



03091
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA
DE MEXICO

UNIDAD ACADEMICA DE LOS CICLOS PROFESIONAL Y POSGRADO.
COLEGIO DE CIENCIAS Y HUMANIDADES.
INSTITUTO DE GEOFISICA.

**ASIMILACIÓN DE MASA
EN GRADIENTES DE
VELOCIDAD**

TESIS QUE PARA OBTENER EL GRADO DE
DOCTOR EN CIENCIAS
P R E S E N T A

(Física Espacial)

HÉCTOR JAVIER DURAND MANTEROLA.

MEXICO, D.F.

MAYO 1997

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**Resumen de la Tesis: "Asimilación de masa en gradientes de velocidad.
por Héctor Javier Durand Manterola.**

En este trabajo se propone un modelo analítico para explicar el fenómeno de asimilación de masa (mass loading) en regiones con un gradiente de velocidad. El problema se resuelve para un flujo que solo tiene componente en una coordenada y el gradiente de velocidad es perpendicular a dicho flujo. Se estudian dos casos; uno en el cual el campo magnético es perpendicular tanto al flujo como al gradiente. El otro caso es con el campo magnético formando un ángulo arbitrario con el flujo, aunque todavía perpendicular al gradiente. En ambos casos se estudiaron dos aspectos del fenómeno: primero el comportamiento microscópico de las partículas, es decir, su trayectoria, velocidad y energía. En segundo lugar se estudió el comportamiento macroscópico del conjunto de partículas asimiladas y se obtuvieron la velocidad, densidad y densidad de energía del plasma asimilado, así como la presión y la temperatura del mismo.

En el desarrollo microscópico de la teoría se encontró que aunque las trayectorias de las partículas simulaban trocoides en realidad no lo eran. Esto es consecuencia de que, al ver estas trayectorias desde un marco de referencia que se mueve con el flujo, las partículas trazan elipses y no circunferencias como se sabe ocurre en un flujo homogéneo.

Los resultados más interesantes surgieron en la teoría macroscópica, uno de los cuales es que el flujo de iones asimilados no tiene la misma velocidad que el flujo inicial. Esta velocidad es menor o mayor dependiendo de la dirección del gradiente y del campo magnético.

El efecto que el gradiente de velocidad tiene sobre la densidad de iones asimilados es el de incrementar la densidad tanto más conforme menor es la velocidad del flujo.

**Abstract of the Thesis: "Mass loading in velocity gradients".
by Héctor Javier Durand Manterola.**

In this work it is proposed an analytical model to explain the mass loading phenomenon in regions with velocity gradients. The problem it is solved in a flux with component only in one coordinate and the velocity gradient perpendicular to that flux. It is studied to cases; one in which the magnetic field is perpendicular both to the flux and to the gradient. The other case is with the magnetic field forming an arbitrary angle with the flux, but still perpendicular to the gradient. In both cases it was studied two aspects of the phenomenon: first the microscopic behavior of the particles, i.e., trajectory, velocity and energy. In second place it was studied the macroscopic behavior of the whole mass loaded particles. It was obtained velocity, density, energy density, pressure and temperature of the assimilated plasma.

On microscopic development of the theory it was found that, though the trajectories are similar to trochoids, they aren't. This is consequence that these trajectories, seen in a frame moving with the flux, are ellipses and not circles like it is known to occur in homogeneous flux.

The more interesting results appear in macroscopic theory, one of which is that the flux of pick-up ions don't have the same velocity of the initial flux. This velocity is greater or lower depending of the direction of the gradient and the magnetic field.

The effect that the velocity gradient has over the pick-up ions density is the increase of it inverse to the velocity.

Dedico éste trabajo a mi familia.

A mi madre que me enseñó que la actividad es el primer requisito para lograr lo que uno desea.

A mi padre que desde niño me inculcó el hábito de la lectura.

Y a mis dos hermanas que siempre creyeron en mí.

Agradecimientos.

Quiero agradecer a todos aquellos que de una forma u otra contribuyeron a que esta tesis adoptara la forma que ahora tiene. En especial quiero agradecer a mi asesor el doctor Héctor Pérez de Tejada y a los miembros del Jurado: Dra. Blanca Mendóza, Dr. José Valdéz, Dr. Román Pérez Enríquez, Dr. Jesus Galindo, Dr. Miguel Angel Herrera y Dr. Julio Martinell.

También quiero agradecer a mis amigos Raúl Meléndez y Eduardo Arujo por las "porras" que me han hechado.

Finalmente quiero agradecer a todos los amigos y compañeros del Departamento de Física Espacial su apoyo.

Si existe alguien que considera que requiere mi agradecimiento y he olvidado mencionarlo, considereme agradecido.

INDICE

PROLOGO.	1
CAPITULO 1.	
Introducción	4
CAPITULO 2.	
La interacción del viento solar con cometas y planetas no magnéticos.	17
CAPITULO 3.	
Modelo analítico de asimilación de masa en el caso en el que flujo y el campo magnético son perpendiculares.	46
CAPITULO 4.	
Modelo analítico de asimilación de masa en el caso en el que flujo y el campo magnético forman un ángulo θ arbitrario	71
CAPITULO 5.	
Recapitulación de resultados.	84
APENDICE.	
Cálculos de la Teoría.	88
REFERENCIAS.	116

PROLOGO

En la literatura en inglés al fenómeno de asimilación de masa se le conoce como "mass loading" y a los iones asimilados se les llama "pick-up ions". Dado que no existe una traducción al español, pues aún en los escritos en este idioma se utilizan los términos en inglés, se acuñó el termino "asimilación de masa" para el fenómeno, "iones asimilados" para las partículas y "plasma asimilado" para el conjunto de todos los iones y electrones asimilados y estos son los terminos que se utilizaran a lo largo de esta tesis.

En su esencia, el fenómeno de asimilación de masa consiste en el nacimiento de un plasma en el flujo de otro debido a la ionización de un gas neutro. La ionización puede producirse de diversas maneras: fotoionización, intercambio de carga con las partículas del flujo (Phillips and McComas 1991) y velocidad crítica de ionización (Formisano et al. 1982). En el trabajo presentado en esta tesis se desarrolla un modelo analítico del comportamiento del plasma asimilado en un gradiente de velocidad lineal, en un flujo no colisional. Parte de este trabajo ya ha sido publicado (Pérez de Tejada y Durand-Manterola 1996).

La asimilación de masa es un fenómeno que podemos encontrar en diversos ambientes astrofísicos, en todo lugar donde interactúan un plasma y un gas neutro y exista un agente ionizante que actúa sobre el segundo. En el capítulo 1 se hace una descripción muy breve de los ambientes en los que puede darse.

Los dos ambientes más estudiados en los cuales se presenta la asimilación de masa en gradientes de velocidad son las exosferas de los planetas no magnéticos (Venus y Marte) y las comas de los cometas. Por lo tanto, en el capítulo 2 se hace una descripción de la interacción del viento solar con las ionosferas de estos cuerpos.

En el capítulo 3 se desarrolla el modelo de asimilación de masa para el caso en que los vectores velocidad del flujo y campo magnético son perpendiculares. Se describen los resultados que se obtuvieron al desarrollar una teoría microscópica no colisional del movimiento de los iones asimilados en un flujo que tiene un gradiente de velocidad. Las tres magnitudes básicas que se obtuvieron son: la trayectoria, la velocidad y la energía de los iones asimilados. Tanto para la trayectoria como para la velocidad se hicieron los cálculos para el caso general, así como para una aproximación de baja velocidad. Para la energía solamente se presenta la expresión para el caso de baja velocidad. Se obtuvieron también otros dos resultados: el rango de validez de la aproximación de baja velocidad y el hecho de que al hacer un cambio de marco de referencia la trayectoria de los iones asimilados es una elipse y no un círculo como cuando las partículas son asimiladas en un flujo homogéneo. Todos los resultados son nuevos a excepción de la trayectoria de baja velocidad y la forma elíptica de la trayectoria, que ya son mencionados por Parker (1958).

También se desarrolló un modelo macroscópico analítico de algunos de los parámetros que caracterizan al plasma asimilado

(también no colisional), como son: la densidad de partículas, la densidad de energía cinética, la presión y la temperatura. Estos resultados son completamente nuevos ya que hasta el presente nadie más los ha obtenido partiendo de una teoría analítica. Las cantidades que aquí se calcularon son: a) la velocidad promedio de todos los iones asimilados que pasan por un punto, que en realidad es la velocidad macroscópica de flujo del plasma asimilado, b) la densidad de partículas del plasma asimilado, c) la densidad de energía del mismo, d) la presión y e) la temperatura. Los resultados para el caso de la velocidad promedio y la densidad de partículas han sido publicados en la revista "Physics of Plasmas", trabajo que se llevó a cabo en colaboración con el Dr. Pérez de Tejada (ver Pérez de Tejada y Durand-Manterola 1996).

En el capítulo 4 se extiende la teoría a un caso más general en el cual la velocidad del flujo y el campo magnético forman un ángulo θ arbitrario.

En el capítulo 5 se hace un sumario de las conclusiones obtenidas en este trabajo.

Al final de la tesis se presenta un apéndice donde se detallan los cálculos realizados para el desarrollo del modelo.

CAPITULO 1.

INTRODUCCION

Dos conceptos que deben ser comprendidos para entender el proceso de asimilación de masa son el de campo eléctrico convectivo y el de plasma no colisional.

Con respecto al primero: Si tenemos dos marcos de referencia, uno fijo S (que en el caso que nos ocupa supondremos anclado a la exosfera del planeta o en la coma del cometa) y otro moviéndose con velocidad constante u respecto al primero S' (que tomaremos moviéndose con el viento solar). En S' supondremos un campo magnético B' y un campo eléctrico E' .

La transformación relativista de los campos E y B en el sistema S es:

$$\begin{aligned}E_{\parallel} &= E'_{\parallel}, \\E_{\perp} &= \gamma [E'_{\perp} - u \times B], \\B_{\parallel} &= B'_{\parallel},\end{aligned}$$

y

$$B_{\perp} = \gamma [B'_{\perp} + u \times E],$$

con

$$\gamma = (1 - (v^2/c^2))^{-1/2},$$

donde las cantidades paralelas (\parallel) son los campos en la dirección paralela al movimiento de S' y las cantidades perpendiculares (\perp) son perpendiculares a ese mismo movimiento.

En nuestro caso no existe campo eléctrico en el sistema S' y las velocidades relativas de los dos sistemas no son muy grandes,

es decir $\gamma \approx 1$, entonces estas ecuaciones quedan:

$$\begin{aligned}E_{\parallel} &= 0 \\E_{\perp} &= -\mathbf{u} \times \mathbf{B} \\B_{\parallel} &= B_{\parallel}' \\B_{\perp} &= B_{\perp}'\end{aligned}$$

La segunda ecuación nos muestra que en el marco de referencia fijo S surge un campo eléctrico perpendicular a la velocidad del sistema S', en este caso la velocidad del viento solar. A este campo eléctrico se le conoce como campo eléctrico convectivo. Si las velocidades que se tuvieran que tomar en cuenta fueran relativistas, como en el plasma expulsado por una supernova, la expresión para este campo sería: $-\gamma \mathbf{v} \times \mathbf{B}$. Pero dado que las velocidades en nuestro caso son bajas, respecto a la de la luz, entonces $\gamma \approx 1$ y por lo tanto el campo eléctrico convectivo que usaremos en toda la tesis será $-\mathbf{v} \times \mathbf{B}$.

Cuando los componentes neutros de una atmósfera o de una coma son ionizados por la radiación ultravioleta del Sol, de inmediato los nuevos iones y los electrones, sienten el campo eléctrico convectivo debido al flujo del viento solar y son arrastrados. Este es el mecanismo por medio del cual se produce su asimilación en el flujo.

Cuando se habla de que un plasma es colisional o no colisional nos estamos refiriendo a las colisiones entre sus partículas, pero las colisiones entre partículas de un fluido no son choques en el mismo sentido que hablamos de choques entre bolas de billar, son interacciones a distancia de tipo coulombiano (aun

entre partículas neutras).

El camino libre medio λ de las partículas del fluido es la distancia promedio entre dos colisiones y se define como:

$$\lambda = 1/\sigma n,$$

donde σ es la sección transversal de colisión y n la densidad de partículas del fluido. El criterio que determina si un fluido es colisional o no-colisional es el siguiente:

Sea L una longitud característica del sistema que se estudia:

Si $L > \lambda$ entonces el fluido es colisional.

Si $L < \lambda$ entonces el fluido es no colisional.

Aplicando este concepto al viento solar tenemos:

Para cualquier plasma la sección transversal de interacción entre iones es (Beiser 1988):

$$\sigma = (Ze^2/2\epsilon_0 E_T)^2,$$

que es la sección transversal de interacción coulombiana. Z es el número de carga, e la carga unitaria, ϵ_0 es la permitividad del vacío y E_T es la energía cinética promedio de las partículas, es decir, su energía térmica kT .

La temperatura del viento solar, en la región de los planetas interiores, es del orden de 5×10^4 K. Si calculamos λ con este valor y tomando una densidad de 2×10^7 partículas/ m^3 , típica del viento solar, se obtiene $\lambda = 1.1 \times 10^7$ km. De este número resulta claro que si estamos limitando nuestro sistema de estudio a la región donde hay asimilación de masa en las cercanías de planetas no magnéticos y cometas, región que no sobrepasa los 10 000 km en planetas y los dos millones de km en cometas, entonces en esas regiones el viento solar es claramente un plasma no colisional.

El fenómeno de asimilación de masa se encuentra en diversos ambientes astrofísicos. El primer caso que consideraremos, en el cual se presenta el fenómeno de asimilación de masa, es el de la interacción del viento solar y las exosferas de planetas no magnéticos, Venus y Marte por ejemplo (Phillips and McComas 1991; Moore and McComas 1992; Luhmann and Bauer 1992).

Tanto el viento solar como la exosfera neutra, son fluidos no colisionales. Para el viento solar esto ya lo vimos en párrafos anteriores. Por otro lado para la interacción entre los átomos y moléculas neutras de una exosfera planetaria la sección transversal usada será:

$$\sigma = 4\pi r^2$$

donde r es el radio del átomo o molécula.

La densidad de partículas neutras en la exosfera de Venus es menor a 10^{10} partículas/m³ (Nagy y Cravens 1988). Suponiendo radios atómicos del orden de 10^{-10} m entonces $\lambda = 8 \times 10^5$ km que es una distancia mucho mayor que el tamaño de la región de asimilación de masa. Por lo tanto también el gas exosférico es no-colisional. Cuando ambos fluidos se mezclan el fluido resultante sigue siendo no-colisional ya que al sumar densidades, la densidad del viento solar es despreciable en comparación con la de la exosfera neutra. Por lo tanto, las moléculas o átomos de la atmósfera neutra, no interactúan con el viento solar y de esta manera pueden adentrarse en el flujo de éste sin ser arrastrados.

Otro sitio en donde encontramos el fenómeno de asimilación de

masa es en la coma de los cometas (Gloeckler et al. 1986; Coates 1991; Johnstone et al. 1993). En este lugar, al sublimarse el hielo que forma el núcleo del cometa, el gas neutro así obtenido se aleja radialmente con velocidad aproximadamente constante (\approx 1km/s Combi 1989). Al ser ionizado, ya sea por la radiación ultravioleta del Sol o por intercambio de carga con los protones del viento solar, de inmediato va a interaccionar con el campo eléctrico convectivo del viento solar y va a ser arrastrado por éste.

En el caso de los cometas la densidad de neutros disminuye como $1/r^2$ de la siguiente manera:

$$n = A/(4\pi Vr^2),$$

donde A es la tasa de producción de moléculas por unidad de tiempo, V es la velocidad de dichas moléculas y r es la distancia al núcleo cometario. En el cometa Halley se midieron tasas de producción de 10^{29} moléculas/s. Con este valor el camino libre medio sera:

$$\lambda = 9.997 \times 10^{-7} r^2.$$

De aquí podemos ver que ha distancias mayores de 1500 km del núcleo cometario el camino libre medio ya es mayor que 2×10^6 km, es decir, mayor que el tamaño de la coma. Por lo tanto el gas neutro en los cometas es no colisional desde una distancia relativamente cercana al núcleo.

Las observaciones llevadas a cabo por diversas naves robot en las cercanías de los cometas Giacobini-Zinner, Halley y Greg-Skelerup (Bame et al 1986; Rème 1990; Johnstone et al. 1993) han mostrado la presencia de una región con un gradiente de

velocidad en la cual se observan iones asimilados del propio cometa. Diversos autores (Coates et al. 1989; Somogy et al. 1990; Coates et al. 1990; Cowley et al. 1990) han estudiado la distribución de velocidades de los iones asimilados en los cometas. Con las observaciones realizadas en los cometas Halley y Giacobini-Zinner se ha obtenido la siguiente imagen de lo que pasa ahí:

Existe la creencia de que la primera parte del proceso se entiende bastante bien, (en el capítulo 3 veremos que no es así). Los iones que nacen, suponen los autores antes mencionados, son inyectados en órbitas cicloidales, girando alrededor de las líneas del campo magnético con una velocidad igual a la velocidad de arrastre en dirección perpendicular al campo. Son colocados dentro de estas órbitas por el campo eléctrico convectivo $-(\mathbf{u} \times \mathbf{B})$. La aceleración debida a este campo es perpendicular al campo magnético y por lo tanto no puede producir una componente de velocidad paralela a éste, la única componente paralela al campo magnético es aquella que tiene la partícula cuando todavía es neutra, y ésta, en todos los casos conocidos, es pequeña con respecto a la velocidad del viento solar. Si vemos a estos iones recién asimilados desde el espacio de velocidades, en un marco de referencia fijo a la nave espacial, su distribución de velocidades será un anillo que es una circunferencia sobre superficie de una esfera centrada en el punto $\mathbf{v}_{inj} + \mathbf{v}_{sw}$ y de radio v_{sw} (ver figura 1.1), donde \mathbf{v}_{inj} es la velocidad de inyección de los iones, es decir, la velocidad de las partículas neutras a partir de las cuales nacen, relativa a la nave, y \mathbf{v}_{sw}

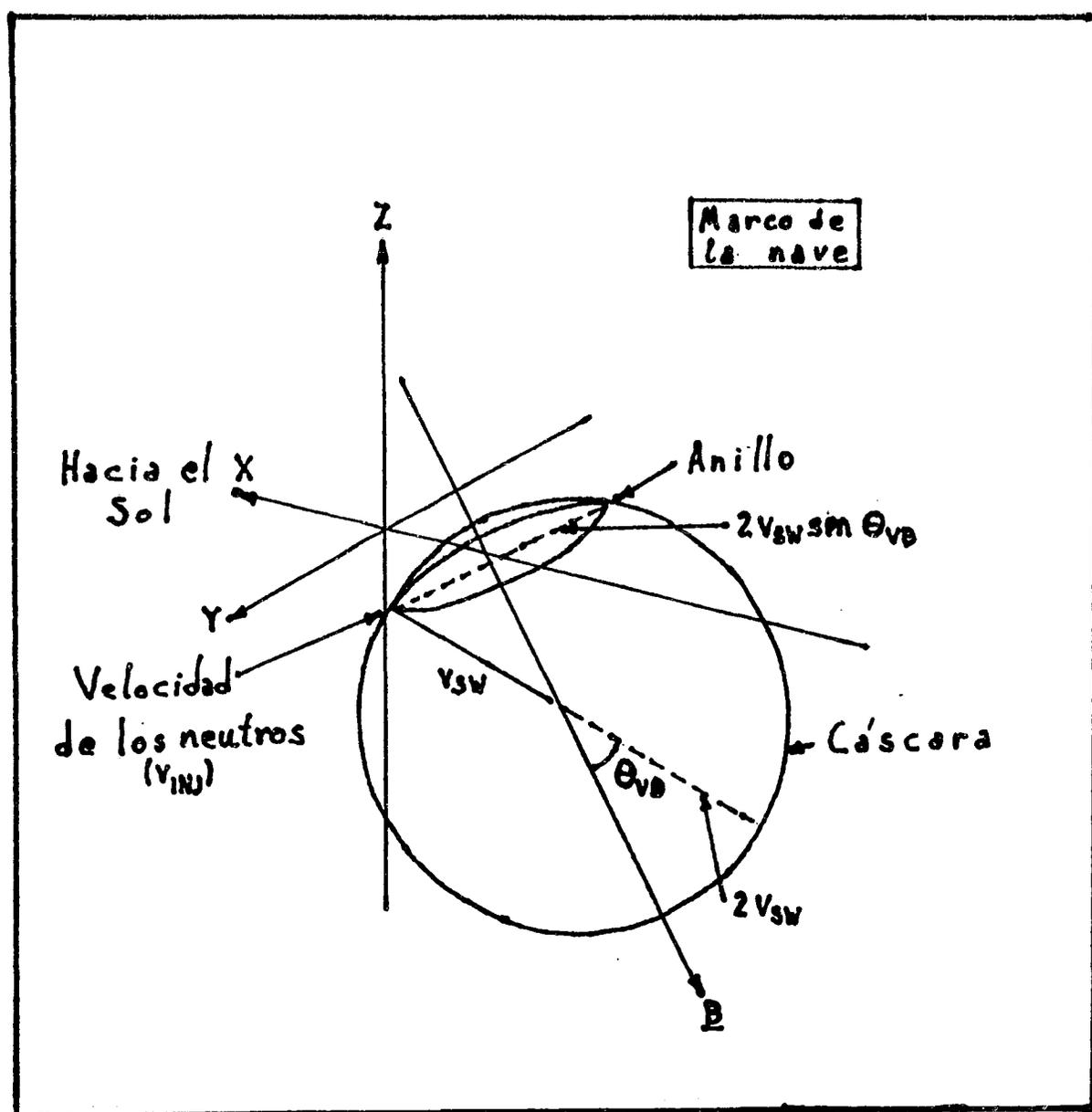


Figura 1.1: Geometría del espacio de velocidades de los iones asimilados, para una orientación arbitraria del campo magnético B . (Tomado de Coates et al. 1989).

es la velocidad del viento solar, también relativa a la nave. El anillo es perpendicular al campo magnético. La máxima energía de los iones asimilados mientras su distribución permanece como anillo es:

$$E_r = 4m_i E_p \text{sen}^2 \theta_{vB}$$

donde m_i es la masa de los iones, E_p es la energía de los protones del viento solar y θ_{vB} es el ángulo entre la velocidad del viento solar y el campo magnético (Coates et al. 1989).

El arrastre producido por el viento solar sobre los iones asimilados es igual a la componente de la velocidad del flujo perpendicular al campo magnético. Por lo cual la velocidad de conjunto de los iones asimilados es diferente a la del viento solar, tanto en magnitud como en dirección, excepto cuando $\theta_{vB} = \pi/2$ valor para el cual ambas son iguales. Esta diferencia de velocidad de las dos poblaciones se reduce al interactuar ambas a través de ondas magnetohidrodinámicas resultando que los iones asimilados sean acelerados en dirección paralela al campo. Este mecanismo de aceleración paralela al campo magnético es como sigue: La distribución de anillo es inestable durante la generación de ondas de Alfvén y al generarse éstas, va a ser dispersada en el espacio de velocidades. La difusión en ángulo de paso transforma la distribución en una cáscara (shell) esférica delgada y la difusión en energía en una cáscara gruesa (thick shell) (Cravens 1991). Un ejemplo de una distribución de cáscara gruesa medida por la nave japonesa Suisei, durante su acercamiento al cometa Halley podemos verlo en la figura 1.2. En esta figura vemos curvas de densidad en el espacio de

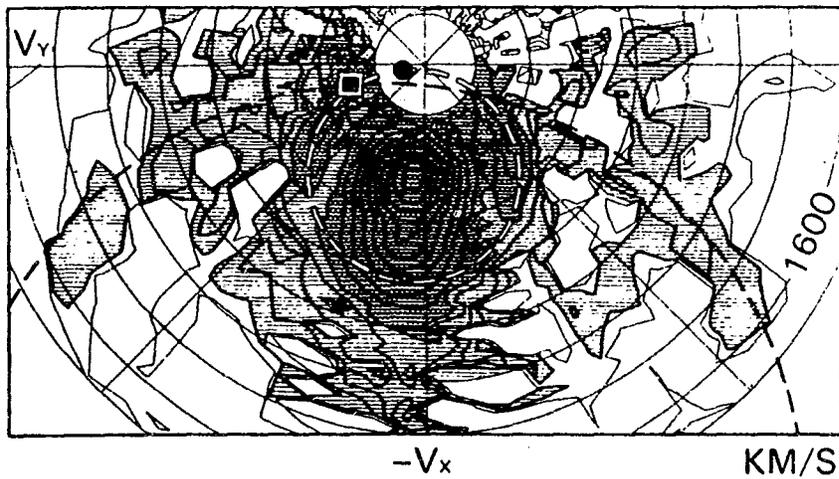


Figura 1.2 Mediciones realizadas por la nave Suisei de protones cometarios y iones del grupo del agua a $(3.4-2.7) \times 10^6$ km del cometa Halley (tomado de Teresawa et al. 1986).

velocidades. Los círculos de línea discontinua que se ven son las distribuciones anulares originales (el círculo blanco para los iones y el negro para los electrones). La dispersión que se observa con respecto a ésta distribución inicial es un incremento de energía que convirtió el anillo en una cáscara gruesa. Este incremento se podría explicar con el mecanismo de aceleración estocástica que proponen Pérez-Enríquez y Durand-Manterola (1992). Lo que estos autores encuentran es que las partículas de un plasma con un cierto intervalo de velocidades y ángulos de paso, sufren una dispersión en este último y son calentadas (aceleradas) cuando se les aplica un campo eléctrico estocástico. En los cometas este campo eléctrico estocástico surge de la turbulencia del campo magnético, por aplicación de la ley de Faraday.

Un tercer ambiente en el que se presenta la asimilación de masa es por ejemplo cuando el gas neutro interestelar penetra en la región dominada por el viento estelar de cualquier estrella (se propone que a ésta región se le llame estelarósfera). Al acercarse a la estrella, el gas será ionizado por la radiación de la misma y de inmediato los iones serán arrastrados por el viento estelar. En el caso del Sistema Solar se ha observado que la penetración de gas neutro interestelar proviene de una región situada a 72 grados de ascensión recta y +15 grados de declinación con una velocidad entre 22 y 26 km/s. La temperatura de este gas neutro es de 15000 K y su densidad es de 0.06 átomos de hidrógeno por centímetro cúbico y 0.014 átomos de helio

también por centímetro cúbico (Möbius et al. 1988). La penetración de este gas antes de ionizarse se lleva a cabo hasta la órbita de Júpiter, por lo tanto este gas no llega al Sistema Solar interior. Las observaciones que han llevado a estos resultados se basan en las medidas espectrales de la línea de hidrógeno de 1216 angstroms y la línea de 584 angstroms del helio, tomadas por el International Ultraviolet Explorer (Fahr 1974). Möbius et al. (1988) al estudiar la asimilación de helio interestelar encontraron evidencia de difusión en ángulo de paso con un camino libre medio menor o igual a 0.1 U.A. pero la difusión en energía era despreciable.

