

66  
29.



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE  
MÉXICO**

**ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES**

**"CAMPUS ARAGÓN"**

**ANALISIS DE PROPAGACION DE GRIETA EN  
MATERIALES TERMOPLASTICOS SUJETOS A  
CONDICIONES DE CARGA CUASIESTATICA**

**T E S I S**

**QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:**

**INGENIERO MECANICO**

**ELECTRICISTA**

**P R E S E N T A :**

**RAMON MARTINEZ PACHECO**

**ASESOR DE TESIS:**

**Dr. GUILLERMO PULOS CARDENAS**

**MÉXICO**

**1997**

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AVENIDA DE  
MÉXICO

ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES  
ARAGÓN  
DIRECCIÓN  
DUPLICADO

RAMON MARTINEZ PACHECO  
P R E S E N T E .

En contestación a su solicitud de fecha 6 de febrero de 1996, relativa a la autorización que se le debe conceder para que el señor profesor, Dr. GUILLERMO PULOS CARDENAS pueda dirigirle el trabajo de Tesis denominado "ANÁLISIS DE PROPAGACIÓN DE GRIETA EN MATERIALES TERMOPLÁSTICOS SUJETOS A CONDICIONES DE CARGA CUASIESTÁTICA", con fundamento en el punto 6 y siguientes del Reglamento para Exámenes Profesionales en esta Escuela, y toda vez que la documentación presentada por usted reúne los requisitos que establece el precitado Reglamento; me permito comunicarle que ha sido aprobada su solicitud.

Aprovecho la ocasión para reiterarle mi distinguida consideración.

ATENTAMENTE  
"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"  
San Juan de Aragón, México, a 21 de abril de 1997.  
EL DIRECTOR

  
MERIT CLAUDIO C. MERRIFIELD CASTRO

Nota: La aceptación del tema de tesis y asesor de la misma fue registrado en la Unidad Académica de esta Escuela con fecha 12 de febrero de 1996.

c c p Unidad Académica.  
c c p Jefatura de Carrera de Ingeniería Mecánica Eléctrica.  
c c p Asesor de Tesis.

CCMC/AIR/vr




UNIVERSIDAD NACIONAL  
AVENIDA DE  
MÉXICO

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO  
CAMPUS ARAGÓN

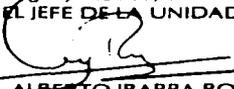
UNIDAD ACADÉMICA

Ing. RAÚL BARRÓN VERA  
Jefe de la Carrera de Ingeniería  
Mecánica Eléctrica,  
Presente.

En atención a la solicitud de fecha 20 de mayo del año en curso, por la que se comunica que el alumno RAMÓN MARTÍNEZ PACHECO, de la carrera de Ingeniero Mecánico Electricista, ha concluido su trabajo de investigación intitulado "ANÁLISIS DE PROPAGACIÓN DE GRIETA EN MATERIALES TERMOPLÁSTICOS SUJETOS A CONDICIONES DE CARGA CUASIESTÁTICA", y como el mismo ha sido revisado y aprobado por usted, se autoriza su impresión; así como la iniciación de los trámites correspondientes para la celebración del Examen Profesional.

Sin otro particular, le reitero las seguridades de mi atenta consideración.

ATENTAMENTE  
"POR MI RAZA HABLARA EL ESPÍRITU"  
San Juan de Aragón, México, 20 de mayo de 1997  
EL JEFE DE LA UNIDAD

  
Lic. ALBERTO IBARRA ROSAS

c c p Asesor de Tesis  
c c p Interesado.

AIR'IIa.





UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

CAMPUS "PASCUAL"

SECRETARÍA DE CÁMERA DE INGENIERÍA MECÁNICA ELÉCTRICA

FE. 19 JUN 12/2022/17

DR. ALBERTO ITZAMUZA  
DIR. DE LA CÁMERA MECÁNICA  
Y ELÉCTRICA

Por medio de la presente se entregan los nombres de los profesores ya  
designados para el curso de "ANÁLISIS DE PROPIEDADES DE MATERIALES  
ELÉCTRICOS", el cual se impartirá en el semestre de mayo de 2022 en el  
CAMPUS "PASCUAL" de la Universidad Nacional Autónoma de México.  
Se adjuntan los datos de los profesores y las condiciones de carga académica  
del curso.

PROFESOR	FECHA DE ENTREGA DE LA CARGA	CONDICIONES DE CARGA
DR. ALBERTO ITZAMUZA	19 JUN 12/2022/17	10 HORAS SEMANALES
DR. JUAN CARLOS GARCÍA	19 JUN 12/2022/17	10 HORAS SEMANALES
DR. JUAN CARLOS GARCÍA	19 JUN 12/2022/17	10 HORAS SEMANALES
DR. JUAN CARLOS GARCÍA	19 JUN 12/2022/17	10 HORAS SEMANALES
DR. JUAN CARLOS GARCÍA	19 JUN 12/2022/17	10 HORAS SEMANALES

Quedo a la orden de la Secretaría de la Cámara de la Ingeniería Mecánica y Eléctrica para cualquier aclaración o información adicional.  
Atentamente,  
DR. ALBERTO ITZAMUZA

SECRETARÍA DE CÁMERA DE INGENIERÍA MECÁNICA ELÉCTRICA  
CAMPUS "PASCUAL" UNAM  
San Juan de Aragón Sudo. de México, D.F.

*[Handwritten signature]*  
*[Circular stamp: SECRETARÍA DE CÁMERA DE INGENIERÍA MECÁNICA ELÉCTRICA]*

Se adjuntan los datos de los profesores y las condiciones de carga académica del curso.  
Atentamente,  
DR. ALBERTO ITZAMUZA

SECRETARÍA DE CÁMERA DE INGENIERÍA MECÁNICA ELÉCTRICA  
CAMPUS "PASCUAL" UNAM

***“ La realidad no nos enseña nada, pero nos obliga a aprender”.***

***“La imaginación nos hace inconformes, la memoria nos vuelve nostálgicos, la experiencia nos deja frustrados y la razón, cuando usamos a fondo la razón, nos revela ridículos”.***

***Óscar de la Borbolla.***

## Reconocimientos

Al finalizar este trabajo de tesis no puedo dejar de sentir la necesidad de voltear y observar el camino recorrido, al hacerlo y después de un rato de reflexión me doy cuenta de que mi perfil profesional : el sentido de responsabilidad, el respeto al trabajo propio y ajeno, mi forma de desarrollar los proyectos que emprendo y en general mi visión del mundo; han sido adquiridos en esencia en el ambiente familiar. Por esta razón quiero agradecer, ante todo, el infinito apoyo y ejemplo recibido de mi madre; quien es la única persona que ha estado a mi lado desde el inicio de mi educación hasta este grato momento en el que estoy por concluir una etapa de mi vida. A mi padre, quiero reconocerle su esfuerzo por brindarme las posibilidades de superación a las que tuve acceso; considérese esta tesis como el más sincero homenaje póstumo que pueda brindarle. Sé, que si estuviera conmigo, a su manera, participaría de este pequeño triunfo. A mis hermanos, Irene, Humberto y Jaime, gracias por aceptar y tolerar mis defectos, pues estoy seguro que sin ustedes la vida sería más difícil.

A la Universidad le debo el enseñarme dos mundos: aquel regido por la desesperación de la ignorancia y éste otro en el que el la dedicación y el estudio, a paso lento, dan el fruto del conocimiento transformador. En especial, agradezco al Instituto de Investigaciones en Materiales por el apoyo económico recibido y por la facilidad de acceso a los recursos con los que cuenta durante el desarrollo de esta tesis.

A mis amigos, mi más sincera gratitud por el apoyo que me brindaron en los momentos difíciles y por sus opiniones tanto académicas como personales. Ustedes saben quienes son, no hace falta decir más.

## PRÓLOGO

La adecuada caracterización del comportamiento de los materiales sujetos a condiciones de esfuerzo es sin duda de crítica importancia en la faceta de diseño en ingeniería. Sin temor a exagerar se puede decir que uno de los requisitos más importantes para lograr alcanzar un desarrollo tecnológico competitivo radica en la capacidad de manipular adecuadamente las propiedades de los materiales con los que se cuenta.

Actualmente el desarrollo de nuevos materiales ha permitido dotarlos con propiedades excepcionales a tal grado que no es posible estudiar su respuesta mecánica bajo las teorías tradicionales. Una simple hojeada a la lista de materiales disponibles (no sólo en aplicaciones que demanden una respuesta mecánica si no también en aquellas donde son importantes las propiedades eléctricas, magnéticas, ópticas, químicas, etc ) es suficiente para toparnos con comportamientos altamente específicos cuyo origen se encuentra en el control de los fenómenos especiales que se desarrollan como resultado de la estructura del material.

En este trabajo de tesis el interés se centra en la mecánica de la fractura de materiales termoplásticos; evidentemente esto se debe a que algunas de las propiedades de ellos son deseables en aplicaciones que, sin embargo, requieren que el material soporte esfuerzos (tarea para la cual los polímeros son tradicionalmente considerados como una mala elección).

En la actualidad los estudios de fractura en termoplásticos son esencialmente interdisciplinarios debido a que el problema puede ser analizado bajo diferentes ángulos: estructura química y cinética molecular, propiedades mecánicas macroscópicas y microscópicas, medio continuo y modelado matemático como sistema físico, etc. En especial, dado que la capacidad teórica en el ramo es aún insuficiente, el trabajo que se realiza es primordialmente experimental por lo que el número de disciplinas con las cuales se debe involucrar al ingeniero o investigador en el ramo es sumamente extenso. Es común que se necesite utilizar técnicas altamente sofisticadas cuyo desarrollo implique conocimientos, en principio, ajenos al problema fundamental pero sin los cuales sería imposible avanzar en el estudio de las propiedades de interés.

Esta tesis es en esencia un trabajo experimental; en términos generales pretende arrojar información que sirva para conocer las peculiaridades del proceso de fractura en termoplásticos bajo condiciones cuasiestáticas. En particular, se analiza la etapa de propagación de grieta dejando de lado su formación y procesos de ruptura. El parámetro obtenido más importante es la velocidad de propagación con resolución de unas cuantas micras lo que coloca a este trabajo en el marco de estudio de la micro-mecánica. A manera de hipótesis se toman los fenómenos observados bajo carga de fatiga y se plantea la posibilidad de discernir entre aquéllos originados por el tipo de carga y aquéllos cuyo naturaleza se puede atribuir exclusivamente a las propiedades del material.

El trabajo se presenta en tres capítulos. El capítulo I, consideraciones en el proceso de fractura de los polímeros, se divide en tres secciones: estructura de polímeros, comportamiento viscoelástico y mecánica de la fractura. En ellos se ofrece una visión lo suficientemente amplia de las materias involucradas en el estudio experimental y teórico que son indispensables para comprender cabalmente el proceso de fractura en polímeros.

El papel de la estructura del material en si mismo proporciona material para un trabajo exclusivamente dedicado a ello, sin embargo, debido a que la premisa fundamental de la que parte este trabajo es la de considerar como un continuo al material sólo se presentan algunos elementos básicos que permiten vislumbrar el amplio campo aún por explorar.

En la sección correspondiente al comportamiento viscoelástico se presenta un desarrollo semi-formal de las ecuaciones que modelan la respuesta mecánica del material de acuerdo a la teoría del medio continuo. Se describen las formas en las que se manifiesta la viscoelasticidad considerando al elemento que la exhibe como un sistema físico al cual se le proporciona una entrada y éste, a su vez, entrega una salida. Es a partir de este momento que se empieza a vislumbrar que las condiciones de esfuerzo y deformación propios de la fractura requieren análisis más complejos de aquellos considerados en fenómenos que involucran pequeñas deformaciones, es decir, surge la necesidad de modelar los procesos de interés con matemáticas no lineales.

En la tercera sección se explica el fenómeno característico de la fractura en polímeros: el "crazing". Se desarrollan sus etapas de formación, crecimiento y rompimiento. A continuación se utiliza la solución para el estado de esfuerzos alrededor de una grieta en un material elástico (método del factor de intensidad de esfuerzo  $K_I$ ) y se conjuga con un modelo que aproxima la fenomenología observada durante el "crazing".

El capítulo II se dedica al diseño experimental; se inicia planteando de manera concreta los conceptos necesarios para definir los objetivos y necesidades experimentales y se establece la técnica a utilizar en función de los fenómenos que se desean observar. De igual forma, se realiza una descripción detallada de los sistemas experimentales involucrados poniendo énfasis en las capacidades especiales de resolución que fueron logradas, en los problemas de sincronización y en las limitaciones impuestas por el equipo de cómputo utilizado.

En el capítulo III se muestran los parámetros finales con los que se usaron los sistemas y se definen los filtros y operaciones adicionales a las que fueron sometidos los datos obtenidos. Finalmente, se muestran un conjunto de gráficas que relacionan los parámetros que controlan la propagación de grieta con la superficie de fractura.

# ÍNDICE

PROLOGO.	
INDICE	
LISTA DE SIMBOLOS	

iii
v
viii

## CAPITULO I.

### CONSIDERACIONES EN EL PROCESO DE FRACTURA DE POLIMEROS

<b>1.1. FUNDAMENTOS DE POLIMEROS.</b>	<b>3</b>
<b>1.1.1 Clasificación de Polimeros.</b>	<b>3</b>
1.1.1.1. Por su comportamiento al calor.	3
1.1.1.1.1. Termoplásticos.	4
1.1.1.1.2. Termoestables.	4
1.1.1.2. Por su estructura.	5
1.1.1.2.1. Lineal.	5
1.1.1.2.2. Ramificada.	6
1.1.1.2.3. Red.	6
1.1.1.3. Por la forma en que se sintetizan.	7
1.1.1.3.1. Adición.	7
1.1.1.3.2. Condensación.	9
1.1.1.4. Por su estereoregularidad.	9
1.1.1.5. Por su morfología.	12
1.1.1.6. Tipos de lazos.	14
<b>1.1.2. Deformación y Esfuerzo en Polimeros.</b>	
<b>Comportamiento a la Tensión.</b>	<b>19</b>
<b>1.2. COMPORTAMIENTO VISCOELÁSTICO.</b>	<b>25</b>
<b>1.2.1. Formas del Comportamiento Viscoelástico .</b>	<b>26</b>
1.2.1.1. Creep.	27
1.2.1.2. Relajación.	27
1.2.1.3. Aplicación del esfuerzo a velocidad constante.	30
1.2.1.4. Aplicación de la deformación a velocidad constante.	30
<b>1.2.2. Viscoelasticidad Lineal.</b>	<b>30</b>
1.2.2.1. Condiciones de linealidad.	30
1.2.2.2. Ecuaciones básicas del comportamiento viscoelástico.	32
1.2.2.2.1. Ecuaciones de equilibrio.	32
1.2.2.2.2. Ecuaciones de cinemática.	34
1.2.2.2.3. Ecuaciones constitutivas.	36
1.2.2.3. Intercambio tiempo - temperatura en el comportamiento viscoelástico	39

1.2.2.4. Analogías mecánicas.	40
1.2.2.4.1. Modelo de Maxwell.	41
1.2.2.4.2. Modelo de Kelvin o Voigt.	43
1.2.2.4.3. Modelo de Burges.	44
1.2.2.4.4. Generalización de los modelos.	47
<b>1.3. MECÁNICA DE LA FRACTURA.</b>	53
<b>1.3.1. Fractura Frágil y Dúctil.</b>	53
<b>1.3.2. Mecanismos de Microdeformación en Termoplásticos.</b>	54
1.3.2.1. Cedencia por cortante.	55
1.3.2.2. "Crazing".	55
1.3.2.2.1. Iniciación del "craze".	57
1.3.2.2.2. Crecimiento del "craze".	58
1.3.2.3. Ruptura del "craze".	60
<b>1.3.3. Modelado de una Grieta. Solución Asintótica.</b>	60
1.3.3.1. Consideraciones teóricas y desarrollo matemático.	61
1.3.3.2. Limitaciones del modelo.	68
<b>1.3.4. Modelo de Dugdale.</b>	69

## CAPITULO II

### DISEÑO EXPERIMENTAL

<b>2.1. PLANTEAMIENTO EXPERIMENTAL.</b>	77
<b>2.1.1. Definición de Objetivos y Necesidades</b>	77
2.1.1.1. La carga cuasiestática.	78
2.1.1.2. Régimen de velocidad.	79
<b>2.1.2. Definición de la Técnica Experimental.</b>	80
2.1.2.1. Técnica de microfractura.	80
2.1.2.2. Técnica de análisis de imágenes para obtener la velocidad.	82
2.1.2.3. La probeta.	85
<b>2.2. SISTEMAS DE ADQUISICIÓN DE DATOS E IMÁGENES.</b>	89
<b>2.2.1. Programa de Captura de Imágenes.</b>	89
2.2.1.1. Requisitos del programa de captura de imágenes.	90
2.2.1.1.1. Requisitos funcionales.	90
2.2.1.1.2. Requisitos de bases de datos.	91
2.2.1.1.3. Requisitos no funcionales.	92
2.2.1.2. Especificaciones de diseño.	93
2.2.1.2.1. Abstracción de datos.	94
2.2.1.2.2. Especificaciones operacionales.	98
<b>2.2.2. Sistema Óptico.</b>	104
2.2.2.1. Técnica de observación.	104
2.2.2.2. Calibración.	105

<b>2.2.3. Instrumentos y Transductores.</b>	105
2.2.3.1. El dispositivo de tensión.	106
2.2.3.2. El multimetro programable.	107

**CAPITULO III.  
PROCESADO DE IMÁGENES Y ANÁLISIS DE RESULTADOS.**

<b>3.1. METODOLOGÍA EXPERIMENTAL.</b>	113
<b>3.1.1. Definición de Parámetros.</b>	113
<b>3.1.2. Operaciones Aplicadas a los Datos.</b>	115
<b>3.1.3. Gráficas y Mapas</b>	119
<b>CONCLUSIONES.</b>	147
<b>BIBLIOGRAFIA</b>	155
<b>APÉNDICES.</b>	161

## Lista de Símbolos.

- $A_T$  .- Factor de corrimiento.  
 $a$  .- Longitud de grieta.  
 $C_{ijkl}$  .- Tensor de cuarto orden de constantes elásticas o viscoelásticas.  
 $d_{ij}$  .- "Desviador" del tensor de deformaciones.  
 $E$  o  $R$  .- Módulo de Young.  
 $E_{kl}$  .- Tensor de deformación de Green.  
 $e_{kl}$  .- Tensor de Cauchy.  
 $E_c$  .- Módulo de creep.  
 $E_r$  .- Módulo de relajación.  
 $F$  .- Fuerza de cuerpo.  
 $H$  .- Mitad del ancho de la probeta.  
 $J$  .- Moldeabilidad en creep.  
 $K_I$  .- Factor de intensidad de esfuerzo en el modo I de carga.  
 $P$  y  $Q$  .- Operadores diferenciales con respecto al tiempo.  
 $s$  .- Variable de la transformada de Laplace.  
 $s$  .- Longitud de la zona plástica de acuerdo al modelo de Dugdale.  
 $s_{ij}$  .- "Desviador" del tensor de esfuerzos.  
 $t$  .- Tiempo.  
 $T_g$  .- Temperatura de transición vítrea.  
 $T_m$  .- Temperatura de fundido.  
 $X_i$  .- Coordenadas cartesianas.  
 $x_i$  .- Coordenadas de una posición deformada.  
 $u_i$  .- Vector de desplazamiento.  
 $W$  .- Largo de la probeta.  
 $\epsilon$  .- Deformación.  $\epsilon_{ij}$  .- Tensor de deformación.  
 $\sigma$  .- Esfuerzo.  $\sigma_{ij}$  .- Tensor de esfuerzo.  
 $\xi$  .- Tiempo arbitrario entre 0 y  $t$ .  
 $\tilde{\cdot}$  .- Transformada de Laplace.  
 $\rho$  .- Densidad.  
 $\delta_{kl}$  .- Delta de Kronecker.  
 $\eta$  .- Coeficiente de viscosidad.  
 $\chi$  .- Función del esfuerzo de Airy.  
\* .- Identificador de las variables tipo apuntador en el lenguaje "C".  
**PE** .- Polietileno.  
**PP** .- Polipropileno.  
**PTFE** .- Politetrafluoruroetileno.  
**PS** .- Poliestireno.  
**PMMA** .- Polimetilmetacrilato.  
**PVC** .- Cloruro de polivinil.  
**PAN** .- Poliácridonitrilo.  
( ) .- Bibliografía localizada al final de la tesis.  
[ ] .- Referencias de información de otros autores localizadas al final de cada sección.  
**Letras en superíndice** .- Pie de página con explicaciones del autor.

**CAPÍTULO**

**I**

**CONSIDERACIONES EN EL PROCESO DE  
FRACTURA DE POLÍMEROS**

## CAPITULO I.

### CONSIDERACIONES EN EL PROCESO DE FRACTURA DE POLÍMEROS

#### 1.1 . FUNDAMENTOS DE POLÍMEROS.

Los polimeros son una de las diversas formas genéricas en las que la materia puede constituirse, se caracterizan por estar estructuralmente formados por largas cadenas de los llamados monómeros o elementos básicos que se repiten . Al proceso de unión de los monómeros para la formación final de la cadena se le conoce como polimerización y la medida del número de monómeros involucrados en la operación define el grado de ésta.<sup>1</sup>

Dichos materiales muestran una gran variedad de estructuras químicas y su flexibilidad estructural permite la presencia de diversos modos de organización; como consecuencia, los mecanismos de deformación y los patrones de fractura pueden llegar a oscilar entre el comportamiento típico de un material dúctil hasta el de uno frágil; además se debe de agregar que estos materiales poseen propiedades mecánicas dependientes del tiempo; es decir, sometidos a un esfuerzo responden viscoelásticamente.

La clasificación de los polimeros se puede realizar atendiendo a más de un criterio, los más comunes y útiles son:

- Por su comportamiento al calor.
- Por su estructura.
- Por la forma en que se sintetizan .
- Por su estereoregularidad.
- Por su morfología.

##### 1.1.1 Clasificación de Polimeros.

###### 1.1.1.1 Por su comportamiento al calor.

Una de las formas más ampliamente usadas en la clasificación de los polimeros es por su comportamiento físico ante la presencia de una fuente de calor. Esta clasificación realiza una discriminación puramente fenomenológica, sin embargo, es ampliamente usada porque se basa en una característica macroscópica del material.

Desde este punto de vista se han agrupado dos grandes conjuntos: los termoplásticos y los termoestables .

---

<sup>1</sup>El grado de polimerización es en realidad un promedio de las moléculas presentes. Se puede definir en función de los pesos moleculares como  $GP = \text{Peso del polímero} / \text{Peso de los meros}$  .

Cuando están presentes dos o más monómeros  $\bar{M} = \sum f_i M_i$  donde  $f_i$  es la fracción molecular que tiene peso molecular  $M_i$  . Para el caso de formación polimérica por condensación el subproducto se resta  $\bar{M} = \sum (f_i M_i - M_{\text{subproducto}})$

#### 1.1.1.1.1. Termoplásticos.

Se identifican como termoplásticos a aquellos polímeros que al aplicarles o retirarles calor manifiestan un comportamiento que puede ser descrito por dos estados determinados por la temperatura de reblandecimiento o de fundido, abajo de ésta el material es un sólido perfectamente definido; pero, a medida que se aproxima a la temperatura de reblandecimiento, el polímero se suaviza y puede fluir bajo la aplicación de un esfuerzo. Por otro lado; si una vez que se ha fundido el material se retira la fuente de calor y se permite su enfriamiento, se obtendrá un sólido similar a aquél con el que se comenzó; con la diferencia de que si se aplica alguna deformación al polímero reblandecido, ésta se conservará en la geometría del nuevo sólido.

Las anteriores características dan ciertas ventajas en el conformado de los termoplásticos permitiendo el uso de procedimientos como la extrusión, el moldeo por soplado, moldeo por inyección, conformado al vacío, calandrado trefilado y laminado.

En este punto es conveniente aclarar que cuando se agrega calor excesivo a los termoplásticos, de tal forma que se sobrepasa la temperatura de degradación, las moléculas se degradan y la estructura original se pierde; sin embargo, normalmente el punto de reblandecimiento es inferior a la temperatura de degradación, lo cual da un rango de temperaturas aceptable para la manipulación del polímero.

Entre algunos de los polímeros termoplásticos de más amplio uso podemos mencionar los siguientes: polietileno (PE), polipropileno (PP), politetrafluoroetileno (PTFE), poliestireno (PS), polimetilmetacrilato (PMMA), cloruro de polivinil (PVC) y poliacrilonitrilo (PAN).

Los usos de los termoplásticos son muy variados y se prefieren en aquellas aplicaciones donde el peso es un factor importante; algunas de las aplicaciones típicas son su uso como material para tuberías, como aisladores eléctricos, en cintas de películas, en ventanas, en fibras textiles, en partes de automóviles y aviones, en botellas, en cables, en juguetes, en engranes, etc.

#### 1.1.1.1.2. Termoestables.

Los polímeros termoestables una vez conformados (comúnmente por una reacción de curado conocida como condensación), al ser calentados, tienden más bien a la degradación de su moléculas que al reblandecimiento. Es sólo en el momento de su producción cuando un termoestable reblandece y fluye ante el esfuerzo. Dicho comportamiento tiene su origen en la reacción que da lugar a la formación de este tipo de polímeros en la cual se sintetiza un subproducto (normalmente agua) originando un proceso irreversible. Como consecuencia, al final se obtienen productos de diferente naturaleza química.

Entre los grupos funcionales<sup>2</sup> más comunes que dan origen a termoestables tenemos: los fenólicos, las aminas, los poliésteres, los epóxicos, los uretanos, los furanos y los silicones. Todos ellos son normalmente cadenas tridimensionales en forma de red que a menudo se obtienen a partir de dos resinas líquidas.

<sup>2</sup> Se conoce como grupo funcional a aquella parte de una molécula que participa en una reacción. Por otro lado se le denomina funcionalidad al número de lazos que un mero puede formar con otro.

Por otro lado, debido a la naturaleza de los termoestables, las propiedades que exhiben difieren de aquéllas presentadas por los termoplásticos, a saber: los primeros poseen una alta resistencia a la tensión, baja ductilidad, alto módulo de elasticidad y baja resistencia al impacto. Los usos más extendidos para estos materiales son su aplicación como adhesivos o recubrimientos, son utilizados como aglutinantes para arenas y corazones de fundición, y como productos laminados terminados.

### 1.1.1.2. Por su estructura.

Evidentemente el comportamiento de los polímeros, al igual que el de cualquier otro tipo de material, esta intimamente ligado a la estructura tanto química como física que adquieren las moléculas que los constituyen. Por lo tanto no es de extrañar que la clasificación basada en el comportamiento al calor tenga algunas de sus explicaciones en la configuración estructural, al igual que en algunas otras de las formas menos empíricas de clasificación. Actualmente se identifican tres categorías estructurales

#### 1.1.1.2.1. Lineal.

La forma más simple en la que se puede construir una cadena polimérica es linealmente; en especial, si el monómero del cual parte es bifuncional, se obtendrá una estructura lineal del tipo mostrado en la FIGURA 1.1.1.

No obstante la denominación que se les da a estas cadenas y debido a su flexibilidad y a su longitud, las moléculas no necesariamente asumen una configuración geoméricamente lineal en el sentido estricto y más bien pueden ser vistas como un espagueti que como lazos extendidos. Las cadenas pueden constituirse por un solo tipo de monómero; denominado homopolímero; o por más de uno, denominado copolímero.

Un dato importante a recalcar es el hecho de que los termoplásticos son generalmente polímeros lineales.

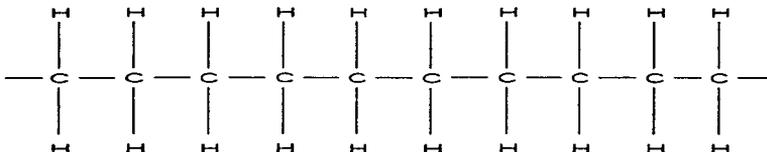


FIGURA 1.1.1. Polímero lineal.

### 1.1.1.2.2. Ramificada.

En contraste a lo que ocurren con los polímeros lineales, es posible obtener cadenas con ramificaciones que parten de una columna principal. Tal proceso requiere de la presencia de átomos de funcionalidad igual o mayor a tres que pueden ser introducidos intencionalmente (injertos) o por medio de reacciones colaterales a la de polimerización.

Normalmente las ramificaciones reducen la tendencia a la cristalización y evitan el acomodamiento compacto de las cadenas, lo cual produce polímeros de densidad baja; es decir, la ramificación influye en las propiedades por medio de efectos geométricos que además pueden ser asociados a los lazos secundarios ( Ver 1.1.1.6).

Una típica cadena ramificada se muestra en la FIGURA 1.1.2.

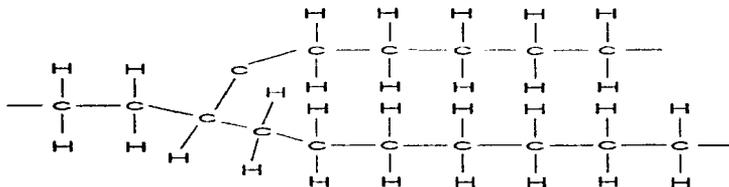


FIGURA 1.1.2. Cadena polimérica ramificada.

### 1.1.1.2.3. Red.

Adicionalmente a las ramificaciones que pueden llegar a desarrollar las cadenas poliméricas, es posible que se formen redes tridimensionales como consecuencia de la unión de una ramificación con una columna de la cual inicialmente no forma parte. La longitud y la frecuencia de las ramificaciones aumentan la probabilidad de que se forme una red; finalmente, se puede llegar al caso de que las cadenas se transformen en una enorme masa interconectada con un peso molecular de hasta  $10^{27}$  g/mol [1].

Las redes de polímeros se pueden generar en dos formas :

- 1.- Iniciando una reacción en masa que contenga los suficientes monómeros de funcionalidad tres o superior.
- 2.- Creando ligaduras químicas entre las moléculas lineales o ramificadas (curado). A esta categoría pertenece el proceso de vulcanización en donde el agente ligante es el azufre.

De igual forma que las estructuras lineales se identifican con los termoplásticos, la estructura de red se asocia a los termoestables, la diferencia básica entre unos y otros recae en la naturaleza de los lazos intermoleculares. En los materiales termoplásticos, estos lazos son relativamente débiles y del tipo de Van der Waals (ver sección 1.1.1.6); como

consecuencia, el calor arriba de  $T_g$  o  $T_m^3$  les provee de la energía térmica necesaria para que las cadenas se muevan independientemente. Por el contrario, dicho efecto no es posible en los polímeros termoestables dado que sus cadenas están rígidamente unidas por enlaces primarios covalentes.

En la FIGURA 1.1.3 se puede observar una estructura de red polimérica.

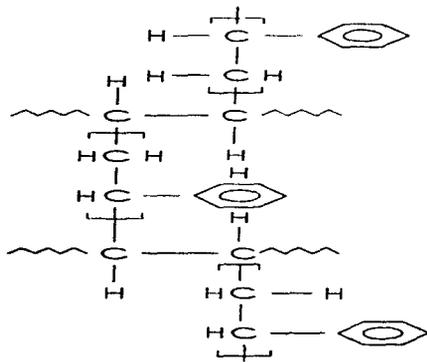


FIGURA 1.1.3. Red polimérica.

### 1.1.1.3. Por la forma en que se sintetizan.

Tradicionalmente<sup>4</sup> se considera que la polimerización se puede realizar por medio de dos mecanismos: adición y condensación.

#### 1.1.1.3.1. Adición.

Un polímero sintetizado por adición es aquel en cuya reacción no existe pérdida en el producto de ninguno de los elementos químicos de la molécula que intervienen en ella. Estos materiales tienen asociado un mecanismo de crecimiento de cadena conocido como "chain-growth", que consiste en el establecimiento de una cadena de longitud  $x$  con su subsecuente crecimiento a medida que se adicionan moléculas de monómero.

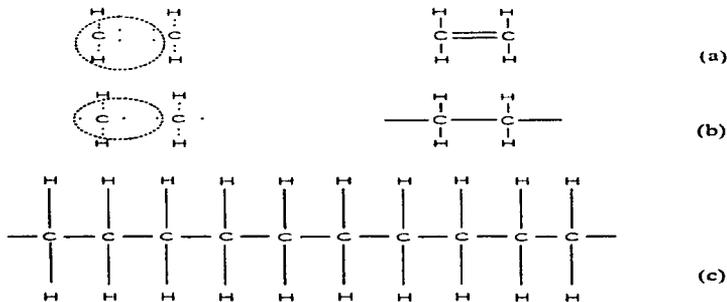
<sup>3</sup>  $T_g$  es la temperatura de transición vítrea y se define como la temperatura por debajo de la cual el polímero amorfo adopta una estructura vítrea rígida, arriba de ella el comportamiento es similar al de una goma.  $T_m$  es la temperatura de fundido.

<sup>4</sup> Una clasificación y descripción más estricta de la forma en que se sintetizan los polímeros, aunque existe, está fuera del alcance de este trabajo. No obstante que no se presenta aquí, puede ser consultada en la bibliografía (1) y (9).



El crecimiento por adición puede darse por dos procesos, ya sea por aquellos en los que intervienen como iniciadores los radicales libres, o aquellos en los que no intervienen. El primero de estos procesos es el más común y el que se describirá a continuación, del segundo solo se mencionará que puede haber de diferentes tipos tales como: polimerización catiónica y polimerización aniónica. Además, existen otros procesos de adición especiales conocidos como polimerización por coordinación y polimerización de anillo abierto.

El proceso de adición por radicales libres puede ser descrito apartir de una de las estructuras más simples como es la del polietileno. Considérese el monómero de etileno  $C_2H_4$  cuya estructura se muestra en la FIGURA 1.1.4.a.



**FIGURA 1.1.4.** (a) Monómero con doble enlace covalente.  
 (b) Meros con enlaces no satisfechos.  
 (c) Estructura del polietileno.

Como se puede observar, los átomos de carbono se encuentran unidos por enlaces covalentes dobles. Estos bajo la presencia de la energía necesaria, ya sea calor o presión, o ante algún tipo de catalizador<sup>5</sup> se rompen y dan lugar a la configuración mostrada en la FIGURA 1.1.4.b. En 1.1.4.b se muestran los enlaces no satisfechos que tienden a generar una cadena larga del tipo mostrado en la FIGURA 1.1.4.c.

La clave para la polimerización por adición es, por lo tanto, la disponibilidad de los enlaces dobles o triples del carbón que pueden ser rotos bajo condiciones especiales. Entre algunos de los polímeros preparados por adición esta el polipropileno, poliestireno y el polimetilmetacrilato, todos ellos termoplásticos.

<sup>5</sup> El catalizador actúa como iniciador. Por ejemplo para el  $C_2H_4$  un iniciador es el  $H_2O_2$  (peróxido de hidrógeno).

### 1.1.1.3.2. Condensación.

La polimerización por condensación es aquella en la que la fórmula molecular de la unidad que se repite de una cadena polimérica carece de algunos de los átomos presentes en el monómero del cual se formó; es decir, existe un subproducto en la reacción (generalmente agua). El mecanismo de crecimiento de la cadena en la condensación es conocido como "step-growth"; en éste las cadenas de cualquier longitud, sea X y Y se combinan para formar una cadena más larga.



La química de la condensación puede darse por diferentes vías e involucra la participación de moléculas que contienen grupos reactivos o funcionales. Por ejemplo la combinación de un alcohol (R-OH) con un ácido (R'-COOH) reaccionará de la siguiente manera:



Como se ve, un grupo hidroxilo ha reaccionado permitiendo que las dos moléculas se unan, dejando como subproducto agua libre. Es evidente que una vez que los grupos hidroxilos se hallan terminados la reacción no podrá continuar.

No obstante que el proceso de la condensación es más complicado y al no ser el objetivo de este trabajo la descripción detallada de la química polimérica, sólo se puntualizan en la tabla 1.1 las principales diferencias entre la condensación y la adición.

### 1.1.1.4. Por su estereoregularidad.

Cuando una cadena polimérica (como la del polietileno en la FIGURA 1.1.4.c) ha sido formada, se puede inferir que los átomos adoptan, en un principio, una configuración geométrica solamente determinada por las restricciones que imponen las fuerzas de interacción entre ellos. Dado que la mayoría de los polímeros poseen una columna de carbono, dicha configuración se explica con base en su naturaleza tetravalente.

Concretamente, analicemos de nuevo al polietileno, pero ahora considérese en el espacio y comencemos apartir de un átomo de carbono simple (FIGURA 1.1.5.a). Obsérvese la disponibilidad de sus enlaces covalentes, éstos pueden ser ocupados por otro átomo de carbono, uno de hidrógeno o en general un grupo funcional. Póngase especial atención al ángulo de 109° que se forma entre los enlaces disponibles, este ángulo deberá de conservarse a lo largo de toda la cadena para respetar la tetravalencia.

---

**Tabla 1.1**

---

### **ADICIÓN ("CHAIN-GROWTH")**

- La reacción de crecimiento sólo adiciona a la cadena unidades repetidas una a la vez.
- La concentración de monómero decrece constantemente a lo largo de la reacción
- Los polímeros de alto peso molecular son formados inmediatamente; éstos solo tiene ligeros cambios a lo largo de la reacción .
- Los tiempos largos de reacción dan altos rendimientos; pero casi no afectan el peso molecular.
- La mezcla reactiva contiene, monómero, polímero de alto peso molecular y al rededor de  $10^{-4}$  partes de cadenas creciendo.

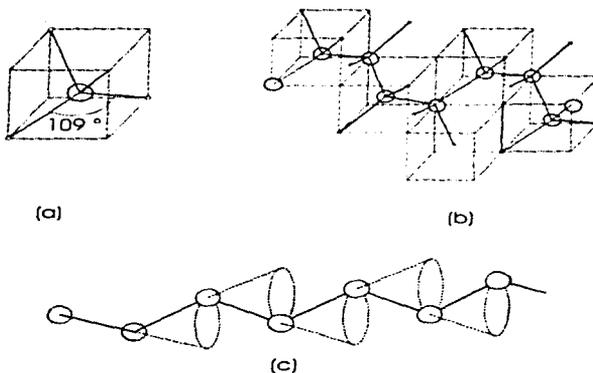
### **CONDENSACIÓN ("STEP-GROWTH").**

- Dos moléculas presentes de cualquier especie pueden reaccionar.
- El monómero desaparece rápidamente en la reacción . A un grado de polimerización de 10, menos del 1 % del monómero permanece.
- El peso molecular del polímero aumenta constantemente a lo largo de la reacción
- Tiempos largos de reacción son esenciales para obtener altos pesos moleculares
- En cualquier momento todos los tipos de moléculas involucrados están presentes en una distribución calculable.

---

**Fuente :** Bibliográfica (1).

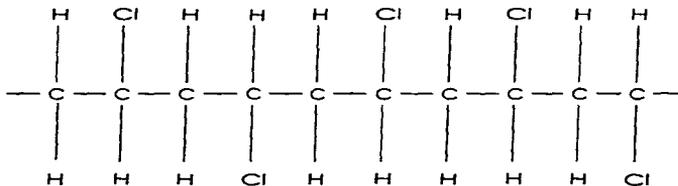
Debido a las condiciones anteriores se irá formando una estructura similar a la de la FIGURA 1.1.5.b, en donde podemos observar la tendencia de la cadena a torcerse, en realidad cada átomo o grupo funcional que se enlace con el carbono tiene la posibilidad de ocupar el espacio alrededor de un cono como se muestra en la FIGURA 1.1.5.c. Obviamente, dependiendo del átomo o grupo de átomos que ocupen el enlace, las restricciones de giro se modificarán dando mayor o menor holgura.



**FIGURA 1.1.5.** (a) Tetraedro de carbono.  
 (b) Cadena de polietileno.  
 (c) Cadena torcida y espacios disponibles.

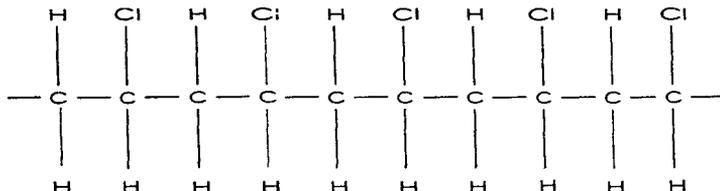
Por otro lado, la localización del grupo a lo largo de la cadena es de importancia crítica dado que afecta la eficiencia en el empaquetamiento del polímero; el arreglo de estos grupos a lo largo de la cadena determina tres categorías de estereoregularidad:

- **Atáctico.** El arreglo de los grupos es arbitrario. Cuando éstos son grandes, la eficiencia del empaquetamiento es baja. Como resultado, este tipo de polímeros son amorfos.



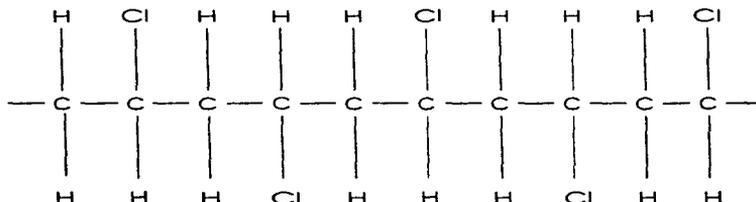
**FIGURA 1.1.6.** Cadena polimérica con ordenamiento atáctico.

- **Isotáctico.** Los grupos se orientan a un solo lado de la cadena. Se puede obtener alta eficiencia de empaquetamiento.



**FIGURA 1.1.7.** Cadena polimérica con ordenamiento isotáctico.

- **Sindiotáctico.** Los grupos se alternan a ambos lados de la cadena. Se puede obtener alta eficiencia de empaquetamiento.



**FIGURA 1.1.8.** Cadena polimérica con ordenamiento sindiotáctico.

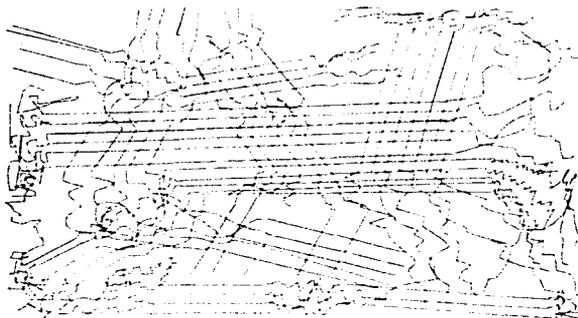
#### 1.1.1.5. Por su morfología.

Los polímeros también pueden ser clasificados de acuerdo a la configuración que adquieren las cadenas unas con respecto a las otras, es decir, considerando el orden bajo el cual se arreglen los manojos. Atendiendo a este criterio se ha identificado la existencia de polímeros amorfos (no-cristalinos) y polímeros cristalinos. No obstante, la distinción entre estos dos tipos está lejos de ser tan tajante como en el caso de metales; pues si bien es fácil entender el estado amorfo debido al enmarañamiento de las cadenas, el estado cristalino aún representa un reto para los investigadores de la física de polímeros precisamente por la tendencia natural de las cadenas a torcerse y por la longitud que llegan a alcanzar.

Actualmente es aceptado que en una muestra polimérica coexisten regiones amorfas y cristalinas<sup>6</sup> en porcentajes que en algunos casos pueden ser controlados<sup>7</sup>. La presencia de zonas cristalinas es inducida por algunos rasgos característicos que a continuación se enumeran:

- El orden tridimensional es esencial para poder decir que una región es cristalina, no basta con la orientación de las cadenas; la aplicación de un esfuerzo en una dirección produce alineación de éstas sin originar cristalinidad, dándose el caso extremo de la estructura amorfa orientada.
- Las cadenas estereoregulares permiten un mayor empaquetamiento y en consecuencia una mayor probabilidad de cristalizar en comparación con los polímeros de cadena irregular.
- Los lazos secundarios (Ver sección 1.1.1 6), específicamente el lazo de hidrógeno y el dipolo, promueven la cristalinidad.

La idea de la coexistencia de secciones cristalinas y no-cristalinas llevo al planteamiento del modelo de micelas o cristalitas. Bajo este concepto se propone una estructura similar a la mostrada a la FIGURA 1.1.9, en donde se representan zonas alineadas inmersas en una matriz amorfa. Obsérvese que una misma cadena se extiende pasando de una región a otra.



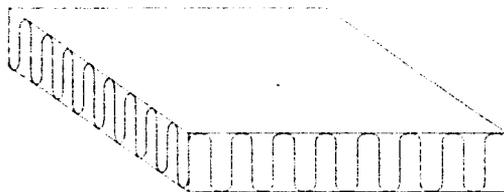
**FIGURA 1.1.9.** Modelo de micelas. Nótese la coexistencia de regiones cristalinas y amorfas.

<sup>6</sup> Algunos autores ([2] y [3]) mencionan la producción de polímeros completamente amorfos o hasta con un 98 % de cristalinidad.

<sup>7</sup> Esta afirmación tiene sustento en pruebas de difracción de rayos X y en el cálculo teórico de densidades para muestras totalmente amorfas y totalmente cristalinas, correspondiendo un valor intermedio a la muestra real.

Sin embargo, a través de la obtención de polímeros cristalinos sintetizados de soluciones diluidas, se ha demostrado que la estructura cristalina está más bien basada en láminas (y no en cristalitas); estas láminas están formadas por cadenas que se pliegan en dirección perpendicular al plano de ésta (Ver FIGURA 1.1.10) y cuyas longitudes son de aproximadamente 10 micras de lado por 0.01 micras de ancho. Además, dichas láminas se conglomeran formando superestructuras llamadas esferulitas (equivalentes a los granos que muestran los metales).

Finalmente, en resultados de investigaciones recientes se habla de una tercera región interfacial entre la región laminar y la fase amorfa. Esta nueva fase podría constituir entre un 10 a un 20 % del total del material.



