32
97

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

Escuela Nacional de Estudios Profesionales Acatlán

MODELO DE FIJACION DE PRECIOS DE LOS ACTIVOS DE CAPITAL (CAPM), PARA EL DISEÑO DE UN PORTAFOLIOS OPTIMO COMO UNA APLICACION DEL ANALISIS DE REGRESION

T E S I S

Que para obtener el Título de:

A C T U A R I O

P r e s e n t a:

MARIA GRISSELL SANCHEZ BARRERA

Asesor de Tesis: M. C. Lucio Pérez Rodríguez

MEXICO 1996

A mamá Tere que con su recuerdo guía mis sueños

A mamá Isabel y a mamá Perita porque su ejemplo me han enseñado que con amor, entusiasmo, valor y trabajo todas las metas son alcanzables.

A mi papá Miguel

A mis hermanos Tere y Miguel

A Alonso porque su inmenso amor es uno de los más grandes regalos que Dios me ha dado y porque juntos avanzamos hacia la realización de nuestros sueños

A mi tío Celso por su cariño e incondicional apoyo.

A mis tíos Francisco, Manuel, Gabriel y Alfonso.

A mis amigos María Luisa, César, Ariel y Judith porque juntos compartimos invaluables experiencias a través de nuestros años de estudio

A Fundación UNAM por darme la oportunidad de realizar una estancia de investigación en la Universidad de California en Los Ángeles

A todos los profesores que a lo largo de la carrera y desde distintas áreas del conocimiento han contribuido a enriquecer mi formación profesional, en especial al maestro Jorge Luis Suárez Madariaga.

Deseo agradecer a los siguientes maestros por su ayuda, el tiempo y la paciencia decidados en la realización y la revisión de este trabajo:

M. C. Lucio Pérez Rodríguez

M. C. Eduardo Godoy Escoto

Act. María del Carmen González Videgaray

Act. Laura María Rivera Becerra

M. A. Leticia Rivas Martínez

Dr. José Luis A. Umaña Yañez

De manera especial agradezco a los maestros Ricardo Aparicio y Blanca Elena del Pozo por sus enseñanzas durante el curso de Análisis de Regresión y por los valiosos comentarios y sugerencias aportados.

"La econometría no es una buena herramienta para quien la utiliza ciegamente"

MAKOTO OHTA y ZVI GRILICHES, "*Auto Prices Revisited*", Nester Terleckyj, ed., Household Production and Consumption, New York: Columbia University Press, 1976 p. 378.

"Si no puedes predecir con precisión, hazlo con frecuencia"

PAUL A. SAMUELSON, "*The Present State of Economic Science and its Probable Future Development*", Journal of Business Administration, 18 1 / 2 1988 p. 22.

"Octubre es uno de los meses particularmente peligrosos para especular en el mercado de valores. También lo son: julio, enero, septiembre, abril, noviembre, mayo, marzo, junio, diciembre, agosto y febrero"

MARK TWAIN, "*Pudd'nhead Wilson's Calendar*", 1899 p. 108.

ÍNDICE

Indice de Ilustraciones

Indice de Cuadros

NOMENCLATURA

α_i	Intersección vertical del modelo de regresión de mercado.
$\hat{a}$	Estimador de la intersección de una recta de regresión
a_i	Rendimiento esperado del valor i si el valor esperado del factor fuera cero
β_i	Nivel de riesgo sistemático para el valor o portafolios i
$\tilde{\beta}_i$	Pronóstico de la volatilidad del activo o del portafolios con respecto a la del mercado M.
β_M	Beta del portafolios de mercado
b_i	Pendiente de la recta de regresión, sensibilidad del valor i a un factor dado
b_{jk}	Sensibilidad del rendimiento del activo j al factor k
b_p	Beta del portafolios P
$\hat{b}$	Estimador de la pendiente de una recta de regresión
$COV(i,j)$	Covarianza entre las variables i y j
CV_i	Coeficiente de variación del valor o portafolios i
D_t	Dividendos por acción en el periodo t
d	Dividendos pagados durante el periodo de tiempo
$\bar{\delta}_k$	Rendimiento esperado de un portafolios simulado que tiene sensibilidad unitaria al k-ésimo factor y sensibilidad cero a los otros factores
ε	Término error
e_t	Residuo por mínimos cuadrados para la t-ésima observación
E(X)	Valor esperado de la variable aleatoria X
$E(R_i)$	Tasa de rendimiento requerida del valor o portafolios i determinada por el mercado
$E(R_m)$	Tasa de rendimiento esperado del portafolios de mercado
i, j	Valores o portafolios
F	Factor que afecta los rendimientos de los activos
γ_i	Coeficiente del i-ésimo término de la regresión
K	Tasa de rendimiento requerida por el inversionista
L_i	Liquidez del valor i
λ_i *(lambda)*	Prima de riesgo para el factor de riesgo i
M	Mercado
n	Número de activos en el portafolios
P	Portafolios
p_0	Precio del valor al inicio del periodo de tiempo
p_1	Precio del valor al final del periodo de tiempo
r	Tasa de rendimiento ex ante o esperada
r_j	Rendimiento específico del valor j
r_f	Tasa de rendimiento libre de riesgo
r_k	Rendimiento marginal del k-ésimo valor en r_p

r_p	Rendimiento esperado del portafolios
R_f	Valor libre de riesgo
R_m	Rendimiento esperado del portafolios de mercado
$\tilde{R}_m$	Pronóstico del rendimiento esperado del portafolios de mercado
$\tilde{R}_j$	Pronóstico del rendimiento esperado de una inversión dada
$\tilde{R}_f$	Pronóstico del rendimiento del activo libre de riesgo
R_z	Tasa de rendimiento del activo beta-cero
R^2	Coeficiente de determinación de la regresión
ρ_{ij}	Correlación simple entre las variables *i* y *j*
$\sum$ *(sigma)*	Símbolo utilizado para indicar que las variables en la ecuación deben sumarse
σ^2_{ep}	Varianza del término error aleatorio del portafolios
σ_{ei}	Desviación estándar del término error aleatorio
σ_{Fi}	Desviación estándar del factor *i*
σ^2	Varianza
σ^2_i	Varianza del valor *i*
σ^2_p	Varianza total del portafolios
σ	Desviación estándar
σ_i	Desviación estándar del valor *i*
σ_M	Desviación estándar del portafolios de mercado
σ_p	Desviación estándar del portafolios
σ_{ij}	Covarianza de los rendimientos de los valores *i* y *j*
t	Tiempo
V_0	Valor intrínseco del valor en el tiempo 0
w_j	Proporción del total de fondos invertidos en el valor *j*
X_i	Porción de la riqueza del inversionista invertida en el activo *i*

INTRODUCCIÓN

Uno de los objetivos más buscadas por el típico inversionista privado o el analista del mercado de valores es encontrar una ecuación confiable que sea capaz de predecir el rendimiento de valores alternativos. El primer paso para desarrollar en forma empírica tal ecuación involucra entender el por qué un valor en particular tiene una tasa de rendimiento alta o baja. Así, el objetivo del presente trabajo está centrado en el **Modelo de Fijación de Precios de los Activos de Capital (CAPM)**[1], un modelo que ayuda considerablemente a desarrollar este entendimiento. Como se expondrá a lo largo del presente documento, una característica importante del CAPM es que sus parámetros más importantes pueden ser estimados utilizando técnicas econométricas simples, como es, el modelo de regresión lineal bivariada en el cual a la variable dependiente se le aplica una regresión sobre una sola variable independiente constante. De ahí que el marco teórico del CAPM puede considerarse una introducción a la econometría empírica.

El análisis empírico de los mercados de valores ha tenido un papel muy importante en el desarrollo de la econometría. En 1932, Alfred Cowles III, un analista de inversiones con orientación cuantitativa, fundó la Sociedad Econométrica, (The Econometric Society) y la Comisión Cowles para la Investigación en Economía, (Cowles Commission for Research in Economics). Algunos de los más importantes avances en la teoría econométrica, incluyendo la *Teoría Fundamental de la Estimación e Identificación de Ecuaciones Simultáneas*, fueron concebidas por investigadores de la Comisión Cowles, primero en la Universidad de Chicago y actualmente en la Universidad de Yale. En este contexto, es interesante hacer notar que en el primer volumen de *Econometrica*, la publicación oficial de "The Econometric Society", Cowles publicó un artículo con objeto de demostrar que los registros de los pronósticos más exitosos del mercado de valores "son escasamente mejores de lo que se esperaría fuese pura suerte. Por otro lado, existe evidencia que indica que los registros menos exitosos son peores de lo que puede ser razonablemente atribuido a la suerte"[2]

Uno de los desarrollos más relevantes en la Teoría Moderna de Portafolios es el Modelo de Fijación de Precios de los Activos de Capital, CAPM. Por años, este modelo ha modificado en forma radical el enfoque inversionista tanto de académicos como de practicantes.

Como uno de los primeros usos prácticos del CAPM se tuvo el de determinar el costo de capital de empresas de servicio público las cuales usaban este costo

---

[1] *Capital Asset Pricing Model*, por sus siglas en inglés.

[2] Cowles, Alfred III (1993), *"Can stock market forecasters forecast?"* Econometrica, 1:3, July 309-324

estimado para fijar las tarifas que debían cobrar a los consumidores. Irónicamente, los desacuerdos de los expertos se han centrado en la determinación de estas tasas ya que arguyen que:

- Los supuestos son poco realistas; por lo tanto, el modelo original del CAPM está probablemente distorsionado
- Las pruebas del CAPM evidencian que éste no describe lo que ha ocurrido; por lo tanto, éste es erróneo.
- Es virtualmente imposible establecer coincidencias sobre los mejores estimadores para los parámetros del modelo; por lo tanto, el CAPM es prácticamente poco útil.

Por su parte, los defensores del CAPM, examinando las mismas evidencias, llegan a conclusiones contrarias.

Es pues, importante, comenzar, en el capítulo 1, con una revisión de conceptos fundamentales en el ámbito de la teoría financiera, tales como inversión, consumo, liquidez, riesgo, rendimiento carteras eficientes, etc. Además este capítulo se enfoca a analizar la relación de linealidad entre riesgo y rendimiento y en él se exponen algunos modelos matemáticos utilizados en el diseños de portafolios de inversión partiendo del enfoque de Markowitz.

En el capítulo 2, siguiendo la definición de portafolios de inversión se presenta una explicación de la teoría financiera en la que se sustenta el CAPM y se discuten los supuestos básicos para el desarrollo de la Teoría Moderna de Portafolios y el CAPM. Al analizar estos supuestos se puede apreciar la fortaleza y la debilidad de estos modelos y así tratar de contestar a dos preguntas que inevitablemente surgen: primero, ¿por qué son necesarios estos supuestos en el desarrollo de las teorías? Y, segundo, ¿cómo afectan los supuestos poco realistas la validez de las teorías?.

Una vez que en los primeros capítulos se consideró el papel de la diversificación en el CAPM y se dedujeron e interpretaron sus principales ecuaciones estimativas, en el capítulo 3 se presentan algunas de las diversas extensiones y modificaciones que el CAPM ha experimentado a lo largo de los años. Aún más controversial que los supuestos básicos del modelo son las pruebas resultantes de sofisticados estudios que se han desarrollado para probar la lógica del CAPM. A través de estos estudios se buscará determinar qué argumentos y descubrimientos son más apropiados para soportar o cuestionar este modelo. En este capítulo se discuten algunos de los problemas que en la práctica se encuentran al tratar de utilizar el CAPM para seleccionar activos o construir un portafolios. A pesar de que los académicos han probado, estudiado y adaptado la teoría básica de portafolios desde 1950, en la práctica se han encontrado problemas que difícilmente pueden ser ignorados por los teóricos. Por ejemplo, se necesita conocer cómo medir variables y cómo distinguir información útil de información "chatarra". Así este capítulo se trata varios de los métodos actuales que ponen el práctica los principios del CAPM

En los capítulos 2 y 3 se discute la estimación de la beta, la medida del riesgo de un portafolios o una compañía específica usada en el CAPM, así como la estimación de la tasa de rendimiento libre de riesgo y la prima de mercado. Dado que estos tres componentes del CAPM deben ser estimados, el uso de este modelo resulta difícil pero a la vez ha dado lugar a adaptaciones creativas como es la Teoría de Valuación por Arbitraje, (APT)[3]. El modelo original de Markowitz no es un modelo que presente un seguimiento de la inversión a través del tiempo, es decir, no es dinámico, sólo refleja el modelo inicial en que se conforma la cartera de inversión. En cambio, el CAPM y el APT son modelos de frecuente uso que presentan la característica de seguimiento en el tiempo. En el capítulo 4 se analiza brevemente el APT, modelo de surgimiento posterior al CAPM, y se explican las ventajas y desventajas que tiene éste con respecto al CAPM.

Con la finalidad de considerar la implementación empírica del modelo objeto de estudio. Así, en el capítulo 5, en base a la teoría del CAPM tratada en los capítulos previos, se construyen varios portafolios óptimos con instrumentos que cotizaron en la Bolsa Mexicana de Valores. El estudio se realizó considerando tasas de rendimiento mensuales durante los últimos tres años para estimar las betas específicas de cada compañía usando procedimientos de regresión y se evaluar las propiedades de algunas carteras de inversión. El objetivo de este ejercicio es demostrar la eficiencia o ineficiencia del método en la formación de carteras equilibradas entre riesgo y rendimiento dentro del contexto financiero mexicano.

---

[3] *Arbitrage Pricing Theory*, por sus siglas en inglés.

Capítulo 1 . Definiciones y Conceptos Financieros Básicos

Una de las tareas más interesantes y al mismo tiempo difíciles a las que se enfrenta un financiero es la medición del valor. Ya sea que se esté valuando el precio por acción del capital de una empresa o el valor total de una adquisición potencial o cualquier otro activo, el proceso de valuación es en ocasiones tremendamente complejo.

Por *valor* se entiende el precio justo que un inversionista estaría dispuesto a pagar por una empresa, una porción de la empresa, o cualquier otro activo. El valor está determinado por una combinación de tres factores:

1. La magnitud de los rendimientos anticipados
2. La fecha en que los rendimientos serán recibidos
3. El riesgo que el inversionista toma al obtener estos rendimientos

A la fecha se ha desarrollado un gran número de métodos de valuación. La mayor parte de estos requieren predicciones para algunos o todos los determinantes del valor. De los tres, el riesgo es el que ha encontrado mayor dificultad en la medición y en la incorporación a la valuación. Ya sea que la valuación tenga un enfoque práctico o teórico, no sólo es difícil medir el riesgo sino que su definición es ya de por si controversial.

Durante los últimos treinta años se ha desarrollado, probado y utilizado un nuevo grupo de métodos de valuación. La diferencia principal entre estos y las viejas técnicas de valuación es la nueva perspectiva de estos métodos. En lugar de valuar cada acción, bono o compañía en forma individual, estos modelos valúan activos o empresas en términos de su efecto en el portafolios del inversionista. Por lo tanto, estos modelos cuentan con el punto de vista del inversionista y sugieren que es cada inversionista el que debe o debería estar interesado en la contribución que cada inversión dará a su actual portafolios.

Este concepto de valuación de portafolios, primero conocido como Teoría Moderna de Portafolios (MPT)[4], evolucionó gradualmente. A través del tiempo, la teoría básica experimentó adiciones y modificaciones. La metamorfosis más ampliamente conocida es el CAPM caracterizado por la llamada *beta* como medida del riesgo específico de los activos.

