



01161  
14  
24.

**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO**

FACULTAD DE INGENIERIA  
DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO

**RESISTENCIA A CORTANTE EN ELEMENTOS  
DE CONCRETO REFORZADO**

**T E S I S**

PARA OBTENER EL GRADO DE  
MAESTRO EN INGENIERÍA  
( ESTRUCTURAS )

PRESENTA

**FRANK IGNACIO PÉREZ GÓMEZ**

DIRIGIDA POR:

**DR. OSCAR LÓPEZ BÁTIZ**

Ciudad Universitaria

Junio 1997

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

# TESIS CON FALLA DE ORIGEN

Tesis para obtener el grado de:

**Maestro en Ingeniería (Especialidad en Estructuras)**

**TEMA: RESISTENCIA A CORTANTE EN ELEMENTOS DE CONCRETO  
REFORZADO**

**Autor: Frank Ignacio Pérez Gómez**

**Asesor: Dr. Oscar López Bâtiz**

**Sinodales:**

Presidente: Dra. Sonia Elda Ruiz Gómez

Vocal: Dr. Oscar López Batiz

Secretario: Dr. Eduardo Reinoso Ángulo

Suplente: Dr. Eduardo Miranda Mijares

Suplente: Dr. Orlando Díaz López

**DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO**

**FACULTAD DE INGENIERIA**

**UNAM**

México, D.F, Junio 1997

Tesis para obtener el grado de:

**Maestro en Ingeniería (Especialidad en Estructuras)**

**TEMA: RESISTENCIA A CORTANTE EN ELEMENTOS DE CONCRETO  
REFORZADO**

**Autor: Frank Ignacio Pérez Gómez**

**Asesor: Dr. Oscar López Batic**

**Propuesta de Sinodales:**

Presidente: Dra. Sonia Elda Ruiz Gómez

Vocal: Dr. Oscar López Batic

Secretario: Dr. Eduardo Reinoso Ángulo

Suplente: Dr. Eduardo Miranda Mijares

Suplente: Dr. Orlando Díaz López

**INSTITUTO DE INGENIERIA**

**UNAM**

México, D.F., Junio 1997

## Agradecimientos

En especial, este trabajo fue producto de la colaboración técnica del Dr. Oscar y del apoyo brindado en todo momento por la Lic. Ceci, a quien tanto le debo. Agradezco en primer lugar a México y al CONACYT , que me permitió el privilegio de contar con una beca de maestría durante el periodo de estudio y a la UNAM, universidad que cuenta con los mejores especialistas del país. También agradezco a mi país Cuba, que me propuso y apoyo en todo momento.

Este trabajo se lo dedico a mis hijos y a mi esposa, ellos constituyeron la motivación fundamental de este proyecto y me ofrecieron todo su apoyo.

## ÍNDICE:

	<b>Pag.</b>
<b>Capítulo I:</b> Introducción .....	1
1.1. Objetivos del Trabajo.....	5
<b>Capítulo II:</b> Revisión de Trabajos Previos.....	6
2.1. Teorías Elásticas Clásicas.....	6
2.1.1. Analogía de la Armadura Clásica.....	6
2.1.2. Trabajo desarrollado por Kani (1964; 1969).....	9
2.1.3. Trabajo desarrollado por A.H. Mattock. Resistencia por Fricción.....	19
2.1.4. Trabajo desarrollado por Taylor (1964; 1973).....	24
2.2. Teorías Plásticas Modernas.....	28
2.2.1. Analogía de la Armadura Moderna.....	28
2.2.2. Trabajo desarrollado por Martin Modeio de Puntales y Tensores.....	33
2.2.3. Trabajo desarrollado por Collins. Teoría de los Campos de Compresión.....	36
<b>Capítulo III:</b> Fórmulas de Resistencia a Cortante de Elementos de Concreto	
Reforzado.....	46
3.1. Origen y Efecto Contributivo en las Formulaciones de Resistencia de los Parámetros más Influyentes.....	47
3.2. Fórmulas de Resistencia.....	53
3.2.1. Ecuaciones propuestas por Kani.....	59
3.2.2. Propuesta de las Normas Técnicas Complementarias del Reglamento de Construcciones de Distrito Federal (1993).....	64
3.2.3. Propuesta del Reglamento A.C.I. 318-89.....	69
3.2.4. Propuesta de M. Collins (1978) para el Reglamento Canadiense (1990).....	76
3.2.5. Propuesta de la Norma Cubana NC-89.....	84
3.2.6. Propuesta del A.I.J (1991).....	89
3.2.7. Propuesta del Código de Nueva Zelanda (NZ 3101, 1988) y del C.E.B. - MC 90 (1990).....	99

	<b>Pag.</b>
<b>Capítulo IV:</b> Ecuaciones Propuestas para Calcular la Capacidad a Cortante.....	104
4.1. Fuentes de Resistencia.....	106
4.1.1. Resistencia por Mecanismo de Armadura.....	106
4.1.2. Resistencia a Cortante debido a la Fuerza de Compresión Axial por Efecto de Fricción.....	113
4.1.3. Resistencia a Cortante por Acción de Arco.....	115
4.1.4. Resistencia por Acción de Dovela.....	119
4.2. Formulaciones de Resistencia Propuestas.....	122
4.2.1. Formulación de Equilibrio-Momento Cortante (E1).....	122
4.2.2. Propuesta Simplificada (E2).....	135
<b>Capítulo V:</b> Análisis estadístico de las Formulaciones.....	141
<b>Capítulo VI:</b> Revisión de una Edificación por Cortante Mediante Diferentes Formulaciones.....	158
6.1. Revisión de la Fuerza Cortante Resistente de una Edificación por Diferentes Códigos Reglamentarios.....	158
6.2. Revisión de las Propuestas E1 y E2.....	163
6.3. Recomendaciones de Diseño.....	166
<b>Capítulo VII:</b> Conclusiones.....	168
<b>Referencias.....</b>	<b>172</b>
<b>Anexos.....</b>	<b>174</b>

## CAPÍTULO I: INTRODUCCIÓN

Desde finales de siglo pasado hasta la fecha, se han realizando numerosas investigaciones con el propósito de estudiar el comportamiento de los elementos estructurales de concreto reforzado sometidos a la acción de fuerzas de corte.

Las estructuras de concreto deben diseñarse de forma tal que garantice las condiciones de resistencia por el periodo de servicio previsto

Los elementos estructurales presentan diferentes magnitudes de esfuerzo, dependiendo de las sollicitaciones, tales como fuerzas cortantes, momentos flectores y fuerzas axiales.

Este trabajo se dirige a resaltar el efecto de las fuerzas cortantes y su combinación con las otras sollicitaciones mencionadas.

En los Capítulos 1 y 2 se dan a conocer algunas teorías clásicas y modernas sobre los criterios de resistencia al corte. Las teorías que se presentarán sirven de base a las propuestas reglamentarias (Capítulo III) y se complementan entre sí, sin embargo ninguna presenta un enfoque general que involucre a todas las variables físicas que intervienen en la definición de la capacidad real de resistencia a cortante.

El comportamiento de los miembros estructurales sollicitado a fuerzas cortantes, no siempre es predecible, pueden presentarse discrepancias hasta el orden del 40%. Los mecanismos internos de resistencia son complejos, intervienen un gran número de variables contrariamente al caso de flexión pura, donde sí es posible predecir la capacidad última con un grado de error menor del 10%.

Con frecuencia, en edificios bajo los efectos de fuerzas horizontales producto de un sismo o del viento, se presentará el colapso debido a las sollicitaciones conjuntas de momentos, fuerzas cortantes y fuerza axial.

La falla de los miembros estructurales es, por lo general, producto de la acción combinada de los tres efectos mencionados. Sin embargo, la mayoría de los planteamientos reglamentarios omiten tal interacción directa.

En el Capítulo IV se incluye una propuesta que relaciona las variables físicas, además de tener en cuenta la interacción momento-cortante resistente.

La falla a cortante puro se caracteriza por un agrietamiento con ángulo de inclinación tendiente a ser  $45^\circ$  respecto a la posición del acero longitudinal en tensión. El agrietamiento por corte en un elemento de concreto se alcanza generalmente posterior a la fluencia por flexión del acero de refuerzo transversal y longitudinal.

En la actualidad muchos investigadores estudian el fenómeno de cortante con el objetivo de poder predecir con mayor certeza el comportamiento de las estructuras y modificar los códigos vigentes, los cuales no siempre arrojan resultados del lado seguro.

Desde finales de siglo pasado hasta la fecha, se han realizando numerosas investigaciones con el propósito de estudiar el comportamiento de los elementos estructurales de concreto reforzado sometidos a la acción de fuerzas de corte.

Los estudios presentados por Ritter (1899) y Mörsch (1950), en la última década del siglo pasado y principios del actual, significaron un importante aporte conceptual a la teoría de cortante. Los autores identificaron las causas de la falla y determinaron la capacidad de resistencia de los elementos de concreto, partiendo de resultados experimentales donde los elementos no presentaban ductilidad por flexión.

Ritter introduce el concepto de tensión diagonal en 1899, planteando que la causa de la falla no se debía a los cortantes horizontales, sino a la fuerza de tensión diagonal, y que los estribos de refuerzo en el alma de la viga trabajarán a tensión y no a cortante horizontal o efecto de dovela.

Mörsch, en Alemania, planteó que si existe un estado de esfuerzos de cortante puro, los máximos esfuerzos de tensión se presentarán a  $45^\circ$  y tendrán la misma magnitud de los esfuerzos cortantes. En el año 1906 y 1907 se da a conocer el mecanismo de tensión diagonal, y se establecen las propuestas para determinar la capacidad nominal de resistencia a cortante en una viga sin refuerzo en el alma.

Los trabajos de Ritter y Mörsch permitieron establecer una analogía entre una viga de concreto y una armadura, conocida como "Analogía de la Armadura Clásica". Si se considera que el alma de la trabe está formada por múltiples diagonales de concreto a compresión con una inclinación de  $45^\circ$  con respecto al eje de la viga, y a el refuerzo transversal como los elementos a tensión de la armadura, se podrá determinar con

ecuaciones de equilibrio estático en nudos de la armadura, las componentes de compresión y de tensión para todos los elementos de la armadura ficticia.

Las formulaciones de Ritter y Morsch, que no tuvieron suficiente aceptación en su época, actualmente son las expresiones reglamentarias básicas de la mayoría de los códigos de diseño.

En la primera mitad del presente siglo, Kani realizó numerosas pruebas en vigas de concreto, con ó sin refuerzo transversal, en la Universidad de Toronto, con el objetivo de investigar los mecanismos de resistencia que se presentan en vigas solicitadas a flexión y cortante y los modos posibles de falla. Kani desarrolló una teoría racional para explicar el comportamiento de las vigas isostáticas y propone las ecuaciones para determinar la capacidad de las mismas. Sus investigaciones muestran la relación existente entre la falla por flexión y por cortante en función de la relación de claro de cortante a peralte (Kani, 1964; 1969). El autor también investigó la importancia del refuerzo transversal y su influencia en la resistencia al corte destacando las funciones del refuerzo transversal en la transmisión de las compresiones y de los cortantes a los apoyos.

En el año 1963, el ingeniero Taylor, conjuntamente con Cement and Concrete Association, publicó resultados de investigaciones sobre el comportamiento estructural de elementos de concreto reforzado y pretensado sin refuerzo lateral. Taylor realizó investigaciones con el objetivo de determinar la distribución de las fuentes de resistencia al corte en una sección del elemento, llegando a las siguientes conclusiones: plantea que el cortante, en una trabe sin refuerzo transversal, tiene que ser resistido por la acción conjunta de la zona de compresiones, la resistencia por efecto de dovela del acero longitudinal y por la resistencia al deslizamiento que aparecerá en la zona de la grieta debido a la trabazón de los agregados.

Los resultados de las investigaciones realizadas por Taylor conjuntamente con otras experiencias anteriores, permitieron determinar el aporte aproximado de cada uno de los mecanismos en el momento de la falla, planteando que la zona de compresión es capaz de resistir entre el 20 al 40% del cortante, el efecto de trabazón de los agregados entre 33 al 50% y la acción de dovela de un 15 a 20% del cortante total.

En el año 1970, Mattock estudió la resistencia a cortante por fricción, ensayando distintos especímenes, partiendo de una superficie de falla previamente conocida, con diferentes disposiciones del refuerzo y concluyó que el aporte de la zona agrietada de la viga, debido a la trabazón de los agregados representaba una importante contribución a la resistencia coincidiendo con los estudios de Taylor (1963). Además, presentó expresiones analíticas para determinar la resistencia por este efecto.

En 1985, Martin presentó la Teoría de Puntales y Tensores, cuyo modelo consiste en sustituir el elemento de concreto por una estructura equivalente formada por puntales, tensores y elementos de unión. El método consiste en dimensionar y reforzar a el elemento para garantizar que la estructura propuesta sea capaz de resistir las cargas actuantes. Los esfuerzos de los elementos del sistema se determinará por ecuaciones de equilibrio, suponiendo que los tensores de acero están solicitados a su esfuerzo de fluencia y que la resistencia efectiva de los puntales de concreto a compresión es igual a un porcentaje de la resistencia a compresión del concreto, determinado de forma experimental.

En la actualidad se han desarrollado teorías más elaboradas para determinar de un modo más racional la resistencia al corte de los elementos de concreto. La Teoría de los "Campos de Compresión" (Collins, 1978; Collins & Mitchell, 1986) es un método general, que aplica los conceptos de la teoría plástica permitiendo determinar la resistencia a cortante en elementos sometidos a estados complejos de esfuerzo. El método considera los modelos de comportamiento de los materiales, concreto y acero. Las ecuaciones del método deben satisfacer las condiciones de equilibrio y de compatibilidad de deformaciones para el concreto no agrietado. Se tiene que satisfacer el equilibrio de momento cortante, carga axial y el equilibrio de cortante horizontal. Por medio de iteraciones se podrán satisfacer todas las condiciones y así determinar la distribución de esfuerzos y deformaciones de equilibrio. La teoría es válida para secciones suficientemente alejada de los apoyos, donde no existan perturbaciones y el mecanismo de transmisión de esfuerzo sea básicamente el de armadura.

## 1.1 Objetivos del Trabajo

La falla por cortante es por lo general brusca y poco deseable. La mayoría de los códigos de diseño proponen ecuaciones conservadoras para dimensionar y reforzar a los elementos solicitados por acciones de corte, sin embargo no consideran el comportamiento de post-fluencia del acero longitudinal.

A diferencia de la flexión, existen grandes dificultades para poder evaluar correctamente la resistencia al corte de un elemento de concreto, debido al gran número de incógnitas que intervienen, motivo por el cual es frecuente observar en las estructuras este tipo de falla.

Por la importancia que tiene el tema y la necesidad de evaluar correctamente la resistencia real de los elementos estructurales, se ha desarrollado este trabajo persiguiendo los siguientes objetivos:

1. Presentar las teorías clásicas de cortante (Capítulo II).
2. Presentar las teorías plásticas modernas (Capítulo II).
3. Analizar el alcance y las limitaciones de la teorías presentadas (Capítulo II).
4. Presentar distintas formulaciones de resistencia, entre las que se encuentran (Capítulo III):
  - a) Código Norteamericano del Concreto (A.C.I.-89)
  - b) Normas Técnicas Complementarias del Reglamento de Construcciones del Distrito Federal de México (NTC RCDF-87)
  - c) Normas Cubanas del Concreto (NC-89)
  - d) Código Canadiense del Concreto (C.S.A.-84)
  - e) Reglamento Japonés del Concreto (A.I.J.-91)
  - f) Código del Comité Europeo del Concreto (C.E.B.-90)
  - g) Reglamento de Nueva Zelanda (N.Z.S.-88)
5. Proponer una ecuación de equilibrio-momento cortante que influya a todas las fuentes de resistencia a cortante y se incluye una propuesta simplificada (Capítulo IV).
6. Realizar un estudio de confiabilidad de las distintas propuestas (Capítulo V).
7. Diseñar una estructura según la formulación que se propone (Capítulo VI).
8. Cimentar las bases de futuras investigaciones, con la introducción del criterio del equilibrio-momento cortante.

## CAPÍTULO II. REVISIÓN DE TRABAJOS PREVIOS

### 2.1 Teorías Elásticas Clásicas

#### 2.1.1 Analogía de La Armadura Clásica

Los trabajos de Ritter en 1899 y Mörsch en 1950 constituyeron las bases teóricas para el desarrollo del modelo de la "Analogía de la Armadura Clásica". Una viga de concreto reforzado con estribos puede ser modelada como una armadura equivalente formada por una cuerda en compresión, otra en tensión, diagonales en compresión y puntales en tensión.

Las hipótesis básicas en que se sustenta este modelo son:

- 1) La zona de compresión transmite solamente esfuerzos horizontales de compresión, provocados por carga axial externa y flexión del elemento.
- 2) La zona de tensión transmite solamente esfuerzos horizontales de tensión, provocada por el estado de carga axial externa y flexión del elemento.
- 3) Todos los esfuerzos inclinados o verticales de tensión son transmitidos por los estribos o por las barras dobladas.
- 4) La grieta diagonal se extiende del acero en tensión hasta la zona de compresión, con una longitud efectiva  $jd \cos \theta$ , donde  $\theta$  es el ángulo de inclinación de la grieta. Entre dos grietas diagonales se conforma una diagonal de concreto con capacidad de transmitir fuerzas de compresión.

De la Fig. 2.1 se deduce la siguiente ecuación general para expresar la fuerza de los estribos.

$$A_w f_w = \frac{V s}{jd(\sin \alpha \cot \theta + \cos \alpha) \sin \alpha} \quad (2.1)$$

donde,

$s$ : espaciamiento de los estribos en dirección perpendicular al estribo

$\alpha$ : ángulo de inclinación de los estribos

$\theta$ : inclinación de la grieta diagonal

$A_w$ : área del estribo

$f_w$ : esfuerzo de trabajo del estribo

$V$ : fuerza cortante actuante

$jd$ : distancia entre la resultante de fuerza de tensión y compresión por flexión

Simplificando:

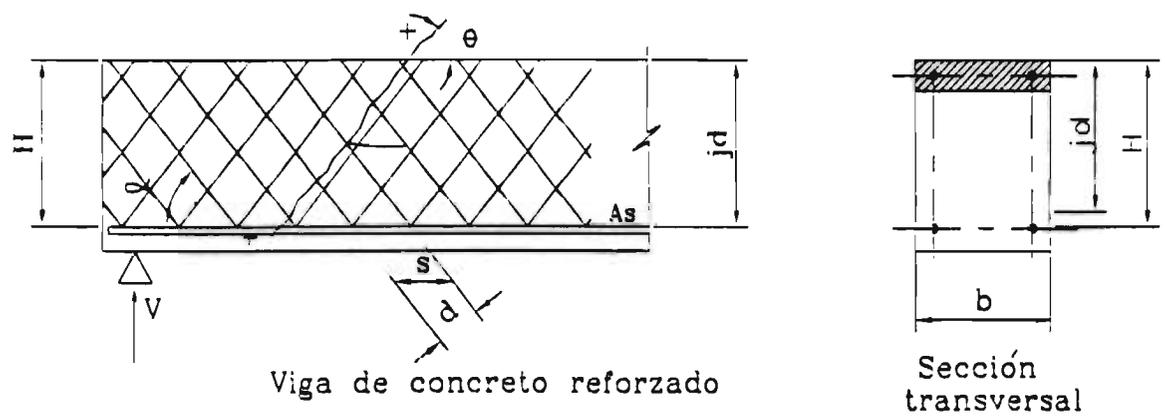


Fig. 2.1 Modelo de analogía de la armadura

$$V = \tau b j d$$

$$K = (\text{sen} \alpha \cot \theta + \text{cos} \alpha) \text{sen} \alpha$$

Sustituyendo:

$$\tau = K \rho_w f_w \quad (2.2)$$

donde:

$\tau$ : cortante nominal resistente

$\rho_w$ : cuantía de refuerzo transversal

$f_w$ : esfuerzo de tensión del acero transversal

$K$ : factor de eficiencia del refuerzo del alma

Asumiendo  $\theta = 45^\circ$  y tomando  $\alpha = 90^\circ$ , se tiene

$$A_w f_w = \frac{V_s}{j d}, \text{ ecuación idéntica a la planteada por Ritter en 1899.}$$

### Comentarios

- (1) El modelo es una representación simple del elemento que supone los estribos trabajando a tensión y no a cortante horizontal (efecto de dovela).
- (2) La ecuación de resistencia solo considera el aporte de los estribos laterales, no tiene en cuenta la contribución de la zona de concreto a compresión por flexión, en la contribución por trabazón del agregado en la grieta, así como tampoco el efecto de dovela del acero de refuerzo longitudinal.
- (3) El autor plantea que la mayor dificultad está en determinar el ángulo  $\theta$  que debe considerarse en cada caso, proponiendo el valor constante de  $45^\circ$ , lo usado en resultados experimentales de elementos lineales fallados por cortante sin incursión a la fluencia por flexión.
- (4) Esta ecuación propuesta por Ritter (1899) y Morsch (1950), es básicamente la utilizada por la mayoría de los códigos de diseño actuales para determinar la contribución de los estribos de refuerzo lateral a la resistencia al corte en elementos de concreto reforzado.

### 2.1.2. Trabajo desarrollado por Kani (1964; 1969)

Entre las teorías clásicas se encuentran las investigaciones realizadas por G.N.J. Kani, en la Universidad de Toronto, resumiendo las investigaciones realizadas en la primera mitad del presente siglo.

Kani publica los resultados de las pruebas realizadas en vigas isostáticas de sección constante solicitadas a fuerzas de cortante y momentos flexionante planteando que la resistencia a la fuerza de corte depende del área de la sección transversal, de la relación entre claro de cortante a peralte ( $a/d$ ), y del mecanismo que determine la falla. En los ensayos realizados por Kani, se probaron traveses con relación  $a/d$  de 1,5 a 6 y se encontró que para  $a/d > 5$  se alcanza la resistencia última por flexión; mientras que para  $a/d=2$  la falla se presenta por cortante, siendo en este caso el momento actuante aproximadamente igual al 50 % del momento último calculado por flexión.

Los esfuerzos cortantes nominales a la falla son mayores para bajas relaciones de  $a/d$ , esto se justifica considerando la participación de diferentes mecanismos de resistencia, principalmente el de arco. La relación claro de cortante a peralte es una variable introducida por Kani y es equivalente a la relación  $M/Vd$ . El claro de cortante es la distancia de la carga al apoyo, donde el momento varía linealmente de un valor máximo a cero y la fuerza cortante permanece constante.

Cuando la superficie de falla se presenta con un ángulo de inclinación menor de  $90^\circ$  respecto a la dirección del acero principal en tensión, la falla se atribuye al cortante o a la combinación cortante-flexión. La falla de cortante se presenta comúnmente cerca de los apoyos donde la combinación de esfuerzos de corte y de flexión genera un estado de esfuerzo crítico.

Si el acero en tensión se encuentra anclado en los extremos de la viga (Fig. 2.2) y no existen esfuerzos de adherencia acero-concreto en el interior del elemento, el esfuerzo de tensión permanece constante a lo largo de toda la longitud del elemento, como pudiera ser el caso de un elemento postensado. La reacción vertical del apoyo, conjuntamente con la fuerza que le transfiere el refuerzo al concreto en la zona de anclaje, en el extremo de la viga, tendrán que estar necesariamente en equilibrio con la fuerza del bloque de concreto a compresión y con la fuerza de corte actuante, representada en la Fig. 2.2. Por tanto, la resultante de las fuerzas de cortante y de compresión fluirán directamente a los apoyos a través de un puntal diagonal de compresión, presentándose las condiciones de esfuerzos favorables para disminuir la probabilidad de que se presente una falla por tensión diagonal en el elemento.

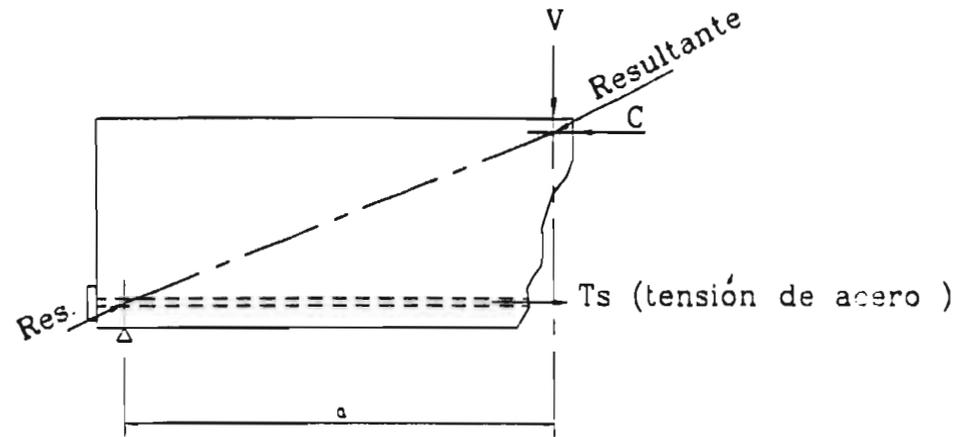


Fig. 2.2 Flujo directo de compresiones al apoyo (mecanismo de arco)  
 $a$ : claro de corte

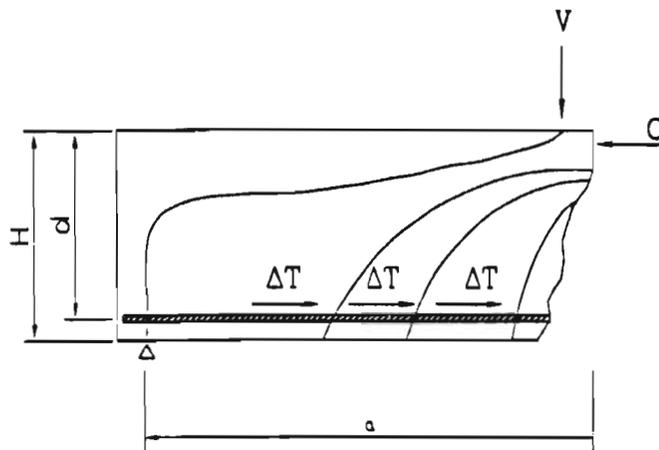


Fig. 2.3 Distribución de la fuerza de adherencia en los dientes de concreto

En el caso de vigas con el acero longitudinal en tensión con adherencia entre acero y concreto entre dos grietas consecutivas en la zona de anclaje, existirá una diferencia de esfuerzo  $\Delta T$  en el acero de refuerzo longitudinal (Fig. 2.3). En este caso la trayectoria de la resultante de las fuerzas de compresión y de cortante se desviarán para equilibrar a la fuerza de adherencia  $\Delta T$  que aparece en los arranques de los arcos interiores, generando los puntales a compresión del mecanismo de armadura, o bien determinando lo que se conoce como diente de concreto.

### Resistencia de los Dientes de Concreto

Al agrietarse una viga solicitada a flexión-cortante se formarán los llamados dientes de concreto, marcados por la separación entre dos grietas de flexión-cortante consecutivas. La longitud de los dientes aumenta con el incremento de la deformación por flexión de la viga.

Los dientes de concreto se analizan como elementos cortos en cantiliver, anclados en la zona de compresión de la viga y solicitados a flexión por una carga  $\Delta T$  en el extremo del mismo (Fig. 2.4). Mientras la base del diente de concreto permita resistir la flexión, la viga tendrá capacidad para transmitir las fuerzas de compresión y los cortantes, a los apoyos. Las deformaciones y la demanda de esfuerzos en la zona de compresión de la viga, aumentan en la medida en que la longitud de los dientes de concreto crece. Al perderse rigidez en los dientes, se pierde rigidez en el elemento, las grietas aumentan su longitud y afectan a la zona de compresión, provocando incrementos en los esfuerzos del bloque de compresión hasta la aparición del aplastamiento del concreto y el colapso del elemento.

La fuerza de adherencia media, por unidad de longitud es igual a la fuerza máxima de tensión entre la longitud de la zona del elemento donde se desarrolla esta.

$$\frac{T_{max}}{a} = \frac{\Delta T}{\Delta x} = \frac{f_t \Delta x b}{6q} \quad (2.3)$$

donde:

$T_{max}$ : fuerza resultante del acero longitudinal en tensión

$a$ : longitud donde se desarrolla la adherencia del acero en tensión, la cual en los ensayos de Kani coincide con el claro de cortante

$\Delta T$ : fuerza de tensión anclada en la longitud  $\Delta X$

$\Delta x$ : distancia entre grietas verticales que conforman los dientes de concreto

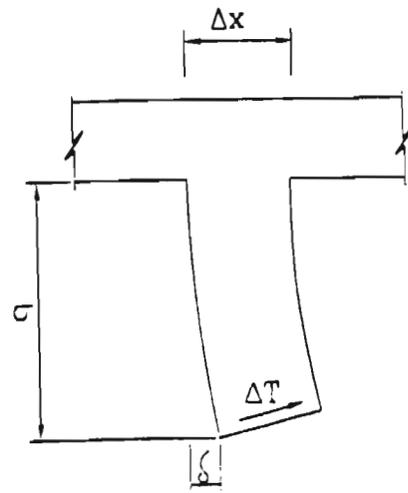


Fig. 2.4 Diente de concreto en flexión

$f_t$ : esfuerzo resistente del concreto en tensión

$q$ : profundidad de la grieta o longitud del diente de concreto en cantiliver

$b$ : ancho de la sección

El momento máximo resistente de la viga, según la teoría elástica se determina como:

$$M_{cr} = \frac{7}{8} d T \quad (2.4)$$

Sustituyendo el valor de T de (2.3) en (2.4), se obtiene

$$M_{cr} = \frac{7}{8} \frac{f_t}{6} \frac{\Delta x}{q} b a d \quad (2.5)$$

Si el momento resistente al agrietamiento expresado en función del esfuerzo permisible a tensión del concreto se puede determinar como:

$$M_o = \frac{7}{8} \frac{f_t}{6} b d^2 \quad (2.6)$$

igualando  $M_{cr}$  con  $M_o$ , se obtiene la ecuación de resistencia del diente de concreto

$$M_{cr} = M_o \frac{\Delta x}{q} \frac{a}{d} \quad (2.7)$$

Esta ecuación, relaciona el momento de flexión de la viga con el momento crítico por flexión del diente.  $M_{cr}$  es el momento para el cual se producirá el mecanismo de falla de los dientes de concreto y depende de la relación de  $a/d$ , un mismo elemento tendrá diferentes momentos críticos dependiendo de la condición de carga.

### **Resistencia del mecanismo de arco**

Posteriormente a la pérdida de la capacidad de resistencia del diente de concreto a flexión, la fuerza de anclaje se desarrolla solamente en los extremos de la viga siendo

constante el esfuerzo de tensión de un extremo al otro, con la condición de equilibrio en la viga con cables anclados en los extremos.

La pérdida de capacidad del diente a flexión no siempre significa que se ha agotado la capacidad de la viga para resistir cargas, ya que para ciertas relaciones de  $a/d$ , la viga podrá seguir resistiendo, comportándose como un arco atirantado.

La transformación del mecanismo de viga al de arco puede ocurrir gradualmente o súbitamente. En las pruebas realizadas en la Universidad de Toronto (Kani, 1964), se midieron las deformaciones en la zona próxima a los apoyos y se pudo observar la transformación de un mecanismo a otro caracterizada por un cambio brusco de los esfuerzos.

Kani (1964), propone que el momento crítico se puede determinar aproximadamente como:

$$M_{cr} = M_{fl} \frac{d}{a} \quad (2.8)$$

donde:

$M_{fl}$ : momento último resistente a flexión de la sección

En los resultados experimentales se han observado valores mayores a un 10% aproximadamente, por lo que se propone que  $M_{cr}$  se podrá calcular por la ecuación

$$M_{cr} = \frac{M_{fl}}{0.9} \frac{d}{a} \quad (2.9)$$

## Resultados teóricos

En la Fig. 2.5 se muestran los resultados teóricos de los momentos críticos calculados por la teoría clásica de Kani. La relación de  $M_{cr}/M_{fl}$  depende de la relación  $a/d$ , de la cuantía de acero en tensión, del esfuerzo de fluencia del acero y de la calidad del concreto. La falla por tensión diagonal se presenta en vigas donde  $a/d$  sea menor que el valor límite para el cual  $M_{cr}=M_{fl}$ . Cuando la relación de  $a/d < 2.5$ , la capacidad del diente de concreto es menor que la capacidad del arco y el mecanismo de falla es por tensión o compresión diagonal; para  $a/d > 2.5$ , la capacidad del arco es más baja que la del diente, por tanto la falla se producirá cuando se exceda la capacidad del diente a flexión, presentándose fallas por flexión-tensión diagonal. De la gráfica se observa que cuando la relación  $a/d$  es mayor que 5.6, los elementos alcanzan su capacidad máxima a flexión.

## Vigas con refuerzo transversal

En otro trabajo presentado por Kani en 1968 se expone la teoría clásica sobre la función del refuerzo transversal y se muestran los mecanismos de resistencia, la relación entre la fuerza actuante y los requerimientos de refuerzo. En este trabajo se especifican diferentes tipos de refuerzo y las zonas donde su colocación es más efectiva para resistir las acciones de cortante.

En la viga representada en la Fig. 2.6 se distinguen dos tipos arcos : el arco exterior que esta soportado por los apoyos externos de la viga (arco tipo I) y los arcos interiores del elemento que no presentan apoyos externos (arcos interiores o tipo II). En este último tipo, los apoyos son anclajes internos que lo unen al arco exterior tipo I.

La magnitud de carga vertical que pueden resistir los arcos interiores depende fundamentalmente de la magnitud de los soportes que lo enlacen con el arco exterior y de los esfuerzos que se transmiten por fricción a ambos lados de la grieta. Con el incremento de carga externa, crecen las grietas a lo largo de las trayectorias de compresión, reduciéndose el área de transferencia de esfuerzo y se produce una reducción progresiva del bloque de compresión debido a pérdida de la capacidad de resistencia de los soportes de los arcos interiores.

Según Kani (1968), en la vecindad de los apoyos de una viga isostática, no es necesario reforzar con estribos. En la zona donde el cortante es nulo y en las zonas próximas a la posición de carga, el refuerzo transversal no es efectivo, debido a que no existen compresiones en los arcos interiores, por lo que no se requiere de estribos a tensión.

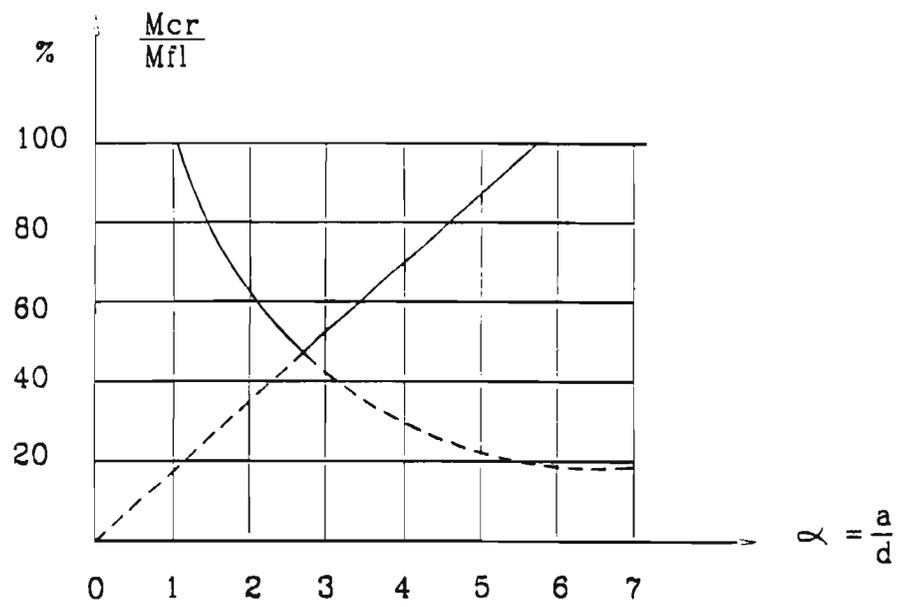


Fig 2.5 Relación  $\frac{M_{cr}}{M_{fl}}$  vs.  $\frac{a}{d} \left( \frac{a}{d} = \frac{M}{Vd} \right)$  ( $M_{cr}$ : momento crítico por corte;  $M_{fl}$ : momento de fluencia por flexión)

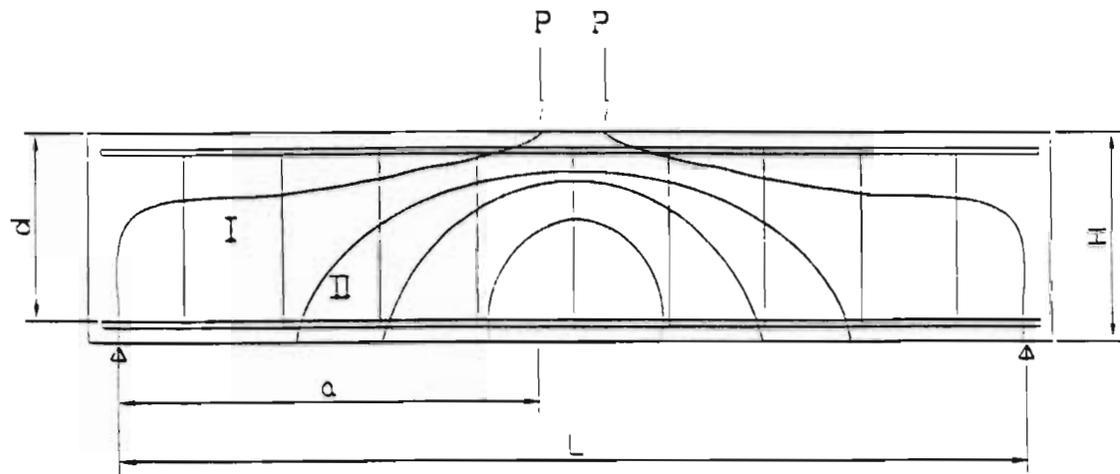


Fig. 2.6 Mecanismo de transferencia de esfuerzos a los apoyos  
 (I) arco exterior (II) arcos interiores

## Comentarios

- (1) La resistencia de una viga de concreto a cortante depende de más de un mecanismo por lo que hace complejo su análisis. En el primer trabajo de Kani, se mencionan la contribución del diente de concreto a flexión y la resistencia por mecanismo de arco de la viga de concreto.
- (2) Según la teoría presentada, la capacidad del diente de concreto a la falla se puede calcular con la ecuación (2.7) y la capacidad del arco se puede calcular con la ecuación (2.9).
- (3) Según Kani (1964), mientras mejor sea la adherencia entre acero y concreto, la separación entre grietas será más pequeña y por tanto el  $M_{cr}$  será mayor. Para una mala adherencia, menor será  $M_{cr}$  y mayor la posibilidad de falla por tensión diagonal, predominando el comportamiento de arco.
- (4) La teoría expuesta por Kani no considera la contribución del acero longitudinal por acción de dovela, ni considera la fuerza que se transmite a los arcos exteriores debido a la fricción entre los agregados.
- (5) El autor define las funciones del refuerzo transversal, introduciendo el concepto de arcos suspendidos. Este concepto permite una clara explicación de las funciones del refuerzo a cortante.
- (6) La teoría expuesta por Kani no concuerda con la teoría convencional, que limita la magnitud de los esfuerzos de cortante y relaciona directamente la demanda de refuerzo transversal con la fuerza cortante. Según la teoría convencional en las zonas cercanas a los apoyos de la viga isostática, con cargas uniformemente distribuidas o cargas concentradas equidistantes de los apoyos, se requerirá mayor cantidad de estribos debido a que el cortante es mayor. Sin embargo, en las pruebas realizadas en la Universidad de Toronto (1968), se concluyó que en la regiones cercanas a los apoyos no se necesita acero de refuerzo transversal debido a que existirá un puntal de compresión que transmitirá la carga directamente a los apoyos.
- (7) En las pruebas realizadas por Kani, se ha concluido, que las vigas con relación claro de cortante a peralte ( $a/d$ ) próxima a 1, generalmente no requieren de estribos para resistir las cargas, además se concluyó que existe poca diferencia entre la efectividad de distintos tipos de estribos, aunque las barras dobladas y los estribos inclinado muestran mayor efectividad.
- (8) En la Fig. 2.5 se muestra que la relación de  $M_{cr}/M_R$  depende de  $a/d$ .
- (9) Kani no propone expresiones para calcular el refuerzo transversal necesario por cortante.

### **2.1.3 Trabajo desarrollado por Mattock (1988). Resistencia por fricción**

En el año 1988 Mattock estudió la resistencia a cortante que se genera por fricción al desplazarse una superficie respecto a otra. Para realizar este estudio se utilizaron especímenes como los mostrados en la Fig. 2.8. El plano de falla crítico a cortante es el plano vertical, que coincide con la posición de la carga aplicada.

Se ensayaron un gran número de elementos, con distinta disposición del acero de refuerzo, con la superficie crítica inicialmente agrietada y no agrietada (Fig. 2.7 y 2.8).

El objetivo fue determinar los desplazamientos en la zona de la superficie crítica, los esfuerzos en las barras de refuerzo (con diferente inclinación respecto al plano crítico) y proponer una expresión para determinar el cortante resistente, así como una relación desplazamiento-carga en la zona crítica.

#### **Resumen de los resultados experimentales obtenidos en los ensayos**

- a) Para los especímenes inicialmente agrietados:
- las barras inclinadas entre  $26^{\circ}$  y  $45^{\circ}$  trabajaron a altos esfuerzos de compresión
  - las barras inclinadas a  $63,5^{\circ}$  estaban ligeramente esforzadas, algunas en compresión y otras en tensión
  - las barras inclinadas a  $90^{\circ}$  o más trabajaron a considerable esfuerzo de tensión
- b) Para los especímenes inicialmente no agrietados:
- Las barras inclinadas a  $26^{\circ}$  estaban ligeramente esforzadas
  - Las barras a  $45^{\circ}$  presentaron pequeñas deformaciones por tensión
  - Las barras dispuestas a  $63^{\circ}$  o más alcanzaron esfuerzos de tensión 3 veces superiores que las barras a  $45^{\circ}$
  - Las barras dispuestas a más de  $65^{\circ}$  alcanzaron su esfuerzo de fluencia.

#### **Resistencia a cortante en la superficie crítica sin agrietamiento inicial**

Mattock (1988) encontró que el cortante resistido por el espécimen, partiendo de una superficie de falla no agrietada con un plano de cortante formando un ángulo  $\theta$  respecto al arreglo de las barras, es similar para las barras dispuestas paralelamente u ortogonalmente a la superficie de falla (Fig. 2.7)

El esfuerzos de compresión y el de tensión tangencial se determinan en este caso como

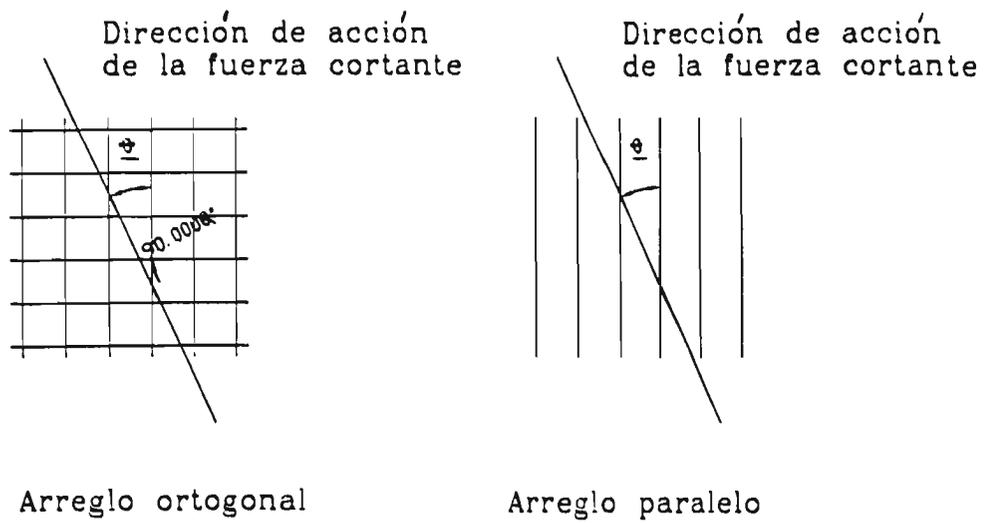


Fig. 2.7 Disposición de las barras de acero en los ensayos realizados por A.H.Mattock

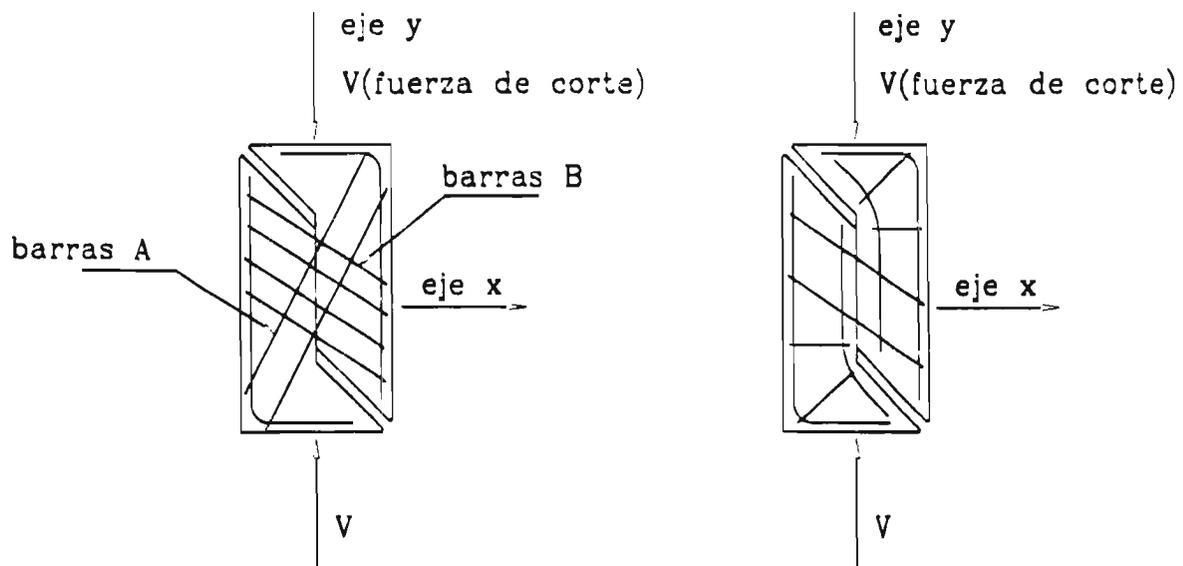


Fig. 2.8 Especímenes ensayados tipo

$$\sigma_x = \frac{A_s f_s}{s b} \sin^2 \theta \quad (2.10)$$

$$\tau_u = -\frac{A_s f_s}{2s} \sin 2\theta + k \tau_{xy} \quad (2.11)$$

donde:

$b$ : ancho de la sección crítica

$k=0.84$ , para refuerzo ortogonal

$f_s$ : esfuerzo del acero que cruza la superficie de falla

$A_s$ : área del acero

$s$ : espaciamiento entre barras

$\theta$ : inclinación del refuerzo

$\tau_u$ : esfuerzo cortante último en la sección crítica

$\tau_{xy}$ : esfuerzo cortante en el plano  $xy$

El término  $k$  relaciona los esfuerzos cortantes máximos de concreto con valores promedio. Cuando el esfuerzo externo de compresión en dirección ortogonal a la superficie de falla es igual a 0 y  $\theta=45^\circ$ , el esfuerzo  $f_s$  se puede determinar como

$$0 < \theta \leq 90^\circ \quad f_s = 1.4 f_y \cos(135 - \theta) \quad (2.12)$$

$$90^\circ \leq \theta \leq 180^\circ \quad f_s = f_y \quad (2.13)$$

### **Transferencia de cortante en el elemento inicialmente agrietado con refuerzo dispuesto ortogonalmente**

Cuando la sección agrietada se somete a esfuerzos cortantes, ocurren desplazamientos y la separación de las superficies de la grieta. El desplazamiento relativo del concreto a ambos lados de la superficie de falla provoca deformaciones del acero, por tanto aparecerán esfuerzos en el acero en dirección paralela a la grieta y en dirección normal a la misma. Los esfuerzos normales de tensión en el acero provocan compresiones en el concreto de la superficie de falla, provocando el incremento de la resistencia por fricción interna de los agregados de concreto.

Para calcular el esfuerzo cortante último,  $\tau_u$  se propone la expresión utilizada por Kani (1969):

$$\begin{aligned}\tau_u &= V_u / l b \\ &= 400 + 0.8 \frac{A_s}{s} (f_{sa} \sin^2 \theta + f_{sb} \cos^2 \theta) + \frac{A_s}{2s b} \sin 2\theta (-f_{sa} + f_{sb})\end{aligned}\quad (2.14)$$

donde:

$V_u$ : cortante último resistente

$\tau_u$ : esfuerzo cortante último

$l$ : longitud de la superficie crítica

$f_{sa}$ : esfuerzo de las barras A

$f_{sb}$ : esfuerzo de las barras B

$A_s$ : área de refuerzo que cruza a la grieta

$b$ : ancho del elemento

$s$ : espaciamiento entre estribos

Proponiéndose para calcular  $f_{sa}$  y  $f_{sb}$  las siguientes ecuaciones (Kani, 1969):

$$\begin{aligned}0 \leq \theta \leq 12.7 & & f_s &= -f_y \\ 12.7 \leq \theta \leq 90^\circ & & f_s &= -f_y \sec 38.7^\circ \cos(\theta - 38.7^\circ) \\ & & &= -1.6 f_y \cos(\theta - 38.7^\circ) \\ 90^\circ \leq \theta \leq 180^\circ & & f_s &= f_y\end{aligned}\quad (2.15)$$

### **Transferencia de cortante para el elemento inicialmente agrietado en el plano de falla con refuerzo dispuesto paralelamente**

El comportamiento de los especímenes con refuerzo paralelo y ortogonal son similares. Para un mismo ángulo  $\theta$ , con el refuerzo paralelo, los esfuerzos de tensión que aparecen en el acero son mayores.

En este caso los esfuerzos de tensión son (Kani, 1969).

$$\begin{aligned}0 < \theta < (90^\circ - \phi) & & f_s &= 0 \\ 90^\circ - \theta \leq \theta < 90^\circ & & f_s &= -1.6 f_y \cos(\theta + 38.7^\circ) \\ 90^\circ \leq \theta \leq 180^\circ & & f_s &= f_y \\ (90^\circ - \phi) &= & 51.3^\circ \\ V_u &= 400 \sin^2 \theta + \frac{A_s f_s}{s b} (0.8 \sin^2 \theta - 0.5 \sin 2\theta)\end{aligned}\quad (2.16)$$

### **Comentarios:**

- (1) Este trabajo representa un aporte experimental y analítico importante para el problema de determinar el cortante que se transfiere por fricción a través de la grieta.
- (2) El trabajo experimental fue desarrollado para elementos cargados en una sola dirección y con diámetros de barras relativamente pequeños, del No. 3.
- (3) El estudio no permite diferenciar los mecanismos de resistencia que se desarrollan en un elemento estructural.
- (4) No se puede cuantificar el aporte por efecto de dovela y la degradación de resistencia por este mecanismo si el acero está sujeto a esfuerzos de tensión.
- (5) No se involucran las características mecánicas del concreto en las ecuaciones de resistencia.

### 2.1.4 Trabajo desarrollado por Taylor (1964; 1973)

En el año 1964 y posteriormente en 1973, J. Taylor presentó algunos resultados de estudios realizados en vigas isostáticas de concreto reforzado, sin refuerzo transversal.

El autor plantea que la resistencia a cortante de un elemento depende de la resistencia de la zona de compresión, de la trabazón del agregado en la grieta y del efecto de dovela del acero longitudinal e investigó la magnitud de la resistencia que puede aportar cada zona.

De la Fig. 2.9 se establecen las siguientes ecuaciones de equilibrio

$$\sum N \quad C + P_m - F_s = 0 \quad (2.17)$$

$$\sum V \quad V_4 - V_1 - V_2 - V_3 = 0 \quad (2.18)$$

$$\sum M \quad V_4 a - V_2 l - V_3 h + P_m (d - t) = 0 \quad (2.19)$$

donde

$C$ : fuerza de compresión en las fibras superiores

$P_m$ : fuerza de compresión transmitida en la zona de agrietamiento

$F_s$ : fuerza de compresión del acero en tensión

$V_1$ : cortante total

$V_2$ : cortante resistente por la zona de compresión

$V_3$ : cortante resistente por efecto de dovela del acero longitudinal

$V_4$ : cortante resistente por trabazón de los agregados

$a$ : claro de cortante

$l$ : longitud horizontal de la proyección de la superficie de falla

$d$ : peralte efectivo del elemento

$h$ : peralte total del elemento

$t$ : distancia vertical de la fuerza  $P_m$  respecto al acero longitudinal en tensión

#### Cortante resistido por trabazón de los agregados

Taylor plantea que los esfuerzos longitudinales que aparecen en la superficie de la grieta pueden ser de magnitud considerable. La resultante de los esfuerzos tangenciales tendrá la misma dirección y magnitud que la resultante de compresiones que fluye hacia los arranques de los arcos interiores. Los efectos de trabazón de los agregados que se producirán entre las superficies de la grieta, permitirán transmitir carga de los arcos interiores a los exteriores.

