\sigma^-$ , respectivamente. La expresión previa contiene además la siguiente regla de selección:

$$\Delta M = M_i - M_f = -1, 0, 1 \tag{2.17}$$

condición que rige los procesos de radiación dipolar eléctrica.

#### 2.1.1 Obtención de los resultados clásicos

Vamos ahora a retomar el ejemplo que usamos en el capítulo anterior, cuyo arregio experimental se nuestra en la figura 1. En este experimento teníamos un átomo que era excitado por un pulso de luz polarizada en el eje X, en presencia de un campo magnético dirigido a lo largo del eje Z. En este eje era colocado un analizador cuyo eje de transmisión es paralelo al eje X, y detrás de él había un detector. Suponemos que la luz incidente excita al sistema a un estado que es combinación lineal de dos estados originados por efecto Zeeman con una diferencia de energías igual a  $2\hbar\omega_L$ . Debido a emisión espontánea esta combinación decae a un estado final, proceso en el cual se produce la interferencia (figura 5). De acuerdo a esta imagen simplificada, es posible aplicar el análisis de la sección anterior, con información explícita de las condiciones de excitación y detección.



Figura 5: Interferencia en el decaimiento coherente de dos subniveles Zeeman. Este modelo se utiliza para obtener los resultados del capítulo anterior.

Cuando iluminamos el sistema con luz polarizada en el eje X o Y, el estado excitado puede ser descrito como la combinación (2.8), esta vez con números cuánticos bien definidos. Denotemos como  $|\kappa_i J_i M_i\rangle_x$  al estado excitado por polarización lincal en el eje X, y como  $|\kappa_i J_i M_i\rangle_y$  al promovido por polarización en el eje Y. El desarrollo de estos estados (2.8) será de la siguiente forma:

$$|\kappa_{i} J_{i} M_{i}\rangle_{\pi} = \frac{1}{\sqrt{2}} [-c_{M+1} | M+1\rangle + c_{M-1} | M-1\rangle ] |\kappa_{i} J_{i} M_{i}\rangle_{y} = \frac{1}{\sqrt{2}} [c_{M+1} | M+1\rangle + c_{M-1} | M-1\rangle ]$$
(2.18)

en donde  $| M+k \rangle$  es notación compacta para  $| \kappa_i J_i M+k \rangle$ . Estas expresiones se combinan de forma análoga a la basc esférica, para representar estados selectivos:

$$c_{M+1} \mid M+1 \rangle = -\frac{1}{\sqrt{2}} \left[ \mid M_i \rangle_x + i \mid M_i \rangle_y \right] \quad (\leftrightarrow \sigma^+)$$

$$c_{M-1} \mid M-1 \rangle = + \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ \mid M_i \rangle_x - i \mid M_i \rangle_y \right] \quad (\leftrightarrow \sigma^-)$$
(2.19)

En nuestro caso, la polarización de la luz incidente se encuentra en el eje X. Suponemos que consiste en un pulso instantáneo. Al aplicarlo el sistema se encuentra en el estado  $| M_i \rangle_x$ . Su evolución se encuentra determinada por la ecuación (2.7), con el hamiltoniano que incluye el término que da lugar al efecto Zeeman:

$$\hat{H} = \frac{\mathbf{p}^2}{2m} - \frac{Ze^2}{r} + g_J \frac{e\hbar}{2mc} \mathbf{J} \cdot \mathbf{B}$$
(2.20)

para el caso de un átomo hidrogenoide. Además, se debe incluir de manera efectiva el parámetro de vida media. Como  $J_z$  es un buen número cuántico para campos magnéticos pequeños, la aplicación del operador hamiltoniano sobre sus eigenestados es directa:

$$|M'\rangle(t) = \exp\left(-i\frac{\hat{H}}{\hbar}t - \frac{\Gamma}{2}t\right) |M'\rangle_{x}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \exp\left(-i\frac{E + M\omega_{L}\hbar}{\hbar}t - \frac{\Gamma}{2}t\right) [-c_{M+1}e^{-i\omega_{L}t} |M+1\rangle + c_{M-1}e^{i\omega_{L}t} |M-1\rangle]$$

$$= \exp\left(-i(E/\hbar + M\omega_{L})t - \frac{\Gamma}{2}t\right) [|M_{i}\rangle_{x} \cos\left(\omega_{L}t\right) + |M_{i}\rangle_{y} \sin\left(\omega_{L}t\right)]$$
(2.21)

hemos utilizado las ecs (2.19). La frecuencia de Larmor ( $\omega_L$ ) es igual a  $g_J \frac{eB}{2mc}$ y la energía del estado original cs E.

La detección se realiza con un polarizador cuyo eje de transmisión hace un ángulo  $\beta$  con el eje X. Haciendo  $\beta = 0$ , al detector llegará únicamente luz cuyo vector eléctrico sca paralelo al eje X. Cono este proceso es descrito por el estado  $|M_i\rangle_r$ , hacemos el término cuya excitación es en el eje Y = 0igual a cero. Sustituyendo la ecuación anterior en la (2.13) se encuentra la intensidad de la luz fluorescente:

$$I(B,t,t_0) = Ce^{-\Gamma(t-t_0)} |\langle M_f | \hat{\varepsilon} \cdot \mathbf{r} | M' \rangle_{\mathbf{r}} |^2 \cos^2(\omega_L(t-t_0))$$
  
=  $Ke^{-\Gamma(t-t_0)} \cos^2(\omega_L(t-t_0))$  (2.22)

En la expresión anterior K es una constante. Se ha incluido explícitamente al instante  $t_0$ , en que el pulso de excitación fue aplicado. Llegamos de esta forma a la ecuación (1.46), que fue obtenida para el caso clásico, con lo que se comprueba la validez de las consideraciones del capítulo anterior.

Cabe señalar que esta descripción no está completa, pues no tenemos información acerca de los coeficientes asociados a los estados puros en el desarrollo del nivel excitado. Estos coeficientes complejos dependen de las condiciones experimentales, pues reflejan la forma en cómo ha sido preparado el nivel superior por el pulso incidente. Hasta ahora no tenemos información acerca de la posibilidad de tener control sobre ellos. Solamente podemos decir que deben de cumplir una relación de coherencia.

### 2.2 Caso de N niveles Zeeman

En esta sección supondremos que tenenos un sistema de N niveles Zeeman que decaen a M estados con igual estructura. Las reglas de selección (en especial (2.17)), imponen condiciones al número de transiciones posibles. Cada nivel excitado puro puede decaer en tres estados finales igualmente puros. Haremos énfasis en la amplitud del término de interférencia resultante, pensando en la aplicación al caso específico del francio.

Considerentos un átomo en un campo magnético débil, de esta forma es posible utilizar la representación en la cual los momentos angulares están acoplados. Debido al efecto Zeennan, el estado cuyo momento angular total sea J se desdoblará en 2J+1 niveles cuya separación de energías es constante e igual a  $\hbar\omega_L$ . En estas condiciones, nuestra intención es estudiar la transición de un estado excitado |  $J' M' \rangle$  a uno base |  $J M \rangle$ , en la aproximación dipolar. Entonces, en presencia de un campo magnético uniforme que fija la dirección Z:  $\mathbf{B} = B\mathbf{k}$ , ambos estados se subdividen en toda una colección de subniveles igualmente espaciados. La diferencia de energías es del orden de algunas decenas de megahertz para campos de aproximadamente 100 gauss, esto es un orden similar a los de estructura hiperfina. Esta es una razón por la cual el análisis clásico del efecto Hanle (latidos Zeeman) en presencia de estructura hiperfina no es válido. Es posible una depolarización de la luz aún en la ausencia de un campo magnético. Por el momento no consideramos una estructura hiperfina, únicamente generalizaremos el efecto de interferencia de la sección anterior, ahora con N estados.

