45
2ej

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

"INSTRUMENTOS DERIVADOS BAJO LA PERSPECTIVA DE LAS SERIES DE TIEMPO"

T E S I S

Que para obtener el título de

A C T U A R I A

p r e s e n t a

CRISTINA GUERRERO GALVAN

Director de Tesis: M. en F. Beatriz Valadez Bautista

México, D. F. 1997

VNIVERSDAD NACIONAL
AVFNºMA DE
MEXICO

M. en C. Virginia Abrín Batule
Jefe de la División de Estudios Profesionales de la
Facultad de Ciencias
P r e s e n t e

Comunicamos a usted que hemos revisado el trabajo de Tesis:

"INSTRUMENTOS DERIVADOS BAJO LA PERSPECTIVA DE LAS SERIES DE TIEMPO"

realizado por GUERRERO GALVAN CRISTINA

con número de cuenta 9039779-4 , pasante de la carrera de ACTUARIA

Dicho trabajo cuenta con nuestro voto aprobatorio.

Atentamente

Director de Tesis Propietario	M. EN F. BEATRIZ VALADEZ BAUTISTA
Propietario	M. EN E. FRANCISCO SANCHEZ VILLARREAL
Propietario	ACT. ADRIANA RODRIGUEZ DOMINGUEZ
Suplente	ACT. ANNUAR SESMA GARCIA
Suplente	ACT. YOLANDA CALIXTO GARCIA

Consejo Departamental de Matemáticas

DEDICATORIAS

A: MI FAMILIA, GRACIAS A ELLOS HE LOGRADO ESTA GRAN META.

MIS MAESTROS, POR FORMARME COMO PROFESIONISTA
Y EN ESPECIAL A MI ASESORA DE TESIS BEATRIZ VALADEZ
POR EL TIEMPO QUE ME DEDICO.

MIS AMIGOS POR SU APOYO.

INDICE

INDICE

Capitulo III
"Predicción De Desviaciones Estándar"

Capitulo IV
"Análisis De Tendencia De Precios"

Capítulo V
"Evidencia Contra La Eficiencia En Un Mercado De Futuros"

INDICE

INTRODUCCION.

Debido a la importancia de los precios financieros y el interés de la gente por conocer los valores futuros, surge la necesidad de desarrollar modelos para tratar de pronosticar dichos valores.

Existen distintos modelos conocidos para poder predecir y estimar los valores futuros de las series de tiempo en finanzas, reconociendo el comportamiento de los series de futuros y opciones, podemos ajustar distintos modelos según su tendencia, identificando su autocorrelación, siguiendo los resultados de la caminata aleatoria, etc.

La Identificación de los modelos óptimos para pronosticar los valores futuros, según la serie de datos que se tengan registrados, para poder llegar a una óptima predicción de la desviación estándar y poder realizar un análisis del riesgo de las inversiones.

Teniendo en cuenta estos factores podemos llegar a tener una mayor visión para poder realizar buenas inversiones.

Objetivos Capitulares

Capitulo I

Dar una visión general de lo que son las series de tiempo en finanzas y los modelos que comúnmente se utilizan para describirlos, así como también una pequeña introducción a la teoria de mercados eficientes.

Capitulo II

Trata de los efectos de la estacionalidad sobre las series de tiempo por los cual podemos observar variaciones para diferentes días de la semana y diferentes meses, se discuten importantes características de los retornos obtenidos de resultados empíricos.

Capitulo III

Este capitulo describe algunos modelos para las varianzas de los retornos, para predecir las desviaciones estándar de retornos futuros, hace varias comparaciones y recomienda el método más conveniente.

Capitulo IV

Los modelos de tendencia de precios son ahora, utilizados para predecir retornos, siguiendo los resultados de la caminata aleatoria.

Capitulo V

Ahora las tendencias de modelos de precios son utilizadas para construir reglas de comercio, que son comparadas con las mejores estrategias de inversión cuando se cree que la eficiencia del mercado es cierta.

Capitulo VI

Este capitulo nos muestra como los modelos de varianza desarrollados en el capitulo III y los modelos de tendencias de precios en el capitulo IV tienen fuertes implicaciones para comerciar opciones.

Capitulo I

"Series de Tiempo en Finanzas"

CAPITULO I

"SERIES DE TIEMPO EN FINANZAS"

I.1Generalidades

Las series de tiempo en finanzas no están conformadas de acuerdo a los requerimientos usuales para el análisis de series de tiempo ortodoxas. Además la innovación en este estudio es el desarrollo de métodos apropiados para analizar dichas series, estos métodos tienen que ver con problemas estadísticos causados por los aparentes variaciones de precios día con día.

En este capítulo veremos la teoría elemental acerca del mercado financiero así como algunos modelos para las series de tiempo.

I.2 Series de Tiempo

El análisis de las series de tiempo es un método cuantitativo utilizado para detectar patrones de cambio en la información estadística durante intervalos regulares de tiempo, proyectando estos patrones se obtiene una estimación para el futuro, que nos ayuda a tener una visión de la incertidumbre acerca del futuro.

Los precios en finanzas atraen nuestra atención debido a que en todos los medios de comunicación se nos informan siempre los valores de los precios de índices, monedas, metales etc, y en que periodo de tiempo los precios tienden a subir o a bajar.

Con frecuencia se desea monitorear el comportamiento de los precios y tratar de entender el probable desarrollo de precios en el futuro o predecirlos.

Es así como las series de números basados en precios financieros se les llama **Series De Tiempo En Finanzas**, cuyo objetivo es entender como se comportan los precios.

Los métodos estadísticos son el camino mas común para investigar el comportamiento de precios, ya que, como a futuro son desconocidos necesitan ser descritos por una distribución de probabilidad, que abarque todos los desenlaces posibles.

Esto nos provee una forma de anticipar y tal vez de evadir el riesgo de un cambio adverso muy grande en los precios.

I.3 El Mercado Financiero

Las acciones, mercancías, monedas, y otros bienes son comerciados en el mercado financiero, uno de los motivos mas importantes para comerciarlos es la reducción del riesgo en la inversión personal o de corporaciones. Se consideran también los mercados en donde los precios cambian frecuentemente y la inversión produce un cierto retorno.

El tamaño de un mercado puede ser medido por el valor de los bienes comerciados, de ahí que los mas grandes están en New York, Chicago, Londres.

El mercado "Spot" (al contado), es usado para transacciones de bienes de contado, que principalmente son acciones o también los productores de materias primas usan el mercado "spot" para vender directamente a los consumidores y manufactureros.

Un contrato "Forward" (adelantado) es cualquiera cuya liquidación se difiere hasta una fecha posterior estipulada en el mismo. la diferencia entre futuros y forwards es que, el primero es un contrato estandarizado y negociable mientras que un forward es un acuerdo bilateral individual entre dos partes.

El mercado de futuros permite a la gente acordar un precio para intercambiar bienes a una fecha posterior, que puede ser de varios meses. El comprador de un contrato de futuros puede venderlo antes de la fecha de entrega y evadir un intercambio fiscal sobre los bienes comprados. Los inversionistas pueden respaldar sus predicciones comerciando con futuros, y pueden reducirse substancialmente muchos riesgos, en una actividad llamada **arbitraje**.

Una opción da a su propietario el derecho a comprar o vender un bien subyacente a una fecha acordada y a una tasa previamente fijada y se puede ejercer o no.

I.4 Hipótesis del Mercado

La predicción de los precios puede no ser fácil. La investigación acerca de la predicción de los precios ha sido muy extensa y frecuentemente basada en análisis empíricos y otro tipo de información, queriendo responder a estas preguntas:

-¿Cuánto vale hoy?
-¿Cuánto y cómo se mueven las variables que determinan su valor?

Hipótesis de la caminata aleatoria "Random Walk H."

Todas las predicciones se basan en información pasada, si nosotros queremos predecir el precio de mañana podemos ver el precio de hoy o varios precios de días anteriores y tal vez información adicional, el criterio usual estadístico para evaluar las predicciones es su error cuadrático medio $e = E(\hat{y} - y)^2$, que es el valor al cuadrado de la diferencia entre el valor estimado y el observado. La hipótesis de la caminata aleatoria nos dice que los cambios de los precios son en cierta forma aleatoria pero los precios varían en una forma completamente impredecible, consecuentemente las predicciones basadas en el precio de hoy no pueden ser mejoradas con usar la información en precios anteriores.

Eficiencia débil del mercado

Cuando un proceso estocástico posee la propiedad de Markov, es decir cuando su estado actual es la única variable necesaria para predecir su futuro; su estado anterior y su evolución histórica no afectan a las predicciones sobre su futuro. La suposición convencional es que los activos financieros siguen procesos de Markov y toda la información que afecta su precio esta contenida en su valor actual; no podemos hacer predicciones sobre su evolución ni obtener información adicional sobre la forma de distribución de sus probabilidades basándonos en el pasado ya que la variable actual es la única que cuenta, aunque si podemos utilizar el pasado para obtener información de naturaleza estadística, como su desviación estándar.

Hipótesis del Mercado Eficiente

Cuando los precios se comportan como una caminata aleatoria la única información relevante en las series de precios recientes y pasados, para los comerciantes, es la mas reciente. Un mercado es llamado "perfectamente eficiente" si los precios reflejan completamente información viable, así los precios se ajustan instantáneamente cuando nueva información se vuelve viable. Para algunos activos un mercado será llamado "eficiente" si los resultados obtenidos usando cierta información para comerciar no es mejor que los resultados obtenidos por usar la información que ayuda a decidir la óptima cantidad del activo en un portafolio estático. Los resultados son medidos por medio del ajuste del riesgo del retorno neto de los costos; los costos incluyen comisión, impuestos, y cualquier otros pagos por obtener información. Los ajustes del riesgo son esenciales para asegurarse de que las estrategias de comercio son comparadas con inversiones alternativas igualmente riesgosas. Si el mercado es eficiente con respecto a esta información decimos que la hipótesis del mercado eficiente es cierta, de otra forma la hipótesis es falsa, esta es la debilidad de la hipótesis, cuando se incluye toda la información pública relevante acerca de los activos nos lleva a una forma semi-fuerte de la hipótesis, cuando se incluye la información privada entonces nos da la forma fuerte de la hipótesis. La regla más importante en la investigación académica es la regla filtro de **Alexander**, esta regla asume la existencia de tendencia de los precios, es decir, suponer que un activo es comprado en el día numero i, y es luego vendido en el día j en el cual el precio es x por ciento menos que el precio mas alto entre los días i y j-1, luego el precio es x por ciento mas que el ultimo precio o después del día j entonces el activo es otra ves comprado, el parámetro x está usualmente en el rango de 0.5 a 0.25. Esta es la intención de comprar cuando se cree que una tendencia a la alza ha empezado y luego vender tan pronto como haya suficiente evidencia de que hay una tendencia a la baja. Los resultados del comercio dependen del tipo de mercado y también de los resultados de la prueba de la caminata aleatoria.

I.5 Retornos

Un análisis estadístico directo de precios financieros es muy dificil, porque consecutivamente los precios no son estacionarios, están altamente correlacionados y sus varianzas crecen con el tiempo. En consecuencia es mas conveniente analizar los cambios en los precios. Los resultados de los cambios en los precios pueden ser fácilmente usados para dar resultados apropiados para los precios.

Sea Z_t el precio en el día t, y sea d_t el dividendo pagado durante el día t; d_t será distinto de cero únicamente para acciones y solo en algunos días de cada año. Tres tipos de cambios de precios han sido usados:

$$X_t^* = Z_t + d_t - Z_{t-1},$$
$$X_t = \log(Z_t + d_t) - \log(Z_{t-1}),$$
$$X'_t = (Z_t + d_t - Z_{t-1}) / Z_{t-1}$$

La primer diferencia X_t^* depende de las unidades del precio, así las comparaciones entre las series es muy difícil, otra desventaja es que sus varianzas son proporcionales al nivel del precio, por estas razones ni X_t o X'_t son estudiadas en la investigación moderna.

Una unidad invertida en $1/Z_{t-1}$ artículos al precio de Z_{t-1} ,vale:

$$(Z_t + d_t) / Z_{t-1} = 1 + X'_t = 1 + X_t + \tfrac{1}{2}X_t^2 + \ldots$$

X_t' es la tasa de retorno de un día obtenida en la inversión, mientras que X_t es la tasa de retorno continua. De esta forma vemos que X_t y X'_t son casi iguales ya que ambas están en el rango -0.1 a 0.1. Algunos investigadores prefieren investigar el retorno compuesto X_t, y otros el retorno simple X'_t, aquellos que han estudiado ambos encuentran que las conclusiones importantes son las mismas para cada tipo de retorno.

Existen dos razones para preferir la definición compuesta. Primera que las generalizaciones de la continuidad son más fáciles que las discretas y segunda los retornos de más de un día son simples funciones de retornos de un día. Una unidad de dinero vale para el final del día t+1:

$\exp(X_t + X_{t+1}) = (1+X'_t)(1+ X'_{t+1})$ ignorando los dividendos, los retornos de dos días son:

$$X_{t+1,2} = \log(Z_{t+1}) - \log(Z_{t-1}) = X_t + X_{t+1}$$

y $$X'_{t+1,2} = (Z_{t+1} - Z_{t-1}) / Z_{t-1} = X'_t + X'_{t+1} + X'_t X'_{t+1}.$$

Todas las definiciones de retornos dadas, nos dan resultados nominales, esto es porque ignoran la inflación. Los llamados retornos reales son los que

toman en cuenta la inflación pero no pueden ser calculados sensiblemente para series diarias por lo que se acepta la convención de tomar los retornos nominales. Las definiciones de retorno también ignoran los márgenes de comercio, esto no se considera importante. Si una unidad monetaria es usada para financiar una compra de g/Z_{t-1} artículos, con g>1, un día después la inversión valdrá:

$$1 + g(Z_t + d_t - Z_{t-1})/ Z_{t-1} = 1 + gx'_t = 1 + g((\exp X_t) - 1)$$

I.6 Modelos

Los precios financieros y retornos son determinados por varias decisiones políticas, corporativas o individuales. Un modelo para precios o retornos es una descripción detallada de como son determinados los precios o retornos, dicha descripción debe de contener suficientes detalles para que sea un modelo que pueda ser usado para simular precios. Debido a esto un buen modelo debe describir todas las propiedades conocidas de los precios registrados. Los modelos han sido construidos usando conceptos estadísticos, económicos y de otras ciencias. Aquí los modelos serán construidos estudiando series de tiempo de datos de los precios , para obtener un descripción probabilística del comportamiento de los precios. Se espera que los modelos satisfagan cinco criterios.

1. Los modelos deben ser consistentes con los precios anteriores.
2. Las hipótesis implicadas por un modelo también deben ser manejables para pruebas rigurosas, así el modelo es confiable, ya que un modelo potencialmente fiable es llamado un modelo científico.
3. Deben ser tan simples como sea posible, pocos parámetros son preferibles a muchos, esto se llama el principio de "parsimov"
4. Debe de proveer predicciones de precios y retornos futuros, los cuales son estadísticamente óptimos asumiendo que el modelo es correcto, es aun mejor si las distribuciones de probabilidad para los precios futuros puede ser calculada.
5. Si el modelo puede ser usado para agregar toma de decisiones racionales

Un modelo satisfactorio tendrá aplicaciones para comerciar un activo considerado y para poner precio a opciones y comerciarlo en una fecha posterior. La simulación del modelo puede indicar las mejores formas de tomar decisiones.

Procesos Estocásticos

Una variable cuyo valor evoluciona en el tiempo de manera aleatoria sigue un proceso estocástico.

Observaciones Generales

Suponer que $\{x_1,x_2,x_3,\ldots,x_n\}$ es una serie de tiempo univariada, y que x_t, es un número registrado en el tiempo t y las observaciones son viables para n tiempos consecutivos, antes de un tiempo t en particular, el valor de x_t será ciertamente desconocido. Se considera que x_t es el valor de una variable aleatoria X_t. Una secuencia de variable aleatorias $\{X_1,X_2,X_3,\ldots X_n,\ldots\}$ es un proceso estocástico en el que quisiéramos incluir variables para todos los tiempos en una escala infinita.

El análisis de la series de tiempo es el arte de especificar el proceso estocástico más parecido o que pudiera haber generado una serie de tiempo observada.

Procesos Estacionarios

Cualquier proceso estocástico tendrá parámetros tales como la media de X_t ,no será posible hacer estimaciones reales de los parámetros si cambian completamente al progreso del tiempo. Los modelos mas prácticos son aquellos en donde el valor de los parámetros permanecen constantes, esto sucederá si en cualquier distribución multivariada de la X_t no depende del tiempo.

Se dice que un proceso estocástico es estrictamente estacionario si para todo entero i,j y todo entero positivo k la función de distribución multivariada de $(X_i,X_{i+1},\ldots,X_{i+k-1})$ es idéntica a la de $(X_j,X_{j+1},\ldots,X_{j+k-1})$ En la práctica es posible probar algunas de las consecuencias de asumir que un proceso es estrictamente estacionario. Dos consecuencias son de particular importancia.

1. Como X_i y X_j tienen distribuciones idénticas, sus medias son idénticas, así $E(X_t)$ es igual a alguna constante μ.
2. Como las parejas $(X_i, X_{i+\tau})$ y $(X_j, X_{j+\tau})$ tienen idéntica distribución bivariada, se tiene que las autocovarianzas son:

$$cov(X_t, X_{t+\tau}) = E\{(X_t - \mu.)(X_{t+\tau} - \mu)\} = \lambda_\tau$$

dependiendo de el ajuste de tiempo de τ, para toda τ.En particular X_t tiene varianza constante λ_o.

Un proceso estocástico cuyo primer y segundo orden de momentos (medias, varianzas y covarianzas) no cambian con el tiempo entonces se dice que es estacionario. Los procesos estocásticos para precios financieros no son estacionarios generalmente, la inflación y los valores esperados de los precios crecen con el progreso del tiempo, las varianzas de los precios crecen con el tiempo. Si $\{Z_t\}$es un modelo para precios o sus logaritmos y si $\eta_t = Z_t - Z_{t-1}$ no es correlacionado con Z_{t-1} y tiene varianza positiva, entonces.

$Var(Z_t) = var(Z_{t-1} + \eta_t) = var(Z_{t-1}) + var(\eta_t) > var(Z_{t-1})$ por lo que las varianzas dependen de t.

Autocorrelación

La correlación entre dos variables aleatorias X_t y $X_{t+\tau}$ obtenida de un proceso estacionario es llamada la autocorrelación del ajuste τ , será denotado por ρ_τ. Como X_t y $X_{t+\tau}$ ambas tienen varianzas igual a λo,

$$\rho_\tau = cov(X_t , X_{t+\tau})/\lambda_o = \frac{\lambda_\tau}{\lambda_o}$$

Claramente $\rho_o = 1$, además ρ_τ esta definida para todo entero τ y como ρ_τ es un coeficiente de correlación esta en el rango de -1 a 1.

Una propiedad importante de la autocorrelación de un proceso estacionario es que son suficientes para obtener la predicción lineal optima cuando la media y el error cuadrado medio sean óptimos.

Densidad Espectral

La autocorrelación ρ_τ y la varianza λ_o resumen el segundo orden de momentos de un proceso estacionario, otra representación del segundo orden de momentos es la función de densidad espectral, que es definida como:

$$s(\omega) = \frac{\lambda_0}{2\pi} + \frac{1}{\pi}\sum_{\omega=0}^{2\pi} \lambda_\tau \cos(\tau\omega) \qquad \tau > 0$$

la integral de $s(\omega)$ sobre el intervalo 0 a 2Π es λ_o, altos valores de $s(\omega)$ pueden indicar comportamiento cíclico con frecuencia ω con el periodo de un ciclo de $2\Pi/\omega$ unidades tiempo.

"White noise"

Es un proceso estacionario y no correlacionado porque su función de densidad espectral es igual a un valor constante para todas las frecuencias ω. Es importante que cuando se modelen retornos financieros se aprecie que si $\{X_t\}$ es "white noise" entonces, X_i y X_j no son necesariamente independientes para $i \neq j$.

White noise estricto, cuando las variables tienen distribuciones idénticas y son independientes.

Proceso (ARMA) Media Móvil Autorregresiva

Primero se considera un proceso $\{X_t\}$ definido como:

$$X_t - \mu = a(X_{t-1} - \mu) + \varepsilon_t$$

X_t linealmente dependiente de X_{t-1} y de las innovaciones ε_t. $\{X_t\}$ es un proceso autorregresivo de orden 1 y es estacionario si satisface la desigualdad $| a | <1$, como es un proceso estacionario $E[X_t] = E[X_{t-1}]$ y $E[\varepsilon_t] = 0$, se sigue inmediatamente que el parámetro para la media es simplemente $\mu = E[X_t]$ y su varianza $\lambda_o = var(\varepsilon_t)/(1-a^2)$.

Se obtienen buenos resultados usando el operador B definido por $B\alpha_t = \alpha_{t-1}$ para toda serie infinita de variables o números $\{\alpha_t\}$ en particular $B^k X_t = X_{t-k}$ y $B^k\mu = \mu$ para todo entero positivo k.

Entonces la ecuación puede ser reescrita como:

$(1 - aB)(X_t - \mu) = \varepsilon_t$ y como $| a | <1$,

$$\frac{1}{1-aB} = \sum_{i=0}^{\infty} (aB)^i$$

entonces:

$$X_t - \mu = \frac{1}{1-aB}\varepsilon_t = \sum_{i=0}^{\infty}(aB)^i \varepsilon_t = \sum_{i=0}^{\infty} a^i\, \varepsilon_{t-i}$$

Multiplicando la ecuación por $X_{t-\tau} - \mu$ y tomando su esperanza nos da los siguiente

$\lambda_\tau = a\lambda_{\tau-1} + E[\varepsilon_t\ (X_{t-\tau} - \mu)\ ]$ como $X_{t-\tau} - \mu = \sum a^i\, \varepsilon_{t-\tau-i}$ y ε_t es "white noise" cualquier término tiene esperanza cero para $\tau + i > 0$ entonces se simplifica a:

$$\lambda_\tau = a\lambda_{\tau-1} \qquad (\forall\ \tau > 0)$$

y consecuentemente $\lambda_\tau = a^\tau\, \lambda_0$. Un proceso AR(1) tiene autocorrelación $\rho_\tau = a^\tau$.

Segundo: consideramos el proceso $\{X_t\}$ definido como:

$$X_t = \mu + \varepsilon_t + b\varepsilon_{t-1}$$

Ahora X_t es una función lineal e inmediatamente precedida por las innovaciones. Este proceso es llamado media móvil de orden 1, MA(1). Siempre es estacionario con media μ y si $|\ b\ | < 1$, como y supone que, las predicciones optimas pueden ser calculadas. Las varianzas de X_t y de ε_t denotadas como λ_0 y σ^2 respectivamente con $\lambda_0 = (1 + b^2)\,\sigma^2$ la covarianza es simplemente:

$$\lambda_\tau = \text{cov}\,(X_t, X_{t-\tau}) = E[(\ \varepsilon_t + b\varepsilon_{t-1})(\varepsilon_{t+\tau} + b\varepsilon_{t+\tau-1})]$$

la cual será cero siempre que $\tau > 1$, y que $\lambda_1 = b\sigma^2$ consecuentemente la autocorrelación de un proceso MA(1) es:

$$\rho_1 = b/1+b^2 \qquad\qquad \rho_\tau = 0 \quad \forall\ \tau \geq 2$$

Tercero, se considera la combinación natural de los modelos AR(1) y MA(1).

$$X_t - \mu = a(X_{t-1} - \mu) + \varepsilon_t + b\varepsilon_{t-1}$$

este modelo mixto es un proceso autorregresivo -media móvil denotado ARMA(1,1) y es usada para modelar varias series de retornos. Solo se consideran los modelos para los cuales $| a | < 1$, que $\{X_t\}$ sea estacionario y $| b | < 1$ la media es μ nuevamente y usando el operador B el modelo es representado por.

$$(1- aB)(X_t - \mu) = (1+bB)\ \varepsilon_t$$

Un modelo de movimiento promedio está dado por:

$$X_t - \mu = \{(1 +bB)/(1- aB)\}\varepsilon_t (\textstyle\sum_{i=0}^{\infty} a^i B^i)(1+ bB)\ \varepsilon_t = \varepsilon_t + (a +b) \textstyle\sum_{i=0}^{\infty} a^{i-1}\ \varepsilon_{t-j}$$

Del mismo modo un modelo puro autorregresivo puede ser obtenido,

$$((1-aB)/(1+bB))(X_t - \mu) = (1-aB)\{ \textstyle\sum_{i=0}^{\infty}(-b\,B)^i\}(X_t - \mu) = \varepsilon_t$$

Simplificado tenemos:

$$X_t -\mu = (a + b) \textstyle\sum_{i=0}^{\infty}(-b\,)^{i-1}\ (X_{t-i} -\mu) + \varepsilon_t$$

Es obvio que cualquier producto $(X_{t-\tau} -\mu)\ \varepsilon_{t-j}$ tiene esperanza cero si $\tau > j$, esto significa que si multiplicamos la ecuación de la combinación de ambos modelos AR(1) y MA(1) por $X_{t-\tau} -\mu$ y tomamos su esperanza,
$\lambda_\tau = a\lambda_{\tau-1}$ para $\tau \geq 2$, para $\tau = 1$ y $\tau = 0$ tenemos respectivamente:

$$\lambda_1 = a\lambda_o + b\sigma^2$$
$$\lambda_o = a\lambda_1 + (1 + ab + b^2)\ \sigma^2,$$

eliminando $\sigma^2 = var\ (\varepsilon_t\ )$ de las ecuaciones, la autocorrelación del proceso ARMA(1,1) es:

$$\rho_\tau = \{((1 + ab)(a + b))/(1 + 2ab + b^2)\}a^{\tau-1} \qquad \tau \geq 1$$

esta cae dentro del rango $\rho_{\tau+1}/\rho_{\tau} = a \quad \tau \geq 1$, como en el proceso AR(1) pero a diferencia de este el proceso MA(1) tiene $\rho_1 \neq a$ si $b \neq 0$. Aunque solo estaremos interesados en los modelos en los cuales $a > 0$, $b < 0$ y
$a > | b |$ entonces ρ_1 puede ser mucho menos que a si $a + b$ es un numero chico.

La optima predicción lineal de X_{t+1} como un función de variables aleatorias para el tiempo t o antes puede ser deducida por la ecuación simplificada del modelo autorregresivo. Como ε_{t+1} no es correlacionado con cada X_s y ε_s $s \leq t$ el error cuadrado medio de una predicción lineal debe ser al menos la varianza de ε_{t+1} . Este valor mínimo es conseguido con sustituir cero por la innovación ε_{t+1} en una ecuación definiendo X_{t+1}. Con remplazar cada t en la misma ecuación por t+1, es deducido que la predicción lineal optima de X_{t+1} es.

$$F_{t,1} = \mu + (a + b) \sum_{i=1}^{\infty} (-b)^{i-1}(X_{t-i+1} - \mu)$$

simplificando

$$F_{t,1} = \mu + (a + b) (X_t-\mu) - b(F_{t-1,1} - \mu) \qquad (1)$$

esta fórmula es usada con estimadores $\hat{\mu}, \hat{a}, \hat{b}$ remplazando los parámetros μ,a y b, y un valor x_t remplazando X_t para una predicción real.

Para predecir más hacia el futuro se considera la siguiente ecuación dada usando la definición de la ecuación de la combinación de ambos modelos AR(1) y MA(1):

$$X_{t+N} - \mu = a^{N-1}(X_{t+1} - \mu) + \sum_{i=1}^{N} C_i \varepsilon_{t+1}, \qquad N > 1.$$

cada C_i determinada por a,b y N. Como la mejor predicción lineal de ε_{t+i} $(i > 0)$ usando variables Xt-j $(j \geq 0)$ es simplemente cero, es posible deducir la predicción lineal optima de X_{t+N} en el tiempo t. Denotada como.

$$F_{t,N} = \mu + a^{N-1}(F_{t,1}-\mu) \qquad (2)$$

la predicción lineal optima para los procesos AR(1) y MA(1) pueden ser deducidos las dos ecuaciones anteriores (1) y (2) sustituyendo $b = 0$ y $a = 0$ respectivamente.
en una forma más general el proceso ARMA esta definido usando los parámetros p del modelo autorregresivo y q de la media móvil.

$$X_t - \mu = \sum_{i=1}^{p} a_i (X_{t-1} - \mu) + \sum_{i=1}^{q} b_i \varepsilon_{t-j}$$

con $bo = 1$ y $a_p \neq$ y $b_q \neq 0$, esto define un proceso ARMA(p,q), será estacionario si todas las soluciones
$a_1 z + a_2 z^2 + \ldots + a_p z^p = 1$ están fuera del círculo unitario $|z| = 1$, con z un número complejo. Se dice que el proceso es invertible si la predicción lineal optima puede ser obtenido, lo cual requiere de todas las soluciones de $1 + b_1 z + \ldots + b_q z^q = 0$ estén fuera del circulo unitario.