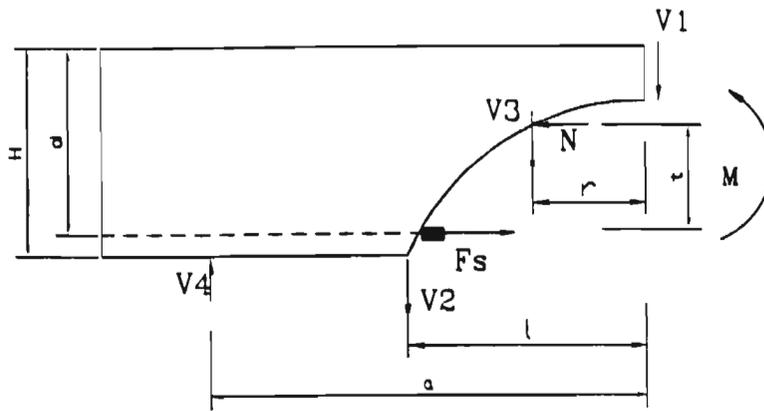


Fig. 2.9 Diagrama de cuerpo libre ( $V_1$ : cortante resistente por la zona de compresión;  $V_2$ : cortante resistente por efecto de dovela;  $V_3$ : cortante resistente por trabazón de los agregados;  $V_4$ : fuerza resistente total;  $C$ : resultante de compresiones;  $F_s$ : fuerza del acero en tensión;  $N$ : fuerza de compresión transmitida a través de la grieta)

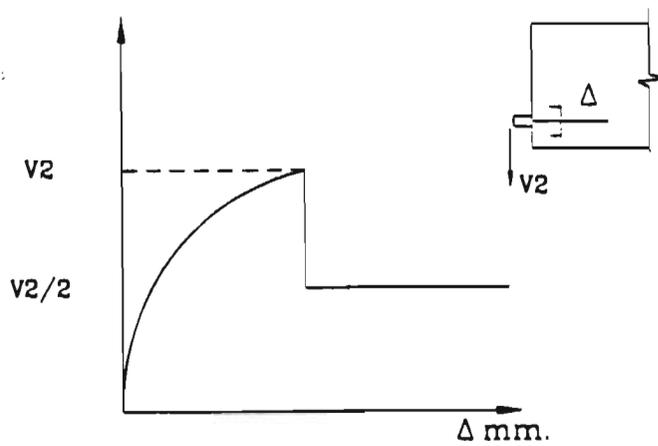


Fig. 2.10 Relación entre la fuerza resistente por el mecanismo de dovela con la deformación del acero en tensión

La fricción que se desarrolla depende de la resistencia del concreto, del tipo de agregado y de la relación entre los desplazamientos horizontales ( $\Delta H$ ) y verticales ( $\Delta V$ ) a lo largo de la grieta.

La relación entre  $\Delta H / \Delta V$  depende de las características geométricas del elemento y de las cargas actuantes. Basándose en los ensayos, el autor plantea que este efecto puede resistir de un 30% a 45% del cortante total.

### **Resistencia por acción de dovela**

La relación entre el desplazamiento vertical y la resistencia por acción de dovela, presenta la distribución mostrada en la figura 2.10.

La fuerza cortante resistente por efecto de dovela aparece producto de la rigidez a la deformación transversal del acero longitudinal en tensión. Taylor (1963), propone la siguiente expresión:

$$V_{2p} = 91 + 0.0001 \left[ \sum (C_s + C_l) \right]^2 f_t \quad (\text{KN}) \quad (2.20)$$

$$V_2 = 1.55 V_{2p} \Delta^{0.25} \quad (\text{KN}) \quad (2.21)$$

donde:

$f_t$ : resistencia a la tensión del concreto de la viga

$C_s$ : ancho de barra en (mm)

$C_l$ : distancia entre barras (mm)

$\Delta$ : desplazamiento vertical en la grieta a la altura del acero longitudinal

$V_{2p}$ : fuerza que provoca el agrietamiento longitudinal

$V_2$ : fuerza resistente por acción de dovela

Por este mecanismo de dovela se puede resistir entre un 15 a 20% del cortante total que resistirá la sección.

### **Fuerza cortante resistida por la zona de compresión**

Los esfuerzos cortantes en la zona no agrietada pueden calcularse considerando la teoría de comportamiento elástico. Según Taylor, la zona de compresión puede resistir entre un 20 y un 40% del cortante dependiendo de la geometría del elemento, de la relación entre el claro de cortante a peralte y de la resistencia del concreto. Propone que la distribución de

esfuerzo de compresión se considere lineal antes del agrietamiento y posteriormente parabólica.

**Comentarios:**

- (1) Los resultados fueron básicamente experimentales, por tanto, son válidos sólo para vigas sin refuerzo lateral.
- (2) La contribución a la resistencia de la sección depende de la distribución interna de deformaciones y depende de la geometría, de las características del concreto y del acero
- (3) El autor no propone ecuaciones para el diseño de elementos de concreto, sin embargo determina el aporte por la zona de compresión y el efecto de dovela.
- (4) Los resultados no hacen distinción entre los mecanismos de viga y de arco.
- (5) El autor no relaciona las fuentes de resistencia con la relación claro de cortante a peralte efectivo ( $a/d$ ).

## 2.2 Teorías Plásticas Modernas

### 2.2.1 Analogía de la Armadura Moderna

La analogía de la armadura moderna es considerada más realista que la de la "armadura clásica". La diferencia fundamental se encuentra en que el ángulo de inclinación de las diagonales de compresión no necesariamente tendrá que ser de  $45^\circ$ , aceptándose que  $\theta$  puede tomar valores entre  $25^\circ$  y  $65^\circ$  (Thürliman, 1979, Martin, 1985).

El modelo de falla se basa en los fundamentos de la teoría de plasticidad. La idealización del modelo incluye los conceptos de límite inferior y superior.

La armadura ficticia (Fig. 2.11) se diseña para que fluyan primero los estribos en tensión, antes de producirse el aplastamiento de concreto del puntal de compresión logrando así comportamiento dúctil en el proceso de falla de cortante. Si se analiza la armadura, considerando el comportamiento plástico, o sea, el acero fluyendo, se pueden determinar directamente los esfuerzos de todos los elementos de la armadura.

#### Consideraciones ó hipótesis básicas de la armadura moderna

- 1 La "armadura" que representa al elemento, estará formada por diagonales de compresión, elementos a tensión, cuerda superior a compresión y cuerda inferior a tensión.
- 2 Las diagonales de compresión propuestas tienen una resistencia última igual a  $v'f_c$ , donde  $v$  es un coeficiente de reducción de resistencia por agrietamiento y deformación cíclica del concreto.
3. Los elementos a tensión se diseñan para que trabajen a su esfuerzo de fluencia.
4. Los puntales de compresión se diseñan para que los esfuerzos de compresión sean menores que los resistentes  $v'f_c$ .
- 5 La inclinación de las diagonales de compresión quedará definida por el estado biaxial de esfuerzos cuando el acero transversal y longitudinal alcanza la fluencia.

#### Ecuaciones de equilibrio

De la condición de equilibrio de la figura 2.11, haciendo sumatorias de las fuerzas horizontales y verticales, se obtiene que el esfuerzo del puntal de compresión es igual a:

$$\sigma_c = \frac{V}{b j d} \operatorname{sen} \theta \cos \theta \quad (2.22)$$

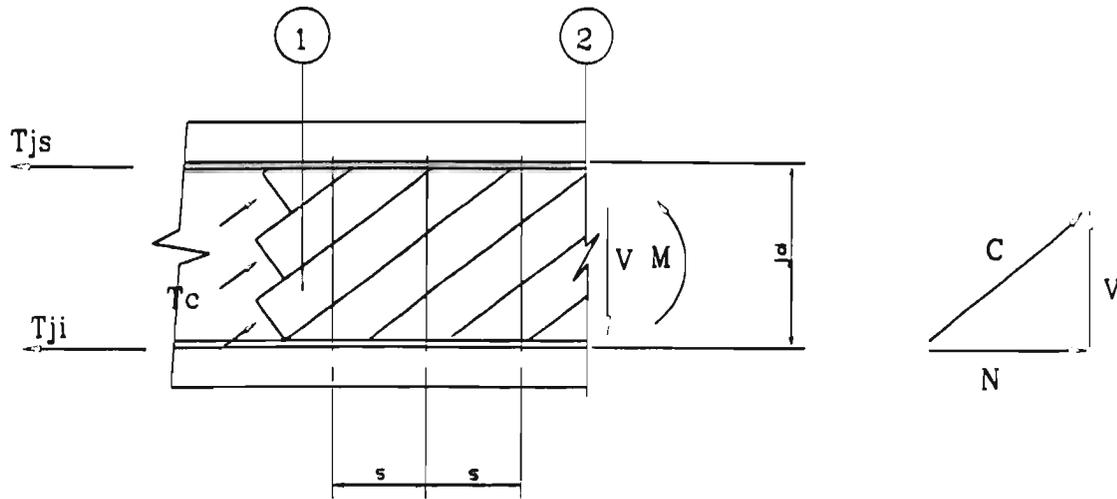


Fig. 2.11 Diagrama de cuerpo libre ( $V$ : fuerza cortante;  $M$ : momento actuante;  $T_c$ : esfuerzo de compresión diagonal por cortante;  $jd$ : par interno;  $T_{ji}$  ( $T_{js}$ ): fuerza de tensión del acero debida a la acción de los esfuerzos cortantes)

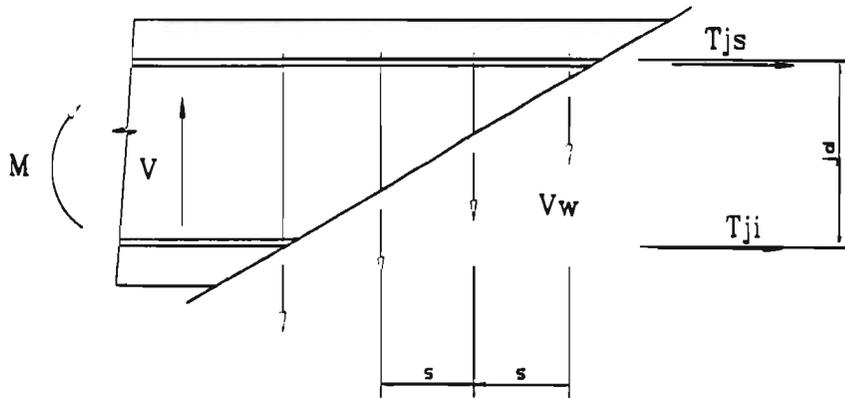


Fig. 2.12 Equilibrio de fuerzas en la sección transversal ( $V_w$ : fuerza cortante resistente por los estribos;  $s$ : espaciamiento entre estribos)

y el cortante externo que soportaría el refuerzo lateral se define como:

$$V = V_w jd \frac{\cot \theta}{s} \quad (2.23)$$

Haciendo sumatoria de momento respecto al punto A (Fig. 2.12), se obtiene

$$V = \frac{M}{jd} + \frac{V}{2} \cot \theta \quad (2.24)$$

$$T_{st} = -\frac{M}{jd} + \frac{V}{2} \cot \theta \quad (2.25)$$

donde

$M$ : momento en la sección analizada

$V$ : cortante actuante

$\theta$ : ángulo de inclinación de las diagonales de compresión

$V_w$ : fuerza resistente por un estribo

$s$ : espaciamiento entre estribos

$T_{st}$  ( $T_{st}$ ): fuerza de tensión debido al cortante

$jd$ : distancia entre la cuerda de compresión y tensión

El primer término en la parte derecha de las ecuaciones 2.24 y 2.25 representa el valor de la tensión en el acero longitudinal debida a la presencia de momento flector, mientras el segundo considera el efecto que provoca la fuerza cortante sobre el acero longitudinal.

Cuando el esfuerzo debido al acero en tensión es igual al esfuerzo de fluencia, se supone que se produce la fluencia simultánea del acero longitudinal y del acero transversal, incrementándose el esfuerzo en la zona de compresión hasta el aplastamiento y la falla.

Según la expresión 2.23, la efectividad del refuerzo de cortante depende del área de acero en tensión que cruce la grieta. El ángulo de inclinación de la grieta varía en dependencia de la relación entre el momento y el cortante actuante.

Según las expresiones 2.24 y 2.25, la tensión del acero longitudinal no solo depende del momento actuante en la sección que se analiza, sino también de la fuerza cortante actuante.

### **Inclinación de las diagonales de compresión**

La inclinación de las diagonales de compresión del concreto se puede definir de acuerdo a dos filosofías de análisis:

#### *Primera:*

La teoría de los campos de compresiones, desarrollada en la Universidad de Toronto por M. Collins (1985), considera que el ángulo de inclinación del estrato a compresión coincide con la dirección de las deformaciones principales en el estado último

Cuando se alcanza la capacidad última por el mecanismo de armadura, el patrón de deformaciones define la posición y dimensiones de los estratos a compresión. Posterior a la fluencia del acero transversal y del longitudinal, aumentan los esfuerzos de compresión del concreto hasta que se produce la falla por aplastamiento del concreto en compresión.

En el momento de falla, se considera que la dirección de los esfuerzos principales de compresión coincide con la dirección de las deformaciones máximas por compresión, y no necesariamente coinciden con la dirección de agrietamiento inicial por la flexión y cortante.

#### *Segunda:*

La teoría general desarrollada por G. Thürliman (1979), profesor alemán, considera que el ángulo de inclinación de las diagonales, coincide con aquel que produce la fluencia del acero longitudinal y transversal. El autor recomienda determinar el ángulo en el dominio definido entre 25° y 65°.

### **Valor límite para el promedio de resistencia a compresión del concreto**

El aplastamiento del concreto se alcanza para un esfuerzo medio de compresión en el concreto  $\nu f'_c$ . Nielsen y Braestrup (1978), encontraron que el valor promedio estaba dado por  $\nu f'_c = 0.72 f'_c$ .

Collins (1978), plantea que el esfuerzo promedio del concreto depende de la capacidad de transmisión de esfuerzos cortantes. Relacionan el ángulo  $\theta$  de inclinación con las compresiones efectivas límites, debido a que en la medida que el ángulo de inclinación de los esfuerzos principales decrece, se incrementan los esfuerzos cortantes que deben ser transmitidos a través de la grieta, por tanto se incrementan los esfuerzos de compresión diagonal en el concreto.

### Comentarios:

- (1) El modelo de armadura moderna es apropiado para determinar los estribos transversales necesarios para resistir el cortante.
- (2) El ángulo  $\theta$  se calcula por la teoría plástica, considerando el patrón de deformaciones principales cuando el acero llega a la fluencia.
- (3) El ángulo  $\theta$  de falla no coincide necesariamente con el ángulo de agrietamiento inicial.
- (4) El modelo no considera la variación de esfuerzos en el acero de refuerzo longitudinal, al considerar que está fluyendo a todo lo largo del elemento. El considerar este gradiente de esfuerzo podría contribuir a un planteamiento más razonable sobre la formación del mecanismo, específicamente en cuanto a geometría e inclinación de los estratos de concreto a compresión.
- (5) Entre las consideraciones del modelo se incluye la interacción momento-cortante.
- (6) Se considera la posible falla por compresión de los puntales de concreto.
- (7) No es posible definir con exactitud el valor de la resistencia efectiva a compresión diagonal  $v_f'$ , debido a que este promedio no solo depende de la resistencia a la compresión del concreto, sino de otras variables como son la cuantía de refuerzo transversal, tipo de carga y características de deformación de la sección analizada.

### **2.2.2. Trabajo desarrollado por Martin (1985). Modelo de Puntales y Tensores**

En el año 1985 Peter Martin propone la utilización del Método de Puntales y Tensores, para analizar vigas de concreto reforzado. Este método ha tenido múltiples aplicaciones en la última década, siendo de gran utilidad para el estudio de muros y vigas sometidas a esfuerzos de cortante, torsión y acciones combinadas. Su desarrollo ha influido en el planteamiento de las nuevas tendencias de los códigos Europeos y de Norte América.

El modelo incluye los siguientes elementos: puntales de compresión, miembros a tensión, nudos, arcos y elementos en forma de abanico. Su aplicación se basa en el concepto de resistencia última y en ecuaciones de equilibrio.

Un elemento de concreto reforzado se modela como una estructura ficticia formada por puntales de compresión, tensores y nudos. La posición de los puntales y los tensores deberán seguir la trayectoria de los esfuerzos principales de compresión y tensión respectivamente. En la medida que la orientación supuesta coincida con las direcciones reales en que se transportan los esfuerzos, los resultados del análisis tendrán mejor aproximación.

El análisis se puede dividir en método estático y método cinemático. El método cinemático ofrece por lo general una mejor aproximación siendo adecuado para el diseño. El método estático es simple y permite calcular de manera directa, por equilibrio estático, las fuerzas internas y la carga última, así como los requerimientos mínimos de acero.

#### **Etapas del procedimiento del método de Puntales y de Tensores**

1. Basándose en la experiencia, el diseñador elige las dimensiones de los puntales de concreto a compresión, de acuerdo a las normas de construcción establecidas. Estas deben garantizar los requisitos de servicioabilidad y requerimientos de resistencia última. Los puntales se dimensionarán para que no se produzca una falla por compresión.
2. Se selecciona un modelo de puntales y tensores considerando la resistencia efectiva del concreto y del acero.
3. Se realiza el análisis adicionándole las consideraciones cinemáticas y se comprueba el comportamiento bajo condiciones de servicio.

En la Fig. 2.13 se muestran algunas de las aplicaciones típicas de este método. Peter Martin propone considerar la resistencia efectiva del concreto aproximadamente igual a  $0.6f'_c$ . Este valor puede variar en dependencia de las condiciones específicas para cada caso, tales como la distribución de los esfuerzos internos, el ángulo de agrietamiento, las disposiciones del refuerzo y la presencia de confinamiento lateral.

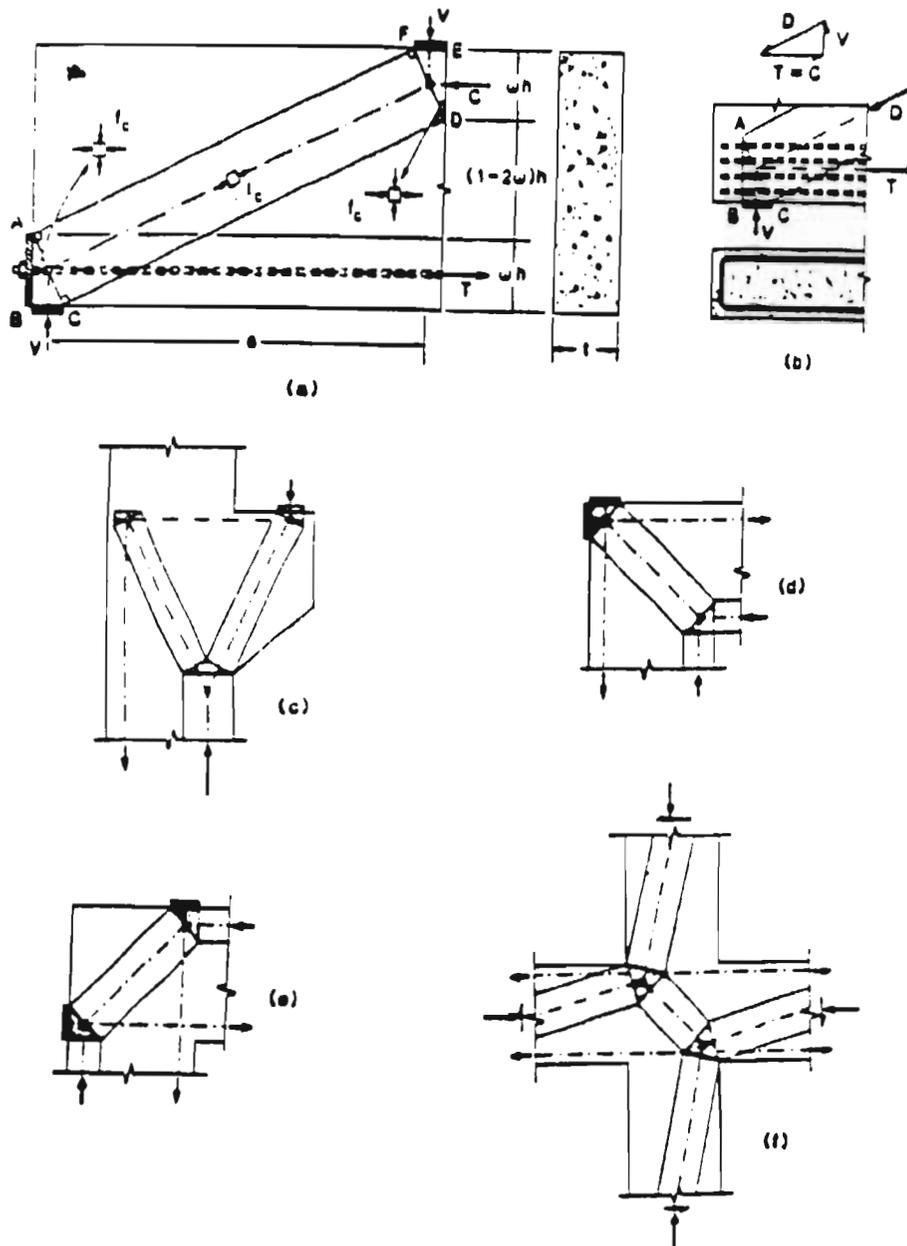


Fig. 2.13 Algunos ejemplos de las aplicaciones del método de puntales y tensores  
 (a) y (b) viga de concreto solicitada a fuerza cortante y momento  
 (c) ménsula en columna  
 (d) y (e) conexión viga -columna  
 (f) conexión múltiple vigas - columnas

### **Comentarios:**

- (1) Los resultados del análisis de un elemento de concreto dependerán del modelo utilizado.
- (2) Se necesita de la experiencia del diseñador para proponer el modelo de puntales y tensores, lo cual le resta generalidad al método.
- (3) El método no permite determinar la capacidad última de resistencia del elemento de concreto con exactitud, solo simula un mecanismo de transmisión de esfuerzo y comprueba la resistencia del mecanismo propuesto, comparándolo con las cargas actuantes.
- (4) El método es aplicable a elementos con geometrías complejas, sobre todo para elementos cortos de gran peralte.
- (5) Los resultados de aplicar un modelo u otro pueden presentar dispersiones importantes que pueden ser del orden de un 30% (Martin, 1985).
- (6) No considera la resistencia por efecto de dovela.
- (7) El método ha sido ampliamente estudiado para aplicaciones en el análisis de muros y vigas.

### 2.2.3. Trabajo desarrollado por Collins (1978; 1986). Teoría de los Campos de Compresión

La teoría de los campos de compresión fue desarrollada en la Universidad de Toronto, basándose en las investigaciones de Collins (1978), Vecchio (1988) y otros. En 1977, se publica por Collins la "Teoría Clásica de los Campos de Compresiones" y en 1982-1988, Collins y Vecchio dan a conocer la "Teoría Modificada de los Campos de Compresiones".

El planteamiento se basa en ecuaciones de equilibrio, que satisfacen simultáneamente el equilibrio estático y las condiciones de compatibilidad de deformación. Partiendo de la Fig. 2.14, haciendo sumatoria de fuerzas longitudinales, se obtiene la ecuación:

$$A_s \sigma_s + A_p \sigma_p + N - \sigma_l b d = 0 \quad (2.26)$$

donde:

$A_s$ : área del refuerzo longitudinal

$A_p$ : área del refuerzo de presfuerzo

$\sigma_s$ : esfuerzo del acero longitudinal

$\sigma_p$ : esfuerzo del acero de presfuerzo

$\sigma_l$ : esfuerzo medio de compresión en el concreto

$N$ : fuerza axial

$b$ : ancho de la sección transversal

Expresando el promedio de esfuerzos cortantes en la sección transversal como

$$\tau = \frac{V}{b j d} \quad (2.27)$$

Despejando en 2.26 el valor del esfuerzo longitudinal de compresión del concreto, se obtiene

$$\sigma_l = \rho_s \sigma_s + \rho_p \sigma_p + \frac{N}{b j d} \quad (2.28)$$

donde

$\rho_s$ : cuantía del refuerzo longitudinal

$\rho_p$ : cuantía del acero de presfuerzo

$b$ : ancho de la sección

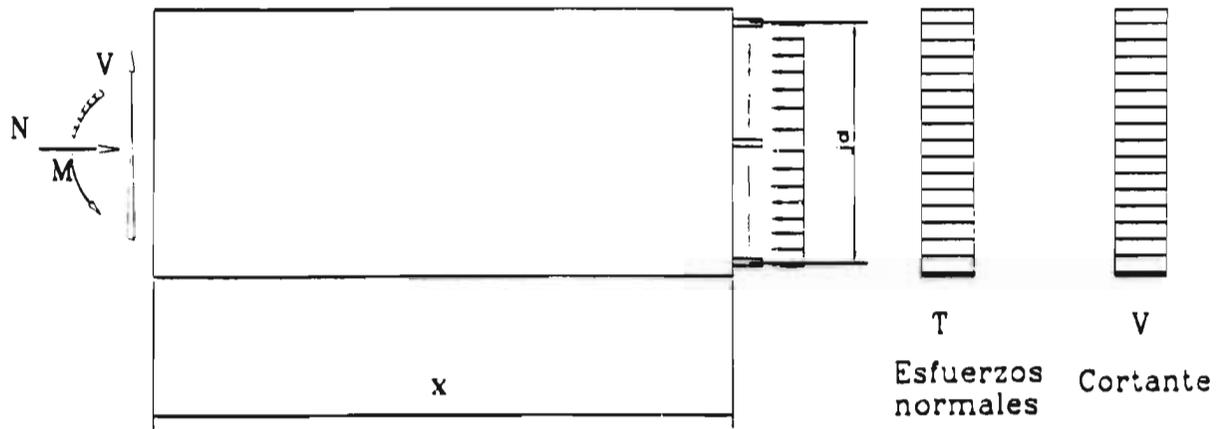


Fig. 2.14 Diagrama de esfuerzo de la viga

$jd$ : distancia del acero colocado en la cara superior al colocado en la cara inferior

$V$ : magnitud de la fuerza cortante

$\tau$ : esfuerzo cortante medio en la sección analizada

Del círculo de Mohr (Fig. 2.15) se obtienen las relaciones

$$\sigma_t = \frac{\tau}{\tan \alpha} \quad (2.29)$$

$$\sigma_c = \tau \tan \alpha \quad (2.30)$$

La magnitud media de los esfuerzos principales de compresión  $\sigma_c$  en el concreto queda definida según el círculo de Mohr por la ecuación

$$\sigma_c = \tau \left( \tan \alpha - \frac{1}{\tan \alpha} \right) \quad (2.31)$$

donde

$\alpha$ : ángulo de inclinación de los esfuerzos principales de compresión.

Similarmente, basándose en el círculo de Mohr de la Fig. 2.16, se pueden obtener las relaciones de compatibilidad de deformaciones expresadas como

$$\gamma_{lt} = \frac{2(\varepsilon_t + \varepsilon_l)}{\tan \alpha'} \quad (2.32)$$

$$\gamma_{lt} = 2(\varepsilon_t + \varepsilon_l) \tan \alpha' \quad (2.33)$$

$$\tan^2 \alpha' = \frac{(\varepsilon_d + \varepsilon_l)}{(\varepsilon_d + \varepsilon_t)} \quad (2.34)$$

donde

$\alpha'$ : es el ángulo de inclinación de las deformaciones principales

$\varepsilon_t$ : deformación unitaria en dirección longitudinal

$\varepsilon_l$ : deformación unitaria en dirección transversal

$\varepsilon_d$ : deformación unitaria en la dirección principal

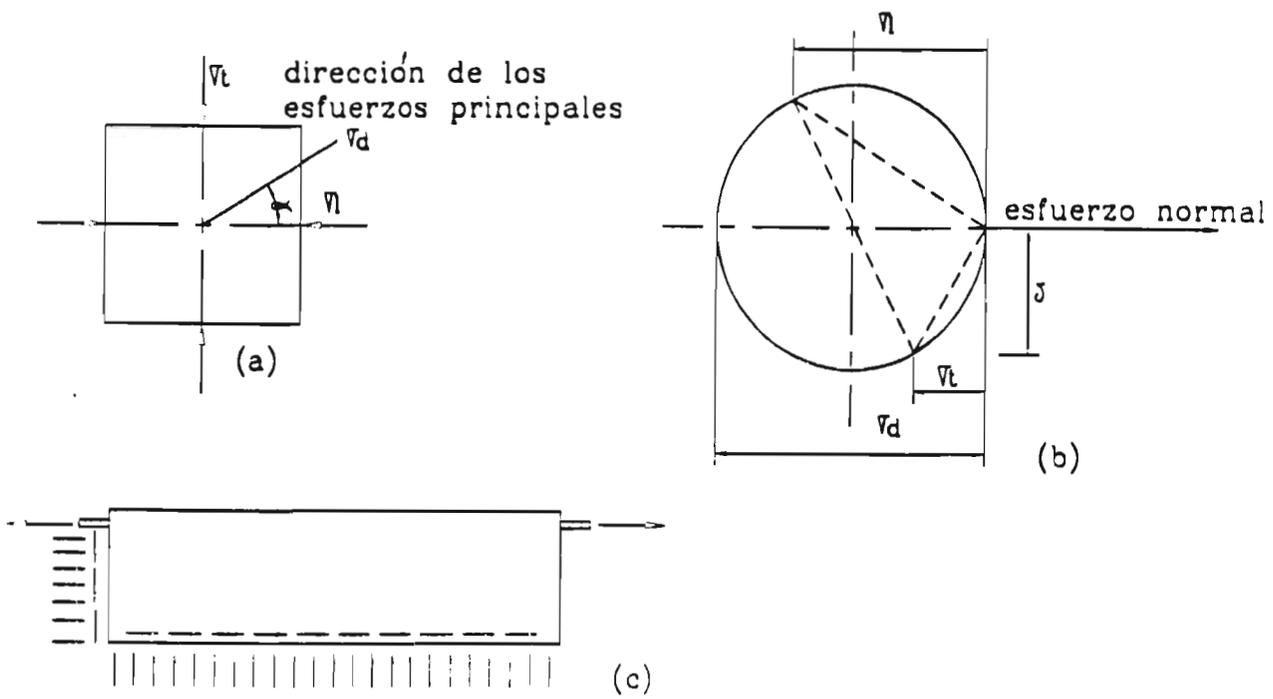


Fig. 2.15 Estado de esfuerzos bidimensional en el concreto

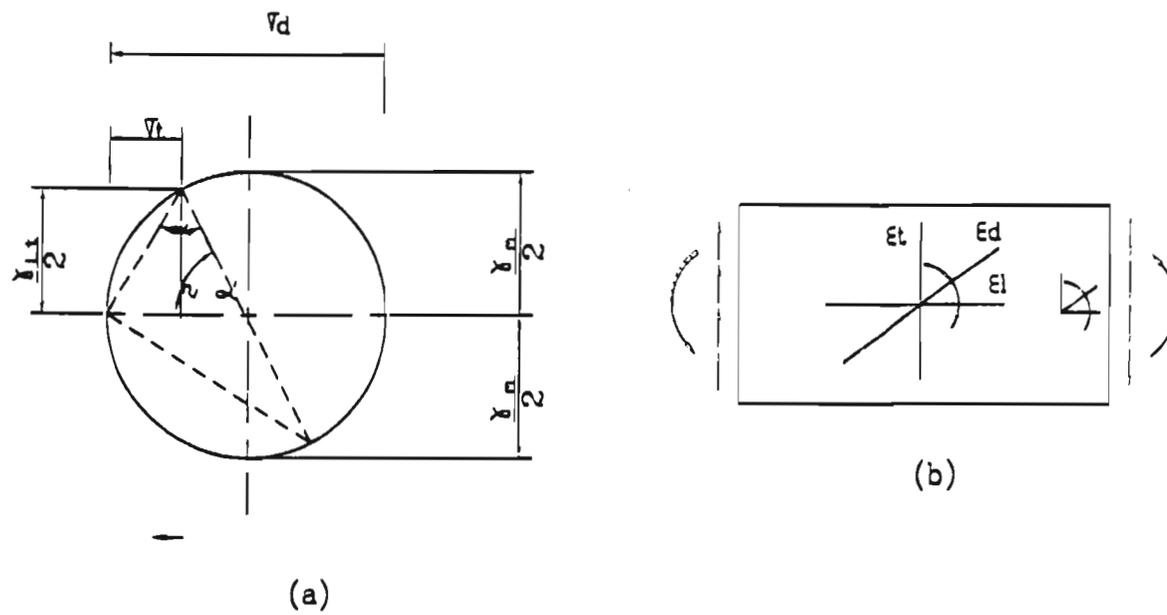


Fig. 2.16 Condiciones de compatibilidad de deformaciones ( $\epsilon_l$ : deformación unitaria en dirección longitudinal;  $\epsilon_t$ : deformación unitaria en dirección transversal;  $\epsilon_d$ : deformación unitaria en dirección principal)

$\gamma_n$ : ángulo de distorsión angular

El método considera que la dirección de las compresiones principales coincide con la de las deformaciones principales  $\alpha = \alpha'$ .

**Ecuaciones constitutivas:**

Para el acero se considera el comportamiento bilinear.

$$\sigma_s = E_s \varepsilon_s \leq f_{sy} \quad (2.35)$$

$$\sigma_p = E_s \varepsilon_p \leq f_{py} \quad (2.36)$$

$$\sigma_w = E_s \varepsilon_w \leq f_{wy} \quad (2.37)$$

donde:

$f_{sy}$ : esfuerzo de fluencia del acero longitudinal

$f_{py}$ : esfuerzo de fluencia del acero de presfuerzo

$f_{wy}$ : esfuerzo de fluencia de los estribos

Para el concreto a compresión se considera el modelo de la curva parabólica propuesta por Hognestad, donde:

$$\sigma_c = f'_c \left[ \frac{2\varepsilon_d}{\varepsilon_0} - \left( \frac{\varepsilon_d}{\varepsilon_0} \right)^2 \right] \quad (2.38)$$

El módulo de elasticidad del concreto en función de la deformación, para el modelo dado, se expresa como,

$$E_c = \frac{f'_c}{\varepsilon_0} \left( 2 - \frac{\varepsilon_d}{\varepsilon_0} \right) \quad (2.39)$$

donde:

$f'_c$ : resistencia a compresión del concreto

$\varepsilon_d$ : deformación principal

$\varepsilon_u = 0.002$ : deformación unitaria por compresión para la cual el concreto alcanza el esfuerzo máximo de resistencia a compresión  $f'_c$ .

Para predecir el comportamiento de un miembro ante excitación de cortante, se necesitará conocer las características de la sección, tales como:  $b$ ,  $jd$ ,  $\rho_s$ ,  $\rho_p$ ,  $\rho_w$  y las propiedades de los materiales:  $E_s$ ,  $f_{py}$ ,  $f_{wy}$ ,  $f'_c$ ,  $\varepsilon_s$  y la deformación inicial del acero de presfuerzo (en caso que exista).

El procedimiento es iterativo, se propone  $\alpha$  y se conoce el esfuerzo cortante  $\tau$ , por tanto, se puede determinar lo esfuerzo de compresión del concreto y del acero por (2.29), (2.30) y (2.31) y con la relaciones constitutivas (2.35) y (2.37), se puede determinar la deformación longitudinal y transversal;  $\varepsilon_s$ ,  $\varepsilon_w$ ,  $\varepsilon_p$  y el ángulo  $\alpha$ . Si el ángulo de inclinación de las deformaciones principales coincide con el ángulo de inclinación de los esfuerzos principales, la solución se aproxima con bastante precisión a los resultados experimentales.

### Comportamiento ante carga última

En una viga de concreto, posterior a la fluencia del acero transversal, el esfuerzo del acero longitudinal crece muy rápidamente, presentándose las máximas compresiones en el concreto que puede definirse como:

$$\sigma_{iu} = \rho_s f_{sy} + \rho_p f_{py} + \frac{N}{b_w jd} \quad (2.40)$$

donde:

$\sigma_{iy}$ : esfuerzo máximo de compresión del concreto

$b_w$ : ancho de la sección transversal

El esfuerzo cortante último resistente por el acero de refuerzo, calculado para la condición de fluencia del acero longitudinal y transversal se expresa como

$$\tau_u \leq \sqrt{(\rho_w f_{wy}) \left( \rho_s f_{sy} + \rho_p f_{py} + \frac{N}{b jd} \right)} \quad (2.41)$$

La falla puede presentarse en las diagonales de compresión si el valor de los esfuerzos principales ( $\sigma_d$ ) supera a los resistentes por compresión diagonal, antes que el acero fluya. La capacidad a cortante por el concreto puede determinarse con la ecuación,

$$\tau_u \leq \sqrt{f_{au} \rho_t f_{ty} - (\rho_t f_{ty})^2} \quad (2.42)$$

donde:

$f_{au}$ : resistencia máxima del concreto por compresión diagonal

$\rho_t$ : cuantía de refuerzo transversal

$f_{ty}$ : esfuerzo de fluencia del acero transversal

### **La Teoría Modificada de los Campos de Compresión**

En el año 1986 se publicó la "Teoría Modificada de los Campos de Compresión" por Michael Collins. Las investigaciones realizadas en la Universidad de Toronto permitieron desarrollar un método de análisis unificado, para aplicarlo en vigas de concreto armadas o presforzadas.

Este método se basa en los mismos conceptos de la teoría de los campos de compresión presentada por Collins en el año 1977, pero planteada en una forma más general, válida para vigas con cualquier forma de sección transversal y cualquier estado de esfuerzo, como pudiera ser la combinación de fuerzas cortantes, axiales y de momentos flectores.

El procedimiento se basa en ecuaciones de equilibrio, de compatibilidad y constitutivas que relacionan las cargas con los esfuerzos promedio.

El método considera las propiedades reales de los materiales, considera el concreto agrietado como un nuevo material con sus características propias de esfuerzo y deformación.

Este método permite predecir la distribución de esfuerzo y de deformación con buena aproximación a los resultados reales.

### **Método de Análisis**

Considerando la sección transversal compuesta por fibras horizontales, cada fibra tendrá su esfuerzo, su deformación y sus propiedades (Fig. 2.17). Para cualquier sección que se analice deben satisfacerse las siguientes condiciones de equilibrio.

- a) El equilibrio de momento, cortante y carga axial; y
- b) El equilibrio de cortante horizontal

Cada fibra del elemento de concreto se analiza individualmente. Los esfuerzos se determinan haciendo uso de las ecuaciones constitutivas, dada una deformación normal en la sección.

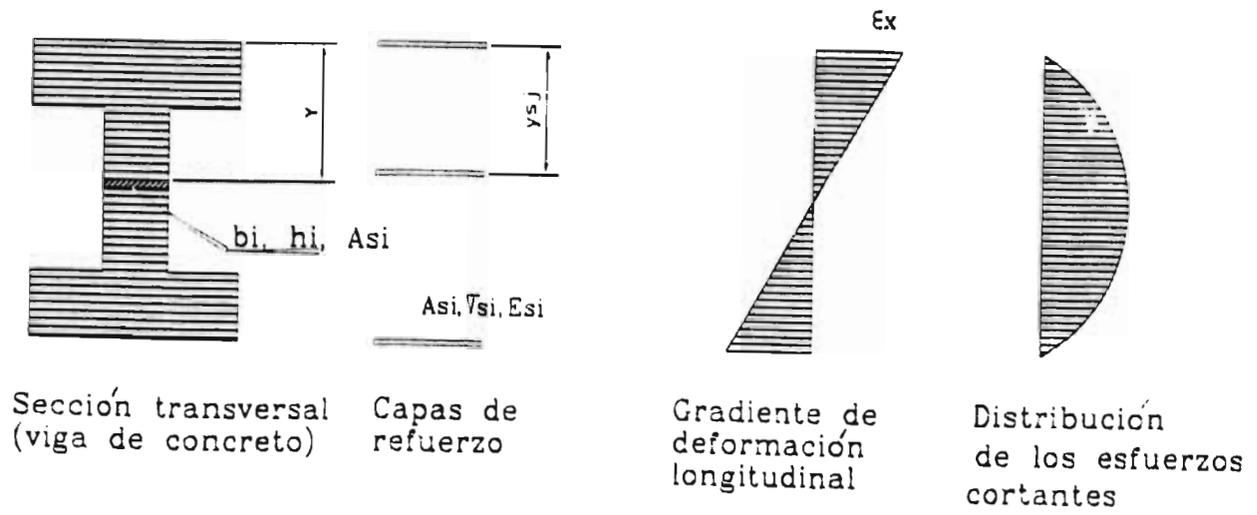


Fig. 2.17 Modelo de fibras (Parámetros:  $b_i$ : ancho de la fibra  $i$ ;  $E_{si}$ : módulo de elasticidad del acero de la fibra  $i$ ;  $A_{si}$ : área de acero de la fibra  $i$ ;  $\epsilon_x$ : deformación unitaria longitudinal)

Suponiendo una deformación normal al plano de la sección y una distribución de flujo de cortante, se puede calcular los esfuerzos longitudinales en cada fibra de concreto y capa de acero, debiéndose cumplir simultáneamente las ecuaciones de equilibrio.

$$\sum_{i=1}^m f_{cx_i} b h_i + \sum_{j=1}^n f_{sx_j} A_{sx_j} = N \quad (2.43)$$

$$\sum_{i=1}^m f_{cx_i} b h_i (y_{ci} - \bar{y}) + \sum_{j=1}^n f_{sx_j} A_{sx_j} (y_{sj} - \bar{y}) = M \quad (2.44)$$

$$\sum_{i=1}^m \tau_{ci} b h_i = V \quad (2.45)$$

donde.

$f_{cx_i}$ : esfuerzo de compresión del concreto en la fibra y

$b_i$ : ancho de la fibra y

$h_i$ : altura de la fibra y

$f_{sx_j}$ : esfuerzo del acero de la camada

$A_{sx_j}$ : área del acero de la camada

$N$ : fuerza de compresión axial

$y_{ci}$ : distancia de la fibra al borde inferior

$\bar{y}$ : distancia del centroide de la sección al borde inferior

$y_{sj}$ : distancia de la camada de acero al borde inferior

$M$ : momento actuante de la sección

$\tau_{ci}$ : cortante de la fibra

$V$ : cortante actuante en la sección

El procedimiento es iterativo y el gradiente de deformación se modificará hasta que se cumplan las tres ecuaciones de equilibrio.

Para determinar la distribución correcta de los esfuerzos cortantes se analiza otra sección próxima a la primera. Ambas secciones se analizan para la misma distribución de esfuerzo cortante y en cada caso se debe satisfacer el equilibrio de momento, cortante y fuerza axial, y el equilibrio de la fuerza cortante horizontal.

## Comentarios

- (1) El método permite incluir las características aproximadas de los materiales, acero y concreto
- (2) Considera como aproximación la hipótesis que en el momento de la falla el patrón de esfuerzos principales coincide con el patrón de deformaciones principales.
- (3) Considera para el análisis un estado biaxial de esfuerzos y deformación.
- (4) El ángulo de inclinación de los esfuerzos principales se determina de manera tal que se satisfagan las condiciones de equilibrio de cortante vertical y horizontal
- (5) Los esfuerzos de las diagonales de compresión se limitan a el valor  $v f'_c$ , donde  $v$  es el factor de resistencia efectiva a la compresión del concreto
- (6) Es un método muy general que permite determinar el estado de esfuerzos y de deformación para la sección del elemento que se analice.
- (7) La exactitud del mismo dependerá de la veracidad de las hipótesis inicialmente supuesta sobre los materiales y el procedimiento de análisis
- (8) El método permite incluir los resultados de investigaciones posteriores, posibilitando su futuro desarrollo.
- (9) El análisis permite determinar los esfuerzos internos en el elemento y compararlo con los esfuerzos nominales permisibles.
- (10) El ángulo de inclinación de las diagonales de compresión se podrá determinar con una buena aproximación, ya que se basa en ecuaciones de equilibrio y se consideran modelos "realistas" de comportamiento en el concreto y del acero.
- (11) El procedimiento de cálculo es laborioso, se requiere de esfuerzo computacional, por lo que es poco aplicable a reglamentos y códigos
- (12) El método considera que se alcanza la capacidad de resistencia última cuando fluyen el acero longitudinal y transversal o cuando los esfuerzos en las diagonales de compresión superan el valor permisible  $v f'_c$ , provocando una falla de compresión diagonal.
- (13) El método es útil para analizar elementos solicitados por la acción de fuerzas axiales, cortantes y momentos.
- (14) El método es aplicable a secciones suficientemente alejadas de los puntos de localización de esfuerzos locales, donde prevalezca el mecanismo de armadura.

### **CAPITULO III: FÓRMULAS DE RESISTENCIA A CORTANTE DE ELEMENTOS DE CONCRETO REFORZADO**

El comportamiento de los elementos de concreto reforzado sometido a esfuerzo cortante aún no es bien conocido debido a la complejidad del fenómeno estudiado y a la dificultad de encontrar modelos analíticos que sean capaces de representar las condiciones reales.

Se han propuesto muchas fórmulas basadas en distintas teorías distinguiéndose dos grupos, uno basado en la teoría clásica y el otro en el análisis plástico

En este capítulo se revisarán distintas fórmulas propuestas para calcular la resistencia a fuerzas cortantes en elementos de concreto reforzado, donde se incluirán el efecto del momento flexionante, el cortante y la compresión axial

En la actualidad la mayoría de los reglamentos, basan sus ecuaciones de diseño en los métodos clásicos, pero dentro de ellos se encuentran distintos criterios, uno es el Europeo basado en la Teoría de Morsch, el cual supone que la armadura de refuerzo a cortante comienza a trabajar posteriormente al agrietamiento del concreto, o sea cuando el concreto pierde la capacidad de resistir cortante. Otro criterio, el Americano, plantea que existe un trabajo conjunto entre ambos materiales ya que la zona de compresión es capaz de resistir esfuerzo cortante.

Durante décadas hasta la actualidad, se ha adoptado por la mayoría de los reglamentos el modelo de la armadura clásica propuesto por Ritter y Morsch para determinar la contribución del acero. Sin embargo, los resultados obtenidos con las teorías clásicas, presentan diferencias apreciables con los resultados experimentales. Además, esta diferencia observada varía de un planteamiento a otro, lo que refleja que el fenómeno aún no es bien conocido. En la actualidad se han desarrollado con un enfoque más realista, hipótesis basadas en el comportamiento a la falla posterior a la fluencia por flexión, considerando la capacidad de deformación del elemento; y se continúa investigando, buscando un planteamiento general que incluya todas las fuentes de resistencia.

### **3.1 Origen y efecto contributivo de los parámetros mas influyentes en las formulaciones de resistencia de los reglamentos**

La resistencia a cortante depende de muchas variables, esto hace complejo el hecho de determinar la contribucion de cada una de ellas de manera independiente debido a la interacción existente entre las mismas.

Los parámetros que influyen de manera más significativa están incluidos en las ecuaciones de diseño de los distintos reglamentos, revisadas en el acápite anterior. En el presente, se intenta resumir como influyen las siguientes variables:

*resistencia a la compresión de concreto*

*relación de claro de cortante a peralte efectivo del elemento estructural*

*refuerzo a cortante o transversal en una viga*

*cuantía del refuerzo longitudinal de tensión*

*fuerza axial*

*resistencia a la tensión*

#### **Resistencia a compresión del concreto**

La falla por cortante de una viga de concreto reforzado se produce cuando los esfuerzos en el acero y en el concreto superan a los resistentes a estos materiales, por tanto, en el momento del colapso del elemento se presenta el aplastamiento y la destrucción del concreto en la zona de compresión o la falla por tensión del refuerzo transversal.

La resistencia a compresión del concreto interviene significativamente en los dos mecanismos admitidos, el de arco y el de armadura.

En el mecanismo de armadura se desarrollan fuerzas de compresión diagonal que encuentran su equilibrio al actuar conjuntamente con las fuerzas de tensión que se desarrollan en el acero transversal y en el concreto, así como con las fricciones que aparecen en el concreto de las grietas.

Según el mecanismo de armadura, la falla por compresión diagonal se presenta frecuentemente en secciones con fuertes solicitaciones de momento y de cortante, como pudieran ser las secciones extremas de vigas rígidamente apoyadas. En los apoyos pueden

formarse articulaciones plásticas, desarrollándose deformaciones por giros e importante degradación de la resistencia y de la rigidez, generando finalmente la falla del elemento por efectos de cortante.

Por el mecanismo de arco es evidente la importancia de la resistencia a compresión del concreto ya que las cargas se transmiten a los apoyos directamente por los puntales internos de compresión. Al fluir los estribos transversales, sólo el mecanismo de arco puede impedir el colapso, por tanto la resistencia a compresión de los puntales tiene que ser superior a los esfuerzos internos de compresión que pudieron generarse.

La contribución tanto del mecanismo de armadura como del de arco depende del claro de cortante, en la medida que este aumenta, decrece la demanda de resistencia a cortante. La contribución de cada mecanismo para un claro de cortante dado depende de la relación  $\frac{\rho_w f_{wy}}{f'_c}$ , mientras mayor sea este parámetro, se reduce la contribución del mecanismo de arco y se incrementa la del mecanismo de armadura. La resistencia no presenta una variación directamente proporcional con el incremento de cuantía lateral.

### **Influencia de la relación claro de cortante a peralte efectivo**

La resistencia a cortante de un elemento depende no solo de las dimensiones, propiedades y calidades de los materiales que la componen, sino también de la condición de carga que tendrá que resistir. Esta variable fue introducida inicialmente por Kani y actualmente es considerada por los investigadores como un parámetro fundamental, aún cuando no todas las ecuaciones reglamentarias la toman en consideración. El parámetro  $a/d$  (claro de cortante a peralte efectivo), presenta un significado similar a la relación  $M/Vd$ .

En los estudios de Kani (Fig. 2.5) se le da una clara interpretación la variable  $a/d$ , su magnitud determinará cuál es el mecanismo de transmisión de carga que predominará para la viga analizada. Para una relación de  $a/d$  aproximadamente menor a 3, predominará el mecanismo de arco sobre el de armadura, y para relaciones superiores será la inversa. Para relaciones  $a/d=3$  tanto el mecanismo de armadura como el de arco tienen el aproximadamente 50 % de participación en la resistencia.

### **Clasificación de las vigas atendiendo a la relación $a/d$**

*Vigas peraltadas:* Son aquellas que tienen una relación de claro de cortante a peralte efectivo menor de 1 ( $a/d < 1$ ). En estas vigas las cargas se transmiten directamente a los apoyos por un flujo de esfuerzos de compresión en el interior del puntal de concreto del punto de aplicación de la carga al apoyo. Esta fuerza de compresión diagonal es equilibrada en el nudo del apoyo por los esfuerzos de tensión que se originan en el acero longitudinal a modo de tensor. Cuando se desarrolla la grieta de cortante, se comporta como un arco atirantado, presentando una notable reserva de resistencia.

Los modos de falla posibles son: falla de anclaje; agrietamiento por compresiones locales en la zona del nudo o reacción; falla por flexión, la cual puede presentarse en la parte superior del arco; o fallas locales.

*Vigas cortas:* Son aquellas que presentan una relación  $1 < a/d < 3$ . Estas vigas tienen mayor contribución a la resistencia por el mecanismo de arco que por el de flexión o de armadura. La falla por cortante se presenta con un agrietamiento inclinado en dirección a los apoyos, se pueden presentar grietas consecutivas en la dirección de los esfuerzos principales de compresión. En estas vigas pueden aparecer grietas inclinadas por efecto de las tensiones diagonales en el alma, pero la falla del elemento se produce cuando se agota la capacidad del arco de transmitir las cargas a los apoyos. También es común la falla por pérdida de adherencia del refuerzo longitudinal.

*Vigas intermedias:* Presentan una relación de  $3 < a/d < 6$ . En ellas predomina el mecanismo de flexión o de armadura sobre el de arco. La capacidad de este dependerá de la cuantía de refuerzo transversal. El agrietamiento comienza en la zona más tensionada y crece hacia la zona de compresión. Suelen aparecer distintas grietas más acostadas hacia los apoyos y más verticales en la zona próxima a la carga. Estas grietas forman los llamados “dientes de concreto”.

La falla por lo general ocurre con cierta ductilidad, posterior a la fluencia del acero transversal, pero en caso de vigas muy reforzadas transversalmente, se presentará el agrietamiento por compresión del concreto del alma antes de ocurrir la falla por tensión diagonal. Otro tipo de falla posible es la falla por flexión o adherencia.

*Vigas largas:* Son aquellas que tienen una relación  $a/d > 6$ . En ellas las secciones críticas coinciden con las de momento máximo y es poco probable que ocurra una falla por cortante. Las grietas surgen verticales, en dirección ortogonal a las tensiones máximas por flexión.