Supongamos entonces un estado excitado formado por la superposición coherente de 2J' + 1 estados Zeeman:

$$|J' M'\rangle = \sum_{l=-J'}^{J'} a_l \exp\left(-it(E' + l\omega_L'\hbar)/\hbar - \Gamma_l/2 t\right) |J' l\rangle$$
(2.23)

en donde los subíndices caracterizan a cada subnivel. De igual forma, el estado final del decaimiento está formado por 2J + 1 subniveles:

$$|J M\rangle = \sum_{k=-J}^{J} b_k \exp\left(-it(E + k\omega_L \hbar)/\hbar\right) |J k\rangle$$
(2.24)

Sustituyendo ambas expresiones en la ecuación (2.13), vemos que la intensidad de la flourescencia emitida depende únicamente de la separación entre subniveles:

$$I(t) = C \mid \sum_{k=-J}^{J} \sum_{l=-J'}^{J'} a_l b_k e^{-it(k\omega_L - l\omega_L') - \Gamma_l t/2} \langle J k \mid \hat{\varepsilon} \cdot \mathbf{r} \mid J' l \rangle \mid^2$$
(2.25)

La cercanía extrema de los subniveles ( $\Delta E_{Zeeman} = \omega'_L \hbar$ ) en comparación con la separación entre los estados ( $\Delta E = E - E'$ ) permite suponer una misma vida media para todos ellos. Por otra parte, la regla de selección (2.17) obliga a que cada subnivel excitado decaiga en, a lo más, tres subniveles finales. Si el número de subniveles superiores es mayor que el de niveles inferiores, la regla anterior nos lleva a considerar únicamente 2J+3 niveles superiores. Es por esta razón que a partir de este momento estudiaremos el caso de 2J+3 subniveles decayendo en otros 2J+1 subniveles Zeeman. Si el número de niveles superiores es menor que el de inferiores entonces los coeficientes respectivos se hacen cero.

Reunamos los coeficientes complejos con el elemento de matriz en un solo número complejo, con una magnitud y fase definidas así:

$$b_m \langle J m \mid \hat{\boldsymbol{\varepsilon}} \cdot \mathbf{r} \mid J' n \rangle a_n = \mid P_n^m \mid e^{i\theta_n^m}$$
(2.26)

representando una transición  $n \longrightarrow m$ . La intensidad la escribimos como:

$$I(t) = Ce^{-\Gamma t} \bigg| \sum_{k=-1}^{2J-1} \exp\left(it[(J-k)\omega_{qh} - \omega_L] + i\theta_{J-k}^{J-k-1}\right) \bigg| P_{J-k}^{J-k-1} \bigg|$$

$$+ \sum_{k=1}^{2J+1} \exp\left(it[(J-k)\omega_{qh} + \omega_L] + i\theta_{J-k}^{J-k+1}\right) |P_{J-k}^{J-k+1}| + \sum_{k=0}^{2J} \exp\left(it[(J-k)\omega_{qh}] + i\theta_{J-k}^{J-k}\right) |P_{J-k}^{J-k}| \Big|^2$$

$$(2.27)$$

en donde  $\omega_{qh} = \omega_L - \omega'_L$ . El primer término toma en cuenta las transiciones en las que el número magnético disminuye en uno, el segundo en las que aumentan en uno y el tercero en las que no cambia. Cada una de estas sumas contienen 2J+1 términos, todos diferentes entre sí. Desarrollando el módulo cuadrado y agrupando términos similares, resaltan los términos de interferencia:

$$\begin{split} I(t) &= Ce^{-\Gamma t} \Big[ \sum_{k=-1}^{2^{J-1}} |P_{J-k}^{J-k-1}|^2 + \sum_{k=1}^{2^{J+1}} |P_{J-k}^{J-k+1}|^2 + \sum_{k=0}^{2^{J}} |P_{J-k}^{J-k}|^2 \\ &+ 2\sum_{k=-1}^{2^{J-2}} \sum_{l=k+1}^{2^{J-1}} |P_{J-k}^{J-k-1}| |P_{J-l}^{J-l-1}| \cos\left((l-k)\omega_{qh}t + \theta^{-1-1}\right) \\ &+ 2\sum_{k=0}^{2^{J-1}} \sum_{l=k+1}^{2^{J}} |P_{J-k}^{J-k-1}| |P_{J-l}^{J-l-1}| \cos\left((l-k)\omega_{qh}t + \theta^{00}\right) \\ &+ 2\sum_{k=0}^{2^{J-1}} \sum_{l=k+1}^{2^{J}} |P_{J-k}^{J-k-1}| |P_{J-l}^{J-l-1}| \cos\left(((l-k)\omega_{qh}t + \theta^{00}\right) \\ &+ 2\sum_{k=-1}^{2^{J-1}} \sum_{l=1}^{2^{J+1}} |P_{J-k}^{J-k-1}| |P_{J-l}^{J-l-1}| \cos\left(((l-k)\omega_{qh} - 2\omega_{L}]t + \theta^{-11}\right) \\ &+ 2\sum_{k=-1}^{2^{J-1}} \sum_{l=0}^{2^{J}} |P_{J-k}^{J-k-1}| |P_{J-l}^{J-l-1}| \cos\left(((l-k)\omega_{qh} - \omega_{L}]t + \theta^{-10}\right) \\ &+ 2\sum_{k=1}^{2^{J+1}} \sum_{l=0}^{2^{J}} |P_{J-k}^{J-k-1}| |P_{J-l}^{J-l}| \cos\left(((l-k)\omega_{qh} + \omega_{L}]t + \theta^{10}\right) \Big] \end{split}$$

con la notación para las fases:  $\theta_{J-k}^{J-k} - \theta_{J-k}^{J-k+s} = \theta^{rs}$ . Vemos que si la estructura electrónica de los estados es tal que tienen factores  $g_J$  iguales, el problema se reduce tremendamente. Unicamente sobreviven tres frecuencias que corresponden a las tres líneas espectrales del efecto Zeeman normal. Esto no es más que una consecuencia del estrecho parentesco de los efectos Zeeman y Hanle, como ya habíannos notado.

## **Capítulo 3**

### El caso del francio

Como ya henos dicho, nos interesa el caso del francio porque con él se llevarán a cabo experimentos de violación de paridad. Aunque el estudio de los latidos cuánticos no constituye un objetivo en sí mismo dentro de los experimentos, es importante para un conocimiento preciso del sistema. A continuación veremos algunos aspectos que nos permitirán entender lo que en este momento se realiza dentro de un contexto más general.

#### 3.1 Estructura electrónica

#### 3.1.1 Estructura hiperfina

Los niveles de energía atómicos están determinados por la interacción coulombiana de los electrones con el núcleo. Sin embargo, existen correcciones a estos niveles que no son despreciables en algunos casos. Estas correcciones tienen origen en efectos que acompañan al movimiento de una distribución de cargas y corrientes, tales como momentos y campos magnéticos o bien efectos relativistas. En una visión clásica, cuando un electrón realiza una órbita alrededor del núcleo, en el sistema de laboratorio hay una corriente. Esto mismo sucede en el sistema en reposo del electrón, pues el núcleo es ahora el que se mueve. Debido a esta corriente aparece un campo magnético que interacciona con el pequeño imán electrónico, que es el espín. La energía de interacción es pequeña, de forma que los niveles originales de energía se fina. Cuando el núcleo no sólo contribuye con su carga sino con un momento magnético neto debido a su espín no nulo, esto agrega otro imán al sistema. El momento magnético nuclear interacciona ahora con el campo magnético debido a la órbita del electrón. Como el magnetón nuclear es inversamente proporcional a la masa del protón, esta interacción desplaza aún menos los niveles energéticos originales. Es por esta razón que se le conoce como estructura hiperfina a la estructura que así se origina. Además de los desplazamientos mencionados, estos efectos también originan subniveles que dependen de la orientación de los espines. Precisamente porque los intervalos de energía entre estos subniveles son pequeños es que se vuelve necesario tomarlos en cuenta en la generación de latidos cuánticos. La estructura hiperfina traslapa incluso sus propios subniveles Zeeman.

Creemos necesario estudiar este punto para entender mejor la estructura del francio, en especial, la de su isótopo  $2^{10}$  Fr. Así, nos adentramos un poco en el estudio mismo de la estructura hiperfina.

La deducción heurística del hamiltoniano de interacción hiperfina que aquí mostramos sigue en esencia a la presentada en la referencia [Ram53].

