

12  
24.

0 0 3 2 3 6



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

~~INSTITUTO DE INVESTIGACIONES Y ENSEÑANZA DE~~  
~~CIENCIAS EXACTAS Y FISICAS~~

ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES

ACATLAN

'97 MAY 9 PM 5 56

MEMORIA DE TITULOS  
POR UNA APLICACION  
Y COMPARACION  
DE LA

PROGRAMACION DINAMICA

EN EL

PLAN DE CONTINGENCIA

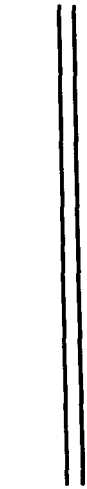
DEL SISTEMA MEXICANO DE SATELITES

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE  
LICENCIADO EN MATEMATICAS  
APLICADAS Y COMPUTACION

P R E S E N T A :

JAVIER CUAHUTLE ESCAMILLA



ASESOR DE TESIS: MAT. HECTOR ARGÜELLES TEJEDA

MEXICO, D.F.

1997

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**UNA APLICACION  
DE LA  
PROGRAMACION DINAMICA  
EN EL  
PLAN DE CONTINGENCIA  
DEL SISTEMA MEXICANO DE SATELITES**

***A mis padres***

***A mis hermanos***

***A Ursula***

***A mis compañeros de escuela***

***A mis profesores***

***A mis compañeros de trabajo***

***y a todos los que han contribuido a ser lo que soy***

***¡ GRACIAS !***

## *Indice*

<b>Introducción</b>	<i>i</i>
<b>Capítulo 1 Telecomunicaciones y el Sistema Mexicano de Satélites</b>	
<b>1.1 Concepto de telecomunicaciones</b>	<b>1</b>
<b>1.2 Sistemas de comunicación</b>	<b>2</b>
1.2.1 Elementos de un sistema de comunicación	2
1.2.2 Sistemas analógicos y digitales	3
1.2.3 Sistemas simplex, duplex y half-duplex	3
<b>1.3 Sistemas de telecomunicación vía satélite</b>	<b>4</b>
1.3.1 Elementos de un sistema de telecomunicación vía satélite	5
<b>1.4 Estaciones terrenas</b>	<b>6</b>
1.4.1 Componentes básicos de una estación terrena	6
<b>1.5 Espacio libre</b>	<b>8</b>
<b>1.6 Satélites de comunicación</b>	<b>9</b>
1.6.1 Estructura	11
1.6.2 Ancho de banda y potencia	13
1.6.3 Técnicas de acceso	16
<b>1.7 El Sistema Mexicano de Satélites</b>	<b>20</b>
1.7.1 Sistema de satélites "Morelos"	21
1.7.2 Sistema de satélites "Solidaridad"	23

<b>Capítulo 2 El Plan de Contingencia del Sistema Mexicano de Satélites</b>	
2.1 Antecedentes	32
2.2 El Plan de Contingencia	33
2.3 Elementos del Plan de Contingencia	35
2.4 Definición de procedimientos y políticas	36
2.5 Procedimiento para el respaldo del segmento espacial	37
2.5.1 Localización de espacios libres en los satélites de respaldo	38
2.5.2 Identificación de los usuarios que pueden asignarse en los espacios libres	40
2.5.3 Asignación de nuevos parámetros de acceso para los usuarios del satélite en falla	41
2.5.4 Registro de los nuevos parámetros de acceso	45
<b>Capítulo 3 Elementos del Modelo de Programación Dinámica</b>	
3.1 Antecedentes	46
3.2 Elementos en la construcción de modelos de programación dinámica	48
3.3 Principio de optimalidad	56
3.4 Características básicas de un problema de programación dinámica	56
3.5 Ejemplos de modelos de programación dinámica	58
3.5.1 Ejemplo 1 Problema de corte de rollos de papel	59
3.5.2 Ejemplo 2 Problema del cargamento	70
3.6 El problema de dimensionalidad en programación dinámica	76
3.6.1 Ejemplo 3 Problema de producción	76

<b>Capítulo 4 Aplicación del Modelo de Programación Dinámica en el Plan de Contingencia</b>	
4.1 Descripción del problema	82
4.2 Construcción del modelo	83
4.3 Ejemplos de aplicación	86
4.3.1 Ejemplo de aplicación 1	87
4.3.2 Ejemplo de aplicación 2	102
4.4 Observaciones	111
<b>Conclusiones</b>	<b>114</b>
<b>Apéndice Glosario de términos técnicos</b>	<b>117</b>
<b>Bibliografía</b>	

## ***Introducción***

El objetivo de este trabajo es presentar una alternativa de solución, a través del uso de un modelo de programación dinámica, para resolver un problema de toma de decisiones que se presenta como parte de una de las actividades a desarrollar en el **Plan de Contingencia del Sistema Mexicano de Satélites**.

El problema a resolver es: ¿Qué usuarios asignar del satélite en falla en los espacios libres de los satélites de respaldo de tal forma que se emplee su capacidad de la mejor forma posible?.

La importancia de desarrollar este proyecto radica en que el uso de satélites de comunicación en México ha tenido un gran desarrollo en los últimos años, de tal forma que hoy en día, los satélites son un elemento importante en múltiples sistemas de comunicación que permiten, sin ningún problema y en cuestión de segundos, el envío de información a diferentes partes del mundo. A este respecto, los satélites que actualmente integran el Sistema Mexicano de Satélites proporcionan diversos servicios de comunicación a nivel nacional e internacional; entre los cuales podemos destacar la transmisión de programas de radio, televisión y el envío de información de operaciones financieras y comerciales de empresas de diversos sectores.



Pero, ¿Qué sucederá en caso de que alguno de los satélites llegara a fallar?. En realidad, las consecuencias de tal situación serían desastrosas; por lo que para reducirlas, **Telecomunicaciones de México** ha trabajado en el desarrollo de un Plan de Contingencia que permita a sus usuarios mantener los servicios de comunicación en caso de falla de alguno de sus satélites; la forma para hacerlo es asignar todos los usuarios del satélite en falla en los espacios libres de los satélites restantes del sistema.

La aplicación de un modelo de programación dinámica puede resolver, en forma rápida y eficiente, el problema de respaldo de usuarios en caso de contingencia de alguno de los satélites del Sistema Mexicano de Satélites.

Las causas por las cuales se eligió desarrollar un modelo de programación dinámica para resolver el problema, en vez de un modelo de programación lineal entera, fueron las siguientes: primero, porque existe un interés obvio en dividir un problema grande en problemas de menor tamaño, para resolverlos secuencialmente; y obtener, al final, la solución del problema original, y esto lo hace la programación dinámica; segundo, porque aún cuando hay paquetes que ayudan a resolver problemas de programación lineal entera, en su mayoría requieren de la intervención directa del operador y lo que se desea, es integrar el modelo como parte del proceso de respaldo en un sistema automático que manipule y genere toda la información necesaria para resolver el problema; el hecho de considerar un modelo de programación lineal entera como parte de dicho proceso complicaba la serie de cálculos para encontrar la solución; y tercero, porque aún cuando el problema puede representarse como un modelo de programación lineal, éste tiene sólo una restricción y múltiples variables de decisión. El resolverlo por programación lineal determina el valor de una variable de decisión y deja las demás en ceros. La programación dinámica

permite verificar que la solución óptima considere determinar más de una variable de decisión diferente de cero.

La aplicación del modelo se realizó a través del uso de funciones desarrolladas en Clipper para tomar en consideración dos factores importantes: primero, la cantidad de información que maneja; y segundo, el tiempo para darle solución. Sobre la primera, Clipper es un gestor de base de datos que permite el uso de funciones recursivas, con Clipper podemos emplear la información referente a la ocupación del sistema de satélites que se encuentra almacenada en archivos de bases de datos; y de esta forma, tener la posibilidad de usar la información más reciente en el momento que sea requerida. Sobre la segunda, el uso de un lenguaje de programación permite usar la velocidad de proceso que proporciona una computadora.

La lógica desarrollada para la aplicación del modelo es la siguiente:

- 1.- Se localiza un espacio libre.
- 2.- Se determinan los usuarios que se pueden asignar en ese espacio libre.
- 3.- Se decide qué usuarios asignar.
- 4.- Se toman los usuarios que se decidió asignar.
- 5.- Se actualiza la información de estos usuarios con los nuevos parámetros de acceso.

La estructura del trabajo permite conocer un poco, dos grandes áreas: Telecomunicaciones Vía Satélite y Programación Dinámica; para al final, presentar una aplicación de esta última. De esta forma, el trabajo se divide en los siguientes capítulos:

El Capítulo 1 presenta un panorama general de Telecomunicaciones Vía Satélite que nos permite comprender la importancia de los satélites de comunicación y describir algunos elementos necesarios para entender el problema.

El Capítulo 2 presenta lo que es el Plan de Contingencia del Sistema Mexicano de Satélites y su principal objetivo: continuar proporcionando servicios de comunicación.

El Capítulo 3 presenta las ideas generales en la construcción de modelos de programación dinámica y la forma en la que éstos resuelven un problema de decisión.

Por último, el Capítulo 4, conjunta las ideas contenidas en los Capítulos 1, 2 y 3 para presentar la construcción del modelo que ayude en la solución del problema, su solución con ayuda de funciones desarrolladas en Clipper y el análisis e interpretación de los resultados que éstas proporcionan.

Este trabajo presenta un problema de *matemáticas aplicadas y computación*; es decir, un problema que se resuelve con la aplicación de un modelo matemático y la ayuda de una computadora; que, aún cuando parecieran complicar el asunto, nos permite llegar a lo esencial del problema y facilitar su solución.

# ***Capítulo 1***

## ***Telecomunicaciones y el Sistema Mexicano de Satélites***

En este capítulo se presenta una breve descripción de los elementos básicos de un sistema de comunicación, su particularización en los elementos de un sistema de telecomunicación vía satélite y algunas de las características de comunicación que tienen los satélites que actualmente integran el Sistema Mexicano de Satélites.

### **1.1 Concepto de telecomunicaciones**

El término “telecomunicación”, cuyo significado etimológico indica “comunicación a distancia”, se puede definir como toda forma de transmisión y recepción a distancia de señales; sean estas datos, sonidos o imágenes.

La anterior definición plantea la siguiente pregunta ¿Por qué hablar de señales y no de datos, sonidos o imágenes como tal?. La respuesta es simple. En la práctica, los datos, sonidos o imágenes se transforman en señales que, mediante un sistema de comunicación, se transmiten al punto de recepción donde se vuelven a transformar en los datos, sonidos o imágenes originales.

## 1.2 Sistemas de comunicación

Para nuestros fines, un sistema de comunicación puede definirse como un conjunto de elementos organizados que mantienen una cierta relación para transmitir y/o recibir mensajes o información de un lugar a otro.

### 1.2.1 Elementos de un sistema de comunicación

Un sistema de comunicación, figura 1.1, consiste básicamente de tres elementos, llamados: transmisor, medio de comunicación y receptor.

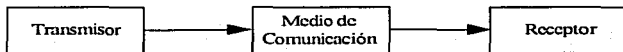


Figura 1.1 Diagrama general de un sistema de comunicación.

La función de cada elemento se describe a continuación:

**Transmisor.** El transmisor convierte el mensaje en una señal que es apropiada para enviar a través del medio de comunicación.

**Medio de comunicación.** El medio de comunicación provee la conexión entre el transmisor y el receptor; es el conducto a través del cual se envía la señal del transmisor al receptor. Físicamente puede ser un cable, fibra óptica o el espacio libre.

**Receptor.** El receptor recupera el mensaje contenido en la señal que recibe.

### 1.2.2 Sistemas analógicos y digitales

Las señales que se transmiten en un sistema de comunicación pueden ser analógicas o digitales; es decir, continuas o discretas en el tiempo respectivamente.

Si un sistema maneja señales analógicas es llamado *sistema de comunicación analógico*; alternativamente, si un sistema maneja señales digitales es llamado *sistema de comunicación digital*.

Las señales digitales pueden representar información analógica (por ejemplo, voz y vídeo) y su uso tiene algunas ventajas importantes sobre el uso de señales analógicas; la más importante: la comunicación tiene mayor calidad a través del uso de señales digitales.

### 1.2.3 Sistemas simplex, duplex y half-duplex

Los sistemas de comunicación pueden dividirse en tres grupos, en función a las posibilidades de comunicación.

Si el sistema es capaz de enviar información sólo en una dirección y no tiene la posibilidad de enviarla en sentido opuesto, es llamado sistema *simplex*. Sistemas de transmisión de radio y televisión son ejemplos de este grupo.

Si el sistema está diseñado para enviar información en dos direcciones al mismo tiempo, es llamado sistema *full-duplex* o simplemente *duplex*. Los sistemas telefónicos son ejemplos de sistemas duplex.

Si el sistema puede enviar información en dos direcciones pero sólo una dirección a la vez, es llamado sistema *half-duplex*. Ejemplos de sistemas half-duplex son los llamados sistemas de banda civil.

### **1.3 Sistemas de telecomunicación vía satélite**

Los sistemas de telecomunicación vía satélite son sistemas de comunicación a distancia que hacen uso de un satélite para establecer enlaces de comunicación.

Algunas de las ventajas de un sistema de este tipo son:

**1.- Elevado nivel de calidad.**

Las conexiones vía satélite garantizan transmisiones de alta calidad, ya que el índice de error es muy bajo.

**2.- Elevado grado de disponibilidad de conexión.**

La elevada sencillez del esquema de conexión directa de usuario a usuario permite reducir al máximo los riesgos de interrupción del servicio.

**3.- Rapidez y flexibilidad.**

Las terminales son fáciles de instalar y permiten eventuales reconfiguraciones de la red en un tiempo breve.

**4.- Amplia gama de velocidades de transmisión.**

**5.- Gran capacidad de ancho de banda.**

### 1.3.1 Elementos de un sistema de telecomunicación vía satélite

Los elementos de un sistema de telecomunicación vía satélite, figura 1.2, son:

- 1.- Una estación terrena transmisora (transmisor),
- 2.- Una estación terrena receptora (receptor),
- 3.- El espacio libre (medio de comunicación), y
- 4.- Un satélite (repetidor en el espacio).

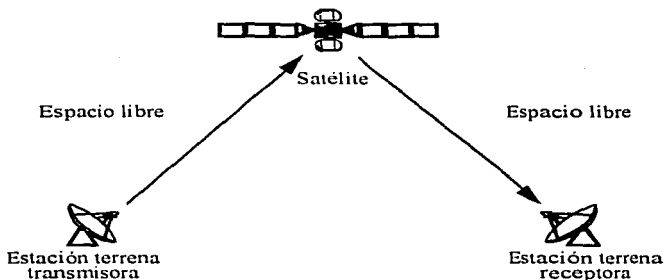


Figura 1.2 Diagrama general de un sistema de telecomunicación vía satélite.



## 1.4 Estaciones terrenas

Las estaciones terrenas son el equipo de comunicación, fijo o móvil, necesario para establecer enlaces de comunicación a través del uso de un satélite. Dependiendo del propósito para el que fueron diseñadas, las estaciones terrenas pueden desempeñar las funciones del elemento transmisor y/o receptor dentro del sistema. La figura 1.3 muestra los componentes básicos de una estación terrena.

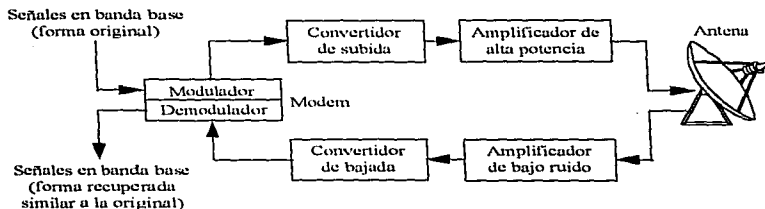


Figura 1.3 Componentes básico de una estación terrena.

### 1.4.1 Componentes básicos de una estación terrena

Cuando se transmite una señal, la señal original no tiene los niveles de frecuencia<sup>1</sup> y potencia<sup>2</sup> adecuados para radiarse eficientemente a través del espacio libre, por lo que necesita transformarse con ayuda del equipo de transmisión; de igual forma, cuando se recibe la señal, ésta no tiene los niveles

<sup>1</sup> frecuencia, número de oscilaciones o ciclos por segundo (hertz, Hz).

<sup>2</sup> potencia, energía con la que se envía la señal.

de potencia y frecuencia adecuados para que el receptor pueda entender la señal original por lo que necesita transformarse con ayuda del equipo de recepción.

El equipo de transmisión está integrado básicamente por los siguientes componentes: modulador, convertidor de subida, amplificador de alta potencia y antena transmisora.

El equipo de recepción está integrado por: antena receptora, amplificador de bajo ruido, convertidor de bajada y demodulador.

La función de cada componente se describe a continuación:

**Modem (Modulador/Demodulador)** El modem tiene como función modular la señal en la transmisión y demodularla en la recepción. La modulación cambia el nivel de frecuencia de la señal original a frecuencia intermedia; la demodulación, de frecuencia intermedia a la frecuencia de la señal original.

**Convertidor de subida.** El convertidor de subida transforma una señal de frecuencia intermedia (FI) en una señal de radiofrecuencia (RF) para ser transmitida al satélite. (Incrementa frecuencia).

**Convertidor de bajada.** El convertidor de bajada transforma una señal de radiofrecuencia (RF) recibida del satélite en una señal de frecuencia intermedia (FI). (Reduce frecuencia).

**Amplificador de alta potencia.** El amplificador de alta potencia incrementa el nivel de potencia de la señal para ser transmitida al satélite. (Amplifica potencia).

**Amplificador de bajo ruido.** El amplificador de bajo ruido incrementa el nivel de potencia de la señal recibida del satélite a través de una antena, con una contribución mínima de ruido. (Amplifica potencia).

**Antena.** La antena transmite y/o recibe las señales de radiofrecuencia al/del satélite. Una antena puede transmitir y/o recibir al mismo tiempo.

Actualmente, estos componentes son cada vez más rápidos, confiables y accesibles para las empresas.

## 1.5 Espacio libre

En un enlace de comunicación vía satélite, la información se envía en forma de energía electromagnética a través del espacio libre. Es aquí donde deben tomarse en cuenta ciertas consideraciones y reducir, en la medida de lo posible, las pérdidas en la calidad de la señal por diversos factores que influyen directamente en ella (atmósfera, lluvia, ruido, etc.).

Las ondas electromagnéticas compuestas de un campo eléctrico y un campo magnético, tienen una propiedad que describe la dirección del campo eléctrico: la **polarización**. Esta propiedad se puede usar para incrementar la capacidad de servicio de un satélite. Si las líneas de fuerza eléctrica son horizontales hablamos

de polarización horizontal, si las líneas de fuerza eléctrica son verticales hablamos de polarización vertical.

## 1.6 Satélites de comunicación

Los satélites de comunicación están involucrados en las actividades más cotidianas de la vida. A través de ellos podemos escuchar nuestra estación de radio favorita, ver un programa de televisión que se transmite en vivo desde otro país o continente, realizar una llamada telefónica de larga distancia a lugares antes inaccesibles, emplear nuestra tarjeta de crédito en centros comerciales, etc.

Un satélite de comunicación es un sistema integrado por varios subsistemas que tiene como función principal retransmitir la señal que recibe de una estación o grupo de estaciones terrenas para que otra estación o grupo de estaciones terrenas la reciba; esta retransmisión no consiste únicamente en tomar la señal, amplificarla y transmitirla al nuevo destino, en ella se cambia la polaridad y frecuencia. Esto se verá con más detalle en la siguiente sección.

El alcance de comunicación que tiene un satélite está en función a la *cobertura* que posee; es decir, que si deseamos comunicarnos con algún lugar distante, el lugar de transmisión y el de recepción deben de quedar dentro de la superficie de la Tierra que es cubierta por el satélite.

Un satélite puede tener cobertura doméstica (proporciona telecomunicaciones dentro de un solo país), regional (proporciona telecomunicaciones internacionales entre un grupo de países que están próximos geográficamente o que constituyen

una comunidad administrativa, cultural, etc. Ejemplos: ARABSAT, EUTELSAT, PALAPA<sup>3</sup> o continental.

Un ejemplo de satélite con cobertura doméstica y otro con cobertura regional se muestran en las figuras 1.4 (a) y 1.4 (b).

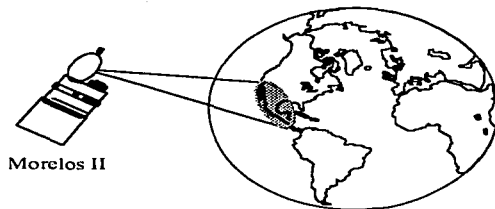


Figura 1.4 (a) Ejemplo de un satélite con cobertura doméstica.

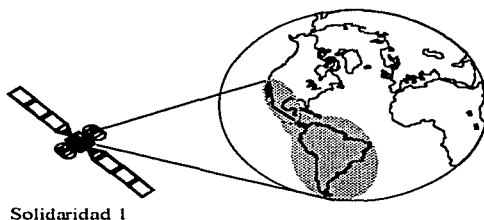


Figura 1.4 (b) Ejemplo de un satélite con cobertura regional.

<sup>3</sup> Manual de Telecomunicaciones por Satélite. Servicio fijo por satélite. UIT. 1988.

### 1.6.1 Estructura

Un satélite está diseñado considerando diversas medidas de confiabilidad y elementos de respaldo que entran en funcionamiento cuando alguno de sus subsistemas falla. A continuación se hace una descripción de los principales subsistemas que integran un satélite de comunicaciones.

**Subsistema de antenas.** El subsistema de antenas recibe las señales de radiofrecuencia que provienen de las estaciones terrenas transmisoras, y después de procesarlas en el satélite, las retransmiten de regreso hacia la Tierra. Las antenas que integran este subsistema pueden transmitir y recibir al mismo tiempo.