También se produce asimilación de masa en los satélites gélidos de los planetas gaseosos. Las superficies de estos satélites (como Europa, Encelado, etc.) están formadas en su mayoría por hielo de agua. Debido a la baja presión estos hielos se subliman formando una tenue atmósfera de vapor de agua. Algunas de las moléculas de agua son ionizadas y/o fotodisociadas por la luz ultravioleta del Sol. Por otro lado tenemos plasma dentro de las magnetósferas de los planetas jovianos, a través del cual se mueven los satélites. El movimiento relativo entre el satélite y el plasma forma un flujo, visto desde el marco de referencia del satélite, similar al del viento solar sobre los planetas no magnéticos pero de menor velocidad ya que las velocidades orbitales de los satélites son ≤ 15 km/s (Kelly et al 1981). El vapor neutro que se desprende del satélite no puede ser arrastrado por este "viento magnetosférico" por ser, ambos,

fluidos sin colisiones. Sin embargo cuando el vapor neutro se ioniza con la luz solar, los iones son asimilados por el plasma magnetosférico del planeta, dando lugar a una interacción similar a la que se da en Venus (Wolff y Mendis, 1983).

Cuando una estrella T-Tauri está todavía inmersa en la nube que le dio origen, el polvo y gas de la nube pueden formar a su alrededor un disco de acreción el cual tiene una estructura formada por el cuerpo principal del disco y su llamada "atmósfera" la cual es una capa de gas neutro que queda por encima y por debajo del disco. Las estrellas T-tauri tienen vientos estelares rápidos y gran emisión de radiación ultravioleta, por lo tanto, en estos objetos se dan las condiciones para la asimilación de masa por el viento estelar a partir del material neutro de la atmósfera del disco (D'Alessio, 1996).

El problema de la asimilación de masa, tratado de una manera analítica, no ha sido estudiado hasta el presente. La única excepción es el trabajo precursor de Parker (1958) en el que analiza las trayectorias que seguirían las partículas asimiladas cuando el gradiente de velocidad del flujo es lineal, obteniendo sus energías medias. El uso de métodos numéricos ha sido más ampliamente empleado para estudiar el problema, pero casi siempre estableciendo un caso específico, como son los modelos que se han hecho para los iones asimilados por el viento solar en las cercanías de Venus (Brinca et al. 1984; Luhmann et al. 1987).

Un estudio más general del problema empleando métodos numéricos lo tenemos en el artículo de Cai et al. (1990), en el cual estos autores obtienen la densidad en un gradiente de velocidad formado en la frontera de dos plasmas que se mueven el uno en sentido contrario al otro. Estrictamente hablando, el trabajo de Cai et al. no se refiere a un caso de asimilación, ya que únicamente estudian el flujo. Sin embargo sus resultados son aplicables a un plasma asimilado, ya que se refieren a cualquier plasma sin importar su origen.

Como se ha visto, por la variedad de ambientes en los que se puede dar, el problema de la asimilación de masa es sumamente general. En realidad es un problema de física básica. Por lo tanto es de esperar que el desarrollo de una teoría analítica como la que se muestra en este trabajo nos de una visión mas amplia del tema y nos permita desarrollar una mayor comprensión de los ambientes en que este fenómeno se produce.

CAPITULO 2.
INTERACCION DEL VIENTO SOLAR
CON COMETAS Y PLANETAS NO MAGNETICOS.

Los dos escenarios más estudiados en los cuales se lleva a cabo una asimilación de masa en un gradiente de velocidad son: los cometas y los planetas no magnéticos (Venus y Marte) en su interacción con el viento solar. En este capítulo se hace una descripción de lo que hasta el momento se conoce de estas dos interacciones. La descripción no pretende ser exhaustiva ni profundizar en las diversas teorías que describen el área.

A) Cometas.

2.1 Los cometas antes del International Cometary Explorer (ICE).

La estructura visible de un cometa desde la Tierra, y que ya se conocía desde antes de la llegada de la era espacial, es como la que se muestra en la figura 2.1. La parte más brillante, y que en los cometas mayores es visible a simple vista, es la coma; una nube de gases que rodea al núcleo y que aumenta su brillo y su tamaño conforme el cometa se acerca al Sol. La palabra núcleo ha cambiado de significado de la época preespacial a nuestros días. En la época anterior a la era espacial se le llamaba núcleo a la parte central y más brillante de la coma, y en nuestros días se conoce con ese nombre al cuerpo sólido que es el responsable de todo el despliegue pirotécnico que es un cometa. Las partes más

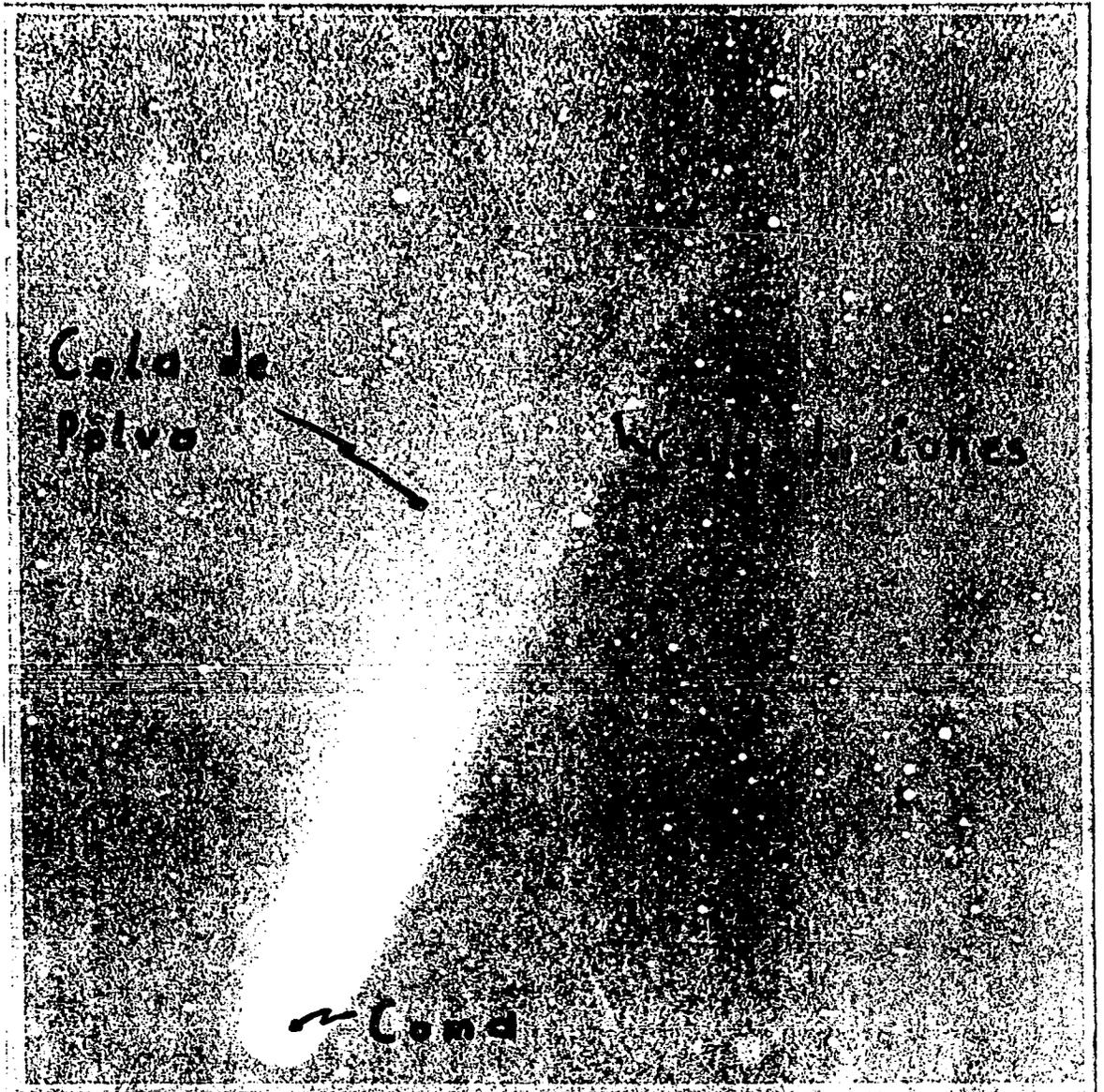


Figura 2.1

llamativas de un cometa son sus colas. En general un cometa tiene dos colas: la de iones, que está formada por moléculas del material del mismo cometa ionizadas por la luz solar y arrastradas por el viento solar; y la cola de polvo, formada por partículas micrométricas de material sólido también proveniente del núcleo, el cual es empujado por la presión de radiación del mismo Sol. Debido a la gran diferencia de masas de los iones y del polvo las velocidades de los iones son mucho mayores y por lo tanto la cola de iones es casi recta y radial, mientras que la cola de polvo presenta una gran curvatura. Existen casos conocidos de cometas con más de dos colas e incluso estructuras llamadas anticolas que se alargan en la dirección solar y no antisolar como es usual en las colas cometarias. Una estructura más que se ha podido observar desde la Tierra es el halo de hidrógeno neutro, que es una estructura de una forma aproximadamente esférica, de varios millones de kilómetros de diámetro, y que debido a su calidad de material neutro no es arrastrado por el viento solar.

En el año 1950 Fred Whipple desarrolló la teoría de la bola de hielo sucio como modelo de un cometa. Según esta teoría el núcleo de los cometas es un conglomerado de hielo y polvo el cual se sublima al acercarse al Sol. Los vapores resultado de la sublimación al ionizarse e interaccionar con el viento solar convierten al cometa en un cuerpo mucho mas visible de lo que sería si esto no pasara.

En cada paso por las cercanías del Sol, un cometa determinado pierde material. A partir de las tasas de emisión de gases y de

la estimación de la masa del núcleo se ha podido determinar que la vida media de cualquier cometa es del orden de algunos millones de años y que por lo tanto no pueden haber existido en su estado actual desde la creación del Sistema Solar. Para explicar este fenómeno Oort supuso la existencia de una nube de núcleos cometarios lejos del Sol, a unas 50 000 unidades astronómicas, algunos de los cuales son periódicamente lanzados hacia el Sol por perturbaciones gravitacionales provocadas por estrellas de paso. Al acercarse al Sistema Solar interior algunos de estos cometas, de órbita casi parabólica, interaccionan gravitacionalmente con algún planeta, generalmente Júpiter, el cual cambia su órbita de periodo largo a otra de periodo corto. En cuanto el cometa se encuentra confinado al Sistema Solar interior ya se encuentra condenado porque en cada paso por el perihelio va a perder material y la duración de su vida sólo será de unos cuantos millones de años.

Un fenómeno que se conoce desde el siglo pasado es que la trayectoria de un cometa cambia con el tiempo y no coincide con la que se calcula por medio de la ley de gravedad. Uno de los méritos de la teoría de la bola de hielo es el de explicar las fuerzas no gravitacionales que provocan estos cambios por la presencia de chorros de gas, los cuales producen fuerzas de reacción que cambian la trayectoria cometaria.

En el año 1957 Alfvén propuso que las líneas del campo magnético del viento solar, detenido por la ionosfera del cometa, se enrollan alrededor de ésta, produciendo un apilamiento de líneas magnéticas en el frente del cometa y dos lóbulos de

distinta polaridad en la cola del mismo. Además, en las cercanías del núcleo, donde el plasma cometario ya es muy denso, el campo magnético interplanetario no penetra en este plasma y se produce una frontera, llamada barrera magnética, fuera de la cual existe viento solar y campo interplanetario, y dentro de ella únicamente plasma cometario confinado.

Otro fenómeno que se observó desde los años 20's es el llamado "desprendimiento de colas". Este evento consiste en que una cola perfectamente formada de pronto se desprende y comienza a formarse otra. Niedner y Brandt (1978) han explicado estos desprendimientos como debidos al paso del cometa de una región del viento solar con una polaridad magnética a otra con la polaridad contraria. Al ocurrir estos pasos las líneas magnéticas que se apilan en el frente del cometa sufren reconexiones que dan por resultado el desprendimiento de la cola.

Aún después de muy avanzada la era espacial, poco se sabía de la interacción del viento solar con los cometas, hasta que en 1985 se lanzó hacia el cometa Giacobini-Zinner la sonda ICE seguida, casi de inmediato en 1986, por una flota de naves que se acercaron al famoso cometa Halley. El resto de esta sección está dedicado a recopilar los conocimientos que se han obtenido con base en los datos de estas misiones.

2.2 Los cometas después del ICE.

El proceso de interacción del viento solar con un cometa es relativamente simple. Las moléculas neutras sublimadas de la

superficie del núcleo abandonan éste, adentrándose en el espacio. Debido a la baja gravedad, el núcleo es incapaz de retener el flujo de gas y éste escapa. Por su neutralidad eléctrica no interaccionan con el viento solar. En las cercanías del núcleo, y debido a la gran concentración de partículas, estas colisionan entre ellas. Al alejarse unos cuantos miles de kilómetros su densidad baja y su movimiento se vuelve no colisional y se alejan del cometa sin interactuar con el viento solar. La frontera que separa los regímenes colisional y no colisional se ha llamado colisionpausa o cometopausa. En el momento en que la partícula es ionizada por radiación, o por intercambio de carga con los protones del viento solar, los campos eléctricos y magnéticos del viento solar actúan fuertemente sobre la partícula y ésta es acelerada hasta la velocidad del viento solar (de hecho la máxima velocidad que la partícula puede alcanzar es dos veces la del viento solar) y al mismo tiempo el viento solar es frenado.

Como la masa de las moléculas ionizadas del cometa (OH^+ , O^+ , etc.) es varias veces mayor que la de los protones del viento solar, éstas pueden alcanzar una energía cinética de hasta 176 keV, en comparación de 1 keV de los protones, y llevar tanto momento lineal como 88 protones. Esta energía y momento lineal lo obtienen de las partículas del viento solar, el cual a su vez es frenado.

La escala de la región de interacción (L), entre el viento solar y el plasma cometario, es gobernada por la razón de ionización, o frecuencia de ionización (ν), y por la velocidad (V_e), con la que las partículas se alejan del núcleo:

$$L = V_0/\nu$$

Como V_0 es del orden de 1 km/s y la razón de ionización ν es del orden de 10^{-6}s^{-1} entonces la escala de interacción L es del orden de 10^6 km (Johnstone 1990).

La imagen que se tenía antes de la llegada de sondas a las cercanías de un cometa era la siguiente: La onda de choque, que se produce cuando el flujo supersónico del viento solar es frenado por la presencia del cometa, no es, como en el caso de los planetas, una onda producida por la deflexión de un flujo por un obstáculo, sino más bien provocada por la desaceleración de éste al asimilar masa en forma de iones del cometa. Muy cerca del cometa, sí se encuentra un verdadero obstáculo que deflecta al viento solar, la ionosfera cometaria, y existe una frontera en la cual se equilibran las presiones del plasma cometario y del plasma del viento solar contaminado con iones cometarios, la ionopausa. De esta manera se esperaba que las sondas espaciales encontraran dos fronteras principales que separaran tres regímenes de plasma; la región corriente arriba en la cual el flujo del viento solar ya empieza a tener masa asimilada, la zona de viento solar chocado altamente contaminada con los iones asimilados del cometa y finalmente la ionosfera cometaria formada únicamente por iones del cometa y sin ninguna partícula del viento solar (Johnstone 1990).

Esta imagen sencilla se complicó grandemente cuando se realizaron mediciones in situ como veremos más adelante.

2.3 El Cometa Giacobini-Zinner.

El 11 de Septiembre de 1985 la sonda espacial ICE (International Cometary Explorer) pasó por la cola del cometa Giacobini-Zinner (von Roseninge et al. 1986). Fue ésta la primera misión espacial a las cercanías de un cometa y en ella se llevaron a cabo mediciones in situ de partículas, ondas y campos. El ICE es un satélite llamado inicialmente ISEE-3 que en 1978 fue puesto en órbita cercana a la Tierra con el objeto de estudiar la interacción del viento solar con la magnetosfera terrestre. En 1984 fue puesto en una órbita alrededor del Sol, para encontrarse con el cometa y su nombre fue cambiado por el de ICE.

Durante el encuentro, el ángulo que formaba el vector velocidad del ICE, con respecto al eje de la cola de plasma del cometa, era de 93° , es decir, el paso fue prácticamente perpendicular. El principal objetivo de esta misión fue el de estudiar la interacción entre el cometa y el viento solar.

El cometa Giacobini-Zinner fue descubierto por M. Giacobini en 1900 y redescubierto en 1913 por E. Zinner. Es un cometa de periodo corto (6.5 años) de órbita prógrada con 31.9° de inclinación con respecto a la eclíptica y un perihelio a 1.03 U.A. En el momento del encuentro la velocidad del cometa era de 38.3 km/s y la velocidad del viento solar variaba entre 400 y 500 km/s. A una unidad astronómica el diámetro de la coma era de unos 60 000 km y el largo de la cola de unos 500 000 km o más. Observaciones en infrarrojo sugirieron que el cometa no era muy polvoso. Sin embargo, ya que su órbita está asociada con la corriente de meteoros Draconidas (o Giacobínidas) que produjeron

intensas lluvias de estrellas en 1933 y 1946, entonces se esperaba que los paneles solares sufrieran el impacto de las partículas de polvo y en esa forma se produjera una baja en la potencia eléctrica. Sin embargo no hubo tal baja durante el encuentro.

2.4 El Cometa Halley

En su acercamiento de los años 1985-1986 el cometa Halley fue objeto de numerosos estudios. Por primera vez en la historia, una flota de naves espaciales automáticas se acercaron a él midiendo in situ muchos de los parámetros del cometa. Por vez primera se fotografió el núcleo de un cometa mostrando que el modelo de la bola de hielo sucia propuesto por Whipple (1950) era esencialmente correcto.

La flota espacial estuvo compuesta por las dos naves Vega 1 y Vega 2, lanzadas en 1984 por la entonces todavía existente Unión Soviética, las cuales se acercaron hasta 8.89×10^3 km y 8.03×10^3 km del núcleo cometario, respectivamente, las dos naves japonesas Suisei y Sakigake, las cuales en su momento de máximo acercamiento estuvieron a 1.51×10^5 km y 6.99×10^6 km respectivamente, y la nave Giotto de la Agencia Espacial Europea, que pasó a 5.96×10^2 km del núcleo. Estas cinco naves pasaron por la coma del cometa pero otras dos también lograron hacer algunas mediciones a pesar de que pasaron bastante más lejos: el Pionero-7 que en su máximo acercamiento pasó a 12.1×10^6 km y el ICE el cual pasó a 28.1×10^6 km. Aparte de estas sondas que

penetraron, más o menos, en la estructura de plasma del cometa, hubo algunas otras que realizaron estudios remotos del mismo. Estas fueron: El orbitador del Pionero-Venus (PVO), el Solar Maximum Mission (SMM), el International Ultraviolet Explorer (IUE) y el Dynamics Explorer 1 (DE-1).

Desde Tierra se llevaron a cabo otras mediciones desde cohetes y a bordo de aviones así como desde el suelo como parte del programa de observación de fenómenos a gran escala que contó con una red de más de 100 observadores alrededor del mundo.

2.5 El campo magnético.

Los campos magnéticos observados en los cometas por las naves espaciales y desde La Tierra no son campos intrínsecos al propio cometa. Es posible que en el núcleo existan pequeños campos magnéticos remanentes ligados a los minerales que forman el polvo y los fragmentos rocosos mayores, pero estos campos no se manifiestan a gran escala. Es así que los campos magnéticos cometarios medidos hasta ahora no son más que manifestaciones del campo magnético interplanetario. El viento solar, por ser un medio altamente conductor, tiene la propiedad de que el campo magnético en él embebido no puede difundirse y se dice que se encuentra "congelado", de acuerdo con el teorema de Alfvén. Por lo tanto el campo magnético tiene que ser deformado y comprimido al ser frenado el viento solar por el obstáculo que representa el plasma cometario.

Tomando en cuenta únicamente el campo magnético y las

alteraciones de éste medibles con los magnetómetros de las naves espaciales, el medio espacial en las cercanías del cometa puede dividirse en cuatro regiones, separadas por tres fronteras:

a) La región más exterior en la cual el campo magnético interplanetario se encuentra casi inalterado lejos del cometa y en la cual se observan ondas de plasma debidas a la masa asimilada. Durante el encuentro con el Giacobini-Zinner el campo magnético en esta región tenía unos 10 nT. El viento solar ahí tenía una densidad de 20 cm^{-3} , una temperatura de $2.5 \times 10^5 \text{ K}$ y una velocidad de 500 km/s (Smith et al. 1986; Bame et al. 1986).

b) La llamada magnetofunda o simplemente funda, en la cual las líneas del campo interplanetario ya se encuentran muy deformadas debido al frenado del plasma solar por la masa asimilada de plasma cometario. Esta región está separada de la anterior por una amplia región llamada "onda de choque ancha" en la literatura especializada.

c) La región de apilamiento. En esta región el campo magnético se incrementa notablemente, hasta 65 nT en el Halley comparados con los 8 nT que tenía el viento solar en el momento del encuentro. Esta región está separada de la magnetofunda por una frontera a la que no se le ha dado un nombre especial pero en la cual el campo magnético, en el caso del Halley, se incrementa en casi 16 nT. La nave Giotto sólo pudo detectar esta frontera durante la entrada pero no durante la salida. Esta frontera coincide con la frontera de plasma conocida como cometopausa o colisionpausa la cual señala el punto en que el plasma cometario pasa de colisional a no colisional (Neubauer 1990).

d) Cavity magnética. Esta es la región más interior y en ella el campo magnético se derrumba hasta cero. Dado que los cometas son cuerpos no magnetizados entonces toda la estructura magnética a su alrededor es debida al campo magnético interplanetario. Sin embargo cuando el plasma del cometa se vuelve tan denso que ya no permite la entrada de éste, entonces se forma la cavity magnética carente de campo.

2.6 Lóbulos Magnéticos.

Al acercarse más al cometa Giacobini-Zinner, desde unos pocos minutos antes de la máxima aproximación hasta unos minutos después, los detectores de campo magnético registraron dos lóbulos, comprobando de esta forma la teoría expuesta por Alfvén en 1957 sobre el modelo magnético de formación de la cola cometaria. Los lóbulos tienen polaridades opuestas (Smith et al. 1986) y se encuentran separados por una hoja de corriente. Un patrón similar se encuentra en Venus, sin embargo la intensidad del campo magnético en Venus es del mismo orden que la del viento solar mientras que en el cometa es de 60 nT, es decir, más de seis veces la intensidad medida en el viento solar. Algunos autores han encontrado que los lóbulos tienen una estructura interna con un doble máximo de intensidad (Smith et al. 1986; Perez de Tejada 1990).

2.7 Turbulencia.

De las mediciones puede verse que el campo magnético en las

cercanías de un cometa presenta fluctuaciones más intensas que las normales del viento solar. Se trata de alteraciones del campo sobrepuestas al campo general (Tsurutani et al. 1986 y Glassmeier et al. 1989). La presencia de esta turbulencia ya había sido predicha por Wu y Davidson (1972) para un plasma magnetizado en el cual nacen iones a partir de partículas neutras. Sin embargo, aunque se esperaba la presencia de turbulencia fue una sorpresa la gran amplitud de ondas no lineales generadas en el plasma cometario. La turbulencia se vuelve todavía más complicada cuando el viento solar en si está perturbado y estas alteraciones son llevadas a las cercanías del cometa.

2.8 El Plasma.

Al sublimarse las moléculas de agua que forman el hielo del cometa y no estar constreñidas por un campo gravitatorio, escapan con una velocidad del orden de 1 km s^{-1} (Combi 1989). Después de un tiempo del orden de 10^6 segundos (Johnstone 1990) estas moléculas se ionizan formando una región de interacción de millones de kilómetros de diámetro; obstáculo mucho mayor que el de cualquier ionosfera o magnetosfera planetaria, excluyendo quizás la de Júpiter. Una vez que se ionizan las moléculas de agua interactúan con el viento solar y son arrastradas por éste, convirtiéndose en iones asimilados. La aceleración de estos iones produce una deceleración del viento solar.

La tasa de evaporación de un cometa puede variar mucho con el tiempo, por ejemplo, en el cometa Giacobini-Zinner, observaciones realizadas por la nave IUE (International Ultraviolet Explorer) en Agosto previo a su encuentro con el ICE, mostraron que el cometa estaba expulsando al espacio 10^{29} moléculas de agua por segundo, pero durante el encuentro esta cifra había bajado a 2×10^{28} .

En las observaciones del plasma que realizó la nave Giotto se utilizó el instrumento JPA (Johnstone et al. 1987a) el cual consistía de dos sensores: El primero mide iones rápidos (FIS Fast Ion Sensor) y proporciona su distribución tridimensional de energía/carga integrada en una rotación de la nave (4 segundos). Las mediciones se hacen en el intervalo de energía de 10 ev a 20 kev y en todas direcciones exceptuando en un cono de 20° alrededor del eje de rotación del vehículo.

El segundo sensor, el sensor de iones implantados (IIS Implanted Ion Sensor), fue diseñado para medir el flujo de iones del cometa en el intervalo de energía desde 90 ev/q hasta 90 kev/q y que podía discriminar la masa de las partículas.

Tomando en cuenta únicamente al plasma, tal como lo hicimos cuando sólo hablamos del campo magnético, en las cercanías de un cometa pueden distinguirse varias regiones.

a) La región exterior en la cual el viento solar ya empieza a ser contaminado por partículas ionizadas muy lejos del núcleo pero que aún son tan pocas que la región es prácticamente medio

interplanetario sin perturbar.

b) La funda exterior en la cual el viento solar ya se encuentra muy contaminado por iones del cometa y ya ha sido fuertemente frenado al pasar por una ancha onda de choque que separa esta región de la anterior. En esta región el plasma aún es no colisional y sin viscosidad como en el espacio libre.

c) La funda intermedia. Esta región está separada de la anterior por la que se le llamó transición misteriosa o sin nombre y que coincide en sus características a la transición intermedia que Pérez de Tejada (1984) identificó en el caso de Venus. Esta transición es el borde de una capa límite y la principal característica de la funda intermedia es que aunque el plasma sigue siendo no colisional la viscosidad ya juega un papel importante.

d) La funda interior se encuentra separada de la funda intermedia por la llamada cometopausa o colisionpausa, que es la frontera que separa los regímenes no colisionales de los colisionales. En la funda interior el plasma no sólo es viscoso sino que también es colisional. La cometopausa coincide con el inicio de la región de apilamiento del campo magnético.

e) La ionosfera cometaria. En esta región el plasma es ya puramente cometario y el viento solar no penetra en esta región ya que la presión del plasma cometario equilibra a la presión cinética y magnética del viento solar. La ionosfera está separada de la funda por la ionopausa la cual coincide con el punto en que el campo magnético disminuye su valor hasta cero. La ionosfera quedaría, por lo tanto, dentro de la cavidad magnética.

2.11 Turbulencia eléctrica.

Muy lejos de un cometa, en una región todavía dominada por el viento solar, se detecta turbulencia eléctrica. Por ejemplo la nave ICE la detectó desde las 0400 TU del 10 de Septiembre, muchas horas antes del encuentro con la onda de choque. El origen de ésta turbulencia se ha adjudicado a los iones cometarios asimilados por el viento solar (Scarf et al. 1986). La primera detección de tales iones se llevó a cabo a la mitad del mismo día 10 por el detector de protones energéticos (Hynds et al. 1986). El experimento de rayos cósmicos de baja energía (< 4 kev) también comenzó a detectar iones pesados del cometa a la mitad del día 10 (Ipavich et al. 1986).

Mucho más cerca del cometa, a 2×10^5 km, en la región corriente arriba del flujo, el analizador electrostático detectó periodos de incremento en el flujo de electrones energéticos (> 100 eV). El efecto ocurre a lo largo de las líneas del campo magnético interplanetario y en sentido contrario al flujo de calor de la corona solar (Montgomery et al. 1968), lo cual sugiere que estos electrones vienen de una fuente caliente en el cometa. Flujos similares se han observado corriente arriba de la onda de choque en la Tierra cuando el campo magnético interplanetario se conecta con el plasma de la magnetofunda (Ogilvie et al. 1971; Feldman et al. 1973).