La energía de interacción entre un campo  $\mathbf{B}_J$  y un momento magnético  $\boldsymbol{\mu}_J$  se encuentra por medio de

$$H_{eh} = -\mu_I \cdot \mathbf{B}_J \tag{3.1}$$

Los subíndices indican que el campo es producido por el electrón en órbita mientras que el momento magnético tiene origen en el espín nuclear. En 1925 Uhlenbeck y Goudsmith postularon una relación entre el momento magnético de un electrón ( $\mu$ ) y el espín S del electrón:  $\mu = -2\mu_0 S$ . A la cantidad  $\mu_0 = \frac{\pi h}{2\pi c}$  se le conoce como el magnetón de Bohr. Esto se entiende utilizando la relación del momento magnético de una partícula orbitando y su momento angular. De ahora en adelante usaremos la notación en que los vectores de momento angular no tienen unidades, por lo que escribiremos la unidad de momento angular ( $\hbar$ ), explícitamente. De acuerdo a lo anterior, es posible tomar al momento nuclear como proporcional al espín nuclear I:

$$\boldsymbol{\mu}_{I} \simeq g_{I} \boldsymbol{\mu}_{N} \mathbf{I} \tag{3.2}$$

con  $\mu_N$  igual al magnetón nuclear y  $g_I$  el factor g nuclear. Como veremos dentro de poco, el campo magnético creado por el electrón en la región del

núcleo depende de L, S y r. Por esta razón  $\mathbf{B}_J$  es un vector, en el sentido de que satisface las siguientes reglas de commutación:

$$[J_x, B_{Jx}] = 0$$
$$[J_x, B_{Jy}] = i\hbar B_z$$
$$[J_x, B_{Jz}] = -i\hbar B_y$$

así como las correspondientes a la permutación cíclica de los subíndices x, y y z. Ya que esto se cumple, es posible aplicar el teorema de la proyección [CDL77]. Denotando los números de momento angular por j y los restantes por k, este teorema establece que: en un subespacio  $\mathcal{E}(k,j)$ , cualquier operador vectorial  $\mathbf{V}$  es proporcional al momento angular del sistema  $\mathbf{J}$ :

$$\mathbf{V} = \frac{\langle \mathbf{J} \cdot \mathbf{V} \rangle_{k,j}}{\langle \mathbf{J}^2 \rangle_{k,j}} \mathbf{J}$$
(3.3)

En este caso suponemos que la órbita del electrón está muy alejada del núcleo. Por esto el vector al cual es proporcional el campo  $\mathbf{B}_j$  es  $\mathbf{J}$  y no  $\mathbf{I} + \mathbf{J}$ . De acuerdo a lo anterior, es posible escribir:

$$H_{eh} = a \mathbf{I} \cdot \mathbf{J} \tag{3.4}$$

en donde

$$a = -g_I \mu_N \frac{\langle \mathbf{B}_J \cdot \mathbf{J} \rangle_{k,j}}{\langle \mathbf{J} \cdot \mathbf{J} \rangle_{k,j}}$$
(3.5)

En la representación de momentos augulares acoplados, el momento augular total del sistema es

$$F = I + J.$$
 (3.6)

Ahora, los buenos números cuánticos angulares son I, J, F y  $M_F$ . En esta representación la aplicación de  $\mathbf{I} \cdot \mathbf{J} = 1/2 [\mathbf{F}^2 - \mathbf{I}^2 - \mathbf{J}^2]$  es directa:

$$H_{\epsilon h} = a \frac{1}{2} \Big\{ F(F+1) - I(I+1) - J(J+1) \Big\}$$
(3.7)

por lo que únicamente resta conocer la constante a. Para hacerlo, considerannos al electrón en órbita alrededor del núcleo. El campo magnético que provoca proviene de dos partes: la contribución orbital y la espinorial:  $\mathbf{B}_J = \mathbf{B}_L + \mathbf{B}_S$ . Con el electrón dando vueltas a una velocidad  $v \ll c$ , en el sistema del núcleo hay un campo magnético no cero resultante:

$$\mathbf{B}_{L} = \frac{\mathbf{v}}{c} \times \mathbf{E} = \frac{\mathbf{v}}{c} \times \frac{(-e)(-\mathbf{r})}{r^{3}} = -\frac{2}{r^{3}} \mu_{o} \mathbf{L}$$
(3.8)

en donde e > 0. Para encontar el campo magnético debido al espín necesitamos la expresión que relaciona a un momento magnético con el campo que provoca. Esta se obtiene al desarrollar el potencial vectorial A en forma multipolar a primera aproximación, que es la aproximación dipolar magnética [Jac75]:

$$\mathbf{A} = -\frac{1}{r^3} \mathbf{r} \times \mathbf{m} \tag{3.9}$$

con **m** igual al momento magnético dipolar. El campo lo tenemos al tomar el rotacional:

$$\mathbf{B}_{m} = \nabla \times \mathbf{A} = \frac{1}{r^{5}} [\mathbf{3}(\mathbf{m} \cdot \mathbf{r})\mathbf{r} - \mathbf{m}r^{2}]$$
(3.10)

De modo que al sustituir el momento del electrón en función del espín:

$$\mathbf{B}_{S} = \frac{2\mu_{0}}{r^{3}} \left[ \mathbf{S} - \frac{3(\mathbf{S} \cdot \mathbf{r})}{r^{2}} \mathbf{r} \right]$$
(3.11)

tenemos el campo total debido al electrón. Regresando a la expresión (3.5), vemos que es necesario calcular la proyección del campo magnético en el momento angular total J. Esto lo hacemos desarrollando los términos:

$$\mathbf{B}_J \cdot \mathbf{J} = (\mathbf{B}_L + \mathbf{B}_S) \cdot (\mathbf{L} + \mathbf{S})$$
(3.12)

Sustituyendo en esta expresión las ecuaciones (3.8) y (3.11), y simplificando términos:

$$\mathbf{B}_{J} \cdot \mathbf{J} = \frac{2\mu_{0}}{r^{3}} \left[ \mathbf{S}^{2} - \mathbf{L}^{2} - 3\left(\frac{\mathbf{S} \cdot \mathbf{r}}{r^{2}}\right) \mathbf{r} \cdot \mathbf{S} \right]$$
(3.13)

Para obtener la ecuación anterior utilizamos la commutación de los operadores angulares. Como nos interesan únicamente los valores esperados.

$$\mathbf{B}_{J} \cdot \mathbf{J} = 2\mu_{0} \langle r^{-3} \rangle [S(S+1) - L(L+1) - 3(\mathbf{S} \cdot \hat{\mathbf{r}})^{2}]$$
(3.14)

es la cénación resultante. Esto se puede simplificar aún más si recordamos que el valor esperado del espín en la dirección  $\hat{\mathbf{r}}$  sólo puede tomar los valores  $\pm 1/2$ . De esta forma  $(\mathbf{S} \cdot \hat{\mathbf{r}})^2 = 1/4$ , con lo que la proyección es ignal a:

$$\mathbf{B}_J \cdot \mathbf{J} = -2\mu_0 \langle r^{-3} \rangle L(L+1) \tag{3.15}$$

cuando S = 1/2. Para átomos hidrogenoides, el valor esperado del inverso al cubo de la distancia del electrón se puede calcular para un nivel nL, dando como resultado:

$$\langle r^{-3} \rangle = \frac{Z^3}{a_0^3 n^3 (L+1)(L+1/2)L}$$
 (3.16)

con  $a_0$  el radio de Bohr y Z el número atómico. Sustituyendo finalmente en la ecuación (3.5), obtenemos una fórmula muy simple:

$$a = \frac{2\mu_0 g_I \mu_{nm} Z^3}{a_0^3 n^3 (L+1/2) (J+1) J}$$
(3.17)

Cabe aclarar que esta fórmula es válida para átomos con estructura hidrogenoide, es decir, elementos alcalinos. el razonamiento que conduce a (3.17)no es del todo correcto. Por ejemplo, cuando L=0 la ecuación (3.16) está indeterminada. Sin embargo, un cálculo más formal lleva a la misma fórmula final [Ran153].

La interacción electromagnética entre el núcleo y el electrón de valencia se ve modificada, pues la presencia del resto de electrones se refleja en efectos de apantallamiento. Por lo tanto el número atómico Z y el número cuántico principal *n* se ven reemplazados por números efectivos. Un estado *s* tiene una probabilidad mayor de estar cercano al núcleo que un estado *p* o superior. Por esta razón se espera que la energía de interacción con el núcleo sea mayor, lo que se ve confirmado por la fórmula (3.17). El orden de separación de energías debido a estructura hiperfina es del orden de GHz para estados *s* y de algunas centenas de MHz para niveles con momento angular orbital mayor que cero. Estos son intervalos que pueden ser parecidos a los existentes debido al desdoblamiento de las líneas espectrales en el efecto Zeeman. Esto quiere decir que el campo magnético en el átomo es del orden de cientos de gauss.

Finalmente, la presencia de momentos superiores en la distribución nuclear de la carga introduce modificaciones. El momento cuadripolar eléctrico es aún considerable y, en algunos casos, del mismo orden de magnitud que la estructura hiperfina. Otro efecto proviene de considerar la distribución finita del núcleo, que depende del isótopo en cuestión y que es particularmente importante en átomos pesados. A esto se le conoce como desplazamientos isotópicos. Todo esto se deja sin estudio ya que no es esencial para la comprensión de la estructura del francio.