**Subsistema de comunicaciones.** El subsistema de comunicaciones se encarga de procesar las señales que son recibidas en el satélite a través del subsistema de antenas, y una vez procesadas, las envía nuevamente a él para que sean retransmitidas a la Tierra. El procesamiento de la señal consiste fundamentalmente en amplificación y conversión de la señal; esto es: amplifica las señales al nivel de potencia adecuado para que sean recibidas en Tierra con buena calidad y las cambia de frecuencia para que salgan hacia Tierra por el conjunto de antenas sin interferir las señales que estén llegando, al mismo tiempo, al satélite.

A la trayectoria completa del proceso de la señal, comprendiendo todos sus equipos desde la salida de la antena receptora del satélite hasta la entrada de la antena transmisora del satélite, se le da el nombre de *transpondedor*.

El subsistema de comunicaciones consta de muchos transpondedores, y su número y características dependen del diseño del satélite.

La antena receptora del satélite no capta solamente las frecuencias que corresponden al rango de un transpondedor sino todas las frecuencias de todos los transpondedores. Por ella entran diferentes clases de señales al mismo tiempo, lo que no es un problema para la antena, pero no es fácil diseñar los sistemas que amplifiquen y cambien la frecuencia de todas estas señales al mismo tiempo, por lo que es necesario aislarlas para procesarlas y amplificarlas por separado, siendo esta una de las razones principales por las que se divide el ancho de banda del satélite en transpondedores; después del proceso, todas las señales se vuelven a juntar o agrupar para que la antena transmisora las envíe a la Tierra.

**Subsistema de energía eléctrica.** El subsistema de energía eléctrica suministra electricidad a través del uso de celdas solares y baterías de almacenamiento para los casos de eclipses o escasa iluminación.

**Subsistema de telemetría y comando.** El subsistema de telemetría y comando provee información sobre el estado operativo del satélite; entre otras cosas: temperatura, nivel de combustible, posición y orientación, que sirve para identificar y evitar posibles problemas potenciales al permitir realizar las acciones correctivas correspondientes.

**Subsistema de propulsión.** El subsistema de propulsión tiene dos funciones básicas. La primera, llevar al satélite a la posición orbital asignada una vez que ha sido lanzado al espacio por algún cohete; y la segunda, mantenerlo en posición y con la orientación adecuada una vez

colocado en órbita; ya que debido a las fuerzas de atracción del Sol y la Luna, los satélites llegan a desplazarse fuera de su órbita o cambiar su inclinación original. El desempeño de la segunda función, implica un gasto continuo de combustible por las maniobras de ajuste que se realizan, lo que reduce su periodo de vida útil. El combustible es un factor limitante en el periodo de vida de un satélite.

Los subsistemas de interés para planificar el uso del satélite son: el subsistema de antenas y el subsistema de comunicaciones, esto debido a que en función a ellos podemos llevar a cabo un plan de tráfico del satélite (por ejemplo: asignar transpondedores a los que deben de ir los diferentes servicios).

### **1.6.2 Ancho de banda y potencia**

La capacidad de tráfico de un satélite está limitada por dos factores: el *ancho de banda* y la *potencia* de los amplificadores.

El ancho de banda se refiere al espacio que requiere la señal para transportar la información que en ella se envía y la potencia a la energía con la que se envía la señal.

La siguiente descripción muestra la forma de calcular el ancho de banda requerido por señales digitales en transmisión de datos para los satélites del sistema mexicano. No se presenta aquí la forma de calcular la potencia dado que ello requiere de un estudio más profundo para su realización.



El ancho de banda se calcula con el uso de la siguiente formula:

$$\text{Ancho de banda} = \frac{\text{Velocidad de información}}{\text{Factor de modulación}} \times \text{FEC}^{-1} \times (1 + \text{Roll-off})$$

donde:

**Velocidad de información.**

Indica la velocidad de transferencia de los bits de información dentro de un sistema de comunicación, esta velocidad se mide en kilobits por segundo (kbps).

**Factor de modulación**

Indica en general una razón (usualmente expresada en tanto por ciento) entre la variación de valor máximo instantáneo de la modulación aplicada al transmisor considerado y la variación máxima que es capaz de admitir el mismo. Los factores de modulación comúnmente empleados son:  $\text{QPSK}^4 = 0.5$  y  $\text{BPSK}^5 = 1$ .

**FEC (forward error correction)**

Indica la técnica utilizada para corregir errores sin tener que retransmitir la señal al adicionar bits de redundancia. Los valores típicos son  $\frac{1}{2}$ , un bit de redundancia por cada dos de información, ó  $\frac{3}{4}$ , tres bits de redundancia por cada cuatro de información.

**Roll-off**

Indica el exceso de ancho de banda por no utilizar equipos ideales. Este exceso tiene un factor de expansión igual a 0.44 para contemplar ancho de banda ocupado y guardas entre portadoras.

La tabla correspondiente a la figura 1.5 muestra algunos resultados de estos cálculos.

<sup>4</sup> Véase en el glosario *modulación por desplazamiento de fase cuaternaria*.

<sup>5</sup> Véase en el glosario *modulación por desplazamiento de fase binaria*.

Velocidad de información nominal (kbps)	FEC 1/2		FEC 3/4
	BPSK (KHz)	QPSK (KHz)	QPSK (KHz)
9.6	50	50	50
19.2	75	50	50
32.0	100	50	50
33.3	100	50	50
56.0	200	100	75
64.0	200	100	75
112.0	400	200	150
128.0	400	200	150
256.0	800	400	300
384.0	1200	600	400
512.0	1600	800	600
768.0	2400	1200	800
1544.0	5000	2500	1600
2048.0	6500	3000	2200
3200.0	10000	4600	3500
3750.0	11325	5400	3800

Figura 1.5 Anchos de banda asignados en transmisión de datos

Normalmente el ancho de banda asignado a una señal se redondea a un múltiplo de 25 KHz respectivo, debido a las características de sintonización de los equipos (modem); por ejemplo, el ancho de banda asignado a una portadora de 64 kbps, con modulación de QPSK y FEC de  $\frac{1}{2}$ , se redondea a 100 KHz.

$$\begin{aligned}
 \text{Ancho de banda} &= 64 \times 0.5 \times (1/2) \times (1 + 0.44) \\
 &= 64 \times 0.5 \times 2 \times 1.44 \\
 &= 92.16
 \end{aligned}$$

### 1.6.3 Técnicas de acceso

Una característica operativa importante del uso de satélites de comunicación es el acceso múltiple al medio de comunicación, que consiste en la posibilidad de que varias estaciones terrenas transmitan sus respectivas portadoras simultáneamente hacia un mismo transpondedor del satélite, lo que permite que toda estación terrena situada en la zona de cobertura correspondiente reciba las portadoras procedentes de varias estaciones terrenas a través de un solo transpondedor del satélite y a la inversa, que una portadora transmitida por una estación terrena hacia un transpondedor dado pueda ser recibida por cualquier estación terrena situada en la cobertura correspondiente.

Las técnicas de acceso más comúnmente empleadas son:

- 1.- Acceso múltiple por división de frecuencia.
- 2.- Acceso múltiple por división de tiempo.
- 3.- Acceso múltiple por diferenciación de código.

Todas estas técnicas de acceso pueden estar presentes en un transpondedor al mismo tiempo; inclusive, algunos usuarios pueden emplean más de una técnica de acceso en función a sus necesidades de comunicación.

## Acceso múltiple por división de frecuencia

Las estaciones terrenas transmiten al mismo tiempo pero en frecuencias diferentes; de esta forma, a cada estación terrena se le atribuye una frecuencia específica con el ancho de banda necesario para la emisión de la señal; las estaciones terrenas pueden transmitir su tráfico al mismo tiempo, las portadoras son adyacentes y las frecuencias están permanentemente disponibles para ser usadas cuando sea necesario.

Una restricción de esta técnica de acceso es que la suma de los anchos de banda de portadoras individuales no puede exceder el ancho de banda disponible del satélite.

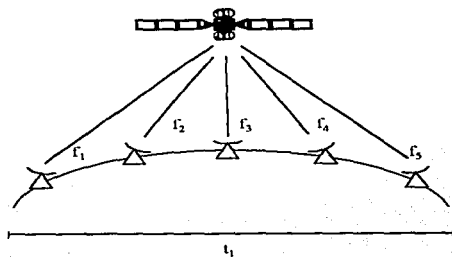


Figura 1.6

## Acceso múltiple por división de tiempo

Las estaciones terrenas transmiten en la misma frecuencia pero en tiempos diferentes. Todo un grupo de estaciones tiene asignado el mismo rango de frecuencias y se comparte entre ellos secuencialmente en el tiempo. Esta técnica de acceso permite que todas las estaciones terrenas transmitan en la misma frecuencia y empleen, completo, el ancho de banda del canal de comunicación con la única restricción de la necesidad de esperar asignación de tiempo para transmisión.

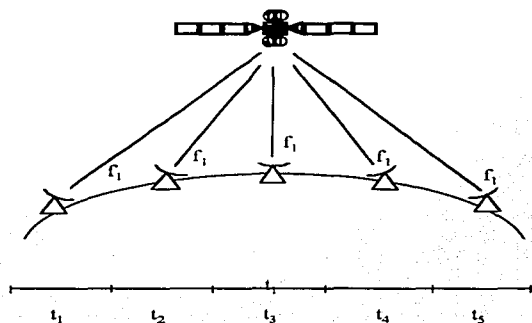


Figura 1.7

## Acceso múltiple por diferenciación de código

Las estaciones terrenas transmiten a la misma frecuencia y al mismo tiempo. Para hacer posible esto, cada estación terrena transmisora utiliza una secuencia diferente de bits para codificar cada uno de los bits de información; de las estaciones terrenas receptoras, sólo la destinataria de cierta información conoce el código con el que se transmitió y es capaz de reconstruir el mensaje original, aunque llegue superpuesto con todos los demás mensajes que se transmitieron simultáneamente, pues estos últimos sólo se detectan como “ruido” tolerable.

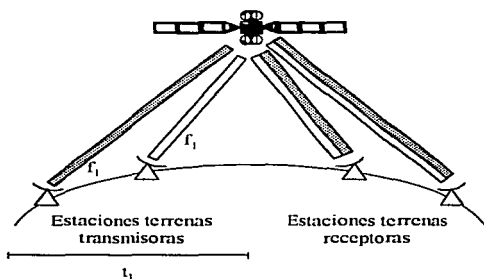


Figura 1.8

## 1.7 El Sistema Mexicano de Satélites

México entró al mundo de las telecomunicaciones vía satélite en 1968 cuando se construyó en Tulancingo (Hidalgo) el primer centro mexicano de enlaces internacionales a través del uso de satélites de Intelsat con el objetivo de la transmisión de los juegos olímpicos que se celebraron en ese año. Años después, en 1985, puso en órbita los primeros satélites propios que se necesitaban para dar mayor impulso a esta área, el sistema de satélites "Morelos" (compuesto por el satélite Morelos I y el satélite Morelos II) y entre 1993 y 1994, el sistema de satélites "Solidaridad" (compuesto por el satélite Solidaridad 1 y el satélite Solidaridad 2).

Actualmente, el Sistema Mexicano de Satélites está integrado por los satélites Morelos II, Solidaridad 1 y Solidaridad 2, el satélite Morelos I terminó su vida útil en 1993 y fue sacado de órbita. Los tres satélites son de tipo geoestacionario<sup>6</sup>, están en operación simultáneamente y manejan señales digitales y analógicas.

Por características de diseño, el satélite Morelos II tiene menor capacidad de potencia que los satélites Solidaridad 1 y Solidaridad 2.

---

<sup>6</sup> Un satélite geoestacionario se mueve casi a la misma velocidad que la rotación de la Tierra, por lo que para un observador situado en Tierra parecería que está inmóvil en el espacio.

### 1.7.1 Sistema de satélites "Morelos"

El sistema de satélites "Morelos" fue la primera generación de satélites mexicanos. Este sistema, que en algún momento estuvo integrado por los satélites Morelos I y II (lanzados el 17 de junio y 26 de noviembre de 1985, respectivamente), actualmente mantiene en operación al satélite Morelos II con las características que se describen a continuación.

#### Características

El satélite Morelos II opera en las bandas C y KU. Este satélite tienen un total de 22 transpondedores: 18 corresponden a la banda C y 4 a la banda KU. De los utilizados para banda C, 12 son transpondedores de 36 Mhz. y 6 son de 72 Mhz. Los que operan en la banda KU son de 108 Mhz<sup>7</sup>.

En la figura 1.9 se muestra el plan de frecuencias y polarización del satélite Morelos II. En banda C, los transpondedores amplios (W) emplean polarización vertical al ascenso y horizontal al descenso (V/H); los transpondedores angostos (N) polarización horizontal al ascenso y vertical al descenso (H/V).

Desde su lanzamiento, el satélite Morelos II se ubicó en órbita inclinada de almacenamiento, lo que le significó poco consumo de combustible y permitió aumentar su vida útil a 14 años. Se espera que éste concluya operaciones en 1998.

---

<sup>7</sup> El diseño de cada satélite determina el número y tamaño de los transpondedores.



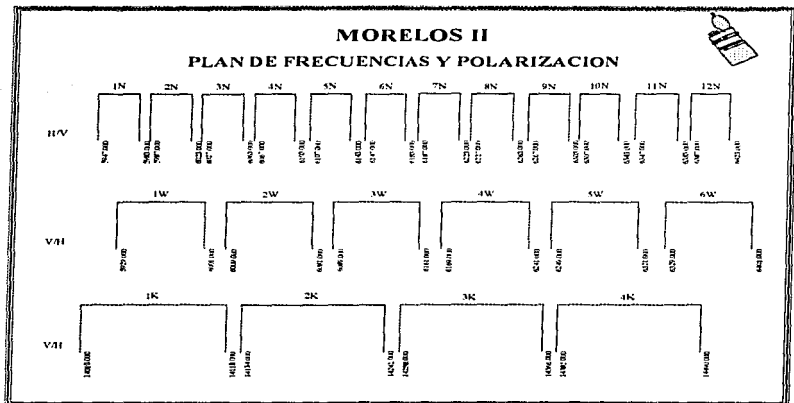


Figura 1.9 Plan de frecuencias y polarización del satélite Morelos II.

### Cobertura

El satélite Morelos II es un satélite doméstico y su cobertura, tanto para banda C como para banda KU, se limita a la República Mexicana y parte del sur de los Estados Unidos.

## 1.7.2 Sistema de satélites “Solidaridad”

El sistema de satélites Solidaridad está integrado por los satélites Solidaridad 1 y Solidaridad 2 (lanzados el 19 de noviembre de 1993 y 07 de octubre de 1994, respectivamente). Los satélites que integran este sistema son iguales en diseño, lo que implica que tienen las mismas características en número de transpondedores, rangos de frecuencias y capacidades.

Los satélites iniciaron operaciones en diciembre de 1993 y noviembre de 1994 respectivamente; teniendo cada uno de ellos, una vida útil estimada de 14 años.

### Características

Los satélites del sistema Solidaridad operan en las bandas C, KU y L. Cada uno de estos satélites, tiene un total de 34 transpondedores: 18 corresponden a la banda C, 15  $\frac{1}{2}$  a la banda KU y  $\frac{1}{2}$  a la banda L. De los utilizados para banda C, 12 son transpondedores de 36 Mhz y 6 son de 72 Mhz. Los que operan en la banda KU son de 54 Mhz. La Banda L corresponde a la mitad de un transpondedor en banda KU, 27 Mhz. Los transpondedores están configurados para cubrir ciertas regiones. Esta configuración se hace en función de las necesidades de servicio. Las figuras 1.10 y 1.11 indican la región de cobertura designada a cada transpondedor. Las figura 1.12 a 1.17 la cobertura referida a dichas regiones. Aún cuando los satélites tienen el mismo diseño en algunos casos, cambian las regiones de cobertura<sup>8</sup>.

---

<sup>8</sup> La región de cobertura designada a un transpondedor es un factor importante a tomar en consideración en el Plan de Contingencia.

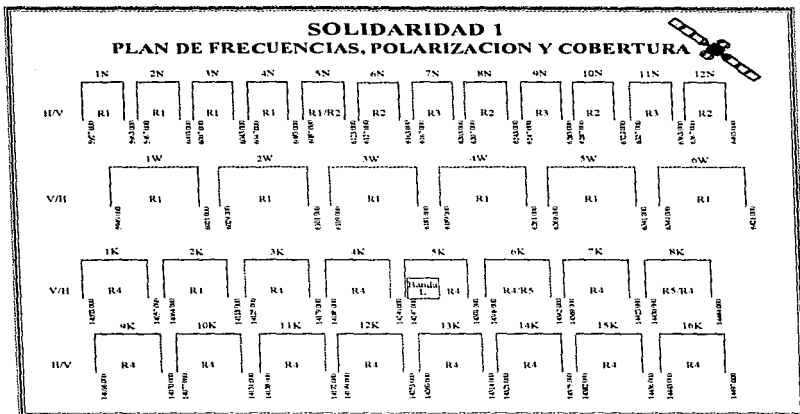


Figura 1.10 Plan de frecuencias, polarización y región de cobertura del satélite Solidaridad 1.

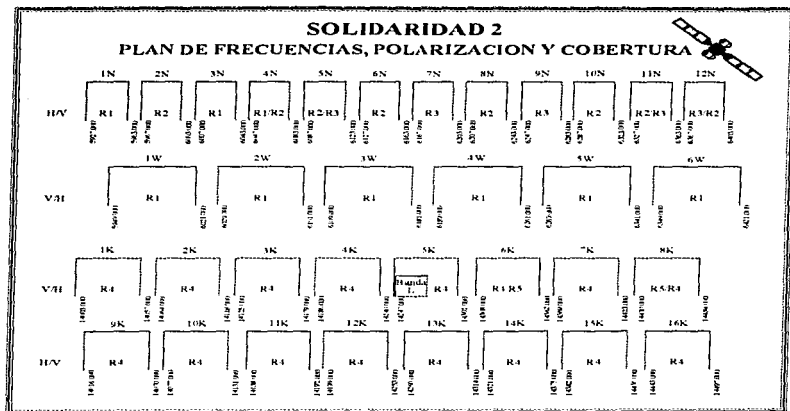
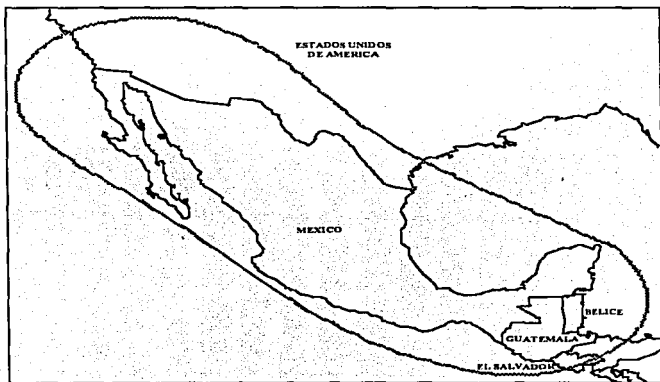


Figura 1.11 Plan de frecuencias, polarización y región de cobertura del satélite Solidaridad 2.

# Sistema de satélites "Solidaridad"

## Banda C

### Cobertura de la Región 1



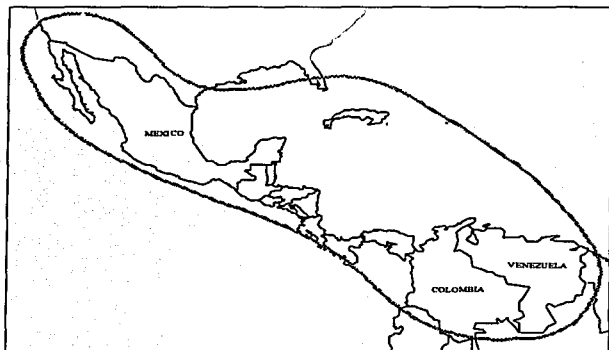
Territorio mexicano  
Sur de los Estados Unidos  
Norte de Centroamérica

Figura 1.12

## Sistema de satélites "Solidaridad"

### Banda C

### Cobertura de la Región 2



Territorio mexicano  
Sur de los Estados Unidos  
Centroamérica y el Caribe  
Colombia  
Venezuela

Figura 1.13

## Sistema de satélites "Solidaridad"

### Banda C

### Cobertura de la Región 3



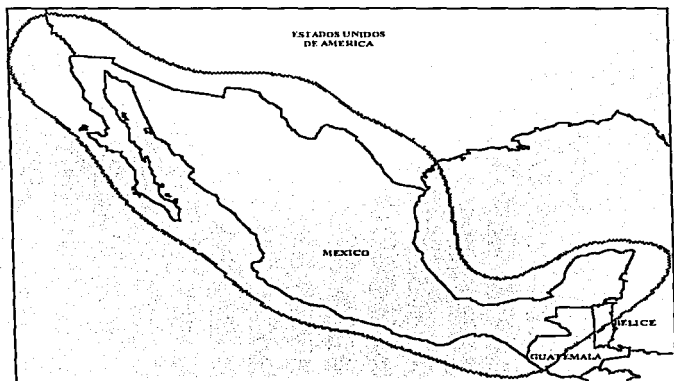
Ecuador  
Perú  
Bolivia  
Paraguay  
Uruguay  
Argentina  
Chile

Figura 1.14

## Sistema de satélites "Solidaridad"

### Banda KU

### Cobertura de la Región 4



Territorio mexicano  
Sur de los Estados Unidos  
Guatemala  
Belize

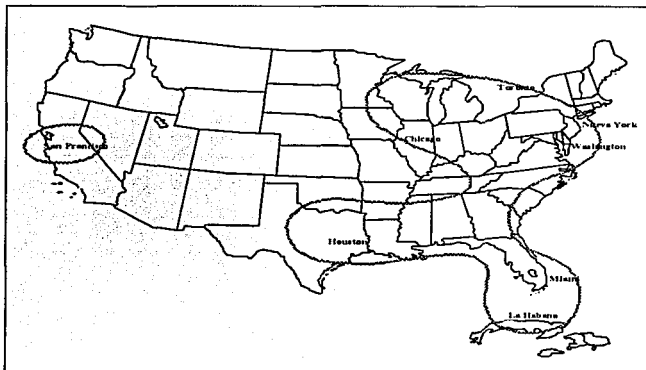
Figura 1.15



## Sistema de satélites "Solidaridad"

### Banda KU

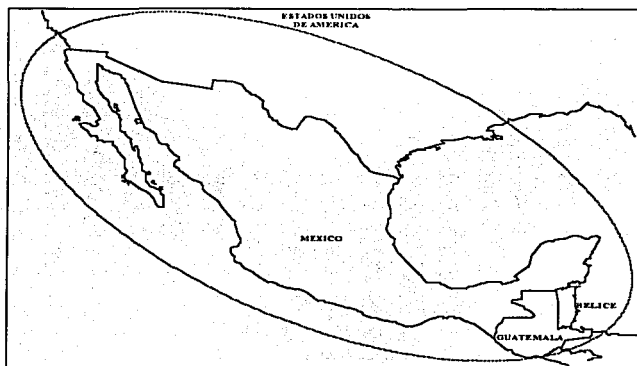
### Cobertura de la Región 5



Toronto, Canadá  
La Habana, Cuba  
San Francisco  
Nueva York  
Chicago  
Washington  
Miami  
Houston

Figura 1.16

**Sistema de satélites “Solidaridad”**  
**Banda L**  
**Cobertura de la Región 6**



**Territorio mexicano y su mar patrimonial**

**Figura 1.17**

## *Capítulo 2*

### *El Plan de Contingencia del Sistema Mexicano de Satélites*<sup>1</sup>

*Un satélite es un sistema complejo y delicado integrado por varios subsistemas, todos igualmente importantes, y la falla de alguno de ellos puede causar la falla parcial o total del sistema.*<sup>2</sup>

En este capítulo se describe el Plan de Contingencia del Sistema Mexicano de Satélites; su concepto, la justificación para su desarrollo, algunos de los elementos que lo integran; así como también la descripción de las actividades a desarrollar en uno de sus principales procedimientos: *el respaldo del segmento espacial*.

