

011 70

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

**DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO DE LA
FACULTAD DE INGENIERÍA**



CONTROL NO LINEAL DE GENERADORES SÍNCRONOS

T E S I S

**QUE PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRO EN INGENIERÍA
(ELÉCTRICA)
PRESENTA
I. E. J. MARTÍN GODOY ALCÁNTAR**

ASESOR : DR. GERARDO R. ESPINOSA PÉREZ

MÉXICO, D.F.

1997

**TESIS CON
FALTA DE**



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

ÍNDICE

1	Introducción	1
	1.1 Antecedentes y Motivación	1
	1.2 Formulación del Problema	1
	1.3 Revisión bibliográfica y contribuciones	3
2	Modelo del Generador Síncrono	5
	2.1 Parámetros básicos del Generador	5
	2.2 Ecuaciones de voltaje del Generador	9
	2.3 Modelo equivalente dq del Generador Síncrono	10
	2.3.1 Transformación de Park	10
	2.3.2 Obtención del Modelo Equivalente dq	11
	2.4 Ecuación del Par	15
	2.5 Modelo Completo del Generador	15
3	Control basado en Pasividad	17
	3.1 Ecuaciones de Euler-Lagrange	17
	3.2 Propiedades de las Ecuaciones Euler Lagrange	21
	3.2.1 Sistemas Disipativos y Sistemas Pasivos	21
	3.2.2 Pasividad de Los Sistemas Euler-Lagrange	24
	3.3 Metodología de Control	28
	3.4 Control basado en pasividad del Generador Síncrono	30
4	Control de Generadores Síncronos	33
	4.1 Formulación del Problema	33
	4.2 Diseño basado en Pasividad	34
	4.2.1 Moldeo de Energía para el Subsistema Eléctrico	34
	4.2.2 De seguimiento de Coordenadas a Seguimiento de Par	40
	4.2.3 Selección de las Coordenadas Deseadas	42
	4.2.4 Esquema de Control para el Subsistema Mecánico	48
	4.2.5 Resultados Principales	50

5	Simulaciones	52
5.1	Ecuaciones de Carga	52
5.1.1	Ecuaciones de la Línea de Transmisión	52
5.1.2	Ecuaciones de la Carga Local	53
5.2	Modelo en Ecuaciones de Estado	55
5.3	Parámetros del Sistema	56
5.4	Regulación de Potencia	57
5.5	Perturbación de gran amplitud: Cambio en la impedancia de la Línea de Transmisión	61
5.6	Perturbación de gran amplitud: Falla Trifásica	63
	Conclusiones	65
	Apéndice A Parámetros del Generador	67
	Apéndice B Prueba de la Condición Liptchitz del Esquema de Control del Generador Síncrono.	75
	Apéndice C Determinación de la Velocidad Angular del Vector de Flujo de los Devanados de Estator.	77
	Bibliografía	78

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN

1.1 Antecedentes y Motivación

A pesar de que la teoría de control lineal ha permitido estudiar ampliamente y resolver el problema de controlar un generador síncrono, no se ha hecho un esfuerzo comparable en el contexto de la teoría de control no lineal para derivar una estrategia de control que permita cumplir con los objetivos de operación de este tipo de máquina eléctrica.

La necesidad de satisfacer con calidad la creciente demanda de energía eléctrica así como el interés por lograr altos rendimientos de las máquinas han hecho necesario reducir las simplificaciones y consideraciones con las que actualmente se diseñan los esquemas de control, lo que ha conducido a trabajar con modelos más completos de los sistemas físicos, encontrándose frecuentemente que la supresión de las simplificaciones conduce a modelos no lineales que reflejan de una manera más completa al sistema que se analiza.

El advenimiento de nuevas metodologías de control no lineal y la disposición de elementos tecnológicos para su implantación han estimulado el interés por la búsqueda de estrategias de control no lineal para el generador síncrono.

La metodología que se utilizó en este trabajo se conoce en la literatura como basada en pasividad y corresponde a una rama de la teoría de control no lineal. Esta metodología ha sido utilizada con éxito para la definición de controladores de sistemas electromecánicos como el motor de inducción [Espinosa, 1993] y los robots manipuladores [Ortega, Loria, Kelly and Praly, 1995], que son descritos por modelos no lineales. Los resultados obtenidos en estos sistemas motivaron la aplicación de este método al sistema de control formado por el generador síncrono, que comparte con los sistemas mencionados la estructura lagrangiana de su modelo, así como condiciones de pasividad de éste que hacen factible la aplicación de este método.

1.2 Formulación del Problema

En el trabajo de tesis que se presenta el problema que se resuelve es el diseño de un controlador para un sistema formado por un sólo generador síncrono que opera en condiciones balanceadas.

El generador síncrono que se considera tiene tres devanados de estator (inducido) y tres devanados en el rotor, un devanado de campo (inductor) y dos devanados de amortiguamiento que se encuentran en cortocircuito. El modelo no lineal

del generador síncrono es pues, un sistema subactuado con dos entradas de control (el par mecánico y el voltaje de campo). Las tres variables que se consideran como salidas de interés son: la potencia activa, la cual es una relación no lineal de las variables del modelo (corrientes y flujos), el voltaje en terminales del generador y la velocidad angular. Las variables medibles del sistema son los voltajes y corrientes de estator así como la corriente de campo, las corrientes de los devanados amortiguadores no se consideran disponibles para medición.

El objetivo de operación del generador síncrono es suministrar una potencia activa de salida deseada manteniendo el voltaje en terminales constante en magnitud y frecuencia a pesar de perturbaciones en éstas. Este objetivo de operación puede establecerse como el problema de control de seguimiento de potencia activa de salida y de regulación del voltaje y frecuencia.

El objetivo de este trabajo es definir una ley de control (que utilizara sólo variables medibles) tal que se cumplan los objetivos de operación del generador síncrono manteniendo la estabilidad interna. Para lograr el objetivo de control es necesario tener en cuenta los siguientes hechos:

Cuando cualquiera de las dos entradas del generador (conectado a un sistema de potencia) cambia, las variables correspondientes a la potencia activa, la potencia reactiva, el voltaje y la frecuencia angular, cambiarán debido al acoplamiento entre las dos entradas y las cuatro variables. El grado de acoplamiento depende del tamaño del sistema y su estructura. El menor grado de interacción se obtiene cuando el sistema es *muy grande*, i.e. está formado por muchas máquinas generadoras interconectadas entre sí, en el caso límite se habla de una red infinita. Tal tipo de red presenta una constante de tiempo muy grande, en comparación con un generador individual. Es obvio, entonces, que la manipulación del par de entrada de una sola máquina tendrá un efecto muy pequeño en la frecuencia angular del sistema. También, puesto que la red infinita es vista desde el generador individual como una fuente con impedancia cero, el voltaje del bus estará fijo y mas allá del control por medio de la corriente de campo. Estos hechos, presentes en una red infinita, reducen a dos las salidas del generador, la potencia activa y el voltaje en terminales del generador. En este caso la manipulación de la corriente de campo afectará principalmente al voltaje en terminales del generador, mientras que un cambio en el par de entrada afectará principalmente la salida de potencia activa. Entre las dos entradas y las dos salidas sigue presente un acoplamiento.

Con base en las consideraciones anteriores, la formulación del problema abordado en esta tesis se puede establecer como:

Problema de seguimiento de potencia activa y regulación de voltaje. Considere el modelo no lineal del generador síncrono. Asuma:

A.1 Sólo las corrientes de los devanados de estator, la corriente de campo, la posición del rotor y la velocidad angular están disponibles para medición,

A.2 Los parámetros del generador son conocidos

A.3 La potencia activa de salida deseada es acotada.

Bajo estas condiciones, diseñe una ley de control que asegure, estabilidad interna, seguimiento asintótico de potencia y regulación del voltaje en terminales del generador.

1.3 Revisión Bibliográfica y Contribuciones

En el control de generadores síncronos pueden distinguirse dos principales enfoques de investigación, el primero establecido desde tiempo atrás por los ingenieros de sistemas de potencia y el más actual, desarrollado por la rama de control no lineal de la comunidad de control.

El primero se caracteriza por el uso de métodos de diseño de controladores basados en la teoría de control lineal, con lo que se establecen los esquemas de control formados por el gobernador y el regulador de voltaje. Este esquema es ampliamente estudiado en [Anderson y Fouad, 1967], [Krause, Wasynczuk y Sudhoff, 1994] por mencionar sólo dos textos de la extensa literatura disponible. En estas referencias se tienen en cuenta las propiedades estabilizadoras que tiene el sistema de excitación cuando se inyecta amortiguamiento al sistema a través de él mediante señales derivadas de la frecuencia, como fue establecido en [Demello y Concordia, 1967]. Dentro de este mismo enfoque se han presentado alternativas a la estrategia de control como en [Elgerd y Fosha, 1968a,b] en que se explora la aplicación del control óptimo en el diseño de controladores para el problema de control de frecuencia-potencia.

El segundo enfoque constituye una nueva alternativa para el desarrollo de esquemas de control para el generador síncrono. Su principal característica es que el sistema bajo estudio es visto desde una perspectiva no lineal y se aplican técnicas desarrolladas para esta clase de sistemas.

Dentro de este segundo enfoque se encuentra el trabajo [Marino, 1984] que utiliza el concepto de linealización exacta por realimentación para diseñar un regulador no lineal para un generador síncrono conectado a un bus infinito. Adicionalmente se encuentran los trabajos de [Wang, Hill y Middleton, 1992, 1994, 1996] que utilizan la técnica de linealización directa por realimentación para derivar un nuevo control de excitación y coordinan con un controlador rápido de válvula para mejorar la estabilidad transitoria del sistema de potencia ante una falla. Una aplicación del control difuso puede encontrarse en [Huang, 1995] en el que se propone un esquema de este tipo para fortalecer la estabilidad de los sistemas de potencia y cuyas reglas de control se basan en el plano de fase para derivar una secuencia de operación.

Una metodología más reciente, basada en pasividad, aplicada a los sistemas de potencia y que se utiliza en este trabajo, explota sistemáticamente las propiedades físicas del sistema.

Como antecedentes de esta metodología se tienen referencias como [Ortega y Espinosa, 1991] en la que se propone una metodología para el diseño de controladores para resolver el problema de control por retroalimentación de salida para la clase de sistemas Euler-Lagrange. En ella se consideran como punto base las ideas de *moldeo de energía e inyección de amortiguamiento* desarrolladas para resolver problemas de regulación y se les da una interpretación en términos de una variante de

la técnica de control de asignación de modelo, lo cual deriva en la técnica denominada asignación de la dinámica deseada que permite resolver problemas de seguimiento. Esta técnica basada en propiedades de pasividad (disipación) es utilizada en [Ortega, Canudas y Seleme, 1993] aplicándose al modelo no lineal $\alpha\beta$ del motor de inducción para derivar la primera solución globalmente definida y globalmente estable para el problema de seguimiento de par con retroalimentación de salida y par de carga conocido.

En [Espinosa, 1993] se resuelve el problema de control del modelo no lineal del motor de inducción, el cual se aborda desde un punto de vista físico, utilizando la naturaleza Euler-Lagrange del sistema y las propiedades de pasividad, pasividad por bloques y la existencia de fuerzas que no producen trabajo, para derivar un controlador globalmente estable para el problema de seguimiento de par y velocidad con regulación de la norma de flujo.

La principal contribución de la tesis que se presenta consiste en la aplicación de la técnica de control no lineal basada en pasividad descrita ampliamente en [Nicklasson, Ortega y Espinosa, 1994] para resolver el problema de la máquina generalizada y tratar el problema de control del generador síncrono, el cual se enuncia como el problema de seguimiento de potencia y regulación de la norma del voltaje.

CAPÍTULO 2

MODELO DEL GENERADOR SÍNCRONO

RESUMEN

En este capítulo se presenta un modelo no lineal del generador síncrono en el cual se evidencia su estructura lagrangiana. Sobre el modelo no lineal se aplica la transformación de Park para obtener el modelo dq , que conserva la característica de ser no lineal y el cual representa el punto de partida para el diseño del controlador.

2.1 Parámetros básicos del Generador

El generador síncrono es, en el contexto de los circuitos eléctricos, un arreglo de circuitos acoplados magnéticamente cuyos principales parámetros son variantes en el tiempo.

La máquina (Fig. 2.1) contiene cuatro arrollamientos básicos: tres devanados idénticos distribuidos simétricamente en el estator y el devanado de campo en el rotor. Además, puede estar equipada con devanados de amortiguamiento, consistentes en un arrollamiento en corto circuito, tipo jaula de ardilla, ubicado en las ranuras de la superficie del rotor.

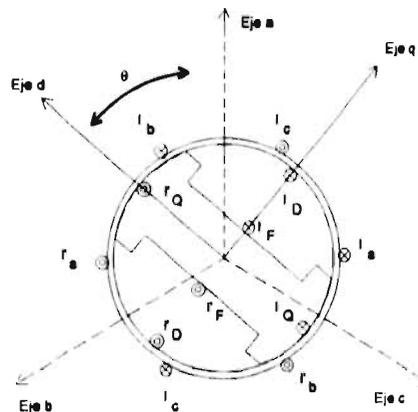


Fig. 2.1 Representación del generador síncrono con tres devanados de estator a , b y c , un devanado de campo F y dos devanados amortiguadores D y Q .

La figura 2.1 en términos de circuitos eléctricos corresponde a la figura 2.2.

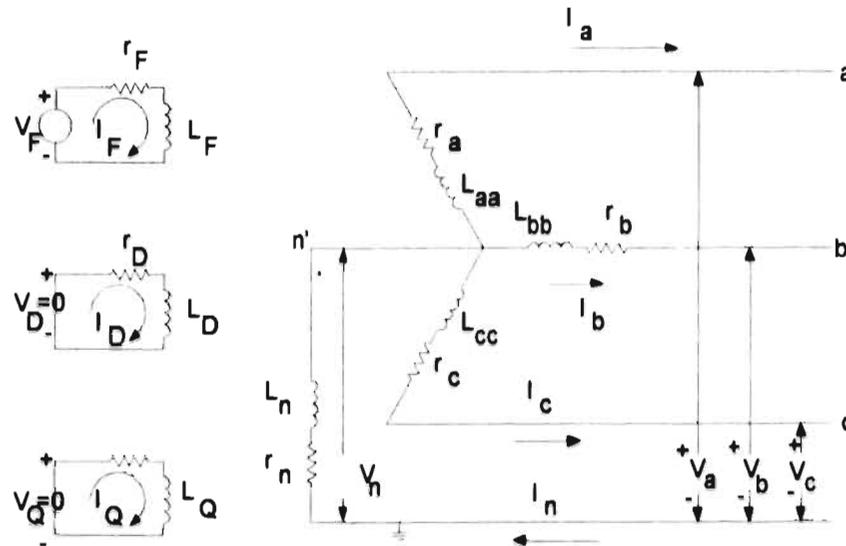


Fig. 2.2 Diagrama esquemático de la máquina síncrona con tres devanados de estator, un devanado de campo y dos devanados amortiguadores (en el diagrama se han omitido las inductancias de estator a rotor por cuestión de claridad en el esquema).

La primera suposición que se hace es considerar que el generador síncrono es magnéticamente lineal. El concepto de inductancia tiene sentido sólo si se asume proporcionalidad directa entre corrientes y flujos. Como se puede observar de la fig. 2.1, todas las inductancias entre los arrollamientos, con excepción de las inductancias de rotor a rotor, dependen de la posición del rotor θ y son por consiguiente, variantes con el tiempo. La variación de las inductancias es periódica (armónica); i.e. se puede escribir para el arrollamiento de la fase a como

$$L_{aa} = L_s + L_m \cos 2\theta$$

donde L_s y L_m son las inductancias de dispersión y propia, respectivamente. Las inductancias para las fases b y c tienen la misma forma que la de la fase a pero están espaciadas $2\pi/3$ y $4\pi/3$ de este arrollamiento, i.e.

$$\begin{aligned} L_{bb} &= L_s + L_m \cos 2(\theta - 2\pi/3) \\ L_{cc} &= L_s + L_m \cos 2(\theta - 4\pi/3) \end{aligned}$$

Las inductancias mutuas entre los devanados de estator satisfacen la condición

$$L_{ij} = L_{ji}$$

y son negativas. Esto se debe al hecho de que la corriente de estator en el devanado i produce una componente negativa de eslabonamiento de flujo en los restantes dos devanados de estator.

En relación a las inductancias mutuas entre los devanados de estator, se tiene que para la inductancia entre las fases a y b

$$L_{ab} = -M_s - L_m \cos 2(\theta + \pi / 6)$$

donde M_s es la inductancia de dispersión y es positiva.

De manera similar se tiene para las otras dos inductancias mutuas

$$\begin{aligned} L_{bc} &= -M_s - L_m \cos 2(\theta - \pi / 2) \\ L_{ac} &= -M_s - L_m \cos 2(\theta - \pi / 6) \end{aligned}$$

En lo referente a las inductancias propias de rotor a rotor L_{RR} se sabe que estas son constantes y están dadas para el devanado de campo, el devanado amortiguador D y el devanado amortiguador Q por

$$L_{FF} = L_F \quad L_{DD} = L_D \quad L_{QQ} = L_Q$$

respectivamente.

En relación a las inductancias mutuas entre los devanados F y D , éstas son constantes y no varían con la posición del rotor. Considerando el desplazamiento de 90° entre estos arrollamientos se tiene que las inductancias mutuas están dadas por

$$L_{FD} = L_{DF} = M_R \quad L_{FQ} = L_{QF} = 0 \quad L_{DQ} = L_{QD} = 0$$

Las inductancias mutuas del devanado de campo al estator varían de forma sinusoidal de acuerdo a

$$\begin{aligned} L_{Fa} &= M_F \cos \theta \\ L_{Fb} &= M_F \cos(\theta - 2\pi / 3) \\ L_{Fc} &= M_F \cos(\theta + 2\pi / 3) \end{aligned}$$

donde M_F es la magnitud de la inductancia del devanado de campo al estator. Las expresiones para las inductancias mutuas de los devanados de amortiguadores del rotor a los devanados de estator se construyen de manera similar obteniéndose para el devanado amortiguador en eje d

$$\begin{aligned} L_{Da} &= M_D \cos \theta \\ L_{Db} &= M_D \cos(\theta - 2\pi / 3) \\ L_{Dc} &= M_D \cos(\theta + 2\pi / 3) \end{aligned}$$

y para el devanado amortiguador del eje q

$$L_{Qa} = M_Q \sin \theta$$

$$\begin{aligned} L_{Qb} &= M_Q \sin(\theta - 2\pi / 3) \\ L_{Qc} &= M_Q \sin(\theta + 2\pi / 3) \end{aligned}$$

Bajo las consideraciones anteriores la proporcionalidad entre corrientes y flujos se puede escribir como

$$\begin{bmatrix} \lambda_{abc} \\ \lambda_{FDQ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{aa} & L_{aR} \\ L_{Ra} & L_{RR} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{abc} \\ i_{FDQ} \end{bmatrix} \quad (2.1.1)$$

con

$$\begin{aligned} L_{aa} &= \text{Matriz de inductancias de estator a estator.} \\ L_{aR}, L_{Ra} &= \text{Matrices de inductancias de estator a rotor.} \\ L_{RR} &= \text{Matriz de inductancias de rotor a rotor.} \end{aligned}$$

y donde estas matrices, basándose en la discusión anterior, están dadas por

$$L_{aa} = \begin{bmatrix} L_s + L_m \cos 2\theta & -M_s - L_m \cos 2(\theta + \pi / 6) & -M_s - L_m \cos 2(\theta + 5\pi / 6) \\ -M_s - L_m \cos 2(\theta + \pi / 6) & L_s + L_m \cos 2(\theta - 2\pi / 3) & -M_s - L_m \cos 2(\theta - \pi / 2) \\ -M_s - L_m \cos 2(\theta + 5\pi / 6) & -M_s - L_m \cos 2(\theta - \pi / 2) & L_s + L_m \cos 2(\theta + 2\pi / 3) \end{bmatrix}$$

$$L_{aR} = L_{Ra}^T \begin{bmatrix} M_F \cos \theta & M_D \cos \theta & M_Q \sin \theta \\ M_F \cos(\theta - 2\pi / 3) & M_D \cos(\theta - 2\pi / 3) & M_Q \sin(\theta - 2\pi / 3) \\ M_F \cos(\theta + 2\pi / 3) & M_D \cos(\theta + 2\pi / 3) & M_Q \sin(\theta + 2\pi / 3) \end{bmatrix}$$

$$L_{RR} = \begin{bmatrix} L_F & M_R & 0 \\ M_R & L_D & 0 \\ 0 & 0 & L_Q \end{bmatrix}$$

donde θ es la posición del rotor a partir de la fase a, definida en la fig. 2.1.

Otra derivación completa de cada término de éstas submatrices se puede encontrar en [Krause, Waszynuck y Sudhoff, 1994] y aún cuando el eje de referencia de la disposición angular de los devanados y el número de devanados de amortiguamiento (dos devanados) en el eje q que es utilizado, difiere respecto al presente trabajo (un devanado de amortiguamiento en eje q), se observa que estos términos son equivalentes.

De acuerdo a esta última referencia el desempeño de casi todos los tipos de máquinas síncronas puede ser descrito por modificaciones directas de las ecuaciones que están establecidas en ese texto. También se establece que el comportamiento de generadores de hidroturbina, que siempre son máquinas de polos salientes, puede describirse en forma suficiente por un devanado de amortiguamiento equivalente en el eje q (que es implícitamente el caso considerado en este trabajo al considerar que las inductancias en eje directo y en cuadratura son distintas). Considerando este hecho y la diferencia angular debida a la selección

distinta de la orientación del eje directo, se tiene que las ecuaciones de la máquina en ambos textos son completamente equivalentes.