#### 3.1.2 Estructura Zeeman

Cuando el átomo con estructura hiperfina es sometido a la presencia de un campo magnético, aparecerá una estructura Zeeman que termina por desdoblar los estados con igual número angular total F. Para seguir manteniendo la representación acoplada de momento angular es necesario que el campo magnético no sea demasiado intenso. Esto es comparado con la energía de interacción entre el electrón, su órbita y el núcleo. Salvo este requisito, es posible tomar la energía de interacción del átomo con el campo uniforme **B** como:

$$H_Z = -(\boldsymbol{\mu}_J + \boldsymbol{\mu}_I) \cdot \mathbf{B} = -(-g_J \boldsymbol{\mu}_0 \mathbf{J} + g_I \boldsymbol{\mu}_N \mathbf{I}) \cdot \mathbf{B}$$
(3.18)

Ya que el magnetón nuclear es aproximadamente dos mil veces menor al electrónico, es posible despreciar el segundo término. En analogía a la ecuación (3.3), tenemos que:

$$H_{Z} = g_{J}\mu_{0} \frac{\langle \mathbf{J} \cdot \mathbf{F} \rangle_{f}}{\langle \mathbf{F}^{2} \rangle_{f}} \mathbf{F} \cdot \mathbf{B}$$
(3.19)

que es fácil de evaluar, ya que estamos en la representación diagonal de  $F_z$ , con Z la dirección del campo:

$$\langle H_Z \rangle = \frac{g_J \mu_0}{2F(F+1)} [F(F+1) + J(J+1) - I(I+1)] B M_F \tag{3.20}$$

Como el número magnético total  $M_F$  corre de -F a F, cada nivel hiperfino se divide en 2F + 1 subniveles. El factor de Landé  $g_J$  se determina utilizando una vez más el teorema de proyección [CDL77]. Para un estado con números  $L, S \ge J$  el factor es:

$$g_J = \frac{1}{2J(J+1)} [g_s \{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)\} + g_l \{J(J+1) + L(L+1) - S(S+1)\}]$$
  

$$\simeq \frac{3J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}$$
(3.21)

utilizando la aproximación  $g_s = 2g_l = 2$ . Como los intervalos de energía que ocurren entre estos estados Zeeman dependen de la intensidad del campo magnético, es posible alcanzar hasta algunos cientos de MHz.

### **3.2** Descripción general del <sup>210</sup>Fr

El francio (Fr) tiene 87 protones y es el más pesado de los alcalinos, razones por las cuales es de gran interés para los experimentos de violación de paridad. Su configuración electrónica es  $(\operatorname{Rn})7s^1$ . La coraza del átomo está formada por la estructura electrónica del radón. A esta se añade el electrón de valencia. Aunque se conocen isótopos con masa entre 201 y 231, ninguno de ellos es estable. El isótopo con mayor vida media (<sup>223</sup>Fr) tan sólo dura 22 minutos [EB80].

El descubrimiento del Fr fue hecho en 1939 por Marguerite Perey [Per39]. Desde entonces fue poco estudiado, hasta la década pasada en que se comenzaron a identificar ciertas líneas espectrales por grupos en ISOLDE y Moscú. Es en 1996 que el grupo de la Universidad Estatal de Nueva York en Stony Brook comienza a trabajar con francio, utilizando una trampa magnetoóptica para su confinamiento y posterior estudio [SGG96]. El isótopo con el cual se trabaja es el <sup>210</sup>Fr cuya vida media es de 3 minutos.

Al ser un alcalino, el francio tiene propiedades de un átomo hidrogenoide. Como el <sup>210</sup>Fr tiene un espín nuclear I = 6, la estructura hiperfina muestra a los estados con J=1/2 divididos en dos, a los que tienen J=3/2 en cuatro, etc. La trampa funciona mediante la transición  $(\text{Rn})7s \, ^2S_{1/2}(F=13/2) \rightarrow$  $(\text{Ru})7p \, ^2P_{3/2}(F=15/2)$ , lo cual es posible gracias a la selectividad de los láseres actuales. Un diagrama de los niveles 7s y 7p se muestran en la figura 6. A partir de este momento utilizanos una notación usual para los niveles involucrados. Como la coraza de gas noble llena todas las capas disponibles, su momento angular total es igual a cero. La única contribución la proporciona el electrón de valencia, en este caso en el nivel 7s. La notación espectroscópica es  $^{2S+1}L_J$ , con los números angulares electrónicos totales. Para un alcalino estos números son iguales a los del electrón de valencia, esto permite representar al estado (Rn)7s  $^2S_{1/2}$  por 7s  $^2S_{1/2}$  y al (Rn)7p  $^2P_{3/2}$  por  $7p \, ^2P_{3/2}$ .

El orden de energías de separación entre las líneas hiperfinas del <sup>210</sup>Fr (figura 6) lo estimamos con las fórmulas (3.7) y (3.17). Para dos estados consecutivos ( $\Delta F = 1$  y todos los demás números iguales) esta separación es:

$$\Delta E = a_J F$$



Figura 6: Diagrama de energías de los niveles  $7s {}^{2}S_{1/2}$  y  $7p {}^{2}P_{3/2}$  del  ${}^{210}$ Fr. Se muestran las transiciones que hacen posible la trampa magneto-óptica.

Por ejemplo, los números cuánticos para el estado  $7s^2 S_{1/2}$  son J = 1/2 e I = 6 por lo que  $g_J = 2$ , con lo que resulta  $\Delta E = 3 \times 10^4 GHz$ . Pero hemos utilizado n = 7 y Z = 87, cuando debimos de haber utilizado los números cuánticos efectivos. Como la carga efectiva del núcleo disminuye para un electrón alejado de él, se espera una disminución de la cnergía de separación. La que se conoce para este este estado es de 46.8 GHz [SGG96].

Ahora bien, en el experimento con francio en Stony Brook se utiliza una trampa magneto-óptica (ver apéndice B y las referencias que ahí se citan). Para lograr una fuerza dependiente de la posición, que logre confinar a los átomos en una determinada región, es necesaria la presencia de un campo magnético. Aunque este campo es cuadrupolar con un gradiente de 10 Gauss/cm, es posible considerarlo como uniforme para propósitos de espectroscopía. Como la temperatura de los átomos, una vez que funciona la trampa, es de alrededor 1 mK, su velocidad es:

$$v = \left(\frac{3kT}{M}\right)^{1/2} \simeq 1 \times 10^{-9}c.$$

Con k la constante de Boltzmann, T la temperatura y M la masa del átomo. En el tiempo que vive un estado excitado (nanosegundos) el átomo recorrerá  $10^{-5}$  milímetros. Esto representa una diferencia de  $10^{-5}$  gauss en el gradiente. Así, podemos tomar al campo como constante.

En el espectro del francio aparece una estructura Zeeman para cada nivel hiperfino, con las características que se obtienen de la fórmula (3.20). Por ejemplo, el estado 7 $p^2 P_{3/2}(F = 15/2)$  de la figura 6 tiene los siguientes números: F=15/2, I=6 y J=3/2. De acuerdo a (3.21) el factor g es igual a  $g_J = 4/3$  y la separación entre los estados es  $4/7.5 \mu_0 B$ . Si consideramos que la región en la cual se concentran los átomos no excede de 1 mm<sup>2</sup>, el valor máximo del campo será de 1 Gauss. Con estos números la separación Zeeman resulta de

$$\Delta \omega_{Zeeman} = 2.34 \text{ MHz}$$
(3.22)

lo cual es aproximadamente cien veces menor al intervalo hiperfino. De acuerdo a lo visto en secciones anteriores, un pulso con ancho espectral mayor a este orden promoverá la existencia de latidos cuánticos. La determinación de su importancia será analizada a continuación.

### 3.3 Lo que podemos decir del <sup>210</sup>Fr. La transición 7P3/2 — 7S1/2

La motivación de este trabajo ha sido el estudio de los latidos cuánticos en el caso particular de la transición  $7p \, {}^2P_{3/2} \longrightarrow 7s \, {}^2S_{1/2}$  en el isótopo  ${}^{210}$ Fr. Dentro de los experimentos que se realizan actualmente con el francio en Stony Brook se encuentran estudios de espectroscopía. Esto es esencial, pues algunos de sus niveles son todavía desconocidos. Un caso de especial interés es la medición de la vida media del estado  $7p \ ^2P_{3/2}$ , experimento llevado a cabo en 1996 [WSO97]. En este experimento se excita el estado en cuestión con un pulso muy corto de luz láser. Una vez que ha cesado la excitación comienza a funcionar un reloj, que mide el tiempo que tarda un detector en recibir el primer fotón de fluorescencia. Esta operación se repite miles de veces, para tener la estadística necesaria con la cual es posible determinar la vida media del estado. En las condiciones experimentales en las que se encuentran los átomos de francio, es posible la aparición de latidos cuánticos en la fluorescencia emitida. De esta manera, la curva típica de decaimiento exponencial se ve modificada por una señal de latido, la cual está formada por la superposición de diferentes frecuencias que dependen de las transiciones coherentes que se efectúen. Para determinar la vida media del estado es necesario hacer una corrección que tome en cuenta el efecto Hanle.