El CAPM ha sido ampliamente discutido y su uso está en incremento. Éste es una versión de una de las técnicas de valuación mas antiguas, el *Modelo de*

---

[4] Modern Portfolio Theory, por sus siglas en inglés.

Prima de Riesgo. El Modelo de Prima de Riesgo asigna rendimientos crecientes para riesgos crecientes. Una inversión con el rendimiento más bajo posible sería una inversión sin riesgo. El rendimiento en una inversión libre de riesgo compensa al inversionista por la falta de liquidez durante el periodo de inversión.

El Modelo de Fijación de Precios de los Activos de Capital difiere del típico Modelo de Prima de Riesgo en la forma particular que tiene de medir el riesgo y en que se basa en algunos supuestos que, de hecho, dan una definición muy particular del riesgo. Estos supuestos son los que han suscitado abundantes controversias.

1.1 El Problema de Selección en las Carteras de Inversión

En 1952 Harry M. Markowitz publicó un artículo guía que generalmente es considerado como el origen de la Teoría Moderna de Portafolios.[5] El enfoque de Markowitz comienza asumiendo que un inversionista cuenta con una suma dada de dinero para invertir en el momento actual dado. Este dinero deberá invertirse por un periodo de tiempo al cual se conoce como *periodo de tenencia.* Al final del periodo de tenencia, el inversionista venderá los valores que fueron comprados al inicio del periodo y entonces gastará sus ganancias en consumo o bien las reinvertirá en otros valores (o hará ambas cosas). Por lo tanto, el enfoque de Markowitz puede verse como un enfoque de un período único, donde el inicio del periodo se denota por t=0 y el final del periodo se denota por t=1. En el tiempo t=0, el inversionista debe tomar una decisión sobre que valores en particular comprar y tener hasta el periodo t=1.[6] Dado que un portafolios es una colección de valores, esta decisión es equivalente a seleccionar un portafolios óptimo de un conjunto de posibles portafolios por lo que con frecuencia a esto se le conoce como el "*problema de selección de portafolios*".

Al tomar la decisión en el periodo t=0, el inversionista debería reconocer que los rendimientos de los valores (y por lo tanto los rendimiento del portafolios) en el periodo de tenencia próximo son desconocidos. Sin embargo, el inversionista podría estimar los *rendimientos esperados* (o rendimientos promedio) de los diversos valores bajo consideración y entonces invertir en el que tenga el rendimiento esperado

---

[5] Harry M. Markowitz, "*Portfolio Selection*", Journal of Finance 7, no. 1 (March 1952): 77-91. Véase también el libro del mismo autor intitulado *Portfolio Selection,* (New Haven, Conn.: Yale University Press, 1959)

[6] Markowitz resaltó en el capítulo 13 de Portfolio Selection que la inversión era generalmente una actividad multiperiódica, donde al final de cada periodo, parte de la riqueza del inversionista era consumida y parte era reinvertida. Sin embargo, puede demostrarse que su enfoque de un sólo periodo es óptimo bajo un conjunto de circunstancias razonables. Véase Edwin J. Elton y Martin J. Gruber, *Finance as a Dynamic Process* (Englewood Cliffs, N.J.: Prentice Hall, 1975).

más alto. Markowitz resalta que mientras que el inversionista típico desea que los rendimientos sean elevados, también quiere tener tanta certidumbre como sea posible en cuanto a estos rendimientos. Esto significa que el inversionista, al buscar maximizar el rendimiento esperado y al mismo tiempo minimizar la incertidumbre (es decir, el riesgo), tiene dos objetivos en conflicto los cuales deben ser balanceados en el momento de tomar la decisión de compra en el tiempo t=0. El hecho de tener estos dos objetivos en conflicto lleva a la consecuencia interesante de que el inversionista debería diversificar comprando no solo un valor sino varios.

1.2 La Teoría Moderna de Portafolios

Desde siempre la gente ha tratado de predecir el futuro. Así la Teoría Moderna de Portafolios es un modelo imaginativo que, como todos los modelos, no es la verdad científica que algunas veces se dice. Más bien, esta teoría meramente ofrece guías que pueden resultar de utilidad para que analistas creativos desempeñen mejor su trabajo. El estudiar la evolución de la Teoría Moderna de Portafolios y de su ampliamente conocida adaptación, el CAPM, nos ayuda a conocer el valor de este método como una herramienta de inferencia.

Ambos, la Teoría Moderna de Portafolios y el Modelo de Fijación de Precios de los Activos de Capital son sumamente populares porque valúan los activos en dos aspectos prácticamente inseparables: el riesgo y el rendimiento. Modelos previos habían considerado a los rendimientos como lo principal, mientras que el riesgo, si es que era considerado, se evaluaba subjetiva o intuitivamente. Además, tanto la Teoría Moderna de Portafolios como el CAPM evalúan los activos en términos de su efecto en el riesgo y el rendimiento en un portafolios total de activos.

La Teoría Moderna de Portafolios no es un concepto místico, por el contrario, se basa en ideas simples y básicas. Los rendimientos son medidos en una forma intuitivamente lógica. Por ejemplo, los rendimientos de un bono son medidos como sigue:

$$\text{Rendimiento Total} = \frac{\text{Ingresos del Periodo} + (\text{Precio de Venta} - \text{Precio de Compra})}{\text{Precio de Venta}}$$

Para una acción, la fórmula que se utiliza para calcular los rendimientos durante un solo periodo t, es:

$$\text{Rendimiento Total} = \frac{\text{Dividendos}_t + (\text{Precio de Mercado}_t - \text{Precio de Mercado}_{t-1})}{\text{Precio de Mercado}_{t-1}}$$

En forma general, asumiendo que el comportamiento de los inversionistas en el mercado de valores es *perfectamente racional*, en el sentido de que su único interés es el *miópico*[7], es decir, únicamente buscan rendimientos para sus propias inversiones, la *tasa de rendimiento* de una inversión puede definirse como:

$$r \equiv \frac{p_1 + d - p_0}{p_0}$$

donde

$p_1 \equiv$ precio del valor al final del periodo de tiempo
$d \equiv$ dividendos pagados durante el periodo de tiempo
$p_0 \equiv$ precio del valor al inicio del periodo de tiempo

Estos pronósticos de los rendimientos raramente son acertados. Consecuentemente, necesitamos una forma de medir el potencial superior y el peligro inferior, es decir, el potencial de que los rendimientos excedan nuestras estimaciones y el peligro de que los rendimientos sean menores que lo anticipado. En otras palabras, necesitamos una medida de qué tan errónea o correcta puede ser nuestra predicción.

Al tomar la decisión de compra del portafolios en t=0 el inversionista no conoce cuál será el valor de p_1 para la mayor parte de las diversas alternativas de portafolios bajo consideración, dado que el inversionista no conoce cuál será la tasa de rendimiento para la mayor parte de estos portafolios.[8] Por lo tanto, de acuerdo con Markowitz, el inversionista debería ver a la tasa de rendimiento asociada con cualquiera de estos portafolios como lo que en estadística se conoce como una *variable aleatoria* la cual puede ser descrita por lo que se conoce como sus *momentos*, dos de los cuales son el *valor esperado* (o media) y la *desviación estándar*.[9]

---

[7] Una selección miópica es aquella en la que el inversionista actúa como si fuera un miope que no conoce lo que ocurrió en el pasado ni lo que ocurrirá en el presente

[8] Un portafolios que no debería tener una tasa de rendimiento incierta involucraría que el inversionista colocara toda su riqueza en valores gubernamentales con vencimiento en t=1. Alternativamente, la riqueza inicial del inversionista podría depositarse en una cuenta de ahorro bancaria. Sin embargo, para casi todos los demás portafolios la tasa de rendimiento sería incierta.

[9] El valor de una variable aleatoria es, en este sentido, su valor "promedio". Por lo tanto, el valor esperado para el rendimiento de un portafolios puede verse como su rendimiento esperado o promedio. La desviación estándar de una variable aleatoria es una medida de dispersión de lo posibles valores que ésta puede tomar. Por consiguiente, la desviación estándar de un portafolios es una medida de la dispersión de los posibles rendimientos que puede ganar. Algunas veces se utiliza la varianza como una medida de dispersión en lugar de la desviación estándar. Sin embargo, dado que la varianza de una variable aleatoria es simplemente el cuadrado de la desviación estándar, esta distinción no es importante aquí. Posteriormente se discutirán estos concepto con mayor detalle.

A pesar de que el *rendimiento r* puede ser fácilmente calculado *ex post* (una vez que la inversión se ha realizado), *r* es por supuesto incierta *ex ante* (antes de que la decisión de invertir sea tomada). De ahí que podemos interpretar *r* como la *tasa de rendimiento ex ante* o *esperada*.

Típicamente, los inversionistas (y no aquellos que disfrutan apostando bajo su propio riesgo) no están únicamente interesados en el rendimiento esperado, o el más probable de una inversión; también les interesa la posible *distribución de r*, es decir, donde *r* es considerada una *variable aleatoria*. El riesgo que acompaña a una posible inversión está caracterizado por la distribución de su posible rendimiento. Casi siempre se asume que los rendimientos siguen una distribución normal, y en tales casos ésta puede describirse completamente por medio de dos parámetros, el *valor esperado* y la *varianza* σ^2 (o por la raíz cuadrada de la varianza, σ, llamada *desviación estándar*). Bajo la suposición de normalidad, en la literatura financiera empírica el riesgo es típicamente medido por la desviación estándar σ.[10] Por lo tanto, el riesgo se define como la incertidumbre pronosticada o como el potencial de un error de pronóstico.

La ilustración 1.1 muestra la distribución de los rendimientos que se esperan para dos inversiones, A y B. El rendimiento esperado medio, representado por la línea vertical punteada, es el mismo para ambas inversiones. Sin embargo, la inversión B es más riesgosa; el potencial superior y el peligro inferior son mayores. Con la inversión A estamos más seguros de que nuestro pronóstico será más cercano al rendimiento real. Por lo tanto, la varianza de la inversión A es menor que la de la inversión B.

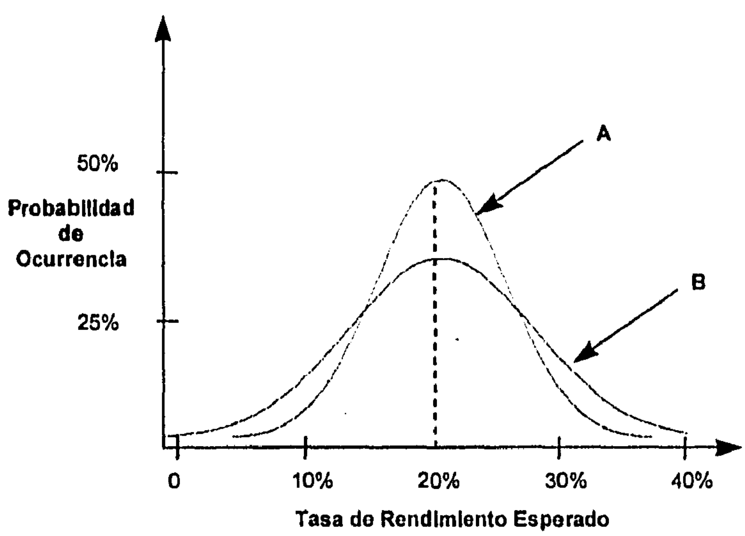
La ilustración 1.1 muestra dos inversiones cuyos rendimientos se distribuyen normalmente. Esto significa que para cada inversión el potencial superior pronosticado es del mismo tamaño que el potencial inferior estimado. Cualquier distribución normal puede representarse por la ya familiar curva con forma de campana, la cual es simétrica y ni platicúrtica ni leptocúrtica, es decir, ni plana ni picuda. Una distribución normal tiene la ventaja de que sólo necesita dos parámetros, la media y la varianza para ser descrita por completo. A pesar de que las distribuciones de los rendimientos pronosticados de las inversiones no siempre son normales, los analistas frecuentemente asumen que lo son para simplificar el análisis de las decisiones del inversionista. Por lo tanto, el analista solo tiene que dar al inversionista la media del rendimiento pronosticado y la varianza (o la desviación

---

[10] Podría argumentarse que el riesgo debería ser medido únicamente por las tendencias a la baja o por las pérdidas financieras; sin embargo, si la distribución de los rendimientos es simétrica, como en el caso que se tiene con la distribución normal, entonces el uso de la varianza o de la desviación estándar como una medida del riesgo es adecuada. Incidentalmente, a pesar de que la cuestión continúa dando lugar a cierta controversia, existen evidencias considerables que sugieren que los rendimientos se distribuyen en forma razonablemente simétrica y siguen un comportamiento aproximadamente normal.

estándar), y éste podrá entonces describir enteramente la distribución pronosticada. No habrá necesidad de graficar todos los resultados potenciales porque todos los peligros y las oportunidades pronosticados podrán describirse con estas dos medidas.

Ilustración 1.1 Posibles resultados de dos inversiones independientes



El enfoque de Markowitz sostiene que al tomar la decisión de compra del portafolios, el inversionista debería evaluar estos portafolios en base a sus rendimientos esperados y sus desviaciones estándar. Esto es, el inversionista debería estimar el rendimiento esperado y la desviación estándar de cada portafolios y entonces elegir el "mejor" basado en las magnitudes relativas de estos dos parámetros. La intuición detrás de esto es de hecho bastante directa. El rendimiento esperado puede verse como una medida de la recompensa potencial asociada con cualquier portafolios, y su desviación estándar puede verse como una medida del riesgo asociado. Por lo tanto, una vez que se ha examinado cada portafolios en términos de sus recompensas potenciales y de sus riesgo, el inversionista está en posición de identificar el portafolios que le parezca más deseable.

Como un ejemplo de esto, considérense los dos portafolios alternativos denotados por A y B, mostrados ahora en el Cuadro 1.1. El portafolios A tiene un rendimiento esperado anual de 8% y el portafolios B uno de 12%. Asumiendo que el inversionista tiene una riqueza inicial de $100,000 y un periodo de tenencia de un año, esto significa que los niveles esperados de riqueza terminal asociados con A y B son $108,000 y $112,000, respectivamente. Pareciera entonces que B es el portafolios más deseable. Sin embargo, A y B tienen una desviación estándar anual de 10% y 12%, respectivamente. El Cuadro 1.1 muestra que esto significa que existe un 2% de probabilidad de que el inversionista tendrá una riqueza terminal de $70,000 o menos si compra el portafolios B, mientras que virtualmente no hay probabilidad alguna de que esto ocurra si se adquiere el portafolios A. En forma similar, B tiene un 5% de probabilidad de valer menos de $80,000, mientras que. de nuevo, esta probabilidad no existe con A. Continuando, B tiene un 14% de probabilidad de valer menos de $90,000, mientras que A tiene sólo un 4% de probabilidad. Así mismo, B tiene un 27% de probabilidad de valer menos de $100,000, mientras que A tiene sólo un 21% de probabilidad. Dado que la riqueza inicial del inversionista es de $100,000, esta última observación significa que la probabilidad de tener un rendimiento negativo es mayor si se compra B (27%) en vez de comprar A (21%). Puede observarse del Cuadro 1.1 que para un capital de hasta $100,000 A es menos riesgos que B, lo cual significa que en este sentido A es más deseable. La decisión final en la compra de A o B dependerá de la actitud que el inversionista tenga en particular hacia el riesgo y el rendimiento, como se mostrará a continuación.