Procesos Gaussianos

Un proceso estacionario es un proceso Gaussiano si la función conjunta de $(X_{t+1}, X_{t+2}, \ldots, X_{t+k})$ es una normal multivariada para todo entero positivo k. Un proceso estacionario Gaussiano es estrictamente estacionario porque el primer y segundo orden de momentos especifican la distribución conjunta.

Procesos Estocásticos Lineales

Un proceso estacionario $\{X_t\}$ es lineal si puede ser descrito por:

$$X_t - \mu = \sum b_j \varepsilon_{t-j}, \ j \geq 0.$$

Con $\{\varepsilon_t\}$estrictamente "White noise".

Pruebas de Autocorrelación

Una serie de tiempo de n observaciones $\{x_1,x_2,\ldots x_n\}$ puede ser usada para estimar la autocorrelación ρ_τ, asumiendo que el proceso es estacionario. Sea $\overline{x} = \sum_{t=1}^{n} \frac{x_t}{n}$ entonces se estima ρ_τ con la autocorrelación de la muestra.

$$r_\tau = \sum_{\tau=1}^{n-\tau}(x_t - \overline{x})(x_{t+\tau} - \overline{x}) / \sum_{t=1}^{n}(x_t - \overline{x})^2, \qquad \tau \geq 1.$$

Se considera que r_τ es el valor de una variable aleatoria $R_\tau = (\Sigma\,(X_t - \overline{X})(X_{t+\tau} - \overline{X}))/\,\Sigma\,(X_t - \overline{X})^2$. Considérese el proceso $\{X_t\}$ definido por: $X_t - \mu = \Sigma\, b_j\, \varepsilon_{t-j}$, $j \geq 0$ con ε_t independientes e idénticamente distribuidas con varianza finita , con $\Sigma|b_j|$ y $\Sigma j b_j^2$ finitas sobre $j \geq 0$ entonces la distribución es asintótica cuando $n \rightarrow \infty$, de:

$$\sqrt{}\,(n\,(R_1-\rho_1, R_2-\rho_2, \ldots, R_k-\rho_k))$$

es una normal multivariada con todas las medias cero y la matriz de covarianzas W_k determinada por la secuencia ρ_τ , $\tau > 0$ las varianzas finitas y la linealidad del proceso satisfacen las condiciones del teorema. La aproximación puede ser obtenida con series grandes, en particular para, X_t independientes e idénticamente distribuidas ,"white noise" estricto, varianzas finitas, W_k la matriz identidad de $k \times k$. Entonces para n grande:
se tiene $R_\tau \sim N(0,\ 1/n)$ aproximadamente.

1.7 Conclusiones

Las series de tiempo son importantes para la investigación de precios financieros, conocer los distintos modelos y métodos para analizar dichas series es esencial para obtener mejores resultados. Los diferentes procesos que intervienen. El objetivo de las series de tiempo es entender el comportamiento de los precios y el camino más común son los métodos estadísticos.

Dichos modelos tienen que hacer una descripción detallada para que simulen el comportamiento de los precios y también tener pocos parámetros para que sean más sencillos de resolver.

Capitulo II

"Relaciones Principales entre los Derivados y las Series de Tiempo"

Capitulo II

"PRINCIPALES RELACIONES ENTRE LOS DERIVADOS Y LAS SERIES DE TIEMPO"

II.1 Construcción de Series de Tiempo

Las fuentes pueden ser obtenidas de centros de investigación, organizaciones comerciales, mercados financieros, periódicos o sistemas de información como "Bloomberg" y "Telerate".

Las escalas de tiempo, estas son según el estudio que se tenga pensado hacer y de los precios, pueden ser diaria, semanal, mensual, o anuales. Para obtener resultados mas acertados y mejores se requiere si es posible del seguimiento de varios años para obtener suficientes datos.

Información adicional necesaria, también se pueden registrar precios "apertura", "máximo", "mínimo", "cierre", "bid" y "ask" así como también el volumen diario comerciado. Los precios pueden ser usados para mejorar las estimaciones de la varianza, y el volumen nos indicará cuando un mercado es "thin", el volumen igual a cero nos sugeriría que los precios publicados no necesariamente describe los precios a los cuales las transacciones pudieron haber sido acordadas.

II.2 Análisis de Precios

Las series muy grandes de precios rara vez son exactas, para checar estos errores, cuando es posible se pueden comparar los precios que causan grandes retornos contra fuentes alternativas. El número de errores que permanecen casi siempre es tan bajo que los resultados no son afectados.

Precios de Futuros

Los futuros son generalmente comerciados por seis meses. Ya que tres meses por contrato no es suficientemente efectivo para un análisis de autocorrelación, el periodo ideal para recolectar precios de un contrato es de seis meses para inclusión en una serie de tiempo. También es de mucha ayuda el tener información sobre más meses antes del contrato ya que pueden proveer de útiles valores iniciales.

Futuros financieros

La libra esterlina, el marco alemán y el franco suizo son las monedas europeas mas comerciadas por contratos de futuros en el "International Monetary Market" (IMM) Mercado Internacional Monetario. Estas tres monedas son estudiadas y han transcrito sus valores desde enero de 1974. En cada serie existe aproximadamente 2000 precios, el IMM publica diariamente el volumen comerciado por contrato. los volúmenes son relativamente bajos cuando el contrato tiene más de seis meses.

Series Extendidas

A través de los años, las series de precios han sido actualizadas agregando más datos de los precios. Los resultados son representados por las series completas, solo en algunos casos las conclusiones difieren de aquellas publicadas hasta hoy, que pueden ser causadas por los precios extra mejorando el poder de las pruebas de hipótesis para tomar decisiones.

II.3 Valor de la Utilidad y Riesgo

La distribución de los retornos observados $x_1, x_2, \ldots x_n$ puede ser resumida por los valores de su desviación estándar s, media muestral $\overline{x}$, sesgo b y aplanamiento k .Estas estadísticas estiman los respectivos parámetros de los procesos que generan retornos, siempre que el proceso sea estrictamente estacionario.

$$\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} x_t$$

$$b = \frac{1}{n-1}\sum_{t=1}^{n} (x_t - \overline{x})/s^3$$

$$s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{t=1}^{n}(x_t - \overline{x})^2$$
$$k = \frac{1}{n-1}\sum_{t=1}^{n}(x_t - \overline{x})^4$$

Retornos anuales esperados

Si consideramos retornos sobre un año es mas fácil de interpretar la media muestral. Suponer que el mercado comercia N días cada año una unidad invertida al tiempo 0 valdría:

$$Z_n/Z_o = \exp(x_1 + \ldots + x_n) = \exp(n\overline{x})$$

n días o n/N años después, ignorando cualquier costo por la transacción. La tasa compuesta anual histórica G dando el mismo retorno después de n/N años se define como:

$$(1+G)^{nN} = e^{nx} \qquad \text{i.e.} \qquad G = \exp(N\overline{x}) - 1$$

Los inversionistas se interesan en el retorno anual esperado durante un año futuro, es decir del tiempo n al n+N. El retorno anual simple es:

$$R = (Z_{n+N} - Z_n)/Z_n = \exp\{\sum_{h=1}^{N} x_{n+h}\} - 1$$

Algunos investigadores estiman E[R] usando el retorno anual simple histórico. Si T = n/N es un entero entonces el estimador de E[R] es:

$$\hat{r} = \frac{1}{T}\sum_{j=0}^{T-1}(Z_{N(j+1)} - Z_{Nj})/Z_{Nj} = \frac{1}{T}\sum_{j=0}^{T-1} r_j$$

La tasa compuesta histórica G es de todas formas un estimador sesgado de E[R].

Podemos notar que para el entero T, 1+G es la media geométrica de los T términos $1+r_j$,como G es menos que la media aritmética $\hat{r}$ el cual es insesgado. Ahora si los precios siguen caminatas aleatorias y los retornos estacionarios, con media μ y varianza σ^2, $\sum X_{n+h}$ es aproximadamente una normal con media $N\mu$ y varianza $N\sigma^2$ así:

$$E[R] \cong \exp(N\mu + \tfrac{1}{2}N\sigma^2) - 1$$

Esto nos sugiere que el estimador de E[R] es exp $(N\bar{x} + \tfrac{1}{2}Ns^2) - 1$ aunque pudiera ser muy sesgado si los retornos están correlacionados ya que entonces la varianza de $\sum X_{n+h} \neq N\sigma^2$

Acciones Comunes y Acciones Ordinarias

La teoría financiera se basa en que los inversionistas en mercados de acciones esperan un retorno mejor que el que ofrece una inversión sin riesgo como la deuda del gobierno. Sea E[R] el retorno simple anual esperado para una acción en particular y sea R_1 el retorno anual conocido de una inversión sin riesgo, entonces $E[R] - R_1$ también depende de los riesgos que el inversionista acepta. "El Capital Asset Pricing Model (CAMP)" ,modelo econométrico derivado de los economistas **W.Sharpe (1964) y J.Mossin (1966)**, es un modelo muy importante para retornos esperados, el riesgo "premium" para una acción particular es $(E[R] - R_1)$ para un portafolio del mercado $(E[R_m] - R_f)$; entonces:

$E[R] - R_1 = \beta(E[R_m] - R_f)$ donde la medida del riesgo es:
$\beta = \mathrm{cov}(R, R_m)/\mathrm{var}(R_m)$

Materias Primas Spot

Los precios de físicos crecen con el paso del tiempo debido a la inflación, almacenar las mercancías es muy costoso. Así las medias de los retornos diarios son positivas al igual que la media de la muestra.

Monedas Spot

Los movimientos en las tasas de cambio spot deben reflejar tasas de interés. Es decir si la tasa de interés del dólar permanece más arriba que la de la libra esterlina por varios meses entonces el numero requerido de dólares para comprar una libra esterlina se esperara que crezca.

Futuros sobre Materia Primas

Los mercados de futuros tuvieron sus orígenes en los mercados de materias primas ya que los precios de las materias primas siempre han sido una de las variables macroeconómicas con mas volatilidad, y los productores y grandes consumidores de materias primas han sido los primeros en acogerse a los mercados de futuros para cubrir su riesgo de precio y en muchos casos también el tamaño de una cosecha ya que son incógnitas sujetas a variables exógenas.

Los precios de futuros reflejan especulaciones acerca del precio spot en un día en particular. Los precios de futuros no están afectados sistemáticamente por la inflación y no tienen costos de almacenaje. Entonces puede ser argumentado que el retorno esperado de los futuros debería ser cero. Los corredores solo necesitan un pequeño margen de garantía y el capital restante invertido en futuros puede ser depositado en una cuenta con pago de intereses. Pero si el retorno es cero ¿porqué los especuladores toman riesgos comerciando futuros? Algunos economistas han argumentado que los productores de materias primas de origen agricultor son vendedores de futuros, así como los especuladores son compradores y deben ser recompensados por aceptar riesgos con un "premium" positivo. "Premium" es el retorno esperado. Decimos que es un riesgo "premium" positivo si: $E[X_t] > 0$.

Una prueba estadística para un premium podría ser la comparación de la estadística $t = \sqrt{n}\,\overline{x}/s$ con la normal estándar y rechazar la hipótesis $\mu = 0$ al 5 % de significancia solos si $t>1.65$.

II.4 Efecto de la Estacionalidad

La mayoría de los retornos miden el retorno de 24 horas. Los retornos de los cierres de los viernes a los del lunes, representan el resultado de una inversión por 72 horas, es por esto que se espera que los retornos calculados en lunes tengan distribuciones distintas a las de 24 horas. Para las acciones se podría esperar que tuvieran retornos promedio más alto en lunes que en otros días. Las varianzas podrían ser más altas para los retornos de los lunes, entre más información nueva aparece en 72 horas que en 24, pero la evidencia empírica es sorprendente.

Autocorrelación causada por los efectos del día de la semana

Suponer que la distribución de los retornos depende del día de la semana de acuerdo al modelo simple:

$$X_t = \mu_t + \sigma_t\varepsilon_t, \quad \mu_t = \mu_{t+5} \qquad \sigma_t = \sigma_{t+5}$$

con $\{\varepsilon_t\}$ estacionario, media cero, varianza uno. Las autocorrelaciones calculadas de los datos $\{X_t, \leq 1 \leq n\}$ serán influenciadas por los efectos diarios $\mu_i, \sigma_i, 1 \leq i \leq 5$. las consecuencias numéricas muy pequeñas, al igual que las consecuencias de los efectos del mes.

Para los retornos: cuando $n \to \infty$, los estimadores de autocorrelación $R_{\tau,x,n}$ definidos para n variables aleatorias X_t, $\sum (X_t - \overline{X})(X_{t+\tau} - \overline{X}) / \sum (X_t - \overline{X})^2$ converge en probabilidad a uno. En la muestra se estima que $r_{\tau,x,n}$ converge al mismo limite, que será denotado por $\pi_{\tau,x}$. Sería igual a $\rho_{\tau,x}$ si $\{X_t\}$ fuera estacionario.

cuando $n \to \infty$,

$$\overline{X} = \sum_{t=1}^{n} X_t/n \to \left(\sum_{t=1}^{n} \mu_i\right)/5 = \mu,$$

y

$$\sum_{t=1}^{n-\tau} X_t X_{t+\tau}/n \to \left(\sum_{t=1}^{n-\tau} E[X_t X_{t+\tau}]\right)/5$$

ahora suponer que $\{\varepsilon_t\}$es "white noise", entonces se puede mostrar fácilmente que los efectos diarios μ_i, σ_i causan la estimación de autocorrelación asintótica.

$$\pi_{\tau,x} = \sum_{i=1}^{5} (\mu_i - \mu)(\mu_{i+\tau} - \mu) / \sum_{i=1}^{5} (\mu_i - \mu)^2 + \sigma_i^2$$

Claramente $\pi_{\tau,x} = \pi_{\tau+5,x}\ \forall\ \tau > 0$.

Acciones

French (1980) calculó, tomando el índice de Standard & Poor's las medias diarias y la desviación estándar entre 1953 y 1977.

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
Media(×100)	-0.168	0.016	0.097	0.045	0.087
Desviación estándar(×100)	0.843	0.727	0.748	0.686	0.660
# Observaciones	1170	1193	1231	1221	1209

La media negativa en los lunes es altamente significante en una prueba t para una media poblacional igual a cero. De cualquier forma las suposiciones para la prueba que incluye independencia y distribución idéntica para todos los lunes no es valida. **French** muestra que la media es negativa en los lunes por cada cinco subperiodos de cinco años y es negativa 20 de 25 años. **Gibbons y Hess** (1981) observaron 30 acciones en el índice Dow Jones y descubrieron que cada acción tenia media negativa para los retornos en lunes. Hasta hoy no existe una explicación para la media negativa de los lunes.

Monedas

MacFarland (1982) investigó varios precios spot y forward registrados en 1975 y 1979, los contratos denominados en dólares subieron los lunes y miércoles pero cayeron en jueves y viernes durante este periodo de 4 años. No es fácil determinar la significancia de los resultados porque nuevamente la suposición de independencia y distribución idéntica no es valida. **MacFarland** atribuye al sistema de liquidación de los contratos.

Media(×100)	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
Libras	0.026	-0.012	0.115	-0.024	-0.058
DM	0.014	-0.021	0.105	-0.104	-0.009
SF	0.036	-0.035	0.155	-0.118	-0.000

Futuros en Agricultura

No existe evidencia fuerte para los efectos diarios en las medias de los retornos de futuros del maíz, cocoa, café y azúcar. **Roll (1984)** reporta que sólo los promedios diarios para el jugo de naranja son negativos, en lunes.

Desviaciones Estándar

Comparar desviaciones estándar para días específicos de la semana, sin tener que modelar grandes cambios de los términos en la desviación estándar. Suponer $z_t, z_{t+1},\ldots,z_{t+5}$ son los precios del cierre del viernes al cierre del siguiente viernes, sea $x_{t+i} = \log (z_{t+i} / z_{t+i-1})$ y $w_{t+i} = x^2_{t+i}/(x^2_{t+1}+\ldots+x^2_{t+5})$ entonces, para cada día de la semana se encuentra el valor de w sobre todas las ocasiones en que el mercado ha abierto por los seis días consecutivos comerciados comenzando en viernes. Los promedios obtenidos, uno por cada día de la semana, estima la proporción de la varianza total en una semana para cada día.

Proporción del porcentaje de la varianza de una semana

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
Maíz	28.2	18.5	18.9	17.7	16.7
Cocoa	21.4	21.7	19.8	18.5	18.6
Café	22.8	18.7	19.9	18.7	19.9
Azúcar	22.2	20.5	20.2	19.5	17.5
Libras $	23.1	20.6	20.1	17.8	18.4
DM$	26.0	19.9	19.6	18.6	16.0
SF$	24.0	18.6	19.4	20.8	17.3
Promedio	24.0	19.7	19.7	18.8	17.8

Podemos ver que los retornos del lunes tienen una desviación estándar más alta que otros, la proporción promedio de la varianza es del 24% para el lunes y cerca del 19% para otros días.

Efectos del mes del año para las acciones

El retorno promedio de algunas acciones es significantemente más alta en algunos meses. Autores como **Rozzef y Kinney** (1976), **Keim** (1983) han mostrado que los retornos en Estados Unidos son particularmente altos al principio del año de impuestos, en enero. **Praetz** (1973) y **Officer** (1975) previamente mostraron que la distribución de los retornos en Australia dependen del mes.

También los efectos del calendario están pasando de un punto de vista teórico, afortunadamente son consecuencias negligentes para las pruebas basadas en coeficientes de correlación calculados de retornos diarios. Esto es debido a la alta variabilidad de los retornos.

II.5 Desviación Estándar

Los retornos parecen tener fluctuaciones en las desviaciones estándar. Los retornos pueden proceder de procesos estacionarios y aun así tener fluctuaciones. La siguiente tabla nos muestra la variación de año con año en la desviación estándar de futuros.

	Libra Esterlina		Marco Alemán		Franco Suizo	
Año	**Junio**	**Diciembre**	**Junio**	**Diciembre**	**Junio**	**Diciembre**
1974	0.76	0.38	0.77	0.62	0.87	0.68
1975	0.41	0.40	0.62	0.50	0.76	0.53
1976	0.51	0.71	0.36	0.29	0.40	0.39
1977	0.39	0.42	0.29	0.38	0.30	0.42
1978	0.57	0.64	0.62	0.77	0.80	1.04
1979	0.48	0.71	0.50	0.49	0.65	0.78
1980	0.67	0.52	0.68	0.51	0.92	0.65
1981	0.66	0.99	0.85	0.91	0.97	0.96

6 meses usados por contrato, tabulando la desviación estándar $\times 100$.

Comparación de riesgos

La desviación estándar mide la rapidez a la cual los precios están cambiando, una desviación estándar pequeña significa que la posibilidad de que un precio caiga es relativamente baja, por eso los riesgos de dos alternativas de inversión pueden ser medidos comparando sus desviaciones estándar, o también para buscar un retorno esperado proporcional al riesgo aceptado. Cuando en un portafolio se combinan varias inversiones las covarianzas son la medida del riesgo más importante que las varianzas individuales, pero calcular las covarianzas es muy difícil cuando las acciones no son la única posibilidad de tipo de inversión, consecuentemente se utiliza la desviación estándar para medir el riesgo.

Futuros y tiempo del contrato

Se ha dicho que la desviación estándar de los retornos de futuros depende del tiempo del contrato, entre más se acerca el final de esta, se cree que la desviación estándar crece.

La hipótesis puede ser evaluada comparando la desviación estándar para subgrupos de una serie de tiempo. Cada contrato es separado a la mitad y se calculan las desviaciones s_{i1} y s_{i2} para el contrato i. Entonces si una serie tiene 12 meses de precios del contrato i, s_{i1} es la desviación estándar sobre el periodo que empieza 13 meses y termina 7 meses antes de la fecha de entrega, con s_{i2} la desviación estándar sobre el periodo entre 7 y 1 mes antes de que termine el contrato.

La media geométrica g de la razón $f_i = s_{i2}/s_{i1}$ estima el crecimiento relativo, de la desviación del segundo periodo con el primero, ahora para k contratos.

$$g^k = f_1 f_2 \ldots f_k \qquad \text{y} \qquad \log(g) = \sum_{i=1}^{k} \log(f_i)/k$$

cuando s_{i1} y s_{i2} tienen distribuciones idénticas, las variables aleatorias $\log(f_i)$ tienen esperanza cero. es entonces g significativamente distinto de 1 si los k números $\log(f_i)$ tienen una media muestral significativamente distinta de cero.

La siguiente tabla muestra la media geométrica de 3,6 y 12 meses por contrato.

	Meses usados por contrato		
Futuros	3	6	12
Maíz	0.84	1.04	1.43
Cocoa	0.98	1.01	1.46
Café	0.93	0.94	1.77
Azúcar	1.02	1.09	1.02
Lana	-	-	0.98
L. Esterlina	-	1.04	-
M. Alemán	-	1.03	-
F.Suizo	-	0.99	-

Los valores de g son únicamente significantes para 12 meses en las series de maíz, cocoa y café. Todas la demás series tienen media geométrica muy cerca a 1. Por esto la desviación estándar no crece sistemáticamente durante los últimos 6 meses.

Sesgo

El sesgo usado para respaldar la simetría en las distribuciones, cuando este es muy cercano a cero entonces muestra que la distribución de la muestra es aproximadamente simétrica. Muchas veces en una observación existen puntos llamados outliers que son los causantes de un sesgo aparentemente grande.

Kurtosis

Las distribuciones normales tienen kurtosis igual a 3. La muestra estima que la kurtosis (k) está siempre más alejada de 3, la mayoría de ellas tienen $k > 6$. El error estándar de una estimación es $\sqrt{(24/n)}$ para un proceso "Gaussiano y White noise" pero es claro que los retornos generados no son ni aproximadamente Gaussianos.

Autocorrelación

La autocorrelación entre retornos separados por un ajuste de tiempo de τ días puede ser estimado con el coeficiente de autocorrelación de la muestra de n observaciones:

$$r_{\tau,x} = \sum_{t=1}^{n-\tau}(x_t - \overline{x})(x_{t+\tau} - \overline{x}) / \sum_{t=1}^{n}(x_t - \overline{x})^2 \qquad \tau > 0$$

Existen más términos en el denominador que en el numerador, esto causa un ligero sesgo, cuando queremos evadirlo usamos el coeficiente de ajuste $r'_{\tau,x} = n\, r_{\tau,x} / (n-\tau)$. Para el coeficiente no ajustado siempre tiene varianza menor a 1/n para un proceso "White noise estricto" pero no es cierto para el coeficiente ajustado.

Si alteramos la ecuación anterior con series de futuros, suponer que k contratos contribuyen retornos a las series, entonces $(k-1)\tau$ de los productos $(x_t - \overline{x})(x_{t+\tau} - \overline{x})$ contienen dos retornos calculados de diferentes contratos, para τ suficientemente pequeña. Estos $(k-1)\tau$ productos cruzados no pueden ser esperados a tener la misma distribución como los productos restantes $n-k\tau$. Consecuentemente para las series de futuros si se omiten los $(k-1)\tau$ productos cruzados del numerador de la ecuación, el coeficiente de ajuste ahora queda como:

$$r'_{\tau,x} = n\, r_{\tau,x} / (n-k\tau)$$

Los coeficientes de correlación $r_{\tau,x}$ han sido calculados para todos los ajustes τ entre 1 y 30 días de negociación. Estos coeficientes son todos cercanos a cero y están asignados a una de seis clases:

(1) $r < -0.1$
(2) $-0.1 \leq r < -0.05$
(3) $-0.05 \leq r < 0$
(4) $0 \leq r \leq 0.05$
(5) $0.05 < r \leq 0.1$
(6) $0.1 < r$

Los coeficientes de autocorrelación $r_{\tau,x}$ pudieran ser usados para probar que el proceso generado $\{X_t\}$ es "white noise estricto" pero estro no será hecho hasta reunir más conclusiones.

La hipótesis interesante es la del "white noise" no estricto y no correlacionados X_t. Para las pruebas de correlación cero no puede usarse $r_{\tau,x}$ ni un convencional error estándar de $1/\sqrt{n}$ sin arriesgarse a conclusiones dudosas.

Estructuras no lineales

"White noise no estricto"

Recordando que un proceso $\{X_t\}$ es "White noise estricto" (SWN) si las X_t son independientes e idénticamente distribuidas. Para establecer conclusiones de que hay series de retornos no SWN se introduce la transformación de los retornos y después hallar sus autocorrelaciones, sugerida por **Granger y Andersen** (1978). si $\{X_t\}$ es un SWN entonces también lo es $\{| X_t |\}$ y $\{X^2_t\}$, y sus coeficientes de primer ajuste son denotados por : $r_{1,|x|}$ y $r_{1,x}{}^2$

El error estándar del coeficiente calculado del valor absoluto será $1/\sqrt{n}$ si $\{X_t\}$ es de varianza finita SWN; el mismo error estándar es aplicable para los coeficientes de retornos cuadrados cuando X_t tiene también kurtosis finita. La varianza finita es ciertamente una muy razonable conclusión. Debido a esto la alta correlación observada entre $| X_t |$ y $| X_{t+1} |$ prueba que el proceso de los retornos no es SWN. Pero esto no nos dice nada acerca de la correlación entre los retornos.

Características de los retornos

Los coeficientes $r_{\tau,|x|}$ y $r_{\tau,x}{}^2$ para ajustes τ de más de 50 días son siempre positivos y mayores a $r_{\tau,x}$. El proceso de los retornos es caracterizados por substancialmente mayor correlación entre el valor absoluto de los retornos y sus valores cuadrados que la que existe entre los retornos. esto significa que grandes valores absolutos de los retornos son más probables que los de valor pequeño a ser seguido por uno grande, de forma más general, la distribución de los siguientes valores absolutos de lo retornos puede depender de varios valores anteriores.

No lineales

Un proceso $\{X_t\}$ es lineal si existen constantes μ y b_j , $j \geq 0$, y una media cero un proceso SWN $\{\varepsilon_i\}$ para el cual:

$X_t - \mu = \sum_{j=0}^{\infty} b_j \, \varepsilon_{t-i}$ con $b_o = 1$

Ahora será asumido que X_t tiene kurtosis finita, $k = E\,(X_t-\mu)^4 / \{E(X_t-\mu)^2\}^2$. Sea $St = (X_t-\mu)^2$. Entonces si $\{X_t\}$ es lineal y tiene autocorrelación $\rho_{\tau,x}$, entonces la autocorrelación de $\{St\}$ es :

$$\rho_{\tau,S} = \{(2/k-1)\, \rho^2_{\tau,x}\} + (k-3/k-1)\alpha_\tau$$

con α_τ consideradas como:

$$\alpha_\tau \geq 0 \ (\forall \tau > 0),\ \sum_{\tau=1}^{k} \alpha_\tau \leq \theta/(1-\theta)^2 \quad .$$

consecuentemente para $k \geq 3$,

$$0 \leq \sum_{\tau=1}^{k} \rho_{\tau,S} \leq \text{máximo de } \sum_{\tau=1}^{k} \rho^2{}_{\tau,x} \qquad \text{y} \qquad \theta/(1-\theta)^2$$

$\tau = 1,,,k$

para los retornos se va a suponer que $\theta \leq 0.05$ porque nadie ha sido capaz de encontrar una predicción cerca del 5% más exacto que las hechas con la caminata aleatoria.

Para cada serie $\rho_{\tau,S}$, ha sido estimado por la autocorrelación $r_{\tau,S}$ de los datos $(x_t-\bar{x})^2$; que son casi siempre idénticos a la autocorrelación $r_{\tau,x}{}^2$. Los totales $\sum r_{\tau,S}$ exceden la cota superior de $\sum \rho_{\tau,S}$. Es por eso que los procesos lineales no pueden generar retornos observados, cualquier modelo razonable para retornos debe ser no lineal.