**FIGURA 1.1.10.** Láminas poliméricas. Obsérvese como se pliegan las cadenas.

#### **1.1.1.6. Tipos de lazos.**

Ya se ha mencionado que el principal tipo de enlace que interviene en la síntesis de polímeros es el covalente (pares de electrones compartidos por dos átomos), por tal motivo se le conoce como lazo primario o principal. Las propiedades de éste tipo de enlace han sido caracterizadas en cuanto a sus energías de disociación y longitudes típicas (ver tabla 1.2); igualmente, se ha encontrado que el ángulo de los lazos simples involucrados en el arreglo atómico varían entre  $105^\circ$  y  $113^\circ$ , no más allá del ángulo de  $109^\circ$  dictado por la naturaleza tetraédrica del carbono.

---

**Tabla 1.2**

---

Lazo	Longitud del lazo (Angstroms)	Energía de Disociación (Kcal /mol)
C - C	1.54	83
C=C	1.34	146
C - H	1.10	99
C - N	1.47	73
C ≡ N	1.15	213
C - O	1.46	86
C = O	1.21	179
C - F	1.32-1.39	103-123
C - CL	1.77	81
N - H	1.01	93
O - H	0.96	111
O - O	1.32	35

---

**Fuente :** Bibliográfica (9).

No obstante, la configuración atómica real de los polimeros dista mucho de ser sencilla y la experiencia demuestra la presencia de fuerzas no asociadas directamente con los lazos primarios. En realidad, existen varios tipos de lazos que mantienen unidas de más de una forma a las cadenas; a este otro tipo se les denomina lazos secundarios y en él están contenidos los siguientes: lazo de hidrógeno, el dipolo, el enlace de Van der Waals y el enlace iónico (Ver FIGURA 1.1.11).

Los lazos secundarios poseen una energía de disociación mucho menor a la de los primarios (Ver tabla 1.3) y representan una de las principales formas en las que las cadenas de los termoplásticos (lineales o ramificadas) se mantienen unidas entre si. Como

consecuencia, a medida que la temperatura aumenta, dichas fuerzas se vuelven insignificantes y las cadenas quedan libres para deslizarse una sobre otras, permitiendo el reblandecimiento y el flujo macroscópico característico.

---

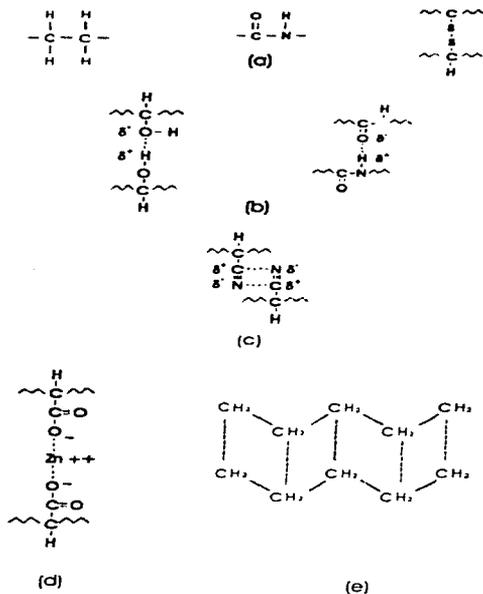
**Tabla 1.3**

---

Tipo de Enlace	Distancia Interatómica (nm)	Energía de Disociación (Kcal/mol)
Covalente Primario	0.1-0.2	50-200
Lazo de Hidrógeno	0.2-0.3	3-7
Dipolo	0.2-0.3	1.5-3
Van Der Waals	0.3-0.5	0.5-2
Lazo Iónico	0.2-0.3	10-20

---

**Fuente :** *Bibliografía (9).*



**FIGURA 1.1.11.** (a) Enlace covalente primario.  
 (b) Lazos de hidrógeno.  
 (c) Dipolo.  
 (d) Enlace iónico.  
 (e) Enlace de Van der Waals.

Independientemente del tipo de lazo, la energía potencial de los átomos interactuantes en un material cualquiera puede ser representada como una función de la separación entre ellos (Ver FIGURA 1.1.12). Como sabemos, entre los átomos existen fuerzas de atracción y repulsión; a aquella distancia donde estas dos fuerzas se encuentran equilibradas le corresponde una energía potencial mínima (Primera derivada de la función de energía potencial con respecto a la separación). Es en este estado en el que normalmente se encuentra un material; por lo que el valor de dicha energía es la que corresponde a la necesaria para romper los lazos primarios.

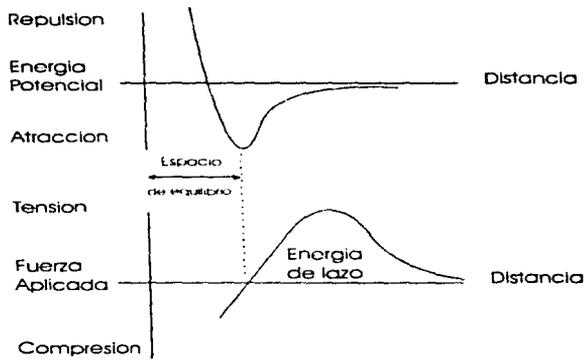


FIGURA 1.1.12. Energía potencial como función de la distancia al aplicarse un esfuerzo.

Por otro lado, sabemos que la aplicación de un esfuerzo sobre un material aumentará la distancia entre los átomos constituyentes y en consecuencia se sufrirá un aumento en la energía potencial a partir del mínimo correspondiente a su estado de equilibrio. Si dicho aumento es capaz de contrarrestar la energía inicial se presentará la ruptura.

Con base en las anteriores consideraciones se ha obtenido una expresión teórica para determinar el esfuerzo necesario para fracturar un material (perfectamente elástico e isotrópico) [4]. Dicha expresión esta dada por :

$$\sigma_{\text{teórico}} = \sqrt{\frac{EG_0}{2h_p}} \quad (1.1-1)$$

Donde :

$\sigma_{\text{teórico}}$  .- Esfuerzo teórico de ruptura.

E .- Modulo de Young (en polimeros este valor no es constante).

$G_0$  .- Energía necesaria para crear una nueva superficie.

$h_p$  .- Distancia de equilibrio.

Para la una gran variedad de materiales esta expresión, una vez sustituidos los valores adecuados, se transforma en:

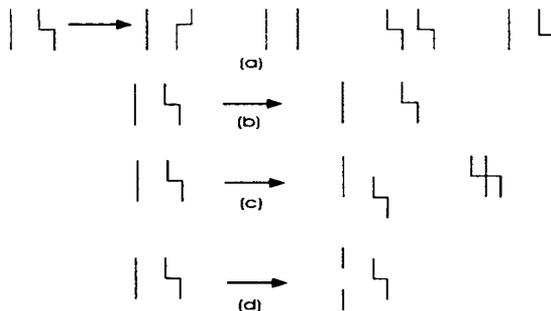
$$\sigma_{\text{teórico}} = E / 10 \quad (1.1-2)$$

lo que representa una sobre-estimación del esfuerzo real obtenido por medio de experimentación. La explicación a dicha diferencia constituye el campo de estudio de la fractura de materiales e implica el entendimiento de los procesos que tienen lugar dentro de éstos y la forma en que contribuyen a la ulterior ruptura.

### 1.1.2. Deformación y Esfuerzo en Polímeros. Comportamiento a la Tensión.

Apesar de que se han comentado los conceptos básicos de la estructura de polímeros, aún es sumamente difícil intentar explicar con base en ellos el comportamiento mecánico característico de estos materiales. No obstante, se han realizado esfuerzos en la conceptualización teórica en la medida en que áreas como la mecánica cuántica, la mecánica estadística, la termodinámica y la química se han desarrollado. Se han propuesto algunos modelos de comportamiento a la deformación y comprendido ciertos fenómenos aislados donde se involucran esencialmente escalas atómicas, moleculares o a lo sumo del tamaño de red. De una manera simplificada podemos decir que estos modelos hablan de fenómenos de rearreglos como resultado de la aplicación de un esfuerzo con su subsecuente deformación. Dichos fenómenos son caracterizados en propiedades tales como entalpia, energía absorbida o disipada, así como en eventos probabilísticos entre otras propiedades.

Los rearreglos pueden ser conservativos o potencialmente dañinos. Los primeros; por sí mismos, son incapaces de generar algún progreso en el desarrollo de un proceso de fractura; se trata de cambios de conformación tales como la rotación de segmentos de cadena o el enmarañamiento o desenmarañamiento de las mismas. Los potencialmente dañinos son de tres tipos: cavitación, deslizamiento transversal o longitudinal y el rompimiento de cadenas. (Ver FIGURA 1.1.13).



**FIGURA 1.1.13.** Cuatro transformaciones básicas en las cadenas poliméricas.

(a) Cambios de conformación.

(b) Cavitación.

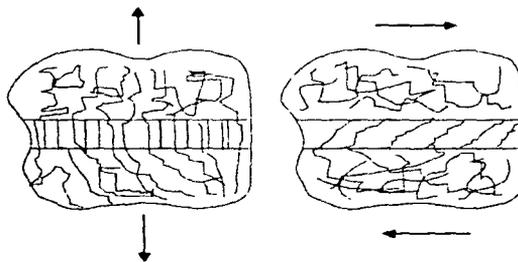
(c) Deslizamiento longitudinal y transversal.

(d) Rompimiento de cadena.

Los procesos moleculares de deformación están relacionados con efectos macroscópicos del comportamiento de los polímeros (aunque en la actualidad no se comprenden completamente dichas conexiones); de tal forma que se cree, y existe evidencia de ello [5], que las magnitudes de los diferentes modos de micro-deformación llegan a determinar algunas de las siguientes características:

- Los niveles de esfuerzo y deformación que se pueden obtener bajo condiciones no destructivas.
- Las relaciones de disipación de energía y calentamiento local.
- Energía almacenada elásticamente.
- La elongación de las cadenas, la reorientación de la red y el posible endurecimiento por deformación.
- El rompimiento de cadenas, la formación de huecos y otras formas de debilitamiento estructural.

Si ahora se hablan en términos de cadenas, resulta útil visualizar la respuesta de éstas a los esfuerzos cortante y normal en la manera en la que se ilustra en la FIGURA 1.1.14. En ella podemos observar el alineamiento de las cadenas en la dirección de la aplicación de la fuerza. No es de sorprender que como resultado se obtenga una reducción de la densidad en aquél punto donde se alcance un alto grado de orientación.



**FIGURA 1.1.14.** Cadenas orientadas bajo la aplicación de esfuerzo a tensión y cortante.

Por otro lado, existe un método alternativo para el estudio de las respuestas de los materiales a la aplicación de un esfuerzo. La consideración básica en éste es considerar al cuerpo en cuestión como una sola entidad homogénea, ignorando el hecho bien conocido de que se constituye de átomos y de espacios intermoleculares.

Dicho método es mejor conocido como la mecánica del medio continuo y en él el comportamiento de los materiales queda definido por una serie de ecuaciones y condiciones, a saber :

- Ecuaciones de equilibrio.
- Ecuaciones de cinemática
- Ecuaciones de compatibilidad
- Ecuaciones constitutivas.
- Conjunto de condiciones iniciales.

Evidentemente los resultados que arrojan el uso de este método adolecen de imprecisión cuando existen factores microscópicos que afectan la respuesta del material; sean éstos resultado de su naturaleza (no consideradas en el concepto de continuo) o por agentes externos, como puede ser el método de manufactura.

La mecánica del medio continuo identifica tres tipos básicos de comportamientos de materiales sólidos: el elástico, el plástico y el viscoelástico. Este último es el asociado a los polímeros; aunque como veremos en apartado 1.3 la respuesta a la fractura aun se sigue modelando con extensiones al caso elástico.

Cuando consideramos a un material viscoelástico identificamos en él dos tipos de deformación: la homogénea y la no homogénea.

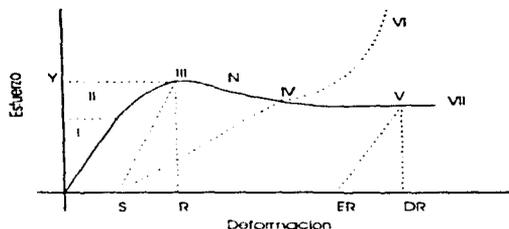
La conducta viscoelástica es abordada en extenso en el apartado 1.2, como preludeo se presenta a continuación una explicación detallada de la curva típica esfuerzo-deformación obtenida en una prueba a tensión simple.

Supóngase que una probeta de tensión uniaxial construida de una material polimérico es sometida a un esfuerzo continuo (despréciense por el momento los tiempos muy largos y los muy cortos), si graficamos el esfuerzo contra la deformación asociada a éste se observará un comportamiento similar al mostrado en la FIGURA 1.1.15. En ella quedan definidas ciertas regiones características; primeramente se observa la región I, en ésta la energía es almacenada en el material de una manera reversible ( bien puede ser el comportamiento elástico descrito por la ley de Hooke o el viscoelástico lineal). A medida que se incrementa el esfuerzo la respuesta se convierte no lineal (región II); la energía almacenada aún puede ser recuperada pero lentamente (inelásticamente). Si el incremento del esfuerzo continua se alcanza el punto de cedencia (región III) y se produce en cierta medida una deformación irreversible (en este punto no se puede descartar la existencia de una componente reversible dado que incluso las "crazes"<sup>8</sup> pueden exhibir un alto grado de reversibilidad).

Debido a que durante la deformación en el punto III cierta energía es disipada de manera viscosa, el esfuerzo tiende a caer (región IV) y en la probeta se forma un cuello que crece continuamente. La fractura (región V) puede ocurrir al poco tiempo de que el cuello comienza o, especialmente en polímeros cristalinos, puede ser retrasada debido a la orientación de moléculas (en un proceso análogo al endurecimiento por deformación en metales) y el esfuerzo puede en realidad incrementarse como se observa en la región VI.

---

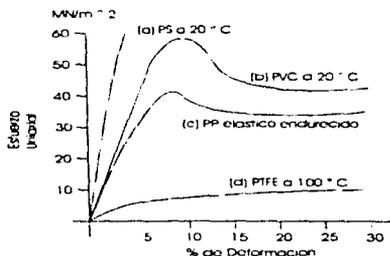
<sup>8</sup> Las "crazes" son zonas de deformación no homogénea frecuentemente encontradas en los polímeros que juegan un papel muy importante en su proceso de fractura. Su descripción detallada se deja para el apartado 1.3.



**FIGURA 1.1.15.** Curva esfuerzo-deformación para polímeros. (I) elasticidad o viscoelasticidad lineal; (II) viscoelasticidad no lineal; (III) punto de cedencia; (Y) esfuerzo de cedencia; (N) formación de cuello; (IV) comienzo de endurecimiento por deformación; (R) ruptura; (VI) flujo plástico, (ER) recobración parcial; (VII) deformación por endurecimiento y ruptura; (DR) ruptura dúctil; (VII) falta dúctil.

En particular, es de interés para nuestros fines centrar nuestra atención en una curva esfuerzo-deformación para una serie de materiales termoplásticos del tipo mostrada en la FIGURA 1.1.16 en donde se caracterizan cuatro tipos de respuestas:

- Polímero frágil. Con una deformación limitada e incremento monótonico esfuerzo-deformación.
- Polímero elástico endurecido. Con buena combinación de comportamiento elástico y deformación, además de recuperación casi completa.
- Polímero dúctil. La forma de la curva depende del comportamiento al endurecimiento por deformación del polímero en cuestión y de la tendencia a la formación de cuello.
- Polímero suavizado. Muestra el comportamiento cuando la temperatura se encuentra muy cercana a  $T_g$ .



**FIGURA 1.1.16.** Comportamiento a la deformación de los polímeros.  
 (a) Polímero Frágil.  
 (b) Polímero dúctil.  
 (c) Polímero Elástico endurecido.  
 (d) Polímero suavizado.

## REFERENCIAS I.1.

- [1] Billmeyer, Fred W., Textbook of Polymer Science. 2ª Edición. United States of America, Editorial John Wiley and Sons, Inc., 1971. 598 Pág.
- [2] Rosen, Stephen. L. Fundamental principles of polymers materials. 2ª Edición. United States of America. John Wiley and Sons Inc., 1993. 420 Pág.
- [3] Ward, I.M., Mechanical Properties of Solid Polymers. 2ª Edición. England, Editorial John Wiley and Sons, Inc., 1979. 475 Pág.
- [4] Kinloch, A.J., Young, R.J. Fracture behaviour of polymers. New York, Applied science publishers, 1983. 496 Pág.
- [5] Kausch, Henning Hans Polymer Fracture. 2ª Edición. Vol. 2 Polymers/properties and applications. Alemania. Springer- Verlag, 1987. 456 Pág.

## 1.2. COMPORTAMIENTO VISCOELÁSTICO.

Los polímeros son un tipo de material difícil de clasificar como exclusivamente sólido o como líquido viscoso. En realidad, dependiendo de la temperatura y del tiempo pueden presentar características de vidrio, sólidos frágiles, gomas elásticas o incluso líquidos completamente viscosos. Con fines de clasificación y para englobar todo este tipo de respuestas se utiliza la denominación "viscoelástico", que en términos muy generales pretende indicar la presencia de dos componentes actuando simultáneamente: una elástica y otra viscosa<sup>9</sup>.

Partiendo de esta idea empezaremos por marcar las desviaciones que con respecto a un sólido elástico ideal (cuya descripción teórica está basada en la ley de Hooke) tienen los polímeros sólidos; en especial por debajo de  $T_g$ :

- En un sólido elástico las deformaciones inducidas son independientes de la historia y de la velocidad de aplicación de la carga, mientras que en un polímero pueden cambiar drásticamente. En consecuencia las ecuaciones constitutivas de un polímero deben de contener como variables el tiempo o la frecuencia además del esfuerzo y la deformación.
- En un sólido elástico todas las configuraciones relacionadas a esfuerzos y deformaciones pueden ser revertidas, lo cual no siempre es cierto para los polímeros.
- Un sólido elástico obedece la ley de Hooke la cual en su implicación más general constituye la base de la teoría de elasticidad para deformaciones pequeñas. Los efectos observados están linealmente relacionados al esfuerzo aplicado, esto generalmente no es cierto para los polímeros cuyas ecuaciones constitutivas suelen ser no-lineales. Es importante notar que la no-linealidad no está relacionada a la recobrabilidad, en contraste con los metales, los polímeros pueden recobrase de deformaciones más allá de su límite de proporcionalidad sin ninguna deformación permanente, siempre y cuando se permitan los tiempos necesarios para esto.

Para comenzar a caracterizar a la respuesta viscoelástica es conveniente realizar algunas precisiones de carácter teórico-matemático que nos permitirán ubicarnos dentro de un marco adecuado y que a continuación se exponen.

Primeramente, identifiquemos que cuando la deformación en el polímero varía sólo con respecto al tiempo se habla de viscoelasticidad lineal [1] y, por lo tanto, la representación matemática de la deformación puede ser escrita como:

$$\varepsilon = \sigma \cdot f(t) \quad (1.2-1)$$

esta respuesta sólo involucra la simple adición de una componente elástica lineal y de otra de flujo viscoso lineal (Newtoniano).

En segundo término, cuando la respuesta del material varía con el tiempo y con el esfuerzo tenemos:

$$\varepsilon = f(\sigma, t) \quad (1.2-2)$$

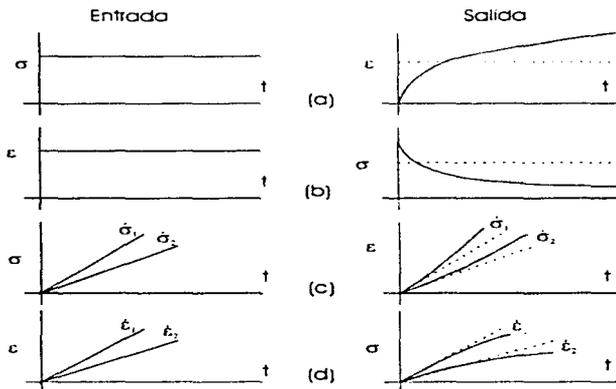
<sup>9</sup> En realidad el término está más estrechamente ligado con los efectos del tiempo en el comportamiento mecánico.

en este caso estamos hablando de una respuesta viscoelástica no lineal [1].

No obstante que los requisitos para la clasificación de un fenómeno como lineal o no-lineal son mucho más estrictos que el alcance que puedan tener las dos definiciones consideradas, éstas sirven como guías iniciales en la interpretación del fenómeno viscoelástico.

### 1.2.1. Formas de Comportamiento Viscoelástico.

La respuesta viscoelástica puede manifestarse de varias formas dependiendo de las condiciones a las que se someta el material que la exhibe. Para comprenderla visualicemos una probeta cualquiera de material polimérico y considerémosla como un sistema al cual le vamos a proporcionar una entrada y éste, a su vez, nos entregará una salida o resultado. Existen cuatro tipos de respuestas que podemos obtener al aplicar cuatro diferentes condiciones de esfuerzo y deformación, dichas configuraciones se visualizan en la FIGURA 1.2.1 y se explican a continuación.



**FIGURA 1.2.1.** Representación de las formas del comportamiento viscoelástico. Se grafica esfuerzo y deformación contra tiempo. Las líneas punteadas representan a un material elástico y las sólidas a uno viscoelástico. (a) Creep, (b) Relajación, (c) Aplicación del esfuerzo a velocidad constante, (d) Aplicación de la deformación a velocidad constante.

### 1.2.1.1. Creep.

Se denomina creep al comportamiento que tiene como entrada un esfuerzo constante durante de un tiempo dado y como salida un incremento en la deformación del cuerpo al cual se le aplica. La deformación sufrida bajo condiciones de creep, para el caso de sólidos viscoelásticos lineales, se puede considerar compuestas por tres elementos  $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_2$  y  $\epsilon_3$ . La primera es conocida como deformación elástica inmediata, la segunda como deformación elástica retardada y la tercera es el flujo newtoniano correspondiente a la deformación de un líquido viscoso que obedece la ley de Newton de la viscosidad.

Usando los elementos de deformación durante una prueba de creep se pueden definir conceptos que describan propiedades de un material. A continuación tenemos el módulo de creep que se establece como:

$$E_c = \frac{\sigma}{\epsilon(t)} \quad (1.2-3)$$

Además se puede especificar la moldeabilidad en creep, la cual está dada por:

$$J(t) = \frac{\epsilon(t)}{\sigma} = J_1 + J_2 + J_3 \quad (1.2-4)$$

donde J es la moldeabilidad<sup>10</sup> y los subíndices indican la correspondencia con la deformación elástica inmediata, elástica retardada y de flujo viscoso.

Para polímeros rígidos la componente del flujo viscoso puede ser despreciada dado que el comportamiento se encuentra dominado por los otros dos elementos; esto ocurre especialmente en los polímeros amorfos de comportamiento lineal, en polímeros con tendencia a formar red y en aquellos con un alto grado de cristalinidad.

### 1.2.1.2. Relajación

En la relajación se aplica como entrada una deformación constante y se obtiene como salida una disminución del esfuerzo a medida que el tiempo transcurre. De igual forma que para el creep y tratándose de viscoelasticidad lineal, se puede definir un módulo de relajación dado por:

$$E_r = \frac{\sigma(t)}{\epsilon} \quad (1.2-5)$$

---

<sup>10</sup> La moldeabilidad es una propiedad del material que refleja su propensión a la deformación bajo la acción de una carga. Es el inverso de la rigidez.

Para el caso de la relajación del esfuerzo, la presencia de una componente de flujo viscoso afecta el valor límite al cual puede caer el esfuerzo. Cuando existe flujo viscoso debido principalmente a los enlaces secundarios de las cadenas y se permiten tiempos lo suficientemente largos el esfuerzo puede decaer hasta cero; pero en los casos donde no se encuentra flujo viscoso, es decir, que los enlaces son preferentemente covalentes; el esfuerzo caerá a un valor finito y se obtendrá un estado de equilibrio.

Debido a que los fenómenos de creep y relajación del esfuerzo son dos aspectos del mismo comportamiento viscoelástico de los materiales, es posible relacionar a ambos de tal forma que si uno es conocido el otro pueda ser predicho. Si reescribimos las ecuaciones (1.2-4) y (1.2-5) usando el principio de superposición de Boltzmann y realizamos la simplificación matemática correspondiente [2] podemos expresarlas de la siguiente manera:

$$\varepsilon(t) = \int_0^t J(t-\xi) \frac{\partial \sigma(\xi)}{\partial \xi} d(\xi) \quad (1.2-6)$$

Donde:

$\varepsilon$  .- Deformación

$J$  .- Moldeabilidad en creep

$\sigma$  .- Esfuerzo

$t$  .- Tiempo

$\xi$  .- Cualquier tiempo arbitrario entre 0 y  $t$

de igual forma tenemos :

$$\sigma(t) = \int_0^t E(t-\xi) \frac{\partial \varepsilon(\xi)}{\partial \xi} d(\xi) \quad (1.2-7)$$

Donde:

$\sigma$  .- Esfuerzo.

$E$  .- Modulo de relajación.

$t$  .- Tiempo.

$\xi$  .- Cualquier tiempo arbitrario entre 0 y  $t$ .

$\varepsilon$  .- Deformación.

Aplicando la transformada de Laplace para expresar (1.2-6) y (1.2-7) en función de una variable  $s$  tenemos:

$$\hat{\epsilon}(s) = s\hat{J}(s)\hat{\sigma}(s) \quad (1.2-8)$$

$$\hat{\sigma}(s) = s\hat{E}(s)\hat{\epsilon}(s) \quad (1.2-9)$$

de (1.2-8) y (1.2-9) podemos obtener la siguiente relación:

$$\frac{\hat{\sigma}(s)}{\hat{\epsilon}(s)} = s\hat{E}(s) = \frac{1}{s\hat{J}(s)} \quad (1.2-10)$$

en otros términos:

$$\hat{J}(s)\hat{E}(s) = \frac{1}{s^2} \quad (1.2-11)$$

finalmente si aplicamos la transformada inversa de Laplace obtenemos:

$$\int_0^t J(t - \xi) E(\xi) d\xi = t \quad (1.2-12)$$

ahora, si agrupamos de otra manera tenemos:

$$\int E(t - \xi) J(\xi) d\xi = t \quad (1.2-13)$$

Las ecuaciones (1.2-12) y (1.2-13) definen la relación entre la moldeabilidad en creep y el módulo de relajación para materiales lineales. Debido a la frecuente dificultad para expresar analíticamente  $E(t)$  o  $J(t)$  dichas expresiones se resuelven preferentemente por métodos numéricos.

### 1.2.1.3. Aplicación del esfuerzo a velocidad constante.

No obstante que las condiciones experimentales más comúnmente usadas para el estudio de materiales viscoelásticos son el creep y la relajación, existen otras formas de aplicar el esfuerzo o la deformación; una de ellas es emplear como entrada una velocidad constante del esfuerzo lo cual da como resultado una deformación cuya curva se desvía de la línea recta (como se puede observar en la FIGURA 1.2.1c) que describiría un material elástico.

### 1.2.1.4. Aplicación de la deformación a velocidad constante.

Para este sistema la entrada se representa por una curva de deformación cuya velocidad es constante, la salida es una curva del esfuerzo que se aleja del comportamiento lineal (como se observa en la FIGURA 1.2.1d) típico de un cuerpo elástico.

En realidad, los materiales viscoelásticos pueden manifestar su comportamiento ante cualquier tipo de combinación de esfuerzos y deformaciones. La aplicación específica que se requiera estará determinada por el fenómeno que se desea estudiar y por los parámetros involucrados en éste. Obviamente el control necesario sobre una probeta para obtener la configuración deseada puede llegar a ser en extremo complejo y a requerir mecanismos y dispositivos difíciles de ensamblar.

En especial, para experimentos de propagación de grieta, y a últimas fechas, ha sido de relevancia el uso mixto de deformaciones y esfuerzos para lograr un factor de intensidad del esfuerzo constante (K)<sup>11</sup> [3], el cual es de singular importancia para aplicaciones de ingeniería que involucren fallas a bajos niveles de esfuerzo como las que se presentan en la fatiga de algunos materiales, incluyendo los viscoelásticos.

## 1.2.2. Viscoelasticidad Lineal.

### 1.2.2.1. Condiciones de linealidad.

Se considera que un material es linealmente viscoelástico si el esfuerzo que experimenta es proporcional a la deformación desarrollada para un tiempo dado y además es posible aplicar el principio de superposición. Dichos requerimientos pueden ser representados matemáticamente de la siguiente manera (ver FIGURA 1.2.2) :

$$\varepsilon[c\sigma(t)] = c\varepsilon[\sigma(t)] \quad (1.2-14)$$

$$\varepsilon[\sigma_1(t) + \sigma_2(t-t_1)] = \varepsilon[\sigma_1(t)] + \varepsilon[\sigma_2(t-t_1)] \quad (1.2-15)$$

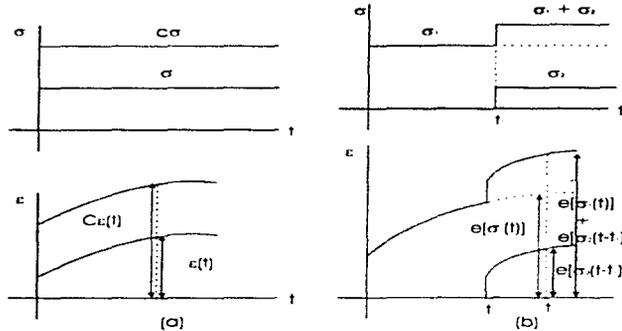
<sup>11</sup> El factor de intensidad de esfuerzo es un parámetro que determina el estado de esfuerzo alrededor de la punta de una grieta y en consecuencia el régimen de propagación tiene relación con el valor que llegue a alcanzar. La explicación detallada de su función en la mecánica de la fractura se presenta en 1.3.

donde:

$\epsilon$  .- Es la deformación resultante.

$\sigma$ .- Es el esfuerzo de entrada.

$c$ .- Es una constante.



**FIGURA 1.2.2.** (a) Esfuerzo proporcional a la deformación.  
(b) Principio de superposición de Boltzmann.

La ecuación (1.2-14) establece que la deformación debida al esfuerzo de entrada  $c\sigma(t)$  es igual a  $c$  veces la deformación resultante al aplicar  $\sigma(t)$ . La ecuación (1.2-15) cumple con el segundo requerimiento y establece que la deformación ocasionada por la combinación de dos esfuerzos arbitrarios y diferentes aplicados a tiempos distintos es igual a la suma de las deformaciones que resultan de la acción separada de cada uno. Usualmente este último requisito, conocido como el principio de superposición de Boltzmann, se considera válido para esfuerzos estáticos y dependientes del tiempo.

En general, podemos concluir que el principio de superposición de Boltzmann nos permite asumir dos comportamientos fundamentales:

- El comportamiento viscoelástico es una función de la historia de carga a la que se sujetó el material.
- Cada carga por separado hace su contribución a la deformación final, la cual puede ser obtenida por la simple adición de cada una de éstas.

### 1.2.2.2. Ecuaciones básicas del comportamiento viscoelástico.

En cualquier cuerpo sólido sujeto a fuerzas y/o desplazamientos externos los esfuerzos y deformaciones en cada punto deben de satisfacer simultáneamente tres ecuaciones básicas: ecuaciones de equilibrio, ecuaciones de cinemática y ecuaciones constitutivas. Las dos primeras son independientes del tipo de material (es decir, de si su comportamiento es elástico, viscoelástico o plástico) y de si responde linealmente o no. La tercer ecuación depende del material y representa su respuesta mecánica. A continuación se presentan dichas ecuaciones de una manera condensada. Para consultar su desarrollo en extenso se recomienda ver las referencias [2] y [4].

#### 1.2.2.2.1. Ecuaciones de Equilibrio.

Considérese un cubo de dimensiones diferenciales  $dx_1$ ,  $dx_2$  y  $dx_3$  (ver FIGURA 1.2.3) en cuyas caras están aplicados esfuerzos normales y tangenciales  $\sigma_{ij}$ . Sea  $i$  y  $j$  toman los valores correspondientes a los ejes coordenados (1, 2 y 3 para coordenadas cartesianas). El valor de  $i$  indica la cara sobre la cual se aplica el esfuerzo y  $j$  la dirección.

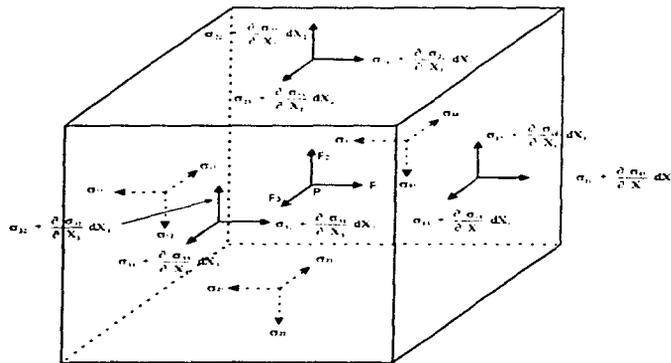


FIGURA 1.2.3. Componentes del esfuerzo en un estado de equilibrio de fuerzas.

Si se plantea sumatoria de fuerzas (aplicando  $\sigma = F/A$ ) con respecto a cada eje suponiendo que las componentes de  $\sigma_{ij}$  se pueden expresar como una expansión de Taylor y que existe el equilibrio estático; después de la simplificación matemática obtenemos para cada eje coordenado las siguientes expresiones:

$$\frac{\partial \sigma_{11}}{\partial X_1} + \frac{\partial \sigma_{21}}{\partial X_2} + \frac{\partial \sigma_{31}}{\partial X_3} + F_1 = 0$$

$$\frac{\partial \sigma_{12}}{\partial X_1} + \frac{\partial \sigma_{22}}{\partial X_2} + \frac{\partial \sigma_{32}}{\partial X_3} + F_2 = 0$$

$$\frac{\partial \sigma_{13}}{\partial X_1} + \frac{\partial \sigma_{23}}{\partial X_2} + \frac{\partial \sigma_{33}}{\partial X_3} + F_3 = 0$$

(1.2-16)

donde F es conocida como la fuerza de cuerpo o fuerza por unidad de volumen en la dirección del eje coordenado correspondiente y puede tratarse de la gravedad, la fuerza centrífuga, la fuerza magnética, etc.

Para mayor facilidad de lectura se puede reescribir de manera simplificada este conjunto de ecuaciones en forma tensorial dando por resultado la siguiente ecuación:

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial X_i} + F_j = 0 \quad (i, j = 1, 2, 3)$$

(1.2-17)

De igual forma se puede plantear la ecuación bajo condiciones dinámicas, con la diferencia de que ahora se incluirá el término de inercia. Siguiendo un procedimiento similar al anterior tenemos:

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial X_i} + F_j = \rho \frac{\partial^2 u_j}{\partial t^2} \quad (i, j = 1, 2, 3)$$

(1.2-18)

donde  $\rho$  es la masa por unidad de volumen y  $u_j$  es el desplazamiento a lo largo de los ejes coordenados.

Además de las ecuaciones de equilibrio de fuerzas, el equilibrio estático requiere de estabilidad rotacional. A partir del balance de momentos se puede demostrar que:

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$$

(1.2-19)

Una de las conclusiones importantes que arroja el análisis de momentos es que el tensor de esfuerzos  $\sigma_{ij}$  es simétrico, lo que asegura la existencia de un marco de referencia principal donde no hay esfuerzos cortantes.

### 1.2.2.2. Ecuaciones de cinemática.

Las ecuaciones de cinemática nos permiten expresar las deformaciones en términos de los desplazamientos que sufre el cuerpo.

Considérese la FIGURA 1.2.4, en ella se puede observar la representación de un cuerpo bajo dos estados: sin deformar y deformado.

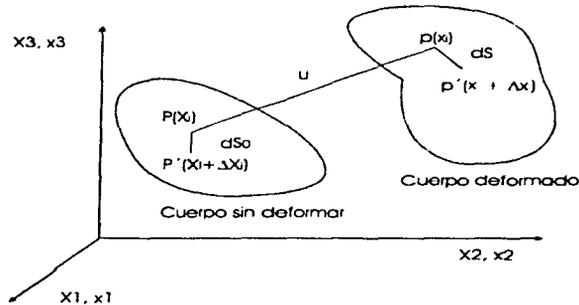


FIGURA 1.2.4. Mapeo de puntos en un cuerpo deformado.

De la FIGURA 1.2.4 podemos definir el vector de desplazamiento  $u_i$  como una función del tiempo y de un punto en el espacio dentro del cuerpo :

$$u_i(X, t) = x_i(X, t) - X_i \quad (1.2-20)$$

$$u_i(x, t) = x_i - X_i(x, t) \quad (1.2-21)$$

donde  $X$  y  $x$ , representan  $X_1, X_2, X_3$  y  $x_1, x_2, x_3$  y son coordenadas del mismo punto dentro del cuerpo sin deformar y deformado respectivamente.

Si sustituimos (1.2-20) y (1.2-21) en los tensores de deformación de Green y Cauchy respectivamente, definidos para el mismo sistema coordenado de la FIGURA 1.2.4 [2] como:

$$E_{kl} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial x_i}{\partial X_k} \frac{\partial x_i}{\partial X_l} - \delta_{kl} \right) \quad (1.2-22a)$$

$$e_{kl} = \frac{1}{2} \left( \delta_{kl} - \frac{\partial X_i}{\partial x_k} \frac{\partial X_i}{\partial x_l} \right) \quad (1.2-22b)$$

donde  $\delta_{kl}$  es la delta de Kronecker o tensor unitario (para  $k=l$ ,  $\delta = 1$  y para  $k \neq l$ ,  $\delta=0$ ), tenemos, después de la simplificación matemática:

$$E_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_\alpha}{\partial x_i} \frac{\partial u_\alpha}{\partial x_j} \right) \quad (1.2-23a)$$

$$e_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{\partial u_\alpha}{\partial x_i} \frac{\partial u_\alpha}{\partial x_j} \right) \quad (1.2-23b)$$

Ahora, si bajo un criterio infinitesimal consideramos que el producto del tercer término de las derivadas parciales de las componentes del desplazamiento  $u$  es despreciable comparado con los dos primeros, obtenemos un tensor de deformación único dado por:

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (1.2-24)$$

el cual representa finalmente la relación deformación-desplazamiento o ecuación de cinemática.

Por otro lado, si desarrollamos en notación ordinaria ( $x, y, z$  por  $x_1, x_2, x_3$  y  $u, v, w$  por  $u_1, u_2, u_3$ ) el tensor de deformaciones obtenemos:

$$\begin{aligned} \epsilon_{xx} &= \frac{\partial u}{\partial x} & \epsilon_{xy} &= \epsilon_{yx} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \\ \epsilon_{yy} &= \frac{\partial v}{\partial y} & \epsilon_{xz} &= \epsilon_{zx} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\ \epsilon_{zz} &= \frac{\partial w}{\partial z} & \epsilon_{yz} &= \epsilon_{zy} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \end{aligned}$$

(1.2-25)

Estas seis ecuaciones nos permiten visualizar que se ha planteado un sistema que tiene seis componentes de deformación; en tanto que sólo se pueden especificar tres componentes del desplazamiento. En consecuencia, las deformación no pueden ser todas

independientes dado que se presentaría el caso donde la continuidad del material sería violada. Como resultado y para garantizar la integración de las deformaciones es necesario que el material cumpla, adicionalmente a las ecuaciones ya planteadas, con las denominadas condiciones de compatibilidad que estipulan los siguientes requerimientos:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \epsilon_{xx}}{\partial y \partial z} &= \frac{\partial}{\partial x} \left( -\frac{\partial \epsilon_{yz}}{\partial x} + \frac{\partial \epsilon_{xz}}{\partial y} + \frac{\partial \epsilon_{xy}}{\partial z} \right) \\ \frac{\partial^2 \epsilon_{yy}}{\partial z \partial x} &= \frac{\partial}{\partial y} \left( -\frac{\partial \epsilon_{xz}}{\partial y} + \frac{\partial \epsilon_{xy}}{\partial z} + \frac{\partial \epsilon_{yz}}{\partial x} \right) \\ \frac{\partial^2 \epsilon_{zz}}{\partial x \partial y} &= \frac{\partial}{\partial z} \left( -\frac{\partial \epsilon_{xy}}{\partial z} + \frac{\partial \epsilon_{yz}}{\partial x} + \frac{\partial \epsilon_{xz}}{\partial y} \right) \\ 2 \frac{\partial^2 \epsilon_{xy}}{\partial x \partial y} &= \frac{\partial^2 \epsilon_{xx}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \epsilon_{yy}}{\partial x^2} \\ 2 \frac{\partial^2 \epsilon_{yz}}{\partial y \partial z} &= \frac{\partial^2 \epsilon_{yy}}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \epsilon_{zz}}{\partial y^2} \\ 2 \frac{\partial^2 \epsilon_{xz}}{\partial z \partial x} &= \frac{\partial^2 \epsilon_{zz}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \epsilon_{xx}}{\partial z^2} \end{aligned} \tag{1.2-26}$$

### 1.2.2.2.3. Ecuaciones Constitutivas.

El conjunto de las ecuaciones hasta el momento descritas (de equilibrio, cinemática y compatibilidad) son válidas para todos aquellos materiales donde el concepto del medio continuo se aplique; sin embargo, es evidente que no todos los materiales responden de manera similar a la aplicación de fuerzas y/o desplazamientos externos. Por lo tanto, el modelado de la respuesta mecánica (relación entre los esfuerzos y las deformaciones), originada por la constitución interna de los materiales, varía considerablemente; aunque se pueden distinguir categorías tales como comportamiento elástico, plástico y viscoelástico; las cuales aún son incapaces de describir en su totalidad la complejidad de la respuesta de los materiales reales cuando son consideradas todas las variables presentes. A la expresión matemática de éstos modelos en forma habitual se le conoce como ecuación constitutiva y generalmente se plantean bajo condiciones idealizadas donde los rangos de los parámetros no cubren un amplio espectro.

Dado que el propósito final de la mayoría de los estudios de fractura es la determinación del comportamiento del material (actualmente el énfasis de las investigaciones recae sobre los fenómenos que se presentan en el rango no lineal y bajo condiciones inestables [5] ), es decir, el establecimiento de ecuaciones constitutivas, y que gran parte de los conceptos con los que hasta el momento se cuenta para el análisis de los procesos de fractura se originan en el modelo de un sólido elástico, primeramente plantearemos la ecuación constitutiva de un sólido elástico lineal.

Como sabemos un sólido elástico lineal cumple la ley de Hooke, lo que en términos tensoriales queda expresado como:

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \epsilon_{kl} \quad (1.2-27)$$

donde  $\sigma_{ij}$  es el tensor de esfuerzos,  $\epsilon_{kl}$  el tensor de deformaciones y  $C_{ijkl}$  es un tensor de cuarto orden que contiene, en su forma mas general, 21 constantes elásticas que se pueden reducir a 2 para el caso de un sólido elástico homogéneo e isotrópico (recordemos que las constantes elásticas pueden ser el módulo de Young (E), la relación de Poisson ( $\nu$ ), el módulo cortante ( $\mu$ ), el módulo volumétrico ( $\kappa$ ), y el módulo de Lamé ( $\lambda$ )).

Comúnmente, para este último caso, las ecuaciones constitutivas se expresan en términos del módulo de Young y la relación de Poisson quedando de las siguiente expresiones:

$$\epsilon_{ij} = \frac{1 + \nu}{E} \left( \sigma_{ij} - \frac{\nu}{1 + \nu} \sigma_{kk} \delta_{ij} \right) \quad (1.2-28)$$

$$\sigma_{ij} = \frac{E}{1 + \nu} \left( \epsilon_{ij} - \frac{\nu}{1 - 2\nu} \epsilon_{kk} \delta_{ij} \right) \quad (1.2-29)$$

Por otro lado, las ecuaciones constitutivas para los materiales viscoelásticos son mucho más complejas debido a que los efectos del tiempo y la temperatura tienen que ser incorporados.

Existe dos formas de establecer las relaciones entre el esfuerzo y la deformación en los materiales dependientes del tiempo: la representación por el método del operador diferencial lineal y la representación por el operador integral.

Bajo los criterios del método del operador diferencial lineal las ecuaciones constitutivas de un material viscoelástico sujeto a deformaciones y esfuerzos multiaxiales quedan expresadas de la siguiente manera [2]:

$$P_1 s_{ij}(t) = Q_1 d_{ij}(t) \quad (1.2-30)$$

y

$$P_2 \sigma_{ij}(t) = Q_2 \varepsilon_{ij}(t) \quad (1.2-31)$$

o desarrollando la serie del operador diferencial lineal :

$$\left( p_0 + p_1 \frac{\partial}{\partial t} + p_2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \dots + p_n \frac{\partial^n}{\partial t^n} \right) s_{ij}(t) = \left( q_0 + q_1 \frac{\partial}{\partial t} + q_2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \dots + q_n \frac{\partial^n}{\partial t^n} \right) d_{ij}(t), \quad (1.2-32)$$

$$\left( p_0 + p_1 \frac{\partial}{\partial t} + p_2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \dots + p_n \frac{\partial^n}{\partial t^n} \right) \sigma_{ij}(t) = \left( q_0 + q_1 \frac{\partial}{\partial t} + q_2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \dots + q_n \frac{\partial^n}{\partial t^n} \right) \varepsilon_{ij}(t), \quad (1.2-33)$$

donde  $P_1, Q_1, P_2, Q_2$  son operadores diferenciales con respecto al tiempo,  $s_{ij}$  y  $d_{ij}$  son los "desviadores" (ver apéndice) de los tensores de esfuerzo y deformación, y  $\sigma_{ij}$  y  $\varepsilon_{ij}$  son los esfuerzos y deformaciones volumétricos.  $p_r, q_r, p_r, q_r$  son constantes del material que pueden ser determinadas experimentalmente.

Cuando se selecciona el número adecuado de términos para la serie del operador diferencial es posible describir el comportamiento viscoelástico de un tipo específico de material lineal de una manera lo suficientemente precisa; adicionalmente se puede hacer una representación mecánica por medio de resortes y amortiguadores lineales con lo que es posible clarificar aun más la respuesta total del cuerpo o elemento en cuestión.