El concreto es capaz de resistir altos esfuerzos de compresión, por lo que las vigas cortas no requieren de grandes espesores y la función del refuerzo transversal es fundamentalmente dar confinamiento al concreto y así incrementar la capacidad de deformación. Sin embargo, en una viga de longitud intermedia, se necesita refuerzo transversal para suplir la baja resistencia de concreto a tensión, además de aumentar el confinamiento del concreto

### **Influencia del refuerzo transversal**

La resistencia a cortante de una viga de concreto reforzado está dada, fundamentalmente, como la suma de la contribución a la resistencia del concreto más la contribución del acero. La contribución del acero transversal es fundamental en el mecanismo de armadura, el refuerzo tendrá que resistir las tensiones diagonales que aparecen producto de las sollicitaciones de momento y de cortante que existen en el elemento, constituyendo el eslabón fundamental para la transmisión de la carga a los apoyos.

La mayoría de los reglamentos consideran una contribución del mecanismo de armadura cuya magnitud está determinada por el acero y subvaloran el mecanismo de transmisión de arco.

En muchos casos las formulaciones establecen una relación lineal del incremento de resistencia a cortante en la medida que aumenta la cuantía de refuerzo transversal e inclusive se desprecian las contribuciones de las otras fuentes de resistencia. Se ha comprobado experimentalmente que el incremento de cuantía produce una disminución de la resistencia aportada por la zona de compresión, por lo que no existirá una relación directamente proporcional, o sea no es posible un incremento indefinido de este parámetro, sin que se produzca una falla por compresión diagonal del concreto.

El cortante resistente debido a la contribución del acero de refuerzo lateral depende de la relación entre momento actuante y momento resistente. En la medida en que aumenta la relación, la grieta tiende a ser predominantemente vertical de flexión, y por tanto disminuirá

la cantidad de refuerzo lateral que cruce la grieta y será menor la contribución del acero lateral ante la falla del elemento por cortante.

Otra función importante del refuerzo a cortante es la de proporcionar confinamiento al concreto. El efecto del confinamiento lateral es equivalente a un incremento de la resistencia del concreto a compresión, además de incrementar la capacidad de deformación del elemento, ya que tiende a demorar degradaciones de resistencia.

### **Influencia del acero longitudinal en tensión**

Mientras mayor sea la cuantía de refuerzo longitudinal, se incrementa el momento resistente de flexión y el tipo de falla tenderá a ser del tipo de cortante. Las grietas serán predominantemente diagonales y será mayor la participación de los estribos.

En la actualidad se sabe que el acero longitudinal contribuye a incrementar el cortante resistente por efecto de dovela. La resistencia por efecto de dovela se incrementa con el aumento de la calidad del concreto, del diámetro de las barras, con el recubrimiento del refuerzo y con la separación del refuerzo transversal que fungirá como apoyo del refuerzo longitudinal. Algunos investigadores lo relacionan con la variable  $ad$ , afirmando que este parámetro disminuye su influencia en la medida que aumenta esta relación. En vigas cortas o vigas de longitud intermedia, en la zona de apoyo, se demandan altas tensiones de adherencia para que se desarrolle el mecanismo de flexión. En algunos casos se producen grietas a lo largo del acero longitudinal y se pierde parcialmente la adherencia, afectándose la resistencia y presentándose un mecanismo de falla bajo solicitaciones prematuras a las estimadas por los mecanismos de arco y de armadura.

### **Fuerza de compresión axial**

La fuerza de compresión axial es otro parámetro de notable influencia en la capacidad de resistencia a cortante.

Esta variable influye con doble efecto, mientras mayor sea la fuerza axial, mayor fuerza cortante podrá resistir la viga por efecto de fricción, siendo la fuerza resistente por fricción igual a la fuerza normal de compresión multiplicada por el coeficiente de fricción. Por otra

parte, la fuerza axial en secciones hiporeforzadas incrementa el momento resistente por flexión de la viga, por lo que será mayor la carga que resistirá la viga sometida a flexión y cortante.

El incremento de fuerza axial comienza a tener un efecto negativo cuando la falla deja de ser hiporeforzada o balanceada y pasa a ser hiperreforzada. Fuerzas superiores a la que provoca la falla balanceada, provocarán una disminución de la capacidad a flexión del elemento y probablemente la aparición de aplastamiento del concreto a compresión en los mecanismos de arco y armadura. El efecto de la fuerza axial es más favorable cuando se cuenta con elementos de concreto de alta resistencia a la compresión.

En los elementos sometidos a compresión tales como el caso de columnas y elementos presforzados, la carga axial incrementa la profundidad del eje neutro y la fricción entre los agregados, mientras que disminuye las tensiones tangenciales, por lo que incrementa la resistencia al corte.

### 3.2 Fórmulas de resistencia

En una pieza de sección constante sometida a momento flexionante y fuerza cortante, la distribución de los esfuerzos de corte se puede obtener de la ecuación:

$$\tau = \frac{VS}{bI} \quad (3.1)$$

donde:

$V$ : Fuerza cortante actuante en la sección

$S$ : Módulo de sección del área situada por encima de la fibra analizada

$b$ : ancho de la sección

$I$ : momento de inercia de la sección transversal

Una sección continua presenta la distribución de esfuerzo mostrada en la Fig. 3.1, pero debido a que el concreto presenta una baja resistencia a tensión, por lo general los esfuerzos de trabajo superan a la capacidad resistente en las fibras ubicadas por debajo del eje neutro y se produce el agrietamiento del elemento, originándose una discontinuidad y desapareciendo o tomando un valor muy pequeño la resistencia a cortante aportada por el concreto situado por debajo de la fibra neutra. Sin embargo no se pierde toda la capacidad, cierto porcentaje se transmite por fricción debida a la trabazón de los agregados. Posterior al agrietamiento se incrementan los esfuerzos de cortante en todas las fibras no agrietadas, debido a la disminución de la inercia de la sección agrietada respecto a la no agrietada (Fig. 3.2).

Basándose en la Fig. 3.3 y haciendo la suma del momento en el punto E, se obtiene que la fuerza cortante es la derivada del momento con respecto a la dirección longitudinal del elemento  $x$ .

$$V = \frac{dM}{dx}$$

Por equilibrio, la diferencia entre las fuerzas de compresión  $N_1$  y  $N_2$  (ver Fig. 3.3) es igual a la magnitud del esfuerzo del cortante,  $\tau$  por el área del elemento,  $b dx$ .

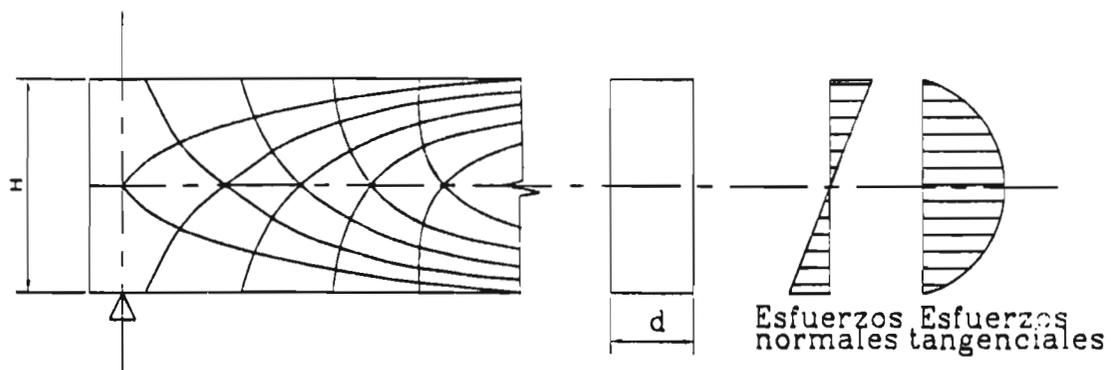


Fig. 3.1 Viga de concreto, comportamiento elástico (isobaras de tensión y compresión)

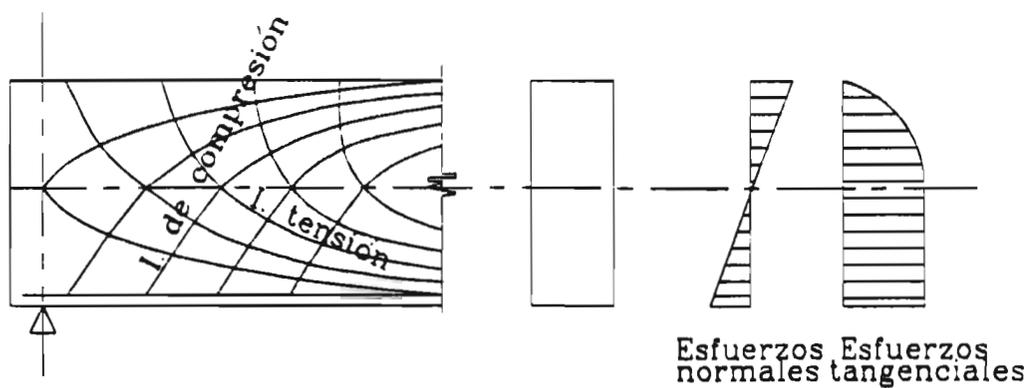


Fig. 3.2 Viga de concreto agrietada (isobaras de compresión y de tensión modificadas)

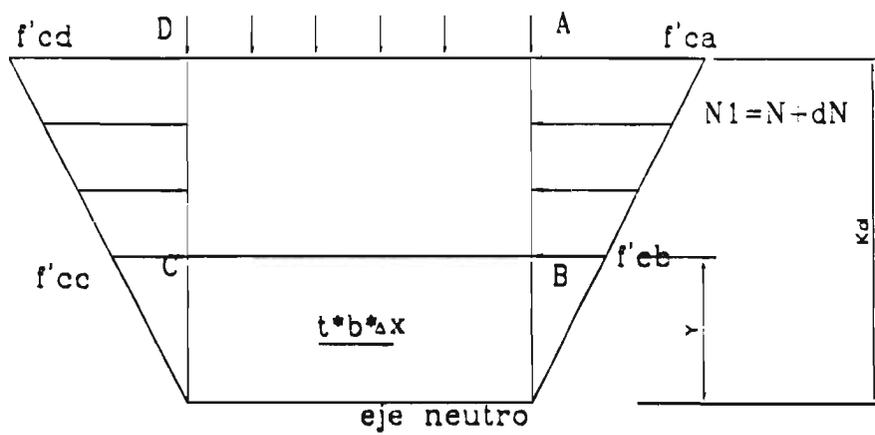
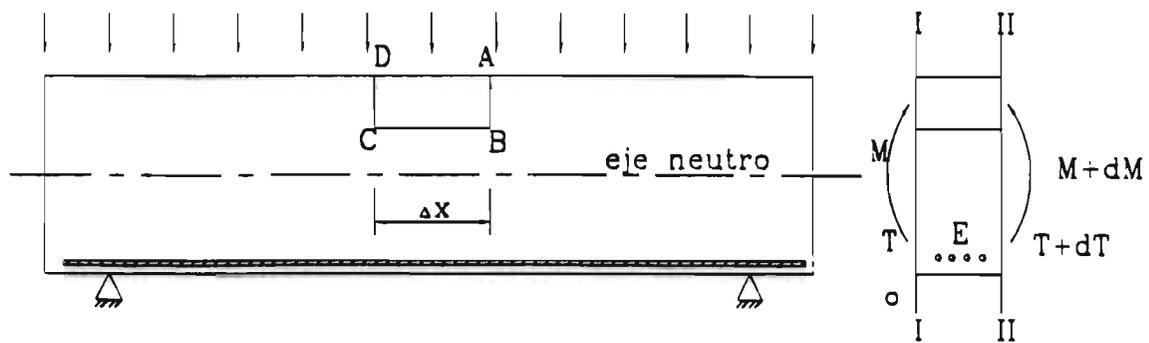


Fig. 3.3 Equilibrio entre fuerzas normales y tangenciales ( $f'_{ca}$ : esfuerzo de compresión en el punto A;  $f'_{cd}$ : esfuerzo de compresión en el punto D;  $t$ : esfuerzo tangencial)

$$\sum Fx = \tau b dx = N_1 - N_2$$

La magnitud de  $N_1$  y  $N_2$  es igual al esfuerzo promedio de compresión multiplicado por el área ubicada por encima de la fibra  $y$ , y puede representarse como:

$$N_1 = \frac{f_{ca} + f_{cb}}{2} (kd - y) b$$

$$N_2 = \frac{f_{cc} + f_{cb}}{2} (kd - y) b$$

Considerando que los esfuerzos varían linealmente, como muestra la Fig. 3.3, se cumple que

$$f'_{cb} = \frac{y}{kd} f'_{ca}$$

Sustituyendo en la ecuación de suma de fuerzas horizontales en la relación anterior, se tiene

$$N_1 = \frac{1}{2} f'_{cb} b kd \left( 1 - \left( \frac{y}{kd} \right)^2 \right)$$

Si se toma el momento resistente ( $M$ ) entre el brazo efectivo ( $jd$ ) como

$$\frac{M}{jd} = \frac{1}{2} f_{ca} b kd$$

y se sustituye en las ecuaciones de  $N_1$  y  $N_2$ , se obtiene

$$N_1 = \frac{M_1}{jd} \left[ 1 - \frac{y^2}{(kd)^2} \right]$$

$$N_2 = \frac{M_2}{jd} \left[ 1 - \frac{y^2}{(kd)^2} \right]$$

Por tanto, bajo estas consideraciones, el esfuerzo cortante es igual a

$$\tau = \left( \frac{M_2 - M_1}{dx} \right) \frac{1}{b j d} \left( 1 - \frac{y^2}{j d} \right) \quad (3.2)$$

Como se muestra en la ecuación (3.2), el esfuerzo cortante máximo ocurre a la altura del eje neutro, donde

$$\tau_{max} = \frac{V}{b j d} \quad (3.3)$$

Si se considera  $j d = 0.9 d$ , se obtiene

$$\tau_{max} = \frac{V}{0.9 b d} \quad (3.4)$$

El esfuerzo cortante máximo calculado por esta ecuación, que supone la sección agrietada, es aproximadamente 1.75 veces mayor que el cortante máximo calculado según la mecánica clásica.

A continuación se presentan algunas fórmulas de resistencia con el objetivo de estudiar la contribución de los distintos parámetros en la resistencia a cortante de los elementos de concreto con o sin refuerzo transversal. Las ecuaciones que se revisarán tienen más de una variable y cada una influye con un peso diferente según el planteamiento. Las fórmulas propuestas se han obtenido para diferentes condiciones de ensayo, por lo que es complejo determinar el aporte de cada parámetro de manera independiente, ya que dependerá de las otras variables. Para establecer una comparación entre los diferentes reglamentos se adoptó arbitrariamente una viga isostática (Fig. 3.4). El modelo isostático adoptado, con cargas concentradas equidistantes de los apoyos, es similar al adoptado por investigadores como Kani, Taylor y Collins entre otros, y permite generalizar los resultados para otras condiciones de apoyo y de cargas, si se incluye la variable claro de cortante propuesta inicialmente por Kani.

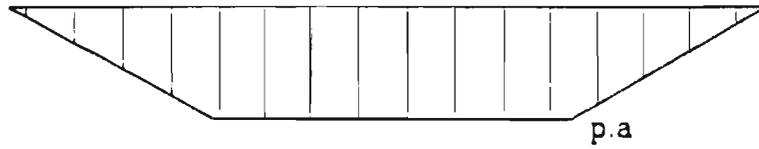
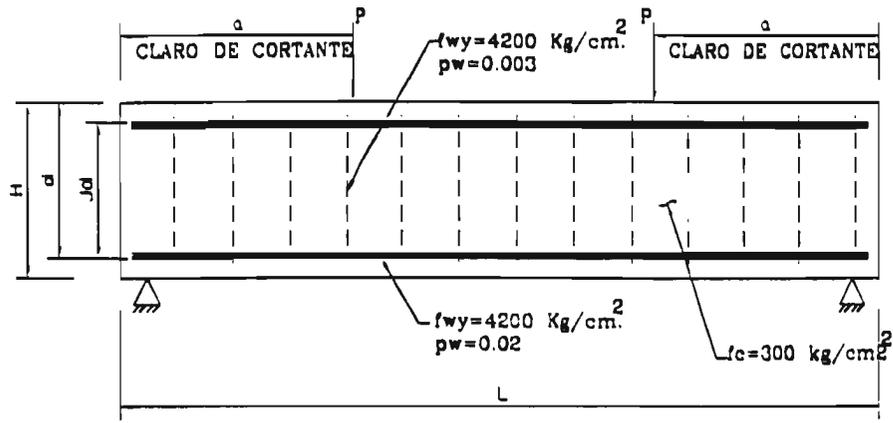


Gráfico de momento flector



Gráfico de fuerza cortante

Fig. 3.4 Modelo de viga isostática

### 3.2.1 Ecuaciones propuestas por Kani.

El autor considera la existencia de dos mecanismos básicos de resistencia, el del diente de concreto a flexión y el de arco. Para cada relación de claro de cortante a peralte  $a/d$ , predominará un mecanismo y este determinará la capacidad última del elemento.

Para una viga sin refuerzo a cortante, el momento crítico del diente de concreto a flexión según Kani (1964) es igual a

$$M_{cr} = \frac{7}{8} \frac{f_t}{6} b d^2 \frac{\Delta x}{q} \frac{a}{d} \quad (3.5)$$

donde:

$f_t$ : resistencia a tensión del concreto

$b$ : ancho de la sección

$d$ : peralte efectivo

$\Delta x$ : distancia entre grietas

$q$ : profundidad de la grieta

$a/d$ : relación claro de cortante a peralte efectivo

$a$ : relación entre momento y cortante ( $M/V$ )

Si se toma el valor de la resistencia a tensión como

$$f_t = 1.5 \sqrt{f'_c} ; \quad (\text{Kg} / \text{cm}^2)$$

y se sustituye  $q = \frac{q_{max}}{2} = 8.0 \text{ cm}$ ,  $\Delta x = 15 \text{ cm}$ , valores medios propuestos por Kani (1964)

(Fig. 2.4), despejando de la ecuación (3.5), el esfuerzo cortante resistente debido al "diente de concreto" se obtiene como

$$\tau_b = \frac{M_{cr}}{b d a} = k \sqrt{f'_c} = 0.512 \sqrt{f'_c} ; \quad (\text{Kg} / \text{cm}^2) \quad (3.6)$$

donde,  $k$  depende de la resistencia a la tensión del concreto y de la relación  $\Delta x/q$ . En los ensayos realizados por Kani, se encontró gran dispersión en el parámetro  $\Delta x/q$ . En la medida que la sección se encuentra más próxima al apoyo,  $\Delta x$  será mayor y se incrementará el esfuerzo cortante crítico. La teoría del diente a flexión arroja mejores resultados para vigas con longitud de claro de cortante mayores de 3 veces el peralte efectivo de la sección, para relaciones menores predomina el mecanismo de arco.

Los valores de  $q$  y  $\Delta x$  pueden estimarse como

$$q \approx -0.88d + 0.0126 \frac{f'_c d}{\rho_s} \quad (\text{E.M. Morrison}) \quad (3.7)$$

$$\Delta x = \frac{1.88d}{\sum O} (H - d) \quad (\text{in}) \quad (\text{Mac Gregor}) \quad (3.8)$$

donde

$H$ : peralte total de la sección

$d$ : peralte efectivo

$\sum O$ : suma de los perímetros de las barras

$\rho_s$ : cuantía de refuerzo longitudinal

Sustituyendo 3.6 en 3.5 y dividiendo entre  $bd\sqrt{f'_c}$ , se obtiene la expresión

$$\frac{V_{cr}}{bd\sqrt{f'_c}} = c_1 \frac{\Delta x}{q}, \quad \text{donde } c_1 \text{ es una variable de ajuste}$$

De forma similar, al expresarla de forma más general se tiene

$$\frac{V_{cr}}{bd\sqrt{f'_c}} = c_2 + c_3 \frac{\Delta x}{S} \quad (3.9)$$

donde el término  $c_2$  puede interpretarse como la fracción de cortante que se transmite por acción de dovola o por trabazón entre los agregados. Transformando la ecuación propuesta para el diente de concreto se llega a un planteamiento similar al propuesto por el código actual del A.C.I.

### **Esfuerzo resistente por acción de arco**

Kani (1964), plantea que el momento critico por acción de arco puede ser expresado como

$$M_{cr} = \frac{M_{fl}}{0.9} \cdot \frac{d}{\lambda} \quad (3.10)$$

Sustituyendo  $\lambda$  como  $a/d$

$$M_{cr} = \frac{M_{fl}}{0.9\lambda} \quad ; \quad \tau_{ba} = \frac{\rho_s f_{sy}}{\lambda^2} \quad (3.11)$$

donde:

$M_{cr}$ : momento para el cual se presenta el fallo a cortante

$M_{fl}$ : momento resistente a flexión de la sección analizada

$\lambda = a/d$

$\rho_s$ : cuantía de acero longitudinal:  $A_s / bd$

$\tau_{ba}$ : cortante resistente por mecanismo de arco en una viga de concreto sin acero transversal

$f_{sy}$ : esfuerzo de fluencia del acero longitudinal

Los resultados experimentales obtenidos por Collins en la universidad de Toronto, muestran que cuando  $M/Vd=2.5$  la resistencia del arco es similar a la del diente.

Cuando  $a/d < 2.5$ , predomina el mecanismo de arco, el esfuerzo cortante resistente está dado, en este caso, por la contribución del mecanismo de arco únicamente debido a que se pierde la capacidad de resistencia del diente a flexión antes de alcanzarse el esfuerzo último.

Para  $\frac{a}{d} \geq 2.5$ , la resistencia total será la suma de la resistencia aportada por ambos mecanismos

### Comentarios:

- (1) La ecuación de momento crítico resistente por mecanismo de arco, no considera la posible falla de la diagonal de concreto a compresión, por lo que para tratar de solventar esta deficiencia, en caso de que exista refuerzo transversal, el cortante crítico debe afectarse por un coeficiente que sea función del producto de  $\rho_w f_{wy}$  y de  $f'_c$ , donde  $\rho_w$  es la cuantía de refuerzo transversal y  $f_{wy}$  es el esfuerzo de fluencia de refuerzo transversal
- (2) El parámetro más importante según las ecuaciones propuestas por Kani, es la relación  $a/d$ . la resistencia se incrementa más de 5 veces en una sección con  $a/d=1$ , respecto a otra con  $a/d=5$ , pero la capacidad de deformación puede sufrir una disminución en el mismo porcentaje.
- (3) Para secciones alejadas del apoyo con claro de cortante  $a/d > 5$ , la resistencia a cortante presenta una variación muy pequeña.
- (4) Las fórmulas no incluyen el efecto de la fuerza axial, ni el del refuerzo transversal.
- (5) Según la Fig. 3.5, mientras mayor sea la resistencia a la compresión del concreto, mayor será el esfuerzo cortante resistente. Esta variación presenta la forma de una parábola de segundo orden, donde la máxima pendiente se observa entre 100 y 200 Kg/cm<sup>2</sup>, siendo aproximadamente 2 veces superior que para incrementos de resistencia entre 400 y 500 Kg/cm<sup>2</sup>
- (6) El esfuerzo cortante resistente disminuye rápidamente en función de la relación  $a/d$ , equivalente a  $M/Vd$ . La forma de variación se representa en la Fig. 3.6. Para relaciones mayores de 3, la variación de resistencia es pequeña, mientras que para  $a/d$  entre 1 y 2, decrece la resistencia aproximadamente en 2/3 del valor máximo dado para  $a/d=1$ . Esto es debido a la predominancia del mecanismo de arco.

### EFFECTOS CONTRIBUTIVOS DE LOS DISTINTOS PARÁMETROS A LA RESISTENCIA A CORTANTE

(Reférendo a la Fig. 3.4)

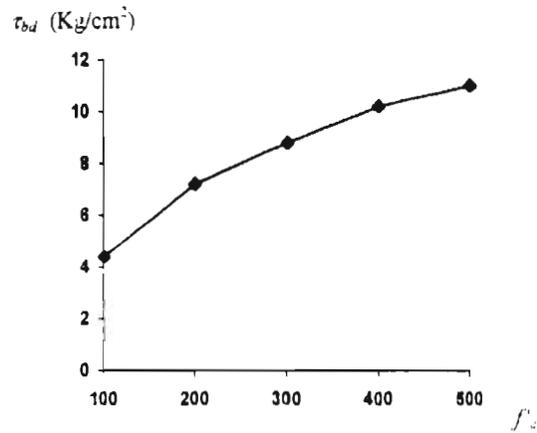


Fig. 3.5 Variación del esfuerzo cortante del concreto en función de la resistencia a compresión  $f'_c$  vs.  $\tau_b$  ( $\tau_{bd}$ : esfuerzo resistente debido a la flexión del diente de concreto)

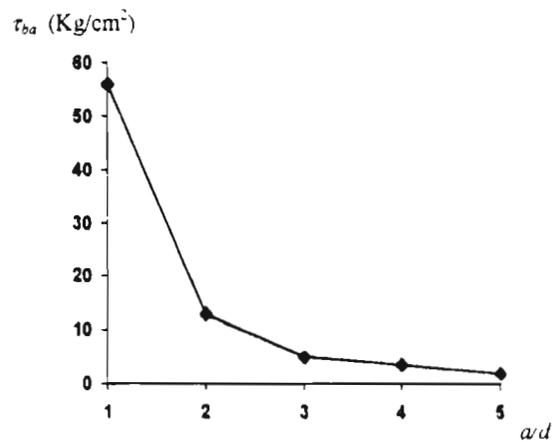


Fig. 3.6 Variación del esfuerzo cortante resistente con el claro de cortante por mecanismo de arco  $a/d$  vs.  $\tau_{ba}$  ( $\tau_{ba}$ : esfuerzo resistente por el mecanismo de arco)

### 3.2.2 Normas Técnicas Complementarias del Reglamento de Construcciones del Distrito Federal (NTC RCDF-87)

Las ecuaciones del NTC RCDF se basan en el criterio de falla por tensión diagonal.

La resistencia total de una sección se puede calcular como la contribución del concreto más la del acero. Intrínsecamente se considera la contribución de dovela y trabazón del agregado con el uso del coeficiente  $\rho_s$  (cuantía de refuerzo longitudinal).

En vigas con relación de longitud entre peralte mayor o igual a 5, se propone calcular el esfuerzo a cortante crítico resistente por el concreto con las ecuaciones siguientes

Para  $\rho_s < 0.01$

$$V_b = \tau_b b d ; \quad (\text{Kg/cm}^2) \quad (3.12)$$

$$\tau_b = FR(0.2 + 30\rho_s)\sqrt{f'_c}^* , \quad (\text{Kg/cm}^2) \leq 0.5FR\sqrt{f'_c} \quad (3.13)$$

Si  $\rho_s \geq 0.01$

$$\tau_b = 0.5FR\sqrt{f'_c}^* ; \quad (\text{Kg/cm}^2) \quad (3.14)$$

donde.

$$f'_c{}^* = 0.8f'_c$$

$V_b$ : fuerza cortante resistente por el concreto

$\tau_b$ : esfuerzo cortante resistente por el concreto

$\rho_s$ : cuantía de refuerzo longitudinal  $A_s / bd$

$f'_c$ : resistencia del concreto a compresión

$FR$ : factor de resistencia  $FR < 1$  ( $FR = 0.8$ )

$A_s$ : área del acero longitudinal de flexión

El cortante crítico propuesto es independiente de la relación  $M/Vd$ , su valor es constante para cualquier sección de la viga o algo mayor en las secciones con mayor cuantía de

refuerzo longitudinal. Sin embargo, envigas muy peraltadas, con relación longitud ( $L$ ) a peralte ( $H$ ) mayor o igual a 4, se considera un incremento de la resistencia a cortante, multiplicando el valor del cortante crítico por un coeficiente mayor que la unidad ( $C_f$ ). La resistencia a cortante se considera constante y no degradable para cualquier nivel de deformación postfluencia o estado de carga cíclica.

$$\tau_b = C_f (0.5FR\sqrt{f'_c}) \leq 1.5FR\sqrt{f'_c} \quad (3.15)$$

$$C_f = \left( 3.5 - 2.5 \frac{M}{Vd} \right) > 1.0 \quad (3.16)$$

En elementos anchos con  $b \geq 4d$ , se propone

$$\tau_b = 0.5FR\sqrt{f'_c} \quad (3.17)$$

En miembros a flexo-compresión, se considera un incremento del esfuerzo resistente, debido a la presencia de la fuerza de compresión  $N$ , afectándose el valor de  $\tau_b$  por un coeficiente mayor que la unidad.

Si  $N < 0.7f'_c A_g + 2000A_g$ , donde  $A_g$  es el área de la sección transversal, el valor del

esfuerzo cortante crítico se afectará por el coeficiente  $\left( 1 + 0.007 \frac{N}{A_g} \right)$ .

Para  $N > 0.7f'_c A_g + 2000A_g$ , se propone

$$\tau_b = 0.5FR\sqrt{f'_c} \left( 1 - \frac{N}{A_g f'_c + A_s f_{yv}} \right) \quad (3.18)$$

Para determinar la cuantía a tensión dentro del procedimiento de cálculo de resistencia a cortante, sólo se tienen en cuenta las barras más próximas a la cara en tensión.

La resistencia aportada por el acero de refuerzo a cortante se calcula con las expresiones siguientes, que resultan de la aplicación estricta de la analogía de la armadura clásica.

$$V_a = \tau_a b d \quad (3.19)$$

$$\tau_a = \rho_w f_{wy} \quad (3.20)$$

donde:

$V_a$ : fuerza cortante resistente por el acero

$\tau_a$ : esfuerzo cortante resistente debido a la contribución de los estribos

$b$ : ancho de la sección

$d$ : peralte de la sección

$\rho_w$ : cuantía de refuerzo transversal

$$\left( \rho_w = \frac{A_w}{b s}; A_w: \text{área del acero de refuerzo transversal}, \right. \\ \left. s: \text{separación del acero de refuerzo transversal} \right)$$

$f_{wy}$ : esfuerzo de fluencia del refuerzo transversal

$\rho_s$ : cuantía de esfuerzo longitudinal

El esfuerzo cortante último se define como la suma de la contribución del acero más la del concreto

$$\tau_u = \tau_a + \tau_b$$

pero debe cumplirse que  $\tau_u \leq 1.5FR\sqrt{f'_c}$  si la separación de los estribos es mayor a 0.5 veces el peralte efectivo o que  $\tau_u \leq 2.0FR\sqrt{f'_c}$  para separaciones de estribos menores de 0.25 veces el peralte efectivo.

Como en la mayoría de los códigos actuales, también se adopta el modelo de la armadura clásica de Ritter y Mörsch. Para determinar la contribución de la sección analizada se considera que el agrietamiento ocurre a 45° con un peralte de sección reducido que se conoce como peralte efectivo y generalmente se toma con 0.8 del peralte total.

### Comentarios:

- (1) La expresión dada por el reglamento para determinar la resistencia crítica del concreto es una ecuación empírica es función de la resistencia a compresión del concreto y de la cuantía de refuerzo longitudinal.
- (2) La ecuación no considera la interacción entre flexión y cortante, el cortante resistente es independiente de la relación  $M/Vd$ .
- (3) Para la viga analizada (Fig. 3.4), la contribución del concreto es de 40 % y la del refuerzo transversal de un 60 %, la contribución del acero transversal puede llegar, según el criterio de la norma, a representar el 80 % de la resistencia a cortante.
- (4) No se considera la degradación de la resistencia a cortante en función de la deformación y de los procesos de carga cíclica reversible.
- (5) La propuesta limita el cortante que puede resistir una sección de elemento, con el objetivo de eliminar la posibilidad de falla a compresión por aplastamiento del concreto con anterioridad a que el refuerzo transversal alcance la fluencia. No se define la falla por compresión diagonal.
- (6) En la Fig. 3.7 se muestra que el esfuerzo resistente por el concreto depende de la calidad del concreto. La variación es cuadrática, disminuyendo la pendiente en la medida que aumenta la resistencia a compresión del concreto.
- (7) En la Fig. 3.8, el reglamento relaciona el incremento del esfuerzo resistente en función de la cuantía longitudinal, sin embargo no considera incrementos en la resistencia cuando los valores de cuantía longitudinal  $\rho_s$  son mayores del 1 %.
- (8) En la Fig. 3.9 se muestra el incremento lineal de la resistencia en función de la compresión axial.
- (9) La norma considera que se incrementa la resistencia a cortante en elementos peraltados con  $L/H > 4$ . El criterio de la norma se muestra en la Fig. 3.10
- (10) Como en la mayoría de los códigos actuales, se adopta el modelo de la armadura clásica de Ritter y Morsch para determinar la contribución del acero, considerando que la grieta se desarrolla a  $45^\circ$ .

**EFFECTOS CONTRIBUTIVOS DE LOS DISTINTOS PARÁMETROS A LA RESISTENCIA A CORTANTE**  
(Refendo a la Fig. 3.4)

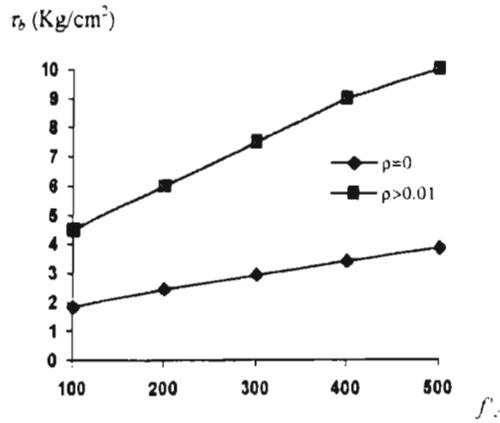


Fig. 3.7 Efecto de la resistencia a compresión en la resistencia a cortante  $f'_c$  vs.  $\tau_b$  ( $\tau_b$ : esfuerzo cortante resistente por el concreto)

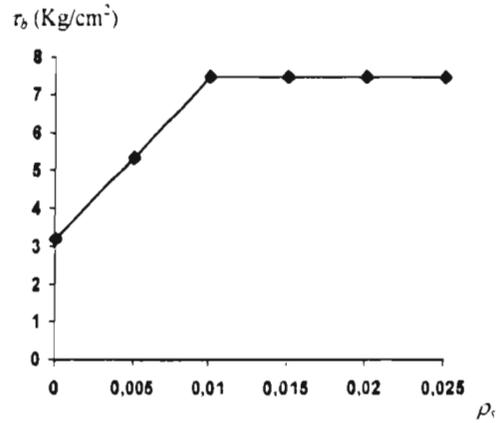


Fig. 3.8 Efecto de la cuantía de refuerzo longitudinal en la resistencia a cortante  $\rho$  vs.  $\tau_b$

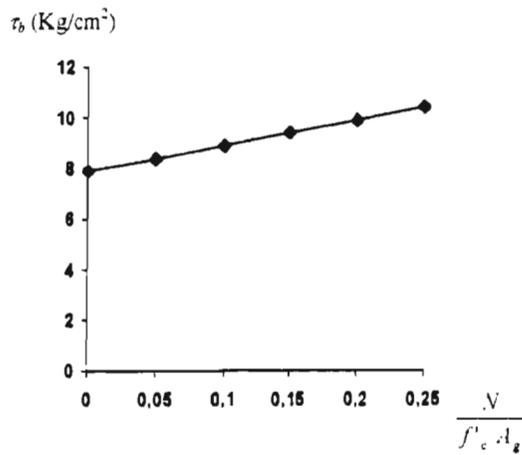


Fig. 3.9 Efecto de la compresión axial en la resistencia a cortante del concreto  $\frac{N}{f'_c A_g}$  vs.  $\tau_b$

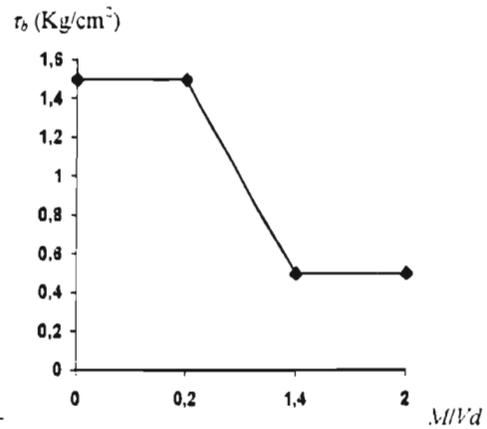


Fig. 3.10 Efecto de la acción de arco en la resistencia a cortante del concreto  $M/Vd$  vs.  $\tau_b$

### 3.2.3 Propuesta de Reglamento A.C.I. 318-89

La resistencia a cortante nominal se considera como la suma de la contribución del concreto más la del acero.

$$V_n \leq \phi V_n$$

$$V_n = V_b + V_a$$

donde:

$\phi$ : factor de resistencia menor que 1, comúnmente  $\phi = 0.8$

$V_b$ : fuerza resistente a cortante debida al concreto

$V_a$ : fuerza resistente debida a la armadura transversal

Para calcular la contribución del concreto se proponen ecuaciones semiempíricas donde los parámetros han sido ajustados mediante ensayos experimentales y representan valores medios o límite inferior. Estas ecuaciones engloban varias fuentes contributivas como son, el aporte del concreto, el efecto de dovola del acero longitudinal, el efecto de trabazón de los agregados, la fuerza axial y el refuerzo a cortante.

#### Contribución del concreto:

Para elementos sujetos únicamente a cortante y a flexión

$$V_b = 0.53\sqrt{f'_c}bd \quad (3.21)$$

Para elementos sujetos a cortante, flexión y compresión axial

$$V_b = 0.53\left(1 + 0.0071\frac{N}{A_g}\right)\sqrt{f'_c}bd \quad (3.22)$$

donde:

$N$ : fuerza de compresión

$A_g$ : área bruta de la sección

$f'_c$ : resistencia a la compresión del concreto

$b$ : ancho de la sección o del alma del elemento en caso de vigas T o I

$d$ : peralte efectivo

### Criterios del Reglamento:

Las ecuaciones que propone el ACI, basan sus fundamentos en el criterio de falla por tensión diagonal, se parte de que el esfuerzo resistente a cortante del concreto se puede expresar como

$$\tau_b = k_1 \frac{V_n}{bd}, \text{ donde } k_1 \text{ es un factor de ajuste a resultados experimentales}$$

Considerando que el esfuerzo del acero longitudinal en tensión es proporcional a  $M_n/A_s d$  y la tensión en el concreto  $f_t$  es proporcional al esfuerzo del acero,

$$f_t \propto \frac{E_c f_s}{E_s} \propto \frac{E_c M_n}{E_s d A_s} \propto \frac{M_n \sqrt{f'_c}}{E_s d A_s} \propto \frac{M_n}{bd^2} \left( \frac{\sqrt{f'_c}}{\rho E_s} \right)$$

$$f_t \propto \frac{k_A}{E_s} \left( \frac{\sqrt{f'_c}}{\rho_s} \right) \frac{M_n}{bd^2}$$

donde:

$k_A$ : coeficiente de ajuste adimensional

$E_s$ : módulo de elasticidad del acero

$E_c$ : módulo de elasticidad del concreto

$f_s$ : esfuerzo de tensión en el acero

$\rho_s$ : cuantía de refuerzo longitudinal,  $A_s/bd$

$d$ : peralte efectivo.

$b$ : ancho de la sección.

$M_n$ : momento actuante.

$f_t$ : esfuerzo de tensión en el concreto

$\tau$ : esfuerzo cortante actuante

Expresando  $f_{t(max)}$  como

$$f_{t(max)} = k_s \sqrt{f'_c}$$

Sustituyendo en la ecuación de esfuerzos principales para estado biaxial de esfuerzo (Mohr):

$$f_{t(max)} = \frac{1}{2} f_t + \sqrt{\left(\frac{1}{2} f_t\right)^2 + \tau^2}$$

Se obtiene

$$\frac{V_n}{bd\sqrt{f'_c}} = \frac{k_s}{\left[ \frac{1}{2} \frac{k_4 M_n \sqrt{f'_c}}{E_s V_R d \rho_s} + \sqrt{\left(\frac{1}{2} \frac{k_4 M_n \sqrt{f'_c}}{E_s V_R d \rho_s}\right)^2 + k_1^2} \right]}$$

Ajustando las constantes  $k$  con resultados experimentales (ACI, 1989), se llega a proponer para elementos sujetos únicamente a cortante y flexión la siguiente expresión:

$$V_b = \left( 0.5\sqrt{f'_c} + 176\rho_s \frac{V_u d}{M_u} \right) bd \quad (\text{Kg, cm}) \quad (3.23)$$

Para elementos sometidos a compresión axial se propone modificar el segundo término, sustituyendo

$$M_u = M_u - N_u \frac{(4h - d)}{8}$$

pero en ningún caso  $V_b$  debe considerarse mayor que

$$V_b = 0.93 \sqrt{f'_c} \sqrt{1 + 0.0029 \frac{N_u}{A_g}} \quad (3.24)$$

### Contribución del acero de refuerzo:

El cortante resistente por la contribución del acero de refuerzo transversal es igual al área de la sección transversal de los estribos o barras inclinadas que cortan a la superficie de falla, supuesta a  $45^\circ$ , por su esfuerzo de fluencia.

Para el caso de estribos verticales se propone

$$V_a = A_w f_{wy} \frac{d}{s} \quad (3.25)$$

donde:

$d$ : peralte efectivo

$s$ : espaciamiento entre estribos

$f_{wy}$ : esfuerzo de fluencia de los estribos

$A_w$ : área de refuerzo transversal en una longitud igual a  $d$

Para el caso de estribos inclinados un ángulo  $\alpha$  respecto al eje del elemento, la ecuación se expresa como

$$V_a = A_w f_{wy} (\sen \alpha + \cos \alpha) \frac{d}{s} \quad (3.26)$$

Para la definición de estas propuestas reglamentarias se adopta el criterio de la armadura clásica. Se considera la inclinación de la grieta de  $45^\circ$  y la resistencia última de todo el acero que cruza la grieta, alcanza la resistencia de fluencia.

### **Comentarios:**

- (1) El A.C.I. considera que la distancia horizontal efectiva para la distribución de los estribos debe considerarse igual al peralte efectivo, sin embargo no todos los autores tienen el mismo criterio. R. Taylor considera que la longitud efectiva debe considerarse como  $(d-c)$ , donde  $c$  es la profundidad del bloque de compresiones, y que en el momento de la falla por cortante, no necesariamente los estribos alcanzarán su esfuerzo de fluencia, por lo que el esfuerzo de los estribos será  $k_1 f_{yt}$ , proponiendo un valor medio para  $k_1 = 0.9$ . Según el criterio de la armadura moderna se considera que la longitud efectiva de la zona de contribución de los estribos es igual a  $(d-c)\cot\theta$ , considerando variable el ángulo de inclinación  $\theta$  de la grieta.
- (2) En la ecuación propuesta por el A.C.I. la expresión para determinar la contribución del concreto tiene una base teórica y se ajustan las constantes con los resultados experimentales. Se basa en parte en el criterio clásico de la falla por tensión diagonal, por lo que es de esperarse que no habrá un buen ajuste con los resultados experimentales cuando predomine otro mecanismo, como el mecanismo de arco o la falla del estrato de concreto a compresión.
- (3) El efecto de la carga axial se incorpora a la ecuación empírica modificando  $M_u$  por lo que se espera mayor dispersión en la presencia de carga axial.
- (4) El parámetro que más aporta a la resistencia en el modelo analizado, es el producto  $\rho_w f_{yt}$ . La contribución del mismo es aproximadamente del 60 % y la del concreto del 40 %. La contribución del acero de refuerzo lateral en vigas de concreto está entre 40-80 % de la resistencia total.
- (5) Otros parámetros que influyen en la resistencia es la relación claro de cortante a peralte efectivo.
- (6) No se considera la interacción entre el cortante resistente y el momento actuante.
- (7) No se considera la degradación de la resistencia al corte con el nivel de deformación postfluencia.

- (8) En la Fig. 3.11 se muestra la variación del esfuerzo resistente del concreto en función de la resistencia a compresión. La variación se muestra parabólica, con pequeña disminución de la pendiente en la medida que se incrementa la resistencia a compresión del concreto.
- (9) De acuerdo con la Fig. 3.12 el efecto de la cuantía longitudinal en la resistencia a cortante es mayor mientras mayor sea la relación de claro de cortante a peralte ( $M/Vd$ ).
- (10) La Fig. 3.13 muestra que en la medida que se incrementa el claro de cortante, es menor el efecto de la fuerza axial.
- (11) Según la ecuación (3.23), se considera un decremento del esfuerzo cortante resistente del concreto en la medida que se incrementa el parámetro  $M/Vd$ , como se muestra en la Fig. 3.14. Sin embargo, se considera constante la contribución del acero transversal.

## EFECTOS CONTRIBUTIVOS DE LOS DISTINTOS PARÁMETROS A LA RESISTENCIA A CORTANTE

(Referido a la Fig. 3.4)

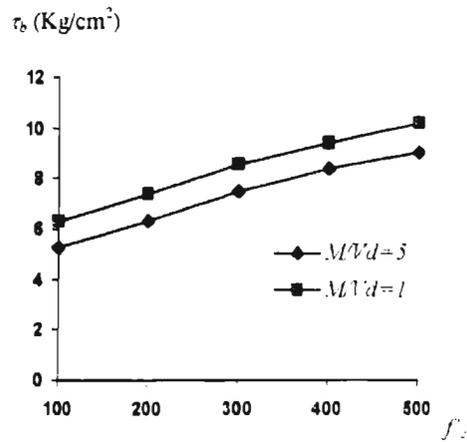


Fig. 3.11 Incremento de la resistencia a cortante del concreto en función de la resistencia a compresión  $f'_c$  vs  $\tau_b$

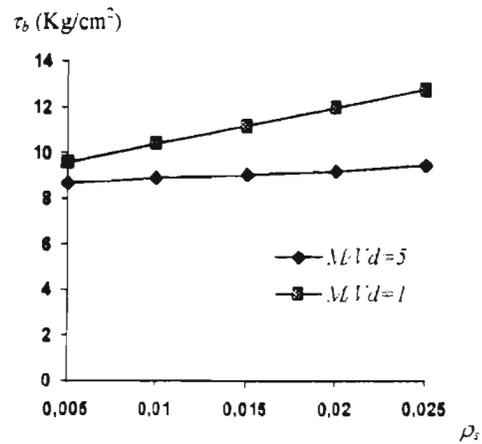


Fig. 3.12 Efecto de la variación de la cuantía de refuerzo longitudinal y del claro de cortante  $\rho_s$  vs.  $\tau_b$

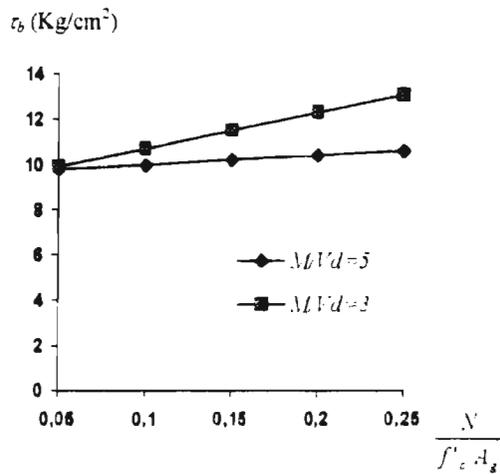


Fig. 3.13 Efecto de la variación de fuerza axial y claro de cortante  $\frac{N}{f'_c A_g}$  vs.  $\tau_b$

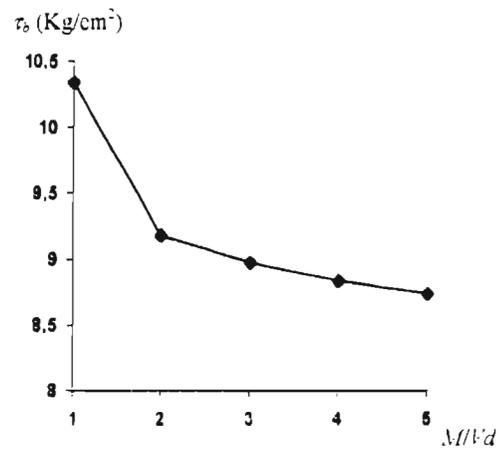


Fig. 3.14 Efecto del claro de cortante en la resistencia a cortante del concreto  $M/Vd$  vs  $\tau_b$

### 3.2.4 Propuesta de M. Collins (1978) para el Reglamento Canadiense (1984)

Según la teoría plástica de los campos de compresión, se considera que cuando ocurre la falla por cortante, tanto el acero longitudinal como el transversal alcanza su esfuerzo de fluencia. Se analizan dos estados límites, uno que considera la falla por fluencia del acero de refuerzo transversal y el otro la falla por compresión del concreto. La condición de falla del acero transversal por fluencia indica un límite máximo de esfuerzo resistente por cortante que se expresa como:

$$\tau_{ua} \leq \sqrt{(\rho_w f_{wy}) \left( \rho_s f_{sy} + \rho_p f_{py} + \frac{N}{b jd} \right)} \quad (3.27)$$

Si la falla se produce por compresión del concreto, el límite máximo será

$$\tau_{ua} \leq \sqrt{v f'_c \rho_w f_{wy} - (\rho_w f_{wy})^2} \quad (3.28)$$

donde:

$\rho_w$ : cuantía de refuerzo transversal,  $A_w/s b$

$f_{wy}$ : esfuerzo de fluencia del acero transversal

$\rho_s$ : cuantía de refuerzo longitudinal,  $A_s/b d$

$f_{sy}$ : esfuerzo de fluencia del acero longitudinal de tensión

$\rho_p$ : cuantía del acero de presfuerzo

$f_{py}$ : esfuerzo de fluencia convencional del acero de presfuerzo

$N$ : fuerza de compresión axial

$jd$ : distancia entre el centroide del acero en compresión y el del acero en tensión

$v f'_c$ : resistencia media efectiva de compresión diagonal del concreto

$b$ : ancho de la sección

$d$ : peralte efectivo de la sección analizada

El valor de  $\nu f'_c$  es difícil de determinar, por lo que el autor plantea que este valor puede ser hallado únicamente a través de ensayos de cilindros de concreto a rotura, para esfuerzos de compresión igual a  $f'_c$ . Algunos investigadores tales como Nielsen, Braestrup entre otros, han investigado este parámetro encontrando que el valor medio de resistencia efectiva  $f'_c$  es de aproximadamente 0.6

### Comentarios:

- (1) Según la formulación presentada, la falla se puede alcanzar por fluencia del refuerzo que se llamará Estado Último I o por compresión del concreto, Estado Último II.
- (2) La ecuación 3.28 representa a la condición de resistencia última por aplastamiento del concreto. Puede notarse que la resistencia al aplastamiento depende del grado de confinamiento lateral y de la resistencia del concreto  $f'_c$ .
- (3) La resistencia última aumenta con el incremento de  $f'_c$  y con el incremento de la cuantía del acero transversal  $\rho_v$  (Fig. 3.15 y 3.16).
- (4) El planteamiento de Collins solo puede ser aplicado en vigas con refuerzo transversal. Las ecuaciones (3.27) y (3.28) fueron obtenidas basándose en compatibilidad de deformaciones entre el refuerzo transversal y longitudinal.
- (5) El efecto de la cuantía de refuerzo transversal se incrementa con la calidad del concreto, como se aprecia en la Fig. 3.16.
- (6) El esfuerzo último resistente por cortante, para la condición de falla por compresión diagonal, se incrementa por el efecto de confinamiento de los estribos (Fig. 3.17).
- (7) Según Collins, al incrementarse la cuantía de refuerzo longitudinal, aumenta el cortante resistente del elemento (Fig. 3.18).
- (8) En la Fig. 3.19 se muestra un incremento casi lineal del esfuerzo último en la medida que se incrementa la fuerza axial.
- (9) El gráfico de la Fig. 3.20 muestra los dos casos de falla, la curva superior representa la falla por fluencia y la curva inferior la falla por compresión diagonal. En la medida que la relación  $\rho_v f_{wy} f'_c$  se incrementa, el ángulo de inclinación de la grieta disminuye, y por tanto menor será la contribución del concreto por efecto de arco, ya que una mayor fuerza tendrá que ser transmitida a través de las secciones agrietadas. En el ejemplo analizado, para  $\rho_v > 0.5\%$ , predomina la falla por compresión diagonal.