2.12 Onda de choque.

Dado que el material expulsado por un cometa no está ligado gravitacionalmente a él, antes de los encuentros con el Giacobini-Zinner y con el Halley, algunos autores dudaban de que se produjera una onda de choque, pensaban más bien que el viento solar iba a ser frenado tranquilamente por los iones asimilados. La evidencia observacional recolectada durante el encuentro del ICE (Bame et al. 1986) y más tarde por la nave Giotto, parece apoyar un punto de vista intermedio. Donde la onda de choque debía estar, comienza una región de transición muy ancha en la cual el viento solar es comprimido (su densidad crece), calentado (su temperatura crece) y frenado (su velocidad baja) pero sin que exista el salto brusco, o discontinuidad, en la densidad, temperatura y velocidad que caracterizan a una onda de choque. Tampoco en las mediciones de campo magnético (Smith et al. 1986) parece existir evidencia de una onda de choque. Sin embargo, se ha impuesto en la terminología especializada llamar a esta región de transición: onda de choque ancha. Esta región que no es una onda de choque propiamente dicha, es mucho más ancha que las ondas de choque que se observan en los planetas (≈ 126000 km en el cometa Halley). La discontinuidad en este choque más que de intensidad, (sólo alcanzó en el cometa Halley una diferencia de 10 nT), es de dirección ya que el campo magnético gira en ella.

2.13 Cometofunda.

Aún más cerca del cometa existe otro régimen de plasma en el

cual la velocidad del viento solar continuó a decreciendo pero la densidad electrónica y la temperatura comienzan a decrecer de sus valores anteriores (von Roseninge et al. 1986). A esta región se le llama funda o cometofunda (Bame et al. 1986) y en ella se observan grandes fluctuaciones en los valores de densidad, temperatura y velocidad. Es posible que estas fluctuaciones estén asociadas a inestabilidades debidas a los iones asimilados (Wallis 1971), o al cruce de la nave por rayos cometarios o chorros. El ICE pasó esta región entre las 1007 TU y las 1148 TU del día del encuentro.

2.14 Coma intermedia.

De las mediciones de densidad, temperatura y velocidad puede distinguirse una región, en la parte más interna del acercamiento, en la cual la densidad de las partículas ionizadas sube hasta más de 100 cm^{-3} , su temperatura baja hasta 50 000 K y su velocidad se reduce a menos de 30 km/seg que es el límite de precisión del aparato . A esta región se le ha llamado coma intermedia para distinguirla de la coma mayor que ha sido identificada por fotografía y de la coma interior en la cual se llevan a cabo importantes reacciones químicas.

2.15 Cola de Plasma Frío.

En la parte central de la cola del cometa Giacobini-Zinner se encuentra plasma frío cuyo cruce se llevó a cabo cerca de las

1102 TU. El experimento de electrones del plasma identificó ahí una cola de plasma de únicamente 3000 km de ancho. Esta región es muy pequeña si la comparamos con las otras escalas del cometa. Por ejemplo desde el inicio de la región de transición hasta el centro de la cola hay 127 000 km.

En el centro de la cola los medidores de radio ondas y de electrones del plasma encontraron una región de plasma frío y denso en el cual la temperatura es de 13000 K y la densidad de 670 electrones /cm³ (Meyer-Vernet et al. 1986). Estos valores pueden ser comparados con los medidos en el viento solar por el mismo ICE antes del encuentro; temperatura 250 000 K y densidad menos de 10 electrones/cm³.

Las mediciones de composición de los iones comprobaron el modelo de la bola de hielo de Whipple (1950). Los iones dominantes resultaron ser los del grupo del agua (HO⁺, H₂O⁺, H₃O⁺) y también se encontraron CO⁺ y HCO⁺ (Ogilvie 1986). También se encontraron iones todavía no identificados de masa 23 y 24 que podrían ser Na⁺ o bien C₂⁺. La identificación del ion C₂⁺ fue difícil porque aún desde la Tierra la línea espectroscópica del C₂ es muy débil (Yeomans et al 1985, Bobrovnikoff 1927).

2.16 Ionosfera.

En la región más cercana al núcleo tenemos la ionosfera cometaria la cual es un verdadero obstáculo al viento solar. Los iones del medio interplanetario no alcanzan esta región la cual está separada del plasma contaminado por una frontera, la

ionopausa. Antes del encuentro del Giotto se esperaba que estuviera a unos 10 000 km del núcleo (Schmidt et al. 1982), pero las mediciones del Giotto dieron un valor menor, 4335 km (Flammer 1991).

B) Planetas no magnéticos.

De los dos planetas no magnéticos, Marte y Venus, del que más conocimiento se tiene, respecto a su interacción con el viento solar, es Venus. Por lo tanto en los párrafos que siguen se hablará principalmente de éste, dando sólo algunos datos de Marte.

En un cuerpo planetario no magnetizado, que posee atmósfera, el principal obstáculo que interacciona con el viento solar es la ionosfera del astro. En esta interacción se produce una estructura formada por cuatro regiones principales separadas por tres fronteras. La primera región es el viento solar sin perturbar que fluye a una velocidad supersónica y superalfvénica (números de Mach 6.6 y 6.1 respectivamente en las cercanías de Venus (Phillips et al., 1986b)) y que se extiende por todo el medio interplanetario hasta muy cerca del planeta (aproximadamente 2.5 radios planetarios en el caso de Venus (Phillips et al. 1991)).

La segunda región es la magnetofunda exterior. Estas dos regiones están separadas por una onda de choque en la cual el viento solar es frenado y calentado y las líneas del campo magnético interplanetario empiezan a deformarse por la presencia

del obstáculo. En la magnetofunda exterior el viento solar ya chocado fluye alrededor del planeta a una velocidad subsónica cerca del punto subsolar volviendo a adquirir velocidad supersónica en la región del terminador.

Al acercarnos al planeta encontramos otro régimen de plasma, la magnetofunda interior, también llamada manto por Spenner et al. (1980), la cual está separada de la exterior por la llamada transición intermedia (Perez de Tejada 1984). Esta última es la superficie que separa la región en la que no hay viscosidad, la magnetofunda exterior, de la región con viscosidad que es la magnetofunda interior.

Aún más cerca del planeta nos encontramos con otro régimen de plasma: la ionosfera; separada de la magnetofunda interior por la ionopausa. Esta última región contiene únicamente material planetario y ningún material proveniente del viento solar.

Para describir la interacción del viento solar con planetas no magnéticos se han desarrollado muchos tipos de modelos. El más sencillo es el modelo gasdinámico desarrollado por Speiter y Stahara (1980). En este modelo las ecuaciones hidrodinámicas se resuelven para el flujo hipersónico alrededor de un obstáculo impenetrable. El campo magnético no se incluye explícitamente en los cálculos pero se puede deducir a partir de las deformaciones que sufre el flujo y de la congelación de las líneas de campo magnético.

Una variación del modelo anterior es el modelo gasdinámico con iones planetarios como partículas de prueba. Este se usa para

estudiar el comportamiento de los iones asimilados que nacen en la magnetofunda debido a la ionización de átomos neutros de la exosfera. Este modelo no es autoconsistente ya que no considera los efectos que el plasma asimilado tiene sobre el flujo (Luhmann et al., 1985; Phillips et al., 1987).

Un tercer tipo de modelo es el gasdinámico con masa asimilada en el cual a la ecuación de continuidad se le agrega un tercer término fuente. Con este modelo se pueden evaluar los efectos de agregar un fluido de fotoiones fríos y pesados a bajas altitudes (Berlotserkovskii et al. 1987; Stahara et al. 1987).

Descripción de las diversas regiones.

2.17 La onda de choque.

A diferencia del plasma cometario, el cual es arrastrado por el viento solar; el plasma de la ionosfera en un planeta permanece casi fijo, con una gran ligadura gravitacional al cuerpo planetario. En este caso el medio interplanetario es frenado violentamente y desviado hacia los lados y no de una manera gradual como en el caso de los cometas. Esto provoca la formación de una verdadera onda de choque magnetosónica la cual ha sido claramente detectada tanto en Venus como en Marte.

La intensidad de una onda de choque es definida por Phillips et al. (1991) como la razón de los valores corriente arriba y corriente abajo del campo magnético y los parámetros de las partículas. De estudios de la intensidad de la onda de choque en Venus realizados por Russell et al. (1979) y Mihalov et al.

(1980) se concluye que la onda de choque es más débil que la predicción hecha por la teoría gasdinámica (Stahara y Spreiter, 1976 y Spreiter et al., 1970).

La posición de la onda de choque ha sido muy estudiada en el caso de Venus y se ha comprobado que varía con diversos factores:

- a) El ciclo solar,
- b) El flujo EUV solar,
- c) Los parámetros del viento solar y
- d) Orientación del campo magnético interplanetario.

Russell et al. (1988) comprobaron que las variaciones con el ciclo solar en la región del terminador son muy grandes, durante el mínimo de actividad solar la onda de choque se encuentra más cerca del planeta, a unos 2.1 radios venusinos, y durante el máximo solar se encuentra más lejos, a unos 2.4 ó 2.5 radios planetarios. Alexander et al. (1985) y Russell et al. (1988) atribuyen este efecto a la modulación de la altura característica de la atmósfera neutra, y por lo tanto la modificación de la tasa de asimilación de masa, debido al flujo variable de EUV.

Se han hecho correlaciones con parámetros del viento solar tales como el número de Mach magnetosónico y la presión dinámica (Russell et al. 1988) y se ha visto que existe una tendencia a disminuir la distancia de la onda de choque al aumentar alguno de estos parámetros. Es más claro en el caso del número de Mach.

Alexander et al. (1986) y Russell et al. (1988) mostraron que existen asimetrías en la forma de la onda de choque al variar el ángulo del campo magnético interplanetario con respecto a la dirección del viento solar. Estos estudios mostraron que la onda

de choque se encuentra más cerca del planeta cuando **B** (el campo magnético interplanetario) y **V** (la velocidad del viento solar) son paralelas o antiparalelas, y que se encuentra más lejos cuando ambos vectores se encuentran perpendiculares. Este efecto se ha explicado por la presencia (o ausencia) de iones asimilados por el viento solar, los cuales son más abundantes (por ser más eficiente el mecanismo de arrastre) cuando **B** y **V** son cruzados y más escasos (por ser menos eficiente el arrastre) cuando ambos vectores están alineados. Otro efecto que existe cuando **V** y **B** se encuentran perpendiculares es que el choque se encuentra más cerca del planeta del lado en que el campo eléctrico convectivo ($\mathbf{E} = -\mathbf{V} \times \mathbf{B}$) tiene una dirección hacia abajo, y más lejos del lado en que **E** está hacia arriba (tomando el arriba y el abajo como la dirección alejándose o acercándose al centro del planeta). Esto se explica fácilmente con los resultados encontrados en esta tesis los cuales demuestran que la densidad de iones asimilados en un gradiente de velocidades, como el que se observa en la magnetofunda, es menor en el caso en que **E** apunte hacia abajo que en el caso contrario. El efecto que esto tendría es que, con baja densidad el obstáculo al viento solar estaría más cerca del planeta y por lo tanto la onda de choque quedaría más cerca y viceversa en el caso de densidad mayor.

Russell et al. (1985) encontraron que si se tomaba la altura medida de la onda de choque en el punto subsolar (2280 km) y se usaba como dato en un modelo gasdinámico la altura predicha en el terminador es mucho menor que la observada. De sus estudios infirieron que el obstáculo en el terminador se encuentra a 800

km y a 2500 km por encima de la ionopausa en el mínimo y en el máximo de actividad solar respectivamente. Existe otra manera de interpretar estos resultados: aunque en los planetas la ionopausa se encuentra bien definida, la ionización en el gas neutro de la exosfera produce, más allá de esta frontera, la presencia de iones asimilados por el viento solar que frenan a éste y tienen que modificar a la onda de choque. De esta manera el efecto que estos iones asimilados va a producir es que no exista un obstáculo perfectamente definido, sino uno más o menos desdibujado como es el caso de los cometas. En realidad se podría pensar que hay dos tipos diferentes de obstáculos; uno amarrado gravitacionalmente que es la ionosfera y otro libre que es la nube de iones creados en la exosfera. En un cometa no existe el primer obstáculo, ya que aunque se habla de una ionosfera ésta no está ligada gravitacionalmente. Por otro lado, en un planeta no magnético se presentan los dos y ambos son del mismo orden en cuanto a tamaño. El no haber considerado estos dos obstáculos por separado es lo que probablemente ha llevado a los modelos gasdinámicos a resultados que no coinciden con las observaciones.

Estudios de la forma de la onda de choque en la región corriente abajo del terminador (Russell et al. 1981) mostraron un ángulo de inclinación de 22° de la onda con respecto a la perpendicular a la línea Sol-planeta, que correspondería a un número de Mach magnetosónico de 2.7, sumamente bajo. Dado que los números de Mach medidos en el viento solar a la distancia de Venus oscilan entre 4.7 y 6.6 volvemos a encontrar discrepancia entre los resultados teóricos y las observaciones.

2.18 La magnetofunda externa diurna.

Phillips et al. (1986b) mostraron, usando datos del Pionero Venus, que la intensidad del campo magnético dentro de la magnetofunda está controlada por la presión cinética del viento solar. Sin embargo la compresión del campo magnético con respecto al campo interplanetario, B/B_{∞} es controlada por el número de Mach magnetosónico del viento solar lejos de la zona de interacción.

Phillips et al. (1986 a, b) también encontraron que la magnitud del campo magnético es mayor en el hemisferio en el que el campo eléctrico convectivo va hacia arriba y menor en el otro hemisferio. Estos autores han interpretado este fenómeno como resultado de la presencia de iones asimilados, debido al hecho de que del lado en que el campo eléctrico va hacia abajo los iones se pierden chocando con la ionosfera mientras que en el lado en que el campo eléctrico va hacia arriba esto no pasa y existe una presión del plasma asimilado (Phillips et al. 1987). En este trabajo se demuestra que la densidad de iones asimilados, y por lo tanto su presión, es menor del lado en que el campo eléctrico va hacia abajo.

Un registro sistemático de la densidad y la temperatura en el lado día de Venus no se ha llevado a cabo debido al largo tiempo de integración del analizador de plasma del Pionero Venus. Una comparación limitada entre un modelo y las observaciones lo hicieron Mihalov et al. (1982) usando el programa gasdinámico de

Spreiter y Stahara (1980). El modelo en este caso predecía bastante bien la velocidad de los iones, su densidad y temperatura pero el número de Mach tuvieron que disminuirlo artificialmente para que coincidieran la onda de choque predicha y la real. Otro resultado de este estudio fue que la velocidad de flujo cerca de la ionopausa es más baja que la predicha lo cual sugiere la presencia de una capa límite viscosa en la magnetofunda baja. Esta capa coincidiría con el manto de Spenner et al. (1980) cuya frontera superior sería la transición intermedia descubierta por Pérez de Tejada (1984).

2.19 El manto.

Esta es una región exterior a la ionosfera (Spenner et al. 1980) en la cual existen efectos viscosos. Su grosor varía de unos pocos cientos de kilómetros de espesor en la región subsolar, a unos 1500 km en el terminador. Algunas características observadas en el manto de *Venus* son: campo magnético de alta intensidad, baja densidad de plasma y un espectro de energía electrónica intermedio entre el de la magnetofunda exterior y la ionosfera.

Otros aspectos del manto que han sido estudiados por Pérez de Tejada y sus colaboradores son la transferencia de energía y de momento debido a la interacción viscosa (Pérez de Tejada y Dryer 1976; Pérez de Tejada 1986 a,b)

2.20 La exosfera neutra.

Desde los primeros vuelos a Venus, las naves Mariner 5 y Venera 9 y 10 y más tarde el Pionero Venus descubrieron que este planeta tiene una exosfera neutra compuesta por hidrógeno y oxígeno atómicos (Barth et al. 1967; Bertaux et al. 1978; Nagy et al. 1981). El principal constituyente de la exosfera por debajo de los 3000 km es el oxígeno pero por encima de este nivel prevalece el hidrógeno atómico el cual se encuentra a una temperatura de 10^3K . Cravens et al (1980) encontraron que del lado día la principal fuente de hidrógeno caliente atómico son las reacciones que involucran al hidrógeno molecular mientras que del lado noche el intercambio de carga entre H^+ y el oxígeno e hidrógeno moleculares es la principal fuente (Hodges y Tinsley 1981).

2.21 Ionopausa.

La existencia de la ionopausa como una frontera entre el plasma interplanetario y el plasma atmosférico se estableció claramente para el caso de Venus con los datos obtenidos por el Mariner 5. Estos resultados para un ángulo solar χ del orden de 75° , muestran la existencia de una capa bien definida a 144 km de altura sobre el planeta y de una violenta caída en la densidad electrónica a unos 500 km que es la ionopausa. La altura de la ionosfera varía con el ángulo solar χ ya que la presión cinética del viento solar disminuye con el $\text{sen } \chi$. La altura promedio de la ionopausa es función del ángulo solar.

Mientras que en el lado día la ionopausa se encuentra bien

definida, en el lado noche esta frontera es vaga y con naturaleza filamentaria en la cual se observan rayos de material ionosférico que se extienden en dirección antisolar (Brace et al. 1987). La forma de la ionopausa, en el caso de Venus, es achatada en el punto subsolar, en el cual alcanza una altura de 300 km sobre la superficie del planeta y mucho más elevada en el terminador donde alcanza los 900 a 1500 km (Brace et al 1980; Knudsen et al. 1982). La variabilidad en la posición de la ionopausa crece al aumentar el ángulo zenital del Sol; es decir, entre más nos alejamos del punto subsolar la posición de la ionopausa se vuelve más incierta.

CAPITULO 3.

MODELO ANALÍTICO DE ASIMILACIÓN DE MASA EN EL CASO EN QUE EL FLUJO Y EL CAMPO MAGNETICO SON PERPENDICULARES.

En este capítulo se desarrollará una teoría analítica para la asimilación de masa en gradientes de velocidad en plasmas no colisionales. Todos los trabajos que se han revisado en la literatura modelan un determinado entorno por métodos numéricos y nunca se obtienen resultados analíticos. De ahí la importancia de una teoría analítica.

Los cálculos detallados de los resultados que se presentan pueden verse en el apéndice y en el texto se citarán por sección. Por ejemplo si se dice: (ver A9), esto significara ver la sección 9 del apéndice.

A) TEORIA MICROSCOPICA

3.1 Trayectorias de los iones asimilados en un flujo no colisional (ver A1 y A2).

El problema básico con que se enfrenta uno al querer estudiar el comportamiento de un plasma asimilado, y en realidad cualquier plasma, es entender como se mueven las partículas individuales bajo el influjo de los campos, eléctrico y magnético, que perméan al plasma. La ecuación de movimiento que describe las fuerzas que

actúan sobre una partícula cargada es engañosamente sencilla:

$$M \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = q\mathbf{E} + q \mathbf{v} \times \mathbf{B} + \mathbf{F},$$

pero no se le ha podido resolver analíticamente en el caso general debido a dificultades matemáticas inherentes a la ecuación. En este trabajo se resolverá la ecuación para un grupo de condiciones muy específicas con el objeto de estudiar el movimiento de las partículas en un gradiente de velocidad lineal.

Supongamos que tenemos un flujo unidimensional de plasma (figura 3.1), no colisional, con un gradiente de velocidad en el cual el vector velocidad sólo depende de la coordenada "y", y únicamente tiene componente en la dirección x

$$\mathbf{u} = u(y) \mathbf{i}.$$

El cual supondremos lineal con respecto a la variable "y":

$$u(y) = u(y_0) + \left(\frac{du(y)}{dy} \right)_{y_0} (y - y_0)$$

Adicionalmente tenemos que existe un campo magnético de magnitud constante $|B_0|$ y componente únicamente en la dirección z

$$\mathbf{B} = B_0 \mathbf{k}.$$

La componente z del campo (la única que existe), B_0 , es un número que puede ser positivo o negativo y su signo determina el sentido del campo magnético.

La dirección "x" positiva será en la dirección del flujo, la dirección "y" positiva la tomaremos en la dirección del gradiente de velocidad, es decir, $\mathbf{j} = \nabla u / |\nabla u|$. Finalmente la dirección positiva de "z" es $\mathbf{k} = \mathbf{i} \times \mathbf{j}$.

A las partículas, que siendo previamente neutras, se ionicen dentro de este sistema se dirá que "nacen" dentro del sistema.

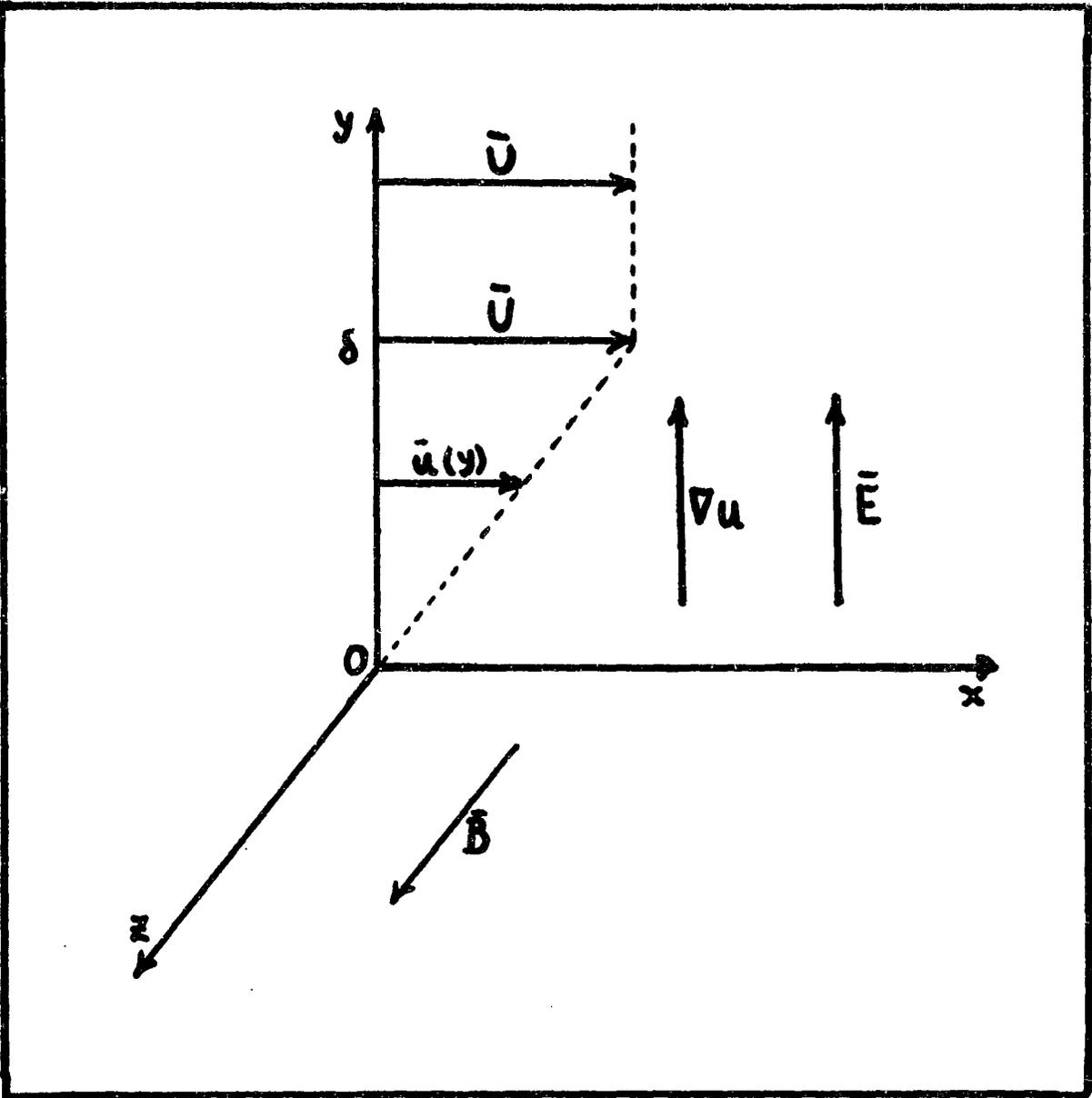


Figura 3.1

Esto se debe a que cuando son neutras no hay interacción con el flujo. Las condiciones anteriores pueden encontrarse en el viento solar en las cercanías de cometas y planetas no magnéticos en el plano que pasa por los polos magnéticos y el punto subsolar. En este plano los tres vectores: velocidad del flujo, campo magnético y gradiente de velocidad son perpendiculares entre sí.

De la ecuación vectorial de movimiento para este caso se pueden obtener las tres ecuaciones escalares siguientes:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \Omega \frac{dy}{dt} , \quad (3.1)$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -\Omega \frac{dx}{dt} + \Omega u(y) , \quad (3.2)$$

$$\frac{d^2z}{dt^2} = 0 . \quad (3.3)$$

Si resolvemos estas tres ecuaciones la trayectoria del ión que nace en estas condiciones tiene las siguientes componentes:

$$x-x_0 = (\Omega^2/\omega^2) (u(y_0) - V_{x0}) [t - (1/\omega) \text{sen}(\omega t)] - (V_{y0}\Omega/\omega^2) \cos(\omega t) + V_{x0}t \quad (3.4)$$

$$y-y_0 = (\Omega/\omega^2) (u(y_0) - V_{x0}) [1 - \cos(\omega t)] + (V_{y0}/\omega) \text{sen}(\omega t) , \quad (3.5)$$

$$z - z_0 = V_{z0} t . \quad (3.6)$$

En donde:

$$\omega = \Omega (1-\xi)^{1/2} , \quad (3.7)$$

$$\xi = \nabla u / \Omega \quad (3.8)$$

y

$$\Omega = qB_0/M . \quad (3.9)$$

La carga de la partícula es q y M su masa.