2.2 Ecuaciones de Voltaje del Generador

El modelo matemático del generador síncrono del que se parte es el que se describe en [Anderson y Fouad, 1967] y que considera la presencia de tres devanados de estator, un devanado de campo y dos devanados de amortiguamiento. El acoplamiento entre los embobinados es una función de la posición del rotor. De acuerdo a esta referencia y suponiendo elementos disipativos lineales, las ecuaciones de voltaje del generador síncrono, representado en el diagrama de la figura 2.2, pueden escribirse en forma matricial de la forma

$$\begin{bmatrix} V_{abc} \\ V_{FDQ} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} R_{abc} & 0 \\ 0 & R_{FDQ} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{abc} \\ i_{FDQ} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dot{\lambda}_{abc} \\ \dot{\lambda}_{FDQ} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_n I_3 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.2.1)$$

donde los vectores

$$\begin{aligned} V_{abc} &= [V_a \ V_b \ V_c]^T \\ V_{FDQ} &= [-V_F \ 0 \ 0]^T \\ \lambda_{abc} &= [\lambda_a \ \lambda_b \ \lambda_c]^T \\ \lambda_{FDQ} &= [\lambda_F \ \lambda_D \ \lambda_Q]^T \end{aligned}$$

corresponden a los voltajes de estator V_{abc} , voltajes de rotor V_{FDQ} , encadenamientos de flujo del estator λ_{abc} y encadenamientos de flujo del rotor λ_{FDQ} . El voltaje a neutro V_n está dado por

$$V_n = -r_n \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} - L_n \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}$$

mientras que las matrices

$$R_{abc} = \begin{bmatrix} r & 0 & 0 \\ 0 & r & 0 \\ 0 & 0 & r \end{bmatrix} \quad R_{FDQ} = \begin{bmatrix} r_F & 0 & 0 \\ 0 & r_D & 0 \\ 0 & 0 & r_Q \end{bmatrix}$$

representan las resistencias de estator y de rotor respectivamente. Nótese que adicionalmente se ha supuesto que la resistencia de los devanados de estator es la misma, lo cual es razonable para una máquina real.

2.3 Modelo Equivalente dq del Generador Síncrono

La ecuación matricial (2.2.1) constituye el modelo no lineal de la parte eléctrica del generador síncrono donde la mayoría de las inductancias presentes son variantes con la posición angular del rotor. Esta variación de las inductancias se puede eliminar con la aplicación de la transformación de Park a las ecuaciones que corresponden a las variables del estator para referirlas a un nuevo marco de referencia. La transformación de Park se utiliza extensamente en la literatura de las máquinas eléctricas, por lo que su tratamiento aquí es muy breve refiriendo al lector a la extensa literatura disponible (e.g. [Anderson y Fouad, 1967] y [Krause, Waszynzuck y Sudhoff, 1994]) para una explicación más amplia.

2.3.1 Transformación de Park

La transformación de Park representa una simplificación de la descripción matemática de la máquina síncrona. Esta transformación define un nuevo conjunto de variables de estator, tales como corrientes, voltajes o encadenamientos de flujo, en términos de las variables reales de los arrollamientos. Las nuevas cantidades son las que se obtienen de la proyección de las tres variables de estator reales en cada uno de tres nuevos ejes: uno a lo largo del eje directo del devanado de campo, que se denomina eje directo; un segundo eje a lo largo del eje neutral del devanado de campo, que se denomina eje en cuadratura y el tercer eje representado por un eje estacionario.

El efecto de la transformación de Park es simplemente convertir todas las cantidades del estator en nuevas variables que corresponden a un marco de referencia que se mueve con el rotor. Esta transformación usa dos de las nuevas variables como las componentes de los ejes d y q ; la tercer variable es estacionaria y es proporcional a la cantidad de secuencia cero. La disposición angular de las nuevas variables así como las variables reales se muestran en la figura 2.1.

La transformación de Park P que se considera en este trabajo está dada por

$$P = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ \cos\theta & \cos(\theta - 2\pi/3) & \cos(\theta + 2\pi/3) \\ \sin\theta & \sin(\theta - 2\pi/3) & \sin(\theta + 2\pi/3) \end{bmatrix} \quad (2.3.1)$$

cuya inversa es

$$P^{-1} = \sqrt{2/3} \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} & \cos\theta & \sin\theta \\ 1/\sqrt{2} & \cos(\theta - 2\pi/3) & \sin(\theta - 2\pi/3) \\ 1/\sqrt{2} & \cos(\theta + 2\pi/3) & \sin(\theta + 2\pi/3) \end{bmatrix} \quad (2.3.2)$$

y donde θ está definido como en la sección 2.1.

De la comparación de (2.3.1) y (2.3.2) se tiene $P^{-1} = P^T$, lo cual significa que la transformación es ortogonal. En el contexto que se estudia aquí, significa que es de potencia invariante, es decir, se utiliza la misma expresión de potencia en cualquiera de los dos marcos de referencia (abc ó $0dq$). Como ejemplo de lo anterior, queda establecida la relación entre las nuevas variables de corrientes en el marco $0dq$ con las variables originales abc por medio de las relaciones

$$i_{0dq} = P i_{abc} \quad i_{abc} = P^{-1} i_{0dq}$$

donde

$$i_{0dq} = \begin{bmatrix} i_0 \\ i_d \\ i_q \end{bmatrix} \quad i_{abc} = \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}$$

con las variables con el subíndice "0" correspondiendo a los términos de secuencia cero.

2.3.2 Obtención del Modelo Equivalente dq

A fin de obtener el modelo equivalente de la máquina síncrona se aplica la transformación de Park a ambos miembros de la ecuación (2.2.1) por medio de la transformación \bar{P} dada por

$$\bar{P} = \begin{bmatrix} P & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix},$$

donde I denota a la matriz identidad de dimensión 3.

Una vez efectuada la transformación se obtiene el siguiente resultado

$$\begin{bmatrix} V_{0dq} \\ V_{FDQ} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} R_{abc} & 0 \\ 0 & R_{FDQ} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{0dq} \\ i_{FDQ} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} L_{0dq} & \bar{L}_m \\ \bar{L}_m^T & L_{FDQ} \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{0dq} \\ i_{FDQ} \end{bmatrix} + \omega \bar{W} \begin{bmatrix} i_{0dq} \\ i_{FDQ} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_{0dq} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.3.3)$$

con las submatrices

$$L_{0dq} = \begin{bmatrix} L_0 & 0 & 0 \\ 0 & L_d & 0 \\ 0 & 0 & L_q \end{bmatrix} \quad \bar{L}_m = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ kM_F & kM_D & 0 \\ 0 & 0 & kM_Q \end{bmatrix}$$

donde

$$L_d = L_s + M_s + (3/2)L_m$$

$$L_q = L_s + M_s - (3/2)L_m$$

$$L_0 = L_s - 2M_s$$

$$k = \sqrt{3/2}$$

$$L_{FDQ} = \begin{bmatrix} L_F & M_R & 0 \\ M_R & L_D & 0 \\ 0 & 0 & L_Q \end{bmatrix}$$

$$\bar{W} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -L_q & 0 & 0 & -kM_Q \\ 0 & L_d & 0 & kM_F & kM_D & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$n_{0dq} = \begin{bmatrix} -3r_n i_0 - 3L_n \frac{di_0}{dt} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

donde r_n y L_n corresponden a los valores para la impedancia a través de la cual se aterriza el neutro del generador.

El tercer término del segundo miembro de (2.3.3) corresponde a los voltajes por velocidad y resulta de la aplicación de las relaciones

$$\lambda_{0dq} = L_{0dq} i_{0dq}$$

$$P \dot{\lambda}_{abc} = \dot{\lambda}_{0dq} - \dot{P} P^{-1} \lambda_{0dq}$$

en (2.2.1) y donde se tiene

$$\dot{\mathbf{P}} \mathbf{P}^{-1} \lambda_{0dq} = \omega \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_0 \\ \lambda_d \\ \lambda_q \end{bmatrix} \quad \omega = \frac{d\theta}{dt}$$

Del análisis de las matrices se observa que la ecuación que involucra el término de corriente de secuencia cero está completamente desacoplada del resto de las ecuaciones por lo que puede separarse y resolverse aparte. Además, como se consideraron condiciones balanceadas de operación del generador síncrono, el término de secuencia cero se anula y por tanto no existe problema para eliminarlo del conjunto de ecuaciones.

La ecuación (2.3.3) con las cantidades de secuencia cero suprimidas constituye el modelo dq no lineal de la parte eléctrica del generador que opera en condiciones balanceadas. Con la finalidad de que este modelo fuera consistente con la estructura y nomenclatura comúnmente utilizada de las ecuaciones Euler-Lagrange (ver sección 3.1 del capítulo 3) se reordenaron las ecuaciones a fin de poner en primer término las ecuaciones que se ven afectadas por las entradas de control y los vectores de corriente fueron expresados en términos de las coordenadas eléctricas generalizadas.

El modelo de la parte eléctrica del generador síncrono, donde ya se eliminaron las cantidades de secuencia cero, está dado por la ecuación

$$D_e \ddot{q}_p - \dot{q}_m W \dot{q}_p + R \dot{q}_p = V \quad (2.3.4)$$

donde las matrices D_e , W y R y las particiones de éstas que se utilizaron en derivaciones en los capítulos 3 y 4 están dadas por

$$D_e = \begin{bmatrix} D_{e1|1\cdot1} & D_{e12|1\cdot4} \\ D_{e12^T|4\cdot1} & D_{e22|4\cdot4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_F & kM_F & 0 & M_R & 0 \\ kM_F & L_d & 0 & kM_D & 0 \\ 0 & 0 & I_q & 0 & kM_Q \\ M_R & kM_D & 0 & L_D & 0 \\ 0 & 0 & kM_Q & 0 & I_Q \end{bmatrix} \quad (2.3.5)$$

$$W = \begin{bmatrix} W_{1|1\cdot1} & W_{12|1\cdot4} \\ W_{2|4\cdot1} & W_{22|4\cdot4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -I_q & 0 & -kM_Q \\ kM_F & L_d & 0 & kM_D & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.3.6)$$

$$R = \begin{bmatrix} r_{F[1 \cdot 1]} & 0_{[1 \cdot 2]} & 0_{[1 \cdot 2]} \\ 0_{[2 \cdot 1]} & R_{s[2 \cdot 2]} & 0_{[2 \cdot 2]} \\ 0_{[2 \cdot 1]} & 0_{[2 \cdot 2]} & R_{r[2 \cdot 2]} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_F & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & r & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_D & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & r_Q \end{bmatrix} \quad (2.3.7)$$

La equivalencia de coordenadas generalizadas a las cantidades eléctricas normalmente utilizadas en la literatura, así como las distintas particiones del vector de coordenadas eléctricas que fueron utilizadas en las derivaciones a lo largo del texto, se presentan en las siguientes igualdades

$$\dot{q}_p = \begin{bmatrix} \dot{q}_{p[1 \cdot 1]} \\ \dot{q}_{p[2 \cdot 1]} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{q}_F \\ \dot{q}_{p2s[2 \cdot 1]} \\ \dot{q}_{p2r[2 \cdot 1]} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{q}_F \\ \dot{q}_d \\ \dot{q}_q \\ \dot{q}_D \\ \dot{q}_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_F \\ i_d \\ i_q \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix} \quad (2.3.8)$$

Para la coordenada mecánica

$$\dot{q}_m = \omega = \dot{\theta} \quad (2.3.9)$$

El miembro derecho de (2.3.4) está dado por

$$V = \begin{bmatrix} V_{p[1 \cdot 1]} \\ V_{p[2 \cdot 1]} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_F \\ V_{p2s[2 \cdot 1]} \\ V_{p2r[2 \cdot 1]} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_F \\ -V_d \\ -V_q \\ V_D = 0 \\ V_Q = 0 \end{bmatrix} \quad (2.3.10)$$

Al igual que (2.3.8) se definen las particiones para el vector de flujos como

$$\lambda_p = \begin{bmatrix} \lambda_{p[1 \cdot 1]} \\ \lambda_{p[2 \cdot 1]} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_F \\ \lambda_{p2s[2 \cdot 1]} \\ \lambda_{p2r[2 \cdot 1]} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_F \\ \lambda_d \\ \lambda_q \\ \lambda_D \\ \lambda_Q \end{bmatrix} \quad (2.3.11)$$

2.4 Ecuación del Par

La ecuación de la parte mecánica del generador está dada por

$$D_m \ddot{q}_m = T_i - T_p \quad (2.4.1)$$

donde T_i y T_p son el par mecánico de entrada y el par mecánico de origen eléctrico respectivamente. Este último término se obtiene a partir de la energía almacenada en el campo magnético W_{fld} por los tres circuitos de estator y los tres circuitos del rotor. Para el caso de circuitos magnéticos lineales, que se considera en esta tesis, la energía en el campo está dada por

$$W_{fld} = \sum_{k=1}^6 \frac{1}{2} (i_k i_j L_{kj})$$

que es función de la posición del rotor ya que los elementos L_{kj} son los elementos de la matriz de inductancias en (2.1.1). Usando $T_p = \partial W_{fld} / \partial \theta$ se obtiene la expresión del par mecánico de origen eléctrico cuya forma expandida en el marco dq es

$$T_p = L_d \dot{q}_d \dot{q}_q + kM_F \dot{q}_F \dot{q}_q + kM_D \dot{q}_D \dot{q}_q - L_q \dot{q}_d \dot{q}_q - kM_Q \dot{q}_d \dot{q}_q$$

Es interesante notar que esta expresión en forma matricial está dada por

$$T_p = \dot{q}_p^T W \dot{q}_p \quad (2.4.2)$$

con W definida en (2.3.6)

2.5 Modelo Completo del Generador Síncrono

Con el fin de motivar la aplicación de la técnica de control basada en pasividad al modelo del generador síncrono, este capítulo se finaliza con la siguiente observación acerca de la estructura completa de este modelo.

Es conveniente notar que el modelo presentado del generador síncrono corresponde a la estructura general de un sistema electromecánico. Es decir, esta máquina eléctrica está formada por un subsistema eléctrico dado por (ver (2.3.4)).

$$D_e \ddot{q}_p - \dot{q}_p^T W \dot{q}_p + R \dot{q}_p = V \quad (2.5.1)$$

y un subsistema mecánico dado por (ver (2.4.1))

$$D_m \ddot{q}_m = T_l - T_p \quad (2.5.2)$$

Las señales de interacción están dadas por un lado, por una fuerza mecánica de origen eléctrico definida por el par generado (ver (2.4.2)).

$$T_p = \dot{q}_p^T W \dot{q}_p \quad (2.5.3)$$

y por otro lado, por voltajes de origen mecánico dados por el segundo miembro del lado izquierdo de la ec. (2.5.1).

En el siguiente capítulo se verá como, aprovechando esta estructura, es posible aplicar la técnica de control basada en pasividad para resolver el problema de control del generador síncrono.

CAPÍTULO 3

CONTROL BASADO EN PASIVIDAD

RESUMEN

En este capítulo se presenta el soporte teórico para el diseño de controladores basado en la metodología de pasividad. Este soporte comprende la revisión de las ecuaciones Euler-Lagrange en su estructura y propiedades desde el punto de vista de control. Estas propiedades se presentan para el caso particular del modelo del generador. Posteriormente se exponen los conceptos básicos de la técnica de control así como la metodología de diseño de controladores para sistema no lineales.

Este capítulo sigue estrechamente lo expuesto en [Espinosa, 1993] y las referencias citadas por este texto, y es una recapitulación de resultados ampliamente conocidos que el lector interesado puede consultar en [Meisel, 1966].

3.1 Ecuaciones de Euler-Lagrange

Considere un sistema S compuesto por m elementos ideales (sin considerar su naturaleza). Si no existe conexión alguna entre ellos, el comportamiento dinámico de S puede ser especificado completamente por m coordenadas básicas x_i , $i = 1, \dots, m$ y se dice que posee m grados de libertad. Si estos elementos ideales son interconectados de alguna manera, entonces su comportamiento es restringido debido a la dependencia dinámica de uno con respecto a los otros, es decir, se establecen restricciones sobre el comportamiento dinámico de S o equivalentemente el número de grados de libertad es reducido. Específicamente, si S se somete a r restricciones holonómicas (i.e. las restricciones entre las coordenadas se puede integrar para obtener una ecuación algebraica de las mismas), el número de coordenadas independientes es solamente $n = m - r$, por lo tanto el número de grados de libertad es reducido a n .

Las coordenadas independientes q_i , $i = 1, \dots, n$, son llamadas *coordenadas generalizadas* y establecen una representación del sistema completo, ya que las m coordenadas básicas pueden ser expresadas como funciones de ellas, esto es

$$x_i = x_i(q_1, \dots, q_n) \quad i = 1, \dots, m$$

Así, el comportamiento dinámico de S puede ser representado solamente en términos de q . En particular, la coenergía cinética del sistema puede ser representada como $T(q, \dot{q})$ mientras que la energía potencial como $V(q)$.

Si se considera que el sistema S está en equilibrio, es decir, existe balance de fuerzas y se expresa su comportamiento en términos de q, \dot{q} , aplicando el principio de D'Alembert se obtiene la siguiente igualdad para las fuerzas que aparecen en el sistema

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L(q, \dot{q})}{\partial \dot{q}_i} \right] - \frac{\partial L(q, \dot{q})}{\partial q_i} + \frac{\partial \mathcal{V}(q)}{\partial q_i} = Q_i^e, \quad i = 1, \dots, n \quad (3.1.1)$$

donde los primeros dos términos del lado izquierdo son fuerzas debidas a la energía cinética, el tercero son fuerzas conservativas, es decir, derivables de la energía potencial y el término del lado derecho son las *fuerzas externas generalizadas*.

Con el fin de sistematizar esta formulación energética, se puede definir una nueva función como la diferencia entre la coenergía cinética y la energía potencial

$$l(q, \dot{q}) = T(q, \dot{q}) - V(q) \quad (3.1.2)$$

Esta nueva función l es conocida como el *Lagrangiano* y su uso en (3.1.1) produce las ecuaciones de Euler-Lagrange para sistemas conservativos

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial l(q, \dot{q})}{\partial \dot{q}_i} \right] - \frac{\partial l(q, \dot{q})}{\partial q_i} = Q_i^e, \quad i = 1, \dots, n$$

Esta idealización conservativa de las ecuaciones de equilibrio puede ser modificada para cubrir la suposición más realista, que incluye las pérdidas de energía, si se introduce la *función de disipación de Rayleigh* $\mathcal{R}(q, \dot{q})$, y se considera que las fuerzas externas generalizadas Q_i^e son de la forma

$$Q_i^e = Q_i - \frac{\partial \mathcal{R}(q, \dot{q})}{\partial \dot{q}_i}$$

es decir, las fuerzas externas aplicadas a cada coordenada generalizada o grado de libertad menos las fuerzas de disipación. Bajo estas condiciones se obtiene la *forma completa* de las ecuaciones de Euler-Lagrange como

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial l(q, \dot{q})}{\partial \dot{q}_i} \right] - \frac{\partial l(q, \dot{q})}{\partial q_i} + \frac{\partial \mathcal{R}(q, \dot{q})}{\partial \dot{q}_i} = Q_i, \quad i = 1, \dots, n \quad (3.1.3)$$

Desde el punto de vista de control, se puede considerar el comportamiento descrito por (3.1.3) como un *sistema de control* con Q_i , las entradas o variables de

control. En este contexto se puede obtener una representación más general si se considera que solamente algunos grados de libertad m con $m < n$ pueden ser directamente controlados, i.e.

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial \mathcal{L}(q, \dot{q})}{\partial \dot{q}_i} \right] - \frac{\partial \mathcal{L}(q, \dot{q})}{\partial q_i} + \frac{\partial \mathcal{L}(q, \dot{q})}{\partial \dot{q}_i} = \begin{cases} Q_i & i = 1, \dots, m \\ 0, & i = m+1, \dots, n \end{cases} \quad (3.1.4)$$

con lo que se obtiene lo que se denota como *sistema lagrangiano de control*.

Debe hacerse notar que las ecuaciones dinámicas que se obtienen del uso de (3.1.3) son, por supuesto, las mismas que se obtienen de la aplicación de, por ejemplo, las leyes de Newton para sistemas mecánicos. Sin embargo, la ventaja del uso de (3.1.3), radica en el hecho de que sistemas compuestos por subsistemas de distintas naturalezas (e.g. sistemas electromecánicos) pueden ser abordados de la misma manera que los sistemas de una sola naturaleza.

Esta propiedad, que es una consecuencia directa del enfoque energético de las ecuaciones de Euler-Lagrange, puede ser fácilmente justificada por la construcción del Lagrangiano. Considere un sistema que posee dos subsistemas de distinta naturaleza representados por coordenadas α y β respectivamente, y su estructura es tal que α afecta directamente el comportamiento de β . Se puede construir la coenergía cinética de ambos subsistemas como $T_\alpha(\alpha, \dot{\alpha})$ y $T_\beta(\beta, \dot{\beta}, \alpha)$. Con éstas, la coenergía cinética *total* del sistema es

$$T(\alpha, \dot{\alpha}, \beta, \dot{\beta}) = T_\alpha(\alpha, \dot{\alpha}) + T_\beta(\beta, \dot{\beta}, \alpha)$$

De la misma forma, la energía potencial total del sistema es

$$V(\alpha, \beta) = V_\alpha(\alpha) + V_\beta(\alpha, \beta)$$

y por lo tanto el lagrangiano está dado por

$$\mathcal{L}(\alpha, \dot{\alpha}, \beta, \dot{\beta}) = T(\alpha, \dot{\alpha}, \beta, \dot{\beta}) - V(\alpha, \beta)$$

Para obtener el modelo dinámico del sistema representado por α , la aplicación de (3.1.3) produce (considerando el sistema conservativo por facilidad)

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial \mathcal{L}(\alpha, \dot{\alpha})}{\partial \dot{\alpha}} \right] - \frac{\partial \mathcal{L}(\alpha, \dot{\alpha})}{\partial \alpha} + \frac{\partial \mathcal{N}_\alpha(\alpha)}{\partial \alpha} - \frac{\partial T_\beta(\beta, \dot{\beta}, \alpha)}{\partial \alpha} + \frac{\partial V_\beta(\alpha, \beta)}{\partial \alpha} = Q_\alpha \quad (3.1.5)$$

donde Q_α son las fuerzas externas aplicadas sobre las coordenadas generalizadas α . Los primeros tres términos son las fuerzas debidas a la coenergía y la energía potencial del subsistema α , por lo tanto los últimos dos términos deben ser las fuerzas producidas por el subsistema β sobre el subsistema α .

Como puede notarse, el atractivo de las ecuaciones de Euler-Lagrange es que en realidad no se debe alterar su estructura general para incluir las fuerzas de *interacción* entre los dos subsistemas.

A continuación se presenta una consideración acerca de la estructura de la función de coenergía cinética $T(q, \dot{q})$ y de la función de disipación $\mathcal{J}(\dot{q})$ de la clase de sistemas definida por (3.1.3) o (3.1.4) y cuya importancia radica en el hecho que define la clase de sistemas como el que se presenta en este trabajo.