**EFFECTOS CONTRIBUTIVOS DE LOS DISTINTOS PARÁMETROS A LA RESISTENCIA A CORTANTE**  
(Referido a la Fig. 3.4) Propuesta de M. Collins

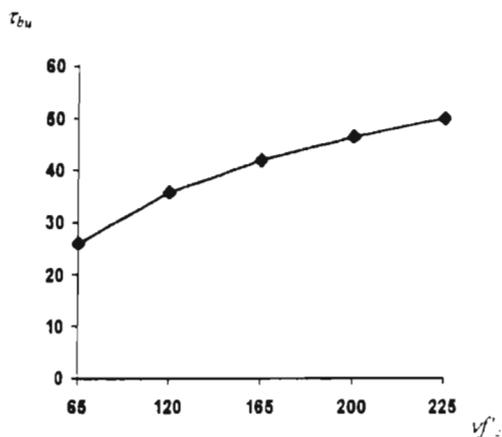


Fig. 3.15 Efecto de la resistencia a compresion diagonal sobre la resistencia a cortante  $v'c$  vs.  $\tau_{bu}$  ( $\tau_{bu}$ : esfuerzo último por compresión diagonal)

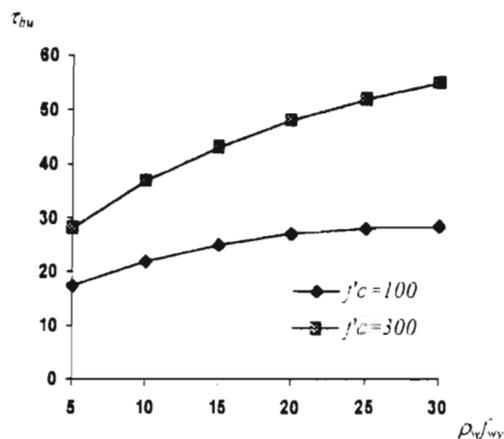


Fig. 3.16 Relación entre la cuantía de refuerzo lateral y la resistencia a compresión del concreto con la resistencia a cortante  $\rho_v'wy$  vs.  $\tau_{bu}$

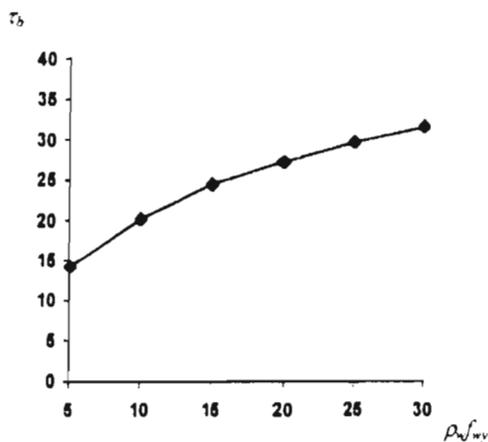


Fig. 3.17 Efecto de la cuantía de refuerzo lateral en la resistencia a cortante  $\rho_v'wy$  vs.  $\tau_b$

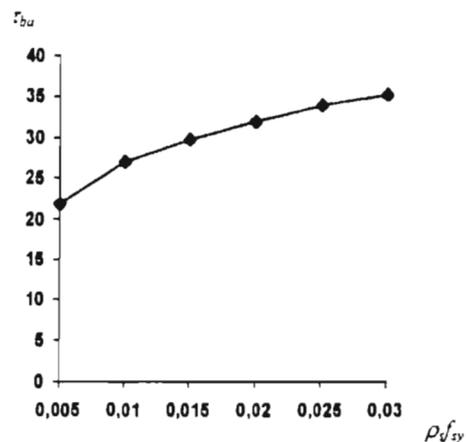


Fig. 3.18 Efecto de la cuantía de refuerzo longitudinal a tensión en la resistencia a cortante  $\rho_v'sy$  vs.  $\tau_{bu}$

**ESTA TESIS NO DEBE SALIR DE LA BIBLIOTECA**

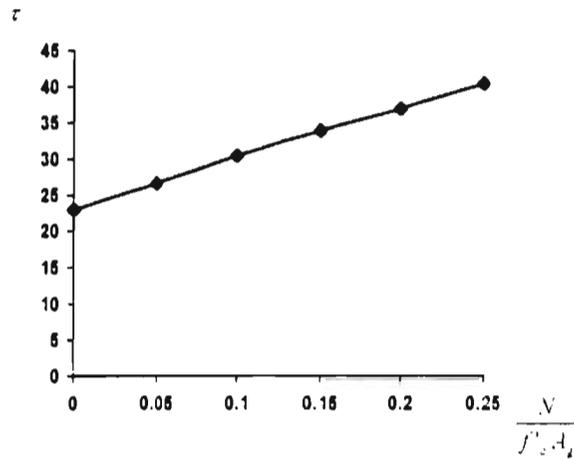


Fig. 3.19 Efecto de la compresión axial sobre la resistencia a cortante

$$\frac{N}{f'_c A_g} \text{ vs. } \tau$$

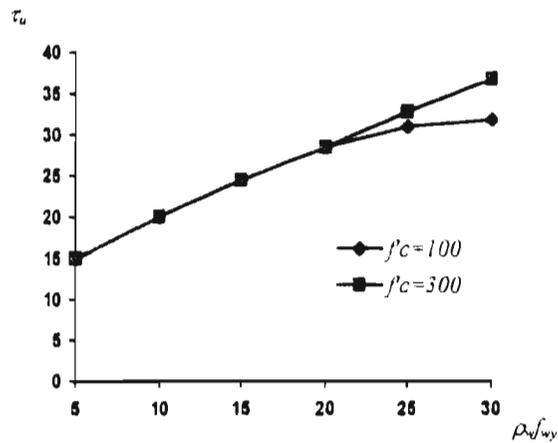


Fig. 3.20 Condición de falla por fluencia de los estribos a compresión diagonal en función de la cuantía de refuerzo lateral  $\rho_w f_y$  vs.  $\tau_u$

Handwritten notes or signatures at the bottom of the page, including the number 8017.

### Reglamento de Canadá (CSA-A23.3-84)

Basado en la teoría modificada de los campos de compresión, se propone el procedimiento adoptado por el código Canadiense, para determinar la capacidad a cortante, considerando dos estados últimos, uno por fluencia del acero y el otro por compresión diagonal.

Para la fluencia de los estribos

$$\cot \theta = \sqrt{\left( \frac{-B + \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \right)} \quad ; \sigma_{max} \leq \sigma'_c \quad (3.29)$$

Para la falla por compresión

$$\cot \theta = \sqrt{\frac{0.6f'_c}{(\rho_w f_{wy})} - 1} \quad ; \sigma_{max} > \sigma'_c \quad (3.30)$$

donde, se define

$$A = 170\varepsilon_l + 0.34 \quad (3.31)$$

$$B = 340\varepsilon_l + 1.14 \quad (3.32)$$

$$C = 170\varepsilon_l + 0.8 - \frac{0.6f'_c}{\rho_w f_{wy}} \quad (3.33)$$

$$\sigma_{max} = \frac{0.6\sigma'_c}{(0.8 + 170\varepsilon_l)} \quad (3.34)$$

El esfuerzo último del concreto se determinará como

$$v'_c = \frac{0.6f'_c}{(0.8 + 170\varepsilon_1)} \quad (3.35)$$

$$\varepsilon_1 = \frac{\varepsilon_l + (\varepsilon_l + 0.002)}{\tan^2 \theta} \quad (3.36)$$

$$0 < \varepsilon_l < 0.002$$

El esfuerzo último resistente a cortante está dado por la ecuación

$$\tau_u = \rho_w f_{wy} \cot \theta \quad (\text{Kg/cm}^2) \quad (3.37)$$

### Comentarios:

- (1) Los resultados de la ecuación propuesta son muy cercanos a la teoría de los campos de compresión propuesta por Collins, ya que el planteamiento se deriva de esta teoría. Sin embargo, las ecuaciones presentadas por el reglamento no incluyen la contribución de la fuerza axial, ni la cuantía del refuerzo longitudinal.
- (2) La resistencia a cortante aumenta en la medida que se incrementa la calidad del concreto.
- (3) El parámetro más importante es la cuantía de refuerzo lateral  $\rho_w$ . Se considera que el acero de cortante está trabajando a su esfuerzo de fluencia y que el cortante resistente será el producto  $\rho_w f_{wy} b d \cot \theta$ , donde  $d \cot \theta$  es la proyección horizontal de la longitud en que se desarrollará la grieta.
- (4) El incremento de resistencia a cortante no es linealmente dependiente del refuerzo transversal.
- (5) La resistencia no varía en función de la relación  $M/Vd$ . No se considera la resistencia por comportamiento de arco.
- (6) No se considera la interacción momento-cortante
- (7) No se considera la degradación de la resistencia a cortante con la deformación por giro

### 3.2.5 Propuesta de la Norma Cubana NC-89

La Norma Cubana se basa en la Filosofía Europea del Concreto. Para determinar la resistencia a esfuerzos cortantes, se considera la contribución conjunta del concreto y del refuerzo transversal.

$$V^*_n = V^*_a + V^*_b$$

donde:

$V^*_n$ : resistencia a cortante factorizada

$V^*_a$ : resistencia a cortante aportada por el acero

$V^*_b$ : resistencia a cortante aportada por el concreto

En elementos sin refuerzo transversal, la resistencia a cortante se expresa como

$$V_b = \frac{\tau_b}{\gamma_b} (1 + 50\rho_s) bd k \quad (3.38)$$

donde:

$$k = 1.6 - d \geq 1$$

Los esfuerzos tangenciales resistentes  $\tau_b$  quedan definidos como

$$\tau_b = 0.25f_t \quad \gamma_b = 1.6 \quad (\text{Para concreto fabricado con un control de calidad normal}) \quad (3.39)$$

$$f_t = 0.64 (f'_b)^{2/3} \quad (\text{Resistencia a tensión directa}) \quad (3.40)$$

Para elementos solicitados a fuerzas normales de compresión, incluido el pretensado, el valor de cortante resistente de cálculo se multiplica por

$$\beta_1 = 1 + \frac{M_o}{M^*_{max}} \quad (3.41)$$

donde:

$M^*_{max}$ : Momento actuante factorizado en la sección que se analiza

$M_o$ : Momento de descompresión relativa de la fibra extrema tensionada, en la sección donde actúa  $M^*_{max}$ .

$f_t$ : esfuerzo de tensión resistente por el concreto

$\tau_b$ : resistencia a cortante del concreto

### Elementos con Refuerzo Transversal

Para los elementos en refuerzo lateral, se definen dos posibles estados límites

a) Aplastamiento de las diagonales de concreto a compresión

$$V^* \leq V^*_{b2}$$

b) Falla por fluencia del acero de refuerzo lateral o transversal

$$V^* \leq V^*_{b3} + T^*_a$$

donde,

$V^*$ : Fuerza cortante

$V^*_{b2}$ : Fuerza cortante resistente de cálculo debido a la compresión del alma

$V^*_{b3}$ : Fuerza cortante resistente de cálculo que aporta la zona de compresión

$T^*_a$ : Fuerza cortante resistente de cálculo debida a la armadura de esfuerzo cortante

### Fuerza cortante máxima permisible debida a la compresión del alma

$$V_{b2}^* = 0.25 f_{cb}^* b_0 d \quad (3.42)$$

donde:

$f_{cb}^*$ : resistencia reducida del concreto a compresión

$b_0$ : ancho del alma de la trabe

$d$ : peralte efectivo o momento de la sección transversal

Si en el alma hay barras o cables con diámetro  $\phi$  mayor que  $b_0/8$ , la resistencia se calcula adoptando un  $b_0$  nominal igual a

$$b_{0nom} = b_0 - \frac{1}{2} \sum \phi_i \quad (3.43)$$

donde,  $\phi_i$  es el diámetro de la barra  $i$

Si los estribos están inclinados respecto al eje longitudinal del elemento, entre  $45^\circ \leq \alpha < 90^\circ$ , se permite incrementar  $V_{b2}^*$  multiplicando su valor por  $(1 + \cot \alpha)$ , donde  $\alpha$  es la inclinación del refuerzo respecto al eje del elemento. Pero  $V_{b2}^*$  siempre será menor o igual a  $0.35 f_{cb}^* b_0 d$

### Fuerza cortante resistente por el refuerzo transversal

$$V_{sd}^* = \frac{0.9d}{s \cdot \gamma_a} A_w f_{wy} (1 + \cot \alpha) \sin \alpha \quad (3.44)$$

donde:

$s$ : separación entre estribos de cortante

$d$ : peralte efectivo

$\gamma_a$ : coeficiente de minoración de la resistencia del acero

$A_w$ : área del estribo

$\alpha$ : inclinación de los estribos de refuerzo transversal

El esfuerzo resistente cuando  $\alpha=90^\circ$  se determina como

$$\tau^*_{a} = \frac{0.9}{\gamma_a} \rho_w f_w$$
$$\gamma_a = 1.15$$
(3.45)

### **Fuerza cortante resistente debida a la zona a compresión por flexión**

La contribución a la resistencia por cortante debido a la zona de compresión por flexión se calcula como

$$V^*_{b3} = \tau_b \frac{b_0 d}{\gamma_b}$$
(3.46)

$$\tau_b = 0.4 (f'_c)^{2/3}$$
(3.47)

donde:

$\gamma_b = 1.6$  para concreto fabricado con control de calidad normal

Para elementos sometidos a esfuerzos normales de compresión, incluyendo pretensado, el valor de  $V^*_{b3}$  se multiplica por el coeficiente  $\beta_1$ , que considera un incremento de la resistencia por efecto de la compresión axial.

Para los elementos sometidos a esfuerzos normales de tensión y con el eje neutro fuera de la sección se toma  $T^*_{b3}=0$ . Esto es debido a que el elemento está sujeto a esfuerzos de tensión, el concreto se agrieta y puede considerarse que reduce su capacidad totalmente.

## Comentarios

- (1) La ecuación propuesta para determinar la resistencia a cortante aportada por la zona de compresión por el reglamento cubano, es una ecuación ajustada a resultados experimentales y está en función de la resistencia del concreto.
- (2) La contribución del acero se determina con el criterio de la armadura clásica, considerando el ángulo de agrietamiento como  $\theta=45^\circ$  y con un peralte efectivo de trabajo de los estribos igual a  $0.9d$ .
- (3) Según las ecuaciones la contribución del refuerzo transversal puede llegar a un 85% de la resistencia total en secciones muy reforzadas.
- (4) No se considera directamente a la resistencia por efecto de arco.
- (5) No se considera la interacción entre el cortante resistente y el momento actuante.
- (6) No se tiene en cuenta el efecto de la degradación de resistencia del concreto con la deformación por comportamiento cíclico reversible, y por comportamiento en la postfluencia.
- (7) La ecuación propuesta incluye empíricamente los mecanismos de armadura, dovela y fricción entre los agregados. El planteamiento presenta similitud con el propuesto por el A.C.I. y las NTC-RCDF.

### 3.2.6 Propuesta del Instituto de Arquitectura de Japón (A.I.J.-91)

La ecuación de diseño del Reglamento Japonés, para calcular la resistencia a cortante de un elemento de concreto reforzado, asume las ecuaciones empíricas propuestas por Hirozawa (1988). La resistencia total está dada por la contribución del concreto más la contribución del acero de refuerzo transversal y el efecto de la carga axial.

$$V_n = V_a + V_b$$

Contribución del concreto y la carga axial:

$$V_b = \left\{ \frac{0.068 (100\rho_s)^{0.23} (180 + f'_c)}{M_{Vd} + 0.12} + \frac{N}{bH} \right\} jd b \quad (3.48)$$

Contribución del acero:

$$V_a = 2.7 \sqrt{\rho_w f_{wy}} b jd \quad (3.49)$$

expresiones válidas para

$$\frac{N}{bH} \leq 0.4 f'_c$$

$$1 \leq \frac{M}{Vd} \leq 8$$

$$\rho_w \leq 0.12$$

donde:

$\rho_s$ : cuantía de refuerzo longitudinal,  $A_s/bH$

$f'_c$ : resistencia a la compresión del concreto

$N$ : carga axial

$H$ : peralte total

$jd$ : distancia efectiva del acero en tensión y el acero en compresión

$M$ : momento actuante

$\rho_w$ : cuantía de refuerzo lateral,  $A_w/bd$

$f_w$ : esfuerzo de fluencia del acero transversal

$V_c$ : fuerza cortante resistente por el concreto (Kg)

$V_s$ : fuerza cortante resistente por el acero (Kg)

$s$ : espaciamiento entre estribos

$V$ : fuerza cortante actuante

$d$ : peralte efectivo

### Comentarios:

- (1) El esfuerzo resistente aportado por el concreto, aumenta con el incremento de: la resistencia a compresión (Fig. 3.21), la cuantía de refuerzo longitudinal (Fig. 3.22), y la fuerza axial (Fig. 3.23) y disminuye en la medida que la relación  $M/Vd$  aumenta (Fig. 3.24).
- (2) La ecuación empírica propuesta por Hirozawa, a diferencia de otros estudios, incluye a todos los parámetros que intervienen en la resistencia cortante. Considera el incremento de resistencia por acción de arco, la influencia de la cuantía del refuerzo longitudinal (Fig. 3.22), el efecto de la carga axial y la interacción momento-cortante.
- (3) La contribución del acero a la resistencia se determina por la ecuación empírica (3.49), que estrictamente no corresponde con el planteamiento clásico de Ritter y Morsch.
- (4) Según la expresión de Hirozawa, el incremento de resistencia por carga axial es considerablemente más fuerte que el planteado por los demás códigos revisados (Fig. 3.23). El incremento de esfuerzo cortante por este concepto es igual al coeficiente de fricción,  $\mu=1$ , multiplicado por el esfuerzo de compresión actuante. La norma propone límites con el objetivo de no sobrevalorar el efecto de la compresión axial y considerar la posibilidad de falla por aplastamiento del concreto.
- (5) El otro parámetro influyente es la relación  $M/Vd$ , cuando esta relación toma el valor de la unidad se presenta la máxima contribución del concreto y aproximadamente a partir de 4 se mantiene constante la contribución del concreto. El valor del esfuerzo resistente por el concreto calculado resulta 3.5 veces mayor para  $M/Vd=1$  que para  $M/Vd=4$  (Fig. 3.24).
- (6) No considera el posible fallo por compresión diagonal.
- (7) No se tiene en cuenta la degradación de la resistencia del concreto con la deformación por giro o por el efecto de carga cíclica.

## EFECTOS CONTRIBUTIVOS DE LOS DISTINTOS PARÁMETROS SOBRE LA RESISTENCIA A CORTANTE

(Referido a la Fig. 3.4)

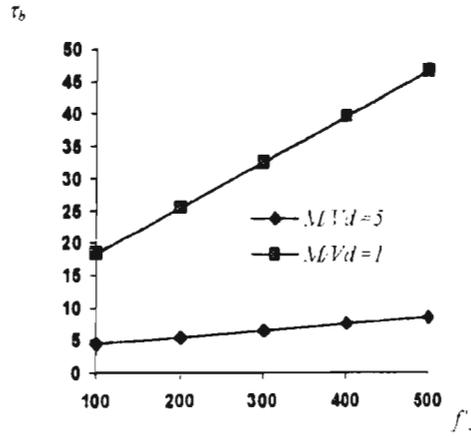


Fig. 3.21 Efecto de la resistencia a compresión del concreto sobre la resistencia a cortante  $f'_c$  vs.  $\tau_b$

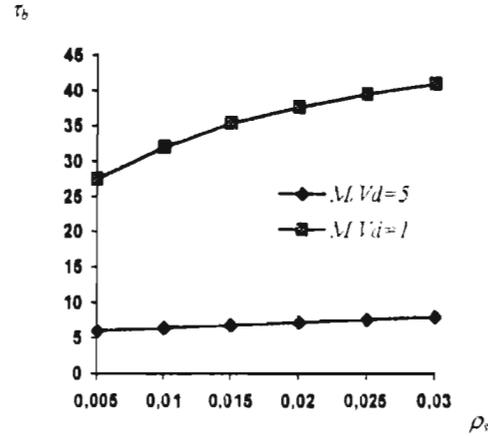


Fig. 3.22 Efecto de la cuantía de refuerzo longitudinal en tensión sobre la resistencia a cortante  $\rho_s$  vs.  $\tau_b$

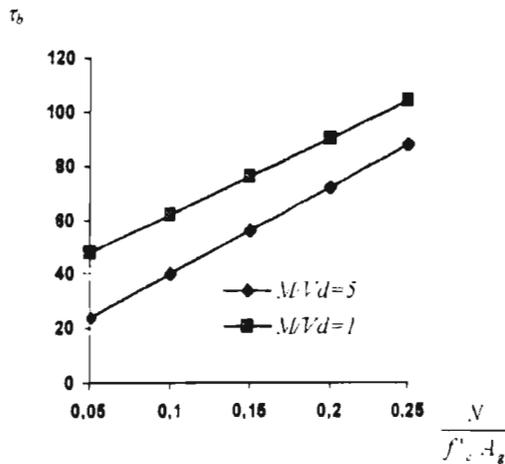


Fig. 3.23 Efecto de la compresión axial sobre la resistencia a cortante  $\frac{N}{f'_c A_g}$  vs.  $\tau_b$

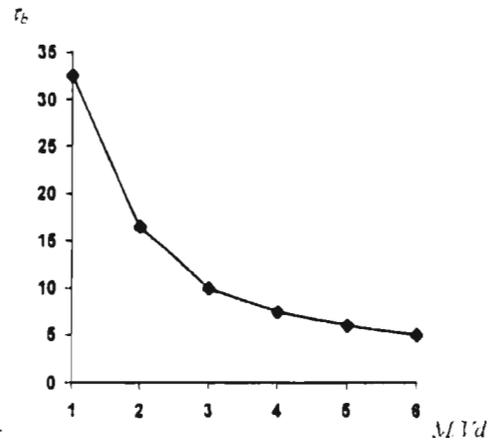


Fig. 3.24 Efecto de la relación claro de cortante a peralte sobre la resistencia a cortante  $M/Vd$  vs.  $\tau_b$

### **Propuesta de Modificación del Reglamento A.I.J. (1994)**

En esta propuesta (AIJ, 1994) se considera que la resistencia a cortante depende de dos mecanismos, el de arco y el de armadura. Se superponen ambos mecanismos en una ecuación, considerando que la capacidad última se alcanza cuando el concreto alcanza su máximo esfuerzo de compresión conjuntamente con la fluencia del acero transversal.

La contribución del concreto se determina por la capacidad de transmitir esfuerzos de compresión en el mecanismo de arco, transmitiendo parte de las cargas a los apoyos, y por su contribución como elemento diagonal a compresión en el mecanismo de armadura. La capacidad aportada por el acero se determina por la analogía de la armadura moderna, considerando que el ángulo de agrietamiento varía en función de las características geométricas de la sección, de la cuantía de acero transversal, del longitudinal, y del nivel de determinación a la que esté sujeto el elemento.

El método limita el esfuerzo de fluencia del acero transversal a 25 veces la resistencia a compresión del concreto con el objeto de garantizar que el acero lateral trabaje a su esfuerzo de fluencia. Además, limita el esfuerzo resistente a compresión del concreto al valor de  $v_f'$ , propuesto por Nielsen, tratando de considerar el efecto degradante en el concreto que produce la carga cíclica y la deformación en la postfluencia

#### **Resistencia aportada por el mecanismo de armadura:**

$$V_{ot} = b j d \rho_w f_{wy} \cot \theta \quad (3.50)$$

#### **Resistencia aportada por el mecanismo de arco:**

$$V_{oa} = (v_f' - \sigma_c) \tan \theta b \left( \frac{H}{2} \right) \quad (3.51)$$

donde  $\sigma_c$  es el esfuerzo desarrollado por las diagonales de compresión en el mecanismo de armadura, igual a:

$$\sigma_c = (1 + \cot^2 \theta) \rho_w f_{wy} \quad (3.52)$$

y  $\tan \theta$  se determina atendiendo a las características geométricas del elemento (Fig. 3.25).

$$\tan \theta = \frac{\sqrt{x^2 + H^2 - 1}}{H} \quad (3.53)$$

La ecuación general planteada por el A.I.J. considerando ambas contribuciones de resistencia se expresa como:

$$V_u = b j d \rho_w f_{wy} \cot \theta + \tan \theta (1 - \beta) b H \frac{v f'_c}{2} \quad (3.54)$$

teniendo  $\beta$  como:

$$\beta = \left\{ (1 + \cot^2 \theta) \rho_w f_{wy} \right\} v f'_c \quad (3.55)$$

y donde  $v f'_c$  es el valor de la resistencia a compresión diagonal del concreto.

Nielsen recomienda tomar  $v = v_0$  para secciones donde no se espera la formación de articulaciones plásticas, siendo:

$$v_0 = \left( 0.7 - \frac{f'_c}{2000} \right) \quad (3.56)$$

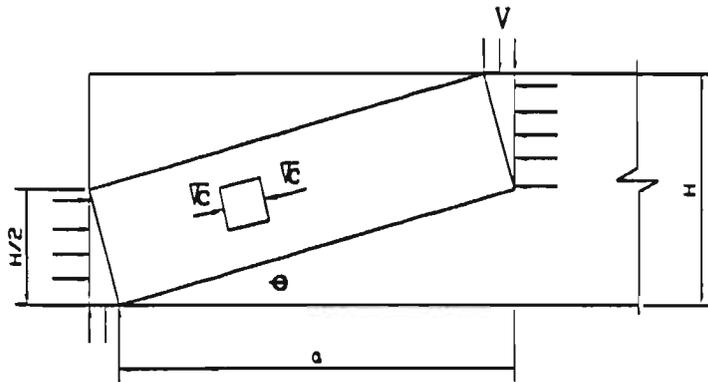


Fig. 3.25 Mecanismo de transmisión por acción de arco (viga de concreto)

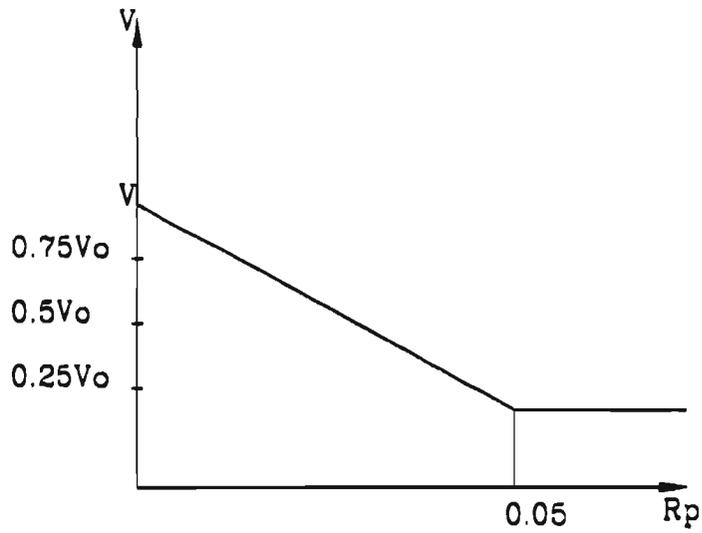


Fig. 3.26 Modelo de variación de  $V_0$  ( $V_0$ : coeficiente que relaciona el ángulo de rotación con la resistencia a compresión diagonal;  $R_p$ : giro de la sección, postfluencia dada en radianes)

y para secciones ubicadas en zonas donde se prevee la formación de rótulas plásticas considerar un factor de resistencia con reducción ó degradación producto de la deformación y agrietamiento en la postfluencia, recomendándose los siguientes valores para  $\nu$  y  $\cot\theta$ :

$$\nu = (1.0 - 15R_p) \nu_0 \quad \text{para } 0 < R_p \leq 0.05 \text{ radianes} \quad (3.57)$$

$$\nu = 0.25\nu_0 \quad \text{para } 0.05 < R_p$$

$$\cot \theta = 2.0 - 50R_p \quad \text{para } 0 < R_p \leq 0.02 \text{ radianes} \quad (3.58)$$

$$\cot \theta = 1 \quad \text{para } 0.02 < R_p$$

La expresión 3.57 se grafica en la Fig. 3.26.

Para el valor de  $\cot\theta$  se toma como el menor de los siguientes valores:

$$\cot \theta = 2 \quad (3.59)$$

$$\cot \theta = \frac{jd}{D \tan \theta} \quad (3.60)$$

$$\cot \theta = \sqrt{\left( \frac{\nu'_{cs}}{\rho_w f_{wy}} \right) - 1} \quad (3.61)$$

### Comentarios:

(1) Esta propuesta se basa en las teorías plásticas de cortante, la ecuación propuesta permite determinar la contribución del concreto por los mecanismos de arco y armadura, y la contribución del refuerzo transversal por el mecanismo de la armadura moderna.

(2) El planteamiento permite considerar la degradación de la capacidad de resistencia a cortante en función de la deformación por rotación del elemento en la zona de articulación plástica, o bien debido a comportamiento ciclico reversible en regiones de comportamiento elástico.

(3) Se considera que la falla siempre va a ocurrir por compresión del concreto posterior a la fluencia de los estribos.

(4) El método permite determinar la ductilidad por cortante de una sección, definida como

$$\mu_c = \frac{\theta_u}{\theta_y},$$
 donde  $\theta_y$  es la rotación para la cual el acero de refuerzo longitudinal en tensión alcanza su esfuerzo de fluencia, y  $\theta_u$  es la rotación última por resistencia de la sección a cortante.

(5) El planteamiento no considera el efecto de la fuerza axial.

(6) No considera la interacción momento-cortante. Propone considerar  $\theta=45^\circ$  en secciones ubicadas en la zona donde se producen articulaciones plásticas, siendo este valor poco conservador si se tiene en cuenta que la grieta, cuando se alcanza la capacidad máxima de flexión, pudiera presentarse agrietamiento por flexo-cortante, generándose una grieta diagonal con parte vertical, lo que reducirá considerablemente la dimensión de la grieta intersectada por el refuerzo transversal. Para secciones ubicadas fuera de la zona donde se producirán las articulaciones, propone considerar  $\theta=26.5^\circ$  (3.59)

(7) Para la viga analizada, el gráfico de la Fig. 3.27 muestra como varía la resistencia en dependencia de la relación  $M/Vd$ .

(8) La Fig. 3.28 muestra la variación del esfuerzo cortante resistente de la sección, en función de la cuantía de refuerzo lateral.

(9) De la Fig. 3.29 se observa que el parámetro de resistencia a compresión es más significativo en vigas con  $M/Vd \approx 1$ , donde el mecanismo de arco presenta una mayor contribución a la resistencia.

(10) El cortante que se resiste por efecto de arco, disminuye con el incremento de la cuantía de refuerzo lateral debido a que se incrementan las compresiones diagonales en el mecanismo de armadura. Este efecto se muestra en la Fig. 3.30.

**EFFECTOS CONTRIBUTIVOS DE LOS DISTINTOS PARÁMETROS SOBRE LA RESISTENCIA A CORTANTE (A\*)**

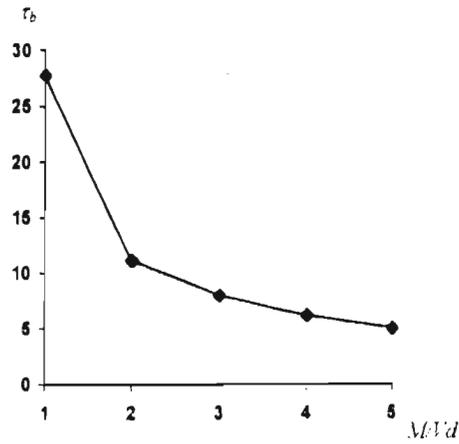


Fig. 3.27 Efecto de la relación claro de cortante a peralte efectivo sobre la resistencia a cortante  $M/Vd$  vs  $\tau_b$

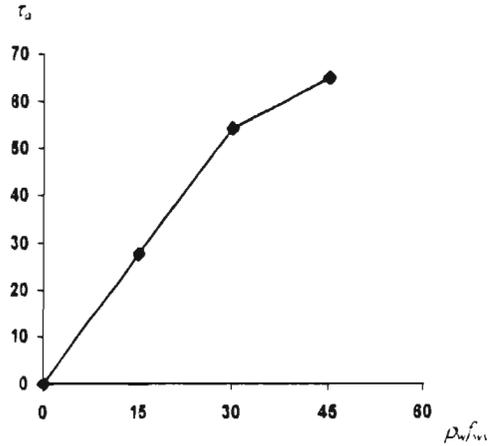


Fig. 3.28 Efecto de la cuantía de refuerzo transversal sobre la resistencia a cortante  $\rho_v f_{wy}$  vs.  $\tau_d$  ( $\tau_d$ : esfuerzo cortante debido a los estribos)

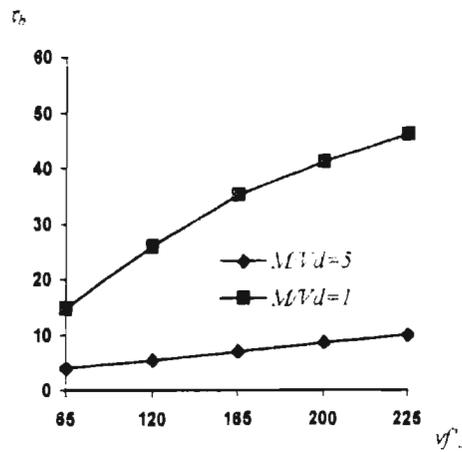


Fig. 3.29 Efecto de la resistencia efectiva de compresión diagonal sobre la resistencia a cortante  $v'_c$  vs.  $\tau_b$

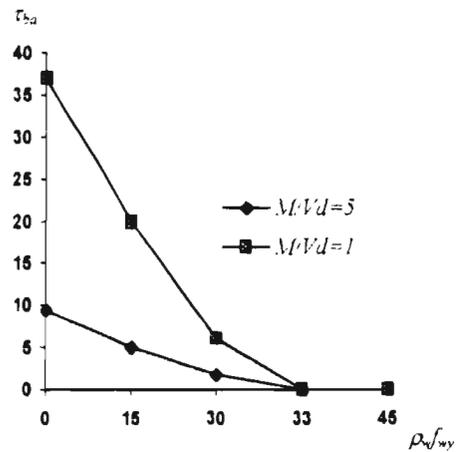


Fig. 3.30 Relación entre la cuantía de refuerzo transversal y claro de cortante con la resistencia al corte  $\rho_v f_{wy}$  vs.  $\tau_b$

### 3.2.7 Propuesta del código de Nueva Zelanda (NZ 3101) (1988)

El esfuerzo resistente total se determina como la contribución del concreto más la del acero transversal:

$$\tau_u = \tau_a + \tau_b \quad (\text{Kg} / \text{cm}^2) \quad (3.62)$$

Esfuerzo cortante resistente debido al refuerzo transversal:

$$\tau_a = \rho_w f_{wy} \quad (\text{Kg} / \text{cm}^2) \quad (3.63)$$

Esfuerzo cortante debido al concreto:

$$\tau_b = (0.224 + 31.94 \rho_s) \sqrt{f'_c} \quad (3.64)$$

En presencia de fuerza axial N:

$$\tau_b = \left(1 + \frac{12N}{bd}\right) (0.224 + 31.94 \rho_s) \sqrt{f'_c} \quad \text{para } N < 0 \quad \text{Tensión} \quad (3.65)$$

$$\tau_b = \left(1 + \frac{3N}{bd}\right) (0.224 - 31.94 \rho_s) \sqrt{f'_c} \quad \text{para } N \geq 0 \quad \text{Compresión} \quad (3.66)$$

### Comentarios:

- (1) El esfuerzo último resistente se determina como la contribución del concreto más la del acero de refuerzo transversal. Para determinar la contribución del acero se adopta el modelo de la armadura clásica,  $\theta=45^\circ$  y se considera que todos los estribos que cortan a la superficie de falla alcanzan su esfuerzo de fluencia  $f_{wy}$ .
- (2) Para la viga de la Fig. 3.4, la contribución del concreto representa el 30% de la resistencia total y la del acero el 70%.
- (3) La formulación no considera variación de resistencia en función del claro de cortante.
- (4) No se considera la interacción entre cortante resistente y momento actuante.
- (5) No se considera la degradación de resistencia a cortante con la rotación de las secciones o con la aplicación cíclica de carga.
- (6) El cortante resistente por el concreto se incrementa al mejorar la calidad del concreto. En la Fig. 3.31 se muestra una curva parabólica con suave variación de pendiente.
- (7) La resistencia aportada por el acero ofrece variación lineal con el cambio de la magnitud del producto  $\rho_s f_{sy}$ . Se sigue el criterio de la armadura clásica de Ritter y Morsch (Fig. 3.32).
- (9) La Fig. 3.33 muestra aumento de la resistencia aportada por el concreto de la zona de compresión, al incrementarse la magnitud de la carga axial.

## EFECTOS CONTRIBUTIVOS DE LOS DISTINTOS PARÁMETROS A LA RESISTENCIA A CORTANTE

(Referido a la Fig. 3.4) Código de Nueva Zelanda

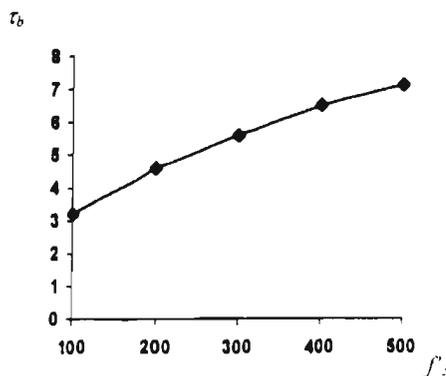


Fig. 3.31 Efecto de la resistencia a compresión sobre el cortante resistente  $f'_c$  vs.  $\tau_b$  ( $\tau_b$ : esfuerzo cortante resistente por el concreto;  $f'_c$ : resistencia del concreto a compresión)

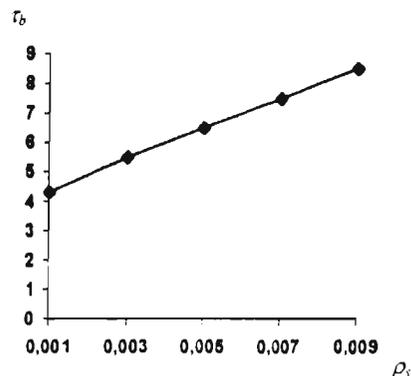


Fig. 3.32 Efecto de la cuantía de refuerzo longitudinal del acero en tensión sobre el cortante resistente  $\rho_s$  vs.  $\tau_b$  ( $\rho_s$ : cuantía de refuerzo longitudinal)

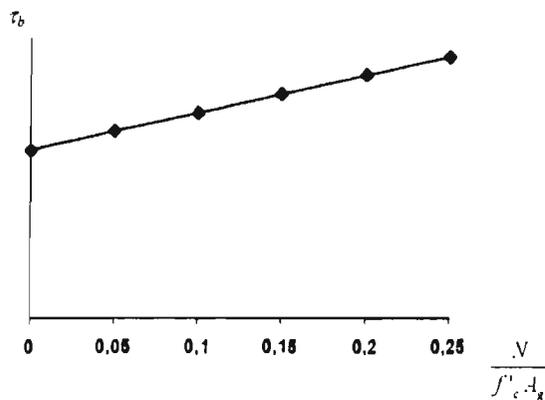


Fig. 3.33 Efecto de la compresión axial sobre la resistencia a cortante  $\frac{N}{f'_c A_g}$  vs.  $\tau_b$  ( $N$ : fuerza axial,  $A_g$ : área bruta de la sección)

### 3.2.8 Propuesta del Código Europeo del Concreto CEB-MC-90

El código propone considerar la contribución del concreto más la del acero pero limita el esfuerzo último resistente para evitar una falla prematura por compresión diagonal.

$$\tau_u = \tau_d + \tau_b \leq 0.3v_b f'_c \operatorname{sen} 2\theta \quad (3.67)$$

Esfuerzo resistente por el refuerzo transversal:

$$\tau_d = 0.9\rho_w v_d f_{wy} \cot \theta \quad (\text{Kg/cm}^2) \quad (3.68)$$

Esfuerzo resistente por el concreto.

$$\tau_b = 2.5\tau_{RD} - \frac{\tau_d}{3} \quad (3.69)$$

Factores de resistencia:

$$v_d = \frac{1}{1.15} \quad v_b = \frac{2}{3} \quad (3.70)$$

Tensión tangencial máxima nominal admisible por el concreto:

$$\tau_{RD} = 0.25v_0 f_t \quad (3.71)$$

Resistencia a tensión del concreto:

$$f_t = 0.0421 f'_c + 7.089 \quad (3.72)$$

El valor de  $\cot \theta$ , donde  $\theta$  es el ángulo de falla a cortante, se toma como el mayor de los siguientes valores:

$$A = \frac{5}{3} = 30^\circ \quad \text{Para falla por tensión diagonal} \quad (3.75)$$

$$B = \sqrt{\frac{2v_c f'_c}{(3\rho_w v_d \sigma_{wy}) - 1}} \quad \text{Para falla por compresión diagonal} \quad (3.76)$$

### **Comentarios:**

- (1) Se considera que la resistencia del concreto disminuye en la medida que aumenta el agrietamiento por cortante. Cuando todo el acero transversal trabaja a cortante, sólo se considera la contribución de una tercera parte de la resistencia inicial aportada por el concreto.
- (2) Para calcular la resistencia aportada por los estribos, considera que si la falla se produce por el acero, el ángulo de inclinación  $\theta$  es de  $30^\circ$ , y si ocurre por compresión diagonal  $\theta$  depende del producto  $\rho_v f_{wy}$  y de la resistencia a compresión, donde  $\theta$  es el ángulo de falla diagonal por cortante.
- (3) El cortante resistente no depende de la relación claro de cortante a peralte efectivo.
- (4) En la viga estudiada de la Fig. 3-4, la falla se alcanza debido a la fluencia de los estribos y no del concreto. la totalidad del cortante resistente se debe a la contribución del refuerzo por cortante del elemento
- (5) No se considera el efecto de la fuerza axial.
- (6) No se considera la interacción entre el cortante resistente y el momento actuante.
- (7) No se considera la degradación de resistencia a cortante con la deformación.

## **CAPITULO IV: ECUACIONES PROPUESTAS PARA CALCULAR LA CAPACIDAD A CORTANTE**

En este capítulo se introducen dos propuestas para el cálculo de la resistencia por cortante, una analítica y otra simplificada, tratando de incluir las distintas fuentes de resistencia al cortante. Se propone una ecuación de equilibrio que considera la interacción flexión-cortante y fuerza de compresión axial. Se basa en las condiciones de equilibrio último partiendo de una superficie de falla definida y conocida.

### **Consideraciones iniciales:**

1. En un elemento cargado y solicitado a las combinaciones de cortante y momento flexionante, la falla puede presentarse por flexión o por cortante; la falla por flexión se produce cuando la capacidad a cortante es superior a la de flexión, en este caso el agrietamiento es predominantemente vertical. aparecerá posterior a la fluencia del acero de refuerzo longitudinal en tensión.
2. Cuando el agrietamiento se produce con un ángulo de inclinación menor de  $90^\circ$  respecto al eje del elemento para un nivel de carga inferior a la capacidad a flexión, se dice que la falla es por cortante.
3. La condición de falla puede presentarse en dos casos: uno, cuando el acero longitudinal y transversal alcanzan la deformación de fluencia antes que los esfuerzos de compresión en el cortante superen a los resistentes, y otra, cuando se produce la falla por compresión en el concreto antes de producirse la fluencia del acero.
4. La formulación incluye la contribución del concreto, del refuerzo lateral, la resistencia por fricción debido a la fuerza de compresión axial y la resistencia del acero longitudinal por efecto de dovela.
5. Para representar el comportamiento del elemento se adoptan dos modelos: el de armadura moderna y el de arco.
6. Cuando se produce la falla por fluencia de los estribos transversales y del acero longitudinal, aparecerán grietas inclinadas que crecen desde la zona más tensionada hasta la

zona de compresiones. La profundidad de la grieta que define a la superficie de falla se considera determinada por la posición del eje neutro del elemento de la trabe.

7. La resistencia por fricción se degrada con el número de ciclos de desplazamiento reversibles. En este trabajo no se estudiará el fenómeno de degradación.

8. Si la longitud de la grieta es igual al claro de cortante, no se tendrá en cuenta el cortante resistente por el mecanismo de dovela. En este caso predomina el mecanismo de arco sobre el de flexión, las cargas se transmiten directamente al apoyo por un puntal de concreto a compresión.

9. La longitud efectiva de la superficie de falla, para tomar en cuenta el trabajo de los estribos, no puede ser considerada mayor que el claro de cortante.

10. El cortante resistente de un elemento puede ser menor o igual al que provoca la falla por flexión.

11. No se incluyen causas de falla por adherencia del acero longitudinal o transversal

#### 4.1 Fuentes de resistencia

##### 4.1.1 Resistencia por mecanismo de armadura

La falla por cortante en elementos a flexión se caracteriza por una grieta diagonal, la inclinación depende de las sollicitaciones y de las características geométricas y mecánicas del elemento. A diferencia del planteamiento clásico, adoptado en la actualidad por la mayoría de los códigos que considera el ángulo de la superficie de falla  $\theta=45^\circ$ , la propuesta considera que el ángulo  $\theta$  de agrietamiento para el mecanismo de armadura varía entre  $25^\circ$  (Ramírez y Breen, 1991) y  $90^\circ$ .

Cuando se forma la grieta ocurre una rotación por cortante alrededor del eje neutro, como se muestra en la Fig. 4.1.

Según el mecanismo de armadura, la resistencia que aportan los estribos a la apertura de la grieta es igual al área del refuerzo transversal de los mismos que cruzan la grieta multiplicado por su esfuerzo trabajo. Si se considera que los estribos fluyen (Fig. 4.2), la resistencia aportada por el refuerzo a cortante se expresa como

$$V_w = A_w f_{wy} (d - c) \frac{\cot \theta}{s} = \rho_w f_{wy} b (d - c) \cot \theta \quad (4.1)$$

$$\rho_w = \frac{A_w}{b \cdot s} \quad (4.2)$$

donde:

$A_w$ : área de la sección transversal de un estribo

$f_{wy}$ : esfuerzo de fluencia de los estribos

$\theta$ : ángulo de inclinación de la grieta

$c$ : profundidad del eje neutro

$b$ : ancho de la sección

$d$ : peralte efectivo

$V_w$ : fuerza cortante resistente

$s$ : separación vertical de los estribos

Dividiendo entre  $bd$ , se obtiene el esfuerzo resistente por unidad de área.

$$\tau_w = \rho_w f_{wy} \left(1 - \frac{c}{d}\right) \cot \theta \quad (4.3)$$

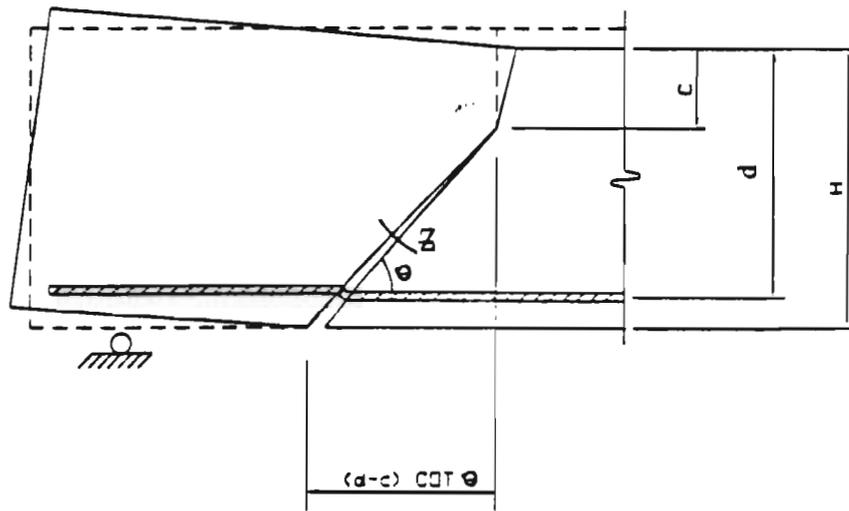


Fig. 4.1 Representación idealizada de la rotación de la sección debido a la combinación de cortante y flexión

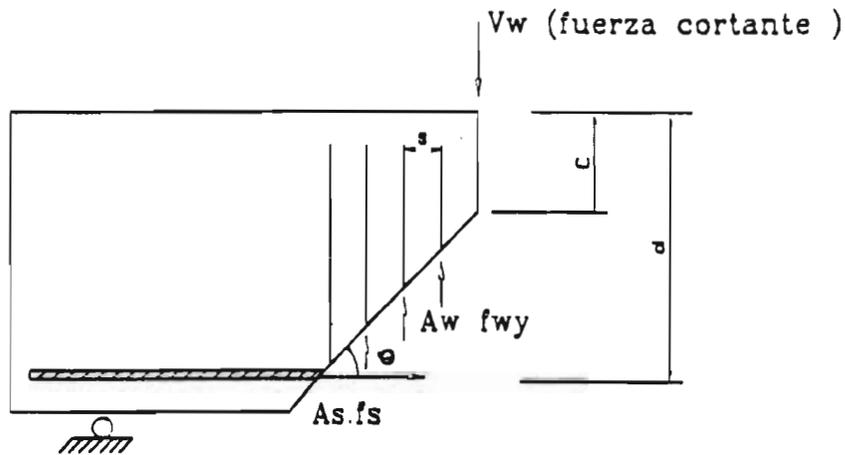


Fig. 4.2 Modelo de agrietamiento diagonal

### Profundidad del eje neutro

La profundidad  $c$  del eje neutro es variable, depende de las condiciones de equilibrio y estado de deformación del elemento que se analiza, sin embargo puede considerarse aproximadamente igual a  $1/3$  del peralte efectivo

Igualando el par interno de fuerza al momento resistente, considerando un brazo efectivo a flexión de  $7/8$  el peralte efectivo de la sección (Kani, 1964), y una distribución parabólica para los esfuerzos de compresión en el concreto, se establece que (Fig. 4.3)

$$\frac{7}{8} A_s f_{sy} d = A_s f_{sy} (d - c) + \frac{2}{3} cb f'_c \frac{5}{8} c$$

Sustituyendo en la ecuación de momento el valor de la fuerza de compresión en el concreto, que por equilibrio debe ser igual a la del acero, se omite la resistencia de carga axial

$$\frac{2}{3} cb f'_c = A_s f_{sy}$$

y se obtiene que

$$\frac{c}{d} = \frac{1}{3} \tag{4.4}$$

Por lo que se recomienda considerar el valor de  $c/d=1/3$  para los casos en que no se conozca la profundidad real del eje neutro. Sustituyendo  $c/d=1/3$  en la ecuación de resistencia, se obtiene

$$\tau_w = \frac{2}{3} \rho_w f_{wy} \cot \theta \tag{4.5}$$

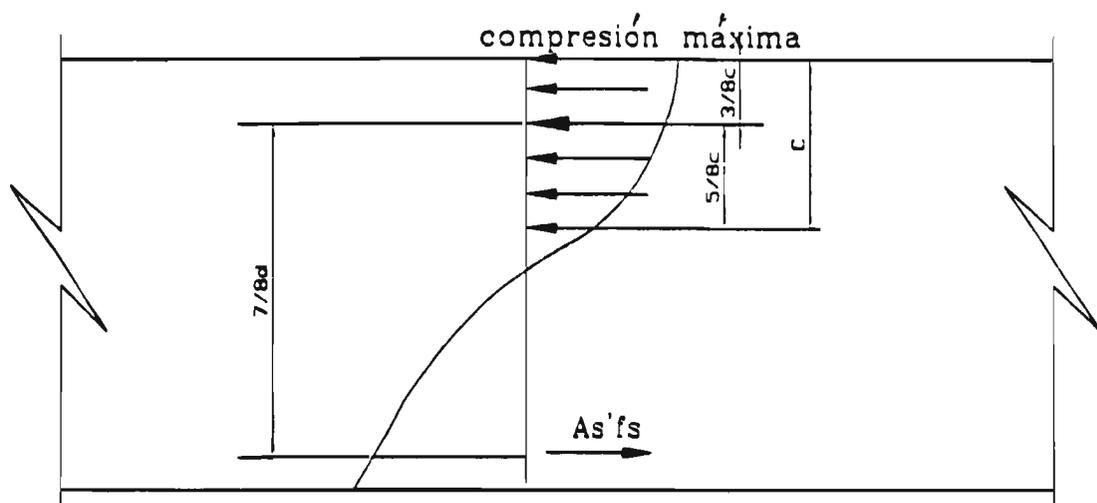


Fig. 4.3 Fuerzas internas en la sección transversal de una viga en flexión

**Esfuerzo de compresión diagonal debido al refuerzo lateral (Referido al diagrama de cuerpo libre representado en la Fig. 2.11)**

En el mecanismo de armadura, se desarrollan esfuerzos de compresión diagonal, que se equilibran con la fuerza que se genera en los estribos laterales. Si los esfuerzos de compresión diagonal son mayores que los resistentes del concreto, la falla se producirá por compresión diagonal antes que fluyan los estribos laterales; en caso contrario, los estribos alcanzarán el esfuerzo de fluencia.