#### **2.1 Antecedentes**

El desarrollo del proyecto de satélites mexicanos consideró, desde su origen, la posibilidad de tener capacidad de respaldo para seguir proporcionando servicios de comunicación a los usuarios, aún con la falla parcial o total del satélite donde estaban asignados; sin embargo, la demanda de servicio obligó a emplear esa

---

<sup>1</sup> Las ideas básicas del concepto y elementos de un plan de contingencia fueron tomados del artículo de Luis Angel Rodríguez Alemán, "La Importancia de los Planes de Contingencia en las Empresas Mexicanas", aparecido en la revista *Soluciones Avanzadas* del mes de diciembre de 1994.

<sup>2</sup> *Satélites de Comunicaciones*, Rodolfo Neri Vela, México, 1989.

capacidad de respaldo de tal forma que fue necesario determinar dos tipos de servicios: el "servicio sujeto a interrupción" y el "servicio protegido". El primero podía suspenderse, en caso de ser necesario, para mantener en operación el segundo.

La capacidad de servicio que se tiene actualmente, con la operación de los satélites Morelos II, Solidaridad 1 y Solidaridad 2, ha provocado la necesidad de la elaboración de un plan que permita hacer frente a las situaciones que pudieran presentarse como resultado de una falla parcial o total de un satélite.

Pero, ¿Por qué pensar que pudieran presentarse una falla parcial o total de un satélite?, si se sabe que éstos están diseñados considerando diversas medidas de confiabilidad. A pesar de ello, la consecuencia de una falla puede causar muchos problemas a las personas encargadas de su operación y mantenimiento; por lo que se hace necesario un plan que coordine las actividades a llevar a cabo.

La existencia de la posibilidad de falla de algún satélite, por muy pequeña que sea, presenta el riesgo de enfrentarse a situaciones que serían difíciles de resolver sin una adecuada planeación.

## **2.2 El Plan de Contingencia**

El Plan de Contingencia, para el contexto del Sistema Mexicano de Satélites, es una guía para la restauración rápida y organizada de los servicios de comunicación cuando se ha determinado la falla parcial o total de un satélite. Especifica *quién* hace *qué* y *cómo*. En él se describen las acciones, los procedimientos y los recursos que se deben emplear durante la falla.

El objetivo del Plan de Contingencia es restablecer lo más pronto posible los servicios de comunicación para normalizar el servicio; como se puede observar el objetivo se enfoca más en tratar de resolver las consecuencias del problema que sus posibles causas; sin embargo, hay un factor importante para lograr esto: *el tiempo*. No se conoce el momento exacto en el que se puede presentar la falla de un satélite, y cuando ésta se presente, será necesario resolver su impacto lo más pronto posible; ya que en la mayoría de los casos el satélite es un elemento indispensable en múltiples sistemas de comunicación. Las demoras que la falla pudiera causar pueden ser muy costosas.

La elaboración del Plan de Contingencia tiene las siguientes ventajas:

- 1.- Puede minimizar las consecuencias y en su desarrollo se pueden identificar problemas potenciales que, de resolverse oportunamente, facilitarán su acción y puesta en marcha.
- 2.- Ayuda a identificar y documentar funciones críticas para resolverlas de la mejor manera.

La elaboración de este Plan de Contingencia, no garantiza resolver todos los problemas que se puedan presentar durante la falla de un satélite de comunicación, pero aumenta las posibilidades de salir con éxito de dicha falla.

Un buen Plan de Contingencia necesita tiempo y esfuerzo para el desarrollo de las herramientas que permitan y faciliten el llevarlo a cabo; ya que su éxito estará en función del tiempo y de los costos necesarios para restablecer la operación normal de los servicios.

El diseño e implantación de este Plan de Contingencia contempla:

Los elementos del Plan de Contingencia.

La definición de procedimientos y políticas.

El procedimiento para el respaldo del segmento espacial.

### **2.3 Elementos del Plan de Contingencia**

Los elementos tomados en consideración para el desarrollo de este Plan de Contingencia son:

- Los riesgos de la falla parcial o total de un satélite y la probabilidad de que ésta suceda.
- La asignación de responsabilidades al personal antes, durante y en la recuperación del sistema.
- La especificación de las alternativas de respaldo.
- La definición de procedimientos y políticas a seguir durante el momento de la crisis.
- La definición de medidas y el tiempo previsto para la recuperación.

- La integración de prácticas de mantenimiento para determinar la funcionalidad del programa.
- El entrenamiento del personal involucrado en el plan.
- La realización de pruebas del mismo.

## **2.4 Definición de procedimientos y políticas**

La definición de procedimientos y políticas a seguir durante la falla de un satélite han sido contempladas en el “Manual de Procedimientos del Plan de Contingencia del Sistema Mexicano de Satélites”.

El manual de procedimientos especifica las áreas directamente involucradas en la solución del problema y las actividades que deberán de realizarse en el estado previo, durante y después de la contingencia.

De los procedimientos descritos en este manual se presenta la siguiente información.

### **1.- Procedimientos antes de falla**

a) Procedimiento para la actualización de la base de datos técnicos.

Objetivo:

Contar con una base de datos técnicos *actualizada y confiable* del estado de ocupación del Sistema Mexicano de Satélites.

b) Procedimiento para la determinación de niveles de prioridad.

Objetivo:

Contar con una lista de niveles de prioridad *actualizada* y *confiable* de *todos* los usuarios del Sistema Mexicano de Satélites.

**2.- Procedimientos durante falla**

a) Procedimiento para el respaldo del segmento espacial.

Objetivo:

Efectuar la reubicación de los usuarios que están en el satélite en falla de manera rápida, en los espacios disponibles encontrados en el tráfico de los satélites de respaldo.

**3.- Procedimientos después de falla**

a) Procedimiento para el ajuste de parámetros.

Objetivo:

Revisar y ajustar los parámetros asignados en fase de contingencia.

**2.5 Procedimiento para el respaldo del segmento espacial**

Para los fines de este trabajo, la atención enfoca en uno de los procedimientos antes descritos: el *procedimiento para el respaldo del segmento espacial*.



El objetivo de este procedimiento es el efectuar la reubicación de los usuarios que están en el satélite en falla de manera rápida, en los espacios disponibles encontrados en el tráfico de los satélites de respaldo.

La reubicación de los usuarios del satélite en falla en los satélites de respaldo requiere del desarrollo de las siguientes actividades:

- 1.- Localización de espacios libres en los satélites de respaldo.
- 2.- Identificación de los usuarios que pueden asignarse en los espacios libres.
- 3.- Asignación de nuevos parámetros de acceso para los usuarios del satélite en falla.
- 4.- Registro de los nuevos parámetros de acceso.

### **2.5.1 Localización de espacios libres en los satélites de respaldo**

**Objetivo:**

Localizar los espacios libres en los satélites de respaldo y determinar sus características.

La localización de los espacios libres debe de tomar en cuenta las siguientes consideraciones:

- 1.- Cada satélite tiene un número determinado de transpondedores, 22 en Morelos y 34 en Solidaridad. Se necesita localizar todos los espacios libres de cada uno de los transpondedores.
- 2.- En cada transpondedor hay algunos espacios libres que pueden emplearse para asignación. Esto es generalmente cierto para aquellos transpondedores que conducen señales digitales de voz y datos; ya que los que conducen señales de televisión analógica normalmente no dejan espacios libres entre portadoras.
- 3.- El tamaño (la capacidad de ancho de banda) de cada espacio libre está determinado por su límite (frecuencia) inferior y límite (frecuencia) superior.
- 4.- El tamaño del espacio libre puede variar de un espacio libre a otro. Este ancho de banda libre se determina por la diferencia de la frecuencia superior menos la frecuencia inferior del espacio libre.
- 5.-. Aún cuando la información registrada de la ocupación del Sistema Mexicano de Satélites es una buena referencia para determinar los espacios libres, el espectro radioeléctrico puede estar afectado por diversas perturbaciones que pueden degradar la calidad de la señal a un punto que sea imposible la comunicación, por lo que es necesario confirmar la disponibilidad del espacio libre. Es aquí donde se debe de revisar que los espacios determinados como libres no contenga señales de ruido, interferencia, intermodulación, inducción o alguna otra señal no deseada que afecte su disponibilidad.

- 6.- Las características del espacio libre a determinar son: la capacidad (tamaño), el tipo de transpondedor, el tipo de polaridad, la región de cobertura al ascenso, la región de cobertura al descenso y el tipo de servicio que puede asignarse. Estas características pueden variar de un espacio libre a otro.

### **2.5.2 Identificación de los usuarios que pueden asignarse en los espacios libres**

Objetivo:

Identificar los usuarios que se pueden asignar en el espacio en función a las características que tiene éste.

La identificación de los usuarios que pueden asignarse en los espacios libres debe de tomar en consideración:

- 1.- El ancho de banda.
- 2.- El tipo de transpondedor.
- 3.- El tipo de polaridad.
- 4.- Las regiones de cobertura, al ascenso y al descenso necesarios para cada señal.
- 5.- La potencia o porcentaje de potencia.

- 6.- El tipo de servicio. Ya que cada transpondedor está designado para proporcionar determinados tipos de servicios (conducción de señales de voz, datos o televisión)<sup>3</sup>.

### **2.5.3 Asignación de nuevos parámetros de acceso para los usuarios del satélite en falla <sup>4</sup>**

**Objetivo:**

Determinar los parámetros de acceso básicos para reubicación: satélite, transpondedor, frecuencia de acceso y potencia.

La asignación de nuevos parámetros de acceso debe de tomar en consideración:

- 1.- La capacidad del espacio libre.
- 2.- Los usuarios que pueden asignarse en el espacio libre en función de sus necesidades.
- 3.- El orden, nivel de prioridad para el caso de contingencia que tienen definidos esos usuarios.
- 4.- La necesidad de determinar la frecuencia central de cada portadora respaldada.

---

<sup>3</sup> En algunos casos, los transpondedores pueden alternar servicios o proporcionar una combinación de ellos.

<sup>4</sup> La asignación de parámetros de acceso, tiene por objeto, el mejor aprovechamiento del ancho de banda disponible para comunicación, y evitar problemas de interferencias por el traspase de anchos de banda y por el uso excesivo de altos niveles de potencia.

- 5.- Los criterios de asignación definidos para el uso de satélites mexicanos.

### **Criterios de asignación**

- 1.- La asignación se hará en función a la cobertura.

El respaldo de cualquiera de los satélites del sistema Solidaridad debe buscar respaldar primero en el satélite restante del sistema Solidaridad y luego en el satélite Morelos II. Esto debido a que la cobertura del sistema Solidaridad con respecto a Morelos II es diferente y no permite que algunos usuarios sean asignados en Morelos II.

- 2.- La asignación de usuarios en *un* espacio libre de algún transpondedor no puede exceder el ancho de banda libre disponible de tal espacio.
- 3.- La asignación de usuarios en *todos* los espacios libres de un transpondedor no puede exceder el ancho de banda y la potencia de dicho transpondedor.
- 4.- La asignación de frecuencias debe de corresponder al satélite.

A) Si la asignación de los usuarios que necesitan respaldo se realiza en el satélite Morelos II, se debe de respetar como separación entre portadoras, el ancho de banda de la portadora con mayor ancho de banda. Esto debido a la necesidad de equilibrar la relación ancho de banda - potencia en este satélite.

B) Si la asignación de los usuarios que necesitan respaldo se realiza en cualquiera de los satélites del sistema Solidaridad, la separación entre portadoras debe dejar espacio suficiente para el ancho de banda requerido por cada una de las portadoras.

- 5.- La asignación de frecuencias debe de considerar el tamaño de pasos de sintonía (Synthesizer Step Size) del equipo (modems) que los usuarios tienen instalados en sus estaciones terrenas; para ello necesitamos conocer las características reales de dichos equipos.

Por las características del equipo que se describió en el Capítulo 1 para una Estación Terrena, algunos usuarios podrían tener problemas al sintonizar las frecuencias propuestas para su reubicación.

La sintonización de determinado tipo de frecuencias, es una restricción que se presenta al usar equipo con ciertas características; esto implica la existencia de usuarios que no se podrán respaldar en algún otro satélite porque su equipo no permite cambiar de frecuencias fácilmente, o en algunos casos, requerirán determinadas frecuencias en función del tamaño de pasos de sintonía que los modem pueden sintonizar.

- 6.- La parte alta del transpondedor 12K y la baja del 13K (14245000 KHz.-14265000 KHz.) en Solidaridad debe de considerar portadoras de 64 kbps o menores; debido a la inducción que pueden causar a las portadoras de los usuarios en banda L que se encuentran en el transpondedor 5K.

- 7.- La asignación de usuarios en el espacio libre deberán respetar los niveles de prioridad definidos para el caso de contingencia. Estos niveles de prioridad se enumeran en la siguiente lista.

***Plan de Contingencia***  
***Niveles de prioridad***

- 1.- *Servicios de defensa, seguridad, emergencia y sector bancario*
- 2.- *Servicios permanentes de televisión abierta*
- 3.- *Servicios de teleaudición abierta*
- 4.- *Redes públicas de voz y datos*
- 5.- *Redes privadas y gubernamentales de voz y datos*
- 6.- *Servicios permanentes de televisión restringida*
- 7.- *Servicios sujetos a interrupción*
- 8.- *Servicios ocasionales*
- 9.- *Usuarios de cualquier categoría con adeudo*

El nivel de prioridad está dado en función a la importancia que tiene el usuario para continuar proporcionándole servicio. Un usuario tiene un mayor peso o valor en función al nivel de prioridad. La siguiente tabla muestra ejemplos de usuarios con nivel de prioridad y dentro de este nivel su número en importancia:

USUARIO	NIVEL DE PRIORIDAD	NÚMERO EN NIVEL DE PRIORIDAD
SECRETARIA DE LA DEFENSA NACIONAL	1	1
BANCOMER S.A. DE C.V.	1	5
BANCA SERFIN S.A. DE C.V.	1	6
RESIDUOS INDUSTRIALES MULTIQUIM S.A.	5	41
ASGROW MEXICANA S.A. DE C.V.	5	55
LABORATORIOS COLUMBIA S.A. DE C.V.	5	100

## **2.5.4 Registro de los nuevos parámetros de acceso**

### **Objetivo:**

Registrar los parámetros de acceso de los usuarios reubicados en los satélites de respaldo.

El registro de los parámetros de acceso en los satélites de respaldo debe de tomar en consideración la necesidad de que todas las áreas involucradas puedan disponer de los nuevos parámetros asignados en el respaldo.

La creación de una base de datos alterna, con los parámetros de cambio de cada portadora del satélite en falla, permite conservar los antecedentes de los parámetros asignados, en caso de que sea posible el regreso al satélite asignado antes de la contingencia, y permite disponer, al mismo tiempo, de los parámetros asignados en caso de contingencia para posteriores procesos.



## Capítulo 3

### *Elementos del Modelo de Programación Dinámica*

En este capítulo, se describen en forma general, los elementos necesarios en la construcción de modelos de programación dinámica, las características que un problema de decisión debe poseer para que sea viable su solución a través del uso de un modelo de programación dinámica y algunos ejemplos para comprender el uso de estos modelos en la solución de problemas.

#### 3.1 Antecedentes

La programación dinámica es una herramienta para la toma de decisiones que ayuda a determinar la mejor alternativa de decisión, de entre un conjunto de alternativas de decisión factibles, para el logro de un objetivo. Para hacer esto posible, la programación dinámica divide un problema de decisión de múltiples variables en una serie de problemas, también de decisión, de una sola variable; para resolverlos secuencialmente y obtener, con la combinación final de la solución de cada uno de ellos, la solución del problema original. Gráficamente,

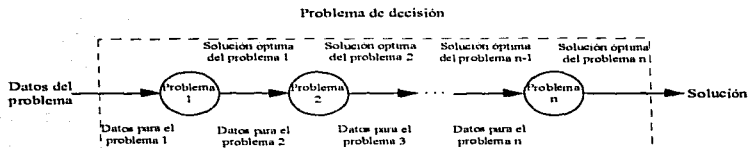


Figura 3.1 Proceso de toma de decisiones en programación dinámica.

De la figura 3.1 se pueden hacer las siguientes observaciones:

- 1.- Por cada problema de decisión que se resuelve, se obtiene una solución óptima (decisión óptima) en función al objetivo del proceso de decisión; de tal forma que al final se genera una secuencia de soluciones que representan la solución óptima de todo el problema.
- 2.- Por cada problema de decisión que se resuelve, es posible un cambio en los datos disponibles para resolver el problema siguiente.

Aún cuando la programación dinámica es una herramienta con un amplio campo de aplicaciones, ésta ha tenido poca difusión; debido tal vez, a dos motivos: primero, la programación dinámica presenta una idea general de cómo resolver problemas de decisión pero no proporciona una regla general para su solución; por lo que su uso requiere de observación e imaginación para definir sus elementos y relacionarlos al formular el modelo matemático de la situación de interés; tal vez, este sea el motivo por el cual algunos autores la consideran más un arte que una ciencia; y segundo, no hay programas de cómputo desarrollados que le den difusión como ha sucedido con otro tipo de herramientas de investigación de operaciones; entre ellas, programación lineal por mencionar alguna.

### 3.2 Elementos en la construcción de modelos de programación dinámica

La construcción de modelos de programación dinámica conlleva a identificar, en la descripción del problema, los siguientes elementos:

- 1) Etapas.
- 2) Variables de decisión.
- 3) Variables de estado.
- 4) Función de medida de eficiencia y/o efectividad.
- 5) Función de transición.

La descripción de cada uno de estos elementos y sus relaciones se indican a continuación.

#### **Etapas**

Una *etapa* en programación dinámica es uno de los problemas de decisión que se muestran en la figura 3.1; es decir, un punto donde se tiene que hacer una decisión; ya que en cada etapa tenemos que desarrollar un proceso de toma de decisiones para resolver el problema de decisión correspondiente, cada etapa tiene asociados los siguientes elementos: opciones de decisión, restricciones del problema y una función objetivo. De esta forma, una etapa, representada gráficamente en la figura 3.2, considera la intervención de los elementos: *variables de decisión, variables de estado y función de medida de eficiencia y/o efectividad.*

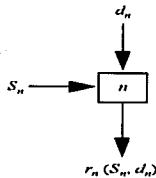


Figura 3.2 Representación gráfica de una etapa.

### **Variables de decisión ( $d_n$ )**

La *variable de decisión* representa el conjunto de alternativas de decisión factibles que se determina en cada etapa por las necesidades específicas de la decisión y el recurso que se tiene disponible. Cada etapa puede tener un número diferente de alternativas de decisión.

### **Variables de estado ( $S_n$ )**

La *variable de estado* normalmente representa el recurso limitado que restringe el dominio de decisiones factibles en un problema de decisión.

### **Función de medida de eficiencia y/o efectividad ( $r_n(S_n, d_n)$ )**

La *función de medida de eficiencia y/o efectividad* refleja el valor o beneficio (bueno o malo) que se obtiene por cada decisión que se toma en la etapa. Este valor o beneficio depende, en general de dos valores: del valor de la *variable de estado*, porque determina el conjunto de alternativas de decisión factibles, y del

valor de la *variable de decisión*, porque indica la alternativa de decisión seleccionada.

El uso de la *función de medida de eficiencia y/o efectividad* debe de considerarse con cuidado, ya que ésta sólo ayuda a resolver el problema de decisión correspondiente a una etapa al permitir identificar la mejor alternativa de decisión; pero recordemos que la solución del problema requiere considerar la interrelación de todas las etapas, representado gráficamente en la figura 3.3. Para hacer posible esta interrelación es necesario considerar un elemento que relacione todas las etapas: la función de transición.

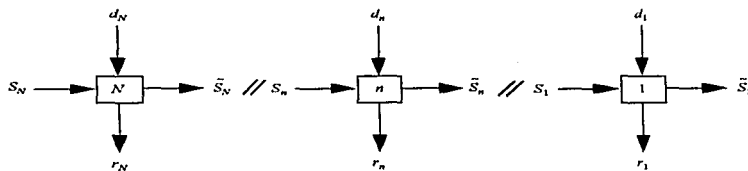


Fig. 3.3. Un sistema de N etapas.

Observe que las etapas están numeradas en dirección opuesta al flujo normal de numeración, más adelante veremos la utilidad de tal convención.