Como ya se mencionó, además del operador diferencial, existe la forma integral de la ecuación constitutiva de un material viscoelástico. En su forma más general dicho modelo queda expresado de la siguiente manera :

$$\varepsilon_{ij}(t) = \int C_{ijkl}(t-\xi) \dot{\sigma}_{kl}(\xi) d\xi \quad (1.2-34)$$

donde  $C_{ijkl}$  es el tensor de constantes de creep con 21 para una material viscoelástico lineal anisotrópico.

### 1.2.2.3. Intercambio tiempo-temperatura en el comportamiento viscoelástico.

En el desarrollo de las ecuaciones constitutivas de los materiales viscoelásticos se mencionó la necesidad de incluir en ellas tanto los efectos del tiempo como los de la temperatura (recordemos que el comportamiento mecánico de los polímeros es significativamente afectado por las condiciones de temperatura y que un punto crítico es  $T_g$ ); sin embargo, cuando fueron establecidas en el apartado 1.2.2.2.3 las ecuaciones quedaron únicamente en función del tiempo. En general, es posible considerar los efectos de la temperatura si se asume que los coeficientes de los términos de (1.2-32) y (1.2-33), para la forma del operador diferencial, y la moldeabilidad en creep y el módulo de relajación, en la representación integral, son funciones de la temperatura y el tiempo.

En principio, la función que involucre tiempo y temperatura debe de poder ser determinada a partir de un conjunto de pruebas bajo diferentes niveles isotérmicos, lo cual puede resultar inconveniente cuando el número de pruebas a realizar se hace muy grande. Por fortuna, evidencia teórica y experimental [6] [7] [8] nos indica que se puede usar el llamado principio de superposición tiempo-temperatura, el cual implica que la siguiente relación existe:

$$F(T, t) = F(T_0, \zeta) \quad (1.2-35)$$

$$\zeta = \frac{t}{a_T(T)} \quad (1.2-36)$$

donde  $F$  es la función buscada,  $t$  es el tiempo real en el que se realiza una medida para la aplicación de una carga,  $T$  es la temperatura y  $\zeta$  es el denominado "tiempo reducido". El tiempo reducido está relacionado con el tiempo real por una factor de corrimiento de temperatura  $a_T(T)$  y  $T_0$  es la temperatura de referencia. En otros términos, el principio de superposición tiempo-temperatura establece que los efectos de la temperatura en los materiales dependientes del tiempo son equivalentes a expandir (o contraer) el tiempo real para temperaturas arriba (o abajo) de la temperatura de referencia o viceversa.

Por lo tanto, el problema para considerar los efectos de la temperatura en los materiales que exhiben comportamiento viscoelástico se centra en la obtención del factor de corrimiento como una función de la temperatura, de tal forma que se pueda obtener el "tiempo reducido" asociado. A este respecto se han propuesto algunas aproximaciones como la de Williams, Landel y Ferry [1] que establece:

$$\text{Log } a_T = \text{Log } \frac{t}{\zeta} = \frac{C_1 (T - T_0)}{C_2 + (T - T_0)} \quad (1.2-37)$$

donde  $a_T$  es el factor de corrimiento,  $t$  el tiempo real,  $\zeta$  el "tiempo reducido",  $C_1$  y  $C_2$  son constantes del material y  $T_0$  la temperatura de referencia.

También existe una función propuesta por Morland y Lee cuya expresión para el "tiempo reducido" establece :

$$\zeta(t) = \int_0^t \frac{dt'}{a_T T(t')} \quad (1.2-38)$$

donde  $t'$  es cualquier tiempo arbitrario anterior a  $t$ .

#### 1.2.2.4. Analogías Mecánicas.

Dado que la respuesta viscoelástica lineal puede ser vista como la conjunción de un comportamiento elástico y de uno viscoso; es posible realizar su modelaje matemático ensamblando un sistema mecánico cuyos componentes sean resortes y amortiguadores lineales y cuya configuración sea la conveniente para simular las formas descritas en 1.2.1. Evidentemente, los modelos generados bajo este criterio no proporcionan información de los micromecanismos estructurales involucrados al momento de aplicar un esfuerzo a un material y mucho menos de los fenómenos que se generan en las vecindades de las grietas que eventualmente pueden ocasionar la falla de éste. No obstante, resultan de utilidad en la obtención de parámetros para las ecuaciones constitutivas y en la visualización general del comportamiento de algunos termoplásticos sujetos deformaciones pequeñas.

Como ya se mencionó, los elementos básicos del modelado por analogía mecánica son los resortes y los amortiguadores lineales en los cuales se desprecian los efectos de la inercia. Se considera al resorte como un cuerpo elástico ideal que exhibe elasticidad y recuperación instantánea, por lo que el esfuerzo en dicho elemento queda expresado como:

$$\sigma = E\varepsilon \quad (1.2-39)$$

donde  $E$  es el módulo de Young. Por otro lado, el esfuerzo en el amortiguador que describe un comportamiento viscoso lineal se obtiene por:

$$\sigma = \eta \frac{d\varepsilon}{dt} \quad (1.2-40)$$

donde  $\eta$  es el coeficiente de viscosidad.

### 1.2.2.4.1. Modelo de Maxwell.

El modelo de Maxwell consiste en un resorte y un amortiguador conectados en serie como se puede observar en la FIGURA. 1.2.5a.

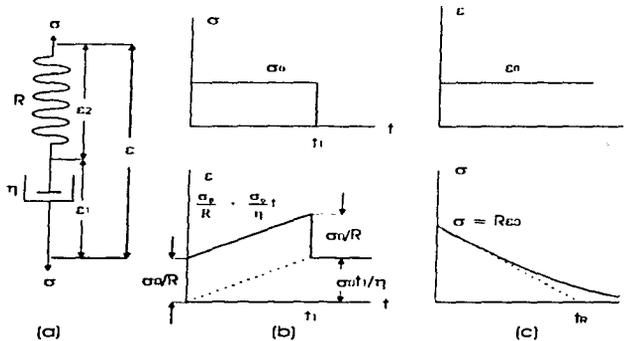


FIGURA 1.2.5. Comportamiento del modelo de Maxwell.

(a) Configuración.

(b) Condiciones de creep.

(c) Condiciones de relajación.

Debido a que la conexión es en serie, el esfuerzo en ambos elementos es el mismo; en tanto que la deformación total es la suma de las deformaciones de los componentes. Teniendo en cuenta estas condiciones obtenemos las siguientes expresiones:

El esfuerzo en cada uno de los miembros está dado por:

$$\sigma = E\epsilon_2 \quad (1.2-41)$$

$$\sigma = \eta \dot{\epsilon}_1 \quad (1.2-42)$$

la deformación y la velocidad de deformación son:

$$\epsilon = \epsilon_1 + \epsilon_2 \quad (1.2-43)$$

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}_1 + \dot{\epsilon}_2 \quad (1.2-44)$$

sustituyendo adecuadamente en (1.2-44) obtenemos la ecuación para el modelo de Maxwell:

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\dot{\sigma}}{E} + \frac{\sigma}{\eta} \quad (1.2-45)$$

El comportamiento para los diversos estados deformación-tiempo y esfuerzo-tiempo se obtiene al resolver la ecuación diferencial y al aplicar las condiciones de frontera .

Aplicando un esfuerzo constante (creep, ver FIGURA. 1.2.5b )  $\sigma_0$  , por lo que la primera derivada del esfuerzo con respecto al tiempo es igual a cero, y al considerar como condición inicial para  $t_0 = 0$  la deformación elástica instantánea del resorte tenemos :

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E} + \frac{\sigma_0}{\eta} t \quad (1.2-46)$$

Nótese que en (1.2-45), bajo condiciones de esfuerzo constante, el primer elemento se hace cero ocasionando que el modelo describa un flujo Newtoniano, lo cual no es exactamente cierto; pues la respuesta del creep suele ser mucho más compleja en los materiales reales.

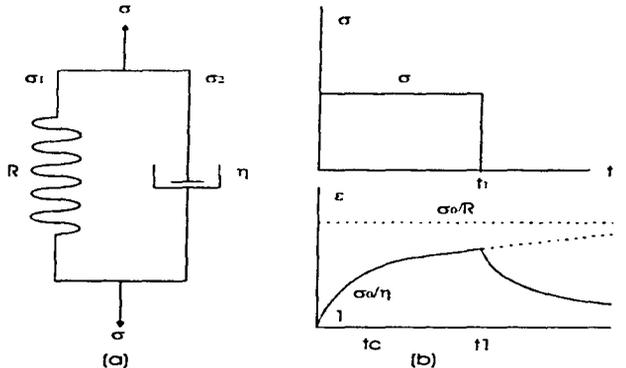
Ahora, si aplicamos una deformación constante  $\varepsilon_0$  (relajación, ver FIGURA. 1.2.5c) y consideramos  $\sigma_0$  en  $t = 0$ , después de la integración de (1.2-45) obtenemos :

$$\sigma(t) = \sigma_0 e^{-Et/\eta} \quad (1.2-47)$$

cabe recalcar que este resultado nos indica que el esfuerzo decaerá exponencialmente con un tiempo característico igual a  $\eta/E$  (tiempo de relajación) y que una vez transcurrido éste solo el 37 % del esfuerzo inicial permanecerá . Por otro lado, es importante mencionar que la relajación de los materiales reales normalmente no puede ser representada por un simple termino exponencial y que tampoco decaerá necesariamente a cero en infinito.

### 1.2.2.4.2. Modelo de Kelvin o Voigt.

El modelo de Kelvin, al igual que el de Maxwell, está constituido por un resorte y un amortiguador, con la diferencia de que en este caso están conectados en paralelo (ver FIGURA 1.2.6a).



**FIGURA 1.2.6.** Comportamiento del Modelo de Kelvin.  
 (a) Configuración.  
 (b) Condiciones de Creep y recuperación.

Dada la configuración, el esfuerzo total es igual a la suma de los esfuerzos en cada elemento y la deformación es la misma en cada uno de ellos. Al modelar se obtienen siguientes igualdades:

El esfuerzo en el resorte y en el amortiguador están dados por:

$$\sigma_1 = E\epsilon \quad (1.2-48)$$

$$\sigma_2 = \eta \dot{\epsilon} \quad (1.2-49)$$

para el sistema en paralelo se tiene:

$$\sigma = \sigma_1 + \sigma_2 \quad (1.2-50)$$

$$\epsilon = \epsilon_1 = \epsilon_2 \quad (1.2-51)$$

sustituyendo adecuadamente (1.2-48) y (1.2-49) en (1.2-50) obtenemos la ecuación diferencial para el modelo de Kelvin.

$$\sigma = E\varepsilon + \eta\dot{\varepsilon} \quad (1.2-52)$$

Para condiciones de relajación, es decir, deformación constante y por consecuencia primera derivada de la deformación con respecto al tiempo igual a cero, el modelo se comporta como un sólido elástico pues el segundo elemento de (1.2-52) se hace cero quedando:

$$\sigma = E\varepsilon \quad (1.2-53)$$

por otro lado, si establecemos condiciones de creep, resolvemos la ecuación diferencial y aplicamos como condiciones iniciales  $\sigma_0$  constante en  $t = 0$  tenemos:

$$\varepsilon = \frac{\sigma_0}{E} (1 - e^{-Et/\eta}) \quad (1.2-54)$$

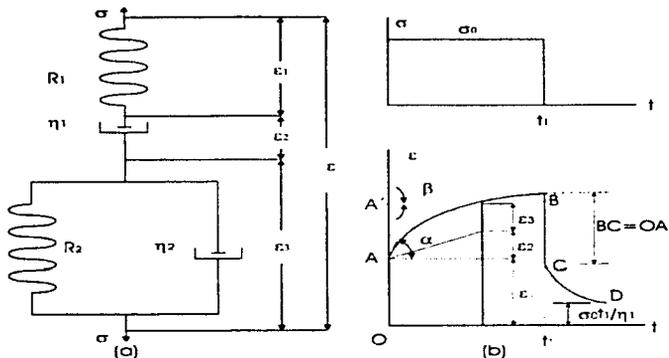
esta ecuación describe el comportamiento que observamos en la FIGURA. 1.2.6b. En realidad el modelo representa a la llamada elasticidad retrasada; pues ante la aplicación abrupta de un esfuerzo, la totalidad de su efecto es soportada por el amortiguador y a medida que el tiempo transcurre le es transmitida al resorte hasta el punto en el que todo el esfuerzo es sostenido por el elemento elástico, sin participación del elemento viscoso.

De manera semejante a la definición del tiempo de relajación para el modelo de Maxwell; podemos definir el tiempo de retraso igual a  $\eta/E$  que nos indica el tiempo en el cual habrá transcurrido el 63 % de la deformación total y a partir del cual el restante 37 % se acercará asintóticamente al valor de  $\sigma_0/E$  en un tiempo infinito

#### 1.2.2.4.3. Modelo de Burges.

Como se ha visto, los modelos de Maxwell y Kelvin, bajo ciertas condiciones, presentan casos extremos en los que la descripción que realizan de la viscoelasticidad se alejan de lo que se observa experimentalmente. Específicamente, en creep; para el modelo de Maxwell y en relajación; para el de Kelvin, se aprecian francas inconsistencias. Sin embargo, en general, se pueden usar estos modelos para representar la respuesta viscoelástica; a condición de que se tengan en mente las limitaciones inherentes.

Por otro lado, debido a que ambos modelos contienen términos que son adecuados en la descripción del fenómeno, surge la idea de ensamblar un sistema que conjunte las características acertadas de cada uno. De esta forma se obtiene un modelo de cuatro elementos (modelo de Burgers) cuya configuración consiste en la conexión en serie del modelo de Maxwell con el de Kelvin como se puede observar en la FIGURA. 1.2.7 a.



**FIGURA 1.2.7.** Modelos de Burgers.

(a) Configuración.

(b) Condiciones de Creep y recuperación.

En el modelo de Burgers la deformación total es igual a la suma de la de los dos elementos del modelo de Maxwell, más la deformación del modelo de Kelvin (que es igual en ambos miembros), matemáticamente tenemos:

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 \quad (1.2-55)$$

para el resorte tenemos:

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma}{E_1} \quad (1.2-56)$$

para el amortiguador:

$$\varepsilon_2 = \frac{\sigma}{\eta_1} \quad (1.2-57)$$

la deformación  $\varepsilon_3$  corresponde a la del modelo de Kelvin dada por (1.2-52).

$$\sigma = E\varepsilon_3 + \eta_2\varepsilon_3 \quad (1.2-58)$$

sustituyendo adecuadamente en (1.2-55) ( un método simple implica el uso de la transformada de Laplace [2] ) se obtiene la ecuación diferencial para el modelo :

$$\sigma + \left( \frac{\eta_1}{E_1} + \frac{\eta_1}{E_2} + \frac{\eta_2}{E_2} \right) \dot{\sigma} + \frac{\eta_1 \eta_2}{E_1 E_2} \sigma = \eta_1 \dot{\varepsilon} + \frac{\eta_1 \eta_2}{E_2} \varepsilon \quad (1.2-59)$$

El comportamiento del modelo de Burgers bajo condiciones de creep se obtiene al resolver (1.2-59) con las siguientes condiciones iniciales :

$$\varepsilon = \varepsilon_1 = \frac{\sigma_0}{E_1}, \quad \varepsilon_2 = \varepsilon_1 = 0, \quad \text{en } t = 0 \quad (1.2-60)$$

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\sigma_0}{\eta_1} + \frac{\sigma_0}{\eta_2}, \quad \text{en } t = 0 \quad (1.2-61)$$

lo que nos da como resultado la gráfica 1.2.7b, cuya expresión matemática es :

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E_1} + \frac{\sigma_0}{\eta_1} + \frac{\sigma_0}{E_2} \left( 1 - e^{-E_2 t / \eta_2} \right) \quad (1.2-62)$$

como se puede observar, el resultado es la suma de las respuestas del modelo de Maxwell y el de Kelvin para las condiciones dadas, es decir, los dos primeros elementos representan la deformación elástica instantánea y el flujo viscoso, mientras que el último término describe la elasticidad retrasada.

En la gráfica 1.2.7b. se puede observar que  $\overline{OA} = \sigma_0/E_1$  y  $\overline{AA'} = \sigma_0/E_2$  por lo que, en principio, las constantes del material  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $\eta_1$  y  $\eta_2$  pueden ser determinadas experimentalmente midiendo sobre una gráfica, obtenida para condiciones de creep, los valores de  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\overline{OA}$  y  $\overline{AA'}$ . No obstante, difícilmente resultan exactos los valores así obtenidos y sólo tienen importancia con fines de aproximación.

Para obtener la respuesta a la relajación nuevamente resolvemos (1.2-59) quedándonos finalmente :

$$\sigma(t) = \frac{\varepsilon_0}{A} \left( (q_1 - q_2 r_1) e^{-r_1 t} - (q_1 - q_2 r_2) e^{-r_2 t} \right) \quad (1.2-63)$$

donde :

$$r_1 = (p_1 - A)/2p_2, \quad r_2 = (p_1 + A)/2p_2, \quad A = \sqrt{p_1^2 - 4p_2}$$

y

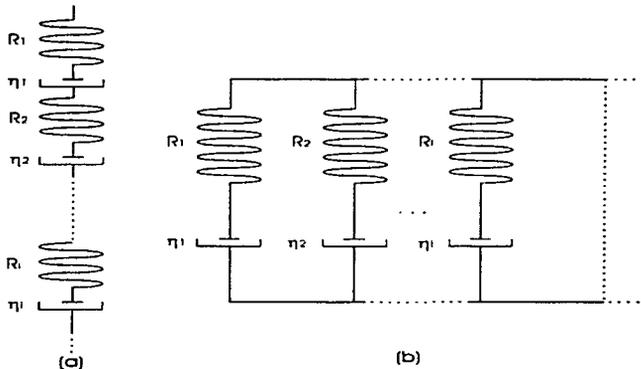
$$p_1 = \frac{\eta_1}{E_1} + \frac{\eta_1}{E_2} + \frac{\eta_2}{E_2}, \quad p_2 = \frac{\eta_1 \cdot \eta_2}{E_1 \cdot E_2}, \quad q_1 = \eta_1, \quad q_2 = \frac{\eta_1 \cdot \eta_2}{E_2}$$

#### 1.2.2.4.4. Generalización de los modelos.

Los modelos de Maxwell, Kelvin y Burges en realidad describen de una manera muy básica la respuesta de los materiales reales. Como hemos visto, dichos modelos sólo presentan un tiempo de relajación o de retraso; sin embargo, se sabe que debido a la complejidad de la estructura de los materiales viscoelásticos estos llegan a exhibir varios tiempos característicos. Para solventar esta dificultad se han propuesto modelos consistentes en la conexión (ya sea en paralelo o en serie) de los modelos elementales de manera que se pueden realizar ciertas generalizaciones al respecto.

Se pueden conectar varios modelos de Maxwell en serie (ver FIGURA. 1.2.8a) dando como ecuación constitutiva generalizada la siguiente:

$$\varepsilon = \sigma \sum_{i=1}^N \frac{1}{R_i} + \sigma \sum_{i=1}^N \frac{1}{\eta_i} \quad (1.2-64)$$



**FIGURA 1.2.8.** Generalización del modelo de Maxwell.  
 (a) Modelo conectado en serie.  
 (b) Modelo conectado en paralelo.

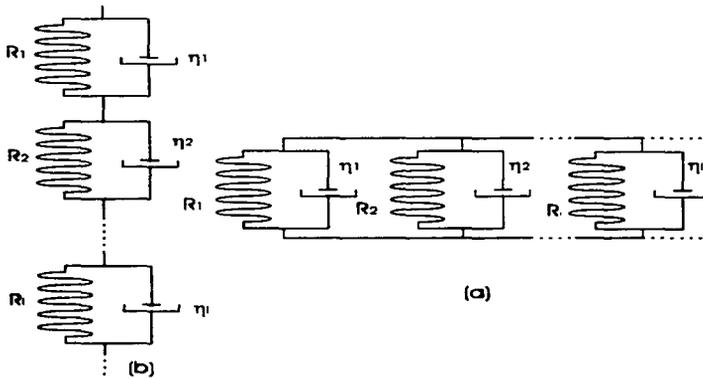
Como se puede observar, el resultado es la descripción de un comportamiento mecánico semejante al del modelo simple. Por otro lado, también es posible conectar los modelos de Maxwell en paralelo (ver FIGURA. 1.2.8b); en cuyo caso el modelo exhibe elasticidad instantánea, elasticidad retrasada, relajación del esfuerzo, flujo viscoso y varios tiempos de retraso y de relajación. Su ecuación constitutiva en forma simplificada es la siguiente :

$$\sum_{i=1}^N \sigma_i = \left( \sum_{i=1}^N \frac{D}{\frac{D}{R_i} + \frac{1}{\eta_i}} \right) \varepsilon$$

(1.2-65)

donde D es el operador diferencial con respecto al tiempo  $D = d/dt$  .

De manera semejante, es posible conectar varios modelos de Kelvin en paralelo (ver FIGURA 1.2.9 a).



**FIGURA 1.2.9.** Generalización del modelo de Kelvin.

- (a) Modelo conectado en paralelo.  
 (b) Modelo conectado en serie.

Para este caso la ecuación constitutiva tiene la siguiente forma:

$$\sigma = \varepsilon \sum_{i=0}^N R_i + \varepsilon \sum_{i=0}^N \eta_i \quad (1.2-66)$$

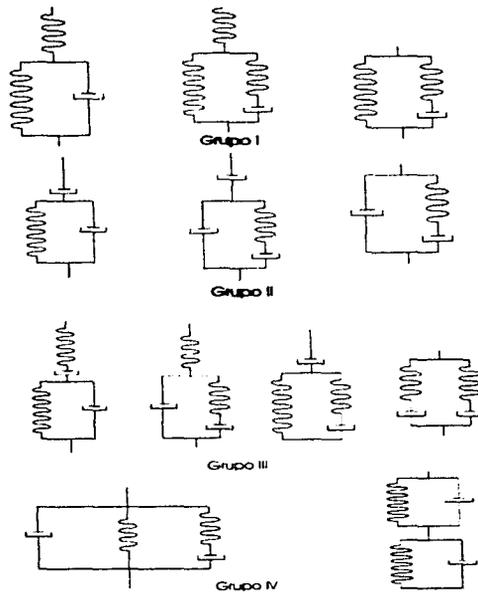
Se observa que el comportamiento mecánico no es diferente al del modelo simple; sin embargo, cuando los modelos se conectan en serie (ver FIGURA 1.2.9 b) se pueden incluir varios tiempos de relajación y se obtiene una expresión matemática que es conveniente para los casos en que la historia de esfuerzos ha sido establecida.

La ecuación constitutiva simplificada es la siguiente:

$$\sum_{i=1}^N \varepsilon_i = \left( \sum_{i=1}^N \frac{1}{D\eta_i + R_i} \right) \sigma \quad (1.2-67)$$

En realidad, se pueden ensamblar una gran variedad de configuraciones resorte-amortiguador (incluso no-lineales) cuyo comportamiento mecánico se ajuste lo mejor posible a los resultados experimentales y es posible realizar el modelado con más de dos elementos, con lo que se va más allá en la complejidad ofrecida por los modelos de Maxwell y Kelvin.

Los modelos que utilizan tres o cuatro elementos se pueden analizar por métodos semejantes a los usados en el desarrollo de las ecuaciones de los modelos simples. Con fines de generalización se han agrupado en cuatro conjuntos bien establecidos (ver FIGURA 1.2.10). El grupo I muestra un comportamiento con características de sólido y elasticidad retrasada, el grupo II tiene un comportamiento tipo líquido con flujo viscoso y elasticidad retrasada, el grupo III se caracteriza por una respuesta elástica instantánea seguida por un flujo viscoso y elasticidad retrasada, finalmente el grupo IV describe elasticidad retrasada y dos tiempos de retraso.



**FIGURA 1.2. 10.** Modelos de 3 y 4 elementos. Grupos I, II, III y IV.

## REFERENCIAS 1.2

- [1] Hertzberg, Richard W. Deformation and fracture mechanics of engineering materials. 3ª edición. United States of America 1989. John Wiley and Sons. Pág 679.
- [2] Findley, William N. et al. Creep and Relaxation of Nonlinear Viscoelastic Materials. With an Introduction to Linear Viscoelasticity. New York, Dover Publications, Inc., 1989. 371 Pág.
- [3] Pulos, Guillermo C. "Constant stress intensity factors through closed-loop control". International journal of fracture. 63, 1993. Pág. 101-112.
- [4] Fung, Y.C. Foundations of solid mechanics. Prentice-Hall, Englewood Cliffs. 1965.
- [5] Marder, Michael y Fineberg, Jay. "How things break". Physics Today American Institute of physics, S-0031-9228-9609-010-2, Septiembre de 1996. Pág. 24-29.
- [6] Ferry, J.D. Viscoelastic properties polymer. 2ª edición. New York 1961. John Wiley and Sons. Capítulo 11.
- [7] Tobolsky, A.V. Properties and structure of polymers. New York 1960. John Wiley and Sons.
- [8] McCrum, N.G. y Morris, E.L. Proc Roy Soc A, 281, 258 (1964).

## 1.3. MECÁNICA DE LA FRACTURA.

### 1.3.1. Fractura Frágil y Dúctil.

El conocimiento empírico nos enseña que los materiales al fracturarse lo hacen de diferente manera. De esta forma sabemos que un cerámico al caer se rompe en pedazos a diferencia de un metal que se mantiene íntegro.

Normalmente se identifican dos tipos de fractura: la frágil y la dúctil. La conceptualización de ambas ha sido posible gracias a los análisis realizados en la fractura de metales y atiende a la capacidad de los materiales para deformarse plásticamente, es decir, a la facilidad con la que absorben energía antes y durante la fractura.

En realidad, "no hay una respuesta completamente satisfactoria a la pregunta de por que algunos materiales son frágiles y por que otros dúctiles" [1]. Sin embargo, comúnmente se aplica el adjetivo de frágil a aquel material en cuya fractura se observa poca deformación plástica<sup>12</sup>.

Algunas condiciones favorecen la fractura frágil; entre ellas tenemos: las bajas temperaturas, las altas velocidades de carga y la concentración de esfuerzos alrededor de defectos, inclusiones y grietas. La superficie de las fracturas frágiles presenta ciertas características generales que sirven para identificarla, a continuación se enumeran algunas de las más importantes [2]:

- La fractura ocurre a bajos niveles de deformación del espécimen.
- Las superficies de fractura opuestas se ajustan perfectamente.
- La deformación plástica está limitada a regiones microscópicas en la superficie de fractura.
- La superficie de fractura se forma normalmente al esfuerzo máximo de tensión, el cual corresponde al modo I de carga<sup>13</sup>. Macroscópicamente hablando, en la superficie de fractura frágil en termoplásticos se definen regiones bien conocidas y estudiadas, entre algunas tenemos: marcas hiperbólicas, marcas acanaladas, rugosidad, líneas de Wallner, patrón de Mackerel, patrón estriado y transiciones de baja a alta velocidad de propagación.
- La grieta puede ramificarse cuando se presentan altas velocidades de propagación.

El término dúctil se utiliza para designar a la fractura donde la deformación plástica es importante, llegando en ocasiones a presentarse estricción en el elemento. La fractura dúctil tiene por origen un proceso en el cual las inclusiones y microporos existentes en el material, con la aplicación de un esfuerzo, entran en una etapa de nucleación; subsecuentemente todos los agujeros existentes se unifican y final se desencadena la ruptura.

La forma en la que preferentemente se fracturan los materiales sin duda habla de los mecanismos involucrados en el proceso. Sin embargo, difícilmente se pueden atribuir el origen de éstos a una sola característica estructural. Aun para un mismo elemento se puede observar comportamiento frágil o dúctil dependiendo de las condiciones que se apliquen. Es

<sup>12</sup> En metales, cuya estructura es claramente cristalina, la fragilidad se relaciona más precisamente con el clivaje a lo largo de los planos cristalográficos.

<sup>13</sup> Existen tres formas básicas de cargar una probeta. Cada tipo se identifica con un número romano. Ver FIGURA 1.3.6.

más, la existencia de este comportamiento dual sobre un mismo elemento nos revela que la fragilidad o ductilidad no está inherentemente en los átomos constituyentes de un sólido.

En los termoplásticos, al igual que en el acero, es bien conocida la llamada transición de la respuesta frágil a la dúctil a medida que la temperatura aumenta y se aproxima a  $T_p$ . Como consecuencia, a temperaturas lo suficientemente bajas respecto a  $T_r$  observaremos preponderantemente comportamiento frágil.

En realidad el tipo de fractura en los polímeros puede llegar a verse afectada por la temperatura, por la geometría, la estructura molecular y el peso molecular. No obstante, hasta el momento no se comprende completamente la influencia de cada uno de estos factores o su interrelación debido a que los mecanismos de fractura bien identificados para metales no son completamente aplicables a polímeros.

### 1.3.2 Mecanismos de Microdeformación en Termoplásticos.

En un intento por modelar adecuadamente el comportamiento a la fractura de los materiales se ha hecho un cambio en la forma experimental y teórica de atacar el problema.

Si bien hasta aproximadamente la década de los 60 la visión macroscópica predominaba<sup>14</sup>, a raíz de los problemas en estructuras planteados por la segunda guerra mundial se ha venido desarrollando el área de lo que se denomina microfractura. En el campo de la microfractura el papel preponderante<sup>15</sup> lo toman las grietas que están presentes en un material y los fenómenos de microdeformación inhomogéneos (plástica) y homogéneos que se dan en sus alrededores. Por lo tanto, la escala de los fenómenos de interés se reduce, ahora los experimentos deben de poseer resoluciones de micras<sup>16</sup>.

Adicionalmente, los criterios de diseño por rigidez y resistencia se han visto complementados y ahora la proyección de elementos sujetos a esfuerzo considera de manera significativa las normas cuyo objetivo es prevenir la fractura. Bajo esta nueva visión el proceso de fractura se divide en tres facetas: generación de una grieta, propagación de grieta y la ruptura o falla. Nótese la diferencia con el ensayo de fatiga tradicional en el cual estos tres elementos son analizados como si fueran uno. Los resultados que arroja este ensayo son la duración a la fatiga para un esfuerzo dado y el límite de resistencia a la fatiga. Las conclusiones que se obtienen de dichos datos no esclarecen nada con respecto a los mecanismos involucrados en la falla y su utilización como parámetros de diseño es realmente dudosa.

En termoplásticos los mecanismos de microdeformación que derivan en fractura son dos: La cedencia por cortante y el "Crazing". Ambos se presentan simultáneamente y se consideran eventos competitivos en el desarrollo de la fractura. Usualmente se relaciona al "crazing" con la fractura frágil y a la cedencia por cortante con la respuesta dúctil. En general se considera que dicha correspondencia está interconectada con la transición frágil-dúctil, sin embargo, se han reportado casos en los que la mencionada asignación no se cumple [4].

<sup>14</sup> Ejemplo de ello son las pruebas ampliamente conocidas de ensayo a tensión uniaxial, ensayo de fatiga y ensayo de impacto.

<sup>15</sup> Tanto en la explicación de por que el esfuerzo teórico calculado para la fractura es muy superior al observado por medio de la experimentación, como en el modelado del fenómeno y en el diseño de elementos

<sup>16</sup> En termoplásticos se han reportado zonas de interés alrededor de las grietas de 10 a 40 micras [3].

### 1.3.2.1. Cedencia por cortante.

La deformación por cortante consiste en el cambio de forma en el elemento sin una modificación significativa en su volumen, es decir, el proceso se realiza a volumen constante; en consecuencia la componente volumétrica del tensor de esfuerzos es nula. La cedencia por cortante es importante en el desarrollo de la fractura por varios factores. Primero, la cedencia por cortante es el único elemento que determina la resistencia del material cuando se ha logrado suprimir la fractura frágil. Segundo, las microbandas formadas por cortante juegan un rol importante en la iniciación de grietas. Tercero, la cedencia por cortante es uno de los principales mecanismos de absorción de energía dentro del material<sup>17</sup>

Para nuestros fines es importante mencionar que la cedencia por cortante tiene influencia sobre la iniciación de grietas y sobre su propagación, ya sea que éstas se presenten de manera frágil o dúctil.

Una de las manifestaciones de la cedencia por cortante es la formación de bandas alineadas angularmente (en general a 45°) con respecto a la dirección de la aplicación del esfuerzo. Se ha sugerido [5] que en la intersección de dichas bandas<sup>18</sup> existe la posibilidad de formación de grietas sin que hasta el momento se halla descrito satisfactoriamente el mecanismo involucrado.

A pesar de que no hay un criterio confiable que prediga la cedencia por cortante en polímeros, en ciertas ocasiones se llegan a utilizar como los criterios de Tresca, Von Mises o Mohr-Coulomb [5][6].

Por otro lado, bajo la presencia de fractura frágil (con "crazing" como mecanismo predominante) la formación de bandas por cortante puede afectar a la propagación de dos formas:

- Cuando se generan en la punta de un "craze" inhiben su desarrollo, es decir, actúan como terminadores.
- Cuando un "craze" alcanza una banda formada con una determinada orientación puede causar su rompimiento prematuro y nucleación de grietas.

### 1.3.2.2 . "Crazing".

El segundo mecanismo de microdeformación y el más importante precursor de la fractura frágil es el "crazing". Se denomina "craze" a aquella pequeña zona dentro del material en donde la cedencia está altamente localizada. Un "craze" se constituye por microagujeros que no son capaces de unificarse para formar una grieta y en su lugar generan una región de microfibras deformadas plásticamente (ver FIGURA 1.3.1). Por lo tanto, el "crazing" es esencialmente un proceso de cavitación que se realiza con un incremento en el volumen; ésto implica que la componente volumétrica del tensor de esfuerzos no puede ser cero.

<sup>17</sup> Generalmente se considera que la absorción de energía es sinónimo de microcedencia [5].

<sup>18</sup> Se han reportado intersecciones del orden de 5 micras.

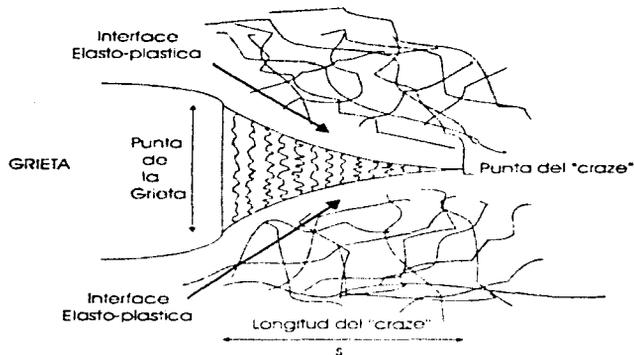


FIGURA 1.3.1. El "craze" y las regiones que lo rodean.

A diferencia de una grieta, el "craze" es capaz de transmitir carga a través de sus caras. Debido a que el "craze" es la región precursora de una grieta, los mecanismos de su crecimiento, rompimiento e iniciación son puntos claves en la descripción de la fractura. De hecho, la importancia del "crazing" estriba en que es capaz de causar agrietamiento por fractura frágil a esfuerzos por abajo de los necesarios para causar cedencia por cortante; sólo a temperaturas cercanas a  $t_g$  el "crazing" deja de ser el micromecanismo predominante.

Como es de esperarse, las propiedades mecánicas del "craze" difieren considerablemente de las del resto del material. El fenómeno que principalmente se observa es el endurecimiento por deformación lo que provoca reforzamiento y estabilización de la estructura del "craze" a nivel molecular. El mayor endurecimiento ocurre en la zona exactamente detrás de la punta de la grieta (ver FIGURA 1.3.1), es decir, donde la estructura del "craze" se rompe dando lugar a dos superficies.

Otra de las diferencias del "craze" con respecto al resto del material es la disminución en la densidad<sup>19</sup> y en el índice de refracción, esta última característica nos permite usar técnicas de interferencia óptica para la determinación de la forma y el tamaño del "craze".

Un "craze" puede formarse en los termoplásticos por dos causas:

- Por la alta concentración del esfuerzo alrededor de las grietas, partículas de polvo, heterogeneidades moleculares o defectos en el material.
- Por la aplicación de solventes.

Para de estudios de fractura el interés se centra en el "craze" que resulta de la aplicación de un esfuerzo. Bajo este concepto se desarrollan a continuación los mecanismos de iniciación, crecimiento y ruptura.

<sup>19</sup> En (4) se reporta se reporta el caso donde el "craze" se encuentra constituido por 50 % de polímero y 50 % de agujeros. En (10) se asegura que la densidad del "craze" puede oscilar entre un 60 y 40 % de la del resto del material.

### 1.3.2.2.1. Iniciación del "Craze".

A pesar de que los mecanismos de iniciación de "crazes" no han sido completamente explicados, existen varios criterios que sirven para predecir su aparición. El consenso general considera que tres variables, actuando simultáneamente, gobiernan la iniciación del "craze": el estado macroscópico de esfuerzo y deformación, los defectos o heterogeneidades en el material y el comportamiento molecular para condiciones químicas y térmicas dadas.

Enfocándose en variables particulares se encuentran criterios basados en consideraciones de esfuerzo, deformación crítica, mecánica de la fractura y orientación y movilidad molecular. A continuación se presentan los más importantes:

- Las "crazes" se inician en las intersecciones de las bandas generadas por cortante.
- Por ser un proceso de cavitación, la tensión hidrostática favorece la aparición de "crazes" mientras que la compresión hidrostática las suprime.
- Las "crazes" se forman en las regiones de máximo esfuerzo volumétrico y máximo esfuerzo principal.
- El criterio de Sternstein establece:

$$|\sigma_1 - \sigma_2| \geq A(T) + \frac{B(T)}{I_1} \quad (1.3-1a)$$

en un estado biaxial de esfuerzos. A y B son constantes del material que dependen de la historia térmica y ambiental.  $I_1$  es la primer invariante del tensor de esfuerzos.  $I_1 = \sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33} > 0$ . Una extensión para tres dimensiones es:

$$6\tau^2 = \left( \frac{B}{3I_1} - A \right)^2 + 3I_1^2 \quad (1.3-1b)$$

Donde  $\tau$  es el esfuerzo cortante octahédrico.

- La determinación de la deformación crítica para iniciación del "craze" en condiciones de esfuerzo biaxial está dada por:

$$\varepsilon_c = A'(T) + \frac{B'(T)}{I_1} \quad (1.3-2)$$

- Hay un valor del factor de intensidad de esfuerzo debajo del cual no ocurre el "crazing". (para el PMMA es igual a 0.13 MPa m<sup>1/2</sup> [7]).
- La iniciación del "craze" ocurre donde las cadenas fueron orientadas transversalmente a la dirección del esfuerzo.

- El esfuerzo para la iniciación del "crazing" se modifica con el grado de orientación molecular. Aumenta cuando el eje de tensión es paralelo a la dirección de la tracción y disminuye cuando el eje es normal.
- Los esfuerzos para generar cedencia y "crazing" varían con la temperatura; pero, en general, el esfuerzo del "crazing" lo hace en menor proporción. Cuando ambos son similares es debido a cambios conformacionales y de movimiento de cadenas.
- Los materiales que tienen una alta tendencia a la formación de "crazes" ( PMMA, PS, SAN) también tienen asociado un alto esfuerzo de cedencia. De igual modo poseen una gran energía relacionada con la inestabilidad plástica local; la cual es necesaria para la nucleación y crecimiento de agujeros.

#### 1.3.2.2.2. Crecimiento del "Craze".

El mecanismo que lleva a un "craze" de su formación hasta su rompimiento es conocido como crecimiento. El crecimiento involucra el agrandamiento de la zona de microagujeros hasta una longitud determinada por las propiedades del material y las condiciones de esfuerzo impuestas<sup>20</sup>.

En un principio se creía que el proceso de crecimiento consistía en la repetida formación de agujeros junto a la región del "craze" principal, sin embargo, en la actualidad se sabe que el "craze" puede crecer de dos formas diferentes:

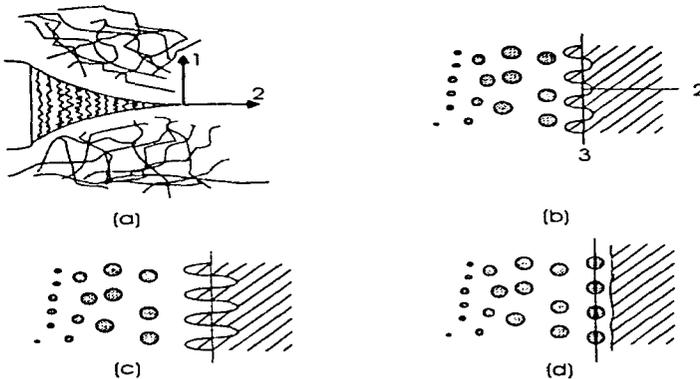
- Por el avance de la punta del "craze", es decir, la expansión de la periferia a través de la formación de más fibras.
- Por crecimiento a lo ancho del "craze" a través de la separación normal de las dos interfaces detrás de la punta de éste.

El crecimiento a lo ancho implica solamente la deformación más pronunciada de las fibras del "craze", sin embargo, el avance de la punta se da por medio de un proceso más complejo conocido como inestabilidad del menisco de Taylor [8].

El crecimiento por la vía del menisco es posible debido a que el "craze" en su punta desarrolla características similares a las de un fluido. Para comprender las facetas que llevan a la generación de nuevas fibras auxiliémonos de la FIGURA 1.3.2. En 1.3.2a se observa el "craze" de lado. Identifiquense las fibras y la punta; nótese que en esta última existe una interfase cóncava aire/polímero en la cual se ha alcanzado el punto de cedencia. En 1.3.2b-d

---

<sup>20</sup> El tamaño del "craze" es de gran importancia en los estudios de fractura de polímeros y se puede obtener experimentalmente por interferometría o teóricamente usando el modelo de Dugdale (sección 1.3.4).



**FIGURA 1.3.2.** Crecimiento del "craze" por medio de la inestabilidad del menisco de Taylor.

se observa el "craze" desde arriba y se traza una línea de referencia que ilustra el avance de su punta y la formación de nuevas fibras por medio de repetidas convulsiones. Dichas convulsiones de material son el resultado de la inestabilidad del menisco que se presenta en todos los fluidos bajo la acción de un gradiente de succión. Esta succión provoca inestabilidades que finalmente rompen al material en una serie de manojos que pasan a formar parte del "craze".

Por otro lado, no obstante que la iniciación del "craze" involucra tanto la componente volumétrica como la del "desviador" del tensor de esfuerzo, se ha demostrado [5] que el crecimiento está únicamente gobernado por el esfuerzo principal máximo de tensión; es mas, se ha verificado que las "crazes" pueden crecer en un estado de esfuerzo cortante puro sin la asistencia de ninguna componente volumétrica.

A la luz del mecanismo de crecimiento, es evidente que los parámetros mas importantes de descripción del "craze", y en consecuencia de la propagación de la grieta, son:

- Las dimensiones del "craze" (ancho y largo).
- La velocidad de crecimiento.

En lo que se refiere a las dimensiones del "craze" se pueden encontrar gran cantidad de trabajos dedicados a su caracterización experimental usando interferometría óptica [3][8][9][10].

En este trabajo se enfatizan las características que controlan la velocidad de crecimiento de la grieta y del "craze" así como de la forma tan compleja en la que interactúan. Con este objetivo en mente identifiquemos tres estados crecimiento que han sido observados [10] [11]:

- Crecimiento de la grieta con la punta del "craze" completamente estática.
- Crecimiento únicamente del "craze" con punta de la grieta estática.
- Crecimiento oscilatorio del "craze" y la punta de la grieta. Las oscilaciones pueden estar o no en fase.

#### 1.3.2.2.3. Ruptura del "craze".

La ruptura del "craze" es el fenómeno que lleva a la propagación de la grieta, de ahí que su importancia resulte evidente. No obstante, el proceso exacto de la ruptura aún sigue siendo tema de discusión. En la actualidad se sabe que es posible relacionar la morfología de la superficie de fractura para obtener evidencia del comportamiento del "craze" y en especial de la ruptura.

La descripción de la ruptura ha seguido varios caminos complementarios, algunos de los más importantes son los siguientes:

- Fractografía. Utiliza la morfología de la superficie para describir el proceso de ruptura. En la referencia [3] se describe en extenso las características superficiales que se pueden encontrar en los termoplásticos amorfos.
- La descripción estadística. Un modelado matemático del rompimiento del "craze" se presenta en [8] utilizando una distribución de Weibull.
- El aspecto molecular. Bajo este concepto se consideran los efectos del peso molecular y el enmarañamiento sobre el rompimiento. Se presentan tres formas básicas de rompimiento: escisión, deslizamiento y desenmarañamiento.

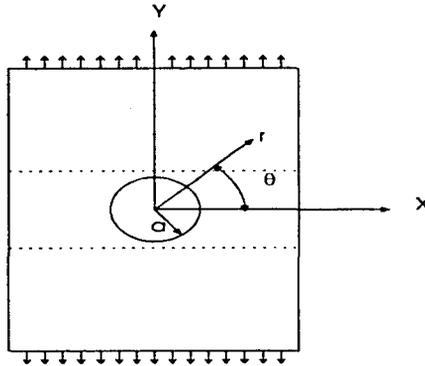
#### 1.3.3. Modelado de una Grieta. Solución Asintótica.

En este punto es evidente que el estudio de la fractura de los materiales requiere de la determinación del estado de esfuerzos en las vecindades de aquellas regiones que hemos identificado como potencialmente dañinas. Es claro que esta interpretación implica que el esfuerzo se presenta en el material bajo una distribución específica que puede ser modificada por los agentes concentradores. Por ejemplo, considérese una placa cualquiera con un agujero circular (ver FIGURA 1.3.3). Un análisis superficial nos podría llevar a pensar que el esfuerzo en la sección transversal que contiene al círculo es aquél que resulta al realizar el cálculo restando el área del agujero, sin embargo, se ha demostrado teóricamente<sup>21</sup> que el esfuerzo se distribuye de tal forma que se obtiene un máximo en  $\theta = 0$  y  $r = a$  con un factor de concentración igual a 3 con respecto al esfuerzo aplicado.