Suposición 3.1

Considere que la coenergía cinética total de los sistemas definidos por (3.1.3) o (3.1.4) es una función cuadrática de la forma

$$T(q, \dot{q}) = \frac{1}{2} \dot{q}^T D(q) \dot{q} = \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n d_{ij}(q) \dot{q}_i \dot{q}_j, \quad (3.1.6)$$

con $D(q)$ una matriz simétrica definida positiva para toda $q \in R^n$, mientras que la función de disipación de Rayleigh es de la forma

$$\mathcal{J}(\dot{q}) = \frac{1}{2} \dot{q}^T R \dot{q}$$

con R una matriz constante simétrica definida positiva. Lo anterior es restrictivo en el caso general, pero desde el punto de vista físico toma en cuenta a una cantidad importante de sistemas físicos como es el caso que se estudia en esta tesis. ■

Como una consecuencia de la estructura supuesta para $T(q, \dot{q})$ y $\mathcal{J}(\dot{q})$, la estructura de las ecuaciones (3.1.4) puede ser expresada como

$$D(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q}) + v(q) + R\dot{q} = Mu \quad (3.1.7)$$

donde cada entrada del vector $C(q, \dot{q})$ está dada por

$$c_k(q, \dot{q}) = \sum_{i,j=1}^n \left[\frac{\partial d_{ij}}{\partial \dot{q}_i} - \frac{1}{2} \frac{\partial d_{ij}}{\partial \dot{q}_k} \right] \dot{q}_i \dot{q}_j, \quad k = 1, \dots, n \quad (3.1.8)$$

En esta ecuación $v(q)$ son los términos derivados de la energía potencial dados por

$$v(q) = \left[\frac{\partial V(q)}{\partial q_1}, \dots, \frac{\partial V(q)}{\partial q_n} \right]^T$$

y

$$M = \begin{bmatrix} I_m \\ 0 \end{bmatrix} \quad u = \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_m \end{bmatrix}$$

con I_m la matriz identidad de dimensión m .

Es importante hacer notar que bajo la suposición 3.1 el vector $C(q, \dot{q})$ puede factorizarse siempre ([Spong and Vidyasagar, 1989]) como $\bar{C}(q, \dot{q})\dot{q}$ con $\bar{C}(q, \dot{q})$ una matriz tal que $\dot{D}(q) - 2\bar{C}(q, \dot{q})$ es una matriz antisimétrica. La importancia de esta propiedad se verá claramente en la siguiente sección en donde se estudian las propiedades de pasividad que posee la clase de sistemas definida en esta sección.

3.2 Propiedades de las Ecuaciones Euler-Lagrange

Una ventaja de la representación de las ecuaciones Euler-Lagrange es su utilidad directa para aplicaciones de control. También tiene la característica de que revela claramente las propiedades de disipación de energía de la clase de sistemas que define y entre las que se encuentra la propiedad de pasividad.

En la sección siguiente se presentan algunos conceptos de la teoría de los sistemas pasivos que son útiles para determinar cuándo un sistema pertenece a esta clase y puede ser estabilizado por una retroalimentación.

3.2.1 Sistemas Disipativos y Sistemas Pasivos

Las definiciones y conceptos que se presentan a continuación fueron tomados de [Byrnes, Isidori y Willems, 1990] por lo que se refiere al lector interesado a ese artículo para un análisis más amplio.

En esta sección se revisan algunos conceptos y definiciones básicos de la teoría de los sistemas disipativos los que parten de considerar el sistema no lineal descrito por ecuaciones de la forma

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (3.2.1a)$$

$$y = h(x) \quad (3.2.1b)$$

con el conjunto $X = R^n$, el conjunto de los valores de las entradas $U = R^m$ y el conjunto de los valores de salida $Y = R^m$. El conjunto \mathcal{U} de las entradas admisibles consiste de todas las funciones continuas a trozos definidas en R que son valuadas

en U . El campo vectorial f y las m columnas de g son campos vectoriales suaves (i. e. C^∞) y h es un mapeo suave. Se supone que el campo vectorial f tiene al menos un equilibrio, entonces sin pérdida de generalidad, después de un posible cambio de coordenadas, se puede asumir como el equilibrio $f(0) = 0$ y $h(0) = 0$.

Sea w una función valuada real definida en $U \times Y$, llamada *razón de suministro*. Se asume que para cada $u \in \mathcal{U}$ y para $x^0 \in X$, la salida $y(t) = h(\Phi(t, x^0, u))$ de (3.2.1) es tal que $w(s) = w(u(s), y(s))$ satisface

$$\int_0^t |w(s)| ds < \infty$$

para todo $t \geq 0$ y donde $x = \Phi(t, x^0, u)$ es la solución de la ecuación diferencial en el tiempo t bajo la entrada u .

Definición 3.2.1

Un sistema Σ de la forma (3.2.1) con razón de suministro w se dice que es *disipativo* si existe una función no negativa $V : X \rightarrow R$ que es C^0 llamada *función de almacenamiento* tal que para toda $u \in \mathcal{U}$, $x^0 \in X$, $t \geq 0$

$$V(x) - V(x^0) \leq \int_0^t w(s) ds$$

Esta desigualdad es llamada *desigualdad de disipación*. ■

La siguiente definición caracteriza el término *almacenamiento disponible* el cual juega un papel importante en determinar si un sistema dado es disipativo.

Definición 3.2.2

El *almacenamiento disponible*, denotado por V_a , de un sistema Σ con razón de suministro w es la función $V_a : X \rightarrow R$ definido por

$$V_a(x) \leq \sup_{\substack{x^0 \in X \\ u \in \mathcal{U} \\ t \geq 0}} \left\{ -\int_0^t w(s) ds \right\}.$$

Note que el almacenamiento disponible es no negativo puesto que $V_a(x)$ es el supremo sobre un conjunto de números que contiene al elemento cero ya que la razón de suministro es cero cuando la entrada u es cero. La siguiente proposición ilustra las propiedades de dicha función. ■

Proposición 3.2.1

Si un sistema Σ con razón de suministro w es disipativo, el almacenamiento disponible $V_a(x)$ es finito para cada $x \in X$. Mas aún, cualquier función de almacenamiento disponible V satisface

$$0 \leq V_a(x) \leq V(x)$$

para cada $x \in X$, y si V_a es C^0 , entonces la función V_a misma es una función de almacenamiento posible. Inversamente, si $V_a(x)$ es finita para cada $x \in X$ y es C^0 , entonces el sistema Σ es disipativo. ■

Los sistemas disipativos que se estudian en este trabajo son los que tienen razón de suministro dado por el producto interior

$$w = \langle u, y \rangle = y^T u$$

donde el superíndice "T" denota transpuesta.

Definición 3.2.3

Un sistema se dice que es *pasivo* si es disipativo con razón de suministro $w = \langle u, y \rangle$ y la función de almacenamiento V satisface $V(0) = 0$. En otras palabras, un sistema Σ es pasivo si existe una función no negativa $V: X \rightarrow R$ que es C^0 y satisface $V(0) = 0$ tal que

$$V(x) - V(x^0) \leq \int_0^t y^T(s)u(s) ds \quad (3.2.2)$$

Es importante notar de la definición anterior, que estableciendo $u = 0$, se observa que V decrece a lo largo de la trayectoria no forzada de (3.2.1), se sigue entonces que los sistemas pasivos que tienen una función de almacenamiento V definida positiva son estables en el sentido de Lyapunov. ■

En algunas ocasiones, entre los sistemas pasivos, es conveniente identificar aquellos sistemas que corresponden a dos situaciones distintas en que la desigualdad de disipación (3.2.2) se convierte en igualdad estricta o una desigualdad estricta. Estas dos clases están caracterizadas por las siguientes definiciones.

Definición 3.2.4

Un sistema pasivo Σ con función de almacenamiento V se dice que es *sin pérdidas* si para toda $u \in \mathcal{U}$, $x^0 \in X$, $t \geq 0$

$$V(x) - V(x^0) = \int_0^t y^T(s)u(s) ds.$$

Definición 3.2.5

Un sistema pasivo Σ con función de almacenamiento V se dice que es *estrictamente pasivo* si y sólo si existe una función $S: X \rightarrow R$ definida positiva tal que para toda $u \in \mathcal{U}$, $x^0 \in X$, $t \geq 0$

$$V(x) - V(x^o) = \int_0^t y^T(s)u(s) ds - \int_0^t S(x(s)) ds.$$

La razón de presentar esta última definición se aclara en la siguiente sección en donde la clase de sistemas que cumplen con ella juegan un papel fundamental en la tarea de control.

3.2.2 Pasividad de los sistemas Euler-Lagrange

Una propiedad fundamental que explota la metodología de control considerada en este trabajo de tesis, es la condición de pasividad de los sistemas Euler-Lagrange dados por

$$D(q)\ddot{q} + \bar{C}(q, \dot{q})\dot{q} + R\dot{q} = Q \quad (3.2.3)$$

y que se presenta formalmente a continuación.

Propiedad 3.2.1

El sistema Euler-Lagrange definido por (3.2.3) es pasivo si se considera Q como entrada y \dot{q} como salida.

Prueba

Evaluando la derivada total de la coenergía cinética

$$H = \frac{1}{2} \dot{q}^T D(q) \dot{q}$$

la cual es una función que satisface las condiciones de la definición 3.2.3, se obtiene

$$\dot{H} = \dot{q}^T D(q) \ddot{q} + \frac{1}{2} \dot{q}^T \dot{D}(q) \dot{q}$$

Evaluando en las trayectorias de (3.2.3) se tiene

$$\dot{H} = \dot{q}^T \left[Q - \bar{C}(q, \dot{q}) \dot{q} - R \dot{q} \right] + \frac{1}{2} \dot{q}^T \dot{D}(q) \dot{q}$$

donde agrupando términos

$$\dot{H} = \dot{q}^T Q + \dot{q}^T \left[\dot{D}(q) - 2\bar{C}(q, \dot{q}) \right] \dot{q} - \dot{q}^T R \dot{q}$$

Considerando la propiedad de antisimetría de $\left[\dot{D}(q) - 2\bar{C}(q, \dot{q}) \right]$ se obtiene

$$\dot{H} = \dot{q}^T Q - \dot{q}^T R \dot{q}$$

Finalmente, integrando de 0 a t se prueba la pasividad estricta $Q \rightarrow \dot{q}$ del sistema dado por (3.2.3).

◆◆◆

Asumiendo que el Lagrangiano de (3.2.3) corresponde a un sistema de dos naturalezas o tipos de subsistemas (e.g. hidroneumático, electromecánico etc.) y que puede definirse para cada naturaleza o subsistema un Lagrangiano con la estructura de (3.1.2), entonces el lagrangiano de un sistema electromecánico completo puede escribirse, utilizando los subíndices e y m para designar a las variables o funciones eléctricas y mecánicas respectivamente, como

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_e(q_e, \dot{q}_e, q_m) + \mathcal{L}_m(q_m, \dot{q}_m)$$

donde $q := [q_e^T \quad q_m^T]^T$ con $q_e \in R^n$ y $q_m \in R^m$. El sistema electromecánico dado por (3.2.3) tiene la propiedad de que se puede representar como la interconexión de dos bloques pasivos como se enuncia formalmente en la siguiente propiedad.

Propiedad 3.2.2

El sistema electromecánico Euler-Lagrange definido por (3.2.3) con Lagrangiano de la forma

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \dot{q}_e^T D_e(q_m) \dot{q}_e + \frac{1}{2} \dot{q}_m^T D_m(q_m) \dot{q}_m$$

se puede representar como la interconexión en realimentación negativa de dos subsistemas pasivos, uno mecánico Σ_m y otro eléctrico Σ_e , donde

$$\begin{aligned} \Sigma_e: \begin{bmatrix} Q_e \\ \dot{q}_e \\ -q_m \end{bmatrix} &\rightarrow \begin{bmatrix} \dot{q}_e \\ y \end{bmatrix} \\ \Sigma_m: (y + Q_m) &\rightarrow \dot{q}_m \end{aligned}$$

mientras que

$$y = \frac{\partial \mathcal{L}_e}{\partial q_m}$$

es la señal de acoplamiento entre los dos subsistemas, y $Q := [Q_e^T \quad Q_m^T]^T$ con $Q_e \in R^n$, $Q_m \in R^m$.

Prueba

Usando el procedimiento de Euler-Lagrange para derivar las ecuaciones de movimiento de los subsistemas eléctrico y mecánico se tiene, respectivamente,

$$D_e(q_m)\ddot{q}_e + \bar{C}_e(q_m, \dot{q}_m)\dot{q}_e + R_e\dot{q}_e = Q_e \quad (3.2.5)$$

$$D_m(q_m)\ddot{q}_m + \bar{C}_m(q_m, \dot{q}_m)\dot{q}_m + R_m\dot{q}_m = Q_m + y \quad (3.2.6)$$

Evaluando la derivada total de la coenergía cinética del subsistema eléctrico

$$H_e = \frac{1}{2} \dot{q}_e^T D_e(q_m) \dot{q}_e$$

se obtiene

$$\dot{H}_e = \dot{q}_e^T D_e(q_m) \ddot{q}_e + \frac{1}{2} \dot{q}_e^T \dot{D}_e(q_m) \dot{q}_e$$

Evaluando en las trayectorias de (3.2.5) se tiene

$$\dot{H}_e = \dot{q}_e^T \left[Q_e - \bar{C}_e(q_m, \dot{q}_m) \dot{q}_e - R_e \dot{q}_e \right] + \frac{1}{2} \dot{q}_e^T \dot{D}_e(q_m) \dot{q}_e$$

donde agrupando términos

$$\dot{H}_e = \dot{q}_e^T Q_e + \dot{q}_e^T \left[\dot{D}_e(q_m) - 2\bar{C}_e(q_m, \dot{q}_m) \right] \dot{q}_e - \dot{q}_e^T R_e \dot{q}_e$$

Considerando la propiedad de antisimetría de $\left[\dot{D}_e(q_m) - 2\bar{C}_e(q_m, \dot{q}_m) \right]$ se obtiene

$$\dot{H}_e = \dot{q}_e^T Q_e - \dot{q}_e^T R_e \dot{q}_e$$

donde integrando de 0 a t se prueba la pasividad estricta $Q_e \rightarrow \dot{q}_e$ del sistema dado por (3.2.5).

Evaluando ahora la derivada total de la coenergía cinética del subsistema mecánico H_m

$$H_m = \frac{1}{2} \dot{q}_m^T D_m(q_m) \dot{q}_m$$

se obtiene

$$\dot{H}_m = \dot{q}_m^T D_m(q_m) \ddot{q}_m + \frac{1}{2} \dot{q}_m^T \dot{D}_m(q_m) \dot{q}_m$$

Evaluando en las trayectorias de (3.2.6) se tiene

$$\dot{H}_m = \dot{q}_m^T \left[Q_m + y - \bar{C}_m(q_m, \dot{q}_m) \dot{q}_m - R_m \dot{q}_m \right] + \frac{1}{2} \dot{q}_m^T \dot{D}_m(q_m) \dot{q}_m$$

donde agrupando términos

$$\dot{H}_m = \dot{q}_m^T (Q_m + y) + \dot{q}_m^T \left[\dot{D}_m(q_m) - 2\bar{C}_m(q_m, \dot{q}_m) \right] \dot{q}_m - \dot{q}_m^T R_m \dot{q}_m$$

Considerando la propiedad de antisimetría de $\left[\dot{D}_m(q_m) - 2\bar{C}_m(q_m, \dot{q}_m) \right]$ se obtiene

$$\dot{H}_m = \dot{q}_m^T (Q_m + y) - \dot{q}_m^T R_m \dot{q}_m$$

donde integrando de 0 a t se prueba la pasividad estricta $(Q_m + y) \rightarrow \dot{q}_m$ del sistema dado por (3.2.6).

◆◆◆

La figura 3.1 muestra el esquema resultante de la descomposición en subsistemas pasivos.

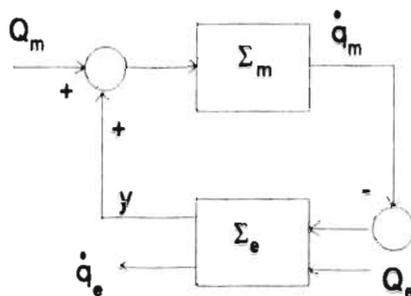


Fig. 3.1 Descomposición en subsistemas pasivos del sistema electromecánico dado por (3.2.3).

Para asegurar que la modificación por separado de cada subsistema no destruye la pasividad del sistema total se establece la condición de invarianza de la pasividad en relación con la interconexión en realimentación de subsistemas pasivos.

Propiedad 3.2.3

El sistema realimentado de la figura 3.2 es pasivo con mapa $[e_1 \ e_2]^T \rightarrow [y_1 \ y_2]^T$ si (i) G_1 es estrictamente pasivo con mapa $e_1 \rightarrow y_1$ y G_2 es pasivo con mapa $e_2 \rightarrow y_2$, ó (ii) G_2 es estrictamente pasivo con mapa $e_2 \rightarrow y_2$, y G_1 es pasivo con mapa $e_1 \rightarrow y_1$.

En la figura 3.2 se asume que u_1, e_1, y_2 son funciones valuadas en forma vectorial con n_1 componentes cada una y que u_2, e_2, y_1 son funciones valuadas en forma vectorial con n_2 componentes cada una.

Prueba

La prueba se puede consultar en [Vidyasagar, 1993] (Corolario 78 Cap.6).

◆◆◆

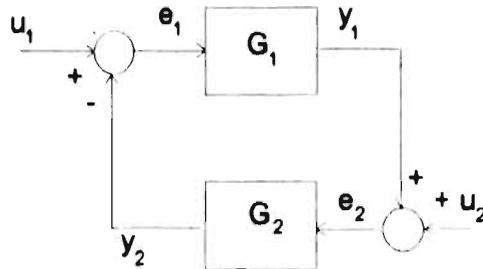


Fig. 3.2 Sistema realimentado.

Es conveniente hacer notar que la figura 3.2 es una representación general. De esta se puede obtener, mediante particiones adecuadas de los vectores u, y , la representación particular de la figura 3.1. En esta última la partición busca representar en forma separada, las variables correspondientes a las coordenadas mecánicas y eléctricas.

3.3 Metodología de Control

En esta sección se presenta, en forma simplificada con fines de claridad, la metodología basada en pasividad tal como está reportada en la literatura [Nicklasson, Ortega y Espinosa, 1994].

Esta metodología está enfocada al control de máquinas eléctricas, representadas en el formato de la figura 3.1, donde el objetivo es controlar las coordenadas mecánicas \dot{q}_m a partir de la modificación de las entradas de la parte eléctrica Q_e , considerando Q_m como una perturbación. En este esquema se considera que las coordenadas eléctricas \dot{q}_e son corrientes mientras que las coordenadas mecánicas \dot{q}_m son velocidades.

La idea general para lograr el objetivo de control es definir primero un lazo de control C_e para el subsistema eléctrico (fig. 3.3). Después de esto y por medio de este lazo, ejercer control sobre la señal de acoplamiento y de forma tal que compense la perturbación Q_m y se logre el efecto deseado en \dot{q}_m . El lazo de control C_e no debe modificar la propiedad de pasividad de Σ_e para preservar la estabilidad del sistema completo.

Bajo las consideraciones anteriores la metodología a seguir es:

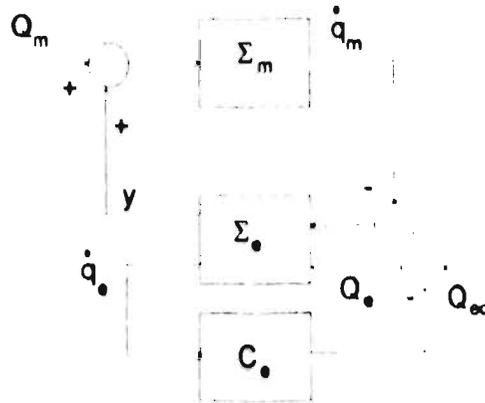


Fig. 3.3 Esquema de control del lazo cerrado del subsistema eléctrico en el sistema electromecánico dado por (3.2.3).

- 1 Definir C_e de tal forma que se logre, por una parte, que el lazo cerrado entre Σ_e y C_e sea estrictamente pasivo desde la entrada $\begin{bmatrix} Q_{od} \\ \dot{q}_m \end{bmatrix}$ hasta la salida $\begin{bmatrix} \dot{q}_e \\ y \end{bmatrix}$ y, por otra parte, que se satisfaga $\lim_{t \rightarrow \infty} [\dot{q}_e - \dot{q}_{od}] = 0$ con \dot{q}_{od} algún comportamiento deseado para las corrientes.

Considerando la propiedad 3.2.3, este paso se puede realizar ya que el Σ_m puede considerarse como una "perturbación pasiva". El fortalecimiento de la propiedad de pasividad a pasividad estricta del Σ_e se logra mediante la inyección de amortiguamiento. La inyección de amortiguamiento tiene como objetivo modificar el amortiguamiento natural de Σ_e y por consiguiente del sistema completo, para acelerar la velocidad de convergencia.

La definición del controlador se efectúa mediante el moldeo de energía de lazo cerrado de Σ_e para igualar una función de energía (de almacenamiento) deseada. Esta última se elige con la estructura de la suposición 3.1. La ley de control derivada debe ser compatible con las restricciones impuestas por las ecuaciones dinámicas de Σ_e . La compatibilidad de la ley de control con las restricciones físicas define un conjunto "factible" de coordenadas \dot{q}_{od} , i.e. un conjunto de \dot{q}_{od} para los que es posible encontrar una ley de control que es estable en el sentido de Lyapunov y tal que se satisface

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [\dot{q}_e - \dot{q}_{od}] = 0$$

Una vez que se ha garantizado que las corrientes \dot{q}_s pueden ser controladas, es decir, hacerlas tender a un valor deseado \dot{q}_{sd} , el siguiente paso de la metodología consiste en

- 2 Asegurar que se tiene control sobre la señal de acoplamiento y . Para esto, es necesario seleccionar el valor deseado \dot{q}_{sd} de tal forma que el hecho $\lim_{t \rightarrow \infty} [\dot{q}_s - \dot{q}_{sd}] = 0$ implique que $\lim_{t \rightarrow \infty} [y - y_d] = 0$ donde y_d es algún comportamiento deseado para la señal y .