Consecuencias de estructuras no lineales

Hasta hoy muchos métodos de investigación financiera parecen no muy seguros una vez que se aprecia que las series de retornos no son generadas ni por un proceso SWN o lineal. Para las pruebas de autocorrelación cero entre los retornos debe empezar en verificar que el procesos no sea SWN aun cuando sea no correlacionado, entonces el error estándar de los coeficientes $r_{\tau,x}$ no necesariamente es $1/\sqrt{n}$. Los modelos no lineales son pocos, pero en realidad estos métodos no son muy relevantes para las series de tiempo en finanzas.

II.6 Conclusiones

Los retornos diarios son caracterizados por su baja autocorrelación, por sus distribuciones aproximadamente simétricas teniendo largas colas y alta kurtosis, y un heterodoxo proceso no lineal generado. Retornos de acciones tienen una media positiva pero esto no puede ser probado para los retornos de futuros. Los retornos del lunes tienen muy alta varianza que otros retornos y aveces tienen un media negativa pero pequeña. Algunos retornos pudieran tener distribuciones marginalmente sesgadas. Estas propiedades de los retornos generalmente serán ignorados cuando se modelen los procesos de retornos.

Capitulo III

"Predicción de Desviaciones Estándar"

Capitulo III

"PREDICCIÓN DE DESVIACIONES ESTÁNDAR"

III.1 Generalidades

Los retornos diarios, denotados como $I_t = \{x_{t-j}, j \geq 0\}$ son información muy útil para predecir las desviaciones estándar ya que siempre se esta en busca del mejor modelo de predicción de la desviación estándar condicional del siguiente día denotada como v_{t+1} y la estimación de esta se denotará como $\hat{v}_{t+1}$, que será el valor de la variable aleatoria $\hat{V}_{t+1}$. El nivel en el mercado del día t+1 dependerá parcialmente de la información disponible antes de que el día comience y en algunos casos I_t resumirá esta información.

El mejor modelo de predicción de v_{t+1} es buscada por cuatro razones:

- Comparar las predicciones basadas según los diferentes modelos de varianza y para acumular evidencia acerca de su estacionalidad y el mejor modelo para cuando su estacionalidad es aceptada.

- Producir un estimador numérico de la volatilidad de los cambios en los precios futuros usando su estimador de la desviaciones estándar como un simple medida del riesgo.

- Proveer una estadística día a día y así reescalar los retornos y tener datos aceptables para una prueba valida de la caminata aleatoria.

- Finalmente provee de los estimadores necesarios para desviaciones estándar de opciones.

Una predicción acerca de m_{t+1} nos dice algo acerca de los valores cercanos para v_{t+1}, entre más crece el valor de $\hat{m}_{t+1}$ también así el de $\hat{v}_{t+1}$, y $|u_{t+1}|$ es mejor predicción como una constante fija ya que $\{U_t\}$ es o casi es SWN.

definición de retorno absoluto

$$m_{t+1} = |x_{t+1} - \mu| = v_{t+1}|u_{t+1}|$$
$$\hat{m}_{t+1} = | x_{t+1} - \overline{x} | = \hat{v}_{t+1} |u_{t+1}|$$

III.2 Resultados Teóricos

Modelos de Varianza

Suponer que para el final del día t el mercado ha determinado una desviación estándar condicional v_t pero luego nueva información acerca de los bienes comerciados u otra fuentes de información política y económica puede parcialmente determinar v_t así como también los cambios en las preferencias de los inversionistas hacia los bienes comerciados. Durante el día t-1 v_t es desconocida, consecuentemente v_t puede ser vista como el valor de una variable aleatoria V_t. De esto surgen dos importantes preguntas:
-¿ A que hora determina el mercado v_t?
-¿ Que clase de información y que tipo de mercados determina el comportamiento de v_t?

Todos los modelos propuestos por diversos investigadores se pueden resumir en la siguiente forma general:

$$X_t = \mu + V_t U_t$$

con $\{U_t\}$ un proceso estandarizado, $\forall$ t, y $\{V_t\}$un proceso de variables aleatorias positivas que usualmente tienen varianza var $(X_t|v_t) = v_t^2$; además $E(X_t)= \mu$, $\forall$ t. Para muchos mercados puede ser apropiado asumir que $\mu = 0$ o que μ será siempre mucho más pequeña que v_t.
La notación que se utiliza es la de los retornos al cuadrado

$$S_t = (X_t - \mu)^2 = V_t^2 U_t^2$$

y la del valor absoluto

$$M_t = |X_t - \mu| = V_t|U_t|$$

casi siempre la media es desconocida pero para estimarla siempre se utiliza $\bar{x}$.

Estimación de Parámetros

Cualquier modelo real para la desviación estándar condicional $\{V_t\}$ tendrá por lo menos tres parámetros, dos para especificar la media y la varianza de V_t y al menos uno para modelar la autocorrelación. Los parámetros pueden ser estimados comparando los momentos de la muestra y los teóricos. Sea $\mu_v = E(V_t)$ y σ^2_v = var (V_t) y $\delta = E(|U_t|)$ y con la suposición de la independencia entre V_t y U_t:

$$E(M_t) = E(V_t)E(|U_t|) = \mu_v\,\delta \qquad \text{y} \qquad E(S_t)= E(V^2_t)E(|U^2_t|)=\mu^2_v +\sigma^2_v$$

para los datos de la muestra $\{x_1,x_2,\ldots,x_n\}$

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} x_t \qquad \bar{m} = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} |x_t - \bar{x}| \qquad \bar{s} = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} (x_t - \bar{x})^2$$

con estos estimadores se pueden calcular:

$$\hat{\mu}_v = \frac{\bar{m}}{\delta}, \qquad \hat{\sigma}^2_v = \bar{s} - \left(\frac{\hat{m}}{\delta}\right)^2$$

Los estimadores del proceso $\{V_t\}$ requieren que la distribución de U_t sea conocida o asumida ya que δ es necesaria para las ecuaciones anteriores pero si se asume que $U_t \sim N(0,1)$, δ es aproximadamente 0.798.

Saltos de la Varianza

Siempre que ocurren eventos políticos inesperados también ocurren cambios bruscos en la varianza. La mayoría de dos días consecutivos t y t+1 tienen la misma desviación estándar condicional ($v_t = v_{t+1}$). Eventos extraordinarios usualmente incrementaran a v_t y presumiblemente después de que el evento sea olvidado v_t caerá. Pareciera que $\{V_t\}$ es no estacionario por su dificultad para ver como las consecuencias de los eventos inesperados pueden ser incorporados dentro de un modelo estacionario.

Un salto en la varianza sugeriría un salto en el volumen comerciado mientras que el numero de comerciantes y su promedio de frecuencia comerciando cambia. Un evento importante e inesperado podría causar una más grande variación que las usuales y por esto un más alto volumen comerciado.

Los eventos extraordinarios por definición son raros, por lo que solo algunos saltos aparecen en las series de tiempo.

Cambios en la varianza no causados por precios

Muchos eventos, sean económicos o políticos, pudieran causar cambios en la desviación estándar condicional con menores consecuencias causando menores cambios. Primero consideraremos que el proceso que determina v_t no depende de los precios entonces:

$$V_t = f(V_{t-1}, V_{t-2}, \ldots, \eta_t)$$

para alguna función f e innovaciones aleatorias η_t SWN y $E(\eta_t)=0$ independientes de retornos pasados x_{t-j}, j>0. La forma más fácil de explicar como las fuerzas del mercado pueden hacer v_t una función de eventos ocurridos en el día t, es representando el retorno X_t como la suma de los movimientos de precios diarios.

$$X_t - \mu = \sum_{i=1}^{W_t} \omega_{it}$$

En esta ecuación, W_t y cada ω_{it} son variables aleatorias. Suponer que las ω_{it} son independientes e idénticamente distribuidas como $N(0,\sigma^2_\omega)$ y además independientes de W_t. Dado un observado numero de w_t movimientos de precios diarios la desviación estándar condicional es simplemente $v_t = \sigma_\omega\sqrt{w_t}$. Los retornos desplegarán comportamiento no lineal si W_t esta autocorrelacionada.

De una forma más general se puede identificar v_t con un nivel de actividad del mercado cubriendo: la cantidad e importancia de nueva información, volumen comerciado, el numero de activos comerciados, intereses en el mercado y tal vez factores de temporada. La mayoría de esta actividad puede ser medida solo al final del día t.

Debido a la suposición de que los precios no causan la desviación estándar condicional, es razonable asumir que $\{V_t\}$ y $\{U_t\}$ son independientes esto es, de la ecuación $X_t - \mu = \sum \omega_{it}$ con, $\omega_{it} \sim N(0,\sigma^2_\omega)$, sea $Vt = \sigma_\omega \sqrt{W_t}$ y:

$$U_t = \{X_t - \mu)/V_t\} = 1/(\sigma_\omega \sqrt{W_t}) \sum \omega_{it}$$

. cualquier valor dado de v_t, w_t es v_t^2/σ^2_ω, así $\sum \omega_{it} \sim N(0,v_t^2)$ y $U_t \sim N(0,1)$. Como la distribución condicional de U_t es la misma para toda v_t, U_t y V_t son independientes, cuando $\{X_t - \mu\}$ es el resultado de procesos independientes $\{V_t\}$ y $\{U_t\}$ llamaremos $\{X_t\}$ un proceso producto.

La familia de distribuciones más conveniente para obtener fuertes resultados matemáticos es la lognormal, ya que la distribución de V_t no puede tener probabilidad positiva de un valor negativo.

$$\log(V_t) \sim N(\alpha,\beta^2), \qquad \beta > 0.$$

sabemos bien que $E(V_t) = \exp(\alpha + \frac{1}{2}\beta^2)$, como $\log(V_t^r) = r \log V_t$ todos los terminos $a^r = E(V_t^r) = \exp(r\alpha + \frac{1}{2}r^2\beta^2)$.

La kurtosis de los retornos es: $k_x = 3e^{4\beta^{\wedge}2}$ la cual puede ser arbitrariamente grande.

$$\mathrm{var}(V_t) = e^{2\alpha * \beta^{\wedge}2}(e^{\beta^{\wedge}2} - 1), \qquad \mathrm{var}(V^2_t) = e^{4\alpha * 4\beta^{\wedge}2}(e^{4\beta^{\wedge}2} - 1)$$

$$\mathrm{var}(M_t) = e^{2\alpha * \beta^{\wedge}2}(e^{\beta^{\wedge}2} - \delta^2), \qquad \mathrm{var}(S_t) = e^{4\alpha * 4\beta^{\wedge}2}(3e^{4\beta^{\wedge}2} - 1)$$

como $\delta^2 = 2/\pi$ por la distribución normal estandarizada

$$A(\beta) = (e^{4\beta^{\wedge}2} - 1)/(3e^{4\beta^{\wedge}2} - 1) = \rho_{r,S}/\rho_{r,V}^2$$

y

$$B(\beta) = 2(e^{\beta^{\wedge}2} - 1)/(\pi e^{\beta^{\wedge}2} - 2) = \rho_{r,M}/\rho_{r,V}$$

para cualquier $r > 0$ el radio de $A(\beta)$ crece monótonamente, $A(0) = 0$ y su cota superior 1/3 cuando $\beta \to \infty$, similarmente a $B(\beta)$ es monótona y acotada por 0 y $2/\pi$.

El modelo más simple y posible de tener autocorrelaciones positivas en varios ajustes es el procesos AR(1) para $\log(V_t)$:

$$\log(V_t) - \alpha = \phi \{\log(V_{t-1}) - \alpha\} + \eta_t, \qquad \phi > 0.$$

Las innovaciones $\{\eta_t\}$ tiene media cero, Gaussiano white noise, independiente de $\{U_t\}$;

$$var(\eta_t) = \beta^2 (1 - \phi^2).$$

Estimación de Parámetros

Los parámetros α y β no pueden ser estimados por el método de máxima verosimilitud porque la densidad multivariada de $X_1, X_2, \ldots X_n$ no puede ser evaluada, por lo que son necesarios métodos más simples como:

$$\beta^2 = \log \{E(V_t^2) / E(V_t)^2\} = \log\{ (\mu^2_v + \sigma^2_v)/2v\mu\}$$

si sustituimos a μ_v, σ_v por sus estimadores:

$$\hat{\beta}^2 = \log (\delta^2\, \bar{s} / \bar{m}^2)$$
$$\hat{\alpha} = \log \{ \bar{m}^2 / (\delta^2 \sqrt{\bar{s}})\}$$

Para estimar a ϕ se utilizan los siguientes metodos:

◊ Método 1: Este método sustituye β por su estimador $\hat{\beta}$ y se escoge ϕ que minimice cualquiera de las siguientes funciones:

$$F_1(\phi) = n \sum_{\tau=1}^{k} \{r'_{\tau,s} - A(\hat{\beta})\, \rho(\tau, V^2, \hat{\beta}, \phi)\}^2$$
$$F_2(\phi) = n \sum_{\tau=1}^{k} \{r'_{\tau,m} - B(\hat{\beta})\, \rho(\tau, V, \hat{\beta}, \phi)\}^2$$

◊ Método 2: en este método se intenta evadir problemas cuando $\hat{\beta}$ es un estimador muy pobre y las constantes $A(\hat{\beta})$ y $B(\hat{\beta})$ son ambos inapropiados. β y ϕ son estimados minimizando:

$$F_3(\beta , \phi) = n \sum_{\tau=1}^{k} \{r'_{\tau,s} - A(\beta)\, \rho(\tau, V^2, \beta, \phi)\}^2$$
$$F_4(\beta , \phi) = n \sum_{\tau=1}^{k} \{r'_{\tau,m} - B(\beta)\, \rho(\tau, V, \beta, \phi)\}^2$$
$$\rho\,(\tau, V^2, \beta, \phi) = \rho_{\tau,V^2}$$
$$\rho\,(\tau, V, \beta, \phi) = \rho_{\tau,V}$$

◊ Método 3: la optimización requerida por el segundo método puede ser simplificada con la aproximación:

$$\rho(\tau, V, \beta, \phi) \cong \rho(\tau, V^2, \beta, \phi) \cong \phi^\tau$$

y minimizando:

$$F_5(A', \phi) = n \sum_{\tau=1}^{k} \{r'_{\tau,s} - A^\tau \phi^\tau\}^2$$
$$F_6(B', \phi) = n \sum_{\tau=1}^{k} \{r'_{\tau,m} - B^\tau \phi^\tau\}^2$$

Cambios en la Varianza causados por precios pasados

Ahora se considera que la varianza es una función determinada por retornos pasados, entonces:

$$V_t = f(X_{t-1}, X_{t-2}, \ldots)$$

como $U_t=(X_t-\mu)/V_t$ tiene distribución normal independiente de toda U_t y toda V_{t-j}, $j > 0$. Las X_t son no correlacionadas. Dados los retornos pasados $I_{t-1} = \{X_{t-1}, X_{t-2}, \ldots\}$ v_t puede ser calculada y entonces $X_t|I_{t-1} \sim N(\mu, v^2_t)$.

Con esto se tiene la cierta propiedad de que cualquier paramentos en la función f pueden ser estimados por medio de la máxima verosimilitud de los datos observados $x_1, x_2, \ldots x_n$, denotando su función de densidad como $g(X_n|V_n)$.

Modelos ARMACH

Un proceso ARCH heteroscedasticidad condicional autorregresiva. **Engle** define un proceso con media cero, ARCH(p)

$$X_t = \{\alpha_0 + \alpha_i X^2_{t-1}\}^{1/2} U_t$$

con p+1 parámetros no negativos α_i, con $\alpha_0 > 0$ y $\{U_t\}$ Gaussiano white noise, con $Ut \sim N(0,1)$

Una lógica extensión es reemplazar X_t con $X_t - \mu$ para todos los tiempos t, que nos da un proceso ARCH(p) teniendo media constante $E(X_t) = \mu$, si $p = 1$ entonces:

$$X_t - \mu = \{\alpha_0 + \alpha_1 (X_{t-1} - \mu)^2\}^{1/2} U_t$$

y

$$\mathrm{var}\,(X_t \mid x_{t-1}) = \alpha_0 + \alpha_1 (X_{t-1} - \mu)^2$$

En general para un proceso ARCH(p) se define un proceso asociado AR(p):

$$A_t = \sum_{i=1}^{p} \alpha_i A_{t-i} + U_t$$

si $\{A_t\}$ es estacionario entonces:

$$\mathrm{var}\,\{X_t\} = \alpha_0 / (1 - \{\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_p\})$$
$$\mathrm{var}\,(A_t) = \sigma^2_A$$

y si la kurtosis existe (si $\sigma^2_A < 1.5$)

$$k_x = 3/(3 - 2\sigma^2_A)$$

Una clase de procesos ARCH para retornos cuadrados:

$$X_t - \mu = \{\alpha_0 + (\theta - \phi) \sum_{i=1}^{\infty} \theta^{i-1} (X_{t-i} - \mu)^2\}^{1/2} U_t$$

para alguna θ y ϕ tales que $1 > \phi > \theta > 0$. X_t tiene kurtosis finita y es:

$$k_x = 3(1-\phi^2) / (1 - 3\phi^2 + 4\phi\theta - 2\theta^2) \qquad \text{y} \qquad \rho_{\tau,S} = C\phi^{\tau}$$

$$V_t^2 = \theta V^2_{t-1} + (\phi - \theta)(X_{t-i} - \mu)^2 + (1 - \phi)\sigma^2_x$$

Una clase de procesos ARCH para retornos absolutos:

$$X_t - \mu = \{\alpha_0 + (\theta - \phi) \sum_{i=1}^{\infty} \theta^{i-1} |X_{t-i} - \mu|/\delta\} U_t$$
$$V_t = \theta V_{t-1} + (\phi - \theta)|X_{t-i} - \mu|/\delta + (1 - \phi)\mu_M/\delta$$

asumiendo que $\{X_t\}$ es estacionario $\rho_{\tau,M} = C\phi^{\tau}$ con: $C = (1 - \phi\theta)(\phi - \theta)/\phi\,(1-2\phi\theta + \theta^2)$. Los modelos anteriores son construidos de un proceso asociado ARMA por eso se le llama a $\{X_t\}$ un modelo ARMACH, el cual tiene cuatro parámetros: la media μ, una escala de parámetros (σ o μ_M) y los parámetros del ARMA ϕ y θ.

Estimadores de Parámetros para un proceso ARMACH

Denotemos por ω el conjunto de parámetros $\mu, \alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_p$. La función de verosimilitud para n retornos observados es:

$$L(x_1,x_2,\ldots,x_n|\omega) = f(x_1|\omega)f(x_2|I_1,\omega)\ldots f(x_n|I_{n-1},\omega)$$

con $f(x_t|I_{t-1},\omega)$ denota la densidad condicional de X_t dada las previas observaciones $I_{t-1} = \{x_1, x_2, \ldots x_{t-1}\}$ y el vector de parámetros ω. Estas densidades condicionales pueden ser descritas por $t > p$ definiendo v_t y luego usando la densidad normal apropiada:

$$f(x_t|I_{t-1},\omega) = f(x_t|v_t) = \sqrt{(2\pi)v_t\}^{-1}} \exp(-\tfrac{1}{2}(x_t-\mu)^2/v_t^2)$$

la v_t depende de ω. El estimador de máxima verosimilitud ω para p+1 a n observaciones, maximiza:

$$L_p(\omega) = \prod_{t=p+1}^{n} f(x_t|I_{t-1},\omega)$$

o equivalentemente, maximiza:

$$\log L_p(\omega) = -\tfrac{1}{2}(n-p)\log(2\pi) - \sum_{t=p+1}^{n} \log(v_t) - \tfrac{1}{2} \sum_{t=p+1}^{n} (x_t^2 - \mu)^2/v_t.$$

Para las series de Futuros se requiere de procedimientos más complicados. Suponer que las series usan los retornos de k contratos, que terminan en el día T_i para el contrato i y que empiezan en el día T_{i+1} para el contrato i+1 Para el primer contrato v_{21} puede ser obtenida aplicando el método para las series de spots. Se utilizan los estimadores $\bar{x}, \bar{s}$ y $\bar{m}$, después se estima $\bar{v}_t$ con $\hat{v}_t = \sqrt{\bar{s}_i}$ o $\bar{m}/\delta$ dependiendo de las especificaciones utilizadas. Después para una particular ϕ y θ se usa la ecuación V_t^2 o V_t del proceso ARMACH para obtener $\bar{v}_t$ ($2 \leq t \leq n$) esto se hace reemplazando V_t por $\bar{v}_t$, $X_{t-1} - \mu$ por $x_{t-1} - \bar{x}$, σ_x^2 por $\bar{s}$ y μ_M por $\bar{m}$. El error $v_t - \hat{v}_t$ será despreciable para t suficientemente grande. Pues la función dada para estimar los parámetros puede ser maximizada para algún entero p, con $\hat{v}_t$ reemplazando v_t. Esta optimización provee estimadores $\hat{\phi}$ y $\hat{\theta}$ que se espera que estén cerca a los estimadores de máxima verosimilitud.

Ahora para los subsecuentes contratos de futuros se necesita un método para definir $\hat{v}_t$ cuando $t = T_{i-1}+1$ y $2 \leq i \leq k$ (la elección de p=20 ha sido hecha para todos los cálculos).

Método A fija $\hat{v}_t$ al tiempo $t = T_{i-1} - 19$ para el contrato i igual al valor de $\hat{v}_t$ al tiempo de i-1 . Este método utiliza las mismas ecuaciones utilizadas anteriormente para v_{21} , para los tiempos de 1 a n .

Método B trata cada contrato separadamente. El contrato i provee promedios $\bar{s}_i$ y $\bar{m}_i$ promediando sobre los tiempos T_{i-1} -19 a T_i y estos promedios reemplazan respectivamente σ_x^2 en V^2_t y μ_M en V_t. Al tiempo $t=T_{i-1}-19$ el valor inicial para el contrato i es $\hat{v}_t = \sqrt{s_i}$ o m_i/δ dependiendo de la especificación del proceso ARMACH. El método A asume que a cualquier momento todos los contratos tienen desviaciones estándar condicionales similares, mientras que el método B evade esta suposición. Para cualquier método el primer retorno del contrato i que aparece en la ecuación $\log L_p(\omega)$ tiene t=21 y cuando i =1 y $t = T_{i-1}+1$ cuando $2 \leq$ i con el ultimo contrato del retorno i tiene $t=T_i$.

Retornos no correlacionados

Suponer que las variables aleatorias estandarizadas $U_t = (X_t - \mu)/V_t$ son SWN y que U_t es independiente de V_t y X_{t-j} , $j \geq 0$. Estas condiciones solo son validas para cualquier proceso no correlacionado $\{X_t\}$

$$M_{t+1} = V_{t+1}\,|U_{t+1}|$$

se sigue que:

$$\begin{aligned} E(M_{t+1}|\, I_t) &= E(V_{t+1}\,|_{It})E(|U_{t+1}|/I_t) \\ &= \delta\, E(V_{t+1}|I_t) \end{aligned}$$

ya que el valor esperado de $|U_{t+1}|$ es su media no condicionada δ siempre que la información I_t sea disponible. Un resultado clásico en estadística es que las predicciones optimas son los valores esperados condicionales según la información disponible. La ecuación anterior nos sugiere que $\hat{M}_{t+1}$ y $\hat{V}_{t+1}$ están linealmente relacionados, para confirmar esto consideraremos el error cuadrado medio denotado como MSE y definido por:

$$\mathrm{MSE}(\hat{M}_{t+1} = E\{(M_{t+1} - \hat{M}_{t+1})^2\}$$
$$\mathrm{MSE}(\hat{V}_{t+1}) = E\,\{(V_{t+1} - \hat{V}_{t+1})^2\}$$

Sea $\mu_{M,t+1} = E\,(M_{t+1})$ y $\mu_{V,t+1} = E(V_{t+1})$ estas medias no son necesariamente estacionarias, nos proveen de una simple predicción teniendo:

$$\mathrm{MSE}(\mu_{M,t+1}) = \mathrm{var}\,(M_{t+1}) \qquad , \qquad \mathrm{MSE}(\mu_{V,t+1}) = \mathrm{var}\,(Vt+1)$$

ahora sean $\hat{M}_{t+1}$ y $\hat{V}_{t+1}$ cualquier par de predicciones que satiafacen la relación lineal $\hat{M}_{t+1} = \delta\, \hat{V}_{t+1}$

$$\mathrm{var}\,(M_{t+1}) - \mathrm{MSE}(\hat{M}_{t+1}) = \{E(M^2_{t+1}) - \mu^2_{M,t+1}\} - \{E(M^2_{t+1}) - 2E(M_{t+1}\ \hat{M}_{t+1}) + E(\hat{M}_{t+1}{}^2)\}$$

$$\begin{aligned} &= 2\delta E(V_{t+1}\,|U_{t+1}|\ \hat{V}_{t+1}| - \delta^2 E(\hat{V}_{t+1}{}^2) - \mu^2_{M,t+1} \\ &= \delta^2\{2E(V_{t+1}\ \hat{V}_{t+1}) - E(V^2_{t+1}) - \mu^2_{V,t+1}\} \\ &= \delta^2\{\mathrm{var}(V_{t+1}) - \mathrm{MSE}(\hat{V}_{t+1})\} \end{aligned}$$

La definición de resultados en el error cuadrado medio MSE según la predicción proveída por las medias no condicionales.

$IMSE(\hat{M}_{t+1}) = MSE(\mu_{M,t+1}) - MSE(\hat{M}_{t+1})$ y
$IMSE(\hat{V}_{t+1}) = MSE(\mu_{V,t+1}) - MSE(\hat{V}_{t+1})$ se sigue que
$IMSE(\mu_{M,t+1}) = \delta^2 \, IMSE(\hat{V}_{t+1})$

una optima predicción minimiza MSE y maximiza IMSE. Por lo que se puede notar que la mejor predicción de m_{t+1} y v_{t+1} usando la misma información deben de estar relacionadas unas con otras. Para encontrar la mejor predicción de v_{t+1} es suficiente obtener la optima predicción de $\hat{m}_{t+1}$ y entonces define $\hat{v}_{t+1} = \hat{m}_{t+1} / \delta$ no es necesario asumir que $\{X_t\}$.sea estacionario.

Retornos Correlacionados

La prueba anterior no es valida cuando X_t esta autocorrelaionado porque entonces $|U_t|$ y $\hat{V}_{t+1}$ no necesariamente necesitan ser independientes, como se asume para la prueba, de todas maneras una casi optima predicción de v_{t+1} puede ser obtenida dividiendo la mejor $\hat{m}_{t+1}$ entre δ.

Errores Cuadrados Medios Relativos (RMSE)

El error cuadrado medio esta definido como:

$RMSE(\hat{M}_{t+1}) = \{MSE(\hat{M}_{t+1})/var(M_{t+1})\} = \{MSE(\hat{M}_{t+1})/MSE(\mu_{M,t+1})\}$
y
$RMSE(\hat{V}_{t+1}) = \{MSE(\hat{V}_{t+1})/var(V_{t+1})\} = \{MSE(\hat{V}_{t+1})/MSE(\mu_{V,t+1})\}$

optimas predicciones dan el menor RMSE posible con $0 \leq RMSE \leq 1$.

III.3 Métodos

Los métodos de predicción más exactos son los parametricos y es necesario estimar los parámetros encontrados en las ecuaciones para $\hat{m}_{t+1}$. Se pueden obtener malos resultados, si los parámetros son estimados de series de tiempo completas y luego las predicciones son evaluadas para los mismos datos, es necesario separar las series de tiempo en dos secciones, estimar los parámetros de la primer sección es decir de 1 a n_1 y luego evaluar las predicciones para los datos restantes de n_1 a n. La selección de n_1 debe ser subjetiva. Frecuentemente se necesitan estimar dos parámetros, pero solo un numero, MSE es estimado de las predicciones hechas, es esta la razón por la cual para las series de tiempo de spots $n_1 = [2n/3]$. Para k contratos de futuros, n_1 se escoge de tal forma, para que los primeros [2k/3] contratos estén en la sección de optimización de los parámetros.

Predicción de Benchmark

Dada I_t, la estimación natural de las medias es:

$$\hat{m}^{(1)}_{t+1} = \frac{1}{t}\sum_{i=1}^{t} m_i$$

este seria la optima predicción si los retornos fueran SWN.