La evidencia que se plantea en el caso de la placa con agujero circular condujo al desarrollo de una forma de evaluar el esfuerzo en la vecindad de una grieta.

---

<sup>21</sup> Existe una solución analítica para una placa infinita que contiene un agujero circular [12][13].

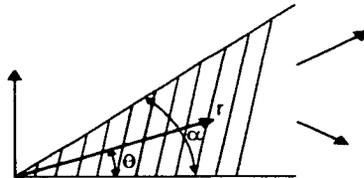


**FIGURA 1.3.3.** Placa con agujero circular. El esfuerzo se concentra en  $r = a$  y  $\theta = 0$  con un factor de 3.

### 1.3.3.1. Consideraciones teóricas y desarrollo matemático.

El método que a continuación se presenta es conocido como la solución asintótica para cuñas de Williams.

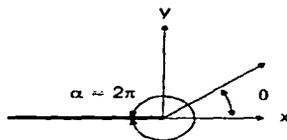
Partamos de una geometría similar a la de la FIGURA 1.3.4 y considerémosla un sólido que cumple completamente las ecuaciones de equilibrio, cinemática, constitutivas y de compatibilidad que prescribe la teoría de elasticidad. Obsérvese que las dimensiones de la cuña están controladas por  $\alpha$  y que se puede definir cualquier punto en el material por medio de los parámetros  $\theta$  y  $r$ . Se nota fácilmente que a medida que  $\alpha$  crece se obtiene una configuración similar a la de una grieta; de hecho en  $\alpha = 2\pi$  tenemos una grieta semiinfinita (ver FIGURA 1.3.5).



**FIGURA 1.3.4.** Geometría de cuña a partir de la cual se obtiene la solución asintótica.



La superficie generada esta libre de tracciones



**FIGURA 1.3.5.** Se observa como al aumentar el parámetro  $\alpha$  la cuña se transforma en una grieta.

En ausencia de fuerzas de cuerpo el equilibrio de la geometría de cuña se debe satisfacer por medio de las siguientes relaciones [6].  
para coordenadas cartesianas:

$$\sigma_{xx} = \frac{\partial^2 \chi}{\partial y^2} \quad \sigma_{yy} = \frac{\partial^2 \chi}{\partial x^2} \quad \tau_{xy} = - \frac{\partial^2 \chi}{\partial x \partial y} \quad (1.3-3)$$

para coordenadas polares:

$$\sigma_{rr} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \chi}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \chi}{\partial r} \quad \tau_{r\theta} = - \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \chi}{\partial r \partial \theta} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial \chi}{\partial \theta}$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{\partial^2 \chi}{\partial r^2} \quad (1.3-4)$$

Donde  $\chi$  es la función del esfuerzo de Airy. En coordenadas cartesianas  $\chi(x, y)$ , en polares  $\chi(r, \theta)$ . Las condiciones de compatibilidad se satisfacen si  
para cartesianas:

$$\frac{\partial^4 \chi}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \chi}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \chi}{\partial y^4} = 0 \quad \text{o} \quad \nabla^2 \nabla^2 \chi = 0 \quad (1.3-5)$$

para coordenadas polares:

$$\nabla^2(\sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta}) = 0 \quad \text{donde} \quad \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}$$

ó

$$\nabla^2 \nabla^2 \chi = 0$$

(1.3-6)

Williams asumió que  $\chi$  tenía la siguiente forma [14]:

$$\chi = r^{\lambda+1} f(\theta)$$

(1.3-7)

para encontrar  $\lambda$  y  $f(\theta)$  se plantean, considerando equilibrio y compatibilidad, las siguientes ecuaciones apartir de 1.3-5 y 1.3-6:

$$\frac{d^4 f}{d\theta^4} + 2(\lambda^2 + 1) \frac{d^2 f}{d\theta^2} + (\lambda^2 - 1)^2 f = 0$$

(1.3-8)

y

$$f = \frac{df}{d\theta} = 0$$

(1.3-9)

La solución general de 1.3-8 es:

$$f = C_1 \text{Cos}(\lambda - 1)\theta + C_2 \text{Sin}(\lambda - 1)\theta + C_3 \text{Cos}(\lambda + 1)\theta + C_4 \text{Sin}(\lambda + 1)\theta$$

(1.3-10)

sustituyendo en 1.3-9 se obtiene un sistema homogéneo de ecuaciones que involucran las constantes  $C$  como se muestra a continuación:

$$\begin{bmatrix} \text{Cos}(\lambda - 1)\alpha & \text{Cos}(\lambda + 1)\alpha \\ (\lambda - 1)\text{Sin}(\lambda - 1)\alpha & (\lambda + 1)\text{Sin}(\lambda + 1)\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 \\ C_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \text{Sin}(\lambda - 1)\alpha & \text{Sin}(\lambda + 1)\alpha \\ (\lambda - 1)\text{Cos}(\lambda - 1)\alpha & (\lambda + 1)\text{Cos}(\lambda + 1)\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_2 \\ C_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

(1.3.11)

Obsérvese que 1.3.10 tiene una parte simétrica y otra antisimétrica; la primera asociada a los términos  $C_1$  y  $C_3$  y la segunda a  $C_2$  y  $C_4$ . Nótese también que se han evaluado las condiciones de frontera en  $\theta = \alpha$  que representa el espesor de la cuña.

Para encontrar la solución no trivial del sistema homogéneo se requiere que el determinante de la ecuación se haga cero y que el parámetro  $\lambda$  cumpla con la ecuación característica del sistema; de esta forma al obtener los eigenvalores de  $\lambda$  tenemos:

$$\begin{aligned} \lambda \text{Sin } 2\alpha + \text{Sin } 2\lambda\alpha &= 0 \\ -\lambda \text{Sin } 2\alpha + \text{Sin } 2\lambda\alpha &= 0 \end{aligned}$$

(1.3.12)

para simular la grieta aproximamos  $\alpha$  a  $2\pi$  con lo que reducimos (1.3-12) a:

$$\text{Sin } 2\pi\lambda = 0$$

(1.3-13)

Los valores negativos y el cero resuelven la ecuación pero son eliminados por consideraciones energéticas quedando como solución final:

$$\lambda = \frac{1}{2} n \quad n = \text{entero}$$

(1.3-14)

Es decir, existe un número infinito de valores de  $\lambda$  para los cuales se cumplen las condiciones establecidas; como resultado, la función del esfuerzo de Airy y la distribución del esfuerzo alrededor de la grieta se expresan por medio de series en las cuales las constantes  $C$  se relacionan por medio de las siguientes identidades:

$$C_{3n} = -\frac{n-2}{n+2} C_{1n} \quad C_{4n} = -C_{2n} \quad \text{Para } n = 1, 3, 5, \dots$$

$$C_{3n} = -C_{1n} \quad C_{4n} = -\frac{n-2}{n+2} C_{2n} \quad \text{Para } n = 2, 4, 6, \dots$$

(1.3-15)

La ecuación (1.3-7) puede ahora expresarse de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \chi = & \sum_{n=1,3,\dots} r^{1-n/2} \left[ C_{in} \left( \cos \frac{n-2}{2} \theta - \frac{n-2}{n+2} \cos \frac{n+2}{2} \theta \right) + \right. \\ & \left. C_{2n} \left( \sin \frac{n-2}{2} \theta - \sin \frac{n+2}{2} \theta \right) \right] + \\ & \sum_{n=2,4,\dots} r^{1-n/2} \left[ C_{1n} \left( \cos \frac{n-2}{2} \theta - \cos \frac{n+2}{2} \theta \right) + \right. \\ & \left. C_{2n} \left( \sin \frac{n-2}{2} \theta - \frac{n-2}{n+2} \sin \frac{n+2}{2} \theta \right) \right] \end{aligned}$$

(1.3-16)

El orden de  $n$  debe de ser seleccionado de tal forma que sea capaz de describir la región que interese. Para describir todas las regiones del cuerpo se llegan a usar los componentes de la serie de mayor grado; a medida que el interés se centra en las regiones de la punta de la grieta es suficiente tan sólo considerar el primer término despreciando los de grado más alto. Las potencias negativas de  $r$  se descartan debido a que representan términos con desplazamientos discontinuos [15].

Sustituyendo (1.3-16) en (1.3-4) y tomando en cuenta sólo el primer término de la serie en  $\chi$  se obtiene la expresión general para el esfuerzo de la siguiente manera:

$$\sigma_{rr} = \frac{1}{4\sqrt{r}} \left[ S_i \left( -5 \cos \frac{\theta}{2} + \cos \frac{3\theta}{2} \right) + t_i \left( -5 \sin \frac{\theta}{2} + 3 \sin \frac{3\theta}{2} \right) \right] + \dots + \dots$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{1}{4\sqrt{r}} \left[ S_i \left( -3 \cos \frac{\theta}{2} + \cos \frac{3\theta}{2} \right) + t_i \left( -3 \sin \frac{\theta}{2} + 3 \sin \frac{3\theta}{2} \right) \right] + \dots + \dots$$

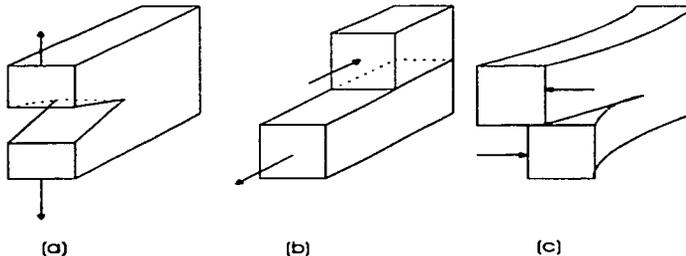
$$\tau_{r,\theta} = \frac{1}{4\sqrt{r}} \left[ S_1 \left( -\sin\frac{\theta}{2} - \sin\frac{3\theta}{2} \right) + t_1 \left( \cos\frac{\theta}{2} + 3\cos\frac{3\theta}{2} \right) \right] + \dots + \dots$$

(1.3-17)

En las expresiones se puede observar que se han introducido las constantes, aún sin definir,  $S_1$  y  $t_1$ . Dichas constantes están multiplicadas por términos coseno y seno respectivamente. Aquí es evidente la distinción entre la parte simétrica y la antisimétrica de la solución obtenida. Para el caso simétrico  $t_1 = 0$ , mientras que para el antisimétrico  $S_1 = 0$ .

En este punto es pertinente precisar los tipos de carga que pueden presentarse durante la fractura. Considerando una probeta estandar de fractura ( espécimen compacto) se pueden aplicar dos tipos de carga: la simétrica y la antisimétrica. La carga simétrica es conocida como modo I e incluye la flexión pura y la tensión pura (ver FIGURA 1.3.6a); el esfuerzo principal es normal al plano de la grieta.

La carga antisimétrica se da bajo esfuerzo cortante y consiste en desplazamientos tangenciales ya sean normales (en plano) o paralelos (fuera de plano) al frente de la grieta. Estas formas de carga son conocidas como modo II y modo III ( ver FIGURA 1.3.6b y 1.3.6c).



**FIGURA 1.3.6.** Modos de carga de una probeta.

- (a) Modo I (Simétrico).
- (b) Modo II (Antisimétrico, en plano).
- (c) Modo III (Antisimétrico, fuera de plano).

Volviendo al resultado obtenido en (1.3-17), por conveniencia se ha definido a  $S_I$  y a  $t_I$  como se indica a continuación:

$$S_I = - \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \quad t_I = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \quad (1.3-18)$$

Se conoce a  $K$  como el factor de intensidad de esfuerzo y el subíndice nos especifica el modo de carga que se está aplicando. Al hacer esta última sustitución los campos de esfuerzo alrededor de la grieta quedan definidos de la siguiente manera:

para coordenadas polares:

Modo I

$$\begin{Bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_\theta \\ \sigma_{r\theta} \end{Bmatrix} = \frac{K_I}{2\sqrt{2\pi r}} \begin{Bmatrix} (3 - \cos\theta) \cos \frac{\theta}{2} \\ (1 + \cos\theta) \cos \frac{\theta}{2} \\ \sin\theta \cos \frac{\theta}{2} \end{Bmatrix} \quad (1.3-19)$$

Modo II

$$\begin{Bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_\theta \\ \sigma_{r\theta} \end{Bmatrix} = \frac{K_{II}}{2\sqrt{2\pi r}} \begin{Bmatrix} -(3\cos\theta - 1) \sin \frac{\theta}{2} \\ -3\sin\theta \cos \frac{\theta}{2} \\ (3\cos\theta - 1) \cos \frac{\theta}{2} \end{Bmatrix} \quad (1.3-20)$$

para coordenadas cartesianas:

Modo I

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{22} \end{Bmatrix} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \begin{Bmatrix} 1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \\ \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \\ 1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \end{Bmatrix} \quad (1.3-21)$$

## Modo II

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{22} \end{Bmatrix} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \begin{Bmatrix} -\sin\frac{\theta}{2}(2 + \cos\frac{\theta}{2}) \cos\frac{3\theta}{2} \\ \cos\frac{\theta}{2}(1 - \sin\frac{\theta}{2}) \sin\frac{3\theta}{2} \\ \sin\frac{\theta}{2} \cos\frac{\theta}{2} \cos\frac{3\theta}{2} \end{Bmatrix} \quad (1.3-22)$$

Como se puede observar, K es el parámetro más importante en la determinación del campo de esfuerzo alrededor de la grieta, también se puede apreciar que cuando  $r = 0$  (exactamente en la punta de la grieta) el esfuerzo prescrito es infinito. El factor de intensidad de esfuerzo define la amplitud de la singularidad en la punta de la grieta; de hecho, cuando se considera a la grieta estacionaria, todas las componentes del esfuerzo y la deformación cercanos a la punta de la grieta incrementan proporcionalmente a K.

En general se puede afirmar que K es función del esfuerzo aplicado y de la longitud de la grieta, es decir:

$$K = f(\sigma, a) \quad (1.3-23)$$

La forma de la función depende de la geometría del componente agrietado y de la manera en que se realiza la carga. Muchas funciones se han determinado experimentalmente para geometrías dadas y también se han obtenido algunas por métodos matemáticos que involucran el uso de variable compleja (Función del esfuerzo de Westergaard) [16] [17].

### 1.3.3.2. Limitaciones del modelo.

La solución asintótica ha sido la base del desarrollo de la mecánica de la fractura para cuerpos elásticos y lineales. No obstante es pertinente señalar dos inconsistencias, una inherente al modelo y otra que surge al intentar aplicarlo a polímeros bajo fractura frágil.

1.- Singularidad de la punta. Como se puede observar en (1.3-19 a 1.3-22) el esfuerzo en la punta de la grieta tiende a infinito. En realidad ningún material es capaz de soportar tal esfuerzo.

Se sabe que en las regiones cercanas a la punta de la grieta el esfuerzo aumenta, pero en algún momento su valor se debe de establecer en una cantidad finita ya sea con un criterio de cedencia constante o variable [17].

En realidad el material en las zonas muy cercanas a la punta deja de comportarse elásticamente y observa una conducta que conocemos como plástica. El esfuerzo en la zona plástica de las grietas en la actualidad aún es motivo de investigación; el uso de métodos de estabilidad ha sido usado por Warren (1989), Ungsurarungsri y Knauss (1988-1990). En la

FIGURA 1.3.7 se puede observar una gráfica donde se realiza una corrección básica en la distribución del esfuerzo causada por la zona plástica<sup>22</sup>.

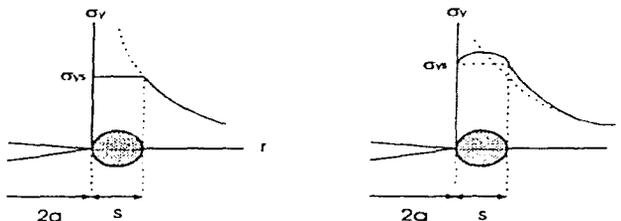


FIGURA 1.3.7. Algunas correcciones en la distribución del esfuerzo para la zona plástica.

Los efectos de la plastificación en el material pueden ser evaluados numéricamente a través de un método iterativo e incremental en el que a medida que se alcanza la cedencia se va aumentando el tamaño de la zona; los cálculos se realizan bajo la teoría de elasticidad y la región plástica se considera como una condición de frontera. El punto clave al aplicar esta técnica es la definición del criterio de cedencia; entre algunos tenemos el de Von Mises y el de Tresca.

2.- En la solución asintótica la distribución del esfuerzo se realiza de manera isocórica.

En la fractura frágil de polímeros el fenómeno dominante es el "crazing" por lo que el cambio de volumen toma un papel muy importante. Consecuentemente, el modelo asintótico no puede explicar adecuadamente la repuesta de los polímeros durante la fractura.

Considerando las limitaciones que surgen con el modelo de cuña se ha propuesto una extensión en la cual se considera una región plástica con cambio de volumen. Dicha solución es conocida como el modelo de Dugdale.

#### 1.3.4. Modelo de Dugdale.

A raíz de los resultados que plantea la solución asintótica se establece la necesidad de la existencia de una zona plástica que debe formarse en la vecindad de la punta de la grieta. Como es de esperarse, las propiedades de dicha región no responden a lo planteado en la teoría de la elasticidad. Se han formulado varios modelos que intentan describir la respuesta plástica que precede a la formación de las grietas. Sin duda es de interés la determinación de las ecuaciones constitutivas que describan el comportamiento en esa sección del material, para esto primeramente es necesario determinar dos datos:

<sup>22</sup> La forma más simple de considerar al esfuerzo en la región plástica es asignándole una distribución constante; aunque el uso de polinomios parece ser más conveniente.

- El tamaño de la región y
- La forma de la región.

En los termoplásticos la zona plástica es lo que hemos denominado "craze"; consecuentemente, el modelo que se seleccione para su descripción debe de considerar como premisa fundamental que se sufre un cambio de volumen importante.

En la literatura se pueden encontrar varias formas de describir la respuesta plástica (con y sin cambio de volumen) [6] [14] [18], la que mas se adecua al comportamiento de los termoplásticos es el llamado modelo de Dugdale.

El modelo de Dugdale surge en 1960 de un trabajo realizado en probetas de acero [19] y su aplicación a materiales dependientes del tiempo ha sido verificada ampliamente por medio de la experimentación [20].

Dugdale al modelar la zona plástica asumió una grieta de longitud  $2a + 2s$  ( ver FIGURA 1.3.8 ) donde  $s$  es la longitud de la zona plástica con un esfuerzo limite igual al esfuerzo de cedencia  $\sigma_{ys}$  aplicado en cada punta de la grieta. El modelo aproxima el comportamiento elasto-plástico superponiendo dos soluciones elásticas: una grieta bajo tensión remota y una grieta con esfuerzo limite (esfuerzo de cedencia) en su punta.

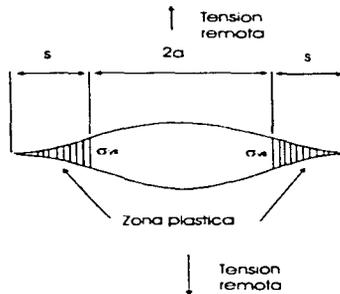


FIGURA 1.3.8. La grieta según el modelo de Dugdale.

Dado que el esfuerzo en la zona plástica es finito resulta imposible que exista una singularidad de éste en la punta.

El valor de  $s$  debe de ser seleccionado de tal forma que el factor de intensidad de esfuerzo de la tensión remota se cancele con el del esfuerzo en la punta. Después del apropiado tratamiento elástico [6] se obtiene un valor de  $s$  dado por:

$$s = \frac{\pi K_I^2}{8 \sigma_{ys}^2}$$

(1.3-24)

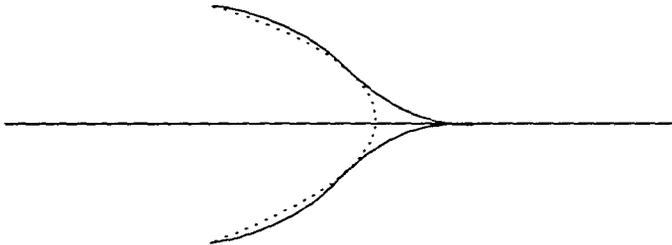
donde

$\sigma_{ys}$  .-Esfuerzo de cedencia

$K_I$  .- Factor de intensidad de intensidad de esfuerzo para carga simétrica.

Nótese que la cedencia está tan localizada que la longitud de la grieta no está presente en la determinación de la zona y sólo intervienen el factor de intensidad de esfuerzo (factor geométrico) y el esfuerzo de cedencia (propiedad del material).

La forma y el tamaño de la zona se ha estimado por interferometría [3][10][21] y es similar a la mostrada en la FIGURA 1.3.9.



**FIGURA 1.3.9.** La línea sólida representa en perfil de propagación de acuerdo al modelo de Dugdale, la línea punteada muestra un perfil convencional.

### REFERENCIAS 1.3.

- [1] Marder, Michael y Fineberg, Jay. "How things break". Physics Today American Institute of physics, S-0031-9228-9609-010-2. Septiembre de 1996. Pág 24-29.
- [2] Döll, Walter. "Fractography and failure mechanisms of amorphous thermoplastics". Pág 387-435. Fractography and failure mechanisms of polymers and composites. De. Anne C. Roulin-Moloney. Elsevier Applied Science. New York 1989.
- [3] Döll, Walter, Konczol, L. y Schinker, M G. "Size and mechanical properties of craze zones at propagating crack tips in poly(methylmethacrylate) during fatigue loading". Polymer. 1983, Vol 24. Septiembre. Pág 1213-1219.
- [4] Takemori, M.T. "Competition between crazing and shear flow during fatigue". Pág 263-300. Advances in polymer science 91/92. Editor: H-H. Kausch. Springer-Verlang Berlin Heidelberg 1990.
- [5] Kinloch, A.J., Young, R.J. Fracture behaviour of polymers. New York, Applied science publishers, 1983. 496 Pág.
- [6] Anderson, T.L. Fracture mechanics. Fundamentals and applications. United States of América 1991. CRC Press Inc. Pág 793.
- [7] Henning Kausch, Hans Polymer Fracture. 2ª Edición. Vol. 2 Polymers/properties and applications. Alemania. Springer-Verlag, 1987. 456 Pág
- [8] Kramer, E.J. y Berger, L.L. "Fundamental Processes of craze growth and fracture", Pág 1-68. Advances in polymer science 91/92. Editor: H-H. Kausch. Springer-Verlang Berlin Heidelberg 1990.
- [9] Döll, Walter. y Könczoll, L. "Micromechanics of fracture under static and fatigue loading: optical interferometry of crack tip craze zones". Pág. 137-214. Advances in polymer science 91/92. Editor: H-H. Kausch. Springer-Verlang Berlin Heidelberg 1990.
- [10] Schirrer, R. "Optical interferometry: Running crack-tip morphologies and craze material properties". Pág. 215-262. Advances in polymer science 91/92. Editor: H-H. Kausch. Springer-Verlang Berlin Heidelberg 1990.
- [11] Pulos, Guillermo C. y Knauss Wolfgang G., "Nonsteady crack and craze behavior in PMMA under cyclical loading: II. Effect of load history on growth rate and fracture morphology". Report SM 96-11, California Institute of technology. Mayo, 1996.
- [12] Boresi, Arthurt.P. et al. Advanced Mechanics of materials. 5ta edición . John Wiley and Sons Inc. United States of America, 1993. Pág. 811

- [13] Dowling, Norman E. Mechanical behaviour of materials. Engineering Methods for deformation, fracture and fatigue. United States of America. Prentice Hall, 1993. Pág. 773.
- [14] Hellan, Kåre. Introduction to fracture mechanics. United States of America 1984. McGraw-Hill. Pág 302.
- [15] M.L. Williams, "Stress singularities resulting from boundary conditions in angular corners of plates in extensions", Journal of applied mechanics Vol 74. Pág 526-528, 1952.
- [16] Hertzberg, Richard W. Deformation and fracture mechanics of engineering materials. 3ª edición. United States of America 1989. John Wiley and Sons . Pág 679.
- [17] Broek, David. Elementary engineering fracture mechanics. 4ta edición. Netherlands, Kluwer Academic Publishers 1991. Pág 516.
- [18] Ewalds, H.L Fracture mechanics. USA New York. Editorial Edward Arnold. 1989, Pág. 304.
- [19] Dugdale, D.S., "Yielding in steel sheets containing slits". Journal of the mechanics and physics of solids, Vol 8. Pág.100-104.
- [20] Döll, W., Seidelman, U., y Könczöl, L. "On the validity of the Dugdale model for crazes zones at crack tips in PMMA". Journal of materials science. Vol 15. 1980. Letters. 0022-2461 7807092389-06.
- [21] Döll, W. "Fracture testing of brittle polymers". Pág. 257-290. Fracture of non metallic materials. Procc 5<sup>th</sup> Advances Seminar on fracture mechanics. Espra Italia, 14-18 Octubre 1985. Editorial Klaus P. Herrmann., D. Reidel Publishing Co.

**CAPÍTULO**

**II**

**DISEÑO EXPERIMENTAL**

## Capítulo II Diseño Experimental

### 2.1. PLANTEAMIENTO EXPERIMENTAL.

Los estudios de fractura en materiales se han subdividido en tres campos para fines de análisis: los mecanismos de generación de grietas, las etapas y características de su propagación y la ruptura final. Como es lógico, las variables que competen a cada una de estas categorías se relacionan de manera compleja; sin embargo, solo a través de ellas es posible comprender las leyes que gobiernan el fenómeno.

Especialmente en termoplásticos, la cantidad de factores que intervienen durante la fractura o que resultan de ella incrementan la dificultad en la interpretación de resultados experimentales. Frecuentemente se hallan involucrados cambios de temperatura, aspectos de estructura molecular, competencia entre los diversos mecanismos de deformación, condiciones especiales de concentración de esfuerzo, tipos diversos de carga y absorción y liberación de energía, además de respuestas dependientes del tiempo.

Cuando buscamos la motivación ingenieril para realizar estudios de fractura la encontramos en las dudas que por años los diseñadores de estructuras no han podido responder satisfactoriamente:

- 1.- Ante la presencia de una grieta ¿ Qué función dependiente de su longitud describe la resistencia del material ?.
- 2.- ¿ Qué tamaño de grieta puede ser tolerado en una estructura bajo condiciones de servicio? ¿Cuál es el tamaño crítico de grieta ?.
- 3.- ¿ Cuánto tardará una grieta en crecer de un tamaño inicial al tamaño crítico ?.
- 4.- ¿ Qué tamaños de grieta se pueden permitir en las estructuras al momento de entrar en uso ?.
- 5.- ¿ Qué tan seguido deben ser inspeccionadas las estructuras en búsqueda de grietas ?.

Todas estas preguntas giran entorno a un punto clave en la descripción del proceso de fractura: la velocidad de propagación de la grieta. Es decir, gran parte de las incógnitas que debe de enfrentar el diseñador requieren que se conozcan los rangos de velocidad de propagación para condiciones de carga específicas.

En el presente trabajo se estudian materiales termoplásticos; el interés en ellos se debe al creciente intento por aprovechar las propiedades de los polímeros que no es posible conjugar en metales o cerámicos, entre algunas podemos mencionar la baja densidad, facilidad de conformado y su importante uso como matriz de materiales compuestos.

#### 2.1.1. Definición de Objetivos y Necesidades.

Nuestro estudio de fractura en termoplásticos se centra en la fase de propagación; concretamente deseamos ser capaces de determinar la velocidad de la punta de la grieta, de identificar sus características y de esbozar las relaciones existentes entre ésta y los parámetros que determinan la distribución de esfuerzos en la zona plástica, en especial con el factor de intensidad de esfuerzo.

Debido a que los termoplásticos son materiales viscoelásticos pueden manifestar su comportamiento de alguna de las cuatro formas que fueron analizadas en la sección 1.2.1, ahí se mencionó que se puede establecer un sistema controlado por desplazamiento o esfuerzo e incluso por una combinación de ellos.

En los experimentos que se realizaron se decidió establecer condiciones de relajación, es decir, imponer un desplazamiento constante mientras se observa una caída del esfuerzo; el sistema utilizado tiene la ventaja de que no es complejo y se describirá más adelante.

Dado que en los termoplásticos la fractura se presenta por "crazing" (que es una región de entre aproximadamente 10 a 40 micras [1]) y ante la necesidad de relacionar esta zona con los efectos macroscópicos, hemos de observar la región durante la propagación a una escala microscópica; es decir, se requiere de una técnica que al mismo tiempo permita seguir la punta de la grieta, tomar valores de fuerza aplicada y observar todo con amplificación. En pocas palabras, debemos usar las técnicas que se han desarrollado para microfotografía.

Redondeando, los objetivos de este trabajo de tesis son dos:

- Desarrollar y ensamblar los dispositivos (mecánicos, ópticos, instrumentos y transductores) y el software que permitan realizar mediciones de longitudes del orden de micras por medio del análisis de imágenes digitalizadas. Dichas imágenes se deberán de capturar a través de una computadora acoplada a un cámara de video enfocada al ocular de un microscopio óptico.
- Realizar experimentos sobre probetas compactas de fractura sometidas a condiciones de relajación (carga cuasiestática). Determinar la velocidad de propagación por medio del análisis de una serie de imágenes capturadas e intentar relacionar lo observado con la superficie de fractura.

#### **2.1.1.1. La carga cuasiestática.**

Uno de los puntos más importantes en el desarrollo experimental es establecer el tipo de carga que se va a imponer a la probeta y la razón para hacerlo.

Las condiciones de uso de la mayoría de las estructuras irremediablemente nos remiten al estudio de la fatiga. Como sabemos al analizar las condiciones de fatiga se supone la aplicación de un esfuerzo oscilante.

Para fines de diseño siempre ha sido útil simplificar las condiciones del esfuerzo durante la operación y en términos generales se identifican la carga de fatiga y la carga estática. De hecho, en metales esta clasificación no ocasiona ningún problema; sin embargo, en materiales con comportamiento viscoelástico, y especialmente durante la fractura, necesitamos considerar dos aspectos adicionales.

- Si se establecen condiciones de relajación, la fuerza (y en consecuencia el esfuerzo aplicado) decaerá exponencialmente con el tiempo.
- La energía invertida en la propagación de la grieta ocasiona una disminución en la fuerza aplicada sobre el espécimen.

Como resultado, si en un experimento de fractura sobre un material termoplástico se establece una deformación constante no se tendrá carga estática. Al tipo de carga que se experimenta bajo estas condiciones la denominaremos cuasiestática y disminuirá en función de los dos factores señalados. En realidad, el término cuasiestático lo utilizamos para señalar que, a pesar de que la probeta en relajación en estricto sentido es un sistema dinámico<sup>23</sup>, no se están modificando desde el exterior las condiciones iniciales y que el valor de la carga durante el tiempo del experimento es muy cercano al original (La máxima variación observada fue una reducción del 12 %) . Es importante señalar que una de las desventajas durante el análisis de datos al considerar la carga cuasiestática es que en el registro de la fuerza, utilizando el transductor adecuado, no permite diferenciar entre la caída debida a la propagación y aquella ocasionada por el comportamiento viscoelástico<sup>24</sup>. Un método que permite separar dichas componentes consiste en realizar sobre un conjunto de datos experimentales (fuerza - tiempo) un ajuste no lineal en el que se involucren varias exponenciales, cada una con su tiempo característico. Se grafican sobrepuestas las curvas correspondientes a los datos experimentales y los datos ajustados; la última representará el comportamiento viscoelástico puro y la primera indicará con sus desviaciones la caída ocasionada por la propagación. La dificultad de la técnica radica en la metodología para la realización del ajuste debido a que las técnicas convencionales de linealización no son adecuadas y el ajuste no lineal, por ser un método iterativo, requiere de criterios especiales en la selección de los valores iniciales.

En realidad, la carga cuasiestática se puede considerar como un caso límite de la fatiga en el cual la frecuencia es sumamente baja. Por esta razón es de importancia relacionar los resultados que se han obtenido para fatiga con aquellos que se presentan bajo condiciones cuasiestáticas; de tal forma que sea posible diferenciar patrones típicos de cada régimen o encontrar aquéllos comunes .

### 2.1.1.2. Régimen de velocidad.

Para comprender la importancia de la determinación de la velocidad de la grieta en la explicación de los mecanismos de fractura recordemos la estructura del "craze" (ver FIGURA 1.3.1). Fácilmente se observa que en algún momento el material que se encuentra en la punta del craze debe de convertirse en material roto que forme la punta de la grieta; el tiempo que le toma a dicho material recorrer la longitud (s en el modelo de Dugdale) del "craze" dependerá de la rapidez de generación de fibras y de la velocidad de ruptura en la punta de la grieta. Este tiempo es conocido como tiempo de proceso. Las velocidades en los extremos del "craze" no necesariamente deben de estar en fase [2]. De hecho, un criterio para clasificar el régimen de velocidad es la relación que guarden.

En fatiga y usando probetas de PMMA se han identificado dos tipos de propagación [2][3][4]. Primero, la llamada continua o normal en la cual las velocidades están en fase y las estrías o anillos que se forman en la superficie corresponden uno a uno con los ciclos de carga. Segundo, la discontinua o retardada en donde la rapidez de los extremos del "craze"

<sup>23</sup> Si se permite que transcurra el tiempo suficiente la carga aplicada caerá significativamente de acuerdo a los tiempos característicos del material.

<sup>24</sup> Aunque para analizar la velocidad no es importante determinar el origen de las componentes de la caída del esfuerzo, para otros fines de la caracterización del fenómeno de la fractura si es de trascendencia ( por ejemplo para relacionar los cambios de longitud de grieta con respecto a los cambios de fuerza)

está fuera de fase llegando incluso a quedar uno completamente estacionario y donde la superficie de fractura no muestra marcas uno a uno.

Para poder identificar el régimen de los extremos y caracterizarlo completamente se necesita conocer la velocidad de la punta de la grieta y el tamaño del "craze" en un momento dado. El dispositivo experimental para recabar dichos datos y las herramientas necesarias para su análisis superan con mucho los alcances de este trabajo<sup>25</sup>. Sin embargo, podemos asumir que la probeta sujeta a carga cuasiestática deberá de presentar uno de los tipos de propagación que se han reportando para fatiga. Si se logran detectar periodos de aceleración y desaceleración de la punta de la grieta se podrá concluir que el modo retardado o discontinuo es el que está teniendo lugar; por exclusión la ausencia de este tipo de periodos nos indicará que el modo normal o continuo es el que se está desarrollando.

Se ha observado que la velocidad de propagación de grieta en termoplásticos que fallan de manera fractura frágil puede ocurrir en un amplio rango, dependiendo de las condiciones de experimentación y del material, se pueden obtener velocidades de  $10^{-7}$  mm/s hasta algunos cientos de metros por segundo [3]. Evidentemente, a medida que la velocidad aumenta, la técnica para medirla se hace mas compleja y se requieren sistemas de tiempo real que sean capaces de responder en los intervalos necesarios

## **2.1.2. Definición de la Técnica Experimental.**

### **2.1.2.1. Técnica de microfractura.**

Toda técnica que pretenda determinar las propiedades mecánicas de los materiales viscoelásticos debe de poder medir las variables básicas involucradas en la determinación de las ecuaciones de cinemática y constitutivas: esfuerzos<sup>26</sup>, deformaciones y desplazamientos.

En su forma más simple se necesita cuantificar las fuerzas aplicadas, las longitudes de puntos que se desplazan o se deforman y los tiempos en los cuales se llevan a cabo ciertos eventos de una manera precisa.

Como ya se ha venido explicando, debido a que la fractura en los termoplásticos se presenta por "crazing", debemos ser capaces de obtener nuestras medidas en los rangos que abarquen de 1 a 500 micras; esta resolución es posible obtenerla con un microscopio óptico.

Una técnica muy rudimentaria de análisis consistiría en realizar las mediciones manualmente sobre fotografías tomadas directamente del ocular, sin embargo, cuando se pretende seguir la propagación de una grieta surgen varios problemas: la coordinación para la toma de las fotografías, las limitaciones de la película y lo difícil del análisis manual. Considerando todos estos inconvenientes el método resulta impracticable (Suponiendo una velocidad de propagación de 1 micra por segundo para un experimento de 10 minutos se requerirían tomar 660 fotografías ).

Un método alternativo es implementar la captura de imágenes digitalizadas en lugar de la toma de fotografías; la utilización de esta técnica aprovecha la rapidez de los actuales sistemas de computo, sin embargo, requiere del desarrollo extenso de herramientas

<sup>25</sup> La definición de objetivos sólo planteo el desarrollo de los dispositivos que permiten obtener la velocidad. La determinación del tamaño del "craze" requiere del montaje de los instrumentos para realizar interferometría óptica.

<sup>26</sup> Es pertinente recordar que ningún dispositivo es capaz de medir esfuerzos, lo que se mide son deformaciones y por medio de un procedimiento de calibración adecuado se obtiene el esfuerzo.

computacionales. La metodología desarrollada para la realización de esta tesis está basada en el trabajo que el Dr. Pulos realizó [2][5][6][7] en probetas de PMMA bajo condiciones de fatiga.

El uso de imágenes digitalizadas para estudios de microfractura necesita de la conjunción de varios sistemas:

- Programa de captura de imágenes
- Sistema óptico
- Instrumentos y transductores

Dichos sistemas trabajan bajo el siguiente esquema:

1.- Un dispositivo tensionador somete una probeta compacta de fatiga al modo de carga I estableciendo una deformación constante por medio de tornillo micrométrico. Por tratarse de un material termoplástico el momento de inicio propagación puede ser establecido empíricamente evitando así el uso de un sistema de control adicional. De hecho, una probeta puede ser cargada sin que presente propagación y en el transcurso de algunos minutos se puede empezar a detectar movimiento de la punta de la grieta. Además, con cierta experiencia, es posible aplicar una carga que permita observar la propagación con una velocidad que no sobrepase las especificaciones límite de algunos de los sistemas (memoria, frecuencias de captura, área de observación del microscopio, etc).

2.- El dispositivo tensionador fue diseñado de tal forma que en su eje de tensión se encuentra una celda de carga que permite censar la fuerza aplicada. La celda esta conectada a un amplificador cuya salida es entregada a un multímetro programable. El multímetro en su momento es disparado a una frecuencia que es múltiplo de aquella con la que se realiza la captura de imágenes.

También se cuenta con un LVDT (transformador diferencial de variación lineal) para determinar el desplazamiento aplicado y un termómetro digital que se coloca lo mas cerca posible de la probeta.

3.- El dispositivo tensionador, con la probeta montada, es colocado bajo el microscopio óptico. Se realiza el enfoque utilizando campo oscuro (fondo oscuro y objetos brillantes) y se selecciona la escala pertinente.

4.- Alocular del microscopio se encuentra conectada una cámara de video. Ésta entrega una señal analógica a una tarjeta digitalizadora de imágenes la cual está instalada en un puerto de una PC. La tarjeta puede ser programada para establecer los parámetros de funcionamiento, entre los más importantes están la frecuencia de captura y el manejo de memoria.

5.- El establecimiento de los parámetros de captura, el disparo del multímetro y el inicio de **captura de imágenes** es manejado por medio de un programa de computadora. El programa **cumple varias funciones** que permiten el manejo de los recursos (memoria, disco, despliegue en un monitor adicional, etc.) y controla una estructura especial de archivos que **guarda los datos obtenidos**.

En la sección 2.2 serán descritos en detalle cada uno de los sistemas mencionados y **se establecerán** las especificaciones que cumplen.

### **2.1.2.2. Técnica de análisis de imágenes para obtener la velocidad.**

A lo largo del desarrollo del campo de la fractura se han implementado varias técnicas experimentales para obtener la velocidad de propagación de grieta. Específicamente, en estudios sobre termoplásticos se han empleado la reflexión óptica total y las cámaras de alta velocidad. En la realización de los experimentos objeto de esta tesis se optó por basar la metodología en el análisis de imágenes digitalizadas.

Para comprender las ventajas de este procedimiento y las posibles áreas de aplicación empezamos por definir las herramientas que se utilizan.

El objetivo final de la técnica es obtener una imagen digitalizada que sea fácilmente manipulable por medio de una computadora. Una imagen digitalizada es un arreglo de números enteros que toman valores entre un rango establecido de acuerdo a la intensidad luminosa del objeto observado ( normalmente de 0 - 255). Cada número al momento de ser desplegado en una pantalla es conocido como pixel y un conjunto de pixeles constituye lo que finalmente se observa como una imagen en un monitor. Como es lógico suponer, dependiendo de la cantidad de pixeles que se utilicen para representar una imagen se obtendrá una mejor definición, sin embargo, se utilizará más espacio de memoria<sup>27</sup>; al respecto se han establecido algunos estándares y los mas comunes son 640 x 480, 800 x 600 y 1024 x 720 (horizontal, vertical).

En una imagen digitalizada, utilizando los algoritmos convenientes, se pueden cuantificar objetos, realizar mediciones (usando el factor de escala adecuado), amplificar o reducir una zona específica, detectar patrones y mejorar la calidad visual por medio de filtros.

En especial para elaborar el algoritmo que nos permita obtener la velocidad de grieta necesitamos ser capaces de realizar dos operaciones:

- Poder establecer un origen al cual referir los vectores de posición y asignar puntos provisionales de referencia para cuando la grieta avanza mas allá de campo de visión del microscopio.
- Detectar la punta de la grieta.

con los datos obtenidos de estas manipulaciones básicas sólo resta aplicar el álgebra vectorial pertinente para calcular los vectores de posición y de velocidad correspondientes a cada tiempo. La velocidad y la aceleración se obtienen al derivar la función desplazamiento-tiempo.

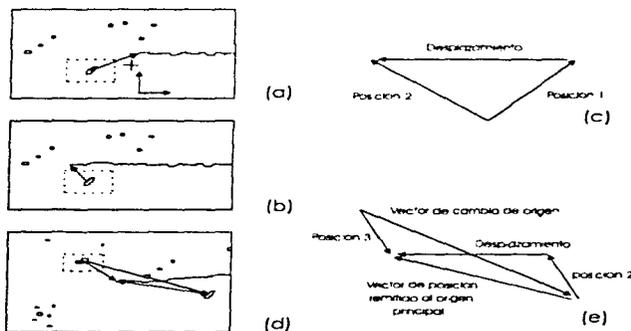
Las dos operaciones elementales se realizaron por medio de un programa que fue construido usando las funciones de los productos PV-WAVE bajo una plataforma Silicon Graphics. El requerimiento primordial para la ejecución del programa es que los objetos presentes en la imagen (la grieta y puntos aleatorios que la rodean) se distingan perfectamente del fondo (ésta es la razón por la cual se utiliza campo oscuro para la observación), por el momento, asumamos que esto se ha logrado.

---

<sup>27</sup> Suponiendo el experimento en el que se requerían 660 fotografías, al usar esta técnica en imágenes de 1024 x 720, se requeriría un dispositivo de almacenamiento con una capacidad de 490 Mb., es decir, alrededor de 0.5 Gb.

La selección del origen se realiza de manera completamente arbitraria; sin embargo, es recomendable observar varias veces la serie de imágenes que se pretende analizar para seleccionar el mejor punto. Con la intención de establecer un procedimiento congruente a lo largo del examen de datos, el origen se le asigna al centroide del objeto seleccionado. La punta de la grieta se localiza por medio de una interface semiautomática; el usuario debe de colocar el cursor en un punto debajo y delante de donde se encuentra la grieta; luego el programa hará un barrido hacia arriba y en dirección a la grieta, donde se detecta un cambio brusco de la intensidad se ha encontrado la punta. La secuencia descrita garantiza que, en principio, siempre será encontrada la punta; sin embargo, por causas difíciles de evaluar con anticipación el programa puede localizar un punto erróneo o barrer toda una zona sin encontrar nada. Para este último caso se implementó una localización completamente manual.

A continuación se presenta el algoritmo base para el cálculo de la velocidad de grieta (ver FIGURA 2.1.1.):



**FIGURA 2.1.1.** Metodología para el cálculo de la velocidad de la punta de la grieta.

- Se muestra una imagen a un tiempo 1. Obsérvese que el origen seleccionado se encierra en una ventana. Se muestra un cursor en la posición donde se inicia la búsqueda de la punta. Las flechas indican la dirección en la que se realiza el barrido de búsqueda.
- Se muestra la imagen a un tiempo 2. Se usa el mismo punto como origen.
- Se muestra como con ayuda del álgebra vectorial se determina el desplazamiento entre los tiempos 1 y 2.
- Se muestra la imagen a un tiempo 3. Se realiza un cambio de origen.
- Se muestra como es determinado el vector de posición cuando se ha cambiado de origen y finalmente se calcula el desplazamiento.

- 1.- Se inicializan variables auxiliares y se carga la imagen a la memoria.
- 2.- Se establece el origen en las coordenadas del centroide de un objeto cualquiera que el usuario selecciona encerrándolo en una ventana. Se visualiza en ampliificación el objeto elegido y se coloca el cursor en su centroide para verificación visual del usuario.
- 3.- Se solicita un punto inicial para la búsqueda de la punta de la grieta. Se realiza un barrido. Si se encuentra un cambio brusco de intensidad se asignan las coordenadas encontradas a la punta de la grieta y se realiza un acercamiento colocándose el cursor en el sitio encontrado para verificación del usuario. Si no se encuentra un cambio de intensidad y se ha barrido toda el área se le informa al usuario que no se encontró la punta.
- 4.- Si no se asignaron coordenadas a la punta de la grieta el usuario tiene la opción de localizarlas manualmente moviendo el cursor a través de la imagen.
- 5.- Se llenan las tablas con las componentes de los vectores de posición y de velocidad.
- 6.- Se realiza nuevamente la operación hasta terminar con todas las imágenes que compongan la serie.
- 7.- Se genera un archivo con las tablas obtenidas.
- 8.- Los cambios de origen, si llegan a presentarse, simplemente introducen un cambio acumulativo en los archivos finales. Esta modificación se realiza y de manera independiente al programa de detección.