Cuadro 1.1 Comparación de los Niveles de Riqueza Terminal para dos Portafolios Hipotéticos

Nivel de riqueza terminal	Probabilidad de que el portafolios se encuentre por debajo del nivel de riqueza terminal	
	Portafolios A [a]	Portafolios B [b]
$70,000	0%	2%
80,000	0%	5%
90,000	4%	14%
100,000	21%	27%
110,000	57%	46%
120,000	88%	66%
130,000	99%	82%

[a] El rendimiento esperado y la desviación estándar de A son 8% y 10%, respectivamente

[b] El rendimiento esperado y la desviación estándar de B son 12% y 20%, respectivamente

Se asume que la riqueza inicial es $100,000, y que ambos portafolios tienen rendimientos normalmente distribuidos

1.3 Diversificación y Optimización de Portafolios

Para examinar el proceso del manejo de riesgo, es útil introducir la noción de *diversificación*. A pesar de que las discusiones matemáticas sobre el proceso de diversificación pueden ser extensas, aquí se busca únicamente resumir los resultados principales, usando una combinación de análisis relativamente simple y de intuición, basada en el trabajo de Markowitz.

Si un inversionista posee dos valores, el rendimiento esperado del portafolios en conjunto r_p es simplemente el promedio ponderado de los rendimientos esperados en cada uno de los valores. La ponderación estará dada por las cantidades relativas invertidas en cada uno de los valores,

$$r_p = w_1 r_1 + w_2 r_2$$

donde w_j es la proporción del total de fondos invertidos en el valor j, j=1,2, y $w_1 + w_2 = 1.0$. Además, la varianza total del portafolios, σ_p^2, es:

$$\sigma_p^2 = w_1^2\sigma_1^2 + w_2^2\sigma_2^2 + 2w_1w_2\sigma_{12} = w_1^2\sigma_1^2 + w_2^2\sigma_2^2 + 2w_1w_2\rho_{12}\sigma_1\sigma_2$$ [11]

donde

$\sigma_j^2 \equiv$ varianza del rendimiento del valor j, $j = 1, 2$,

$\sigma_j \equiv$ desviación estándar del rendimiento del valor j, $j = 1, 2$,

$\sigma_{12} \equiv$ covarianza de los rendimientos de los valores 1 y 2, y

$\rho_{12} \equiv$ correlación simple entre los rendimientos de los valores 1 y 2.

Ahora se desea demostrar que para una cantidad dada de fondos para ser invertidos, la diversificación generalmente reduce los riesgos. Para esto primero se asume una situación improbable en la cual los rendimientos de los valores 1 y 2 están perfectamente correlacionados, esto es, se asume que ρ_{12} equivale a 1.0. En este caso, $\sigma_{12} = \sigma_1\sigma_2$, el cuál es el máximo valor que σ_{12} puede tomar. Pero como se puede observar por simple inspección en la definición de la varianza del portafolios,

---

[11] El tercer miembro de la ecuación se justifica por el hecho de que, por definición, $\sigma_{12} = \rho_{12}\sigma_1\sigma_2$

siempre que σ_{12} es máxima, dado σ_1 y σ_2, también lo es la varianza en el portafolios en conjunto σ_p^2. Cuando la covarianza, y por lo tanto el coeficiente de correlación entre los rendimientos de los valores 1 y 2, decrece y se vuelve menos perfecto, el término final en la ecuación que define a σ_p^2, se vuelve más pequeño, y así lo hace también la varianza total del portafolios σ_p^2 . Esto es intuitivo dado que teniendo dos valores cuyos rendimientos no se mueven juntos en perfecta armonía, el rendimiento más bajo en uno de los valores puede ser compensado aparentemente por el rendimiento relativamente más alto del otro valor, resultando en un rendimiento razonable para todo el portafolios y aún en un riesgo total de portafolios reducido.

Es instructivo demostrar esto con varios ejemplos de riesgo y rendimiento en un portafolios bajo un comportamiento de diversificación alternativa. Considérese un caso simple en el cual los rendimientos esperados en los valores 1 y 2 ambos equivalen al 10%, donde la desviación estándar de los rendimientos σ para cada uno es igual a 2.0 y donde inicialmente se asume que los rendimientos en los dos valores están perfectamente correlacionados, esto es ρ_{12} = 1.0, lo cual implica que σ_{12} = 4.0.

Una posible estrategia de inversión es poner todos los fondos en el valor 1, implicando que w_1 = 1.0 y w_2 = 0.0; llamamos a esto el caso A, y sus consecuencias se muestran en la primera fila del Cuadro 1.2. En el caso A el rendimiento esperado del portafolios es calculado como r_p =1.0(10%)+0.0(10%). Substituyendo los valores del caso A en la ecuación de σ_p^2 se obtiene una varianza de portafolios de 4.0, o una desviación estándar de 2.0.

Una segunda estrategia de inversión, llamada caso B, involucra invertir todos los fondos en el valor 2 y ninguno en el valor 1, implicando que w_1 = 0.0 y w_2 = 1.0; este caso se presenta en la segunda fila del Cuadro 1.2, donde r_p = 10%, mientras que σ_p^2 = 4.0 y el riesgo σ = 2.0. Dado que las consecuencias de las combinaciones de riesgo-rendimiento son iguales para el caso A y el caso B, a los inversionistas les serán *indiferentes* estos dos casos.

Una tercera alternativa de inversión, el caso C, es diversificar el portafolios comprando cantidades iguales de los valores 1 y 2, implicando que w_1 = w_2 =0.5. En este caso se obtiene el mismo rendimiento r_p = 10% y la desviación estándar de 2.0. Nótese que en los tres casos, dado que se asume una perfecta correlación, el riesgo de portafolios y el rendimiento son los mismos si el inversionista toma el valor 1, el valor 2, o una combinación de éstos. Sin embargo, si los rendimientos de los dos valores no se hubiesen supuesto perfectamente correlacionados, la varianza del portafolios hubiera sido más pequeña.

Para comprobar esto, primero consideremos el caso D. Aquí la correlación entre los rendimientos de los valores 1 y 2 es positiva pero no perfecta, esto es, ρ_{12} = 0.5. Todas las demás características son iguales a las del caso C. Nótese que debido a la diversificación, (igual número de cantidades invertidas en los valores 1 y 2), el inversionista es capaz de explotar una correlación no tan perfecta de los rendimientos y obtener un rendimiento de cartera del 10%, aún con una varianza reducida de 3.0 y una desviación estándar de aproximadamente 1.7. En base a las ecuaciones que definen r_p y σ_p^2, es fácil demostrar que, en presencia de una correlación de rendimientos no tan perfecta, si el inversionista no diversifica y compra únicamente el valor 1 (caso E), o sólo el valor 2 (caso F), se obtendrá el mismo rendimiento de 10%, pero con una varianza de 4.0 y una desviación estándar de 2.0, como en los casos A, B y C. Por lo tanto, los casos D, E y F muestran claramente los beneficios de la diversificación en la reducción del riesgo.

Finalmente, en el poco probable caso de que los rendimientos de los valores 1 y 2 tuvieran una correlación negativa perfecta, la diversificación podría eliminar el riesgo totalmente. Por ejemplo, en el caso G, ρ_{12} = -1.0, pero si $w_1 = w_2 = 0.5$, entonces, $\sigma_p^2 = \sigma_p = 0$.

Cuadro 1.2 Ejemplos del riesgo y el rendimiento bajo alternativas de portafolios diversificados

	$r_1 = r_2$	w_1	w_2	σ_1	σ_2	ρ_{12}	σ_{12}	r_p	σ_p^2	σ_p Riesgo
Caso A	10%	1.00	0.00	2.00	2.00	1.00	4.00	10%	4.00	2.00
Caso B	10%	0.00	1.00	2.00	2.00	1.00	4.00	10%	4.00	2.00
Caso C	10%	0.50	0.50	2.00	2.00	1.00	4.00	10%	4.00	2.00
Caso D	10%	0.50	0.50	2.00	2.00	0.50	2.00	10%	3.00	1.73
Caso E	10%	0.00	1.00	2.00	2.00	0.50	2.00	10%	4.00	2.00
Caso F	10%	0.00	1.00	2.00	2.00	0.50	2.00	10%	4.00	2.00
Caso G	10%	0.50	0.50	2.00	2.00	-1.00	-4.00	10%	0.00	0.00

Ahora consideremos el caso de un inversionista que diversifica su cartera con n valores donde n puede ser mayor que 2. Al igual que antes, *el rendimiento esperado en el portafolios* en conjunto es un promedio ponderado de los rendimientos específicos de cada valor r_j, donde las proporciones w_j son parte del total de fondos invertidos en cada valor, esto es,

$$r_p = \sum_{j=1}^{n} w_j \, r_j$$

Una vez más, con n valores, la varianza total del portafolios depende no sólo de las varianzas de los n valores individuales, sino también de las covarianzas. Específicamente, la *varianza del portafolios* está calculada como:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} w_i w_j \sigma_{ij} = \sum_{i=1}^{n} w_i^2 \sigma_i^2 + 2\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=i+1}^{n} w_i w_j \sigma_{ij}$$

donde σ_{ij} es la covarianza entre los rendimientos de los valores i y j y σ_i^2 es la varianza. Nótese que la varianza total del portafolios tiene n términos de varianza y $n(n-1)$ covarianzas, donde n(n-1)/2 de estos términos son diferentes. De ahí que mientras mayor sea n, con los demás términos permaneciendo iguales, mayor es la importancia relativa de las covarianzas de los valores en la varianza total del portafolios. Por ejemplo, cuando n tiene valor de 5, hay 5 varianzas y 20 covarianzas; cuando n se duplica a 10, el número de varianzas se duplica a 10, pero el número de términos de covarianza se incrementa a 90. Cuando n se vuelve muy grande, la varianza del portafolios se aproxima a un promedio ponderado de las covarianzas. De ahí que las covarianzas sean muy importantes en el proceso de diversificación.

Para propósitos de toma de decisiones en la integración de un portafolios los *rendimientos marginales* y las varianzas son también importantes. Supóngase que en el portafolios inicial de n valores, existe una proporción cero del valor k, lo cual implica que inicialmente $w_k = 0$. A continuación se asume que el inversionista decide adquirir una cantidad positiva muy pequeña del valor k, pero que las inversiones en los otros valores permanecen sin cambio. El *rendimiento marginal del k-ésimo valor en* r_p se define como el cambio en r_p, dado un cambio en w_k. El *rendimiento marginal* r_k es simplemente igual a:

$$\text{Rendimiento Marginal}_k = r_k = \frac{\partial r_p}{\partial w_k}$$

Este pequeño cambio en la tenencia de los valores también afecta la varianza del portafolios. La *varianza marginal del k-ésimo valor* se define como el cambio en σ_p^2 dado un cambio en w_k. De la definición de σ_p^2 y utilizando el hecho de que la suma ponderada de las covarianzas individuales con k valores equivale a la covarianza del valor k con el portafolios, que en sí es una suma ponderada de otros valores, se sigue que la *varianza marginal* es simplemente:

$$\text{Varianza Marginal}_k = 2\sigma_{kp} = \frac{\partial \sigma_p^2}{\partial w_k} = 2\sum_{i=1}^{n} w_i \sigma_{ik}$$

donde σ_{kp} es la covarianza entre el valor k y el portafolios p. De ahí que la varianza marginal, el cambio en la varianza total del portafolios como resultado de un cambio en la tenencia del valor k, depende simplemente de la covarianza entre los rendimientos del valor k y del portafolios.

Una vez dadas estas definiciones, estamos en condiciones de presentar un importante *principio de optimalidad* de la teoría financiera. Si dos valores en una cartera tienen la misma varianza marginal pero diferentes rendimientos, entonces el portafolios no puede ser óptimo en el sentido de que otorgue un máximo rendimiento para el riesgo dado. La razón por la cual este portafolios no puede ser óptimo es que sería posible obtener un rendimiento mayor sin incrementar el riesgo con la tenencia de más valores con mayor rendimiento, (las varianzas marginales de los dos valores se suponen idénticas). De ahí que *si un portafolios es óptimo, todos los valores con igual varianza marginal deben tener rendimientos esperados idénticos.*

La varianza marginal y las varianzas y covarianzas están expresadas en unidades de medición. Al igual que con la noción de elasticidad de los economistas, los financieros encuentran conveniente adoptar medidas relativas que sean independientes de las unidades de medición. Probablemente la medida relativa más conocida es el *valor beta* para el valor k, calculado simplemente como el cociente de la covarianza entre el valor k y el portafolios p y la varianza del portafolios p:

$$\text{Beta}_k = \frac{\sigma_{kp}}{\sigma_p^2}$$

Dado que la beta de un valor depende de su covarianza, la cual esta estrechamente relacionada con su varianza marginal, se puede obtener *un factor de proporcionalidad entre la beta y la varianza marginal:*

$$\text{Varianza Marginal}_k = 2\sigma_{kp} = 2\sigma_p^2 \text{beta}_k$$

Una vez establecida esta relación, la discusión sobre la optimalidad de un portafolios puede expresarse en forma equivalente en términos de betas en lugar de las varianzas marginales. Específicamente, *si un portafolios es óptimo, entonces todos los valores con la misma beta relativa al portafolios deben tener rendimientos esperados iguales.*

Podemos entonces concluir que el riesgo puede reducirse a través de diversificación inteligente, es decir incrementado el número de activos con rendimientos no correlacionados. Es importante recordar que para reducir el riesgo, el inversionista debe poner juntos activos cuyos rendimientos no tengan patrones similares, activos cuyos rendimientos no estén altamente correlacionados.

El Cuadro 1.3 muestra como puede reducirse el riesgo integrando portafolios con varias acciones. La primera columna indica el número de acciones en el portafolios; la segunda columna muestra el nivel de variabilidad sobre la variabilidad básica de mercado para un portafolios de acciones de ese tamaño. La variabilidad básica de mercado, es decir, el efecto de la actividad económica en general en los rendimientos de todas las acciones, no puede ser eliminada. Sin embargo, una construcción inteligente de portafolios puede reducir casi completamente la variabilidad restante σ, el riesgo no relacionado con el mercado. Se ha encontrado que la reducción más marcada en el riesgo no relacionado con el mercado se obtiene cuando se tienen alrededor de catorce acciones. El mismo efecto de diversificación puede observarse con otros activos que no sean acciones. La diversificación reduce el riesgo. Así, puede claramente apreciarse como el concepto de riesgo de la Teoría Moderna de Portafolios concebido como la variabilidad de los rendimientos del portafolios más que los rendimientos de los activos individuales, de hecho, funciona.