### Función de transición

La *función de transición* refleja el cambio que puede tener la *variable de estado* en su paso de una etapa a otra, una vez que la decisión correspondiente a la etapa ha sido tomada; dicho cambio se puede representar por la siguiente expresión:

$$S_{n-1} = S_n \odot d_n$$

donde

$S_{n-1}$  = valor de la variable de estado para la etapa  $n-1$

$S_n$  = valor de la variable de estado en la etapa  $n$

$\Theta$  = relación entre el valor de la variable de estado y el valor de la decisión

$d_n$  = valor de la decisión en la etapa  $n$

Las unidades de las variables de estado ( $S_n$ , y  $S_{n-1}$ ) y de la variable de decisión ( $d_n$ ) deben ser del mismo tipo.

La tabla siguiente muestran algunos ejemplos de *funciones de transición*:

$\Theta$	Función de transición
+	$S_{n-1} = S_n + d_n$
-	$S_{n-1} = S_n - d_n$
$\times$	$S_{n-1} = S_n \times d_n$
$\pm\sqrt{\quad}$	$S_{n-1} = S_n \pm\sqrt{d_n}$

### Función de recursión

La *función de recursión* enlaza los cálculos en las diferentes etapas para determinar la política de decisión óptima. Una *política de decisión óptima* es una regla que especifica las decisiones a tomar en cada etapa para la mejor solución del problema de decisión. La función de recursión es el modelo matemático del problema de decisión y al mismo tiempo representa la función objetivo de todo el problema.

Ya que nos enfrentamos a una serie de problemas de decisión, es necesario seguir la pista de todos los valores o beneficios que se acumulan en nuestro proceso de decisión conforme pasamos de una etapa a otra para asegurar que se toman en consideración todas las etapas. Denotemos por  $f_n(S_n, d_n)$  el valor o

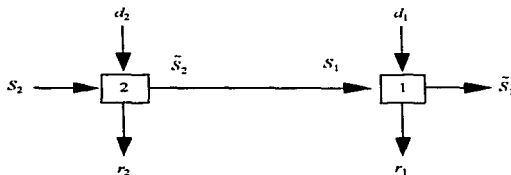
beneficio total *acumulado* en la etapa  $n$ , dada una variable de estado particular,  $S_n$ . De igual forma, denotemos por  $f_n^*(S_n)$  el valor o beneficio total *óptimo* en la etapa  $n$  para una variable de estado particular,  $S_n$ . Esto es, un valor particular de  $S_n$  puede dar origen a muchas posibles decisiones,  $d_n$ , entre las cuales hay una decisión,  $d_n^*$ , que da origen a un valor o beneficio total óptimo en la etapa  $n$ ,  $[f_n^*(S_n)]$ .

Ya que  $f_n^*(S_n)$  está formado por los valores óptimos acumulados, éste se puede escribir como:

$$f_n^*(S_n) = \underset{d_n, d_{n-1}, \dots, d_1}{\text{opt}} \{ r_n(S_n, d_n) \otimes r_{n-1}(S_{n-1}, d_{n-1}) \otimes \dots \otimes r_1(S_1, d_1) \}$$

En esta formula general  $\otimes$  representa un operador determinado para el contexto del problema que se desea resolver; por ejemplo,  $\otimes$  puede representar adición, sustracción, división o multiplicación ( +, -, ÷, ×, respectivamente).

Suponga que se *conoce* la *política de decisión óptima* para todo valor posible de la *variable de estado* en la etapa 1. Si tomamos una *decisión óptima* en la etapa 1 correspondiente, a un valor dado de la variable de estado  $S_1$ , esta decisión no se afecta por lo que pasa en las etapas 2, 3, ...,  $N$ ; ya que ellas *preceden* a la etapa 1 y las decisiones que pudieran tomarse en ellas se han tomado. Ahora suponga que las etapas 1 y 2 están conectadas por la siguiente relación (función de transición).



Podemos darnos cuenta, de la discusión previa, que en la etapa 1 el beneficio está dado por  $r_1(S_1, d_1)$ ; y el beneficio óptimo en la etapa 1 se obtiene buscando en todas las posibles *variables de decisión*. De aquí,

$$f_1^*(S_1) = \underset{d_1}{\text{opt}} \{ r_1(S_1, d_1) \}$$

Observe que  $S_1$  determina el rango de  $d_1$ , pero  $S_1$  está determinado por lo que ha sucedido en la etapa previa; específicamente,  $S_1 = S_2 \odot d_2$ . Considere ahora el valor o beneficio óptimo total en la etapa 2:

$$f_2^*(S_2) = \underset{d_2}{\text{opt}} \{ r_2(S_2, d_2) \otimes f_1^*(S_1) \}$$

o

$$f_2^*(S_2) = \underset{d_2}{\text{opt}} \{ r_2(S_2, d_2) \otimes f_1^*(S_2 \odot d_2) \}$$

ya que

$$S_1 = S_2 \odot d_2$$

Ahora podemos observar algo interesante; esto es, que  $f_2^*(S_2)$  sólo es función de  $S_2$  y  $d_2$  (siempre que  $f_1^*(S_1)$  se conozca para todos los posibles valores de  $S_1$ ). Si



continuáramos con la lógica recursiva descrita anteriormente, sería claro que para un sistema general de  $N$  etapas podemos escribir:

$$f_N^*(S_N) = \text{opt}_{d_N} \{ r_N(S_N, d_N) \otimes f_{N-1}^*(S_{N-1}) \}$$

El procedimiento completo se presenta a través de la ecuación descrita anteriormente. Si uno da la variable de estado de entrada  $S_N$ , es posible obtener  $f_N^*(S_N)$  siempre que tengamos disponible el valor de  $f_{N-1}^*(S_{N-1})$ . Yendo más lejos  $f_{N-1}^*(S_{N-1})$  sólo podrá determinarse por el conocimiento del valor de  $f_{N-2}^*(S_{N-2})$ , etc., hasta que finalmente necesitemos,  $f_1^*(S_1)$ .

De la lógica descrita anteriormente, el procedimiento de solución requiere determinar  $f_1^*(S_1)$  para todos los posibles valores de  $S_1$ . Por lo tanto  $f_1^*(S_1)$  está definido por cualquier variable de estado en la etapa 1. Conociendo  $f_1^*(S_1)$ ,  $f_2^*(S_2)$  se determina para todos los valores posibles de  $S_2$  a través de la siguiente recursión:

$$f_2^*(S_2) = \text{opt}_{d_2} \{ r_2(S_2, d_2) \otimes f_1^*(S_1) \}$$

o

$$f_2^*(S_2) = \text{opt}_{d_2} \{ r_2(S_2, d_2) \otimes f_1^*(S_2 \odot d_2) \}$$

Observe que una vez que la política óptima se ha determinado en la etapa 2, para cualquier variable de estado  $S_2$ , entonces  $S_1$  también se conoce. Este procedimiento puede repetirse hasta que se alcance la etapa  $N$ -ésima. En general, la relación está dada por

$$f_n^*(S_n) = \text{opt}_{d_n} \{ r_n(S_n, d_n) \otimes f_{n-1}^*(S_n \odot d_n) \} \quad n = 1, 2, \dots, N$$

(donde  $f_0^*(S_0) = 0$ )

Nótese que  $f_n^*(S_n)$  es función de  $S_n$  exclusivamente.

Observe que este proceso puede continuar haciéndose a través de cualquier número de etapas y que en cualquier etapa  $1 \leq n \leq N$  una *política óptima* para la etapa  $n$  del problema está disponible para *cualquier* variable de entrada,  $S_n$ . Observe también que el proceso se inició en la etapa 1 y continuó de derecha a izquierda a la etapa  $N$ . En ciertos problemas puede ser más conveniente iniciar en la etapa  $N$  y continuar a la etapa 1 en la misma forma.

En general, la relación recursiva está dada por

$$f_n^*(S_n) = \underset{d_n}{\text{opt}} \{ r_n(S_n, d_n) \otimes f_{n-1}^*(S_{n-1}) \}$$

$$S_{n-1} = S_n \ominus d_n$$

Observe que esto da origen a diferentes tipos de relaciones. El paso clave en la solución de problemas de programación dinámica es la descomposición del problema en  $N$  optimizaciones separadas involucrando  $f_1^*(S_1)$ ,  $f_2^*(S_2)$ , ...,  $f_N^*(S_N)$ .

Hay dos formas de la función para la elaboración de cálculos en programación dinámica: la primera, *función de recursión de avance*, con la cual los cálculos avanzan de la primera a la última etapa; y la segunda, *función de recursión de retroceso*, con la cual los cálculos comienzan en la última etapa y "regresan" hacia la primera. Matemáticamente, ambos métodos son en esencia el mismo; pero para cuestiones de cálculo, uno puede ser mucho más sencillo que el otro.

Para comprender con más detalle lo que son estos elementos y sus relaciones en la construcción del modelo se recomienda ver la sección 3.5.

### **3.3 Principio de optimidad**

El principio básico que sustenta el desarrollo de la función de recursión en la solución de un problema de programación dinámica es el que se ha llamado como *principio de optimidad* que dice:

*Una política óptima tiene la propiedad de que cualquiera que sean el estado inicial y la primera decisión, las decisiones restantes constituyen una política óptima tomando en cuenta los efectos resultantes de la primera decisión.*

Esto en otras palabras quiere decir que la solución óptima a un problema de decisión de múltiples etapas es el resultado del conjunto de decisiones óptimas que se obtiene en cada etapa considerando los efectos resultantes de la etapa previa.

### **3.4 Características básicas de un problema de programación dinámica**

Un problema de decisión que se puede resolver con programación dinámica tiene las siguientes características:

- 1.- El problema se puede dividir en *etapas*; ya que las decisiones que se refieren a problemas de programación dinámica se optimizan en *etapas* consecutivas en lugar de optimizarse simultáneamente.

- 2.- Cada etapa requiere una *decisión*; el conjunto de todas las decisiones posibles está gobernado por la *variable de estado* en la *etapa*.
- 3.- Asociada a cada decisión en una etapa hay una *función de medida de eficiencia y/o efectividad* que evalúa la elección hecha en términos de la contribución que ésta puede hacer al objetivo general del problema.
- 4.- En cada etapa N el proceso *total* de decisión está relacionado a su etapa contigua por una relación cuantitativa llamada *función de transición*. Esta función de transición puede reflejar una cantidad discreta o continua, dependiendo de la naturaleza del problema.
- 5.- Dada la actual variable de estado, una política óptima para las *restantes etapas* en términos de una *posible variable de estado entrante* es independiente de la política adoptada en etapas previas.
- 6.- El proceso de solución siempre procede buscando la política óptima para cada posible *variable de estado* entrante en la etapa presente.
- 7.- Siempre se usa una relación recursiva para relacionar la política óptima en la etapa *n* a la etapa (*n-1*) que sigue. Esta relación está dada por:

$$f_n^*(S_n) = \text{opt}_{d_n} \{ r_n(S_n, d_n) \otimes f_{n-1}^*(S_n \ominus d_n) \}$$

Aquí el símbolo  $\ominus$  denota alguna relación matemática entre  $S_n$  y  $d_n$ .

- 8.- Usando esta relación recursiva, el procedimiento de solución se mueve de etapa en etapa - encontrando en cada tiempo una política óptima para cada *variable de estado* en cada *etapa* - hasta que la política óptima es encontrada por la última etapa. Una vez que la política óptima ha sido descubierta, el N-ésimo componente del vector de decisión puede recuperarse siguiendo la serie de tablas a donde empezamos.

### 3.5 Ejemplos de modelos de programación dinámica<sup>1</sup>

Los ejemplos que se muestran a continuación pueden ser resueltos enumerando todas las posibles alternativas de decisión y eligiendo aquella que produce un valor o beneficio óptimo; sin embargo, en problemas donde interviene una gran cantidad de información o el número de alternativas de decisión es muy grande, esto no resulta práctico. A este respecto, la programación dinámica nos ofrece un método sistemático que nos ayuda a encontrar la mejor alternativa de solución para estos problemas.

---

<sup>1</sup> Los ejemplos que se presenta en esta sección, la sección 3.6 e inclusive los del Capítulo 4 pueden resolverse empleando modelos de programación lineal entera. En los ejemplos de este Capítulo se muestra la forma de este modelo para referencia del problema en términos más familiares; sin embargo, la solución se desarrolla a través del uso de un modelo de programación dinámica.

### 3.5.1 Ejemplo 1 Problema de corte de rollos de papel

Una compañía de papel ha recibido pedidos de cuatro diferentes grupos de publicaciones. La cantidad y tamaño de cada pedido, así como el ingreso que se obtendrá al cubrirlo, se muestran a continuación:

8 rollos de 2 metros de papel a \$2.50 por rollo

6 rollos de 2 ½ metros de papel a \$3.10 por rollo

5 rollos de 4 metros de papel a \$5.25 por rollo

4 rollos de 3 metros de papel a \$4.40 por rollo

Debido a la demanda que ha existido del material, la compañía sólo dispone de 13 metros de papel para cubrir estos pedidos. Si sólo puede cubrir los pedidos parcialmente, determine la cantidad que deberá cubrir de cada pedido para obtener un ingreso máximo total.

Matemáticamente, este problema puede representarse como un problema de programación lineal entera de la siguiente forma:

$$\text{máx } z = 2.5 x_1 + 3.10 x_2 + 5.25 x_3 + 4.40 x_4$$

sujeto a

$$2 x_1 + 2 \frac{1}{2} x_2 + 4 x_3 + 3 x_4 \leq 13$$

$x_1, x_2, x_3, x_4$  enteros no negativos

donde

$x_1$  = número de rollos a cortar de 2 metros.

$x_2$  = número de rollos a cortar de 2 ½ metros.

$x_3$  = número de rollos a cortar de 4 metros.

$x_4$  = número de rollos a cortar de 3 metros.

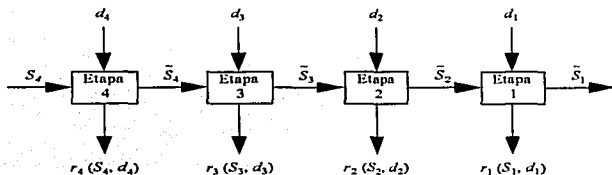
## Solución

Para resolver este problema, como un problema de programación dinámica, es necesario identificar los elementos que se describieron anteriormente (*etapas, variables de estado, variables de decisión, función de medida de eficiencia y/o efectividad y función de transición*).

Para este problema en particular, se pueden establecer lo siguiente:

### *Etapas.*

Ya que anteriormente se ha definido una etapa como un punto en el cual se toma una decisión y, dado que tenemos que tomar cuatro decisiones, una por cada pedido, podemos considerar que tenemos un problema de 4 etapas. Esto se puede representar gráficamente de la siguiente forma:



### *Variables de estado.*

Anteriormente se definió a la variable de estado como el recurso que tenemos disponible; para este ejemplo podríamos definir a la variable de estado para la etapa  $n$ , como la cantidad (en metros) de papel disponible para cortar en esa etapa.

### *Variables de decisión.*

La variable de decisión será la cantidad de rollos de papel a cortar para cubrir cada pedido. El límite inferior para la variable de decisión en cada etapa es cero, dado que podemos decidir no cortar rollos de papel en esa etapa, y el límite superior la cantidad de rollos que físicamente se pueden cortar. Este límite superior estará dado por  $[F_o/L_n]$  donde  $F_o$  son los metros disponibles de papel,  $L_n$  la longitud requerida por el  $n$ -ésimo pedido y  $[ ]$  denota la mayor porción entera deseada. Sin embargo, en la etapa  $n$  siempre hay exactamente  $S_n$  metros de papel disponible, resultado de cubrir los pedidos  $n, (n-1), \dots, 1$ , de aquí, en cada etapa  $d_n$  estará dada por  $d_n \leq [S_n / L_n]$  con  $d_n \leq [13 / L_n]$  sólo cuando  $S_n = F_o = 13$  metros.

### *Función de medida de eficiencia y/o efectividad.*

La función de medida de eficiencia y/o efectividad mostrará el ingreso que se obtiene con la decisión correspondiente al  $n$ -ésimo pedido. Esto es:

$$\text{donde } r_n(S_n, d_n) = i_n \times d_n$$

$i_n$  = ingreso de cubrir el  $n$ -ésimo pedido  
 $d_n$  = decisión correspondiente al  $n$ -ésimo pedido

### *Función de transición.*

La función de transición mostrará la cantidad de papel que queda disponible para usar en la  $n$ -ésima etapa. De aquí, la función de transición en el  $n$ -ésimo estado es la cantidad de papel que queda para uso en las etapas  $(n-1), (n-2), \dots, 1$ . Esto está dado por

$$S_{n-1} = S_n - d_n L_n \quad n=2, 3, 4.$$

Note que cuando  $n = 1$

$$S_0 = S_1 - d_1 L_1$$



Ya que  $S_0$  representa la cantidad de papel disponible no empleada en todo el proceso, este deberá ser, lo más cercana a cero. De aquí,  $d_1$  estará determinado únicamente por el máximo valor disponible, dado por el cociente  $d_1 = [S_1 / L_1]$ .

Por lo tanto, el problema de programación dinámica está dado por la siguiente expresión en la etapa n-ésima:

$$f_n^*(S_n) = \max \{ i_n d_n + f_{n-1}^*(S_{n-1}) \}$$
$$0 \leq d_n \leq [S_n / L_n]$$

donde

$$S_{n-1} = S_n - d_n L_n$$

y

$$f_0^*(S_0) = 0 \quad \text{si } S_0 \geq 0$$

Ya que no hay alguna razón para ordenar las etapas de alguna forma, se puede indicar cualquier orden. Para propósitos ilustrativos dejemos

- etapa 1 para los pedidos de 2.5 metros de papel
- etapa 2 para los pedidos de 4 metros de papel
- etapa 3 para los pedidos de 3 metros de papel
- etapa 4 para los pedidos de 2 metros de papel

La solución a este problema se muestra en las tablas 1.1-1.4.

### Etapa 1

¿Cuántos rollos cortar de 2.5 metros?

$$f_1^*(S_1) = \max_{0 \leq d_1 \leq 5} \{3.10 d_1 + f_0^*(S_1 - 2.5 d_1)\}$$

$$f_1(S_1, d_1) = \{3.10 d_1 + f_0^*(S_1 - 2.5 d_1)\}$$

donde  $f_0^*(S_0) = 0$  si  $S_0 \geq 0$

$$\begin{aligned} f_1(0, 0) &= 3.10(0) + f_0^*(0 - 2.5(0)) \\ &= 0 + f_0^*(0) \\ &= 0 + 0 = 0 \end{aligned}$$

$S_1 \backslash d_1$	0	1	2	3	4	5	$f_1^*(S_1)$	$d_1^*$
0	0.00	NF	NF	NF	NF	NF	0.00	0
1	0.00	NF	NF	NF	NF	NF	0.00	0
2	0.00	NF	NF	NF	NF	NF	0.00	0
3	0.00	3.10	NF	NF	NF	NF	3.10	1
4	0.00	3.10	NF	NF	NF	NF	3.10	1
5	0.00	3.10	6.20	NF	NF	NF	6.20	2
6	0.00	3.10	6.20	NF	NF	NF	6.20	2
7	0.00	3.10	6.20	NF	NF	NF	6.20	2
8	0.00	3.10	6.20	9.30	NF	NF	9.30	3
9	0.00	3.10	6.20	9.30	NF	NF	9.30	3
10	0.00	3.10	6.20	9.30	12.40	NF	12.40	4
11	0.00	3.10	6.20	9.30	12.40	NF	12.40	4
12	0.00	3.10	6.20	9.30	12.40	NF	12.40	4
13	0.00	3.10	6.20	9.30	12.40	15.50	15.50	5

Tabla 1.1

Se puede decidir cortar 0, 1, 2, 3, 4 ó 5 rollos de papel de 2.5 metros (indicados en el renglón correspondiente a las alternativas de decisión,  $d_1$ ), en función de la cantidad de papel que se tiene disponible para cortar en esta etapa (indicada en la columna de la variable de estado,  $S_1$ ). Cada decisión que se haga, tendrá su respectivo valor o beneficio (localizado en la intersección del renglón y la columna correspondiente). En la columna  $f_1^*(S_1)$  se puede localizar el beneficio máximo (óptimo) que se puede obtener con el valor de la variable de estado  $S_1$  y en la columna  $d_1^*$  la decisión que permite obtener ese beneficio.