La incertidumbre en el procedimiento para el cálculo de la velocidad es difícil de evaluar debido a que son muchos los factores que intervienen (condiciones de iluminación, claridad en la definición de la punta de la grieta, falta de robustez en la detección de objetos, etc.). No obstante, auxiliándonos de los resultados intermedios reportados por la interface semiautomática y con base en el uso constante del programa se puede decir que la localización de la punta de la grieta, en su caso más extremo, tiene una incertidumbre de  $\pm 2$  pixeles (3 micras). Dicha incertidumbre es consistente con el ruido que se puede observar en las gráficas que se mostrarán en la sección de resultados.

Hasta el momento se ha dado por hecho que ya se cuenta con una serie de imágenes capturadas durante la propagación de la grieta en una probeta, el papel de dicha captura le corresponde a un programa especialmente diseñado para tal función el cual es descrito en la sección 2.2.1. La importancia del programa de captura radica en que a través de él se establece la frecuencia de muestreo y de ella depende la velocidad máxima que podremos detectar (ver características técnicas de la tarjeta de adquisición de imágenes en el apéndice). Por fortuna no estamos interesados en rangos de velocidad altos. Es más, la presencia de la carga cuasiestática y el comportamiento viscoelástico garantizan velocidades de propagación de unas cuantas micras por segundo (1-100). En realidad, el valor específico de la velocidad de propagación no es un dato que nos interese; más bien deseamos cualificar y cuantificar la forma (modo continuo o discontinuo) en la que se desarrolla la propagación. Por otro lado, el dispositivo experimental no cuenta con un sistema que permita seguir la grieta confiablemente una vez que se ha salido del campo de observación del microscopio (situación que fácilmente ocurre en un régimen de velocidad alto); cuando se presentó este caso se realizó un ajuste manual del campo de observación<sup>28</sup>.

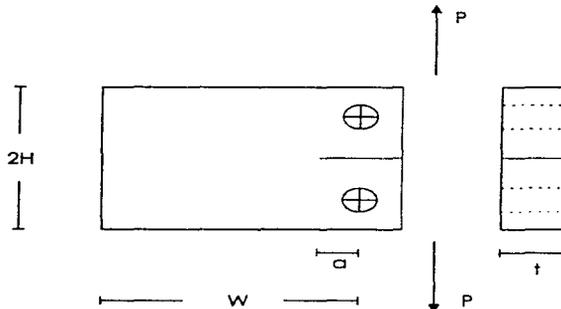
<sup>28</sup> No obstante que los experimentos se realizaron bajo un régimen de baja velocidad, en ocasiones la grieta se salió del campo de observación y no se pudo establecer un origen común para los cuadros contiguos de la secuencia capturada. Dichos datos tuvieron que ser descartados.

Con el objeto de establecer la frecuencia de captura se tuvo que suponer una velocidad de propagación; ésta junto con las limitantes de memoria, amplificación del microscopio y tamaño de la imagen utilizada (640 x 480) permitieron determinar los parámetros experimentales a emplear.

Se supuso inicialmente una propagación de 1 micras/s y una frecuencia de captura de 1 imagen por segundo. Con dichos valores la grieta recorrería toda la pantalla ( campo de observación) en 10.6 min. y se requería una memoria de 196 Mb. Aunque sería deseable observar la probeta el mayor tiempo posible, los requerimientos de memoria superan con mucho la disponible (la tarjeta de adquisición de imágenes cuenta con 8 Mb.). Para compaginar lo deseable con los recursos instalados se recurrió a dos métodos. Primero, es posible guardar en memoria tan sólo una sección del total de la imagen (esta tarea es realizada por el programa de captura). Segundo, podemos disminuir el tiempo de exposición para luego realizar un volcado íntegro de la memoria a un dispositivo de almacenamiento secundario; con esta operación se dejan disponibles los recursos para capturar mas imágenes, sin embargo, se introducen intervalos en los cuales no se tiene información. Bajo este esquema se obtienen varios conjuntos de datos que posteriormente pueden ser conectados si existe un origen común entre los cuadros iniciales y finales de cada uno y si se conoce el tiempo transcurrido entre ellos.

### 2.1.2.3. La probeta.

En la realización de los experimentos se usaron probetas compactas para estudios de fractura. La geometría y los parámetros de la probeta se muestran en la FIGURA 2.1.2.



**FIGURA 2.1.2.** Probeta compacta de fractura. Los parámetros son: ancho ( $2H$ ), largo ( $W$ ), longitud de grieta ( $a$ ) y espesor ( $t$ ).  $P$  es la fuerza aplicada que se distribuye simétricamente.

Existe dos relaciones importantes que se obtienen de las dimensiones de la probeta. Primero,  $a/W$  que nos indica el porcentaje del espécimen que se ha fracturado. Segundo,

$h/W$  cuyo valor modifica el cálculo del factor de intensidad de esfuerzo; en todos los experimentos realizados se tuvo  $h/W = 0.4$

El factor de intensidad de esfuerzo para el modo de carga I se obtiene por medio de la siguiente expresión (se asume que la propagación es completamente recta) [8]:

$$K_I = \frac{P}{t \sqrt{W}} f\left(\frac{a}{W}, \frac{h}{W}\right) \quad (2.1-1)$$

$f(a/W, h/W)$  para las probetas con la geometría mostrada, con la relación  $h/W = 0.4$  y  $a/W$  de 0 a 0.7 está dada por el siguiente polinomio [9]:

$$\frac{\left(2 \left(2 + \frac{a}{W}\right) (0.7485) - 4.75966 \frac{a^4}{W^4} + 12.8839 \frac{a^3}{W^3} - 11.4355 \frac{a^2}{W^2} + 3.2272 \frac{a}{W}\right)}{\left(1 - \frac{a}{W}\right)^{\frac{3}{2}}} \quad (2.1-2)$$

Lo establecido respecto a la probeta es válido independientemente del material del que esté construida. Para nuestros fines se seleccionó el polimetil-metacrilato (PMMA) por ser un termoplástico transparente representativo y cuyas "crazes" han sido analizadas y hasta cierto punto caracterizadas. La fractura del PMMA se estudia usando los principios que han sido presentados en la sección 1.3. Algunas características adicionales del PMMA se presentan en el apéndice.

Antes de poder usar la probeta para el experimento se le tuvieron que realizar dos operaciones de acondicionamiento:

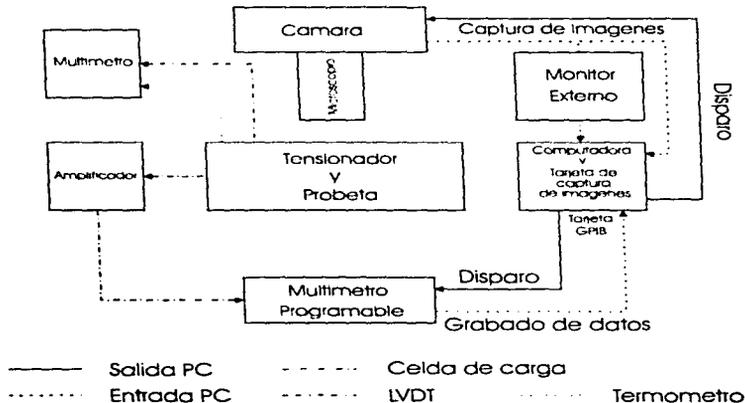
- Generación de una grieta. Con una guillotina, cuya navaja es colocada en la ranura inicial que tiene la probeta, se aplica una carga de impacto y se genera la grieta. Idealmente se busca que el perfil producido sea lo más uniforme posible, sin embargo, la cantidad de factores que intervienen no siempre permite lograrlo. Para eliminar los efectos iniciales de la generación, antes de realizar cualquier experimento, la grieta es propagada unos milímetros bajo condiciones cuasiestáticas.
- Debido a que el PMMA es transparente, lo cual permite realizar interferometría óptica, el enfoque sobre la superficie de propagación resulta difícil. Para subsanar este problema, en la superficie de observación se coloca una película de aluminio por evaporación. Esta capa permite enfocar sobre un solo plano.

## REFERENCIAS 2.1

- [1] Döll, Walter, Könczöl, L. y Schinker, M.G. "Size and mechanical properties of craze zones at propagating crack tips in poly(methylmethacrylate) during fatigue loading". Polymer. 1983, Vol 24, Septiembre. Pág 1213-1219.
- [2] Pulos, Guillermo C. y Knauss Wolfgang G., "Nonsteady crack and craze behavior in PMMA under cyclical loading: II. Effect of load history on growth rate and fracture morphology", Report SM 96-11, California Institute of technology, Mayo, 1996.
- [3] Döll, W. "Fracture testing of brittle polymers". Pág. 257-290. Fracture of non metallic materials, Procc 5<sup>th</sup> Advances Seminar on fracture mechanics. Espra Italia, 14-18 Octubre 1985. Editorial Klaus P. Herrmann., D. Reidel Publishing Co.
- [4] Döll, W. "Fractography and failure mechanisms of amorphous thermoplastics". Pág. 387-435. Fractography and failure mechanisms of polymers and composites. De. Anne C. Roulin-Moloney. Elsevier Applied Science. New York 1989.
- [5] Pulos, G.C. y Knauss, W.G. "Nonsteady crack and craze behavior in PMMA under cyclical loading: I. Experimental preliminaries," Report SM 96-9, California Institute of Technology, Mayo, 1996.
- [6] Pulos, G.C. and Knauss, W.G., "Nonsteady crack and craze behavior in PMMA under cyclical loading: III. Effect of load history on cohesive forces distribution of the craze", Report SM 96-11. California Institute of technology, Julio 1996.
- [7] Pulos, Guillermo C. "Constant stress intensity factors through closed-loop control". International journal of fracture. 63, 1993. Pág 101-112.
- [8] Anderson, T.L. Fracture mechanics. Fundamentals and applications. United States of America 1991. CRC Press Inc. Pág 793.
- [9] Swrale, J.E. y Gross B. "Engineering Fracture Mechanics". 4, 587-589, 1972.

## 2.2. SISTEMAS DE ADQUISICION DE DATOS E IMÁGENES.

En la FIGURA 2.2.1 se muestra el diagrama de bloques del montaje experimental; los sistemas que lo constituyen son tres: programa de captura de imágenes, sistema óptico y sistema de instrumentos y transductores. A continuación se describen las características de cada uno de ellos.



**FIGURA 2.2.1.** Diagrama de bloques del montaje experimental.

### 2.2.1. Programa de Captura de Imágenes.

La función del programa es la de realizar todas las operaciones necesarias para obtener una serie de imágenes digitalizadas a partir de las cuales se pueda calcular la velocidad de propagación por medio de la técnica descrita en la sección 2.1.2.2.

El programa se basa en una tarjeta de adquisición de imágenes (DT-3852, Data Translation Inc.) que funciona en una computadora personal 486. Se seleccionó como ambiente de trabajo el MS-DOS y se usó el lenguaje de programación "C" para codificar en su totalidad los algoritmos desarrollados especialmente para este experimento. El paradigma computacional bajo el cual se diseñó el software fue el de la programación descendente.

Debido a que se pretendía que el programa realizará más operaciones de las estrictamente necesarias para la realización de los experimentos, el código final cuenta con algunas subrutinas que no fueron usadas y por lo tanto sólo se mencionarán con fines explicativos. El énfasis será puesto en la descripción de los procedimientos claves para la práctica experimental.

En seguida se hace breve una descripción de las funciones principales del programa.

### **2.2.1.1. Requisitos del programa de captura de imágenes.**

Para exponer más claramente la estructura del programa sea han subdividido en tres grupos al conjuntos de requisitos que cumple: funcionales, de bases de datos y no funcionales. Los dos primeros estuvieron totalmente gobernados por los problemas que tenían que ser solventados para realizar el experimento; el último tiene que ver con las restricciones que impone el ambiente de trabajo escogido

#### **2.2.1.1.1. Requisitos funcionales**

Entendemos como requisitos funcionales a aquellos servicios que el usuario espera del sistema. En nuestro caso tenemos los siguientes:

■ De archivos. El programa da soporte en todos los aspectos referentes a archivos:

- 1.- Se controlan la unidad de disco y el subdirectorío activos
- 2.- Se pueden manejar (leer y escribir) tres tipos diferentes de archivos: de imágenes, de configuración de parámetros y de control del "falso" color. Se generan archivos de imágenes en diferentes formatos (se usa aquél que se ajuste más a las necesidades del problema a atacar), pero sólo puede ser leído aquél que identificaremos como "archivo con estructura".

■ De configuración. Se aprovechan las características de la tarjeta de adquisición que permiten programar los parámetros de digitalización y de despliegue de imágenes (en general del hardware disponible). La mayor parte del procedimiento de digitalización puede, de alguna manera, ser controlado modificando los parámetros que por se establecen por omisión (ver características de la tarjeta en el apéndice). Es de singular importancia recalcar que el valor más importante a establecer para la obtención de datos en nuestro experimento es la frecuencia de adquisición, debido a las características del hardware, es posible seleccionar ésta dentro de un rango de sólo 0 - 20 MHz.

■ De captura. Otro de los requerimientos clave, además de la frecuencia de captura, es la forma en la que se realiza la adquisición. El programa se habilitó para realizar cuatro tipos diferentes de adquisiciones, en todos ellos el disparo puede hacerse vía software o vía hardware y la frecuencia de captura puede ser programada:

- 1.- Modo simple. Captura sólo una imagen. Este tipo de captura fue usado en la generación del mapa de la superficie de fractura que se muestra en la sección de resultados.
- 2.- Modo de secuencia. Captura una serie de imágenes de igual número de píxeles (el tamaño de la imagen lo selecciona el usuario) controlando el tiempo que se deja pasar entre cada cuadro. Este modo es el utilizado a lo largo de todos los experimentos.
- 3.- Modo "Passthru". Captura un número no determinado de imágenes y las despliega, a intervalos controlados, en el monitor externo.
- 4.- Modo por regiones. Este tipo es una variante de la captura simple y permite seleccionar secciones dentro del rango total de captura (640 x 480 píxeles).

### 2.2.1.1.2. Requisitos de bases de datos.

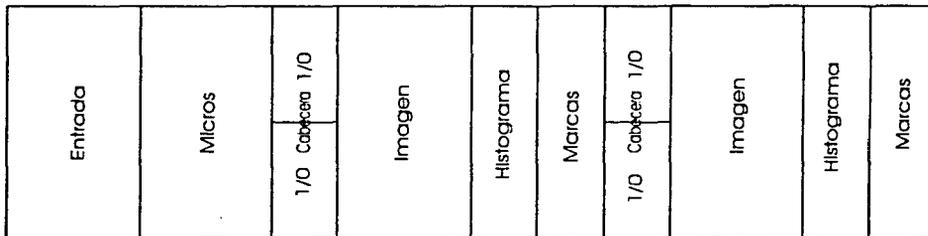
Al momento de determinar el formato en el que los resultados iban a ser obtenidos se vio la conveniencia de definir 2 tipos de archivos de imágenes.

1.- Se puede generar un archivo que sólo contiene los valores digitalizados de la imagen; su tamaño en bits es igual al total de pixeles que la componen. Este formato es muy conveniente cuando se desea realizar operaciones estadísticas o de filtrado, pero sólo puede contener una imagen y no provee de información adicional.

2.- El programa puede entregar como resultado un archivo mas complejo que contiene la siguiente información:

- Una cabecera de datos generales del experimento y el número de imágenes contenidas (el programa asume que no existe número limite y por lo tanto el usuario sólo debe restringirse a la capacidad de sus dispositivos de almacenamiento secundario y a la cantidad de imágenes que sea posible capturar con el programa ).
- Una cabecera con las especificaciones del sistema óptico utilizado.
- Las imágenes de una serie junto con los histogramas, si ha sido calculado, y las coordenadas de las marcas que el usuario haya querido colocar sobre las ellas.

En la FIGURA 2.2.2. se muestra esquemáticamente la estructura del archivo del segundo tipo. Las series de imágenes sólo pueden ser capturadas utilizando este formato de archivo ("archivo con estructura") y por lo tanto todo el programa asume el uso de esta modalidad.



**FIGURA 2.2.2.** Distribución física del archivo con estructura.

### 2.2.1.1.3. Requisitos no funcionales.

- De visualización. Siendo el objetivo del programa la obtención de imágenes, se requirió de la programación de varias operaciones que permitieran el despliegue final bajo condiciones controladas. Estas opciones no fueron indispensables pero proporcionan herramientas básicas para la manipulación tales como desactivado del despliegue, desplazamiento de ventana de visualización, amplificación de una imagen (o de una región de ella) con un factor de escala variable y características de empalmado.
- De memoria. Las aplicaciones de imágenes digitalizadas son por excelencia grandes consumidoras de memoria. La infraestructura de cómputo disponible durante la captura de imágenes consistió en 16 Mb. instalados en la PC y 8 Mb (de propósito general) en la tarjeta de adquisición. Desgraciadamente, debido a la arquitectura del microprocesador de la PC, el acceso a la memoria no convencional dista mucho de ser de fácil operación<sup>29</sup> y por lo tanto se tuvo que programar considerando únicamente los 640 Kb. convencionales para el segmento de datos, el segmento del código y para las operaciones y resultados intermedios del programa. Debido a esta limitante de memoria se optó por utilizar preferentemente variables dinámicas que se contraen o expanden a medida que se requieren, pero que necesitan una codificación mas complicada y escrupulosa para evitar problemas como la fragmentación (segmentos de memoria inaccesibles) o pérdida de información. El programa también controla (adquiere y libera de forma consistente) la memoria de la tarjeta. La memoria de la tarjeta se encuentra subdividida en cuatro "buffers" de diferente capacidad que tienen asignadas tareas específicas, a continuación se enumeran:

1.- Memoria de propósito general ( 8 Megabytes). Alberga todos los resultados intermedios de las operaciones realizadas sobre las imágenes. Durante el experimento sirvió como receptora de las imágenes que conformaban la serie capturada.

2.- Memoria de adquisición ( 1 Megabyte). Esta memoria no fue programada. La tarjeta la utiliza internamente sin necesidad de intervención del usuario para implementar la captura de los modo simple y por región.

3.- Memoria de despliegue ( 1 Megabyte ). Todo lo que se despliega en el monitor tiene asociado una región en la memoria; ésta es conocida como memoria o buffer de despliegue. Todo lo que es colocado en el buffer de despliegue inmediatamente es transmitido al monitor; esta técnica de procesamiento es la más veloz para la visualización de imágenes. La escritura directa sobre la memoria tiene la desventaja de que es necesario conocer las direcciones a acceder explícitamente, no obstante, se seleccionó esta metodología para controlar las operaciones de entrada/salida de todos los tipos de "buffer".

Debido a la resolución con la que se trabajo (640 x 480), se cuenta con dos pantallas de visualización (sólo una es la activa) que pueden ser prendidas o apagadas mientras se realizan operaciones de escritura sobre ellas.

---

<sup>29</sup> La forma de acceder más allá de los 640 Kb requiere del uso de memorias expandidas, extendidas o compiladores del tipo DOS-extender. Las primeras implican el desarrollo de código en ensamblador y uso de interrupciones al sistema operativo, la segunda es una utilería que no se proporciona junto con el compilador standard por lo que debe de ser comprada a un costo similar al de este.

4.- Memoria de empalmado (0.5 Megabytes) . Este tipo de "buffer" posibilita la visualización de una imagen, un texto o una leyenda encimada a la imagen principal sin modificar el contenido de la memoria de despliegue. Cuando se desean colocar marcas sobre la imagen se utiliza esta opción y el archivo con estructura es capaz de guardar las coordenadas para un uso y visualización posterior.

■ De interface. Como el objetivo no era obtener un producto completamente comercial, se definió una interface que, aunque rudimentaria, permitiera la operación de una manera consistente. Se siguieron varias líneas en la programación de la interface:

- 1.- La presentación de las opciones es en forma de menú de cascada.
- 2.- El manejo de las opciones es sólo por teclado. No existe soporte para ratón o teclado abreviado.
- 3.- El ratón puede ser utilizado cuando se desea marcar o seleccionar una región de la pantalla.
- 4.- La entrada de datos se realiza por medio de cajas de diálogo en las cuales se puede navegar por medio de las teclas del cursor.
- 5.- La pulsación de la tecla "RETURN" en las cajas de diálogo asigna los valores por omisión.
- 6.- La tecla "ESC" regresa al paso anterior sin modificar ninguno de los valores a los que se accedieron.
- 7.- La manipulación de errores se contempla considerando que sólo pueden ser generados por dos causas. Primero, por un error en los procesos inherentes a la tarjeta (paso de parámetros equivocados). Segundo, por un error durante la ejecución del programa tales como memoria insuficiente, directorios no válidos, nombres de archivos inadecuados, etc.

La generación de cualquier error es informada al usuario dependiendo de su origen; si se genera en la tarjeta se intercepta el código de error y se imprime para sea consultada la referencia indicada. Si se genera durante la ejecución, el programa despliega un mensaje informativo acerca de la dificultad encontrada.

Es importante mencionar que en ningún momento se detiene la ejecución y que si un error no permite la terminación de una tarea el programa se encarga de dejar disponibles nuevamente todos los recursos.

#### **2.2.1.2. Especificaciones de diseño.**

Dado que el espectro de aplicación del programa no se limitó a las necesidades que debían ser satisfechas para la realización del experimento, el código final contiene muchas más operaciones y resolvió más problemas de los que en esta tesis es pertinente mencionar. A continuación sólo se detalla dos rubros: la abstracción de datos y las especificaciones operacionales.

### 2.2.1.2.1 Abstracción de datos.

En la definición de requisitos de archivos se mencionó que era necesario que el programa manipulara uno con cierto contenido especial de información y se mostró, de manera esquemática, la configuración deseada en la FIGURA 2.2.2. Evidentemente, dicha concepción de la estructura del archivo<sup>30</sup> es de muy alto nivel; en esta sección ahondaremos en los medios computacionales para conseguir lo que ahí se planteó.

Se debe notar que la estructura deseada condicionó muchas de las formas de manejo de memoria, por lo tanto, existe una relación directa entre la estructura física del archivo y su representación en ésta. El manejo del archivo involucra tanto la memoria en la PC como aquella disponible en la tarjeta.

Para diseñar una estructura de datos que soportara las exigencias de la aplicación el primer paso fue definir con exactitud la información que debía contener el archivo con estructura. Se determinó que los datos necesarios eran los siguientes:

- 1.- Datos generales acerca del experimento: fecha y hora de realización, número de probeta, número de imágenes, tamaño de la imagen en pixeles y los desplazamientos en X y Y con que se realizó la captura.
- 2.- Datos del microscopio: identificador de la cámara empleada, lentes usados, tipo de iluminación utilizada, color del filtro utilizado, tamaño del pixel y los desplazamientos y rotaciones sobre los tres ejes con los que haya sido colocada la muestra a partir de un origen determinado.
- 3.- La imagen digitalizada.
- 4.- El histograma de intensidades de la imagen.
- 5.- Las coordenadas de las marcas que el usuario desee colocar sobre la imagen.

Toda la información se organizó con base en campos y registros<sup>31</sup>. Se optó por generar un archivo con tres registros básicos de los cuales el último se repite la cantidad de veces que sea necesario para contener las imágenes de la serie. A continuación se describen los tres registros y se muestra la codificación en "C".

- 1.- Registro de datos de entrada. Es un registro de longitud constante que contiene 11 campos estáticos definidos de la siguiente manera:

---

<sup>30</sup> Es pertinente mencionar que, en rigor, se le denomina estructura de archivo a la organización impuesta a un archivo para facilitar su procesamiento [1].

<sup>31</sup> Un campo es la unidad de información lógicamente significativa mas pequeña en un archivo. Un campo es una idea lógica, una herramienta conceptual. Un registro puede definirse como un conjunto de campos agrupados bajo la perspectiva de un archivo de nivel mas alto de organización [1].

```

struct datos_entrada
{
float clave;
char fecha[8];
char hora[5];
int n_probeta;
int n_img;
int lug_sec;
int tamx;
int tamy;
int desplazax;
int desplazay;
int bit_pixel;
};

```

2.- Registro de datos del microscopio. Es un registro de longitud constante que contiene 15 campos estáticos definidos de la siguiente manera:

```

struct microscopio
{
int camara;
int objetivo;
int lente_intermedio;
int campo;
int epi;
int dial;
int color_filtro;
int luz_externa;
float tam_pix;
int x;
int y;
int z;
int pitch;
int roll;
int yaw;
};

```

3.- Registro de contenido de imágenes, histograma y marcas. Es un registro de longitud variable que contiene 4 campos dinámicos definidos de la siguiente manera ( el símbolo "\*" indica que la variable es un apuntador<sup>32</sup> ).

<sup>32</sup> Se le llama apuntador a aquel tipo de dato cuyo contenido es la dirección en la memoria de otra variable.

```

struct principal
{
struct cabeza *(*tabla_cabeza); /*campo cabecera*/
long *tabla_imagenes;
u_long *(*tabla_histograma);
struct lista_marcas *(*tabla_marcas);
};

```

los tipos struct cabeza y struct lista\_marcas se definen como sigue

```

struct cabeza
{
int hist;
int n_marcas;
};

```

```

struct lista_marcas
{
struct lista_marcas *adelante;
int x;
int y;
int color;
int num;
};

```

finalmente la estructura del archivo queda definida como sigue:

```

struct archivo_img
{
struct datos_entrada entrada;
struct microscopio micros;
struct principal datos;
};

```

La forma en la que esta estructura del archivo es carga en la memoria usando una estructura de datos compleja se esquematiza en la FIGURA 2.2.3. y se describe a continuación.

- 1.- En la memoria de la PC se define un arreglo dinámico tipo struct archivo\_imagen. Su tamaño es igual al número máximo de series que se quieren manejar (1).
- 2.- Los registros entrada y micros son cargados directamente del archivo (2).
- 3.- En la memoria de la PC se generan 4 arreglos dinámicos (tabla\_cabeza, tabla\_imágenes, tabla\_histograma y tabla\_marcas) cuyo tamaño es igual al número de imágenes en la serie y

que tienen por función contener las direcciones de otras variables. Todas las casillas de estos arreglos son inicializadas con el apuntador nulo (NULL).

4.- El llenado de las tablas de datos se realiza siguiendo el orden físico del archivo, se lee la cabecera correspondiente a la primera imagen y se adquiere una estructura del tipo adecuado (struct\_cabeza); en ella son colocados los valores que indican la existencia o ausencia de histograma y/o marcas (3). El arreglo tabla\_cabeza contendrá la dirección de acceso a la estructura de cabecera de cada una de las imágenes.

5.- Se lee la imagen digitalizada y se coloca en la memoria de propósito general de la tarjeta. La tabla de imágenes es alimentada con la dirección donde fue colocada (4).

6.- Si en la cabecera se indicaba la presencia del histograma, se obtiene un arreglo dinámico para contenerlo y su dirección de acceso se asigna a la casilla correspondiente en la tabla de histogramas (5).

7.- Si en la cabecera se indicaba la presencia de marcas se genera una lista ligada<sup>33</sup> del tamaño necesario y se almacenan los datos de cada una de ellas. Es pertinente mencionar que en este caso no se utilizó un arreglo dinámico debido a que se contempló la posibilidad de agregar más marcas. La operación de adición de datos usando una lista ligada se limita a la obtención de un nuevo nodo; la única restricción para una lista ligada es la memoria disponible.

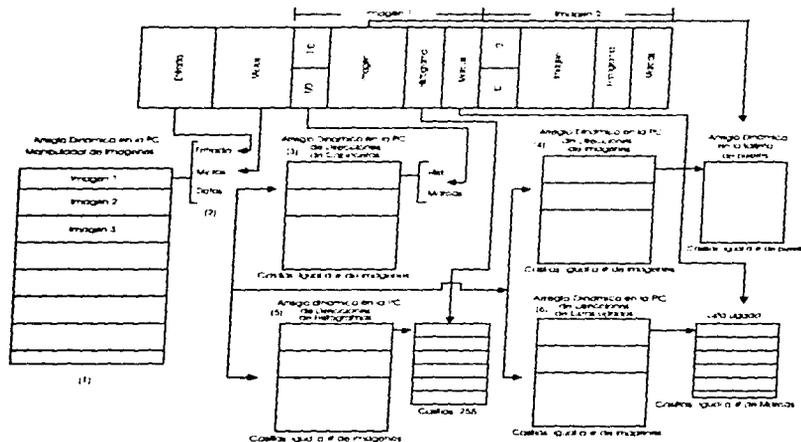
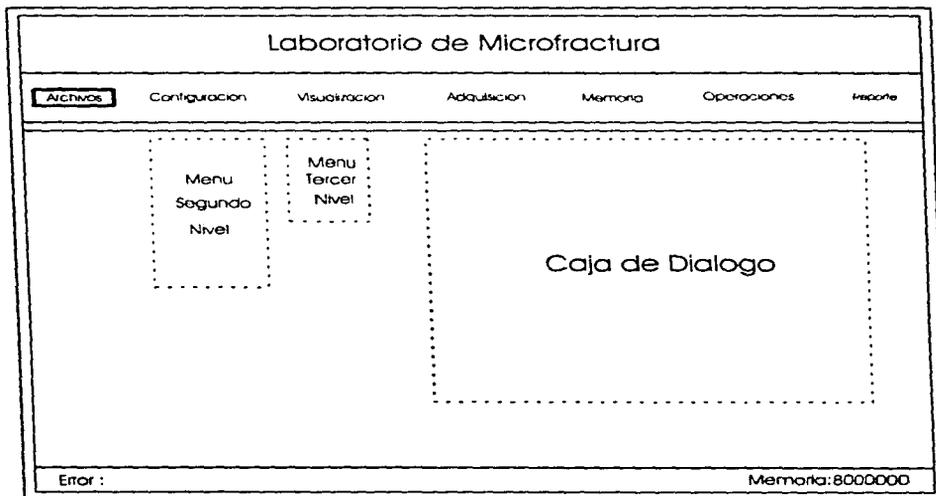


FIGURA 2.2.3. Estructura del archivo y su manejo en la memoria.

<sup>33</sup> Se le denomina lista ligada a la estructura de datos dinámica constituida por nodos cuya característica principal es que cada nodo contiene la dirección del siguiente. Dicha particularidad permite realizar un recorrido a todo lo largo de la lista (de principio a fin). Aquellas listas en las que se puede recorrer en ambas direcciones se denominan listas doblemente ligadas.

### 2.2.1.2.2. Especificaciones operacionales.

La distribución final del programa quedó definida en 7 opciones principales (ver FIGURA 2.2.4): archivos, configuración, visualización, adquisición, memoria, operaciones y reporte. La explicación detallada de las técnicas de manejo de información y de manipulación de los dispositivos se encuentra fuera de los objetivos del este trabajo de tesis, sin embargo, a continuación se esbozan algunos principios de funcionamiento. Únicamente en aquellas opciones intimamente relacionadas con la realización del experimento se presenta y una descripción minuciosa.



**FIGURA 2.2.4.** Pantalla del programa de captura de imágenes. Las líneas punteadas ejemplifican la forma en la que se despliegan las subopciones cuando se accede a ellas.

1.- Archivos. Esta formada por 4 subopciones:

- Abrir. Abre tres tipos de archivos:

(a) De imágenes con estructura (extensión ".IMG"). El archivo es cargado en la memoria usando el procedimiento descrito en la sección de abstracción de datos.

(b) De inicialización de parámetros de la tarjeta (extensión ".FMT"). Se emplea en aquellos casos en los que se desea modificar los valores por omisión utilizando un patrón personalizado. La operación se realiza alterando una estructura conocida como fmt que será descrita en la opción de configuración. (c) De "falso color" (extensión ".LUT"). Carga la tabla que asigna a cada intensidad de la imagen (en tonos de grises) un color definido por la combinación del rojo, verde y azul (RGB).

En todos los casos los nombres de los archivos de la extensión indicada alimentan una lista doblemente ligada y son desplegados en una ventana para que el usuario seleccione el deseado. La operación se realiza oprimiendo las teclas del cursor y el "enter".

■ **Salvar.** Graba dos tipos de archivos:

(a) De imágenes. Graba en disco y en código binario cualquier imagen, con o sin estructura, sin importar en que buffer de la tarjeta se encuentre. Cuando se trata de un "archivo con estructura" se genera la configuración física que se mostró en la FIGURA 2.2.3. A las imágenes se les asigna la extensión ".IMG".

(b) De inicialización de parámetros. Graba los datos contenidos en una estructura fmt en disco y en código binario.

■ **Directorio.** Establece el directorio activo.

■ **Unidad.** Establece la unidad de disco activa.

**2.- Configuración.** Esta opción controla todos los parámetros del hardware involucrados en la digitalización. Se encuentra formada por 7 subopciones:

■ **Resetear.** Tiene dos subopciones:

(a) Inicializa todos los parámetros a los valores por omisión.

(b) Limpia el despliegue en el monitor.

■ **FMT.** Limita los siguientes rubros en el digitalizado: el pixel de inicio de digitalización en una línea, el pixel de fin de digitalización, el incremento entre pixeles a digitalizar, el rango y el incremento de conversión análogo - digital y el inicio, fin e incremento de las líneas a ser capturadas. Los campos de la estructura fmt son los siguientes:

```

{
u_short int hfmt_digitize_s;
u_short int hfmt_digitize_e;
u_short int hfmt_digitize_inc;
u_short int hfmt_ad_zero_s;
u_short int hfmt_ad_zero_e;
u_short int hfmt_ad_zero_inc;
u_short int hfmt_ad_clamp_s;
u_short int hfmt_ad_clamp_e;
u_short int hfmt_ad_clamp_inc;
u_short int vfmt_digitize_s;
u_short int vfmt_digitize_e;
u_short int vfmt_digitize_inc;
};

```

- **Sync\_FMT.** Modifica los valores de la estructura SYNC\_FMT que controla las posiciones claves del pulso de sincronización y consta de los siguientes campos:

```

{
hfmt_sync_rst_percent;
hfmt_sync_ins_percent;
vfmt_sync_rst_percent;
vfmt_sync_ins_percent;
};

```

- **IMG\_ACQ\_SETUP.** Modifica los valores de la estructura img\_acq\_setup que controla los parámetros del sistema de adquisición. Sus campos determinan cuando iniciar la adquisición del video, el modo de video de entrada y con que reloj se sincronizará la captura (interno o externo). Los campos que contiene son los siguientes:

```

{
start_field;
img_acq_mode;
invert_ext_clk;
invert_line_sync;
invert_frame_sync;
clock_mode;
};

```

- **Frecuencias.** Establece la frecuencia de despliegue (1-65MHz) y de captura (0-20 MHz) con las que va a trabajar la tarjeta. El usuario debe verificar que las frecuencias de los relojes interno y externo no entren en conflicto con las frecuencias de muestreo vertical y horizontal.
- **Canal.** Selecciona el canal por medio del cual se va a realizar la captura.

- **Pixel transparente.** Selecciona el valor de una intensidad que no va a ser desplegada.

3.- **Visualización.** Con esta opción se controla la forma en la que se va a visualizar la imagen en el monitor externo. Se encuentra formada por 6 opciones:

- **Despliegue.** Activa y desactiva el despliegue.
- **ZPS.** Realiza modificaciones en la forma en la que se visualiza la imagen. Se puede especificar un acercamiento y mover horizontal y/o verticalmente la imagen (estas operaciones comúnmente se conocen como "zoom", "pan" y "scroll").
- **Zoom.** Realiza un zoom de cualquier región de la imagen con un rango de amplificación mas amplio que en ZPS.
- **A/D.** Establece valores de los parámetros de conversión análogo/digital para la visualización (video). Determina que tipo de filtro usar para remover información cromática de la señal de entrada, especifica la ganancia de la señal de entrada, introduce un desplazamiento (offset) a la señal, define el rango de valores para la conversión análogo - digital estableciendo el limite superior e inferior de la señal que puede ser digitalizada. Las modificaciones se realizan por medio de la estructura de datos A2D compuesta por los siguientes campos:

```
{  
  u_short int notch;  
  u_short int gain ;  
  u_short int zero;  
  u_short int ref;  
  u_short int sync_level;  
};
```

- **LUT.** Manipula las tablas del "falso" color. Tiene 2 subopciones:

- (a) **Modifica.** Permite alterar manualmente el color asignado a una intensidad.
- (b) **Grafica.** Muestra en el monitor externo las gráficas de las tablas color - intensidad dibujando tres curvas, una para el rojo, otra para el verde y la última para el azul.

- **Overlay.** Habilita la opción de empalmado de imagen.

4.- **Adquisición.** En esta opción se implementan las cuatro formas de adquisición de imágenes. Se cuenta con 6 subopciones:

- **"Passthru"** . Implementa el modo "passthru" descrito en la definición de requisitos funcionales.
- **Simple.** Adquiere una sola imagen. Se utiliza el siguiente procedimiento:

- (a) Se piden los siguientes datos: Columna y renglón de inicio de captura (en pixeles), ancho y largo de la imagen (en pixeles).
  - (b) Se adquiere un buffer del tamaño necesario para contener a la imagen por capturar. La subrutina de asignación de buffers se encarga de determinar si existe la memoria suficiente.
  - (c) Se captura la imagen. Si existe un error de la tarjeta se informa por medio del código correspondiente.
  - (d) Se genera una estructura de archivo para contener a la nueva imagen considerándola como una serie que sólo tiene un cuadro. El arreglo dinámico que contiene a las series es actualizado. Los datos del campo entrada (ver struct archivo\_img) son calculados automáticamente.
  - (e) Se verifica que toda la estructura haya sido cargada adecuadamente y en caso de error se informa que no existe la memoria suficiente para generarla.
- **Secuencia.** Aquí se encuentran todas las herramientas necesarias para generar una secuencia de imágenes. La opción cuenta con 4 subopciones:

- (a) Ver. Esta rutina se encarga de copiar, una a una y a tiempos establecidos, las imágenes consecutivas contenidas en el buffer de propósito general al buffer de despliegue.
- (b) Captura. Realiza la adquisición de una serie de imágenes usando el siguiente procedimiento:

- 1.- Se piden los siguientes datos: Columna y renglón de inicio de captura (en pixeles), ancho y largo de la imagen (en pixeles), número de imágenes a capturar y número de imágenes a dejar pasar (con este último dato es posible establecer un tiempo fijo y conocido entre cuadro y cuadro).
- 2.- Se adquiere la memoria necesaria para contener a todas las imágenes por medio de la subrutina de asignación de buffers. Si no hay memoria suficiente se informa al usuario y se aborta toda la operación.
- 3.- Se deja listo para ser disparado al multimetro programable (los detalles se dan en la sección 2.2.3) y la probeta es tensionada hasta iniciar su propagación.
- 4.- Se dispara el multimetro y se inicia la adquisición de la serie de imágenes. Es importante notar que a partir de este momento el control pasa totalmente a la tarjeta y el programa espera a que ésta salga del modo de captura para continuar con la ejecución.
- 5.- Si se detecta un error de configuración en la tarjeta o algún otro tipo de impedimento para realizar la captura se informa el código de error. El programa se encarga de que toda la memoria adquirida sea liberada evitando cualquier tipo de fragmentación.
- 6.- Si se capturan todas las imágenes exitosamente se informa al usuario y se termina la ejecución de la subrutina.

(c) Generar. Una vez que se cuenta con una serie de imágenes capturadas por medio de la opción anterior es necesario construirle la estructura de archivo para que en ella puedan ser colocados todos los datos del tipo struct archivo\_img. El procedimiento para elaborar la estructura es el siguiente:

- 1.- Se pide el número de buffer de inicio y fin de la serie.
- 2.- Se verifica que el arreglo que contiene a las series tenga espacio para contener a una nueva; si no es así se le informa al usuario y se termina la ejecución.
- 3.- En la memoria de la PC se obtiene todo el espacio necesario para contener a las tablas de la estructura. Si no hay memoria suficiente se le informa al usuario y se termina la ejecución.
- 4.- El programa se encarga de determinar automáticamente los valores del campo entrada (ver struct archivo\_img).
- 5.- Los valores correspondientes son cargados a las tablas asumiendo que no existe cálculo del histograma ni marcas.
- 6.- Finalmente se verifica la integridad de la estructura. Si existe un error se informa al usuario, se libera toda la memoria adquirida y se termina la operación sin realizar ninguna modificación a los datos existentes.

(c) Liberar. Esta opción se encarga de recobrar y dejar disponible el espacio de memoria que ocupa una serie de buffers contiguos.

- **Región.** Realiza el cuarto tipo de captura que consiste en la adquisición simple de una porción de la imagen disponible. La región se selecciona por medio del mouse indicando los dos extremos opuestos y en diagonal.
- **Disparador.** Habilita el inicio de la captura a través de un evento externo. La opción detecta una transición de bajo a alto voltaje en la terminal adecuada de la tarjeta y desencadena la adquisición.

5.- **Memoria.** Todas las operaciones relacionadas con la manipulación de la memoria se controlan desde aquí. Se cuenta con las siguientes 4 subopciones:

- **Asignación.** Esta opción se encarga de asignar los espacios de la memoria de propósito general de la tarjeta. Se pueden presentar dos casos. Primero, cuando el usuario desea adquirir un buffer manualmente. Segundo, cuando para la realización de una tarea el programa requiere memoria. En ambas circunstancias el programa está capacitado para responder adecuadamente. Por tratarse una opción de crucial importancia para los objetivos del experimento, se habilitaron las rutinas de detección de errores y de verificación de información pertinentes.
- **Liberar.** Recupera la memoria ocupada por un solo buffer.
- **Copiar.** Copia el contenido de un buffer a otro. Al igual que en asignación esta operación puede ser requerida por el usuario o por el programa.

- Manipulador. Despliega información referente al manejo de los buffers.

6.- Operaciones. Ejecuta algunas operaciones básicas para procesado de imágenes.

7.- Reporte. Imprime información respecto a los estados de la tarjeta.

### 2.2.2. Sistema Óptico.

La facilidad con la finalmente se pueden analizar los datos depende en gran medida de la calidad de las imágenes obtenidas. La calidad se refiere a tres aspectos primordiales:

- La facilidad para la identificación de la grieta.
- La facilidad con la que se puedan establecer puntos de referencia.
- La necesidad de que el pixel en la imagen mida apenas unas micras.

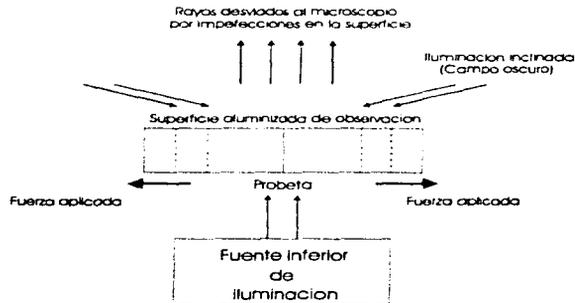
estos requerimientos de calidad en las imágenes se solventaron utilizando un sistema óptico especial que se describe en los apartados de esta sección.

#### 2.2.2.1. Técnica de observación.

La preocupación principal fue encontrar la forma de visualizar la grieta con un enfoque adecuado y en con una intensidad lo suficientemente contrastante respecto al fondo.

En un microscopio óptico la observación se puede realizar utilizando dos tipos de campos: el claro y el oscuro. Al comparar la calidad de dos imágenes obtenidas usando estos tipos de campos se optó por aquella en la que se utilizó el campo oscuro; la selección se puede comprender mejor si conocemos el modo en el que opera el campo oscuro.

En el campo oscuro la luz es dirigida por los costados de tal forma que las imperfecciones del plano de la superficie observación se visualizarán (ver FIGURA 2.2.5.).



**FIGURA 2.2.5.** Procedimiento experimental de iluminación (campo oscuro e iluminación inferior).

La mayor imperfección que se puede dar durante la fractura es precisamente la grieta propagándose pues separa en dos bloques a la probeta. La propagación modifica el plano de observación y hace rebotar los rayos de luz. No obstante, la mayor inconveniencia del campo oscuro es precisamente que el resto de la imagen se oscurece dificultando la detección de puntos de referencia.

Por fortuna, los objetos que sirven de referencia en el análisis pueden observarse aún usando el campo oscuro debido a dos factores:

- El aluminizado que se realiza sobre la probeta dista mucho de ser uniforme por lo que puede presentar secciones mas gruesas que otras e incluso pequeños agujeros indetectables a simple vista.
- Es posible colocar una fuente de iluminación adicional que dirija los rayos a la superficie paralela no enfocada de la probeta. Si se gradúa adecuadamente la intensidad no se anulará el efecto del campo oscuro.

Consecuentemente, es con una combinación de observación utilizando campo oscuro e iluminación inferior como se pueden contrastar los objetos de interés con respecto al fondo.

#### **2.2.2.2. Calibración.**

Tal como se ha descrito, el dispositivo experimental puede capturar las imágenes provenientes de la cámara montada en el microscopio; sin embargo, para realizar mediciones de longitud se requiere además conocer el tamaño del pixel. Obviamente el factor de escala del pixel tendrá que variar de acuerdo con la magnificación de los lentes usados; de hecho, conociendo el aumento de todos los lentes involucrados se puede determinar la longitud del tamaño que se observa en el ocular. Desgraciadamente la cámara no enfoca exactamente el área del ocular por lo que se utilizó otro método de calibración.

Con la pantalla del monitor externo encendida y con un el microscopio enfocado se coloca en la platina un patrón de longitud conocida; una vez que toda la pantalla ha sido abarcada se divide la longitud entre el número de pixeles de acuerdo a la resolución. Se utilizaron dos patrones: una hoja de papel milimétrico y un micrómetro. Con el conjunto de lentes usados el pixel medió 0.0015625 mm. Redondeando se consideró al pixel como si midiera 1.5 micras. Cabe notar que para un "craze" de 40 micras se necesitarían 27 pixeles.

#### **2.2.3. Instrumentos y Transductores.**

En la FIGURA 2.2.1. se mostró el montaje experimental por medio de un diagrama de bloques y a lo largo de las dos últimas secciones se ha descrito lo referente a los sistemas de computo y óptico, a continuación, solo resta explicar las cualidades del dispositivo tensionador y las de la instrumentación utilizada.

### 2.2.3.1. El dispositivo de tensión.

El objetivo de la máquina tensionadora es someter a una probeta compacta de fractura al modo de carga I. Con la finalidad de obtener datos útiles durante el proceso de carga se necesita dotar al aparato con transductores. El interés se centra en la obtención de dos valores: la carga aplicada y el desplazamiento impuesto.