De la Fig. 2.11, haciendo sumatoria de fuerzas horizontales y verticales, se obtiene

$$\sum F_H = 0 \quad T_c - A_s f_{sy} - A'_s f'_{sy} = 0$$

$$T_c = \sigma_c b(d - c) \cos^2 \theta$$

$$\sum F_V = 0 \quad V_w = \sigma_c b(d - c) \sen \theta \cos \theta$$

donde:

$F_H$  fuerzas horizontales

$F_V$  fuerzas verticales

$T_c$  fuerza del acero debida a la interacción momento-cortante

$f_{sy}$  ( $f'_{sy}$ ): esfuerzo en el acero longitudinal del lecho inferior (superior)

$A_s$  ( $A'_s$ ): área del acero longitudinal del lecho inferior (superior)

$\sigma_c$  esfuerzo de compresión diagonal en el concreto

$d$  peralte efectivo

$c$ : altura de la zona de compresión o posición del eje neutro

Despejando  $\sigma_c$  de la ecuación de equilibrio de fuerzas verticales

$$\sigma_c = \frac{V}{b(d - c) \sen \theta \cos \theta} \quad (4.6)$$

Sustituyendo  $V_w$  (expresión 4.1) por  $V$  en la expresión anterior se obtiene que el esfuerzo de las diagonales de compresión en el mecanismo de armadura es igual a

$$\sigma_c = \frac{\rho_w f_{wy}}{\sen^2 \theta} \quad (4.7)$$

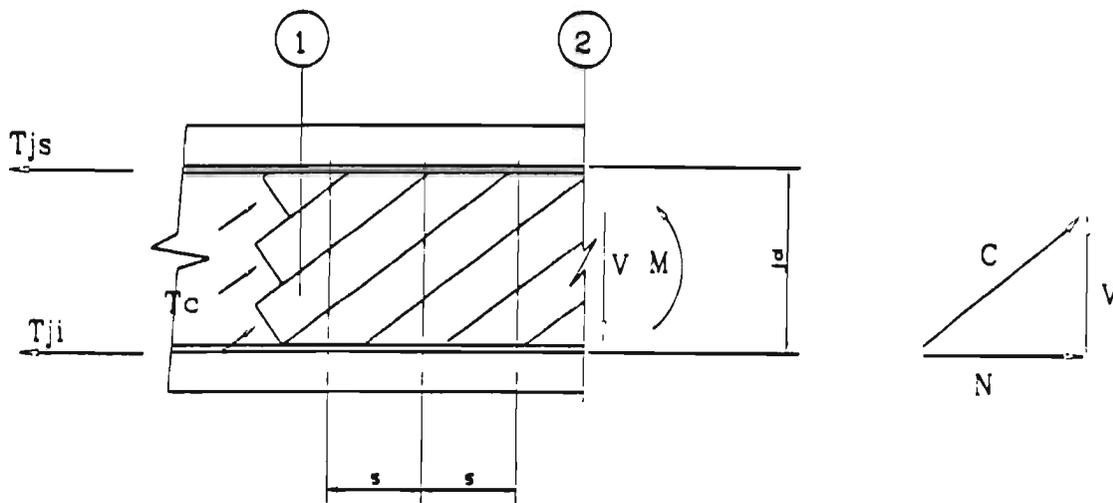


Fig. 2.11 Diagrama de cuerpo libre ( $V$ : fuerza cortante;  $M$ : momento actuante;  $T_c$ : esfuerzo de compresión diagonal por cortante;  $jd$ : par interno;  $T_j$ , ( $T_{js}$ ): fuerza de tensión del acero debida a la acción de los esfuerzos cortantes)

Este valor se comparará con la resistencia a compresión del concreto del elemento, de modo que si resulta superior al mismo, se podrá asumir que el tipo de falla será producto de la compresión por cortante.

#### 4.1.2 Resistencia a cortante por efecto de fricción debido a la fuerza de compresión axial

En el planteamiento se incluye el cortante resistente por fricción debido a la fuerza axial exterior de compresión.

El esfuerzo cortante resistente se calcula como el producto del coeficiente de fricción  $\mu$  (estático) por el esfuerzo normal de compresión  $\sigma_n$  en dicha zona de concreto a compresión.

$$\tau_{fr} = \mu \sigma_n \quad (4.8)$$

En el estudio experimental desarrollado en La Universidad Tecnológica de Atenas (Tassios y Vintzeleou, 1987) se propone considerar los siguientes valores para los coeficientes de fricción:

Para superficies rugosas

$$\mu = 0.4 \left( 1 - \frac{1}{7} \sqrt{n-1} \right) \quad (4.9)$$

Para superficies poco rugosas

$$\mu = 0.4 \left( 1 - \left[ 0.002(n-1) \left( \frac{\sigma_c}{f'_c} \right)^{-1} \left( \frac{\delta_n}{\delta_u} \right)^{-1.3} \right] \right) \quad (4.10)$$

donde

$n$ : número de ciclos después de un desplazamiento igual a  $\delta_n > \delta_u$

$\sigma_c$ : esfuerzo de compresión actuante

$f'_c$ : esfuerzo último resistente del concreto

$\delta_n$ : deformación relativa entre las superficies de cortante en dirección ortogonal a la compresión

$\delta_u$ : deformación última o deformación límite a partir de la cual se elimina la fricción

Como la falla por cortante, excepto en los casos de falla por adherencia, termina con el aplastamiento del concreto, antes o posteriormente a la fluencia de los estribos, para la condición última se tiene que  $\sigma_c / f'_c = 1$  y considerando que se solicita toda la resistencia por fricción  $\delta_n / \delta_u = 1$ , la segunda ecuación se transforma a

$$\mu = 0.4(1 - [0.002(n-1)]) \quad (4.11)$$

Este trabajo no incluye el estudio del porcentaje de degradación en base al número de ciclos con desplazamiento máximo que puede presentarse en los casos reales.

El esfuerzo resistente por fricción se puede calcular entonces como

$$\tau_{fr} = \mu \sigma_n \quad (4.12)$$

$$0.3 < \mu \leq 0.4$$

para

$$\sigma_n = \frac{N}{bd} \quad (4.13)$$

donde:

$b$ : ancho de la sección transversal analizada

$N$ : fuerza de compresión axial actuando en la superficie

$d$ : parte efectiva de la sección

La fuerza resistente por fricción se calcula entonces como.

$$V_{fr} = \tau_{fr} b d \quad (4.14)$$

### 4.1.3 Resistencia a Cortante por Acción de Arco

Una fracción de la carga externa se transmite directamente por el arco exterior a los apoyos, a este mecanismo se le conoce como mecanismo de arco. Basándose en las Fig. 4.4 y 4.5, se tiene que la fuerza cortante que se resiste por mecanismo de arco es igual a  $V_b$  (Salmon and Johnson, 1980).

$$V_b = \sigma'_c e b \operatorname{sen} \theta$$

donde:

$\sigma'_c$ : esfuerzo máximo de compresión que puede resistir la diagonal del concreto

Teniendo en cuenta que el peralte equivalente del arco,  $e$ , estará dado por (Fig. 4.5)

$$e = d \cos \theta - a \operatorname{sen} \theta$$

y sustituyendo en la expresión de  $V_b$ :

$$V_b = \sigma'_c b(d \cos \theta - a \operatorname{sen} \theta)$$

Se tiene para la condición extremo  $\frac{\partial V_b}{\partial \theta} = 0$ ;

$$\sigma'_c b (d \cos 2\theta - a \operatorname{sen} 2\theta) = 0$$

$$d \cos 2\theta - a \operatorname{sen} 2\theta = 0$$

$$\tan 2\theta = \frac{d}{a}$$

donde:

$a$ : claro de cortante

$\theta$ : ángulo de inclinación del arco

$b$ : ancho de la sección

Haciendo transformaciones trigonométricas se obtiene que la fuerza cortante que se transmite por mecanismo de arco es igual a

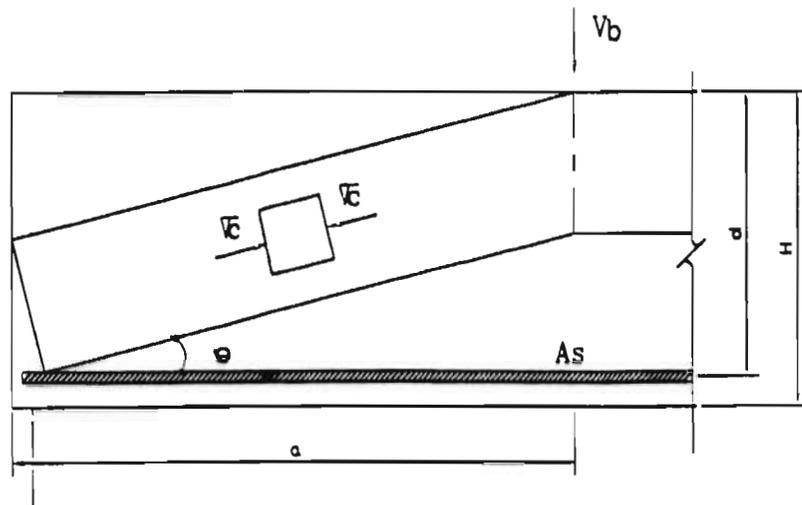


Fig. 4.4 Mecanismo de arco

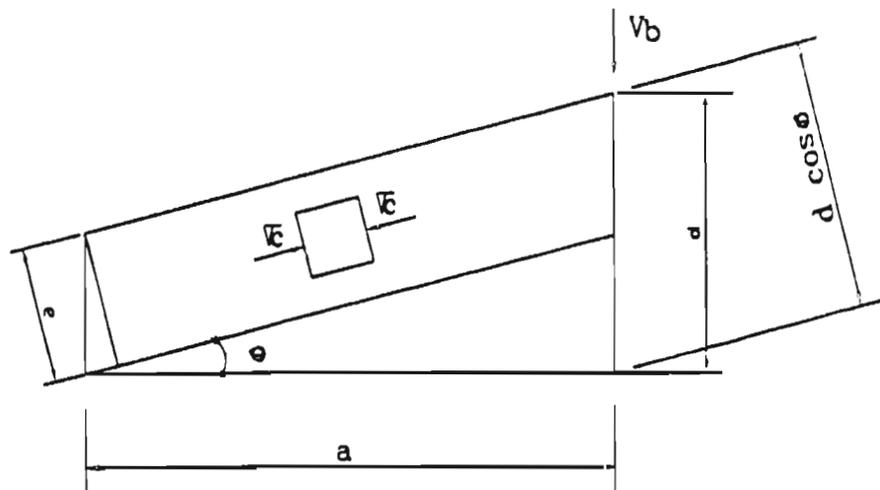


Fig. 4.5 Diagrama de cuerpo libre

$$V_b = \sigma'_c \frac{bd}{2} \left[ \sqrt{1 + \left(\frac{a}{d}\right)^2} - \frac{a}{d} \right] \quad (4.15)$$

Sustituyendo  $\lambda$  por  $a/d$

$$\lambda = \frac{a}{d} \approx \frac{M}{Vd} \quad (4.16)$$

El esfuerzo máximo resistente por mecanismo de arco queda expresado como

$$\tau_b = \sigma'_c \frac{bd}{2} \left[ \sqrt{1 + \lambda^2} - \lambda \right] \quad (4.17)$$

La resistencia efectiva del concreto a compresión por acción de arco se toma como la diferencia entre la resistencia efectiva a compresión del concreto y el esfuerzo de las diagonales a compresión del mecanismo de armadura, de manera que al superponer ambos efectos, el valor del esfuerzo de compresión sea igual a la resistencia efectiva del concreto

$$\sigma'_c = v f'_c - \frac{\rho_w f_{wy}}{\sin^2 \theta} - \frac{N}{bd} \quad (4.18)$$

donde:

$v$ : coeficiente de efectividad a compresión diagonal del concreto

$f'_c$ : resistencia a la compresión del concreto

$N$ : magnitud de la fuerza axial

Para determinar el valor de la resistencia efectiva a compresión diagonal del concreto,  $v f'_c$ , se han propuesto distintos criterios por diferentes autores. En este caso se recomienda, basándose en la propuesta de Nielsen (A.I.J., 1994), la expresión:

$$v = \chi \beta \left( 0.7 - \frac{f'_c}{2000} \right) \quad (4.19)$$

donde:

$\beta$ : coeficiente que tiene en cuenta la degradación de resistencia debida a la deformación por

giro en la postfluencia. El coeficiente  $\beta$ , para deformaciones anteriores a la fluencia toma el

valor de la unidad y para deformaciones postfluencia, su valor es menor que uno.

$\chi$ : coeficiente que tiene en cuenta la degradación de resistencia a compresión del concreto debido al agrietamiento del concreto por la acción de cargas cíclicas. En este trabajo se considera  $\chi$  igual a uno.

En el caso de carga por acciones cíclicas se debe incluir un modelo para determinar la resistencia a compresión del concreto, para el ciclo que se quiera calcular y para el nivel de deformación por giro.

#### 4.1.4 Resistencia por Acción de Dovela

El acero longitudinal de una viga opone resistencia a las deformaciones de flexión y de cortante. Las grietas que surgen en la cara más tensionada del elemento y se extienden hasta la zona de compresión, se acompañan por deformaciones longitudinales y transversales del acero en tensión, por tanto mientras mayor sea la rigidez de la zona de refuerzo longitudinal en tensión, mayor resistencia se encontrará al agrietamiento y la falla del elemento.

Williams Krefeld y Charles W. Thurston (1966), proponen para determinar la fuerza cortante resistente por efecto de dovela del acero longitudinal en una viga sin refuerzo transversal la ecuación:

$$V_d = b\sqrt{f'_c} \left[ 1.3 \left( 1 + 180 \frac{\rho_s}{\sqrt{f'_c}} \right) c - d \right] \frac{1}{\sqrt{\frac{a}{d}}} \quad (\text{Kips}) \quad (4.20)$$

Transformando la ecuación (4.20) a  $\text{Kg/cm}^2$ , sustituyendo  $\lambda$  por  $Xd$ , donde  $X$  es la longitud del claro de corte, y aplicando un factor de minoración igual a 0.9, para representar valores experimentales medios, el esfuerzo por efecto de dovela se expresa como:

$$\tau_d = \frac{\sqrt{f'_c}}{\sqrt{\lambda}} \left[ \left( 0.3 + \frac{14.5\rho_s}{\sqrt{f'_c}} \right) \cdot \left( \frac{H}{d} - 1 \right) + 0.24 \right] \quad (\text{Kg/cm}^2) \quad (4.21)$$

donde:

$c$ : distancia del acero en tensión al extremo inferior del elemento

$f'_c$ : resistencia a la compresión del concreto

$b$ : ancho de la sección a nivel del acero longitudinal

$a$ : distancia de la grieta al apoyo en vigas isostáticas (longitud del claro de corte)

$d$ : peralte efectivo de la sección

$\rho_s$ : cuantía de refuerzo longitudinal

$\lambda = ad = M/Vd$

$H$ : peralte total

$\tau_d$ : esfuerzo cortante resistente debido al mecanismo de dovela ( $\text{Kg/cm}^2$ )

La variable claro de cortante a peralte, según los estudios realizados, influye en la magnitud del efecto de dovela. En la ecuación 4.21 se sustituyen las variables  $ad$  por la relación  $\lambda$ , claro de cortante a peralte, aplicable a cualquier condición de apoyo. La relación claro de cortante a peralte,  $ad$ , en vigas con carga concentrada, es equivalente a la relación  $M/Vd$ , sin embargo para estados más complejos resulta difícil en muchas ocasiones definir el claro de cortante, por lo que se propone tomar la relación equivalente  $M/Vd$ .

Los resultados que ofrece la ecuación 4.21 sólo pueden ser aplicados para el mecanismo de falla que se muestra en la Fig. 4.6. La resistencia por dovela no existe en los casos en que la longitud proyectada de la grieta llega hasta el apoyo.

El efecto de dovela se produce al aparecer deformaciones transversales en el acero longitudinal. La influencia de los estribos laterales sobre la rigidez de la deformación del acero longitudinal para pequeñas deformaciones en el acero puede suponerse pequeña. La influencia del refuerzo a cortante se incrementa cuando crece la deformación, sin embargo al crecer la deformación, aumenta el esfuerzo de tensión del acero longitudinal hasta la fluencia, punto en que se pierde la rigidez de la deformación en el plano transversal al de los esfuerzos de tensión (Dulacska, 1972).

En la ecuación 4.21, propuesta por Krefeld (1966), no interviene directamente el esfuerzo de tensión del acero longitudinal. Este parámetro se tiene en cuenta indirectamente por medio de la variable  $\lambda$  ( $M/Vd$ ).

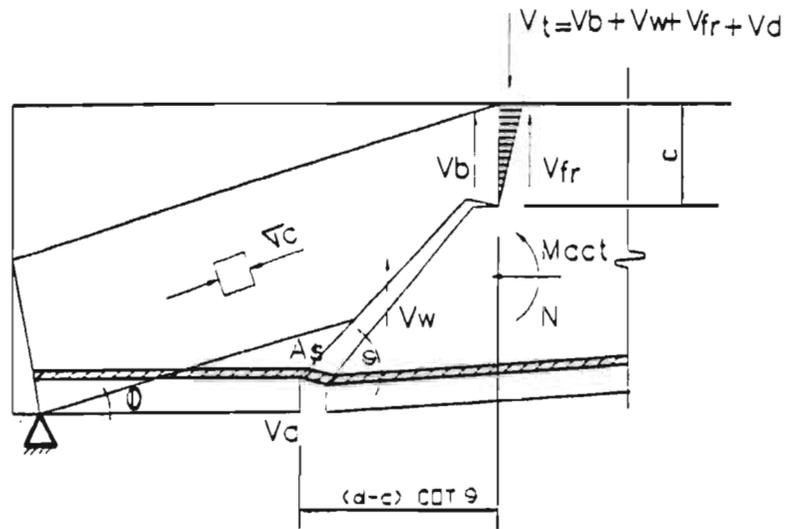


Fig. 4.6 Mecanismo de falla por acciones combinadas de momento flector y fuerza cortante

## 4.2 Formulaciones de Resistencia Propuestas

### 4.2.1 Formulación de Equilibrio Momento-Cortante (E1)

Es posible integrar todas las contribuciones presentadas en una ecuación, que permita determinar con mayor claridad la interacción de los distintos parámetros en el fenómeno estudiado.

Se parte del concepto de que los esfuerzos internos que aparece en la superficie de falla están en equilibrio con las fuerzas mecánicas en el elemento. De la Fig. 4.6 se deduce que, cuando la grieta es inclinada, los esfuerzos de tensión en el acero inferior se deben al momento de flexión pura, más el efecto del incremento de tensión debido a la presencia de fuerza cortante. Por esta razón, toma importancia la relación entre momento y fuerza cortante, para definir la falla.

Se considera que la falla de flexión es un caso particular de la falla por flexo-cortante y se define cuando el ángulo de inclinación de la grieta tiende a ser de  $90^\circ$ .

La formulación aquí presentada incluye al mecanismo de armadura y de arco. Además, permite incluir cualquier consideración nueva sobre comportamiento de cualquiera de las variables incluidas.

En la Fig. 4.6 se observa la condición de falla estudiada. En la medida que el ángulo  $\theta$  crece, la grieta tiende a ser vertical y puede considerarse menor la influencia de la fuerza cortante  $V_i$  sobre los esfuerzos de tensión del acero longitudinal, ya que el momento secundario disminuye,  $V_i(d - c) \cot \theta$ .

En la medida que crece la relación entre momento y cortante la grieta tiende a ser vertical, acercándose a la falla por flexión; y en la medida que esta relación tiende a uno, la grieta se acuesta más alejándose la posibilidad de una falla por flexión.

El momento resistente de ninguna sección puede ser mayor que el momento máximo resistente de la viga a flexión. El momento resistente cuando la sección de falla es vertical es igual al cortante actuante multiplicado por la relación  $M/V$ , sin embargo, para una superficie de falla inclinada, el momento último se alcanza para una fuerza cortante actuante menor, ya que este será igual al cortante actuante multiplicado por la relación  $(M/V + (d - c) \cot \theta)$ .

En este acápite se propone una ecuación de equilibrio de momento, igualando el momento resistente de flexión al momento externo, considerándose la interacción momento-cortante.

Analizando la Fig. 4.6 y haciendo suma de momentos respecto al acero en tensión se tiene que

$$M_{fl} = M_{act} + V_t(d - c) \cot \theta \quad (4.22)$$

donde:

$M_{fl}$ : momento resistente por flexión de la sección transversal

$M_{act}$ : momento actuante en la sección

$V_t$ : fuerza cortante total de la sección

Sustituyendo

$$\lambda = \frac{M}{Vd}$$

Se obtiene

$$M_{fl} = V_t \left( \lambda \cdot d + (d - c) \cot \theta \right) - V_w \left( \frac{d - c}{2} \right) \cot \theta = M_w + M_b + M_{fr} + M_d \quad (4.23)$$

donde:

$M_w$ : momento provocado por la fuerza cortante que pueden resistir los estribos

$M_b$ : momento provocado por la fuerza cortante que puede resistir la zona de compresión

$M_{fr}$ : momento provocado por la fuerza cortante que se puede resistir por fricción

$M_d$ : momento provocado por la fuerza cortante que se puede resistir por el acción de  
dovela

$L$ : longitud del elemento

Aceptando que los niveles de deformación en los cuales se presenta el máximo de cada efecto no necesariamente conciden, y que los mecanismos contribuyentes a la resistencia total por cortante no presentan degradación de resistencia una vez alcanzado el valor máximo,  $V_t$  se define como el cortante resistente total, dado por

$$V_t = V_w + V_b + V_{fr} + V_d$$

donde

$V_w$ : cortante resistente debido a los estribos que está dado por la ecuación (4.1)

$V_{fr}$ : cortante resistente por fricción (4.14)

$V_b$ : cortante resistente por el concreto (4.17)

$V_d$ : cortante resistente por efecto de dovela (4.21)

Sustituyendo cada una de las expresiones 4.1, 4.17, 4.14 y 4.21 independientemente en 4.23 y dividiendo entre  $bd^2$ , se obtienen las ecuaciones 4.24, 4.25, 4.26 y 4.27 respectivamente.

$$\frac{M_w}{bd^2} = \left[ \rho_w f_{wy} \left( 1 - \frac{c}{d} \right) \lambda \right] \cot \theta + \left[ \frac{\rho_w f_{wy}}{2} \left( 1 - \frac{c}{d} \right)^2 \right] \cot^2 \theta \quad (4.24)$$

$$\begin{aligned} \frac{M_b}{bd^2} = & \left[ \nu f'_c - \rho_w f_{wy} - \sigma_n \right] \frac{R}{2} \lambda + \left[ \left( \nu f'_c - \rho_w f_{wy} - \sigma_n \right) \frac{R}{2} \left( 1 - \frac{c}{d} \right) \right] \cot \theta - \\ & \left[ \rho_w f_{wy} \frac{R}{2} \lambda \right] \cot^2 \theta - \left[ \rho_w f_{wy} \frac{R}{2} \left( 1 - \frac{c}{d} \right) \right] \cot^3 \theta \end{aligned} \quad (4.25)$$

$$\frac{M_{fr}}{bd^2} = \mu \sigma_n \lambda + \left[ \mu \sigma_n \left( 1 - \frac{c}{d} \right) \right] \cot \theta \quad (4.26)$$

$$\frac{M_d}{bd^2} = \tau_d \left[ \lambda + \left( 1 - \frac{c}{d} \right) \cot \theta \right] \quad (4.27)$$

Sustituyendo las ecuaciones de momento en la ecuación  $0 = M_w + M_b + M_{fr} + M_d - M_{fl}$ , se llega a la ecuación básica de equilibrio, que permite calcular la inclinación de la grieta  $\theta$ , que definirá la superficie de falla.

$$\begin{aligned} & \left[ \rho_w f_{wy} \frac{R}{2} \left( \frac{c}{d} - 1 \right) \right] \cot^3 \theta + \left[ \frac{\rho_w f_{wy}}{2} \left[ \left( 1 - \frac{c}{d} \right)^2 - \lambda R \right] \right] \cot^2 \theta + \\ & + \left[ \left( \nu f'_c - \rho_w f_{wy} - \sigma_n \right) \frac{R}{2} + \mu \sigma_n + \rho_w f_{wy} \lambda - \tau_d \right] \left( 1 - \frac{c}{d} \right) \cot \theta + \\ & + \left[ \left( \nu f'_c - \rho_w f_{wy} - \sigma_n \right) \frac{R}{2} \lambda - \mu \sigma_n \lambda + \tau_d \lambda - \frac{M_{fl}}{bd^2} \right] = 0 \end{aligned} \quad (4.28)$$

donde:

$$\frac{c}{d} = \frac{1}{3}$$

$$\lambda = \frac{M}{Vd} = \frac{a}{d} \text{ (claro de cortante / peralte)}$$

$$R = \sqrt{1 + \lambda^2} - \lambda$$

$$\sigma_n = \frac{.N}{bd}$$
(4.29)

$M_f$ : momento máximo resistente por flexión

$\mu$ : coeficiente de fricción

$\theta$ : ángulo de inclinación de la grieta

### **Inclinación de la superficie de falla ( $\theta$ )**

El ángulo  $\theta$  tomará el mayor valor de los siguientes:

$\theta_1$ : ángulo calculado por la ecuación (4.28), que satisface la condición de falla por fluencia del acero en tensión

$\theta_2=25^\circ$ , se considera  $25^\circ$  como el ángulo mínimo para el cual se cumple la condición de fluencia simultánea de los estribos y del acero longitudinal, según Thurliman (1979)

$\theta_3 = \sin^{-1} \left( \sqrt{\frac{\rho_w f_{wy}}{f'_c - \sigma_n}} \right)$ ; el valor de  $\theta_3$  es el ángulo máximo permisible, que expresa la

condición de falla por compresión diagonal. Esta expresión es obtenida a partir de la expresión 4.7, considerando el valor del esfuerzo a compresión del concreto en los puntales a compresión por el mecanismo de armadura.

Si el valor que satisface a la ecuación cúbica de equilibrio es un número irracional, sólo se considerarán  $\theta_2$  y  $\theta_3$ .

### **Resistencia efectiva del concreto a compresión diagonal**

Para calcular la resistencia a cortante es necesario conocer la resistencia real del concreto a compresión diagonal. Este valor sólo puede ser determinado experimentalmente. Sin embargo, si nos apoyamos en las investigaciones realizadas por M. Collins (1978), Nielsen (1978) y otros, podremos estimar con buena aproximación este valor.

En este caso para validar la ecuación con los resultados experimentales, basándose en los estudios de Nielsen, se propone adoptar la expresión

$$v = \chi \cdot \beta \cdot \left( 0.7 - \frac{f'_c}{2000} \right) \quad (4.30)$$

donde,  $\beta$  y  $\chi$  se tomarán igual a la unidad, como se menciona en el acápite 4.1.3.

Estos coeficientes tienen en cuenta la degradación de resistencia debida a la deformación postfluencia y por agrietamiento ante carga cíclica y reversible.

La resistencia efectiva de compresión diagonal calculada del concreto, será igual a  $v f'_c$ .

Para el caso de concreto confinado, el procedimiento es el mismo, únicamente se sustituye el valor de  $f'_c$  por el de  $k_w f'_c$  en las ecuaciones anteriores. El parámetro  $k_w$  se define en el siguiente inciso.

### Concreto confinado

La capacidad última a cortante está limitada por la resistencia a compresión del concreto. En la actualidad existen distintos modelos que representan la curva esfuerzo-deformación del concreto confinado sometido a esfuerzo de compresión axial. No obstante, no se ha estudiado suficientemente el efecto de confinamiento sobre la resistencia a compresión diagonal.

En esta propuesta se da la posibilidad de incluir tal efecto de la forma que se desee. En este caso, se supuso que el efecto de confinamiento es similar en ambos casos y se propone adoptar el factor de confinamiento propuesto por R. Park (1983), por constituir uno de los modelos más representativos de las condiciones reales.

El factor de confinamiento se considera como

$$k_w = 1 + \frac{\rho_w f_{wy}}{f'_c} \quad (4.31)$$

donde:

$\rho_w$ : cuantía de refuerzo lateral

$f_{wy}$ : esfuerzo de fluencia del refuerzo lateral

### Efecto de la Compresión Axial

La compresión axial contribuye a incrementar el cortante resistente, esto se debe a la fricción que se desarrolla en la zona de compresión del elemento.

El incremento de resistencia no dependerá únicamente del coeficiente de fricción y de la fuerza axial, sino de todos los parámetros incluidos en la ecuación (4.28) En un elemento comprimido se modifica el aporte de cada mecanismo.

La fuerza axial no debe tomarse mayor que la balanceada, dada por

$$N \geq N_b$$
$$N_b = 0.68 f'_c b d \left( \frac{\epsilon_b}{\epsilon_y + \epsilon_b} \right) - \sum A_s f_s + \sum A'_s f'_s \quad (4.32)$$

donde:

$N$ : fuerza axial

$N_b$ : fuerza balanceada

$A_s$  ( $A'_s$ ): área del acero en la zona de tensión (compresión)

$f_s$  ( $f'_s$ ): esfuerzo de trabajo del acero en tensión (compresión)

$\epsilon_b=0.003$ : deformación unitaria máxima del concreto

$\epsilon_y$ : deformación unitaria de fluencia del acero en tensión

Esta limitación se incluye debido a que, para obtener la ecuación de equilibrio, se consideró una falla dúctil, hiporeforzada, que se inicia con la fluencia del acero longitudinal a tensión.

### Efecto de la tensión axial

El efecto de la presencia de una fuerza de tensión axial, puede considerarse sustituyendo el valor de  $M_{fl}$  de la ecuación (4.23), por el momento último en presencia de un estado de flexo-tensión.

En nuestro caso no se cuenta con resultados experimentales que permitan validar la afirmación anterior, por lo que no es objeto de análisis en este capítulo.

### Efecto de dovela

Este efecto no necesariamente tiene que ser tomado en cuenta, esto dependerá de las características del elemento que se analice. En los casos revisados, este efecto provoca muy poca variación en el cortante resistente total, debido a que el acero de refuerzo longitudinal está prácticamente en la fluencia, condición en la que el efecto de dovela tiende a ser nulo (Tassios, 1991). Además, la resistencia máxima por efecto de dovela se presentará a niveles de deformación que generalmente sobrepasan los límites establecidos en los reglamentos, por lo que la omisión de este fenómeno no resulta de importancia.

### Esfuerzos resistentes a cortante

Conociéndose el ángulo  $\theta$  que define a la superficie de falla, es posible determinar el esfuerzo resistente por la sección. Este queda definido como la sumatoria de los valores calculados por las ecuaciones 4.1, 4.14, 4.17 y 4.21

Esfuerzo resistente debido a los estribos

$$\tau_a = \rho_w f_{wy} \left( 1 - \frac{e}{d} \right) \cot \theta \quad (4.1)$$

Esfuerzo resistente debido a la zona de compresión

$$\tau_b = \left( f'_c - \frac{\rho_w f_{wy}}{\sin^2 \theta} - \sigma_s \right) \frac{R}{2} \quad (4.17)$$

Esfuerzo resistente por mecanismo de dovela

El esfuerzo resistente por mecanismo de dovela del acero longitudinal se tendrá en cuenta para la condición de falla por fluencia del acero en tensión, siempre que se cumpla que  $25^\circ < \theta_1 < 90^\circ$ .

La expresión 4.21, se basa en la propuesta de Krefeld (1966). El efecto de dovela se relaciona con la tensión del acero longitudinal a través de la variable  $\lambda = M/Vd$ , pero no

directamente con la relación entre el esfuerzo de trabajo respecto al esfuerzo de fluencia  $f_x f_y$ .

Según Dulacska (1972) y Tassios (1991), cuando el acero en tensión alcanza el esfuerzo de fluencia, se tiende a perder la capacidad de resistir cortante por efecto de dovela.

El hecho de considerar el efecto de dovela en la propuesta, provoca una variación en los resultados que pudiera despreciarse. Por lo general, el incremento de resistencia es del orden de 0.591 Kg/cm<sup>2</sup>. Este comportamiento puede justificarse, basándonos en que para la condición de falla por fluencia, el efecto de dovela tiende a ser mínimo.

Para valores de fuerza de compresión actuante sobre el elemento mayores que la balanceada, no se considera este efecto debido a que se modifica el mecanismo de falla y la deformación relativa del refuerzo longitudinal tiende a ser nula.

Para calcular el efecto de dovela en el planteamiento abordado se adopta la expresión (4.21)

$$\tau_d = \frac{\sqrt{f'_c}}{\sqrt{\lambda}} \left[ \left( 0.3 + \frac{14.5\rho_s}{\sqrt{f'_c}} \right) \left( \frac{H}{d} - 1 \right) + 0.24 \right] \quad (4.21)$$

Esfuerzo resistente por fricción:

$$\tau_{fr} = \mu \frac{N}{bd} \quad (4.14)$$

### Interpretación paramétrica de la propuesta E-1

#### Casos posibles:

Primero:

$$\frac{M_f}{bd^2} < \left( \mathcal{V}'_c - \rho_w f_{wy} - \sigma_n \right) \frac{R}{2} \lambda + \mu \sigma_n \lambda + \tau_d \lambda,$$

o para

$$\left( \mathcal{V}'_c - \rho_w f_{wy} - \sigma_n \right) < 0$$

Estas relaciones representan a la condición de equilibrio que caracteriza la falla por flexión. El cortante resistente por el elemento es igual al que provoca la falla a flexión y la grieta se produce de forma predominantemente vertical. En este caso el esfuerzo cortante último se determinará usando la expresión:

$$\tau_d = \frac{1}{\lambda} \frac{M_f}{bd^2}$$

Segundo:

$$\frac{M_f}{bd^2} > \left( \mathcal{V}'_c - \rho_w f_{wy} - \sigma_n \right) \frac{R}{2} \lambda + \mu \sigma_n \lambda$$

para

$$\left( \mathcal{V}'_c - \rho_w f_{wy} - \sigma_n \right) > 0$$

En este caso la falla se presenta producto de la acción combinada de la fuerza cortante y el momento flector. El ángulo que define a la superficie de falla  $\theta$ , se calcula con la ecuación 4.28 para las condiciones del problema que se tiene y se determina el esfuerzo resistente como:

$$\tau_R = \tau_d + \tau_b + \tau_{fr} + \tau_d$$

Si se presenta la condición

$$\left(1 - \frac{c}{d}\right) \cot \theta > \lambda$$

Se calcula el ángulo de agrietamiento  $\theta$  sin considerar el efecto de dovela, porque la grieta tenderá a formarse sin intersectar el refuerzo longitudinal, y se determina la contribución del acero como:

$$\tau_a = \rho_w f_{wy} \lambda$$

$$\tau_R = \tau_a + \tau_b + \tau_{fr}$$

*Tercero:*

El valor de  $\theta$  se tomará como el mayor de los siguientes valores:

$$\theta_1 \text{ (ecuación 4.28)}$$

$$\theta_2 = 25''$$

$$\theta_3 = \text{sen}^{-1} \sqrt{\frac{\rho_w f_{wy}}{(f'_c - s_n)}}$$

Si la ecuación 4.28 toma valores irracionales, sólo se consideran  $\theta_2$  y  $\theta_3$ .

*Cuarto:*

Si la fuerza de compresión axial es mayor que la balanceada se tomará el valor de la fuerza balanceada, para calcular el cortante resistente. En este caso, no se considerará la resistencia por efecto de dovela del acero longitudinal. Sin embargo, deberá tenerse en cuenta que el incremento de la carga axial podrá generar una falla por aplastamiento del concreto trayendo consigo una disminución total de la resistencia a cortante.

**PROPUESTA DE EQUILIBRIO (E1)****Resumen de Ecuaciones**

Esfuerzo cortante resistente

Contribución del acero transversal

$$\tau_w = \frac{2}{3} \rho_w f_w \cot \theta \quad \text{para } \frac{c}{d} = \frac{1}{3}$$

Contribución del concreto

$$\tau_b = \frac{R}{2} \left( \nu f'_c - \frac{\rho_w f_w}{\sin^2 \theta} - \frac{N}{bd} \right)$$

Efecto de la compresión axial

$$\tau_d = \mu \frac{N}{bd} \quad \mu = 0.3$$

Efecto de dovola

$$\tau_d = \frac{\sqrt{f'_c}}{\sqrt{\lambda}} \left[ \left( 0.3 + \frac{14.5 \rho_w}{\sqrt{f'_c}} \right) \left( \frac{H}{d} - 1 \right) + 0.24 \right]$$

Para el ángulo  $\theta$ , se toma el mayor de los siguientes valores

$$\begin{aligned} \theta_1: & \left[ \rho_w f_w \frac{R}{2} \left( \frac{c}{d} - 1 \right) \right] \cot^3 \theta - \left[ \frac{\rho_w f_w}{2} \left[ \left( 1 - \frac{c}{d} \right)^2 - \lambda R \right] \right] \cot^2 \theta - \\ & + \left[ \left( \nu f'_c - \rho_w f_w - \sigma_n \right) \frac{R}{2} + \mu \sigma_n + \rho_w f_w \lambda + \tau_d \right] \left( 1 - \frac{c}{d} \right) \cot \theta + \\ & + \left[ \left( \nu f'_c - \rho_w f_w - \sigma_n \right) \frac{R}{2} \lambda + \mu \sigma_n \lambda + \tau_d \lambda - \frac{M_d}{bd^2} \right] = 0 \end{aligned}$$

$$\theta_2 = 25^\circ$$

$$\theta_3 = \sin^{-1} \sqrt{\frac{\rho_w f_w}{\nu f'_c - \sigma_n}}$$

donde

$$\frac{c}{d} = \frac{1}{3}$$

$$\lambda = \frac{M}{Vd} = \frac{a}{d}$$

$$R = \sqrt{1 + \lambda^2} - \lambda$$

$$\sigma_n = \frac{N}{bd}$$

$$\nu = \chi \beta \left( \nu_0 - \frac{f'_c}{2000} \right)$$

$\nu_0$  toma valores de 0.6 a 0.7

Si se considera el confinamiento se debe substituir el valor de  $f'_c$  por  $k_w f'_c$ , donde  $k_w$  es el factor de confinamiento ( $k_w \geq 1$ )

Según Scott, Park y Priestley (1982)

$$k_w = 1 + \frac{\rho_w f_{wy}}{f'_c}$$

### **Comentarios:**

- (1) La propuesta incluye a los dos mecanismos reconocidos, el de arco y el de armadura.
- (2) Se incluyen todas las fuentes de resistencia estudiadas, como son: la contribución de los estribos, la del concreto, el efecto de dovela y el efecto de la compresión axial.
- (3) Se tiene en cuenta la variable que relaciona al claro de cortante con el peralte.
- (4) La ecuación es de equilibrio, lo que hace posible una mejor interpretación física del fenómeno y permite identificar como influye cada una de las variables bajo esta condición.
- (5) El planteamiento permite hacer modificaciones en las ecuaciones que identifican a las contribuciones de cada uno de los parámetros, sin modificarse el concepto general de cumplir con el equilibrio.
- (6) Las ecuaciones propuestas permiten calcular la resistencia al cortante de un elemento lineal y predecir el ángulo del agrietamiento de falla.
- (7) Se pueden incluir modelos que relacionen a la resistencia con la deformación del elemento.
- (8) La ecuación nos permite predecir si la falla se presentará por flexión o por cortante.
- (9) La ecuación que se propone es una ecuación con raíces reales e irracionales. De las raíces, sólo una satisface las condiciones reales del problema. En algunos casos no es posible obtener raíces reales para el problema que se intenta resolver. En ese caso el ángulo de falla se toma igual a  $25^\circ$  o al ángulo que define a la falla de compresión en caso de ser mayor de  $25^\circ$ .
- (10) En el equilibrio, se considera que se alcanza la capacidad última cuando el momento actuante es igual al de flexión.
- (11) No es posible, para un cortante dado, calcular directamente la cuantía de refuerzo transversal necesaria para resistirlo, se necesita de un proceso iterativo.
- (12) La ecuación representa valores medios, no constituye una envolvente inferior.

#### 4.2.2 Propuesta Simplificada (E2)

Basándose en criterios de la propuesta E1 y apoyándose en los resultados experimentales disponibles (Anexo 1) se propone una formulación simplificada para determinar la capacidad a cortante en miembros de concreto reforzado.

El ángulo de falla se determina en función de la resistencia a compresión, de la cantidad de acero transversal y de la relación entre momento-cortante. Para el ángulo crítico se propone tomar  $\theta$  entre  $25^\circ \leq \theta \leq 39^\circ$ .

En esta propuesta, al igual que en el planteamiento E1, se utilizan las mismas expresiones para determinar la contribución del concreto y del acero transversal, pero sin considerar la resistencia por efecto de dovela, debido a que se incluye intrínsecamente al determinar el valor de  $\theta$ .

El esfuerzo cortante resistente proporcionado por los estribos laterales, se determinará por la ecuación (4.33).

$$\tau_w = k \rho_w f_{wy} \left(1 - \frac{c}{d}\right) \cot \theta \quad (4.33)$$

$$\frac{c}{d} = \frac{1}{3}$$

$$\tau_w = \frac{2}{3} k \rho_w f_{wy} \cot \theta \quad (4.34)$$

$$1 \leq k = 24.14 R \sqrt{\rho_s} \leq 1.2 \quad (4.35)$$

$k$ : coeficiente de ajuste en base a resultados teóricos de la propuesta de equilibrio E1

Se propone calcular el esfuerzo cortante resistente por el concreto por la siguiente expresión.

$$\tau_b = k \frac{R}{2} \left( v f'_c - \frac{\rho_w f_{wy}}{\text{sen}^2 \theta} \right) \quad (4.17)$$

donde:

$R$  se toma como el menor de los siguientes valores:

$$R = \sqrt{1 - \lambda^2} - \lambda \quad \text{o} \quad R = \frac{0.05}{\sqrt{\rho_s}} \quad (\text{válida para } \rho_s \geq 0.01)$$

$$\lambda = \frac{M}{Vd}$$

$$v = \chi \beta \left( v_0 - \frac{f'_c}{2000} \right)$$

donde:

$$0.6 \leq v_0 \leq 0.7$$

$$\chi \leq 1$$

$$\beta \leq 1$$

Para evitar la falla del concreto por aplastamiento, antes de la fluencia del refuerzo lateral, se limita el valor del producto de la cuantía de refuerzo lateral por el esfuerzo de fluencia a el valor dado por

$$\rho_{whl} f_{wy} = v f'_c \text{sen}^2 \theta \quad (4.36)$$

Cuando la contribución del concreto es igual a cero, el valor de  $\theta$  satisface la siguiente condición

$$\left[ \frac{0.4}{\text{sen } \theta_3} + 0.6 \right] - \cot \theta_3 = 0 \quad (4.37)$$

La igualdad 4.37 se cumple para

$$\theta_3 = 39^\circ$$

Por tanto

$$\text{sen}^2 \theta_3 \approx 0.4$$

En el caso de que exista compresión axial, se propone considerar una contribución adicional igual a

$$\tau_n = \mu \sigma_n \left( 1 - \frac{V_0}{V_{fl}} \right)^2 \quad (4.38)$$

donde:

$\mu = 0.3$ , coeficiente de fricción

$\sigma_n = \frac{N}{bd}$ , esfuerzo de compresión

$V_0$ : suma de la fuerza cortante debido a la contribución del concreto y del acero.

$V_{fl}$ : momento resistente por flexión

$\tau_n$ : esfuerzo de compresión resistente debido a la compresión axial

La expresión 4.38 relaciona la contribución de la fuerza de compresión axial con la relación entre el momento actuante en el instante de la falla por corte y el momento último resistente por flexión.

El esfuerzo resistente total se define como la suma de la contribución del concreto, la del acero y la de la compresión axial.

$$\tau_R = \tau_w + \tau_b + \tau_n$$

## RESUMEN

### Propuesta Simplificada (E2)

Esfuerzo Cortante Resistente por el Acero Transversal

$$\tau_w = \frac{2}{3} k \rho_w f_{wy} \cot \theta \quad (\text{Kg/cm}^2)$$

donde  $\frac{2}{3} \cot \theta \leq 2$

Contribución del concreto por efecto de arco

$$\tau_b = k \frac{R}{2} \left( v f'_c - \frac{\rho_w f_{wy}}{\sin^2 \theta} \right)$$

$$1 \leq k = 2 + 14 R \sqrt{\rho_s} \leq 1.2$$

$$R = \sqrt{1 + \lambda^2} - \lambda \quad \text{o} \quad R = \frac{0.05}{\sqrt{\rho_s}} \quad (\text{si } \rho_s \geq 0.01)$$

$$\lambda = \frac{M}{Vd}$$

$$v = v_0 - \frac{f'_c}{2000}$$

$v_0$  toma valores de 0.6 a 0.7

Contribución debida a la fuerza de compresión

$$\tau_n = \mu \sigma_n \left( 1 - \frac{V_0}{V_n} \right)^2$$

$$V_0 = (\tau_w + \tau_b) bd$$

Esfuerzo resistente total

$$\tau_t = \tau_w + \tau_b + \tau_n$$

Para el ángulo efectivo de trabajo de los estribos se toma como

$$\theta_1 = \cot^{-1} \left( 0.4 \sqrt{\frac{v f'_c}{\rho_w f_{wy}}} + 0.6 \right) \leq 39^\circ \quad 25 \leq \theta_1 \leq 39^\circ$$

Si  $\theta > 39^\circ$ , se toma  $\theta = 39^\circ$  y  $\rho_w f_{wy} = v f'_c \sin^2 39^\circ$

### **Comentarios:**

- (1) La propuesta simplificada incluye los dos mecanismos de transmisión, el de arco y el de armadura. El efecto del acero del refuerzo transversal se tiene en cuenta básicamente por el mecanismo de armadura y la contribución del concreto por el de arco
- (2) Se relaciona la contribución del concreto con las variables  $M/Vd$ ,  $\rho_{sv}$ ,  $f'_c$  y la fuerza axial
- (3) Se tiene en cuenta por medio de una ecuación empírica, el efecto de la fuerza de compresión axial.
- (4) Las expresiones son simples y fáciles de aplicar para cualquier condición
- (5) La ecuación propuesta para calcular el ángulo  $\theta_t$ , no incluye a la fuerza de compresión axial.
- (6) En la propuesta simplificada no se recomienda considerar la contribución del mecanismo de dovela, ni el efecto de confinamiento
- (7) Se propone para calcular la contribución de acero de refuerzo lateral y del concreto, las mismas ecuaciones obtenidas de la condición de equilibrio.
- (8) Los coeficientes de las ecuaciones pueden ajustarse en la medida que se disponga de mayor cantidad de resultados experimentales
- (9) No se incluye el efecto de la tensión axial, por no disponerse de datos experimentales

## CAPÍTULO V: ANÁLISIS ESTADÍSTICO DE LAS FORMULACIONES

En este capítulo se incluyen tablas y gráficos que muestran comparativamente los resultados del cálculo de la fuerza cortante resistente empleando las ecuaciones propuestas por los diferentes códigos reglamentarios A.I.J., A.C.I., NTC RCDF, C.S.A., NC, C.E.B., N.Z.S. y por las ecuaciones propuestas en el capítulo IV: ecuación de equilibrio E1 y la simplificada E2, respecto a la fuerza cortante resistente obtenida experimentalmente (Anexo 1). El objetivo que se persigue es determinar el orden de dispersión y confiabilidad de las distintas ecuaciones reglamentarias y validar el planteamiento de las propuestas E1 y E2.

Para este estudio se analizaron los resultados disponibles de 180 especímenes de concreto armado, ensayados a flexo-cortante para carga cíclica no reversible en las Universidades de Tokio, Osaka y Kioto (Anexo 1). Del total de datos disponibles, se seleccionaron sólo aquellos en los cuales la falla se presentó por cortante antes de que se alcanzara el momento de fluencia por flexión, 88 especímenes. Los elementos ensayados se agrupan en dos casos, con o sin fuerza axial, con el objetivo de distinguir entre el comportamiento de columnas y de vigas.

### **Resultados obtenidos a partir de las ecuaciones propuestas por distintos códigos reglamentarios. Análisis estadístico de comparación con valores experimentales.**

En la tabla 5.1 se analizan los especímenes ensayados con fuerza axial distinta de cero, donde la falla se presentó por cortante. Se comparan los resultados experimentales con los teóricos, sin incluir los factores de reducción de resistencia.

La tabla 5.2 contempla los resultados obtenidos para los especímenes ensayados con fuerza axial igual a cero, para una comparación similar a la descrita en la tabla 5.1.

Del total de resultados experimentales se seleccionaron aquellos especímenes en los que la falla por cortante se presentó con un valor menor al cortante teórico que provoca la fluencia por tensión del acero longitudinal.

**Tabla 5.1** Elementos ensayados con fuerza axial distinta de cero, para comparar el cálculo de la fuerza cortante resistente por los distintos reglamentos

No	V <sub>exp</sub>	A.I.J.	A.C.I	TC.RCD	C.S.A	NC-89	C.E.B.	N.Z.S.	E1	E2
1	17.60	17.90	16.00	20.91	13.20	12.93	11.70	17.00	17.90	17.10
2	17.40	17.90	16.00	20.91	13.20	12.92	11.70	17.00	17.90	17.10
3	15.20	13.40	10.30	15.93	8.70	8.91	8.20	12.30	14.70	12.42
4	14.50	13.40	10.80	15.93	8.70	8.91	8.20	12.30	14.70	12.42
5	16.40	17.10	16.40	20.36	12.30	12.38	11.30	16.10	17.70	16.60
6	16.20	16.30	12.70	19.55	9.70	10.39	9.20	13.70	17.70	14.36
7	14.40	14.50	10.30	16.24	10.20	10.19	9.50	16.20	16.40	13.43
8	15.30	15.90	10.30	16.24	14.10	14.19	14.70	20.80	16.90	15.49
113	32.10	30.80	20.70	19.00	30.40	28.98	43.90	23.70	32.70	30.40
114	32.30	30.30	20.70	19.00	30.40	28.38	43.90	23.70	32.70	30.40
125	14.30	12.50	7.00	12.33	5.40	7.03	5.70	11.40	12.30	13.93
126	16.20	13.00	8.10	12.33	7.10	8.28	7.10	13.00	14.10	14.61
127	15.90	13.50	7.00	12.33	8.70	9.57	8.50	14.70	15.40	15.21
128	17.20	14.30	8.10	12.33	11.40	12.45	12.70	18.10	17.60	16.09
129	18.20	15.30	10.00	12.59	15.50	18.27	21.30	20.00	20.70	17.84
130	19.20	16.90	12.10	12.59	18.50	22.65	23.50	20.00	22.30	20.05
131	20.30	18.30	15.10	12.59	20.30	22.65	24.10	20.00	22.90	20.33
132	15.80	14.70	8.30	12.57	5.40	8.06	5.70	14.60	13.00	16.91
133	16.50	15.30	9.90	12.57	7.20	9.27	7.10	16.20	14.30	16.40
134	17.80	15.30	8.30	12.57	8.90	10.89	8.70	17.90	15.40	16.49
135	17.50	16.80	9.90	12.57	11.50	13.21	12.60	20.00	17.90	16.34
136	18.20	17.40	11.50	12.22	15.10	18.63	20.50	20.00	20.20	17.60
137	18.30	18.50	13.60	12.22	17.90	22.92	22.40	20.00	21.70	19.56
138	19.40	19.30	16.30	12.22	20.00	22.93	22.70	20.00	22.00	19.56
139	17.40	12.90	9.60	11.28	5.10	7.94	5.30	18.20	12.90	14.49
140	17.70	13.50	10.70	11.28	6.70	9.49	6.70	19.40	13.20	14.28
141	17.00	13.90	9.60	11.28	8.10	10.69	8.20	19.40	14.50	14.38
142	16.30	14.30	10.70	11.28	10.60	13.26	12.70	19.40	16.50	14.30
143	20.90	17.70	13.30	12.34	15.30	19.14	20.90	20.00	21.20	17.78
144	19.60	18.80	15.40	12.43	18.30	23.41	23.00	20.00	22.10	19.37
145	21.10	20.20	18.40	12.34	20.50	23.38	23.50	20.00	22.30	19.32
169	80.20	67.30	30.70	55.88	50.20	50.76	66.00	66.00	74.70	72.86
170	81.70	72.80	34.60	55.88	31.90	42.23	60.30	60.30	90.90	81.33
171	100.90	100.90	40.10	55.88	50.20	56.26	79.10	79.10	96.40	81.03
172	106.70	81.40	45.70	55.88	64.20	71.36	80.30	80.30	95.50	81.64
173	106.70	84.40	51.10	55.88	74.90	86.28	80.30	80.30	87.00	83.79
174	103.50	82.80	47.20	55.88	50.20	59.85	80.30	80.30	95.20	82.90
176	79.00	60.10	37.60	53.34	48.40	52.07	77.20	77.20	79.80	58.23
177	93.00	66.80	48.40	53.34	71.70	83.20	80.30	80.30	81.40	74.96
178	93.00	64.30	43.80	53.34	48.40	52.24	80.30	80.30	86.50	64.04
179	65.30	53.10	37.60	53.34	48.40	50.92	77.20	77.20	66.30	55.54

donde

$V_{exp}$  Es el valor de la fuerza cortante que provocó la falla del espécimen

Los demás datos representan el cortante último estimado por los códigos correspondientes

**Tabla 5.2** Elementos ensayados con fuerza axial igual a 0, para comparar el cálculo de la fuerza cortante resistente por los distintos reglamentos analizados.