## Etapa 2

¿Cuántos rollos cortar de 4 metros?

$$f_2^*(S_2) = \max_{0 \leq d_2 \leq 3} \{5.25 d_2 + f_1^*(S_2 - 4d_2)\}$$

$$f_2(S_2, d_2) = \{5.25 d_2 + f_1^*(S_2 - 4d_2)\}$$

$$\begin{aligned} f_2(4, 1) &= 5.25(1) + f_1^*(4 - 4(1)) \\ &= 5.25 + f_1^*(0) \\ &= 5.25 + 0 = 5.25 \end{aligned}$$

$S_2 \backslash d_2$	0	1	2	3	$f_2^*(S_2)$	$d_2^*$
0	0.00	NF	NF	NF	0.00	0
1	0.00	NF	NF	NF	0.00	0
2	0.00	NF	NF	NF	0.00	0
3	3.10	NF	NF	NF	3.10	0
4	3.10	5.25	NF	NF	5.25	1
5	6.20	5.25	NF	NF	6.20	0
6	6.20	5.25	NF	NF	6.20	0
7	6.20	8.35	NF	NF	8.35	1
8	9.30	8.35	10.50	NF	10.50	2
9	9.30	11.45	10.50	NF	11.45	1
10	12.40	11.45	10.50	NF	12.40	0
11	12.40	11.45	13.60	NF	13.60	2
12	12.40	14.45	13.60	15.75	15.75	3
13	15.50	14.55	16.70	15.75	16.70	2

Tabla 1.2

### Etapa 3

¿Cuántos rollos cortar de 3 metros?

$$f_3^*(S_3) = \max_{0 \leq d_3 \leq 4} \{4.40 d_3 + f_2^*(S_3 - 3d_3)\}$$

$$f_3(S_3, d_3) = \{4.40 d_3 + f_2^*(S_3 - 3d_3)\}$$

$$\begin{aligned} f_3(13, 3) &= 4.40(3) + f_2^*(13 - 3(3)) \\ &= 13.20 + f_2^*(4) \\ &= 13.20 + 5.25 = 18.45 \end{aligned}$$

$S_3 \backslash d_3$	0	1	2	3	4	$f_3^*(S_3)$	$d_3^*$
0	0.00	NF	NF	NF	NF	0.00	0
1	0.00	NF	NF	NF	NF	0.00	0
2	0.00	NF	NF	NF	NF	0.00	0
3	3.10	4.40	NF	NF	NF	4.40	1
4	5.25	4.40	NF	NF	NF	5.25	0
5	6.20	4.40	NF	NF	NF	6.20	0
6	6.20	7.50	8.80	NF	NF	8.80	2
7	8.35	9.65	8.80	NF	NF	9.65	1
8	10.50	10.60	8.80	NF	NF	10.60	1
9	11.45	10.60	11.90	13.20	NF	13.20	3
10	12.40	12.75	14.05	13.20	NF	14.05	2
11	13.60	14.90	15.00	13.20	NF	15.00	2
12	15.75	15.85	15.00	16.30	17.60	17.60	4
13	16.70	16.80	17.15	18.45	17.60	18.45	3

Tabla 1.3

#### Etapa 4

¿Cuántos rollos cortar de 2 metros?

$$f_4^*(S_4) = \max_{0 \leq d_4 \leq 6} \{2.50 d_4 + f_3^*(S_4 - 2 d_4)\}$$

$$f_4(S_4, d_4) = \{2.50 d_4 + f_3^*(S_4 - 2 d_4)\}$$

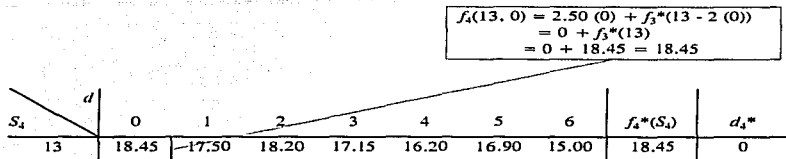


Tabla 1.4

### Interpretación de resultados

La solución óptima tiene como resultado un ingreso total de  $f_4^*(S_4=13) = \$18.45$ . La política óptima se obtiene trabajando a través de las etapas 4, 3, 2 y 1. El resultado se resume en la siguiente tabla.

#### Política óptima

Etapa $n$	$S_n$	Política Óptima	Transición a etapa ( $n - 1$ )
4	$S_4 = 13$	$d_4^* = 0$	$S_3 = S_4 - 2d_4 = 13$
3	$S_3 = 13$	$d_3^* = 3$	$S_2 = S_3 - 3d_3 = 4$
2	$S_2 = 4$	$d_2^* = 1$	$S_1 = S_2 - 4d_2 = 0$
1	$S_1 = 0$	$d_1^* = 0$	$S_0 = S_1 - 2.5d_1 = 0$

La política de decisión óptima,  $(d_1^*, d_2^*, d_3^*, d_4^*) = (0, 1, 3, 0)$ , sugiere no cortar rollos de 2.5 metros, cortar un rollo de 4 metros, cortar tres rollos de 3 metros y no cortar rollos de 2 metros.

En la etapa 4, correspondiente al problema del número de rollos a cortar de 2 metros y en la cual se dispone de un rollo de 13 metros para cortar, la decisión de no cortar rollos no cambia el tamaño del rollo disponible y no permite obtener un ingreso respecto a este pedido.

En la etapa 3, correspondiente al problema del número de rollos a cortar de 3 metros, la decisión de cortar 3 rollos reduce el tamaño del rollo disponible a 4 metros y el ingreso que se obtiene es de \$ 13.20.

En la etapa 2, correspondiente al problema del número de rollos a cortar de 4 metros, la decisión de cortar 1 rollo emplea todo el papel disponible y permite incrementar el ingreso en \$ 5.25.

En la etapa 1, correspondiente al problema del número de rollos a cortar de 2.5 metros, la decisión de no cortar rollos es la decisión lógica al ya no disponer de papel; esta decisión no contribuye a incrementar el ingreso.

Observe que se usó todo el rollo de papel disponible,  $S_0 = 0$ , y que el ingreso total que se obtiene es de  $\$ 13.20 + \$ 5.25 = \$ 18.45$ . Cualquier otra combinación de decisiones proporciona un ingreso inferior a \$ 18.45.

Suponga ahora, que debido a que las orillas del rollo de papel están dañadas, sólo disponemos de 12 metros de papel para cubrir los pedidos. ¿Cómo afectaría este cambio el análisis?. En una solución general del problema por otros métodos

matemáticos probablemente se requeriría resolver el nuevo problema; pero en programación dinámica todo lo que cambia es el valor de  $S_4$  (de  $S_4 = 13$  a  $S_4 = 12$ ) y por el principio de optimidad, si  $S_4$  cambia a un valor más pequeño, todo el análisis en las etapas siguientes 3, 2, y 1 aún serán validos, ya que ellos han sido calculados para todos los posibles valores de entrada de  $S_3$ ,  $S_2$  y  $S_1$ , respectivamente. (Observe que esto no será verdadero para todos los valores si  $S_4$  fuera mayor). Usando esta premisa básica, la tabla siguiente proporciona soluciones óptimas para el rango de valores de entrada  $S_4 = 13, 12, 11$  y  $10$ .

$$f_4^*(S_4) = \max \{ r_4(S_4, d_4) + f_3^*(S_3) \}$$

$$0 \leq d_4 \leq [S_4/L_4]$$

donde

$$S_3 = S_4 - 2d_4$$

#### Soluciones Óptimas

	13	12	11	10
0	18.45	17.60	15.00	14.05
1	17.50	15.70	15.70	13.10
2	18.20	15.60	14.65	13.80
3	17.15	16.30	13.70	12.95
4	16.20	15.25	14.40	10.00
5	16.90	12.50	12.50	12.50
6	15.00	15.00	-	-
$f_4^*(S_4)$	18.45	17.60	15.70	14.05
$d_4^*$	0	0	1	0

$S_4$	$d_4^*$	$d_3^*$	$d_2^*$	$d_1^*$	$f_1^*(S_4)$
13	0	3	1	0	\$18.45
12	0	4	0	0	\$17.50
11	1	3	0	0	\$15.70
10	0	2	0	0	\$14.05

Suponga ahora que  $S_4 = 13$  y usted recibe instrucción de que al menos se debe cortar un rollo de 2 metros de papel. Ya que este tipo de pedido corresponde a la etapa 4, realmente estamos diciendo que  $d_4 \geq 1$ . Ya que la solución óptima obtenida viola esta restricción ¿Qué otros cálculos se necesitan para resolver este problema? La respuesta es NINGUNO. Ya que tenemos las políticas óptimas para cualquier conjunto de variables de estado de entrada, la etapa 4 se examina para obtener la mejor política. De los cálculos de la etapa 4, es claro que la mejor política es hacer exactamente 2 rollos de 2 metros de papel ( $d_4^* = 2$ ). Esto lleva a la política óptima mostrada en la siguiente tabla.

Etapa $n$	$S_n$	Política Óptima	Transición
			a etapa $(n - 1)$
4	$S_4 = 13$	$d_4^* = 2$	$S_3 = S_4 - 2d_4 = 9$
3	$S_3 = 9$	$d_3^* = 3$	$S_2 = S_3 - 3d_3 = 0$
2	$S_2 = 0$	$d_2^* = 0$	$S_1 = 0$
1	$S_1 = 0$	$d_1^* = 0$	$S_0 = 0$

Observe que esta solución es contraria a la intuición técnica, ya que la lógica dictaría que si estamos obligados a hacer rollos de 2 metros, podemos hacer únicamente uno; sin embargo, esta decisión resultaría sólo en un ingreso de \$17.50. Siguiendo la política de decisión óptima, la nueva restricción cuesta únicamente \$0.25.



### 3.5.2 Ejemplo 2 Problema del cargamento

Considere que se carga un barco con 3 diferentes artículos. Cada unidad del artículo  $i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) con un peso de  $w_i$  toneladas y un valor  $v_i$  que se resumen en la siguiente tabla. Si el peso máximo que puede cargar el barco es 5 toneladas, determine la cantidad de carga más valiosa que no exceda el peso máximo que puede cargar el barco.

artículo ( $i$ )	peso ( $w_i$ )	valor ( $v_i$ )
1	2	65
2	3	80
3	1	30

Si  $x_i$  es el número de unidades del artículo  $i$  a cargar, matemáticamente podemos representar el problema como se muestra a continuación:

$$\begin{aligned} \text{máx } z &= 65 x_1 + 80 x_2 + 30 x_3 \\ \text{sujeto a} \\ 2 x_1 + 3 x_2 + x_3 &\leq 5 \\ x_1, x_2, x_3 &\text{ enteros no negativos} \end{aligned}$$

#### Solución

El modelo de programación dinámica se construye considerando en primer término sus elementos:

*Etapa.* La etapa está representada por cada uno de los artículos, dado que tenemos que decidir la cantidad a cargar de cada artículo; es decir, tenemos que tomar una decisión por cada artículo.

*Variable de estado.* Capacidad de carga disponible.

*Variable de decisión.* Número de unidades del artículo  $i$  a cargar.

*Función de medida de eficiencia y/o efectividad.* Ingreso que se obtiene con la decisión de cargar el  $n$ -ésimo artículo. Matemáticamente:

donde  $r_n(S_n, d_n) = v_n \times d_n$

$v_n$  = valor de carga del  $n$ -ésimo artículo  
 $d_n$  = decisión correspondiente al  $n$ -ésimo artículo

*Función de transición.* Capacidad de carga disponible a usar para otro artículo.

Esto es:

$$S_{n-1} = S_n - d_n w_n \quad n=2, 3.$$

Note que cuando  $n = 1$

$$S_0 = S_1 - d_1 w_1$$

$S_0$  representa la capacidad de carga no empleada en todo el proceso.

Función de recursión

$$f_n^*(S_n) = \max \{ v_n d_n + f_{n-1}^*(S_{n-1}) \}$$
$$0 \leq d_n \leq [S_n / w_n]$$

donde

$$S_{n-1} = S_n - d_n w_n$$

y

$$f_0^*(S_0) = 0 \quad \text{si } S_0 \geq 0$$

### Etapa 1

¿Cuántos artículos cargar de 2 toneladas?

$$f_1^*(S_1) = \max_{0 \leq d_1 \leq 2} \{65 d_1 + f_0^*(S_1 - 2 d_1)\}$$

$$f_1(S_1, d_1) = \{65 d_1 + f_0^*(S_1 - 2 d_1)\}$$

donde  $f_0^*(S_0) = 0$  si  $S_0 \geq 0$

$$\begin{aligned} f_1(4, 2) &= 65(2) + f_0^*(4 - 2(2)) \\ &= 130 + f_0^*(0) \\ &= 130 + 0 = 130 \end{aligned}$$

$S_1 \backslash d_1$	0	1	2	$f_1^*(S_1)$	$d_1^*$
0	0	NF	NF	0	0
1	0	NF	NF	0	0
2	0	65	NF	65	1
3	0	65	NF	65	1
4	0	65	130	130	2
5	0	65	130	130	2

Tabla 2.1

Se puede decidir cargar 0, 1 ó 2 artículos de 2 toneladas (indicados en el renglón correspondiente a las alternativas de decisión,  $d_1$ ), en función de la capacidad de carga que se tiene disponible en esta etapa (indicada en la columna de la variable de estado,  $S_1$ ). Cada decisión que se haga, tendrá su respectivo valor o beneficio (localizado en la intersección del renglón y la columna correspondiente). En la columna  $f_1^*(S_1)$  se puede localizar el beneficio máximo (óptimo) que se puede obtener con el valor de la variable de estado  $S_1$  y en la columna  $d_1^*$  la decisión que permite obtener ese beneficio.

## Etapa 2

¿Cuántos artículos cargar de 3 toneladas?

$$f_2^*(S_2) = \max_{0 \leq d_2 \leq 1} \{80 d_2 + f_1^*(S_2 - 3d_2)\}$$

$$f_2(S_2, d_2) = \{80 d_2 + f_1^*(S_2 - 3d_2)\}$$

$S_2 \backslash d_2$	0	1	$f_2^*(S_2)$	$d_2^*$
0	0	NF	0	0
1	0	NF	0	0
2	65	NF	65	0
3	65	80	80	1
4	130	80	130	0
5	130	145	145	1

$$\begin{aligned} f_2(4, 0) &= 80(0) + f_1^*(4 - 3(0)) \\ &= 0 + f_1^*(4) \\ &= 0 + 130 = 130 \end{aligned}$$

Tabla 2.2

### Etapa 3

¿Cuántos artículos cargar de 1 tonelada?

$$f_3^*(S_3) = \max \{30d_3 + f_2^*(S_3 - 1d_3)\} \\ 0 \leq d_3 \leq 1$$

$$f_3(S_3, d_3) = \{30 d_3 + f_2^*(S_3 - 1d_3)\}$$

$$\begin{aligned} f_3(5, 1) &= 30(1) + f_2^*(5 - 1(1)) \\ &= 30 + f_2^*(4) \\ &= 30 + 130 = 160 \end{aligned}$$

$S_3$	$d_3$	0	1	2	3	4	5	$f_3^*(S_3)$	$d_3^*$
5		145	160	140	155	120	150	160	1

Tabla 2.3

### Interpretación de resultados

La solución óptima tiene como resultado un valor de carga total de  $f_3^*(S_3=5)=\$160$ . La búsqueda de la política de decisión óptima se resume en la siguiente tabla.

#### Política de decisión óptima

Etapa $n$	$S_n$	Política Óptima	Transición a etapa $(n - 1)$
3	$S_3 = 5$	$d_3^* = 1$	$S_2 = S_3 - 1d_3 = 4$
2	$S_2 = 4$	$d_2^* = 0$	$S_1 = S_2 - 3d_2 = 4$
1	$S_1 = 4$	$d_1^* = 2$	$S_0 = S_1 - 2d_1 = 0$

Esta política de decisión,  $(d_1^*, d_2^*, d_3^*) = (2, 0, 1)$ , sugiere cargar dos artículos de 2 toneladas, no cargar artículos de 3 toneladas y cargar un artículo de 1 tonelada.

En la etapa 3, correspondiente al problema del número de artículos a cargar de una tonelada y en la cual se dispone de la capacidad de carga de 5 toneladas, la decisión de cargar 1 artículo reduce la capacidad de carga a 4 toneladas y determina el valor de la carga en \$ 30.

En la etapa 2, correspondiente al problema del número de artículos a cargar de tres toneladas y en la cual se dispone de una capacidad de carga de 4 toneladas, la decisión de no cargar artículos mantiene disponibles las 4 toneladas y el valor de la carga no sufre incremento alguno.

En la etapa 1, correspondiente al problema del número de artículos a cargar de dos toneladas, la decisión de cargar 2 artículos emplea toda la capacidad de carga disponible y permite obtener un ingreso de \$ 130.

Observe que se usó toda la capacidad de carga disponible,  $S_0 = 0$ , y que el valor total de la carga es de  $\$ 30 + \$ 130 = \$ 160$ . Cualquier otra combinación de decisiones genera un valor inferior a \$ 160.

### **3.6 Problema de dimensionalidad en programación dinámica**

Los ejemplos mostrados en páginas anteriores se han caracterizado por la presencia de variables de estado *unidimensionales*; es decir, variables de estado que reflejan la existencia de *un recurso* disponible y que están representados por una restricción en el modelo matemático del problema cuando éste se formula como un problema de programación lineal; sin embargo, no es exclusivo el uso de variables de estado unidimensionales en la aplicación de modelos de programación dinámica, ya que podemos tener variables de estado *multidimensionales*; es decir, variables de estado que reflejen la existencia de *múltiples recursos* disponibles y que por consecuencia incrementen el número de restricciones en el modelo matemático del problema cuando éste se formula como un problema de programación lineal.

El uso de variables de estado multidimensionales en modelos de programación dinámica debe de considerarse con cuidado, ya que su uso representa mayores dificultades en la evaluación de los cálculos para encontrar la solución.

Para comprender las dificultades que el uso de variables de estado multidimensionales representan en la solución de problemas de programación dinámica, se mostrará su uso a través de la solución del siguiente ejemplo.

#### **3.6.1 Ejemplo 3 Problema de producción**

Una fábrica elabora dos tipos de productos, uno estándar y uno de lujo. La fabricación del producto estándar requiere 4 Kg. de materia prima, 2 horas de trabajo y genera un ingreso de \$10. La fabricación del producto de lujo requiere 4 Kg. de materia prima, 5 horas de trabajo y genera un ingreso de \$15.

Si sólo se disponen de 15 Kg. de materia prima y una capacidad de producción de 12 horas, determine la cantidad a elaborar de cada producto que maximice el ingreso total.

Matemáticamente, este problema se puede representar con el siguiente modelo de programación lineal entera:

$$\begin{aligned} \text{máx } z &= 10x_1 + 15x_2 \\ \text{sujeto a} & \\ & 4x_1 + 4x_2 \leq 15 \\ & 2x_1 + 5x_2 \leq 12 \\ & x_1, x_2 \text{ enteros no negativos} \end{aligned}$$

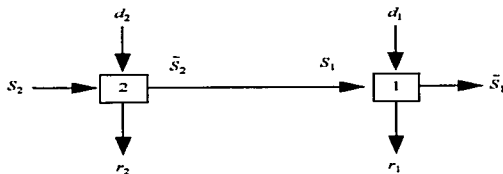
donde

$x_1$  = cantidad a elaborar del producto estándar  
 $x_2$  = cantidad a elaborar del producto de lujo

## Solución

Resolviendo el problema con un modelo de programación dinámica podemos tener:

*Etapas.* Dado que tenemos que tomar dos decisiones, una por cada producto, podemos considerar que tenemos un problema de dos etapas. Gráficamente,





*Variable de estado.* La variable de estado representa la cantidad de materia prima ( $S_{n,1}$ ) y el tiempo disponible para producción ( $S_{n,2}$ ).

$$S_n = \begin{pmatrix} S_{n,1} \\ S_{n,2} \end{pmatrix}$$

*Variable de decisión.* La variable de decisión representa la cantidad a elaborar de cada producto.

*Función de medida de eficiencia y/o efectividad.* Mostrará el ingreso obtenido por la fabricación del producto.

$$r_n(S_n, d_n) = i_n \times d_n$$

donde:  $i_n$  = ingreso por la fabricación de producto n-ésimo

$d_n$  = decisión de fabricación del producto n-ésimo

*Función de transición.* Mostrará la cantidad de materia prima y tiempo disponible para la fabricación de otro producto. Esto es:

$$S_{n-1,1} = S_{n,1} - a_n d_n \quad \text{y} \quad S_{n-1,2} = S_{n,2} - b_n d_n$$

Función de recursión

$$f_n^* \begin{pmatrix} S_{n,1} \\ S_{n,2} \end{pmatrix} = \max \left\{ i_n d_n + f_{n-1}^* \begin{pmatrix} S_{n,1} - a_n d_n \\ S_{n,2} - b_n d_n \end{pmatrix} \right\}$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \leq d_n \leq \begin{pmatrix} S_{n,1}/a_n \\ S_{n,2}/b_n \end{pmatrix}$$

$$f_0^* \begin{pmatrix} S_{0,1} \\ S_{0,2} \end{pmatrix} = 0$$

$$\text{si } S_{0,1} \geq 0 \quad \text{y} \quad S_{0,2} \geq 0$$

La solución para el problema en la etapa 1 está dado por la tabla 3.1 para las posibles combinaciones de  $S_{1,1}$  y  $S_{1,2}$ .

### Etapa 1

¿Cuántos artículos elaborar del producto estándar?

$$f_n^* \begin{pmatrix} S_{1,1} \\ S_{1,2} \end{pmatrix} = \max \left\{ 10 d_1 + f_0^* \begin{pmatrix} S_{1,1} - 4 d_1 \\ S_{1,2} - 2 d_1 \end{pmatrix} \right\}$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \leq d_1 \leq \begin{pmatrix} S_{1,1}/4 \\ S_{1,2}/2 \end{pmatrix}$$

$$f_0^* \begin{pmatrix} S_{0,1} \\ S_{0,2} \end{pmatrix} = 0$$

si  $S_{0,1} \geq 0$  y  $S_{0,2} \geq 0$

Si  $d_1 = 1$  entonces

$$f_1^* \begin{pmatrix} 8 \\ 2 \end{pmatrix} = 10(1) + f_0^* \begin{pmatrix} 8-4(1) \\ 2-2(1) \end{pmatrix}$$

$$= 10 + f_0^* \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix}$$

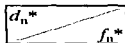
$$= 10 + 0 = 10$$

	$S_{1,1}$	0	4	8	12
$S_{2,1}$	0	0	0	0	0
2	0	0	1	1	1
4	0	0	1	2	2
6	0	0	1	2	3
8	0	0	1	2	3
10	0	0	1	2	3
12	0	0	1	2	3

Tabla 3.1

El renglón  $S_{1,1}$  indica la cantidad de materia prima disponible (dada en kilogramos) y la columna  $S_{1,2}$  el tiempo disponible (dado en horas) para la elaboración del producto. Cada decisión que se haga, tendrá su respectivo valor o beneficio (localizado en la intersección del renglón y columna correspondiente).

*decisión*



*ingreso*

El contenido de la celda muestra la decisión óptima y el valor de la decisión.

ESTÁ TESIS HA DEBE  
SALIR DE LA BIBLIOTECA

## Etapa 2

¿Cuántos artículos elaborar del producto de lujo?

$$f_2^*(15) = \max \left\{ 15d_2 + f_1^*(15 - 4d_2) \right\}$$

$$(0) \leq d_2 \leq (2)$$

Si  $d_2 = 2$  entonces

$$f_2^*(15) = 15(2) + f_1^*(15 - 4(2))$$

$$= 30 + f_1^*(7)$$

$$= 30 + 10 = 40$$

$S_{2,2}$ 12	$S_{2,1}$ 15 2 40
-----------------	----------------------------

Tabla 3.2

## Interpretación de resultados

La solución óptima tiene como resultado un ingreso total de  $f_2^*(S_2) = f_2^*(15, 12) = \$ 40$ . La búsqueda de la política de decisión óptima se resume en la siguiente tabla.