Este paso, que se conoce como "selección de las coordenadas deseadas", consiste en definir los valores de \dot{q}_{sd} que sean compatibles con las restricciones físicas de Σ_s y con la relación entre \dot{q}_{sd} y la señal de acoplamiento y_d . De esta compatibilidad se definen en forma única los valores \dot{q}_{sd} que satisfacen la condición de que la convergencia de \dot{q}_s a \dot{q}_{sd} implica la convergencia de y a y_d .

Garantizada esta última implicación, el último paso de la metodología consiste en

- 3 Elegir de manera adecuada y_d tal que, por una parte, se compense Ω_m y τ , por otra parte, garantice que $\lim_{t \rightarrow \infty} [\dot{q}_m - \dot{q}_{md}] = 0$ con \dot{q}_{md} el valor deseado de las coordenadas mecánicas.

Los dos últimos pasos representan la parte de mayor complejidad del método, ya que en ellas se tiene que garantizar que el control de corrientes implica control de par y además se debe establecer el valor deseado de este par.

La metodología descrita se aplicó, con las variantes necesarias, al modelo del generador síncrono. El resultado de la aplicación establece la aportación de este trabajo de tesis.

3.4 Control basado en Pasividad del Generador Síncrono

En esta sección se explica en forma general las consideraciones y modificaciones realizadas a la metodología presentada en la sección 3.3 para resolver el problema de control del generador síncrono.

Sobre el modelo dq del generador dado por (2.2.4) y (2.3.1), las cuales se reescriben aquí para facilidad de referencia

$$D_s \ddot{q}_s - \dot{q}_s^T W \dot{q}_s + R \dot{q}_s = V \quad (3.4.1)$$

$$D_m \ddot{q}_m = T_i - \dot{q}_p^T W \dot{q}_p = T_i - T_p \quad (3.4.2)$$

se estableció la propiedad de pasividad del modelo y su representación como la interconexión de dos subsistemas pasivos.

Propiedad 3.4.1

El sistema dado por las ecuaciones (3.4.1)-(3.4.2) se puede representar como la interconexión en realimentación negativa de dos subsistemas pasivos (ver figura 3.4). El subsistema eléctrico (3.4.1) es estrictamente pasivo con el mapa $[V_F \ -V_d \ -V_q \ \dot{q}_m] \rightarrow [\dot{q}_p \ \dot{q}_d \ \dot{q}_q \ T_p]$ y el subsistema mecánico (3.4.2) es pasivo con el mapa $(T_i - T_p) \rightarrow \dot{q}_m$.

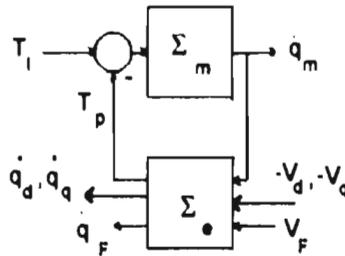


Fig. 3.4.- Descomposición del generador síncrono en subsistemas pasivos, uno mecánico (Σ_m) y otro eléctrico (Σ_e).

Prueba

La prueba de esta propiedad es similar a la prueba de la propiedad 3.2.2, derivada para un sistema electromecánico en general, por lo que se omiten los detalles de esta.

◆◆◆

Una vez realizada la descomposición en subsistemas pasivos se observó que la estructura del esquema de la figura 3.4 es similar a la presentada en la figura 3.1. La diferencias con las consideraciones de la sección anterior consisten en que en el generador síncrono

- i) T_i no es una perturbación, sino una entrada de control.
- ii) El subsistema eléctrico posee sólo un grado de libertad dado por V_F , ya que los componentes del voltaje de estator, V_d y V_q , no son entradas de control, sino que se consideran salidas.

Por otro lado, el par de acoplamiento T_p de la figura 3.4, cuya estructura está definida en la ec. (2.4.2), depende de las corrientes \dot{q}_p (esta nomenclatura corresponde a la del capítulo dos) del generador. Esta dependencia establece que el segundo paso de la metodología de la sección anterior se puede aplicar.

La importancia de esta propiedad, radica en el hecho de que si se considera que el subsistema mecánico es conservativo, como se hace en la ecuación (3.4.2), entonces la potencia eléctrica P se puede escribir como

$$P = T_p \dot{q}_m$$

por lo que esta variable puede ser directamente afectada por el par de acoplamiento. Mas aún, en el contexto del esquema de control completo del generador síncrono, se tiene el hecho de que la coordenada mecánica \dot{q}_m es regulada dentro de un estrecho margen por el gobernador de velocidad a su valor deseado \dot{q}_{md} . Esto establece que el objetivo de control relacionado con el seguimiento de potencia activa de salida a un valor deseado P_d , se puede lograr por medio del control del par mecánico de origen eléctrico T_p .

De acuerdo a las consideraciones anteriores, el procedimiento general, que se describe ampliamente en el capítulo 4, para el diseño del esquema de control del generador síncrono puede resumirse en los siguientes pasos:

- 1 Definir una ley de control para el voltaje de campo V_F tal que se fortalezca la propiedad de pasividad estricta y se garantice que $\lim_{t \rightarrow \infty} (\dot{q}_p - \dot{q}_{pd}) = 0$, donde \dot{q}_{pd} es el comportamiento deseado para las corrientes.
- 2 Definir los valores de \dot{q}_{pd} , de tal forma que se logre que $\lim_{t \rightarrow \infty} (T_p - T_{pd}) = 0$, $\lim_{t \rightarrow \infty} (V_d - V_{dd}) = 0$ y $\lim_{t \rightarrow \infty} (V_q - V_{qd}) = 0$ con T_{pd} un par deseado y V_{dd}, V_{qd} los voltajes deseados.

Es importante hacer notar que en este segundo paso se resuelve el problema de regulación de voltaje. Adicionalmente se resuelve, en forma parcial, el problema de control de potencia al establecerse el control de par. El esquema de control del sistema total queda completado con

- 3 Se define T_l de tal forma que se asegure que $\lim_{t \rightarrow \infty} (\dot{q}_m - \dot{q}_{md}) = 0$ con \dot{q}_{md} el comportamiento deseado para la velocidad angular.

Este último paso resuelve, por una parte, el problema de regulación de la frecuencia y, por otra, se completa el problema de control de potencia al mantener en un valor deseado a la variable \dot{q}_m .

En el siguiente capítulo se presenta de manera formal la aplicación de cada una de las etapas del procedimiento.

CAPÍTULO 4

CONTROL DE GENERADORES SÍNCRONOS

RESUMEN

En este capítulo se resuelve el problema de control de generadores eléctricos síncronos desde el enfoque de los sistemas no lineales. De la aplicación de la metodología de pasividad al modelo dq no lineal se obtiene una ley de control globalmente estable que garantiza el cumplimiento del objetivo de operación del generador considerando el caso particular de regulación de potencia.

4.1 Formulación del Problema

El planteamiento del problema de control del generador síncrono dentro del esquema de la metodología de pasividad partió del establecimiento de suposiciones y consideraciones técnicas dadas por:

A.1 Solamente las corrientes de estator \dot{q}_d, \dot{q}_q , la corriente de campo \dot{q}_F , los voltajes de estator V_d, V_q , la posición del rotor y la velocidad angular del generador \dot{q}_m están disponibles para medición,¹ y

A.2 Los parámetros del generador son conocidos.

Además de estas consideraciones se estableció el objetivo de control sobre el modelo del generador síncrono obtenido en el capítulo dos y que se reescribe aquí para facilidad de referencia

$$D_s \ddot{q}_p - \dot{q}_m W \dot{q}_p + R \dot{q}_p = V \quad (4.1.1a)$$

$$D_m \ddot{q}_m = T_l - \dot{q}_p^T W \dot{q}_p = T_l - T_p \quad (4.1.1b)$$

Bajo estas condiciones el problema de control se puede plantear como:

Considere el modelo del generador síncrono dado por (4.1.1) con salida la potencia activa P . La potencia activa deseada, P_d , es una función constante. Bajo las suposiciones A.1-A.2 diseñe una ley de control que, siendo globalmente estable,

¹ De hecho las variables disponibles para medición se encuentran en el marco abc pero considerando la transformación de Park se dice que se dispone de las variables en el marco dq .

asegure estabilidad interna, regulación de potencia activa y regulación del voltaje en terminales de estator tanto en magnitud $V_t = (V_d^2 + V_q^2)^{1/2}$ como en frecuencia \dot{q}_m . Es decir, que para el sistema en lazo cerrado se satisfaga

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (P - P_d) = 0 \quad \lim_{t \rightarrow \infty} (V_t - V_{td}) = 0 \quad \lim_{t \rightarrow \infty} (\dot{q}_m - \dot{q}_{md}) = 0$$

con todas las señales internas acotadas.

4.2 Diseño basado en Pasividad

Establecido el objetivo de control, el diseño del controlador parte de la descomposición del modelo del generador síncrono en subsistemas pasivos, uno mecánico y el otro eléctrico, como se mostró en la sección 3.4. Esto permite considerar a cada uno de estos bloques por separado como el sistema a controlar.

Para asegurar que la modificación por separado de cada subsistema no altera la estabilidad del sistema completo, se inyecta amortiguamiento al subsistema eléctrico a fin de fortalecer su propiedad de pasividad estricta a fin de garantizar su estabilidad interna. Con este mismo objetivo, se define el esquema de control del subsistema mecánico, el cual consiste de un esquema de regulación de la velocidad angular por medio de un control proporcional-integral. Lo anterior permite garantizar la estabilidad interna del sistema realimentado al establecer que todas las señales internas se mantienen acotadas.

4.2.1 Moldeo de Energía para el Subsistema Eléctrico

De acuerdo a la metodología general de control, presentada en el capítulo 3, el primer paso en el diseño del controlador se refiere al hecho de garantizar el seguimiento de las corrientes del generador hacia algún comportamiento deseado. Este requerimiento se satisface con la siguiente proposición.

Proposición 4.1

Considere el subsistema eléctrico dado por la ecuación (4.1.1a). Defina la ley de control para el voltaje de campo

$$V_{p1} = \bar{V}_{p1} - K_s \dot{q}_{p1} \quad (4.2.1)$$

donde K_s es un escalar finito mayor que cero, \bar{V}_{p1} es una nueva entrada de control y \dot{q}_{p1} es la corriente de campo.

Bajo estas condiciones, si \dot{q}_{pd} satisface

$$D_e \ddot{\bar{q}}_{pd} - \dot{\bar{q}}_m W \dot{\bar{q}}_{pd} + R_{es} \dot{\bar{q}}_{pd} = \bar{V}_p \quad (4.2.2)$$

donde

$$\bar{V}_p = [\bar{V}_{p1} \quad -V_d \quad -V_q \quad 0 \quad 0]^T$$

entonces $\dot{\bar{q}}_p - \dot{\bar{q}}_{pd} = \dot{e}_p \rightarrow 0$ cuando $t \rightarrow \infty$ independientemente de la selección de $\dot{\bar{q}}_{pd}$ y considerando $\dot{\bar{q}}_m$ acotada. Aquí la matriz R_{es} es de la forma

$$R_{es} = \begin{bmatrix} r_F + K_e & 0 \\ 0 & R_{sr} \end{bmatrix}$$

donde

$$R_{sr} = \begin{bmatrix} R_s & 0 \\ 0 & R_r \end{bmatrix}$$

Prueba

Si el subsistema eléctrico realimentado es reescrito en términos del error de coordenadas eléctricas se tiene

$$D_e (\ddot{\bar{q}}_p - \ddot{\bar{q}}_{pd}) - \dot{\bar{q}}_m W (\dot{\bar{q}}_p - \dot{\bar{q}}_{pd}) + R_{es} (\dot{\bar{q}}_p - \dot{\bar{q}}_{pd}) = \bar{V}_p - D_e \ddot{\bar{q}}_{pd} + \dot{\bar{q}}_m W \dot{\bar{q}}_{pd} - R_{es} \dot{\bar{q}}_{pd}$$

$$D_e \ddot{e}_p - \dot{\bar{q}}_m W \dot{e}_p + R_{es} \dot{e}_p = \Psi_e$$

con

$$\Psi_e = \bar{V}_p - D_e \ddot{\bar{q}}_{pd} + \dot{\bar{q}}_m W \dot{\bar{q}}_{pd} - R_{es} \dot{\bar{q}}_{pd} \quad (4.2.3)$$

La condición (4.2.2) implica

$$D_e \ddot{e}_p - \dot{\bar{q}}_m W \dot{e}_p + R_{es} \dot{e}_p = 0 \quad (4.2.4)$$

de donde la convergencia de las coordenadas eléctricas del generador a las coordenadas eléctricas deseadas se demuestra tomando la derivada con respecto del tiempo de la función deseada de energía

$$H_{ed} = \frac{1}{2} \dot{e}_p^T D_e \dot{e}_p \quad (4.2.5)$$

cuya derivada evaluada en las trayectorias de (4.2.4) está dada por

$$\dot{H}_{ed} = \dot{e}_p^T D_e \ddot{e}_p = \dot{e}_p^T \left[\dot{q}_m W \dot{e}_p - R_{es} \dot{e}_p \right]$$

la cual puede ser escrita como

$$\dot{H}_{ed} = - \dot{e}_p^T \left[R_{es} - \dot{q}_m W \right] \dot{e}_p \quad (4.2.6)$$

De esta expresión se observa que el error de corrientes tiende a cero si la forma cuadrática (4.2.6) es negativa definida, lo cual es equivalente a requerir que la matriz $R_{es} - \dot{q}_m W$ sea definida positiva.

Recordando que la estructura de la matriz $R_{es} - \dot{q}_m W$ está dada por

$$R_{es} - \dot{q}_m W = \begin{bmatrix} r_F + K_s & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & r & \dot{q}_m L_q & 0 & \dot{q}_m kM_Q \\ -\dot{q}_m kM_L & -\dot{q}_m L_d & r & -\dot{q}_m kM_D & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_D & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & r_Q \end{bmatrix}$$

se tiene que la condición de convergencia se cumple cuando

$$\left[R_{es} - \dot{q}_m W \right]_{sy} > 0 \quad (4.2.7)$$

donde la matriz

$$\left[R_{es} - \dot{q}_m W \right]_{sy} = \frac{1}{2} \left[R_{es} - \dot{q}_m W \right]^T + \frac{1}{2} \left[R_{es} - \dot{q}_m W \right]$$

es la parte simétrica de $R_{es} - \dot{q}_m W$. Después de cálculos sencillos pero laboriosos (los cuales se omiten aquí por razones de claridad en la presentación) se obtiene que la ganancia K_s debe satisfacer las siguientes condiciones.

$$K_s > -r_F \quad K_s < \infty$$

las cuales se cumplen con la ganancia propuesta en el enunciado. Para probar la convergencia a cero del error de corrientes se tienen las siguientes cotas en la función de energía

$$\lambda_{\min}\{D_e\} \left\| \dot{e}_p \right\|^2 \leq H_{ed} \leq \lambda_{\max}\{D_e\} \left\| \dot{e}_p \right\|^2$$

lo que implica que se cumple la cota

$$\frac{-H_{ed}}{\lambda_{\max}\{D_e\}} \geq -\|\dot{e}_p\|^2 \quad (4.2.8)$$

Adicionalmente por (4.2.7) se acota la derivada con respecto del tiempo de la función de energía como

$$\lambda_{\min}\left\{\left[R_{es} - \dot{q}_m W\right]_{sy}\right\} \|\dot{e}_p\|^2 \leq -\dot{H}_{ed} \leq \lambda_{\max}\left\{\left[R_{es} - \dot{q}_m W\right]_{sy}\right\} \|\dot{e}_p\|^2$$

que implica

$$\dot{H}_{ed} \leq -\lambda_{\min}\left\{\left[R_{es} - \dot{q}_m W\right]_{sy}\right\} \|\dot{e}_p\|^2$$

Utilizando (4.2.8) se obtiene

$$\dot{H}_{ed} \leq -\frac{\lambda_{\min}\left\{\left[R_{es} - \dot{q}_m W\right]_{sy}\right\}}{\lambda_{\max}\{D_e\}} H_{ed} = -\alpha H_{ed}$$

e integrando con respecto al tiempo esta última expresión se puede escribir como

$$\int_0^t \dot{H}_{ed} d\tau \leq \int_0^t -\alpha H_{ed} d\tau$$

$$H_{ed}(t) \leq H_{ed}(0) + \int_0^t (-\alpha) H_{ed} d\tau$$

Aplicando el teorema de Gronwall-Bellman ([Vidyasagar, 1993] pag. 236 Cap. 5) dado por

$$a(t) \leq b + \int_0^t ca(\tau) d\tau, \forall t > 0 \Rightarrow a(t) \leq b \exp(ct), \forall t > 0$$

a la última expresión, se tiene que

$$H_{ed}(t) \leq H_{ed}(0) \exp(-\alpha t)$$

que implica

$$\lambda_{\min}\{D_e\} \|\dot{e}_p\|^2 \leq \lambda_{\max}\{D_e\} \|\dot{e}_p(0)\|^2 \exp(-\alpha t)$$

Finalmente resolviendo para $\|\dot{e}_p\|$

$$\|\dot{e}_p(t)\| \leq \sqrt{\frac{\lambda_{\max}\{D_e\}}{\lambda_{\min}\{D_e\}}}\|\dot{e}_p(0)\|\exp\left(-\frac{\alpha}{2}t\right)$$

lo que nos expresa el comportamiento del error de corrientes el cual decrece con una tasa exponencial directamente proporcional a α dado por

$$\alpha = -\frac{\lambda_{\min}\left\{\left[R_{es} - \dot{q}_m W\right]_{sy}\right\}}{\lambda_{\max}\{D_e\}}$$

◆◆◆

Es necesario hacer notar que en esta etapa del desarrollo existen problemas que aun deben ser resueltos, específicamente, encontrar las condiciones para que (4.2.2) se cumpla y garantizar que \dot{q}_m esté acotada. Con esto se podrá definir la entrada de control del subsistema eléctrico.

El problema de acotamiento de \dot{q}_m se puede traducir en un problema de existencia de soluciones para ecuaciones diferenciales que definen el sistema en lazo cerrado. Ya que la solución de este problema no aporta ningún elemento en el diseño del controlador, su desarrollo se presenta en el apéndice C del trabajo de tesis. Respecto a la satisfacción de (4.2.2), este problema está estrechamente ligado a la demostración de que el seguimiento de corrientes implica el seguimiento de par (y por lo tanto de potencia), por lo que su solución se presenta en una sección subsecuente.

Para finalizar esta sección, es interesante hacer notar que la ley de control que garantiza seguimiento de corrientes (corrientes deseadas que satisfacen la restricción dada en (4.2.2)) no destruye, sino al contrario fortalece, la propiedad de pasividad estricta del subsistema eléctrico. Esto se prueba en la siguiente proposición.

Proposición 4.2

Considere el subsistema eléctrico dado por la ecuación (4.1.1a) en lazo cerrado con la ley de control (4.2.1). Bajo estas condiciones el mapa $\begin{bmatrix} \dot{q}_F & \dot{q}_d & \dot{q}_q & T_p \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \bar{V}_F & -V_d & -V_q & \dot{q}_m \end{bmatrix}$ es estrictamente pasivo para toda q_m, \dot{q}_m acotadas.

Prueba

Para demostrar la inyección de amortiguamiento dado por (4.2.1) se selecciona la función cuadrática definida positiva dada por la energía total del subsistema eléctrico

$$H_e = \frac{1}{2} \dot{q}_p^T D_e \dot{q}_p$$

Derivando con respecto al tiempo

$$\dot{H}_e = \dot{\mathbf{q}}_p^T D_e \ddot{\mathbf{q}}_p$$

y evaluando en las trayectorias del subsistema eléctrico retroalimentado dado por

$$D_e \dot{\mathbf{q}}_p - \dot{\mathbf{q}}_m W \dot{\mathbf{q}}_p + R \dot{\mathbf{q}}_p = \bar{\mathbf{V}}$$

se tiene que

$$\dot{H}_e = \dot{\mathbf{q}}_p^T \left(\bar{\mathbf{V}} + \dot{\mathbf{q}}_m W \dot{\mathbf{q}}_p - R \dot{\mathbf{q}}_p \right)$$

Considerando el vector de voltajes

$$\bar{\mathbf{V}} = \begin{bmatrix} \bar{V}_{P1} - K_e \dot{q}_{P1} \\ -V'_d \\ -V'_q \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

se puede expresar \dot{H}_e en forma expandida como

$$\dot{H}_e = \begin{bmatrix} \dot{q}_{P1} & \dot{q}_{P2s}^T & \dot{q}_{P2r}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_{P1} - K_e \dot{q}_{P1} \\ V'_{P2s} \\ V'_{P2r} = 0 \end{bmatrix} + \dot{q}_m \dot{\mathbf{q}}_p^T W \dot{\mathbf{q}}_p - \dot{\mathbf{q}}_p^T R \dot{\mathbf{q}}_p$$

Evaluando las operaciones indicadas

$$\dot{H}_e = \begin{bmatrix} \dot{q}_{P1} & \dot{q}_{P2s}^T & \dot{q}_{P2r}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_{P1} \\ V'_{P2s} \\ V'_{P2r} \end{bmatrix} + \dot{q}_m I_P - \dot{q}_{P1} K_e \dot{q}_{P1} - \begin{bmatrix} \dot{q}_{P1} & \dot{q}_{P2s}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_f & 0 \\ 0 & R_{vr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_{P1} \\ \dot{q}_{P2s} \end{bmatrix}$$

que, considerando $V'_{P2r} = 0$ y agrupando términos, puede reescribirse como

$$\dot{H}_e = \begin{bmatrix} \dot{q}_r & \dot{q}_d & \dot{q}_\varphi & T_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_r \\ -I_d' \\ -I_\varphi' \\ \dot{q}_m \end{bmatrix} - \dot{q}_r^T R_r \dot{q}_r$$

donde R_r está definida como en la proposición 4.1, por lo que con $K_r > 0$, lo anterior demuestra pasividad estricta del subsistema eléctrico realimentado.

◆◆◆

4.2.2 De Seguimiento de Coordenadas a Seguimiento de Par

La segunda etapa en el diseño del esquema de control se relaciona con el hecho de demostrar que el seguimiento de corrientes implica seguimiento de par. Para esto, se define el comportamiento deseado para esta última variable como

$$T_{pd} = \dot{q}_{pd}^T W \dot{q}_{pd} \quad (4.2.9)$$

con \dot{q}_{pd} acotado. Adicionalmente se sigue considerando que \dot{q}_m es acotada, hecho que (como se mencionó antes) se demuestra en una sección subsecuente.