No	Vexp	A.I.J.	A.C.I.	NTC.RCDF	C.S.A	NC-89	C.E.B.	N.Z.S.	E1	E2
70	21.40	17.50	14.60	15.39	8.70	9.40	9.1	18.1	19.6	19.48
71	19.30	17.50	14.60	15.39	8.70	9.40	9.1	18.1	19.6	19.48
72	30.00	22.50	17.50	22.03	25.20	26.27	30.2	36.9	27.9	27.77
73	33.40	22.50	17.50	22.03	25.20	41.27	30.2	36.9	27.9	27.77
74	25.00	19.10	19.00	19.76	13.90	13.34	12.9	22.5	22.8	22.48
75	25.00	19.10	19.00	19.76	13.90	13.34	12.9	22.5	22.8	22.48
78	27.50	20.00	22.20	22.03	17.00	16.21	15.7	25.7	24.5	23.90
79	38.40	28.60	30.10	22.03	37.70	41.27	39.7	37.3	32	34.83
80	33.00	21.50	28.20	22.03	21.90	21.65	23.5	31.7	26.7	26.14
82	28.00	20.10	17.70	22.03	17.20	16.44	15.9	26	24.6	24.21
83	17.80	21.80	13.50	14.17	7.70	8.49	8.2	16.7	18.7	19.15
84	27.50	25.60	14.50	20.52	19.40	19.50	21.1	29	21.2	25.25
85	31.00	25.60	14.50	20.52	19.40	19.50	21.1	29	21.2	25.25
86	20.90	22.40	14.90	15.31	9.50	9.79	9.5	18.2	18.5	20.27
87	34.30	26.80	16.30	20.52	23.10	24.85	28.8	34.4	26.1	27.17
88	22.20	23.00	16.50	17.25	11.40	11.27	10.9	19.3	21.4	21.42
89	35.30	28.10	18.30	20.52	26.40	30.37	32.3	34.4	33.8	29.08
90	41.00	30.10	22.20	20.52	30.70	40.78	34.4	34.4	36.9	31.42
91	38.00	30.10	21.90	20.52	30.70	40.78	34.4	34.4	36.9	31.42
92	45.60	36.40	31.30	20.52	21.50	40.78	34.4	34.4	38.9	31.42
93	15.00	13.20	13.50	14.17	7.70	8.49	8.2	16.7	15.6	13.16
94	25.20	16.90	14.50	20.52	19.40	19.50	21.1	29	20.7	21.04
95	19.00	13.30	14.90	15.31	9.50	9.79	9.5	18.2	17	14.40
96	27.00	18.20	16.30	20.52	23.10	24.35	28.8	34.4	21.6	24.05
97	30.50	21.40	22.20	20.52	30.70	40.78	34.4	34.4	22.9	31.42
115	26.40	31.40	18.80	18.94	35.00	28.12	41.6	24.2	24.9	30.15
116	29.00	31.40	18.80	18.94	35.00	28.12	41.6	24.2	24.9	30.15
117	33.40	34.50	23.90	19.07	42.00	28.28	45.7	24.2	30	30.75
120	13.90	11.20	5.30	11.95	8.60	8.57	8.5	11.6	12.3	11.61
121	15.30	12.00	6.40	12.34	11.10	11.65	12.6	14.9	14.8	13.66
122	18.20	13.60	8.30	12.34	15.20	17.66	20.7	18.9	18.9	16.68
123	19.50	14.70	10.40	12.34	18.10	22.14	22.8	20	20.4	19.74
124	21.40	16.10	13.40	12.34	20.30	22.14	23.2	20	20.5	19.82
147	28.70	22.10	19.60	17.74	24.20	39.23	25.7	25.7	30.8	24.97
148	32.30	25.10	26.60	17.74	21.30	39.89	25.7	25.7	33.6	24.97
149	36.80	28.00	27.00	17.74	20.00	39.89	25.7	25.7	30.5	24.97
150	30.80	21.20	14.70	23.22	18.70	17.59	17	27.4	24.5	25.55
151	35.50	22.90	16.10	23.22	24.50	24.22	26.6	34.7	30	28.20
152	37.30	23.90	18.80	23.22	28.10	29.08	33.7	37.3	24.9	30.05
153	37.30	26.10	22.20	23.22	34.70	40.99	41.9	37.3	31.3	35.10
154	46.90	29.10	29.10	23.22	41.00	41.66	44.1	37.3	35.3	37.41
155	52.00	32.00	35.40	29.22	41.00	43.75	44.1	37.3	43.3	47.27
156	30.60	26.90	17.40	27.65	21.90	19.68	19.3	31.1	28.2	30.32
157	42.50	29.60	21.60	29.22	34.00	31.17	33.7	37.3	37.2	35.64
158	49.50	31.80	24.90	29.22	43.40	43.09	50.9	37.3	43.6	40.50
159	56.00	34.80	31.90	29.22	55.10	43.75	66.5	37.3	48.9	47.27
160	60.50	37.70	39.40	29.22	63.30	43.75	69.8	37.3	49	47.27

Para analizar los valores calculados por cada una de las ecuaciones propuestas por los diferentes códigos, así como por las propuestas E1 y E2, se realizó un análisis estadístico, que expresa parámetros como el valor medio del error relativo ( $\bar{E}$ ), la desviación estándar del error relativo respecto al valor medio ( $\sigma_E$ ) y el intervalo en que se encuentra el 90% de los datos respecto a la media. Las tablas 5.3 y 5.4 muestran los resultados estadísticos de comparación obtenidos para fuerza axial distinta de cero e igual a cero, respectivamente. La desviación estándar y el intervalo de confianza permiten estimar la probabilidad y el rango de seguridad de los resultados del cálculo. El error cuadrático medio ( $\sum \bar{E}^2$ ) da una medida real del error, del valor calculado respecto al experimental, evitando la compensación entre valores positivos y negativos. Las características geométricas y mecánicas generales de los especímenes considerados dentro de los estudios estadísticos se presentan en la tabla del Anexo 1

### **Representación gráfica de los resultados**

Los resultados de las tablas 5.1 y 5.2 se muestran de manera gráfica en las Fig. 5.1 a 5.18. Estas figuras permiten observar la dispersión de los puntos correspondientes a los valores calculados respecto a una recta a  $45^\circ$  que es representativa de los valores experimentales. Además, se presentan las rectas que contienen a los puntos con dispersión  $\pm 10\%$  y  $\pm 20\%$ .

Tabla 5.3 Comparación estadística de los resultados obtenidos por las diferentes reglamentos con respecto al valor experimental (para carga axial distinta de 0).

Reglamento	A.I.J.	A.C.I.	NTC-RCDF	C.S.A.	NC	C.E.B	N.Z.S.	E1	E2
Valor medio del error ( $\bar{E}$ )	0.109	0.384	0.245	0.328	0.237	0.197	0.044	0.010	0.085
Desviación estándar del error ( $\sigma_E$ )	0.095	0.155	0.214	0.205	0.220	0.296	0.150	0.113	0.090
Intervalo de confianza 90% ( $a < \bar{E} < b$ )	0.024	0.040	0.054	0.053	0.057	0.076	0.039	0.029	0.023
$\sum E^2$	0.845	7.0088	4.259	6.106	4.255	5.109	0.978	0.519	0.620
$\sum E^2/n$	0.021	0.171	0.104	0.149	0.104	0.125	0.024	0.013	0.015

Tabla 5.4 Comparación estadísticas de los resultados obtenidos por las diferentes reglamentos con respecto al valor experimental (para carga axial igual a 0)

Reglamento	A.I.J.	A.C.I.	NTC-RCDF	C.S.A.	NC	C.E.B	N.Z.S.	E1	E2
Valor medio del error ( $\bar{E}$ )	0.214	0.371	0.325	0.251	0.189	0.162	0.076	0.115	0.122
Desviación estándar del error ( $\sigma_E$ )	0.147	0.126	0.120	0.215	0.245	0.278	0.138	0.094	0.096
Intervalo de confianza 90% ( $a < \bar{E} < b$ )	0.035	0.030	0.029	0.051	0.059	0.067	0.033	0.023	0.023
$\sum E^2$	3.137	7.189	5.618	5.080	4.445	4.783	1.152	1.025	1.127
$\sum E^2/n$	0.020	0.153	0.120	0.108	0.095	0.102	0.025	0.022	0.024

donde:

$$E = \frac{V_E - V_C}{V_E}; \bar{E}: \text{valor medio}$$

$V_E$ : cortante resistente experimental;  $V_C$ : cortante resistente calculado

## **Comentarios:**

### *Generales*

- (1) Los resultados mostrados obedecen a un número limitado de ensayos experimentales. No obstante, puede estimarse el grado de aproximación expresada por cada una de las formulaciones.
- (2) De las tablas 5.3 y 5.4 se observa, en general, una mejor aproximación a los valores reales para los elementos con fuerza axial.
- (3) Los códigos reglamentarios que arrojaron resultados más cercanos a los experimentales fueron el N.Z.S. y el A.I.J., así como las propuestas E1 y E2.
- (4) El mayor error se observa para los códigos A.C.I., NTC-RCDF y C.S.A.
- (5) La mayor desviación estandar se encuentra para los códigos C.E.B. y NC.

### *Para elementos con fuerza axial distinta de cero*

- (1) La gráfica de la Fig. 5.1 muestra que el A.I.J. ofrece resultados muy cercanos a los reales, el error medio es aproximadamente del 10 %. La dispersión se incrementa en la medida que es mayor la cuantía de refuerzo longitudinal y transversal.
- (2) La gráfica de la Fig. 5.2 muestra el valor del cortante calculado por el A.C.I. Los resultados del cálculo se muestran del lado de la seguridad en más de un 20 %.
- (3) Los resultados mostrados en las gráficas de las Fig. 5.3 y 5.4, que representan a los códigos NTC RCDF y C.S.A., son similares a los del A.C.I.
- (4) En las gráficas correspondientes a las Fig. 5.6 y 5.7 se presentan a los códigos C.E.B. y N.Z.S. respectivamente. En estas gráficas, a diferencia de las anteriores, los valores calculados representan valores medios. Se puede observar que casi la totalidad de los puntos calculados se encuentran en el entorno de  $\pm 20\%$  del valor real.
- (5) Las gráficas de las Fig. 5.8 y 5.9 muestran los valores calculados según la propuesta E1 y E2. La mayor parte de los puntos se observan en el entorno de  $\pm 10\%$  de error respecto al valor real.

*Para elementos con fuerza axial igual a cero*

- (1) En la Fig. 5.10 se muestra el gráfico de los valores calculados por el A.I.J. Muchos de los valores se encuentran con una desviación mayor del 20 %, sin embargo se observan algunos puntos del lado de la inseguridad.
- (2) En las Fig. 5.11 y 5.12 se muestran los gráficos correspondientes a los valores calculados por el A.C.I. y NTC RCDF, indicando para ambos casos que se encuentran del lado de la seguridad. Los puntos muestran una desviación mayor del 20 %, pero encontrándose del lado de la seguridad.
- (3) Los valores calculados por el C.S.A. (Fig. 5.13) muestra mayor desviación que en el caso de presencia de fuerza axial, observándose que la mayor parte de los puntos tienen una seguridad mayor de un 10 %.
- (4) Las Fig. 5.14 y 5.15 representan a los valores estimados de resistencia por los reglamentos NC y C.E.B. Ambas gráficas muestran un comportamiento similar. Se observa gran dispersión en los resultados. Muchos puntos se encuentran del lado de la inseguridad, observándose valores con error mayor del 20 %.
- (5) La Fig. 5.16 representa a los valores calculados por el reglamento N.Z.S. En la gráfica se aprecia un buen ajuste, mostrando que los valores medios calculados se aproximan a los reales y que casi la totalidad de los resultados presentan desviaciones menores del 20 %.
- (6) Las Fig. 5.17 y 5.18 representan a los valores calculados según las propuestas E1 y E2 respectivamente. En ambos casos se observa buena aproximación a los valores reales y poca dispersión. El error medio se encuentra entre el 10 y 20 % del valor real.

A.I.J. y A.C.I. (fuerza axial distinta de cero)

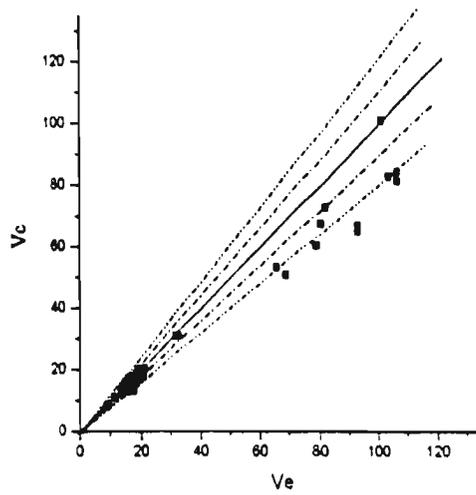


Fig. 5.1 Relación  $V_e$  vs.  $V_c$  para el código A.I.J. ( $V_e$ : cortante resistente experimental,  $V_c$ : fuerza cortante de cálculo)

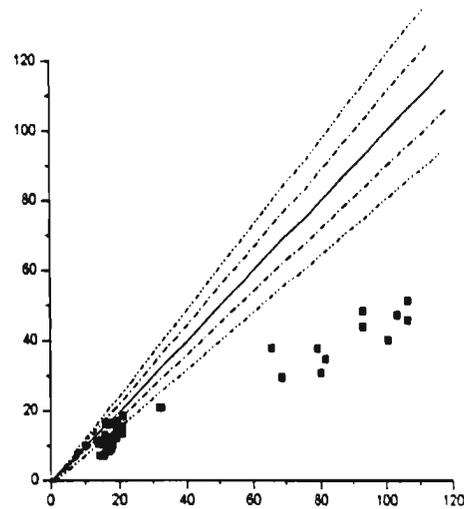


Fig. 5.2 Relación  $V_e$  vs.  $V_c$  para el código A.C.I.

NTC RCDF y C.S.A. (fuerza axial distinta de cero)

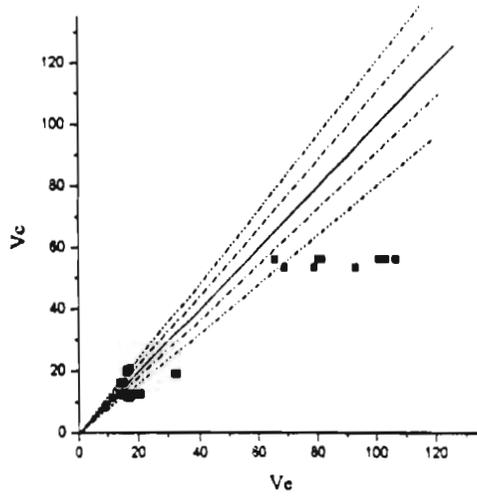


Fig 5.3 Relación  $V_e$  vs.  $V_c$  para el código NTC RCDF

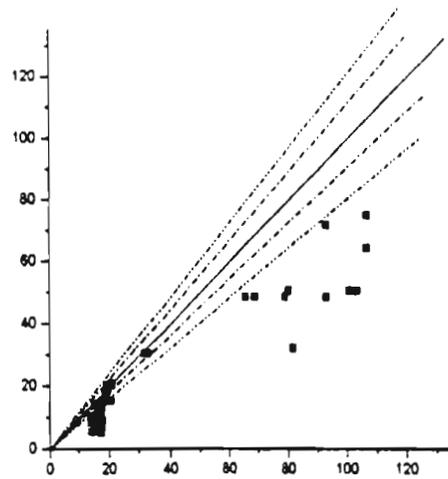


Fig. 5.4 Relación  $V_e$  vs.  $V_c$  para el código C.S.A

NC-89 y C.E.B. (fuerza axial distinta de cero)

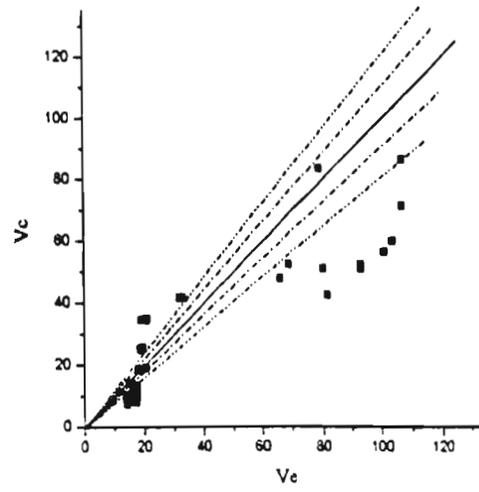


Fig. 5.5 Relación  $V_e$  vs.  $V_c$  para el código NC-89

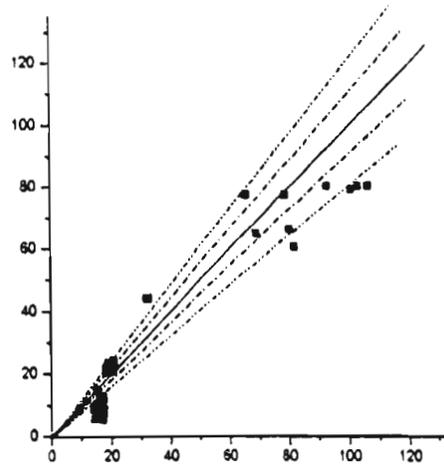


Fig. 5.6 Relación  $V_e$  vs.  $V_c$  para el código C.E.B

N.Z.S. y E1 (fuerza axial distinta de cero)

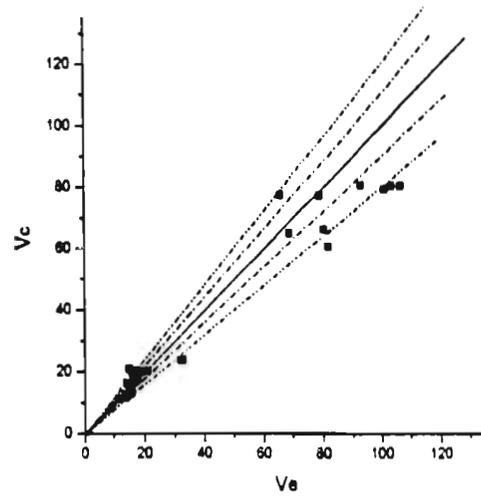


Fig. 5.7 Relación  $V_e$  vs.  $V_c$  para el código N.Z.S.

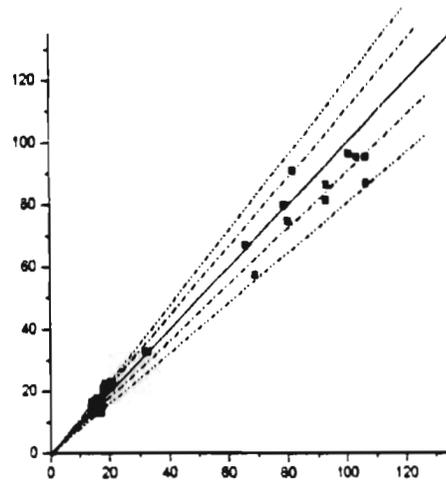


Fig. 5.8 Relación  $V_e$  vs.  $V_c$  para la ecuación de equilibrio (E1)

E2 (fuerza axial distinta de cero)

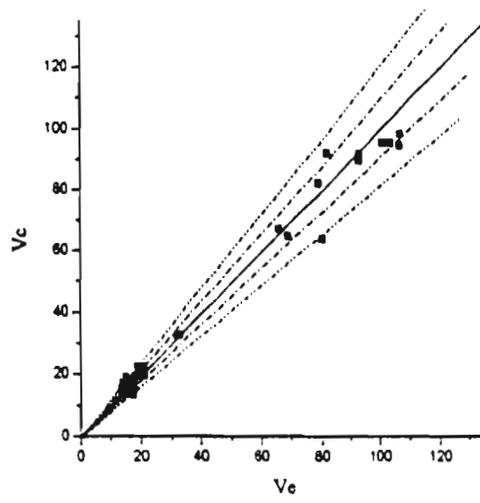


Fig. 5.9 Relación  $V_e$  vs.  $V_c$  para la ecuación de equilibrio simplificada (E2)

A.I.J. y A.C.I. (fuerza axial igual a cero)

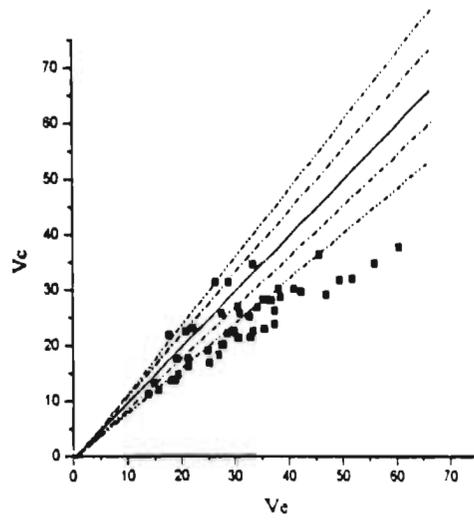


Fig. 5.10 Relación  $V_e$  vs.  $V_c$  para el código A.I.J.

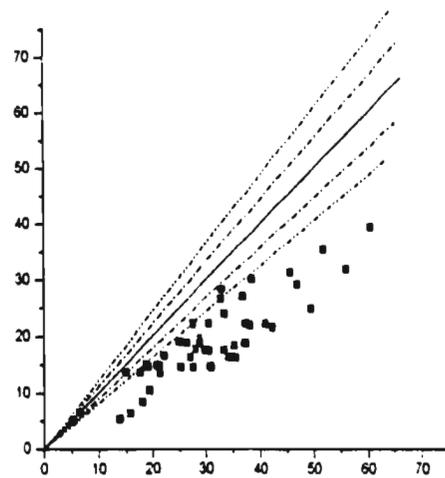


Fig. 5.11 Relación  $V_e$  vs.  $V_c$  para el código A.C.I.

NTC RCDF y C.S.A. (fuerza axial igual a cero)

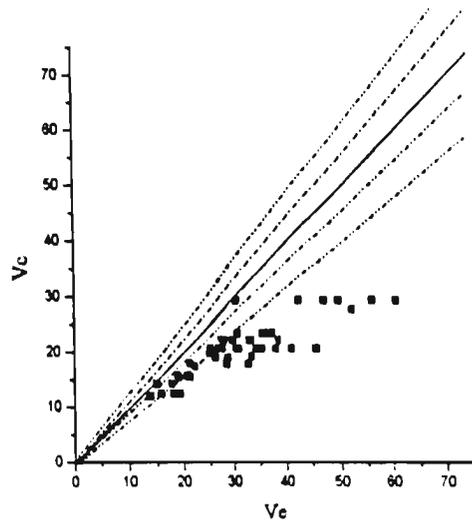


Fig. 5.12 Relación  $V_e$  vs.  $V_c$  para el código NTC RCDF

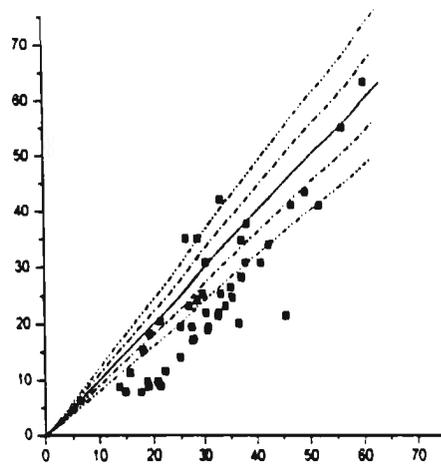


Fig. 5.13 Relación  $V_e$  vs.  $V_c$  para el código C.S.A.

NC-89 y C.E.B. (fuerza axial igual a cero)

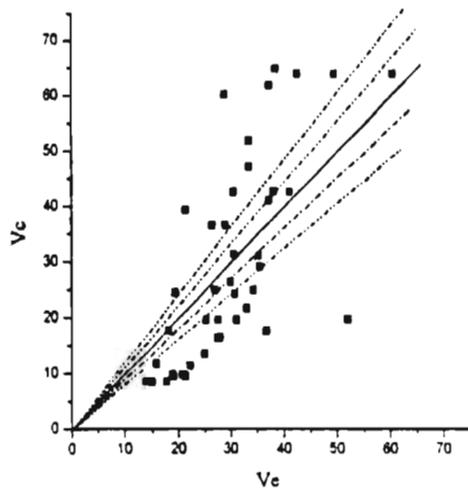


Fig. 5.14 Relación  $V_e$  vs.  $V_c$  para el código NC-89

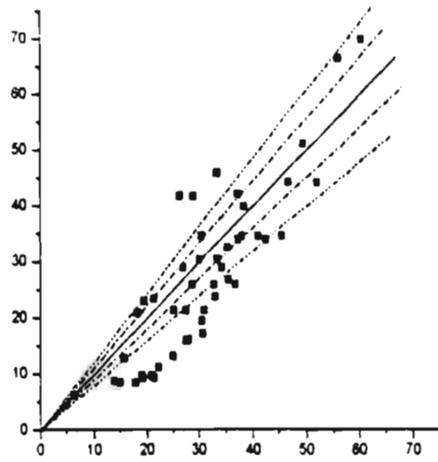


Fig. 5.15 Relación de  $V_e$  vs.  $V_c$  para el código C.E.B.

N.Z.S. y E1 (fuerza axial igual a cero)

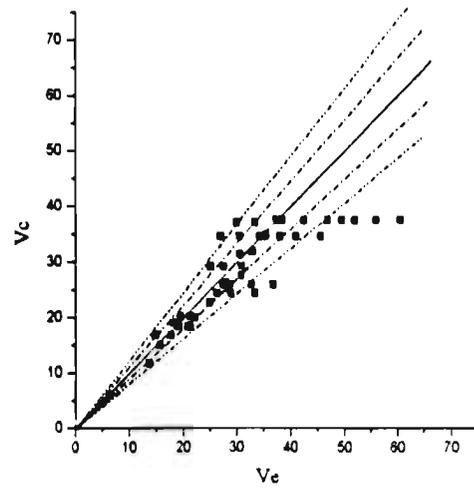


Fig. 5.16 Relación  $V_e$  vs.  $V_c$  para el código N.Z.S.

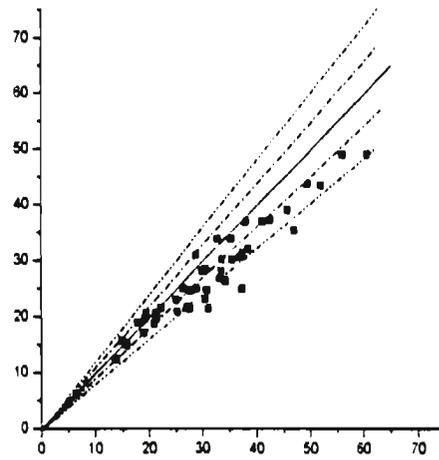


Fig. 5.17 Relación  $V_e$  vs.  $V_c$  para la ecuación de equilibrio (E1)

E2 (fuerza axial igual a cero)

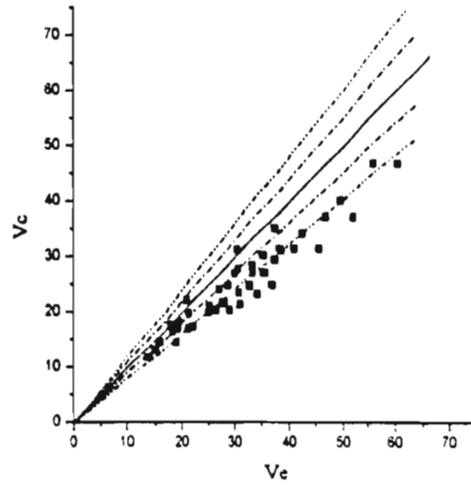


Fig. 5.18 Relación  $V_e$  vs.  $V_c$  para la ecuación de equilibrio simplificada (E2)

## **CAPÍTULO VI: REVISIÓN POR CORTANTE DE LOS ELEMENTOS DE UNA EDIFICACIÓN MEDIANTE DIFERENTES FORMULACIONES**

En este capítulo se revisaron diferentes elementos estructurales, vigas y columnas, de un marco plano que simula a una estructura real, con el objetivo de establecer diferencias en cuanto a la capacidad a cortante por los códigos A.I.J., A.C.I., NTC-RCDF, C.S.A., NC, C.E.B. y N.Z.S. Además, se pretende revisar el comportamiento según las propuestas del acápite 4.2.1 y 4.2.2, la formulación de equilibrio E1 y la simplificada E2, estableciendo semejanzas y diferencias con los resultados obtenidos por las propuestas reglamentarias.

En el acápite 6.3, se establecen algunas recomendaciones de diseños para elementos de concreto reforzado

### **6.1 Revisión de la fuerza cortante resistente en elementos estructurales de una edificación, considerando diferentes códigos reglamentarios**

La edificación de 4 niveles; con alturas de pisos a 0.00, 4.00, 7.50 y 11.00 metros con tres claros de 4, 2 y 6 metros (Fig. 6.1) fue cargada con una carga vertical de 10 toneladas por metro en los tres niveles superiores y para fuerzas horizontales de 24, 44 y 66 toneladas aplicadas en las masas de los piso de los mencionados

La magnitud de las fuerzas horizontales se estimó considerando el procedimiento estático para análisis del sismo, de acuerdo con la NTC-RCDF y considerando un coeficiente de cortante basal  $c=0.4$ .

Las dimensiones de las columnas propuestas fueron de 0.6 x 0.6 metros. Para las vigas de los niveles 3 y 4, las secciones transversales se tomaron de 0.9 x 0.45 metros y para el nivel 2, de 1.00 x 0.45 metros.

Las distancias entre columnas se adoptaron de distintas longitudes, con el objeto de evaluar la influencia del claro de cortante como variable.

La revisión sólo incluyó a las vigas del segundo nivel ubicado a 4.00 metros de altura sobre el nivel inferior, y a las columnas del entrepiso inferior.

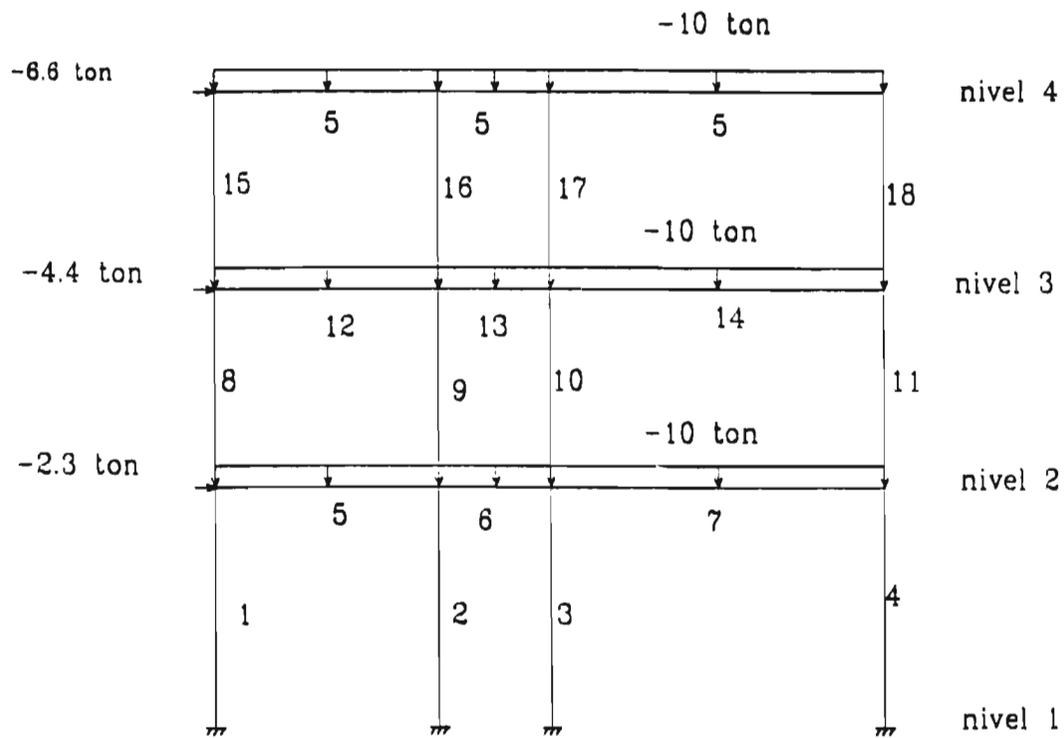


Fig. 6.1 Estructura de la edificación

En la Fig. 6.1 se muestra la edificación objeto de análisis y los dos estados independientes de carga, el vertical y el horizontal, que se consideran para obtener las solicitaciones en los elementos. En el Anexo 2 se incluyen los resultados del análisis estructural del marco.

Con el fin de establecer un procedimiento de comparación directa, se parte de secciones establecidas. Las propiedades de las secciones, la calidad del concreto, las cuantías de refuerzo, los esfuerzos de fluencia y las restantes características que definen al elemento a revisar, se escogieron sin obedecer a ningún código específico, pero quedando correspondencia con las solicitaciones actuantes.

La tabla 6.1 muestra los datos de las vigas y columnas revisadas por los reglamentos expuestos y la tabla 6.2 muestra el valor del cortante actuante y la resistencia estimada.

Tabla 6.1

DATOS DE LAS VIGAS Y COLUMNAS DEL MARCO ANALIZADO										
No. del elemento	$L$	$D$	$d$	$N$ axial	$f'_c$	$\rho_s$ (%)	$\rho_w$ (%)	$f_{sy}$	$f_{wy}$	$M_u$ t-m
Vigas	—	0.9x0.45	0.8	0	300	1.1	0.5	4 200	4 200	121.0
Columnas	4.00	0.6x0.6	0.52	25	250	1.5	0.15	4 200	4 200	93.4

$L$ : longitud del elemento (m)

$D$ : dimensiones de la sección transversal (m)

$d$ : peralte efectivo (m)

$f'_c$ : resistencia a la compresión del concreto ( $\text{Kg}/\text{cm}^2$ )

$\rho_s$ : cuantía de refuerzo longitudinal en tensión (%)

$\rho_w$ : cuantía de refuerzo transversal (%)

$f_{wy}$ : esfuerzo de fluencia de los estribos ( $\text{Kg}/\text{cm}^2$ )

$f_{sy}$ : esfuerzo de fluencia del acero longitudinal ( $\text{Kg}/\text{cm}^2$ )

$N$  axial: fuerza axial considerada para el diseño por flexión de las columnas (ton)

Tabla 6.2

RESISTENCIA ESTIMADA POR CALCULO (toneladas)									
Elemento	Cortante actuante (ton)	<u>REGLAMENTO DE DISEÑO</u>							
		A.I.J	A.C.I.	NTC-RCDF	C.S.A.	NC	C.E.B.	N.Z.S.	
VIGAS	5	69.4	82.1	108.6	103.5	109.4	95.2	98.2	111.5
	6	76.4	106.8	108.6	103.5	109.4	95.2	98.2	111.5
	7	62.0	76.9	108.6	103.5	109.4	95.2	98.2	111.5
Columnas del nivel inferior	36.14	78.2	73.5	66.7	68.6	47.2	55.0	85.2	

A.I.J: Reglamento Japonés

A.C.I. Código Norteamericano

NTC-RCDF: Reglamento de Construcciones del Distrito Federal, México

C.S.A. Código Canadiense

NC: Norma Cubana

C.E.B. Reglamento del Comité Europeo del Concreto

N.Z.S. Reglamento de Nueva Zelanda

**Nota:** Las vigas se revisaron despreciando el esfuerzo de compresión axial. En el caso de las columnas se consideró una compresión de 50 toneladas en todos los casos.

Las trabes y columnas revisadas en todos los casos presentan un cortante resistente mayor que el actuante. Sin embargo, se observan diferencias entre los distintos planteamientos, aproximadamente hasta de un 25% en las vigas y 35% en las columnas.

En el ejemplo analizado, el código reglamentario menos conservador resultó el N.Z.S y los más conservadores son el C.E.B., NC y A.I.J. Según este último, el cortante resistente depende de la relación  $M/Vd$ , observándose diferencias entre las vigas 5, 6 y 7.

Los resultados obtenidos según el código A.I.J. para la viga 6 de 2 m de longitud, resultaron similares a los obtenidos por los códigos A.C.I., NTC-RCDF y C.S.A., pero para mayor longitud de la viga, la resistencia calculada resultó menor. Esta disminución se debe a que en la medida que aumenta el claro de la viga conjuntamente con la relación  $M/Vd$ , disminuye la resistencia por efecto de arco, debido a que el arco de concreto estará más tendido y la carga más alejada del apoyo. Se presenta además, una reducción de la resistencia aportada por los estribos de refuerzo lateral, debido a que en vigas de mayor longitud, es mayor el efecto del momento flector y el ángulo de agrietamiento por flexo-cortante tiende a aumentar respecto al acero en tensión. El número de estribos que alcanza su esfuerzo de fluencia tiende a disminuir bajo estas condiciones al producirse la grieta que define a la superficie de falla por un proceso de flexo-cortante.

Excluyendo el reglamento del A.I.J., las otras propuestas reglamentarias no incluyen la variable  $\lambda = M/Vd$  en la formulación de forma explícita. En una viga donde el cortante máximo se presenta en secciones con  $\lambda = 1$ , en la medida que  $\lambda$  aumente, disminuye el cortante actuante en una proporción mayor que la disminución de resistencia, manteniéndose del lado de la seguridad el valor calculado.

## 6.2 Revisión de las propuestas E1 y E2

En este acápite se revisan las vigas 5, 6 y 7 y las columnas 1, 2, 3 y 4 del marco de la Fig. 6.1 basándose en los datos de los elementos mostrados en la tabla 6.1.

En los casos de las propuestas E1 y E2, al igual que la propuesta del A.I.J., la capacidad de resistencia a cortante varía en forma notable en función de la relación  $M/Vd$ . Para estimar la variación de resistencia en función de  $\lambda$  es necesario fijar el valor de las demás variables: la resistencia a compresión del concreto  $f'_c$ , la cuantía de refuerzo lateral o de cortante  $\rho_w$ , la cuantía de refuerzo longitudinal  $\rho_s$ , la magnitud de fuerza axial  $N$ , y el cortante resistente por efecto de dovela en el acero longitudinal en tensión.

Las gráficas de las Fig. 6.2 y 6.3 muestran la variación en las vigas 5, 6 y 7 de la resistencia en función de  $\lambda$ , para los planteamientos E1 y E2 respectivamente, mientras que las gráficas de las Fig. 6.4 y 6.5 representan a columnas.

De las gráficas mencionadas se puede deducir que para  $M/Vd$  aproximado a 2, el valor del cortante calculado por las expresiones E1 y E2 es similar al estimado por los códigos A.C.I., NTC-RCDF, C.S.A., NC, C.E.B. y N.Z.S., sin embargo, para  $\lambda > 2$ , el valor del cortante resistente según las expresiones E1, E2 y A.I.J., es inferior. Esto se debe a que en la medida que aumenta el claro de cortante, la proyección horizontal de la superficie efectiva de trabajo de los estribos y la carga que se puede transmitir por efecto de arco disminuyen.

Los reglamentos del A.C.I., NTC-RCDF, NC, C.E.B. y N.Z.S. no consideran una variación importante de la longitud efectiva de la superficie de trabajo de los estribos en función del parámetro  $M/Vd$ , por lo que la resistencia cortante calculada por estos códigos, tiende a tener mayor diferencia con el del A.I.J., en la medida que aumenta  $\lambda$ .

Según estos resultados, cuando se diseña una viga por cortante con  $\lambda > 2.5$ , por los códigos reglamentarios A.C.I., NTC RCDF, C.S.A., NC, C.E.B. y N.Z.S. se requiere menor cantidad de acero que por el A.I.J. y por las propuestas E1 y E2. Sin embargo, en los casos de  $\lambda < 2$ , se necesita más refuerzo por corte.

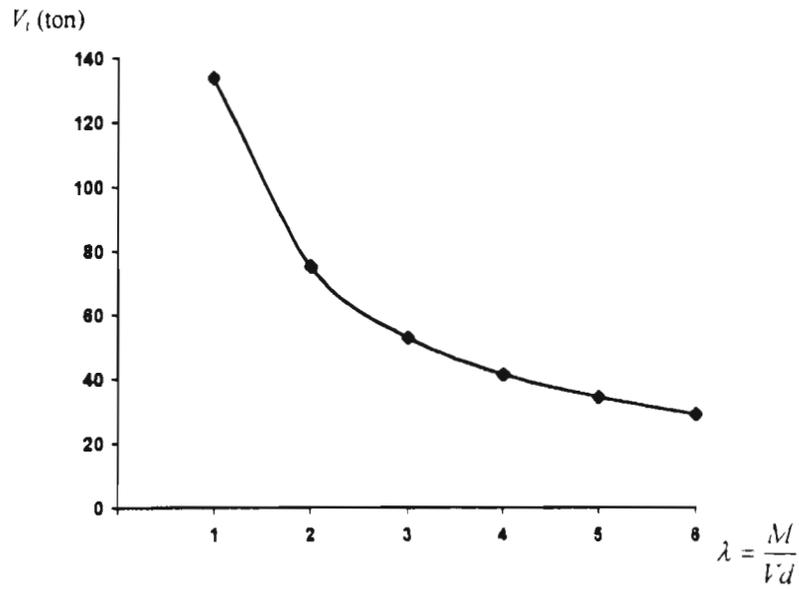


Fig. 6.2 Variación de la resistencia a cortante en función del parámetro  $\lambda$ , por la propuesta E1 (vigas 5, 6 y 7)

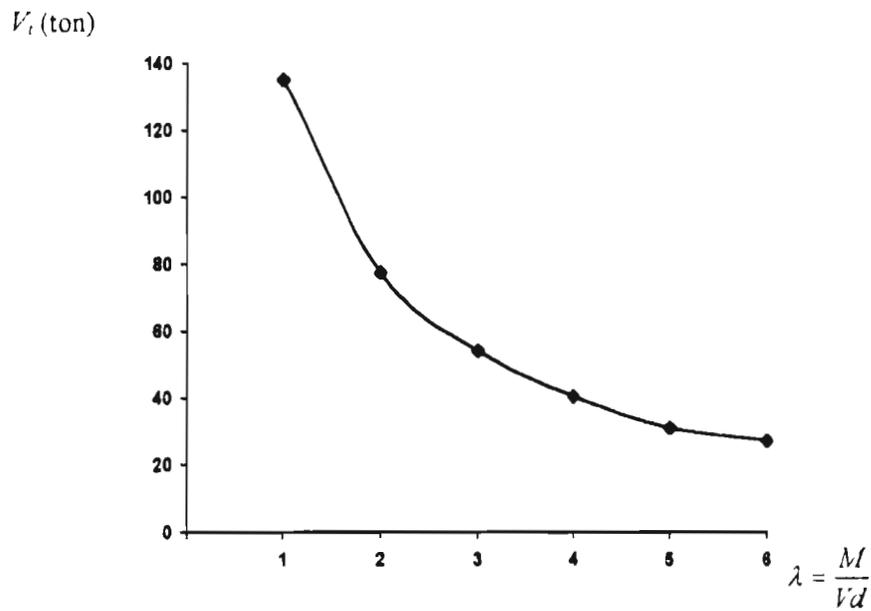


Fig. 6.3 Variación de la resistencia a cortante en función del parámetro  $\lambda$ , por la propuesta E2 (vigas 5, 6 y 7)

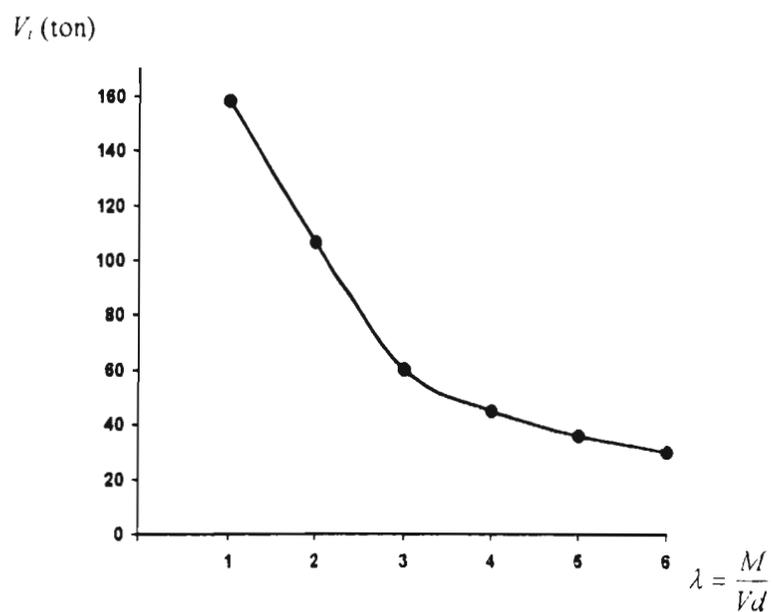


Fig. 6.4 Variación de la resistencia a cortante en función del parámetro  $\lambda$ , por la ecuación E1 (columnas 1, 2, 3 y 4, N axial=50 ton)

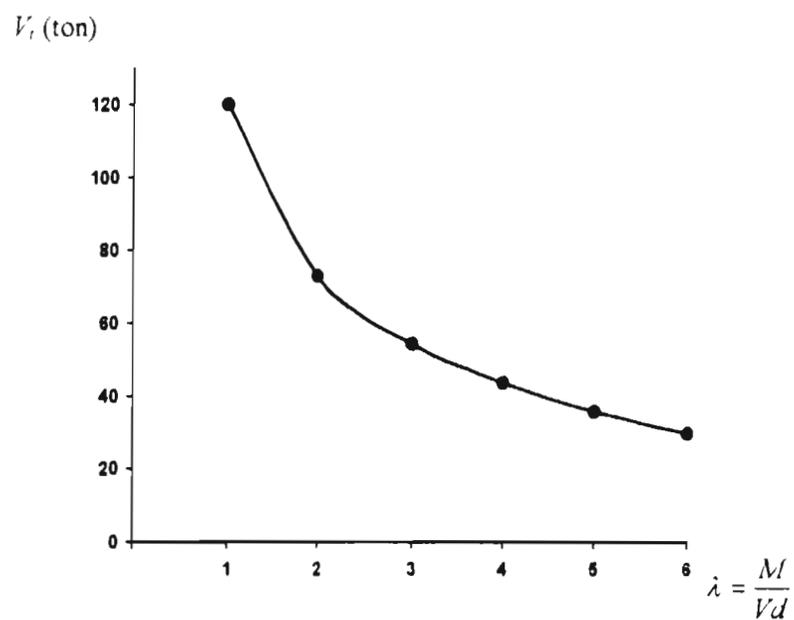


Fig. 6.5 Variación de la resistencia a cortante en función del parámetro  $\lambda$ , por la ecuación E2 (columnas 1, 2, 3 y 4, N axial=50 ton)

### 6.3 Recomendaciones de diseño

(1) Basándose en la propuesta E1 (4.2.1), se recomienda dimensionar el elemento de forma que se garantice la falla por flexión, para lo que se requiere cumplir la siguiente condición:

$$0 = \frac{R \cdot \lambda}{2} \nu f'_c + \mu \frac{N}{bd} \lambda + t_d \cdot \lambda - \frac{M_n}{bd^2}$$

(2) Si se diseña por las ecuaciones reglamentarias del A.C.I, NTC-RCDF ó C.S.A., el valor del cortante resistente debe afectarse por un coeficiente  $u$  en función de la relación  $M/Vd$ , cuya variación se muestra en el gráfico de la Fig. 6.6. La forma de la curva obedece a la variación del parámetro  $R$  (ver propuesta E2) y está normalizada respecto a  $M/Vd=2$ , valor para el cual los códigos revisados presentan menor dispersión entre ellos.

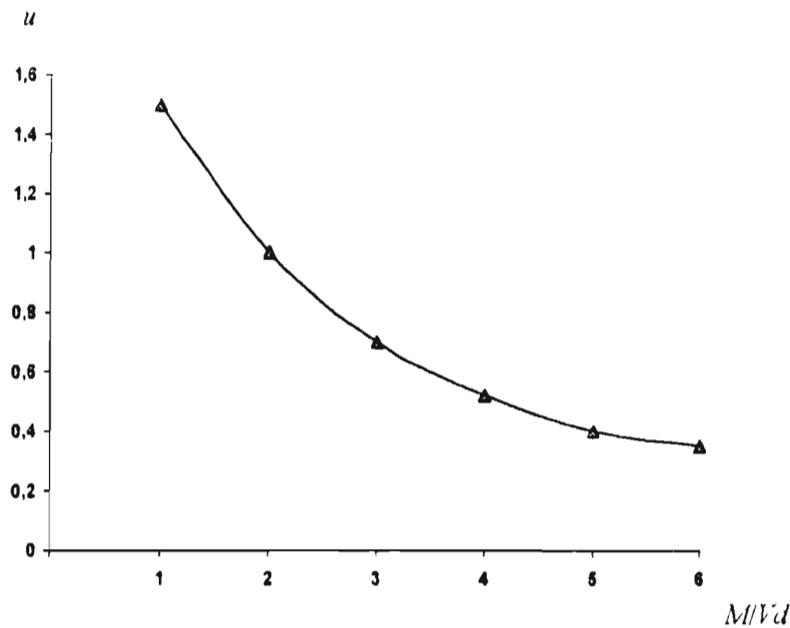


Fig. 6.6 Coeficiente  $u$  en relación a  $M/Vd$

(3) Deben evitarse cuantías de refuerzo transversal superiores al valor  $\rho_w = 0.2 \frac{(f'_c - 1.4\sigma_n)}{f_{wy}}$

para evitar una falla por compresión diagonal. Este valor de cuantía transversal máxima se obtiene de la condición de falla por compresión diagonal (de las propuestas E1 y E2, Cap. IV), considerando una resistencia efectiva a compresión diagonal  $0.7f'_c$ , un valor  $\text{sen}^2\theta=0.4$  y un factor de seguridad de 1.4.

(4) La utilización de concreto con altas resistencias, incrementa considerablemente la resistencia a cortante debido a que es mayor el efecto de arco y es posible aumentar el número de estribos de refuerzo a cortante disminuyendo el riesgo de aplastamiento de la zona de compresión. Otro efecto favorable es el incremento de la resistencia por efecto de dovela y por trabazón entre los agregados.

## CAPÍTULO VII: Conclusiones

(1) En el capítulo III se revisaron algunos códigos reglamentarios y se encontraron diferencias entre los mismos. Estas diferencias en algunos casos obedecen a distintos criterios como es el caso del Instituto del Concreto de Estados Unidos (A.C.I.) y el del Comité Europeo del Concreto (C.E.B.). El primero, a similitud de otros códigos como las Normas Técnicas Complementarias del Reglamento del Distrito Federal (NTC-RCDF), Norma de Nueva Zelanda (N.Z.S.) y Norma Cubana (NC-89), considera un trabajo conjunto del concreto y del acero de refuerzo transversal. En cambio, el C.E.B. considera que el acero transversal comienza a trabajar posterior al agrietamiento y a la pérdida de capacidad de resistencia del concreto.

Las expresiones del código de Canadá (C.S.A.), así como las del reglamento japonés (A.I.J.) difieren de todas las restantes. La primera obedece al criterio de tensiones principales según la teoría de Mohr y la segunda es una formulación empírica basada en resultados experimentales.

Exceptuando las formulaciones del A.I.J. y C.S.A., las otras propuestas se basan en el criterio de la armadura para determinar la contribución de los estribos. De estas, el código de Nueva Zelanda considera que la longitud efectiva y el ángulo de inclinación de la superficie crítica o posible superficie de falla puede ser variable, obedeciendo al criterio de la armadura moderna expuesto en el capítulo II.

(2) Algunos reglamentos como el A.C.I., NTC-RCDF y NC-89 dan mayor importancia al refuerzo transversal, considerando un incremento lineal de la resistencia con la cuantía de refuerzo lateral, independientemente de la variación de otros parámetros como resistencia a compresión del concreto ( $f'_c$ ) y claro de cortante ( $M/Vd$ ).

En el caso de C.S.A., N.Z.S. y A.I.J. existe mayor vínculo entre el aporte de los estribos y las otras variables. Cada propuesta reglamentaria obedece a diferentes teorías, por lo que las variables se presentan con distinto peso, como se puede observar en las figuras del capítulo III.

(3) De todos los códigos revisados el N.Z.S., C.E.B., NTC-RCDF y el A.C.I. son los que consideran más baja la contribución de la resistencia a compresión del concreto, mientras que esta variable presenta mayor peso en los códigos A.I.J. y C.S.A.

(4) El reglamento del Japón (A.I.J.), es el código que considera la mayor contribución de la compresión axial a la resistencia por cortante de la sección. En este caso, el esfuerzo resistente debido a la fuerza axial es igual al esfuerzo de compresión. Esta propuesta es la única, de las revisadas, que toma en cuenta el efecto del momento flexionante en la ecuación de resistencia a cortante mediante un planteamiento utilizando la definición de claro de cortante ( $M/Vd$ ), que considera la interacción momento-cortante. La propuesta del A.I.J. es la que presenta una formulación más general, mostrando mayor interacción entre todas las variables.

(5) Ninguno de los reglamentos revisados considera el efecto de la degradación de resistencia con la deformación angular, tampoco se refieren a estados en la postfluencia del refuerzo principal en tensión. Estos reglamentos no incluyen los efectos de cargas de acción cíclicas.