Predicción Parametrica

La autocorrelación de $\{M_t\}$ puede ser modelada por $\rho_{\tau,M} = K\phi^{2}$ o aproximadamente, con $0 < K < 1$, $0 < \phi < 1$, esta es la misma autocorrelación del proceso ARMA(1,1):

$$M^{*}_{t} - \mu_M - \phi(M^{*}_{t-1} - \mu_M) = \varepsilon_t - \theta\varepsilon_{t-1}$$

con $\{\varepsilon_t\}$ no correlacionado, reemplazando a con ϕ y b con $-\theta$, nos queda como resultado:

$$K = (1 - \phi\theta)(\phi - \theta)/\{\phi(1-2\phi\theta + \theta^{2})\}$$

para encontrar los valores de θ de K y ϕ hay que resolver:

$$\theta^2 - D\theta + 1 = 0, \qquad D = \{1 + \phi^2 (1 - 2K)\}/\phi(1-K)$$

las predicciones pueden ser encontradas si $|\theta| < 1$y consecuentemente la solución es $\theta = \{D-\sqrt{(D^2-4)}\}/2$ mientras $D > 2$ que implica que la otra solución tiene $\theta > 1$.
La optima predicción de M_{t+1} entre la clase de predicciones lineales insesgadas es :

$$\mu_M + \sum_{i=0}^{\infty} a_i (M_{t+i} - \mu_M)$$

es determinada por la autocorrelación $\rho_{r,M}$. Así $\{M_t\}$ y $\{M^*_t\}$ tienen la misma secuencia a_i. La optima predicción lineal de M_{t+1} es:

$$\hat{M}_{t+1} = \mu_M + \Sigma(\phi - \theta)\theta^i (M_{t-1} - \mu_M) = \mu_M + (\phi - \theta)(M_t - \mu_M) + \theta (\hat{M}_t - \mu_M)$$

Para obtener una predicción de $\hat{m}_{t+1}$ es necesario reemplazar μ_M , ϕ y θ por estimadores, al tiempo $t = n_1$, μ_M ha sido estimado por $\hat{m}^{(1)}_{t+1}$, mientras que ϕ y θ han sido estimadas de las observaciones 1 a n_1. Una predicción m_{t+1} derivada de la ecuación anterior depende en la ultima observación m_t, de la predicción m_t hecha al tiempo $t - 1$ y del estimador, así:

$$\hat{m}_{t+1} = (\hat{\phi} - \hat{\theta})m_t + \hat{\phi}\, \hat{m}_t + (1 - \hat{\phi})\, \hat{m}^{(1)}_{t+1}$$

Predicción de Procesos Producto

El proceso producto es lognormal, tiene desviación estándar condicional AR(1), aproximadamente $\rho_{\tau,M} = B(\beta)\phi^{\tau}$ con $\beta^2 = var(\log(V_t))$ y $B(\beta)$ definida anteriormente. Utilizando el método 1 nos da $\hat{\beta}$ de $\overline{m}$ y $\overline{s}$, ϕ de $r_{\tau,m}$ y $\hat{\theta}$ con, $\hat{K} = B(\hat{\beta})$ y resolviendo $\theta^2 - D\theta + 1 = 0$, $D = \{1 + \phi^2 (1 - 2K)\}/\phi(1-K)$. Estos estimadores y todos los subsecuentes están calculados para las primeras n_1

observaciones. $\hat{\theta}$ y $\hat{\phi}$ dadas por el método 1 define la segunda predicción $\hat{m}^{(2)}_{t+1}$.

Los estimadores $\hat{B}$ y $\hat{\phi}$ dan $\hat{\theta}$ sustituyendo K por $\hat{B}$ y ϕ por $\hat{\phi}$ en $\theta^2 - D\theta + 1 = 0$, $D = \{1 + \phi^2 (1 - 2K)\}/\phi(1-K)$. Estos θ y ϕ definen la tercer predicción $\hat{m}^{(3)}_{t+1}$. La comparación de ambas predicciones nos provee de mayor información acerca de la mejor forma de estimar ϕ para el proceso producto.

Predicción ARMACH

Los métodos anteriores mencionados nos llevan a la predicción de s_{t+1} teniendo:

$$\hat{S}_{t+1} = (\hat{\phi} - \hat{\theta})s_t + \theta\, \hat{s}_t + (1-\hat{\phi})\, \hat{s}^{(1)}_{t+1}$$

con $\hat{s}^{(1)}_{t+1} = (s_1+\ldots+s_t)/t$ si este proceso ARCH es valido entonces v_{t+1} debe de ser $\sqrt{\hat{s}_{t+1}}$ y así la quinta predicción de m_{t+1} es $\hat{m}^{(5)}_{t+1} = \delta\sqrt{\hat{s}_{t+1}}$

Predicción EWMA (Media Móvil Exponencial Ponderada)

Es perfectamente razonable dudar la suposición de estacionalidad especialmente para series muy grandes. Estimadores de la media futura $E(M_{t+1})$ calculada de m_s, $s \leq t$, serán irrealizables. Una forma simple de evadir usar μ_M es poner $\phi = 1$ en $\hat{M}_{t+1}$. quedando:

$$\hat{M}_{t+1} = \Sigma(1-\theta)\theta M_{t-i} = (1-\theta)M_t + \theta\, \hat{M}_t$$

Esto define un ("exponentially-weighted moving average" EWMA) media móvil exponencial ponderada. El efecto de un cambio en la media, algunas veces el pasado, se reduce asignando mayor peso a las observaciones recientes. Un EWMA debería predecir bien, si hay cambios ocasionales en la varianza tal y como ocurre en algunos modelos no estacionarios.

Las predicciones actuales también pueden ser calculadas utilizando:

$$\hat{m}_{t+1} = (1-\hat{\theta})m_t + \hat{\theta}\,\hat{m}_t$$

sea $\gamma = 1-\hat{\theta}$ y asumiendo $\mu = 0$,

$$\hat{m}_{t+1} = \gamma|x_t| + (1-\gamma)\,\hat{m}_t$$

Predicciónes en Futuros

Las series de futuros pueden ser predecidas como series sencillas que necesitan menos ajustes cuando la fecha de entrega del contrato cambia (método A) o como una colección de contratos separados, cada uno con sus propios parámetros estadísticos (método B).

Existen dos diferencias entre ambos métodos A y B son sus estimadores de $\hat{\mu}_M$, el método A sigue el procedimiento para series de spots y usa $\hat{m}^{(1)}_{t+1}$, mientras que el método B usa $\hat{m}^{(8)}_{t+1}$ definida como:

Suponer que $\{x_t\}$ es una serie de retornos, una por día comerciado, con retornos en el contrato i desde el tiempo $t = T_{i-1}+1$ a $t = T_i$ y también que hay 20 retornos más disponibles en el contrato i desde $t = T_{i-1}-19$ a $t = T_{i-1}$ $(i > 1)$ entonces una octava predicción de $E(M_{t+1})$ basada solamente en un contrato i:

$$\hat{m}^{(8)}_{t+1} = \sum_{s=T_{i-1}-19}^{t} m_s \,/(t+20-T_{i-1})$$

Los valores iniciales de $\hat{m}^{(j)}_{t+1}$ al tiempo $t = T_{i-1}$ para el contrato i y $2 \leq j \leq 7$ están calculadas como sigue. El método A fija a $m^{(j)}_t$ al tiempo $t = T_{i-1}-19$ para el contrato i igual al valor de $m^{(j)}_t$ al tiempo del contrato i-1. veinte m_t para el contrato i son sustituidas en $\hat{m}_{t+1}$ o $\hat{s}_{t+1}$ descritas en los procesos anteriores y nos dan la primer predicción de $m^{(j)}_{t+1}$, $t = T_{i-1}$ para las evaluaciones de las predicciones. El método B simplemente promedia las 20 m_t para el contrato i de $t = T_{i-1}-19$ a Ti-1 para llegar a la misma predicción $m^{(j)}_{t+1}$ para toda $j \neq 5$ con un promedio similar de s_t para las 5 primeras predicciones. Los estimadores $\hat{\phi}$ y $\hat{\theta}$ dependen del método, para la cuarta y quinta predicción, el estimador $\hat{\theta}$ depende del método para la sexta predicción debido a los diferentes valores iniciales usados cuando $\hat{\theta}$ es optimizada. Para la segunda y tercer predicción $\hat{\phi}$, $\hat{\theta}$ no dependen del método.

Error Cuadrado Medio Relativo (RMSE) Empírico

Las predicciones son comparadas con las observaciones actuales del tiempo $n_1 + 1$ a n, su error cuadrado medio es:

$$MSE(\hat{m}\ , j) = \sum_{t=n_1+1}^{n-1} (m_{t+1} - \hat{m}^{(j)}_{t+1})^2 / (n - n_1 - 1)$$

el estimador de $MSE(\mu_{M,t+1})$ es MSE(m,1), entonces el error cuadrado medio relativo es:

$$RMSE(\hat{m}\ , j) = MSE(\hat{m}, j) / MSE(\hat{m}, 1)$$

cuando su valor es menor a 1 indica que la predicción j debería ser hecha preferentemente con la predicción benchmark.

III.4 Resultados

Retornos Absolutos

Los valores empíricos del error cuadrado medio relativo han sido promediados para 23 series de spots, 17 series de futuros.

RMSE(m , j) valores promedios.

Predicción j	Método	Spot	Futuros método A	Futuros método B
2	Proceso Producto	0.915	0.774	0.775
3	Proceso Producto	0.906	0.766	0.765
4	ARMACH	0.914	0.771	0.803
5	ARMACH	0.906	0.773	0.792
6	EWMA	0.901	0.771	0.771
7	EWMA	0.902	0.767	0.767
8	—	—	—	0.819

Las series de futuros generalmente tienen menor RMSE que la series de spots. Comparando los promedios para los métodos A y B solo hay una diferencia importante para el modelo ARMACH. La octava predicción es inferior a las predicciones parametricas. Esto debe implicar que la desviación estándar condicional cambia con la vida del contrato de futuros.

Desviaciones Estándar Condicionales

El RMSE empírico de la predicción $\hat{v}_{t+1} = \hat{m}_{t+1}/\delta$ puede ser estimado bajo la suposición de que el modelo correcto es estacionario. Una predicción apropiada para estimar v_{t+1} basada en m_{t+1} será:

$$RMSE(v, j)=1-\hat{\lambda}\,(1-RMSE(m, j))$$

tomando a $\hat{\lambda}$ como el estimador de $\lambda = var(M_{t+1})/\{\delta^2 var(V_{t+1})\}$ como:

$$\lambda = \{E(M^2_t)-E(M_t)^2\}/(\delta^2 E(M^2_t)- E(M_t)^2),$$

un conveniente estimador de λ es:

$$\lambda=(\hat{s}-\hat{m}^2)/(\delta^2\,\hat{s}-\hat{m}^2)$$

hay otro método para estimar a λ con el proceso producto lognormal AR(1), entonces $\lambda = 1/B(\beta)$ y el reciproco del estimador $\hat{\beta}$ encontrado directamente de

m_t puede ser usado para $\hat{\lambda}$, este método usualmente da un resultado mayor para $\hat{\lambda}$.

Dos predicciones líder

La mejor predicción basada en un modelo estacionario para retornos es la tercer predicción. Este utiliza ϕ y θ estimados directamente de la autocorrelación de los retornos absolutos m_t y será llamada la predicción estacionaria. Las predicciones 6 y 7 son apropiadas para varianzas no estacionarias y sus RMSE son muy similares.

La diferencia entre los valores RMSE de las predicciones estacionarias y las no estacionarias usualmente son pequeñas porque las predicciones frecuentemente son similares cuando ϕ esta cerca de 1.

Los modelos estacionarios dan la mejor predicción para las acciones del índice UK, los futuros de agricultura UK y los metales a excepción de la plata, mientras que los modelos no estacionarios son indicados para las acciones de Estados Unidos, plata y futuros de Estados Unidos y de maíz. Para las monedas, futuros y spots, son mucho mejor los estacionarios.

Predicciones recomendadas para el día siguiente

Para predecir la desviación estándar condicional del día siguiente v_{t+1}, se debe escoger un método para predecir m_{t+1}. Las predicciones hechas por los métodos EWMA son más exactos que con los otros y además tienen dos ventajas:

- El método EWMA requiere de menos parámetros porque ϕ siempre es 1 entonces ni ϕ o μ_M necesitan ser estimados.
- Si por alguna razón la varianza incondicional cambia introduciendo no estacionalidad al proceso de los retornos, entonces la predicción puede reflejar el cambio de la varianza rápido y con exactitud.

Es recomendable predecir a v_{t+1} usando una Predicción EWMA para m_{t+1} determinada por un parámetro suavizador γ:

$$\hat{v}_{t+1} = \hat{m}_{t+1}/\delta = \gamma\sum_{i=0}^{\infty}(1-\gamma)^{i}|x_{t-i} - \bar{x}|/\delta = (1-\gamma)\hat{v}_{t} + \gamma|x_{t} - \bar{x}|/\delta$$

esta ecuación requiere de los valores δ , γ y $\bar{x}$. No hay razón para dudar la suposición de que los retornos tienen distribución normal condicional y así $\delta \cong 0.798$, para fines de estudio $\bar{x}$ puede ser tomada como el retorno promedio durante una serie de tiempo completa, para aplicaciones reales consume mucho tiempo estar calculando $\bar{x}$ diariamente, entonces simplemente se fija igual a cero en la ecuación anterior y la diferencia es pequeña para la predicción de v_{t+1}

Un valor particular para γ puede ser encontrado optimizando retrospectivamente, de cualquier forma, usar $\gamma = 0.1$ para todas las series frecuentemente da mejores resultados que los obtenidos con la optimización sobre dos-tercios de los retornos iniciales. Los valores de γ con la optimización retrospectiva han sido encontrados minimizando el siguiente criterio:

$$\sum_{t=21}^{n-1}\{m_{t+1} - \hat{m}_{t+1}(\gamma)\}^2$$

los mejores valores se encuentran en la siguiente tabla.

<u>Esta tabla nos muestra los valores de γ</u>

Series de Futuros

Maíz (12)	0.09	Azúcar(12)	0.11
Maíz(6)	0.09	Azúcar(6)	0.10
Maíz(3)	0.10	Azúcar(3)	0.11
Cocoa(12)	0.10	Lana(12)	0.10
Cocoa(6)	0.09	Libra(6)	0.07
Cocoa(3)	0.08	DM(6)	0.09
Café(12)	0.11	SF(6)	0.08
Café(6)	0.14	T-Bond	0.04
Café(3)	0.19		

III.5 Conclusiones

La autocorrelación no trivial en las series de retornos absolutos y retornos cuadrados, puede ser explicado con las varianzas de los retornos. Cambios en el nivel de actividad del mercado son probablemente los causantes de los cambios de varianza.

Predicciones razonables de la relevante desviación estándar para el retorno del siguiente día puede ser calculado con un promedio ponderado de los valores absolutos de los retornos pasados. Las predicciones tienen aplicaciones practicas, ya que proveen una muy conveniente medida del riesgo para comerciantes y no requiere de mucho tiempo de computo. La discusión de los modelos estacionarios contra los no estacionarios no es importante cuando se predice la desviación estándar condicional de un día posterior, y es recomendado escoger los métodos no estacionarios, para predicciones de 10 a más días en el futuro se muestra que los modelos estacionarios son más aceptables para algunas series, en particular para las de mercancías, así vemos que los modelos estacionarios tienen aplicaciones importantes. Cuando un modelo estacionario es aplicable un proceso producto da una mejor aproximación a procesos de retornos reales que un proceso ARCH.

Capitulo IV

"Análisis de Tendencia de Precios"

Capítulo IV

"ANÁLISIS DE TENDENCIA DE PRECIOS"

IV.1 Generalidades

Los modelos de tendencia de precios ofrecen la mejor alternativa de encontrar improvisaciones según las predicciones de la caminata aleatoria. Las especificaciones de los modelos de tendencia deben ser simples. En este capitulo se estimarán los parámetros de los modelos, se presentarán resultados teóricos y empíricos.

IV.2 Modelos de Tendencia de Precios

La hipótesis de la tendencia de Precios

Una tendencia de precios es generalmente un movimiento general de precios en una dirección, ya sea subir o bajar. Las tendencias implican que los precios no se ajustan completa ni instantáneamente, cuando nueva información se vuelve disponible, de lo contrario, la nueva información debe ser incorporada lentamente en los precios.

Autocorrelaciones

La interpretación lenta de la información de un articulo en particular causara que varios retornos sean parcialmente determinados por la misma información. La idea fundamental de la tendencia es que estos retornos sean todos influenciados en la misma forma, hacia una media condicional positiva o negativa, así las tendencias causarán autocorrelaciones positivas. El impacto de la información del día la cual no es completamente reflejada en el precio actual, debe disminuir en el transcurso del tiempo y la autocorrelación debe decrecer cuando el ajuste crece.

Entonces las tendencias implican:

$\rho_\tau > 0,\ \rho_\tau > \rho_{\tau+1}$ y $1 >> \rho_\tau$ toda $\tau > 0$

i.e. $1 >> \rho_1 > \rho_2 > \rho_3 > \ldots > 0.$

para una poder tener una alternativa probable a la hipótesis de la caminara aleatoria se requiere de funciones parametricas de autocorrelación consistentes con las observaciones. Tales funciones definen la hipótesis de la tendencia de precios:

$H_1 : \rho_\tau = Ap^\tau$, $A, p, \tau > 0.$

donde; $A = \text{var}(\mu_t)/\text{var}(X_t)$ proporción de la información no reflejada por los precios en un día

p = El parámetro p mide la rapidez con la cual la información que se refleja imperfectamente se incorpora en los precios

τ = numero de ajustes

Las autocorrelaciones ρ_τ se pueden referir tanto a los retornos X_t ,como a los retornos estandarizados $U_t = (X_t - \mu)/V_t$. Se considera la autocorrelación del procesos ARMA(1,1).

Una hipótesis nula más general puede ser definida reemplazando distribuciones idénticas por medias idénticas, distribuciones independientes por distribuciones no correlacionadas, y queda:

$$H_0 : E(X_t) = E(X_{t+1}) \quad \text{y} \quad \text{cov}(X_t\, , X_{t+1}) = 0$$

para toda t y $\tau > 0$.

esta es la definición de la hipótesis de la caminata aleatoria, H_0 no requiere que el proceso $\{X_t\}$ sea estacionario, autocorrelación cero es suficiente, para asegurar que los precios registrados antes del tiempo t son irrelevantes para la predicción de precios para el tiempo después de t.

Hay dos parámetros en H_1 , el parámetro A mide la proporción de la información no reflejada por los precios en un día. El parámetro p mide la rapidez a la cual la información reflejada imperfectamente es incorporada en los precios. Cuando $A \rightarrow 0$ o $p \rightarrow 0$, la información es usada perfectamente.

Las tendencias solo ocurrirán si parte de la información es reflejada en varios retornos consecutivos, cada tipo de información es reflejada ya sea rápido o lentamente, pero solamente la información reflejada rápidamente es completamente incorporada en los precios del mismo día cuando es conocida por agentes del mercado.

Suponiendo que los retornos X_t tengan media estacionaria μ, se puede escribir:

$$X_t = \mu + (\mu_t - \mu) + e_t$$

con e_t la respuesta de la información reflejada rápidamente y $\mu_t - \mu$ de la reflejada lentamente, e_t tienen media cero y no correlacionadas mientras que μ_t tiene media μ y están autocorrelacionadas, e_t y μ_s no están correlacionadas, pero no necesariamente son independientes $\forall$ t y s. Así la var (X_t) = var (μ_t) + var (e_t) y para procesos estacionarios A = var (μ_t)/ var (X_t) es una medida de la proporción de la información reflejada lentamente. Asumiendo que $\{e_t\}$ es estacionario se sigue que los retornos tienen autocorrelación:

$$\rho_\tau = Ap^\tau$$

La idea de la tendencia requiere información reflejada lentamente para influenciar varios retornos en la misma forma. Suponer que una noticia es disponible en el día t, cuando es entendida, cambia el logaritmo del precio por ω_t, si la noticia es reflejada lentamente contribuye a $\mu_{t+\tau} - \mu$ para $\tau \geq 0$, de otra forma contribuye a e_t. Si hay una interpretación lenta, la idea de tendencia sugiere que hay una contribución $\alpha_\tau \omega_t$ a $\mu_{t+t} - \mu$ con α_τ no negativas que pueden ser variables aleatorias pero se supondrá que son deterministas para simplificar la discusión. Conforme pasa el tiempo y más gente entiende apropiadamente la información, α_τ decrece monótonamente. El modelo más simple para α_τ supone que $\alpha_{\tau+1}/\alpha_\tau = p$ para toda $\tau > 0$ con $1 < p < 0$ entonces $\alpha_\tau = (1-p)p^\tau$. Sea $m = 1/(1-p)$ entonces la respuesta total es igual a m veces la respuesta del primer día y será llamada la duración de la tendencia media.

Asumiendo estacionalidad, $\{\mu_t\}$ es un proceso AR(1) con autocorrelaciones p_τ:

$$\mu_t - \mu = p(\mu_{t-1} - \mu) + \zeta_t .$$

El residual ζ_t representa los efectos de toda la información reflejada lentamente disponible en el día t. Puede ser que aveces no haya suficiente información entonces ζ será cero.

Un modelo de Tendencia no Lineal

La desviación estándar V_t esta unida con el nivel general de actividad del mercado. Este nivel de mercado será relacionado a la cantidad de información reciente y otras variables, como la cantidad de nueva información por unidad de tiempo.

Esto es definido como:

$$\mu_t - \mu = V_t T_t , \qquad e_t = V_t \varepsilon_t$$

Con U_t definida como $T_t + \varepsilon_t$ obteniendo la representación del proceso producto $X_t = \mu + V_t U_t$. Se asume que los procesos $\{V_t\}$,$\{T_t\}$ y $\{\varepsilon_t\}$ son independientes, $\{\varepsilon_t\}$con media cero "strict white noise", $E(T_t) = 0$, $var(\varepsilon_t) = 1\text{-}A$ y $var(T_t) = var(\mu_t)/var(X_t) = A$. Este modelo es llamado no lineal porque el proceso $\{\mu_t\}$ es no lineal.

Considerando un modelo estacionario con el componente de tendencia estandarizado $\{T_t\}$con autocorrelación p_τ. Entonces los procesos de retornos estandarizados $\{U_t\}$ tienen autocorrelación:

$$\rho_{\tau,U} = Ap^\tau$$

y los retornos $\{X_t\}$ tienen autocorrelación:

$$\rho_{\tau,x} = Ap^\tau \{E(V_t V_{t+1})/E(V_t^2)\}$$

aplicando que $\{U_t\}$ tiene varianza unitaria,

$$E(U_tU_{t+\tau}) = \rho_{\tau,U} \text{ y } \rho_{\tau,x} = \rho_{\tau,U} \{E(V_tV_{t+1})/E(V_t^2)\},$$

el termino en llaves es menor a 1, casi siempre decrece de 0.99 al primer ajuste a 0.84 en el ajuste 50. $\{\mu_t\}$ no es un proceso AR(1) y es por eso que $\rho_{\tau,X} \neq Ap^{\tau}$. Cuando $\{T_t\}$ es estacionario y se aplica $\rho_{\tau,U}$, pero $\{V_t\}$ y $\{X_t\}$ no son estacionarios necesariamente, la autocorrelación condicional se define:

$$cor(X_t , X_{t+\tau} | v_t , v_{t+\tau}) = cor\ (U_t , U_{t+\tau}) = Ap^{\tau}.$$

Otra forma de modelar una proporción constante de la información reflejada lentamente es la ecuación :

$$e_t = V_t\varepsilon_t.$$

Un modelo de tendencia lineal

Suponer que ahora la nueva información por unidad de tiempo cambia y la información reflejada lentamente se mantiene constante, sugiere la ecuación: $X_t = \mu + (\mu_t - \mu) + e_t$ y $e_t = V^*_t\varepsilon_t$ pero ahora el proceso $\{\mu_t\}, \{V^*_t\}$ y $\{\varepsilon_t\}$son independientes. Cuando v^*_t sea relativamente alta habrá más ruido en los retornos pero no incrementará el tamaño de las tendencias y debido a eso hay menos dependencia entre los retornos, se observa menos autocorrelación cuando la varianza de los retornos es relativamente alta.

Sea $A = var(\mu_t)/var(X_t)$, y sea la varianza de la media cero $\{\varepsilon_t\}$un proceso SWN 1-A, $\sigma^2 = var(X_t)$, entonces dado el valor v^*_t de V^*_t la varianza condicional de X_t es $A\sigma^2 + (1-A)v^{*2}_t$.

Se consideran modelos que tengan tendencias autorregresivas con residuales independientes e idénticamente distribuidos así $\{\mu_t\}$es lineal y AR(1) con autocorrelación p^{τ}. Entonces:

$$X_t = \mu_t + e_t, \qquad e_t = V^*_t\varepsilon_t$$

y

$$\mu_t - \mu = p(\mu_{t-1} - \mu) + \zeta_t$$

estas ecuaciones definen un modelo de tendencia lineal, los retornos con autocorrelación:

$$\rho_{\tau,X} = Ap^{\tau}$$

la definicion de retorno estandarizado es:

$$U_t = (Xt-\mu)/Vt$$

con $V_t = \alpha V^*_t$

y $\alpha = \sqrt{(1-A+A\{E(V^{*2}_t)E(V^{*-2}_t)\})}$

esta ecuación asegura que U_t tiene media cero y varianza uno.

IV.3 Estimación de los Parámetros de Tendencia

Métodos

Para estimar los parámetros A y p es necesario obtener la prèdicción lineal optima. Si $\{\xi_t\}$es "White noise" y $\{P_t\}$ es definido por $P_t-pP_{t-1} = \xi_t-q\xi_{t-1}$ entonces su autocorrelación es Ap^{τ} con

$$A= (p - q)(1 - pq)/p\ (1 - 2pq+q^2),$$

dados A y p, q es la solución de:

$$q^2-q\{1+(1-2A)p^2\}/\{(1-A)p\}+1= 0 \qquad \text{y} \quad q < 1$$

los parámetros p y q pudieran ser estimados maximizando la verosimilitud de los datos si el proceso de los retornos fueran lineales, esta maximización es imposible para procesos prácticos no lineales, por eso los estimadores han sido obtenidos comparando autocorrelaciones teóricas y observadas.

Considerando las siguientes funciones, definidas para K autocorrelaciones:

$$F_1(A,p) = n\sum_{\tau=1}^{K}(r'_{\tau,X} -Ap^{\tau})^2$$

y

$$F_2(A,p) = (n-20)\sum_{\tau=1}^{K}(r'_{\tau,y} - Ap^{\tau})^2$$

con $r_{\tau,x}$ definida anteriormente y $r_{\tau,y}$ definida:

$$y_t = (x_t - \overline{x})/\hat{v}_t \quad \text{retornos reescalados}$$
$$\hat{v}_t = (1-\gamma)\hat{v}_{t-1} + v_{t-1}\gamma\,|x_{t-1} - \overline{x}\,|$$

y

$$r_{\tau,y} = \Sigma(y_t - \overline{y})(y_{t+\tau} - \overline{y})/ = \sum_{t=21}^{n-\tau}(y_t - \overline{y})^2$$

con n el numero de retornos utilizados para hacer los cálculos y $r'_{\tau,x}$ es $r_{\tau,x}$ multiplicado por $n/(n-k\tau)$ para reducir el sesgo. $r'_{\tau,y}$ tiene una definición similar con k igual a 1 para una serie de spots o el numero de contratos para una serie de futuros.

Cuando el tamaño de la tendencia depende en la volatilidad del mercado (un modelo de tendencia no lineal) tanto $r'_{\tau,x}$ y $r'_{\tau,y}$ son casi estimadores insesgados de $\rho_{\tau,U} = Ap^{\tau}$. Sin embargo $r'_{\tau,y}$ tiene varianza más pequeña, así los números $\hat{A}$ y $\hat{p}$ que minimizan F_2 son estimadores apropiados. Y si las tendencias no dependen de la volatilidad (un modelo de tendencia lineal) entonces $r'_{\tau,y}$ es un estimador altamente sesgado para $\rho_{\tau,X} = Ap^{\tau}$ mientras que $r'_{\tau,x}$ es insesgado pero frecuentemente inexacto. En estas circunstancias es mejor buscar a $\hat{A}$ y $\hat{p}$ que minimicen F_1.