Cuadro 1.3 Riesgos de portafolios con diferente número de valores cuyos rendimientos no están correlacionados

Número de Valores	Desviación Estándar del Rendimiento en Exceso de la Desviación Estándar del Mercado
1	10.00 %
2	7.07
3	5.77
4	5.00
5	4.47
10	3.16
20	2.24
50	1.41
100	1.00
1,000	.32
5,000	.14
10,000	.10
100,000	.03

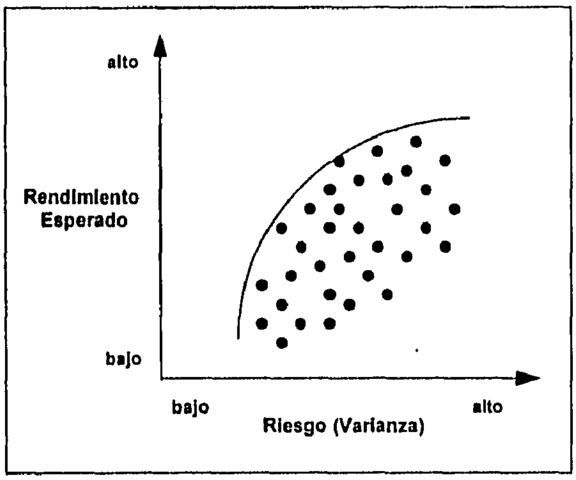
Fuente: William F. Sharpe, *Investments*, 1981, p. 130

1.4 Modelos Matemáticos de Selección de Portafolios Óptimos

1.4.1 El Modelo de Markowitz

El primer modelo que planteó explícitamente el riesgo en el contexto de los portafolios de inversión fue expuesto por Harry Markowitz en 1952. El modelo es bastante simple. Primero, el inversionista elige entre todas las posibles inversiones en base a su riesgo (varianza del portafolios) y su rendimiento (rendimiento del portafolios). Estas dos características pueden graficarse para un grupo de inversiones, como se muestra en la ilustración 1.2. Cada punto representa una posible inversión. Algunos de los puntos representan a una acción individual, un bono o cualquier otro activo, mientras que otros puntos representan varias combinaciones de las inversiones. Los portafolios se componen de todas las posibles combinaciones de las alternativas de inversiones individuales. Por lo tanto, todas las posibles opciones se presentan en la gráfica.

Ilustración 1.2 La Frontera Eficiente

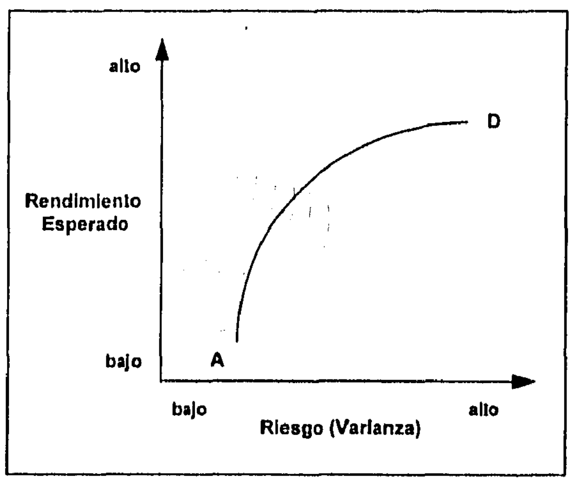


La pregunta que surge es: ¿cómo debe un individuo elegir entre todos los posibles portafolios? Si el inversionista es racional, elegirá inversiones que le brinden el rendimiento más alto para un nivel de riesgo dado o aquellas que le ofrezcan el riesgo más bajo para un rendimiento dado. Estos portafolios con el mejor rendimiento son llamados *eficientes*. La curva que se muestra en la ilustración une a todos estos portafolios eficientes y se conoce como la *frontera eficiente*.

A pesar de que hasta ahora hemos identificado a todos los posibles portafolios eficientes, aún no le hemos dado al inversionista instrucciones sobre como elegir su portafolios. Esta opción depende de las preferencias del inversionista sobre el riesgo. Un inversionista con aversión al riesgo, como una persona que se encuentre próxima a retirarse, preferirá un portafolios con un riesgo (varianza) bajo, mientras que un tomador de riesgos preferirá un portafolios con una varianza mayor y rendimientos mayores.

Podemos representar gráficamente cualquier preferencia del inversionista hacia el riesgo graficando las combinaciones que hay entre riesgo y rendimiento. Las líneas que conectan a estos puntos se llaman *curvas utilidad*. La ilustración 1.3 muestra la frontera eficiente y un conjunto de las curvas utilidad que, por ejemplo, podrían reflejar las preferencias del inversionista próximo al retiro en cuanto al riesgo y el rendimiento. Conforme se incrementa el riesgo, el rendimiento requerido para inducir a este inversionista con aversión al riesgo a aceptarlo debe también incrementarse. Cada curva mostrada en el ilustración representa una sola combinación de riesgo y rendimiento igualmente satisfactoria para el inversionista. Obviamente, el objetivo del inversionista sería encontrar una inversión, o portafolios, que le diera la mayor satisfacción, una inversión que caiga en la curva que esté más arriba y más alejada de la izquierda. En este ejemplo, sin embargo, no existen inversiones en la curva que está más arriba. Lo mejor que el inversionista puede obtener es una inversión que se encuentra en el punto en el que la curva utilidad punteada toca (es tangente a) la frontera eficiente (curva AD). Un gran número de inversiones se encuentra en curvas utilidad más abajo, pero éstas no le darán al inversionista tanta utilidad (satisfacción) como cualquier inversión en la frontera.

Ilustración 1.3 Frontera Eficiente y Preferencias del Inversionista



Otros inversionistas con diferentes actitudes hacia el riesgo tendrán conjuntos de curvas utilidad distintos. Estas curvas definen qué inversiones, de todas las que se encuentran en la frontera eficiente, serán atractivas para cualquier inversionista.

Para graficar cada inversión y cada portafolios de inversión es necesario estimar rendimientos futuros y varianzas de los rendimientos para cada posible inversión. Para portafolios que contengan dos inversiones, necesitaríamos predecir rendimientos, es decir, estimar la varianza del portafolios, la varianza para cada una de las inversiones, y la correlación entre los rendimientos de las dos inversiones. Conforme el tamaño del portafolios crece, el número de predicciones crece dramáticamente. Para un portafolios con N activos, el número de correlaciones que deben calcularse es $(N^2-N)/2$. Por lo tanto, para un portafolios con catorce activos, se necesitan noventa y un correlaciones para estimar la varianza del portafolios. El proceso para evaluar el riesgo y el rendimiento para tres activos se ilustra en el Anexo A. Hay que recordar que esta teoría se presentó en 1952, mucho tiempo antes de que la valuación se pudiera realizar con ayuda de computadoras a un precio-tiempo razonable. Aún en 1980, la tarea de procesar los datos era bastante costosa, en particular para pequeños grupos de activos.

El cálculo de las correlaciones no es el único problema que se tiene cuando se usa el Modelo de Markowitz. Antes de que podamos determinar las correlaciones, primero debemos predecir los rendimientos futuros así como estimar la certidumbre o incertidumbre de nuestros pronósticos. Si tratamos de evitar esto usando rendimientos históricos incurrimos en complejos problemas estadísticos, como se discutirá posteriormente. Si usamos predicciones, encontraremos que los pronósticos de las correlaciones son problemáticos para la mayoría del análisis.

1.4.2 El Modelo de Fijación de Precios de los Activos de Capital, CAPM

La complejidad mecánica del modelo de portafolios de Markowitz impidió que tanto practicantes como académicos adoptaran el concepto para usos prácticos. Sin embargo, su lógica intuitiva inspiró la creatividad de muchos estudiosos a raíz de lo cual se desarrollaron varias versiones simplificadas.[12] La versión más práctica es el Modelo de Fijación de Precios de los Activos de Capital, CAPM. El CAPM es una extensión lógica de la Teoría Moderna de Portafolios, tanto intuitiva como matemáticamente.

Para comprender la relación entre la Teoría Moderna de Portafolios y el CAPM, consideremos el proceso que debe seguirse para utilizar las técnicas de la Teoría Moderna de Portafolios para calcular el riesgo de un portafolios. Para hacer esto, debemos tener la desviación estándar de cada inversión y la correlación entre cada par de inversiones. Para un número relativamente pequeño de activos, el proceso es largo. Para grandes universos, el proceso es prácticamente imposible.

Una forma de simplificar el proceso es correlacionar cada rendimiento del activo con el rendimiento de un promedio ponderado o índice de todos los activos bajo consideración. Si, por ejemplo, nuestro universo fuera de 20 acciones, para calcular el riesgo del portafolios necesitaríamos estimar 20 desviaciones estándar y 20 correlaciones de los rendimientos de cada activo con los rendimientos de este nuevo

---

[12] El Modelo de la Diagonal de Sharpe es tal vez la más conocida de las adaptaciones del Modelo de Markowitz. Véase, W.F. Sharpe, "*A Simplified Model of Portfolio Analysis*", Management Science , 9 (January 1963), 227-93; y J. Linter, "*The Valuation of Risky Assets: The Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets*", Review of Economics and Statistics, 47 (February 1965), 13-37.

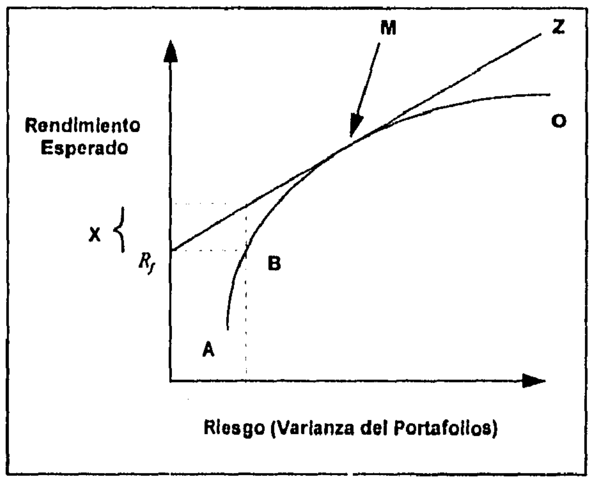
índice (20 acciones), 40 cálculos en total. El Modelo de Markowitz requeriría 20 desviaciones estándar y 190 correlaciones, un total de 210 estimaciones.

Lo mejor de este proceso simplificado es que nos da los mismos rangos de riesgo que el Modelo de Markowitz. Los rangos absolutos de riesgo, por supuesto, dependen del universo elegido. Se asume que otras características de los activos, tales como la calidad de los activos o el sector de mercado, son resumidas en estas medidas del riesgo y el rendimiento.

El Modelo de Fijación de Precios de los Activos de Capital lleva esta simplificación del Modelo de Markowitz aún más lejos. El CAPM utiliza promedios ponderados como el punto de partida para calcular la correlación, definiendo a este punto de partida como un índice del portafolios integrado por porciones de todas las posibles inversiones riesgosas del mercado. Este portafolios se conoce como el *portafolios de mercado*. Además de definir el índice como el portafolios de mercado, la segunda adaptación del CAPM al Modelo de Markowitz es la adición de otro conjunto de activos al universo de activos bajo consideración. Este conjunto adicional se conoce como el *activo libre de riesgo*. Como se observó en la ilustración 1.1 todas las inversiones graficadas contienen algo de riesgo; ninguna de ellas está sobre el eje Y en la gráfica. Este activo libre de riesgo, adicionado al CAPM, tiene varianza cero y covarianza cero, es decir, no tiene riesgo. El activo libre de riesgo está en el eje Y y brinda un rendimiento pequeño pero positivo, el rendimiento que los inversionistas requieren por su falta de liquidez temporal.

Posteriormente se discutirá cómo se identifica el activo libre de riesgo y el portafolios de mercado. Por ahora, es interesante notar que la adición de este activo cambia las oportunidades del inversionista considerablemente. La ilustración 1.4muestra estos cambios. La frontera eficiente de la Teoría Moderna de Portafolios es la curva AO. Sin embargo, el activo libre de riesgo permite crear otra frontera nueva más eficiente, R_fZ. El portafolios de activos que cae en esta nueva línea recta brinda mayor rendimiento por el mismo riesgo, o dicho de otra forma, ofrece menos riesgo por el mismo nivel de rendimiento que la antigua frontera eficiente. La línea recta, R_fZ, la nueva frontera eficiente, se conoce como *línea de mercado de capital* porque representa a todas las inversiones proporcionalmente. La línea de mercado de capital modifica el intercambio riesgo-rendimiento disponible para los inversionistas.

Ilustración 1.4 Línea de Mercado de Capital



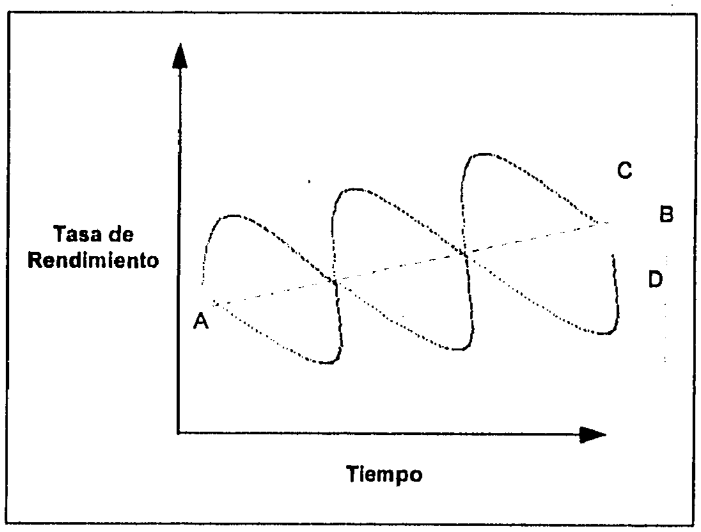
El inversionista con aversión al riesgo, del que se habló anteriormente, elegiría el portafolios mostrado en el punto B en la ilustración 1.4. Sin cambios en el riesgo, éste mejoraría su rendimiento en una magnitud X. Para obtener este rendimiento mejorado, el inversionista debería comprar porciones del portafolios de mercado (M) y del valor libre de riesgo (R_f) en una combinación que se ajustase a su tolerancia al riesgo. El tomador de riesgo más agresivo pediría dinero prestado para comprar tanto como fuera posible de M. El portafolios apalancado caería en la porción de la línea etiquetada como MZ.

1.5 El Problema de Riesgo en la Selección de Cartera

Cuando en vez de evaluar un solo activo por separado se evalúa un portafolios, algunos factores cambian. El rendimiento es aún el rendimiento esperado, pero para un portafolios el rendimiento será el rendimiento promedio de todos los activos que integran el portafolios. El riesgo sigue siendo la varianza del rendimiento esperado del portafolios y al inversionista todavía le interesa el potencial superior y el peligro inferior. Sin embargo, el riesgo de los componentes del portafolios, el riesgo de las inversiones individuales, es visto en forma bastante diferente del riesgo del portafolios completo.

Para demostrar esta diferencia, veamos el riesgo y el rendimiento de un portafolios compuesto por solo dos inversiones, las acciones de dos empresas. La primera es una manufacturera automotriz; la segunda se encarga de reparar automóviles. A través del tiempo, los rendimientos en las acciones de la manufacturera siguen, en ocasiones, un patrón como el que se muestra en la ilustración 1.5 por medio de la curva AC. La curva AD, sin embargo, representa los rendimientos de las acciones de la segunda empresa. Mientras la economía permanezca fuerte, los manufactureros prosperarán y por lo tanto los tenedores de acciones. Pero en cuanto la economía se contraiga, las compras de nuevos carros se pospondrán y prosperará la industria que reemplaza partes de automóviles y los repara.