A lo largo de este trabajo muchas veces nos referiremos a Ω como la frecuencia de giro Ω_g de los iones asimilados, aunque estrictamente no lo es, ya que Ω puede ser positiva o negativa mientras que Ω_g sólo es positiva (Parks 1991). Ω se encuentra relacionada con Ω_g de la siguiente manera:

$$\Omega_g = |\Omega|.$$

La curva descrita por las ecuaciones (3.4), (3.5) y (3.6), y de la cual vemos tres casos especiales en la figura 3.2, es muy similar a una trocóide pero no lo es, por lo cual se le puede llamar una cuasi-trocóide. El caso (a) muestra una órbita en la cual hay velocidad inicial con componente negativa en la dirección x , en el caso (b) no hay velocidad inicial y en el caso (c) la velocidad inicial tiene una componente x positiva. Este tipo de trayectorias se forman si $\xi < 1$ ya que si el valor de ξ es igual o excede a 1 entonces ω se vuelve imaginaria y todos los senos y cosenos también, esto significa que para estos valores de ξ la trayectoria se expresará en términos de exponenciales reales crecientes y no será oscilatoria y toda partícula asimilada dentro del gradiente será expulsada de éste. En los planetas no magnéticos el valor de ξ es alto, por ejemplo en Venus, en el terminador con un ancho de 1500 km de la región con gradiente, una velocidad de 400 km/s del viento solar y un valor de Ω de 0.066, es del orden de ± 4 ; lo que significa que hay una asimetría entre el lado en el que el valor de ξ es positivo y en el que es negativo. Del lado positivo el valor de ξ es > 1 y por lo tanto las partículas abandonan el gradiente mientras que del otro lado, donde el valor de ξ es negativo, las partículas quedan dentro del

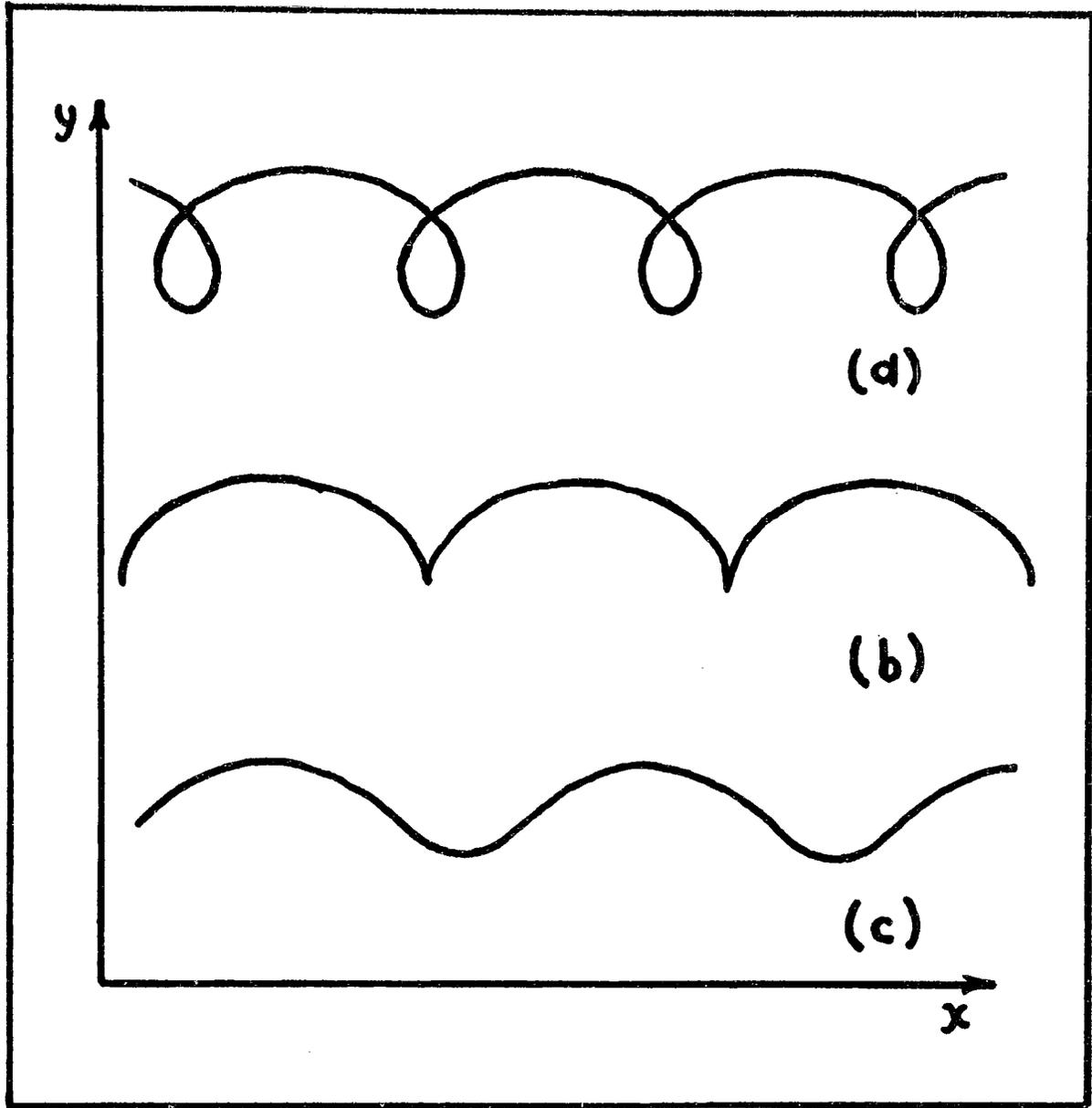


Figure 3.2

gradiente. Por lo tanto es de esperar la existencia de una densidad baja de iones asimilados del lado positivo y una mas alta del lado negativo. Pero por otro lado, dado el alto valor de ξ , entonces los radios de giro de los iones asimilados son mayores que el ancho de la zona del gradiente, por lo cual en el lado en que el campo eléctrico convectivo va hacia abajo ($\xi < 0$) los iones se pierden por impacto con la ionosfera. De esta manera en este lado la densidad de iones asimilados en realidad será cercana a cero. Esto último podría explicar las asimetrías en la onda de choque de Venus la cual se ha encontrado que está mas cerca del planeta del lado del cual el campo eléctrico convectivo ($E = -V \times B$) se encuentra dirigido hacia abajo (Alexander et al. 1986; Russell et al. 1988).

En la zona de interacción del viento solar con el plasma asimilado en las cercanías de cometas y planetas no magnéticos, la velocidad del flujo (el viento solar en este caso) es mucho mayor que las velocidades V de las partículas neutras, de las cuales "nacen" los iones asimilados, es decir, $V \ll u$ entonces podemos considerar que la velocidad inicial de los iones es cero, es decir, $V_{x0} = V_{y0} = V_{z0} = 0$ y por lo tanto las componentes de la trayectoria serán:

$$x - x_0 = (u(y_0)/(1-\xi)) [t - (1/\omega) \text{sen}(\omega t)], \quad (3.10)$$

$$y - y_0 = (u(y_0)/[\Omega(1-\xi)]) [1 - \text{cos}(\omega t)] \quad (3.11)$$

y

$$z - z_0 = 0 \quad (3.12)$$

Supongamos que tenemos una trayectoria en el caso general y otra en la aproximación anterior (a la cual llamaré aproximación

de baja velocidad) para las condiciones de velocidad del viento solar y de una distribución gaussiana de velocidades iniciales de las partículas asimiladas, correspondiente a una temperatura de unos cuantos miles de grados. Las dos trayectorias serán prácticamente iguales. En el caso general se forma un rizo en las partes bajas de la trayectoria (figura 3.2a), pero para las condiciones antes mencionadas este rizo es prácticamente indistinguible. Por lo tanto para los casos que vamos a estudiar es válido utilizar únicamente la aproximación de baja velocidad ya que los resultados obtenidos de ésta no diferirán grandemente del caso general. En cualquier otro flujo en el que las condiciones sean similares se puede emplear esta aproximación de baja velocidad.

En este caso las trayectorias son cuasi-trocóides que tienen una discontinuidad en su pendiente en los puntos en donde $\omega t = 2n\pi$ donde $n \in \{0, 1, 2, \dots\}$. Un ejemplo de este tipo de trayectorias lo podemos ver en la figura 3.2 (b).

Este resultado es similar al que obtuvo Parker en 1958, nada más que él no resolvió las ecuaciones (3.1), (3.2) y (3.3) para el caso general como se hace en este trabajo, sino que impuso la restricción $V_x = V_y = V_z = 0$ desde el principio. Cabe aquí decir que otra diferencia con los cálculos de Parker es que él consideró u , la velocidad del flujo, también como función del tiempo y por lo tanto sus soluciones tienen algunas integrales dependientes de éste. En cambio en este trabajo consideramos únicamente un estado estacionario tanto del flujo como del plasma asimilado.

Algo que no consideró Parker en su trabajo (1958) es que los

resultados obtenidos a partir de la aproximación $V_{x0} = V_{y0} = V_{z0} = 0$ son solamente válidos para aquellas regiones donde $V_0 \ll u$, es decir, en las regiones del gradiente en que la velocidad inicial de los iones asimilados (que es igual a la velocidad térmica de las partículas neutras a partir de las cuales nacen) es mucho menor que la velocidad del flujo. Sin embargo en las regiones del gradiente de velocidad en donde u es del mismo orden, no se cumple que $V_0 \ll u$ y por lo tanto tales resultados no se pueden aplicar. Para distinguir las regiones en donde los resultados obtenidos son válidos de aquellas donde no lo son se obtuvo la siguiente expresión (ver A3) para la región de validez:

$$y/\delta \geq (1/\Omega \xi_{y_0} \delta) (N(3k_B T/M)^{1/2} - u(y_0)) + y_0/\delta \quad (3.13)$$

N es un número completamente arbitrario que nos dice cuántas veces debe superar u a V_0 para poder considerar que $u \gg V_0$ y no habiendo consideraciones físicas al respecto escoger su valor es cuestión de criterio. Tomando las consideraciones anteriores se podría pensar que N podemos tomarlo del orden de 10.

En un cometa la velocidad de las partículas neutras es del orden de 1 km/s (Combi 1989), la velocidad del viento solar del orden de 400 km/s y el gradiente de velocidad tiene un ancho del orden de 2×10^5 km, como en el cometa Giacobini-Zinner, por lo tanto el intervalo de validez es: $y/\delta \geq 0.016$, es decir, la aproximación de baja velocidad no es válida más cerca al eje de la cola cometaria que 3200 km. Como este valor tiene el mismo orden de magnitud de la distancia del eje a la ionopausa (Flammer 1991) entonces podemos concluir que la aproximación de baja velocidad es válida, en el cometa Giacobini-Zinner, en toda la

región donde existe un gradiente de velocidad , excepto quizás en pocos cientos de kilómetros alrededor del eje.

Las trayectorias, tanto en el caso general como en el de baja velocidad, oscilan en la dirección "y" y la amplitud de esa oscilación Δy se puede obtener de (3.5) o de (3.11) tomando $\omega t = \pi$. Si la obtenemos de (3.11) y por la transformación en A7 tenemos:

$$\Delta y = 2u(y)/\Omega(1+\xi).$$

Si no existiera un gradiente en la dirección "y", es decir, si solo hubiera la misma velocidad $u(y)$ en todo el entorno, la amplitud sería:

$$\Delta y_{sq} = 2u(y)/\Omega$$

Esto nos muestra que uno de los efectos del gradiente de velocidad es disminuir la amplitud de las órbitas cuando la ξ es positiva, o aumentarla cuando la ξ es negativa. Lo anterior significa que en el caso de $\xi > 0$ las partículas van a estar más compactadas y cuando $\xi < 0$ lo van a estar menos. Cuando en las frases anteriores se habla de más o de menos, de aumentar o de disminuir, todo esto es, por supuesto, con respecto a lo que sucedería en el flujo con velocidad uniforme.

Si en las ecuaciones (3.4), (3.5) y (3.6) se hace el siguiente cambio de variable (ver A6):

$$x' = x - [(u(y_0) - V_{x0})/(1-\xi) + V_{x0}]t - x_0,$$

$$y' = y - [(u(y_0) - V_{x0})/\Omega(1-\xi)] - y_0$$

y

$$z' = z - V_{z0}t - z_0,$$

entonces esas ecuaciones quedan:

$$x' = -[(u(y_0) - V_{x0})/\omega(1-\xi)] \text{sen}(\omega t) - [V_{y0}/\Omega(1-\xi)] \text{cos}(\omega t),$$

$$y' = -[(u(y_0) - V_{x0})/\Omega(1-\xi)] \text{cos}(\omega t) + [V_{y0}/\omega] \text{sen}(\omega t)$$

y

$$z' = 0.$$

Estas son las ecuaciones paramétricas de una elipse (cuando $\xi < 1$). Por lo tanto otra modificación provocada por la presencia del gradiente de velocidad es que la trayectoria de las partículas en un marco de referencia moviéndose con el flujo son elipses y no círculos como en un flujo uniforme.

Este resultado fue obtenido por Parker (1958) para la aproximación de baja velocidad, pero aquí vemos que el resultado también es válido para el caso general. En su trabajo Parker comenta lo siguiente: El tamaño de la elipse en la dirección x se incrementa cuando el gradiente de velocidad es positivo y disminuye cuando es negativo. Podemos ver fácilmente que este resultado no es exacto. En la figura 3.3a vemos un sistema con el gradiente positivo. Si lo rotamos 180 grados usando como eje de rotación el de las x, el sistema queda como en la figura 3.3b. Luego hacemos $y' = -y + \delta$ y entonces el sistema queda como en la figura 3.3c. En esta última figura el gradiente es negativo. Si lo afirmado por Parker fuera correcto la trayectoria de una partícula en "a" deberá ser diferente a la de otra en "c", pero esto no es posible ya que los cambios que se hicieron fueron rotaciones y translaciones, es decir, cambios puramente matemáticos y no hubo ningún cambio físico en el sistema. Lo que pasa es que en su trabajo Parker tomó siempre el campo eléctrico positivo y sólo variaba el gradiente de velocidad, en cambio en

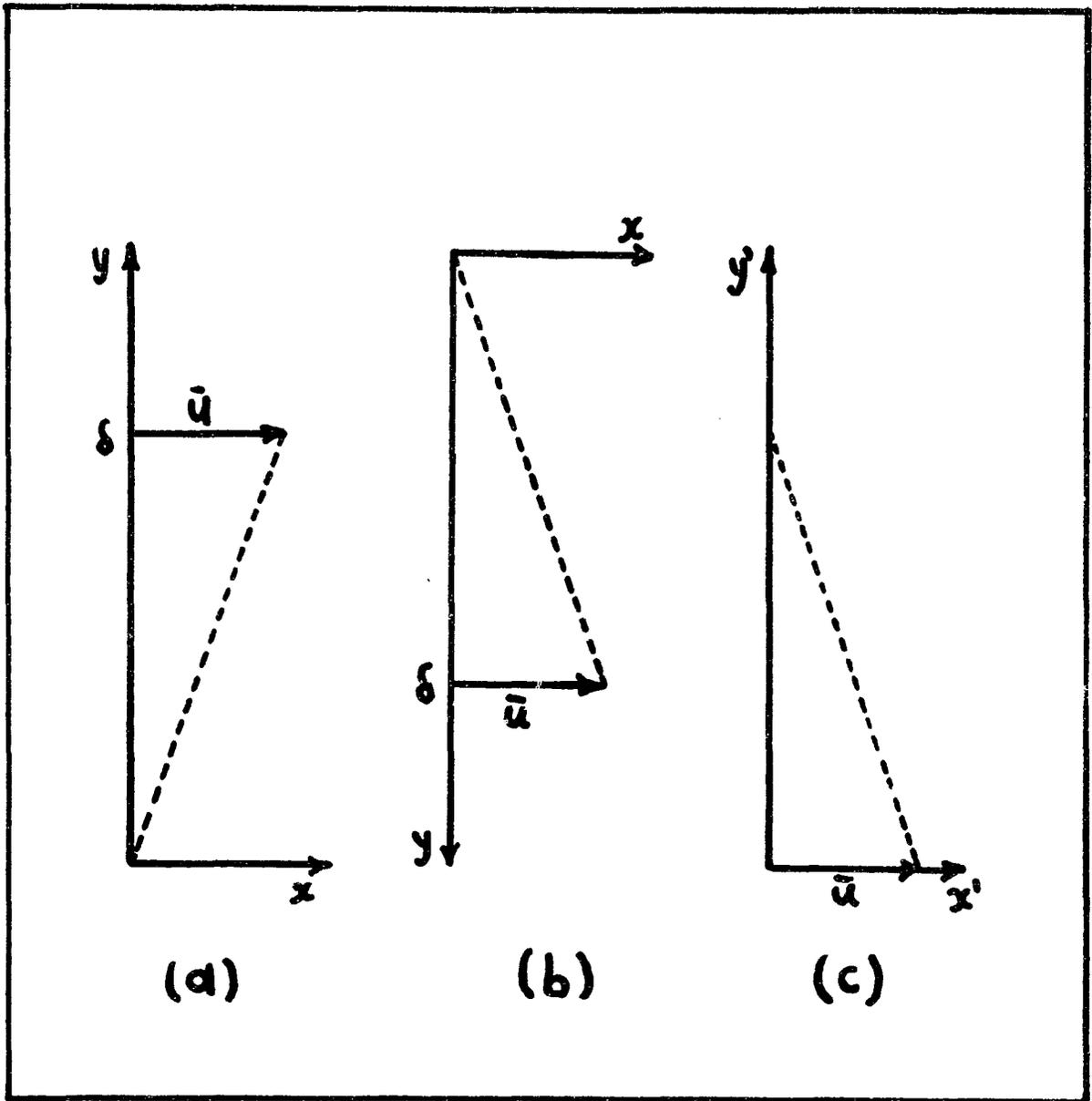


Figura 3.3

la figura 3.3 en el momento de hacer la rotación también cambia la dirección del campo eléctrico. Por lo tanto para afirmar lo dicho por Parker hay que tomar en cuenta también al campo eléctrico. Ya corregida la afirmación de Parker deberá decir: El tamaño de la elipse en la dirección x se incrementa cuando el gradiente de velocidad y el campo eléctrico son paralelos y disminuye cuando son antiparalelos.

En el capítulo 1 se mencionaron los estudios hechos por diversos autores (Coates et al. 1989; Somogy et al. 1990; Coates et al. 1990; Cowley et al. 1990; Cravens 1991) sobre la distribución de velocidades de los iones asimilados en los cometas Halley y Giacobini-Zinner y ahí se menciona que la distribución inicial es la de anillo. A la luz de nuestros resultados debemos corregir esta imagen y darnos cuenta que el anillo sólo es válido cuando no hay gradiente de velocidad ya que en este caso las trayectorias son círculos con la misma velocidad en todos sus puntos y por lo tanto cada velocidad tendrá el mismo peso estadístico. Pero dentro del gradiente las trayectorias son elipses con diferente velocidad en cada punto de las mismas y por lo tanto con diferente peso estadístico para cada velocidad dentro de la distribución. En la figura 1.2 se puede apreciar que la distribución medida en el cometa Halley por la nave Suisei es una cáscara gruesa pero claramente derivada de una distribución elíptica y no de anillo, lo cual muestra que el gradiente de velocidad está afectando también a la distribución.

3.2 Velocidades de los iones asimilados (ver A4 y A5).

Para obtener las componentes de la velocidad de las partículas simplemente hay que derivar (3.4), (3.5) y (3.6) y el resultado es:

$$V_x = ((u(y_0) - V_{x0}) / (1 - \xi)) [1 - \cos(\omega t)] + (V_{y0} / (1 - \xi)^{1/2}) \sin(\omega t) + V_{x0}, \quad (3.14)$$

$$V_y = ((u(y_0) - V_{x0}) / (1 - \xi)^{1/2}) \sin(\omega t) + V_{y0} \cos(\omega t) \quad (3.15)$$

y

$$V_z = V_{z0}. \quad (3.16)$$

Para el caso general y para la simplificación de baja velocidad:

$$V_x = (u(y_0) / (1 - \xi)) [1 - \cos(\omega t)], \quad (3.17)$$

$$V_y = (u(y_0) / (1 - \xi)^{1/2}) \sin(\omega t) \quad (3.18)$$

y

$$V_z = 0 \quad (3.19)$$

La velocidad máxima la alcanzan las partículas cuando $\omega t = \pi$. En ese momento $V_y = 0$, por lo tanto toda la velocidad está en la dirección x, Por lo tanto de (3.17) (ver A7):

$$V_x = 2 u(y) / (1 + \xi).$$

En este mismo caso pero para el flujo uniforme tenemos:

$$V_x = 2 u,$$

donde $u = u(y)$. Aquí vemos que otro de los efectos que tiene un gradiente de velocidad sobre las partículas asimiladas es el de hacer su velocidad máxima más pequeña, si $\xi > 0$; y más grande, si $\xi < 0$, que la que tendrían si el flujo fuera uniforme.

3.3 Energía de los iones asimilados (ver A8).

Se obtuvo la energía cinética de una sola partícula para la simplificación de baja velocidad:

$$E_c = (M/2) [2u(y) \Omega (y-y_0) - \Omega^2 \xi (y-y_0)^2]. \quad (3.20)$$

En esta igualdad puede verse otro efecto del gradiente de velocidad. Si no existe gradiente de velocidad, es decir, si $\xi = 0$, el segundo sumando se anula; esto es, la energía de los iones asimilados es menor en un gradiente de velocidad que sin él (para las mismas $u(y)$ y Ω), para $\xi > 0$ y mayor para $\xi < 0$.

B) TEORIA MACROSCOPICA.

En la sección anterior estudiamos algunos de los efectos que el gradiente de velocidad induce sobre una partícula individual, en ésta veremos los efectos en el conjunto, es decir, en el plasma asimilado.

3.4 Componentes promedio de la velocidad (ver A7 y A9).

Por un punto cualquiera $P = (x, y, z)$, dentro de la región donde existe un gradiente de velocidad, pasan muchas partículas. Las componentes promedio de la velocidad de todas las partículas que pasan por el punto P , cuando se utiliza la aproximación de baja velocidad, son:

$$\langle V_x \rangle = u(y) / (1 + \xi), \quad (3.21)$$

$$\langle V_y \rangle = 0 \quad (3.22)$$

y

$$\langle V_z \rangle = 0. \quad (3.23)$$

La velocidad media en la dirección "y" es cero debido a que el movimiento de las partículas en esa dirección es oscilatorio y por lo tanto en un punto dado el número de partículas que suben a

determinada velocidad es igual al número de partículas que bajan con la misma velocidad. La velocidad en la dirección "z" es cero porque, ya que nos encontramos en la aproximación de baja velocidad, la V_z siempre es cero. Las velocidades promedio $\langle V_y \rangle$ y $\langle V_z \rangle$ serían cero aún cuando las velocidades tomadas para las partículas fueran el caso general; en el caso de $\langle V_y \rangle$ por la misma razón dada para el caso de baja velocidad y en el caso de $\langle V_z \rangle$ porque dado que las velocidades de las partículas en esta dirección son las iniciales y éstas son las velocidades térmicas entonces si el gas neutro se encuentra en equilibrio debe haber el mismo número de partículas de una velocidad que se mueven en la dirección "z" que el número de partículas que se mueven en la dirección "-z", por lo tanto el promedio será cero.

Este es el primer resultado del tratamiento macroscópico; la velocidad promedio de los iones asimilados, es decir, la velocidad macroscópica del plasma asimilado va en la misma dirección del flujo y es menor que la de éste, si $\xi > 0$, y mayor, si $\xi < 0$, debido a la presencia del gradiente. Si el flujo fuera uniforme la velocidad del plasma asimilado sería igual a la del flujo. Esto quiere decir que el plasma asimilado en un gradiente de velocidad se va retrasando (o adelantando) con respecto al plasma del flujo. Este resultado podría parecer contradictorio con respecto a los resultados de la magnetohidrodinámica ya que si tomamos la deriva deducida por ésta:

$$\langle V \rangle = |\mathbf{E} \times \mathbf{B}| / B^2$$

y sustituimos los valores de \mathbf{E} y \mathbf{B} entonces tenemos $\langle V \rangle = u(y)$ i en contradicción con los resultados obtenidos en este trabajo.

Esta aparente contradicción se debe a que en el caso de la magnetohidrodinámica el radio de giro se supone cero y por lo tanto los iones no ven un gradiente de velocidad. Por otro lado, en el presente trabajo el radio de giro se toma distinto de cero y por lo tanto la partícula sí ve un gradiente de velocidad al describir su giro.

3.5 Densidad del plasma asimilado (ver A10).

Se calculó la densidad del plasma asimilado utilizando la velocidad promedio antes calculada y la ecuación de continuidad, y se obtuvieron los siguientes resultados:

La densidad n del gas de iones asimilados puede expresarse de tres maneras. La primera es

$$n/n_{sg} = (1+\xi)U/u(y), \quad (3.24)$$

en la cual n_{sg} es la densidad que habría si no existiera el gradiente de velocidad.

Como en todo el cálculo la velocidad del flujo se ha considerado lineal en "y" entonces (3.24) puede expresarse:

$$n/n_{sg} = [u(0) + \nabla u(0)\delta] (1+\xi) / [(u(0) + \nabla u(0)y)]. \quad (3.25)$$

Y si $u(0) = 0$ entonces:

$$n/n_{sg} = (\delta/y) (1+\xi), \quad (3.26)$$

donde δ es el ancho de la región con gradiente de velocidad.

De estos resultados podemos ver que el efecto que tiene el gradiente de velocidad sobre la densidad del plasma asimilado es el de incrementarla, tanto más conforme más baja es la velocidad. Este incremento es mayor cuando el valor de ξ es positivo que cuando es negativo como puede verse fácilmente en (3.26). En el

caso de $\xi < 0$ existe una región en la cual la densidad es menor que en el flujo uniforme y ésta es cuando:

$$y/\delta > 1 + \xi.$$

Además, en el caso de ξ negativo las partículas se desplazan hacia regiones en las que la velocidad del flujo es menor y por lo tanto existe la posibilidad de que se pierdan en la frontera inferior del gradiente. Si esto pasa tendrá un efecto sobre la densidad que no ha sido considerado por el modelo. Lo mismo puede decirse para el caso positivo pero ahora para la frontera superior.

Un ambiente ideal para estudiar el comportamiento de la densidad del plasma asimilado es en la vecindad de un cometa. En las cercanías de un cometa el viento solar es frenado por la masa asimilada al ionizarse la coma neutra. Esta situación produce un gradiente de velocidad, que de acuerdo a las observaciones realizadas por las sondas ICE, en el cometa Giacobini-Zinner; y Giotto, en los cometas Halley y Grigg-Skjellerup, respectivamente, se aproxima a un gradiente lineal (Amata 1991; Balsiger 1986). Por otro lado, en el interior de la cometofunda, que es en donde existe el gradiente de velocidad, el campo magnético promedio es casi constante en intensidad. Por lo tanto el viento solar que interacciona con un cometa es un medio adecuado para la aplicación del modelo.

Cuando se mide la densidad de iones asimilados al acercarnos al núcleo de un cometa, ésta se incrementa (Gloeckler et al. 1986, Ip 1989 y Glassmeier y Neubauer 1993). Este aumento en la densidad se debe no únicamente al incremento inducido por la

presencia del gradiente de velocidad sino que también contribuirá el hecho evidente de que debido a la simetría esférica de la nube de gas neutro alrededor del cometa éste es más denso cerca del núcleo que lejos de él. Por esta razón antes de poder comparar los efectos que el gradiente de velocidad produce en la densidad de iones asimilados debemos calcular cual sería el efecto si el incremento en densidad sólo se debiera a la presencia de una mayor cantidad de neutros en las cercanías del núcleo.

A una distancia r_0 del núcleo del cometa la densidad del gas neutro será N_0 . En un cascarón esférico de grosor dr la masa M contenida es:

$$M(r_0) = 4\pi r_0^2 N_0 m dr,$$

donde m es la masa de una partícula.

Si este cascarón se expande radialmente con velocidad constante, (la velocidad de expansión se puede considerar casi constante de acuerdo con Combi 1989) el espesor no cambiará y seguirá siendo dr . Por lo tanto a una distancia r la masa del cascarón será:

$$M(r) = 4\pi r^2 N(r) m dr.$$

Como la masa se conserva, es decir, no hay pérdida de partículas entonces:

$$M(r) = M(r_0),$$

y de las tres igualdades anteriores:

$$4\pi r_0^2 N_0 m dr = 4\pi r^2 N(r) m dr.$$

De aquí despejamos $N(r)$ y obtenemos:

$$N(r) = r_0^2 N_0 / r^2. \quad (3.27)$$

Por lo tanto la densidad de neutros disminuye como el inverso

del cuadrado de la distancia al núcleo.