Para minimizar tanto a F_1 o F_2 la duración de tendencia media se considera $m = 1/(1-p) = 2,3,\ldots,40$, y para una m dada la mejor A puede ser obtenida usando calculo. Para una m fija y p la función F_1 es minimizada:

$$A^{*}_{1,m} = \sum_{\tau=1}^{k} p^{\tau}\, r'_{\tau,x} \Big/ \sum_{\tau=1}^{k} p^{2\tau}$$

de la misma forma obtenemos $A^{*}_{2,m}$. Como algunas veces $A^{*}_{i,m}$ es negativa es necesario considerar que:

$$\begin{cases} A^{*}_{i,m} = A^{*}_{i,m}\,, & \text{si } A^{*}_{i,m} > 0 \\ 0\,, & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

Sea $S_{i,m}=F_i\,(A^{*}_{i,m}\,,\ 1\text{-}1/m)$ para $i=1,2$ y $m=2,\ldots,40$. Minimizar $S_{i,m}$ sobre m nos da los estimadores $\hat{A}_i, \hat{p}_i$ que minimizan F_i.

Futuros

La siguiente tabla presenta los estimadores $\hat{A}_i, \hat{p}_i, \hat{q}_i, \hat{m}_i$ y también $F_i(\hat{A}_i, \hat{p}_i)$ y el valor de la función comparable para un modelo de caminata aleatoria i.e. $F_i\,(0,0)$ para una serie de futuros.

Estimadores de parámetros de la tendencia de precios de una serie de futuros

Series	Función optimizada	$\hat{A}$	$\hat{m}$	$\hat{p}$	$\hat{q}$	$F(\hat{A}, \hat{p})$	F(0,0)
Maíz(12)	F_1	0.0092	40	0.975	0.975	181.7	186.5
	F_2	0.0109	33	0.970	0.961	72.7	78.4
(6)	F_1	0.0213	14	0.929	0.911	99.2	109.0
	F_2	0.0164	40	0.975	0.962	33.8	47.9
(3)	F_1	0.0195	27	0.963	0.947	104.3	117.6
	F_2	0.0213	40	0.975	0.959	46.9	27.5
Cocoa(12)	F_1	0.0225	18	0.944	0.926	112.6	124.0
	F_2	0.0485	17	0.941	0.906	56.9	105.4
(6)	F_1	0.0203	29	0.965	0.949	88.8	100.9
	F_2	0.0493	18	0.944	0.909	41.8	88.9
(3)	F_1	0.0330	19	0.947	0.922	51.8	72.4
	F_2	0.0636	12	0.917	0.870	24.2	74.0
Café(12)	F_1	0.0191	11	0.909	0.893	84.5	89.2
	F_2	0.0770	8	0.875	0.819	60.6	113.0
(6)	F_1	0.0276	11	0.909	0.887	86.2	95.2
	F_2	0.0982	6	0.833	0.763	44.6	98.6
(3)	F_1	0.0171	40	0.975	0.962	102.3	111.3
	F_2	0.0798	8	0.875	0.817	38.8	89.8
Azúcar(12)	F_1	0.0229	18	0.944	0.926	76.4	99.4
	F_2	0.0367	22	0.955	0.927	66.3	138.5
(6)	F_1	0.0335	15	0.933	0.907	54.4	89.9
	F_2	0.0521	16	0.938	0.899	34.3	125.3
(3)	F_1	0.0322	16	0.938	0.912	48.0	81.3
	F_2	0.0601	14	0.929	0.885	33.5	135.6
Lana(12)	F_1	0.0974	2	0.500	0.453	254.2	264.5
	F_2	0.0436	3	0.667	0.639	72.8	77.8
Libra$(6)	F_1	0.0120	40	0.975	0.965	20.9	25.1
	F_2	0.0244	34	0.971	0.952	24.6	40.5
D.M$(6)	F_1	0.0189	12	0.917	0.901	39.7	43.4
	F_2	0.0480	13	0.923	0.887	45.3	71.2
S.F$(6)	F_1	0.0234	17	0.941	0.922	46.7	54.9
	F_2	0.0206	40	0.975	0.959	45.2	57.7

Los estimadores de A son muy pequeños, más de la mitad de los estimadores $\hat{A}_1$ son mayores a 0.02 y una mayoría de $\hat{A}_2$ exceden 0.04, para la mayoría de las series $A^*_{i,m}$ decrece monótonamente mientras m crece.

Precisión

Los estimadores $\hat{A}, \hat{p}, \hat{q}$ están muy lejos de ser exactos, su error estándar es considerable, el error estándar de A excede a los de $A^*_{i,m}$ cuando $m = m_i$. Así las autocorrelaciones tienen varianzas 1/n:

$$A^*_{1,m} = \sum_{\tau=1}^{K} p^{\tau} r'_{\tau,x} / \Sigma p^{2\tau}$$

que:

$$\text{error estándar } (\hat{A}) \geq \{(1-\hat{p}^2)/(n\hat{p}^2)\}^{1/2}$$

se obtiene más información utilizando simulación.

IV.4 Simulación

Ambos tipos de modelos de tendencia han sido simulados para comprender la precisión de los estimadores de los parámetros y también para averiguar si los modelos pueden explicar la observación empírica de $T^*_y > T^*_x$ (estadísticas de prueba).

Todas las simulaciones tienen p = 0.95, con m = 20, y los términos lognormal V_t con $\beta = 0.5$ y $\phi = 0.985$. El primer conjunto tiene A = 0.02 y la autocorrelación teórica de primer ajuste es 0.019 para los retornos y 0.050 para los retornos estandarizados; el segundo conjunto tiene A = 0.01; el tercero A = 0.04 dando una autocorrelación teórica de primer ajuste 0.038 para ambos retornos y para los retornos reescalados; el cuarto A = 0.02 y diferentes secuencias de números aleatorios fueron utilizados para cada conjunto y todas las autocorrelaciones fueron calculadas con 2000 observaciones.

La siguiente tabla nos muestra un resumen de simulación para dos tendencias de precios.

Simulación de parámetros	Tendencia Lineal 1	2	Tendencia No Lineal 3	4
A	0.02	0.01	0.04	0.02
p	0.95	0.95	0.95	0.95
β	0.5	0.5	0.5	0.5
φ	0.985	0.985	0.985	0.985
Coeficiente ajuste 1				
Series x, media	0.0111	-0.0038	0.0274	0.0076
Series y, media	0.0364	0.0190	0.0366	0.0177
Series x, desv.est.	0.0357	0.0312	0.0409	0.0481
Series y, desv.est.	0.0236	0.0232	0.0209	0.0292
Media $\hat{p}_1$	0.816	0.573	0.895	0.716
Estimador $\hat{m}_1$				
= 1	1	9	0	5
≤ 4	11	23	3	17
≤ 10	23	27	14	24
≤ 20	29	30	32	28
< 40	36	34	37	34
Media $\hat{p}_2$	0.897	0.810	0.892	0.737
Estimador $\hat{m}_2$				
= 1	0	1	0	4
≤ 4	3	12	6	19
≤ 10	18	23	17	24
≤ 20	32	29	30	30
< 40	36	37	37	32
Estimador $\hat{A}_1$				
media	0.0388	0.0227	0.0453	0.0409
desviación est.	0.0334	0.0301	0.0328	0.0487
Estimador $\hat{A}_2$				
media	0.0483	0.0387	0.0465	0.0400
desviación est.	0.0254	0.0339	0.0277	0.0422

Los estimadores $\hat{A}_i$ y $\hat{p}_i$ fueron obtenidos minimizando F(i = 1,2), se puede ver que los estimadores p_i son altamente sesgados. Este sesgo causa que crezca el sesgo de $\hat{A}_i$. Para modelos que contienen componentes con tendencias lineales, $\hat{p}_2$ es menos sesgado que $\hat{p}_1$ y, los promedios de los estimadores $\hat{A}_2$ y los coeficientes r_1 ,y son más que los promedios de $\hat{A}_1$ y $r_{1,x}$. Para componentes de tendencia no lineal $r_{1,y}$ tiene menos sesgo y menor desviación estándar que $r_{1,x}$ y el estimador $\hat{A}_2$ y $\hat{p}_2$ son preferibles. Para estos coeficientes n = 2000 y el sesgo sobre los ajustes 1 a 30 de los estimadores es -12/n para los conjuntos 1 y 3, y -6/n para los conjuntos 2 y 4. Los estimadores $\hat{A}_i$ y $\hat{p}_i$ son inexactos aun con 2000 observaciones, una región de confianza puede ser definida por todos los números A_0 y p_0 para los cuales $F_i(A_0,p_0)$ es menor a $F_i(\hat{A}_i, \hat{p}_i) + \lambda$ para alguna λ con i = 1 o 2. La simulación muestra que $\lambda = 6$ no dará una región del 95% de confianza, para obtener una región del 95%, λ debe ser por lo menos 10.

Resumen de pruebas estadísticas de tendencia para la simulación de modelos de tendencia.

Modelo para μ_t		T^*_x			T^*_y			$T^*_y - T^*_x$		
		Media	Dev.S	Sign.[a]	Media	Dev.St.	Sign.[a]	Media	Desv.St.	Positivo[b]
Lineal	1	2.26	1.60	24	4.24	1.84	38	1.98	1.08	38
	2	0.59	1.15	9	2.13	1.15	24	1.54	1.13	38
No	3	3.90	2.01	34	3.90	1.40	39	0.00	1.52	22
Lineal	4	1.90	2.05	21	2.01	1.56	25	0.11	1.12	24

[a] Numero de estadísticas significantes al 5% (i.e. exceden 1.65)
[b] Numero de series con $T^*_y > T^*_x$

Como los modelos que contienen tendencias lineales tienen mayor autocorrelación entre sus retornos reescalados y_t que sus retornos x_t, se espera que $T^*_y > T^*_x$ para la mayoría de las series simuladas, ya que este ha sido un fenómeno observado para las series reales.

IV. 5 Resultados

En este capitulo se asume que los retornos observados $\{x_t\}$ son generados por procesos estocásticos estacionarios $\{X_t\}$ con media μ y varianza σ^2 y autocorrelación Ap^{τ} . Se considera la predicción lineal X_{t+h} hecho al tiempo t y, para cada h, se busca las constantes $a_{i,h}$ minimizando el error cuadrado medio el cual es:

$$MES = E(\{X_{t+h} - \mu - \Sigma a_{i,h}(X_{t-i} - \mu\}^2)$$

la mejor constante $a_{i,h}$ para un horizonte h define la predicción lineal optima y es denotado $F_{t,h}$. sabemos que los procesos reales $\{X_t\}$ son no lineales y es probable que alguna predicción no lineal $F^*_{t,h}$ tenga un error cuadrado medio menor al de $F_{t,h}$. Es muy difícil encontrar la mejor predicción no lineal y probablemente sería menos preciso que $F_{t,h}$, consecuentemente solo se consideran predicciones lineales.

Como el error cuadrado medio para una predicción lineal es una función de $a_{i,h}$ y la varianza y de autocorrelaciones de X_t, puede ser asumido que $\{X_t\}$ es descrito por un modelo ARMA(1,1).

$$X_t - \mu - p(X_{t-1} - p) = \xi_t - q\xi_{t-1}$$

$\{\xi_t\}$ con media cero y white noise y q definida anteriormente.

El siguiente retorno

Haciendo uso de los métodos presentados en el capitulo I se puede ver que:

$$X_{t+1} - \mu = \xi_{t+1} + (p-q) \sum_{i=0}^{\infty} q^{i} (X_{t-i} - \mu)$$

y por lo tanto la mejor predicción lineal es:

$$F_{t,1} = \mu + (p-q)) \sum_{i=0}^{\infty} q^{i} (X_{t-i} - \mu) = \mu + (p-q)(X_t - \mu) + q(F_{t-1,1} - \mu)$$

Así una predicción observada $f_{t,1}$ puede ser calculada usando el ultimo retorno x_t, la predicción previa $f_{t-1,1}$, y los estimadores μ, p y q, los coeficientes de la ecuación anterior tienen un total de $(p-q)\ \Sigma\ q^i = (p-q)/(1-q)$ el cual es mucho menor a 1.

X_{t+1} igual a $F_{t,1} + \xi_{t+1}$ y así el error cuadrado medio de $F_{t,1}$ es igual a la varianza de ξ_{t+1}, también la predicción $F_{t,1}$ y la predicción del error ξ_{t+1} son no correlacionados, del proceso ARMA se sigue que:

$$\mathrm{var}(\xi_{t+1}) = \mathrm{MSE}(F_{t,1}) = (1-p)^2\sigma^2/(1-2pq+p^2)$$

y así

$$\mathrm{var}(Ft,1) = (p-q)^2\sigma^2/(1-2pq+p^2) = Ap(p-q)\,\sigma^2/(1-pq).$$

Comparada con la predicción de la caminata aleatoria para X_{t+1}, la cual es simplemente μ y tiene MSE= σ^2, la reducción proporcional en el MSE obtenida utilizando la predicción lineal optima es:

$$W_1 = \{\sigma^2 - \mathrm{MSE}(F_{t,1})\}/\ \sigma^2 = \{\mathrm{var}(F_{t,1})/\ \sigma^2\} = \{Ap(p-q)/(1-pq)\}.$$

Suma de Retornos futuros

La toma de decisiones requiere de predicciones del retorno total del día t al día t+h . Sea $S_{t,h} = X_{t+1} + X_{t+2} + \ldots + X_{t+h}$ ese total. Álgebra superior nos muestra que la predicción lineal optima de $S_{t,h}$ es simplemente:

$$G_{t,h} = F_{t,1} + F_{t,2} + \ldots + F_{t,h} = h\mu + (1-p^h)\,(F_{t,1} - \mu)/(1-p)$$

Esta predicción tiene MSE igual a $E\{(S_{t,h} - G_{t,h})^2\}$ el cual es menor al MSE de la predicción de la caminata aleatoria $(h\mu)$ la cual es la $\mathrm{var}(S_{t,h})$. Se sigue que la reducción proporcional en el MSE obtenida usando la predicción lineal optima es:

$$W_h = \{\mathrm{var}(S_{t,h}) - \mathrm{MSE}(G_{t,h})/\mathrm{Var}(S_{t,h})\} = \mathrm{var}(G_{t,h})/\mathrm{var}(S_{t,h})$$

y de las ecuaciones var(F_t,1) y W_1 se tiene que:

$$var(G_{t,h}) = \{(1-p^h)/(1-p)\}^2\{Ap(p-q)\,\sigma^2/(1-pq)\}$$

y

$$var(S_{t,h}) = \sigma^2\{h + 2Ap(h-\{1-p^h\}/\{1-p\})/(1-p)\}$$

Ahora se compara predicciones de tendencias de precios con predicciones de la caminata aleatoria sobre una selección de predicciones a horizonte para series de monedas y mercancías. Los primeros dos tercios de una serie es usada para estimar los parámetros que aparecen en las ecuaciones para las predicciones , entonces la precisión de la predicción es comparada al final con el ultimo tercio de la serie. La notación $f^{(j)}_{t,1}$ se referirá a la predicción j del retorno x_{t+1} hecha al tiempo t, mientras que $g^{(j)}_{t,h}$ describe la correspondiente predicción del retorno total $x_{t+1} + x_{t+2} + \ldots + x_{t+h}$ sobre los siguientes h días. $f^{(j)}_{t,1}$ es igual a $g^{(j)}_{t,1}$.

Benchmark

Las predicciones basadas en modelos de tendencia deben ser comparados con algunas predicciones Benchmark, ya establecidas. La predicción de la caminata aleatoria cuando los retornos esperados son cero define el primer conjunto de predicciones como:

$$g^{(1)}_{t,h}= 0$$

estas predicciones tienen sentido para las series de futuros cuando se cree que no hay "riesgo premium". La predicción de la caminata aleatoria cuando se cree que los retornos esperados son distintos de cero utiliza la ultima media muestral. Así el segundo conjunto de predicciones es:

$$g^{(2)}_{t,h}= h \sum_{s=1}^{t} x_s / t$$

que se tiene que comparar con el Benchmark ya establecido, para cerrar la brecha.

Predicción de Tendencias de Precios

Se consideran tres predicciones derivadas de los modelos de tendencias de precios y estimadores de modelos paramétricos. Inicialmente se supone que el retorno esperado es cero, que es muy razonable cuando se estudian precios futuros. Los parámetros p y q han sido estimados de los retornos x_t y de los retornos reescalados y_t usando los métodos mencionados anteriormente, aplicado a dos tercios de cada serie, al tiempo t = 1 a n_1. Los estimadores $\hat{p}$ y $\hat{q}$ calculados de x_t, $1 \leq t \leq n_1$, define el tercer conjunto de predicciones, adaptando $F_{t,1}$ y $G_{t,h}$ nos da:

$$f^{(3)}_{t,1} = (\hat{p} - \hat{q})x_t + \hat{q}\ f^{(3)}_{t-1,1}$$

y

$$g^{(3)}_{t,h} = (1 - \hat{p}^{h})f^{(3)}_{t,1} / (1 - \hat{p})$$

El cuarto conjunto de predicciones, $g^{(4)}_{t,h}$, esta definido en forma similar al tercero usando los estimadores $\hat{p}$ y $\hat{q}$ calculados de y_t, $1 \leq t \leq n_1$. Estos estimadores son probablemente sesgados, ya que los retornos reescalados y_t están más autocorrelacionados que x_t. Ligando las predicciones de retornos reescalados, retornos y la desviación estándar condicional tenemos la siguiente ecuación:

$$y_{t+1} = f_{t,1}/v_{t+1}$$

un predicción apropiada de x_{t+1} es definida por:

$$f^{(5)}_{t,1} = (\hat{v}_{t+1} / \hat{v}_{t})\{(\hat{p} - \hat{q})\, x_t + \hat{q}\ f^{(5)}_{t-1,1}\}$$

predecir todas las desviaciones estándar condicionales futuras con $\hat{v}_{t+1}$ puede ser reducido a:

$$g^{(5)}_{t,h} = (1 - \hat{p})\, f^{(5)}_{t,1} / (1 - \hat{p})$$

Estadísticas

Dadas las predicciones $g^{(j)}_{t,h}$ hechas para el ultimo tercio de una serie, $n_1 < t \leq n-h$, el MSE empírico puede ser calculado como:

$$MSE(h,j) = \sum_{t=n_1+1}^{n-h} (x_{t+1} + \ldots + x_{t+h} - g^{(j)}_{t,h})^2 / (n - n_1 - h).$$

El porcentaje de reducción en el MSE (PMSE) relativo a la predicción k de Benchmark es entonces definida por:

$$PMSE(h,j,k) = 100 \, \{MSE(h,k) - MSE(h,j) / MSE(h,k)$$

con $k = 1$ o 2.

La magnitud de la predicción del error depende de la desviación estándar condicional de los retornos, así las estadísticas MSE y PMSE nos dicen más acerca de la precisión cuando la desviación estándar condicional es más alta que la precisión promedio de las posibles varianzas.

Es relevante considerar la predicción de errores escalados, definidos como una predicción de errores divididos por una estimación apropiada de la desviación estándar. Estos errores escalados definen los MSE y PMSE ponderados como:

$$WMSE(h,j) = \frac{1}{n - n_1 - 1} \sum_{t=n_1+1}^{n-h} ((x_{t+1} + \ldots + x_{t+h} - g^{(j)}_{t,h}) / \hat{v}_{t+1})^2$$

y

$$PWMSE(h,j,k) = 100\{WMSE(h,k) - WMSE(h,j)\} / WMSE(h,k)$$

con $\hat{v}_{t+1}$ definida en el capitulo anterior, y con $\overline{x}$ fija igual a cero. Así WMSE mide la precisión de la predicción aplicada a retornos reescalados.

Futuros

Para la siguiente tabla se seleccionaron 5 series de 12 meses por contrato para minimizar el numero de valores iniciales requeridos para las ecuaciones de predicción, y las otra tres series de 6 meses. Se fijo $f^{(j)}_{t,1} = 0$ para $t = t_1 - 1$ y toda j, el valor de $\hat{v}_t$, para $t = t_1$, se fijo en 1.253 veces el promedio de $|x_t|$ sobre el tiempo t_1 a t_1+19. La predicción $f^{(j)}_{t,1}$ fue calculada para los tiempos t_1 a $t_2 - h$ e incluida en el calculo de MSE para $t_2 - h + 1$ a $t_2 - 1$.

Comparar las dos predicciones de Benchmark mostró que es mejor asumir que el retorno esperado es cero, que predecir retornos utilizando promedios pasados.

Porcentaje de reducción en el error cuadrado medio relativo a una predicción de Benchmark

	PWMSE(h,j,1)[a]			PMSE(h,j,1)[b]		
Prediccion	j = 3	4	5	3	4	5
h = 1						
Maiz(12)	0.08	0.09	0.12	0.12	0.14	0.15
Cocoa(12)	0.50	0.99	0.98	0.45	0.78	0.74
Café(12)	0.30	0.22	-0.26	-0.25	-1.37	-3.71
Azúcar(12)	0.29	0.25	0.10	-0.22	-0.39	-0.69
Lana(12)	0.04	-0.24	-0.44	0.28	-0.67	-1.08
Libra(6)	0.28	0.32	0.32	0.13	0.02	-0.07
DM(6)	0.64	0.97	1.04	0.14	0.08	-0.04
SF(6)	-1.07	0.33	0.19	-1.81	-0.19	-0.48
h = 5						
Maiz(12)	0.49	0.61	0.83	0.89	1.12	1.26
Cocoa(12)	1.90	3.96	4.05	2.23	4.53	4.88
Café(12)	0.76	0.32	-1.07	-0.24	-1.78	-9.20
Azúcar(12)	2.12	2.12	1.35	-0.51	-1.53	-3.18
Lana(12)	-0.05	-1.14	-2.07	-0.69	-2.70	-4.41
Libra(6)	0.72	0.65	0.64	0.32	-0.29	-0.95
DM(6)	1.64	2.49	2.93	0.57	0.54	0.57
SF(6)	0.38	1.25	0.62	-0.53	-0.43	-1.54
h = 20						
Maiz(12)	0.58	0.63	1.26	0.49	0.29	1.33
Cocoa(12)	0.96	1.50	1.38	2.13	4.42	5.23
Café(12)	0.65	0.46	-0.06	-4.06	-5.43	-14.22
Azúcar(12)	4.16	4.54	3.17	1.39	-0.51	-4.32
Lana(12)	-0.28	-5.30	-8.27	-0.24	-6.18	-12.06
Libra(6)	0.86	-0.01	0.42	2.81	1.99	2.67
DM(6)	1.73	2.63	2.84	1.25	1.84	1.39
SF(6)	0.81	3.24	0.67	0.87	1.69	-2.56

[a] Reducción ponderada del MSE

[b] Reducción no ponderada del MSE definidas anteriormente

Cada PWMSE promedio es mayor que el correspondiente promedio de PMSE, esto nos dice que es muy dificil alcanzar cualquier reducción en el MSE cuando la desviación estándar es relativamente alta, o dicho de otra forma, un modelo de tendencia lineal es mejor que uno no lineal.

Los PMSE promedios son significativamente negativos y confirman la dificultad de predecir retornos cuando su varianza es muy alta.

Teoría de Predicción

Parece que la predicción de tendencia de precios puede ser mucho más precisa que la predicción de la caminata aleatoria. Algunos resultados teóricos son ahora conocidos mostrando que las predicciones de tendencia de precios son potencialmente valuables en algunos días. La correlación entre la predicción $F_{t,1}$ y el componente de tendencia del día siguiente aun no observado μ_{t+1} será denotada por λ. Usando las propiedades de $F_{t,1}$ dadas anteriormente.

$$\mathrm{var}(F_{t,1}) = \mathrm{cov}(F_{t,1}, X_{t+1}) = \mathrm{cov}(F_{t,1}, \mu_{t+1})$$

y así

$$\lambda = \sqrt{}\{\mathrm{var}(F_{t,1})/\ \mathrm{var}(\mu_{t+1}) = \sqrt{}\{p(p - q)/(1 - pq)\}$$

de lo anterior las desviaciones estándar de $F_{t,1}$,μ_{t+1} y X_{t+1} están relacionadas como:

$$\sigma_F = \lambda\sigma_\mu = \lambda\sigma_X\sqrt{A}$$

Cambios Esperados de Precios

La optima predicción lineal es insesgada, por eso si la predicción $f_{t,1}$ esta k desviaciones estándar de su media μ el retorno esperado sobre el día t+1 es $\mu + k\sigma_F$ y los retornos esperados sobre los h días, i.e. el cambio esperado en el logaritmo de precios, es:

$$h\mu + k\sigma_F(1-p^h)/(1-p)$$

esto difiere de la predicción de la caminata aleatoria $h\mu$ en:

$$k\lambda\sigma_X\ (\sqrt{A})\ (1-p^h)/(1-p)$$

Aplicando lo anterior un inversionista puede esperar hasta que k sea relativamente grande, entonces los retornos adicionales esperados para los valores típicos A = 0.03, p = 0.95, y σ_X = 0.02 son 2.4% para h = 10, y 3.8% para h = 20, incrementándose hasta 6% para h muy grande.

Predicción de la dirección de la Tendencia

Es importante predecir la dirección (alta o baja) de cualquier tendencia correctamente. Se estima la probabilidad de predecir la dirección correctamente suponiendo que $F_{t,1}$ y μ_{t+1} tienen una distribución normal bivariada. Entonces:

$$\mu_{t+1} \mid f_{t,1} \sim N(f_{t,1}\ (1-\lambda^2),\ \sigma_\mu^2\ )$$

Si μ = 0 y $f_{t,1}$ es un numero positivo $k\sigma_F$, la probabilidad estimada de que la tendencia es positiva se convierte en:

$$P(N(k\lambda\sigma_\mu,\ (1-\lambda^2)\ \sigma_\mu^2\ ) > 0\ ) = \Omega\ (k\lambda/\surd\ (1-\lambda^2))$$

con $\Omega\ (k\lambda/\surd\ (1-\lambda^2))$ la función de distribución acumulativa de la normal estándar.

Precios

Suponer que $g_{t,h}$ es la predicción lineal optima del $\log(z_{t+h}/z_t) = x_{t+1} + \ldots + x_{t+h}$, entonces una simple predicción de z_{t+h} es $z_t \exp\ (g_{t,h}\ )$. Esta predicción será sesgada, ya que solo puede ser insesgada si se supone que la distribución condicional de $S_{t,h} = \log(Z_{t+h}/Z_t)$ dada z_t y $I_t=\{x_t,x_{t-1},\ldots\}$es normal. Entonces se sigue que la mejor predicción de $z_{t,h}$ es:

$$\begin{aligned} E(Z_{t+h} \mid I_t\ ,z_t) &= z_t E(\exp(S_{t,h} \mid I_t\ )) \\ &\quad z_t \exp(g_{t,h} + \tfrac{1}{2}\ (\mathrm{var}(S_{t,h}\ )-\mathrm{var}(G_{t,h}\ )) \end{aligned}$$

IV.6 Conclusiones

La predicción de la tendencia de precios puede proveer reducciones mínimas en la predicción del error cuadrado medio, tales reducciones parecen variar inversamente con la apropiada varianza condicional de los retornos. Esto puede ser explicado por las magnitudes de las tendencias, siendo determinadas independientemente de las varianzas condicionales de los componentes aleatorios de los retornos. Las predicciones no lineales pudieran ser mejores que las predicciones lineales optimas, especialmente si las ponderaciones dadas a observaciones pasadas varían inversamente con ambas las varianzas condicionales y los ajustes de tiempo.

Capítulo V

"Evidencia contra la Eficiencia en un Mercado de Futuros"

Capítulo V

"EVIDENCIA CONTRA LA EFICIENCIA DEL MERCADO DE FUTUROS"

V.I Generalidades

Un mercado eficiente implica que todas las reglas de comercio sean despreciables, i.e. la información acerca de los precios no puede indicar el mejor momento para comprar o vender. Muchos comerciantes profesionales desmienten la eficiencia del mercado y la comunidad académica generalmente favorece el paradigma de la eficiencia del mercado.

Las reglas tienen buena oportunidad de hacer que el mercado eficiente de futuros aparezca como dudosa, a este respecto las reglas son altamente exitosas. La combinación de retornos esperados y riesgos son deliberadamente no optimizadas.

Evidencia teórica y empírica contra la eficiencia de los precios es descrita.

V.II Eficiencia de los Mercados

Una practica definición de la hipótesis del mercado eficiente es que se asume que las reglas de comercio compran y venden los mismos bienes frecuentemente. En comparación, los bienes deberían ser comerciados con mercados eficientes tan poco como sea posible para minimizar costos.