Ilustración 1.5 Variabilidad de los rendimientos a través del tiempo



Para un portafolios que contenga acciones de ambas compañías, los rendimientos deberían ser la suma de los rendimientos de ambas acciones. Sin embargo, el riesgo (varianza) del portafolios sería mucho menor que el de cada acción. En la ilustración 1.5, la línea punteada AB representa la variabilidad esperada de los rendimientos de un portafolios que contenga cantidades iguales de las dos acciones. Los rendimientos de las dos acciones tienen una correlación negativa, se mueven en dirección contraria. Dado que el rendimiento de una acción se balancea con el rendimiento de la otra, la varianza general del portafolios es menor que la varianza de cada uno de los rendimientos de las acciones. La relación entre los rendimientos de las dos acciones puede medirse por su correlación, o covarianza. La covarianza es simplemente el coeficiente de correlación multiplicado por el producto de las desviaciones estándar de los rendimientos esperados de las dos inversiones.

Sólo la covarianza negativa (o correlación) reduce el riesgo del portafolios, la covarianza positiva no lo hace. Por ejemplo, si un inversionista tiene acciones en dos manufactureras automotrices, el riesgo del portafolios no se reduce. En cambio, éste estaría más cercano al riesgo de cada una de las acciones.

Mientras que los inversionistas son virtualmente unánimes en su preferencia por los rendimientos elevados en comparación con los rendimientos bajos, también es cierto que la mayoría de los inversionistas tienen aversión al riesgo, esto es, que prefieren una desviación estándar baja a una alta, dado el mismo rendimiento esperado. Esto implica que si el riesgo en una inversión o cartera de inversiones resulta ser grande, los inversionistas están más dispuestos a aceptar tales riesgos elevados sólo si éstos son acompañados por un rendimiento esperado elevado; en forma similar, si una inversión presenta un rendimiento esperado bajo será aceptable sólo si tiene un riesgo pequeño.[13] La pregunta entonces es ¿de qué tamaño debe ser el premio que requerirá el inversionista para asumir grandes riesgos?

Si un inversionista fuera a comprar un valor con riesgo cero, aún así demandaría un rendimiento como un incentivo para posponer su consumo corriente. Este rendimiento es conocido como *tasa de rendimiento libre de riesgo*, y se denota por r_f [14]. Los analistas empíricos de los mercados de valores de los Estados Unidos con frecuencia emplean como una medida de r_f los Bonos de la Tesorería de los Estados Unidos a 30 días al vencimiento, aparentemente porque los inversionistas creen que la probabilidad de falla en este tipo de valores es virtualmente cero.[15] Podemos usar estos conceptos para definir la *compensación por riesgo*, o la *prima de riesgo* en el j-ésimo valor, como el rendimiento en exceso sobre la tasa libre de riesgo r_f, esto es:

$$\text{Prima de Riesgo} \equiv r_j - r_f$$

1.5.1 La definición de Riesgo del CAPM

El CAPM define al *riesgo* como la covariabilidad de los rendimientos de los valores con los rendimientos del mercado. Podemos decir también que el riesgo es la

---

[13] La literatura financiera ejemplifica en forma substancial el hecho de que, en promedio, los inversionistas en los Estados Unidos han recibido, de hecho, tasas de rendimiento mayores por asumir grandes riesgos. Véase, por ejemplo, el estudio empírico de Roger Ibbotson y Rex Sinquefield (1986) que abarca un periodo de 60 años desde 1926 a 1985.

[14] Esta tasa es ampliamente conocida como the *risk-free rate of return*

[15] Debe hacerse notar que el precio de estos valores está garantizado sólo si la tenencia es hasta el vencimiento. Más aún, a pesar de que el rendimiento nominal es conocido con certeza si el valor se posee hasta el vencimiento, la cuantía de la inflación es incierta, y entonces es cierto que su tasa de rendimiento real no está libre de riesgo.

volatilidad de los rendimientos de los valores con relación a la volatilidad de los rendimientos del portafolios de mercado. Cualquier otra variabilidad puede diversificarse a través de una formación adecuada del portafolios, como se mostró anteriormente. Normalmente, los inversionistas requieren de rendimientos crecientes de un activo para compensarlos por tolerar el riesgo de que los rendimientos pronosticados no se realicen. Pero los inversionistas no requerirán ningún rendimiento extra que los compense por el riesgo o variabilidad que puede ser eliminada del portafolios a través de la diversificación.

El riesgo que puede eliminarse se llama *no sistemático*, o *no relacionado con el mercado*, riesgo que es causado por los cambios que son específicos para la empresa que emite los valores. Por ejemplo, los cambios en la directiva de una empresa pueden afectar los rendimientos de sus acciones. El riesgo no sistemático es inesperado, impredecible, y, al parecer, sin recompensa alguna. Mirando hacia atrás, podemos, por supuesto, ver las fuentes no sistemáticas de las ganancias o pérdidas superiores. Pero dado que esta incertidumbre puede eliminarse, no son relevantes para los pronósticos de los inversionistas sobre los rendimientos futuros.

Los inversionistas, sin embargo, requieren de compensación para riesgos que no pueden ser diversificados. Estos riesgos se conocen como *sistemáticos*, o *relacionados con el mercado*. Los riesgos sistemáticos son causados por eventos políticos y socioeconómicos que afectan los rendimientos de todos los activos. Por ejemplo, un repunte en la inflación puede afectar a diferentes compañías en diversas formas, pero todas las compañías serán afectadas en algún grado. Las acciones con un riesgo sistemático mayor al promedio, serán valuadas de tal manera que proporcione rendimientos mayores al promedio.

El riesgo sistemático, entonces, es un estimador de cómo los rendimientos esperados de un activo o un portafolios se moverán con relación a los rendimientos del portafolios de mercado. Por ejemplo, una empresa que dependa del carbón como combustible para su funcionamiento, será relativamente inmune al alza de los precios del petróleo; consecuentemente, su riesgo sistemático será menor que el del mercado como un todo. Esta empresa, sin embargo, podrá verse adversamente afectada por la inflación creciente. El riesgo sistemático de un activo expedido por esta empresa describirá la sensibilidad del activo a estos factores y a una combinación de algunos otros.

El CAPM denomina al riesgo sistemático como *beta* (β). La beta del mercado se define como 1.0. Los activos con menor riesgo sistemático (menor volatilidad) que el riesgo del mercado tendrán betas menores a 1.0; los activos más riesgoso tendrán betas por arriba de 1.0. Para cualquier activo, la beta se calcula como:

$$\text{Beta} = \frac{\text{covarianza } (\widetilde{R}_m, \widetilde{R}_j)}{\text{varianza}_m}$$

donde:

$\widetilde{R}_m$ = pronóstico de los rendimientos esperados del portafolios de mercado

$\widetilde{R}_j$ = pronóstico de los rendimientos esperados de una inversion dada

$$\text{covarianza } R_m,\ R_j = (\text{correlación j, m}) \begin{bmatrix} (\text{desviación estándar de } R_m)\ * \\ (\text{desviación estándar de } R_j) \end{bmatrix}$$

En el CAPM, la beta para un portafolios es un promedio ponderado de las betas de cada activo contenido en el portafolios. Los rendimientos también son promedios ponderados de los rendimientos esperados de los activos en el portafolios. La fórmula para determinar el rendimiento esperado de un activo dado o un portafolios es:

$$\widetilde{R}_j = \widetilde{R}_f + \widetilde{\beta}_j\ (\widetilde{R}_m - \widetilde{R}_f)$$

donde:

$\widetilde{R}_j$ = pronóstico del rendimiento del activo o del portafolios

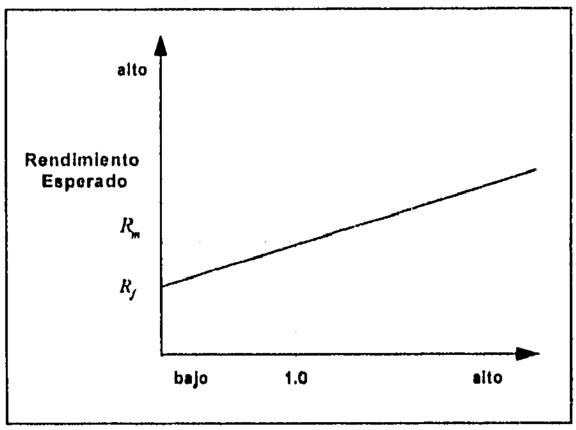
$\widetilde{R}_f$ = pronóstico del rendimiento del activo libre de riesgo

$\widetilde{R}_m$ = pronóstico del rendimiento del mercado

$\widetilde{\beta}_j$ = pronóstico de la volatilidad del activo o del portafolios con relación a la del mercado m.

La ilustración 1.6 muestra los pronósticos de riesgo y rendimiento para activos individuales que componen el portafolios de mercado. La línea sólida es la llamada *Línea del Mercado de Valores*. Dado que los pronósticos de los rendimientos de cada activo dependen de su riesgo sistemático, la línea representan el intercambio entre el riesgo sistemático y su rendimiento para cada activo. El riesgo se etiqueta como *beta*. La beta puede remplazar a la varianza como medida del riesgo del portafolios porque se asume que cada inversionista tendrá sólo un portafolios bien diversificado. En un portafolios completamente diversificado sólo queda el riesgo sistemático, y por lo tanto la beta es una estimación razonable para el riesgo total (varianza).

Ilustración 1.6 La Línea del Mercado de Valores



1.5.2 Relación de Linealidad entre Riesgo y Rendimiento

Hasta este momento ya se han relacionado las varianzas, las covarianzas, las varianzas marginales, y las betas, y se ha presentando un principio importante de optimalidad de portafolios. La pregunta ahora es ¿cómo pasar de estas consideraciones a la selección de la cartera de inversión e implementar empíricamente una relación entre riesgo y rendimiento?. A continuación se presentará una importante contribución del *Modelo de Fijación de Precios de los Activos de Capital, (CAPM)* con el fin de facilitar un análisis empírico simple y se demostrará la linealidad existente entre el riesgo y el rendimiento.

Supóngase que un inversionista tiene un portafolios llamado a, el cual consiste en una combinación de dos valores. La mezcla de estos dos valores genera un rendimiento esperado del portafolios, r_a y una varianza de σ_a^2. Sea un valor libre de riesgo cuyo rendimiento es r_f, y consideremos que el inversionista puede prestar o pedir prestado indefinidamente a la tasa de rendimiento libre de riesgo r_f. Una posibilidad que se le presenta a este inversionista es combinar el portafolios a con un valor libre de riesgo en un nuevo portafolios. En este caso el rendimiento esperado del nuevo portafolios equivaldría a:

$$r_p = (1 - w_a)r_f + w_a r_a$$

donde w_a es la proporción de los fondos totales invertidos en el portafolios a. La varianza de este nuevo portafolios sería:

$$\sigma_p^2 = w_a^2\sigma_a^2 + (1 - w_a)^2\sigma_f^2 + 2w_a(1 - w_a)\sigma_{af}$$

donde σ_{af} es la covarianza entre el rendimiento esperado del portafolios a y el del valor libre de riesgo. Sin embargo, dado que por definición el valor libre de riesgo tiene una varianza del rendimiento igual a cero, este rendimiento libre de riesgo tampoco está correlacionado con algún otro valor, implicando que $\sigma_f^2 = \sigma_{af} = 0$. De ahí que el valor de σ_p^2 se reduce a:

$$\sigma_p^2 = w_a^2\sigma_a^2 \qquad \text{ó} \qquad \sigma_p = w_a\sigma_a$$

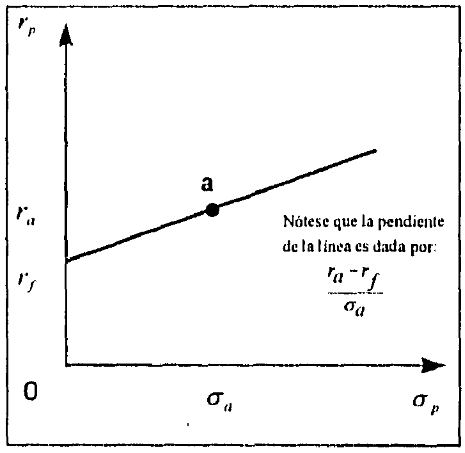
Reordenando la segunda expresión se obtiene que $w_a = \sigma_p/\sigma_a$ y $(1 - w_a) = 1 - \sigma_p / \sigma_a$, lo cual, después de substituirse en la ecuación de r_p y reagrupar términos nos lleva al resultado:

$$r_p = r_f + \left[\frac{r_a - r_f}{\sigma_a}\right]\sigma_p$$

En esta ecuación tenemos una simple relación lineal entre el rendimiento del portafolios r_p y el riesgo del portafolios σ_p. Específicamente, el rendimiento total del portafolios r_p es la suma de dos términos: la tasa de rendimiento libre de riesgo r_f y $(r_a - r_f)/\sigma_a$ veces el riesgo del portafolios, σ_p. Esta relación de linealidad se muestra en la ilustración 1.7, en la cual el rendimiento esperado se presenta en el eje vertical, el riesgo en el eje horizontal, el término intersección es r_f, y la pendiente es $(r_a - r_f)/\sigma_a$. En esta ilustración se observan algunas características notables. Primero, si el inversionista elige invertir únicamente en el valor libre de riesgo tal que $w_a = 0$, entonces r_p será equivalente a r_f . y σ_p será igual a cero. Segundo, si el inversionista en cambio elige invertir únicamente en el portafolios a y evita enteramente el bien valor de riesgo (es decir, el punto a en la ilustración 1.7), entonces $w_a = 1$, $r_p = r_a$, y $\sigma_p = \sigma_a$. Tercero, la pendiente de la línea en la ilustración 1.7 representa la recompensa al inversionista por aceptar un riesgo creciente, esto es, por incrementar la proporción de fondos invertidos en un portafolios riesgoso a.

El portafolios a es, por supuesto, una de las múltiples opciones en la construcción de portafolios riesgosos para el inversionista ya que los valores 1 y 2 pueden ser combinados en numerosas alternativas. Esto nos lleva a una cuestión interesante: ¿cómo sería la frontera riesgo-rendimiento para un inversionista que considera otras posibles alternativas en un portafolios derivado de dos valores riesgosos?.

Ilustración 1.7 Linealidad entre riesgo y rendimiento



Supóngase que se colocan dos valores en un diagrama riesgo-rendimiento, como en la ilustración 1.8. Sea el valor 1 de bajo riesgo - bajo rendimiento, mientras que el valor 2 es de alto riesgo - alto rendimiento. Además, sea la correlación entre los valores 1 y 2 menor que perfecta. Como ya se ha señalado, una combinación de los dos valores daría como resultado un rendimiento esperado de $r_p = w_1 r_1 + w_2 r_2$, un promedio ponderado de los rendimientos en los dos valores. Sin embargo, debido a la diversificación, el riesgo total del portafolios σ_p será menor que el promedio ponderado de las desviaciones estándares, dado que $(w_1\sigma_1 + w_2\sigma_2)^2$ es menor que $w_1^2\sigma_1^2 + w_2^2\sigma_2^2 + 2w_1w_2\sigma_{12} = w_1^2\sigma_1^2 + w_2^2\sigma_2^2 + 2w_1w_2\rho_{12}\sigma_1\sigma_2$, siempre que $\rho_{12} < 1$. Como resultado de esto, dado que $\rho_{12} < 1$, la frontera riesgo-rendimiento para varias combinaciones de los valores 1 y 2 será una curva cóncava como la que se muestra en la ilustración 1.9. Es de hacer notar que a medida que $\rho_{12} \rightarrow 1$, la curva cóncava converge a una línea recta.