La densidad $n(\mathbf{r})$ de iones asimilados medidos en el punto $\mathbf{r}=(x,y,z)$ (ver figura 3.4), (El origen de coordenadas se encuentra en el núcleo del cometa, x es la coordenada en la dirección Sol-cometa, z la dirección perpendicular a la eclíptica y " y " la dirección perpendicular a las otras dos) no es proporcional a la densidad de moléculas neutras ya que la densidad en un punto cualquiera es debida a todos los iones arrastrados por el viento solar desde el borde de la coma hasta el punto en cuestión. Por esta razón es de esperar mayor densidad entre más atrás de la cola cometaria nos encontremos. La densidad de iones asimilados es:

$$n(\mathbf{r}) = \int_{x_0}^{x_1} aN(\mathbf{r})A dx, \quad (3.28)$$

donde a es una constante que indica la fracción de neutros que se ionizan, A es una superficie unitaria perpendicular al flujo del viento solar, x_0 es la coordenada x de \mathbf{r} y x_1 es la componente x del punto en el "borde" de la coma por el cual pasa la línea paralela al flujo y que pasa por \mathbf{r} .

De (3.27) y (3.28) tenemos:

$$n(\mathbf{r}) = \int_{x_0}^{x_1} a(r_0^2 N_0 / r^2) A dx.$$

De la figura podemos ver que:

$$r^2 = x^2 + y^2.$$

Y si sustituimos este valor en la anterior nos queda:

$$n(\mathbf{r}) = \int_{x_0}^{x_1} a(r_0^2 N_0 / (x^2 + y^2)) A dx.$$

E integrando:

$$n(\mathbf{r}) = (ar_0 N_0 A / y) \operatorname{arctg}(x/y) \Big|_x^{x_1}. \quad (3.29)$$

De la figura 3.4 se puede apreciar que:

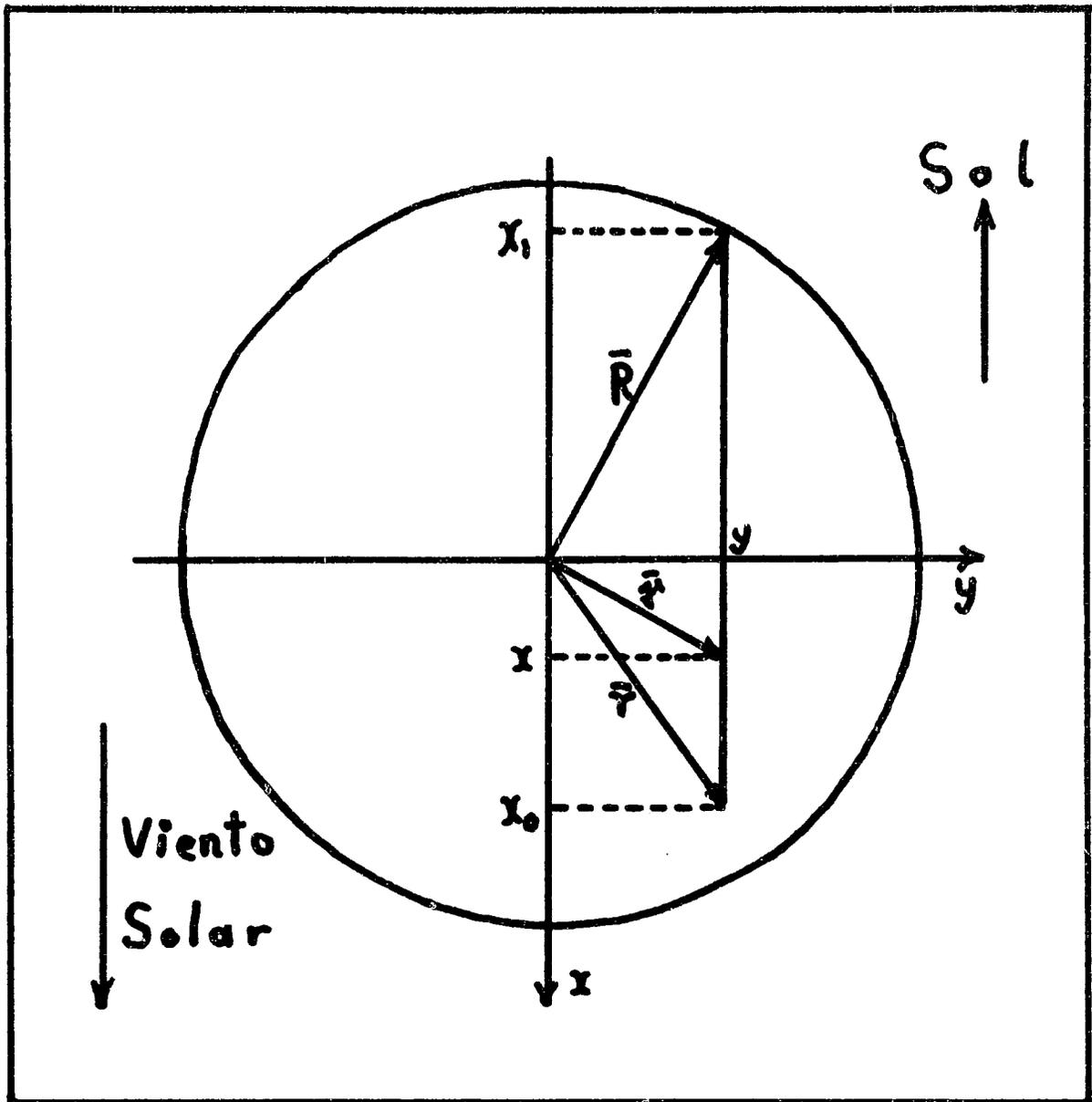


Figura 3.4

$$x_1 = (R^2 - y^2)^{1/2}.$$

Y por lo tanto sustituyendo este valor en (3.29) queda:

$$n(r) = (a_0 N_0 A / y) [\arctg((R^2 - y^2)^{1/2} / y) - \arctg(x / y)]. \quad (3.30)$$

Esta sería la densidad de iones si suponemos que sólo es función de la densidad de neutros y del arrastre del viento solar.

De los resultados del modelo sabemos que la densidad inducida por el gradiente de velocidad es:

$$n / n_{sg} = (\delta / y) (1 + \xi), \quad (3.26)$$

donde n_{sg} es la densidad si no hubiera gradiente, por lo tanto en el caso de los cometas debemos suponer que:

$$n_{sg} = n(r),$$

donde $n(r)$ es el mismo dado en (3.30).

Por lo tanto la densidad debida a los dos efectos, gradiente de velocidad y disminución de los neutros con el inverso del cuadrado de la distancia, se obtendrá sustituyendo (3.30) en (3.26) y quedará:

$$n = (a_0 N_0 A / y) [\arctg((R^2 - y^2)^{1/2} / y) - \arctg(x / y)] (\delta / y) (1 + \xi). \quad (3.31)$$

De esta manera tenemos que la densidad de iones asimilados en las cercanías de un cometa viene dada por la ecuación (3.30) fuera del gradiente de velocidad y por la ecuación (3.31) dentro de éste.

En el cometa Giacobini-Zinner el paso de la nave ICE fue casi perpendicular a la dirección Sol-cometa y puesto que pasó muy cerca del núcleo entonces podemos considerar que la x valía cero en todo momento, por lo tanto las ecuaciones (3.30) y (3.31)

adoptarán la siguiente forma:

$$n(r) = (ar_0 N_0 A / y) [\operatorname{arctg}((R^2 - y^2)^{1/2} / y)] \quad (3.32)$$

y

$$n = (ar_0 N_0 A / y) [\operatorname{arctg}((R^2 - y^2)^{1/2} / y)] (\delta / y) (1 + \xi). \quad (3.33)$$

En la figura 3.5 vemos la densidad de iones asimilados O^+ medidos por el ICE en las cercanías del cometa Giacobini-Zinner. También tenemos dos curvas teóricas, la marcada con (1) es la gráfica de la función (3.32) en todo el intervalo de valores de "y". La marcada con (2) es la gráfica de dos funciones, la función (3.32) fuera del gradiente y la función (3.33) dentro del gradiente. Se puede apreciar que la curva (1) se ajusta a los datos en la sección sin gradiente pero dentro de la región donde el gradiente es diferente de cero el ajuste es malo. En cambio la curva (2) se ajusta en todo el intervalo. La diferencia entre las dos curvas muestra el efecto que sobre la densidad de iones asimilados tiene el gradiente de velocidad.

3.6 Densidad de energía del plasma asimilado (ver A11).

Si ϵ es la densidad de energía del plasma asimilado, ésta se expresará de la siguiente manera:

$$\epsilon = n_{sg} MU^2 (1 - \xi) (y / \delta) / (1 + \xi). \quad (3.34)$$

Pero como la densidad de energía en flujo uniforme de velocidad U es:

$$\epsilon_{sg} = n_{sg} MU^2.$$

Entonces podemos expresarla como una densidad relativa:

$$\epsilon / \epsilon_{sg} = (y / \delta) (1 - \xi) / (1 + \xi).$$

Cuando $\xi > 0$ y como y / δ es menor que la unidad y $(1 - \xi) / (1 + \xi)$

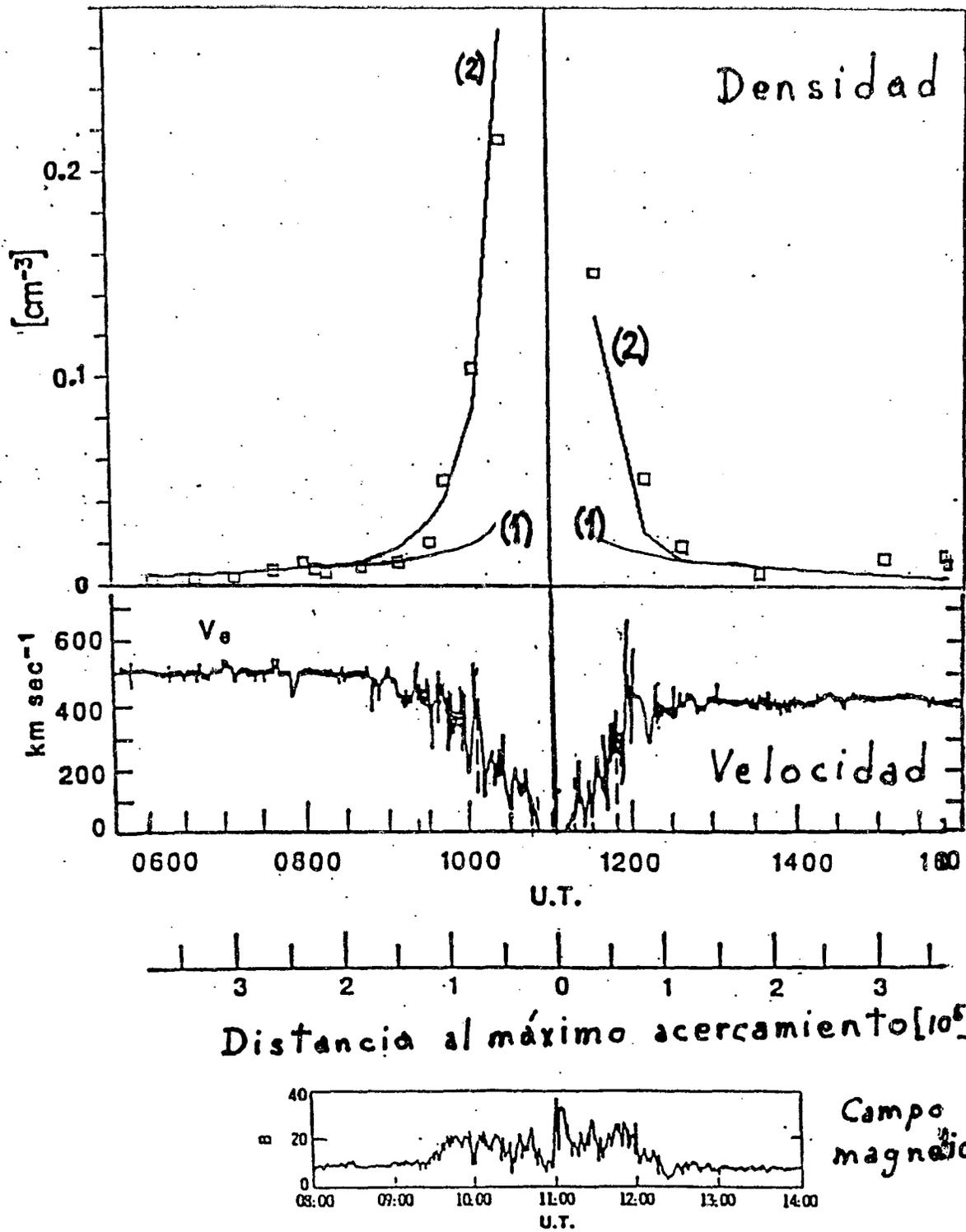


Figura 3.5

también entonces tenemos que la densidad de energía es menor que la misma para un flujo uniforme. Si $\xi < 0$, entonces la densidad de energía será menor que en el flujo uniforme en la región:

$$\gamma/\delta < (1+\xi)/(1-\xi),$$

y para γ/δ mayor que ese valor la densidad de energía será mayor que para el flujo homogéneo.

3.7 Presión y temperatura del plasma asimilado (A12 y A13).

Utilizando la ecuación politrópica y la ecuación de estado de un gas ideal se pudo obtener también la presión y la temperatura para el plasma asimilado:

$$P/P_{sg} = (n/n_{sg})^\gamma \quad (3.35)$$

y

$$T/T_{sg} = (n/n_{sg})^{\gamma-1}. \quad (3.36)$$

Esta γ no hay que confundirla con la γ relativista, en este caso tenemos que:

$$\gamma = (C_p - C_x)/(C_v - C_x).$$

donde C_p es el calor específico a presión constante, C_v a volumen constante y C_x es el calor específico del proceso bajo estudio.

Es interesante hacer notar que de las observaciones de las naves Vega se puede inferir que la temperatura del plasma de iones asimilados aumenta hacia las regiones en las que también la densidad aumenta (Somogyi et al. 1990) que, por otra parte, es lo que se observa en la ecuación (3.36).

CAPITULO 4.

MODELO ANALÍTICO DE ASIMILACIÓN DE MASA EN EL CASO EN EL QUE FLUJO Y CAMPO MAGNETICO FORMAN UN ANGULO θ ARBITRARIO.

Los resultados obtenidos en el capítulo anterior son resultados específicos para un caso muy especial y no pueden aplicarse a la mayor parte de los ambientes en los que ocurre la asimilación de masa. Por esta razón es necesario generalizar la teoría para poder acoplarla a casos más realistas. Una generalización posible es ver qué pasa cuando el campo magnético y la velocidad del flujo forman un ángulo θ arbitrario. El caso $\theta = \pi/2$ sería el caso tratado en el capítulo anterior. Tanto en los cometas como en los planetas no-magnéticos se presenta el caso en que $\theta < \pi/2$, incluso $\theta = 0$, por lo tanto es importante desarrollar la teoría en esa dirección.

A) TEORIA MICROSCOPICA.

4.1 Trayectorias de los iones asimilados.

Para desarrollar este nuevo aspecto de la teoría fijémos en la figura 4.1. El campo magnético lo tendremos en la dirección "z'" pero en este caso la velocidad del flujo tiene componentes "x'" y "z'" de la siguiente manera:

$$\mathbf{B} = B_0 \mathbf{k}'$$

y

$$\mathbf{u} = u_x \mathbf{i}' + u_z \mathbf{k}'.$$

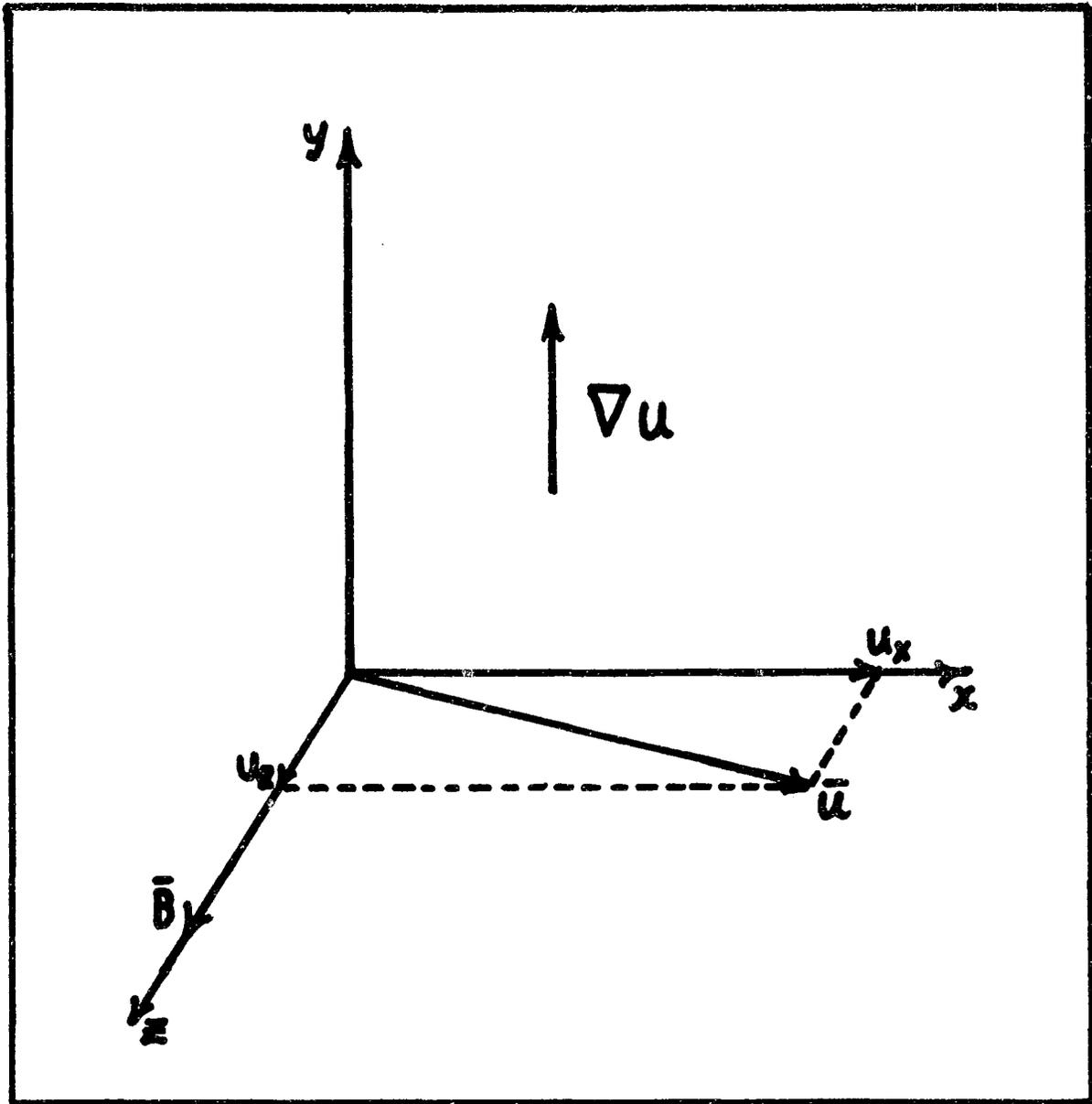


Figura 4.1

Por lo tanto en este caso el campo eléctrico convectivo es:

$$\mathbf{E} = -\mathbf{u} \times \mathbf{B} = u_x' B_0 \mathbf{j}'.$$

Puesto que el campo magnético lo tenemos en la dirección "z'" entonces la fuerza de Lorentz es la misma que en el capítulo anterior pero en las coordenadas primas, por lo tanto la ecuación de movimiento será:

$$M \frac{d^2 \mathbf{r}'}{dt^2} = q u_x' \mathbf{j}' + q (V_y' B_0 \mathbf{i}' - V_x' B_0 \mathbf{j}').$$

La cual se puede separar en componentes:

$$\frac{d^2 x'}{dt^2} = \Omega \frac{dy'}{dt}, \quad (4.1)$$

$$\frac{d^2 y'}{dt^2} = -\Omega \frac{dx'}{dt} + \Omega u_x' \quad (4.2)$$

y

$$\frac{d^2 z'}{dt^2} = 0, \quad (4.3)$$

donde:

$$\Omega = qB_0/M,$$

$$V_x' = \frac{dx'}{dt}$$

y

$$V_y' = \frac{dy'}{dt}.$$

Como podemos ver (4.1), (4.2) y (4.3) son idénticas en forma a las ecuaciones (3.1), (3.2) y (3.3) con la única diferencia de que en vez de aparecer u aparece la componente u_x' y en lugar de las coordenadas sin primas aparecen las coordenadas primadas. De esto podemos concluir que si u_x' es lineal se pueden aplicar todos los resultados del capítulo anterior al presente caso con la condición de sustituir u_x' por u en las fórmulas donde ésta aparezca.

Por lo tanto las soluciones de (4.1), (4.2) y (4.3) serán casi una copia de las ecuaciones (3.4), (3.5) y (3.6):

$$x' - x_0' = (\Omega^2/\phi^2) (u_{x'}(y_0') - V_{x_0'}) [t - (1/\phi) \text{sen}(\phi t)] - (V_{y_0'}\Omega/\phi^2) \cos(\phi t) + V_{x_0'} t$$

$$y' - y_0' = (\Omega/\phi^2) (u_{x'}(y_0') - V_{x_0'}) [1 - \cos(\phi t)] + (V_{y_0'}/\phi) \text{sen}(\phi t)$$

Y

$$z' - z_0' = V_{z_0'} t.$$

En donde las diferencias serán que:

$$\phi = \Omega (1-\epsilon)^{1/2}$$

Y

$$\epsilon = (1/\Omega) du_{x'}/dy'.$$

Como $u_{x'} = u \text{ sen } \theta$ entonces:

$$\epsilon = \xi \text{ sen } \theta,$$

donde ξ ésta definida como en el capítulo anterior.

Si continuamos con la aproximación de baja velocidad, es decir, $V_{x_0'} = V_{y_0'} = V_{z_0'} = 0$ entonces la solución anterior queda:

$$x' - x_0' = (u_{x'}(y_0')/(1-\epsilon)) [t - (1/\phi) \text{sen}(\phi t)],$$

$$y' - y_0' = (u_{x'}(y_0')/[\Omega(1-\epsilon)]) [1 - \cos(\phi t)]$$

Y

$$z' - z_0' = 0.$$

Siguiendo todos los pasos del capítulo anterior puede uno calcular las velocidades y las energías para cada partícula pero eso no nos llevaría a nada nuevo, por lo tanto nos interesaremos más en el comportamiento macroscópico del plasma asimilado.

B) TEORIA MACROSCOPICA.

4.2 Velocidad de conjunto del plasma asimilado

La velocidad de flujo del plasma asimilado será por similitud con las ecuaciones (3.21), (3.22) y (3.23):

$$\begin{aligned}\langle V_{x'} \rangle &= u_{x'}(y')/(1+\epsilon), \\ \langle V_{y'} \rangle &= 0\end{aligned}$$

y

$$\langle V_{z'} \rangle = 0,$$

o lo que es lo mismo, sustituyendo los valores de $u_{x'}$ y de ϵ :

$$\begin{aligned}\langle V_{x'} \rangle &= u(y') \operatorname{sen} \theta / (1 + \xi \operatorname{sen} \theta), \\ \langle V_{y'} \rangle &= 0\end{aligned}\quad (4.4)$$

y

$$\langle V_{z'} \rangle = 0.$$

En el estudio del plasma asimilado en un cometa o en un planeta no magnético es conveniente que el eje "x" quede en la dirección del flujo del viento solar ya que por convención esto se hace así en la mayor parte de la literatura, por lo tanto todos los resultados que se obtengan por el camino anterior se transformarán en el nuevo marco de referencia de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}F_x &= F_{z'} \cos \theta + F_{x'} \operatorname{sen} \theta, \\ F_z &= F_{z'} \operatorname{sen} \theta - F_{x'} \cos \theta\end{aligned}\quad (4.5)$$

y

$$F_y = F_{y'},$$

donde F_x , F_y y F_z son las componentes de un vector F cualquiera en el nuevo sistema de coordenadas y $F_{x'}$, $F_{y'}$ y $F_{z'}$ en el sistema anterior.

Aplicando las transformaciones (4.5) a las ecuaciones (4.4) nos queda:

$$\langle V_x \rangle = u(y) \frac{\sin^2 \theta}{(1 + \xi \sin \theta)},$$

$$\langle V_z \rangle = -u(y) \frac{\sin \theta \cos \theta}{(1 + \xi \sin \theta)}$$

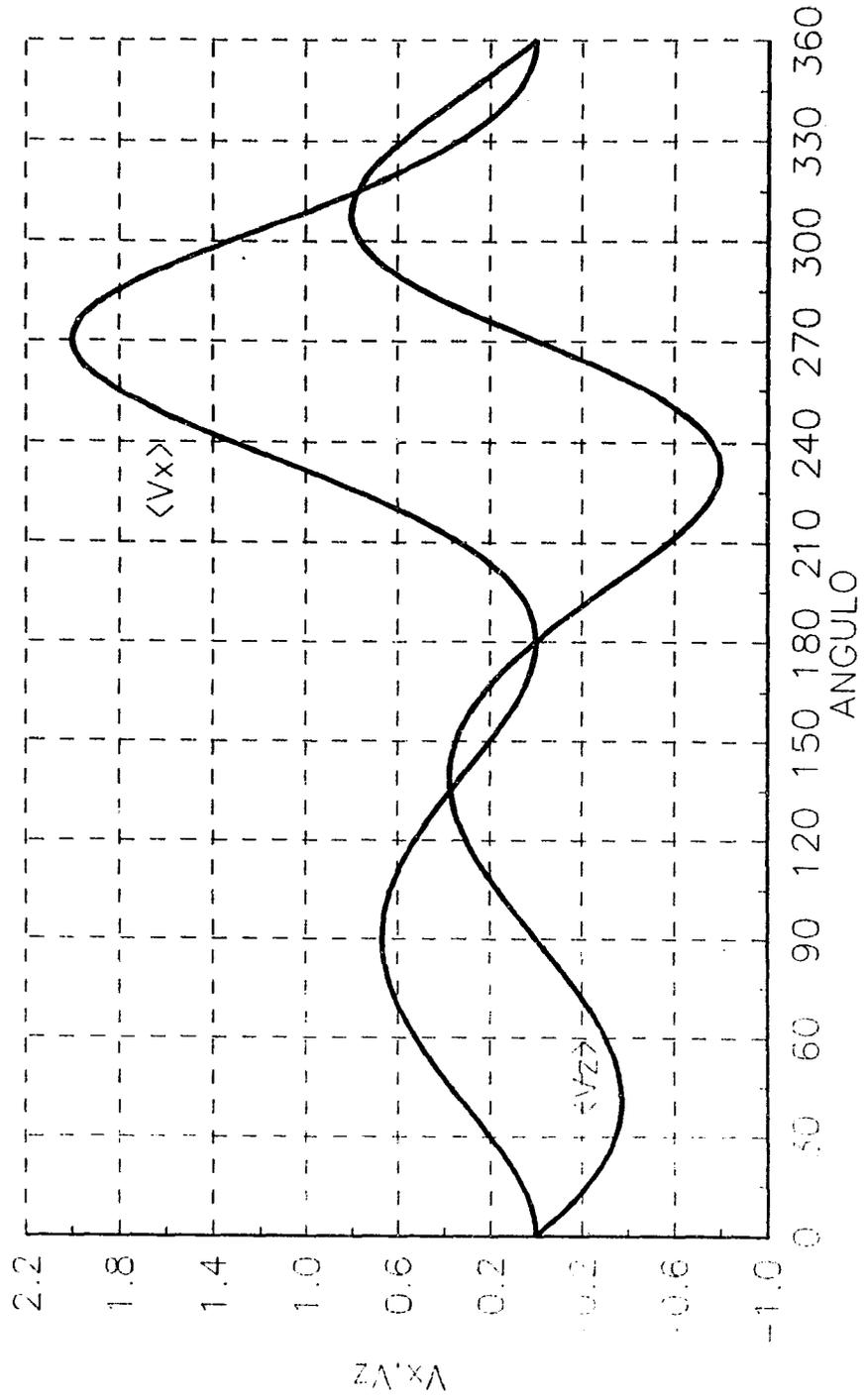
y

$$\langle V_y \rangle = 0.$$

Cuando θ es diferente de $\pi/2$ vamos a tener un arrastre en la dirección del flujo y otro perpendicular a éste. En general la velocidad de deriva paralela al flujo tiene dos ángulos para los cuales es igual a la del flujo, un intervalo entre estos dos que es mayor que la del flujo y otro intervalo que es menor que la de éste. Como ejemplo en la figura 4.2 y para el caso de $\xi = 0.5$, vemos las velocidades V_x y V_y , normalizadas a la velocidad del flujo. Para los valores de θ entre 232.5° y 307.5° la velocidad de deriva paralela al flujo (V_x) es mayor que la de éste y para todos los demás ángulos es menor. Para todos los ángulos la velocidad de deriva perpendicular al flujo (V_y) siempre es menor que la de éste. Podemos apreciar que mientras el arrastre paralelo es siempre positivo, el arrastre perpendicular es negativo para θ de 0 a $\pi/2$ y de π a $3\pi/2$ y positivo en todos los demás casos.