Considerado, en el contexto del esquema de control completo, los hechos de que la coordenada mecánica \dot{q}_m es regulada dentro de un estrecho margen por el gobernador y los argumentos descritos en la sección 3.4 con respecto a la potencia activa de salida, se impone la condición de que el seguimiento de potencia activa de salida deseada está determinado por el seguimiento del par mecánico de origen eléctrico deseado.

Proposición 4.3

Considerando la convergencia de las coordenadas eléctricas de la proposición 4.1 y la definición del par de origen eléctrico deseado (4.2.9), entonces el seguimiento de las coordenadas eléctricas garantiza el seguimiento de potencia activa suponiendo que se regula estrechamente la velocidad angular (frecuencia).

Prueba

Se tiene que el error de par mecánico de origen eléctrico está dado por

$$T_r - T_{pd} = \dot{q}_r^T W \dot{q}_r - \dot{q}_{pd}^T W \dot{q}_{pd}$$

Escribiéndolo en términos del error de corrientes se tiene que

$$\begin{aligned}
T_r - T_{pd} &= \left(\dot{q}_{pd}^T + \dot{e}_p^T \right) W \left(\dot{q}_{pd} + \dot{e}_p \right) - \dot{q}_{pd}^T W \dot{q}_{pd} \\
&= \dot{q}_{pd}^T W \left(\dot{q}_{pd} + \dot{e}_p \right) + \dot{e}_p^T W \left(\dot{q}_{pd} + \dot{e}_p \right) - \dot{q}_{pd}^T W \dot{q}_{pd} \\
&= \dot{q}_{pd}^T W \dot{q}_{pd} + \dot{q}_{pd}^T W \dot{e}_p + \dot{e}_p^T W \dot{q}_{pd} + \dot{e}_p^T W \dot{e}_p - \dot{q}_{pd}^T W \dot{q}_{pd} \\
&= \dot{e}_p^T W \dot{e}_p + \dot{q}_{pd}^T W \dot{e}_p + \dot{e}_p^T W \dot{q}_{pd} \\
&= \dot{e}_p^T W \dot{e}_p + \left(\dot{q}_{pd}^T W \dot{e}_p \right)^T + \dot{e}_p^T W \dot{q}_{pd} \\
&= \dot{e}_p^T W \dot{e}_p + \left(W \dot{e}_p \right)^T \dot{q}_{pd} + \dot{e}_p^T W \dot{q}_{pd} \\
&= \dot{e}_p^T W \dot{e}_p + \dot{e}_p^T (W+W^T) \dot{q}_{pd} + \dot{e}_p^T W \dot{q}_{pd}
\end{aligned}$$

de donde finalmente se obtiene el error de par eléctrico en términos de \dot{e}_p como

$$T_r - T_{pd} = \dot{e}_p^T W \dot{e}_p + \dot{e}_p^T (W + W^T) \dot{q}_{pd}$$

Tomando valor absoluto en esta ecuación

$$|T_r - T_{pd}| = \left| \dot{e}_p^T W \dot{e}_p + \dot{e}_p^T (W + W^T) \dot{q}_{pd} \right|$$

y considerando la desigualdad del triángulo, se tiene que

$$\begin{aligned}
|T_r - T_{pd}| &\leq \left| \dot{e}_p^T W \dot{e}_p \right| + \left| \dot{e}_p^T (W + W^T) \dot{q}_{pd} \right| \\
|T_r - T_{pd}| &\leq \left\langle \dot{e}_p, W \dot{e}_p \right\rangle + \left\langle \dot{e}_p, (W + W^T) \dot{q}_{pd} \right\rangle
\end{aligned}$$

donde $\langle \cdot, \cdot \rangle$ es el producto interno definido como

$$\langle x, y \rangle = x^T y$$

Si se aplica la desigualdad de Cauchy - Schwartz dada por

$$\left| \langle x, y \rangle \right| \leq \|x\| \cdot \|y\|$$

entonces se obtiene que

$$|T_r - T_{pd}| \leq \left\| \dot{e}_p \right\| \left\| W \dot{e}_p \right\| + \left\| \dot{e}_p \right\| \left\| (W + W^T) \dot{q}_{pd} \right\|$$

donde aplicando las reglas de normas inducidas para matrices

$$\|T_p - T_{pd}\| \leq \|\dot{e}_p\| \|W\| \|\dot{e}_p\| + \|\dot{e}_p\| \|(W + W^T)\| \|\dot{q}_{pd}\|$$

y recordando la estructura de las matrices

$$W = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -L_q & 0 & -kM_\varphi \\ kM_r & L_d & 0 & kM_D & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad W + W^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & kM_r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_d - L_q & 0 & -kM_\varphi \\ kM_r & L_d - L_q & 0 & kM_D & 0 \\ 0 & 0 & kM_D & 0 & 0 \\ 0 & -kM_\varphi & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

se obtiene finalmente, utilizando la norma infinito inducida para matrices, que

$$\|W\|_{\infty} = \max(|kM_r| + |L_d| + |kM_D|, |L_q| + |kM_\varphi|)$$

$$\|W + W^T\|_{\infty} = \max(|kM_r| + |L_d - L_q| + |kM_D|, |L_d - L_q| + |kM_\varphi|)$$

En estas expresiones se observa que la norma inducida en ambas matrices es acotada y por tanto de "ganancia" finita. Del hecho de que cualquier norma inducida puede acotar a otra norma inducida y recordando que \dot{q}_{pd} se asume acotada, se tiene que la convergencia del error de corrientes a cero implica el seguimiento de par mecánico de origen eléctrico. La regulación de la velocidad angular del rotor y lo discutido anteriormente garantizan, en conjunto, el seguimiento de potencia.

◆◆◆

4.2.3 Selección de las Coordenadas Deseadas

Una vez establecido el hecho de que seguimiento de corrientes implica seguimiento de par, lo cual, en conjunto con el hecho de regular la velocidad, implica seguimiento de potencia, el siguiente paso en el diseño del controlador es satisfacer la restricción

$$\Psi_r = \bar{T}_r - D_r \ddot{q}_{pd} + \dot{q}_m W \dot{q}_{pd} - R_r \dot{q}_{pd} = 0$$

que corresponde a la ecuación (4.2.3), es decir, se pretende encontrar expresiones para \dot{q}_{pd} y \bar{T}_r que satisfagan esta igualdad. Expandiendo las ecuaciones del subsistema eléctrico para evidenciar las ecuaciones afectadas por las entradas de control se obtiene

$$L_F \ddot{q}_{p1d} + D_{e12} \ddot{q}_{p2d} + (r_t + K_e) \dot{q}_{p1d} = \bar{V}_{p1} \quad (4.2.10)$$

$$D_{e21} \ddot{q}_{p1d} + D_{e22} \ddot{q}_{p2d} - \dot{q}_m W_{21} \dot{q}_{p1d} - \dot{q}_m W_{22} \dot{q}_{p2d} + R_{22} \dot{q}_{p2d} = \begin{bmatrix} V_{p2} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.2.11)$$

donde sólo \bar{V}_{p1} en (4.2.10) es entrada de control y V_{p2} es el vector formado por los componentes del voltaje de estator (negativos).

La dinámica deseada queda completamente definida con el establecimiento de la estructura para los flujos deseados (ver (2.3.5)).

$$\begin{bmatrix} \lambda_{p1d} \\ \lambda_{p2d} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_F & kM_F & 0 & M_R & 0 \\ kM_t & L_d & 0 & kM_D & 0 \\ 0 & 0 & L_q & 0 & kM_Q \\ M_R & kM_D & 0 & L_D & 0 \\ 0 & 0 & kM_Q & 0 & L_Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_{p1d} \\ \dot{q}_{p2d} \end{bmatrix} \quad (4.2.12)$$

que corresponde a la relación corriente-flujo expresado en el marco dq . Es evidente que la expresión (4.2.10) determina la ley de control para el voltaje de campo, por lo que el problema consiste en encontrar \dot{q}_{p1d} y \dot{q}_{p2d} como soluciones de (4.2.11) y (4.2.12) al mismo tiempo.

De (4.2.12) se tiene

$$\lambda_{p2d} = D_{e21} \dot{q}_{p1d} + D_{e22} \dot{q}_{p2d} \quad (4.2.13)$$

la cual, derivando con respecto del tiempo, se convierte en

$$\dot{\lambda}_{p2d} = D_{e21} \ddot{q}_{p1d} + D_{e22} \ddot{q}_{p2d}$$

Esto corresponde a los primeros dos términos de (4.2.11) por lo que la sustitución en ella establece la siguiente ecuación diferencial

$$\dot{\lambda}_{p2d} - \dot{q}_m [W_{21} \quad W_{22}] \dot{q}_{pd} + R_{22} \dot{q}_{p2d} = \begin{bmatrix} V_{p2d} \\ 0 \end{bmatrix}$$

o en forma expandida

$$\begin{aligned} \dot{\lambda}_{d2} + \dot{q}_m L_q \dot{q}_{qd} + \dot{q}_m kM_Q \dot{q}_{Qd} + r \dot{q}_{d2} &= -V_d \\ \dot{\lambda}_{qd} - \dot{q}_m kM_t \dot{q}_{td} - \dot{q}_m L_d \dot{q}_{d2} - \dot{q}_m kM_D \dot{q}_{Dd} + r \dot{q}_{qd} &= -V_q \\ \dot{\lambda}_{Dd} + r_D \dot{q}_{Dd} &= 0 \\ \dot{\lambda}_{Qd} + r_Q \dot{q}_{Qd} &= 0 \end{aligned} \quad (4.2.14)$$

Las dos últimas ecuaciones de (4.2.14) exigen la definición de las corrientes deseadas de los devanados amortiguadores. En este sentido, es conveniente hacer notar que estas corrientes únicamente participan en la generación de par en el período transitorio de la respuesta del sistema, mientras que son cero cuando el par generado es constante. De acuerdo a lo anterior existen dos casos para la definición de las coordenadas eléctricas deseadas. El primer caso, relacionado con el seguimiento de potencia, en que se consideran no nulas las corrientes deseadas de los devanados amortiguadores y el segundo caso, de regulación de potencia, en que se consideran nulas las corrientes deseadas de los devanados amortiguadores. En el presente trabajo de tesis se presenta sólo el caso de regulación de potencia en el que se garantizan condiciones de estabilidad interna.

En el caso de regulación de potencia se sabe que los efectos de la interacción de las corrientes y flujos de los devanados amortiguadores en su contribución al par mecánico de origen eléctrico durante el período estacionario es cero, esto es, se seleccionaron las corrientes de los devanados amortiguadores como

$$\begin{aligned} \dot{q}_{Fd} = 0 &\Rightarrow \ddot{q}_{Fd} = 0 \\ \dot{q}_{Qd} = 0 &\Rightarrow \ddot{q}_{Qd} = 0 \end{aligned} \quad (4.2.15)$$

para todo tiempo, que en la condición $\Psi_e = 0$ implica que las corrientes deseadas, tanto de estator como de campo, son constantes en estado estacionario pero que, sin embargo, deben satisfacer

$$T_{Pd} = \dot{q}_{Pd}^T W \dot{q}_{Pd}$$

Con la selección de las coordenadas deseadas para los devanados amortiguadores se consideran las primeras dos ecuaciones de (4.2.14), que pueden escribirse vectorialmente como

$$\begin{bmatrix} \dot{\lambda}_{ad} \\ \dot{\lambda}_{qd} \end{bmatrix} - \dot{q}_m \begin{bmatrix} -\lambda_{qd} \\ \lambda_{ad} \end{bmatrix} + r \begin{bmatrix} \dot{q}_{ad} \\ \dot{q}_{qd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -I'_d \\ -I'_q \end{bmatrix} \quad (4.2.16)$$

El resultado de la propiedad del apéndice C permite escribir los valores deseados de flujo como

$$\begin{bmatrix} \dot{\lambda}_{ad} \\ \dot{\lambda}_{qd} \end{bmatrix} = \left(\dot{q}_m - \frac{r T_{Pd}}{\|\lambda_{ad}\|^2 + \|\lambda_{qd}\|^2} + \frac{\lambda_{qd} I'_d - \lambda_{ad} I'_q}{\|\lambda_{ad}\|^2} \right) \begin{bmatrix} -\lambda_{qd} \\ \lambda_{ad} \end{bmatrix}$$

La sustitución de ésta en (4.2.16) y la agrupación de términos resulta en

$$-\frac{r T_{Pd}}{\|\lambda_{sd}\|^2} \begin{bmatrix} -\dot{\lambda}_{qd} \\ \dot{\lambda}_{sd} \end{bmatrix} + r \begin{bmatrix} \dot{q}_{sd} \\ \dot{q}_{qd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -v'_d \\ -v'_q \end{bmatrix} - \frac{(\lambda_{qd} v'_d - \lambda_{sd} v'_q)}{\|\lambda_{sd}\|^2} \begin{bmatrix} -\lambda_{qd} \\ \lambda_{sd} \end{bmatrix}$$

donde, agrupando los términos del lado derecho de esta última ecuación

$$-\frac{r T_{Pd}}{\|\lambda_{sd}\|^2} \begin{bmatrix} -\dot{\lambda}_{qd} \\ \dot{\lambda}_{sd} \end{bmatrix} + r \begin{bmatrix} \dot{q}_{sd} \\ \dot{q}_{qd} \end{bmatrix} = \frac{1}{\|\lambda_{sd}\|^2} \begin{bmatrix} -\lambda_{sd}^2 v'_d - \lambda_{qd} \lambda_{sd} v'_q \\ -\lambda_{qd} \lambda_{sd} v'_d - \lambda_{sd}^2 v'_q \end{bmatrix} \quad (4.2.17)$$

De (4.2.11) se tiene las siguientes expresiones para los componentes del vector de voltajes de estator

$$\begin{aligned} -\dot{\lambda}_{sd} - \dot{q}_m \lambda_{qd} - r \dot{q}_{sd} &= v'_d \\ -\dot{\lambda}_{qd} + \dot{q}_m \lambda_{sd} - r \dot{q}_{qd} &= v'_q \end{aligned}$$

por lo que la sustitución de estas en (4.2.17) y la agrupación de términos comunes resulta en

$$-\frac{r T_{Pd}}{\|\lambda_{sd}\|^2} \begin{bmatrix} -\dot{\lambda}_{qd} \\ \dot{\lambda}_{sd} \end{bmatrix} + r \begin{bmatrix} \dot{q}_{sd} \\ \dot{q}_{qd} \end{bmatrix} = \frac{-r T_{Qd}}{\|\lambda_{sd}\|^2} \begin{bmatrix} \dot{\lambda}_{sd} \\ \dot{\lambda}_{qd} \end{bmatrix} + \frac{(\lambda_{sd} \dot{\lambda}_{sd} + \lambda_{qd} \dot{\lambda}_{qd})}{\|\lambda_{sd}\|^2} \begin{bmatrix} \lambda_{sd} \\ \lambda_{qd} \end{bmatrix}$$

donde $T_{Qd} = -\lambda_{sd} \dot{q}_{sd} - \lambda_{qd} \dot{q}_{qd}$ es el par asociado a la potencia reactiva. Además, el segundo término del lado derecho de la igualdad se anula ya que el factor que multiplica al vector de flujos puede escribirse como

$$\frac{(\lambda_{sd} \dot{\lambda}_{sd} + \lambda_{qd} \dot{\lambda}_{qd})}{\|\lambda_{sd}\|^2} = \frac{(\lambda_{sd} \dot{\lambda}_{sd} + \lambda_{qd} \dot{\lambda}_{qd})}{\lambda_{sd}^2 + \lambda_{qd}^2} = -\frac{1}{2\sqrt{\lambda_{sd}^2 + \lambda_{qd}^2}} \frac{-2(\lambda_{sd} \dot{\lambda}_{sd} + \lambda_{qd} \dot{\lambda}_{qd})}{\sqrt{\lambda_{sd}^2 + \lambda_{qd}^2}}$$

o en forma equivalente

$$\frac{(\lambda_{sd} \dot{\lambda}_{sd} + \lambda_{qd} \dot{\lambda}_{qd})}{\|\lambda_{sd}\|^2} = -\frac{1}{\sqrt{\lambda_{sd}^2 + \lambda_{qd}^2}} \frac{d}{dt} (\|\lambda_{sd}\|)$$

donde la norma deseada del flujo del entrehierro es constante y su derivada es cero, por lo que la dinámica deseada satisface la relación

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_{dd} \\ \dot{q}_{qd} \end{bmatrix} = \frac{T_{Pd}}{\|\lambda_{sd}\|^2} \begin{bmatrix} -\lambda_{sd} \\ \lambda_{sd} \end{bmatrix} - \frac{T_{Qd}}{\|\lambda_{sd}\|^2} \begin{bmatrix} \lambda_{sd} \\ \lambda_{sd} \end{bmatrix}$$

que en forma matricial puede escribirse como

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_{dd} \\ \dot{q}_{qd} \end{bmatrix} = \frac{1}{\|\lambda_{sd}\|^2} \begin{bmatrix} -T_{Qd} & -T_{Pd} \\ T_{Pd} & -T_{Qd} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{sd} \\ \lambda_{sd} \end{bmatrix} \quad (4.2.18)$$

Esta última expresión define las corrientes de estator deseadas en función de los pares asociados a las potencias activa y reactiva deseados.

De las segunda y tercera ecuaciones de (4.2.12) se tiene

$$\begin{bmatrix} \lambda_{sd} \\ \lambda_{sd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} kM_f \\ 0 \end{bmatrix} \dot{q}_{Fd} + \begin{bmatrix} L_d & 0 \\ 0 & L_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_{dd} \\ \dot{q}_{qd} \end{bmatrix}$$

La sustitución de (4.2.18) en esta última ecuación y la agrupación de términos produce

$$\begin{bmatrix} kM_f \\ 0 \end{bmatrix} \dot{q}_{Fd} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{L_d T_{Qd}}{\|\lambda_{sd}\|^2} & \frac{L_d T_{Pd}}{\|\lambda_{sd}\|^2} \\ -\frac{L_q T_{Pd}}{\|\lambda_{sd}\|^2} & 1 + \frac{L_q T_{Qd}}{\|\lambda_{sd}\|^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{sd} \\ \lambda_{sd} \end{bmatrix}$$

de donde se obtienen las siguientes ecuaciones

$$\dot{q}_{Fd} = \frac{1}{kM_f} \left(1 + \frac{L_d}{\|\lambda_{sd}\|^2} T_{Qd} \right) \lambda_{sd} + \frac{1}{kM_f} \left(\frac{L_d}{\|\lambda_{sd}\|^2} T_{Pd} \right) \lambda_{sd} \quad (4.2.19)$$

$$0 = -\frac{L_q}{\|\lambda_{sd}\|^2} T_{Pd} \lambda_{sd} + \left(1 + \frac{L_q}{\|\lambda_{sd}\|^2} T_{Qd} \right) \lambda_{qd} \quad (4.2.20)$$

En (4.2.20) se resuelve para T_{Qd} obteniéndose

$$T_{Qd} = \frac{T_{Pd} \lambda_{sd}}{\lambda_{qd}} - \frac{\|\lambda_{sd}\|^2}{L_q} \quad (4.2.21)$$

y sustituyendo esta expresión en (4.2.19) se tiene

$$\dot{\bar{q}}_{Fd} = \frac{1}{kM_F} \left(1 - \frac{L_d}{L_q} \right) \dot{\lambda}_{dd} + \frac{L_d T_{Pd}}{kM_F \lambda_{qd}} \quad (4.2.22)$$

con su segunda derivada dada por

$$\ddot{\bar{q}}_{Fd} = \frac{1}{kM_F} \left(1 - \frac{L_d}{L_q} \right) \dot{\lambda}_{dd} - \frac{L_d \dot{\lambda}_{qd} T_{Pd}}{kM_F \lambda_{qd}^2} \quad (4.2.23)$$

Utilizando (4.2.21) en (4.2.18) se obtienen expresiones para las corrientes deseadas en eje directo y en cuadratura dadas por

$$\dot{\bar{q}}_{dd} = - \frac{T_{Pd}}{\lambda_{qd}} + \frac{\lambda_{dd}}{L_q} \quad (4.2.24)$$

$$\dot{\bar{q}}_{qd} = \frac{\lambda_{qd}}{L_q} \quad (4.2.25)$$

con segundas derivadas dadas por

$$\ddot{\bar{q}}_{dd} = \frac{\dot{\lambda}_{dd}}{L_q} + \frac{T_{Pd} \dot{\lambda}_{qd}}{\lambda_{qd}^2} \quad (4.2.26)$$

$$\ddot{\bar{q}}_{qd} = \frac{\dot{\lambda}_{qd}}{L_q} \quad (4.2.27)$$

donde, como se demuestra en el apéndice C, la derivada de los flujos de estator deseados se puede escribir como

$$\begin{bmatrix} \dot{\lambda}_{dd} \\ \dot{\lambda}_{qd} \end{bmatrix} = \dot{\delta}_d \begin{bmatrix} -\lambda_{qd} \\ \lambda_{dd} \end{bmatrix} \quad (4.2.28)$$

con

$$\dot{\delta}_d = \dot{q}_m - \frac{r T_{Pd}}{\|\lambda_{sd}\|^2} + \frac{\lambda_{qd} \dot{L}_d - \lambda_{dd} \dot{L}_q}{\|\lambda_{sd}\|^2} \quad (4.2.29)$$

Es conveniente hacer notar que además de que con la convergencia de las coordenadas eléctricas de la proposición 4.1 se logra, en parte el control de potencia activa, se tiene que el problema de regulación de voltaje también es solucionado. Esto se muestra en la siguiente proposición.

Proposición 4.4

La convergencia de las corrientes a las corrientes deseadas $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{e}_p = 0$ implica la regulación de la norma del flujo y también implica la regulación del voltaje es decir, $\lim_{t \rightarrow \infty} (i'_d - i'_{dd}) = 0$ y $\lim_{t \rightarrow \infty} (i'_q - i'_{qd}) = 0$.