Debido a las dimensiones de la probeta y a que es necesario colocarla debajo de un microscopio óptico se tuvo que desarrollar el artefacto tensionador especialmente para este experimento.

El diseño del tensionador se puede observar en la FIGURA 2.2.6. Se encuentra constituido por un soporte fijo a través del cual se pueden mover 2 ejes al enroscar un tornillo micrométrico. La probeta está sujeta por una pinza fija y por otra móvil; de esta forma al desplazar los ejes y moverse una de las pinzas la muestra es sometida a tensión.

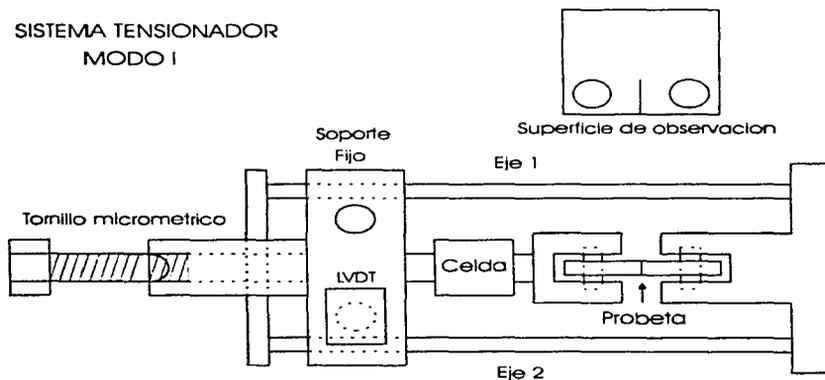


FIGURA 2.2.6. Dispositivo tensionador.

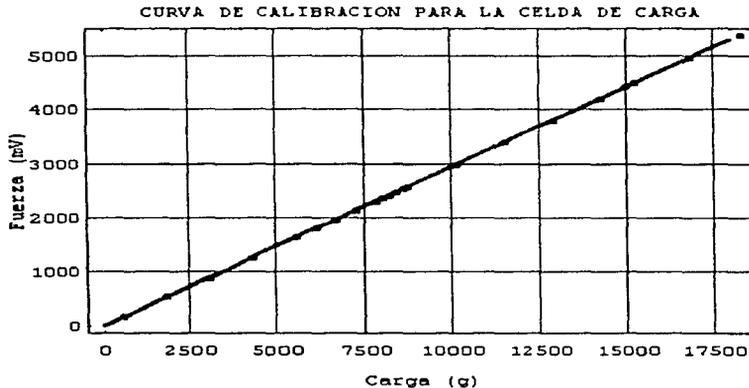
Dos transductores forman parte de la estructura el tensionador: una celda de carga<sup>34</sup> y un LVDT<sup>35</sup>. La celda de carga se ubica sobre el eje de tensión en la sección fija del dispositivo. De la celda se obtuvo la lectura de la fuerza aplicada ( valor involucrado en el cálculo de  $K_I$  ) y, debido a que se necesita correlacionar este valor con la propagación, su salida es leída por un multímetro programable.

Para poder usar confiablemente la celda fue necesario sujetarla a un proceso de calibración adecuado. La curva obtenida se muestra en la FIGURA 2.2.7. ( para 1 Newton = 30 mV, valor establecido por medio del amplificador). El rango de carga de la celda es de 0

<sup>34</sup> La celda de carga es un puente de Wheatstone cuyas resistencias son galgas extensométricas.

<sup>35</sup> El LVDT (Transformador Diferencial de Variación Lineal) detecta desplazamientos usando el fenómeno de inducción que se presenta al mover un núcleo dentro de una bobina.

- 100 lb (0-444.9816 N) y por seguridad en ningún momento se excedió del 75 % de su capacidad máxima. La temperatura de operación es de -65 ° F a 250 ° F.



**FIGURA 2.2.7.** Gráfica de calibración para la celda de carga. Los puntos son los valores leídos en las terminales de la celda. La línea continua es el polinomio de primer grado ajustado.

El LVDT, cuya lectura no fue utilizada en el análisis de datos, también fue calibrado (no se muestra la curva correspondiente) y su salida fue conectada a un multímetro digital convencional. Su temperatura de operación es de 0 ° C a 70 ° C.

#### 2.2.3.2. El multímetro programable.

La necesidad de relacionar las características de la propagación con el factor de intensidad de esfuerzo actuante en un momento dado planteó el problema de sincronizar la captura de las imágenes y de la fuerza que se aplica a la probeta (condiciones cuasiestática).

El programa de adquisición de imágenes establece, de acuerdo a las limitantes del hardware, la frecuencia de captura. Obviamente, si se desea tener el valor correspondiente de la fuerza, las lecturas provenientes de la celda de carga se deben de realizar a una frecuencia múltiplo de aquella con la que se adquieren las imágenes. Para poder realizar dichas lecturas se deben cumplir tres condiciones:

- 1.- Es primordial que la celda de carga entregue una salida en DC.
- 2.- Es fundamental que el multímetro utilizado para leer la celda sea capaz de realizar varias lecturas automáticamente y que las pueda guardar hasta que finalice un ciclo de captura de

una serie (recordar que una vez que se inicia la adquisición de una serie el control total del programa lo tiene la tarjeta de adquisición de imágenes).

3.- Es indispensable poder establecer con precisión la frecuencia de captura del multímetro.

Las operaciones descritas se realizaron con un multímetro digital programable HP.34401A con interface GPIB para conexión con una PC.

El algoritmo de programación es el siguiente

1.- Se inicializa el multímetro con los valores por omisión.

2.- Se abre el puerto indicado de comunicación GPIB (General Purpose Interface Bus) que conecta a la PC con el multímetro.

3.- Se envía una señal indicando que se desea leer voltajes DC, se establecen los dígitos de exactitud y el rango de operación.

4.- Se fija la velocidad con la que se realiza la captura.

5.- Se establece la frecuencia con la que se realizarán las capturas (tiempo transcurrido entre lecturas).

6.- Se indica que el disparo será vía software y se determina el número de lecturas que se desea realizar.

7.- Se prepara la memoria del multímetro. Dado que el valor obtenido al leer el voltaje ocupa menos espacio que una imagen es posible obtener un número mayor de datos de fuerza que de imágenes.

8.- Se deja al multímetro en estado de espera del disparo

9.- Se dispara el multímetro vía software cuando el usuario presiona una tecla e inmediatamente se inicia la captura de imágenes. Es importante notar que en estricto sentido existe un pequeño defasamiento entre las frecuencias de captura de fuerza y de imágenes igual al tiempo en que se procesan las instrucciones involucradas en el disparo (2 líneas de código). Dicho defasamiento se despreció pues el tiempo de procesado es inferior al requerido para capturar una imagen de 640 x 480 a una frecuencia de 12.5 MHz (0.03328 segundos). Como dato de referencia considérese que una división de números de punto flotante, incluyendo el ciclo necesario para determinar su tiempo de duración, tarda 6.3 microsegundos. Una interrupción con una asignación a algún registro del procesador toma 404 microsegundos<sup>36</sup>.

10.- Una vez que se han terminado la captura, la memoria del multímetro es transmitida a la PC donde es grabada en un dispositivo de almacenamiento secundario.

11.- Se inicializa al multímetro con los valores por omisión.

La codificación de este algoritmo se encuentra embebida en las líneas de la rutina de captura de una secuencia que fue descrito en la sección 2.2.1.2.2 y emplea las utilerías proporcionadas con la tarjeta de interface GPIB que fue necesario instalar en la PC.

La incertidumbre del multímetro, de acuerdo a las condiciones de operación (lectura de voltaje DC, en un rango de 10.0000 V, con un tiempo de exposición para la lectura de 5 ½ dígitos y un rango de temperaturas de operación de 28 ° C a 55 ° C), es de  $\pm 0.0006$  V.

---

<sup>36</sup> Estos tiempos fueron determinados en la PC donde se ejecutaron los experimentos por medio de pequeños programas basados en ciclos y usando la lectura del reloj interno de la computadora.

Para la calibración con la cual operó la celda la incertidumbre se transforma en aproximadamente 0.02 N (2.0387 g) de fuerza aplicada, sin embargo, debido al uso del amplificador para acondicionar la salida la incertidumbre quedó establecida en  $\pm 1$  mV. Un milivolt de incertidumbre indica que se puede detectar hasta 3.4 g de variación en la carga aplicada.

## REFERENCIAS 2.2

[1] Folk, Michael J. y Zoellick, Bill. Estructuras de archivos. Un conjunto de herramientas conceptuales. Traductor : Luis F. Castro Careaga y Guillermo Levine Gutiérrez. E.U.A. Addison-Wesley Iberoamericana S.A. 1992. Pág. 599.

**CAPÍTULO**

**III**

**PROCESADO DE IMÁGENES Y ANÁLISIS DE  
RESULTADOS**

## CAPITULO III.

### PROCESADO DE IMÁGENES Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

#### 3.1. Metodología Experimental.

##### 3.1.1. Definición de Parámetros.

Una vez que se ensamblaron todos los sistemas necesarios para la realización del experimento de propagación de grieta fue posible establecer los parámetros finales de operación a utilizar.

El protocolo experimental se puede dividir en tres grupos:

##### ■ Consideraciones de captura de imágenes.

Se definió un tamaño de imagen de 420 x 70 pixeles (29400 bytes). El número de imágenes por serie fue de 250 y la frecuencia de captura de 1 cuadro por segundo. Los parámetros exactos de la tarjeta son los siguientes:

Frecuencia de captura: 12.5 MHz.

Tiempo x Cuadro: 0.03328448 seg.

Serie: 250 Imágenes.

Tiempo x Serie: 8.32112 seg.

Cuadros a dejar pasar: 29

Tiempo a dejar pasar: 0.96524992 seg.

Tiempo total x Serie: 249.6336 seg. (para facilidad de referencia 1 cuadro x seg.)

Memoria total requerida para la serie: 7350000 bytes.

##### ■ Consideraciones de captura de fuerzas.

A continuación se detalla el cálculo de tiempos para el multímetro programable:

Tiempo de lectura para condiciones de operación (ver sección 2.2.3.2): 1/60 seg.

Número de lecturas: 500.

Tiempo invertido en las lecturas: 8.3333 seg.

Tiempo de entre lecturas: 0.4806 seg.

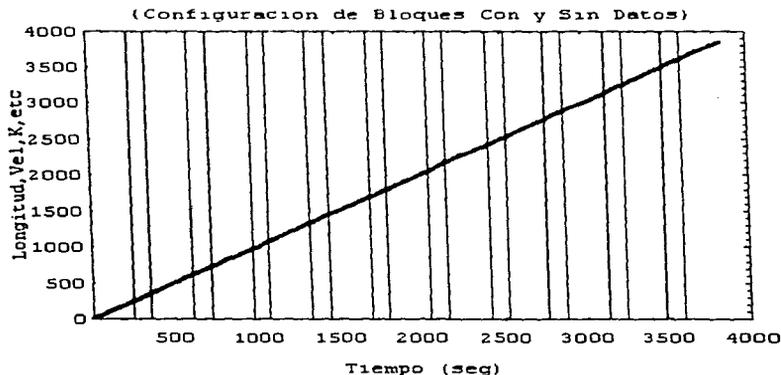
La frecuencia que se estableció es el doble de aquella con la que se realizó la captura de imágenes de tal forma que se obtuvieron datos intermedios entre cuadro y cuadro.

##### ■ Consideraciones Metodológicas.

Debido a que el interés fue enfocado en el comportamiento global de la propagación, se decidió realizar experimentos con una duración mayor a los 250 seg. que están involucrados en la captura de una serie de 250 cuadros. Para poder continuar con el

experimento una vez usada la memoria disponible fue necesario volcar su contenido a un dispositivo de almacenamiento secundario y posteriormente iniciar la captura de otra serie. Evidentemente, durante tiempo invertido en liberar la memoria (del multimetro y de la tarjeta) no existe forma de obtener datos. No obstante, la probeta no modifica su comportamiento al suspender la adquisición de datos por lo que fue posible iniciar la captura de otra serie (sin descargar la probeta) y relacionarla con la anterior.

El tiempo que toma salvar los datos de una serie es de 110 seg. y cada serie tarda 250 seg. en ser capturada. Si se establece que un experimento está constituido por 18 bloques, cada uno de 250 imágenes, el tiempo necesario para llevarlo a cabo es de 6370 seg. (1 hora:46 min:10seg). Del total de tiempo invertido, el 70.64 % es de datos y el 29.35 % es ocioso. Gráficamente se puede ver la forma en la que finalmente se ensamblaron los datos en la FIGURA 3.1.1.



**FIGURA 3.1.1** La gráfica muestra como se combinan intervalos con datos e intervalos ociosos. El lapso en el cuál se tienen datos es de 250 seg. (espacio mayor entre barras) y el ocioso es de 110 seg. (espacio menor entre barras). La línea continua resulta al interpolar los datos.

Recapitulando, un experimento se compone de 18 series (en realidad el número de series no es trascendental; lo relevante, sin importar la cantidad, es que se conozca el tiempo durante el cuál no se tienen lecturas y que sea posible determinar la longitud de la propagación de ese periodo. De hecho, algunos de los datos presentados en la sección de resultados están compuestos por menos de 18 series debido a dificultades en el análisis) cada una con 250 cuadros haciendo un total de 4500 imágenes capturadas en un tiempo de 6370 seg.

Para la realización de los experimentos fueron utilizadas 3 probetas compactas de fractura fabricadas de PMMA con las siguientes dimensiones:

$$\begin{aligned}
 t &= 6 \text{ mm} \\
 2H &= 31.4232 \text{ mm} \\
 W &= 39.44 \text{ mm} \\
 H/W &= 0.39836714
 \end{aligned}$$

Se efectuaron un total 20 experimentos a una temperatura promedio de  $29^\circ \text{C}$ : 8 en la probeta 1 (P1), 4 en la probeta 2 (P2) y 8 en la probeta 3 (P3). Sin embargo, a causa de problemas en el análisis y por razones de validación de datos, sólo se presentarán los resultados de los últimos cuatro experimentos realizados en P3 (este conjunto representa el 20 % del total de experimentos realizados).

Como operación previa a la carga de propagación, se sujeto a las probetas a una serie de precargas. El objetivo de esta maniobra fue encontrar evidencia del efecto de la historia de carga en el proceso de fractura. La precarga se estableció usando como parámetro el factor de intensidad de esfuerzo ( $K_I$ ). Los valores entre los cuales se seleccionó el rango de  $K_I$  fue de 0.3 a 0.7  $\text{MPa m}^{1/2}$ . Para cada experimento se designó un rango de precargas y se aplicó recorriendo desde el valor inicial hasta el final aumentando en 0.1 el valor de  $K_I$ . Es decir, si se especifica un rango de (0.3 - 0.3) significa que sólo se aplicó una precarga con  $K_I = 0.3$  por un tiempo dado (30 min), por otro lado si se cargó con un rango de (0.3 - 0.7) significa que 30 min. se aplicó la precarga con  $K_I = 0.3$ , 30 min. con  $K_I = 0.4$ , 30 min.  $K_I = 0.5$ , 30 min.  $K_I = 0.6$  y finalmente 30 min.  $K_I = 0.7$ .

Desgraciadamente, el posible efecto de la precarga en el proceso de fractura no pudo ser evaluado por la falta de muestras representativas (De los experimentos analizados sólo 2 poseen el mismo rango de precarga).

### 3.1.2. Operaciones Aplicadas a los Datos.

En la sección 3.1.3. se muestran 10 tipos de gráficas; a continuación se detalla la manera de obtenerlas y se describe la información que proporcionan

1.- Gráfica Longitud de grieta - Tiempo. Ésta es la gráfica elemental más importante de todo el análisis; de ella se desprenden gran parte de los estudios posteriores. Se obtiene a partir de las series de imágenes. Para armarla se requieren tres datos:

- Los vectores de posición de la punta de la grieta.
- La frecuencia de captura.
- Los intervalos de tiempo ocioso.

La forma de obtener los vectores de posición se detalló en la sección 2.1.2.2. Sin embargo, en ese momento se supuso que era posible distinguir perfectamente los objetos presentes en la imagen del fondo; aquí, es pertinente mencionar que dicha suposición difícilmente se cumplió y fue necesario someter a todas las imágenes a un proceso de especial de filtrado. El objetivo del filtrado fue obtener una imagen en la cual las intensidades de los objetos fueran considerablemente diferentes a las del fondo, es decir, se

pretendió eliminar el ruido presente en la imagen. El filtrado se realizó a través de la obtención de tres parámetros:

- El valor de la intensidad a partir de la cual todo el fondo se hará oscuro (limite inferior)
- El valor de la intensidad a partir de la cual se considera que el 95 % de la grieta está contenida (limite superior)
- El valor de la intensidad a partir de la cual se considera que la grieta empieza.

El limite inferior se obtiene al tomar una porción del fondo (se estableció un cuadro de 100 x 70 pixeles del total de la imagen) calcularle el histograma, integrarlo y asignar la intensidad por debajo de la cual se encuentra el 95 % del total de la porción ( cuando se calcula el histograma a cada intensidad se le puede asignar un porcentaje del total de la imagen; si se integran o suman esos porcentajes es posible eliminar las intensidades menos representativas gracias a que la mayor participación se aglutina en aquellas intensidades de mayor frecuencia ) . Todos los pixeles abajo de este valor se oscurecen (se les asigna el valor de cero).

El limite superior se obtiene al tomar una porción de la imagen en donde se encuentre la grieta. Se calcula el histograma y se divide en dos; se escoge como punto de corte el valor de la intensidad obtenido como limite inferior (este corte garantiza la eliminación de cualquier porción del fondo que pudiera haber sido incluida al seleccionar la grieta). La parte del histograma con intensidades mayores al limite inferior se integra y la intensidad por debajo de la cual se encuentre el 95 % es seleccionada como limite superior. Los pixeles de intensidad mayor al limite superior se oscurecen.

Una vez realizadas las modificaciones por medio de los limites inferior y superior se realiza un escalado de toda la imagen entre el rango de 0 a 255; finalmente, con esta operación, se obtienen cuadros en los que los objetos se distinguen perfectamente.

El tercer parámetro se obtiene sobre la imagen escalada; se selecciona una región de la grieta, se le calcula su histograma, se integra y a partir de la intensidad por debajo de la cual se encuentre el 75 % de la imagen se considera que comienza la grieta ( Nótese que la grieta no necesariamente empieza con un pixel cuya intensidad sea la mayor que se pueda digitalizar).

Como consecuencia de la gran cantidad de operaciones que deben realizarse sobre las imágenes, resulta impracticable analizar todas. Por lo tanto, se decidió que de una serie de 250 imágenes se procesarán solamente 10, es decir, a pesar de que fue posible conocer la posición de la punta de la grieta en cada segundo, para construir la gráfica se realizó un espaciado cada 25 seg. El ahorro de tiempo se aprecia más si consideramos que para analizar completamente un experimento se necesita estudiar 4500 imágenes, sin embargo, tomando cuadros cada 25 seg. sólo se requiere procesar 180 (No obstante, en algunos casos, como aquellos en los que se involucran velocidades relativamente altas, se requirió analizar segundo tras segundo).

En la gráfica longitud de grieta - tiempo que se muestra en la sección de resultados además se puede ver empalmada la curva del polinomio ajustado por el método de mínimos cuadrados. En general el ajuste se realizó buscando curvas de tercer grado; en los casos en los que se usaron curvas de menor grado se especifica en la explicación al pie de la página correspondiente.

De esta curva, por lo tanto, se obtienen dos conjuntos de datos: los valores experimentales que relacionan la longitud de la grieta contra el tiempo y el polinomio ajustado que es el modelo matemático (función continua para el intervalo considerado) de los datos discretos.

2.- Gráfica Resta - Tiempo. Con la finalidad de poder evaluar la continuidad o discontinuidad de la propagación de la grieta, se calculó la diferencia entre la posición de la punta obtenida experimentalmente y aquella producto del ajuste de datos. Posteriormente se graficó la resta o desviación contra el tiempo. Nótese que a medida que la punta de la grieta se desacelera la desviación o resta, con respecto al promedio dado por la curva ajustada, se hace negativa y que cuando la punta se acelera se convierte positiva. Además apréciase que la gráfica resta - tiempo describe un comportamiento cuasi - periódico lo cual nos lleva a pensar que se están manifestando las propiedades viscoelásticas del material y que el proceso de fractura en la zona del "craze" no ocurre de manera continua.

De esta gráfica la principal información que se puede extraer es el intervalo de desviación; éste nos indica la magnitud del atraso o adelanto de la punta de la grieta con respecto al valor promedio.

3.- Gráfica Resta - Longitud. En esta gráfica nuevamente se usa la resta o desviación que se calculó con los datos de la gráfica longitud - tiempo pero ahora se relaciona con la longitud de propagación. Sobre esta gráfica se dibujaron líneas punteadas cuya pendiente es igual a - 1; dichas líneas representan el caso en el que la grieta se hubiera detenido completamente. En general, la curva de los datos no describe exactamente la trayectoria de la línea punteada lo que significa que sólo se está presentando una etapa de desaceleración. Por consiguiente, a través de esta gráfica es posible determinar dos fenómenos:

- El alto total o parcial de la punta de la grieta.
- Los saltos abruptos que se presentan después de los periodos de desaceleración.

Estas dos manifestaciones, aunque no son contundentes, proporcionan elementos para suponer un modo de propagación discontinuo completamente fuera de fase. Nótese que si es posible establecer este tipo de régimen de propagación estaremos alcanzando el objetivo de cualificar el modo de propagación. Por otro lado, también será posible cuantificar la discontinuidad con la que la grieta avanza o se detiene.

4.- Gráfica Transformada de Fourier - Periodo (escalado a tiempo). Dado que la gráfica resta - tiempo presenta propiedades de periodicidad es posible aplicar el análisis de Fourier para encontrar eventos cíclicos en el desarrollo de la fractura. Al aplicar la transformada de Fourier a la desviación se obtiene el comportamiento a la frecuencia (magnitud de la transformada), pero por conveniencia se calcula el periodo y se escala de acuerdo al tiempo involucrado en el experimento; de esta forma, se obtiene finalmente una gráfica en la que la frecuencia fundamental se asocia a la periodicidad de los ciclos de aceleración y desaceleración. El tiempo relacionado con la frecuencia fundamental será llamado tiempo característico y nos dará el valor aproximado que tarda en completarse un ciclo de **aceleración/desaceleración** ( No se puede obtener el valor exacto por dos razones. Primero,

los datos de la desviación son sólo cuasi - periódicos. Segundo, la transformada nos entrega otras frecuencias no fundamentales entre las que se hallan las armónicas y las relacionadas al error por el tipo de curva con la cual se realizó el ajuste de mínimos cuadrados [1]).

5.- Grafica Transformada de Fourier - Longitud de propagación. Con el objeto de intentar encontrar evidencia del comportamiento periódico en las marcas dejadas en la superficie de fractura, se graficó la transformada de Fourier contra el periodo (escalado a la longitud de propagación). En este caso la frecuencia fundamental se relacionó con una longitud característica y se intentó localizarla a lo largo del mapa del experimento. Por desgracia, al igual que en la gráfica Transformada - Periodo (escalado a tiempo), también se encuentran longitudes relacionadas a frecuencias no fundamentales lo que, hasta cierto punto, oscurece la interpretación de los resultados.

6.- Grafica  $K_I$  - Tiempo. Se calcula  $K_I$  usando las fórmulas (2.1-1 y 2.1-2) y se relaciona con el tiempo de propagación. Esta gráfica permite observar el comportamiento del factor de intensidad de esfuerzo a medida que la fuerza desciende (por propagación y relajación) y transcurre el tiempo.

7.- Grafica Velocidad -  $K_I$ . Una de las relaciones más importantes en cuanto al diseño de elementos agrietados es la referente a la conexión entre la velocidad que desarrolla la grieta ante la aplicación de un factor de intensidad del esfuerzo dado. Este tipo de curva arroja información respecto a esta importante consideración de diseño. La velocidad se obtiene del polinomio ajustado y  $K_I$  se calcula con las fórmulas ( 2.1-1 y 2.1-2).

8.- Grafica Velocidad - Tiempo. Se obtiene al derivar el polinomio ajustado de la gráfica Longitud de grieta - Tiempo.

9.- Grafica Aceleración - Tiempo. Se obtiene al derivar dos veces el polinomio ajustado de la gráfica Longitud de grieta - Tiempo.

10.- Grafica  $K_I$  - Longitud. Sirve para observar el comportamiento de  $K_I$  a medida que la grieta se propaga.  $K_I$  se calcula usando las fórmulas (2.1-1 y 2.1-2). Nótese que de acuerdo a estas fórmulas el factor de intensidad de esfuerzo **siempre** descenderá a medida que la longitud de grieta aumente.

### 3.1.3. Gráficas y Mapas.

Antes de observar los resultados obtenidos es pertinente considerar las expectativas en cuanto al proceso de fractura para poder enfocar nuestra atención hacia los puntos que determinen aspectos confirmatorios o excluyentes.

A manera de hipótesis, consideremos que bajo las condiciones impuestas existía la posibilidad de observar dos comportamientos opuestos:

1.- Aquél en el que la propagación se diera suave y uniformemente (modo de propagación continuo) de manera que predominara la relajación viscoelástica. En este caso la desviación entre los datos experimentales y el ajuste de la curva debería de ser mínimo (incluso por debajo de la resolución del sistema); la velocidad y el factor de intensidad de esfuerzo deberían de descender uniformemente ( $K_I$  por ser función de la fuerza debería describir un decaimiento exponencial como es predicho por los modelos viscoelásticos) y la grieta en ningún momento exhibiría etapas de aceleración/desaceleración.

Si nuestros experimentos se encuadraran en este contexto en la curva longitud de grieta - Tiempo el polinomio ajustado se empalmaría perfectamente con los datos experimentales y la pendiente de la curva descendería de un valor máximo a uno mínimo sin presentar ninguna fluctuación. La desviación, como consecuencia, difícilmente alcanzaría unas cuantas micras y obviamente no existirían etapas donde la grieta se detendría para luego continuar su movimiento (La gráfica resta - longitud nunca recorrería la trayectoria descrita por una curva con pendiente de -1). El análisis de Fourier en este caso carecería de todo sentido.

2.- Por otro lado, existía la posibilidad de que la propagación se asemejara a aquella que resulta de la aplicación de condiciones de fatiga, específicamente a la propagación discontinua. La implicación fundamental en este caso consistiría en la posibilidad de distinguir que características observadas pueden ser atribuidas directamente a las propiedades del material y cuales al tipo de carga aplicada.

Si la propagación en carga cuasiestática compartiera la fenomenología observada en la fatiga se observarían varias peculiaridades en las gráficas calculadas. Primeramente, se observaría una curva longitud de grieta - tiempo en donde el polinomio ajustado no se acomodaría exactamente a la trayectoria de los datos experimentales; como consecuencia, existiría una desviación o resta que hablaría de un atraso o adelanto de la punta de la grieta con respecto a un valor promedio. La magnitud de la desviación sería determinante para encontrar la causa del comportamiento discontinuo; por esta razón debe ponerse especial atención en ella al observar las gráficas (ver las gráficas de comparación de propagación que están igualmente escaladas).

Ahora, el adelanto y atraso de la punta de la grieta implicaría la presencia de un fenómeno cíclico o cuasi - cíclico de aceleración/desaceleración que ya ha sido reportado en trabajos de fatiga con probetas de PMMA [1]. La periodicidad deja abierta la posibilidad de que la grieta en algún momento llegue a detenerse completamente o que de saltos bruscos.

En este caso la transformada de Fourier puede ser utilizada como una herramienta para determinar la magnitud de la periodicidad de los ciclos que se presenten y en general para relacionar los efectos del tiempo durante de la fractura.

Además, en fatiga se han identificado varios patrones superficiales que se asocian más a la aplicación cíclica del esfuerzo que a las propiedades del material; si dichos patrones fuesen encontrados en un experimento con carga cuasiestática se podría empezar a discernir los efectos que las condiciones de frontera ejercen sobre las muestras. Usualmente las altas velocidades de propagación dejan tras de sí superficies suaves mientras que las bajas se asocian a superficies rugosas. Por lo tanto, debe ponerse especial atención a los valores asociados a cada tipo de superficie (  $K_I$ , velocidad, aceleración y amplitud y periodicidad de los ciclos de desviación).

Por último, es conveniente identificar cada experimento en el mapa general, para poder tener una visión de todo el ancho de la probeta, y después consultar las gráficas correspondientes.

## SUPERFICIE DE FRACTURA P3

Características de la probeta :

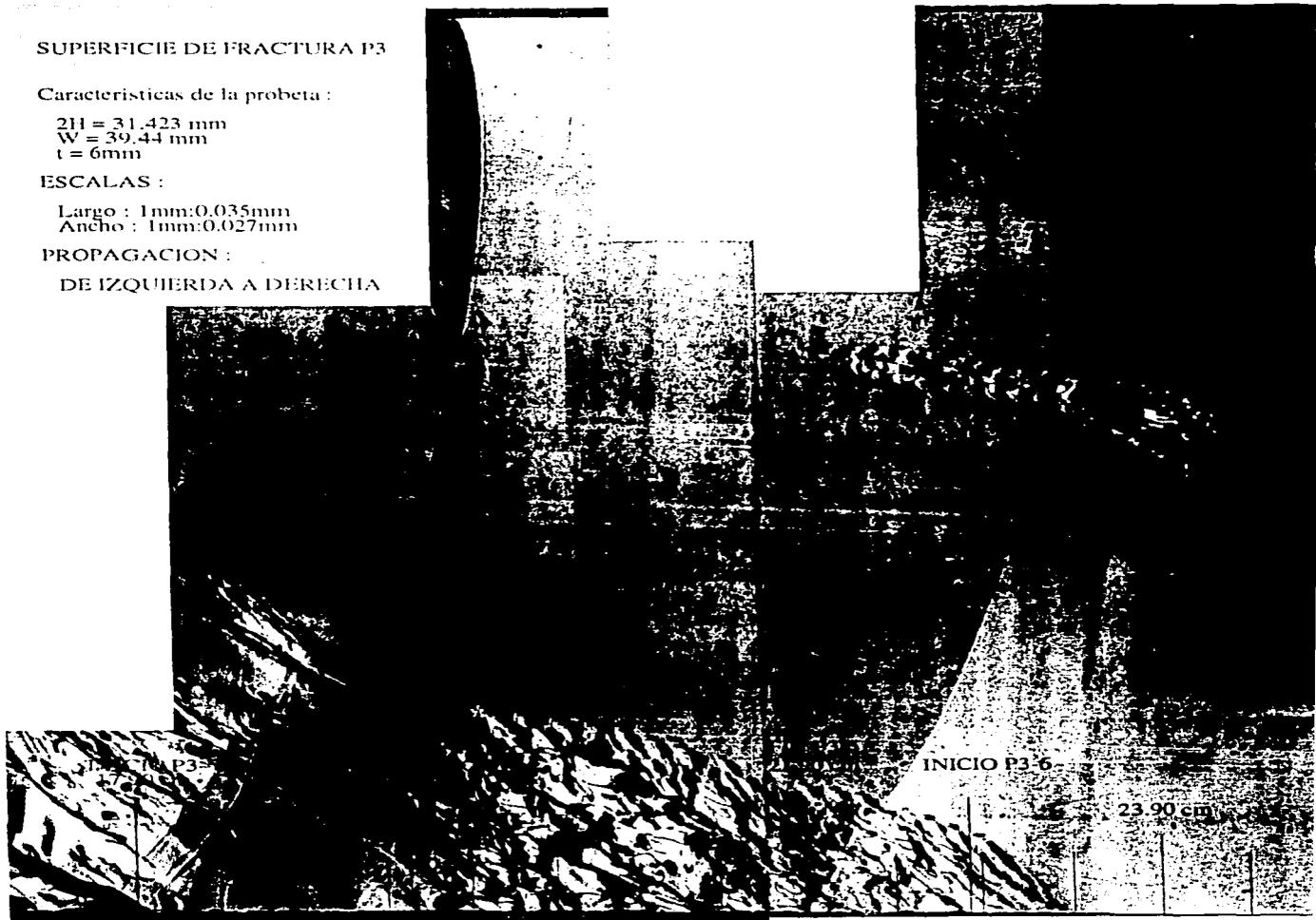
2H = 31,423 mm  
W = 39,44 mm  
t = 6mm

ESCALAS :

Largo : 1mm:0.035mm  
Ancho : 1mm:0.027mm

PROPAGACION :

DE IZQUIERDA A DERECHA



DE FRACTURA P3

de la probeta

1000

1000

1000

FRIDA A DERECHA

Le de erratas: En lugar de cm debe o

INICIO P3-5  
21.00 cm

INICIO P3-6

23.90 cm

25.00 cm

SUPERFICIE DE FRACTURA P3

Características de la probeta :

2H = 31,423 mm  
W = 39,44 mm  
t = 6mm

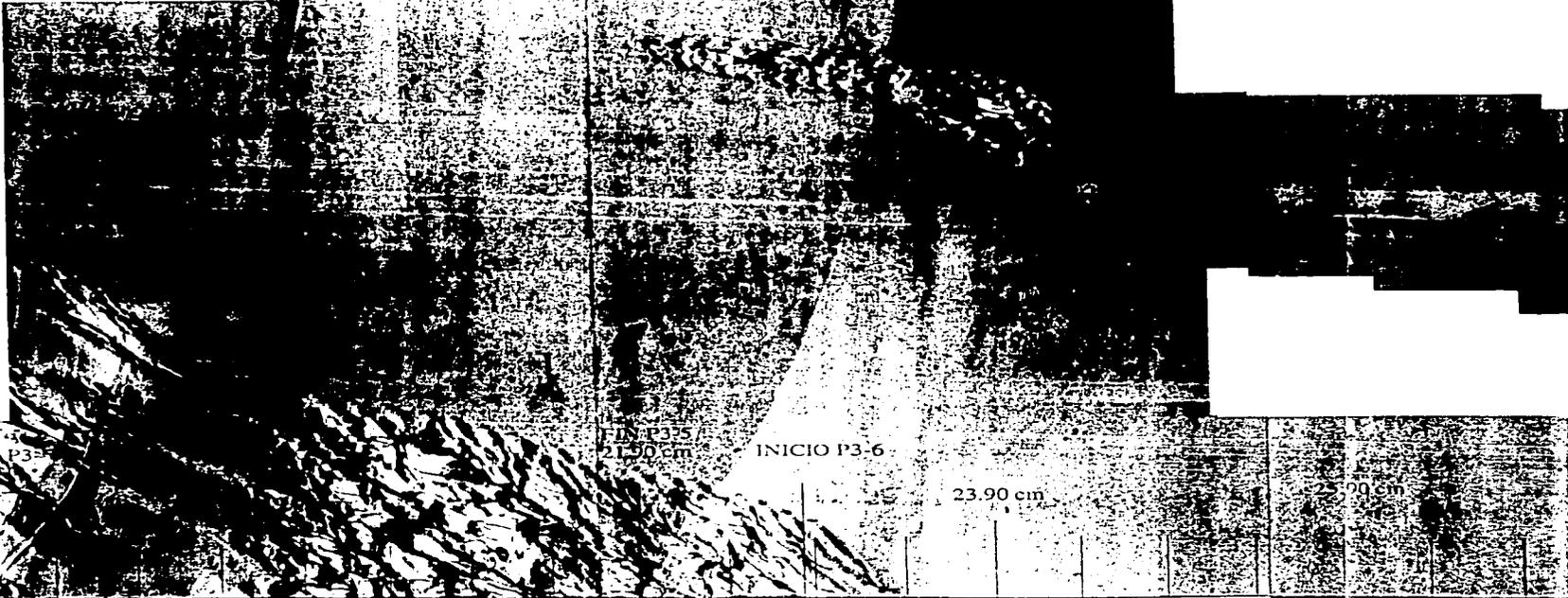
ESCALAS :

Largo : 1mm:0,035mm  
Ancho : 1mm:0,027mm

PROPAGACION :

DE IZQUIERDA A DERECHA

Fe de erratas: En lugar de



Fe de erratas: En lugar de cm debe decir mm

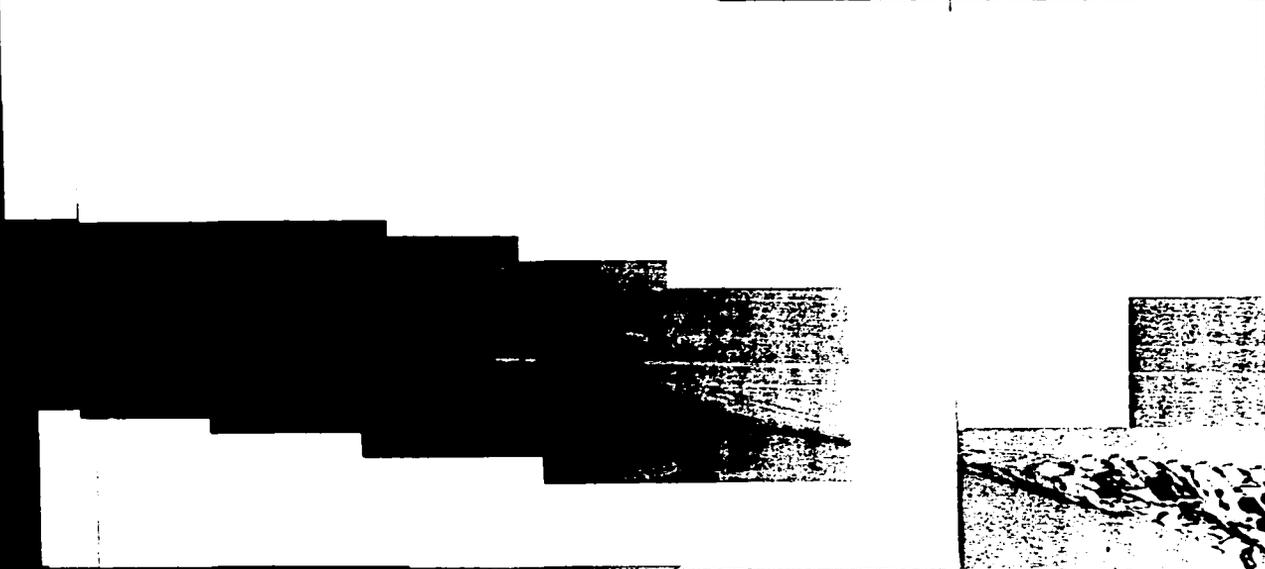
INICIO P3-6

23.90 cm

90.00

27.90 cm

**Fe de erratas: En lugar de cm debe decir mm**

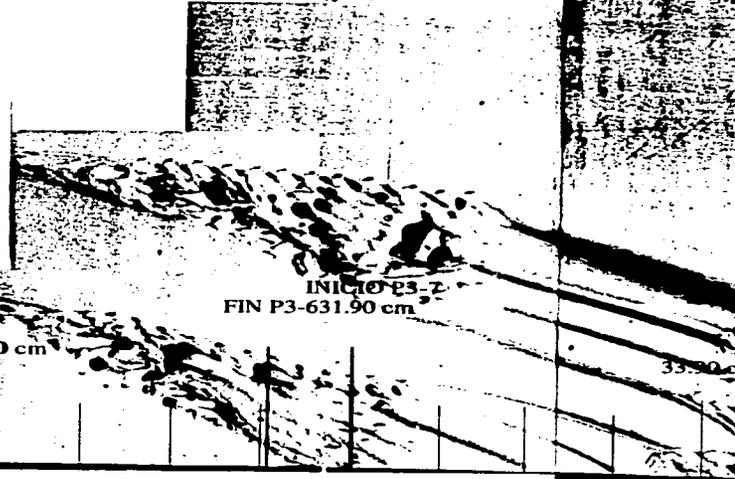


INICIO

INICIO E  
FIN P3-631.90 cm

29.90 cm

Fe de erratas: En lugar de cm debe decir mm

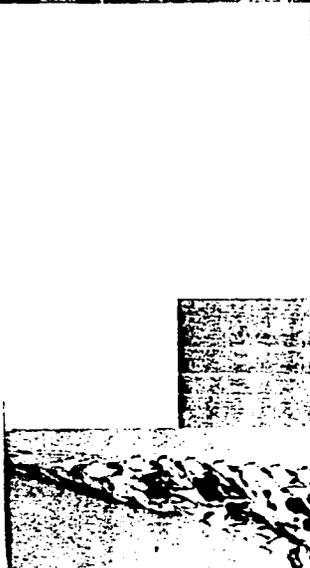


INICIO P3-7  
FIN P3-631.90 cm

29.90 cm

33.90 cm

En lugar de cm debe decir mm

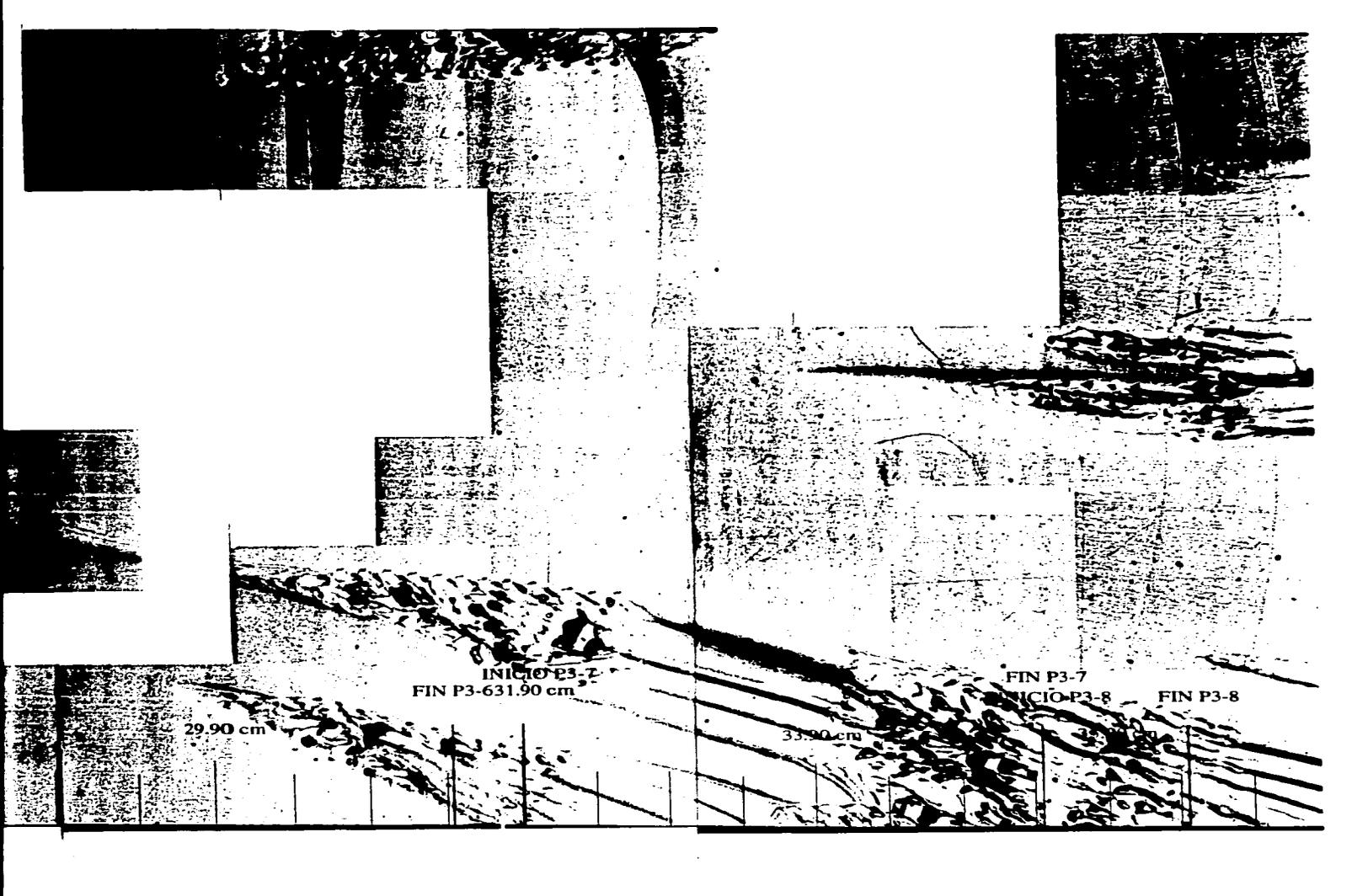


INICIO P3-2  
FIN P3-631.90 cm

29.90 cm

33.90 cm

FIN P3-7  
INICIO P3-8



INICIO P3-7  
FIN P3-631.90 cm

29.90 cm

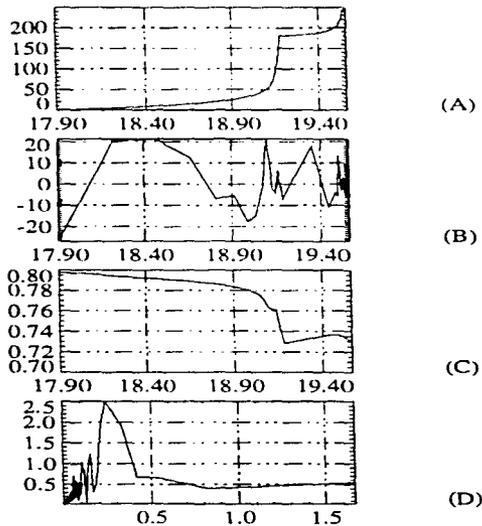
33.90 cm

FIN P3-7

INICIO P3-8

FIN P3-8

## PROPAGACION EN PROBETA P3-5



**FIG3.1.1.** La fotografía muestra la superficie de fractura. Sobre el borde inferior se realizó la captura de imágenes (ESC 1mm:0.035mm). Las líneas transversales oscuras delimitan el inicio y el fin del experimento. La propagación es de izquierda a derecha. Las graficas inferiores están escaladas de acuerdo a la longitud mostrada en la fotografía. A) Grafica tiempo-longitud (seg-mm), B) Grafica desviación-longitud (micras-mm), C) Grafica K-longitud (MPa m<sup>1/2</sup>-mm), D) Grafica transformada-longitud (micras-mm).