Consideremos entonces el siguiente decaimiento que suponemos es coherente:  $7p \ ^2P_{3/2}(F = 15/2) \longrightarrow 7s \ ^2S_{1/2}(F = 13/2)$ . De acuerdo a la ecuación (2.27) cuando 2J+3 decaen en 2J+1 niveles Zeeman, habrá 3(2J+1) transiciones permitidas. En la situación que nos ocupa el número cuántico de momento angular que se conserva es F. Las fórmulas del capítulo anterior son válidas para cualquier número angular (total). Entonces, es posible utilizarlas al sustituir J por F. En este caso (F=13/2) tendremos 42 coeficientes de matriz, cuyo módulo cuadrado es proporcional a la intensidad de la fluorescencia. Esto representa un trabajo considerable para hacer un cálculo, pero puede ser simplificado si tomamos en cuenta el teorema de Wigner-Eckart y los elementos de matriz reducidos del problema. Este teorema asegura lo siguiente: Sea  $O_{\phi}^{A}$  un operador tensorial caracterizado por el número angular k y por su componente q respecto al eje Z. Entonces:

$$\langle \alpha' J' M' | O_{\bullet}^{k} | \alpha J M \rangle = C(J k J'; M q M') \langle \alpha' J' || O^{k} || \alpha J \rangle$$
(3.23)

en donde  $C(J \ k \ J'; M \ qM')$  es un coeficiente de Clebsch-Gordan y

$$\langle \alpha' J' \parallel T^k \parallel \alpha J \rangle$$

es el elemento de matriz reducido, que no depende de algún número magnético.

En el caso de radiación dipolar el operador es simplemente el vector de posición **r**. Recordemos que para una polarización de la luz emitida dada por  $\vec{e} = (e_{\pi}, e_{\mu}, e_{\pi})$  se tiene que

$$\hat{\varepsilon} \cdot \mathbf{r} = r(-\varepsilon_+ Y_1^{-1} + \varepsilon_0 Y_1^0 - \varepsilon_- Y_1^1)$$
(3.24)

con la siguiente convención:

$$\varepsilon_{\pm} = \mp (1/\sqrt{2})(\varepsilon_x \pm i\varepsilon_y) \quad y \quad \varepsilon_0 = \varepsilon_z.$$
 (3.25)

Entonces, los elementos de matriz

$$|P_n^m| e^{i\theta_n^m} = b_m \langle J m | \hat{\varepsilon} \cdot \mathbf{r} | J' n \rangle a_n$$
(3.26)

se dividen en tres casos, de acuerdo a las reglas de selección. Por ejemplo:

$$|P_{k}^{k+1}| e^{i\theta_{k}^{k+1}} = b_{k+1}(\alpha' F || r || \alpha F + 1)a_{k} C(F + 1 1 F; M_{F} 1 M_{F} + 1)(-\epsilon_{-})$$
  
=  $T_{k}^{k+1} (-\epsilon_{-}) \left\{ \frac{(F - M_{F})(F - M_{F} + 1)}{2(F + 1)(2F + 3)} \right\}^{1/2}$  (3.27)

el número  $M_F$  se refiere al estado excitado. De manera análoga, los otros dos casos son:

$$|P_{k}^{k}|e^{i\theta_{k}^{k}} = T_{k}^{k}(-\varepsilon_{0}) \left\{ \frac{(F+1-M_{F})(F+1+M_{F})}{(F+1)(2F+3)} \right\}^{1/2} |P_{k}^{k-1}|e^{i\theta_{k}^{k-1}} = T_{k}^{k-1}(-\varepsilon_{+}) \left\{ \frac{(F+M_{F})(F+1+M_{F})}{2(F+1)(2F+3)} \right\}^{1/2}$$
(3.28)

Hemos utilizado la notación para el elemento de matriz reducido:

$$T_n^m = b_m \langle \alpha' F \parallel r \parallel \alpha F + 1 \rangle a_n \tag{3.29}$$

que indica una dependencia de r y del momento angular asociado al operador, que es uno, únicamente. De esta manera las sumas de la ecuación (2.28) se clarifican. Por ejemplo:

$$\sum_{k=-1}^{2F-1} | P_{F-k}^{F-k-1} |^2 = \sum_{k=-1}^{2F-1} | T_{F-k}^{F-k-1}(-\varepsilon_+) |^2 \left\{ \frac{(2F-k)(2F-k+1)}{2(F+1)(2F+3)} \right\}$$

Las fases correspondientes a cada estado  $(a \ y \ b)$  dependen de las condiciones experimentales y hasta este momento no sabemos si es posible tener control sobre ellas. Por lo tanto hacemos la suposición más simple, que es la de una excitación por una onda plana. Debido a esto todos los átomos adquieren propiedades idénticas, lo cual quiere decir que estos coeficientes son iguales para cada serie de estados Zeeman. Si esto ocurre, la simplificación en las sumas es mayor. Los elementos de matriz reducida son iguales para todos los términos de la ecuación referida, ya que las transiciones dependen únicamente de los números magnéticos. Si a esto agregamos la condición de fases iguales,

$$T = b\langle \alpha' F \parallel r \parallel \alpha F + 1 \rangle a$$

podrá ser factorizada de todas las sumatorias. Además, las fases en los términos oscilatorios son cero:  $\theta^{nm} = 0$ , para cualquier n, m. La última suma se transforma ahora en

$$\sum_{k=-1}^{2F-1} \mid P_{F-k}^{F-k-1} \mid^2 = \mid (-\varepsilon_+) \mid^2 T^2 \sum_{k=-1}^{2F-1} \left\{ \frac{(2F-k)(2F-k+1)}{2(F+1)(2F+3)} \right\}$$

Es posible hacer esta simplificación en cada uno de los términos de (2.28). Antes de sustituir el valor de F, reescribamos la expresión para la intensidad de la luz, completa con todos sus términos:

$$\begin{split} I(t) &= \frac{Ce^{-\Gamma t}T^2}{2(F+1)(2F+3)} \Big[ |\varepsilon_+|^2 \sum_{k=-1}^{2F-1} (2F-k)(2F-k+1) \\ &+ |\varepsilon_-|^2 \sum_{k=1}^{2F+1} k(k+1) + 2 |\varepsilon_0|^2 \sum_{k=0}^{2F} (k+1)(2F-k+1) \\ &+ 2 |\varepsilon_+|^2 \sum_{k=-1}^{2F-2} \sum_{l=k+1}^{2F-1} [(2F-k)(2F-k+1) \cdot ] \Big] \end{split}$$

$$\cdot (2F - l)(2F - l + 1)^{1/2} \cos ((l - k)\omega_{qh}t)$$

$$+ 2 |\varepsilon_{-}|^{2} \sum_{k=1}^{2F} \sum_{l=k+1}^{2F+1} [k(k+1)l(l+1)]^{1/2} \cos ((l-k)\omega_{qh}t)$$

$$+ 4 |\varepsilon_{0}|^{2} \sum_{k=0}^{2F-1} \sum_{l=k+1}^{2F} [(k+1)(2F - k + 1) \cdot (l+1)(2F - l + 1)]^{1/2} \cos ((l-k)\omega_{qh}t)$$

$$+ 2 |\varepsilon_{+}||\varepsilon_{-}| \sum_{k=-1}^{2F-1} \sum_{l=1}^{2F+1} [(2F - k)(2F - k + 1) \cdot (l+1)]^{1/2} \cos ((l-k)\omega_{qh} - 2\omega_{L}]t)$$

$$+ \sqrt{8} |\varepsilon_{+}||\varepsilon_{0}| \sum_{k=-1}^{2F-1} \sum_{l=0}^{2F} [(2F - k)(2F - k + 1) \cdot (l+1)(2F - l + 1)]^{1/2} \cos ([(l-k)\omega_{qh} - \omega_{L}]t)$$

$$+ \sqrt{8} |\varepsilon_{-}||\varepsilon_{0}| \sum_{k=1}^{2F+1} \sum_{l=0}^{2F} [k(k + 1) \cdot (l+1)(2F - l + 1)]^{1/2} \cos ([(l-k)\omega_{qh} - \omega_{L}]t)$$