En un cometa o en un planeta no magnético las líneas del campo magnético arrastradas por el viento solar se enrollan alrededor del obstáculo y forman distintos ángulos con la velocidad del viento solar. Estos ángulos pueden ir desde 0 hasta 2π . Una consecuencia del resultado anterior, que sería una predicción de la teoría, la vemos ilustrada en la figura 4.3. Cuando el cometa se mueve en el campo magnético interplanetario, no importa si éste es positivo (que las líneas salen del Sol) o negativo (las

FIGURA 4.2



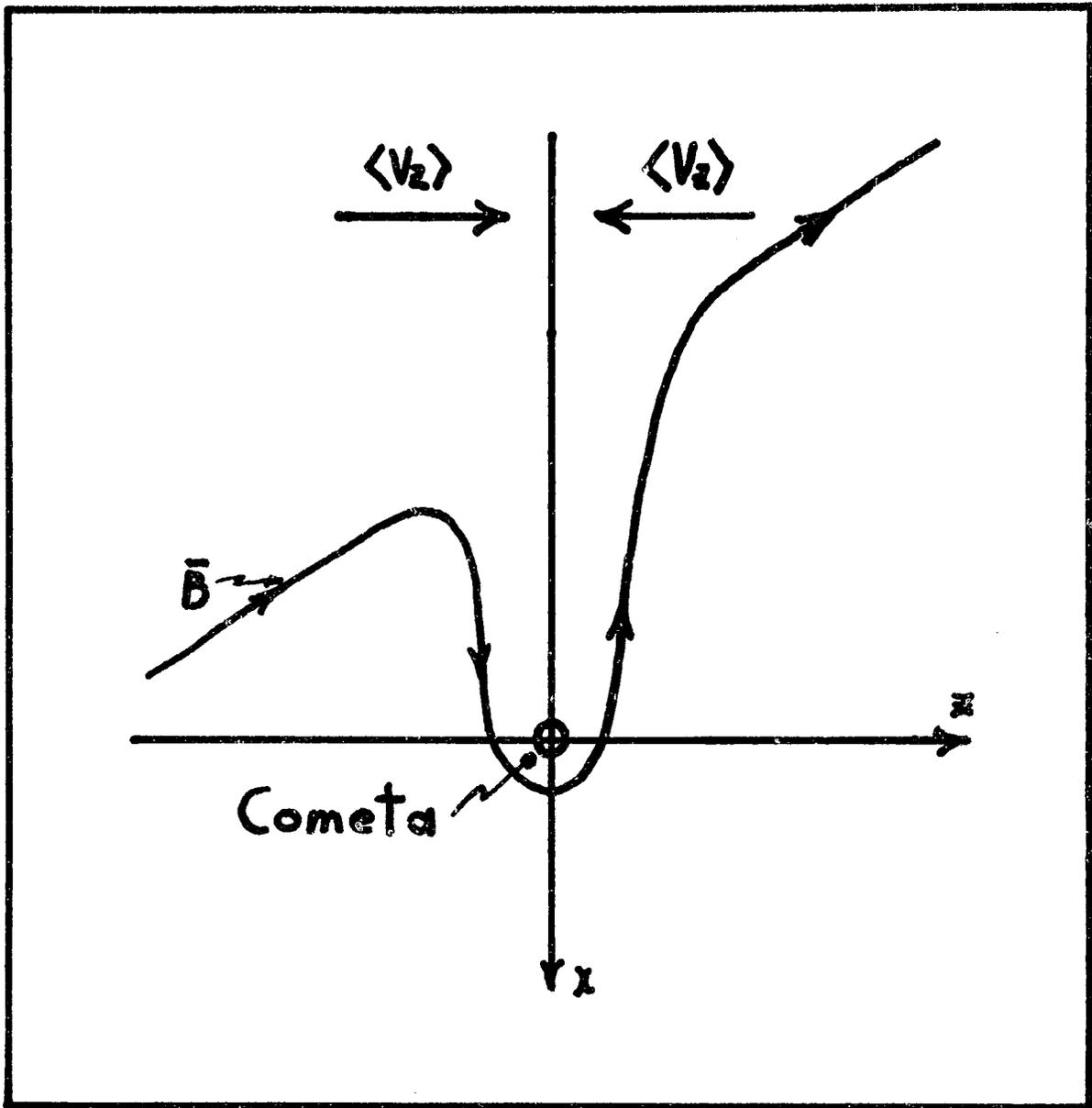


Figura 4.3

líneas entran al Sol) la deriva en la dirección z de los iones asimilados siempre es en dirección al eje Sol-cometa y por lo tanto la cola tiende a estrecharse. En la figura 4.4 podemos ver que la cola cometaria tanto antes como después de un desprendimiento de cola es más estrecha que la región de la coma.

4.3 Densidad de partículas asimiladas.

Otro resultado importante de la teoría es que la densidad de iones asimilados estará expresada de la siguiente manera:

$$n/n_{sg} = (1+c) U/u_x(y')$$

o lo que es lo mismo:

$$n/n_{sg} = |(1+\xi \operatorname{sen} \theta) U/[u(y') \operatorname{sen} \theta]|$$

En la figura 4.5 vemos una gráfica de esta expresión para un valor fijo de $U/u(y') = 2$, y para un valor de $\xi = 0.5$. En los puntos 0 , π y 2π los valores de n/n_{sg} alcanzan un valor infinito. Esto se debe a que en estos puntos no existe arrastre de parte del flujo y entonces los iones se acumulan indefinidamente. La gráfica no es completamente simétrica ya que los valores equivalentes de densidad son menores entre π y 2π que entre 0 y π . Valores equivalentes son aquéllos en los que el ángulo agudo entre u y B es el mismo. Esto se debe a que entre 0 y π el campo eléctrico convectivo apunta en la dirección positiva del eje y' y entre π y 2π el campo es negativo. Esto lleva a una asimetría en el comportamiento de las partículas tal que la velocidad de conjunto es mayor, y por lo tanto la densidad menor, en el intervalo π a 2π .

Si en las cercanías de un cometa nos movemos a lo largo de una

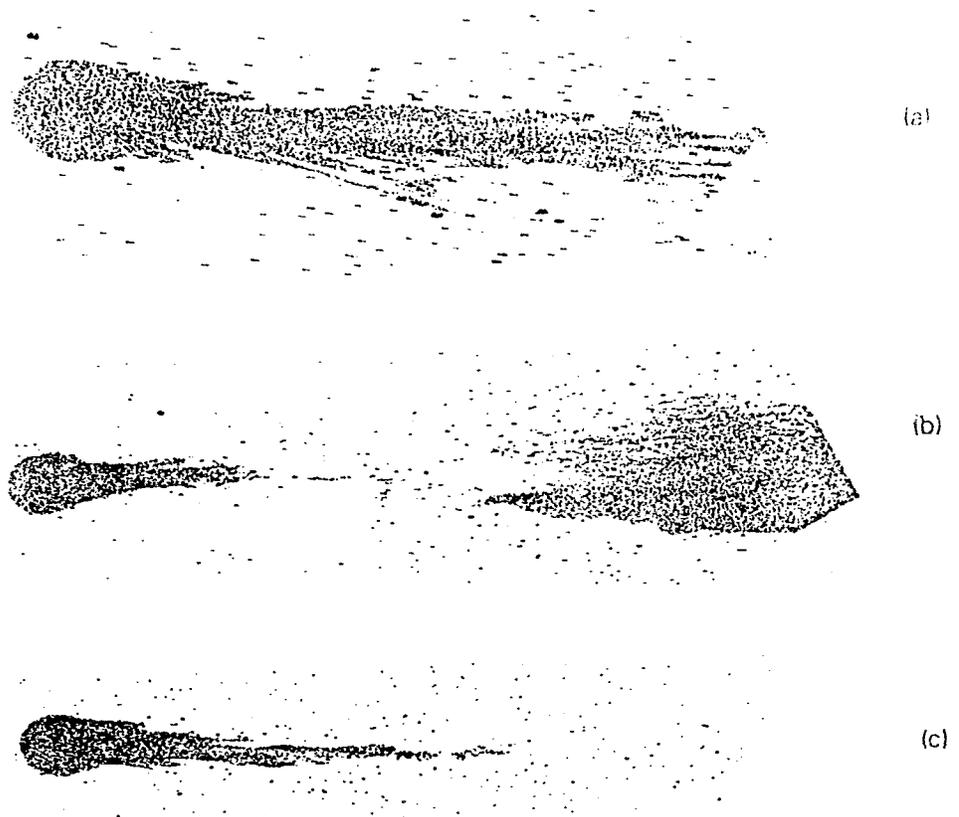
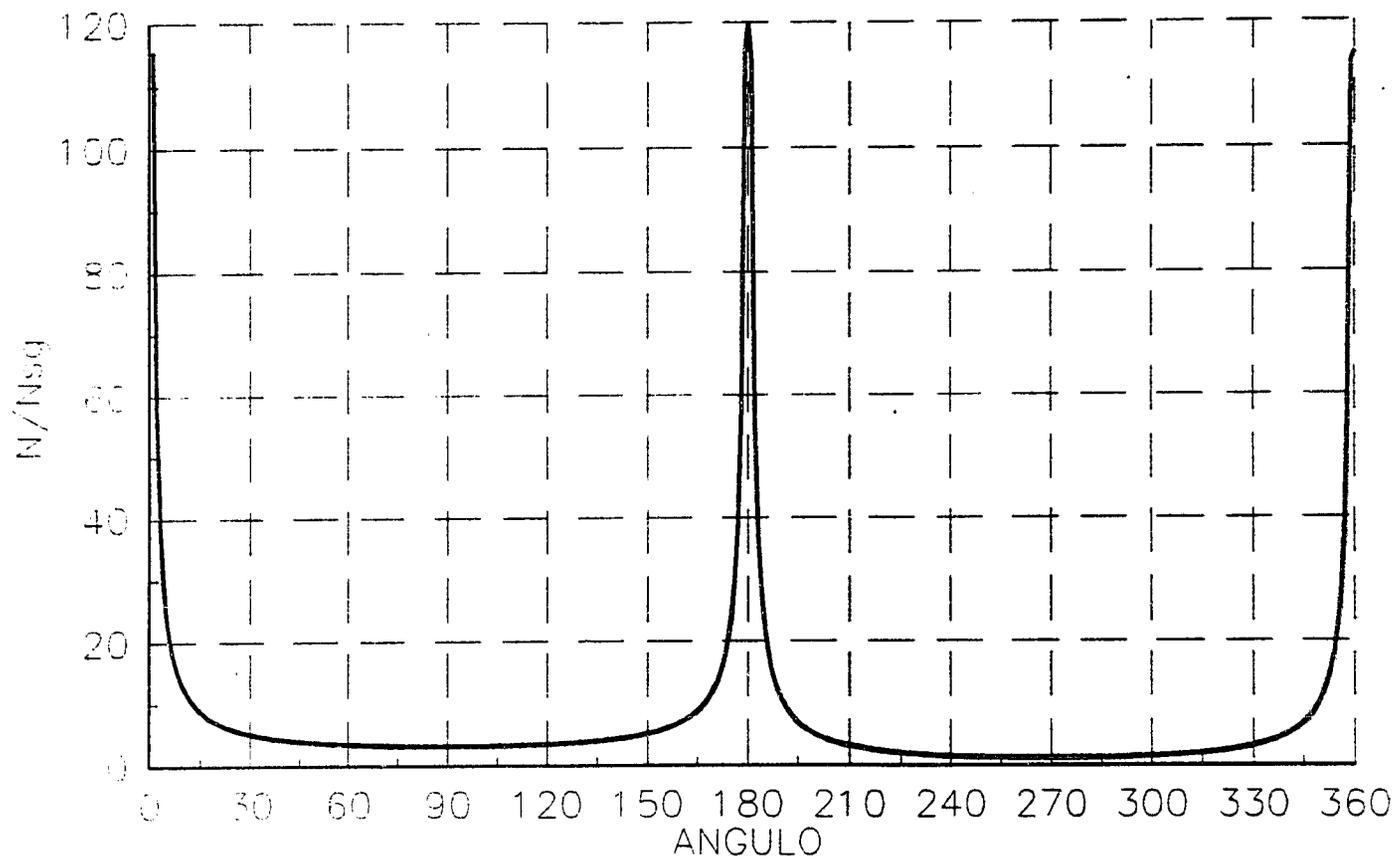


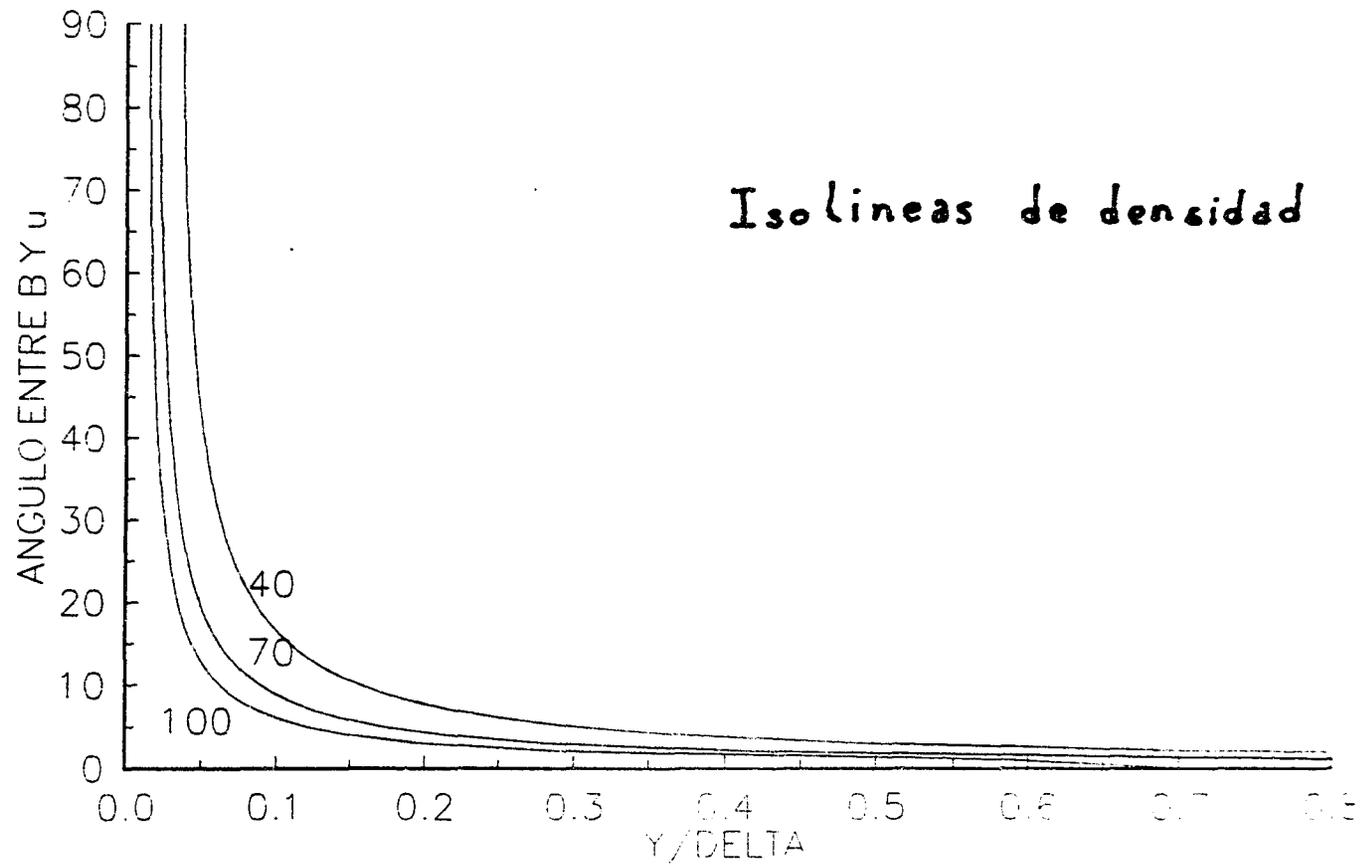
Figura 4.4 Secuencia de imágenes del cometa Halley tomadas los días 9 (a), 10 (b) y 11(c) de enero de 1986 en las cuales se ve un desprendimiento y posterior adelgazamiento de la cola al pasar de un sector positivo a uno negativo (Tomada de Brandt 1990).

FIGURA **4.5**



línea que pase por el núcleo de éste y sea perpendicular a las líneas del campo magnético interplanetario y a la dirección Sol-cometa, vamos a ir pasando sucesivamente por regiones en las que el ángulo entre u y B va cambiando. Lejos del cometa el ángulo es casi $\pi/2$ o $3\pi/2$, según sea la polaridad y cerca del núcleo es 0 o π , es decir, al acercarse al cometa el ángulo disminuye hasta un mínimo en las cercanías del núcleo (región "ecuatorial") y vuelve a crecer al alejarse de éste. La figura 4.6 muestra un diagrama de isolíneas de densidad que muestra que la mayor densidad se encuentra en la región "ecuatorial" y la menor en la región "polar". Si el cambio de ángulo es muy rápido la estructura de los iones asimilados será muy aplanada en la dirección polar y ancha en el "ecuador" tomando una forma de "tabla" o de elipsoide sumamente aplanado. Este tipo de estructura ya había sido propuesta por Pérez de Tejada (1990).

FIGURA 46



CAPITULO 5.

RECAPITULACION DE RESULTADOS.

Las principales contribuciones y resultados del presente trabajo se enumeran a continuación:

1) Esta es la primera vez que se ha estudiado el fenómeno de asimilación de masa desde un punto de vista analítico lo que permite llegar a conclusiones generales del mismo, cosa que no puede hacerse con simulaciones numéricas, que por fuerza modelan casos muy particulares aunque éstos sean realistas. El trabajo de Parker (1958) aunque también era analítico trataba un tema muy particular y no todo el fenómeno de asimilación de masa.

2) La forma de las trayectorias de las partículas asimiladas en un gradiente de velocidad son cuasi-trocoides y no trocoides como en el caso de un flujo uniforme. El gradiente de velocidad deforma las órbitas de las partículas con respecto a aquéllas que seguirían si el flujo fuera uniforme. Disminuye la amplitud de las órbitas de las partículas individuales cuando el valor de ξ es positivo, y aumenta cuando es negativo. Lo anterior significa que en el caso de $\xi > 0$ las partículas van a estar más compactadas y cuando $\xi < 0$ lo van a estar menos.

3) El resultado anterior se debe a que las trayectorias de las partículas en un marco de referencia moviéndose con el flujo son elipses (siempre y cuando $\xi < 1$) y no círculos como en un flujo uniforme. Parker (1958) obtuvo este resultado solamente para la aproximación de baja velocidad, pero en este trabajo hemos

encontrado que el resultado también es válido para el caso más general. Esto altera, de una manera todavía no considerada, la distribución de velocidades tal como ha sido estudiada por diversos autores (Coates et al. 1989; Somogy et al. 1990; Coates et al. 1990; Cowley et al. 1990) los cuales supusieron que las trayectorias vistas desde el centro guía eran círculos (ver figura 1.2).

4) El tamaño de la elipse en la dirección del movimiento del flujo se incrementa, al crecer ξ , cuando el gradiente de velocidad y el campo eléctrico son paralelos y disminuye cuando son antiparalelos. Esto último muestra que la distribución de velocidades, al menos la inicial, va a ser altamente dependiente del gradiente de velocidad y no una distribución de anillo como supusieron Coates et al (1989).

5) Los resultados obtenidos a partir de la aproximación $V_{x0} = V_{y0} = V_{z0} = 0$ son solamente válidos para aquellas regiones donde $V_0 \ll u$, es decir, en las regiones del gradiente en las que las velocidades iniciales de los iones asimilados (que son iguales a las velocidades térmicas de las partículas neutras a partir de las cuales nacen) son mucho menores que las velocidades del flujo. Sin embargo en las regiones donde existe un gradiente de velocidad y donde u es del orden de cero no se cumple que $V_0 \ll u$ y por lo tanto tales resultados no se pueden aplicar. Dadas las altas velocidades del viento solar y las bajas velocidades térmicas de los iones asimilados, tanto en cometas como en planetas no magnéticos, en general la aproximación de baja velocidad es adecuada para el estudio de estos ambientes.

6) Otro de los efectos que tiene un gradiente de velocidad sobre las partículas asimiladas es el de hacer su velocidad máxima más pequeña, si $\xi > 0$; y más grande, si $\xi < 0$, que la que tendrían si el flujo fuera homogéneo. En el caso del flujo homogéneo la velocidad máxima es $2u(y)$ pero con gradiente es esta misma incrementada o disminuida en un factor de $(1+\xi)^{-1}$.

7) La energía cinética de los iones asimilados es menor en cada punto "y" donde el flujo es $u(y)$ de lo que sería en un flujo homogéneo con velocidad $u(y)$, si $\xi > 0$ y mayor si $\xi < 0$.

8) El primer resultado del tratamiento macroscópico es que la velocidad promedio de los iones asimilados, es decir, la velocidad macroscópica del plasma asimilado cuando el ángulo θ entre \mathbf{u} y \mathbf{B} es $\pi/2$, va en la misma dirección del flujo y es menor que la de éste, si $\xi > 0$, y mayor, si $\xi < 0$, debido a la presencia del gradiente. Si el flujo fuera homogéneo la velocidad del plasma asimilado sería igual a la del flujo. Esto quiere decir que el plasma asimilado en un gradiente de velocidad se va retrasando (o adelantando) con respecto al plasma del flujo.

Cuando θ es diferente de $\pi/2$ vamos a tener un arrastre en la dirección del flujo y otro perpendicular a éste. En general la velocidad de deriva paralela al flujo tiene dos ángulos para los cuales es igual a la del flujo, un intervalo entre estos dos que es mayor que el flujo y otro intervalo que es menor que éste. Por otro lado, la deriva perpendicular siempre tiene una velocidad menor a la del flujo. El arrastre paralelo siempre es positivo, es decir, siempre va en la dirección del flujo, pero el arrastre perpendicular puede ser positivo o negativo dependiendo del

ángulo θ .

9) El efecto que tiene el gradiente de velocidad sobre la densidad del plasma asimilado es la de incrementarla conforme se adentra uno en la región de baja velocidad. Este incremento es mayor cuando ξ es positivo que cuando es negativo. En el caso de $\xi < 0$ existe una región en la cual la densidad es menor que en el flujo homogéneo y ésta es:

$$y/\delta > 1+\xi$$

10) Sobre la densidad de energía también tiene un efecto el gradiente de velocidad. Si $\xi > 0$ la densidad de energía es menor que la misma para un flujo uniforme. Si $\xi < 0$ entonces la densidad de energía será menor que en el flujo uniforme solamente cuando:

$$y/\delta < (1+\xi)/(1-\xi)$$

Para valores mayores que ese valor la densidad de energía será mayor que para el flujo uniforme.

11) El gradiente de velocidad también produce efectos sobre la presión del plasma ya que se obtiene el resultado de que la presión normalizada a la presión sin gradiente es igual a la densidad (también normalizada) elevada a la potencia γ , siendo esta última el índice politrópico.

12) Como último resultado tenemos que el gradiente de velocidad también afecta a la temperatura del plasma, la cual viene expresada como la densidad elevada a la potencia $\gamma-1$.

De todos estos resultados podemos inferir la importancia de una teoría analítica del fenómeno de asimilación de masa y vemos que surge una mayor comprensión de éste y del entorno por él afectado.

APENDICE
CALCULOS DE LA TEORIA
A) TEORIA MICROSCOPICA

A.1 Trayectorias de los iones asimilados en un flujo no colisional.

Supongamos que tenemos un flujo de plasma en una sola dimensión no colisional, con un gradiente de velocidad en el cual el vector velocidad sólo depende de la coordenada "y", y únicamente tiene componente en la dirección x,

$$\mathbf{u} = u(y)\mathbf{i},$$

el cual supondremos lineal con respecto a "y".

Adicionalmente tenemos que existe un campo magnético de magnitud constante $|B_0|$ y componente únicamente en la dirección z

$$\mathbf{B} = B_0\mathbf{k}.$$

La componente z del campo (la única que existe), B_0 , es un número que puede ser positivo o negativo y su signo determina el sentido del campo magnético.

La dirección "x" positiva será en la dirección del flujo, la dirección "y" positiva la tomaremos en la dirección del gradiente de velocidad, es decir, $\mathbf{j} = \nabla u / |\nabla u|$. Finalmente la dirección positiva de "z" es $\mathbf{k} = \mathbf{i} \times \mathbf{j}$.

A las partículas, que siendo previamente neutras, se ionicen dentro de este sistema se dirá que "nacen" dentro del sistema. Esto se debe a que cuando son neutras no hay interacción con el

flujo.

La trayectoria de un ion que nace en las condiciones anteriores tiene las siguientes componentes:

$$x-x_0 = (\Omega^2/\omega^2) (u(y_0) - V_{x0}) [t - (1/\omega) \text{sen}(\omega t)] - (V_{y0}\Omega/\omega^2) \cos(\omega t) + V_{x0}t \quad (\text{A.1})$$

$$y-y_0 = (\Omega/\omega^2) (u(y_0) - V_{x0}) [1 - \cos(\omega t)] + (V_{y0}/\omega) \text{sen}(\omega t) \quad (\text{A.2})$$

y

$$z - z_0 = V_{z0} t. \quad (\text{A.3})$$

La curva descrita por las ecuaciones (A.1), (A.2) y (A.3), y de la cual vemos tres casos especiales en la figura 4.1, es muy similar a una trocoide. Por lo cual se le puede llamar una cuasi-trocoide.

Dedución:

En cuanto una partícula nace dentro del sistema es afectada y acelerada por el campo eléctrico convectivo

$$\mathbf{E} = - \mathbf{u} \times \mathbf{B} = B_0 u(y) \mathbf{j}. \quad (\text{A.4})$$

La dirección de este campo eléctrico depende del signo de B_0 ya que $u(y)$ siempre es en la dirección i .

Las partículas que nacen en el sistema tienen la siguiente ecuación de movimiento:

$$M \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = q\mathbf{E} + q(\mathbf{V} \times \mathbf{B}). \quad (\text{A.5})$$

M es la masa de los iones asimilados, q su carga, \mathbf{r} su posición y \mathbf{V} su velocidad, t es el tiempo.