Prueba

Escribiendo la ecuación del flujo deseado como

$$\lambda_{pd} = D_e \dot{q}_{pd}$$

se tiene que

$$\lambda_p - \lambda_{pd} = D_e \dot{e}_p$$

que establecen que la convergencia a cero del error de corrientes implica que

$$\begin{aligned} \lambda_p &= \lambda_{pd} \\ \dot{\lambda}_p &= \dot{\lambda}_{pd} \end{aligned}$$

es decir, la convergencia de los flujos a los flujos deseados. Esto establece, junto con la propiedad del apéndice C, la regulación de la norma de flujo de estator. Ahora, los voltajes en los componentes eje directo y en cuadratura pueden escribirse como

$$\begin{aligned} i'_d &= \dot{\lambda}_d - \dot{q}_m \lambda_q - r \dot{q}_d \\ i'_q &= \dot{\lambda}_q + \dot{q}_m \lambda_d - r \dot{q}_q \end{aligned}$$

por lo que se tiene que

$$\begin{aligned} i'_d - i'_{dd} &= \left(\dot{\lambda}_d - \dot{\lambda}_{dd} \right) - \dot{q}_m \left(\lambda_q - \lambda_{qd} \right) - r \left(\dot{q}_d - \dot{q}_{dd} \right) \\ i'_q - i'_{qd} &= \left(\dot{\lambda}_q - \dot{\lambda}_{qd} \right) + \dot{q}_m \left(\lambda_d - \lambda_{dd} \right) - r \left(\dot{q}_q - \dot{q}_{qd} \right) \end{aligned}$$

que prueba que la convergencia de corrientes implica la convergencia del voltaje. ◆◆◆

4.2.4 Esquema de Control para el Subsistema Mecánico

La parte final del diseño del esquema de control corresponde al hecho de garantizar la regulación de la velocidad angular mecánica del generador síncrono.

Para lograr esto, se hizo uso de un controlador del tipo proporcional-integral sobre el error de velocidad

$$\dot{e}_m = \dot{q}_{md} - \dot{q}_m$$

como se muestra en la siguiente proposición.

Proposición 4.5

Considere el subsistema mecánico dado por la ecuación (4.1.1b) en lazo cerrado con el esquema de control proporcional-integral dado por

$$T_f = C(s)(\dot{q}_{md} - \dot{q}_m) \tag{4.2.30}$$

con

$$C(s) = \frac{K_I}{s} + K_P$$

Bajo estas condiciones, se garantiza que

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (\dot{q}_{md} - \dot{q}_m) = 0$$

con \dot{q}_{md} la solución de la ecuación diferencial $\ddot{q}_{md} = \frac{1}{D_m}(T_f - T_{fd})$.

Prueba

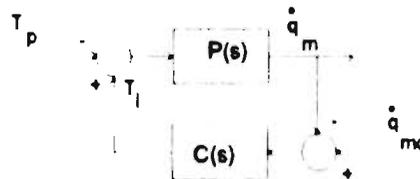


Fig 4.1 Diagrama del esquema de control del subsistema mecánico $P(s)$ y el controlador PI $C(s)$.

La prueba de la proposición está inspirada en la prueba de la proposición 1 de la referencia [Ortega y Taoutou, 1995]. Para demostrar estabilidad interna con el esquema de control dado por (4.2.30) se observa que (4.1.1b) junto con su esquema de control se pueden representar como un sistema lineal invariante en el tiempo como se muestra en la figura 4.1 donde

$$P(s) = \frac{1}{D_m s}$$

La convergencia de la velocidad del generador a la velocidad deseada se establece de los siguientes hechos: que el controlador PI garantiza la regulación a una referencia constante frente a perturbaciones constantes, de la acotabilidad de q_f y \dot{q}_f y de la verificación de las condiciones sobre K_P y K_I para asegurar la estabilidad del polinomio característico

$$D_m s^2 + K_p s + K_I = 0$$

las cuales están dadas por $K_p^2 > 4D_m K_I$ y $K_p, K_I > 0$.

◆◆◆

Una vez establecida la convergencia de la velocidad mecánica a su valor deseado, el único punto por cubrir es el que se refiere a la estabilidad interna. Esto se prueba demostrando que el esquema completo, formado por el generador síncrono y el esquema de control, establece un conjunto de ecuaciones diferenciales que no tienen tiempo de escape finito, es decir, que son globalmente Liptchitz. Para esto note que el subsistema mecánico realimentado se puede escribir en términos del error de coordenadas como (para la demostración de este paso se puede consultar la sección 4.2.1)

$$\ddot{\bar{e}}_m = \frac{1}{D_m} \left\{ \dot{e}_p^T W \dot{e}_p + \dot{e}_p^T (W + W^T) \dot{q}_{pd} \right\} \quad (4.2.31)$$

La dinámica del sistema realimentado completo, escrito en términos del error de coordenadas generalizadas, está dada por (4.2.4) y (4.2.31) con las cuales puede establecer la siguiente proposición.

Proposición 4.6

Las ecuaciones (4.2.4) y (4.2.31) son globalmente Lipschitz en el estado.

Prueba. Por cuestión de espacio la prueba se encuentra en el apéndice B.

◆◆◆

4.2.5 Resultados Principales

Una vez realizada la selección de las coordenadas deseadas y establecidas las entradas de control, se enuncia el resultado principal de este capítulo en el siguiente teorema.

Teorema 4.1 (Regulación de Potencia)

Considere el modelo del generador síncrono (4.1.1a) -(4.1.1b) con salida la potencia activa P y las suposiciones A1-A2. Sea la ley de control para el subsistema eléctrico definida como

$$V_{Fd} = L_f \ddot{q}_{fd} + kM_f \ddot{q}_{dd} + r_f \dot{q}_{fd} + K_v (\dot{q}_{fd} - \dot{q}_f) \quad K_v > 0$$

donde $\bar{q}_{F,d}$ y \bar{q}_{dd} están dadas por (4.2.23) y (4.2.26) y los estados del controlador por (4.2.28)-(4.2.29) y sea la ley de control para el subsistema mecánico definida por (4.2.30).

Bajo estas condiciones el sistema en lazo cerrado es asintóticamente estable logrando la regulación de potencia activa y la regulación del voltaje así como la regulación de frecuencia con operación balanceada.

◆◆◆

CAPÍTULO 5

SIMULACIONES

En este capítulo se presenta el desarrollo de las ecuaciones que describen la dinámica de la carga local y la línea de transmisión que se utilizan en las simulaciones. Para la simulación se modifica el modelo dq del generador en su forma de ecuaciones de estado y por último se presentan los resultados de la simulación del esquema de control diseñado en el capítulo 4, los cuales muestran el comportamiento del esquema ante perturbaciones de pequeña amplitud (como es el caso de la regulación de potencia) y perturbaciones de gran amplitud.

5.1 Ecuaciones de Carga

De la ecuación (2.3.4) se tiene un conjunto de ecuaciones para la máquina donde los elementos del vector del miembro derecho de la igualdad está dado por (2.3.10). Los voltajes V_d y V_q se relacionan con las coordenadas generalizadas por medio de dos ecuaciones adicionales las cuales pueden o no incrementar el orden del sistema, dependiendo si las relaciones obtenidas son ecuaciones diferenciales o son ecuaciones algebraicas y si introducen nuevas variables. Para obtener las ecuaciones para V_d y V_q se requieren establecer las ecuaciones de la carga.

5.1.1 Ecuaciones de la Línea de Transmisión

El caso considerado que se muestra en la figura 5.1 es el de una máquina síncrona con carga local y conectada a un bus infinito a través de una línea de transmisión modelada para cada fase por una resistencia R_l en serie con una inductancia L_l .

Del análisis del circuito mostrado en la figura (5.1) se obtiene la ecuación vectorial

$$V'_{\alpha\beta\gamma} = V'_{\alpha\beta\gamma} + R_l i_{l\alpha\beta\gamma} + L_l \frac{d}{dt} i_{l\alpha\beta\gamma} \quad (5.1.1)$$

con I la matriz identidad de dimensión 3. Considerando el voltaje en el bus infinito $V'_{\alpha\beta\gamma}$ de la forma

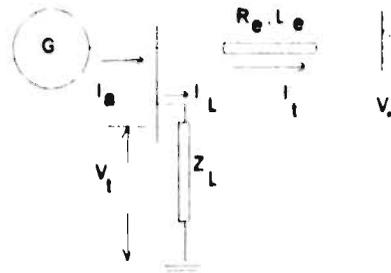


Fig. 5.1 diagrama de una máquina síncrona con carga local y conectada a un bus infinito a través de una línea de transmisión.

$$V_{a'bx} = \sqrt{2}V_{in} \begin{bmatrix} \cos(\omega_R t + \alpha) \\ \cos(\omega_R t + \alpha - 2\pi/3) \\ \cos(\omega_R t + \alpha + 2\pi/3) \end{bmatrix}$$

donde α es el ángulo por el cuál el voltaje de la fase a del bus infinito está defasada de la referencia.

Aplicando la transformación de Park se tiene que

$$P V_{a'bx} = V_{0dq} = P I_{a'bx} + R_s I_{10dq} + L_s IP \frac{d}{dt} i_{10dq} \quad (5.1.2)$$

de donde se obtienen las ecuaciones de la línea dadas por

$$\frac{d}{dt} i_{d'} = \frac{1}{L_s} \left\{ \sqrt{3} V_{in} \sin(\gamma - \alpha) - R_s i_{d'} - \dot{q}_m L_s i_{q'} + V_{d'} \right\} \quad (5.1.3)$$

$$\frac{d}{dt} i_{q'} = \frac{1}{L_s} \left\{ -\sqrt{3} V_{in} \cos(\gamma - \alpha) - R_s i_{q'} + \dot{q}_m L_s i_{d'} + V_{q'} \right\} \quad (5.1.4)$$

donde γ es el ángulo de potencia del generador determinado por

$$\dot{\gamma} = \dot{q}_m - \dot{q}_{mR}$$

donde $\dot{q}_{mR} = \omega_R$.

5.1.2 Ecuaciones de la Carga Local

La carga local puede consistir de una carga capacitiva a fin de modelar los efectos capacitivos de una línea de transmisión o una carga inductiva para simular los efectos de la carga común de un usuario importante.

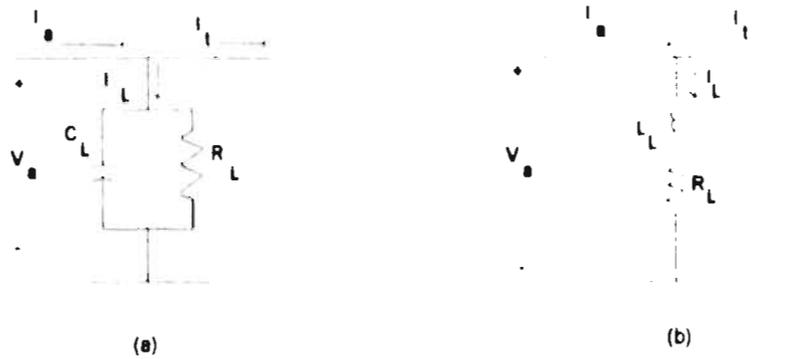


Fig. 5.2 Diagramas por fase de la carga local considerada (a) capacitiva C_L , (b) inductiva L_L .

Carga capacitiva. La carga capacitiva considerada por fase es como se muestra en la figura 5.2a y la extensión a las tres fases satisface la relación

$$C_L \left[\frac{d}{dt} V_{ax} + \frac{1}{R_L} V_{ax} \right] = i_{ax} - i_{Lax}$$

Aplicando la transformación de Park a ambos lados de la ecuación se obtienen las siguientes ecuaciones para los voltajes V_d y V_q

$$\frac{d}{dt} V_d = \frac{1}{C_L} \left\{ i_d - i_{Ld} - \frac{V_d}{R_L} - \dot{q}_m C_L V_q \right\} \quad (5.15)$$

$$\frac{d}{dt} V_q = \frac{1}{C_L} \left\{ i_q - i_{Lq} - \frac{V_q}{R_L} + \dot{q}_m C_L V_d \right\} \quad (5.16)$$

Carga inductiva La carga inductiva considerada por fase es como se muestra en la figura 5.2b y la extensión a las tres fases satisface la relación

$$V_{ax} = R_L (i_{ax} - i_{Lax}) + L_L \frac{d}{dt} (i_{ax} - i_{Lax}) \quad (5.17)$$

Aplicando la transformación de Park a ambos lados de esta ecuación, considerando las expresiones para las derivadas de las corrientes en eje directo y en cuadratura del generador (2.2.4) y las expresiones para las derivadas de las corrientes d y q de la línea de transmisión (5.1.3)-(5.1.4) en el término derivativo de (5.1.7), se tiene que

$$V_d \left(1 + L_L d_{22} + \frac{L_L}{L_r} \right) = R_L (\dot{q}_d - i_{Ld}) + L_L (va_2 - va_1 + d_{21} V_r) + \dot{q}_m L_L (\dot{q}_q - i_{Lq}) \quad (5.18)$$

$$V_d \left(1 + L_i d_{31} + \frac{L_{i1}}{L_e} \right) = R_i (\dot{q}_q - i_w) + L_i (va_3 - va_7) - \dot{q}_m L_i (\dot{q}_d - i_w) \quad (5.1.9)$$

donde se puede resolver para V_d y V_q . El término d_{ij} corresponde al ij término de D_e^{-1} de acuerdo a la ecuación A.1 del apéndice A.

Los valores va_i para $i = 1, \dots, 6$; utilizados en las ecuaciones (5.1.8) y (5.1.9) se definen como

$$va_i = \left\{ D_e^{-1} (\dot{q}_m W - R) \dot{q}_p \right\}_i$$

donde $\{ \}_i$ indica que se trata del valor correspondiente al i elemento del vector resultante de la multiplicación matricial indicada.

Los valores va_i para $i = 6, 7$ utilizados en las ecuaciones (5.1.8) y (5.1.9) están dados por

$$va_6 = \frac{1}{L_e} \left\{ \sqrt{3} I_a \sin(\gamma - \alpha) - R_e i_w - \dot{q}_m L_e i_w \right\}$$

$$va_7 = \frac{1}{L_e} \left\{ -\sqrt{3} I_a \cos(\gamma - \alpha) - R_e i_w + \dot{q}_m L_e i_w \right\}$$

5.2 Modelo en Ecuaciones de Estado

Para efectuar la simulación en computadora digital del modelo del generador sincrónico, se realiza la representación en ecuaciones de estado. Se parte de (2.3.4), (2.4.1) donde para el subsistema eléctrico se tiene

$$D_e \ddot{q}_r - \dot{q}_m W \dot{q}_r + R \dot{q}_r = V$$

Resolviendo para \ddot{q}_r se tiene que

$$\ddot{q}_r = D_e^{-1} (\dot{q}_m W \dot{q}_r - R \dot{q}_r + V)$$

de donde

$$\ddot{q}_r = D_e^{-1} (\dot{q}_m W - R) \dot{q}_r + D_e^{-1} V \quad (5.2.1)$$

donde las expresiones para los voltajes en el eje d y q se obtienen de las ecuaciones (5.1.5)-(5.1.6) para carga capacitiva o (5.1.8)-(5.1.9) para carga inductiva respectivamente. Para el subsistema mecánico dado por

$$D_m \ddot{q}_m = T_i - T_r = T_i - \dot{q}_r^T W \dot{q}_r$$

y resolviendo para \ddot{q}_m se obtiene

$$\ddot{q}_m = \frac{1}{D_m} (T_i - \dot{q}_r^T W \dot{q}_r) \quad (5.2.2)$$

Las ecuaciones (5.2.1)-(5.2.2) constituyen la realización en el espacio de estados del modelo del generador síncrono y cuya representación completa se encuentra en el apéndice A, que incluye los valores de los parámetros del modelo, dados en por unidad, que fueron utilizados en las simulaciones. Es conveniente hacer notar que los valores numéricos corresponden al ejemplo manejado en la referencia [Anderson y Fouad, 1967] a fin de facilitar las comparaciones de los resultados de ésta con el trabajo que se presenta en el capítulo 4.

5.3 Parámetros del Sistema

El modelo del generador que se utilizó para las simulaciones corresponde al modelo equivalente dq expresado en el sistema por unidad y es un generador trifásico de 160 MVA 15 Kv, conectado en Y y que opera en condiciones balanceadas. Los valores de los parámetros utilizados fueron tomados de [Anderson y Fouad, 1967] y están dados (en pu) por

$$\begin{aligned} L_d &= 1.70 \\ L_r &= 1.651 \\ L_D &= 1.605 \\ L_q &= 1.64 \\ L_Q &= 1.526 \\ kM_f &= kM_D = M_R = 1.55 \\ kM_Q &= 1.49 \\ r &= 0.001096 \\ r_f &= 0.000742 \\ r_D &= 0.0131 \\ r_Q &= 0.0540 \end{aligned}$$

para la constante de inercia

$$H = 2.37 \text{ kW}\cdot\text{s/kVA}$$

la derivación de los valores en p.u. se puede encontrar en el apéndice A

Para la línea de transmisión y la carga local se consideraron los valores (en p.u.)

$$\begin{aligned}R_l &= 0.02 \\L_l &= 0.4 \\R_l &= 100 \\C_l &= 0.01\end{aligned}$$

Los parámetros del controlador proporcional-integral del subsistema mecánico que se utilizaron en todos los experimentos fueron

$$\begin{aligned}K_p &= 5.2 \\K_i &= 0.7\end{aligned}$$

y la ganancia del controlador del subsistema eléctrico que se utilizó en todos los experimentos fue

$$K_e = 10$$

Adicionalmente se considera que el generador se encuentra en operación entregando 1 p.u de potencia con un voltaje en terminales de 1.17 en p.u. Estos valores corresponden al ejemplo 5.3 del capítulo 5 de [Anderson y Fouad, 1967] del que fueron tomados todos los valores para las condiciones iniciales del generador y son los que aparecen como condición inicial en cada una de las gráficas que se presentan.

Sobre la condición inicial que se menciona se realizaron tres experimentos en simulación para evaluar el desempeño del controlador propuesto. Estas tres situaciones corresponden a dos tipos de perturbaciones. El primer tipo considera las perturbaciones de pequeña amplitud, como es el caso de regulación de potencia, donde se consideran cambios escalón en la potencia de salida deseada que es, propiamente, el objetivo del control. El segundo tipo de perturbaciones considera aquellas de gran amplitud como lo pueden ser cambios en la impedancia de la línea de transmisión o fallas trifásicas las cuales, aún cuando no son consideradas a priori para el diseño del controlador, son importantes para evaluar la estabilidad del sistema de potencia interconectado ante grandes impactos. Los resultados que se presentan aquí corresponden a simulaciones y no se evaluaron en forma teórica para determinar magnitudes como corrientes de falla o voltajes de falla en algún punto particular del circuito.

5.4 Regulación de Potencia

En el primer caso se analizó la capacidad del controlador de realizar la regulación de potencia ante un cambio definido por una función escalón.

En las figuras (5.3)-(5.8) se observan los comportamientos de las coordenadas generalizadas físicas en el marco de referencia dq así como los encadenamientos de flujo. En cada una de las gráficas se observa una convergencia de las coordenadas físicas a las coordenadas generalizadas deseadas impuestas por el controlador.

Del mismo modo en las figuras (5.9)-(5.11) se observan los comportamientos de la corriente de excitación, la potencia de salida, la frecuencia y el voltaje en terminales del generador. De la gráfica de voltaje en terminales se observa el efecto de regulación de voltaje lo cual es consecuencia del efecto de regulación de la norma de flujo.

Del resultado del experimento se observa que la convergencia al valor deseado está fuertemente determinado por la rapidez con que el ángulo de potencia del controlador (Fig. 5.3) alcanza el valor estacionario donde se cumplen las restricciones físicas de la máquina para la entrega de la potencia deseada.

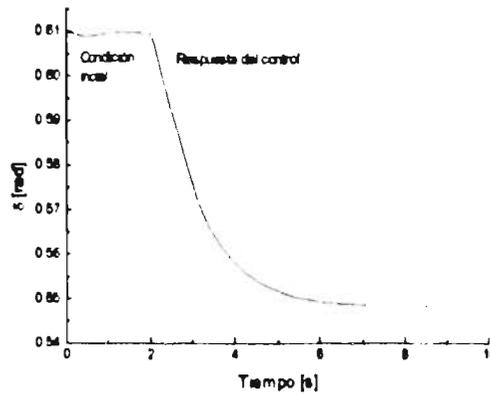


Fig 5.3 Ángulo de potencia del controlador ante un cambio escalón en $t=2$ s de la potencia deseada de $P_d = 1$ pu a $P_d = 0.85$ pu

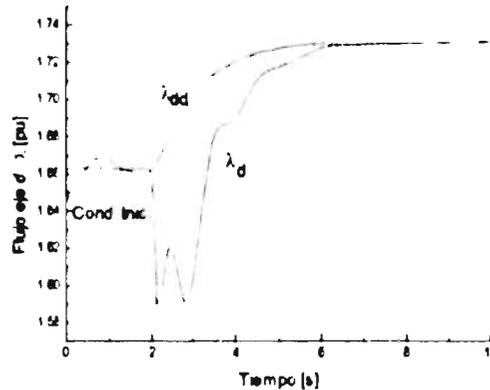


Fig 5.4 Encadenamientos de flujo eje d λ_d y λ'_{dd} .

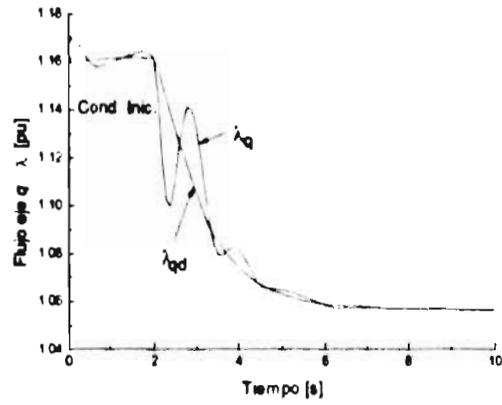


Fig. 5.5 Encadenamientos de flujo eje q λ_q y λ_{qd} .

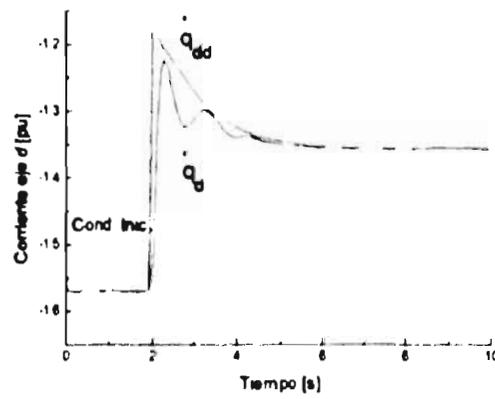


Fig. 5.6 Corrientes en eje d \dot{q}_d y \dot{q}_{dd} .