$$+ \sqrt{8} |\varepsilon_{-}||\varepsilon_{0}| \sum_{k=1}^{2F+1} \sum_{l=0}^{2F} [k(k + 1) \cdot (l+1)(2F - l + 1)]^{1/2} \cos ([(l-k)\omega_{qh} + \omega_{L}]t)]$$

$$(3.30)$$

Esta expresión se simplifica aún más ya que algunas sumatorias tienen exactamente el mismo valor, además de que  $|\varepsilon_+|=|\varepsilon_-|$ . De hecho, la polarización de la luz emitida es tal que el vector eléctrico tiene solamente . componentes perpendiculares al vector de posición r. La polarización descrita por  $\varepsilon_0$  está proporcionada por la ecuación (1.21). En el caso de  $\varepsilon_+$  y  $\varepsilon_-$ , la polarización está determinada por la ecuación (1.23). Estas relaciones nos llevan al resultado:

$$\begin{aligned} |\varepsilon_{+}|^{2} &= |\varepsilon_{-}|^{2} = (1/2) \left(1 + \cos^{2}\theta\right) \quad \mathbf{y} \\ |\varepsilon_{0}|^{2} &= \sin^{2}\theta \end{aligned} \tag{3.31}$$

que señalan la distribución angular de cada polarización. Para nuestra transición F=13/2. Sustituyendo todo lo anterior en la ecuación (3.30) finalmente obtenemos la intensidad de la flourescencia en función de todas las transiciones posibles:

$$I(t) = \frac{Ce^{-\Gamma t}T^2}{240} \Big[ 2240 +$$

$$+ 2(1 + \cos^{2}\theta) \sum_{k=1}^{13} \sum_{l=k+1}^{14} [k(k+1)l(l+1)]^{1/2} \cos((l-k)\omega_{qh}t) + 4 \sin^{2}\theta \sum_{k=0}^{12} \sum_{l=k+1}^{13} [(k+1)(14-k) \cdot (l+1)(14-l)]^{1/2} \cos((l-k)\omega_{qh}t) + (1 + \cos^{2}\theta) \sum_{k=-1}^{12} \sum_{l=1}^{14} [(13-k)(14-k) \cdot (l(l+1))]^{1/2} \cos([(l-k)\omega_{qh} - 2\omega_{L}]t) + 4 | \sin\theta | \sqrt{(1 + \cos^{2}\theta)} \sum_{k=-1}^{12} \sum_{l=0}^{13} [(13-k)(14-k) \cdot (l+1)(14-l)]^{1/2} \cos([(l-k)\omega_{qh} - \omega_{L}]t) ]$$
(3.32)

Esta ecuación queda en función de un sólo parámetro  $(\theta)$ , haciendo su evaluación es directa. Veamos a que resultados conduce.

#### 3.4 Resultados

La ecuación (3.32) es el resultado final del cálculo. Al desarrollar las sumatorias se encuentran 42 frecuencias de latido diferentes, que se superponen para formar la señal correspondiente a los latidos cuánticos. Recordemos que el objetivo es determinar la importancia de estas amplitudes respecto a la señal de decaimiento siu latidos. Por lo tanto, se procedió a calcular la vida media en ambos casos.

a) La vida media sin latidos (campo magnético B=0). La forma en que determinamos la vida media es la siguiente. Se grafica el logaritmo natural de una cantidad proporcional a la intensidad (l(t)/CT<sup>2</sup>, de la ecuación (3.32)) contra el tiempo. Si la señal de la fluoresconcia es proporcional a una exponencial decreciente únicamente. la curva de la gráfica será una recta (figura 7a). Por la definición de la vida media ( $\tau$ ), sabemos que cs el tiempo en que la intensidad inicial (l(0)) disminuye en un factor 1/e, l( $\tau$ )=I(0)/e. En ausencia de latidos, esto es, cuando el campo magnético es nulo, todos los términos de interferencia de la ecuación (3.32) son constantes. La única variación temporal la proporciona la exponencial decreciente.



а

ъ

Figura 7: Gráficas realizadas para calcular el error inducido por los latidos cuánticos en la vida media. a) El campo magnético es cero, el decaimiento es puramente exponencial. b) El campo es de 0.25 gauss. Las frecuencias de latido en la ecuación 3.32 cambian ligeramente el valor de la pendiente.

Ya sea que grafiquemos una curva continua o una serie de puntos discretos, la gráfica semilogarítmica de  $\ln(I(t)/CT^2)$  vs. t seguirá siendo una recta. Se eligió tener diez puntos discretos, igualmente espaciados, entre  $0 y 5\tau$ . Fue determinado este método por razones de simplificación del cálculo. El límite de  $5\tau$  es impuesto por una condición experimental, pues en esta región la señal se pierde en el ruido [Oro97]. El valor de la vida media es supuesto como  $\tau = 21$  nseg ya que este valor es el reportado por el grupo experimental [WSO97]. Al hacer la gráfica y obtener la vida media el resultado es que  $\tau = 21.00$  nseg, lo cual es obvio por la forma en como fué hecho el cálculo.

b) La vida media con latidos (campo magnético B=0.25 gauss). El campo que supondremos a continuación es de 0.25 gauss. En la trampa magneto-óptica con la que el francio es atrapado hay un gradiente de 9 gauss/cm. Una vez confinados, los átomos se concentran en una esfera de no más de 1mm de diámetro, situada en el centro de la trampa. Justo en el centro el campo es igual a cero y su magnitud aumenta conforme nos alejamos de él. De este modo, los átomos no perciben un campo de más de 0.45 gauss. De acuerdo con el grupo de Stony Brook [Oro97], el valor máximo del campo se puede tomar como 0.25 gauss.

El procedimiento para el cálculo de la vida media descrito anteriormente es repetido, esta vez, con las frecuencias de latido diferentes de cero. Los datos correspondientes a la transición que nos interesa son los siguientes: Números angulares: F=13/2 (7 $e^{2}S_{1/2}$ ), F=15/2 (7 $e^{2}P_{1/2}$ ), l=6

· Campo magnético: 0.25 Gauss

Factores  $g_J$ , calculados con (3.21) y frecuencias de Larmor, calculadas con (1.41):

utilizando la notación de los dos últimos capítulos.

Nuevamente graficamos diez puntos distribuidos equitativamente entre 0 y  $5\tau$ . El ajuste a una recta es hecho por el método de mínimos cudrados. Como puede verse en la gráfica correspondiente (figura 7b) la pendiente de la recta cambia un poco. El error que introducen los latidos se calcula a continuación.

Definamos el porcentaje de variación de la vida media en presencia del campo magnético como:

$$\%\tau = \frac{\tau_s - \tau_c}{\tau_s} \times 100\%$$

en donde  $\tau_{e(c)}$  es la vida media con (sin) latidos. Esto fue repetido para varios ángulos encontrándose el máximo de desviación en  $\theta = 0$  y el mínimo en  $\theta = \pi/2$ . Para  $\theta = \pi/2$  los resultados son:

$$\tau_r = 20.94$$
 nseg,  $\% r = 0.29\%$ 

mientras que para  $\theta = 0$ :

$$\tau_r = 20.91$$
 nseg,  $\%\tau = 0.43\%$ 

El resto de valores para  $\theta$  proporcionan desviaciones que están dentro de estos límites. De acuerdo a este procedimiento, los latidos cuánticos tienen una importancia no despreciable dentro de la medición de la vida media del estado. Cabe señalar que la desviación respecto al valor original de la vida media crece si tomamos puntos más allá de  $5\tau$ . Este valor es determinado únicamente por consideraciones experimentales. Otra observación es que el cálculo fue repetido para valores superiores del campo. Aunque esto no se presenta en el experimento del francio, es interesante ver la magnitud del efecto en estos casos. Suponiendo un campo de 1 gauss, los latidos cuánticos modifican el valor original de la vida media hasta en un 1.4%. De aquí se comprende la importancia de las condiciones impuestas en el cálculo.

# Conclusiones

د.