Las reglas de comercio generan más negocios para brokers que estrategias para el mercado eficiente y por eso tienen mayores costos de transacción y en adición a estos costos también están los de la adquisición de información, la interpretación de esta y tal vez también de impuestos, sin contar el tiempo que consume desarrollar un sistema que además necesita de un especialista. Así el rechazo de la hipótesis de la caminata aleatoria no necesariamente implica el rechazo de la hipótesis del mercado eficiente. Los costos asociados son imposibles de medir y serán ignorados, solo el creador del sistema de comercio puede decidir.

El riesgo debe ser considerado cuando los resultados del comercio son respaldados. Idealmente, el riesgo debería ser discutido en el contexto de un portafolio, así las inversiones alternativas como las acciones compartidas no deben ser olvidadas cuando el comercio de futuros es contemplado.

V.3 Problemas Surgidos de la Eficiencia del Mercado de Futuros

Reglas Filtro

La regla de comercio asignada en la mayoría de los artículos de investigación es la "regla filtro" de **Alexander** (1961) o alguna variación. Depende de un solo parámetro g, si los futuros son comprados, larga posición "long position", entonces son sostenidos hasta que el precio cae g por ciento de un pico; i.e. para una compra en el día i vender en el primer día $j > i$ para el cual el precio z_i es g por ciento más bajo que el precio máximo entre los días i y j-1. Después de cancelar la larga posición, los futuros son vendidos en corto en el día j y la corta posición, los mantiene hasta que el precio alcance g por ciento de un mínimo; i.e. va otra vez al día $k > j$ para el cual z_k es g por ciento más cerca al precio mínimo entre los días j y k-1. Se ha considerado el rango $0.5 \leq g \leq 25$.

Las reglas filtro son intencionadas para dejar provecho acumulado cuando hay una tendencia distinta, cambiando de larga a corta y vise versa, o, cuando la tendencia parece tener cambios de dirección. Una posición inicial puede ser tomada tan pronto como el precio se ha movido g por ciento de su nivel inicial.

Reglas de Benchmark

Los activos libres de riesgo, tales como depósitos de banco o seguridad del gobierno, son apropiados para comparaciones si se cree que no hay un riesgo premium. Por otra parte, compara y sostiene que deben ser respaldados se cree que existe un premium positivo. Otra complicación es el sesgo de las reglas filtro cuando hay un premium positivo, causado por tomar posiciones cortas contra el premium, este sesgo hace más difícil identificar cualquier deficiencia del mercado.

Significancia

Es muy poco lo que se puede decir acerca de la distribución de los retornos "filtro" cuando la hipótesis nula de un mercado eficiente es cierta. Para pruebas de hipótesis de la caminata aleatoria, **Praetz and Bird** han derivado pruebas estadísticas basadas según las decisiones filtro, se asumen retornos normales e idénticamente distribuidos. Debemos apreciar que la distribución de un resultado filtro no es la misma para las dos hipótesis, caminata aleatoria y mercado eficiente. Los resultados filtro son funciones de sumas de ciertos retornos X_t y las varianzas de esas sumas dependen de las autocorrelaciones de X_t, las cuales no tienen que ser cero para un mercado eficiente.

Optimización

Cualquier resultado obtenido por una optimización retrospectiva de g (%) debe ser evaluada cautelosamente. El procedimiento correcto es, separar en dos la serie de precios, se escoge g utilizando la primera parte y se evalúa g sobre los restantes precios. Este procedimiento requiere muchos años de precios diarios.

Problemas Para medir el Riesgo y el Retorno

Retornos

Los retornos de las inversiones de acciones compartidas pueden ser medidas fácilmente, pero no es así para futuros de mercancías debido al margen de comercio. Es posible definir el retorno de un comercio identificando el margen de deposito con el monto invertido. La inversión es entonces altamente riesgosa. De cualquier forma, las perdidas podrían exceder el deposito inicial ya que las definiciones que envuelven el margen de pagos son seguramente inapropiados. Una mejor aproximación es considerar alguna suma para invertir en un fondo de futuros, entonces calcular el retorno del fondo, después de deducir los costos de comisión, e incluir el interés ganado en moneda no requerida por los corredores.

Riesgo

Una ves que se tiene un camino para calcular el retorno de una estrategia de comercio, es necesario considerar ajustes para el riesgo. Los retornos pueden ser frecuentemente mejorados tomando riesgos más altos.

La recompensa esperada por aceptar un riesgo diverso de las acciones compartidas es proporcional a la covarianza entre el retorno de la acción y el retorno en el portafolio del mercado hecho de todas las acciones compartidas, aplicando esta idea para filtrar resultados puede parecer tramposa pero es una solución satisfactoria para estudios que envuelven varias acciones.

Los estimadores empíricos de correlación entre los retornos de futuros de Estados Unidos e índices de acciones compartidas son muy cercanos a cero. Aceptar covarianza cero entre retornos de futuros y portafolios de diversas acciones compartidas tiene importantes consecuencias. Los inversionistas no necesitan ser recompensados por riesgos que hacen bajar los valores de la bolsa comprando futuros. Entonces el retorno esperado de futuro es cero, y teóricamente, ningún ajuste de riesgo es necesario para resultados de comercio. Sin embargo, si la realidad y la teoría difieren, se puede esperar que los futuros paguen un riesgo premium. Esta seria entonces una excelente idea para aumentar portafolios de acciones incluyendo futuros. **Bodie & Rosansky** han argumentado que combinar futuros de mercancías con un portafolio de diversas acciones decrecería la desviación estándar de los retornos anuales desde un 19% a un 13% sin alguna reducción en el retorno esperado. La medición del riesgo es difícil con la covarianza cero y un riesgo premium positivo, ya que son contradictorios en la estructura usual de precios de activos.

Suposiciones

Para concluir los comentarios sobre los problemas encontrados cuando se investigan reglas de comercio, se deben suposiciones hacer acerca de los precios. Usualmente se supone que las transacciones pueden ser hechas con el cierre de precios publicados, esto presupone un mercado altamente liquido, también supone que cada decisión de comercio no tiene efectos en precios subsecuentes. En particular la cantidad comerciada debe ser relativamente pequeña, y otros comerciantes no reaccionan a las recomendaciones de las reglas.

Condiciones de Comercio

Un inversionista únicamente puede comerciar dando instrucciones al broker , los brokers cargan comisión por abrir o cerrar una posición de futuros, también requieren de un deposito margen cuando un trato es abierto. Este pago asegura que el inversionista pueda pagar por cualquier perdida, otros depósitos margen pueden ser reclamados si el precio se mueve contra el inversionista. Los intereses por comisión son fijados tanto por la competitibidad de los brokers como la Cámara de Comercio de Mercados, las tasas cambian con el tiempo. Suponer el trato a es abierto al precio z_t para T unidades, así los bienes contenidos valen $Q = Tz_t$ cuando el trato comienza, entonces se asumirá que un solo pago de cQ es hecho al tiempo t al broker cubriendo todos los costos del trato, se asume que c es la misma constante para todo tiempo considerado, se incluyen las comisiones y los costos adicionales pagaderos a diferentes precios bid y ask en el costo total cQ. Un valor apropiado de c para futuros de cocoa, café, y azúcar comerciados en Londres es entre 0.5% y 1.0% para los futuros de monedas, c es cerca de 0.2% en Chicago.

Los requerimientos del margen dependen del broker y del valor del crédito del inversionista. Se asume que dQ es depositado con el broker cuando el trato es abierto, para alguna constante d (% de depósito). Valores conservadores de d son 10% para Londres (agricultura) y 3% para Chicago (monedas). Cuando el precio se mueve en contra del inversionista, el deposito se convierte en la suma de todos los depósitos menos la perdida actual en los futuros.

Los futuros están definidos por contratos estándar, así T, el numero de unidades comerciadas, es en la practica algún múltiplo del tamaño de un lote.

V.4 Análisis Teórico

Estrategias de Comercio

Los tratos deben ser iniciados para ciertos valores de la predicción estándar k, definida para un proceso de retornos estacionario como:

$$k = (f_{t,1} - \mu)/\sigma_F$$

aquí es σ_F la desviación estándar de la variable que genera la predicción lineal optima ($f_{t,1}$) del retorno (x_{t+1}) con μ el retorno promedio no condicional.

Suponer que el preferible Benchmark es una inversión libre de riesgo, depositar efectivo en una cuenta de banco con interés bajo. La estrategia 1 pretende ganar un alto retorno cuando una tendencia a la alta es predecida.

(1a) Invertir a una tasa libre de riesgo en el día 0
(1b) Comprar en el día $t > 0$ si k excede algún numero k_0
(1c) Vender en el día t+N y reinvertir a una inversión libre de riesgo.
(El comerciante escoge k_0 y N).

Suponer que el Benchmark es comprar y sostener. La estrategia 2 abandona la larga posición cuando una tendencia a la baja es predecida.

(2a) Comprar T unidades de futuros en el día 0,
(2b) Vender en el día $t > 0$ si k es menor que algún numero $-k_0$ e invertir todo el efectivo retornado por el broker a tasa libre de riesgo para N días.
(2c) Comprar la misma cantidad de bienes nuevamente en el día t+N.

La estrategia 2 es menos riesgosa que comprar y sostener T unidades de futuros. La razón es que la estrategia 2 tiene una posición de apertura de futuros en menos tiempo, que comprar y sostener, así la estrategia 2 será claramente superior a comprar y sostener cuando la estrategia tiene un retorno esperado más alto, por lo mismo tiene menor riesgo.

Suposiciones

Se deben hacer varias suposiciones para obtener resultados exactos.

i. Existen algunos inversionistas bien informados. Tales personas conocen todos los parámetros del proceso, entonces conocen los parámetros de tendencia A y p.
ii. El proceso de retornos es Gaussiano. Todos los conjuntos de retornos tienen distribución normal multivariada, con media μ y varianza σ^2.
iii. Las partidas de una estrategia Benchmark siempre dura N días, con N fija por adelantado de cualquier trato.
iv. Los costos de comercio igual a cQ son pagados cuando una posición que vale Q es abierta.
v. Únicamente un deposito margen es necesario por trato; un monto dQ es sostenido por un broker el cual no paga interés sobre este.
vi. Se aplica una tasa de interés a todo préstamo o deuda libre de riesgo, la duración del deposito o préstamo. El interés simple es calculado a la tasa r por día comerciado y pagadero al término el trato.
vii. Cada contrato de futuros es comerciado por un año.
viii. El dinero puede ser transferido instantáneamente entre la cuenta de banco del inversionista y el broker.

Condiciones para Comercios Provechosos

Primero, se compara una inversión libre de riesgo de capital C en el día 0 con la estrategia 1. Comprar futuros vale Q en el día t al precio z_t cuando $k > k_0$ deja $C - (c + d)Q$ en la cuenta libre de riesgo. Al tiempo t el precio de venta en el día t+N es incierto y descrito por la variable aleatoria Z_{t+N}. El valor obtenido de la estrategia 1 en el día t+N es la variable aleatoria.

$$W_1 = Ctr + \{ C - (c + d)Q\}(1+Nr) + dQ + Q(Z_{t+N} - z_t)/z_t$$

Usando la predicción estandarizada k al tiempo t, la ganancia esperada al tiempo t+N excede la inversión libre de riesgo si:

$$E(W_1|k) > C(1+tr+Nr),$$

la cual se simplifica en:

$$E\{(Z_{t+N} - z_t)/z_t \mid k\} > c + Nr\,(c + d)$$

Esta desigualdad sostiene que la estrategia 1 es mejor que una inversión libre de riesgo si el cambio del precio proporcional esperado excede los costos de operación y el interés devengado sobre los depósitos y costos de operación. Suponer que k_0 ha sido seleccionada, entonces un mercado es teóricamente ineficiente si la desigualdad anterior es cierta para $k = k_0$ y alguna N.

Segundo, empezar con un capital C en el día 0, comprando y sosteniendo futuros con valor Q con la estrategia 2. Sea el día t el primero después del día 0 en el cual $k < -k_0$, entonces la estrategia 2 vende en el día t y compra la misma cantidad que en el tiempo t+N para obtener la ganancia:

$$W_2 = \{C - (c + d)Q\}\{1 + (t + N)r\} + \{dQ + Q(z_t - z_0) / z_0\}(1 + Nr) - cQZ_{t+N}/ z_0$$

después de completar las transacciones al tiempo t + N. Al mismo tiempo comprar y sostener da la ganancia:

$$W_{BH} = \{C - (c + d)Q\}\{1 + (t + N)r\} + dQ + Q(Z_{t+N} - z_0)/z_0$$

nuevamente tomar la esperanza al tiempo t, la estrategia 2 es mejor que comprar y sostener sobre el tiempo t + N si:

$$E(W_2|k) > E(W_{BH}|k)$$

con $z_t > z_0$ y $(1+Ndr)/(1+c) > E(Z_{t+N}/z_t|k)$.

Cuando las dos desigualdades anteriores son ciertas es posible que la estrategia 2 espere tener menos interés ganado al tiempo t+N que comprar y sostener, para asegurar que esto no pasa es suficiente agregar más condiciones, $z_t / z_0 > (1 - d)/(1-d-c)$ y:

$$1 > E(Z_{t+N} / z_t | k).$$

para una k_0 determinada, si las dos desigualdades anteriores son ciertas para $k = -k_0$ y algún valor de N, entonces es un mercado ineficiente. Es necesario escoger k_0, este numero controla la frecuencia de divergencias de la estrategia benchmark.

Regiones Ineficientes.

Implicaciones

Los resultados dependen de los parámetros del mercado c, d, r, la media μ y la varianza σ^2 de los retornos.

Los estimadores A y p presentados en el capitulo anterior pueden ser usados para discutir la ineficiencia teórica del mercado de futuros. Es necesario ser cuidadosos porque un proceso lineal es asumido para los retornos en este capitulo y no lineal en el anterior. El proceso lineal intenta ser una aproximación al proceso no lineal real, operando en los tiempos t y t + N. La autocorrelación para un proceso de tendencia no lineal es Ap^{τ}, pero multiplicada por una constante, determinada por la varianza condicional, para los modelos alternativos de tendencia lineal. Se puede decir que valores apropiados de A cuando se evalúa la teórica eficiencia del mercado real, son $\hat{A}_{\bullet} = \hat{A}_1 \exp(\beta^2)$ y $\hat{A}_2$. Usando estimadores y los estimadores apropiados de p obtenemos los siguientes estimadores de la autocorrelación total.

$$\Upsilon = \sum_{\tau=1}^{\infty} \rho_{\tau} = \sum_{\tau=1}^{\infty} Ap^{\tau} = Ap/(1-p)$$

Estimadores de Υ

Series	Estimadores de A	
	$\hat{A}_0$	$\hat{A}_2$
Cacao(6)	0.69	0.84
Café(6)	0.47	0.49
Azúcar(6)	0.64	0.78
Libras/ \$(6)	0.62	0.80
DM / \$(6)	0.26	0.58
SF\$ / (6)	0.44	0.80

Así una muy pequeña autocorrelación a varios ajustes hace una mercado ineficiente.

Estrategias Reales y Suposiciones

Estrategias y suposiciones se hacen lo más realistas posibles. Las decisiones del comercio dependen de una predicción estandarizada calculada asumiendo un modelo de tendencia no lineal.

Estrategias

$$k = f^{(5)}{}_{t,1} / \hat{\sigma}_F,$$
$$\hat{\sigma}_F = \nu_{t+1} \{Ap(p - q)/(1 - pq)\}^{1/2}$$

la predicción $f^{(5)}{}_{t,1}$ y $\hat{\sigma}_F$ han sido definidos en el capitulo anterior, con $\overline{x}$ ignorada, $\gamma = 0.1$.

Las estrategias tienen dos parámetros, uno controla el comienzo de los tratos (k_1) y el otro su conclusión (k_2). Cada día empieza con una posición en el mercado: ninguna, larga o corta, entonces se calcula k y la posición es reconsiderada.

La estrategia I es una alternativa para comprar y sostener tratando de ahorrar dinero cuando precede una tendencia a la baja:

Ia. Comprar en la primer ocasión que k es mayor a k_1.
Ib. Cuando una posición larga es sostenida: no hacer nada si $k \geq k_2$, vender y no tomar posición en el mercado si $k < k_2$.
Ic. Cuando ninguna posición es sostenida: no hacer nada si $k \leq k_1$, comprar si $k > k_1$.

Debemos considerar $k_1 = 0$ y $k_2 = -2$. Comprar y sostener se evalúa fijando $k_1 = -1000$ y $k_2 = -1001$.

La estrategia II es una alternativa para inversiones libres de riesgo, pretende aprovechar las tendencias en cualquier dirección:

IIa. Cuando ninguna posición se sostiene, empezar un trato si $k > k_1$ (comprar) o $k > k_1$ (vender).
IIb. Cuando una posición larga es sostenida: no hacer nada si $k \geq k_2$, vender y no tomar posición en el mercado si $k < k_2$.
IIc. Cuando una posición corta es sostenida: no hacer nada si $k \leq -k_2$, comprar y no tomar posición en el mercado si $k > -k_2$.

Debemos considerar $k_1 = 2$ y $k_2 = 0$.

Suposiciones

La lista dada por el análisis teórico hace los resultado realistas. Las siguientes suposiciones reflejan varias restricciones encontradas por los inversionistas.

i. Algunos inversionistas piensan que saben los procesos estocásticos generadores de precios. Poseen estimadores imperfectos de los parámetros de tendencia para los cuales pueden calcular k. Pueden negociar sin alterar el camino que tomen los precios.
ii. Las instrucciones de los brokers se toman después de leer el cierre de ayer en el periódico de hoy, entonces las decisiones tienen que ser evaluadas con el siguiente cierre del precio, en efecto un día más tarde.

iii. Todas las cantidades comerciadas son elegidas para hacer el valor denotado por Q, de los bienes comerciados y vendidos al comienzo de una trato, igual al capital disponible para invertir, denotado C. Manteniendo Q como constante, irrespectivo del precio común y recursos, asegura que la estrategia de comercio es menos riesgosa que compra y sostener.
iv. Los costos de operación cQ son pagados cuando un trato que vale Q es abierto.
v. Un margen inicial de deposito dQ es enviado al broker. Los brokers no pagan interés.
vi. Cada contrato de agricultura o de futuros simulados es comerciado por un año, y para monedas cada 6 meses.
vii. Todo el dinero no sostenido por el broker del inversionista es mantenido en una cuenta de banco, ganando interés simple a alguna tasa r por día comerciado, lo cual es acreedor a la cuenta al final de cada periodo comerciado.
viii. Si un trato termina en el día t el broker regresa los depósitos más cualquier ganancia comerciada menos cualquier perdida comerciada en el día t+D.
ix. El banco permite ganancias inmediatas, pero deduce el interés devengado del monto de las ganancias durante los siguientes D_2 días.

Los parámetros de las estrategias de comercio se eligen para maximizar el valor esperado del capital de un inversionista al final de una año, sujeto a las restricciones descritas y la suposiciones (iii). No se espera que las estrategias derivadas sean media / varianza optima o, a maximizar utilidades esperadas, pero si deben estar cerca de lo óptimo, Otro objetivo es hacer que la hipótesis del mercado eficiente parezca dudosa cuando es falsa. Las estrategias son tan buenas como alternativas concernientes a este objetivo.

Contratos Simulados Comerciados

Para operar las reglas del comercio se necesitan los valores de A, p, k_1 y k_2. La primera parte de cada serie de futuros, llamada contratos de calibración, es usada para estimar A y p. Entonces k_1 y k_2 son seleccionados optimizando los resultados del comercio según los contratos simulados y los de calibración. Únicamente cuando A,p,k_1 y k_2 son todos seleccionados, entonces consideramos los resultados del comercio para los contratos restantes. Estos serán llamados contratos de prueba.

V.5 Resultados (Futuros)

Contratos de Calibración

Todos los resultados del comercio para los contratos de calibración serán favorablemente sesgados, porque A y p han sido estimados de sus retornos. Los siguientes estimadores están basados en retornos calibrados y usados para ambos contratos; de calibración y de prueba.

Varios valores de k_1 y k_2 cerca del optimo estimado por simulación han sido considerados y las opciones finales para los contratos de prueba han sido calculados considerando los resaltados del comercio de contratos simulados y de calibración. No es muy bueno basarse en los resultados de calibración únicamente, para los promedios de pocos años puede variar accidentalmente, cuando pequeños cambios son hechos a k_1 y k_2.

La siguiente tabla resume los finales valores de k_1 , k_2 y el promedio anual de ganancias consecuentes, si se hubieran seleccionado A, p, k_1 y k_2 antes de poner los precios de calibración. Los resultados de comprar y sostener son obtenidos suponiendo k_1 = -1000 y k_2 = -1001. Las ganancias son definidas como el cambio en el capita usando una estrategia de comercio menos el cambio en el capital usando la estrategia Benchmark apropiada.

Porcentaje promedio anual de cambios en el capital

Contratos de Calibración	Estrategia Benchmark	Estrategia de Comercio			Ganancias
	Promedio (%)	k_1	k_2	Promedio (%)	Promedio (%)
Cocoa	61.5	0	-1.6	61.6	0.1
Café	52.3	0	-1.6	49.3	-8.0
Azúcar	26.2	0.4	-1.0	34.3	8.1
Esterlina	12.0	0.8	-0.3	17.6	5.6
DM	12.0	0.8	-0.3	20.0	8.0
SF	12.0	0.8	-0.3	21.6	9.6
Contratos de Prueba					
Cocoa	19.5	0	-1.6	21.8	2.3
Café	10.5	0	-1.6	12.1	1.6
Azúcar	64.4	0.4	-1.0	91.5	27.1
Esterlina	16.0	0.8	-0.3	23.4	7.4
DM	16.0	0.8	-0.3	22.8	6.8
SF	16.0	0.8	-0.3	22.8	6.8

Contratos de Prueba

La segunda parte de la tabla muestra el cambio promedio anual en el capital para los contratos de prueba. Comparando promedios para las estrategias de comercio con los correspondientes promedios de las estrategias Benchmark, da la columna final. Estas ganancias promedio son la mayor evidencia para discutir la validez de la hipótesis de la eficiencia del mercado. Ciertamente sugieren algunas deficiencias importantes ocurridas en años anteriores.

La siguiente tabla enlista los cambios anuales porcentuales en el capital para contratos de agricultura, los cambios son dados por comprar y sostener, con la estrategia I junto con el numero de días en que los futuros fueron accesados. La ultima columna da el numero de transacciones (uno compra y el otro vende) para la estrategia I. Los resultados de comercio son similares a los de comprar y sostener porque k_2 es extremadamente pequeña.

Cambios anuales porcentuales en el capital de futuros (Londres)

	Comprar y interés	sostener con		Estrategia I	
	Cambio (%)	Días accesados	Cambio (%)	Días accesados	Transacciones
Cocoa					
1977	121.8	252	121.8	252	1
1978	1.9	251	-0.5	192	3
1979	-17.6	252	-18.0	196	4
1980	-28.1	250	-21.6	190	3
1981	19.5	251	27.1	186	3
Promedio	19.5		21.8		
Café					
1977	-2.5	252	3.6	209	4
1978	17.7	251	9.4	227	3
1979	52.2	252	59.8	229	3
1980	-31.3	252	-33.2	198	5
1981	16.6	250	20.8	217	4
Promedio	10.5		12.1		
Azúcar					
1974	535.5	250	537.0	249	1
1975	-57.4	252	13.5	79	2
1976	-13.6	254	25.8	152	1
1977	-20.8	252	5.7	62	1
1978	-13.2	252	12.8	84	2
1979	47.5	250	32.7	165	4
1980	63.2	270	100.2	187	2
1981	-26.4	251	4.4	106	2
Promedio	64.4		91.5		
Promedio Total	37.0		50.1		

Esta tabla presenta cambios en el capital sobre seis meses. Los cambios son dados por inversiones libres de riesgo al 16% por año y para la estrategia II. Durante 1981 los contratos presentan importantes ganancias, que deberían ser vistas como considerable dudas acerca de la eficiencia de lo mercados de monedas. Las ganancias podrían ser mayores si el deposito de margen ganara intereses.

V.6 Conclusiones

Existe amplia evidencia contra la eficiencia del mercado de futuros. Las reglas de comercio construidas de los modelos de tendencia de precios son exitosas cuando se aplican a los contratos de prueba. Las reglas pudieron ser usadas para obtener provechos de comercio en exceso de las predicciones del mercado eficiente en años subsecuentes a aquellos usados para su desarrollo. Reglas de comercio menos sofisticadas podrían dar los mismos resultados. Además la hipótesis del mercado eficiente no ha sido probado falsa, parece ser más falsa que verdadera para los mercados y años investigados. La hipótesis no puede ser probada hasta que alguien describa la evidencia estadística suficiente que la refleje.

Obviamente es difícil de estimar los valores de las estrategias descritas, existen mejores reglas de comercio, ofreciendo más altos retornos esperados para el mismo nivel de riesgo. Medir el riesgo de las reglas de comercio es problemático, algunos inversionistas y managers de fondos consideran el riesgo aceptable, especialmente si pueden combinar comerciar con sostener un portafolio de diversas acciones.

La investigación sobre las reglas de comercio tampoco es fácil, ya que no hay pruebas de hipótesis formales y más complicaciones surgen porque la emisión del riesgo premium es crucial cuando la política de la eficiencia del mercado es definida para comparaciones con variantes del comercio, aun más mucho años de investigación de precios es requerida para obtener conclusiones claras.

Muy pequeña autocorrelación, a varios ajustes, es necesaria para hacer un mercado deficiente, parece que un mercado puede ser deficiente cuando todas las autocorrelaciones, excepto en el ajuste 0, son entre 0 y 0.03. Una estadística importante para respaldar la eficiencia es el total de las autocorrelaciones, sumados sobre todos los ajustes positivos. Para modelos de tendencia de precios un total cerca de 0.3 pude ser suficiente para deficiencias, mientras 0.6 ciertamente indica un mercado deficiente. El ultimo total es realizado si los componentes de tendencia calcula para el 3% de la varianza de los retornos y la duración de tendencia media es 20 días. Bajas totales bastan porque los costos de operación son relativamente pequeños.

El análisis teórico, como métodos de simulación y matemáticos, muestran que la autocorrelación pequeña puede causar que los mercados sean deficientes. los resultados empíricos para las reglas de comercio practicas, soportan esta conclusión fuertemente. Por eso la hipótesis del mercado eficiente es probablemente falsa para varios mercados de futuros. Los modelos de precio de tendencias juegan un rol central al llegar a esta conclusión.

Capítulo VI

"Valuación de Opciones"

Capítulo VI

"VALUACIÓN DE OPCIONES"

VI. 1Generalidades

El valor de una opción depende de varias variables incluyendo las varianzas de los retornos futuros.

Una opción Americana call es un contrato que da a su propietario el derecho de comprar un monto fijo de una subyacente especifico a un precio fijo, en cualquier tiempo o antes de una fecha ya dada. Una vez comprada una opción, usualmente puede ser vendida a alguien más antes de la fecha dada. Las opciones que pueden ser ejercidas únicamente en la fecha de expiración, son las Europeas, pero son relativamente raras. Una opción de venta, es llamada una opción put y la de compra call, solo consideraremos opción call.

El valor de una opción depende de varias variables, como el precio del ejercicio y la fecha de expiración, pero también depende de los procesos estocásticos que rigen los precios del activo subyacente.

El siguiente capitulo resume el valor de una opción call cuando el logaritmo del precio cambia continua y aleatoriamente, con los retornos diarios normal e idénticamente distribuidos. Los procesos estocásticos más apropiados son considerados, en el primer caso teniendo cambios en la varianza condicional y en el segundo caso, en las tendencias de precios. Se muestra que los valores de las opciones son sensibles a la especificación del proceso generador de retornos.

VI. 2 Black & Scholes

Considerar una opción call de una acción que no paga dividendos antes de la fecha de expiración de la opción. Las opciones Americanas y Europeas tienen valores idénticos cuando no hay dividendos, debido a esto lo sub-óptimo para ejercer una opción call es antes de la fecha de expiración.

Sea t el tiempo actual y t + T la expiración, con T medida en días comerciados. Sea $S = z_t$ el precio actual de la acción y sea K el precio del ejercicio. Así el valor de la opción en el día t+T es z_{t+1} - K si este es un numero positivo, si no el valor es cero. Suponer que hay un interés constante r; tal que $1 invertido ahora valdrá $exp(rT) después de T días comerciados.

Black & Scholes (1973) asumieron el logaritmo del precio siguiendo un **Proceso Wiener** de tiempo continuo: los retornos diarios tienen distribuciones normales idénticas e independientes. Ellos demostraron que el valor C de una opción call depende de K, S, T, r y de la desviación estándar σ de los retornos diarios. Su fórmula usa la función de distribución acumulativa de la distribución normal estandarizada.