(6) Los parámetros que intervienen en la resistencia ante cortante de una sección son a saber:

- La resistencia a compresión del concreto
- Las cuantías de refuerzos transversal y longitudinal
- La relación  $M/Vd$
- La fuerza de compresión axial
- Las dimensiones de la sección
- El efecto de dovela del acero longitudinal

(7) La resistencia o capacidad máxima de una sección depende de la capacidad a flexión y de la relación  $M/Vd$ . El cortante resistente se encuentra en interacción con el momento

flexionante. Esta interacción se expresa en las propuestas de equilibrio E1 y en la propuesta simplificada E2 presentadas por el autor en el Capítulo IV.

(8) Los planteamientos de equilibrio E1 y E2 son ecuaciones generales, estas incluyen los efectos de los parámetros:  $f'_c$ ,  $\rho_w$ ,  $\rho_s$ ,  $M/Vd$  y  $N$ , además toman en cuenta el trabajo conjunto de los dos mecanismos principales de transmisión de fuerza cortante, el de armadura y el de arco. Estos planteamientos son generales, permitiendo tener en cuenta los efectos de deformación y acciones cíclicas, así como efectos del comportamiento en la postfluencia. Por no contar con un modelo experimental que relacionara directamente la resistencia efectiva de compresión diagonal con la deformación y acciones cíclicas, no se estudiaron estos dos efectos.

(9) En las propuestas E1 y E2 quedan por estudiarse los efectos de tensión axial y proponerse modelos para los coeficientes  $\beta$  y  $\chi$ , con los que se consideran los efectos de la deformación y acciones cíclicas.

(10) Con base al análisis comparativo que se presenta en el capítulo V, se puede concluir que las ecuaciones E1 y E2 muestran un buen ajuste de los valores calculados con respecto a los resultados experimentales (Anexo 1); resultados semejantes a los obtenidos por reglamentos como el A.I.J. y N.Z.S. El resto de los códigos plantean valores más dispersos, generalmente del lado de la seguridad.

El ajuste de las propuestas E1 y E2 se atribuye al hecho de partir de una condición de equilibrio, que incluye a un mayor número de variables que los demás planteamientos.

(11) El sistema estructural revisado en el capítulo VI mostró diferencias hasta de un 30 % al comparar los valores calculados de resistencia a cortante por los diferentes códigos. Sin embargo, entre el reglamento A.I.J. y las expresiones E1 y E2 se encontraron similitudes en los resultados numéricos.

(12) Se concluye que las propuestas de resistencia ante cortante de los códigos, deben ser más generales, y deben estar sustentadas en ecuaciones de equilibrio. Esto permitiría una mejor interpretación física de cómo actúan los distintos parámetros y mecanismos de transferencia de esfuerzo. Se propone continuar investigando el equilibrio y los modelos representativos de cada variable a tener en cuenta, sobre todo ante la presencia de carga o acciones de comportamiento cíclico, así como en la postfluencia por flexión.

## REFERENCIAS

**American Concrete Institute** (1989) Building Code/ Commentary (ACI 318R-89)

**Architectural Institute of Japan** (1994) "Structural Design Guide Lines for Reinforced Concrete Buildings", A.I.J.

**Braestrup, M.W., M.P. Nielsen y F. Bach** (1978) Plastic Analysis of Shear in Concrete. Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik, Vol. 58, pp.: 3-14

**Collins, M.P.** (1978) Towards a Rational Theory for R/C Members in Shear. ASCE Journal of the Structural Division, Vol. 104, pp.: 649-666

**Collins Michael P. y Denis Mitchell** (1986) A Rational Approach to Shear Design the 1984 Canadian Code Provisions. ACI Journal, Vol. 83, pp.: 925-933

**Dulaeska, H.** (1972) Dowel Action of Reinforcement Crossing Cracks in Concrete. ACI Journal, Vol. 69, pp.: 754-757

**Hirozawa, M.** (1993) Experimental Formula of Shear Strength. In: Earthquake Resistance of Reinforced Concrete Structures, A volume Honoring Hiroyuki Aoyama. November, 1993, pp.: 187-196

**Kani, G.N.J.** (1964) The Riddle of Shear Failure and its Solution. ACI Journal, Vol. 61, pp.: 441-467

**Kani, G.N.J.** (1969) A Rational Theory for the Function of Web Reinforcement. ACI Journal, Vol. 66, pp.: 185-197

**Kemp, K.O. y M.T. Al-Safi** (1981) An Upper-Bound Rigid-Plastic Solution of Shear Failure of Concrete Beams without Shear Reinforcement. Magazine of Concrete Research, Vol. 33, pp.: 96-102

**Krefeld, W.J. y Ch.W. Truston** (1966) Contribution of Longitudinal Steel to Shear Resistance of Reinforced Concrete Beams. ACI Journal, Vol. 63, pp.: 325-343

**Martin Peter** (1985) Basic Tools of Reinforced Concrete Beam Design. ACI Journal, Vol. 84, pp.: 46-56

**Mattock, A.H.** (1988) Shear Transfer in Concrete having Reinforcement at an Angle to the Shear Plane. ACI Separate Publication SP 42-2, pp.: 17-42

**Mörsch, E.** (1950) Die Bemessung im Eisenbetonbau" Verlag Konrad Wittwer, Stuttgart. W. Germany, 1950

**Nielsen, M.P., Braestrup, M.W. y F. Bach** (1978) Rational Analysis of Shear in Reinforced Concrete Beams. IABSE Periodica, No. 2, May 1978, IABSE

**NTC-RCDF (1987):** Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructura de Concreto. Gaceta Oficial del Departamento del Distrito Federal, Mexico

**Ramírez, J.A. y J.E. Breen** (1991) Evaluation of Modified Truss- Model Approach for Beams in Shear. ACI Structural Journal, Vol. 88, pp. 562-571

**Ritter, W.** (1899) "Die Bauweise Hennebique" Schweizerische Bauzeitung, Zürich. Switzerland, Feb. 1899

**Salmon Ch. y J.E. Johnson** (1980) Steel Structures: Design and Behavior (Eds.) Harper & Row Publish., New York. 1980

**Scott, B.D., Park, R y M.J.N. Priestley** (1982) Stress-Strain Behaviour of Concrete Confined by Overlapping Hoops at Low and High Strain Rates. ACI Structural Journal, Vol. 79, pp. 13-27

**Swamy, R.N. y A.D. Andriopoulos** (1988) Contribution of Aggregate Interlock and Dowel Force to the Shear Resistance of Reinforced Beams with Web Reinforcement. ACI Separate Publication SP 42-6, pp. 54-66

**Tassios, Th.P. y E.N. Vintzeleou** (1987) Concrete to Concrete Friction. Journal of Structural Engineering, Vol. 113, ASCE, pp. 832-849

**Taylor, H.P.J.** (1963) Shear Strength of Reinforced Concrete Beams. ACI Journal, Vol. 60, pp. 1279-1285

**Thurliman, B.** (1979) Plastic Analysis of Reinforced Concrete Shear Walls. Introductory Report of IABSE Colloquium. Kopenhagen 1979, Plasticity in Reinforced Concrete, pp. 51-69

**Vecchio Frank J. y Michael Collins** (1988) Prediction of the Response of Reinforced Concrete Beams subjected to Shear using Modified Compression Field Theory. ACI Structural Journal, Vol. 85, pp. 258-267

**Anexo No 1. Resultados experimentales en vigas de concreto reforzadas,  
solicitadas a flexo -cortante.  
(Universidad de Tokio, Japón )**

#### 付録A 鉄筋コンクリート部材のせん断強度式検証用データ

表AA.1に本論で用いた鉄筋コンクリート部材のせん断強度式検証用データの概要を、また、表AA.2に提案式、学会指針式（A法およびB法）、修正荒川mean式、ACI式、NZS式、CEB式およびCSA式による検証結果をそれぞれ示す。

表AA.1および表AA.2に用いた記号は以下のとおりである。

- a : せん断スパン長 [cm]
- B : 部材幅 [cm]
- D : 部材せい [cm]
- d : 有効せい（多段配筋の場合は、引張側主筋の塑性重心位置から圧縮側最外縁までの距離） [cm]
- $F_c$  : コンクリート圧縮強度 [kgf/cm<sup>2</sup>]
- $N_{app}$  : 作用軸力（圧縮側を正とする） [tf]
- $\rho$  : 引張主筋比 ( $=a_s/(B \cdot D)$ ) [%]
- $\rho_w$  : せん断補強筋比 [%]
- $Q_{app}$  : 最大せん断力実験値 [tf]
- $Q_s$  : 曲げ強度計算値 [tf]
- $Q_u$  : せん断強度計算値 [tf]
- $\sigma_s$  : 主筋の降伏応力度 [kgf/cm<sup>2</sup>]
- $\sigma_{ws}$  : せん断補強筋の降伏応力度 [kgf/cm<sup>2</sup>]

#### 破壊モード

- F : 曲げ破壊先行型 ( $Q_s \leq Q_u$ )
- S : せん断破壊先行型 ( $Q_s > Q_u$ )

表AA.1 鉄筋コンクリート部材のせん断強度式検証用データの概要

No.	B [cm]	D [cm]	d [cm]	a [cm]	$p_v$ [%]	$p_w$ [%]	$F_c$ [kgf/cm <sup>2</sup> ]	$\sigma_v$	$\sigma_{wy}$	$N_{wy}$ [tf]	文献
1	25.0	25.0	21.95	50.0	1.046	0.448	363	3910	3060	47.4	[115]
2	25.0	25.0	21.95	50.0	1.046	0.448	363	3910	3060	47.4	[115]
3	25.0	25.0	21.95	50.0	1.046	0.299	234	4500	3060	26.8	[115]
4	25.0	25.0	21.95	50.0	1.046	0.299	234	4500	3060	26.8	[115]
5	25.0	25.0	21.95	50.0	1.046	0.448	344	4500	3000	39.0	[116]
6	25.0	25.0	21.95	50.0	1.046	0.299	344	4500	3000	39.0	[116]
7	25.0	25.0	21.95	50.0	1.569	0.200	219	3850	6000	28.5	[117]
8	25.0	25.0	21.95	50.0	1.569	0.200	219	3850	10270	28.5	[117]
9	25.0	25.0	21.50	50.0	1.068	0.224	267	3850	3000	31.6	[117]
10	25.0	25.0	21.50	50.0	1.070	0.220	267	3850	3000	31.8	[117]
11	25.0	25.0	21.50	50.0	1.070	0.230	267	3850	11740	31.8	[117]
12	25.0	25.0	21.50	50.0	1.070	0.230	267	3850	11740	31.8	[117]
13	25.0	25.0	21.50	50.0	1.070	0.300	267	3850	3000	31.8	[117]
14	25.0	25.0	21.50	50.0	1.070	0.300	267	3850	3000	31.8	[117]
15	25.0	25.0	21.50	50.0	1.070	0.300	267	3850	11740	31.8	[117]
16	25.0	25.0	21.50	50.0	1.070	0.450	267	3850	3000	31.8	[117]
17	25.0	25.0	21.50	50.0	1.070	0.450	267	3850	3000	31.8	[117]
18	25.0	25.0	21.60	60.0	1.070	0.460	267	3850	11740	31.8	[117]
19	25.0	25.0	21.50	60.0	1.070	0.450	267	3850	11740	31.8	[117]
20	25.0	25.0	21.85	37.5	0.700	1.040	231	3771	9371	27.7	[117]
21	25.0	25.0	21.85	37.5	0.700	0.518	231	3771	13500	27.7	[117]
22	25.0	25.0	21.85	37.5	0.700	0.388	231	3771	13500	27.7	[117]
23	25.0	25.0	21.85	37.5	0.700	0.518	231	3771	8100	27.7	[117]
24	25.0	25.0	21.95	37.5	0.390	0.493	374	3685	3010	41.0	[117]
25	25.0	25.0	21.85	37.5	0.390	0.246	374	3685	13900	41.0	[117]
26	25.0	25.0	21.95	37.5	0.390	0.185	374	3685	13900	41.0	[117]
27	25.0	25.0	21.95	37.5	0.390	0.246	374	3685	8100	41.0	[117]
28	25.0	25.0	21.50	50.0	0.398	0.710	245	3756	3509	32.8	[118]
29	25.0	25.0	21.50	50.0	0.398	0.360	245	3756	3543	32.8	[118]
30	25.0	25.0	21.50	25.0	0.398	0.920	245	3756	3509	16.4	[118]

表AA.1 鉄筋コンクリート部材のせん断強度式検証用データの概要 (続き)

No.	B [cm]	D [cm]	d [cm]	a [cm]	$p_v$ [%]	$p_w$ [%]	$F_c$ [kgf/cm <sup>2</sup> ]	$\sigma_v$	$\sigma_{wy}$	$N_{wy}$ [tf]	文献
31	25.0	25.0	21.50	25.0	0.398	0.450	245	3756	3543	16.4	[118]
32	25.0	25.0	21.50	50.0	0.398	0.100	245	3756	3770	16.4	[118]
33	25.0	25.0	21.50	50.0	0.398	0.090	245	3756	3770	16.4	[118]
34	25.0	25.0	21.50	25.0	0.709	2.330	245	3953	3311	16.4	[118]
35	25.0	25.0	21.50	25.0	0.709	1.120	245	3953	3509	16.4	[118]
36	25.0	25.0	21.50	50.0	0.709	0.610	245	3953	3543	16.4	[118]
37	25.0	25.0	21.50	50.0	0.709	0.270	245	3953	3770	16.4	[118]
38	25.0	25.0	21.50	50.0	1.111	2.440	245	3694	3311	32.8	[118]
39	25.0	25.0	21.50	50.0	1.111	1.270	245	3694	3509	16.4	[118]
40	25.0	25.0	21.50	50.0	1.111	0.610	245	3694	3543	16.4	[118]
41	50.0	50.0	43.00	50.0	0.400	1.810	252	3607	2933	131.2	[118]
42	50.0	50.0	43.00	100.0	0.400	0.850	252	3607	2933	131.2	[118]
43	50.0	50.0	43.00	100.0	0.400	0.420	252	3607	3052	131.2	[118]
44	50.0	50.0	43.00	50.0	0.400	1.020	252	3607	2933	65.6	[118]
45	50.0	50.0	43.00	50.0	0.400	0.480	252	3607	3052	65.6	[118]
46	50.0	50.0	43.00	100.0	0.400	0.190	252	3607	3473	65.6	[118]
47	50.0	50.0	43.00	100.0	0.400	0.100	252	3607	3473	65.6	[118]
48	90.0	90.0	43.00	80.0	0.707	1.360	252	3632	2633	65.6	[118]
49	50.0	50.0	43.00	100.0	0.707	0.610	252	3632	3052	65.6	[118]
50	50.0	50.0	43.00	100.0	0.707	0.510	252	3632	3052	65.6	[118]
51	50.0	50.0	43.00	100.0	0.707	0.440	252	3632	3052	65.6	[118]
52	50.0	50.0	43.00	100.0	0.707	0.270	252	3632	3473	65.6	[118]
53	50.0	50.0	43.00	100.0	1.110	1.420	252	3585	2933	131.2	[118]
54	50.0	50.0	43.00	100.0	1.110	1.480	252	3585	2933	65.6	[118]
55	50.0	50.0	43.00	100.0	1.110	0.740	252	3585	3052	65.6	[118]
56	25.0	25.0	21.50	25.0	0.398	0.400	443	3760	3510	32.8	[119]
57	25.0	25.0	21.50	50.0	0.398	0.400	443	3760	3510	32.8	[119]
58	25.0	25.0	21.50	50.0	0.398	0.210	443	3760	3500	32.8	[119]
59	25.0	25.0	21.50	25.0	0.398	0.240	443	3760	3500	16.4	[119]
60	25.0	25.0	21.50	25.0	0.398	0.120	443	3760	3500	16.4	[119]

表AA.1 鉄筋コンクリート部材のせん断強度式検証用データの概要 (続き)

No.	B [cm]	D [cm]	d [cm]	a [cm]	$p_v$ [%]	$p_w$ [%]	$F_c$ [kgf/cm <sup>2</sup> ]	$\sigma_v$	$\sigma_{uv}$	$N_{exp}$ [tf]	文献
61	25.0	25.0	21.50	50.0	0.398	0.050	443	3760	3500	16.4	[119]
62	25.0	25.0	21.50	25.0	0.708	1.100	443	4130	3500	16.4	[119]
63	25.0	25.0	21.50	25.0	0.708	0.570	443	4130	3510	16.4	[119]
64	25.0	25.0	21.50	50.0	0.708	0.220	443	4130	3500	16.4	[119]
65	25.0	25.0	21.50	50.0	0.708	0.110	443	4130	3500	16.4	[119]
66	25.0	25.0	21.50	50.0	1.110	1.540	443	3710	3500	32.8	[119]
67	25.0	25.0	21.50	50.0	1.110	0.760	443	3710	3500	32.8	[119]
68	25.0	25.0	21.50	50.0	1.110	0.570	443	3710	3510	16.4	[119]
69	25.0	25.0	21.50	50.0	1.110	0.290	443	3710	3500	16.4	[119]
70	18.0	40.0	34.00	60.0	3.209	0.280	324	3750	2550	0.0	[112]
71	18.0	40.0	34.00	60.0	3.209	0.280	324	3750	2550	0.0	[112]
72	18.0	40.0	34.00	60.0	3.209	0.280	324	3750	13490	0.0	[112]
73	18.0	40.0	34.00	60.0	3.209	0.280	324	3750	13490	0.0	[112]
74	18.0	40.0	34.00	60.0	3.209	0.560	324	3750	2550	0.0	[112]
75	18.0	40.0	34.00	80.0	3.208	0.560	324	3750	2550	0.0	[112]
76	18.0	40.0	34.00	60.0	3.209	0.560	324	3750	13490	0.0	[112]
77	18.0	40.0	34.00	80.0	3.209	0.580	324	3750	13490	0.0	[112]
78	18.0	40.0	34.00	80.0	3.208	0.780	324	3750	2800	0.0	[112]
79	18.0	40.0	34.00	80.0	3.209	0.770	324	3750	13980	0.0	[112]
80	18.0	40.0	34.00	60.0	3.209	1.130	324	3750	2600	0.0	[112]
81	18.0	40.0	34.00	60.0	3.209	1.150	324	3750	13980	0.0	[112]
82	18.0	40.0	34.00	60.0	3.209	0.290	324	3750	6870	0.0	[112]
83	18.0	40.0	34.00	40.0	3.209	0.190	281	3499	3360	0.0	[112]
84	18.0	40.0	34.00	40.0	3.209	0.190	281	3499	13880	0.0	[112]
85	18.0	40.0	34.00	40.0	3.209	0.190	281	3499	13880	0.0	[112]
86	18.0	40.0	34.00	40.0	3.209	0.260	281	3499	3360	0.0	[112]
87	18.0	40.0	34.00	40.0	3.209	0.260	281	3499	13880	0.0	[112]
88	18.0	40.0	34.00	40.0	3.209	0.340	281	3499	3360	0.0	[112]
89	18.0	40.0	34.00	40.0	3.209	0.340	281	3499	13880	0.0	[112]
90	18.0	40.0	34.00	40.0	3.209	0.490	281	3499	13880	0.0	[112]

表AA.1 鉄筋コンクリート部材のせん断強度式検証用データの概要 (続き)

No.	B [cm]	D [cm]	d [cm]	a [cm]	$p_v$ [%]	$p_w$ [%]	$F_c$ [kgf/cm <sup>2</sup> ]	$\sigma_v$	$\sigma_{uv}$	$N_{exp}$ [tf]	文献
91	18.0	40.0	34.00	40.0	3.209	0.480	281	3499	14220	0.0	[112]
92	18.0	40.0	34.00	40.0	3.209	1.120	281	3499	14220	0.0	[112]
93	18.0	40.0	34.00	80.0	3.209	0.190	281	3499	3360	0.0	[112]
94	18.0	40.0	34.00	80.0	3.209	0.190	281	3499	13880	0.0	[112]
95	18.0	40.0	34.00	80.0	3.209	0.280	281	3499	3360	0.0	[112]
96	18.0	40.0	34.00	80.0	3.209	0.280	281	3499	13880	0.0	[112]
97	18.0	40.0	34.00	80.0	3.209	0.490	281	3499	13880	0.0	[112]
98	25.0	25.0	21.50	37.5	0.726	0.600	226	3730	3910	16.1	[113]
99	25.0	25.0	21.50	37.5	0.726	0.260	226	3730	3360	16.1	[113]
100	25.0	25.0	21.50	37.5	0.726	0.180	226	3730	10120	16.1	[113]
101	25.0	25.0	21.50	37.5	0.726	0.180	226	3730	13390	16.1	[113]
102	25.0	25.0	21.50	37.5	0.726	0.260	226	3730	13880	16.1	[113]
103	25.0	25.0	21.50	37.5	0.726	0.260	226	3730	13390	16.1	[113]
104	25.0	25.0	21.50	37.5	0.726	0.260	226	3730	14260	16.1	[113]
105	25.0	25.0	21.50	37.5	0.726	0.380	226	3730	14260	16.1	[113]
106	25.0	25.0	21.50	37.5	0.726	0.380	226	3730	13880	16.1	[113]
107	25.0	25.0	21.50	37.5	0.726	0.600	226	3730	14220	16.1	[113]
108	26.0	26.0	21.60	28.0	0.728	1.370	228	3730	8880	16.1	[113]
109	25.0	25.0	21.50	25.0	0.726	0.450	226	3730	14260	16.1	[113]
110	25.0	25.0	21.50	25.0	0.726	0.700	226	3730	14220	16.1	[113]
111	25.0	25.0	21.50	25.0	0.726	0.700	226	3730	14260	16.1	[113]
112	25.0	25.0	21.50	25.0	0.726	1.410	226	3730	13550	16.1	[113]
113	22.5	22.5	17.25	25.0	1.386	0.695	599	4226	14700	60.0	[113]
114	22.5	22.5	17.25	25.0	1.386	0.695	599	4226	14700	60.0	[113]
115	16.0	25.0	22.00	25.0	2.455	0.601	572	3911	14700	0.0	[113]
116	18.0	25.0	22.00	25.0	2.455	0.601	572	3819	14700	0.0	[113]
117	18.0	25.0	22.00	25.0	2.899	0.898	580	3911	14700	0.0	[113]
118	15.0	27.0	21.90	40.5	1.933	0.146	331	8790	6370	1.2	[120]
119	15.0	27.0	21.90	40.5	1.933	0.228	331	8790	6230	1.2	[120]
120	15.0	27.0	21.90	40.5	1.933	0.149	331	8790	13100	1.2	[120]

表AA.1 鉄筋コンクリート部材のせん断強度式検証用データの概要 (続き)

No.	B [cm]	D [cm]	d [cm]	a [cm]	$\rho_s$ [%]	$\rho_w$ [%]	$F_c$ [kgf/cm <sup>2</sup> ]	$\sigma_v$	$\sigma_{sv}$	$N_{spp}$ [tf]	文献
121	15.0	27.0	21.90	40.5	1.933	0.227	331	8790	13000	1.2	[120]
122	15.0	27.0	21.90	40.5	1.933	0.356	353	8790	14000	1.2	[120]
123	15.0	27.0	21.90	40.5	1.933	0.512	353	8790	14200	1.2	[120]
124	15.0	27.0	21.90	40.5	1.933	0.724	353	8790	14500	1.2	[120]
125	15.0	27.0	21.90	40.5	1.933	0.146	352	8790	6370	29.2	[120]
126	15.0	27.0	21.90	40.5	1.933	0.228	352	8790	6230	29.2	[120]
127	15.0	27.0	21.90	40.5	1.933	0.146	352	8790	13100	29.2	[120]
128	15.0	27.0	21.90	40.5	1.933	0.228	352	8790	13000	29.2	[120]
129	15.0	27.0	21.90	40.5	1.933	0.356	367	8790	14000	29.2	[120]
130	15.0	27.0	21.90	40.5	1.933	0.512	367	8790	14200	29.2	[120]
131	15.0	27.0	21.90	40.5	1.933	0.724	367	8790	14500	29.2	[120]
132	15.0	27.0	21.90	40.5	1.933	0.146	366	8790	6370	58.3	[120]
133	15.0	27.0	21.90	40.5	1.933	0.228	366	8790	6230	58.3	[120]
134	15.0	27.0	21.90	40.5	1.933	0.149	366	8790	13100	58.3	[120]
135	15.0	27.0	21.90	40.5	1.933	0.227	366	8790	13000	58.3	[120]
136	15.0	27.0	21.90	40.5	1.933	0.356	346	8790	14000	58.3	[120]
137	15.0	27.0	21.90	40.5	1.933	0.512	346	8790	14200	58.3	[120]
138	15.0	27.0	21.90	40.5	1.933	0.724	346	8790	14500	58.3	[120]
139	15.0	27.0	21.90	40.5	1.933	0.146	295	8790	6370	87.5	[120]
140	15.0	27.0	21.90	40.5	1.933	0.228	295	8790	6230	87.5	[120]
141	15.0	27.0	21.90	40.5	1.933	0.146	296	8790	13100	87.5	[120]
142	15.0	27.0	21.90	40.5	1.933	0.228	295	8790	13000	87.5	[120]
143	15.0	27.0	21.90	40.5	1.933	0.356	350	8790	14000	87.5	[120]
144	15.0	27.0	21.90	40.5	1.933	0.512	350	8790	14200	87.5	[120]
145	15.0	27.0	21.90	40.5	1.933	0.724	350	8790	14500	87.5	[120]
146	18.0	40.0	34.00	60.0	3.160	0.310	210	8140	13600	0.0	[114]
147	18.0	40.0	34.00	60.0	3.160	0.440	210	8140	14500	0.0	[114]
148	18.0	40.0	34.00	60.0	3.160	0.710	210	8140	14300	0.0	[114]
149	18.0	40.0	34.00	60.0	3.160	1.000	210	8140	14600	0.0	[114]
150	18.0	40.0	34.00	60.0	3.160	0.150	360	8140	14200	0.0	[114]

表AA.1 鉄筋コンクリート部材のせん断強度式検証用データの概要 (続き)

No.	B [cm]	D [cm]	d [cm]	a [cm]	$\rho_s$ [%]	$\rho_w$ [%]	$F_c$ [kgf/cm <sup>2</sup> ]	$\sigma_v$	$\sigma_{sv}$	$N_{spp}$ [tf]	文献
151	18.0	40.0	34.00	60.0	3.160	0.230	360	8140	14500	0.0	[114]
152	18.0	40.0	34.00	60.0	3.160	0.310	360	8140	13600	0.0	[114]
153	18.0	40.0	34.00	60.0	3.160	0.440	360	8140	14500	0.0	[114]
154	18.0	40.0	34.00	60.0	3.160	0.710	360	8140	14300	0.0	[114]
155	18.0	40.0	34.00	60.0	3.160	1.000	360	8140	14600	0.0	[114]
156	18.0	40.0	34.00	60.0	3.160	0.150	570	8140	14200	0.0	[114]
157	18.0	40.0	34.00	60.0	3.160	0.310	570	8140	13600	0.0	[114]
158	18.0	40.0	34.00	60.0	3.160	0.440	570	8140	14500	0.0	[114]
159	18.0	40.0	34.00	60.0	3.160	0.710	570	8140	14300	0.0	[114]
160	18.0	40.0	34.00	60.0	3.160	1.000	570	8140	14600	0.0	[114]
161	25.0	25.0	21.50	37.5	0.710	1.220	282	4090	2600	20.0	[121]
162	25.0	25.0	21.50	37.5	0.710	1.220	282	4090	2600	20.0	[121]
163	25.0	25.0	21.50	37.5	0.710	1.240	282	4090	13980	20.0	[121]
164	25.0	25.0	21.50	37.5	0.710	1.240	282	4090	13980	20.0	[121]
165	25.0	25.0	21.50	37.5	0.710	0.620	369	4090	13490	20.0	[121]
166	25.0	25.0	21.50	37.5	0.710	0.620	369	4090	13490	20.0	[121]
167	25.0	25.0	21.50	37.5	0.710	0.620	369	4090	6870	20.0	[121]
168	25.0	25.0	21.50	37.5	0.710	0.620	369	4090	9670	20.0	[121]
169	40.0	40.0	32.93	40.0	1.743	0.200	450	4360	14300	72.0	[122]
170	40.0	40.0	32.93	40.0	1.743	0.100	450	4360	14300	216.0	[122]
171	40.0	40.0	32.93	40.0	1.743	0.200	450	4360	14300	216.0	[122]
172	40.0	40.0	32.93	40.0	1.743	0.300	450	4360	14300	216.0	[122]
173	40.0	40.0	32.93	40.0	1.743	0.395	450	4360	14300	216.0	[122]
174	40.0	40.0	32.93	40.0	1.743	0.200	450	4360	14300	324.0	[122]
175	40.0	40.0	32.93	60.0	1.743	0.200	410	4360	14300	65.6	[122]
176	40.0	40.0	32.93	60.0	1.743	0.200	410	4360	14300	196.8	[122]
177	40.0	40.0	32.93	60.0	1.743	0.395	410	4360	14300	196.8	[122]
178	40.0	40.0	32.93	40.0	1.743	0.200	410	4360	14300	295.2	[122]
179	40.0	40.0	32.93	80.0	1.743	0.200	410	4360	14300	196.8	[122]
180	40.0	40.0	32.93	80.0	1.743	0.395	410	4360	14300	196.8	[122]

表AA.2(a) 鉄筋コンクリート部材のせん断強度式の検証結果1

No.	Q <sub>exp</sub> [tf]	Q <sub>s</sub> [tf]	Q <sub>s</sub> [tf] (Q <sub>exp</sub> /min(Q <sub>s</sub> , Q <sub>s</sub> ):破壊モード)			
			提案式	学会指針A法	学会指針B法	修正荒川mean式
1	17.6	17.9	18.9(0.99:F)	17.6(1.00:S)	19.4(0.99:F)	18.2(0.99:F)
2	17.4	17.9	18.9(0.97:F)	17.6(0.99:S)	19.4(0.97:F)	18.2(0.97:F)
3	15.2	15.2	12.8(1.20:S)	12.1(1.25:S)	12.6(1.20:S)	13.4(1.13:S)
4	14.5	15.2	12.8(1.15:S)	12.1(1.20:S)	12.8(1.15:S)	13.4(1.08:S)
5	18.4	17.7	18.2(0.92:P)	17.1(0.86:S)	18.8(0.92:P)	17.1(0.98:S)
6	16.2	17.7	----(-----)	13.7(1.18:S)	16.8(0.96:S)	16.3(0.99:S)
7	14.4	18.2	13.1(1.10:S)	13.2(1.09:S)	12.8(1.13:S)	14.5(0.99:S)
8	15.3	18.2	18.1(1.17:S)	13.2(1.16:S)	12.8(1.20:S)	16.9(0.86:S)
9	16.2	14.4	----(-----)	10.6(1.53:S)	12.8(1.27:S)	13.5(1.20:S)
10	15.8	14.4	----(-----)	10.5(1.50:S)	12.7(1.24:S)	13.5(1.17:S)
11	16.2	14.4	15.8(1.12:F)	16.7(1.12:F)	16.0(1.12:F)	16.8(1.12:F)
12	15.7	14.4	15.8(1.09:F)	16.7(1.09:F)	16.0(1.09:F)	16.8(1.09:F)
13	16.3	14.4	13.6(1.20:S)	12.2(1.34:S)	13.6(1.20:S)	14.0(1.16:S)
14	15.9	14.4	13.6(1.17:S)	12.2(1.30:S)	13.6(1.16:S)	14.0(1.13:S)
15	16.8	14.4	17.8(1.17:F)	20.0(1.17:F)	17.7(1.17:F)	17.7(1.17:F)
16	18.7	14.4	15.2(1.16:F)	15.4(1.16:F)	15.3(1.16:F)	14.9(1.16:F)
17	16.7	14.4	15.2(1.16:F)	15.4(1.16:F)	15.3(1.16:F)	14.9(1.16:F)
18	18.3	14.4	21.2(1.13:P)	27.1(1.13:P)	21.8(1.13:P)	18.4(1.13:P)
19	16.2	14.4	21.2(1.12:P)	27.1(1.12:P)	21.5(1.12:P)	19.4(1.12:F)
20	15.3	14.7	24.0(1.04:F)	27.7(1.04:F)	24.5(1.04:F)	18.5(1.04:F)
21	15.3	14.7	22.7(1.04:F)	26.2(1.04:F)	22.7(1.04:F)	21.7(1.04:F)
22	15.1	14.7	19.8(1.03:F)	22.1(1.03:F)	19.9(1.03:F)	20.2(1.03:F)
23	15.5	14.7	22.7(1.06:F)	26.2(1.06:F)	22.7(1.06:F)	19.2(1.06:F)
24	16.6	15.2	19.6(1.09:F)	20.0(1.09:F)	24.5(1.09:F)	18.5(1.09:F)
25	16.3	15.2	21.1(1.07:F)	25.6(1.07:F)	27.5(1.07:F)	21.1(1.07:F)
26	16.5	15.2	19.4(1.08:F)	21.7(1.08:F)	25.4(1.08:F)	20.1(1.08:F)
27	16.4	15.2	21.1(1.08:F)	23.5(1.08:F)	26.4(1.08:F)	19.3(1.08:F)
28	10.2	9.3	17.5(1.09:F)	23.1(1.09:F)	18.7(1.09:F)	14.7(1.09:F)
29	10.1	9.3	13.0(1.08:F)	14.5(1.08:F)	14.2(1.08:F)	12.9(1.08:F)
30	15.4	13.2	22.1(1.17:F)	26.7(1.17:F)	23.3(1.17:F)	19.7(1.17:F)

表AA.2(a) 鉄筋コンクリート部材のせん断強度式の検証結果1(続き)

No.	Q <sub>exp</sub> [tf]	Q <sub>s</sub> [tf]	Q <sub>s</sub> [tf] (Q <sub>exp</sub> /min(Q <sub>s</sub> , Q <sub>s</sub> ):破壊モード)			
			提案式	学会指針A法	学会指針B法	修正荒川mean式
31	15.1	13.2	17.1(1.14:F)	18.9(1.14:F)	18.4(1.14:F)	17.6(1.14:F)
32	7.0	6.6	----(-----)	10.2(1.06:F)	12.0(1.06:F)	10.5(1.06:F)
33	7.4	6.6	----(-----)	7.8(1.12:F)	10.7(1.12:F)	9.5(1.12:F)
34	20.5	18.3	38.8(1.12:F)	31.8(1.12:F)	36.9(1.12:F)	22.1(1.12:F)
35	19.8	18.3	27.3(1.08:F)	28.5(1.08:P)	25.4(1.08:F)	22.1(1.08:F)
36	9.8	9.1	14.7(1.07:F)	18.2(1.07:P)	16.2(1.07:F)	13.4(1.07:F)
37	9.4	9.1	11.8(1.03:P)	12.6(1.03:P)	13.2(1.03:F)	12.0(1.03:F)
38	14.6	14.4	39.6(1.01:F)	31.8(1.01:P)	39.6(1.01:F)	18.0(1.01:F)
39	12.1	11.6	25.6(1.04:F)	29.6(1.04:P)	26.1(1.04:P)	17.0(1.04:F)
40	12.7	11.6	17.1(1.09:F)	20.7(1.09:F)	17.5(1.09:F)	14.6(1.09:F)
41	83.0	74.3	128.0(1.12:F)	125.5(1.12:F)	120.0(1.12:F)	76.4(1.12:F)
42	43.2	37.1	70.3(1.16:F)	92.8(1.16:F)	76.0(1.16:F)	54.3(1.16:F)
43	41.2	37.1	52.2(1.11:F)	58.5(1.11:F)	57.9(1.11:F)	47.1(1.11:F)
44	58.8	52.1	85.2(1.13:P)	105.5(1.13:F)	92.0(1.13:P)	68.1(1.13:F)
45	61.4	52.1	66.7(1.18:F)	73.8(1.18:F)	73.5(1.18:F)	60.7(1.18:F)
46	27.5	26.1	----(-----)	40.9(1.06:P)	48.6(1.06:P)	37.1(1.06:P)
47	27.1	26.1	----(-----)	32.1(1.04:P)	44.0(1.04:F)	33.5(1.04:F)
48	88.8	88.6	106.8(1.00:P)	116.4(1.00:P)	104.0(1.00:P)	76.5(1.00:F)
49	35.6	34.8	59.1(1.02:F)	75.0(1.02:P)	66.6(1.02:P)	48.8(1.02:F)
50	38.6	34.8	54.5(1.11:F)	66.3(1.11:F)	62.0(1.11:F)	46.7(1.11:F)
51	36.6	34.8	51.4(1.05:F)	60.3(1.05:F)	58.8(1.05:F)	45.3(1.05:F)
52	36.7	34.8	45.3(1.06:F)	48.9(1.06:F)	52.8(1.06:F)	42.2(1.06:F)
53	59.6	56.8	100.9(1.05:F)	117.9(1.05:F)	100.9(1.05:F)	64.1(1.05:F)
54	53.2	45.7	101.2(1.16:F)	119.3(1.16:F)	103.6(1.16:F)	59.2(1.16:F)
55	54.7	45.7	70.1(1.20:F)	86.2(1.20:F)	72.5(1.20:F)	53.2(1.20:F)
56	24.0	20.3	23.7(1.18:F)	23.1(1.18:F)	28.8(1.18:F)	23.7(1.18:F)
57	11.8	10.2	15.2(1.16:F)	18.1(1.16:F)	22.3(1.16:F)	15.9(1.16:F)
58	12.5	10.2	----(-----)	13.4(1.23:F)	19.8(1.23:F)	14.6(1.23:F)
59	16.8	14.3	----(-----)	20.1(1.17:F)	27.1(1.17:F)	21.4(1.17:P)
60	16.4	14.3	----(-----)	17.9(1.14:F)	25.8(1.14:F)	20.4(1.14:F)

表AA. 2(a) 鉄筋コンクリート部材のせん断強度式の検証結果1 (続き)

No.	Q <sub>exp</sub> [tf]	Q <sub>r</sub> [tf]	Q <sub>s</sub> [tf] (Q <sub>exp</sub> /min(Q <sub>r</sub> , Q <sub>s</sub> ): 破壊モード)			
			提案式	学会指針A法	学会指針B法	修正荒川mean式
61	9.2	7.2	----(-----)	9.4(1.28:F)	17.7(1.28:F)	11.6(1.28:F)
62	21.4	19.9	30.8(1.07:F)	36.1(1.07:F)	38.2(1.07:F)	28.0(1.07:F)
63	21.6	19.9	25.2(1.08:F)	26.3(1.08:F)	30.6(1.08:F)	25.8(1.08:F)
64	11.1	10.0	----(-----)	13.0(1.11:F)	19.0(1.11:F)	14.7(1.11:F)
65	11.4	10.0	----(-----)	10.9(1.14:F)	18.5(1.14:F)	13.6(1.14:F)
66	16.0	15.2	33.0(1.10:F)	41.5(1.10:F)	37.2(1.10:F)	21.7(1.10:F)
67	16.9	15.2	23.7(1.11:F)	27.0(1.11:F)	27.0(1.11:F)	20.0(1.11:F)
68	13.6	12.3	19.2(1.11:F)	22.3(1.11:F)	24.5(1.11:F)	17.9(1.11:F)
69	13.3	12.3	----(-----)	15.3(1.08:F)	20.8(1.08:F)	16.2(1.08:F)
70	21.4	36.1	----(-----)	15.3(1.40:S)	21.7(0.99:S)	17.5(1.22:S)
71	19.3	36.1	----(-----)	15.3(1.26:S)	21.7(0.89:S)	17.5(1.10:S)
72	30.0	36.1	26.7(1.12:S)	26.4(1.14:S)	27.7(1.08:S)	22.5(1.33:S)
73	33.4	36.1	26.7(1.25:S)	26.4(1.26:S)	27.7(1.21:S)	22.5(1.48:S)
74	25.0	36.1	24.5(1.02:S)	20.4(1.23:S)	24.5(1.02:S)	19.1(1.31:S)
75	25.0	36.1	24.5(1.02:S)	20.4(1.23:S)	24.5(1.02:S)	19.1(1.31:S)
76	38.0	36.1	34.5(1.10:S)	38.5(1.05:F)	36.5(1.05:F)	26.2(1.45:S)
77	37.0	36.1	34.5(1.09:S)	38.5(1.05:F)	36.5(1.05:F)	26.2(1.44:S)
78	27.5	36.1	26.5(1.04:S)	24.1(1.14:S)	26.5(1.04:S)	20.0(1.37:S)
79	38.4	36.1	40.4(1.06:F)	42.1(1.06:F)	43.1(1.06:F)	28.0(1.34:S)
80	33.0	38.1	30.3(1.09:S)	31.2(1.06:S)	30.3(1.09:S)	21.5(1.54:S)
81	41.3	36.1	51.0(1.14:F)	43.9(1.14:F)	55.0(1.14:F)	32.0(1.29:S)
82	28.0	36.1	26.6(1.05:S)	24.4(1.15:S)	26.6(1.05:S)	20.1(1.39:S)
83	17.0	50.4	----(-----)	17.1(1.04:S)	20.1(0.89:S)	21.0(0.82:S)
84	27.6	50.4	28.2(0.98:S)	21.2(1.30:S)	22.4(1.23:S)	25.6(1.08:S)
85	31.0	50.4	28.2(1.10:S)	21.2(1.47:S)	22.4(1.36:S)	25.6(1.21:S)
86	20.9	50.4	26.0(0.78:S)	18.5(1.13:S)	20.0(1.00:S)	22.4(0.93:S)
87	34.3	50.4	29.7(1.15:S)	24.0(1.43:S)	24.0(1.43:S)	26.8(1.28:S)
88	22.2	50.4	27.7(0.80:S)	20.0(1.11:S)	21.7(1.02:S)	23.0(0.96:S)
89	35.3	50.4	31.5(1.12:S)	27.3(1.29:S)	25.9(1.36:S)	28.1(1.26:S)
90	41.0	50.4	34.9(1.18:S)	32.8(1.25:S)	29.4(1.39:S)	30.1(1.36:S)

表AA. 2(a) 鉄筋コンクリート部材のせん断強度式の検証結果1 (続き)

No.	Q <sub>exp</sub> [tf]	Q <sub>r</sub> [tf]	Q <sub>s</sub> [tf] (Q <sub>exp</sub> /min(Q <sub>r</sub> , Q <sub>s</sub> ): 破壊モード)			
			提案式	学会指針A法	学会指針B法	修正荒川mean式
91	38.0	50.4	34.7(1.10:S)	32.5(1.17:S)	29.2(1.30:S)	30.1(1.26:S)
92	45.6	50.4	49.0(0.93:S)	39.6(1.15:S)	44.2(1.03:S)	36.4(1.25:S)
93	15.0	25.2	----(-----)	12.0(1.25:S)	15.1(0.99:S)	13.2(1.14:S)
94	25.2	25.2	17.0(1.42:S)	17.5(1.44:S)	18.0(1.40:S)	16.9(1.49:S)
95	19.0	25.2	16.1(1.18:S)	13.0(1.37:S)	16.1(1.18:S)	13.0(1.30:S)
96	27.0	25.2	19.7(1.37:S)	21.3(1.26:S)	20.1(1.35:S)	18.2(1.40:S)
97	30.5	25.2	26.1(1.21:F)	32.0(1.21:F)	26.0(1.21:F)	21.4(1.42:S)
98	12.4	11.8	18.2(1.05:F)	21.9(1.05:F)	19.6(1.05:F)	15.9(1.05:F)
99	12.4	11.8	13.1(1.05:F)	12.4(1.05:F)	14.5(1.05:F)	13.5(1.05:F)
100	13.0	11.8	13.0(1.10:F)	13.3(1.10:F)	15.0(1.10:F)	15.1(1.10:F)
101	12.7	11.8	13.0(1.08:F)	13.3(1.08:F)	15.0(1.08:F)	16.0(1.08:F)
102	12.9	11.8	15.5(1.10:F)	16.2(1.10:F)	16.6(1.10:F)	17.3(1.10:F)
103	12.7	11.8	15.5(1.08:F)	16.2(1.08:F)	16.6(1.08:F)	17.2(1.08:F)
104	13.1	11.8	15.5(1.11:F)	16.2(1.11:F)	16.6(1.11:F)	17.4(1.11:F)
105	13.1	11.8	16.0(1.11:F)	20.6(1.11:F)	18.9(1.11:F)	19.1(1.11:F)
106	13.0	11.8	16.0(1.10:F)	20.6(1.10:F)	18.9(1.10:F)	18.9(1.10:F)
107	13.0	11.8	22.6(1.10:F)	26.0(1.10:F)	23.3(1.10:F)	21.4(1.10:F)
108	10.1	17.7	29.0(1.08:F)	29.0(1.08:F)	27.0(1.08:F)	22.0(1.08:F)
109	16.0	17.7	22.0(0.95:F)	23.3(0.95:F)	20.2(0.95:F)	23.7(0.95:F)
110	10.5	17.7	27.3(1.05:F)	27.3(1.05:F)	24.5(1.05:F)	26.2(1.05:F)
111	10.5	17.7	27.3(1.05:F)	27.3(1.05:F)	24.5(1.05:F)	26.3(1.05:F)
112	18.6	17.7	40.3(1.05:F)	29.8(1.05:F)	36.6(1.05:F)	29.8(1.05:F)
113	32.1	32.7	40.6(0.98:F)	32.0(1.00:S)	42.7(0.98:F)	30.8(1.04:S)
114	32.8	32.7	40.6(1.00:F)	32.0(1.02:S)	42.7(1.00:F)	30.8(1.06:S)
115	26.4	30.0	39.1(0.86:F)	38.9(0.86:F)	43.0(0.86:F)	31.4(0.86:F)
116	29.0	30.1	38.7(0.96:F)	38.9(0.96:F)	43.0(0.96:F)	31.4(0.96:F)
117	33.4	36.0	48.3(0.93:F)	40.7(0.93:F)	53.0(0.93:F)	34.5(0.97:S)
118	9.5	25.0	----(-----)	9.0(1.06:S)	12.6(0.75:S)	10.2(0.94:S)
119	11.9	25.0	13.5(0.80:S)	10.6(1.12:S)	13.5(0.80:S)	10.7(1.11:S)
120	13.9	25.0	12.9(1.08:S)	10.0(1.39:S)	13.2(1.06:S)	11.2(1.24:S)

表AA. 2(a) 鉄筋コンクリート部材のせん断強度式の検証結果1 (続き)

No.	Q <sub>exp</sub> [tf]	Q <sub>s</sub> [tf]	Q <sub>s</sub> [tf] (Q <sub>exp</sub> /min(Q <sub>s</sub> , Q <sub>u</sub> ):破壊モード)			
			提案式	学会指針A法	学会指針B法	修正荒川mean式
121	15.8	25.0	14.0(1.13:S)	12.2(1.30:S)	14.4(1.10:S)	12.0(1.32:S)
122	18.2	25.1	16.6(1.10:S)	16.7(1.09:S)	17.5(1.04:S)	13.6(1.34:S)
123	19.5	25.1	18.8(1.04:S)	20.0(0.97:S)	20.0(0.97:S)	14.7(1.32:S)
124	21.4	25.1	21.7(0.98:S)	22.1(0.97:S)	23.5(0.91:S)	16.1(1.33:S)
125	14.3	30.9	----(-----)	8.2(1.55:S)	13.9(1.08:S)	12.5(1.15:S)
126	18.2	30.9	14.2(1.14:S)	10.8(1.49:S)	14.2(1.14:S)	13.0(1.25:S)
127	15.9	30.9	13.6(1.17:S)	10.4(1.53:S)	14.0(1.14:S)	13.5(1.18:S)
128	17.1	30.9	14.8(1.17:S)	12.9(1.34:S)	15.3(1.12:S)	14.3(1.20:S)
129	18.7	31.0	17.1(1.09:S)	17.3(1.08:S)	18.1(1.03:S)	15.8(1.18:S)
130	19.2	31.0	19.4(0.99:S)	20.6(0.93:S)	20.8(0.92:S)	16.9(1.13:S)
131	20.8	31.0	22.4(0.93:S)	22.8(0.91:S)	24.4(0.85:S)	18.3(1.14:S)
132	15.8	34.9	----(-----)	9.4(1.68:S)	13.8(1.15:S)	14.7(1.07:S)
133	16.5	34.9	14.7(1.12:S)	11.0(1.49:S)	14.7(1.12:S)	15.3(1.08:S)
134	17.8	34.9	14.2(1.26:S)	10.8(1.64:S)	14.6(1.22:S)	15.8(1.13:S)
135	17.5	34.9	15.3(1.15:S)	13.3(1.32:S)	15.9(1.10:S)	16.6(1.06:S)
136	18.2	34.5	16.3(1.12:S)	16.5(1.11:S)	17.1(1.06:S)	17.4(1.05:S)
137	18.8	34.5	18.5(1.02:S)	19.7(0.95:S)	19.6(0.96:S)	18.5(1.02:S)
138	19.4	34.5	21.4(0.81:S)	21.8(0.80:S)	23.0(0.84:S)	19.0(0.98:S)
139	17.2	31.0	11.4(1.51:S)	8.5(2.02:S)	11.4(1.51:S)	12.9(1.33:S)
140	17.7	31.0	12.3(1.43:S)	10.2(1.74:S)	12.3(1.43:S)	13.5(1.31:S)
141	17.0	31.0	11.6(1.47:S)	9.0(1.89:S)	11.7(1.45:S)	13.9(1.22:S)
142	16.3	31.0	12.6(1.29:S)	11.1(1.47:S)	12.8(1.27:S)	14.8(1.10:S)
143	20.9	34.7	16.8(1.25:S)	17.0(1.23:S)	17.7(1.18:S)	17.7(1.18:S)
144	19.6	34.7	19.0(1.03:S)	20.2(0.97:S)	20.3(0.97:S)	18.8(1.04:S)
145	21.1	34.7	22.0(0.96:S)	22.4(0.94:S)	23.8(0.89:S)	20.2(1.05:S)
146	24.6	74.6	19.2(1.28:S)	19.0(1.30:S)	18.6(1.32:S)	19.9(1.24:S)
147	28.4	74.6	22.1(1.28:S)	23.8(1.19:S)	21.2(1.34:S)	22.1(1.29:S)
148	32.8	74.6	28.2(1.16:S)	28.8(1.14:S)	26.7(1.23:S)	25.1(1.31:S)
149	36.3	74.6	34.7(1.05:S)	31.1(1.17:S)	32.6(1.11:S)	28.0(1.30:S)
150	38.8	75.4	25.4(1.21:S)	20.6(1.50:S)	26.3(1.17:S)	21.2(1.45:S)

表AA. 2(a) 鉄筋コンクリート部材のせん断強度式の検証結果1 (続き)

No.	Q <sub>exp</sub> [tf]	Q <sub>s</sub> [tf]	Q <sub>s</sub> [tf] (Q <sub>exp</sub> /min(Q <sub>s</sub> , Q <sub>u</sub> ):破壊モード)			
			提案式	学会指針A法	学会指針B法	修正荒川mean式
151	35.5	75.4	27.8(1.28:S)	25.8(1.38:S)	29.0(1.22:S)	22.9(1.55:S)
152	37.3	75.4	30.1(1.24:S)	30.9(1.21:S)	31.8(1.17:S)	23.9(1.56:S)
153	37.5	75.4	34.0(1.10:S)	38.5(0.97:S)	36.4(1.03:S)	26.1(1.44:S)
154	46.9	75.4	41.9(1.12:S)	44.7(1.05:S)	45.8(1.02:S)	29.1(1.61:S)
155	52.0	75.4	50.4(1.03:S)	47.1(1.10:S)	55.9(0.93:S)	32.0(1.62:S)
158	30.6	76.5	----(-----)	29.1(1.05:S)	41.5(0.74:S)	26.8(1.14:S)
157	42.5	76.5	44.8(0.95:S)	44.0(0.97:S)	49.6(0.86:S)	29.6(1.44:S)
158	49.5	76.5	49.6(1.00:S)	52.6(0.94:S)	57.6(0.86:S)	31.8(1.56:S)
159	56.0	76.5	59.6(0.94:S)	59.0(0.95:S)	72.5(0.77:S)	34.8(1.61:S)
160	60.5	76.5	70.3(0.86:S)	59.6(1.01:S)	88.5(0.79:F)	37.7(1.61:S)
161	13.6	13.4	22.9(1.01:F)	28.4(1.01:F)	25.4(1.01:F)	18.2(1.01:F)
162	14.2	13.4	22.9(1.06:F)	28.4(1.06:F)	25.4(1.06:F)	18.2(1.06:F)
163	15.7	13.4	40.9(1.17:F)	35.5(1.17:F)	44.8(1.17:F)	27.6(1.17:F)
164	14.2	13.4	40.9(1.06:F)	35.5(1.06:F)	44.8(1.06:F)	27.6(1.06:F)
165	14.3	13.8	29.6(1.04:F)	39.3(1.04:F)	38.6(1.04:F)	24.6(1.04:F)
166	15.6	13.8	29.6(1.13:F)	39.3(1.13:F)	38.6(1.13:F)	24.6(1.13:F)
167	16.5	13.8	27.9(1.20:F)	35.7(1.20:F)	33.6(1.20:F)	21.2(1.20:F)
168	16.6	13.8	28.8(1.20:F)	38.3(1.20:F)	38.6(1.20:F)	22.8(1.20:F)
169	80.2	99.2	91.3(0.88:S)	65.7(1.22:S)	78.5(1.02:S)	67.3(1.19:S)
170	81.7	140.3	----(-----)	53.0(1.54:S)	71.1(1.15:S)	72.8(1.12:S)
171	100.9	140.3	96.1(1.05:S)	65.7(1.54:S)	78.5(1.29:S)	77.7(1.30:S)
172	106.7	140.3	101.7(1.05:S)	78.3(1.36:S)	85.9(1.24:S)	81.4(1.31:S)
173	106.6	140.3	107.0(1.00:S)	89.7(1.19:S)	92.9(1.15:S)	84.4(1.26:S)
174	103.5	153.8	96.1(1.08:S)	65.7(1.58:S)	78.5(1.32:S)	82.8(1.25:S)
175	69.0	64.1	63.9(1.08:S)	55.5(1.24:S)	69.1(1.08:F)	50.6(1.36:S)
176	79.0	89.1	65.8(1.20:S)	55.5(1.42:S)	69.1(1.14:S)	60.1(1.32:S)
177	93.2	89.1	78.0(1.19:S)	83.8(1.11:S)	84.6(1.10:S)	66.8(1.39:S)
178	93.0	97.3	65.8(1.41:S)	55.5(1.68:S)	69.1(1.35:S)	64.8(1.44:S)
179	65.8	66.8	53.9(1.22:S)	52.3(1.26:S)	57.5(1.14:S)	53.1(1.24:S)
180	75.7	66.8	67.2(1.13:F)	83.8(1.13:F)	74.3(1.13:F)	59.8(1.26:S)