De (A.4) y (A.5) y desarrollando los productos:

$$M \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = q B_0 u(y) \mathbf{j} + q (V_y B_0 \mathbf{i} - V_x B_0 \mathbf{j}).$$

V_x y V_y son las componentes "x" y "y" de la velocidad de los iones.

Esta es una ecuación vectorial y se puede descomponer en tres ecuaciones escalares:

$$M \frac{d^2 x}{dt^2} = q V_y B_0,$$

$$M \frac{d^2 y}{dt^2} = q B_0 u(y) - q V_x B_0$$

y

$$M \frac{d^2 z}{dt^2} = 0.$$

Dividiendo estas tres ecuaciones entre M y haciendo $\Omega = qB_0/M$, tenemos:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = \Omega \frac{dy}{dt}, \quad (\text{A.6})$$

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = -\Omega \frac{dx}{dt} + \Omega u(y) \quad (\text{A.7})$$

y

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = 0. \quad (\text{A.8})$$

En estas ecuaciones se han sustituido las componentes de la velocidad V_x , V_y por sus derivadas equivalentes.

A lo largo de este trabajo muchas veces nos referiremos a Ω como la frecuencia de giro Ω_g de los iones asimilados, aunque estrictamente no lo es, ya que Ω puede ser positiva o negativa

mientras que Ω_y sólo es positiva (Parks, 1991). Ω se encuentra relacionada con Ω_y de la siguiente manera:

$$\Omega_y = |\Omega|$$

Integrando la ecuación (A.8) dos veces tenemos:

$$V_z = V_{z0}$$

y

$$z - z_0 = V_{z0} t \quad (A.3)$$

en las cuales V_{z0} y z_0 son los valores de la componente "z" de la velocidad y la coordenada z al tiempo $t = 0$. Esta última ecuación es uno de los resultados que se quería obtener.

Para integrar (A.6) y (A.7) primero se integra una vez (A.6)

$$dx/dt = \Omega (y - y_0) + V_{x0}, \quad (A.9)$$

donde y_0 y V_{x0} son la coordenada "y" y la componente x de la velocidad de la partícula al tiempo $t=0$.

Si sustituimos este resultado en (A.7), queda:

$$d^2y/dt^2 + \Omega^2 (y - y_0) = \Omega u(y) - \Omega V_{x0}. \quad (A.10)$$

Desarrollando $u(y)$ en serie de Taylor tenemos:

$$u(y) = u(y_0) + (du(y)/dy)_{y_0} (y - y_0) + \dots$$

Despreciando los términos cuadráticos y superiores de la serie y sustituyendo en (A.10) éste queda:

$$d^2y/dt^2 + \Omega^2 (y - y_0) = \Omega (u(y_0) + (du(y)/dy)_{y_0} (y - y_0)) - \Omega V_{x0}.$$

Y reacomodando términos:

$$d^2y/dt^2 + \Omega^2 (1 - (1/\Omega) (\partial u(y)/\partial y)_{y_0}) (y - y_0) = \Omega (u(y_0) - V_{x0}). \quad (A.11)$$

Por otro lado definimos:

$$\omega \equiv \Omega (1 - \xi)^{1/2}, \quad (A.12)$$

donde ξ es definida como:

$$\xi \equiv (1/\Omega) (du(y)/dy)_{y_0}, \quad (\text{A.13})$$

que es el gradiente de velocidad normalizado a la girofrecuencia fuera de la región donde existe dicho gradiente.

Aplicando estas dos definiciones entonces (A.11) queda:

$$d^2y/dt^2 + \omega^2(y-y_0) = \Omega (u(y_0) - V_{x0}).$$

Que se puede reescribir:

$$d^2y/dt^2 + \omega^2y = \Omega (u(y_0) - V_{x0}) + \omega^2y_0. \quad (\text{A.14})$$

La solución de esta ecuación es la solución de la homogénea más una solución particular. La solución de la homogénea es una exponencial:

$$y = \exp(mt),$$

donde m es una constante a determinar.

Y derivándola dos veces:

$$d^2y/dt^2 = m^2 \exp(mt).$$

Y sustituyendo en la homogénea:

$$m^2 \exp(mt) + \omega^2 \exp(mt) = 0,$$

y por lo tanto:

$$m^2 + \omega^2 = 0,$$

es decir:

$$m = \pm \omega i.$$

Por lo tanto la solución de la homogénea será:

$$y = A \exp(i\omega t) + B \exp(-i\omega t).$$

En donde A y B son dos constantes de integración que todavía hay que determinar.

Una solución particular de (A.14) es:

$$y = (\Omega/\omega^2) (u(y_0) - V_{x0}) + y_0.$$

Por lo cual la solución general de (A.14) será:

$$y = A \exp(i\omega t) + B \exp(-i\omega t) + (\Omega/\omega^2) (u(y_0) - V_{x0}) + y_0. \quad (\text{A.15})$$

Derivando este resultado tenemos:

$$V_y = i\omega A \exp(i\omega t) - i\omega B \exp(-i\omega t). \quad (\text{A.16})$$

Como cuando $t = 0$ tenemos que $y = y_0$ y $V_y = V_{y0}$ entonces (A.15) y (A.16) quedan:

$$A + B = -(\Omega/\omega^2) (u(y_0) - V_{x0})$$

y

$$A - B = -iV_{y0}/\omega.$$

Despejando A de la segunda tenemos:

$$A = B - iV_{y0}/\omega, \quad (\text{A.17})$$

y sustituyendo esto en la primera tenemos:

$$B - iV_{y0}/\omega + B = -(\Omega/\omega^2) (u(y_0) - V_{x0}).$$

O sea:

$$B = -(\Omega/(2\omega^2)) (u(y_0) - V_{x0}) + iV_{y0}/(2\omega). \quad (\text{A.18})$$

Y sustituyendo este resultado en (A.17) tenemos:

$$A = -(\Omega/(2\omega^2)) (u(y_0) - V_{x0}) - iV_{y0}/(2\omega). \quad (\text{A.19})$$

De esta manera a partir de (A.18) y (A.19) la ecuación (A.15) queda:

$$y - y_0 = (-(\Omega/(2\omega^2)) (u(y_0) - V_{x0}) - iV_{y0}/(2\omega)) \exp(i\omega t) + (-(\Omega/(2\omega^2)) (u(y_0) - V_{x0}) + iV_{y0}/(2\omega)) \exp(-i\omega t) + (\Omega/\omega^2) (u(y_0) - V_{x0}).$$

Desarrollando las exponenciales por la fórmula de Euler:

$$y - y_0 = (-(\Omega/(2\omega^2)) (u(y_0) - V_{x0}) - iV_{y0}/(2\omega)) (\cos(\omega t) + i\text{sen}(\omega t)) + (-(\Omega/(2\omega^2)) (u(y_0) - V_{x0}) + iV_{y0}/(2\omega)) (\cos(-\omega t) + i\text{sen}(-\omega t)) + (\Omega/\omega^2) (u(y_0) - V_{x0}).$$

Haciendo productos, redistribuyendo términos y tomando en

cuenta los signos de senos y cosenos tenemos:

$$\begin{aligned}
 y - y_0 = & -(\Omega/(2\omega^2)) (u(y_0) - V_{x0}) \cos(\omega t) + (V_{y0}/(2\omega)) \sin(\omega t) + \\
 & -(\Omega/(2\omega^2)) (u(y_0) - V_{x0}) \cos(\omega t) + (V_{y0}/(2\omega)) \sin(\omega t) + \\
 & + (\Omega/\omega^2) (u(y_0) - V_{x0}) + \\
 & + i[-(V_{y0}/(2\omega)) \cos(\omega t) - (\Omega/(2\omega^2)) (u(y_0) - V_{x0}) \sin(\omega t) + \\
 & + (V_{y0}/(2\omega)) \cos(\omega t) + \\
 & + (\Omega/(2\omega^2)) (u(y_0) - V_{x0}) \sin(\omega t)].
 \end{aligned}$$

Y la parte imaginaria desaparece quedando nada más:

$$y - y_0 = (\Omega/\omega^2) (u(y_0) - V_{x0}) [1 - \cos(\omega t)] + (V_{y0}/\omega) \sin(\omega t). \quad (\text{A.2})$$

Esta es la solución en "y" y el segundo resultado que se quería obtener. A partir de éste e integrando la ecuación (A.9) obtenemos la solución para "x":

$$x - x_0 = (\Omega^2/\omega^2) (u(y_0) - V_{x0}) [t - (1/\omega) \sin(\omega t)] - (V_{y0}\Omega/\omega^2) \cos(\omega t) + V_{x0}t \quad (\text{A.1})$$

que es el primer resultado que se quería obtener.

A.2 Trayectorias simplificadas en el caso de baja velocidad.

Un caso especial de las trayectorias expuestas en A.1 es cuando las velocidades V de las partículas neutras, de las cuales "nacen" los iones asimilados, son mucho menores que la velocidad del flujo, es decir, $V \ll u$ entonces podemos considerar que la velocidad inicial de los iones es cero, es decir, $V_{x0}=V_{y0}=V_{z0}=0$ y por lo tanto las componentes de la trayectoria serán:

$$x - x_0 = (u(y_0)/(1-\xi)) [t - (1/\omega) \sin(\omega t)], \quad (\text{A.20})$$

$$y - y_0 = (u(y_0)/[\Omega(1-\xi)]) [1 - \cos(\omega t)] \quad (\text{A.21})$$

y

$$z - z_0 = 0. \quad (\text{A.22})$$

En este caso las trayectorias son cuasi-trocoides que tienen una discontinuidad en su pendiente en los puntos en que $\omega t = 2n\pi$ donde $n \in \{0, 1, 2, \dots\}$. Un ejemplo de este tipo de trayectorias lo podemos ver en la figura 3.2b.

Este resultado es en esencia el que obtuvo Parker en 1958, nada más que él no resolvió las ecuaciones (A.6), (A.7) y (A.8) para el caso general como yo lo hice en la sección A.1, sino que impuso la restricción $V_x=V_y=V_z=0$ desde el principio. Cabe aquí decir que otra diferencia del modelo de Parker con el presente es que él consideró u , la velocidad del flujo, también como función del tiempo y por lo tanto sus soluciones tienen unas integrales dependientes de éste.

Dedución:

Si hacemos la suposición de que $V_{x_0}=V_{y_0}=V_{z_0}=0$ entonces las ecuaciones (A.1), (A.2) y (A.3) se simplifican de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} x - x_0 &= (\Omega^2/\omega^2)u(y_0) [t - (1/\omega)\text{sen}(\omega t)], \\ y - y_0 &= (\Omega/\omega^2) u(y_0) [1-\text{cos}(\omega t)] \end{aligned}$$

y

$$z - z_0 = 0.$$

Sustituyendo en estas tres ecuaciones la definición de ω (ecuación A.12) quedan:

$$x - x_0 = (u(y_0)/(1-\xi)) [t - (1/\omega)\text{sen}(\omega t)], \quad (\text{A.20})$$

$$y - y_0 = (u(y_0)/[\Omega(1-\xi)]) [1-\text{cos}(\omega t)] \quad (\text{A.21})$$

y

$$z - z_0 = 0. \quad (\text{A.22})$$

que es el resultado que se quería obtener.

A.3 Región de validez de la simplificación de baja velocidad.

Los resultados obtenidos a partir de la aproximación $V_{x_0} = V_{y_0} = V_{z_0} = 0$ son solamente válidos para aquellas regiones donde $V_0 \ll u$, es decir, en las regiones en que las velocidades iniciales de los iones asimilados (que son iguales a las velocidades térmicas de las partículas neutras a partir de las cuales nacen) son mucho menores que las velocidades del flujo. Sin embargo, en las regiones donde existe el gradiente de velocidad y donde u es del orden de cero no se cumple que $V_0 \ll u$ y por lo tanto tales resultados no se pueden aplicar. Para distinguir las regiones en donde los resultados obtenidos son válidos de aquéllas donde no lo son se, obtuvo el siguiente resultado:

La región de validez es:

$$y/\delta \geq (1/\Omega \xi_{y_0} \delta) (N(3k_B T/MU^2)^{1/2} - u(y_0)) + y_0/\delta. \quad (A.23)$$

Deducción:

La velocidad de las moléculas neutras es del orden de:

$$V = (3k_B T/M)^{1/2}. \quad (A.24)$$

La velocidad del flujo habíamos decidido expresarla como:

$$u(y) = u(y_0) + (du(y)/dy)_{y_0} (y - y_0).$$

También sabemos que por definición:

$$\xi \equiv (1/\Omega) (du(y)/dy)_{y_0}.$$

Por esta definición la velocidad del flujo quedará:

$$u(y) = u(y_0) + \Omega \xi_{y_0} (y - y_0). \quad (A.25)$$

Si consideramos que $V \ll u$ cuando $u(y) \geq N V$ (N es un número sin dimensiones), entonces de (A.24) y (A.25) tenemos:

$$u(y_0) + \Omega \xi_{y_0} (y - y_0) \geq N(3k_B T/M)^{1/2},$$

y despejando "y"

$$y \geq (1/\Omega \xi_{y_0}) (N(3k_B T/M)^{1/2} - u(y_0)) + y_0.$$

Y dividiendo esta desigualdad entre el ancho del gradiente δ , tenemos:

$$y/\delta \geq (1/\Omega \xi_{y_0} \delta) (N(3k_B T/M)^{1/2} - u(y_0)) + y_0/\delta, \quad (\text{A.23})$$

que es el resultado que se quería obtener.

N es un número completamente arbitrario que nos dice cuantas veces debe superar u a V para poder considerar que $u \gg V$ y no habiendo consideraciones físicas al respecto escoger su valor es cuestión de criterio. Tomando las consideraciones anteriores yo diría que N podemos tomarlo del orden de 10.

A.4 Velocidades de los iones asimilados.

Las componentes de la velocidad de los iones asimilados son:

$$V_x = ((u(y_0) - V_{x0}) / (1 - \xi)) [1 - \cos(\omega t)] + (V_{y0} / (1 - \xi)^{1/2}) \sin(\omega t) + V_{x0}, \quad (\text{A.26})$$

$$V_y = ((u(y_0) - V_{x0}) / (1 - \xi)^{1/2}) \sin(\omega t) + V_{y0} \cos(\omega t) \quad (\text{A.27})$$

y

$$V_z = V_{z0}. \quad (\text{A.28})$$

Deducción:

Para obtener las velocidades sólo hay que derivar las ecuaciones (A.1), (A.2) y (A.3) lo cual nos queda:

$$V_x = (\Omega^2 / \omega^2) (u(y_0) - V_{x0}) [1 - \cos(\omega t)] + (V_{y0} \Omega / \omega) \sin(\omega t) + V_{x0},$$

$$V_y = (\Omega/\omega) (u(y_0) - V_{x0}) \text{sen}(\omega t) + V_{y0} \text{cos}(\omega t)$$

y

$$V_z = V_{z0}.$$

Por la definición (A.12) de ω las tres ecuaciones anteriores se convierten en:

$$V_x = ((u(y_0) - V_{x0}) / (1 - \xi)) [1 - \text{cos}(\omega t)] + (V_{y0} / (1 - \xi)^{1/2}) \text{sen}(\omega t) + V_{x0}, \quad (\text{A.26})$$

$$V_y = ((u(y_0) - V_{x0}) / (1 - \xi)^{1/2}) \text{sen}(\omega t) + V_{y0} \text{cos}(\omega t) \quad (\text{A.27})$$

y

$$V_z = V_{z0}. \quad (\text{A.28})$$

que es el resultado que se quería obtener.

A.5 Velocidades de los iones asimilados con la simplificación de baja velocidad.

En la simplificación de baja velocidad las componentes de la velocidad de cada ion son:

$$V_x = (u(y_0) / (1 - \xi)) [1 - \text{cos}(\omega t)], \quad (\text{A.29})$$

$$V_y = (u(y_0) / (1 - \xi)^{1/2}) \text{sen}(\omega t) \quad (\text{A.30})$$

y

$$V_z = 0. \quad (\text{A.31})$$

Deducción:

Si hacemos $V_{x0} = V_{y0} = V_{z0} = 0$ en (A.26), (A.27) y (A.28) obtenemos directamente (A.29), (A.30) y (A.31) que es el resultado que se quería obtener.

A.6 Trayectorias elípticas en la simplificación de baja

velocidad.

En un marco de referencia que se mueve con el flujo las trayectorias de los iones son elipses en lugar de círculos como sucede en un flujo sin gradiente. Este es otro resultado que también menciona Parker (1958).

Deducción:

Tomemos otro sistema de coordenadas cuyos ejes son paralelos a los ejes originales y cuyo centro se encuentra en el punto

$$x'_0 = (u(y_0)/(1-\xi))t + x_0,$$

$$y'_0 = u(y_0)/[\Omega(1-\xi)] + y_0$$

y

$$z'_0 = 0.$$

Las coordenadas en este nuevo sistema serán:

$$x' = x - x'_0,$$

$$y' = y - y'_0$$

y

$$z' = z.$$

Y sustituyendo las ecuaciones (A.20), (A.21) y (A.22) tenemos que:

$$y' = -(u(y_0)/[\Omega(1-\xi)]) \cos(\omega t),$$

$$x' = -(u(y_0)/(1-\xi)) (1/\omega) \sin(\omega t)$$

y

$$z' = z_0.$$

Y éstas son las ecuaciones paramétricas de una elipse en el plano "x'y'", que es el resultado que se quería obtener.

A.7 Equivalencia de $u(y_{\max})$ en términos de $u(y)$.

Si $u(y_{\max})$ es la velocidad en el punto más lejano en el cual puede generarse una partícula que alcance el punto "y" su relación con la velocidad en "y", $u(y)$, es:

$$u(y_{\max}) = u(y) (1-\xi)/(1+\xi). \quad (\text{A.32})$$

Deducción:

Sabemos que:

$$y - y_0 = (\Omega/\omega^2) u(y_0) [1 - \cos(\omega t)].$$

Si hacemos $\omega t = \pi$ entonces $y_0 = y_{\max}$ y por lo tanto:

$$y - y_{\max} = (2\Omega/\omega^2) u(y_{\max}).$$

Y por el valor de ω (A.12)

$$y - y_{\max} = 2 u(y_{\max})/\Omega(1-\xi).$$

Sustituyendo $u(y_{\max})$ por su equivalente $u(0) + \nabla u y_{\max}$ tenemos:

$$y - y_{\max} = 2 (u(0) + \nabla u y_{\max})/\Omega(1-\xi).$$

Despejando y_{\max} tenemos

$$y_{\max} = y(1-\xi)/(1+\xi) - 2u(0)/\Omega(1+\xi). \quad (\text{A.32b})$$

Por lo tanto, si tenemos que $u(y_{\max}) = u(0) + \nabla u y_{\max}$, entonces sustituyendo el valor de y_{\max} tenemos:

$$u(y_{\max}) = u(0) + \nabla u [y(1-\xi)/(1+\xi) - 2u(0)/\Omega(1+\xi)].$$

Y después de algunas manipulaciones algebraicas tenemos:

$$u(y_{\max}) = u(y) (1-\xi)/(1+\xi),$$

que es lo que se quería probar.

A.8 Energía de los iones asimilados.

La energía cinética de una sola partícula para la simplificación de baja velocidad es:

$$E_c = (M/2) [2u(y) \Omega (y-y_0) - \Omega^2 \xi (y-y_0)^2]. \quad (A.33)$$

En esta igualdad puede verse que si no existe gradiente de velocidad, es decir, si $\xi = 0$, el segundo sumando se anula; esto es, la energía de los iones asimilados es mayor en un gradiente de velocidad que sin él (para las mismas $u(y_0)$ y Ω).

En su trabajo de 1958 Parker obtiene la energía promedio de giro de los iones y también obtiene el resultado de que la menor energía ocurre cuando $\xi = 0$, es decir, sin gradiente.

Deducción:

La energía de los iones asimilados, suponiendo que sus velocidades no son relativistas, será:

$$E_c = (M/2) V^2. \quad (A.34)$$

Y sabemos que:

$$V^2 = V_x^2 + V_y^2 + V_z^2.$$

Por lo tanto hay que calcular V_x^2 , V_y^2 y V_z^2 .

a) *Cálculo de V_x^2 .*

Por la ecuación (A.9) tenemos:

$$V_x = (y-y_0)\Omega + V_{x0}.$$

Que elevando al cuadrado será:

$$V_x^2 = (y-y_0)^2 \Omega^2 + 2(y-y_0)\Omega V_{x0} + V_{x0}^2.$$

Y para la simplificación de baja velocidad tomando $V_{x0} = 0$:

$$V_x^2 = (y-y_0)^2 \Omega^2. \quad (A.35)$$

b) *Cálculo de V_y^2 .*

Si elevamos al cuadrado la ecuación (A.30) tenemos:

$$V_y^2 = (u(y_0)\omega / [\Omega(1-\xi)])^2 \text{sen}^2(\omega t),$$

la cual puede convertirse en:

$$v_y^2 = (u(y_0)\omega/[\Omega(1-\xi)])^2 (1-\cos^2(\omega t)). \quad (\text{A.36})$$

De la ecuación (A.21) despejamos $\cos(\omega t)$ y lo elevamos al cuadrado:

$$\cos^2(\omega t) = [1 - [\Omega(1-\xi)(y-y_0)/u(y_0)]]^2.$$

Sustituimos éste en (A.36) y realizamos las operaciones necesarias:

$$v_y^2 = [2u(y_0)\omega^2/(\Omega(1-\xi))] (y-y_0) - \omega^2(y-y_0)^2.$$

Sustituimos ω por su equivalente dado en (A.12):

$$v_y^2 = 2u(y_0) \Omega (y-y_0) - \Omega^2(1-\xi)(y-y_0)^2. \quad (\text{A.37})$$

c) Cálculo de v_z^2 .

Para la aproximación de baja velocidad sabemos que:

$$v_z = 0.$$

Por lo tanto:

$$v_z^2 = 0. \quad (\text{A.38})$$

Sumando (A.35), (A.37) y (A.38) obtenemos:

$$v^2 = 2u(y_0) \Omega (y-y_0) + \Omega^2\xi(y-y_0)^2.$$

Y sustituyendo ese valor en (A.34) obtenemos finalmente la expresión para la energía:

$$E_c = (M/2) [2u(y_0) \Omega (y-y_0) + \Omega^2\xi(y-y_0)^2]. \quad (\text{A.39})$$

Por otro lado tenemos que:

$$(u(y) - u(y_0)) / (y - y_0) = \Omega\xi.$$

Y despejando de aquí $u(y_0)$ tenemos:

$$u(y_0) = u(y) - \Omega\xi(y-y_0).$$

Y sustituyendo este valor en (A.39):

$$E_c = (M/2) [2u(y) \Omega (y-y_0) - \Omega^2\xi(y-y_0)^2], \quad (\text{A.32})$$

que es el resultado que queríamos obtener.

A8B La ley de variación perpendicular.

Esta ley fue encontrada durante la investigación de la presente tesis. Como es una ley que se cumple para cualquier partícula cargada moviéndose en cualquier campo magnético, entonces se aplica a las partículas asimiladas, y ésta es la razón por la que se pone en esta tesis aunque estrictamente no se usa en la obtención de los resultados.

El estudio del movimiento de partículas cargadas en presencia de campos electromagnéticos se ha venido haciendo desde comienzos del siglo XX. Störmer (1907) estudió las trayectorias de las partículas cargadas en un campo magnético dipolar. Más tarde Alfvén (1940) desarrolló la teoría de perturbación para las trayectorias de las partículas. En el comienzo de la segunda mitad del siglo, Parker (1958) estudió las trayectorias de partículas moviéndose en la presencia de un campo eléctrico convectivo generado por un flujo de plasma con un gradiente de velocidad. Encontró que las trayectorias, vistas desde un marco de referencia que se mueve con el flujo, son elipses, en lugar de círculos como sucede en el caso de flujo homogéneo.

En su estudio de la densidad de partículas asimiladas en un gradiente de velocidad Pérez de Tejada y Durand-Manterola (1996) resolvieron la ecuación de movimiento de los iones asimilados y corroboraron los resultados de Parker.

A pesar de todos los estudios antes mencionados y muchos otros que se han hecho en el curso del siglo acerca del movimiento de partículas cargadas en campos electromagnéticos no ha sido posible, todavía, obtener la solución general de la ecuación de

movimiento, debido a las dificultades matemáticas inherentes al problema. De aquí se infiere que el movimiento de estas partículas pueden tener importantes e interesantes propiedades aún no descubiertas. En este párrafo se discute una de estas propiedades a la cual se ha llamado: la ley de la variación perpendicular para el componente de la velocidad en el plano UB. Esta ley relaciona el componente de la velocidad de la partícula en el plano formado por los vectores velocidad de flujo \mathbf{U} y campo magnético \mathbf{B} con la girofrecuencia Ω .

Deducción de la ley de variación perpendicular.

Supongamos que tenemos un flujo de plasma no colisional con un campo de velocidades $\mathbf{U}(x,y,z)$ y un campo magnético $\mathbf{B}(x,y,z)$. Y supongamos que en un punto arbitrario P dentro del plasma colocamos el origen de un sistema de coordenadas con las siguientes propiedades: la dirección positiva del eje x es en la dirección del vector \mathbf{U} en el punto P. Escogemos el eje z de tal manera que \mathbf{U} y \mathbf{B} se encuentren en el plano xz. El eje y es perpendicular a los otros.

Una partícula cargada dentro del plasma experimenta dos fuerzas: la fuerza de Lorentz y el arrastre convectivo.

El arrastre convectivo es:

$$\mathbf{F}_d = q\mathbf{E} = -q(\mathbf{U} \times \mathbf{B}) = q B_z(x,y,z) U(x,y,z) \mathbf{j}.$$

Y la fuerza de Lorentz:

$$\mathbf{F}_L = q(\mathbf{V} \times \mathbf{B}) = q(V_y B_z \mathbf{i} - (V_x B_z - V_z B_x) \mathbf{j} - V_y B_x \mathbf{k}).$$

Por lo tanto la ecuación de movimiento en el punto P es:

$$d\mathbf{V}/dt = (qB/M) (V_y \sin \theta \mathbf{i} - (U \sin \theta + V_x \sin \theta - V_z \cos \theta) \mathbf{j} - V_y \cos \theta \mathbf{k}),$$

donde q y M son la carga y la masa de la partícula, B_z y B_x , los componentes de \mathbf{B} , han sido reemplazados por $B \sin \theta$ y por $B \cos \theta$ respectivamente, θ es el ángulo que forma el vector \mathbf{U} y el vector \mathbf{B} en el punto P .

Esta es una ecuación vectorial y puede dividirse en tres ecuaciones escalares:

$$dV_x/dt = \Omega dy/dt \sin \theta, \quad (2)$$

$$dV_y/dt = -\Omega [(U + dx/dt) \sin \theta - dz/dt \cos \theta]$$

y

$$dV_z/dt = -\Omega dy/dt \cos \theta, \quad (3)$$

en las cuales han sido reemplazadas V_x , V_y y V_z por dx/dt , dy/dt y dz/dt . Además de esto $\Omega = qB/M$.