Ilustración 1.8

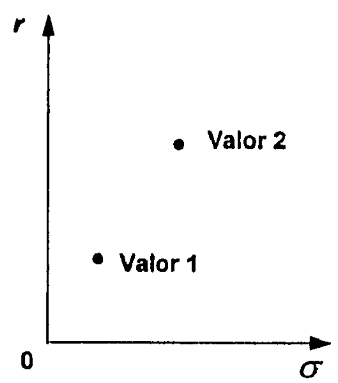
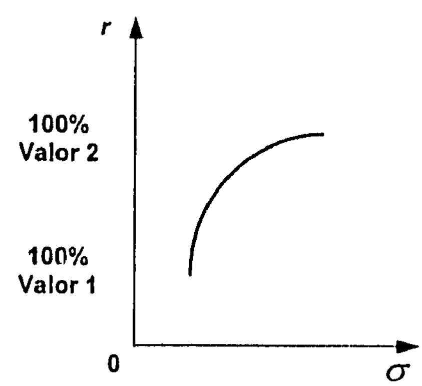


Ilustración 1.9



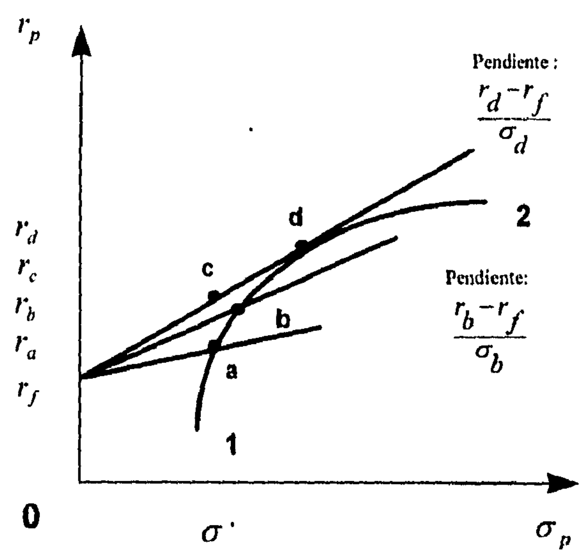
El inversionista se enfrenta ahora con un nuevo problema: Entre todas las posibles combinaciones de las carteras de inversión riesgosas mostradas en la ilustración 1.9, ¿qué combinación en un portafolios de valores riesgosos y valores libres de riesgo ofrecerá un rendimiento máximo? La solución que el Modelo de Fijación de Precios de los Activos de Capital CAPM, ofrece a este problema de optimización es bastante simple.

Una posible estrategia es haber considerado primero, cuando se construyó el portafolios *a*: poseer los valores 1 y 2 en la proporción correspondiente al punto *a* en la ilustración 1.10. Nótese que en el punto *a* en la línea de abajo (r_f -a), el riesgo total del portafolios es σ^* y el rendimiento es r_a. Ahora se demuestra que mientras esta estrategia sea factible, ésta no será óptima en el sentido de que el inversionista podría obtener un rendimiento mayor dado un riesgo total σ^* prestando una porción de fondos, 1-w_p, a la tasa libre de riesgo r_f y luego invirtiendo la porción restante de los fondos, w_p, de acuerdo a las proporciones representadas por algún otro punto en la frontera cóncava riesgo-rendimiento mostrada en la ilustración 1.10, (éste sería el caso del portafolios *d*) Un inversionista que siguiera esta mezcla de estrategias sería capaz de alcanzar el punto *c*, donde el rendimiento es mayor que en el punto *a*, aún cuando el riesgo σ^* es el mismo que en el punto *a*.

Para ver esto, considérese otro portafolios (llamado *b*) y las posibilidades riesgo-rendimiento disponibles cuando el portafolios riesgoso es combinado con un valor libre de riesgo. Específicamente, si repetimos el análisis inicial y se deduce una relación de linealidad entre el riesgo y el rendimiento para varias combinaciones del portafolios *b* con el valor libre de riesgo, podríamos obtener una ecuación lineal análoga a $r_p = r_f + \left[\frac{r_a - r_f}{\sigma_a}\right]\sigma_p$. interceptando r_f y la pendiente equivalente a

$(r_b - r_f)/\sigma_b$. Ésta es la línea de en medio que se muestra en la ilustración 1.10; su pendiente es mayor que la obtenida con las combinaciones varias del anterior portafolios a. Un resultado importante aquí es que con este portafolios b uno podría tener una combinación de éste y de un valor libre de riesgo para obtener cualquier rendimiento deseado en la línea recta que pasa por los puntos r_f y b; excepto en la punto de intersección donde $\sigma_p = 0$. Para cualquier riesgo dado, el rendimiento del portafolios, r_p es mayor en la línea del portafolios b que en la línea del portafolios a. En este sentido, el portafolios b supera al portafolios a.

Ilustración 1.10



Utilizando el mismo razonamiento que con el portafolios a y b, considérese otro portafolios, combinación de los valores 1 y 2, es decir, aquel representado por el punto d en la frontera cóncava riesgo-rendimiento en la ilustración 1.10. Análogamente, podríamos combinar el portafolios d con un valor libre de riesgo en numerosas maneras hasta obtener una ecuación lineal de riesgo-rendimiento que relacione r_p con σ_p, habiendo interceptado r_f y la pendiente ahora equivalente a $(r_d - r_f)/\sigma_d$. Esta es la línea que se muestra hasta arriba en la ilustración 1.10; nótese que su pendiente es mayor que la basada en el portafolios b. Los puntos en la línea r_f-d indican el rendimiento esperado r_p correspondientes a los niveles de riesgo alternativos σ_p.

Nótese que con una estrategia basada en una mezcla del portafolios d con un valor libre de riesgo, el inversionista podría obtener siempre un rendimiento mayor por el mismo riesgo que con la combinación b, dado que la línea recta que conecta r_f con el punto d siempre está por encima de la línea r_f-b , excepto en el punto donde $\sigma_p = 0$. Más aún, dado que esta línea r_f-d es tangente a la frontera cóncava riesgo-rendimiento, no existe otro portafolios superior a d; cualquier otra línea que parta del punto r_f y que tenga una pendiente mayor no tocará la frontera riesgo-rendimiento y por lo tanto no será factible. Se dice entonces que el portafolios d es *eficiente*.

La implicación de este análisis podría ser entonces que: cada inversionista debería tener el portafolios d, sin tener en cuenta sus preferencias en cuanto a la proporción riesgo-rendimiento, y entonces obtener la cantidad deseada de riesgo prestando o pidiendo prestado a una tasa libre de riesgo r_f. En particular, si σ^* es la cantidad máxima deseada de riesgo en las preferencias de un inversionista, el procedimiento óptimo para el inversionista sería combinar los valores 1 y 2 de acuerdo con los requerimientos del portafolios d y posteriormente combinar éste con fondos prestados (o en su caso) prestándolos, a una tasa libre de riesgo hasta donde se obtenga el punto c. Nótese que cada inversionista está, por lo tanto, involucrado con dos inversiones únicamente, un portafolios riesgoso d y un préstamo, otorgado o solicitado, según sea el caso, con una tasa libre de riesgo.[16]

Esta misma línea de razonamiento puede generalizarse fácilmente para situaciones más realistas en las cuales el número de valores riesgosos disponibles para el inversionistas es mayor a dos. En el caso de n valores la mejor estrategia del Modelo de Fijación de Precios de los Activos de Capital, CAPM para cada inversionista es tener los n valores en proporciones óptimas en la frontera cóncava riesgo-rendimiento y entonces ajustar el nivel de riesgo a las preferencias específicas de cada persona prestando o pidiendo prestado a una tasa libre de riesgo.[17]

La pregunta a responder ahora sería, ¿dónde exactamente está localizado el portafolios óptimo d?. A pesar de que en general sería, de hecho, muy difícil localizar todos los puntos que se encuentran sobre la frontera riesgo-rendimiento y su tangencia con la línea del préstamo libre de riesgo, bajo las suposiciones del CAPM este cálculo es muy simple, quizá aún innecesario. Específicamente, si uno asume que todos los inversionistas tienen acceso a la misma información y cuentan con las mismas oportunidades y que no hay costos de transacción ni impuestos, entonces, aún cuando la actitud de las personas hacia el riesgo difiera, todos procesarían la información en

---

[16] Este procedimiento de dos pasos se llama el *Teorema de Separación* y fue deducido por primera vez por James Tobin en 1958.

[17] Obviamente, la curva frontera riesgo-rendimiento en este caso representa a los portafolios óptimos alternativos compuestos por los n valores. Para asegurarse de que el portafolios se halle en la frontera, más que por debajo de ésta, cada combinación de portafolios debe satisfacer plenamente las condiciones de optimalidad discutidas previamente.

la misma forma y verían las perspectivas de inversión en forma idéntica. En esta caso, todos tendrían exactamente el mismo portafolios *d* obtenido de la combinación de los valores 1 y 2, pero cada persona combinaría el portafolios *d* y el valor libre de riesgo de tal forma que se ajustara a sus preferencias sobre riesgo-rendimiento. En este caso el portafolios de mercado total para todos los inversionistas será simplemente una extensión del portafolios *d*. Alternativamente, cada portafolios de un inversionista será un clon microscópico del portafolios del mercado en su conjunto. Por lo tanto, **de acuerdo con el CAPM, la estrategia óptima es invertir en valores en la misma proporción en que están en el mercado global,** dado que éstas son las mismas que aquellas en el mejor portafolios, y entonces ajustarlo a las preferencias específicas de cada persona respecto al riesgo prestando o pidiendo préstamos a una tasa libre de riesgo.

1.6 Evaluación del CAPM

Anteriormente se destacó que el CAPM es sólo una versión de un grupo de modelos de mercado de capital, llamados *Modelos de Prima de Riesgo*, los cuales han sido utilizados por años por banqueros, inversionistas, financieros corporativos y analistas financieros. Estos modelos comenzaron con el supuesto de que cada tenedor de una inversión riesgosas requiere un rendimiento que sea mayor que el rendimiento que obtendría si tuviera un valor libre de riesgo. En otras palabras, cada inversionista recibe una prima como compensación del riesgo. La mayoría de los Modelos de Prima de Riesgo calculan la tasa de rendimiento requerida agregando a la tasa de rendimiento libre de riesgo ciertas primas por riesgo industrial, riesgo operativo, o riesgo financiero. Estos cálculos permanecen subjetivos porque las estimaciones que hacen los analistas de estos riesgos son igualmente subjetivas.

El Modelo de Fijación de Precios de los Activos de Capital, CAPM, en contraste, define al riesgo explícitamente como la volatilidad del rendimiento del activo respecto a la volatilidad de los rendimientos del portafolios del mercado. La ventaja de esta precisa definición del riesgo es que el riesgo es el único pronóstico específico de los activos que debe hacerse en el CAPM. Ambos, r_f y r_m son pronósticos que son los mismos de una acción a otra, o de un activo a otro. Una vez que se han calculado, r_f y r_m pueden usarse para predecir rendimientos de cada activo en el portafolios.

La definición de riesgo como la volatilidad relativa de los rendimientos tiene, sin embargo, algunas desventajas. Primero, es difícil realizar predicciones de la volatilidad futura y posteriormente verificarlas. Segundo, es posible que el riesgo sistemático o beta esté demasiado limitado a la definición del riesgo de un valor. Estos problemas se discutirán en capítulos posteriores.

También es posible que el CAPM, en general, esté distorsionado. Su excesiva simplicidad descansa en algunos supuestos muy rigurosos, supuestos sobre la eficiencia del mercado, las tasas de interés, y los impuestos a las ganancias de las inversiones. Estos supuestos han sido cuestionados repetidamente. Para usar el modelo inteligentemente, debemos entender la relevancia de estos. En los capítulos 2 y 3, se estudian estos supuestos en detalle, se explica por qué son necesarios y se determinará si son o no tan restrictivos que invaliden el modelo.

El modelo, también se basa en la premisa fundamental de que el riesgo y el rendimiento son interdependientes. Esta hipótesis ha sido probada con datos históricos. La evidencia que estas pruebas ofrecen, soportan en cambio, otra hipótesis que se presenta en el capítulo 3.

El objetivo del capítulo 4 es entender las ventajas y limitaciones del CAPM de tal manera que podamos aprovechar su potencial y estar conscientes de sus distorsiones. Finalmente, algunos problemas del modelo se manifiestan cuando éste se trata de poner en práctica. Dado que la teoría no da una definición de la tasa de rendimiento libre de riesgo (r_f) o de los rendimientos del portafolios de mercado (r_m) esta predicciones deben realizarse en la práctica. En los capítulos 4 y 5, se discuten formas de determinar r_f y r_m.

Capítulo 2 . Modelo de Fijación de Precios de los Activos de Capital : CAPM

Cuando la Teoría Moderna de Portafolios y el Modelo de Fijación de Precios de los Activos de Capital, CAPM, fueron presentados por primera vez, los inversionistas y los gerentes de inversiones los recibieron con poco entusiasmo, lo cual se explica por varias razones. Primero, los modelos son normativos, no descriptivos; describen lo que debería ser, no necesariamente lo que es. En base a ciertos objetivos económicos lógicos, las teorías describen como el comportamiento de los inversionistas afecta el precio de los valores. Ni la Teoría Moderna de Portafolios ni el CAPM trataron de describir lo que se había observado en el mercado.

Ordinariamente, la calidad normativa de un modelo no debería desanimar a los inversionistas. Fue un segundo problema lo que causó más renuencia. Tanto la Teoría Moderna de Portafolios como el CAPM se basan en ciertos supuestos, supuestos que algunos inversionistas consideran distorsiones de la realidad. A pesar de que las teorías abstraen relaciones fundamentales de ambientes complejos, lo que hizo a los inversionistas desconfiar de estos supuestos fue el excesivo interés de sus defensores en enfatizar los supuestos básicos del modelos, en especial el de la eficiencia del mercado. El dogma de un mercado eficiente es particularmente inaceptable para los practicantes a quienes les parece que las investigaciones y el manejo activo de los portafolios no agrega ningún valor a estos, ni lo harán en el futuro. Más aún los índices de fondos basados en el concepto de la eficiencia del mercado, portafolios construidos para imitar al mercado, añadieron una amplia evidencia al mensaje implícito de que el análisis de valores es inútil. Bajo tales circunstancias, difícilmente se puede esperar que los inversionistas profesionales recibieran estas teorías con los brazos abiertos.

La comunidad académica, en cambio, encontró al CAPM más interesante que lo que les pareció a los inversionistas profesionales. A pesar de que los académicos habían aceptado por largo tiempo el axioma de que los valores riesgosos deberían prometer mayores rendimientos que aquellos con menos riesgo, no existía una teoría ampliamente aceptada que explicara como debía calcularse esta prima de riesgo. La teoría del CAPM brindaba una respuesta, el riesgo era la volatilidad relativa de los rendimientos. Los académicos tenían la esperanza de que esta definición sería utilizable y que la volatilidad relativa de los valores, su beta, podría ser medida.

El concepto de riesgo como volatilidad relativa también tenía un cierto encanto intuitivo. Así como los académicos veían al libre mercado como el árbitro que fijaba el precio real de los valores, estos veían a la actividad del mercado como un árbitro del riesgo relativo. El modelo parecía razonable.