# PROPAGACION EN PROBETA P3-5

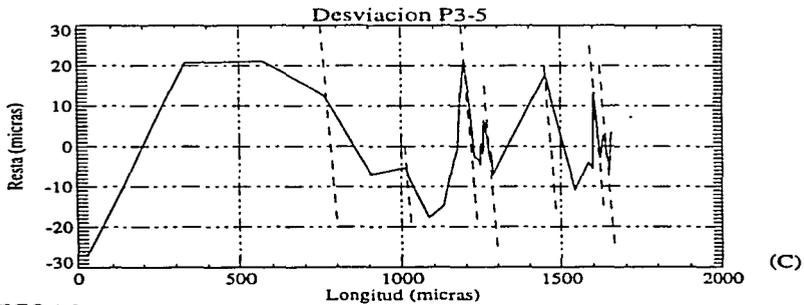
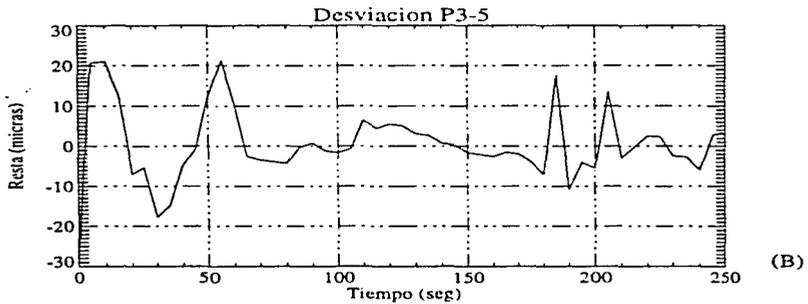
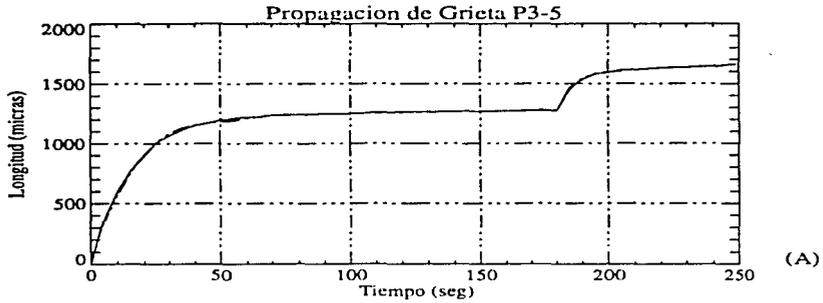
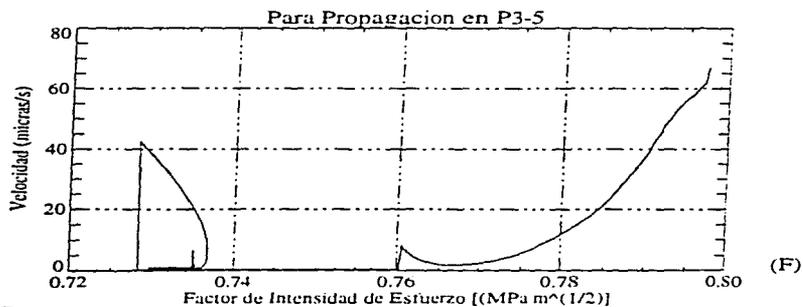
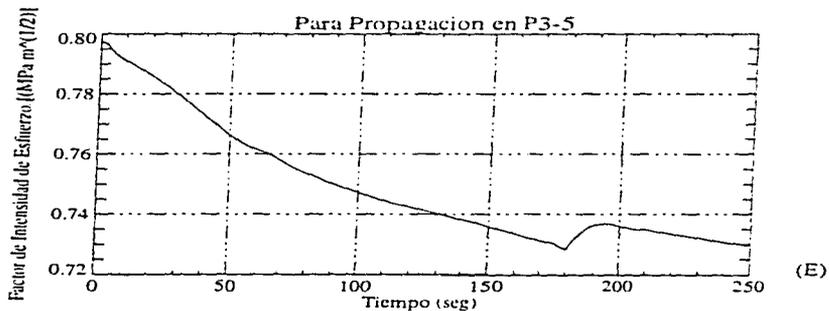
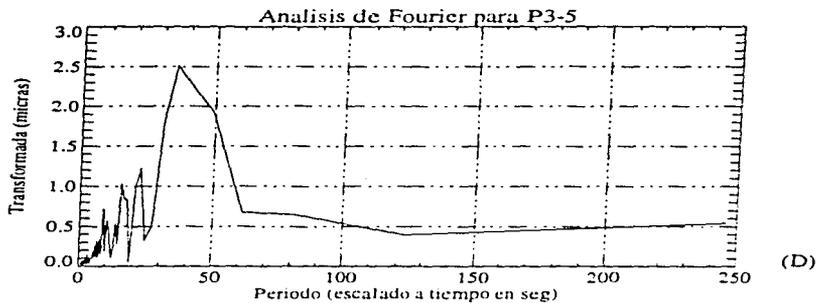


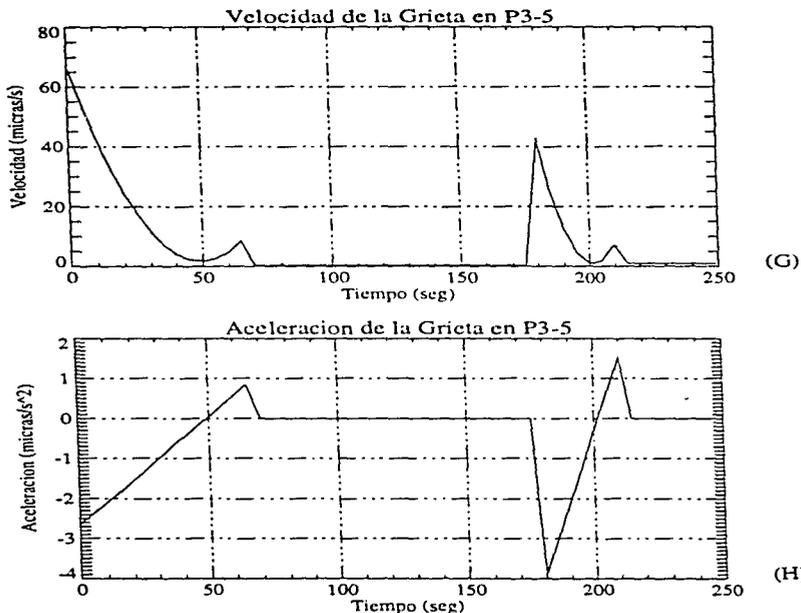
FIG3.1.2.

### PROPAGACION EN PROBETA P3-5



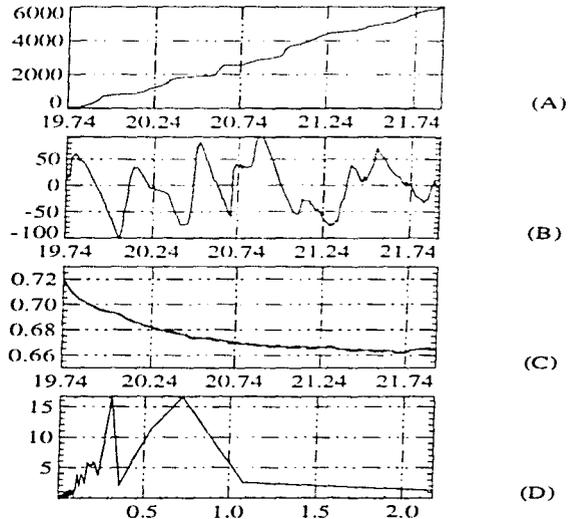
**FIG 3.1.2.**

## PROPAGACION EN PROBETA P3-5



**FIG 3.1.2.** A) Grafica Longitud-tiempo. La línea continua corresponde a los datos experimentales, la línea punteada es el ajuste de mínimos cuadrados hecho por intervalos, consiste en tres curvas: la primera de tercer grado abarcando de 0-60 seg, la segunda de primer grado abarcando de 60-180 seg y la tercera de tercer grado abarcando de 180 a 250.  
 B) Grafica Resta-tiempo. A los datos experimentales se les resta la curva ajustada y se obtiene la desviación con respecto al comportamiento lineal. C) Grafica Resta-longitud. La resta se calcula igual que en B. Las líneas punteadas tienen una pendiente de -1 y representan el caso en el que la grieta se hubiera detenido. D) Grafica transformada-periodo (escalado a tiempo). Muestra los tiempos característicos que se presentan en la curva cuasi-periodica resta-tiempo. E) Grafica K-tiempo. F) Grafica Velocidad-K. G) Grafica Velocidad-tiempo. H) Grafica Aceleración-tiempo.

## PROPAGACION EN PROBETA P3-5



**FIG3.1.3.** La fotografía muestra la superficie de fractura. Sobre el borde inferior se realizó la captura de imágenes (ESC 1mm:0.035mm). Las líneas transversales oscuras delimitan el inicio y el fin del experimento. La propagación es de izquierda a derecha. Las gráficas inferiores están escaladas de acuerdo a la longitud mostrada en la fotografía. A) Gráfica tiempo-longitud (seg-mm), B) Gráfica desviación-longitud(micras-mm), C) Gráfica K-longitud (MPa m<sup>1/2</sup>-mm), D) Gráfica transformada-longitud (micras-mm).

PROPAGACION EN PROBETA P3-5

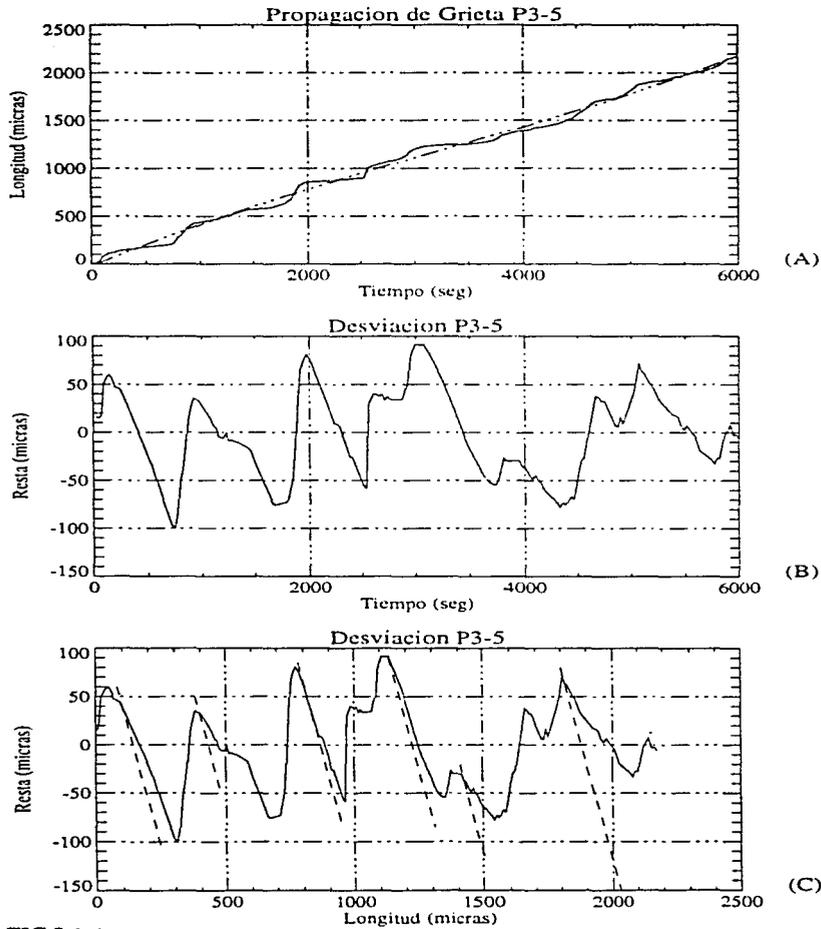


FIG 3.1.4.

### PROPAGACION EN PROBETA P3-5

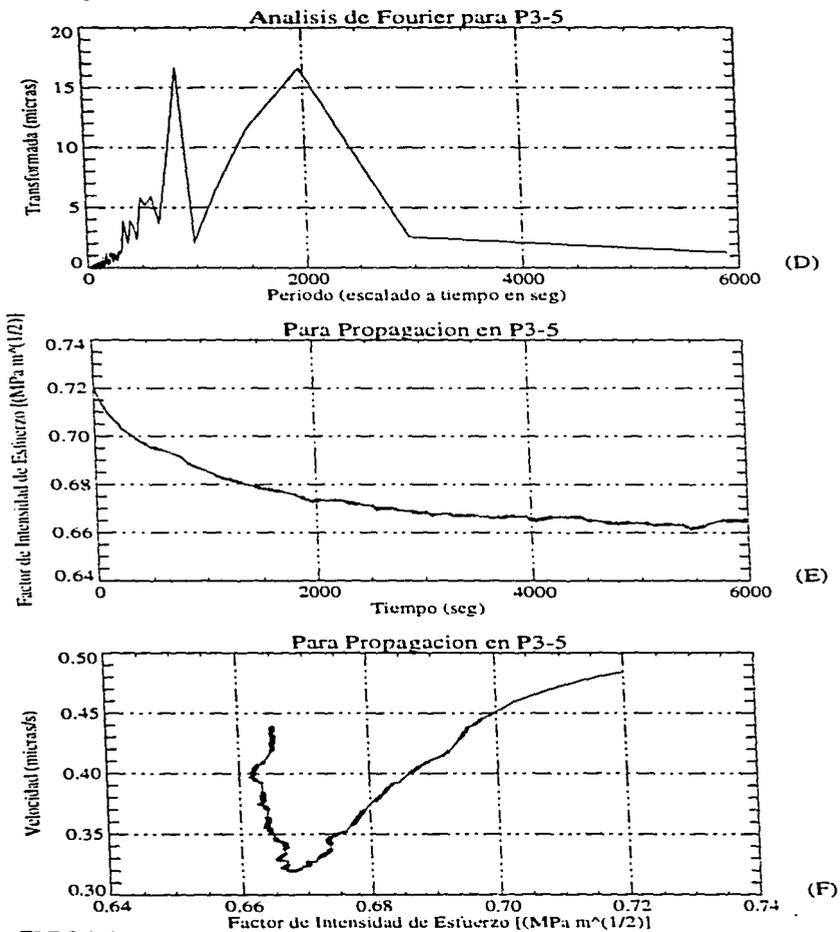


FIG 3.1.4.

### PROPAGACION EN PROBETA P3-5

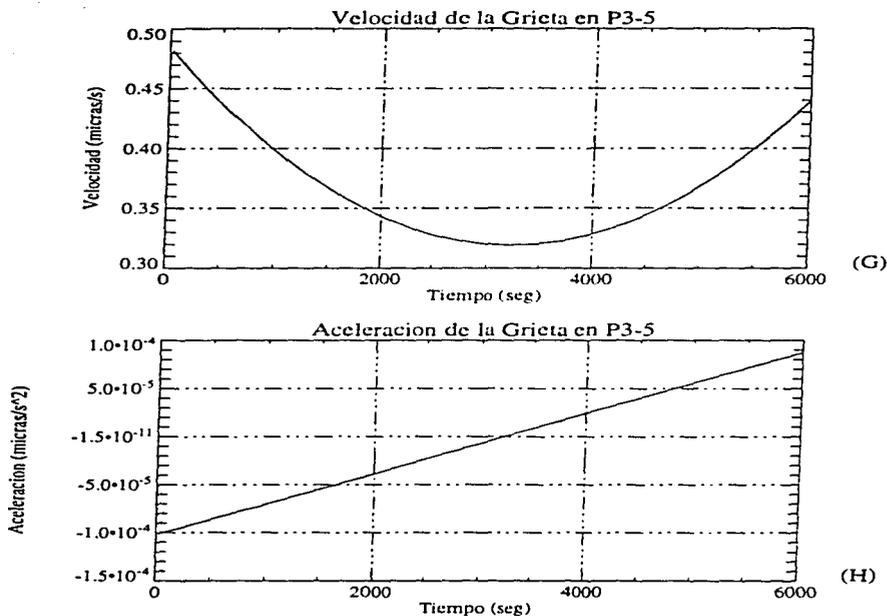
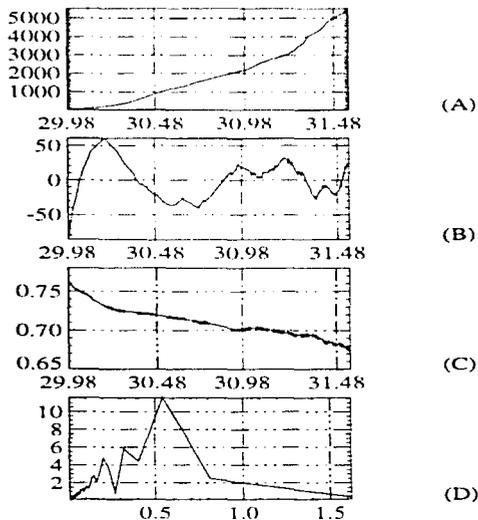


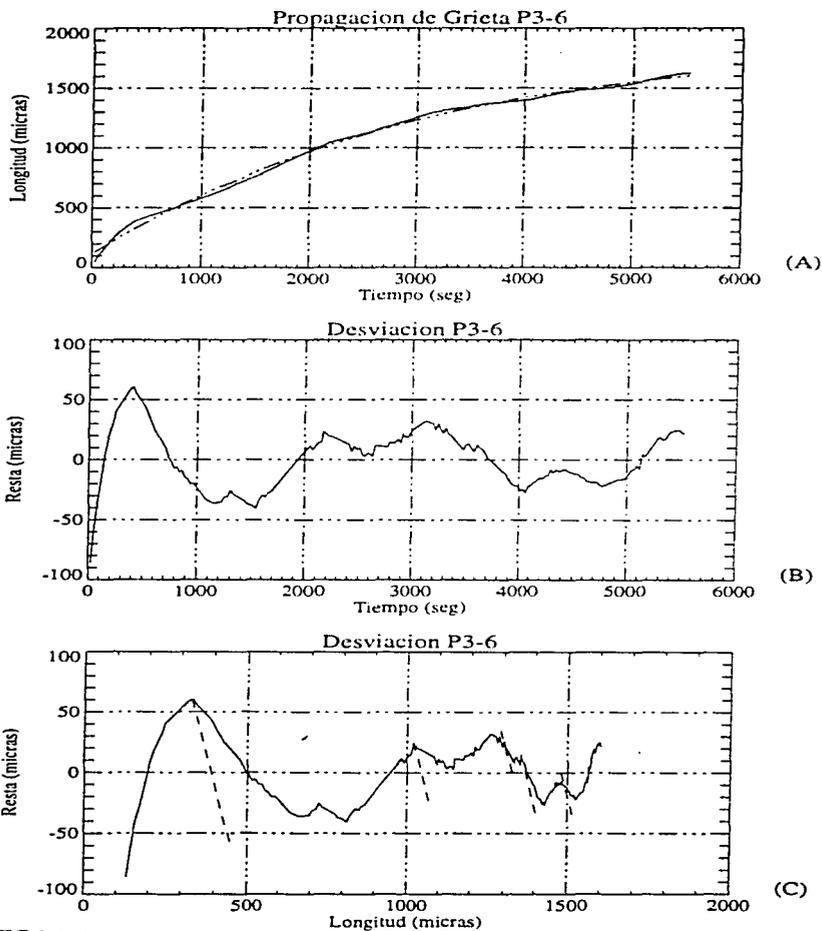
FIG 3.1.4. A) Grafica Longitud-tiempo. La linea continua corresponde a los datos experimentales, la linea punteada es una curva de tercer grado ajustada por minimos cuadrados. B) Grafica Resta-tiempo. A los datos experimentales se les resta la curva ajustada y se obtiene la desviacion con respecto al comportamiento lineal. C) Grafica Resta-longitud. La resta se calcula igual que en B. Las lineas punteadas tienen una pendiente de -1 y representan el caso en el que la grieta se hubiera detenido. D) Grafica transformada-periodo (escalado a tiempo). Muestra los tiempos caracteristicos que se presentan en la curva cuasi-periodica resta-tiempo. E) Grafica K-tiempo. F) Grafica Velocidad-K. G) Grafica Velocidad-tiempo. H) Grafica Aceleracion-tiempo.

### PROPAGACION EN PROBETA P3-6



**FIG3.1.5.** La fotografía muestra la superficie de fractura. Sobre el borde inferior se realizó la captura de imágenes (ESC 1mm:0.035mm). Las líneas transversales oscuras delimitan el inicio y el fin del experimento. La propagación es de izquierda a derecha. Las graficas inferiores están escaladas de acuerdo a la longitud mostrada en la fotografía. A) Grafica tiempo-longitud (seg-mm), B) Grafica desviacion-longitud(micras-mm), C) Grafica K-longitud (MPa  $m^{1/2}$ -mm), D) Grafica transformada-longitud (micras-mm).

# PROPAGACION EN PROBETA P3-6



**FIG 3.1.6.**

PROPAGACION EN PROBETA P3-6

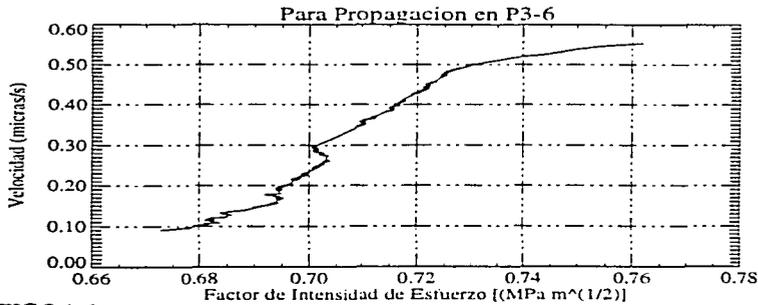
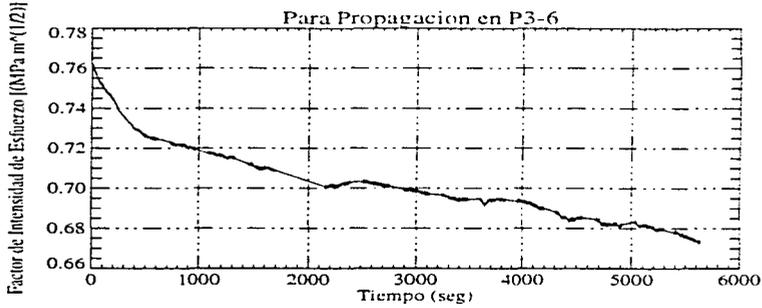
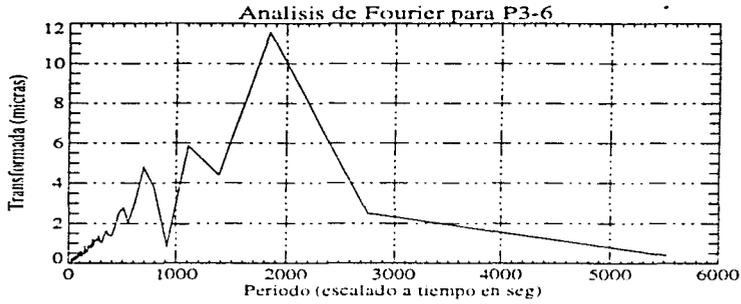


FIG 3.1.6.

## PROPAGACION EN PROBETA P3-6

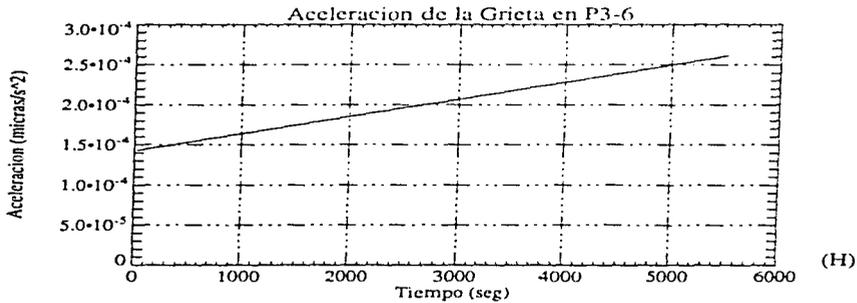
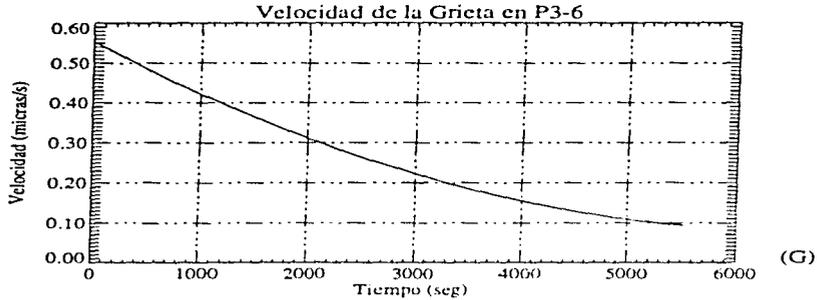


FIG 3.1.6. A) Grafica Longitud-tiempo. La línea continua corresponde a los datos experimentales, la línea punteada es una curva de tercer grado ajustada por mínimos cuadrados. B) Grafica Resta-tiempo. A los datos experimentales se les resta la curva ajustada y se obtiene la desviación con respecto al comportamiento lineal. C) Grafica Resta-longitud. La resta se calcula igual que en B. Las líneas punteadas tienen una pendiente de -1 y representan el caso en el que la grieta se hubiera detenido. D) Grafica transformada-periodo (escalado a tiempo). Muestra los tiempos característicos que se presentan en la curva cuasi-periodica resta-tiempo. E) Grafica K-tiempo. F) Grafica Velocidad-K. G) Grafica Velocidad-tiempo. H) Grafica Aceleración-tiempo.

### PROPAGACION EN PROBETA P3-7

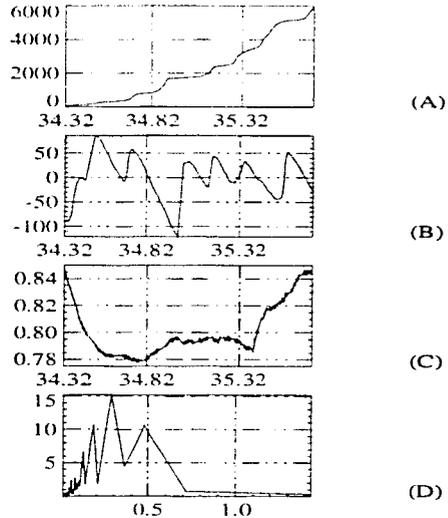
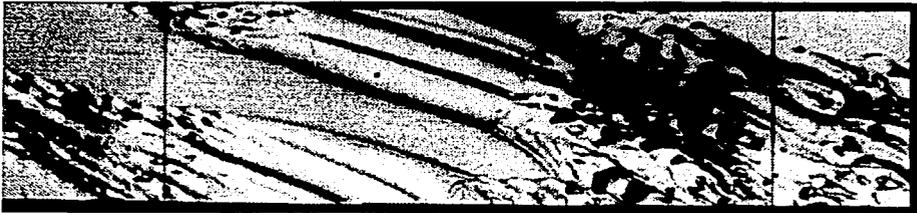


FIG 3.1.7. La fotografía muestra la superficie de fractura. Sobre el borde inferior se realizó la captura de imágenes (ESC 1mm:0.035mm). Las líneas transversales oscuras delimitan el inicio y el fin del experimento. La propagación es de izquierda a derecha. Las gráficas inferiores están escaladas de acuerdo a la longitud mostrada en la fotografía. A) Gráfica tiempo-longitud (seg.-mm), B) Gráfica desviación-longitud (micras.-mm), C) Gráfica K-longitud ( $\text{MPa m}^{1/2}$ -mm), D) Gráfica transformada-longitud (micras.-mm).

# PROPAGACION EN PROBETA P3-7

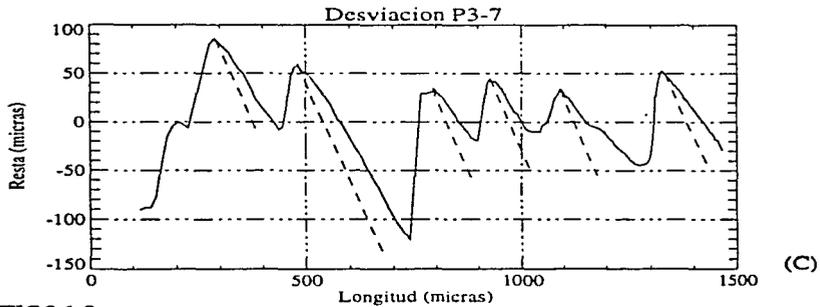
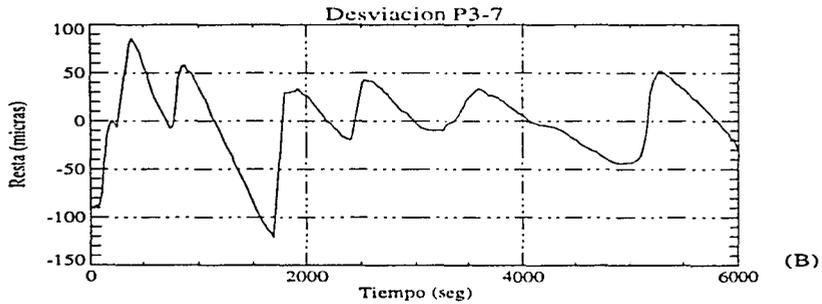
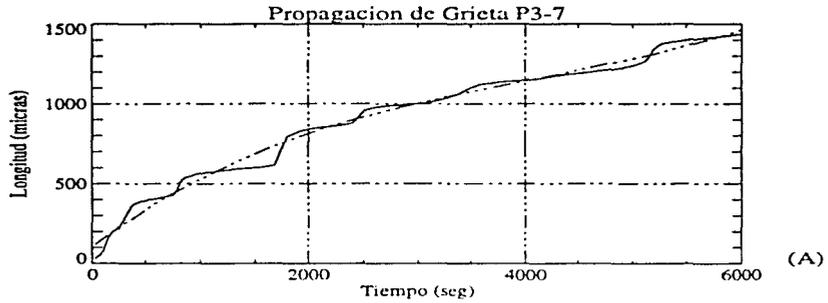


FIG 3.1.8.

PROPAGACION EN PROBETA P3-7

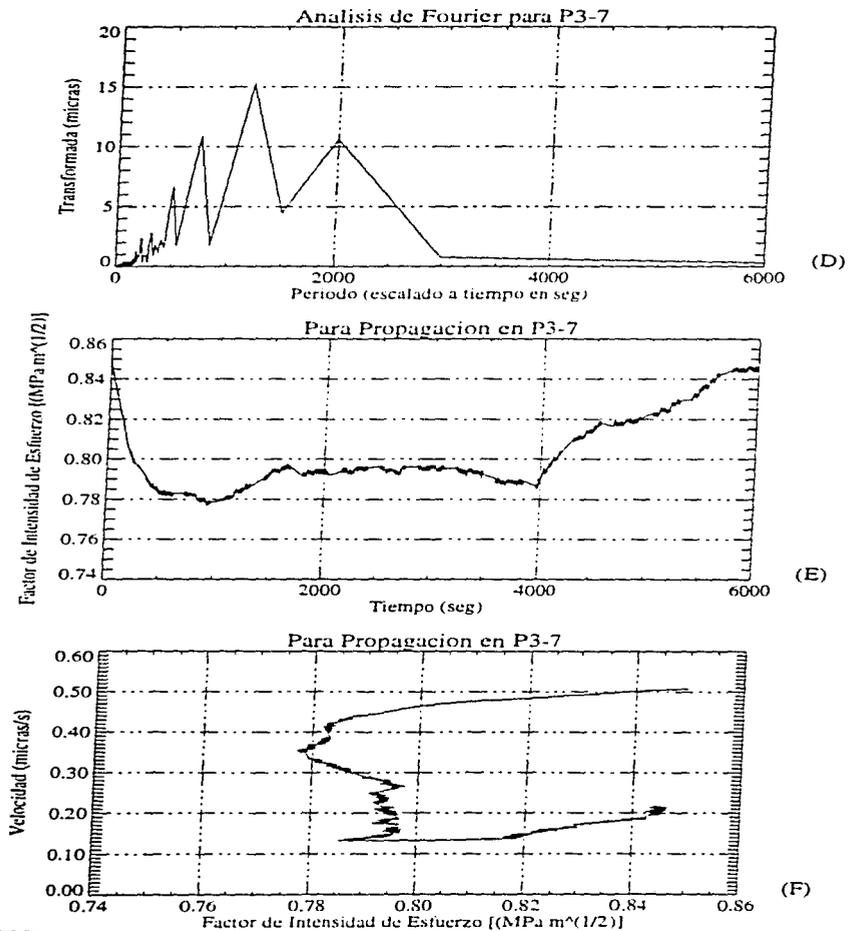


FIG3.1.8.

PROPAGACION EN PROBETA P3-7

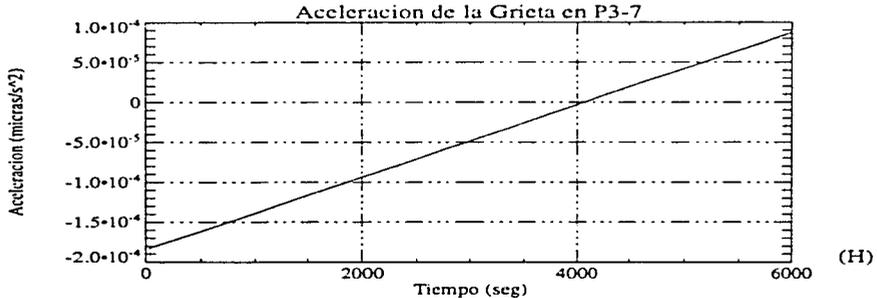
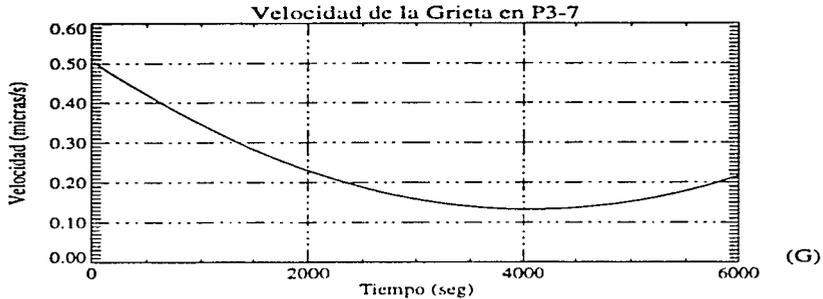
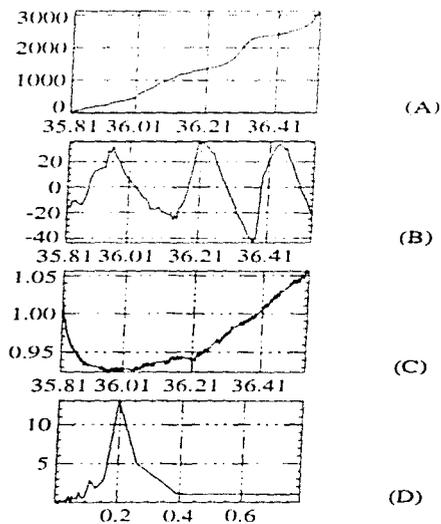


FIG 3.1.8. A) Grafica Longitud-tiempo. La línea continua corresponde a los datos experimentales, la línea punteada es una curva de tercer grado ajustada por mínimos cuadrados. B) Grafica Resta-tiempo. A los datos experimentales se les resta la curva ajustada y se obtiene la desviación con respecto al comportamiento lineal. C) Grafica Resta-longitud. La resta se calcula igual que en B. Las líneas punteadas tienen una pendiente de -1 y representan el caso en el que la grieta se hubiera detenido. D) Grafica transformada-periodo (escalado a tiempo). Muestra los tiempos característicos que se presentan en la curva cuasi-periodica resta-tiempo. E) Grafica K-tiempo. F) Grafica Velocidad-K. G) Grafica Velocidad-tiempo. H) Grafica Aceleración-tiempo.

## PROPAGACION EN PROBETA P3-8



**FIG3.1.9.** La fotografía muestra la superficie de fractura. Sobre el borde inferior se realizó la captura de imágenes (ESC 1mm:0.020mm). Las líneas transversales oscuras delimitan el inicio y el fin del experimento. La propagación es de izquierda a derecha. Las gráficas inferiores están escaladas de acuerdo a la longitud mostrada en la fotografía. A) Gráfica tiempo-longitud (seg-mm), B) Gráfica desviación-longitud (micras-mm), C) Gráfica K-longitud (MPa  $m^{1/2}$ -mm), D) Gráfica transformada-longitud (micras-mm).

PROPAGACION EN PROBETA P3-8

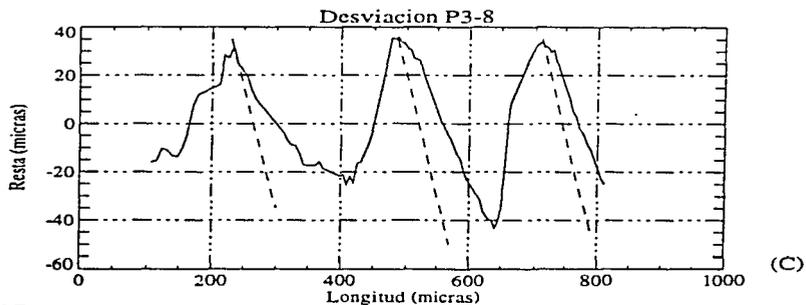
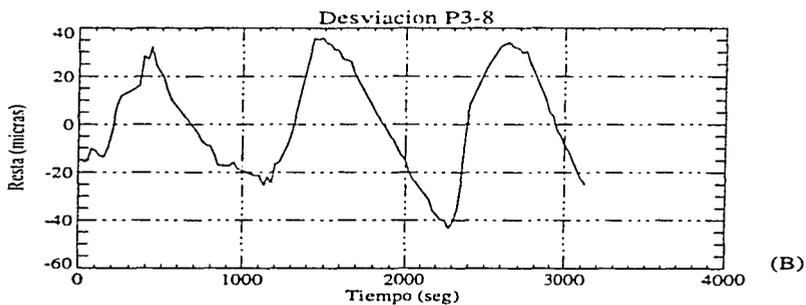
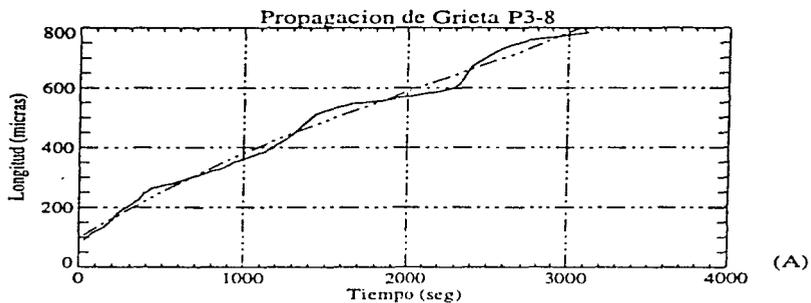


FIG3.1.10.

PROPAGACION EN PROBETA P3-8

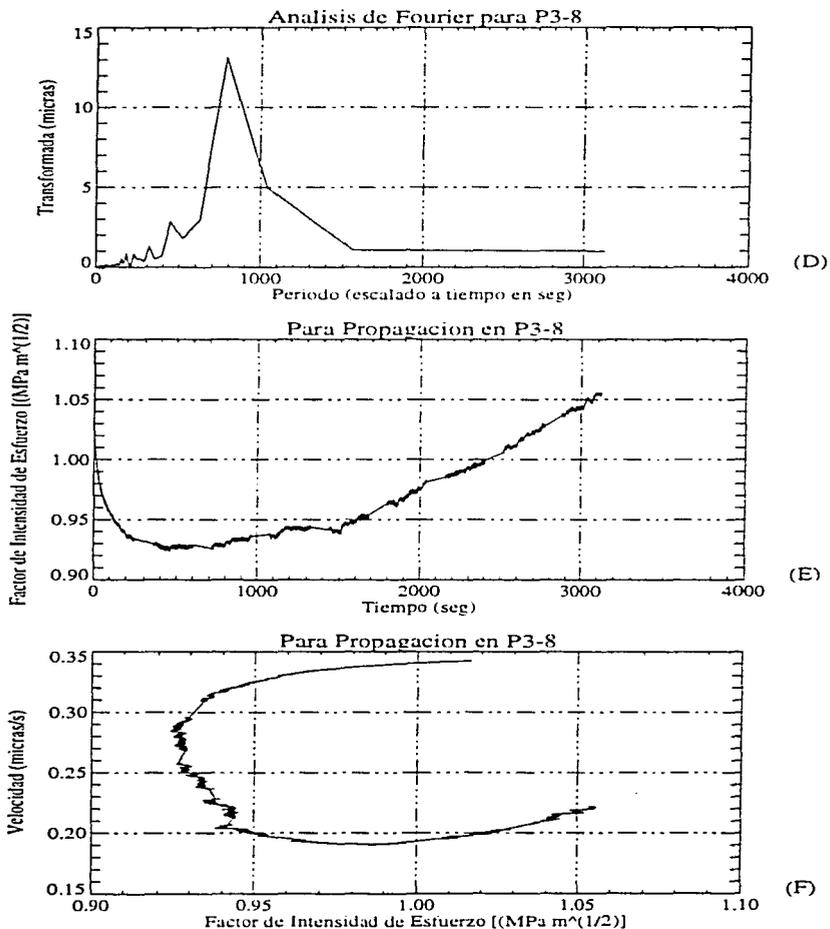


FIG 3.1.10.

PROPAGACION EN PROBETA P3-8

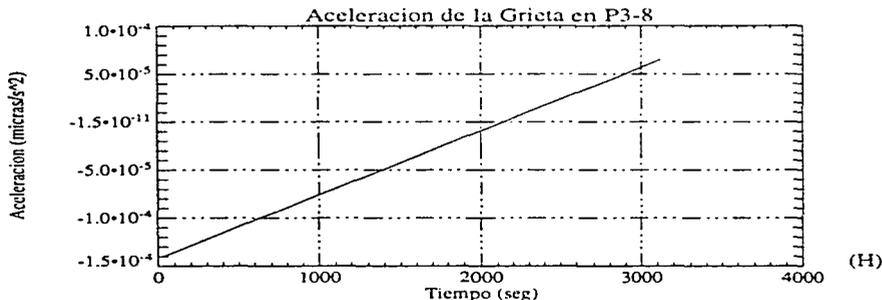
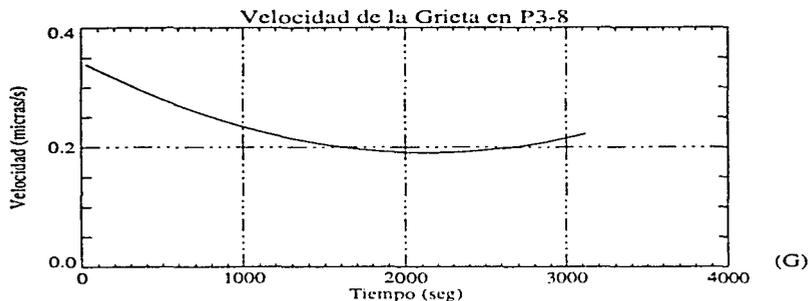


FIG 3.1.10. A) Grafica Longitud-tiempo. La línea continua corresponde a los datos experimentales. la línea punteada es una curva de tercer grado ajustada por mínimos cuadrados. B) Grafica Resta-tiempo. A los datos experimentales se les resta la curva ajustada y se obtiene la desviación con respecto al comportamiento lineal. C) Grafica Resta-longitud. La resta se calcula igual que en B. Las líneas punteadas tienen una pendiente de -1 y representan el caso en el que la grieta se hubiera detenido. D) Grafica transformada-periodo (escalado a tiempo). Muestra los tiempos característicos que se presentan en la curva cuasi-periodica resta-tiempo. E) Grafica K-tiempo. F) Grafica Velocidad-K. G) Grafica Velocidad-tiempo. H) Grafica Aceleracion-tiempo.