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{1}{2}u^2}\, du,$$

para obtener el precio call justo

$$C = S\Phi(d) - Ke^{-rt}\,\Phi(d - \sigma\sqrt{T})$$

con

$$d = \{\log (S/K) + (r + \tfrac{1}{2}\sigma^2)T\} / \sigma\sqrt{T}).$$

Estas fórmulas siguen las propiedades de arbitraje de una posición libre de riesgo, conteniendo una acción balanceada vendiendo corto $1/\Phi(d)$ calls. Conforme el tiempo progresa d cambia y así la delantera debería, teóricamente, ser revisada continuamente. No habrá riesgo si esto puede ser hecho, para cambios en el valor de la acción igualará los cambios en el valor de las opciones más el interés en el activo invertido.

Cada alternativa así como cada precio call es independiente de las preferencias de riesgo de los inversionistas. Los precios call pueden ser obtenidos asumiendo que las acciones y las opciones son comerciadas en un mundo neutral de riesgo. Entonces el valor call al tiempo t es el valor esperado discontinuo al tiempo t+ T:

$$C = e^{-rt} \int_{K}^{\infty} ((z - k) f(z)\, dz$$

con $f(z)$ la función de densidad del precio Z_{t+T}, cuando los retornos diarios se distribuyen como $N(r - \frac{1}{2}\sigma^2, \sigma)$ para asegurar $E(Z_{t+T}) = z_t \exp(rT)$.

VI. 3 Fórmula Estándar

Sabemos que los retornos diarios sobre largos periodos de tiempo no son observaciones independientes de la misma distribución normal. De cualquier forma, será aceptable hacer estas suposiciones para la vida restante de una opción, que frecuentemente será menor a seis meses y en algunos casos de pocos días solamente.

Para calcular C, quisiéramos saber σ, pero debemos sustituirla por algún estimador $\hat{\sigma}$ en la formula de precios de la opción. Unicamente se necesita estimar la desviación estándar.

Los comerciantes de opciones podrán usar información para estimar σ. Cuando σ hace que el precio del mercado sea igual al precio Black-Scholes, entonces σ es llamada la desviación estándar implicada. Una combinación apropiada de la desviación estándar implicada y de los estimadores de retornos pasados, probablemente nos proporcionara el mejor estimador de σ.

VI. 4 Varianzas Condicionales

Primero se discutirán los valores call para procesos estacionarios y después sin esta suposición. Se asume que los retornos tienen distribuciones normales condicionales y que son no correlacionados, t es el tiempo actual y expira al tiempo $t + T$.

Fórmulas para Procesos Estacionarios

Suponer que las desviaciones estándar condicionales $V_t, V_{t+1}, \ldots, V_{t+T}$ son generadas por procesos Gaussianos.

$$\log(V_{t+h}) - \alpha = \phi\{\log(V_{t+h-1}) - \alpha\} + \eta_t$$

para $1 \leq h \leq T$ con $0 < \phi < 1$. También la distribución incondicional de $\log(V_{t+h})$ es $N(\alpha, \beta^2)$, la varianza incondicional de V_{t+h} es:

$$\sigma^2_V = \exp\,(2\alpha + 2\beta^2)$$

y las η_t están independientemente distribuidas como $N(0, \beta^2\,(1-\phi^2\,))$. Dado un valor v_t de V_t suponer que el retorno X_t tiene una distribución $N(\mu\ ,\ v_t^2)$ para alguna constante μ. Para obtener un proceso estocástico de tiempo continuo, sean, $\{Z(s)\ ,\ s \text{ real}\}$, podríamos asumir que el logaritmo de precios sigue un proceso de **Wiener** durante cada día comerciado con:

$$\log\,\{Z\,(t + h + c + d)/Z(t + h + c)\} \sim N(\mu d,\, v^2_{t+h}\, d),$$

dado un valor observable v_{t+h} y cualquier c , d tales que $0 \leq c < c + d \leq 1$. Teóricamente, los inversionistas pueden calcular v_{t+h} rápidamente de los precios registrados continuamente y así poder crear alternativas libres de riesgo a todo tiempo. Estas alternativas no dependerán de las preferencias del riesgo y por eso pueden ser obtenidos precios call justos y asumir un mundo de riesgo neutral "risk-neutral world". La ecuación de C es apropiada, pero necesitamos la función de densidad del precio Z_{t+T} sobre la fecha de expiración de la opción.

Al tiempo t sabemos el precio actual z_t y se asumirá que v_t es también conocida. Dada esta información;

$$\log(Z_{t+T}) = \log\,(z_t) + \sum_{h=1}^{T} X_{t+h}$$

con la media condicional $\mu_1 = \log\,(z_t) + T\mu$ y varianza condicional;

$$\sigma_1^2 = \sum_{h=1}^{T} E(V^2_{t+h}\mid v_t)$$

porque los retornos X_{t+h} no están correlacionados y $E(X^2_{t+h}\mid v_t) = E(V^2_{t+h}\mid v_t)$. Para evaluar σ_1^2, aplicamos la definición AR(1), $\log\,(V_{t+h}) - \alpha$, obtenemos:

$$\log\,(V_{t+h}\mid v_t) \sim N\,(\alpha + \phi^h\,(\log(v_t) - \alpha\,),\, \beta^2\,\,(1 - \phi^{2h}))$$

y como:

$$E(V^2_{t+h}\mid v_t) = \exp\,\{2\alpha + 2\phi^h\,(\log(v_t) - \alpha\,) + 2\beta^2\,\,(1 - \phi^{2h})\}$$

entonces se puede calcular σ_1^2.

Para encontrar el valor de μ en un mundo de riesgo neutral es necesario asumir que el total $X_{t+1} + \ldots + X_{t+T}$ tiene una distribución normal para cualquier v_t dada. Esto no es verdad para $T > 1$ pero permite una excelente aproximación de valores call correctos. Haciendo la suposición, de que μ es $r - \frac{1}{2}\sigma_1^2/T$ para acciones en un mundo de riesgo neutral, notar que μ depende de v_t. También se puede deducir un valor call para un producto proceso, modificando las fórmulas Black-Scholes:

reemplazando $\sigma\sqrt{T}$ por $\sigma_1 = \{\sum_{h=1}^{T} E(V^2_{t+h}|v_t)\}^{1/2}$

En la practica, v_t, α, β, y ϕ serán sustituidos por sus estimadores, lo mismo es aplicable tanto a acciones como a futuros.

La siguiente tabla muestra los precios call para cuatro valores de ϕ, que son 0.98, 0.985, 0.99 y 0.995 y también log $(v_t) = \alpha - \beta$, α y $\alpha + \beta$. Se puede observar la gran diferencia entre (Cálculos del Producto Proceso) CPP(v_t) y (Cálculos de Black-Scholes) CBS(v_t) que ocurren para v_t pequeña y un radio grande de K/S, estas diferencias crecen cuando ϕ decrece.

Valores de opciones call para productos Gaussianos "white noise"

v_t	K	B-S	Product	process					
			$\phi = 0.98$	0.985	0.99	0.995	$\sigma_n = 0.01$	0.03	0.05
0.0094	90	13.01	13.91	13.72	13.49	13.24	13.01	13.05	13.13
	100	5.19	7.14	6.81	6.38	5.83	5.20	5.31	5.56
	110	1.20	3.01	2.69	2.28	1.78	1.22	1.31	1.53
0.0156	90	14.20	14.74	14.65	14.52	14.31	14.02	14.14	14.42
	100	7.30	8.41	8.28	8.08	7.78	7.33	7.52	7.94
	110	3.17	4.26	4.13	3.94	3.63	3.19	3.38	3.79
0.0257	90	16.61	16.06	16.21	16.38	16.53	16.64	16.90	17.48
	100	10.87	10.18	10.37	10.57	10.77	10.91	11.23	11.93
	110	6.74	6.04	6.23	6.44	6.64	6.78	7.11	7.83

Precio actual de la acción S = 100, vida de la opción T = 84 días comerciados, tasa anual de interés 10%, desviación estándar incondicional 0.02 para los procesos producto, K = precio de la operación "strike".
S > K in the money
S = K at the money
S < K out of the money

Procesos No Estacionarios

Las varianzas condicionales tal vez no regresen un valor medio. En lugar suponer que ϕ es solo menor que 1, será más lógico considerara el caso no estacionario $\phi = 1$ para algunas series. Todos los resultados anteriores son validos excepto ahora.

$$E(V^2_{t+h} | v_t) = v_t^2 \exp(2h\, \sigma_\eta^2)$$

con σ_η la desviación estándar de los términos residuales en el proceso de la caminata aleatoria.

$$\log(V_{t+h}) = \log(V_{t+h-1}) + \eta_{t+h}$$

el proceso de los retornos ahora es no estacionario:

$$\mathrm{var}(X_{t+h})/\mathrm{var}(X_t) = \exp(2\, \sigma_\eta^2) \neq 1,$$

asumiendo que $\sigma_\eta > 0$ y var (X_t) es finita.

La formula de Balck-Scholes siempre subestimara el verdadero valor call cuando se aplica lo anterior, de hecho $CPP(v_t)$-$CBS(v_t)$ es una función monótona positiva de σ_η para todos los ejercicios de precios. No es fácil sugerir valores sensibles de σ_η pero un valor cerca de 0.05 será apropiado.

El comportamiento estocástico de la volatilidad del activo subyacente es muy importante cuando se valúa una opción. Ignorar posibles cambios en el futuro en la volatilidad puede ocasionar un valor call altamente incorrecto.

Una Formula para Modelos de Tendencia

La varianza del retorno total es la suma de las varianzas de los retornos individuales:

$$\sum X_{t+h} = X_{t+1} + \ldots + X_{t+\tau}$$

Es posible, pero complicado incorporar los cambios en las varianzas condicionales en una fórmula adaptando los métodos ya utilizados. Por simplicidad la fómula ignora cualquier información resumida por la predicción observada $f_{t,1}$ de x_{t+1}. Tal información puede ser usada en forma más natural al comerciar futuros. En contraste, información superior acerca de la varianza de $\sum X_{t+h}$ debería ser usada para comerciar opciones.

Las varianzas son representadas en la formula de B-S para acciones y la adaptación de Black para futuros, con el producto $\sigma\sqrt{T}$, que intenta igualar la desviación estándar de $\sum X_{t+h}$. Para seleccionar calls provechosos, se sugiere que los calls valuados reemplazando $\sigma\sqrt{T}$ con la correcta desviación estándar para $\sum X_{t+h}$, en un modelo de tendencia de precios, la cual sus retornos diarios tienen varianza σ^2 y autocorrelaciones Ap^{τ}, esta formula de tendencia de precios para valuar opciones call es dada por la siguiente modificación del precio:

$$\text{reemplazar } \sigma\sqrt{T} \text{ por } \sigma(T + 2Ap\{T - (1 - p^{T})/(1 - p)\}/(1 - p))^{1/2}$$

esto enfatiza que el cambio no provee una fórmula de precio basada en alternativas libres de riesgo, en su lugar, la fórmula de tendencia de precios ayuda a identificar precios call subestimados. Comprar tales calls incrementaría el riesgo-ajustado del retorno esperado de un portafolio suficientemente diverso.

La siguiente tabla enlista los valores de la formula de Black y la formula de tendencia, para $\sigma = 0.01, 0.02$ y 0.03.

Valores call cuando hay tendencias en precios

		K = 90		K = 100		K = 110	
Desv. Est.	T	CB[a]	CPT[b]	CB	CPT	CB	CPT
0.01	20	9.94	9.97	1.77	2.10	0.03	0.08
	40	9.97	10.19	2.48	3.18	0.19	0.49
	80	10.18	10.90	3.46	4.72	0.67	1.54
	120	10.44	11.57	4.17	5.83	1.16	2.49
0.02	20	10.42	10.77	3.54	4.20	0.68	1.11
	40	11.19	12.20	4.97	6.36	1.70	2.88
	80	12.52	14.62	6.91	9.42	3.41	5.78
	120	13.59	16.46	8.34	11.62	4.79	8.00
0.03	20	11.48	12.21	5.31	6.30	1.96	2.80
	40	13.06	18.81	7.44	9.53	3.85	5.84
	80	15.43	18.78	10.35	14.08	6.70	10.43
	120	17.22	21.68	12.47	17.35	8.86	13.82

[a] Valor call usando la formula de Black

[b] Valor obtenido cuando la formula es adaptada a una tendencia de precios

VI.4 Conclusiones

Una determinante muy importante de los valores de opciones es la varianza del retorno total sobre la vida restante de la opción. Los estimadores de la varianza deberían reflejar el hecho de que varianzas (condicionales) no han sido constantes en el pasado y no se puede esperar que sean constantes hasta la fecha de expiración de la opción. Es muy posible que modelos basados, estimadores de varianza son mejores que los estimadores del mercado y podría haber ganancias económicas de una opción comerciada.

El modelo de **Black- Scholes** es utilizado casi universalmente para valorar opciones europeas, pero existen casos en los que no es aplicable, como por ejemplo para las opciones americanas, ya que el modelo no calcula bajo que circunstancias es óptimo ejercer una opción antes de su vencimiento. Para valorar opciones americanas son necesarios otros métodos, como el binomial.

El modelo **Black-Scholes** hace ciertas suposiciones y no funciona cuando dejan de cumplirse, algunas de estas y sus problemas son:

- ◊ **La volatilidad es constante durante la vida de la opción, y esto, no es normalmente cierto, aun cuando parece que la volatilidad tiene cierta tendencia a volver al valor medio estándar. El problema en realidad es una parametrizacion correcta de la distribución de los precios.**

- ◊ **Las tasas de interés son constantes durante la vida de la opción, esto es cierto solo en el caso de que las opciones sean a corto plazo, y en los de más casos no es cierto, pero solo tiene relevancia para el caso de las opciones sobre tasas de interés.**

- ◊ **Costos de transacción, que generalmente son muy altos durante la vida de una opción para un inversionista privado, pero para un participante institucional en el mercado son mucho menores por su gran volumen diario, por los que la necesidad de equilibrar frecuentemente la posición se reduce.**

- ◊ **Black-Scholes** suponen que no hay impuestos, y estos tienen un importantes efectos sobre el funcionamiento del arbitraje.

A pesar de las imperfecciones anteriores, el modelo de **Black-Scholes** es enormemente útil y es el punto de partida de casi todos los demás métodos de valuación.

Conclusiones

Se ha mostrados que describir el comportamiento estadístico de precios financieros es una formidable tarea.

Pero los procesos que describen precios no siguen las suposiciones que regularmente se hacen, los procesos lineales no pueden ser utilizados para modelar retornos. En particular los retornos no son observaciones independientes, ni tampoco pueden ser modelados por una combinación lineal de los términos pasados y presentes, como se muestra en el capítulo II. Los retornos deben ser modelados por un proceso estocástico no lineal. Se conoce muy poco acerca de los procesos no lineales relevantes, lo cual hace que el modelar retornos sea un reto.

El comportamiento no lineal es una consecuencia de los cambios en las varianzas de los retornos, causadas por las variaciones en el nivel general de la actividad del mercado. Este nivel depende de las preferencias de los inversionistas y otros comerciantes, de la cantidad y relevancia de la información acerca del activo que se esta comerciando.

Los precios parecen seguir caminatas aleatorias pero en realidad no. Los retornos diarios no son observaciones correlacionadas que compartan una misma media, ni tampoco son correlacionados con medias fijas por teorías económicas de equilibrio. El rechazo de la hipótesis de la caminata aleatoria indica que alguna información no es reflejada con precisión por los precios que son conocidos. El retraso es mínimo para acciones pero parece ser más importante para monedas y mercancías. El modelo correcto para los retornos de muchos activos financieros debe ser no lineal y poseer autocorrelación no cero para algunos o todos los ajustes positivos.

La investigación de las series debe reconocer el comportamiento no lineal de los retornos y debe evadir la suposición de que los retornos se distribuyen independiente e idénticamente y también considerar la posibilidad de que los precios no siguen un camino aleatorio. Los efectos de la estacionalidad, tales como altas desviaciones estándar para los retornos en fines de semana consecutivos también deben ser considerados. Modelar cualquier componente requiere de alguna especificación de la interdependencia en la tendencia y la varianza fluctuante de los retornos. Las comparaciones de las predicciones derivadas de modelos estacionarios y no estacionarios puede ser constructivo y también el utilizar retornos reescalados para pruebas de caminata aleatoria.

Inversionistas tanto privados como corporativos, productores, hombres de negocios, o cualquier persona involucrada en el comercio internacional, los corredores y analistas que aconsejan a la gente, pueden ser beneficiados con un mejor entendimiento del comportamiento de los precios. Muchos comerciantes están interesados en el riesgo asociado con inciertos cambios en los precios, estos riesgos se pueden resumir frecuentemente por medio de las varianzas de retornos futuros. Las varianzas pueden crecer dramáticamente ya sea en semanas o meses futuros y con ello el riesgo enfrentado por los comerciantes. Es por esto que la predicción de las varianzas pueden proveer indicadores de riesgo, que es utilizado para evadir riesgos inaceptables.

Anexos

Anexos

Futuros

Un contrato de futuros es un contrato adelantado que se comercia en bolsa, como tal es uno de los instrumentos financieros más revolucionarios, versátiles y de mayor aceptación. No obstante que su uso, tanto en la especulación como en la cobertura no se ha generalizado entre las empresas y bancos mexicanos pero ha generado un importante terreno durante los últimos días.

En México, las empresas agroindustriales más avanzadas ya utilizan futuros para cubrir sus exportaciones de café, jugo de naranja y granos; algunas empresas mineras también recurren a contratos de futuros para diversos metales a fin de cubrir ventas futuras; a su vez distintas instituciones gubernamentales y financieras utilizan futuros sobre algunas tasas de interés, con el propósito de cubrirse contra las condiciones volátiles de los mercados internacionales de crédito; y algunos individuos mexicanos han estado especulando en estos mercados desde su introducción.

En esencia el contrato de futuros es un contrato adelantado que se comercia en la bolsa, en vez de negociarlo por teléfono entre las partes, se comercia en el piso de remates de una bolsa, en forma semejante a las acciones de Cifra en el piso de la Bolsa de Valores de México.

El éxito tan evidente que han tenido las bolsas donde millones de contratos futuros se comercian diariamente no hubiera sido posible sin cuatro innovaciones clave en comparación con los contratos adelantados:

1. La estandarización del propio contrato
2. La creación de la casa de compensación, que es una entidad legalmente independiente, cuyas acciones son propiedad de empresas afiliadas que

efectúan la compensación de las operaciones aunque, en algunos casos esta es parte de la misma bolsa, en esencia la casa compensadora rompe el vinculo entre compradores y vendedores, al actuar como comprador legal de cada vendedor y viceversa.

3. La práctica de revalorizar directamente todas las posiciones y de pagar o recibir márgenes todos los días de función de dicha revaluación
4. Los avances tecnológicos que permiten la participación de compradores y vendedores en le mundo entero, la transmisión instantánea de noticias y cotizaciones, el registro y seguimiento del enorme volumen de las operaciones.

Estas cuatro han hecho posible el éxito de los mercados de futuros.

Participantes

Los participantes son:

1. Los administradores de riesgos son instituciones que compran y venden futuros para compensar su exposición neta a los riesgos cambiarios, dichas instituciones incluyen empresas, instituciones financieras tales como bancos comerciales, bancos de inversión corredores de valores, compañíias de seguros, bancos centrales y agencias gubernamentales.
2. Los especuladores son todos aquellos participantes en el mercado, tanto los que operan en el piso de remates como los que operan fuera de éste, que compran o venden futuros precisamente para asumir riesgos, a cambio de posibles ganancias.
3. Los operadores tipo spread, que toman diferentes posiciones para explotar diferencias en los precios de diferentes contratos, y así llevan a cabo especulaciones menos riesgosas.

Dentro de todo este mercado también se involucran los:

◊ Spread intramercado que consiste en la compra simultánea de un contrato de futuros a un mes de vencimiento y la venta del contrato del mismo producto en la misma bolsa con un mes de vencimiento distinto.

- ◊ El spread intermercado es la compra simultáneas de un contrato de futuros de un mes de vencimiento específico y la venta del mismo instrumento al mismo mes de vencimiento en otra bolsa.
- ◊ El spread intermercancía es la compra simultáneas de un contrato de futuros de un mes de vencimiento específico y la venta de un futuro sobre un producto relacionado pero diferente generalmente con el mismo mes de vencimiento.

Sin embargo, cabe subrayar que si no existe una relación bien establecida entre los precios de los contratos de futuros que se compran y venden simultáneamente, no sería aplicable considerar la posición como un spread.

Los intermediarios de futuros (Futures Commission Merchants) se conocen simplemente como corredores, que, normalmente son divisiones especializadas de empresas que presta servicios financieros internacionales (Merril Lynch y Prudential Bache), subsidiarias de bancos comerciales y/o inversión (la División de Opciones y Futuros de Banamex o de Banca Cremi) o subsidiarias de empresas especializadas de los mercados al contado e incluso ,de individuos independientes. A cambio del pago de una comisión, estos fungen como intermediarios entre clientes fuera del piso y corredores en el piso de remates. Así colocan ordenes y ofrecen otros servicios relacionados, como el manejo de fondos de margen, contabilidad, informes de investigación y diseños de estrategias de especulación y cobertura.

Los beneficios sociales de los futuros

Los futuros ofrecen un mecanismo eficiente para la redistribución de riesgos.

Los administradores de riesgos quieren reducir o eliminar el riesgo de movimientos adversos en los precios, ya sea de alzas o caídas. Al usar contratos de futuros, los administradores de riesgos, que temen la caída de precios, pueden intercambiar este riesgo con aquellos que temen una alza.

Por ejemplo un administrador de riesgos al cual no le conviene una alza en las tasas de interés puede vender futuros de tasas de interés a un administrador de riesgos al cual le desfavorece la caída. Al mismo tiempo los especuladores quieren asumir riesgos explícitos, ya sea que estos se refieran a caída o a alzas.

El mercado de futuros permite a los participantes descubrir los precios futuros.

Miles de participantes han descubierto los beneficios de reunir información amplia y actualizada sobre los mercados en los que intervienen. Al interactuar en un mercado central y determinar los precios de contratos de futuros.

Los participantes de hecho están estableciendo un consenso de mercado acerca de los precios al contado esperado para fechas futuras, al igual que con las cotizaciones de tipos de cambio adelantados, los precios de contratos de futuros son los mejores pronósticos disponibles: si bien muestran errores frecuentes y con amplios márgenes, no es posible superarlos de manera sistemática, ya que si se quisiera superarlos se necesitaría información ala cual el mercado no tiene acceso, o bien una capacidad de predicción extraordinaria.

Los mercados futuros fomentan la estabilidad de precios.

El mejor funcionamiento de los mercados futuros es con bienes e instrumentos financieros cuyos precios son volátiles pues, de lo contrario, no contarían con la participación de los administradores de riesgos, cuya necesidad es protegerse contra movimientos adversos de precios. Tampoco participarían los especuladores, ya que estos viven de la volatilidad de precios.

La factibilidad de un mercado de futuros en México.

Las autoridades financieras mexicanas y la Bolsa Mexicana de Valores están en proceso de formular varios planes para lanzar un mercado de futuros en nuestro país, entre los contratos que supuestamente se están considerando son mercancías agricolas, como frijol, maíz, y carne de res, y sobre instrumentos financieros, como el índice de la bolsa de valores, el tipo de cambio pesó/dólar, y los certificados de la tesorería (CETES).

Opciones

En los últimos años el uso de opciones ha florecido como herramienta de protección y para fines especulativos. El mercado bancario o fuera de bolsa ofrece al cliente opciones, más importantes por cualquier periodo de tiempo hasta un año. Esto ofrece una alternativa útil para contratos a plazos y de futuros para las compañías que quieren protegerse del riesgo de los tipos de cambio en las transacciones comerciales.

Una opción en moneda extranjera es un contrato que contiene al comprador de opciones el derecho pero no la obligación, de comprar vender una cantidad especifica de moneda extranjera a un precio fijo por unidad durante un periodo especifico de tiempo.

El precio de ejecución o de cierre es el tipo de cambio especifico para la moneda base al cual se puede ejecutar la opción.

Una opción americana da al comprador el derecho de ejecutar la opción en cualquier momento entre la fecha de escritura y la fecha de expiración o vencimiento, una opción europea se puede ejecutar solamente en su fecha de expiración y no antes.

Una opción cuyo precio de ejecución es igual al precio inmediato de la moneda base se dice que esta "al cambio". Una opción que genera ganancia si se ejecuta inmediatamente se dice que esta con ventaja. La peticiones aventajadas tienen un precio por debajo del precio inmediato actual de la moneda base, mientras que las propuestas aventajadas tienen un precio por encima. Una opción que no genera ganancia si se ejecuta inmediatamente se le conoce como sin ventaja, las peticiones sin ventaja tienen un precio por encima del precio inmediato actual de la moneda base, mientras que las propuestas sin ventaja tienen un precio por debajo.

La prima o precio de la opción es el costo de la opción que generalmente paga por adelantado el comprador al vendedor. En el mercado fuera de bolsa, las primas se cotizan como un porcentaje de la cantidad de la transacción y las primas sobre opciones comerciadas en la bolsa se cotizan en dólares.

Series de Tiempo

Una serie de Tiempo es una colección de observaciones hechas secuencialmente en el tiempo. Muchas series surgen de los problemas de Mercado y. Economía como son las series de precios de acciones, totales de exportación etc.

Cuando en las series de tiempo los eventos ocurren aleatoriamente en el tiempo se les conoce como "Point Processes" para observaciones de este tipo nos interesa la distribución del numero de eventos que ocurren en un periodo de tiempo dado y también la distribución de los intervalos de tiempo entre los eventos.

El especial interés del análisis de las series de tiempo es el hecho de que las observaciones usualmente son independientes y el que se debe de tomar en cuenta el orden conforme al tiempo de las observaciones. Si una serie de tiempo se pudiera predecir exactamente, se dice que es determinista, pero la mayoría son estocásticas, esto es que el futuro es una parte determinada por varios valores pasados. Para estas series las predicciones exactas son imposibles y debe ser reemplazada por la idea de que los valores futuros tienen una distribución de probabilidad que esta condicionada por el conocimiento de sus valores pasados.

Podemos decir que las series de tiempo se utilizan para detectar patrones de cambio en la información estadística durante intervalos regulares de tiempo.

Objetivos de las Series de Tiempo.

◊ Descripción. El primer paso en el análisis de las series de tiempo es graficar los datos para obtener medidas descriptivas de las principales propiedades de las series, ya que con esta podemos ver si hay tendencia o variación estacional, detectar "outliers" y "turning points".

◊ Explicación. Cuando las observaciones son tomadas en dos o más es posible usar la variación de una para explicar la otra, que nos guía a un entendimiento más profundo del mecanismo. Múltiples modelos de regresión son utilizados en esta parte.

◊ Control. Los procedimientos de control son de diferentes tipos, por ejemplo un modelo estocástico es ajustado a las series, los valores futuros de las series son predecidos, y entonces el proceso de variables input son ajustadas para mantener el proceso en el blanco deseado.

Tipos de variación en las series de tiempo

◊ Tendencia Secular. El valor de la variable tiende a aumentar o a disminuir en un periodo de tiempo muy largo.

◊ Fluctuación Cíclica. Se mueve de una forma un tanto impredecible, i.e. los movimientos cíclicos no siguen un patrón regular, a veces tienen picos ya sea por encima o por debajo de la línea de tendencia.

◊ Variación temporal o estacional. Implica patrones de cambio en el lapso de 1 año que tienden a repetirse anualmente.

◊ Variación irregular. Cuando el valor de una variable es completamente aleatoria.

Proceso de Markov

Sea un proceso estocástico $\{X_t, t \geq 0\}$ se dice que es un proceso de Markov si; para cualquier conjunto de n puntos de tiempo, $t_1 < t_2 < \ldots < t_n$, la distribución condicional de X_{tn}, para los valores dados de $X_{t1}, \ldots, X_{tn-1}$ depende únicamente de X_{tn-1} (el valor conocido más reciente).

i.e. para cualquier $X_1, \ldots, X_n$ con X_i números reales, $i > 0$

$P(X_{tn} \leq x_n \mid X_{t1} = x_1, \ldots, X_{tn-1} = x_{n-1}) = P(X_{tn} \leq x_n \mid X_{tn-1} = x_{n-1})$

Esto quiere decir que el presente del proceso es independiente de su pasado. Cuando el espacio del proceso es discreto se le denomina cadenas de Markov, cuando es continuo es un proceso de Markov.