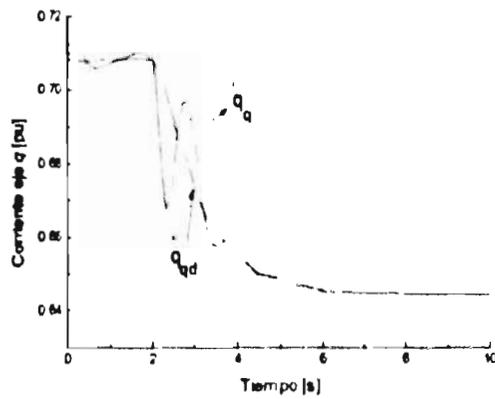


Fig. 5.7 Corrientes en eje q \dot{q}_q y \dot{q}_{qd} .

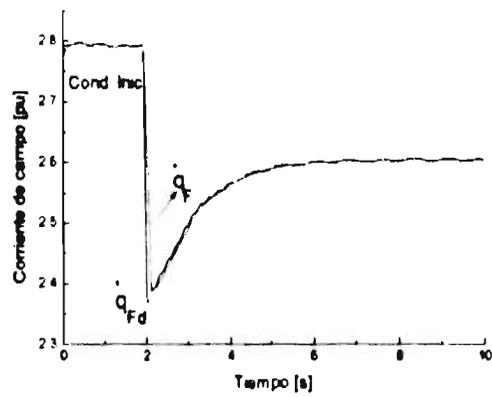


Fig. 5.8 Corriente de campo \dot{q}_F y \dot{q}_{Fd} .

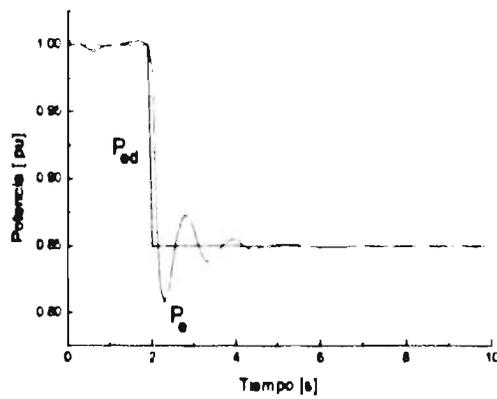


Fig 5.9 Potencia de salida P_e y su valor deseado P_{ed} .

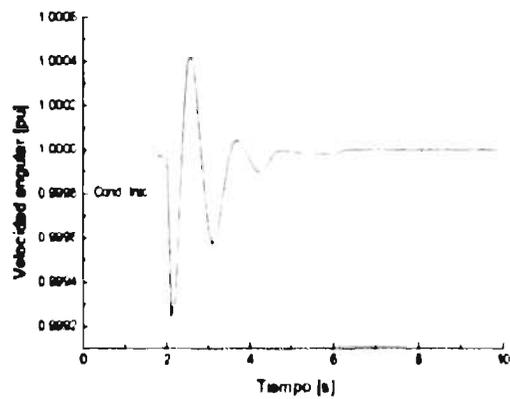


Fig 5.10 Velocidad angular del generador \dot{q}_m .

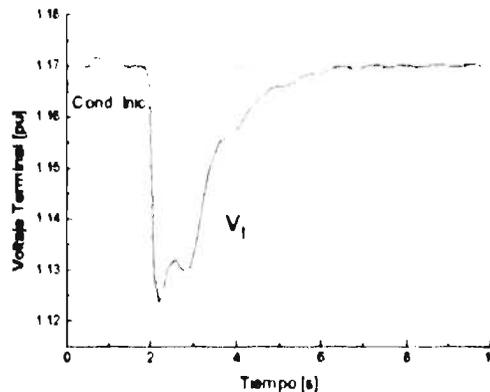


Fig. 5.11 Voltaje en terminales V_1 , y valor deseado V_d .

5.5 Perturbación de gran amplitud: Cambio en Impedancia de la Línea de Transmisión

El segundo experimento que se realizó fue la evaluación del esquema de control cuando se presentan perturbaciones de gran amplitud como lo es un cambio repentino de la impedancia de la línea de transmisión el cual puede representar el disparo de un interruptor de línea.

El experimento se realizó considerando al generador síncrono en estado estacionario entregando una potencia constante y en el tiempo $t=2$ s. se consideró un cambio instantáneo en la impedancia de la línea de transmisión. Este cambio súbito provocó oscilaciones que, dependiendo de la condición de carga del generador y de la magnitud del cambio en la impedancia, condujeron a la inestabilidad (cuando la condición de carga era alta) o decayeron en forma amortiguada (cuando la condición de carga era mediana o baja). Aquí se presenta el caso de oscilaciones amortiguadas en las que después un tiempo los valores retornan a los valores que imperaban antes del cambio, es decir, se realiza la regulación de potencia, voltaje y frecuencia lo que muestra la robustez del controlador ante la magnitud del impacto que se consideró en este ejemplo.

Las figuras (5.12)-(5.15) muestran el comportamiento de las variables físicas. Estos comportamientos muestran características comunes a las gráficas correspondientes presentadas en [Anderson y Fouad, 1967], que evalúa el comportamiento de un generador ante la misma perturbación, pero en él se adicionan señales derivadas de la frecuencia para inyectar amortiguamiento lo cual deriva en un comportamiento estable.

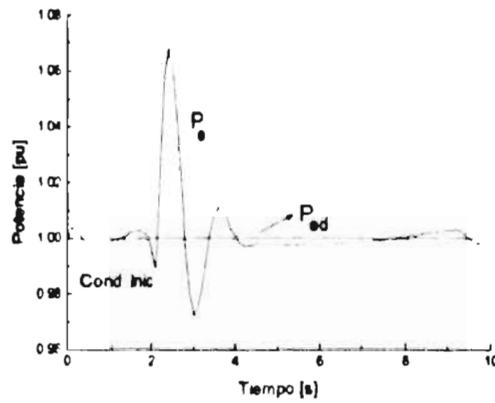


Fig. 5.12 Potencia de salida P_e y su valor deseado P_{ed} .

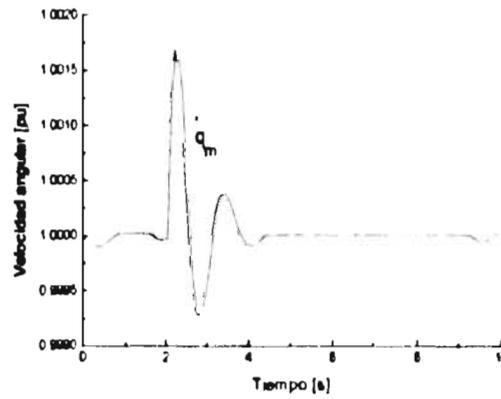


Fig. 5.13 Velocidad angular del generador \dot{q}_m .

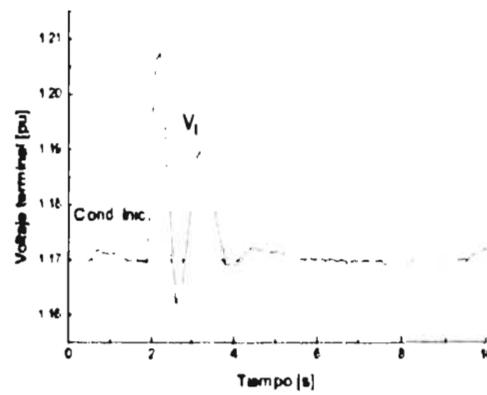


Fig. 5.14 Voltaje en terminales del generador V_t y valor deseado V_{td} .

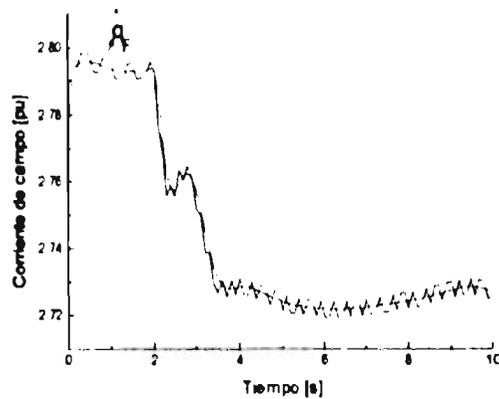


Fig. 5.15 Corriente de campo \dot{q}_F y \dot{q}_{Fd} .

5.6 Perturbación de gran amplitud: Falla trifásica

El tercer experimento que se realizó fue la evaluación del esquema de control cuando se presentan perturbaciones de gran amplitud como es una falla trifásica en los terminales del generador.

El experimento se realizó considerando al generador en estado estacionario entregando una potencia constante y en el tiempo $t=2$ s se produjo la falla trifásica con duración de 0.05s restableciéndose después de ese tiempo las condiciones anteriores a la falla. La falla trifásica produjo oscilaciones que, dependiendo de la condición de carga de la máquina y de la duración de la falla, condujeron a la inestabilidad o se amortiguaron rápidamente. Este último caso observarse en las figuras (5.16)-(5.19) de las que se manifiesta la robustez del sistema ante la magnitud y duración de la falla considerada para este ejemplo.

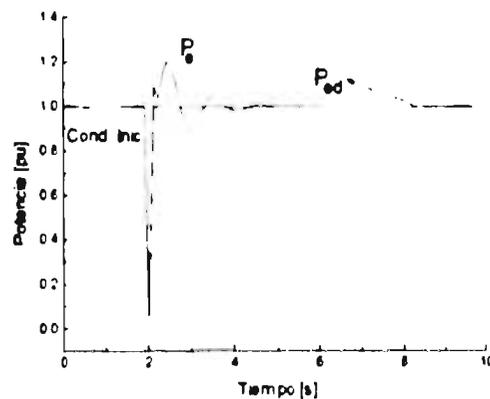


Fig 5.16 Potencia de salida P_o y su valor deseado P_{od} .

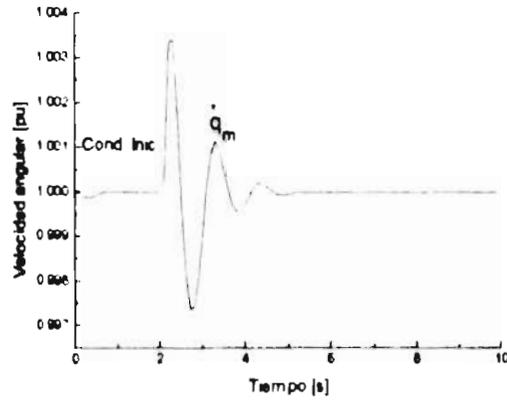


Fig. 5.17 Velocidad angular del generador \dot{q}_m .

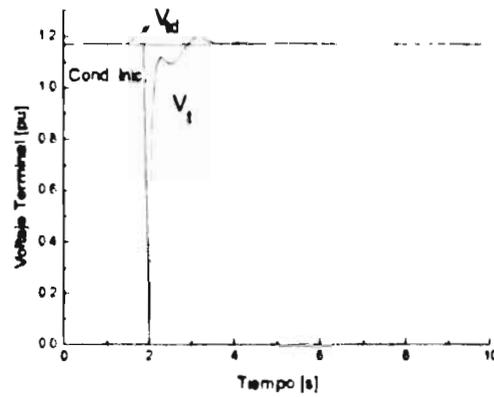


Fig. 5.18 Voltaje en terminales del generador V_t y valor deseado V_{td} .

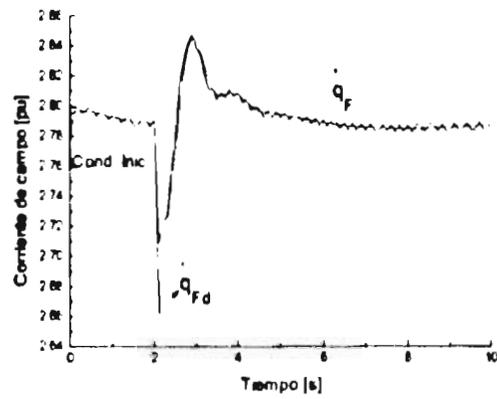


Fig. 5.19 Corriente de campo q_F y q_{Fd} .

CONCLUSIONES

El presente trabajo tuvo dos contribuciones principales.

La primera consistió en validar la metodología de control no lineal basada en pasividad para el caso particular del generador síncrono. Esta metodología ha sido utilizada con éxito para desarrollar controladores para la clase de sistemas no lineales que corresponden a los sistemas Euler-Lagrange, como lo son el motor de inducción y los robots manipuladores. La característica principal de la metodología es que considera a un nivel fundamental las propiedades físicas de los sistemas a controlar así como la descomposición en subsistemas pasivos.

La segunda contribución consistió en la presentación de la solución, que la metodología mencionada da al problema de control de potencia y regulación de frecuencia y voltaje en el generador síncrono. El generador síncrono sobre el que se evaluó el controlador tiene una carga local y está conectado a un bus infinito a través de una línea de transmisión. La solución presentada basada en la metodología resuelve el problema de regulación de potencia del generador síncrono con regulación de frecuencia y voltaje al establecer estos requisitos en el contexto de seguimiento de par y regulación de la norma de flujo de estator (considerando la operación en régimen balanceado como se establece en la metodología).

El controlador propuesto consiste en dos partes principales.

La primera parte consiste en un control para el subsistema eléctrico, que en la literatura se conoce como sistema de excitación, que está dado por una realimentación de salida (corriente de campo) que permite inyectar amortiguamiento al subsistema eléctrico. Es de hacer notar que el esquema de control utiliza sólo variables físicas que están disponibles para medición. El esquema de control para el subsistema eléctrico es la propuesta principal de la metodología basada en pasividad ya que el esquema difiere del control tradicional formado por el regulador de voltaje, pero que presentan características similares cuando en el regulador de voltaje se utilizan señales estabilizadores derivadas de la frecuencia o PSS (Power System Stabilizator) como se conoce en la literatura de los sistemas de potencia.

La segunda parte del controlador consiste en un control para el subsistema mecánico compuesto de regulador de velocidad a través de un esquema proporcional e integral sobre el error de frecuencia que coincide con el esquema tradicional del regulador de velocidad.

Problemas Abiertos e Investigación Futura

En el desarrollo del trabajo quedaron algunos problemas abiertos, que definen la tendencia que tendrá la investigación futura en el tema con la metodología basada en pasividad.

En la parte relacionada al "problema de selección de las coordenadas deseadas", sólo fue posible garantizar estabilidad interna para el caso de regulación de potencia. Queda abierto el problema de seleccionar los valores deseados de las corrientes de los devanados amortiguadores cuando la potencia activa deseada es variable en el tiempo y garantizar la estabilidad interna con un esquema adecuado de control para el subsistema eléctrico.

El problema de incertidumbre ante variaciones paramétricas también queda abierto para el problema de identificación de parámetros y determinación de la ley de control para cada instante de tiempo. Otro problema interesante es la implantación de los controladores propuestos en tareas específicas como lo son el despacho económico, la regulación del flujo en la línea de transmisión etc. así como la evaluación del desempeño de este controlador ante circunstancias que impliquen condiciones no balanceadas como lo pueden ser las fallas monofásicas o bifásicas.

El trabajo presentado supone la existencia de circuitos magnéticos lineales por lo que un problema interesante consiste en resolver el problema considerando la saturación de los circuitos magnéticos, es decir, con circuitos magnéticos no lineales.

APÉNDICE A

PARÁMETROS DEL GENERADOR

Los parámetros del generador síncrono que se utilizaron en las simulaciones corresponde al utilizado en el ejemplo 4.1 de la referencia [Anderson y Fouad., 1967] y cuyos datos se reproducen aquí con el objeto de poder estudiar las respuestas que se obtienen con cada uno de los esquemas de control.

MVA placa = 160 MVA	$L_d = 1.423 \times 10^{-3} \text{ H}$
Voltaje operación = 15 kV, Y	$l_d = l_q$ (no saturada) = $0.5595 \times 10^{-3} \text{ H}$
Voltaje excitación = 375 V	$kM_D = 5.782 \times 10^{-3} \text{ H}$
Corriente estator = 6158.40 A	$kM_Q = 2.779 \times 10^{-3} \text{ H}$
Corriente campo = 926 A	$r(125^\circ\text{C}) = 1.542 \times 10^{-3} \Omega$
Factor de potencia = 0.85	$r_f(125^\circ\text{C}) = 0.371 \Omega$
$L_d = 6.341 \times 10^{-3} \text{ H}$	$r_D = 18.421 \times 10^{-3} \Omega$
$L_f = 2.189 \text{ H}$	$r_Q = 18.969 \times 10^{-3} \Omega$
$L_{fd} = 5.989 \times 10^{-3} \text{ H}$	Constante inercia = 1.765 kW·s/HP
$L_q = 6.118 \times 10^{-3} \text{ H}$	

Las cantidades base para el estator son

$$\begin{aligned}
 S_H &= 160/3 = 53.3333 \text{ MVA/fase} \\
 V_H &= 15000/\sqrt{3} = 8660.25 \text{ V} \\
 I_H &= 6158.40 \text{ A} \\
 t_H &= 2.6526 \times 10^{-3} \text{ s} \\
 \lambda_H &= 8660 \times 2.65 \times 10^{-3} = 22.972 \text{ Wb vuelta/fase} \\
 R_H &= 8669.25/6158.40 = 1.406 \Omega \\
 L_H &= 8660/(377 \times 6158) = 3.730 \times 10^{-3} \text{ H} \\
 L_{md} &= L_d - l_d = (6.341 - 0.5595) \times 10^{-3} = 5.79 \times 10^{-3} \text{ H}
 \end{aligned}$$

Cantidades base para el rotor:

$$\begin{aligned}
 M_f &= 8660\sqrt{2}/(377 \times 365) = 89.006 \times 10^{-3} \text{ H} \\
 kM_f &= \sqrt{3}/2 \times 89.006 \times 10^{-3} = 109.01 \times 10^{-3} \text{ H}
 \end{aligned}$$

entonces $k_f = kM_f / L_{md} = 18.854$

$$\begin{aligned}
I_{F\Phi} &= 6158.4/18.854 = 326.64 \text{ A} \\
M_{F\Phi} &= 18.854 \times 3.73 \times 10^{-1} = 70.329 \times 10^{-3} \text{ H} \\
V_{F\Phi} &= (53.33 \times 10^6)/326.64 = 163280.68 \\
R_{F\Phi} &= 163280.68/326.64 = 499.89 \\
L_{F\Phi} &= (18.845)^2 \times 3.73 \times 10^{-3} = 1.326 \text{ H}
\end{aligned}$$

Cantidades base para los devanados amortiguadores

$$\begin{aligned}
kM_D / I_{md} &= 1.00 & L_{D\Phi} &= L_B \text{ H} \\
M_{D\Phi} &= L_B & R_{D\Phi} &= R_B \Omega \\
kM_Q / I_{mq} &= 2.779/5.782 = 0.5 & R_{Q\Phi} &= R_B / 4 = 0.352 \Omega \\
L_{Q\Phi} &= L_B / 4 = 0.933 \times 10^{-3} \text{ H}
\end{aligned}$$

La constante de inercia

$$H = 1.765(1.0/0.746) = 2.37 \text{ kW}\cdot\text{s/kVA}$$

Los parámetros en p.u están dados por

$$\begin{aligned}
L_d &= 1.70 \\
L_f &= 1.651 \\
L_D &= 1.605 \\
l_d &= l_q = 0.15 \\
L_q &= 1.64 \\
L_Q &= 1.526 \\
L_{AD} &= kM_D = kM_f = M_R = 1.55 \\
L_{AQ} &= kM_Q = 1.49 \\
r &= 0.001096 \\
r_f &= 0.000742 \\
r_D &= 0.0131 \\
r_Q &= 0.0540
\end{aligned}$$

Las matrices del modelo del generador están dadas por

$$D_s = \begin{bmatrix} L_f & kM_f & 0 & M_R & 0 \\ kM_f & L_d & 0 & kM_D & 0 \\ 0 & 0 & L_q & 0 & kM_Q \\ M_R & kM_D & 0 & L_D & 0 \\ 0 & 0 & kM_Q & 0 & L_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.651 & 1.55 & 0 & 1.55 & 0 \\ 1.55 & 1.70 & 0 & 1.55 & 0 \\ 0 & 0 & 1.64 & 0 & 1.49 \\ 1.55 & 1.55 & 0 & 1.605 & 0 \\ 0 & 0 & 1.49 & 0 & 1.526 \end{bmatrix}$$

y la estructura de la inversa de D_s^{-1} está dada por

$$D_r^{-1} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & 0 & d_{14} & 0 \\ d_{21} & d_{22} & 0 & d_{24} & 0 \\ 0 & 0 & d_{33} & 0 & d_{35} \\ d_{41} & d_{42} & 0 & d_{44} & 0 \\ 0 & 0 & d_{53} & 0 & d_{55} \end{bmatrix} \quad (\text{A.1})$$

$$W = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -L_q & 0 & -kM_Q \\ kM_F & L_d & 0 & kM_D & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1.64 & 0 & -1.49 \\ 1.55 & 1.70 & 0 & 1.55 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} r_F & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & r & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_D & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & r_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.000742 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.001096 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.001096 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0131 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0540 \end{bmatrix}$$

A continuación se presenta el listado del código para simulación el cual se encuentra en el formato que utiliza el paquete de simulación SIMNON el cual ya incluye los parámetros del generador establecidos en este apéndice.