# COMPARACION DE PROPAGACION EN PROBETA P3

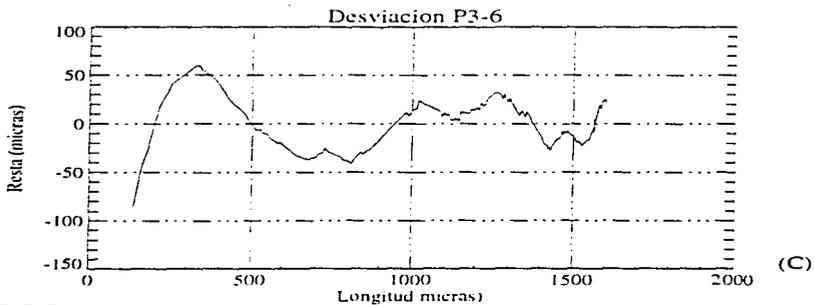
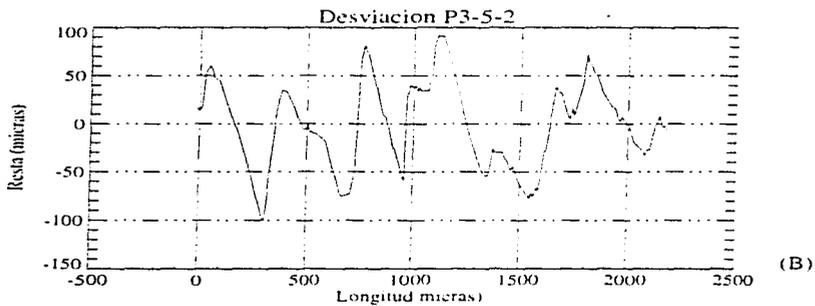
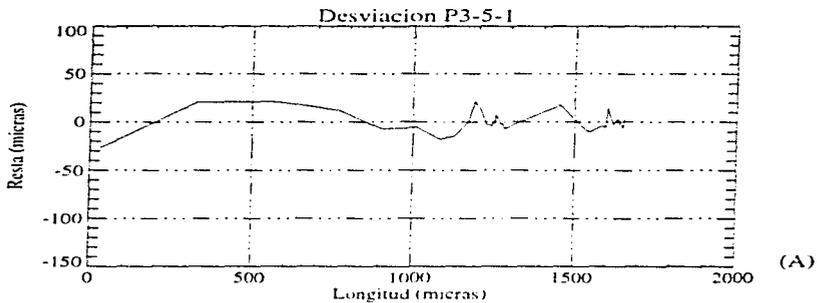
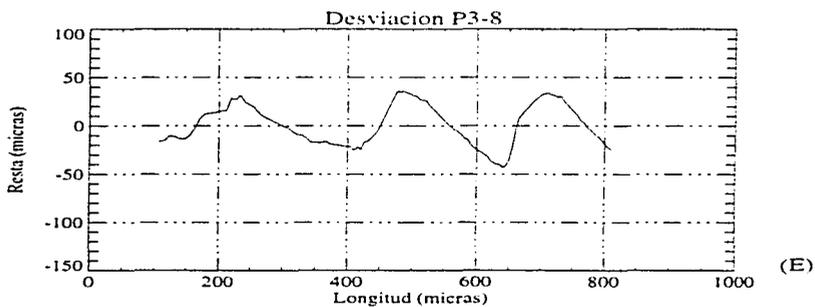
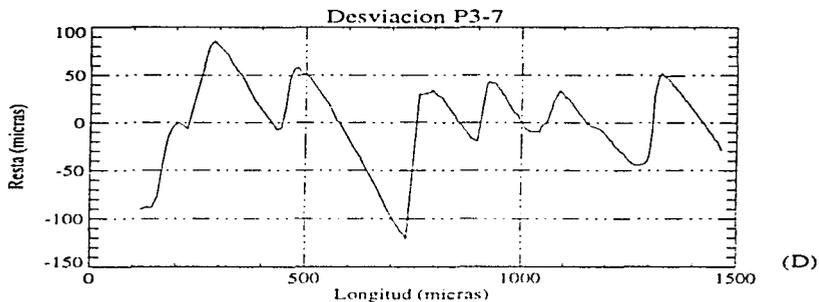


FIG 3.1.11.

## COMPARACION DE PROPAGACION EN PROBETA P3



**FIG. 1.11. A), B), C), D), E)** Graficas Resta-longitud para los experimentos 5, 6, 7 y 8, respectivamente, sobre la probeta 3. Notese que se encuentran graficadas sobre el mismo rango; de tal forma que son facilmente apreciables las diferencias en amplitud y periodo entre los experimentos

COMPARACION DE PROPAGACION EN PROBETA P3

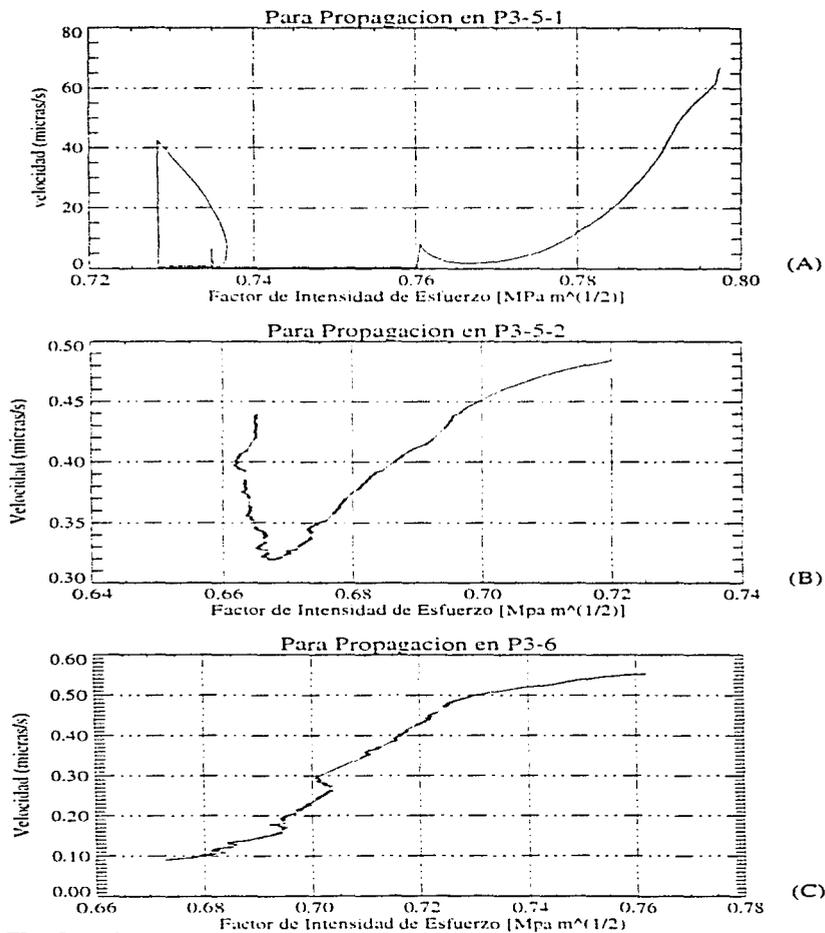


FIG 3.1.12.

### COMPARACION DE PROPAGACION EN PROBETA P3

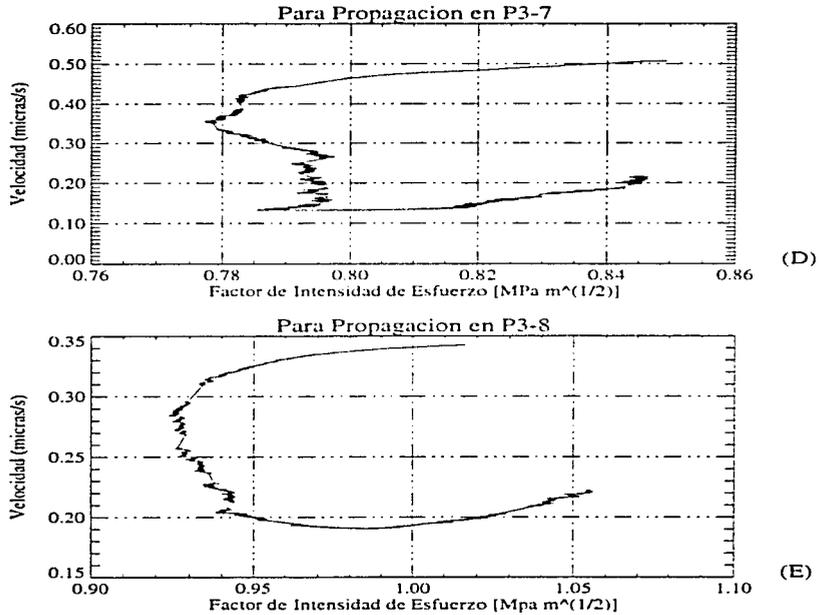


FIG3.1.12. A), B), C), D), E) Grafica Velocidad-Factor de Intensidad de Esfuerzo para los experimentos 5,6,7 y 8 respectivamente, sobre la probeta 3.

## Resultados para la Probeta P3

Experimento	Precarga $K_f$ (MPa m <sup>1/2</sup> )	Longitud Inicial de grieta (mm)	Longitud Total de Propagación (mm)	Velocidad (Micras/s)	Tempo de Proceso (seg)	Rango de $K_f$ (MPa m <sup>1/2</sup> )	Intervalo de Desviación (Micras)	Tempo Característico Fundamental (Seg)	Longitud Característica Fundamental (mm)
P3-5-1 (Detalle)		17.900	1.680	67 - 25 0.25 43 - 1	0.522 - 14 140 0.81 - 35	0.795 a 0.730	-20 a 20	35	0.225
P3-5-2 (Detalle)		19.7405	2.170	0.48 - 0.32	72.916 - 109.375	0.720 - 0.665	-100 a 90	834 y 1945	0.3 y 0.7
P3-5 (Total)	0.3 - 0.6	17.900	4.011 <sup>2</sup>	Diferencia inicial entre extremos del perfil : 1.87 mm Diferencia final entre extremos del perfil : 1.419 mm			Diferencia de avance entre Extremos del perfil : 0.451 mm		
P3-6 <sup>3</sup> (Inicio)		22.857	7.084	Muy Alta					
P3-6 (Detalle)		29.941	1.626	0.55 - 0.09	63.636 - 388.8	0.76 - 0.67	40 a 60	1820	0.55
P3-6 (Total)	0.3 - 0.7	22.857	8.710	Diferencia inicial entre extremos del perfil : 1.54 mm Diferencia final entre extremos del perfil : 0.99 mm			Diferencia de avance entre Extremos del perfil : 0.55 mm		
P3-7 <sup>3</sup> (Inicio)		31.996	2.299	Muy alta					
P3-7 (Detalle)		34.295	1.434	0.50 - 0.13	70 - 269.23	FRC	-120 a 85	700, 1200 y 2000	0.12, 1.5 y 2.9
P3-7 (Total)	0.3 - 0.6	31.996	3.733	Diferencia inicial entre extremos del perfil : 0.77 mm Diferencia final entre extremos del perfil : 0.77 mm			Diferencia de avance entre Extremos del perfil : 0.0 mm		
P3-8 (Total)	0.3 - 0.5	35.729	0.958	0.35 - 0.19	100 - 184.21	FRC	-42 a 35	780	0.19
				Diferencia inicial entre extremos del perfil : 0.77 mm Diferencia final entre extremos del perfil : 0.44 mm			Diferencia de avance entre Extremos del perfil : 0.33 mm		

1. - El tiempo de proceso esta calculado para una longitud del "crater" de 35 micras.  
 2. - Entre P3-5-1 y P3-5-2 existe una propagación de 0.180 mm  
 3. - Debido a la alta velocidad de propagación de este bloque de datos no se pudo realizar ningún tipo de análisis.  
 En los resultados no se los muestran graficos referentes a este periodo pero en el mapa general de la superficie se puede localizar su posición.  
 FRC - Fuera del rango calculable (ver seccion 2.1.2.3)

### REFERENCIAS 3.1

- [1] Pulos, Guillermo C. y Knauss Wolfgang G., "Nonsteady crack and craze behavior in PMMA under cyclical loading: II. Effect of load history on growth rate and fracture morphology", Report SM 96-11, California Institute of technology, Mayo, 1996.

## CONCLUSIONES

## CONCLUSIONES.

Es difícil intentar realizar una generalización válida con base en tan sólo unos cuantos experimentos y bajo condiciones tan restringidas como fueron aquellas con las que éstos se ejecutaron (sólo se aplicó un tipo de carga y, de hecho, ningún parámetro fue controlado). Más bien, los resultados obtenidos deben de ser vistos como una serie de datos que refuerzan algunas de las líneas que han sido trazadas en el estudio de la fractura en polímeros y que, por otro lado, arrojan vagamente información que hasta el momento era desconocida o formaba parte de las especulaciones acerca del tema.

Debido a la complejidad del tópico, apenas se podría llegar a esbozar, con riesgo de caer en afirmaciones meramente reflexivas, algunas de las consecuencias ingenieriles (metodología de diseño, manufactura y procesos de conformado, impacto en los costos, etc) que tendría el uso de componentes basados en termoplásticos. Por dicha razón, las siguientes conclusiones se centran sólo en la fenomenología del proceso de fractura en termoplásticos. Este tipo de análisis corresponde al desarrollo de las ciencias de la ingeniería (concretamente ciencia de materiales) y deja abierta la discusión en todas aquellas áreas aplicadas que conforman la práctica ingenieril.

Con ayuda de las gráficas y mapas mostrados en la sección 3.1.3 y de la tabla de resultados para la probeta P3 es posible enfocar nuestra atención sobre tres puntos principales:

1.- Aspectos de velocidad. En todos los experimentos es evidente que existe un proceso de propagación caracterizado por los periodos de aceleración/desaceleración (ver gráficas de desviación (resta - tiempo)). Nótese que el intervalo de desviación menor es de -20 a 20 micras y el mayor de -120 a 85, valores muy superiores a la resolución del sistema de óptico utilizado ( pixel igual 1.5 micras) lo que sin lugar a dudas descarta la posibilidad de que las lecturas obtenidas sean ruido del sistema de medición. Dos aspectos caracterizan los periodos citados: su amplitud y su frecuencia (o periodo para expresarlo en segundos). Si relacionamos los rangos de velocidad de propagación con los periodos de aceleración/desaceleración notaremos las siguientes características:

- A una alta velocidad de propagación (más de 1 micra/s) se encuentra relacionado un intervalo de desviación más estrecho (amplitud), es decir, la magnitud del adelanto o atraso de la grieta es menor que en aquellos casos en los que se presenta una velocidad de propagación lenta.
- Para una alta velocidad de propagación la frecuencia de los periodos de aceleración/desaceleración es muy alta (el periodo expresado en segundos es pequeño) y viceversa con una velocidad baja.

Es importante notar que los rangos de desviación con una amplitud de 40 micras pueden ser entendidos en el marco de la relación punta del "craze" - punta de la grieta y que evidentemente el tamaño del "craze" jugará uno de los roles más importantes durante la fractura (recuérdese que se han reportado "crazes" de entre 10 y 40 micras). Sin embargo, en P3-5-2 y P3-7 se alcanzan desviaciones de hasta 120 micras. Dado que no se realizó

interferometría y considerando que dichos tamaños de "craze" no han sido reportados en el PMMA cabe formular las siguientes preguntas: ¿Cuál es la máxima dimensión que puede alcanzar el "craze"?, ¿Las propiedades dependientes del tiempo durante la fractura sólo se manifiestan en función del "craze" o que otro tipo de factores moleculares pueden intervenir?, ¿Qué procedimientos de ruptura y deterioro del "craze" están interviniendo en estos dos tipos de comportamiento y cuáles son sus efectos sobre el tiempo de proceso del material?.

Desgraciadamente, la información extraída de los experimentos no permite responder ninguna de las preguntas planteadas, pero indican que es de gran importancia poder cuantificar y cualificar aquellas manifestaciones de la propagación que se alejan del modo continuo. Con la finalidad de poder evaluar la discontinuidad más extrema de la propagación, la detención momentánea de la punta de la grieta, fueron trazadas líneas punteadas con pendiente de -1 en la gráfica resta - longitud. Invariablemente en los casos analizados encontramos etapas en las que la grieta tiende a detenerse. De especial importancia es el caso de P3-5-1 (Localización en el mapa: 17.90 mm - 19.40 mm) en el cual, después de una fase de alta velocidad de propagación se presenta un alto total de la punta en los rangos de 19.1 - 19.2 mm y 19.5 y 19.6 mm. Es más, el cambio de velocidad es tan drástico, de un rango inicial de 67 - 2.5 micras/s a una velocidad de 0.25 micras/s, que lleva a pensar en que necesariamente tienen que estar interviniendo factores de la estructura molecular pues luego de aproximadamente 180 seg. la velocidad se vuelve a incrementar substancialmente a un rango de 43 - 1 micras/s. Al respecto se ahondará más en el apartado referente a la superficie de fractura, lo que está claro en este punto es que la propagación discontinua bien puede presentarse bajo condiciones de carga cuasiestática y que no es un fenómeno exclusivo de la fractura por fatiga.

Por otro lado, una de las principales preocupaciones en este campo, por la utilidad práctica que tendría, ha sido encontrar una relación unívoca entre la velocidad de propagación y el factor de intensidad de esfuerzo. A la luz de los datos experimentales obtenidos aquí, no resulta tan aventurado decir que dicha relación no existe. Si descartamos los experimentos P3-7 y P3-8 (donde  $K_I$  aumenta con la longitud de grieta debido a que el rango de validez de la fórmula usada para su cálculo ha sido sobrepasado y por lo tanto los resultados que arroja son erróneos por estar influenciados por los efectos de la frontera), tenemos las gráficas de velocidad -  $K_I$  para tres casos en los cuales el factor puede tener asociada más de una velocidad; esto, en su implicación última, quiere decir que la fuerza aplicada a un espécimen agrietado no sólo es invertida en la propagación y que existen otros elementos de disipación que en un momento dado ocasionan un  $K_I$  específico asociado a una velocidad no determinable. Nuevamente es ilustrativo observar P3-5-1, en la gráfica velocidad -  $K_I$  se aprecia un alto factor de intensidad de esfuerzo (0.76 - 0.74 MPa m<sup>(1/2)</sup>) asociado a una velocidad baja de propagación (0.25 micras/s) y, por otro lado, un factor de intensidad bajo (0.73 MPa m<sup>(1/2)</sup>) relacionado con una velocidad muy alta (40 micras/s). Algunos autores (28) mencionan que es posible que la velocidad descienda al aplicar una fuerza mayor si existen superficies de fractura rugosas que requieran una gran energía para su formación.

2.- Morfología de la superficie de fractura. Una de las fuentes más importantes en la determinación de los mecanismos de fractura es el análisis de la superficie dejada durante la propagación de la grieta.

En P3 predominan dos características a lo largo de todos los experimentos:

- Las zonas de superficie rugosa. Generalmente estas regiones son llamadas cuñas por la configuración geométrica que adquieren (la terminología se generó en la literatura que se ha escrito sobre condiciones de fatiga), consisten en franjas cuya textura es notablemente más accidentada que el resto de la superficie de consistencia más suave (ver mapa en donde se pueden identificar hasta 8 zonas de este tipo). De primera intención es posible suponer que dichas cuñas requieren de una mayor energía para su formación que las superficies suaves, para sustentar esta afirmación recurramos a identificar los valores de velocidad y  $K_I$  asociados a las cuñas. La velocidad en todas las porciones ocupadas por cuñas se encuentra por debajo de 0.60 micras/s, mientras que en el resto de la superficie, de textura suave, se alcanzan velocidades de 67 a 1 micras/s. Evidentemente estas zonas están asociadas a tiempos de proceso del material mayores que se manifiestan en velocidades bajas de propagación. El tiempo de proceso en las zonas de cuñas oscila entre 60 a 389 segundos contra 0.522 a 14 segundos que se presentan en las superficies planas, de ahí que se especule que dicho tiempo interviene de manera importante en la generación de estas regiones. La pregunta que queda sin respuesta en este caso es: ¿ Como es posible que se generen estas marcas, de hasta 4 mm de longitud, si estamos suponiendo que la región que dominan el proceso de fractura ("craze") es de apenas unas cuantas micras?, en todo caso, ¿ Qué interacción puede tener el "craze" con su frontera elastoplástica o qué distingue la ruptura del "craze" en las zonas rugosas de aquélla que se presenta en las superficies suaves? y más concretamente ¿Qué factores determinan la aparición y desaparición de las cuñas?. Evidentemente la respuesta a estas interrogantes sólo podrá ser dada en la medida en que las muestras sean analizadas utilizando técnicas de microscopía electrónica y con ayuda de la modelación del comportamiento de la cinemática molecular involucrada. Por otro lado, el factor de intensidad de esfuerzo relacionado a la presencia de cuñas no parece describir ninguna característica especial pues decae exponencialmente como es predicho por los modelos de viscoelasticidad. Sin embargo, es necesario ser cautelosos al respecto dado que sería indispensable ejercer un auténtico control sobre los valores de  $K_I$  e indagar en un amplio rango de valores para poder concluir que la magnitud de  $K_I$  afecta o no a la morfología de la superficie de fractura. Es fundamental recalcar que en la literatura anterior al presente trabajo (42) se asociaba las zonas de cuñas primordialmente a la aplicación de esfuerzos oscilantes. Sin embargo, los estudios realizados bajo condiciones cuasiestáticas dejan claro que este tipo de superficies no son producto del proceso cíclico al que son sujetas las probetas examinadas en fatiga. Ahora queda claro que dichas zonas reflejan el comportamiento del material y que no se generan como resultado de las condiciones de esfuerzo a las que es sometido el material.
- Zonas de transición de alta a baja velocidad. A lo largo de la probeta se pueden observar tres transiciones de alta a baja velocidad. Una en las longitudes 19.40 - 19.90 mm, otra en 29.40 - 29.90 mm y la última en 33.40 - 33.90 mm. Es importante notar que

la superficie en estas franjas de transición es una etapa intermedia entre regiones de textura suave a textura rugosa y que por consiguiente es una porción en donde es posible hallar evidencia de los mecanismos que gobiernan los diferentes tipos de ruptura del "craze". Sin lugar a dudas el estudio de esta etapa de transición no resulta sencillo y aún se realizan esfuerzo para intentar caracterizarla, un ejemplo de ello lo encontramos en (43) donde incluso se llega a identificar en la superficie lo que ellos llaman "punto de disparo". Este punto es el precursor de una región rugosa y se relaciona con una fase de transición en las curvas  $da/dN - \Delta K$  ( para condiciones de fatiga). Además, en dicha referencia se muestra como el porcentaje de superficie suave va disminuyendo a medida que el porcentaje de la superficie rugosa aumenta a partir del "punto de disparo". Nuevamente, un estudio más profundo requiere la utilización de herramientas de microscopia pues a todas luces el simple análisis que permite la teoría del medio continuo no alcanza a responder las interrogantes que se presentan.

3.- Perfil. Finalmente es necesario llamar la atención a un fenómeno que se presenta en el movimiento del perfil de la grieta. Idealmente se considera que el perfil de la grieta es parabólico y que avanza uniformemente, sin embargo, los experimentos demuestran que ninguna de estas suposiciones es correcta. Los extremos del perfil de la grieta pueden sufrir atrasos de hasta 1.9 mm y aunque el propagación debe ser consistente a todo lo largo del perfil no necesariamente es homogénea. Es decir, las velocidades leídas de la punta de la grieta depende de que superficie de observación se elija; es más, la presencia de este fenómeno nos indica que es deseable poder seguir ambos extremos simultáneamente.

Como consecuencia de este comportamiento, es posible encontrar casos en los que un extremo de la grieta se esté acelerando mientras el otro puede estar estático o avanzando a velocidad constante; cualquiera que sea el caso, es posible que un extremo avance más que el otro. En los experimentos realizados sólo en un caso el perfil avanzó uniformemente; en todos los demás existió una diferencia del avance de los extremos del perfil cuya magnitud se encuentra en el rango de 0.33 a 0.55 mm. Por lo tanto, no es de sorprender que la gráfica aceleración - tiempo muestre que la punta se estaba acelerando cuando se esperaría una tendencia a frenar.

Resulta muy ilustrativo, para ejemplificar el movimiento inhomogéneo del perfil, considerar el experimento P3-5-1. En él, podemos identificar una aparente inconsistencia en la gráfica  $K_I$  - longitud de propagación. A la altura de 19.40 mm de longitud se encuentra un ligero aumento del factor de intensidad de esfuerzo, en términos generales, esto quiere decir que la fuerza leída no disminuyó en la medida que la grieta se propagó. Dicho comportamiento sólo es explicable en función del movimiento inhomogéneo del perfil el cual es absolutamente cuatificable al analizar la superficie de fractura.

No obstante la evidencia del movimiento inhomogéneo del perfil, no es posible discutir acerca de los factores que lo provocan, obviamente la distribución del esfuerzo a lo largo del perfil juega un papel importante y evidencias en las superficies rugosas indican que las cuñas tienden a retardarlo, pero el mecanismo exacto del movimiento no puede ser establecido. Sin embargo, se deben de realizarse trabajos que apunten en esa dirección pues para comprender cabalmente la fractura debemos de ser capaces de establecer el camino que recorre el perfil y encontrar los efectos que sobre la propagación en general tienen los

defectos puntuales. En la actualidad parece ser coherente suponer que las mediciones que se realizan en el borde (longitud de la grieta) en cierta medida reflejan la topografía de la superficie de fractura. A manera de comentario, cabe decir que, si conociéramos exactamente la posición de todo el perfil, en P3-5-1 podríamos relacionar el periodo de 180 seg., en los que la grieta prácticamente se detiene, con la formación de la cuña que se encuentra en la parte intermedia de la superficie, desgraciadamente, toda discusión resulta especulativa pues es necesario asumir un perfil para poder relacionar adecuadamente todas las posiciones a lo ancho de la probeta.

Por último y de manera independiente a la descripción de los mecanismo de la fractura en termoplásticos, uno de los logros más trascendentes de este trabajo se encuentra en el ensamblado del sistema de medición. La técnica empleada permite realizar medidas de aproximadamente  $1/20$  de la longitud del "craze" lo que la convierte en una de las de más alta resolución de entre aquéllas usadas actualmente a nivel mundial. Es conveniente notar que los fenómenos que han sido encontrados no podrían haber sido detectados si las exigencias de resolución del sistema no se hubieran alcanzado.

## **BIBLIOGRAFIA**

## BIBLIOGRAFÍA

- (1) Billmeyer, Fred W., Textbook of Polymer Science, 2ª Edición. United States of America, Editorial John Wiley and Sons, Inc., 1971. 598 Pág.
- (2) Askeland, Donald R., La Ciencia e Ingeniería de los Materiales. Tr. Guerrero Zepeda, J. Gonzalo. México, Grupo Editorial Iberoamérica, 1987. 556 Pág.
- (3) Findley, William N. et al, Creep and Relaxation of Nonlinear Viscoelastic Materials. With an Introduction to Linear Viscoelasticity. New York, Dover Publications, Inc., 1989. 371 Pág.
- (4) Ward, I.M., Mechanical Properties of Solid Polymers, 2ª Edición. England, Editorial John Wiley and Sons, Inc., 1979. 475 Pág.
- (5) Birley, Arthur W. et al. Physics of plastics Processing, properties and materials engineering. United States of America, Hanser Publishers, 1991. 528 Pág.
- (6) Rosen, Bernard. et al. Fracture processes in polymeric solids. United States of America, Editorial John Wiley and Sons, Inc., 1964. 835 Pág.
- (7) Kinloch, A.J., Young, R.J. Fracture behaviour of polymers. New York, Applied science publishers, 1983. 496 Pág.
- (8) Hertzberg, Richard W, Manson, John A. Fatigue of engineering plastics. New York, Academic Press, 1980. 295 Pág.
- (9) Rosen, Stephen. L. Fundamental principles of polymers materials. 2ª Edición. United States of America. John Wiley and Sons Inc., 1993. 420 Pág.
- (10) Henning Kausch, Hans Polymer Fracture. 2ª Edición. Vol. 2 Polymers/properties and applications. Alemania. Springer-Verlag, 1987. 456 Pág.
- (11) Hertzberg, Richard W. Deformation and fracture mechanics of engineering materials. 3ª edición. United States of America 1989. John Wiley and Sons. Pág 679.
- (12) Notas del seminario de Fractura impartido en el Instituto de Investigaciones en Materiales. Dr. Guillermo C. Pulos
- (13) Anderson, T.L. Fracture mechanics. Fundamentals and applications. United States of America 1991. CRC Press Inc. Pág 793.
- (14) Hellan, Kåre. Introduction to fracture mechanics. United States of America 1984. McGraw-Hill. Pág 302.

- (15) Boresi, Arthur P. et al. Advanced Mechanics of materials. 5ta edición. United States of America, John Wiley and Sons Inc, 1993. Pág. 811
- (16) Dowling, Norman E. Mechanical behaviour of materials. Engineering Methods for deformation, fracture and fatigue. United States of America Prentice Hall, 1993. Pág. 773.
- (17) Broek, David. Elementary engineering fracture mechanics. 4ta edición. Netherlands, Kluwer Academic Publishers 1991. Pág. 516.
- (18) Ewalds, H.L. Fracture mechanics. USA New York. Editorial Edward Arnold. 1989, Pág. 304.
- (19) Folk, Michael J. y Zoellick, Bill. Estructuras de archivos. Un conjunto de herramientas conceptuales. Traductor : Luis F. Castro Careaga y Guillermo Levine Gutierrez. E.U.A. Addison-Wesley Iberoamericana S.A. 1992. Pág. 599.
- (20) Sommerville, Ian. Ingeniería de software. Traductor : Pedro Flores Suárez y Pedro Hepp K. 2ª edición. U.S.A 1988. Addison-Wesley Iberoamericana. Pág. 362.
- (21) Duncan, Ray. MS-DOS Avanzado. Guía Microsoft Anaya Multimedia para los programadores expertos en lenguaje ensamblador y C. Traductor José Manuel Otón. España 1988. Editorial Anaya Multimedia. Pág. 471.
- (22) Edwards, Charles C. Turbo Pascal. Técnicas avanzadas de programación en entorno MS-DOS. Traductor : José Félix Rábago. España 1987. Editorial Anaya Multimedia. Pág. 316.
- (23) Tenenbaum, Aaron M. Estructuras de datos en C. Traductor: Javier Pulido Cejudo. Mexico 1993. Prentice-Hall Hispanoamericana. Pág. 696.
- (24) Wylie, C.Ray. Matemáticas superiores para ingeniería. Traductor : J. Hernán Pérez Castellanos. 4ª edición (2ª edición en español). México 1994. McGraw Hill / Interamericana. Pág. 1028.
- (25) Mysore N.L. Narashmham Principles of continuum mechanics. John Wiley and Sons. U.S.A., 1993.
- (26) Fung, Y.C. Foundations of solid mechanics. Prentice-Hall, Englewood Cliffs. 1965.

## ARTICULOS

- (27) Pulos, Guillermo C. "Constant stress intensity factors through closed-loop control". International journal of fracture, 63, 1993. Pág 101-112.
- (28) Marder, Michael y Fineberg, Jay. "How things break". Physics Today American Institute of physics, S-0031-9228-9609-010-2, Septiembre de 1996. Pág 24-29.
- (29) Döll, W. "Fractography and failure mechanisms of amorphous thermoplastics". Pág. 387-435. Fractography and failure mechanisms of polymers and composites De. Anne C. Roulin-Moloney. Elsevier Applied Science. New York 1989.
- (30) Döll, Walter, Könczöl, L. y Schinker, M G. "Size and mechanical properties of craze zones at propagating crack tips in poly(methylmethacrylate) during fatigue loading". Polymer, 1983, Vol 24, Septiembre. Pág 1213-1219.
- (31) Takemori, M.T. "Competition between crazing and shear flow during fatigue". Pág 263-300. Advances in polymer science 91/92. Editor: H-H. Kausch. Springer-Verlang Berlin Heidelberg 1990.
- (32) Kramer, E.J. y Berger, L.L. "Fundamental Processes of craze growth and fracture", Pág. 1-68. Advances in polymer science 91/92. Editor: H-H. Kausch. Springer-Verlang Berlin Heidelberg 1990.
- (33) Döll, Walter. y Könczöll, L. "Micromechanics of fracture under static and fatigue loading: optical interferometry of crack tip craze zones". Pág. 137-214. Advances in polymer science 91/92. Editor: H-H. Kausch. Springer-Verlang Berlin Heidelberg 1990.
- (34) Schirrer, R. "Optical interferometry: Running crack-tip morphologies and craze material properties". Pág. 215-262. Advances in polymer science 91/92. Editor: H-H. Kausch. Springer-Verlang Berlin Heidelberg 1990.
- (35) Pulos, Guillermo C. y Knauss Wolfgang G., "Nonsteady crack and craze behavior in PMMA under cyclical loading: II. Efect of load history on growth rate and fracture morphology", Report SM 96-11, California Institute of technology, Mayo, 1996.
- (36) M.L. Williams, "Stress singularities resulting from boudary conditions in angular corners of plates in extensions", Journal of applied mechanics Vol 74. Pág 526-528, 1952.
- (37) Dugdale, D.S., "Yielding in steel sheets containing slits". Journal of the mechanics and physics of solids, Vol 8. Pág.100-104.
- (38) Döll, W., Seidelman, U., y Könczöl, L. "On the validity of the Dugdale model for crazes zones at crack tips in PMMA". Journal of materials science. Vol 15. 1980. Letters. 0022-2461/80/092389-06.

(39) Doll, W. "Fracture testing of brittle polymers". Pág. 257-290. Fracture of non metallic materials. Procc 5<sup>th</sup> Advances Seminar on fracture mechanics. Espra Italia, 14-18 Octubre 1985. Editorial Klaus P. Herrmann., D. Reidel Publishing Co.

(40) Pulos,G.C. y Knauss, W.G. "Nonsteady crack and craze behavior in PMMA under cyclical loading: I. Experimental preliminaries," Report SM 96-9, California Institute of Technology, Mayo, 1996.

(41) Pulos, G.C. and Knauss, W.G., "Nonsteady crack and craze behavior in PMMA under cyclical loading: III. Effect of load history on cohesive forces distribution of the craze", Report SM 96-11. California Institute of technology, Julio 1996.

(42) Pulos, G.C. "Time and stress effects on the surface morphology of PMMA under fatigue" Pág. 3011-3018. Advances in fracture research ICF9. Sydney, Australia 1997. Volumen 6. High strain rate fracture and impact mechanics. Editor B.L. karihaloo, Y.W. Mai, M.I. Ripley y R.O. Ritchie. Sydney, abril 1-5, 1997.

(43) Bokoi, Y., Shiraishi, Y., Higo, Y. "A study of fatigue crack propagation mechanisms of a non - crystalline polyner" Pág. 1701-1706. Advances in fracture research ICF9. Sydney, Australia 1997. Volumen 3. Fatigue of metallic and non - metallic materials and structures. Editor B.L. karihaloo, Y.W. Mai, M.I. Ripley y R.O. Ritchie. Sydney, abril 1-5, 1997.

## APÉNDICES

## APENDICES

### Apéndice A. Tensores.

#### Notación de Tensores.

Sin pretender dar una definición y un desarrollo rigurosamente matemático del concepto de tensor (Para un desarrollo más sólido del análisis tensorial consultar de la bibliografía (24) y (25)), podemos considerar, de una forma muy somera, que los tensores son objetos matemáticos extraordinariamente útiles en la formulación y desarrollo de las intrincadas leyes de la naturaleza.

Como todo objeto matemático, los tensores poseen una simbología específica. Existen dos tipos de notación para representar a los tensores. Una es la notación directa, que es similar a la utilizada en el análisis vectorial y matricial, la otra es la notación por índices, consistente en el uso de subíndices y superíndices colocados sobre una letra principal. La notación directa normalmente se usa en la formulación de leyes físicas en una forma invariante, es decir, en un marco que es independiente del sistema de coordenadas elegido. La notación por índices es usada para derivar las componentes detalladas de las ecuaciones que gobiernan los problemas físicos en un sistema de coordenadas apropiado.

En su forma más general, en la notación por índices se usan subíndices y superíndices. Por ejemplo las cantidades  $x_1, x_2, x_3$  pueden ser escritas en una forma compacta como  $x_k$ , para  $k=1, 2, 3$ . Similarmente  $x^1, x^2, x^3$  se puede escribir como  $x^k$ , para  $k=1, 2, 3$  (Nótese que los superíndices no son exponentes). Por convención los subíndices son usados en la representación de las componentes llamadas covariantes y los superíndices en las contravariantes; dado que dicha diferenciación se presenta en coordenadas curvilíneas, pero no en cartesianas, es común que en estas últimas solo se utilicen subíndices, o que si sólo aparecen éstos se asuman coordenadas cartesianas.

#### Convención de la suma

Si un índice aparece una vez como subíndice asociado a una letra principal en un término dado, y luego nuevamente aparece una y solo una vez como superíndice asociado a la misma letra principal o a otra del mismo término se asume que la convención de suma se está aplicando. En representación matemática tenemos:

$$a^1 b_1 + a^2 b_2 + a^3 b_3 = \sum_{k=1}^3 a^k b_k$$

lo cual removiendo el símbolo de sumatoria queda como:

$$a^1 b_1 + a^2 b_2 + a^3 b_3 = a^k b_k \quad \text{Para } k = 1,2,3$$

La convección de la suma ofrece gran simplicidad, consistencia y también sirve como una poderosa herramienta para realizar una verificación preliminar de la exactitud de las ecuaciones matemáticas.

En el caso de un sistema de coordenadas cartesianas, donde la distinción entre covariante y contravariante desaparece, el índice de sumatoria se puede repetir una y sólo una vez en la posición del subíndice, es decir, si el término tiene la misma letra dos veces como subíndice se tiene que sumar para todos los valores del índice repetido. Matemáticamente se tiene:

$$a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3 = a_k b_k \quad \text{Para } k = 1,2,3.$$

### Descomposición de los tensores de esfuerzo y deformación en sus componentes "desviador" y volumétrica

El tensor de esfuerzo  $\sigma_{ij}$  puede ser dividido en dos partes, una que representa el esfuerzo promedio normal (esfuerzo volumétrico)  $\sigma_v$ ,  $\delta_{ij}$  y el resto o desviación del esfuerzo promedio, llamado el tensor "desviador"  $s_{ij}$  de la siguiente manera:

$$\sigma_{ij} = \begin{vmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \sigma_v & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_v & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_v \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} \end{vmatrix}$$

en notación tensorial

$$\sigma_{ij} = \sigma_v \delta_{ij} + s_{ij}$$

dado que la adición se realiza para los miembros correspondientes de la matriz, los componentes cortantes (con subíndice diferente) son iguales en el tensor de esfuerzos  $\sigma_{ij}$  y en el tensor "desviador"  $s_{ij}$ .

El elemento  $\sigma_v$  es el promedio del esfuerzo normal del tensor  $\sigma_{ij}$ , es decir:

$$\sigma_v = \frac{1}{3} \sigma_{kk} = \frac{1}{3} (\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33})$$

finalmente tenemos:

$$s_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3} \sigma_{kk} \delta_{ij}$$

ó matricialmente

$$s_{ij} = \begin{vmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \sigma_{11} - \sigma_v & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} - \sigma_v & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} - \sigma_v \end{vmatrix}$$

el mismo procedimiento aplica para en tensor de deformación  $\epsilon_{ij}$ , siendo  $\epsilon_v$  la deformación volumétrica y  $d_{ij}$  el "desviador" correspondiente.

## **Apéndice B.**

### **Características técnicas de la tarjeta de adquisición de imágenes.**

La tarjeta de adquisición de imágenes DT3852 pertenece a la serie de tarjetas DT3851 cuya arquitectura está basada en el procesador gráfico Texas Instruments TMS34020. El procesador gráfico controla la entrada de video, el despliegue de video, la transferencia de datos y ejecuta un número limitado de operaciones de procesado de imágenes. Se trata de un producto diseñado para funcionar en una plataforma IBM PC AT o compatible. Las entradas y salidas de video son completamente programables para adquirir y desplegar en una gran variedad de formatos de video. Las secciones de entrada y salida están completamente desacopladas permitiendo a la tarjeta adquirir y desplegar señales de video a diferentes frecuencias.

Los comandos suministrados por el fabricante manejan todas las operaciones de la tarjeta. Dichos comandos eliminan la programación registro por registro requerida para realizar alguna operación. Los comandos son cargados a la tarjeta por la aplicación y proporcionan una interfase con el procesador gráfico.

La arquitectura de la tarjeta ofrece las siguientes características:

- Operación con uno o dos monitores.
- Captura en tiempo real.
- Conexión hasta para cuatro entradas de video RS-170/NTSC o CCIR/PAL o para fuentes no estandar.
- Muestreo de entrada variable.
- Múltiples modos de despliegue.
- Hasta 8 MB. De memoria auxiliar.
- Procesado de imágenes via hardware.

Entre las especificaciones más importantes de la tarjeta se tienen:

- Resolución máxima de entrada: 2000 x 2000 pixeles.
- Máxima resolución de despliegue: 1024 x 768.
- Frecuencia de adquisición: 0 a 20 MHz.
- Frecuencia de despliegue: 0 a 65 MHz.
- Máxima memoria auxiliar: 8 MB.

El diagrama de bloques de la tarjeta se muestra en la figura correspondiente y es conveniente remitirse a él para comprender las siguientes explicaciones.

La tarjeta posee tres modos de entrada de video:

- "RS-170 acquire"
- "Slow Scan acquire"
- "Asynchronous reset acquire"

Cada uno de los modos puede operar usando tanto el reloj interno como un reloj externo. La adquisición de la imagen es iniciada via software o a través de un disparo externo. Durante la adquisición el TMS34020 transfiere la información digitalizada al

“acquire buffer” hasta que la captura es terminada. Posteriormente se puede transferir los datos al buffer de despliegue a algún buffer en la memoria auxiliar.

### Adquisición.

La tarjeta adquiere imágenes directamente de uno de los cuatros posibles canales seleccionados para la entrada de video. La tarjeta digitaliza un cuadro completo a una frecuencia programable de 0 a 20 MHz. La señal de video es digitalizada en una imagen de hasta 2000 x 2000 líneas (La configuración deseada no debe exceder 1.0 MB ). Cada pixel ocupa 8 bits.

### Acondicionamiento de la señal.

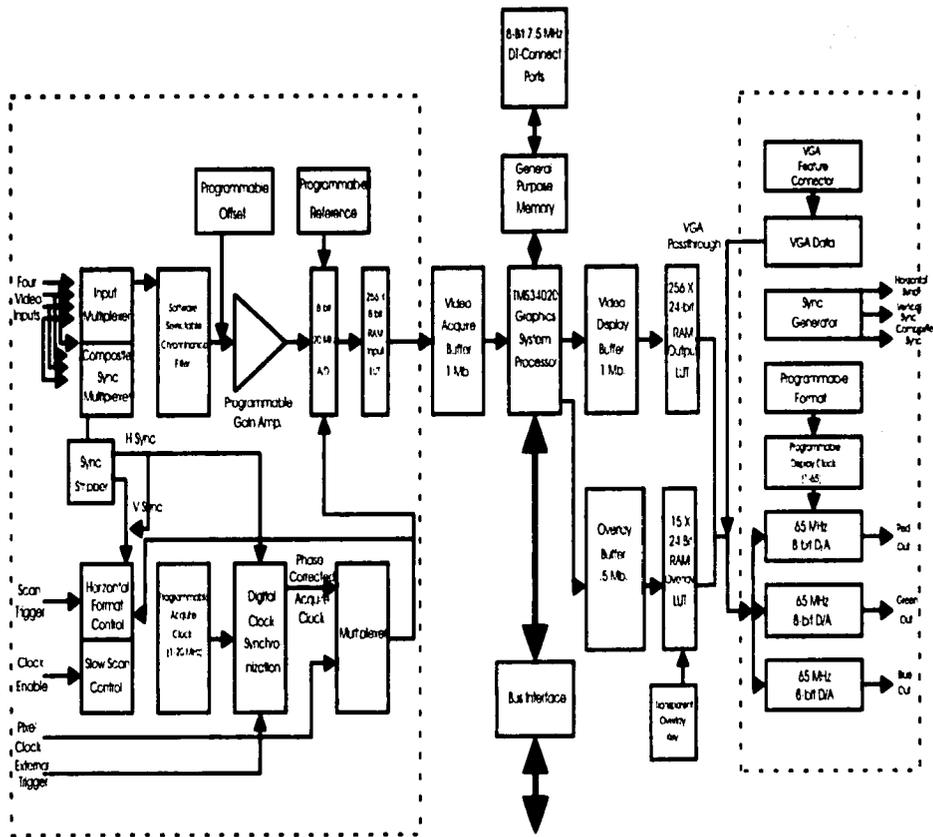
La tarjeta está diseñada para usar entradas monocromáticas ajustándose a los niveles estandard de video, sin embargo, también ha sido equipada con un filtro cromático (habilitado via software), con ajuste para la ganancia y el offset y con una referencia análogo/digital para acondicionamiento de la señal antes de la digitalización.

Para la adquisición de las señales de color se cuenta con dos filtros cromáticos (60 o 50 MHz.) que remueven la información del color.

La ganancia de la señal es programable entre los valores de 0.5, 1, 2 o 4 lo que permite un amplio rango de control para ajustar las señales de alto a bajo nivel. El valor de la ganancia funciona como un multiplexor al manipular la señal de video. Un factor de ganancia mayor que 1 incrementa la amplitud de toda la señal causando que la imagen se haga más brillante. Inversamente, un factor de ganancia de 0.5 reduce la amplitud y causa que la imagen se oscurezca.

El offset es seleccionable via software y puede ser usado para obtener una óptima resolución. El valor del offset determina la magnitud de la señal de video debajo de la cual todos los datos serán digitalizados a cero. El offset indica un corte en el rango de la señal de video. Este corte mueve la señal más alta ( o más baja) en relación al cero de referencia para la conversión análogo/digital. El valor del offset puede ser seleccionado de un rango de 0 a 4096.

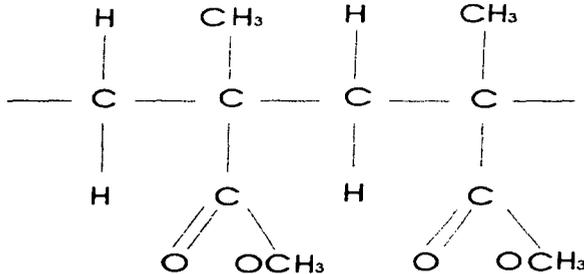
El valor de referencia para la conversión análogo/digital también puede ser usado para optimizar la resolución de la imagen. El valor asignado es usado para ajustar el contraste. Indica el limite superior de la señal que debe ser digitalizada. Aumentando su valor se incluye más de la señal de la entrada disminuyendo el contraste en general. Decrementando su valor se obtiene el efecto contrario, es decir, se aumenta el contraste en toda la imagen.



IBM Personal Computer AT Bus/VGA Bus

**Apéndice C.**  
**Propiedades del Polimetil-Metacrilato (PMMA).**

El PMMA es un termoplástico que puede ser amorfo, isotáctico y frágil. Su cadena está constituida por la siguiente unidad básica :



Por sus características físicas se usa como sustituto del vidrio. Es fabricado en hojas transparentes y tubos. Algunos de sus usos más difundidos son: para ventanas de aviones, letreros o rótulos, domos y artículos sanitarios.

Su módulo de Young (E) se encuentra entre 2.4 y 3.4 Gpa. a 20 ° C, el esfuerzo teórico de ruptura es de 300 MPa. Su resistencia a la fractura (K<sub>IC</sub>) se encuentra entre 0.73 y 1.6 Ksi (in)<sup>(1/2)</sup>.