Procesos de Wierner

Proceso de Wierner (también llamado Wierner- Levy o Browniano)

Un proceso estocástico$\{X_t, t \geq 0\}$ es un proceso de wiener si:

i. $\{X_t, t \geq 0\}$ tiene incrementos independientes y estacionarios
ii. $\forall\, t > 0\ X_t \sim$ Normal
iii. $\forall\, t > 0\ E(X_t) = 0$
iv. $X_0 = 0$

Como $X_0 = 0$ se establece que la ley de probabilidades de procesos estocásticos X_t es igual al incremento $X_t - X_s$ para $s < t$. Como $X_t - X_s$ se distribuye una normal, su ley de probabilidad es determinada por su media y varianza.

como $E(Xt - Xs) = 0$
$\Rightarrow \Psi x_t\text{-}x_s(u) = \exp \{ -\frac{1}{2}u^2 \operatorname{var}(x_t, x_s)\}$
del hecho de que X_t tiene incrementos independientes y estacionarios $\exists$ una constante $\sigma^2 > 0$ tal que para $t \geq s \geq 0$:

$$\operatorname{var}(X_t - X_s) = \sigma^2\ |t-s|$$

este parámetro es una característica empírica del proceso la cual se determina de las observaciones.

Se dice que un proceso estocástico $\{X_t,\ 0 \leq t < \infty\}$ con parámetros continuos tiene incrementos independientes si:

$X_0 = 0$ y para todos los indices $t_0 < t_1 <, \dots, < t_n$
las n variables aleatorias $X_{t1} - X_{t0}, \dots, X_{tn} - X_{tn-1}$ son independientes.

Se dice que tiene incrementos independientes y estacionarios si en adición X_{t2+h} - X_{t1+h} tienen la misma distribución que $X_{t2} - X_{t1}$ $\forall$ t_1 y t_2 , $h > 0$.

Monte-Carlo

Los métodos de Monte-Carlo son una rama de la Matemática experimental, que esta relacionada con experimentos basados en números aleatorios.

Los problemas que tratan los métodos de Monte-Carlo son dos tipos:

i)Probabilistica
ii)Deterministicos

Son probabilisticos aquellos que están directamente relacionados con un proceso aleatorio. La tendencia más simple es observar los números aleatorios, seleccionados de tal forma que simulen directamente el proceso fisico aleatorio del problema original e inferir la solución deseada.

Podemos decir que en estos problemas, se conoce, por lo general, la función de distribución del proceso en cuestión y lo que se hace en esta caso es muestrear de la distribución; esta técnica es conocida como simulación directa y es muy usada dentro de la investigación de operaciones.

En el caso de un problema deterministico, el cual no tiene asociación directa con un proceso aleatorio, pero que su teoría ha sido expuesta describiendo su estructura interna, de tal forma que podemos reconocer o asociar a esta estructura un proceso aleatorio, aparentemente no relacionado y de donde podemos resolver numéricamente un problema deterministico por una simulación de Monte- Carlo del problema probabilistico asociado.

En este caso consiste en la construcción de un proceso aleatorio para tal problema, en el cual los parámetros de los procesos aleatorios, son iguales a las cantidades requeridas del problema y se determinan aproximadamente por medio de observaciones del proceso aleatorio y del calculo de sus características estadísticas, las cuales son aproximadamente iguales a los parámetros requeridos.

Esta técnica de resolver un problema por una simulación de Monte-Carlo de un problema diferente también ha sido llamada Monte-Carlo-Sofisticada, para distinguirla de la simulación directa del problema original. Por ejemplo se puede empezar un problema probabilistico dado, formularlo en términos teóricos y discernir el segundo problema probabilistico descrito por la teoría resultante y finalmente resolver el primer problema simulando el segundo que puede diferir del primero en poco o en mucho, o más aun puede ser de carácter completamente diferente, lo que interesa es que tenga la misma solución numérica o que las partes deseadas de las soluciones a los dos problemas puedan diferir en una cantidad despreciable.

Sin embargo el procedimiento básico de los métodos de Monte-Carlo es la manipulación de números aleatorios y estos no pueden ser usados arbitrariamente, ya que cada numero aleatorio, es una fuente, para añadir inseguridad al resultado final, si estos no son tratados adecuadamente.

Propiedades de los modelos para simulación.

◊ Un modelo puede definirse, como una abstracción de algún sistema real que puede usarse para propósitos de predicción y control.

◊ Los modelos matemáticos de los sistemas económicos, consisten de cuatro elementos bien definidos, componentes, variables, parámetros y relaciones funcionales.

Las componentes pueden clasificarse como:

◊ Variables exógenas, que son las variables independientes o de entrada del modelo y se supone que son predeterminadas y dadas independientemente del sistema modelado. Se clasifican en controlables y no controlables. Las primeras pueden ser manipuladas por aquellas personas que toman decisiones en el sistema modelado. las no controlables, son aquellas generadas por el medio por el medio ambiente en el cual esta el sistema modelado.

◊ Variables de estado, describen el estado de un sistema o de alguno de sus componentes, ya sea al principio, al final o durante un periodo de tiempo.

Estas variables interaccionan con las variables exógenas y endógenas de acuerdo con las relaciones funcionales del sistema.

◊ Las variables endógenas, son las variables dependientes o de salida, y son aquellas variables generadas de la interacción de las variables exógenas del sistema y las variables de estado de acuerdo a las características operacionales del sistema. (Una característica operacional es una hipótesis expresada usualmente en la forma de una ecuación, que relaciona las variables endógenas y de estado del sistema con las exógenas del mismo. Para procesos de tipo estadístico toman la forma de funciones de densidad de probabilidad).

Clasificación de los modelos de Simulación

◊ Modelos deterministicos: no se permite que las variables endógenas y exógenas sean variables aleatorias. Las características operacionales toman la forma de relaciones matemáticas exactas.

◊ Modelos estáticos: aquellos en los cuales al menos un de las características operacionales o de las variables, esta dada por una función de probabilidad.

◊ Modelos estáticos: aquellos que no toman en cuenta la variable tiempo.

◊ Modelos dinámicos: los que involucran la variable tiempo.

Caminata Aleatoria

Este modelo ha sido utilizado para describir el comportamiento de las series de precios de acciones. En el modelo de caminata aleatoria el valor de Z al tiempo t es igual a su valor al tiempo t-1 más un valor aleatorio.

$$Z_t = Z_{t-1} + a_t$$

Una caminata aleatoria es una cadena de Markov $\{X_t , t = 0, 1, \ldots\}$, que tiene la propiedad de que si el sistema esta en un estado k dado entonces en una transición el sistema o permanece en k o se mueve al estado adyacente inmediato a k. (i.e. el sistema únicamente se puede mover al vecino más cercano)

La hipótesis de la caminata aleatoria ha sido definida de varias formas, en términos estadísticos, pero en cada caso se refiere a que: "la mejor predicción del siguiente precio requiere del precio inmediato anterior pero no de precios pasados". **Bachelier** (1900) "El cambio en los precios tiene idénticas e independientes distribuciones normales", la hipótesis es entonces que los cambios en los precios tienen distribuciones idénticas e independientes. **Gringer y Morgenstern** no requieren que el cambio en los precios sean idénticamente distribuidos. Para propósitos prácticos, correlación cero será suficiente para asegurar que los precios pasados son irrelevantes para hacer predicciones.

Proceso ARMA

En las series de tiempo, existen dos representaciones que expresan un proceso de series de tiempo.

Escribir el proceso Z_t con una combinación lineal de una secuencia de variables aleatorias no correlacionadas i.e.

$$Z_t = \mu + a_t + \psi_1 a_{t-1} + \psi_2 a_{t-2} + \ldots = \mu + \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j a_{t-j}$$

donde $\psi_0 = 1$, $\{a_t\}$ es un proceso white noise con media cero y $\sum_{j=0}^{\infty} \psi_j^2 < \infty$

Una suma infinita de variables aleatorias que es definida como el limite del error cuadrado medio de las sumas finitas parciales, por lo que Z_t es definida como:

$$E((\dot{Z}_t - \sum_{j=0}^{n} \psi_j a_{t-j})^2) \to 0 \qquad n \to \infty \qquad (1)$$

$\dot{Z}_t = Z_t - \mu$, introduciendo el operador $B^j x_t = x_{t-j}$, podemos escribir lo anterior en una forma más compacta:

$$\dot{Z}_t = \psi(B)a_t \qquad (2)$$

donde $\psi(B) = \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j B^j$.

en el proceso anterior:

$$E(Zt) = \mu \qquad (3)$$

$$Var(Zt) = \sigma_a^2 \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j^2 \qquad (4)$$

y

$$E(a_t Z_{t-j}) = \begin{cases} \sigma_a^2 & \text{para } j = 0 \\ 0 & \text{para } j > 0 \end{cases} \qquad (5)$$

como:

$$\gamma_k = E(\dot{Z}_t \dot{Z}_{t+k}) = E\left(\sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} \psi_i \psi_j a_{t-1} a_{t+k-j}\right) = \sigma_a^2 \sum_{i=0}^{\infty} \psi_i \psi_{i+k} \qquad (6)$$

y

$$\rho_k = \frac{\sum_{i=0}^{\infty} \psi_i \psi_{i+k}}{\sum_{i=0}^{\infty} \psi_i} \qquad (7)$$

Claramente las funciones de autocovarianza y de autocorrelación son funciones del tiempo k, de cualquier forma, como involucran sumas infinitas, para que sea estacionario necesitamos ver que γ_k sea finito para cada k.

$|\gamma_k| = |E(\dot{Z}_t \dot{Z}_{t+k})| \leq \{(Var(Z_t)Var(Z_{t+k})\}^{1/2} = \sigma_a^2 \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j^2 < \infty$, ya que $\sum_{j=0}^{\infty} \psi_j^2 < \infty$ un proceso de media móvil finito siempre es estacionario.

La forma en la ecuación (1) es llamada la representación **Media Móvil** (Moving Average) MA de un proceso. **Wold (1938)** probó que un proceso estacionario que es no deterministico (i.e. un proceso que no contiene componentes deterministicos que puede ser predecidos exactamente de su propio pasado.) puede ser expresado en la forma (1). Proceso también conocido como la representación de Wold. Cualquier proceso que puede ser representado en esta forma es llamado no deterministico, algunas veces el termino proceso lineal es también usado para referirse al proceso (1). Este proceso es útil para describir fenómenos en los cuales los eventos producen un efecto inmediato que solo dura cortos periodos de tiempo.

Para una secuencia de autocovarianzas dadas γ_k, $k = 0 \pm 1, \pm 2, \ldots$, la función generadora de autocovarianzas es definida como:

$$\gamma(B) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \gamma_k B^k \tag{8}$$

donde la varianza del proceso, γ_0, es el coeficiente B^0, y la autocovarianza del ajuste k, γ_k, es el coeficiente de B^k y B^{-k} .Usando (6) y la estacionalidad, podemos escribir (8) como:

$$\begin{aligned}\gamma(B) &= \sigma_a^2 \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{i=0}^{\infty} \psi_i \psi_{i+k} B^k \\ &= \sigma_a^2 \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} \psi_i \psi_j B^{j-i} \\ &= \sigma_a^2 \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j B^j \sum_{i=0}^{\infty} \psi_i B^{-i} \\ &= \sigma_a^2 \psi(B)\psi(B^{-1}),\end{aligned} \tag{9}$$

donde $j = i+k$ y notar que $\psi_j = 0$ para $j < 0$. Este es un método conveniente de calcular las autocovarianzas para algún proceso lineal. La correspondiente función generadora de autocorrelación será:

$$\rho(B) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \rho_k B^k = \frac{\gamma(B)}{\gamma_0} \tag{10}$$

Otra útil forma de escribir un proceso Z_t es representación **Autorregresiva** (autoregresive AR, este proceso también es llamado de Markov en algunas ocasiones porque el valor de $\dot{Z}_t$ es completamente determinado por el conocimiento de $\dot{Z}_{t-1}$), en el cual se regresa el valor de Z al tiempo t a sus valores pasados más un numero aleatorio,i.e.,

$$\dot{Z}_t = \pi_1 \dot{Z}_{t-1} + \pi_2 \dot{Z}_{t-2} + \ldots + a_t$$

o equivalentemente,

$$\pi(B)\ \dot{Z}_t = a_t \tag{11}$$

cuando $\pi(B) = 1 - \sum_{j=1}^{\infty} \pi_j B^j$, y $1 + \sum_{j=1}^{\infty} |\pi_j| < \infty$. La representación autorregresiva es útil para entender el mecanismo de predicción.

Las representaciones autorregresivas y de media móvil son útiles, en lugar de modelar un fenómeno, se construyen modelos con un numero finito de parámetros.

En la representación autorregresiva de un proceso, si solo un numero finito de π's son distintos de cero, i.e. $\pi_1 = \phi_1$, $\pi_2 = \phi_2$, ... , $\pi_p = \phi_p$; y $\pi_k = 0$ para $k > p$, entonces el proceso resultante es un proceso autorregresivo de orden p.

El proceso se escribe como:

$$Z_t - \phi_1 Z_{t-1} - \ldots - \phi_p Z_{t-p} = a_t. \tag{12}$$

similarmente, en la representación de la media móvil, si solo un numero finito de ψ's son distintos de cero, i.e. $\psi_1 = -\theta_1$, $\psi_2 = -\theta_2$,..., $\psi_q = -\theta_q$ y , $\psi_k = 0$ para $k > q$, entonces el proceso resultante es un proceso media móvil de orden q, el cual esta dado por:

$$Z_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \ldots - \theta_q a_{t-q} \tag{13}$$

Pero aun así, con la restricción acerca de un orden finito para ambos modelos, los parámetros son demasiados, una alternativa natural es mezclar los modelos en lo que es media móvil autorregresiva. (ARMA):

$$Z_t - \phi_1 Z_{t-1} - \ldots - \phi_p Z_{t-p} = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \ldots - \theta_q a_{t-q}. \tag{14}$$

ya que para un numero de observaciones fijo, entre más parámetros se tengan menos eficiente es la estimación de dichos parámetros, por eso se escoge un modelo más simple para describir el fenómeno.

Proceso ARCH

Hasta ahora todos los términos de alteración aleatoria o errores e_i se han asumido que tienen la misma varianza, i.e. σ^2 constante. Cuando esta suposición no se justifica y la varianza de las e_i no es constante tenemos lo que se conoce como Heteroscedasticidad, σ^2 no constante.

Sea $Y_i = \alpha + \beta + e_i$ que satisface todas las suposiciones excepto que los ei son heteroscedasticos: cuando X crece también la varianza del error, en tales circunstancias WLS (minimos cuadrados generalizados) se convierte en la técnica de aproximación correcta.

WLS provee una manera de ajustar una línea aplanando la influencia de la información menos precisa. Específicamente, en vez de minimizar a $\sum(Y_i - \hat{\alpha} - \hat{\beta}X_i)^2$ se minimiza a:

$$\sum(Y_i - \hat{\alpha} - \hat{\beta}X_i)^2 \; 1/\sigma_i^2$$

esto es que la única diferencia es que cada desviación cuadrada es ponderada por un factor $1/\sigma_i^2$ antes de sumar.

Así cuando error tiende a ser grande, $1/\sigma_i^2$ tiende a ser relativamente pequeño.

Suponer que $\sigma_i^2 = KX_i$

entonces $\sum(Y_i - \hat{\alpha} - \hat{\beta}X_i)^2 \; (1/K^2X_i^2)$

una solución equivalente para no tener que derivar parcialmente es transformar la ecuación dividiéndola por X_i.

$$\frac{Y_i}{X_i}=\frac{\alpha}{X_i}+\beta+\frac{e_i}{X_i}$$

ahora el termino del error es $\frac{e_i}{X_i}$ y su desviación estándar es una constante K, se selecciona α y β que minimicen:

$$\sum\left(\frac{Y_i}{X_i}-\frac{\hat{\alpha}}{X_i}-\hat{\beta}\right)^2=\sum\left(\frac{Y_i-\hat{\alpha}-\hat{\beta}X_i}{X_i}\right)^2$$

que es equivalente a minimizar:

$$\sum(Y_i-\hat{\alpha}-\hat{\beta}X_i)^2\,(1/K^2X_i^2)$$

Benchmark

Definición formal: Benchmarking es el proceso continuo de medir nuestro productos, servicios y practicas contra los competidores más duros o aquellas compañías reconocidas como líderes en la industria.

Definición de Webster's: Un estándar mediante el cual se puede medir o juzgar algo.

Definición de trabajo: es la búsqueda de las mejores practicas de la industria que conducirán a un desempeño excelente.

Definición de Xerox: el proceso continuo de medir nuestros productos, servicios y practicas de negocios, contra los de los competidores más duros o aquellas compañías reconocidas como los líderes de la industria.

Definición genérica: una base para establecer metas de desempeño relaciones mediante la búsqueda de las mejores practicas de la industria que conducirán al desempeño excelente.

Benchmarks:

Un estándar de la industria. Los Benchmarks pueden ser descriptivos, como en la descripción de una mejor practica de la industria o se pueden convertir a una métrica de desempeño que muestre el efecto de incluir la practica. El reto es cerrar la brecha entre la practica actual y el benchmark.

Practicas descriptivas. Cualquier proceso de trabajo esta compuesto de un insumo, procesos repetitivos basados en un método o practica y un resultado. Las practicas producen el resultado, si las practicas son las mejores de la industria serán las que satisfarán en forma más completa a los clientes.

Cuantitativos o mediciones del desempeño. Las métricas del benchmark son la conversión de las practicas de benchmark a medidas operacionales. Pueden existir benchmarks para todas las metas y objetivos, tales como las cuatro seleccionadas para satisfacción del cliente, satisfacción del empleado, resultados del negocio y calidad.

Tipos de Benchmarking

Interno; la comparación de operaciones internas.

Competitivo; comparaciones especificas de competidor a competidor para el producto o la función de interés.

Funcional; comparación con funciones similares dentro de la misma industria amplia o con los líderes de la industria.

Genérico; comparación de las funciones o procesos de negocios que son las mismas con independencia de la industria.

El proceso de la calidad y Benchmarking

Proceso de la calidad: satisfacer las necesidades internas y externas de los clientes.

Benchmarking: Establecer objetivos basados en las mejores practicas de la industria.

Equipos de desempeño: hacer participar a los empleados en las soluciones a las practicas de trabajo.

Administración del desempeño: comunicar los objetivos y brindar reconocimientos a los empleados por su desempeño.

Benchmarking y la administración del cambio

Factores fundamentales para el cambio exitoso

- Creer que existe la necesidad del cambio
- La determinación de que se quiere cambiar
- Desarrollar una imagen de la apariencia que se quiere tener después del cambio.

¿Como Benchmarking hace que el cambio sea exitoso?

- La brecha entre las practicas internas y externas crea la necesidad del cambio.
- La comprensión de las mejores practicas de la industria identifica lo que se tiene que cambiar
- Las practicas desarrolladas por otros y sujetas extremamente al benchmarking, dan una imagen del punto final después del cambio.

Conceptualizacion del benchmarking

- Compararnos nosotros mismos con los competidores más duros.
- Compararnos nosotros mismos con las mejores practicas aplicables a nuestra función, con independencia de la industria.
- Desarrollar planes estratégicos para adoptar las mejores practicas encontradas.
- Satisfacer las necesidades de los clientes.
- Actuar como un hombre de negocios que teme a la competencia.

Anexo

Proceso genérico del benchmarking

Proceso de Benchmarking

Métrica de Benchmark

Brecha de Benchmark

Cuando
Donde
Cuando

Practicas de Benchmark

Como cerrar la brecha

Conocimiento mejorado
Practicas mejoradas
Procesos mejorados

Compromiso de la administración

↓

Comunicación a la organización

↓

Participación del empleado

↓

Desempeño superior

Planeación

1. **Identificar que se va a someter a benchmarking**
2. **Identificar compañías comparables**
3. **Determinar el método para recopilación de datos**

Análisis

4. **Determinar la "brecha" de desempeño actual**
5. **Proyectar los niveles de desempeño futuros**

Integración

6. **Comunicar los hallazgos de benchmark y obtener aceptación**
7. **Establecer metas funcionales**

Acción

8. **Desarrollar planes de acción**
9. **Implementar acciones especificas y supervisar el progreso**
10. **Recalibrar los Benchmarks**

Madurez

Lograda una posición de liderazgo

Practicas completamente integradas a los procesos

Como iniciarse en Benchmarking

A.Fuente de información comienzo

◊ **Centrar la atención de un área / elemento que necesite buscarse.**

Ejemplos:

Recepción de pedidos
Proporcionar servicios
Almacenamiento en almacenes

◊ **Establecer contacto con una biblioteca de negocios**

Solicitar la búsqueda de la información publicada en los últimos tres a cinco años para el lema que le interesa.
La biblioteca identificara artículos.

Informes externos
Revistas publicas
Diarios de la industria
Informes anuales

◊ **Estableces contacto con expertos internos**

Investigación de mercado
Análisis competitivo
Expertos funcionales

◊ **Examen de informes / estudios internos**

Estudios especiales
Encuestas
Investigación de mercados

Candidatos para el Benchmarking

Necesidades de los clientes:	Factores críticos del éxito
Productos Servicios	Nivel de satisfacción del cliente Servicios de entregas Costos unitarios Utilización de los activos
Productos fabricados	
Piezas de repuesto	Productos Comprados
Servicios proporcionados	Componentes
Servicios de reparación Financiamiento	Equipo para manejo de materiales
	Procesos usados Recepción del pedido solución de preguntas/ preguntas del cliente Surtido de almacén Facturación Cobranza

Principios de planeación logística

◊ Proporcionar niveles competitivos de satisfacción al cliente por segmentos del mercado.
◊ Reducir los costos unitarios
◊ Aumentar las rotaciones del inventario

◊ Menos escalones

La ruta más corta desde la fuente al uso o al consumo

Manejo de materiales al menor numero posible de veces

◊ Menos ubicaciones (centros de distribución en un escalón)

◊ Centralizar los materiales de lento desplazamiento y de entregas programadas

◊ Modernizar las instalaciones de acuerdo a las ultimas técnicas

Equipo de manejo de materiales

Sistema de control basados en codificación de barras y captura de datos por lectoras

◊ Capitalizar las oportunidades que presenta la desregulacion del transporte

Usar volumen para negociar descuentos favorables

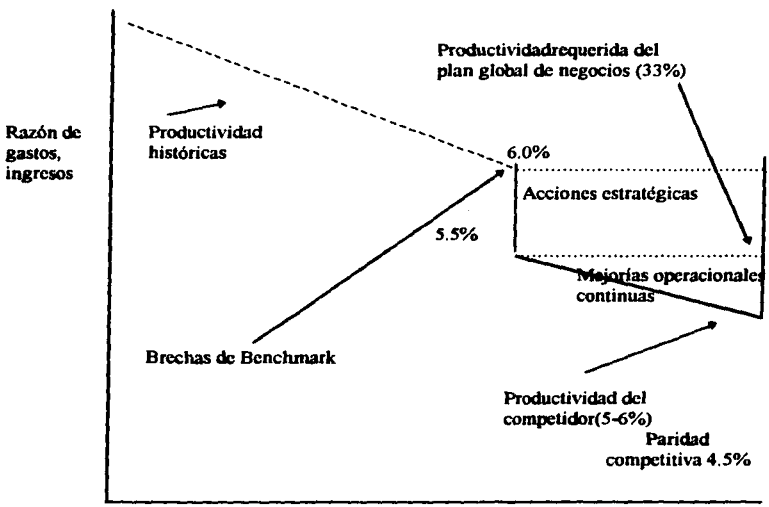
Preparar rutas especificas para los transportistas contratados para maximizar las millas recorridas de camiones completos.

◊ Examinar donde y como resulta necesario el envase y el etiquetado para mover materiales sin ocasionarles daños.

◊ Entregas a los clientes sin restricciones provocadas por limites geográficos o de sistemas arbitrariamente establecidos.

Brecha logística de benchmarkig (Ejemplo)

Tendencia a 10 años de la productividad de logística



Comportamientos importantes de la administración para Benchmarking.

◊ Proporcionar liderazgo de respaldo en la planeación y organización del esfuerzo de Benchmarking.

- ◊ **Lograr un acuerdo sobre los beneficios a lograr, las compañías asociadas, el enfoque a utilizar en las investigaciones, los papeles de cada miembro del equipo de benchmarking y determinar las barreras a un benchmarking efectivo.**
- ◊ **Fomentar el punto de vista de que benchmarking es la forma más efectiva de hacer el trabajo, no un trabajo adicional.**
- ◊ **Asegurar que se comprendan y acepten adecuadamente los hallazgos de benchmark**
- ◊ **Asegurar que los niveles de desempeño necesarios y las estrategias perseguidas se basen en practicas de benchmark**
- ◊ **Asegurar que se proyecte y se recalibre periódicamente el desempeño sobre la base de los hallazgos de benchmark**
- ◊ **Asegurar que se llegue a un acuerdo sobre un proceso de comunicaciones que informara a la organización de su avance hacia los blancos y metas de benchamrak**
- ◊ **Integrar los hallazgos de benchmarking con los procesos de fijación de objetivos, evaluaciones del desempeño y plan de operación de la organización.**
- ◊ **Buscar ejemplos de casos prácticos exitosos que se puedan usar para mostrar como se utiliza el proceso y como se aplica el "como hacerlo" de benchmarking.**

Glosario / Siglario

Glosario

Outliers
Puntos que toman valores muy por debajo o por encima de los demás

Turning points
Puntos en donde cambia la direccion de la tendencia.

Siglario

AR (Autoregressive)
Autorregresivo

ARCH (Autoregressive Conditional Heteroscedastisity)
Autorregresivo-Heteroscedastico Condicional

ARMA (Autoregressive Moving Average)
Media móvil-Autorregresiva

ARMACH (Autoregressive Moving Average Conditional Heteroscedastisity)
Media-Móvil Autorregresiva Heteroscedastico

BH (Buy and Hold)
Comprar y Sostener

EWMA (Exponentially Weighted Moving Average)
Media Móvil Exponencial Ponderada

MA (Moving Average)
Media Móvil

MSE (Mean Square Errors)
Error Cuadrado Medio

PWMSE (Percentage reductions in Weighted Mean Square Errors)
Porcentaje de reduccion en el Error Cuadrado Medio Ponderado

PMSE (Percentage reductions in Mean Square Errors)
Porcentaje de reduccion en el Error Cuadrado Medio

RMSE (Relative Mean Square Errors)
Error Cuadrado Medio Relativo

SWN
Strict White Noise

WMSE (Weighted Mean Square Errors)
Error Cuadrado Medio Ponderado

WLS (Weighted least squares)
Minimos cuadrados generalizados

BIBLIOGRAFIA

Bibliografía

A First Course In Stochastic Processes
Seunda Edición 1975
Samuel Karlin, Howard M. Taylor
Academic Press.

Analysis Of Time Series An Introduction
C. Chatfiel
Chapman And Hall. London.
Segunda Edición 1980.

Introducción Al Análisis De Productos Derivados
(Futuros,Opciones,Fordwards,Swaps)
J.Rodriguez De Castro
Bolsa Mexicana De Valores
Edit. Limusa Grupo Noriega Editorial
1a Edición 1995

Las Finanzas De Las Empresas Multinacionales
Quinta Edicion 1992
David K. Eiteman
Arthur Y. Stonehill
Addison-Wesley Iberoamericana

Statistical Factor Analysis And Related Methods.
Theory And Applications
Alexander Basilesusky
Wiley Series In Probability And Mathematical Statistics
1994 John Wilei & Son.
Canada

Statistical Forecasting
Warren Gilchrist
John Wiley & Sons. Ltd.
Primera Edición 1976

Stochastic Processes
Parzen- Emanuel
Holden-Day
3a Impresion 1967
Department Of Statistics, Stanford University

Stochastic Processes
J. Medhi
Chaman Offset Printers, New Delhi India
Segunda Edición 1994

Tesis De Actuaría
Método De Monte-Carlo Y Aplicaciones
Jose Luis J. Hernández Perez
1969.

Time Series Analysis
Univariate And Multivariate Methods
William W. S. Wei
1990 Addison-Wesley Publishing Company

Time Series Data Analysis And Theory
David R. Brillinger
The University Of California, Berkeley
Holden Day, Inc. E.U.
Expanded Edition 1981