El efecto Hanle constituye un fenómeno de especial interés en la física atómica. Este efecto cambia el estado de polarización y modula la fluorescencia emitida por un átomo excitado, en función del campo magnético presente. Utilizando esta propiedad, es posible obtener la vida media de un estado en condiciones experimentales sencillas. Además, los resultados experimentales se entienden completamente si el átomo no tiene estructura hiperfina. Esto es así ya que la estructura hiperfina tiene intervalos de energía pequeños. Se ha hecho una revisión mínima de algunos conceptos de electromagnetismo clásico que se consideraron relevantes para esta tesis. Entre ellos se encuentran la radiación, la energía y la polarización. Esto proporciona los elementos básicos para entender cómo el efecto Hanle altera las propiedades de la radiación

El análogo cuántico del efecto (los latidos cuánticos), constituye un fenómeno de interferencia. Esto se presenta con la luz que es emitida por dos (o más) niveles excitados cercanos entre sí, como en la estructura hiperfina. La relación de coherencia que debe existir entre estos estados es una condición muy importante. Esto puede lograrse experimentalmente excitando con luz láser cuyo ancho espectral sea suficiente para cubrir ambos estados. Desarrollando un ejemplo concreto de dos niveles superiores decayendo a uno solo obtenemos un resultado que es igual al clásico. Las propiedades de la radiación emitida en el caso cuántico encuentran un análogo clásico.

El análisis para el caso en que los estados (base y excitado) son originados por efecto Zeeman, se sigue del caso de dos niveles. La intensidad resulta ser de cálculo no trivial pero sí directo. Desarrollamos el caso general en que todos los subniveles del estado superior son coherentes, esto es, puros. Es por esto que la introducción de la matriz de densidad no es necesaria. Aplicamos este cálculo al caso particular de un isótopo del francio (<sup>210</sup>Fr). La importancia de este elemento radica en el hecho de que se espera realizar un experimento de violación de paridad con él. Fueron utilizados todos los datos disponibles en la medición de la vida media del estado 7p  $^2P_{3/2}$ . Se encontró que los latidos cuánticos introducen un error en la medición de la vida media que depende en gran medida del valor del campo magnético. A partir de los resultados obtenidos, podríamos concluir que al aumentar el campo magnético la magnitud del efecto aumenta. Esto sería cierto si el proceso de excitación del átomo fuera tal que todos los subniveles con estructura Zeeman siguieran siendo poblados coherentemente. Como la separación de las energías entre estos subniveles aumenta proporcional al campo, lo más

Bajo las condiciones supuestas, podemos concluir que es el número angular total relativamente grande (F=13/2) lo que ha magnificado el efecto. Las frecuencias de Larmor involucradas son mucho menores que el ancho de línea del estado excitado. Lo esperado era que la señal de latido no completara ni medio ciclo cuando el estado ya había decaído. Sin embargo, la presencia de términos de interferencia que van como cos  $((l - k)\omega_{qh}t)$  en la ecuación (3.32) multiplican estas frecuencias hasta trece veces. Esto tiene como consecuencia una influencia más notoria en la fluorescencia que se detecta.

Finalmente, el resultado al que llegamos puede ser considerado como una cota superior al error que introducen los latidos cuánticos. La corrección máxima obtenida ( $\%\tau = 0.43\%$ ) resulta ser unas diez veces mayor que el correspondiente error reportado en el experimento [WSO97]. La diferencia es que en ese caso fueron considerados latidos de dos subniveles Zeeman únicamente. En nuestro caso se supusieron condiciones de coherencia entre todos los subniveles Zeeman, que además estaban igualmente poblados. Esto no es necesariamente correcto en el experimento real, en donde el proceso de excitación no es simple. Es necesario considerar las diferentes polarizaciones de la luz que excita a los átomos. Además, los átomos se encuentran distribuidos en un gradiente de campo magnético. La integración sobre todos los posibles valores del campo tomaría en cuenta unas condiciones más cercanas al experimento.

## **Apéndice** A

١

En este apéndice deduciremos la ecuación que determina los campos para fuentes de tipo armónico (1.8). Una discusión más completa puede encontrarse en el libro de Eyges [Eyg80], por ejemplo.

Antes de resolver efectivamente las ecuaciones (1.1) recordemos las soluciones para A y  $\Phi$ . Para desacoplar los potenciales utilizamos una norma, en este caso usamos la norma de Lorentz en el vacío

$$\nabla \cdot \mathbf{A} + \frac{1}{c} \frac{\partial \Phi}{\partial t} = 0. \tag{A.1}$$

Recordando la definición de los potenciales (1.4) y (1.5) y utilizando las ecuaciones de Maxwell (1.1), es posible encontrar dos ecuaciones de onda inhomogéneas:

$$\nabla^2 \Phi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = -4\pi\rho \tag{A.2}$$

$$\nabla^2 \mathbf{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} = -4\pi \mathbf{j}$$
(A.3)

debido a la presencia de las fuentes. La solución más general a este par de ecuaciones está dada en forma integral:

$$\Phi(\mathbf{r},t) = \int \frac{\rho(\mathbf{r}',t-|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|/c)}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} dV'$$
(A.4)

$$\mathbf{A}(\mathbf{r},t) = \frac{1}{c} \int \frac{\mathbf{j}(\mathbf{r}',t - |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|/c)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dV'$$
(A.5)

en donde las cantidades primadas se refieren a las coordenadas de las cargas y las otras al punto de observación  $\mathbf{r}$ . El origen de coordenadas se encuentra

dentro de la distribución, que se supone ocupa un lugar, si bien arbitrario, finito en el espacio. Estamos interesados en encontrar las integrales cuando tenemos una fórmula explícita para las fuentes. Como ya habíamos notado, nos interesa el caso de las corrientes armónicas. La dependencia temporal es explícita y podemos dejar las soluciones dependientes de la forma espacial de j y  $\rho$ . Cabe notar que en un caso más general, al tomar el desarrollo de Fourier temporal, es posible considerar a las cargas y corrientes oscilando en sólo una de las componentes de su desarrollo, aquella con frecuencia  $\omega$ 

$$\rho(\mathbf{r},t) = \rho(\mathbf{r})e^{-i\omega t} \tag{A.6}$$

$$\mathbf{j}(\mathbf{r},t) = \mathbf{j}(\mathbf{r})e^{-i\omega t}.\tag{A.7}$$

De modo que ambos potenciales están determinados, si es que conocemos la forma explícita espacial de las fuentes. Nos restringiremos al estudio de A ya que con él tanto E como B quedan completamente determinados. La ecuación (A.5) queda de esta forma:

$$\mathbf{A}(\mathbf{r},t) = \frac{1}{c} e^{-i\omega t} \int \frac{\mathbf{j}(\mathbf{r}') e^{ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} dV'$$
(A.8)

con la identificación del número de onda  $k = \omega/c$ . Hasta aquí todo ha sido en términos muy generales, salvo la forma explícita de la parte temporal de las fuentes. En este punto hacemos algunas simplificaciones que consideran las condiciones que nos interesan. La cantidad que a estimar es:

$$\frac{e^{ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}.$$
 (A.9)

En física atómica las distancias de observación son mucho mayores que el tamaño de las fuentes (átomo), i.e.  $r \gg r'$ . por lo que es posible tomar:

$$\frac{e^{ik|\mathbf{r}-\mathbf{r'}|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r'}|} = e^{ik|\mathbf{r}-\mathbf{r'}|} \frac{1}{r} \sum_{i=0}^{\infty} P_i(\cos\gamma)(r'/r)^i \approx \frac{e^{ik|\mathbf{r}-\mathbf{r'}|}}{r}.$$
 (A.10)

De igual forma  $|\mathbf{r} - \mathbf{r}'| \approx r - \hat{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{r}'$ . La exponencial puede ser escrita como:

$$e^{ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \approx e^{ik\mathbf{r}} e^{-ik\mathbf{r}\cdot\mathbf{r}'} \tag{A.11}$$

Esto es lo que se conoce como la aproximación en la zona de radiación ( $r' \ll \tau$ ). Las distancias usuales involucradas en el problema son del siguiente orden:

$$r' \approx ana ext{tama io del átomo} \approx 10^{-10} ext{m}$$
  
 $k = 2\pi/\lambda \approx 2\pi/(5 \times 10^{-7}) ext{ m}^{-1}$   
 $k extbf{\hat{r}} \cdot extbf{r}' \approx 10^{-3}$ 

Para la estimación se ha tomado como la longitud de onda típica de la luz aquella que se encuentra en la región media del visible. Como los términos en el desarrollo de la exponencial son de la forma:  $(ikf \cdot r')^n$ , se toma la segunda exponencial de la derecha de (A.11) como la unidad. Esto puede justificarse notando que subsecuentes términos del desarrollo dan origen a expresiones para campos de radiación dipolar magnético, cuadrupolar eléctrico, etc. cuya contribución al campo efectivo es pequeña, en la zona de radiación.