表AA.7(b) 鉄筋コンクリート部材のせん断強度式の検証結果2

No.	Q <sub>exp</sub> [tf]	Q <sub>r</sub> [tf]	Q <sub>s</sub> [tf] (Q <sub>exp</sub> /min(Q <sub>r</sub> , Q <sub>s</sub> ):破壊モード)			
			ACI式	NZS式	CEB式	CSA式
1	17.6	17.9	16.0(1.10:S)	17.0(1.04:S)	11.7(1.51:S)	13.2(1.34:S)
2	17.4	17.9	16.0(1.08:S)	17.0(1.02:S)	11.7(1.49:S)	13.2(1.32:S)
3	15.2	15.2	10.8(1.40:S)	12.3(1.24:S)	8.2(1.84:S)	8.7(1.74:S)
4	14.5	15.2	10.8(1.34:S)	12.3(1.18:S)	8.2(1.76:S)	8.7(1.67:S)
5	16.4	17.7	15.2(1.08:S)	16.1(1.02:S)	11.3(1.45:S)	12.8(1.28:S)
6	16.2	17.7	12.7(1.27:S)	13.7(1.18:S)	8.2(1.76:S)	8.7(1.86:S)
7	14.4	18.2	10.3(1.39:S)	16.2(0.89:S)	9.5(1.52:S)	10.2(1.42:S)
8	15.3	18.2	10.3(1.48:S)	20.8(0.84:F)	14.7(1.04:S)	14.1(1.08:S)
9	16.2	14.4	9.9(1.63:S)	11.4(1.42:S)	7.2(2.24:S)	7.0(2.31:S)
10	15.8	14.4	9.9(1.59:S)	11.4(1.39:S)	7.2(2.19:S)	6.9(2.27:S)
11	16.2	14.4	11.6(1.40:S)	22.3(1.12:F)	18.9(1.12:F)	17.1(1.12:F)
12	15.7	14.4	11.6(1.35:S)	22.3(1.09:F)	18.9(1.09:F)	17.1(1.09:F)
13	16.3	14.4	11.2(1.46:S)	12.6(1.29:S)	8.3(1.96:S)	8.6(1.90:S)
14	15.9	14.4	11.2(1.42:S)	12.6(1.25:S)	8.3(1.91:S)	8.6(1.85:S)
15	16.8	14.4	13.1(1.29:S)	26.7(1.17:F)	24.7(1.17:F)	19.9(1.17:F)
16	16.7	14.4	13.6(1.23:S)	15.1(1.16:F)	10.4(1.60:S)	11.2(1.49:S)
17	16.7	14.4	13.6(1.22:S)	15.1(1.16:F)	10.4(1.60:S)	11.2(1.49:S)
18	16.3	14.4	16.5(1.13:F)	28.7(1.13:F)	28.0(1.13:F)	24.1(1.13:F)
19	16.2	14.4	18.5(1.12:F)	28.7(1.12:F)	28.0(1.12:F)	24.1(1.12:F)
20	15.3	14.7	23.4(1.04:F)	25.0(1.04:F)	23.1(1.04:F)	19.2(1.04:F)
21	15.3	14.7	17.7(1.04:F)	25.2(1.04:F)	25.2(1.04:F)	24.7(1.04:F)
22	15.1	14.7	14.7(1.03:F)	25.2(1.03:F)	25.1(1.03:F)	22.9(1.03:F)
23	15.5	14.7	17.7(1.06:F)	25.2(1.06:F)	24.2(1.06:F)	20.9(1.06:F)
24	16.6	15.2	16.4(1.09:F)	13.8(1.20:S)	12.3(1.35:S)	14.0(1.18:S)
25	16.3	15.2	13.9(1.17:S)	24.4(1.07:F)	24.5(1.07:F)	23.8(1.07:F)
26	16.5	15.2	12.5(1.32:S)	19.8(1.08:F)	18.4(1.08:F)	20.0(1.08:F)
27	16.4	15.2	13.9(1.18:S)	19.8(1.08:F)	14.7(1.11:S)	17.0(1.08:F)
28	10.2	9.3	19.5(1.09:F)	18.2(1.09:F)	17.5(1.09:F)	15.8(1.09:F)
29	10.1	9.3	13.0(1.08:F)	11.7(1.08:F)	9.9(1.08:F)	10.5(1.08:F)
30	15.4	13.2	22.6(1.17:F)	21.9(1.17:F)	22.6(1.17:F)	18.2(1.17:F)

表AA.7(b) 鉄筋コンクリート部材のせん断強度式の検証結果2 (続き)

No.	Q <sub>exp</sub> [tf]	Q <sub>r</sub> [tf]	Q <sub>s</sub> [tf] (Q <sub>exp</sub> /min(Q <sub>r</sub> , Q <sub>s</sub> ):破壊モード)			
			ACI式	NZS式	CEB式	CSA式
31	15.1	13.2	13.9(1.14:F)	12.5(1.21:S)	11.3(1.33:S)	12.1(1.25:S)
32	7.0	6.6	8.9(1.06:F)	7.6(1.06:F)	7.1(1.06:F)	6.9(1.06:F)
33	7.4	6.6	----(-----)	5.7(1.29:S)	5.5(1.35:S)	4.3(1.74:S)
34	20.5	18.3	23.1(1.12:F)	26.3(1.12:F)	26.3(1.12:F)	25.4(1.12:F)
35	19.8	18.3	23.1(1.08:F)	26.1(1.08:F)	24.4(1.08:F)	20.1(1.08:F)
36	9.8	9.1	15.0(1.07:F)	14.7(1.07:F)	12.7(1.07:F)	13.0(1.07:F)
37	9.4	9.1	10.8(1.03:F)	10.5(1.03:F)	8.7(1.09:S)	9.0(1.04:S)
38	14.6	14.4	24.0(1.01:F)	26.3(1.01:F)	26.3(1.01:F)	25.5(1.01:F)
39	12.1	11.6	23.1(1.04:F)	26.3(1.04:F)	25.2(1.04:F)	21.3(1.04:F)
40	12.7	11.6	16.9(1.09:F)	18.1(1.09:F)	15.2(1.09:F)	14.5(1.09:F)
41	83.0	74.3	97.2(1.12:F)	108.4(1.12:F)	106.7(1.12:F)	93.4(1.12:F)
42	43.2	37.1	78.4(1.16:F)	73.1(1.16:F)	69.9(1.16:F)	63.9(1.16:F)
43	41.2	37.1	52.4(1.11:F)	47.1(1.11:F)	39.8(1.11:F)	42.4(1.11:F)
44	58.8	52.1	85.8(1.13:F)	80.1(1.13:F)	83.9(1.13:F)	70.8(1.13:F)
45	61.4	52.1	53.0(1.18:F)	47.3(1.30:S)	43.2(1.42:S)	46.2(1.33:S)
46	27.5	26.1	35.4(1.06:F)	29.9(1.06:F)	28.2(1.06:F)	27.3(1.06:F)
47	27.1	26.1	----(-----)	23.2(1.17:S)	22.3(1.21:S)	17.5(1.55:S)
48	69.6	69.5	93.8(1.00:F)	105.9(1.00:F)	100.2(1.00:F)	82.3(1.00:F)
49	35.8	34.8	61.5(1.02:F)	60.2(1.02:F)	52.2(1.02:F)	53.7(1.02:F)
50	38.6	34.8	54.9(1.11:F)	53.6(1.11:F)	45.0(1.11:F)	48.0(1.11:F)
51	36.6	34.8	50.3(1.05:F)	49.0(1.05:F)	41.0(1.05:F)	43.7(1.05:F)
52	36.7	34.8	41.6(1.06:F)	42.3(1.06:F)	33.4(1.10:S)	34.5(1.06:S)
53	59.6	56.8	97.2(1.05:F)	108.4(1.05:F)	101.4(1.05:F)	84.0(1.05:F)
54	53.2	45.7	93.8(1.16:F)	108.4(1.16:F)	102.4(1.16:F)	85.6(1.16:F)
55	54.7	45.7	70.0(1.20:F)	74.5(1.20:F)	63.3(1.20:F)	60.3(1.20:F)
56	24.0	20.3	15.8(1.52:S)	12.9(1.86:S)	12.3(1.95:S)	13.8(1.76:S)
57	11.8	10.2	15.8(1.16:F)	12.9(1.16:F)	12.3(1.16:F)	13.8(1.16:F)
58	12.5	10.2	12.2(1.23:F)	9.3(1.34:S)	9.2(1.36:S)	8.7(1.43:S)
59	16.8	14.3	11.6(1.44:S)	9.2(1.83:S)	9.7(1.73:S)	9.6(1.75:S)
60	16.4	14.3	9.4(1.75:S)	6.9(2.36:S)	7.7(2.12:S)	5.9(2.79:S)

表AA. 2(b) 鉄筋コンクリート部材のせん断強度式の検証結果2 (続き)

No	Q <sub>exp</sub> [tf]	Q <sub>s</sub> [tf]	Q <sub>s</sub> [tf] (Q <sub>exp</sub> /min(Q <sub>s</sub> , Q <sub>u</sub> ):破壊モード)			
			ACI式	NZS式	CEB式	CSA式
61	9.2	7.2	----(-----)	5.6(1.64:S)	6.6(1.40:S)	2.9(3.13:S)
62	21.4	19.9	27.8(1.07:F)	26.7(1.07:F)	27.0(1.07:F)	26.0(1.07:F)
63	21.6	19.9	17.9(1.21:S)	16.8(1.29:S)	15.1(1.43:S)	17.3(1.25:S)
64	11.1	10.0	11.3(1.11:F)	10.1(1.11:F)	9.4(1.19:S)	9.0(1.23:S)
65	17.4	10.0	9.2(1.24:S)	8.1(1.41:S)	7.6(1.51:S)	5.5(2.06:S)
66	16.8	15.2	32.2(1.10:F)	32.8(1.10:F)	37.8(1.10:F)	31.5(1.10:F)
67	10.9	10.2	22.5(1.11:F)	23.2(1.11:F)	18.8(1.11:F)	20.7(1.11:F)
68	13.6	12.3	17.9(1.11:F)	18.5(1.11:F)	15.1(1.11:F)	17.3(1.11:F)
69	13.3	12.3	12.6(1.08:F)	13.2(1.08:F)	10.5(1.27:S)	10.9(1.22:S)
70	21.4	36.1	14.6(1.46:S)	18.1(1.18:S)	9.1(2.36:S)	8.7(2.45:S)
71	19.3	36.1	14.6(1.32:S)	18.1(1.06:S)	9.1(2.12:S)	8.7(2.21:S)
72	30.0	36.1	17.5(1.72:S)	36.9(0.83:F)	30.2(0.99:S)	25.2(1.19:S)
73	33.4	36.1	17.5(1.91:S)	36.9(0.92:F)	30.2(1.11:S)	25.2(1.32:S)
74	25.0	36.1	19.0(1.32:S)	22.5(1.11:S)	12.9(1.94:S)	13.9(1.80:S)
75	25.0	36.1	19.0(1.32:S)	22.5(1.11:S)	12.9(1.94:S)	13.9(1.80:S)
76	38.0	36.1	24.7(1.54:S)	37.3(1.05:F)	39.5(1.05:F)	34.9(1.09:S)
77	37.8	36.1	24.7(1.53:S)	37.3(1.05:F)	39.5(1.05:F)	34.9(1.08:S)
78	27.5	36.1	22.2(1.24:S)	25.7(1.07:S)	15.7(1.76:S)	17.0(1.62:S)
78	38.4	36.1	30.1(1.27:S)	37.3(1.08:F)	39.7(1.06:F)	37.7(1.08:F)
80	33.0	36.1	28.2(1.17:S)	31.7(1.04:S)	23.5(1.41:S)	21.9(1.51:S)
81	41.3	36.1	33.6(1.23:S)	37.3(1.14:F)	39.7(1.14:F)	31.7(1.30:S)
82	28.0	36.1	17.7(1.58:S)	26.0(1.08:S)	15.9(1.76:S)	17.2(1.62:S)
83	17.8	50.4	13.5(1.32:S)	16.7(1.06:S)	8.2(2.16:S)	7.7(2.30:S)
84	27.6	50.4	14.5(1.91:S)	29.0(0.95:S)	21.1(1.31:S)	19.4(1.43:S)
85	31.0	50.4	14.5(2.15:S)	29.0(1.07:S)	21.1(1.47:S)	19.4(1.60:S)
86	20.9	50.4	14.9(1.40:S)	18.2(1.15:S)	9.5(2.21:S)	9.6(2.19:S)
87	34.3	50.4	16.3(2.11:S)	34.4(1.00:S)	28.8(1.19:S)	23.1(1.49:S)
88	22.2	50.4	16.5(1.34:S)	19.8(1.12:S)	10.9(2.04:S)	11.4(1.94:S)
89	35.3	50.4	18.3(1.93:S)	34.4(1.03:S)	32.3(1.09:S)	26.4(1.34:S)
90	41.0	50.4	22.2(1.85:S)	34.4(1.19:S)	34.4(1.19:S)	30.7(1.34:S)

表AA. 2(b) 鉄筋コンクリート部材のせん断強度式の検証結果2 (続き)

No.	Q <sub>exp</sub> [tf]	Q <sub>s</sub> [tf]	Q <sub>s</sub> [tf] (Q <sub>exp</sub> /min(Q <sub>s</sub> , Q <sub>u</sub> ):破壊モード)			
			ACI式	NZS式	CEB式	CSA式
91	38.0	50.4	21.9(1.73:S)	34.4(1.10:S)	34.4(1.11:S)	30.7(1.24:S)
92	45.6	50.4	31.3(1.46:S)	34.4(1.32:S)	34.4(1.32:S)	21.5(2.12:S)
93	15.0	25.2	13.5(1.12:S)	16.7(0.90:S)	8.2(1.82:S)	7.7(1.94:S)
94	25.2	25.2	14.5(1.74:S)	29.0(1.00:F)	21.1(1.20:S)	19.4(1.30:S)
95	19.0	25.2	14.9(1.28:S)	18.2(1.05:S)	9.5(2.01:S)	9.6(1.99:S)
96	27.0	26.2	16.3(1.68:S)	34.4(1.07:F)	28.8(1.07:F)	23.1(1.17:S)
97	30.5	25.2	22.2(1.37:S)	34.4(1.21:F)	34.4(1.21:F)	30.7(1.21:F)
98	12.4	11.8	17.7(1.05:F)	17.6(1.05:F)	16.4(1.05:F)	14.7(1.05:F)
99	12.4	11.8	9.8(1.27:S)	9.6(1.29:S)	7.8(1.59:S)	7.9(1.56:S)
100	13.0	11.8	9.1(1.42:S)	14.7(1.10:F)	12.8(1.10:F)	12.7(1.10:F)
101	12.7	11.8	9.1(1.39:S)	17.9(1.08:F)	16.9(1.08:F)	15.0(1.08:F)
102	12.9	11.8	11.0(1.18:S)	24.3(1.10:F)	22.3(1.10:F)	18.5(1.10:F)
103	12.7	11.8	11.0(1.16:S)	23.7(1.08:F)	22.3(1.08:F)	18.2(1.08:F)
104	13.1	11.8	11.0(1.20:S)	24.3(1.11:F)	22.7(1.11:F)	18.8(1.11:F)
105	13.1	11.8	13.7(1.11:F)	24.3(1.11:F)	24.2(1.11:F)	21.9(1.11:F)
106	13.0	11.8	13.7(1.10:F)	24.3(1.10:F)	24.2(1.10:F)	21.7(1.10:F)
107	13.0	11.8	18.7(1.10:F)	24.3(1.10:F)	24.3(1.10:F)	23.4(1.10:F)
108	19.1	17.7	22.2(1.08:F)	24.3(1.08:F)	24.1(1.08:F)	21.4(1.08:F)
108	18.8	17.7	15.3(1.10:S)	24.3(0.95:F)	24.3(0.95:F)	23.0(0.95:F)
110	18.5	17.7	20.9(1.05:F)	24.3(1.05:F)	24.3(1.05:F)	22.1(1.05:F)
111	18.5	17.7	20.9(1.05:F)	24.3(1.05:F)	24.3(1.05:F)	22.1(1.05:F)
112	18.6	17.7	22.2(1.05:F)	24.3(1.05:F)	24.3(1.05:F)	37.3(1.05:F)
113	32.1	32.7	20.7(1.55:S)	23.7(1.36:S)	43.9(0.98:F)	30.4(1.06:S)
114	32.8	32.7	20.7(1.59:S)	23.7(1.39:S)	43.9(1.00:F)	30.4(1.08:S)
115	26.4	30.8	18.8(1.40:S)	24.2(1.09:S)	41.6(0.86:F)	35.0(0.86:F)
116	29.0	30.1	18.8(1.54:S)	24.2(1.20:S)	41.6(0.96:F)	35.0(0.96:F)
117	33.4	36.0	23.9(1.40:S)	24.2(1.38:S)	45.7(0.93:F)	42.0(0.93:F)
118	9.5	25.0	5.3(1.81:S)	8.2(1.16:S)	5.5(1.72:S)	5.3(1.81:S)
119	11.9	25.0	6.4(1.86:S)	9.8(1.21:S)	6.9(1.72:S)	7.0(1.70:S)
120	13.9	25.0	5.3(2.62:S)	11.6(1.20:S)	8.5(1.64:S)	8.6(1.62:S)

表AA. 2(b) 鉄筋コンクリート部材のせん断強度式の検証結果2 (続き)

No.	Q <sub>exp</sub> [tf]	Q <sub>s</sub> [tf]	Q <sub>s</sub> [tf] (Q <sub>exp</sub> /min(Q <sub>s</sub> , Q <sub>s</sub> ): 破壊モード)			
			ACI式	NZS式	CEB式	CSA式
121	15.8	25.0	6.4(2.4A:S)	14.9(1.06:S)	12.6(1.25:S)	11.1(1.43:S)
122	18.2	25.1	8.3(2.20:S)	20.0(0.91:S)	20.7(0.88:S)	15.2(1.19:S)
123	19.5	25.1	10.4(1.87:S)	20.0(0.97:S)	22.8(0.85:S)	18.1(1.07:S)
124	21.4	25.1	13.4(1.60:S)	20.0(1.07:S)	23.2(0.92:S)	20.3(1.05:S)
125	14.3	30.9	7.0(2.05:S)	11.4(1.25:S)	5.7(2.53:S)	5.4(2.67:S)
126	16.2	30.9	8.1(2.00:S)	13.0(1.24:S)	7.1(2.30:S)	7.1(2.27:S)
127	15.9	30.9	7.0(2.28:S)	14.7(1.09:S)	8.5(1.88:S)	8.7(1.84:S)
128	17.2	30.9	8.1(2.12:S)	18.1(0.95:S)	12.7(1.35:S)	11.4(1.51:S)
129	18.7	31.0	10.0(1.87:S)	20.0(0.93:S)	21.3(0.88:S)	15.5(1.21:S)
130	19.2	31.0	12.1(1.58:S)	20.0(0.96:S)	23.5(0.82:S)	18.6(1.03:S)
131	20.8	31.0	15.1(1.38:S)	20.0(1.04:S)	24.1(0.86:S)	20.9(0.99:S)
132	15.8	34.9	8.8(1.80:S)	14.6(1.08:S)	5.7(2.75:S)	5.4(2.91:S)
133	16.5	34.9	9.9(1.67:S)	16.2(1.02:S)	7.1(2.31:S)	7.2(2.28:S)
134	17.8	34.9	8.8(2.02:S)	17.9(0.99:S)	8.7(2.06:S)	8.9(2.00:S)
135	17.5	34.9	9.9(1.77:S)	20.0(0.87:S)	12.6(1.38:S)	11.5(1.52:S)
136	18.2	34.5	11.5(1.58:S)	20.0(0.91:S)	20.5(0.89:S)	15.1(1.21:S)
137	18.8	34.5	13.6(1.38:S)	20.0(0.94:S)	22.4(0.84:S)	17.9(1.05:S)
138	19.4	34.5	16.6(1.17:S)	20.0(0.97:S)	22.7(0.85:S)	20.0(0.97:S)
139	17.2	31.0	9.6(1.79:S)	18.2(0.94:S)	5.3(3.23:S)	5.1(3.39:S)
140	17.7	31.0	10.7(1.65:S)	19.4(0.91:S)	6.7(2.63:S)	6.7(2.64:S)
141	17.0	31.0	9.6(1.77:S)	19.4(0.88:S)	8.2(2.07:S)	8.1(2.10:S)
142	16.3	31.0	10.7(1.52:S)	19.4(0.84:S)	12.7(1.28:S)	10.6(1.54:S)
143	20.9	34.7	13.3(1.57:S)	20.0(1.04:S)	20.9(1.00:S)	15.3(1.36:S)
144	19.8	34.7	15.4(1.27:S)	20.0(0.98:S)	23.0(0.85:S)	18.3(1.07:S)
145	21.1	34.7	18.4(1.15:S)	20.0(1.05:S)	23.5(0.90:S)	20.5(1.03:S)
146	24.6	74.6	16.3(1.51:S)	25.7(0.96:S)	25.1(0.98:S)	21.4(1.15:S)
147	28.4	74.6	19.6(1.45:S)	25.7(1.10:S)	25.7(1.10:S)	24.2(1.17:S)
148	32.8	74.6	26.6(1.23:S)	25.7(1.28:S)	25.7(1.28:S)	21.3(1.54:S)
149	38.3	74.6	27.0(1.34:S)	25.7(1.41:S)	25.7(1.41:S)	20.0(1.81:S)
150	38.0	75.4	14.7(2.10:S)	27.4(1.13:S)	17.0(1.81:S)	18.7(1.65:S)

表AA. 2(b) 鉄筋コンクリート部材のせん断強度式の検証結果2 (続き)

No.	Q <sub>exp</sub> [tf]	Q <sub>s</sub> [tf]	Q <sub>s</sub> [tf] (Q <sub>exp</sub> /min(Q <sub>s</sub> , Q <sub>s</sub> ): 破壊モード)			
			ACI式	NZS式	CEB式	CSA式
151	35.5	75.4	16.7(2.12:S)	34.7(1.02:S)	26.6(1.33:S)	24.6(1.44:S)
152	37.3	75.4	18.8(1.98:S)	37.3(1.00:S)	33.7(1.11:S)	28.1(1.33:S)
153	37.5	75.4	22.2(1.69:S)	37.3(1.00:S)	41.9(0.89:S)	34.7(1.08:S)
154	46.9	75.4	29.1(1.61:S)	37.3(1.26:S)	44.1(1.06:S)	41.0(1.15:S)
155	52.0	75.4	35.4(1.47:S)	37.3(1.39:S)	44.1(1.18:S)	41.0(1.27:S)
156	30.6	76.5	17.5(1.75:S)	31.1(0.99:S)	19.3(1.59:S)	21.9(1.29:S)
157	42.5	76.5	21.6(1.97:S)	37.3(1.14:S)	33.7(1.26:S)	34.0(1.25:S)
158	49.5	76.5	24.9(1.98:S)	37.3(1.33:S)	50.9(0.97:S)	43.4(1.14:S)
159	56.0	76.5	31.9(1.75:S)	37.3(1.50:S)	66.5(0.84:S)	55.1(1.02:S)
160	60.5	76.5	39.4(1.54:S)	37.3(1.62:S)	69.8(0.87:S)	63.3(0.96:S)
161	13.6	13.4	22.9(1.01:F)	22.5(1.01:F)	22.2(1.01:F)	19.2(1.01:F)
162	14.2	13.4	22.9(1.06:F)	22.5(1.06:F)	22.2(1.06:F)	19.2(1.08:F)
163	15.7	13.4	25.0(1.17:F)	30.3(1.17:F)	30.3(1.17:F)	20.9(1.17:F)
164	14.2	13.4	25.0(1.06:F)	30.3(1.06:F)	30.3(1.06:F)	20.9(1.06:F)
165	14.3	13.8	20.8(1.04:F)	32.8(1.04:F)	39.4(1.04:F)	35.1(1.04:F)
166	15.6	13.8	20.8(1.13:F)	32.8(1.13:F)	39.4(1.13:F)	35.1(1.13:F)
167	16.5	13.8	20.8(1.20:F)	28.8(1.20:F)	29.9(1.20:F)	25.5(1.20:F)
168	16.6	13.8	20.8(1.20:F)	32.8(1.20:F)	36.9(1.20:F)	30.5(1.20:F)
169	80.2	99.2	30.7(2.62:S)	66.0(1.21:S)	49.1(1.63:S)	50.2(1.60:S)
170	81.7	140.3	34.6(2.36:S)	60.3(1.36:S)	30.7(2.66:S)	31.9(2.56:S)
171	100.9	140.3	40.1(2.52:S)	79.1(1.28:S)	49.1(2.05:S)	50.2(2.01:S)
172	106.7	140.3	45.7(2.34:S)	80.3(1.33:S)	73.7(1.45:S)	64.2(1.66:S)
173	106.6	140.3	51.0(2.09:S)	80.3(1.33:S)	97.0(1.10:S)	74.9(1.42:S)
174	103.5	133.0	47.2(2.19:S)	80.3(1.29:S)	49.1(2.11:S)	50.7(2.06:S)
175	69.0	64.1	29.4(2.35:S)	64.7(1.08:F)	49.1(1.40:S)	48.4(1.42:S)
176	79.0	89.1	37.6(2.10:S)	77.2(1.02:S)	49.1(1.61:S)	48.4(1.63:S)
177	93.2	89.1	48.4(1.92:S)	80.3(1.16:S)	95.9(1.05:F)	71.7(1.30:S)
178	93.0	97.3	43.8(2.12:S)	80.3(1.16:S)	49.1(1.89:S)	48.4(1.92:S)
179	65.8	66.8	37.6(1.75:S)	77.2(0.99:F)	49.1(1.34:S)	48.4(1.36:S)
180	75.7	66.8	48.4(1.56:S)	80.3(1.13:F)	95.9(1.13:F)	71.7(1.13:F)

**Anexo No 2. Datos de la estructura de concreto analizada en el capítulo 5**

```
*****  
*  
*          S T A A D - III          *  
*          Revision: 20.0           *  
*          Proprietary Program of   *  
*          RESEARCH ENGINEERS, Inc. *  
*          Date=    APR  8, 1996    *  
*          Time=    9:15:50         *  
*  
*          USER ID: PROYECTOS TENSION *  
*****
```

1. STAAD PLANE EDIFICIO DE MUESTRA
2. INPUT WIDTH 72
3. UNIT METER MTON
4. JOINT COORDINATES
5. 1 0. 0. 0.; 2 4. 0. 0.; 3 6. 0. 0.; 4 12. 0. 0.; 5 0. 4. 0.; 6 4. 4. 0.
6. 7 6. 4. 0.; 8 12. 4. 0.; 9 0. 7.5 0.; 10 4. 7.5 0.; 11 6. 7.5 0.
7. 12 12. 7.5 0.; 13 0. 11. 0.; 14 4. 11. 0.; 15 6. 11. 0.; 16 12. 11. 0.
8. MEMBER INCIDENCES
9. 1 1 5; 2 2 6; 3 3 7; 4 4 8; 5 5 6; 6 6 7; 7 7 8; 8 5 9; 9 6 10; 10 7 11
10. 11 8 12; 12 9 13; 13 10 14; 14 11 15; 15 9 13; 16 10 14; 17 11 15
11. 18 12 16; 19 13 14; 20 14 15; 21 15 16
12. MEMBER PROPERTY AMERICAN
13. 12 TO 14 19 TO 21 PRI YD 0.9 ZD 0.45
14. 5 TO 7 PRI YD 1. ZD 0.45
15. 1 TO 4 8 TO 11 15 TO 18 PRI YD 0.6 ZD 0.6
16. CONSTANTS
17. E CONCRETE ALL
18. POISSON CONCRETE ALL
19. DENSITY CONCRETE ALL
20. SUPPORTS
21. 1 TO 4 FIXED
22. LOAD 1 CARGA VERTICAL
23. MEMBER LOAD
24. 5 TO 7 12 TO 14 19 TO 21 UNI Y 10.
25. LOAD 2 CARGA LATERAL
26. JOINT LOAD
27. 13 16 FX 33.
28. 9 12 FX 22.
29. 5 8 FX 12.
30. LOAD COMB 3 CARGA VERTICA MAYORADA
31. 1 1.4
32. LOAD COMB 4 CARGA VERTICAL MAS HORIZONTAL
33. 1 1.1 2 1.1
34. LOAD COMB 5 CARGA VERTICAL MAS HORIZONTAL (-1)
35. 1 1.1 2 -1.1
36. LOAD COMB 6 CM-SX
37. 1 1. 2 1.
38. LOAD COMB 7 CM-SX
39. 1 1. 2 -1.
40. PERFORM ANALYSIS

## MEMBER END FORCES      STRUCTURE TYPE = PLANE

-----  
ALL UNITS ARE -- MTON METE

MEMB	LOAD	JT	AXIAL	SHEAR-Y	SHEAR-Z	TORSION	MCM-Y	MCM-Z
1	1	1	-57.52	1.25	0.00	0.00	0.00	1.68
		5	57.52	-1.25	0.00	0.00	0.00	3.32
	2	1	-83.93	31.60	0.00	0.00	0.00	69.99
		5	83.93	-31.60	0.00	0.00	0.00	56.41
	3	1	-80.52	1.75	0.00	0.00	0.00	2.35
		5	80.52	-1.75	0.00	0.00	0.00	4.65
	4	1	-155.59	36.14	0.00	0.00	0.00	78.84
		5	155.59	-36.14	0.00	0.00	0.00	65.71
	5	1	29.06	-33.39	0.00	0.00	0.00	-75.14
		5	-29.06	33.39	0.00	0.00	0.00	-53.40
	6	1	-141.45	32.85	0.00	0.00	0.00	71.67
		5	141.45	-32.85	0.00	0.00	0.00	59.73
	7	1	26.42	-30.35	0.00	0.00	0.00	-63.31
		5	-26.42	30.35	0.00	0.00	0.00	-53.09
2	1	2	-91.40	-0.11	0.00	0.00	0.00	-0.10
		6	91.40	0.11	0.00	0.00	0.00	-0.33
	2	2	-26.42	36.42	0.00	0.00	0.00	76.21
		6	26.42	-36.42	0.00	0.00	0.00	69.49
	3	2	-127.97	-0.15	0.00	0.00	0.00	-0.14
		6	127.97	0.15	0.00	0.00	0.00	-0.46
	4	2	-129.61	39.95	0.00	0.00	0.00	83.72
		6	129.61	-39.95	0.00	0.00	0.00	76.08
	5	2	-71.48	-40.18	0.00	0.00	0.00	-83.94
		6	71.48	40.18	0.00	0.00	0.00	-76.80
	6	2	-117.83	36.32	0.00	0.00	0.00	76.11
		6	117.83	-36.32	0.00	0.00	0.00	69.16
	7	2	-64.98	-36.53	0.00	0.00	0.00	-76.31
		6	64.98	36.53	0.00	0.00	0.00	-69.82
3	1	3	-123.08	1.71	0.00	0.00	0.00	2.25
		7	123.08	-1.71	0.00	0.00	0.00	4.59
	2	3	59.38	36.03	0.00	0.00	0.00	75.69
		7	-59.38	-36.03	0.00	0.00	0.00	68.43
	3	3	-172.32	2.39	0.00	0.00	0.00	3.15
		7	172.32	-2.39	0.00	0.00	0.00	6.42
	4	3	-70.07	41.51	0.00	0.00	0.00	85.73
		7	70.07	-41.51	0.00	0.00	0.00	80.32
	5	3	-200.71	-37.75	0.00	0.00	0.00	-80.79
		7	200.71	37.75	0.00	0.00	0.00	-70.22
	6	3	-63.70	37.74	0.00	0.00	0.00	77.94
		7	63.70	-37.74	0.00	0.00	0.00	73.01
	7	3	-182.47	-34.32	0.00	0.00	0.00	-73.44
		7	182.47	34.32	0.00	0.00	0.00	-63.84

## MEMBER END FORCES      STRUCTURE TYPE = PLANE

-----  
ALL UNITS ARE -- MTON METE

MEMB	LOAD	JT	AXIAL	SHEAR-Y	SHEAR-Z	TORSION	MOM-Y	MOM-Z
4	1	4	-88.00	-2.85	0.00	0.00	0.00	-3.74
		8	88.00	2.85	0.00	0.00	0.00	-7.66
	2	4	50.97	29.95	0.00	0.00	0.00	67.84
		8	-50.97	-29.95	0.00	0.00	0.00	51.95
	3	4	-123.20	-3.99	0.00	0.00	0.00	-5.24
		8	123.20	3.99	0.00	0.00	0.00	-10.73
	4	4	-40.73	29.80	0.00	0.00	0.00	70.50
		8	40.73	-29.80	0.00	0.00	0.00	48.71
	5	4	-152.87	-36.08	0.00	0.00	0.00	-78.74
		8	152.87	36.08	0.00	0.00	0.00	-63.57
	6	4	-37.03	27.09	0.00	0.00	0.00	64.09
		8	37.03	-27.09	0.00	0.00	0.00	41.28
	7	4	-138.97	-32.30	0.00	0.00	0.00	-71.58
		8	138.97	32.30	0.00	0.00	0.00	-59.61
5	1	5	1.61	-19.10	0.00	0.00	0.00	-8.29
		6	-1.61	-20.90	0.00	0.00	0.00	11.90
	2	5	3.70	-42.20	0.00	0.00	0.00	-96.31
		6	-3.70	42.20	0.00	0.00	0.00	-72.49
	3	5	2.25	-26.74	0.00	0.00	0.00	-11.61
		6	-2.25	-29.26	0.00	0.00	0.00	16.65
	4	5	5.84	-67.43	0.00	0.00	0.00	-115.06
		6	-5.84	23.43	0.00	0.00	0.00	-66.66
	5	5	-2.31	25.41	0.00	0.00	0.00	96.82
		6	2.31	-69.41	0.00	0.00	0.00	92.83
	6	5	5.31	-61.30	0.00	0.00	0.00	-104.60
		6	-5.31	21.30	0.00	0.00	0.00	-60.60
	7	5	-2.10	23.10	0.00	0.00	0.00	83.02
		6	2.10	-63.10	0.00	0.00	0.00	84.39
6	1	6	1.40	-8.60	0.00	0.00	0.00	-10.85
		7	-1.40	-11.40	0.00	0.00	0.00	13.64
	2	6	0.91	-58.08	0.00	0.00	0.00	-56.19
		7	-0.91	58.08	0.00	0.00	0.00	-59.97
	3	6	1.96	-12.04	0.00	0.00	0.00	-15.19
		7	-1.96	-15.96	0.00	0.00	0.00	19.10
	4	6	2.54	-71.35	0.00	0.00	0.00	-73.74
		7	-2.54	51.35	0.00	0.00	0.00	-50.96
	5	6	0.55	54.43	0.00	0.00	0.00	49.88
		7	-0.55	-76.43	0.00	0.00	0.00	80.98
	6	6	2.31	-66.68	0.00	0.00	0.00	-67.04
		7	-2.31	46.68	0.00	0.00	0.00	-46.33
	7	6	0.50	49.48	0.00	0.00	0.00	45.35
		7	-0.50	-69.48	0.00	0.00	0.00	73.61
7	1	7	3.97	-30.95	0.00	0.00	0.00	-25.62
		8	-3.97	-24.05	0.00	0.00	0.00	19.90

## MEMBER END FORCES      STRUCTURE TYPE = PLANE

-----  
ALL UNITS ARE -- MTON METE

MEMB	LOAD	JT	AXIAL	SHEAR-Y	SHEAR-Z	TORSION	MCM-Y	MOM-Z
	2	7	-2.37	-25.35	0.00	0.00	0.00	-66.06
		8	2.37	25.35	0.00	0.00	0.00	-86.02
	3	7	5.56	-43.33	0.00	0.00	0.00	-35.86
		8	-5.56	-40.67	0.00	0.00	0.00	27.85
	4	7	1.75	-61.93	0.00	0.00	0.00	-100.84
		8	-1.75	-4.07	0.00	0.00	0.00	-72.74
	5	7	6.98	-6.17	0.00	0.00	0.00	44.49
		8	-6.98	-59.83	0.00	0.00	0.00	116.51
	6	7	1.59	-66.30	0.00	0.00	0.00	-91.67
		8	-1.59	-3.70	0.00	0.00	0.00	-66.12
	7	7	6.34	-5.61	0.00	0.00	0.00	40.44
		8	-6.34	-54.39	0.00	0.00	0.00	105.92
8	1	5	-38.42	2.86	0.00	0.00	0.00	4.97
		9	38.42	-2.86	0.00	0.00	0.00	5.03
	2	5	-41.73	23.30	0.00	0.00	0.00	39.89
		9	41.73	-23.30	0.00	0.00	0.00	41.67
	3	5	-53.78	4.00	0.00	0.00	0.00	6.96
		9	53.78	-4.00	0.00	0.00	0.00	7.04
	4	5	-88.16	28.77	0.00	0.00	0.00	49.35
		9	88.16	-28.77	0.00	0.00	0.00	51.36
	5	5	3.65	-21.49	0.00	0.00	0.00	-38.42
		9	-3.65	21.49	0.00	0.00	0.00	-40.31
	6	5	-80.15	26.16	0.00	0.00	0.00	44.86
		9	80.15	-26.16	0.00	0.00	0.00	46.69
	7	5	3.32	-20.45	0.00	0.00	0.00	-34.92
		9	-3.32	20.45	0.00	0.00	0.00	-36.64
9	1	6	-61.90	-0.31	0.00	0.00	0.00	-0.72
		10	61.90	0.31	0.00	0.00	0.00	-0.37
	2	6	-10.54	33.63	0.00	0.00	0.00	59.20
		10	10.54	-33.63	0.00	0.00	0.00	58.50
	3	6	-86.66	-0.44	0.00	0.00	0.00	-1.01
		10	86.66	0.44	0.00	0.00	0.00	-0.52
	4	6	-79.69	36.65	0.00	0.00	0.00	64.33
		10	79.69	-36.65	0.00	0.00	0.00	63.95
	5	6	-56.50	-37.33	0.00	0.00	0.00	-65.91
		10	56.50	37.33	0.00	0.00	0.00	-64.76
	6	6	-72.44	33.32	0.00	0.00	0.00	58.48
		10	72.44	-33.32	0.00	0.00	0.00	58.14
	7	6	-51.36	-33.94	0.00	0.00	0.00	-59.92
		10	51.36	33.94	0.00	0.00	0.00	-58.87
10	1	7	-80.73	4.28	0.00	0.00	0.00	7.38
		11	80.73	-4.28	0.00	0.00	0.00	7.58
	2	7	26.65	32.75	0.00	0.00	0.00	57.60
		11	-26.65	-32.75	0.00	0.00	0.00	57.02

## MEMBER END FORCES      STRUCTURE TYPE = PLANE

-----  
ALL UNITS ARE -- MTON METE

MEMB	LOAD	JT	AXIAL	SHEAR-Y	SHEAR-Z	TORSION	MCM-Y	MCM-Z
	3	7	-113.02	5.99	0.00	0.00	0.00	10.34
		11	113.02	-5.99	0.00	0.00	0.00	10.61
	4	7	-59.49	40.73	0.00	0.00	0.00	71.48
		11	59.49	-40.73	0.00	0.00	0.00	71.06
	5	7	-118.12	-31.32	0.00	0.00	0.00	-55.24
		11	118.12	31.32	0.00	0.00	0.00	-54.38
	6	7	-54.08	37.02	0.00	0.00	0.00	64.99
		11	54.08	-37.02	0.00	0.00	0.00	64.60
	7	7	-107.33	-28.47	0.00	0.00	0.00	-50.22
		11	107.33	28.47	0.00	0.00	0.00	-49.44
11	1	8	-58.95	-6.82	0.00	0.00	0.00	-12.23
		12	58.95	6.82	0.00	0.00	0.00	-11.64
	2	8	25.62	20.32	0.00	0.00	0.00	34.07
		12	-25.62	-20.32	0.00	0.00	0.00	37.04
	3	8	-82.51	-9.65	0.00	0.00	0.00	-17.13
		12	82.51	9.65	0.00	0.00	0.00	-15.29
	4	8	-36.66	-14.85	0.00	0.00	0.00	24.03
		12	36.66	14.85	0.00	0.00	0.00	27.95
	5	8	-93.01	-19.85	0.00	0.00	0.00	-50.94
		12	93.01	19.85	0.00	0.00	0.00	-53.53
	6	8	-33.31	13.50	0.00	0.00	0.00	21.84
		12	33.31	-13.50	0.00	0.00	0.00	25.41
	7	8	-84.53	-27.14	0.00	0.00	0.00	-46.31
		12	84.53	27.14	0.00	0.00	0.00	-43.68
12	1	9	0.81	-13.77	0.00	0.00	0.00	-10.83
		10	-0.81	-20.23	0.00	0.00	0.00	11.77
	2	9	12.85	-28.54	0.00	0.00	0.00	-63.02
		10	-12.85	28.54	0.00	0.00	0.00	-51.13
	3	9	1.15	-27.67	0.00	0.00	0.00	-15.17
		10	-1.15	-23.33	0.00	0.00	0.00	16.47
	4	9	15.03	-53.13	0.00	0.00	0.00	-81.24
		10	-15.03	9.13	0.00	0.00	0.00	-43.30
	5	9	-13.23	9.65	0.00	0.00	0.00	57.41
		10	13.23	-53.65	0.00	0.00	0.00	69.13
	6	9	13.67	-48.30	0.00	0.00	0.00	-73.85
		10	-13.67	6.30	0.00	0.00	0.00	-39.36
	7	9	-12.03	8.77	0.00	0.00	0.00	52.19
		10	12.03	-48.77	0.00	0.00	0.00	62.89
13	1	10	0.85	-11.52	0.00	0.00	0.00	-11.01
		11	-0.85	-8.48	0.00	0.00	0.00	7.97
	2	10	-1.20	-41.24	0.00	0.00	0.00	-40.11
		11	1.20	41.24	0.00	0.00	0.00	-42.38
	3	10	1.21	-15.13	0.00	0.00	0.00	-15.41
		11	-1.21	-11.87	0.00	0.00	0.00	11.15

## MEMBER END FORCES      STRUCTURE TYPE = PLANE

-----  
ALL UNITS ARE -- MTON METE

MEMB	LOAD	JT	AXIAL	SHEAR-Y	SHEAR-Z	TORSION	MCM-Y	MOM-Z
	4	10	-0.37	-58.04	0.00	0.00	0.00	-56.23
		11	0.37	36.04	0.00	0.00	0.00	-37.85
	5	10	2.27	32.70	0.00	0.00	0.00	32.01
		11	-2.27	-54.70	0.00	0.00	0.00	55.38
	6	10	-0.34	-52.76	0.00	0.00	0.00	-51.12
		11	0.34	32.76	0.00	0.00	0.00	-34.41
	7	10	2.07	29.72	0.00	0.00	0.00	29.10
		11	-2.07	-49.72	0.00	0.00	0.00	50.34
14	1	11	2.15	-29.84	0.00	0.00	0.00	-24.54
		12	-2.15	-30.16	0.00	0.00	0.00	25.49
	2	11	-14.74	-17.03	0.00	0.00	0.00	-46.46
		12	14.74	17.03	0.00	0.00	0.00	-55.75
	3	11	3.01	-42.78	0.00	0.00	0.00	-34.35
		12	-3.01	-42.22	0.00	0.00	0.00	35.68
	4	11	-13.84	-51.56	0.00	0.00	0.00	-78.09
		12	13.84	-14.44	0.00	0.00	0.00	-33.30
	5	11	18.56	-14.09	0.00	0.00	0.00	24.10
		12	-18.56	-51.91	0.00	0.00	0.00	89.36
	6	11	-12.59	-46.88	0.00	0.00	0.00	-70.99
		12	12.59	-13.12	0.00	0.00	0.00	-30.27
	7	11	16.89	-12.81	0.00	0.00	0.00	21.91
		12	-16.89	-47.19	0.00	0.00	0.00	81.24
15	1	9	-18.63	3.67	0.00	0.00	0.00	5.31
		13	18.63	-3.67	0.00	0.00	0.00	7.05
	2	9	-13.20	14.15	0.00	0.00	0.00	21.35
		13	13.20	-14.15	0.00	0.00	0.00	28.17
	3	9	-26.11	5.14	0.00	0.00	0.00	8.13
		13	26.11	-5.14	0.00	0.00	0.00	9.37
	4	9	-35.03	19.61	0.00	0.00	0.00	29.89
		13	35.03	-19.61	0.00	0.00	0.00	33.75
	5	9	-6.00	-11.52	0.00	0.00	0.00	-17.10
		13	6.00	11.52	0.00	0.00	0.00	-23.23
	6	9	-31.85	17.82	0.00	0.00	0.00	27.16
		13	31.85	-17.82	0.00	0.00	0.00	35.22
	7	9	-5.46	-10.48	0.00	0.00	0.00	-15.55
		13	5.46	10.48	0.00	0.00	0.00	-21.12
16	1	10	-30.15	-0.27	0.00	0.00	0.00	-0.39
		14	30.15	0.27	0.00	0.00	0.00	-0.54
	2	10	2.16	19.58	0.00	0.00	0.00	32.73
		14	-2.16	-19.58	0.00	0.00	0.00	35.79
	3	10	-42.21	-0.37	0.00	0.00	0.00	-0.55
		14	42.21	0.37	0.00	0.00	0.00	-0.76
	4	10	-30.78	21.24	0.00	0.00	0.00	35.58
		14	30.78	-21.24	0.00	0.00	0.00	38.77

## MEMBER END FORCES      STRUCTURE TYPE = PLANE

-----  
ALL UNITS ARE -- MTON METE

MEMB	LOAD	JT	AKIAL	SHEAR-Y	SHEAR-Z	TORSION	MOM-Y	MOM-Z
	5	10	-35.54	-21.83	0.00	0.00	0.00	-36.44
		14	35.54	21.83	0.00	0.00	0.00	-39.96
	6	10	-27.93	19.31	0.00	0.00	0.00	32.34
		14	27.93	-19.31	0.00	0.00	0.00	35.25
	7	10	-32.31	-19.34	0.00	0.00	0.00	-33.12
		14	32.31	19.34	0.00	0.00	0.00	-36.33
17	1	11	-42.41	5.56	0.00	0.00	0.00	8.99
		15	42.41	-5.56	0.00	0.00	0.00	10.43
	2	11	2.44	19.21	0.00	0.00	0.00	31.81
		15	-2.44	-19.21	0.00	0.00	0.00	35.44
	3	11	-59.77	7.79	0.00	0.00	0.00	12.59
		15	59.77	-7.79	0.00	0.00	0.00	14.67
	4	11	-43.97	27.26	0.00	0.00	0.00	44.88
		15	43.97	-27.26	0.00	0.00	0.00	50.51
	5	11	-49.33	-18.02	0.00	0.00	0.00	-25.10
		15	49.33	18.02	0.00	0.00	0.00	-27.45
	6	11	-39.97	24.73	0.00	0.00	0.00	40.80
		15	39.97	-24.73	0.00	0.00	0.00	45.92
	7	11	-44.85	-13.65	0.00	0.00	0.00	-22.82
		15	44.85	13.65	0.00	0.00	0.00	-24.96
13	1	12	-28.79	-8.97	0.00	0.00	0.00	-13.85
		16	28.79	8.97	0.00	0.00	0.00	-17.56
	2	12	8.59	12.06	0.00	0.00	0.00	13.71
		16	-8.59	-12.06	0.00	0.00	0.00	26.99
	3	12	-40.31	-12.56	0.00	0.00	0.00	-19.39
		16	40.31	12.56	0.00	0.00	0.00	-24.53
	4	12	-22.22	4.49	0.00	0.00	0.00	5.35
		16	22.22	-4.49	0.00	0.00	0.00	10.38
	5	12	-41.22	-24.23	0.00	0.00	0.00	-35.81
		16	41.22	24.23	0.00	0.00	0.00	-49.00
	6	12	-20.20	4.09	0.00	0.00	0.00	4.86
		16	20.20	-4.09	0.00	0.00	0.00	9.44
	7	12	-37.38	-12.03	0.00	0.00	0.00	-32.56
		16	37.38	12.03	0.00	0.00	0.00	-44.55
19	1	13	-3.67	-18.65	0.00	0.00	0.00	-7.05
		14	3.67	-21.35	0.00	0.00	0.00	12.45
	2	13	18.85	-13.20	0.00	0.00	0.00	-28.17
		14	-18.85	13.20	0.00	0.00	0.00	-24.81
	3	13	-5.14	-28.89	0.00	0.00	0.00	-9.87
		14	5.14	-28.89	0.00	0.00	0.00	17.43
	4	13	16.69	-35.03	0.00	0.00	0.00	-38.75
		14	-16.69	-35.97	0.00	0.00	0.00	-13.37
	5	13	-24.73	-6.00	0.00	0.00	0.00	23.23
		14	24.73	-38.00	0.00	0.00	0.00	40.77

## MEMBER END FORCES      STRUCTURE TYPE = PLANE

-----  
ALL UNITS ARE -- MTON METE

MEMB	LOAD	JT	AXIAL	SHEAR-Y	SHEAR-Z	TORSION	MOM-Y	MOM-Z
	6	13	15.18	-31.85	0.00	0.00	0.00	-35.22
		14	-15.18	-3.15	0.00	0.00	0.00	-12.16
	7	13	-22.52	-5.46	0.00	0.00	0.00	21.12
		14	22.52	-34.54	0.00	0.00	0.00	37.06
20	1	14	-3.41	-8.80	0.00	0.00	0.00	-11.91
		15	3.41	-11.20	0.00	0.00	0.00	14.32
	2	14	-0.73	-11.03	0.00	0.00	0.00	-11.18
		15	0.73	-11.03	0.00	0.00	0.00	-10.88
	3	14	-4.77	-12.32	0.00	0.00	0.00	-16.63
		15	4.77	-15.68	0.00	0.00	0.00	20.04
	4	14	-4.55	-21.81	0.00	0.00	0.00	-25.40
		15	4.55	-0.19	0.00	0.00	0.00	3.73
	5	14	-2.95	2.46	0.00	0.00	0.00	-0.81
		15	2.95	-24.46	0.00	0.00	0.00	27.72
	6	14	-4.14	-19.63	0.00	0.00	0.00	-23.09
		15	4.14	-0.17	0.00	0.00	0.00	3.43
	7	14	-2.63	2.23	0.00	0.00	0.00	-0.74
		15	2.63	-22.23	0.00	0.00	0.00	25.20
21	1	15	-8.97	-31.21	0.00	0.00	0.00	-24.60
		16	8.97	-13.79	0.00	0.00	0.00	17.56
	2	15	-19.94	-8.59	0.00	0.00	0.00	-24.56
		16	19.94	8.59	0.00	0.00	0.00	-26.93
	3	15	-12.53	-43.69	0.00	0.00	0.00	-34.72
		16	12.53	-40.31	0.00	0.00	0.00	24.53
	4	15	-31.81	-43.78	0.00	0.00	0.00	-54.29
		16	31.81	-22.22	0.00	0.00	0.00	-10.33
	5	15	12.07	-24.83	0.00	0.00	0.00	-0.26
		16	-12.07	-41.12	0.00	0.00	0.00	49.00
	6	15	-28.91	-39.80	0.00	0.00	0.00	-49.36
		16	28.91	-20.10	0.00	0.00	0.00	-0.44
	7	15	10.97	-22.62	0.00	0.00	0.00	-0.24
		16	-10.97	-37.33	0.00	0.00	0.00	44.53

\*\*\*\*\* END OF LATEST ANALYSIS RESULT \*\*\*\*\*