### Política óptima

Etapa $n$	$S_n$	Política Óptima	Transición a etapa $(n - 1)$
2	$S_2 = 15, 12$	$d_2^* = 2$	$S_1 = S_{2,1} - 4d_2 = 15 - 4(2) = 7$ $= S_{2,2} - 5d_2 = 12 - 5(2) = 2$
1	$S_1 = 7, 2$	$d_1^* = 1$	$S_0 = S_{1,1} - 4d_1 = 7 - 4(1) = 3$ $= S_{1,2} - 2d_1 = 2 - 2(1) = 0$

La política de decisión óptima,  $(d_1^*, d_2^*) = (1, 2)$ , sugiere elaborar 1 artículo estándar y 2 artículos de lujo.

En la etapa 2, correspondiente al problema del número de artículos a elaborar del producto de lujo, la decisión de elaborar 2 artículos incrementa el ingreso en \$ 30, reduce la cantidad de materia prima a 7 kilogramos y reduce el tiempo de producción a 2 horas.

En la etapa 1, correspondiente al problema de número de artículos a elaborar del producto estándar, la decisión de elaborar 1 artículo incrementa el ingreso \$ 10, reduce la cantidad de materia prima a 3 kilogramos y emplea todo el tiempo de producción disponible.

Observe que no se usó toda la materia prima, pero ya no hay horas de producción disponibles,  $S_0 = (3, 0)$ , y que el ingreso total que se obtiene es de  $\$ 30 + \$ 10 = \$ 40$ . Cualquier otra combinación de decisiones proporciona un ingreso inferior a \$ 40.

## ***Capítulo 4***

### ***Aplicación del Modelo de Programación Dinámica en el Plan de Contingencia***

En este capítulo se presenta la construcción del modelo de programación dinámica para el proceso de asignación de parámetros de acceso en los satélites de respaldo y su solución a través del uso de funciones desarrolladas en Clipper.

#### **4.1 Descripción del problema**

El procedimiento para el respaldo del segmento espacial busca asignar los usuarios del satélite en falla en los espacios libres de los satélites de respaldo. Ya que es posible tener asignado un número  $n$  de usuarios en el satélite en falla y disponer de un número  $m$  de espacios libres en el satélite de respaldo, si se localiza un espacio libre y se identifican los usuarios que pueden asignarse en él; entonces, el problema se reduce a determinar los usuarios a asignar en dicho espacio libre<sup>1</sup>. La asignación debe considerar el nivel de prioridad definido para cada usuario.

---

<sup>1</sup> Note que esto es verdadero si en el espacio libre no se pueden asignar todos los usuarios. En caso de que en el espacio se puedan asignar todos los usuarios no hay problema de decisión alguno.

## 4.2 Construcción del modelo

Suponga que se ha localizado un espacio libre<sup>2</sup> en alguno de los satélites de respaldo; definamos el tamaño de tal espacio libre como el ancho de banda<sup>3</sup>, dado en megahertz (MHZ.), que resulta de la diferencia entre las frecuencias  $f_j$  y  $f_i$  que limitan tal espacio; esto es, espacio libre =  $f_j - f_i$  si  $f_j > f_i$  ó espacio libre =  $f_i - f_j$  si  $f_j < f_i$ .

Suponga además que en función a las características del espacio libre, identificamos los usuarios que pueden asignarse en ese espacio libre; es decir, aquellos usuarios que necesita: el mismo tipo de transpondedor<sup>4</sup>, la misma polaridad<sup>5</sup>, la misma región de cobertura<sup>6</sup>, el mismo tipo de servicio<sup>7</sup> y un ancho de banda menor al disponible en el espacio libre.

Ya que conocemos las necesidades de cada usuario en cuanto a ancho de banda se refiere, y que sabemos que es más importante el respaldar ciertos usuarios, puesto que cada uno tiene asignado un nivel de prioridad (véase capítulo 2), podemos emplear éste para asignarles un valor que sirva como referencia para determinar aquellos usuarios a asignar.

Si identificamos los elementos que necesitamos para resolver nuestro problema con ayuda de un modelo de programación dinámica podemos tener lo siguiente:

---

<sup>2</sup> Para los fines de este trabajo, se trabaja con el supuesto de que los espacios libres no tienen problemas de interferencia.

<sup>3</sup> segmento del espectro de frecuencias requerido para transmitir información.

<sup>4</sup> "K" para banda KU y "N" o "W" para banda C.

<sup>5</sup> Vertical/Horizontal o Horizontal/Vertical.

<sup>6</sup> Región 1 (R1), Región 2 (R2), Región 3 (R3), Región 4 (R4) o Región 5 (R5).

<sup>7</sup> Voz, datos o televisión.

### *Etapa ( $n$ )*

Ya que por cada usuario que pueda asignarse en el espacio libre tenemos que tomar una decisión: asignarlo o no; y dado que podemos tener un número  $n$  de usuarios para asignar en ese espacio libre, podemos decir entonces que tenemos un problema de  $n$  etapas, una etapa por cada usuario; donde el número de usuarios a asignar variará de un espacio libre a otro, en función de las características que tiene el espacio libre y de los usuarios que necesiten respaldarse.

### *Variable de estado ( $S_n$ )*

En este caso podemos definir a la variable de estado como el ancho de banda libre, nuestro recurso disponible para asignación.

### *Variable de decisión ( $d_n$ )*

En cada etapa tenemos que decidir asignar o no al usuario en función a la capacidad del espacio libre. De esta forma, la variable de decisión puede tomar uno de los siguientes dos valores: 0, si decidimos no asignar al usuario, ó 1, si decidimos asignarlo.

### *Función de medida de eficiencia y/o efectividad ( $r_n(S_n, d_n)$ )*

La función de medida de eficiencia y/o efectividad puede definirse como aquella relación que indica el valor o beneficio que se obtiene por la alternativa de decisión seleccionada; es decir,

$$r_n(S_n, d_n) = v_n \times d_n$$

donde:

$v_n$  = valor del n-ésimo usuario (100 / número en nivel de prioridad)

$d_n$  = decisión correspondiente al n-ésimo usuario (0 ó 1)

### *Función de transición*

La función de transición puede indicar la cantidad de espacio libre que queda disponible para asignar algún otro usuario una vez que se ha tomado una decisión de asignar o no al usuario correspondiente a la etapa actual. Esta función está representada por la siguiente expresión:

$$S_{i-1} = S_i - A_i d_i \quad i=2, 3, 4, \dots, n \text{ (número de etapas)}$$

donde:

$S_i$  = espacio libre en la etapa  $i$

$d_i$  = decisión tomada en la etapa  $i$

$A_i$  = ancho de banda requerido en la etapa  $i$

$S_{i-1}$  = espacio libre una vez que se ha tomado la decisión  $d_i$

Observe que cuando  $i = 1$

$$S_0 = S_1 - A_1 d_1$$

$S_0$  representa el espacio libre no empleado en el proceso de asignación en este espacio.



Tomando en consideración los elementos antes descritos, la *función de recursión* para el problema está dada por:

$$f_n^*(S_n) = \max \{ v_n d_n + f_{n-1}^*(S_{n-1}) \}$$

$$d_n = 0, 1$$

donde

$$S_{n-1} = S_n - A_n d_n$$

y

$$f_0^*(S_0) = 0 \quad \text{si } S_0 \geq 0$$

Ya que tenemos  $m$  espacios libres, con tamaños y características diferentes, el modelo anterior se puede aplicar  $m$  número de veces para buscar respaldar usuarios que no se hayan respaldado en algún otro espacio libre.

### 4.3 Ejemplos de aplicación

La aplicación del modelo requiere resolver el problema anterior con datos de la situación de interés. Debido a que se maneja una gran cantidad de información, aquí se muestran sólo dos ejemplos de esta aplicación.

La solución del problema se presenta de dos maneras: la primera, a través del uso de tablas de decisión que determina la mejor alternativa en cada una de las etapas; y la segunda, a través de programas que hacen uso de funciones recursivas<sup>8</sup>; esta última es la que se emplea para resolver la totalidad del problema.

---

<sup>8</sup> Una función recursiva es una función definida en términos de sí misma.

### 4.3.1 Ejemplo de aplicación 1

#### Descripción

Suponga que el satélite Solidaridad 1 entra en fase de contingencia y que se ha localizado un espacio libre en el satélite Morelos II con las características que se indican a continuación.

Satélite:	Morelos II
Transpondedor:	01N
Rango de frecuencias:	6019.700 MHz. - 6021.500 MHz.
Ancho de banda libre:	1.8 MHz.
Tipo de transpondedor:	N
Polaridad:	Horizontal/Vertical
Región de cobertura al ascenso:	Región 1
Región de cobertura al descenso:	Región 1
Tipo de servicio:	Voz y datos

Suponga además que, de todas las redes de comunicación asignadas en Solidaridad 1, las que se pueden respaldar en este espacio libre son las correspondientes a los usuarios ASGROW MEXICANA, LABORATORIOS COLUMBIA y RESIDUOS INDUSTRIALES MULTIQUIM con las siguientes necesidades:

Usuario:	ASGROW MEXICANA, S.A. DE C.V.
Ancho de banda:	0.6000 MHz.
Tipo de transpondedor:	N
Polaridad:	Horizontal/Vertical

Región de cobertura al ascenso: Región 1  
Región de cobertura al descenso: Región 1  
Tipo de servicio: Voz y datos

Usuario: LABORATORIOS COLUMBIA, S.A. DE C.V.  
Ancho de banda: 0.6000 MHz.  
Tipo de transpondedor: N  
Polaridad: Horizontal/Vertical  
Región de cobertura al ascenso: Región 1  
Región de cobertura al descenso: Región 1  
Tipo de servicio: Voz y datos

Usuario: RESIDUOS INDUSTRIALES MULTIQUIM, S.A. DE C.V.  
Ancho de banda: 0.8000 MHz.  
Tipo de transpondedor: N  
Polaridad: Horizontal/Vertical  
Región de cobertura al ascenso: Región 1  
Región de cobertura al descenso: Región 1  
Tipo de servicio: Voz y datos

Ya que no es posible asignar los tres usuarios en el espacio libre (dado que la suma de ancho de banda requerido por los tres usuarios es de 2.0 MHz.), determine los usuarios a asignar de tal forma que se respeten los niveles de prioridad definidos para el caso de contingencia<sup>9</sup> y se emplee el espacio libre de la mejor manera posible.

---

<sup>9</sup> Los números de nivel de prioridad correspondientes a estos usuarios están indicados en el Capítulo 2.

## Identificación de los elementos del modelo

Tomando las definiciones dadas para el modelo general del problema tenemos:

Número de etapas: 3

etapa 1 para determinar si se asigna o no la red de ASGROW  
MEXICANA

etapa 2 para determinar si se asigna o no la red de  
LABORATORIOS COLUMBIA

etapa 3 para determinar si se asigna o no la red de RESIDUOS  
INDUSTRIALES MULTIQUIM

Variable de estado:  $S_3 = 1.8$  MHz.

Variable de decisión:  $d_n = 0$  ó  $1$  para  $n = 1, 2, 3$ .

Función de medida de eficiencia y/o efectividad:

$$r_n(S_n, d_n) = v_n d_n \quad \text{para } n = 1, 2, 3.$$

donde:

$$v_1 = 100 / 55 = 1.8182$$

$$v_2 = 100 / 100 = 1.0000$$

$$v_3 = 100 / 41 = 2.4390$$

Función de transición:

$$S_{n-1} = S_n - A_n d_n$$

donde:

$$A_1 = 0.6000 \text{ MHz.}$$

$$A_2 = 0.6000 \text{ MHz.}$$

$$A_3 = 0.8000 \text{ MHz.}$$

La sustitución de estos elementos y los cálculos derivados del uso de la función de recursión definida en la sección 4.2, para cada una de las etapas, se muestran a continuación.

## Solución 1 Desarrollo de tablas

### Etapa 1

Para determinar si se asigna o no la red del usuario ASGROW MEXICANA

$$f_1^*(S_1) = \max \{1.8182 d_1 + f_0^*(S_1 - 0.6d_1)\}$$

$$d_1 = 0, 1$$

$$f_1(S_1, d_1) = 1.8182 d_1 + f_0^*(S_1 - 0.6d_1)$$

donde  $f_0^*(S_0) = 0$  si  $S_0 \geq 0$

$S_1 \backslash d_1$	No asignarlo 0	Asignarlo 1	$f_1^*(S_1)$	$d_1^*$
0	$f_1(0, 0) = 1.8182(0) + f_0^*(0 - 0.6(0))$ $= 0 + f_0^*(0)$ $= 0 + 0 = 0$	$f_1(0, 1) = 1.8182(1) + f_0^*(0 - 0.6(1))$ $= 1.8182 + f_0^*(-0.6)$ $= 1.8182 + NF = NF$	0	0
0.2	$f_1(0.2, 0) = 1.8182(0) + f_0^*(0.2 - 0.6(0))$ $= 0 + f_0^*(0.2)$ $= 0 + 0 = 0$	$f_1(0.2, 1) = 1.8182(1) + f_0^*(0.2 - 0.6(1))$ $= 1.8182 + f_0^*(-0.4)$ $= 1.8182 + NF = NF$	0	0
0.4	$f_1(0.4, 0) = 1.8182(0) + f_0^*(0.4 - 0.6(0))$ $= 0 + f_0^*(0.4)$ $= 0 + 0 = 0$	$f_1(0.4, 1) = 1.8182(1) + f_0^*(0.4 - 0.6(1))$ $= 1.8182 + f_0^*(-0.2)$ $= 1.8182 + NF = NF$	0	0
0.6	$f_1(0.6, 0) = 1.8182(0) + f_0^*(0.6 - 0.6(0))$ $= 0 + f_0^*(0.6)$ $= 0 + 0 = 0$	$f_1(0.6, 1) = 1.8182(1) + f_0^*(0.6 - 0.6(1))$ $= 1.8182 + f_0^*(0)$ $= 1.8182 + 0 = 1.8182$	1.8182	1
0.8	$f_1(0.8, 0) = 1.8182(0) + f_0^*(0.8 - 0.6(0))$ $= 0 + f_0^*(0.8)$ $= 0 + 0 = 0$	$f_1(0.8, 1) = 1.8182(1) + f_0^*(0.8 - 0.6(1))$ $= 1.8182 + f_0^*(0.2)$ $= 1.8182 + 0 = 1.8182$	1.8182	1
1.0	$f_1(1.0, 0) = 1.8182(0) + f_0^*(1.0 - 0.6(0))$ $= 0 + f_0^*(1.0)$ $= 0 + 0 = 0$	$f_1(1.0, 1) = 1.8182(1) + f_0^*(1.0 - 0.6(1))$ $= 1.8182 + f_0^*(0.4)$ $= 1.8182 + 0 = 1.8182$	1.8182	1
1.2	$f_1(1.2, 0) = 1.8182(0) + f_0^*(1.2 - 0.6(0))$ $= 0 + f_0^*(1.2)$ $= 0 + 0 = 0$	$f_1(1.2, 1) = 1.8182(1) + f_0^*(1.2 - 0.6(1))$ $= 1.8182 + f_0^*(0.6)$ $= 1.8182 + 0 = 1.8182$	1.8182	1
1.4	$f_1(1.4, 0) = 1.8182(0) + f_0^*(1.4 - 0.6(0))$ $= 0 + f_0^*(1.4)$ $= 0 + 0 = 0$	$f_1(1.4, 1) = 1.8182(1) + f_0^*(1.4 - 0.6(1))$ $= 1.8182 + f_0^*(0.8)$ $= 1.8182 + 0 = 1.8182$	1.8182	1
1.6	$f_1(1.6, 0) = 1.8182(0) + f_0^*(1.6 - 0.6(0))$ $= 0 + f_0^*(1.6)$ $= 0 + 0 = 0$	$f_1(1.6, 1) = 1.8182(1) + f_0^*(1.6 - 0.6(1))$ $= 1.8182 + f_0^*(1.0)$ $= 1.8182 + 0 = 1.8182$	1.8182	1
1.8	$f_1(1.8, 0) = 1.8182(0) + f_0^*(1.8 - 0.6(0))$ $= 0 + f_0^*(1.8)$ $= 0 + 0 = 0$	$f_1(1.8, 1) = 1.8182(1) + f_0^*(1.8 - 0.6(1))$ $= 1.8182 + f_0^*(1.2)$ $= 1.8182 + 0 = 1.8182$	1.8182	1

Tabla 4.1

### Etapa 2

**Para determinar si se asigna o no la red del usuario LABORATORIOS COLUMBIA**

$$f_2^*(S_2) = \max_{d_2 = 0,1} \{1.0000 d_2 + f_1^*(S_2 - 0.6d_2)\}$$

$$f_2(S_2, d_2) = 1.0000 d_2 + f_1^*(S_2 - 0.6d_2)$$

$d_2 \backslash S_2$	No asignarlo 0	Asignarlo 1	$f_2^*(S_2)$	$d_2^*$
0	$f_2(0, 0) = 1.0000(0) + f_1^*(0 - 0.6(0))$ = 0 + $f_1^*(0)$ = 0 + 0 = 0	$f_2(0, 1) = 1.0000(1) + f_1^*(0 - 0.6(1))$ = 1.0000 + $f_1^*(-0.6)$ = 1.0000 + NF = NF	0	0
0.2	$f_2(0.2, 0) = 1.0000(0) + f_1^*(0.2 - 0.6(0))$ = 0 + $f_1^*(0.2)$ = 0 + 0 = 0	$f_2(0.2, 1) = 1.0000(1) + f_1^*(0.2 - 0.6(1))$ = 1.0000 + $f_1^*(-0.4)$ = 1.0000 + NF = NF	0	0
0.4	$f_2(0.4, 0) = 1.0000(0) + f_1^*(0.4 - 0.6(0))$ = 0 + $f_1^*(0.4)$ = 0 + 0 = 0	$f_2(0.4, 1) = 1.0000(1) + f_1^*(0.4 - 0.6(1))$ = 1.0000 + $f_1^*(-0.2)$ = 1.0000 + NF = NF	0	0
0.6	$f_2(0.6, 0) = 1.0000(0) + f_1^*(0.6 - 0.6(0))$ = 0 + $f_1^*(0.6)$ = 0 + 1.8182 = 1.8182	$f_2(0.6, 1) = 1.0000(1) + f_1^*(0.6 - 0.6(1))$ = 1.0000 + $f_1^*(0)$ = 1.0000 + 0 = 1.0000	1.8182	0
0.8	$f_2(0.8, 0) = 1.0000(0) + f_1^*(0.8 - 0.6(0))$ = 0 + $f_1^*(0.8)$ = 0 + 1.8182 = 1.8182	$f_2(0.8, 1) = 1.0000(1) + f_1^*(0.8 - 0.6(1))$ = 1.0000 + $f_1^*(0.2)$ = 1.0000 + 0 = 1.0000	1.8182	0
1.0	$f_2(1.0, 0) = 1.0000(0) + f_1^*(1.0 - 0.6(0))$ = 0 + $f_1^*(1.0)$ = 0 + 1.8182 = 1.8182	$f_2(1.0, 1) = 1.0000(1) + f_1^*(1.0 - 0.6(1))$ = 1.0000 + $f_1^*(0.4)$ = 1.0000 + 0 = 1.0000	1.8182	0
1.2	$f_2(1.2, 0) = 1.0000(0) + f_1^*(1.2 - 0.6(0))$ = 0 + $f_1^*(1.2)$ = 0 + 1.8182 = 1.8182	$f_2(1.2, 1) = 1.0000(1) + f_1^*(1.2 - 0.6(1))$ = 1.0000 + $f_1^*(0.6)$ = 1.0000 + 1.8182 = 2.8182	2.8182	1
1.4	$f_2(1.4, 0) = 1.0000(0) + f_1^*(1.4 - 0.6(0))$ = 0 + $f_1^*(1.4)$ = 0 + 1.8182 = 1.8182	$f_2(1.4, 1) = 1.0000(1) + f_1^*(1.4 - 0.6(1))$ = 1.0000 + $f_1^*(0.8)$ = 1.0000 + 1.8182 = 2.8182	2.8182	1
1.6	$f_2(1.6, 0) = 1.0000(0) + f_1^*(1.6 - 0.6(0))$ = 0 + $f_1^*(1.6)$ = 0 + 1.8182 = 1.8182	$f_2(1.6, 1) = 1.0000(1) + f_1^*(1.6 - 0.6(1))$ = 1.0000 + $f_1^*(1.0)$ = 1.0000 + 1.8182 = 2.8182	2.8182	1
1.8	$f_2(1.8, 0) = 1.0000(0) + f_1^*(1.8 - 0.6(0))$ = 0 + $f_1^*(1.8)$ = 0 + 1.8182 = 1.8182	$f_2(1.8, 1) = 1.0000(1) + f_1^*(1.8 - 0.6(1))$ = 1.0000 + $f_1^*(1.2)$ = 1.0000 + 1.8182 = 2.8182	2.8182	1

Tabla 4.2

### Etapa 3

Para determinar si se asigna o no la red del usuario RESIDUOS INDUSTRIALES MULTIQUM

$$f_3^*(S_3) = \max \{2.4390 d_3 + f_2^*(S_3 - 0.8d_3)\}$$

$$d_3 = 0, 1$$

$$f_3(S_3, d_3) = 2.4390 d_3 + f_2^*(S_3 - 0.8d_3)$$

$S_3 \backslash d_3$	No asignarlo 0	Asignarlo 1	$f_3^*(S_3)$	$d_3^*$
1.8	$f_3(1.8, 0) = 2.4390(0) + f_2^*(1.8 - 0.8(0))$ $= 0 + f_2^*(1.8)$ $= 0 + 2.8182 = 2.8182$	$f_3(1.8, 1) = 2.4390(1) + f_2^*(1.8 - 0.8(1))$ $= 2.4390 + f_2^*(1.0)$ $= 2.4390 + 1.8182 = 4.2572$	4.2572	1

Tabla 4.3

### Interpretación de resultados

La búsqueda de la política de decisión óptima se resume en la siguiente tabla.