Los académicos están mucho más acostumbrados que los pragmáticos a trabajar con supuestos simplificadores. Tienden más a estar interesados en la aceptabilidad de las implicaciones de la teoría y de su verificación empírica que en su veracidad perfecta. Las pruebas empíricas se daban por sentado. De hecho, a primera vista, parecía que el CAPM se prestaría a pruebas empíricas más que cualquier expresión previa de algún mecanismo por el cual se valuaran activos riesgosos. El CAPM fue un comienzo, no una respuesta completamente probada.

El mundo académico, también está acostumbrado a trabajar con modelos "fundadores", modelos que sobresimplifican la realidad. Los académicos saben que, llegado el momento, estos modelos son generalmente revisados y elaborados para incorporarles supuestos más realistas. Un modelo fundador sirve como un punto de partida. Si pruebas posteriores demuestran que los supuestos son demasiados estrictos o demasiado abstractos, los supuestos pueden modificarse.

En este sentido, podemos ver por que los académicos se mostraron entusiasmados por el CAPM y por que continuaron con las pruebas y adaptaciones de éste. Podemos ver, también, la razón por la cual los practicantes se mostraban renuentes a adoptar al CAPM.

El modelo es simple, controversial y prometedor, sin importar los supuestos poco realistas que tanto defienden sus seguidores. La ventaja de un modelo simple es que es más fácil de entender, probar y utilizar. A pesar de que no queremos un modelo que sea tan simplista que ignore factores importantes, un propósito de los modelos es abstraer el ruido de una realidad compleja. Para ser útil, un modelo debe describir lo que ocurre o hacer predicciones. Un buen modelo hará ambas cosas tan simplemente como sea posible. Un modelo complejo será de valor marginal si un modelo más simple de fijación de precios explica mucha de la variabilidad de los rendimientos pasados y puede predecir el futuro con una precisión razonable. Aun si el modelo no lograra explicar como cambiaron los precios o no pudiera predecir precios futuros, éste serviría aún como base para construir un modelo más útil.

El CAPM original y sus supuestos han sido objeto de considerable discusión. En este capítulo examinaremos los supuestos del modelo, describiremos el papel que estos juegan en la evolución de la teoría y el por qué son necesarios. Se explicará brevemente, a reserva de extender este aspecto en el capítulo 3, cómo cambiaría la Teoría Moderna de Portafolios y el CAPM si se eliminaran los supuestos. Una vez que se hayan examinado los supuestos en detalle, estaremos en condiciones de entender las pruebas de precisión de los modelos y sus habilidades predictoras en los capítulos 3 y 4.

2.1 Supuestos

EL CAPM descansa en ocho supuestos.[18] Los cinco primeros se refieren a la hipótesis del mercado eficiente y por lo consiguiente pertenecen tanto a la Teoría Moderna de Portafolios como al CAPM. Los tres últimos son necesarios para derivar al CAPM a partir de la Teoría Moderna de Portafolios . Los supuestos son los siguientes:

i) El objetivo de los inversionistas es maximizar la utilidad de la riqueza terminal.

ii) Los inversionistas realizan sus elecciones en base al riesgo y al rendimiento. El rendimiento es medido por la media de los rendimientos esperados de un portafolios de activos; el riesgo es medido por la varianza de los rendimientos del portafolios.

iii) Los inversionistas tienen expectativas homogéneas en cuanto al riesgo y al rendimiento.

iv) Los inversionistas tienen horizontes de inversión idénticos.

v) La información es accesible y sin costo para los inversionistas.

vi) Existe un valor libre de riesgo, y los inversionistas pueden prestar o pedir prestado a una tasa libre de riesgo.

vii) No existen los inpuestos, los costos de transacción, ni otras imperfecciones del mercado.

viii) La cantidad total de los activos es fija, y los activos son sujetos de venta y divisibles.

Antes de analizar estos supuestos uno por uno, es importante recordar que el CAPM es un modelo de expectativas. No se trata de describir lo que ha pasado, sino lo que los inversionistas creen que ocurrirá, porque las ideas de los inversionistas son lo que determina los precios de los valores. En ocasiones se olvida esta distinción entre los modelos de expectativas y los modelos descriptivos y, por lo tanto, el significado de los supuestos y la importancia de los resultados de las pruebas pueden prestarse a malas interpretaciones.

---

[18] En este capítulo se discuten los ocho supuestos necesarios para el CAPM, pero cuando el modelo es adaptado se necesitan supuestos adicionales. Estos supuestos frecuentemente son complejos por lo que no se abordarán por el momento.

2.1.1 Supuestos del Mercado Eficiente

2.1.1.1 *El objetivo de los inversionistas es maximizar la utilidad de la riqueza terminal*

Para comenzar con la teoría de las elecciones de los inversionistas se debe describir el objetivo que estos tienen en mente. Se asume que el objetivo de los inversionistas es el de maximizar la utilidad de la riqueza al final de un periodo de tenencia dado. Para la Teoría Moderna de Portafolios y el CAPM, el inversionista maximiza la *utilidad de la riqueza*, no la riqueza (los rendimientos) en sí.

Utilidad es una forma de describir las diferencias en las preferencias individuales. Para un inversionista con aversión al riesgo podemos decir que cada incremento en su riqueza se disfrutará menos que el anterior porque cada incremento es menos importante al satisfacer las necesidades básicas y los deseos de cada individuo. La *utilidad marginal decreciente de la riqueza* es la que más frecuentemente describe la función utilidad, aunque existen otras formas de funciones utilidad. Por ejemplo, un inversionista con preferencia por el riesgo tendría una utilidad marginal positiva creciente por la riqueza; para el tomador de riesgo, "más" es preferido a "menos", pero cada incremento en la riqueza hace al individuo más adquisitivo. Un inversionista con neutralidad respecto al riesgo encontraría cada incremento en la riqueza igualmente atractivo, esto es, cada incremento tendría la misma utilidad. Cuánta utilidad (o satisfacción) obtenga el inversionista dependerá de las combinaciones de riesgo y rendimiento que estén disponibles.

A pesar de que este supuesto sobre el objetivo de los inversionistas es bastante lógico y directo, tiene algunos problemas ocultos. Por ejemplo, un problema es que el concepto de maximizar la riqueza terminal no hace distinción entre la formas que la riqueza puede tomar. El supuesto implica, que por ejemplo, las ganancias de capital y los dividendos son equivalentes y que los inversionistas no tienen preferencia por unas u otros. Si los inversionistas prefirieran uno, los rendimientos tendrían que se reclasificados como provenientes de dividendos o de ganancias de capital, y la sola medida del riesgo usada en la Teoría Moderna de Portafolios y el CAPM, (la covarianza de los rendimientos) ya no sería adecuada. Un modelo que incluyera más de una forma de rendimiento sería más complejo.

Este supuesto sobre el objetivo de los inversionistas es sólo el primer paso en el proceso de definir el comportamiento de los inversionistas. Para hacer esta descripción más útil, debemos describir el criterio que los inversionistas usan al elegir entre sus inversiones. Se asume que los inversionistas toman únicamente al riesgo y al rendimiento en consideración cuando maximizan la utilidad de la riqueza terminal.

2.1.1.2 *Los inversionistas realizan sus elecciones en base al riesgo y al rendimiento*

Ya se ha discutido la diferencia en la manera en que se mide el riesgo cuando los activos se evalúan como parte de un portafolios más que individualmente. El riesgo del portafolios es el riesgo total, medido por la varianza, y puede ser también descrito por la beta. La varianza del portafolios es el único factor que determina las percepciones de los inversionistas sobre el riesgo. El rendimiento, la única otra influencia en las elecciones de los inversionistas, es la tasa promedio esperada de rendimiento. Estas descripciones de riesgo y rendimiento son críticas tanto para la Teoría Moderna de Portafolios como para el CAPM. A pesar de que existe sólo un pequeño desacuerdo en usar la media o el promedio de la tasa de rendimiento como medida del rendimiento, el uso de la varianza como medida de riesgo ha provocado controversias.

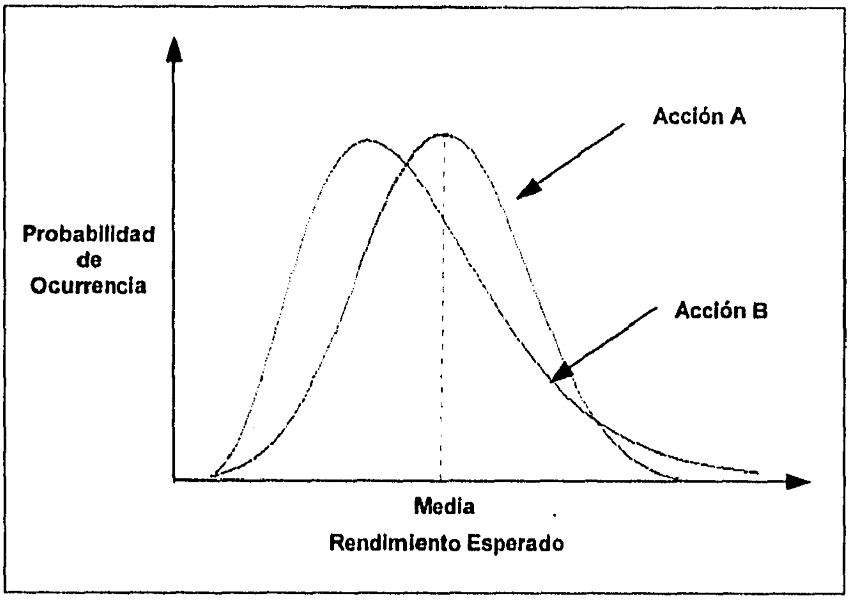
La ventaja obvia de usar la varianza como medida de riesgo es que nos permite describir cualquier distribución de los rendimientos usando sólo dos números, la media y la varianza. El problema clave en usar la varianza es que genera una descripción exacta sólo para la distribución normal. No todas las distribuciones son normales, como lo han demostrado muchos investigadores.[19] Las distribuciones pueden tener medias y varianzas idénticas, y aún así pueden ser bastante diferentes. De hecho, es intuitivamente obvio que las distribuciones de los rendimientos no son normales. Después de todo, a pesar de que un inversionista pueda perder el 100 por ciento de cualquier inversión, el potencial superior es teóricamente ilimitado.

La ilustración 2.1 muestra los rendimientos pronosticados para dos acciones. Las distribuciones de los dos rendimientos tienen exactamente la misma media y varianza. Sin embargo, estas acciones no son igualmente atractivas para un inversionista. La acción B tiene un mayor potencial superior y un menor riesgo inferior que la acción A, a pesar de que las medias y las varianzas para ambas son iguales. La mayoría de los inversionistas preferirían la acción B a la acción A porque el sesgo es bastante atractivo cuando los rendimientos esperados medios son los mismos. Una distribución como la de la acción B se llama sesgada porque se desvía de la distribución normal.

---

[19] Véase M. A. Simkowitz y W. L. Beedles, "*Diversification in a Three-Moment World*", *Journal of Finance and Quantitative Analysis*, 13, (December 1978), 903-25

Ilustración 2.1 Distribuciones normal y sesgada de los rendimientos



El sesgo de las distribuciones de los rendimientos es ignorado por el modelo que usa a la varianza como sola medida del riesgo. Aún así podemos ver que el sesgo puede ser un factor importante en las decisiones de inversión. Curiosamente, el sesgo puede ser un problema para el modelo aún si los rendimientos no están sesgados de hecho. Dado que el CAPM es anticipatorio, el sesgo necesita tan solo ser importante en la mente de los inversionistas para que las predicciones del modelo se invaliden. Si el sesgo es importante, el CAPM original puede brindar una descripción pobre del comportamiento de los inversionista y, como resultado, puede realizar predicciones pobres.[20]

Una solución a este problema es substituir la varianza por otras medidas de riesgo. La semivarianza es una alternativa.[21] La semivarianza mide solo el riesgo inferior (o el potencial superior) del objetivo elegido por el inversionista, en vez de medir tanto la desviación superior como inferior con respecto a la media. La varianza y la semivarianza arrojarán los mismos resultados sólo cuando la distribución es

---

[20] Se ha sugerido que dado que los rendimientos a través del tiempo son sesgados, una distribución lognormal debería reflejar mejor la realidad. El CAPM original es reemplazado por un logaritmo.

[21] Para una descripción completa de semivarianza véase James C.T, Mao y F.F. Brewster, "*An E-SH Model of Capital Budgeting*", *Engineering Economist*, 15 (January-February 1970), 103-21

normal. Las dos inversiones mostradas en la ilustración 2.1 no tendrán medidas idénticas de semivarianza.

Podemos imaginar fácilmente un ejemplo en el cual la frontera eficiente media-varianza difiera de la calculada en base a la frontera eficiente media-semivarianza. Cualquier grupo de acciones con distribuciones de los rendimientos sesgadas produciría resultados contrastantes. Los portafolios que parecerían eficientes en base al criterio media-varianza parecerían ineficientes en base al criterio media-semivarianza, o viceversa. Dado que la decisión de los inversionistas dependería de la medida del riesgo elegida, es importante usar una medida apropiada del riesgo.

Asumamos que la varianza es una medida apropiada del riesgo dado que nos permite usar dos factores, media y varianza, para describir el atractivo relativo de cada acción. Más aún, cuando se juntan los primeros dos supuestos, el que el objetivo de los inversionistas es maximizar la utilidad de la riqueza terminal y el de que las decisiones se basan en el riesgo esperado y las tasas de rendimiento, podemos concluir que los inversionistas eligen sólo aquellos portafolios con las tasas de rendimiento más altos para un nivel preferido de riesgo (varianza), o aquellos con el riesgo más bajo para una tasa de rendimiento preferida. Esta definición de inversiones preferidas es la misma que la dada anteriormente para los portafolios en la frontera eficiente.

Sin embargo, para movernos de una frontera eficiente específica de un inversionista a la única frontera eficiente de la Teoría Moderna de Portafolios , necesitamos un supuesto más sobre las expectativas de los inversionistas.

2.1.1.3 Los inversionistas tienen expectativas homogéneas en cuanto al riesgo y al rendimiento

Este supuesto simplemente establece que todas las estimaciones de los inversionistas sobre el riesgo y el rendimiento son similares. Para tener una única frontera eficiente en la Teoría Moderna de Portafolios, debemos tener un consenso en los estimadores de la media y la varianza y por lo tanto, del valor relativo de cada inversión. Sin un consenso, cada inversionista o grupo de inversionistas tendrían diferentes pronósticos para la varianza y para la media del rendimiento. Consecuentemente, el portafolios eficiente para un inversionista sería bastante diferente de uno a otro.

Para poner un ejemplo de los problemas que este supuesto remueve, regresemos a lo expuesto sobre los dividendos y las ganancias de capital. Si algunos inversionistas prefieren los dividendos a las ganancias de capital, las acciones con altos rendimientos se valuarían en forma distinta que aquellos con alto potencial, pero a largo plazo. El variar las preferencias produciría un número de fronteras eficientes específica de cada inversionista, en lugar de la frontera única de la Teoría Moderna de

Portafolios. Este complejo modelo específico por inversionista tendría múltiples fronteras eficientes, cada una dependiendo de un conjunto distinto de preferencias por las ganancias de capital o los dividendos. Más aún, los inversionistas podrían definir el portafolios de mercado (y/o su riesgo y rendimiento) en forma distinta. Esto también pondría en peligro la frontera eficiente del CAPM.

Por lo tanto, la Teoría Modema de Portafolios, el CAPM y la eficiencia del portafolios de mercado son inseparables. Todo descansa en el supuesto de expectativas homogéneas. No podríamos establecer una relación de equilibrio sin este supuesto. Pero, ¿es realista la homogeneidad?.