Dividiendo las ecuaciones (2) y (3) por dy/dt tenemos:

$$(dV_x/dt) (dt/dy) = \Omega \sin \theta$$

y

$$(dV_z/dt) (dt/dy) = -\Omega \cos \theta.$$

Y por la regla de la cadena:

$$dV_x/dy = \Omega \sin \theta \quad (4)$$

y

$$dV_z/dy = -\Omega \cos \theta. \quad (5)$$

Por otro lado, la derivada direccional en la dirección "y" de la componente \mathbf{V}_{UB} (en el plano UB) de la velocidad de la partícula es:

$$d\mathbf{V}_{UB}/dy = d(iV_x + kV_z)/dy = i dV_x/dy + k dV_z/dy.$$

Sustituyendo los valores obtenidos en (4) y (5):

$$d\mathbf{v}_{uB}/dy = \Omega (i \sin \theta - k \cos \theta).$$

Sacando la norma y tomando en cuenta que Ω está relacionada con la girofrecuencia de la siguiente manera $|\Omega| = \Omega_g$, obtenemos:

$$|d\mathbf{v}_{uB}/dy| = \Omega_g. \quad (6)$$

Ahora bien, este resultado sólo es válido para el punto A ya que todo el desarrollo lo hicimos en ese punto. Pero por otro lado el punto A es arbitrario entonces lo mismo valdrá para cualquier punto. Para expresarlo de una manera general cambiaremos la variable "y" por la variable "s" la cual será en todo punto la dirección perpendicular al plano generado por u y B en ese punto. Por lo tanto (6) quedara:

$$|d\mathbf{v}_{uB}/ds| = \Omega_g$$

que es el resultado que se quería obtener.

Esta ley dirá: En todo punto de un flujo de plasma, la norma de la derivada direccional de \mathbf{v}_{uB} en dirección perpendicular al flujo y al campo magnético es igual a la girofrecuencia local Ω_g , es decir:

$$|d\mathbf{v}_{uB}/ds| = \Omega_g \quad (1)$$

donde s es una distancia perpendicular al flujo y al campo magnético.

(B) TEORIA MACROSCOPICA.

A.9 Componentes promedio de la velocidad.

Por un punto cualquiera $P = (x, y, z)$ dentro del gradiente de velocidad pasan muchas partículas. Las componentes promedio de la velocidad de todas las partículas que pasan por el punto P,

cuando se utiliza la aproximación de baja velocidad, son:

$$\langle V_x \rangle = u(y)/(1+\xi), \quad (\text{A.40})$$

$$\langle V_y \rangle = 0 \quad (\text{A.41})$$

y

$$\langle V_z \rangle = 0. \quad (\text{A.42})$$

Dedución:

Velocidad promedio en la coordenada x.

Sabemos que:

$$y - y_0 = (u(y_0)/[\Omega(1-\xi)]) [1-\cos(\omega t)].$$

Y despejando $1-\cos(\omega t)$ de aquí tenemos:

$$1-\cos(\omega t) = (y-y_0) [\Omega(1-\xi)]/u(y_0).$$

Por otro lado sabemos que:

$$V_x = (u(y_0)/(1-\xi)) [1-\cos(\omega t)].$$

Y sustituyendo la anterior en ésta queda:

$$V_x = \Omega(y-y_0). \quad (\text{A.43})$$

Para obtener la velocidad promedio de todas las partículas que pasan por "y" calculamos la siguiente integral:

$$\langle V_x \rangle = (y-y_m)^{-1} \int_{y_m}^y \Omega(y-y_0) dy_0,$$

donde y_m es el punto mas bajo (o alto, según sea la carga de la partícula o la dirección del campo magnético) donde pueden nacer iones que alcancen a llegar a "y". Integrando tenemos:

$$\langle V_x \rangle = \Omega(y-y_m)/2. \quad (\text{A.44})$$

Sabemos que:

$$y - y_0 = (u(y_0)/[\Omega(1-\xi)]) [1-\cos(\omega t)].$$

En la ecuación anterior y_0 es igual a y_m cuando la partícula

se encuentra en la cúspide de la trayectoria, es decir, cuando $t = \pi/\omega$. Si sustituimos este tiempo en la ecuación anterior tenemos:

$$(y-y_m) = 2u(y_m)/[\Omega(1-\xi)]. \quad (\text{A.45})$$

Sustituyendo (A.45) en (A.44) obtenemos:

$$\langle V_x \rangle = u(y_m)/(1-\xi).$$

Sustituyendo el valor de $u(y_m)$ dado en (A.32) obtenemos:

$$\langle V_x \rangle = u(y)/(1+\xi), \quad (\text{A.40})$$

que es el primero de los resultados que se querían obtener.

Velocidad promedio en la coordenada y.

Tomamos la ecuación (A.30)

$$V_y = (u(y_0)/(1-\xi)^{1/2}) \text{sen}(\omega t). \quad (\text{A.30})$$

Y hacemos el siguiente cambio de variable:

$$\gamma = \omega t - \pi.$$

O sea

$$\omega t = \pi - \gamma.$$

Y sustituyendo este cambio en (A.30)

$$V_y = (u(y_0)/(1-\xi)^{1/2}) \text{sen}(\pi - \gamma).$$

Cuando $\gamma < 0$ entonces $V_y > 0$ y cuando $\gamma > 0$ entonces $V_y < 0$ por lo que si suponemos sólo valores positivos de γ entonces podemos expresar el promedio de V_y de la siguiente manera:

$$\langle V_y \rangle = (y-y_m)^{-1} (u(y_0)/(1-\xi)^{1/2}) \left[\int_{y_m}^Y \text{sen}(\pi+\gamma) dy_0 + \int_{y_m}^Y \text{sen}(\pi-\gamma) dy_0 \right].$$

Lo cual puede reescribirse como:

$$\langle V_y \rangle = (y-y_m)^{-1} (u(y_0)/(1-\xi)^{1/2}) \left[\int_{y_m}^Y (\text{sen}(\pi+\gamma) + \text{sen}(\pi-\gamma)) dy_0 \right].$$

Pero sabemos que:

$$\text{sen}(\pi+\gamma) = -\text{sen}(\gamma)$$

y

$$\text{sen}(\pi-\gamma) = \text{sen}(\gamma),$$

y por lo tanto (A.46) se reduce a:

$$\langle V_y \rangle = 0, \quad (\text{A.41})$$

que es otro de los resultados que se querían obtener.

Velocidad promedio en la coordenada z.

Por la ecuación (A.31)

$$V_z = 0, \quad (\text{A.31})$$

vemos inmediatamente que:

$$\langle V_z \rangle = 0, \quad (\text{A.42})$$

que es el último resultado que se quería obtener.

A.10 Densidad de los iones asimilados.

La densidad numérica n del gas de iones asimilados puede expresarse de tres maneras:

$$n/n_{sg} = (1+\xi)U/u(y), \quad (\text{A.47})$$

donde U es la velocidad fuera del gradiente y $u(y)$ es la velocidad en el punto en el cual se mide n .

Poniendo explícitamente los valores de U y de $u(y)$ tenemos:

$$n/n_{sg} = [u(0) + \nabla u(0)\delta] (1+\xi) / [u(0) + \nabla u(0)y]. \quad (\text{A.48})$$

Y finalmente si $u(0) = 0$ y $\nabla u(0) = U/\delta$ entonces:

$$n/n_{sg} = (\delta/y) (1+\xi), \quad (\text{A.49})$$

donde δ es el ancho de la región con gradiente de velocidad.

Deducción:

Tenemos que la ecuación de continuidad para el caso que nos ocupa es:

$$\partial n / \partial t + \nabla \cdot (n\mathbf{V}) = Q - L,$$

donde n es la densidad numérica de los iones asimilados, Q es la tasa de producción de iones y L es la tasa de pérdida de los mismos.

Si suponemos un estado estacionario en la densidad n del plasma formado por los iones asimilados en el fluido, es decir, $\partial n / \partial t = 0$, y $Q = L$ entonces tendremos que la ecuación de continuidad adopta la forma:

$$\nabla \cdot (n\mathbf{V}) = 0.$$

O bien:

$$\partial (n\langle V_x \rangle) / \partial x + \partial (n\langle V_y \rangle) / \partial y + \partial (n\langle V_z \rangle) / \partial z = 0. \quad (\text{A.50})$$

Pero tenemos los resultados (A.41) y (A.42):

$$\langle V_y \rangle = 0 \quad (\text{A.41}),$$

$$\langle V_z \rangle = 0 \quad (\text{A.42}).$$

Y sustituyendo éstos en (A.50) obtenemos:

$$\partial (n\langle V_x \rangle) / \partial x = 0.$$

Y esto quiere decir que:

$$n \langle V_x \rangle = f(y, z), \quad (\text{A.51})$$

donde $f(y, z)$ es el flujo en la dirección x . Puesto que no existen flujos en las direcciones "y" y "z" entonces el flujo en la dirección x es constante, por lo tanto f es constante. Como también tenemos el resultado (A.40):

$$\langle V_x \rangle = u(y) / (1 + \xi), \quad (\text{A.40})$$

entonces de éste y (A.51) tenemos

$$n u(y)/(1+\xi) = f.$$

Por lo tanto

$$n = (1+\xi)f/u(y). \quad (\text{A.52})$$

En el mismo punto en el que se evalúa n si no existiera gradiente de velocidad entonces u sería constante e igual a U y tendríamos que $\xi = 0$ y por lo tanto en este caso la densidad sin gradiente n_{sg} sería:

$$n_{sg} = f/U. \quad (\text{A.53})$$

Por lo tanto, el cociente de (A.52) y (A.53) será:

$$n/n_{sg} = (1+\xi)U/u(y), \quad (\text{A.47})$$

que es el primer resultado que se quería obtener.

Si escribimos explícitamente U y $u(y)$ tenemos:

$$U = u(0) + \nabla u(0)\delta$$

y

$$u(y) = u(0) + \nabla u(0)y,$$

y sustituimos estos resultados en (A.47) nos queda:

$$n/n_{sg} = [u(0) + \nabla u(0)\delta] (1+\xi) / [u(0) + \nabla u(0)y], \quad (\text{A.48})$$

que es el segundo resultado que se quería obtener.

Finalmente si hacemos $u(0) = 0$, (A.48) queda:

$$n/n_{sg} = (\delta/y) (1+\xi), \quad (\text{A.49})$$

que es el tercer resultado que se quería obtener.

A.11 Densidad de energía en el gas de iones en función de "y".

Si tenemos que ϵ es la densidad de energía del gas de iones asimilados ésta se expresará de la siguiente manera:

$$\epsilon = n_{sq} MU^2 (1-\xi) (y/\delta) / (1+\xi). \quad (A.54)$$

Dedución:

La energía por unidad de volumen en el plasma de iones asimilados ϵ es:

$$\epsilon = n \langle E_c \rangle, \quad (A.55)$$

por lo cual hay que calcular la energía promedio.

Tenemos el siguiente resultado:

$$E_c = (M/2) [2u(y_0) \Omega (y-y_0) + \Omega^2 \xi (y-y_0)^2]. \quad (A.32)$$

Por lo tanto:

$$\langle E_c \rangle = (M/2) \left[(y-y_m)^{-1} \int_{y_m}^y [2u(y_0) \Omega (y-y_0) + \Omega^2 \xi (y-y_0)^2] dy_0 \right].$$

Sustituyendo

$$u(y_0) = Uy_0/\delta,$$

desarrollando productos y tomando integrales en cada uno de los sumandos tenemos:

$$\begin{aligned} \langle E_c \rangle = & (M/2) / (y-y_m) \left[(2U\Omega y/\delta) \int_{y_m}^y y_0 dy_0 - (2U\Omega y/\delta) \int_{y_m}^y y_0^2 dy_0 + \right. \\ & \left. \Omega^2 \xi y^2 \int_{y_m}^y y_0 dy_0 - 2\Omega^2 \xi y \int_{y_m}^y y_0 dy_0 + \Omega^2 \xi \int_{y_m}^y y_0^2 dy_0 \right]. \end{aligned}$$

E integrando:

$$\begin{aligned} \langle E_c \rangle = & (M/2) / (y-y_m) \left[(U\Omega y/\delta) (y^2 - y_m^2) - (2U\Omega y/3\delta) (y^3 - y_m^3) + \right. \\ & \left. + \Omega^2 \xi y^2 (y - y_m) - \Omega^2 \xi y (y^2 - y_m^2) + (\Omega^2 \xi/3) (y^3 - y_m^3) \right]. \end{aligned}$$

Y dividiendo entre $(y-y_m)$:

$$\begin{aligned} \langle E_c \rangle = & (M/2) \left[(U\Omega y/\delta) (y+y_m) - (2U\Omega y/3\delta) (y^2 - yy_m + y_m^2) + \right. \\ & \left. + \Omega^2 \xi y^2 - \Omega^2 \xi y (y+y_m) + (\Omega^2 \xi/3) (y^2 - yy_m + y_m^2) \right]. \end{aligned} \quad (A.56)$$

Tenemos la ecuación (A.32b)

$$y_{max} = y(1-\xi)/(1+\xi) - 2u(0)/\Omega(1+\xi). \quad (A.32b)$$

Pero si hacemos $u(0) = 0$ entonces queda:

$$y^m = (1-\xi)y/(1+\xi). \quad (\text{A.57})$$

Haciendo:

$$a = (1-\xi)/(1+\xi), \quad (\text{A.58})$$

entonces y^m se puede expresar:

$$y^m = ay. \quad (\text{A.59})$$

Sustituyendo ésta expresión en (A.56) queda:

$$\langle E_c \rangle = (M/2) [(U\Omega y/\delta)(y+ay) - (2U\Omega y/3\delta)(y^2-ay^2+a^2y^2) + \Omega^2 \xi y^2 - \Omega^2 \xi y(y+ay) + (\Omega^2 \xi/3)(y^2-ay^2+a^2y^2)].$$

Reduciendo la ecuación haciendo $\xi = U/\Omega\delta$, queda:

$$\langle E_c \rangle = (M/2) [\Omega^2 \xi y^2 - (\Omega^2 \xi/3)(y^2-ay^2+a^2y^2)].$$

Y extrayendo factores y reduciendo:

$$\langle E_c \rangle = M\Omega^2 \xi ay^2(1-a)/2. \quad (\text{A.60})$$

De acuerdo con la ecuación (A.55) para obtener la densidad de energía hay que multiplicar la ecuación (A.60) por la densidad. Por la ecuación (A.49) tenemos:

$$n/n_{sg} = (\delta/y)(1+\xi),$$

y por lo tanto la densidad será:

$$n = n_{sg} (\delta/y)(1+\xi). \quad (\text{A.61})$$

Multiplicando (A.61) por (A.58) obtenemos la densidad de energía:

$$\epsilon = n_{sg} \delta (1+\xi) M\Omega^2 \xi ay(1-a)/2. \quad (\text{A.62})$$

De (A.58) tenemos que:

$$1-a = 2\xi/(1+\xi),$$

y por lo tanto (A.62) queda:

$$\epsilon = n_{sg} \delta M\Omega^2 \xi^2 ay.$$

Y sustituyendo el valor de a:

$$\epsilon = n_{sg} \delta M\Omega^2 \xi^2 (1-\xi)y/(1+\xi).$$

Dividiendo y multiplicando por $U^2\delta$ queda:

$$\varepsilon = n_{sg} \delta^2 M \Omega^2 \xi^2 U^2 (1-\xi) (\gamma/\delta) / U^2 (1+\xi).$$

Y como

$$\delta^2 \Omega^2 \xi^2 / U^2 = 1$$

entonces:

$$\varepsilon = n_{sg} M U^2 (1-\xi) (\gamma/\delta) / (1+\xi),$$

que es el resultado que se quería obtener.

A12 Presión del plasma asimilado.

Utilizando la ecuación politrópica podemos calcular la presión del plasma asimilado.

Tenemos:

$$P = P_0 \rho^\gamma / \rho_0^\gamma,$$

donde P_0 y ρ_0 son una presión y una densidad de referencia y γ es el índice politrópico que se define como:

$$\gamma = (C_p - C_x) / (C_v - C_x),$$

donde C_p y C_v son los calores específicos a presión y volumen constantes respectivamente para un gas ideal y C_x es el calor específico para el proceso que se estudie.

Poniendo $\rho = m n$ y $\rho_0 = m n_0$ tenemos

$$P = P_0 n^\gamma / n_0^\gamma.$$

Y sustituyendo n por su valor dado en (A.49):

$$P = P_0 (n_{sg} (\delta/\gamma) (1+\xi))^\gamma / n_0^\gamma.$$

Finalmente si hacemos $n_0 = n_{sg}$ y $P_0 = P_{sg}$ nos queda:

$$P = P_{sg} ((\delta/\gamma) (1+\xi))^\gamma. \quad (A.63)$$

Y ésta es la presión del plasma asimilado, la cual puede expresarse también como:

$$P/P_{sg} = (n/n_{sg})^\gamma.$$

A13 Temperatura del plasma asimilado.

Utilizando la ecuación de gas ideal se puede calcular una temperatura para el plasma asimilado.

Tenemos:

$$T = P/nk.$$

Sustituyendo P por su valor en (A.63) nos queda:

$$T = P_{sg} ((\delta/\gamma) (1+\xi))^\gamma / nk.$$

Pero el término entre paréntesis elevado a la γ es en realidad n/n_{sg} por lo tanto:

$$T = P_{sg} ((\delta/\gamma) (1+\xi))^{\gamma-1} / n_{sg} k.$$

Y ésta es la temperatura del plasma asimilado.

Como:

$$P_{sg} / n_{sg} k = T_{sg}.$$

Entonces la temperatura quedará:

$$T = T_{sg} ((\delta/\gamma) (1+\xi))^{\gamma-1}.$$

O lo que es lo mismo:

$$T/T_{sg} = (n/n_{sg})^{\gamma-1}.$$

Referencias

- Alexander, C.J. et al., *Geophys. Res. Letters* **12**, 369, (1985).
- Alexander, C.J. et al., *Geophys. Res. Letters* **13**, 917, (1986).
- Alfven, H., *Tellus* **9**, 92 (1957).
- Amata, C.V. et al., The plasma parameters during the inbound and outbound legs of the Giotto trajectory, in *Cometary Plasma Processes*, Edited by A. Johnstone, *Geophysical Monograph 61 (AGU)* (1991).
- Balsiger, H. et al., *Nature*, **321**, 330, (1986).
- Bame, S.J. et al., *Science* **232**, 356 (1986).
- Barnard, E.E, *Astrophys. J* **51**, 102-106 (1920).
- Barth, C.A. et al., *Science* **158**, 1675, (1967).
- Beiser A., "Conceptos de Física Moderna", 2ª Edición en español, Ed. McGraw Hill 1988.
- Berlotserkovskii, O.M. et al., *Geophys. Res. Letters* **14**, 503, (1987).
- Bertaux, J.L. et al., *Planetary Space Sci.* **26**, 817, (1978).
- Bobrovnikoff, N.T., *Astrophys. J.* **66**, 439 (1927).
- Brace, L.H. et al., *J. Geophys. Res.* **85**, 7663, (1980).
- Brace, L.H. et al., *J. Geophys. Res.* **92**, 15, (1987).
- Brandt, J.C., "The large-scale plasma structure of Halley's comet, 1985-1986" on "Comet Halley", John Mason Editor, Ed. ELLIS HORWOOD, 1990
- Breus, T.K. et al., *J. Geophys. Res.*, **94**, 2375, (1989).
- Bridge, H. et al. *Science*, **158**, 1669, (1967).
- Cai, D. et al. *Phys. Fluids B2(1)* pp 75-85, 1990.

Coates A.J., Observations of the velocity distribution of pickup ions, Geophysical Monograph 61 (Cometary Plasma Processes) of the AGU, 1991.

Combi, M.R., Icarus 81, 41-50, 1989.

Cravens, T.E., et al., Nature 283, 178, (1980).

Cravens, T.E., "Collisional Processes in Cometary Plasmas" in AGU Geophysical Monograph 61, Ed. Alan. D. Johnstone, (1991).

D'Alessio P, Tesis doctoral, 1996.

Fahr, H.J., Space Sciences Reviews, 15/4, pp 483-540, 1974.

Feldman, W.C. et al., J. Geophys. Res. 78, 3697 (1973).

Flammer, K.R., "The Global Interaction of Comets with the Solar Wind", included in "Comets in the post-Halley era", Ed. Kluwer Academic Publishers, vol 2, pp 1125-1144.

Formisano, V., A.A Galeev, and R.Z. Sagdeev, The Role of the Critical Ionization Velocity Phenomenon in Production of Inner Coma Cometary Plasma, Planetary Space Sci., 40, 491, 1982.

Geophys. Res. Lett. 11,1027 (1984).

Glassmeier, K.H. et al., J. Geophys. Res. 94, 37-48, (1989).

Glassmeier and Neubauer, J. Geophys. Res., 1993.

Gloeckler, G., D. Hovestadt, F.M. Ipavich, M. Scholer, B. Klecker and A.B. Galvin, Cometary pick-up ions observed near Giacobini-Zinner, Geophys. Res. Lett., 13, 251-254, 1986.

Hodges, R.R. y Tinsley, B.A., J. Geophys. Res. 86, 7649, (1981).

Hynds, R.J. et al., Science 232, 362 (1986).

Intriligator, D.S., Geophys. Res. Lett. 9, 727, (1982)

Ip, W.H., Astrophys. J. 343, pp 946, 1989.

- Ip, W.H. y Mendis, D.A., *Astrophys. J.* **223**, 671-675 (1978).
- Ipavich, F.M. et al., *Science* **232**, 366 (1986).
- Jockers, K., *Icarus* **47**, 397-411 (1981).
- Jockers, K., *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.* **62**, 791-838 (1985).
- Johnstone, A. et al., *Nature*, **321**, 344, (1986).
- Johnstone, A. et al., *J. Phys. E* **20**, 795, (1987).
- Johnstone, A.D., en "Comet Halley", Editor John Mason, Ed Ellis Horwood, 1990.
- Johnstone, A.D., A.J. Coates, D.E. Huddleston, K. Jokers, B. Wilken, H. Borg, C. Gurgiolo, J.D. Winningham, and E. Amata, Observations of the solar wind and cometary ions during the encounter between Giotto and comet P/Grigg-Skjellerup, *Astron. Astrophys.*, **273**, L1-L4, 1993.
- Kelly Beatty, J., O'Leary, B. and A. Chaikin eds., "The New Solar System", Cambridge University Press (1981).
- Knudsen, W.C. et al., *J. Geophys. Res.* **87**, 2246, (1982).
- Luhmann, J.G. et al., *Adv. Space Res.* **5**, 307, (1985).
- Luhmann, J.G. and S.J. Bauer, *Solar Wind Effects on Atmosphere Evolution at Venus and Mars, Geophysical Monograph 66 (Venus and Mars: Atmospheres, Ionospheres, and Solar Wind Interactions) of the AGU*, 1992.
- Lundin, R. et al., *Nature*, **341**, 609, (1989).
- Meyer-Vernet, N et al., *Science* **232**, 370 (1986).
- Mihalov, J.D. et al., *J. Geophys. Res.* **85**, 7613, (1980).
- Mihalov, J.D. et al., *J. Geophys. Res.* **87**, 10363, (1982).
- Möbius, E., B. Klecker, D. Hovestadt and M. Scholer, Interaction of Interstellar Pick-up Ions with the Solar Wind,

- Astrophys. Space Sci., **144**, 487-505, 1988.
- Montgomery, M.D., et al., J. Geophys. Res. **73**, 3697 (1968).
- Moore, K.R., and J. McComas, A Synthesis of Measured and Deduced Properties of Pickup Ions in the Venus-Solar Wind Interaction, Geophysical Monograph 66 (Venus and Mars: Atmospheres, Ionospheres, and Solar Wind Interactions) of the AGU, 1992.
- Nagy, A.F. et al., Geophys. Res. Letters **8**, 629, (1981).
- Nagy, A.F. and Cravens, T.E., Geophys. Res. Letters **15**, 433, 1988.
- Neidner, M.B. y Brandt, J.C., Astrophys. J. **223**, 655-670 (1978).
- Ogilvie, K.W. et al., J. Geophys. Res. **76**, 8165 (1971).
- Ogilvie, K.W. et al., Science **232**, 374 (1986).
- Parker, E.N., Interaction of the Solar Wind with the Geomagnetic Field, Physics of Fluids, **1**, 171, 1958.
- Parks, G.K., Physics of Space Plasmas, Ed. Addison-Wesley, 1991.
- Pérez de Tejada, H. y Durand-Manterola, H.J., Phys. Plasmas **3**(2), 639-643, (1996).
- Pérez de Tejada, H. y Dryer, M, J. Geophys. Res. **81**, 2023, (1976).
- Pérez de Tejada, H., J. Geophys. Res. **91**, 6765 (1986a).
- Pérez de Tejada, H., J. Geophys. Res. **91**, 8039 (1986b).
- Pérez de Tejada, H., The Two-Tier Structure of Comet Giacobini-Zinner's Magnetic Tail, J. Geophys. Res. **95**, 10711-10716, (1990).
- Pérez-Enríquez, R. and Durand-Manterola, H.J., Stochastic particle acceleration by a random electric field in coronal loops, Geofís. Int. **31**, 47-49, (1992).

- Phillips J.L. and McComas D.J., Sp. Sci. Rev., 55, pp 1-80, (1991).
- Phillips, J.L. et al., Adv. Space Res. 5, 179, (1986a).
- Phillips, J.L. et al., J. Geophys. Res. 91, 7931, (1986b).
- Phillips, J.L. et al., J. Geophys. Res. 92, 9920, (1987).
- Phillips, J.L. and D.J. McComas, The Magnetosheath and Magnetotail of Venus, Space Sci. Rev., 55, 1-80, 1991.
- Russell, C.T. et al., Nature 282, 815, (1979).
- Russell, C.T. et al., Geophys. Res. Letters 8, 843, (1981).
- Russell, C.T. et al., Geophys. Res. Letters 12, 627, (1985).
- Russell, C.T. et al., J. Geophys. Res. 93, 5461, (1988).
- Scarf, F.L. et al., Science 232, 377 (1986).
- Schmidt, H.U. et al. In: Comets, ed. L.L. Wilkening (Tucson: University of Arizona Press) (1982).
- Smith, E.J. et al., Science 232, 382 (1986).
- Somogyi, A.J., W.I. Axford, G. Erdős, W.H. Ip, V.D. Shapiro y V.I. Shevchenko, Particle acceleration in the plasma fields near comet Halley, en Comet Halley, ed. John Mason, Ellis Horwood, (1990).
- Spenser, K. et al., J. Geophys. Res. 85, 7655, (1980).
- Spreiter, J.R. et al., Planetary Space Sci. 18, 1281, (1970).
- Spreiter, J.R. y Stahara, S.S., J. Geophys. Res. 85, 7715, (1980).
- Stahara, S.S. y Speiter, J.R., Calculation of Solar Wind Flows About Terrestrial Planets, Nielsen Engineering and Reserch Report, Mountain View, Calif., (1976).
- Stahara, S.S. et al., A new Computational Model for the Prediction of Mass Loading Phenomena for Solar Wind

Interactions with Cometary and Planetary Ionospheres,
AIAA 87-1410, Amer. Inst. of Aero. and Astronautics, New
York.

Tsurutani, B.T. et al., *Geophys. Res. Letters* **13**, 259-262,
(1986).

Von Roseninge, T.T. et al., *Science* **232**, 353 (1986).

Wallis, M.K., *Nature (London)* **233**, 23 (1971).

Whipple, F.L., *Astrophys. J.* **111**, 375 (1950).

Wolff, R.S. y Mendis, D.A., *J. Geophys. Res.*, **88(A6)**, 4749-4769,
1983.

Wu, C.S. et al., *J. Geophys. Res.* **77**, 5399-5406, (1972).

Yeomans, D.K. and Brandt, J.C., *The Comet Giacobini-Zinner
Handbook* (NASA/Jet Propulsion Laboratory, Pasadena, CA
1985).