CONTINUOUS SYSTEM GENERATORS
TIME T

STATE X1 X2 X3 X4 X5 X6 X7 VD VQ ITD ITQ DELT
STATE TC X6D X7D DELTD QOQD QDGD VDD VQD ITDD ITQD
DER DX1 DX2 DX3 DX4 DX5 DX6 DX7 DVD DVQ DITD DITQ DDELTD
DER DTC DX6D DX7D DDELTD DQOQD DQDGD DVDD DVQD DITDD DITQD

"MODELO DE LA MÁQUINA

VA1=DL11*X1 +DL12*X2 +DL13*X3 +DL14*X4 +DL15*X5
DX1=WREF2*(VA1+DMU11*VF-DMU12*VD*CC)
VA2=DL21*X1 +DL22*X2 +DL23*X3 +DL24*X4 +DL25*X5
DX2=WREF2*(VA2 +DMU21*VF-DMU22*VD*CC)
VA3=DL31*X1 +DL32*X2 +DL33*X3 +DL34*X4 +DL35*X5
DX3=WREF2*(VA3 -DMU33*VQ*CC)
VA4=DL41*X1 +DL42*X2 +DL43*X3 +DL44*X4 +DL45*X5
DX4=WREF2*(VA4 +DMU41*VF-DMU42*VD*CC)
VA5=DL51*X1 +DL52*X2 +DL53*X3 +DL54*X4 +DL55*X5
DX5=WREF2*(VA5 -DMU53*VQ*CC)
DX6=WREF2*(-(TE)/(3*TJJ)+TCC)
TE=(LD-LQ)*X2*X3 -KMQ*X2*X5 +KMF*X1*X3 +KMD*X3*X4
DX7=WREF2*(X6-1)
TEG=(LADG*X4-LAQG*X3)/3
CC= IF T<2 THEN 1 ELSE IF T>2.05 THEN 1 ELSE 0
"CONDICIONES INICIALES
X1:2.7757
X2:-1.5631
X3:0.71262
X4:0
X5:0
X6:1
X7:0.95193

" ECUACIONES DE LA LÍNEA DE TRANSMISIÓN
KVV=KV*VINP
VINP:1.0
ALF:0

VA6=KVV*SIN(X7-ALF)-RE*ITD-X6*LE*ITQ
DITD=WREF2*(VA6+VD)/LE
VA7=-KVV*COS(X7-ALF)-RE*ITQ+X6*LE*ITD
DITQ=WREF2*(VA7+VQ)/LE

VA6D=KVV*SIN(X7D-ALF)-RE*ITDD-X6D*LE*ITQD
DITDD=WREF2*(VA6D+VDD)/LE
VA7D=-KVV*COS(X7D-ALF)-RE*ITQD+X6D*LE*ITDD
DITQD=WREF2*(VA7D+VQD)/LE

"CONDICIONES INICIALES DE LAS CORRIENTES EN L.T.
ITD:-1.5663
ITQ:0.68483

ITDD:-1.5663
ITQD:0.68483

"ECUACIONES DE LA CARGA LOCAL (CAPACITIVA)
DVD=WREF2*(X2-ITD-(VD/RL)-X6*CL*VQ)/(CL)
DVQ=WREF2*(X3-ITQ-(VQ/RL)+X6*CL*VD)/(CL)
VTS=SQRT(VD*VD+VQ*VQ)/KV

DVDD=WREF2*(QDD-ITDD-(VDD/RL)-X6D*CL*VQD)/CL
DVQD=WREF2*(QQD-ITQD-(VQD/RL)+X6D*CL*VDD)/CL
VTD=1.17

"CONDICIONES INICIALES DEL VOLTAJE
VD:-1.1674
VQ: 1.6482

VDD:-1.1674
VQD: 1.6482

"REGULADOR DE VELOCIDAD (CONTROLADOR PROPORCIONAL INTEGRAL)
TCC=TC+KP*(X6D-X6)
TCCU=1786.93*TCC
DTC=KI*(X6D-X6)
KI:0.7*0.7
KP:5.2*3.0
TC:0.00055962*1.0055/1786.93

"ESTADOS DEL CONTROLADOR (GOBERNADOR DE VELOCIDAD)
DX6D=-WREF2*(-TPOUT/(3*TJJ) + TCC)
X6DD:1.0
X6D:1
X7D:0.95193
DX7D=WREF2*(X6D-1)

"ESTADOS DEL CONTROLADOR (SISTEMA DE EXCITACION)
DDELTD = (X6-R*TE/NFLUJ2+(-LAD*VQ+LAQ*VD)/NFLUJ2)
DDELTD=- (X6-R*TPOUT/NFLUJD2+(-LADD*VQ+LAQD*VD)/NFLUJD2)*WREF
DELTD :0.61
DELTD:0.6100
LADD=NFLUJD*COS(DELTD)
DLADD=-NFLUJD*DDELTD*SIN(DELTD)
LAQD=NFLUJD*SIN(DELTD)
DLAQD=NFLUJD*DDELTD*COS(DELTD)
NFLUJD2=NFLUJD*NFLUJD
NFLUJD=KV*1.17

NFLUJ2=LAD*LAD+LAQ*LAQ
NFLUJ = SQRT(NFLUJ2)
"VALOR DESEADO DE POTENCIA Y SU DERIVADA
TPOUT1=IF T<2 THEN 1 ELSE 0.85
DTPOUT1=0

TPOUT=3*TPOUT1
DTPOUT=3*DTPOUT1

"LEY DE CONTROL

VF=LF*DIFD+KMF*DQDD+MR*DQDGD + IFD*RF + (IFD-X1)*KE
KE:10

"CORRIENTE DESEADA DE CAMPO IFD Y SU DERIVADA DIFD

IFD1=(1-LD/LQ)*LADD/KMF+LD*TPOUT/(KMF*LAQD)
IFD2=LD*LADD*KMQ*QOGD/(LQ*LAQD*KMF)-KMD*QDGD/KMF
DIFD1=(1-LD/LQ)*DLADD/KMF-LD*TPOUT*DLAQD/(KMF*LAQD*LAQD)
DIFD12=LD*DTPOUT/(KMF*LAQD)-
LD*LADD*DLAQD*KMQ*QOGD/(LQ*LAQD*LAQD*KMF)
DIFD2=LD*DLADD*KMQ*QOGD/(LQ*LAQD*KMF)+LD*LADD*KMQ*DQOGD/(LQ*K
MF*LAQD)
DIFD22=-KMD*DQDGD/KMF

IFD=(IFD1+IFD2)

DIFD=(DIFD1+DIFD12+DIFD2+DIFD22)

"CORRIENTE D DESEADA DE ESTATOR QDD Y SU DERIVADA DQDD

QDD=(-TPOUT/LAQD +LADD/LQ -KMQ*LADD*QOGD/(LQ*LAQD))

DQDD1=TPOUT*DLAQD/(LAQD*LAQD)+DLADD/LQ -DTPOUT/LAQD

DQDD2=-

KMQ*DLADD*QOGD/(LQ*LAQD)+KMQ*LADD*DLAQD*QOGD/(LQ*LAQD*LAQD)

DQDD3=-KMQ*LADD*DQOGD/(LQ*LAQD)

DQDD=(DQDD1+DQDD2+DQDD3)

"CORRIENTE Q DESEADA DE ESTATOR QQD Y SU DERIVADA DQQD

QQD=(LAQD/LQ -KMQ*QOGD/LQ)

DQQD=(DLAQD/LQ -KMQ*DQOGD/LQ)

"CORRIENTE D DESEADA DE AMORTIGUADOR QDGD (SALE DE LA EC.
DIFERENCIAL)

AD1=LDG-KMD*MR/KMF

AD2=MR*LD/KMF-KMD

AD3=- (1-LD/LQ)*MR/KMF-KMD/LQ

DQDGD1=-RD*QDGD + AD3*DLADD + AD2*DLAQD*TPOUT/(LAQD*LAQD)

DQDGD2=-AD2*DTPOUT/LAQD +

AD2*KMQ*LADD*DLAQD*QOGD/(LQ*LAQD*LAQD)

DQDGD3=-AD2*DLADD*KMQ*QOGD/(LQ*LAQD)-

AD2*LADD*KMQ*DQOGD/(LQ*LAQD)

DQDGD=0*(DQDGD1+DQDGD2+DQDGD3)/(AD1*WREF)

QDGD:0

"CORRIENTE Q DESEADA DE AMORTIGUADOR QOQD (SALE DE LA EC.
DIFERENCIAL)

AQ1=LQ*LQG-KMQ*KMQ

DQOQD=0" (-RQ*LQ*QOQD/AQ1 -KMQ*DLAQD/AQ1)/WREF

QOQD:0.0

"SALIDAS PARA GR FICAS

TED=LADD*QOD-LAQD*QDD

IA=SQRT(X2*X2+X3*X3)/KV

PE=(X3*LAD-X2*LAQ)/3

QE=-(X3*LAQ+X2*LAD)/3

PED=(-LAQD*QDD+LADD*QOD)/3

QED=-(LAQD*QOD+LADD*QDD)/3

IAD=SQRT(QDD*QDD+QOD*QOD)/KV

"ESLABONAMIENTOS DE FLUJO

LAF=LF*X1 +KMF*X2 +MR*X4

LAD=KMF*X1 +LD*X2 +KMD*X4

LAQ= LQ*X3 +KMQ*X5

LADG=MR*X1 +KMD*X2 +LDG*X4

LAQG=KMQ*X3 +LQG*X5

LD:1.70

LQ:1.64

LF: 1.651

KMF:1.55

KMD:1.55

KMQ:1.49

MR :1.55

LDG:1.605

LQG: 1.526

R :0.001096

RF:0.000742

RD:0.0131

RQ:0.054

RE:0.02

LE=0.4

RL:100

CL:0.01

KV:1.73205

TJJ:1766.93"4.74*WREF2

WREF:1 "ES WREF2 EN POR UNIDAD

WREF2:376.9911

DL11=- (LD*LDG-KMD*KMD)*RF/DDMU1

DL12= (LDG*KMF-MR*KMD)*R/DDMU1

DL13= (LDG*KMF-MR*KMD)*LQ*X6/DDMU1

DL14=- (-LD*MR+KMF*KMD)*RD/DDMU1

DL15= (LDG*KMF-MR*KMD)*KMQ*X6/DDMU1

DL21= (LDG*KMF-MR*KMD)*RF/DDMU1

```

DL22=- (LF*LDG-MR*MR) *R/DDMU1
DL23=- (LF*LDG-MR*MR) *LQ*X6/DDMU1
DL24= (LF*KMD-KMF*MR) *RD/DDMU1
DL25=- (LF*LDG-MR*MR) *KMQ*X6/DDMU1
DL31=- (LQG*KMF*X6)/DDMU2
DL32=- (LQG*LD*X6)/DDMU2
DL33= (LQG*R)/DDMU2
DL34=- (LQG*KMD*X6)/DDMU2
DL35=- (KMQ*RQ)/DDMU2
DL41=- (-LD*MR+KMF*KMD) *RF/DDMU1
DL42= (LF*KMD-KMF*MR) *R/DDMU1
DL43= (LF*KMD-KMF*MR) *LQ*X6/DDMU1
DL44=- (LF*LD-KMF*KMF) *RD/DDMU1
DL45= (LF*KMD-KMF*MR) *KMQ*X6/DDMU1
DL51= (KMQ*KMF*X6)/DDMU2
DL52= (KMQ*LD*X6)/DDMU2
DL53=- (KMQ*R)/DDMU2
DL54= (KMQ*KMD*X6)/DDMU2
DL55= (LQ*RQ)/DDMU2
DMU11= (LD*LDG-KMD*KMD)/DDMU1
DMU12=- (LDG*KMF-MR*KMD)/DDMU1
DMU14= (-LD*MR+KMF*KMD)/DDMU1
DMU21=- (LDG*KMF-MR*KMD)/DDMU1
DMU22= (LF*LDG-MR*MR)/DDMU1
DMU24=- (LF*KMD-KMF*MR)/DDMU1
DMU33=-LQG/DDMU2
DMU35= KMQ/DDMU2
DMU41= (-LD*MR+KMF*KMD)/DDMU1
DMU42=- (LF*KMD-KMF*MR)/DDMU1
DMU44= (LF*LD-KMF*KMF)/DDMU1
DMU53= KMQ/DDMU2
DMU55=-LQ/DDMU2
DETD1=LF*LD*LDG-MR*MR*LD-LF*KMD*KMD
DETD2=2*KMD*KMF*MR-KMF*KMF*LDG
DDMU1=DETD1+DETD2
DDMU2=KMQ*KMQ-LQ*LQG
END

```

APÉNDICE B

PRUEBA DE LA CONDICIÓN LIPTCHITZ DEL ESQUEMA DE CONTROL DEL GENERADOR SÍNCRONO

Para establecer la existencia y unicidad de la solución se demostró la proposición 4.6 que establece que el sistema de control realimentado formado por las ecuaciones (4.2.4) y (4.2.31) tiene una solución y que ésta es acotada, es decir que las ecuaciones

$$\ddot{e}_p = D_e^{-1} \left(\dot{q}_m W \dot{e}_p - R_{es} \dot{e}_p \right) \quad (B.1)$$

$$\ddot{e}_m = \frac{1}{D_m} \left\{ \dot{e}_p^T W \dot{e}_p + \dot{e}_p^T (W + W^T) \dot{q}_{pd} \right\} \quad (B.2)$$

cumplen con la condición de ser Lipschitz en el estado es decir se cumple

$$\|f(x, t) - f(y, t)\| \leq L \|x - y\|$$

donde L es la constante de Lipschitz.

Prueba

Las ecuaciones (B.1) y (B.2) corresponden a las ecuaciones (4.2.4) y (4.2.31) sólo que están reescritas en el formato de ecuaciones de estado $\ddot{e}(t) = f(e(t), t)$.

Considerando la estructura de D_e^{-1} del apéndice A se pueden escribir las ecuaciones (B.1), (B.2) en forma expandida como

$$\begin{aligned} f_1 &= d_{11}(r_F + K_e) \dot{e}_{p1} - d_{12} L_q \dot{e}_{p3} \dot{q}_m + d_{12} kM_Q \dot{e}_{p5} \dot{q}_m \\ f_2 &= d_{21} r \dot{e}_{p2} - d_{22} L_q \dot{e}_{p3} \dot{q}_m + d_{22} kM_Q \dot{e}_{p5} \dot{q}_m \\ f_3 &= d_{33} kM_F \dot{e}_{p1} \dot{q}_m + d_{33} L_d \dot{e}_{p2} \dot{q}_m + d_{33} r \dot{e}_{p3} + d_{33} kM_D \dot{e}_{p4} \dot{q}_m \\ f_4 &= -d_{42} L_q \dot{e}_{p3} \dot{q}_m + d_{44} r_D \dot{e}_{p4} - d_{42} kM_Q \dot{e}_{p5} \dot{q}_m \\ f_5 &= d_{53} kM_F \dot{e}_{p1} \dot{q}_m + d_{53} L_d \dot{e}_{p2} \dot{q}_m + d_{53} kM_D \dot{e}_{p4} + d_{55} r_Q \dot{e}_{p5} \\ f_6 &= -L_q \dot{e}_{p2} \dot{e}_{p3} - kM_Q \dot{e}_{p2} \dot{e}_{p5} + kM_F \dot{e}_{p1} \dot{e}_{p3} + L_d \dot{e}_{p2} \dot{e}_{p3} + kM_D \dot{e}_{p4} \dot{e}_{p3} \\ &\quad + kM_F \dot{q}_{pd3} \dot{e}_{p1} + (L_d - L_q) \dot{q}_{pd3} \dot{e}_{p2} - kM_Q \dot{q}_{pd5} \dot{e}_{p2} + kM_F \dot{q}_{pd1} \dot{e}_{p3} \\ &\quad + (L_d - L_q) \dot{q}_{pd2} \dot{e}_{p3} + kM_D \dot{q}_{pd4} \dot{e}_{p3} + kM_D \dot{q}_{pd3} \dot{e}_{p4} - kM_Q \dot{q}_{pd2} \dot{e}_{p5} \end{aligned}$$

como $f(\dot{e}(t), t) : R^6 \rightarrow R^6$ entonces $\frac{\partial f}{\partial e}$ es una matriz con elementos en i -ésimo renglón y j -ésima columna dados por $\frac{\partial f_i}{\partial e_j}$ $i = 1, \dots, 6$, $j = 1, \dots, 6$. Es fácil verificar que todos los elementos de $\frac{\partial f}{\partial e}$ están definidos y son acotados entonces $f(\dot{e}(t), t)$ es continuamente diferenciable lo que implica que cumple la condición de ser Lipschitz que a su vez implica la existencia y unicidad de la solución bajo el esquema de control propuesto.

APÉNDICE C

DETERMINACIÓN DE LA VELOCIDAD ANGULAR DEL VECTOR DE FLUJO DE LOS DEVANADOS DE ESTATOR

Propiedad C.1

la velocidad angular del vector de flujo resultante de los devanados de estator está dada por

$$\frac{d}{dt} \delta = \dot{q}_m - \frac{r T_r}{\|\lambda_s\|^2} + \frac{\lambda_b l'_d - \lambda_d l'_q}{\|\lambda_s\|^2}$$

Pueba

En el marco de referencia dq que se utiliza se satisface la relación entre los componentes de flujo siguiente

$$\tan \delta = \frac{\lambda_b}{\lambda_d} \quad (C.1)$$

con los componentes del flujo dados por

$$\begin{aligned} \lambda_b &= \|\lambda_s\| \sin \delta \\ \lambda_d &= \|\lambda_s\| \cos \delta \end{aligned}$$

donde δ es el ángulo de la resultante del flujo de estator con la referencia y $\|\lambda_s\|$ es la norma del flujo del entrehierro. Derivando (C.1) con respecto del tiempo se tiene

$$\frac{d}{dt} \delta = \frac{-\lambda_b \dot{\lambda}_d + \lambda_d \dot{\lambda}_b}{\lambda_b^2 + \lambda_d^2} = \frac{-\lambda_b \dot{\lambda}_d + \lambda_d \dot{\lambda}_b}{\|\lambda_s\|^2}$$

sustituyendo las expresiones de $\dot{\lambda}_d$ y $\dot{\lambda}_b$ en esta última expresión en términos de las corrientes y posteriormente sustituyendo las expresiones de las derivadas de las corrientes de acuerdo a (2.3.4) resulta en

$$\frac{d}{dt} \delta = \frac{-\lambda_b \{-\dot{q}_m \lambda_b - r \dot{q}_d - l'_d\} + \lambda_d \{\dot{q}_m \lambda_d - r \dot{q}_b - l'_q\}}{\lambda_b^2 + \lambda_d^2}$$

donde de la agrupación de términos y considerando la siguiente definición

$$T_r = \lambda_b \dot{q}_q - \lambda_q \dot{q}_d$$

se completa la prueba.

◆◆◆

BIBLIOGRAFÍA

- [Arnold, 1990] V.I. Arnold, *Mathematical Methods of Classical Mechanics*, Springer-Verlag, 2nd. de., 1989.
- [Anderson y Fouad, 1967] P. M. Anderson, A.A. Fouad, *Power System Control and Stability* (revised printing), IEEE PRESS 1967.
- [Byrnes, Isidori y Willems, 1990] C.I. Byrnes, A. Isidori y J.C. Willems, *Passivity, Feedback equivalence, and Global Stabilization of Minimum Phase Nonlinear Systems*, IEEE Trans. Aut. Cont., Vol. 38, No.11, pp 1228-1240, November 1991
- [Crandall, 1968] S. H. Crandall (Edited by) , *Dynamics of Mechanical and Electromechanical Systems*, McGraw-Hill, 1968.
- [Demello y Concordia, 1967]. F.P. Demello, C. Concordia, *Concepts of Synchronous Machine Stability as Affected by Excitation Control*, IEEE Winter Power Meeting, New York , N.Y. January 28 - February 2, 1968. Manuscript submitted Sept. 18 1967; made available for printing Nov. 29 1967.
- [Elger y Fosha 1968a] O.I Elgerd and C.E. Fosha. *Optimum Megawatt-frequency Control of Multi-area Electric Energy Systems*, Asilomar Conf. Proc. 1968.
- [Elger y Fosha, 1968b] O.I Elgerd and C.E. Fosha: *The Megawatt-frequency Control Problem: A new Approach via Optimal Control Theory*, Proc Power Ind. Computer Appl. Conf. , 1969.
- [Espinosa, 1993] G. Espinosa, *Control No Lineal de Motores de Inducción*, Tesis Doctorado, UNAM, México, 1993.
- [Huang, 1995] H. Huang, *Fuzzy Control for Stability of Power Systems*, Proc. ACC, pp 2040, 1995
- [Isidori 1989] A. Isidori, *Nonlinear Control Systems: An Introduction* Springer-Verlag 1989.

ESTA TESIS NO DEBE
SALIR DE LA BIBLIOTECA

- [Krause, Wasynczuk y Sudhoff 1994] P.C. Krause, O. Wasynczuk, S.D. Sudhoff, Analysis Of Electric Machinery, IEEE PRESS, 1994
- [Marino, 1984] R. Marino, An example of Nonlinear Regulator, IEEE TAC, Vol AC-29 , No. 3, March, 1984.
- [Meisel, 1966] J. Meisel, Principles of Electromechanical Energy Conversion, McGraw-Hill Co. 1966.
- [Nicklasson, Ortega and Espinosa, 1994] P. Nicklasson, R. Ortega and G. Espinosa, "Passivity-based Tracking Control of the General Rotating Electrical Machine", Proc IEEE-CDC, Orlando, FL, Dec. 14-16, 1994.
- [Ortega, Canudas y Seleme 1993] R. Ortega C. Canudas y S. Seleme, "Nonlinear Control of Induction Motors: Torque Tracking with Unknown Load Disturbances", IEEE TAC, Vol. 38 No. 11 November 1993.
- [Ortega y Espinosa, 1991] R. Ortega y G. Espinosa, A Controller design Methodology for Systems with Physical Structures: Application to Induction Motors, Proc. IEEE CDC, Brighton, UK, Dec. 1991.
- [Ortega, Loria, Kelly and Praly, 1995] R. Ortega, A. Loria, R. Kelly L. Praly "On passivity based output Feedback Global Stabilization of Euler Lagrange Systems", International Journal of Robust and Nonlinear control. Vol. 5 pp. 313-323. 1995.
- [Ortega y Taoutaou , 1995] R. Ortega y D. Taoutaou, On discrete-Time Control of Current-fed Induction Motors, Systems and Control Letters, Vol. 27, No. 6, 1996.
- [Slotine Li, 1987] J. Slotine y W. Li, On the adaptive Control of Robot Manipulatos, Int. J. Robotics Res , 6(3), pp. 49-59, 1987..
- [Spong et al. 1989] M. Spong y M. Vidyasagar, Robot Dynamics and Control, John Wiley and Sons, 1989.
- [Vidyasagar 1993] M. Vidyasagar, Nonlinear Systems Analysis, Prentice Hall 1978.

- [Wang, Hill, Middleton, Gao, 1992] Y. Wang, D.J. Hill, R. Middleton, L. Gao, Transient Stability Enhancement and Voltage Regulation of Power Systems, IEEE Trans. Power Syst. PWRS-8, 620,627, 1993.
- [Wang, Hill, Middleton, Gao, 1994] Y. Wang, D.J. Hill, R. Middleton, L. Gao, Transient Stabilization of Power Systems with an Adaptive Control Law. Automatica, Vol. 30 No. 9, pp. 1409-1413, 1994.
- [Wang Wang and Hill, 1996] Y. Wang, D.J. Hill, Robust Nonlinear Coordinated Control of Power Systems, Automatica, Vol. 32, No. 4, pp. 611-618, 1996.