El término (A.9) puede expresarse como:

$$\frac{e^{ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \approx \frac{e^{ikr}}{r} \tag{A.12}$$

que es lo que se conoce como aproximación dipolar  $(r' \ll \lambda)$ . Finalmente, sustituyendo la expresión anterior en (A.8):

$$\mathbf{A}(\mathbf{r},t) = \frac{1}{rc} e^{i(kr-\omega t)} \int \mathbf{j}(\mathbf{r}') dV'.$$
(A.13)

Para hacer referencia explícita al término de dipolo eléctrico, manipulamos la integral de la siguiente forma:

$$\int \mathbf{j}(\mathbf{r}')dV' = \sum_{k=0}^{3} \epsilon_k \int [\nabla \cdot (\mathbf{r}'_k \mathbf{j}) - \mathbf{r}'_k i\omega\rho(\mathbf{r}')]dV'$$
(A.14)

Llegamos a esta expresión utilizando la ecuación de continuidad (A.4) y cómo dependen las fuentes del tiempo. Los vectores unitarios  $\epsilon_k$  forman la base ortonormal derecha en coordenadas rectangulares. Los términos de divergencia son iguales a cero puesto que  $\mathbf{j} = 0$  sobre cualquier superficie exterior a la distribución. Sustituyendo en (A.13):

$$\mathbf{A}(\mathbf{r},t) = -\frac{i\omega}{rc} e^{i(kr-\omega t)} \mathbf{p}$$
(A.15)

Aquí aparece el momento dipolar eléctrico de la distribución:

.

$$\mathbf{p} = \int \mathbf{r}' \rho(\mathbf{r}') dV'. \tag{A.16}$$

# **Apéndice B**

Los experimentos de violación de paridad que se tienen planeados con el francio involucran un aparato experimental en el que se encuentran aspectos diversos. Hasta este momento el más importante de ellos ha sido el haber logrado el confinamiento de dicho elemento. Esto fue realizado con una trampa magneto-óptica (TMO). El objetivo de este apéndice es proporcionar una idea del experimento que se realiza en la SUNY para saber en que condiciones se encuentran los átomos. Para un conocimiento más detallado pueden verse [Gwi95, SGG96] y las referencias que ahí se mencionan.

Cuando los átomos de francio son producidos por medio de una reacción nuclear ( $^{18}O + ^{192}$  Au  $\rightarrow ^{210}$  Fr) emergen con energías del orden de 10 MeV. Además, los átomos están ionizados, de manera que pueden ser llevados fuera del área de colisión. Un sistema de transporte electrostático de iones los lleva (con energías de 1 KeV) hacia una barrita de ytrio, en donde son neutralizados y enfriados hasta tener un haz atómico de 0.1 eV. Entonces entran en la trampa, que los captura y los prepara para los experimentos. En esta región las energías bajan hasta 100 neV.

Después del neutralizador el Fr llega a una celda de vapor, que consiste en un bulbo de vidrio recubierto. Aquí los átomos comienzan a chocar y rebotar en las paredes, para ser después enfriados por la trampa magnetoóptica. Una vez en la celda, los átomos tienen velocidades altas y además se encuentran no localizados. Por lo tanto, para concentrarlos es necesaria la existencia de dos fuerzas: una dependiente de la posición y otra de la velocidad. Veamos primero esta última.

**Fuerzas espontáneas y enfriamiento Doppler.** Supongamos que iluminamos un átomo con un fotón de láser cuyo vector de onda sea k y  $_{0.5}$ . momento  $\hbar k$ . El átomo excitado recibirá entonces tal cantidad de movimiento

que al decaer al estado base se emite de nuevo, por lo que la transferencia neta de momento es cero. Sin embargo, si la emisión es espontánea la radiación transporta un promedio de momento total ignal a cero. De esta forma el átomo recibirá una cantidad neta de movimiento diferente de cero. Esto es lo que se conoce como fuerza espontánea de la luz.

Las condiciones que se requieren son que la luz del láser se encuentre sintonizada un poco abajo de la frecuencia de transición y que sean dos haces opuestos en la región de interacción. Un átomo que se mueva absorberá preferentemente luz del haz opuesto a su dirección de movimiento ya que en su sistema de referencia verá un corrimiento hacia el azul. Esto tiene como resultado una fuerza neta en contra de la dirección de movimiento, lo que se conoce como enfriamento Doppler.

**Fuerza dependiente de la posición**. Para lograr una fuerza de este tipo se utilizan las transiciones posibles entre subniveles Zeeman. La figura 8 muestra niveles con J=0 y J=1 para el estado base y excitado, respectivamente. Dos haces encontrados tienen polarizaciones circulares opuestas y se encuentran fuera de resonancia, hacia frecuencias menores. Un gradiente de campo magnético divide el estado con J=1 en tres subniveles como se muestra. Supongamos que un átomo se encuentra en una posición diferente de cero, digamos que a la izquierda. Entonces, el subnivel magnético con m=1 estará más cerca de resonancia. El estado de polarización que promueve esta transición es el izquierdo, como ya vimos. De esta manera el átomo absorberá preferentemente luz que proviene de la izquierda. Te de izquierda. De nuevo, si sólo tenemos emisión espontánca, hay una fuerza neta que empuja al átomo hacia el centro de la trampa, definido por el cero del campo

Ambas condiciones se satisfacen simultáneamente en una TMO, lo que permite enfriar a los átomos hasta llegar a 100neV.

Esto se logra haciendo incidir tres pares de haces láser mutuamente perpendiculares. Los haces de cada par viajan en direcciones opuestas y tienen polarizaciones circulares contrarias. El gradiente magnético se obtiene con dos bobinas en una configuración "anti-Helmholtz", ya que las corrientes circulan en direcciones opuestas (figura 9). Esto crea un cuadrupolo magnético con un gradiente de 9 Gauss/cm. Los átomos se acumulan en el centro ocupando un volumen no mayor a una esfera de límu de diámetro [WSO97].



Figura 8. Modelo simplificado de una TMO unidimensional.



Figura 9. Esquema del aparato experimental utilizado para atrapar el <sup>210</sup>Fr. 1. Haz de <sup>18</sup>O. 2. Blanco de Au. 3. Lentes electrostáticas. 4. Neutralizador de Y. 5. Celda recubierta.

## **Bibliografía**

- [Cor77] A. Corney. Atomic and Laser Spectroscopy. Clarendon Press, Oxford. 1977.
- [CDL77] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu y F. Laloe. Quantum Mechanics, Volume II. Wiley & Hermann, Paris. 1977.
- [EB80] The New Encyclopædia Britannica, Volume 1. U.S.A., 1980
- [Eyg80] L. Eyges. The Classical Electromagnetic Field. Dover, N.Y. 1980.
- [Gwi95] G. Gwinner. Laser Trapping of Radioactive Atoms. Tesis doctoral. Universidad Estatal de N.Y. (SUNY). 1995. No publicada.
- [Han24] W. Hanle. "Uber magnetische Beeinflussung der Polarisation der Resonanzfloureszenz". Z. Phys. 30,93 (1924).
- [Hau69] W. Hauser. Introduction to the Principles of Mechanics. Addison-Wesley, Reading, Mass. 1969.
- [Hei54] W. Heitler. The Quantum Theory of radiation. Clarendon Press, Oxford. 1954.
- [Jac75] J.D. Jackson Classical Electrodynamics. Wiley, N.Y. 1975.
- [Lor09] H.A. Lorentz. The Theory of Electrons. Dover, N.Y. 1952.
- [Oro97] Luis Orozco. Comunicación personal.
- [Per39] M. Perey. C.R. Acad. Sci., 208, 97 (1939).

[Ram53] N.F. Ramsey. Nuclear Moments. J. Wiley & Sons. N.Y, 1953

59

is numliotse
[Ros53] B. Rossi. Optics. Addison-Wesley, Reading, Mass. 1962

- [SGG96] J.E. Simsarian, A. Gosh, G. Gwinner, L.A. Orozeo G.D. Sprouse, y P.A. Voytas. "Magneto-Optic Trapping of <sup>210</sup>Fr". *Phys. Rev. Lett.*, 76, 3522 (1996).
- [SHG78a] M.P. Silverman, S. Haroche y M. Gross. "General theory of laser induced quantum beats. I. Saturation effects of single laser excitation". *Phys. Rev. A* 18, 4,1507. (1978)
- [SHG78b] M.P. Silverman, S. Haroche y M. Gross. "General theory of laser induced quantum beats. I. Sequential laser excitation; effects of external fields". *Phys. Rev.* A18,4.1517. (1978)
- [WSO97] W.Z. Zhao, J.E. Simsarian, L.A. Orozco, W. Shi y G.D. Sprouse. "Measurement of the 7p  ${}^{2}P_{3/2}$  Level Lifetime in Atomic Francium". *Phys.Rev.Lett.*, 78, 4169 (1997).