#### Política de decisión óptima

Etapa $n$	$S_n$	Política Óptima	Transición a etapa $(n - 1)$
3	$S_3 = 1.8$	$d_3^* = 1$	$S_2 = S_3 - 0.8d_3$ $= 1.8 - 0.8(1) = 1.0$
2	$S_2 = 1.0$	$d_2^* = 0$	$S_1 = S_2 - 0.6d_2$ $= 1.0 - 0.6(0) = 1.0$
1	$S_1 = 1.0$	$d_1^* = 1$	$S_0 = S_1 - 0.6d_1$ $= 1.0 - 0.6(1) = 0.4$

Esta política de decisión,  $(d_1^*, d_2^*, d_3^*) = (1, 0, 1)$ , sugiere asignar la red del usuario ASGROW MEXICANA, no asignar la red del usuario

## LABORATORIOS COLUMBIA y asignar la red del usuario RESIDUOS INDUSTRIALES MULTIQUIM.

En la etapa 3, correspondiente al problema de asignar o no la red del usuario RESIDUOS INDUSTRIALES MULTIQUIM en el espacio libre de 1.8 MHz., la decisión de asignar la red reduce el espacio libre a 1.0 MHz. y define el valor de la asignación en 2.4390.

En la etapa 2, correspondiente al problema de asignar o no la red del usuario LABORATORIOS COLUMBIA en el espacio de 1.0 MHz., la decisión de no asignar la red no afecta el tamaño del espacio libre ni el valor de la asignación.

En la etapa 1, correspondiente al problema de asignar o no la red del usuario ASGROW MEXICANA en el espacio de 1.0 MHz., la decisión de asignar la red reduce el espacio libre a 0.4 MHz. e incrementa el valor de la asignación en 1.8182, de tal forma que el valor total de la asignación en el espacio libre es de 4.2572.

Observe que aún cuando no se usó toda la capacidad del espacio libre, ya que  $S_0 = 0.4$ , no es posible asignar otro usuario. Además, la combinación de decisiones ha asignado a los usuarios de mayor prioridad, indicado por su valor ( $v_n$ ), cualquier otra combinación de decisiones genera un valor inferior en la asignación.



## Solución 2 Programación

Una computadora es la herramienta más importante que tenemos para la aplicación del modelo; ya que con ella podemos generar la serie de cálculos que requerimos para resolver el problema, y que podrían llevar varios días de trabajo, en cuestión de minutos. De hecho, la bibliografía consultada para el desarrollo de este trabajo menciona el poder de aplicación que los modelos de programación dinámica pueden tener con el uso de una computadora y presentan, en algunos casos, los diagramas de flujo para el desarrollo de programas; sin embargo, no proporcionan códigos fuente desarrollados. La explicación a tal situación se puede deber a dos motivos: primero, no hay un modelo general de programación dinámica; y segundo, aún no se disponía de lenguajes de programación que facilitaran el uso de funciones recursivas. En esta sección se presenta un breve ejemplo de la forma en que es posible la programación para resolver modelos de programación dinámica.

Como se puede observar, el modelo de nuestro problema quedó representado como una función matemática recursiva; es decir, una función matemática definida en términos de sí misma. Si un algoritmo, concebido como un programa, puede definir una función matemática; entonces, un algoritmo recursivo puede definir una función matemática recursiva. La recursión es la característica básica del modelo que facilita su programación.

## **Función recursiva del modelo**

La función recursiva del modelo se programó en Clipper.

Las causas por las cuales se eligió Clipper como lenguaje de programación para el modelo fueron las siguientes: primero, porque es un lenguaje que facilita el uso de los archivos de base de datos que contienen la información de la ocupación del Sistema Mexicano de Satélites; esto significa, que podemos disponer de la información más reciente de dicha ocupación en el momento que lo necesitemos; y segundo, porque una función definida por el usuario puede llamarse a sí misma recursivamente, esto significa que puede hacerse referencia a una función en declaraciones o expresiones de la misma definición de la función.

Para comprender como funciona el modelo de programación dinámica en la búsqueda de la política de decisión óptima a través de funciones desarrolladas en Clipper considere una función  $f_0$ . Esta función determina el valor  $f_n^*(S_n)$  para un valor dado de  $S_n$ .

Debemos tener cuidado en los datos de entrada y en los datos de salida de la función para que correspondan a la descripción del problema. Tal consideración se debe a dos situaciones: primero, el usuario no verá el método que se incorporó al programa; sino que se esforzará en comprender la salida, los resultados; y segundo, porque un leve cambio en el formato de entrada y salida puede facilitar el diseño del programa.

De esta forma, se consideran dos hechos: primero, ya se ha localizado el espacio libre; y segundo, ya se han identificado los usuarios que se pueden asignar en el.

La función requiere una variable: *abdisponible*, que guarda el tamaño del espacio libre, un arreglo: *usuarios*, que guarda la información de las necesidades básicas de cada usuario; un arreglo *auxiliar*, que guarda la decisión correspondiente a cada etapa; y un arreglo *resultados*, que guarda el conjunto de decisiones óptimas.

Gráficamente la estructura de cada uno de estos arreglos se puede representar como:

*usuarios*. Con  $n$  renglones y 3 columnas

$c_1$	$ab_1$	$v_1$
$c_2$	$ab_2$	$v_2$
$c_3$	$ab_3$	$v_3$
...	...	...
$c_n$	$ab_n$	$v_n$

Para almacenar en la primera columna ( $c_n$ ) el número de usuarios a asignar, en la segunda ( $ab_n$ ) el ancho de banda requerido por el usuario y en la tercera ( $v_n$ ) el valor asignado a este usuario. El número  $n$  varía en función al número de usuarios que podemos asignar en el espacio libre.

*auxiliar* y *resultados*. Con  $n$  elementos.

**auxiliar**

$d_1$
$d_2$
$d_3$
...
$d_n$

**resultados**

$d_1^*$
$d_2^*$
$d_3^*$
...
$d_n^*$

Donde el número  $n$  de elementos está en función al número de usuarios que podemos asignar en el espacio libre.

Los datos de entrada deben colocarse en la variable *abdisponible* y en el arreglo *usuarios* antes de que la función se ejecute. Respecto a los datos de salida, el interés se centra en el arreglo *resultados*.

Con las consideraciones anteriores, la función recursiva del modelo podría presentarse como se indica a continuación.

### Programa 1 Solución al ejemplo de aplicación 1

```
PUBLIC k,s
NF = -1000

abdisponible = 1.8

PUBLIC usuarios := {}
AADD(usuarios, {1, 0.6, 1.8182})
AADD(usuarios, {1, 0.6, 1})
AADD(usuarios, {1, 0.8, 2.4390})

PUBLIC resultados{LEN(usuarios)}
PUBLIC auxiliar{LEN(usuarios)}

f(abdisponible,LEN(usuarios))

?"El espacio libre se puede distribuir de la siguiente forma:"

For k = 1 to LEN(usuarios)
  ?"Asignar ",STR(resultados[k],3,0)," usuario(s) con AB =
",STR(usuarios[k,2],8,4)," y valor ",STR(usuarios[k,3],8,4)
Next

Return .T.
```

```

Function f(s,k)
  LOCAL i
  LOCAL j
  LOCAL f_opt
  LOCAL f_opt_aux

  If (k = 0)
    If (s >= 0)
      Return 0
    Else
      Return NF
    Endif
  Else
    j = 0
    f_opt = 0
    Do while (j <= usuarios[k,1])
      f_opt_aux = (usuarios[k,3]*j) + f(s-j*usuarios[k,2], k-1)
      If (f_opt < f_opt_aux)
        f_opt = f_opt_aux
        auxiliar[k] := j
        If k = LEN(usuarios)
          For i = 1 to LEN(usuarios)
            resultados[i] := auxiliar[i]
          Next
        Endif
      Endif
      j = j + 1
    Enddo
    Return f_opt
  Endif

```

Muestra de resultados obtenidos por el programa:

```

El espacio libre se puede distribuir de la siguiente forma:
Asignar 1 usuario(s) con AB = 0.6000 y valor 1.8182
Asignar 0 usuario(s) con AB = 0.6000 y valor 1.0000
Asignar 1 usuario(s) con AB = 0.8000 y valor 2.4390

```

## Observaciones

El programa presenta únicamente las decisiones óptimas para resolver el problema de asignación. si deseáramos conocer con detalle como se llegó a ésta solución con el paso a través de todas y cada una de las etapas, sería necesario generar las estructuras de datos necesarias para contener todos y cada uno de los datos de cada tabla generada durante el proceso. Para nuestro caso, el interés se centra sólo en conocer los resultados finales y no en los resultados parciales de cada una de las etapas.

Como se puede observa el programa anterior tiene la siguiente desventaja:

Los datos con los que trabaja son fijos y están definidos dentro del programa. Para resolver la totalidad del problema necesitamos las estructuras de datos que permitan almacenar la información básica para resolver varios problemas, ya que el tamaño de los espacios libres y la cantidad de usuarios que podemos asignar en los espacios son variables, debido a cambios en la ocupación del Sistema Mexicano de Satélites; donde ciertos espacios, que en algún momento estaban libres en otro pueden estar ocupados, o al contrario, a que algunos espacios antes ocupados ahora están libres y donde algunos usuarios asignados pudieron haber realizado cambios en las características de su red.

Los modelos de programación dinámica no se programan únicamente en lenguajes que permiten el uso de funciones recursivas como C o Clipper; ya que este tipo de modelos se pueden programar aún en lenguajes que no permiten el uso de este tipo de funciones; para mayor información sobre como hacer esto consulte el libro "Estructuras de datos en C" que se indica en la bibliografía.

La lógica desarrollada en la función recursiva con los datos del ejemplo de aplicación 1 es la siguiente:

$$\begin{aligned}
 f_3(1.8, 0) &= 2.4390(0) + f_2^*(1.8) \\
 f_2(1.8, 0) &= 1.0000(0) + f_1^*(1.8) \\
 f_1(1.8, 0) &= 1.8182(0) + f_0^*(1.8) = 0.0000 \\
 f_1(1.8, 1) &= 1.8182(1) + f_0^*(1.2) = 1.8182 \\
 &= 0 + 1.8182 = 1.8182 \\
 f_2(1.8, 1) &= 1.0000(1) + f_1^*(1.2) \\
 f_1(1.2, 0) &= 1.8182(0) + f_0^*(1.2) = 0.0000 \\
 f_1(1.2, 1) &= 1.8182(1) + f_0^*(0.6) = 1.8182 \\
 &= 1.0000 + 1.8182 = 2.8182 \\
 &= 0 + 2.8182 = 2.8182
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 f_3(1.8, 1) &= 2.4390(1) + f_2^*(1.0) \\
 f_2(1.0, 0) &= 1.0000(0) + f_1^*(1.0) \\
 f_1(1.0, 0) &= 1.8182(0) + f_0^*(1.0) = 0.0000 \\
 f_1(1.0, 1) &= 1.8182(1) + f_0^*(0.4) = 1.8182 \\
 &= 0 + 1.8182 = 1.8182 \\
 f_2(1.0, 1) &= 1.0000(1) + f_1^*(0.4) \\
 f_1(0.4, 0) &= 1.8182(0) + f_0^*(0.4) = 0.0000 \\
 &= 1.0000 + 0.0000 = 1.0000 \\
 &= 2.4390 + 1.8182 = 4.2572
 \end{aligned}$$

El espacio libre se puede distribuir de la siguiente forma:

Asignar	1 usuarios con AB =	0.6000 y valor	1.8182
Asignar	0 usuarios con AB =	0.6000 y valor	1.0000
Asignar	1 usuarios con AB =	0.8000 y valor	2.4390

## Resumen de resultados

Espacio libre:

SAT TP FREQ INI FREQ FIN A.B. LIBRE  
MII 02N 6019700.0 6021500.0 1.8000

(A)

Posibles usuarios a asignar en este espacio:

NOMBRE	TP	P	A.B.	% POT	VALOR
ASGROW MEXICANA S.A. DE C.V.	01N	6	0.6000	0.8400	1.8182
LABORATORIOS COLUMBIA S.A. DE C.V.	01N	4	0.6000	1.1400	1.0000
RESIDUOS INDUSTRIALES MULTIQUIM, S.A.01N	2		0.8000	1.8100	2.4390

(B)

Resumen de usuarios a asignar: cantidad, ancho de banda y valor asignado (C)

1	0.6000	1.8182
1	0.6000	1.0000
1	0.8000	2.4390

El espacio libre se puede distribuir de la siguiente forma:

Asignar	1	usuarios con AB =	0.6000 y valor	1.8182
Asignar	0	usuarios con AB =	0.6000 y valor	1.0000
Asignar	1	usuarios con AB =	0.8000 y valor	2.4390

(D)

Los datos del usuario a asignar son: ASGROW MEXICANA S.A. DE C.V.

Los datos del usuario a asignar son: RESIDUOS INDUSTRIALES MULTIQUIM, S.A.

(E)

En realidad, los resultados que se generan con el uso de la función recursiva sólo proporcionan la información correspondiente a la sección que indica la forma en que se puede distribuir el espacio libre (D); pero este resumen permite facilitar las labores de validación de resultados que se realizan como parte de las pruebas del sistema. La información correspondiente a las otras secciones se obtiene con el uso de otras funciones: sección (A), localización de espacios libres; sección (B), identificación de los usuarios que pueden asignarse en los espacios libres; sección (C), obtención de la información básica de los usuarios que pueden asignarse en los espacios libres y sección (E), identificación de los usuarios que van a asignarse en los espacios libres.



### 4.3.2 Ejemplo de aplicación 2

#### Descripción

Suponga que el satélite Solidaridad 1 entra en fase de contingencia y que se ha localizado un espacio libre en el satélite Solidaridad 2 con las características que se indican a continuación.

Satélite:	Solidaridad 2
Transpondedor:	09K
Rango de frecuencias:	14016.000 MHz. - 14070.000 MHz.
Ancho de banda libre:	54 MHz.
Tipo de transpondedor:	K
Polaridad:	Horizontal/Vertical
Región de cobertura al ascenso:	Región 4
Región de cobertura al descenso:	Región 4
Tipo de servicio:	Voz y datos

Suponga además que, de todas las redes de comunicación asignadas en Solidaridad 1, las que se pueden respaldar en este espacio libre son las correspondientes a los usuarios BANCA SERFIN, SECRETARIA DE LA DEFENSA NACIONAL y BANCOMER con las siguientes necesidades:

Usuario:	BANCA SERFIN S.A. DE C.V.
Ancho de banda:	24.2000 MHz.
Tipo de transpondedor:	K
Polaridad:	Horizontal/Vertical
Región de cobertura al ascenso:	Región 4
Región de cobertura al descenso:	Región 4

Tipo de servicio: Voz y datos

Usuario: SECRETARIA DE LA DEFENSA NACIONAL

Ancho de banda: 26.1000 MHz.

Tipo de transpondedor: K

Polaridad: Horizontal/Vertical

Región de cobertura al ascenso: Región 4

Región de cobertura al descenso: Región 4

Tipo de servicio: Voz y datos

Usuario: BANCOMER S.A. DE C.V.

Ancho de banda: 28.6000 MHz.

Tipo de transpondedor: K

Polaridad: Horizontal/Vertical

Región de cobertura al ascenso: Región 4

Región de cobertura al descenso: Región 4

Tipo de servicio: Voz y datos

Ya que no es posible asignar los tres usuarios en el espacio libre (dado que la suma de ancho de banda requerido por los tres usuarios es de 78.9 MHz.), determine los usuarios a asignar de tal forma que se respeten los niveles de prioridad definidos para el caso de contingencia<sup>10</sup> y se emplee el espacio libre de la mejor manera posible.

---

<sup>10</sup> Los números de nivel de prioridad correspondientes a estos usuarios están indicados en el Capítulo 2.

## Identificación de los elementos del modelo

Tomando las definiciones dadas para el modelo general del problema tenemos:

Número de etapas: 3

etapa 1 para determinar si se asigna o no la red de BANCA SERFIN  
etapa 2 para determinar si se asigna o no la red de SECRETARIA  
DE LA DEFENSA NACIONAL  
etapa 3 para determinar si se asigna o no la red de BANCOMER

Variable de estado:  $S_3 = 54$  MHz.

Variable de decisión:  $d_n = 0$  ó  $1$  para  $n = 1, 2, 3$ .

Función de medida de eficiencia y/o efectividad:

$$r_n(S_n, d_n) = v_n d_n \quad \text{para } n = 1, 2, 3.$$

Donde:

$$v_1 = 100 / 6 = 16.6667$$

$$v_2 = 100 / 1 = 100$$

$$v_3 = 100 / 5 = 20$$

Función de transición:

$$S_{n-1} = S_n - A_n d_n$$

donde:

$$A_1 = 24.2000 \text{ MHz.}$$

$$A_2 = 26.1000 \text{ MHz.}$$

$$A_3 = 28.6000 \text{ MHz.}$$

La sustitución de estos elementos y los cálculos derivados del uso de la función de recursión definida en la sección 4.2, para cada una de las etapas, se muestran a continuación.

## Solución 1 Desarrollo de tablas

### Etapa 3

Para determinar si se asigna o no la red del usuario **BANCOMER**

$$f_3^*(S_3) = \max \{20 d_3 + f_2^*(S_3 - 28.60d_3)\}$$

$$d_3 = 0,1$$

$$f_3(S_3, d_3) = 20 d_3 + f_2^*(S_3 - 28.60d_3)$$

$d_3 \backslash S_3$	No asignarlo 0	Asignarlo 1	$f_3^*(S_3)$	$d_3^*$
54	$f_3(54, 0) = 20(0) + f_2^*(54 - 28.60(0))$ $= 0 + f_2^*(54)$ $= 0 + 116.6667 = 116.6667$	$f_3(54, 1) = 20(1) + f_2^*(54 - 28.60(1))$ $= 20 + f_2^*(25.40)$ $= 20 + 16.6667 = 36.6667$	116.6667	0

Tabla 5.1

### Etapa 2

Para determinar si se asigna o no la red de la **SECRETARIA DE LA DEFENSA NACIONAL**

$$f_2^*(S_2) = \max \{100d_2 + f_1^*(S_2 - 26.10d_2)\}$$

$$d_2 = 0,1$$

$$f_2(S_2, d_2) = 100 d_2 + f_1^*(S_2 - 26.10d_2)$$

$d_2 \backslash S_2$	No asignarlo 0	Asignarlo 1	$f_2^*(S_2)$	$d_2^*$
54	$f_2(54, 0) = 100(0) + f_1^*(54 - 26.10(0))$ $= 0 + f_1^*(54)$ $= 0 + 16.6667 = 16.6667$	$f_2(54, 1) = 100(1) + f_1^*(54 - 26.10(1))$ $= 100 + f_1^*(27.90)$ $= 100 + 16.6667 = 116.6667$	116.6667	1
25.40	$f_2(25.40, 0) = 100(0) + f_1^*(25.40 - 26.10(0))$ $= 0 + f_1^*(25.40)$ $= 0 + 16.6667 = 16.6667$	$f_2(25.40, 1) = 100(1) + f_1^*(25.40 - 26.10(1))$ $= 100 + f_1^*(-0.70)$ $= 100 + NF = NF$	16.6667	0

Tabla 5.2

### Etapa 1

Para determinar si se asigna o no del usuario BANCA SERFIN

$$f_1^*(S_1) = \max \{16.6667 d_1 + f_0^*(S_1 - 24.20d_1)\}$$

$$d_1 = 0,1$$

$$f_1(S_1, d_1) = 16.6667 d_1 + f_0^*(S_1 - 24.20d_1)$$

donde  $f_0^*(S_0) = 0$  si  $S_0 \geq 0$

$S_1 \backslash d_1$	No asignario 0	Asignario 1	$f_1^*(S_1)$	$d_1^*$
54	$f_1(54,0) = 16.6667(0) + f_0^*(54 - 24.20(0))$ $= 0 + f_0^*(54)$ $= 0 + 0 = 0$	$f_1(54,1) = 16.6667(1) + f_0^*(54 - 24.20(1))$ $= 16.6667 + f_0^*(29.80)$ $= 16.6667 + 0 = 16.6667$	16.6667	1
27.90	$f_1(27.90,0) = 16.6667(0) + f_0^*(27.90 - 24.20(0))$ $= 0 + f_0^*(27.90)$ $= 0 + 0 = 0$	$f_1(27.90,1) = 16.6667(1) + f_0^*(27.90 - 24.20(1))$ $= 16.6667 + f_0^*(3.70)$ $= 16.6667 + 0 = 16.6667$	16.6667	1
25.40	$f_1(25.40,0) = 16.6667(0) + f_0^*(25.40 - 24.20(0))$ $= 0 + f_0^*(25.40)$ $= 0 + 0 = 0$	$f_1(25.40,1) = 16.6667(1) + f_0^*(25.40 - 24.20(1))$ $= 16.6667 + f_0^*(1.20)$ $= 16.6667 + 0 = 16.6667$	16.6667	1

Tabla 5.3

## Interpretación de resultados

La búsqueda de la política de decisión óptima se resume en la siguiente tabla.

Política de decisión óptima

Etapa $n$	$S_n$	Política Óptima	Transición a etapa $(n - 1)$
3	$S_3 = 54$	$d_3^* = 0$	$S_2 = S_3 - 28.60d_3$ $= 54 - 28.60(0) = 54$
2	$S_2 = 54$	$d_2^* = 1$	$S_1 = S_2 - 26.10d_2$ $= 54 - 26.10(1) = 27.90$
1	$S_1 = 27.90$	$d_1^* = 1$	$S_0 = S_1 - 24.20d_1$ $= 27.90 - 24.20(1) = 3.70$

Esta política de decisión,  $(d_1^*, d_2^*, d_3^*) = (1, 1, 0)$ , sugiere asignar la red del usuario BANCA SERFIN, asignar la red del usuario SECRETARIA DE LA DEFENSA NACIONAL y no asignar la red del usuario BANCOMER.

En la etapa 3, correspondiente al problema de asignar o no la red del usuario BANCOMER en el espacio libre de 54 MHz., la decisión de no asignar la red no afecta el espacio libre ni tampoco el valor de la asignación.

En la etapa 2, correspondiente al problema de asignar o no la red del usuario SECRETARIA DE LA DEFENSA NACIONAL en el espacio de 54 MHz., la decisión de asignar la red reduce el tamaño del espacio libre a 27.90 MHz. y define el valor de la asignación en 100.

En la etapa 1, correspondiente al problema de asignar o no la red del usuario BANCOMER en el espacio de 27.90 MHz., la decisión de asignar la red reduce el espacio libre a 3.70 MHz. e incrementa el valor de la asignación en 16.6667, de tal forma que el valor total de la asignación en el espacio libre es de 116.6667.

Observe que aún cuando no se usó toda la capacidad del espacio libre, ya que  $S_0 = 3.7$ , no es posible asignar otro usuario. Además, la combinación de decisiones ha asignado a los usuarios de mayor prioridad, indicado por su valor ( $v_n$ ), cualquier otra combinación de decisiones genera un valor inferior en la asignación.

## Solución 2 Programación

Reemplazando los valores de *abdisponible* y *usuarios* en el programa 1 como se indica

```
abdisponible = 54  
  
PUBLIC usuarios := {  
  ^ADD(usuarios, {1, 24.2, 16.6667})  
  ^ADD(usuarios, {1, 26.10, 100})  
  ^ADD(usuarios, {1, 28.6, 20})  
}
```

tenemos:

```
El espacio libre se puede distribuir de la siguiente forma:  
Asignar 1 usuario(s) con AB = 24.2000 y valor 16.6667  
Asignar 1 usuario(s) con AB = 26.1000 y valor 100.0000  
Asignar 0 usuario(s) con AB = 28.6000 y valor 20.0000
```

Como se puede observar, la solución es la misma al desarrollo de tablas pero el hecho de considerar el empleo de la función  $f()$  como parte del proceso de asignación, puede facilitar la solución del problema.

Lógica desarrollada en la función recursiva para el ejemplo de aplicación 2.

$$f_3(54, 0) = 20.0000(0) + f_2*(54)$$

$$f_2(54, 0) = 100.0000(0) + f_1*(54)$$

$$f_1(54, 0) = 16.6667(0) + f_0*(54) = 0.0000$$

$$f_1(54, 1) = 16.6667(1) + f_0*(29.80) = 16.6667$$

$$= 0 + 16.6667 = 16.6667$$

$$f_2(54, 1) = 100.0000(1) + f_1*(27.90)$$

$$f_1(27.90, 0) = 16.6667(0) + f_0*(27.90) = 0.0000$$

$$f_1(27.90, 1) = 16.6667(1) + f_0*(3.7) = 16.6667$$

$$= 100.0000 + 16.6667 = 116.6667$$

$$= 0 + 116.6667 = 116.6667$$

$$f_3(54, 1) = 20.0000(1) + f_2*(25.40)$$

$$f_2(25.40, 0) = 100.0000(0) + f_1*(25.40)$$

$$f_1(25.40, 0) = 16.6667(0) + f_0*(25.40) = 0.0000$$

$$f_1(25.40, 1) = 16.6667(1) + f_0*(29.80) = 16.6667$$

$$= 0 + 16.6667 = 16.6667$$

$$f_2(25.40, 1) = 100.0000(1) + f_1*(-0.7)$$

$$f_1(-0.7, 0) = 16.6667(0) + f_0*(-0.7) = NF$$

$$= 100.0000 + NF = NF$$

$$= 20.0000 + 16.6667 = 36.6667$$

El espacio libre se puede distribuir de la siguiente forma:

Asignar 1 usuarios con AB = 24.2000 y valor 16.6667

Asignar 1 usuarios con AB = 26.1000 y valor 100.0000

Asignar 0 usuarios con AB = 28.6000 y valor 20.0000



## Resumen de resultados

Espacio libre:  
SAT TP FREC IN1 FREC FIN A.B. LIBRE  
SII 09K 14016000.0 14070000.0 54.0000

(A)

Posibles usuarios a asignar en este espacio:

(B)

	NOMBRE	TP	P	A.B.	% POT	VALOR
BANCA SERFIN S.A. DE C.V.		15K	134	24.2000	13.9820	16.6667
SECRETARIA DE LA DEFENSA NACIONAL		13K	228	26.1000	45.0900	100.0000
BANCOMER S.A. DE C.V.		16K	130	28.6000	49.7740	20.0000

Resumen de usuarios a asignar: cantidad, ancho de banda y valor asignado (C)

1	24.2000	16.6667
1	26.1000	100.0000
1	28.6000	20.0000

El espacio libre se puede distribuir de la siguiente forma:

(D)

Asignar	1	usuario(s) con AB =	24.2000	y valor	16.6667
Asignar	1	usuario(s) con AB =	26.1000	y valor	100.0000
Asignar	0	usuario(s) con AB =	28.6000	y valor	20.0000

Los datos del usuario a asignar son: BANCA SERFIN S.A. DE C.V.

(E)

Los datos del usuario a asignar son: SECRETARIA DE LA DEFENSA NACIONAL

En realidad, los resultados que se generan con el uso de la función recursiva sólo proporcionan la información correspondiente a la sección que indica la forma en que se puede distribuir el espacio libre (D); pero este resumen permite facilitar las labores de validación de resultados que se realizan como parte de las pruebas del sistema. La información correspondiente a las otras secciones se obtiene con el uso de otras funciones: sección (A), localización de espacios libres; sección (B), identificación de los usuarios que pueden asignarse en los espacios libres; sección (C), obtención de la información básica de los usuarios que pueden asignarse en los espacios libres y sección (E), identificación de los usuarios que van a asignarse en los espacios libres.

#### 4.4 Observaciones

De la lógica recursiva mostrada por el programa se puede observar lo siguiente:

- 1.- El programa analiza sólo las decisiones factibles, al evaluar su valor y determinar si ésta es mejor o no que las decisiones anteriores.
- 2.- La búsqueda de la solución óptima comienza en la última etapa y regresa a la primera (proceso de recursión hacia atrás) de tal forma que en la etapa  $n$  analiza una alternativa de decisión ( $d_3 = 0$ ) y la consecuencia que ésta tiene en el cambio del valor de la variable de estado para la etapa  $n-1$ ; pasa a la etapa  $n-1$  y en ella analiza una alternativa de decisión ( $d_2 = 0$ ) y la consecuencia que ésta tiene en el cambio del valor de la variable de estado para la etapa  $n-2$ ; esto lo realiza repetidamente hasta llegar a la etapa 1, en donde analiza las dos alternativas de decisión ( $d_1 = 0$  y  $d_1 = 1$ ) y determina el valor y la decisión óptima correspondiente; con estos valores regresa a la etapa 2 y analiza la otra alternativa de decisión de la etapa 2 ( $d_2 = 1$ ); como esta otra decisión puede cambiar el valor de la variable de estado para la etapa 1; analiza nuevamente las alternativas de decisión para la etapa 1 ( $d_1 = 0$  y  $d_1 = 1$ ) y determina el valor y la decisión óptima correspondiente; regresa a la etapa 2 y determina el valor y la decisión óptima para la etapa 2; con esos valores regresa a la etapa 3 y analiza la otra alternativa de decisión ( $d_3 = 1$ ) para realizar nuevamente el proceso de búsqueda a través de las etapas 2 y 1.

En cada momento de la etapa 3, tenemos disponible un valor y un conjunto de decisiones que nos permiten obtener ese valor. Si el valor que se ha obtenido es "mejor" en comparación con el valor considerado como óptimo en ese momento, entonces el nuevo valor puede ser considerado como óptimo y las decisiones

correspondientes como aquellas que determinan la política de decisión óptima; de esta forma, aprovechamos las ventajas que ofrece la recursión.

Los resultados anteriores acerca de la distribución del espacio libre, ejemplos de aplicación 1 y 2, son una alternativa de solución para resolver el problema de asignación de usuarios; sin embargo, el proceso de asignación completo no termina con determinar los usuarios asignar, hay que indicar los nuevos parámetros de acceso; y para hacer esto, es necesario tener en cuenta algunas consideraciones.

Primero, las frecuencias deben de asignarse de acuerdo a los criterios establecidos para los diversos sistemas (Morelos o Solidaridad según sea el caso).

Segundo, las características del equipo instalado en una estación terrena pueden restringir el uso de frecuencias. porque no pueden ser sintonizadas o porque quedan fuera de la capacidad que es cubierta por el equipo. Estas características de sintonización están determinadas principalmente por el modem instalado en la estación terrena; por ejemplo, si el equipo del usuario solo sintoniza frecuencias con pasos de 25 KHz. la frecuencias asignada debe de acabar con: 00, 25, 50 ó 75 KHz.

Tercero, algunas técnicas de acceso requieren que durante el proceso de respaldo se asignen enlaces completos; por ejemplo, D.F. - Tijuana y Tijuana D.F. en un enlace de tipo DAMA.

Y cuarto, aún cuando se sabe que usuarios asignar en función a sus características de espacio, transpondedor, banda de operación, polaridad y región

de cobertura, habrá portadoras que no se pueden respaldar debido que sus localidades de enlace están ubicadas fuera de la región de cobertura de los satélites de respaldo. Este alcance de la cobertura puede cambiar de un satélite a otro.

Las consideraciones anteriores pueden llevarse a cabo a través del uso de funciones desarrolladas Clipper para adaptar los resultados a la realidad; de esta forma es posible desarrollar un método de respuesta rápida; y además se puede dejar toda la información necesaria en un lugar donde todas las áreas involucradas puedan acceder y consultarla.

## *Conclusiones*

Como resultado de la investigación a continuación se presentan las conclusiones de este trabajo de tesis:

- La programación dinámica se puede emplear en la solución de una gran variedad de problemas de decisión, como es el caso del problema que se presenta en el Plan de Contingencia del Sistema Mexicano de Satélites.
- Es importante destacar el efecto que un lenguaje de programación ejerce en la aplicación del modelo presentado. Para nuestro caso, el uso del modelo a través de funciones desarrolladas en Clipper facilita:
  - a).- La elección de los usuarios a asignar en los espacios libres de los transpondedores de los satélites de respaldo.
  - b).- El proceso de asignación de nuevos parámetros de acceso al satélite de respaldo.
  - c).- El cambio de usuarios de un satélite a otro en cuestión de minutos.

Además, el modelo tiene características que permiten desarrollar los programas necesarios para integrarlo fácilmente como parte de todo el

proceso de respaldo; ya que no requiere complejas estructuras de datos para el manejo de la información y el código fuente de la función recursiva es muy breve.

- Aún cuando el modelo que aquí se presenta intenta apearse a las necesidades reales del problema de respaldo, éste tiene las siguientes limitaciones:

- a).- Sólo considera el ancho de banda para el proceso de asignación; ya que no hay actualmente, información disponible que permita conocer los valores de potencia para los usuarios en otros satélites y estos valores pueden cambiar considerablemente de un satélite a otro; para que el modelo sea capaz de manejar el valor de la potencia basta con cambiar la definición de la variable de estado, de una variable de estado unidimensional que únicamente representa el ancho de banda a una bidimensional que represente el ancho de banda y la potencia.
- b).- Los resultados que se generan del uso del modelo se deben considerar con cuidado para su aplicación ya que el proceso para ser totalmente confiable requiere tomar diversas consideraciones de carácter técnico.(especificaciones de equipo instalado en la estación terrena, regiones de cobertura, etc.)
- c).- El redondeo de frecuencias para asignación que realiza el programa y los criterios de asignación hacen en algunos casos, que las asignaciones que sugieren los resultados del modelo no

sean totalmente prácticas debido a que pueden originar interferencia de señales.

- Es importante mencionar que ya se han realizado pruebas aplicando el modelo que se ha presentado. El resultado de estas pruebas muestra que existe la posibilidad de que el uso del modelo pase de ser una alternativa de solución a ser la solución del problema de respaldo.
- Con estas pruebas también se comprobó que la disponibilidad de información real y precisa es clave en la aplicación del modelo y en la interpretación de sus resultados.
- Finalmente, es conveniente mencionar que si se dispone de:
  - a).- Información actualizada de la ocupación del Sistema Mexicano de Satélites;
  - b).- Listados de niveles de prioridad de cada uno de los usuarios;
  - c).- Información detallada de las características de sintonización del equipo instalado en las localidades de enlace; y
  - d).- La ubicación real de los espacios libres.

Entonces, tendremos mayores posibilidades de que la aplicación del modelo ayude en forma eficaz en la solución del problema de decisión que se presenta en el Plan de Contingencia del Sistema Mexicano de Satélites.

## *Apéndice*

### *Glosario de términos técnicos*

**ancho de banda.** (1) Extensión del espectro o gama de las frecuencias comprendidas en una banda. Cuantitativamente, diferencia entre las frecuencias limítrofes o extremas de la banda. (2) Segmento del espectro de frecuencias requerido para transmitir la información de interés (sonido, imagen, etc. ).

**antena.** Conductor, conjunto o sistema de conductores (hilos, varillas) o dispositivos de cualquier clase destinado a la irradiación o a la captación de ondas radioeléctricas. La antena tiene la misión de acoplar el emisor o el receptor, según el caso, con el espacio o medio por el cual se propagan las ondas.

**banda.** Conjunto de las frecuencias comprendidas entre límites determinados y pertenecientes a un espectro o gama de mayor extensión. La clasificación adoptada internacionalmente esta basada en bandas numeradas que van de la que se ubica de los  $0.3 \times 10^n$  Hz. a  $3 \times 10^n$  Hz., en la cual n es el número de banda.

**banda C.** Rango de frecuencias que se encuentran en los límites de 3.9 y 6.2 Gigahertz. Esta banda se utiliza tanto para transmisiones de microondas como de satélite, es muy usada en las transmisiones de televisión.



**banda KU.** Rango de frecuencias que se encuentran en los límites de 12 y 14 Gigahertz. Esta banda se utiliza únicamente para transmisiones por satélite, su principal uso es el de telefonía troncal, así como transmisiones de datos.

**banda L.** Rango de frecuencias que se encuentran en los límites de 0.94 y 1.55 Gigahertz. Esta banda es muy utilizada en las comunicaciones móviles vía satélite, tanto terrestres, como marítimas y aéreas.

**canal de frecuencias.** Parte del espectro de frecuencias que se destina a ser utilizado para la transmisión de señales y que puede determinarse por dos límites especificados o por su frecuencia central y la anchura de banda asociada o por cualquier otro equivalente.

**comunicación.** Transferir datos e información entre el usuario y el centro de procesamiento, por medio de uno de los diferentes medios de comunicación.

**demodulación.** Operación inversa a la modulación y en la que se utilizan los productos de modulación, para construir la señal modulada primitiva.

**factor de modulación.** En general, razón (usualmente expresada en tanto por ciento) entre la variación de valor máximo instantáneo de la modulación aplicada al transmisor considerado y la variación máxima que es capaz de admitir el mismo.

**frecuencia.** (1) Inversa del periodo. (2) Cociente de un número entero de periodos por el intervalo de tiempo correspondiente. (3) Número entero de periodos o ciclos alcanzados en la unidad de tiempo por una magnitud o un

fenómeno periódico (corriente alterna, onda acústica o electromagnética, vibración mecánica). La unidad de medida de la frecuencia es el hertzio (ciclo por segundo) y sus múltiplos son el kilohertzio (KHz), el megahertzio (MHz), el gigahertzio (GHz) y el terahertzio (THz); los prefijos denotan los factores  $10^3$ ,  $10^6$ ,  $10^9$  y  $10^{12}$  respectivamente.

**frecuencia intermedia (FI).** Frecuencia resultante de la mezcla o combinación de la señal recibida y una señal de origen local.

**interferencia.** Perturbación de las señales útiles o deseadas por la presencia de señales indeseadas, o de corrientes o tensiones parásitas originadas por aparatos eléctricos.

**modulación.** Variación de una característica (amplitud, frecuencia, fase) de una onda en función del valor instantáneo de una característica de otra onda; la primera onda (que en el caso ordinario es sinusoidal) se llama *onda portadora* o simplemente *portadora*; la segunda se llama *onda moduladora* o *modulante*.

**modulación analógica.** Modulación para comunicaciones analógicas en la que las ondas originales son directamente moduladas en portadoras en el transmisor, utilizando alguna forma de amplitud modulada (AM), frecuencia modulada (FM) o modulada por fase (PM).

**modulación digital.** Modulación para comunicaciones digitales en las que las ondas originales son primero convertidas en secuencias de bits y después transformadas por codificación en portadoras RF para su transmisión. La

codificación se realiza mediante diferentes técnicas como puede ser BPSK, QPSK, FSK, etc.

**modulación por desplazamiento de fase.** Modalidad de modulación en la cual la señal o función moduladora desplaza la fase instantánea de la onda que se modula, entre valores discretos predeterminados.

**modulación por desplazamiento de fase cuaternaria.** Técnica de modulación en cuatro estados, en la cual la fase y los pulsos han sido predeterminados. Consiste en que dos secuencias separadas de datos son codificadas simultáneamente, mediante modulación por desplazamiento de fase binaria, en una versión en cuadratura de la misma portadora. Sus siglas en inglés son QPSK (Quaternary Phase Shift Keying).

**modulación por desplazamiento de fase binaria.** Técnica de modulación de dos estados, que se significa por la utilización de las fases 0 y  $\pi$ . Mediante ellos se modula la banda base codificada de una portadora de RF. La onda es usada para modular por fase a la portadora. Sus siglas en inglés son BPSK (Binary Phase Shift Keying).

**portadora.** Onda de tensión o de corriente modulada (o susceptible de ser modulada) por otra onda o señal, son el fin de establecer comunicación telefónica, telegráfica, televisiva o de cualquier otra clase, ya sea por vía alámbrica o inalámbrica; las portadoras, que son de distintas frecuencias, pueden ser moduladas en frecuencia, en fase o en amplitud.

**radiofrecuencia (RF).** Frecuencia a la cual la radiación de energía electromagnética coherente es útil para las comunicaciones, superior a las frecuencias acústicas, pero inferior a las de la luz o el calor.

**ruido.** Cualquier señal o perturbación eléctrica que afecte la transmisión, recepción, indicación u observación de la información de interés. Puede clasificarse en *ruido de origen artificial* y *ruido debido a fenómenos naturales*. El primero comprende las interferencias o perturbaciones con origen en aparatos e instalaciones eléctricas de cualquier clase. El segundo se subdivide en a) *ruido debido a macrofenómenos* (fenómenos en gran escala), que abarca el ruido atmosférico (tormentas, etc.), la aurora boreal, y las tormentas magnéticas; y b) *ruido debido a microfenómenos* (fenómenos en pequeña escala), que se denomina *ruido de fluctuación* y comprende: el *ruido de agitación térmica* o *ruido Johnson*, debido al incesante movimiento de los electrones en los resistores, y el *ruido de granalla* o *ruido Schottky*, que se produce en las válvulas electrónicas (tubos electrónicos) debido a la naturaleza electrónica o "granular" de la corriente.

**transpondedor.** Parte de un satélite que tiene como función principal la de amplificar la señal que recibe de una estación terrena, cambiar la frecuencia y retransmitirla nuevamente a una estación terrena.

## ***Bibliografía***

### **Libros**

#### ***Area: Matemáticas***

- Bazaraa, Mokhtar S., "*Programación Lineal y Flujo de Redes*", Limusa, México, 1992.
- Hillier, Frederick S. y Lieberman, Gerald J., "*Introducción a la Investigación de Operaciones*", Tercera edición en español, Mc Graw-Hill, México, 1994.
- Phillips, Don T.; Solberg, James J. y Ravindran, A., "*Operations Research. Principles and Practice*" Segunda edición, Jhon Wiley & Sons, New York, E.U.A., 1987.
- Prawda, Juan. "*Métodos y Modelos de Investigación de Operaciones*", Vol. 1, Limusa, México, 1991.
- Taha, Hamdy A. "*Investigación de Operaciones*", Quinta edición, Alfaomega, México, 1994.
- White, D. J. "*Dynamic Programming*", Holden-Day, San Francisco, E.U.A., 1969.
- Williams, H. P. "*Model Building in Mathematical Programming*", Tercera edición, John Wiley & Sons, Inglaterra, 1990.
- Winston, Wayne L. "*Investigación de Operaciones. Aplicaciones y Algoritmos*", Grupo Editorial Iberoamérica, México, 1994.

### ***Area: Comunicaciones***

- Elbert, Bruce R., *"Introduction to satellite communication"*, Hughes Communications, E.U.A., 1987.
- Neri Vela, Rodolfo, *"Satélites de comunicaciones"*, Mc Graw-Hill, México, 1989.
- Proakis, John G.; Salehi, Masoud, *"Communication systems engineering"*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, E.U.A., 1994.
- Schweber, William, *"Electronic communication systems: a complete course"*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, E.U.A., 1991.
- Collazo, Javier L., *"Diccionario Enciclopédico de Términos Técnicos Inglés-Español Español-Inglés"*, Mc Graw-Hill, Novena impresión, 1989.
- Telecomunicaciones de México, *"Glosario de términos utilizados en las telecomunicaciones"* Segunda edición, Telecomunicaciones de México, México, 1992.

### ***Area: Computación***

- Ritchie, Dennis M., Kernighan, Brian W., *"El lenguaje de programación C"*, Segunda edición en español, Prentice-Hall Hispanoamericana, México, 1991.
- Aaron M. Tenenbaum, Yedidiah Langsam, Moshe J. Augenstein, *"Estructuras de datos en C"*, Prentice-Hall Hispanoamericana, México, 1993.

## **Manuales**

- *Clipper 5.0 Reference*, Nantucket Corporation, E.U.A.
- *Turbo C++ Programmer's Guide*, Segunda edición, Borland International, E.U.A.
- *Manual de Procedimientos del Plan de Contingencia del Sistema Mexicano de Satélites*, Telecomunicaciones de México, México.

## **Artículos y revistas**

- Luis Angel Rodríguez Alemán, "La Importancia de los Planes de Contingencia en las Empresas Mexicanas", *Soluciones Avanzadas*, diciembre de 1994.