Existe una buena razón para sospechar que la homogeneidad no es un fenómeno de mercado. Sabemos que los inversionistas raramente se ponen de acuerdo sobre el futuro; simplemente necesitamos examinar los pronósticos de los rendimientos publicados por varios grupos investigadores. Aún así, la pregunta no es si las personas tienen opiniones distintas sino si esta diversidad afecta a los precios. La hipótesis del mercado eficiente sugiere que el precio de un activo, (específicamente el de una acción) es el mejor estimador de los futuros prospectos para el activo.[22] ¿Cómo se afectaría la hipótesis de eficiencia de mercado si el mundo estuviera poblado de inversionistas no homogéneos?

Distintas teoría altemativas podrían utilizarse para explicar el comportamiento de los inversionistas. Una altemativa es un grupo de modelos llamados *Modelos Establecedores de Preferencias*.[23] Cada modelo es específico para cada inversionista, dependiendo de las expectativas del mundo y/o sus preferencias.

Un modelo establecedor de preferencias no es sólo una explicación alternativa del comportamiento de valuación de los inversionistas. Miller (1977) sugirió que la valuación en consenso no existe. Más aún, es el optimismo de los inversionistas lo que mantiene arriba el precio de los valores. Miller dice que la cantidad de compra varia desde el optimismo de los inversionistas hacia abajo hasta que se iguale la oferta con la demanda. A pesar de que no se ha deducido ningún modelo particular que

---

[22] Existen tres formas o niveles de eficiencia de mercado; cada una implica una traducción más vigorosa de información en el precio. La primera, llamada la forma débil, establece que la información transferida de los precios históricos y los rendimientos se refleja en el precio actual. La segunda versión, la forma semifuerte, establece que otra información públicamente disponible (i.e., la información contenida en reportes anuales) se refleja también en el precio. La forma fuerte de la hipótesis de la eficiencia del mercado establece que ni los grupos de interés especial (i.e., gerentes corporativos) ni aquellos con información generalmente disponible pueden anticipar correctamente el precio actual de un activo. Existen, sin embargo, evidencias que contradicen la forma fuerte, al menos en el corto plazo. Existe también alguna evidencia de que las proyecciones dudan de las otras formas de la hipótesis del mercado eficiente. Sin embargo, el mercado es claramente más eficiente de lo que se hubiera creído hace veinte años, pero no perfectamente eficiente.

[23] Véase Thomas E. Copeland y J. F. Weston, *Financial Theory and Corporate Policy* (Reading, Mass.: Addison Wesley, 1979)

considere la teoría de Miller sobre el optimismo del inversionista, esta teoría y otras alternativas a la valuación homogénea son intrigantes. Usamos la homogeneidad porque ésta da lugar a un modelo simple, más generalizado. Otras elecciones deberían conducir a un marco teórico más rico, uno que describa la actividad del mercado de capital con más exactitud pero que sería mucho más compleja.

Hasta ahora estos tres supuestos nos han conducido a un modelo consensado del comportamiento del inversionista. Sin embargo, el concepto de un consenso descansa sobre otro supuesto. Recuérdese que nuestro primer supuesto fue que los inversionistas maximizan la riqueza terminal. La riqueza terminal implica que existe un periodo de tiempo específico en el que el inversionista realiza sus predicciones.

2.1.1.4 *Los inversionistas tienen horizontes de inversión idénticos*

Este supuesto sugiere que los inversionistas forman los portafolios para adquirir riqueza en una sola fecha terminal común. Ese único horizonte común nos permite construir un modelo de un periodo único. El modelo implica que el inversionista compra todos los activos de su portafolios en un punto de tiempo y los vende en otro punto indefinido pero común en el futuro.

A pesar de que es necesario, este supuesto es obviamente poco realista. El mundo de los inversionistas se compone de especuladores de corto plazo, compradores y tenedores y otros intermedios entre los dos extremos. Más aún, el horizonte elegido depende de las características del activo y puede cambiar para cualquier grupo de inversionistas a través del tiempo. Además, los inversionistas actúan como si hicieran una serie de reinversiones más que en un sólo periodo de compra y tenencia. Por lo tanto, un modelo continuo sería más adecuado.

Además de que es una descripción poco precisa del comportamiento del inversionista, este supuesto no es realista con respecto al riesgo. Sabemos que el riesgo para un especulador de corto plazo no es el mismo que para inversionistas con grandes horizontes; en otras palabras, el riesgo cambia a través del tiempo.[24] Una vez que se extiende el horizonte, se cancelan las fluctuaciones de corto plazo y los ciclos de largo plazo cobran importancia. El riesgo para los compradores de un día es bastante distinto del riesgo para aquellos que buscan ganancias de capital de largo plazo. El uso de un modelo de un periodo único para describir lo que claramente es un proceso de decisión secuencial tiene dificultades ocultas. Si la naturaleza del riesgo varía a través del tiempo, los inversionistas con horizontes bastante distintos actuarían (y de hecho lo hacen) en forma diferente. Dado que su determinación de la

---

[24] Véase R. F. Vandell, D. Harrington, and S. Levkoff, "*Cyclical Timing: More Return for Less Risk*", *Darden School Working Paper* #78-12 (Charlottesville, Va.: Darden Graduate School of Business Administration, 1978)

beta, la tasa libre de riesgo, y la prima de mercado dependen de sus horizontes, el simple modelo de un solo periodo sería erróneo.

Se han desarrollado modelos continuos en el tiempo,[25] pero son más complejos que los modelos para un solo periodo. Estos incluyen otros activos además de los dos usados en el CAPM (el activo libre de riesgo y el portafolios de mercado). Sin embargo, estos modelos continúan viendo al riesgo y al rendimiento como las únicas características importantes en los activos. Se cree que otras características están totalmente resumidas en las medidas de riesgo y rendimiento.[26]

Podemos utilizar el modelo de un solo periodo para aproximarnos al comportamiento multiperiódico del inversionista pero sólo si se cumplen las siguientes condiciones:

1. *Los rendimientos son independientes a través del tiempo.* Para el mercado de valores, esto es equivalente a decir que se cumple la hipótesis de la eficiencia del mercado en su forma débil.
2. *Las expectativas son independientes de la información pasada o actual.* Por ejemplo, debemos ser capaces de decir que los rendimientos en una empresa vendedora de alimentos son independientes de la inflación y de los precios pasados de los alimentos.

En la práctica, estas condiciones son claramente no realistas. Por lo tanto, la adaptación multiperiódica es interesante, pero compleja.

Existe un último supuesto para completar la teoría de la eficiencia del mercado y por lo tanto la de estos modelos.

---

[25] Véase Robert C. Merton, "*An Intertemporal Capital Asset Pricing Model*", *Econometrica*, 41 (September 1973), 867-87; and Eugene F. Fama "*Multiperiod Consumption Investment Decisions*", *American Economic Review*, 55(March 1970) 163-74

[26] Otros modelos descansan en supuestos tales como los cambios en la cobertura en la tasa libre de riesgo a través del tiempo.

2.1.1.5 La información es accesible y sin costo para todos los inversionistas

La eficiencia del mercado también descansa en este supuesto. Si los grupos de inversionistas tuvieran derecho a información especial, no disponible para todo el mundo, información con la que pudieran tomar decisiones importantes, los mercados no serian eficientes y la Teoría Moderna de Portafolios y el CAPM se verían afectados. Sin un conjunto de pronósticos comunes, no existiría una frontera eficiente.

¿Es este supuesto realista? Por supuesto mucha gente no lo cree así. Aun así, la mayor parte del valor de mercado del mercado de valores consiste en acciones las cuales en su mayoría son cuidadosamente analizadas. Y esta información está ampliamente disponible para ejecutivos de grandes portafolios. Para otros activos, tales como los bonos y las acciones de empresas pequeñas, la información no es tan accesible.

¿Qué podemos concluir acerca de la realidad de los supuestos de la eficiencia del mercado?. La validez de los primeros cuatro supuestos dependerá de si son importantes para la manera en que se forman las expectativas de los inversionistas. Si los inversionistas valúan sus activos como si los supuestos fueran ciertos, entonces estos lo serán. Sin embargo, si cualquiera de estos supuestos es lo suficientemente poco realista, entonces no existirán parámetros únicos para el modelo. En otras palabras, los resultados del modelo podrán ser diferentes para cada inversionista o grupo de inversionistas. Podrá haber múltiples fronteras eficientes, dependiendo de la categoría fiscal en que se encuentren los inversionistas, o dependiendo de su horizonte de tiempo, y el portafolios óptimo para cada inversionista dependerá de las estimaciones que éste haga sobre el riesgo y el rendimiento. Un modelo que reflejara estos diversos factores sería mucho más complejo y virtualmente imposible de probar.[27]

Aún cuando estos supuestos no son claramente realistas, debemos recordar nuestro criterio sobre un buen modelo. ¿Este modelo explica o predice un comportamiento, o hace ambas cosas?. Si hace alguna de estas cosas o ambas, entonces podemos usar al modelo para tomar mejores decisiones. Como veremos, a pesar de sus debilidades, el CAPM tiene usos interesantes y positivos, pero también se verá que primero necesitamos hacer supuestos adicionales para crear el CAPM.

---

[27] Véase Robert C. Merton, "*An Intertemporal Capital Asset Pricing Model*", *Econometrica*, 41 (September 1973), 867-87; and Eugene F. Fama "*Multiperiod Consumption Investment Decisions*", *American Economic Review*, 55(March 1970) 163-74

2.1.2 Supuestos del CAPM

2.1.2.1 Existe un valor libre de riesgo, y los inversionistas pueden prestar o pedir prestado con una tasa libre de riesgo

Este puede ser el supuesto mas importante para el CAPM. El activo libre de riesgo es necesario para simplificar la compleja teoría de los pares de covarianzas de Markowitz. El activo libre de riesgo simplifica la frontera eficiente curva de la Teoría Moderna de Portafolios en una frontera eficiente lineal del CAPM. El inversionista ya no está interesado en las características de los activos individuales. En cambio, puede crear un portafolios a partir de su combinación preferida de R_f y R_m.[28] El riesgo crece o decrece agregando al portafolios una porción del activo libre de riesgo o pidiendo prestado a una tasa libre de riesgo para invertir fondos adicionales en el portafolios de mercado.

Este supuesto da lugar a dos preguntas. Primero, ¿existe algo como el activo libre de riesgo?. Y segundo, ¿Todos los inversionistas pueden prestar o pedir prestado a una tasa libre de riesgo?

En secciones posteriores veremos como algunas pruebas del CAPM usan la tasa de rendimiento de los Bonos de la Tesorería a 90 días como una aproximación de la tasa de rendimiento libre de riesgo, y se discutirán otras alternativas. Nótese que la tasa R_f del CAPM no es la tasa de los Bonos de la Tesorería sino la tasa de rendimiento de un activo o un portafolios teóricamente con riesgo cero. Este activo, en teoría, no tiene riesgo, esto es, no tiene covarianza con el mercado.

Diversos investigadores han cuestionado la verdadera existencia de un activo libre de riesgo, y han desarrollado modelos que no dependen de la existencia de este tipo de activo. Black (1972) sugirió que el activo con un mínimo de riesgo no es un activo libre de riesgo porque está sujeto al efecto de la inflación. Black creó una alternativa del CAPM usando las *ventas en corto* como una aproximación para este activo libre de riesgo. Para vender en corto, los inversionistas piden acciones prestadas y las venden por anticipado reemplazándolas después a un precio más bajo. Black asumió que vender en corto significa permitir que los precios del mercado estén en equilibrio, esto es, que exista un balance entre los optimistas del mercado y los pesimistas del mercado. Las ventas en corto serían similares a emitir valores a una tasa incierta. Dado que las ventas en corto pueden ocurrir en cualquier momento, éstas se utilizan como una aproximación para el activo libre de riesgo. Black asumió que todos los inversionistas podrían participar en las ventas en corto de valores riesgosos, lo cual en realidad no es cierto. Muchos de los grandes portafolios están

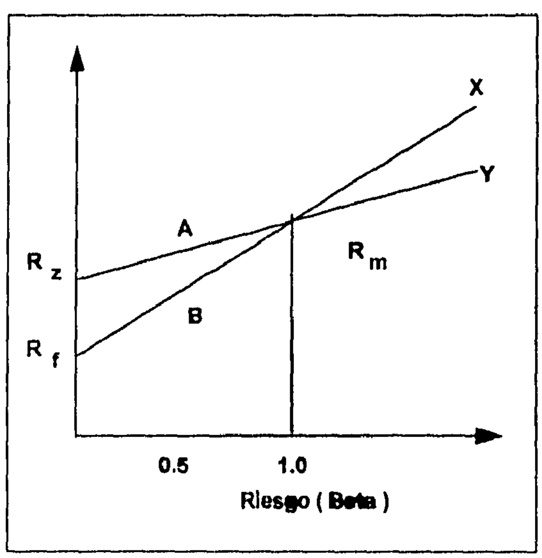
---

[28] El interés del inversionista en el riesgo y el rendimiento, y no en las características individuales de cada activo, se conoce más formalmente como el Teorema de Separación de Tobin.

restringidos de este proceso. Sin embargo, el modelo de Black retiene la relación de linealidad entre el riesgo y el rendimiento y el método de combinar dos portafolios, el activo libre de riesgo y el portafolios de mercado, aún funciona.

Black reemplazó al activo libre de riesgo con un portafolios que no tuviera covariabilidad con el portafolios del mercado. Dado que el riesgo relevante en el CAPM es el riesgo sistemático, un activo libre de riesgo sería uno sin volatilidad relativa al mercado, esto es, un portafolios con una beta igual a cero. Todos los niveles de riesgo preferidos por los inversionistas se obtendrían de varias combinaciones lineales del portafolios beta-cero de Black y el portafolios de mercado. La ilustración 2.2 muestra al CAPM original y la versión de éste de Black. Dado que R_z (la tasa de rendimiento del activo beta-cero) y R_m no están correlacionados (como se asume que R_f y R_m están en el CAPM original), el inversionista puede elegir de diversas combinaciones de R_z y R_m. En el segmento R_mY, R_z es vendido en corto y el producto de esa venta de invierte en R_m. En el segmento $\mathbf{R_zR_m}$, se compran únicamente porciones del portafolios beta-cero, mientras que en el punto R_m la inversión en el portafolios R_m es total.

Ilustración 2.2 CAPM Beta-Cero y CAPM original



Black reescribió el equilibrio del CAPM así:

$$E(R_i) = (1 - \beta_i)E(R_z) + \beta_i E(R_m)$$

donde $E(R_z)<E(R_m)$ y los tenedores de R_z deben estar en equilibrio en todo el mercado, es decir, el número de compradores en corto y el de prestadores de valores debe ser igual.

La adaptación de Black es interesante. El resultado de usar este modelo es una línea de mercado de capital con una pendiente menos inclinada y una intersección más alta que la del CAPM original. Si el modelo de Black es correcto en su descripción del comportamiento del inversionista en el mercado, entonces el uso del modelo original produciría predicciones sobre los rendimientos del capital que serían demasiado bajas para las acciones con betas mayores a uno y demasiado elevados para acciones con betas menores a uno. La ilustración 2.2 muestra la diferencia entre las predicciones de los dos modelos para una acción con una beta menor a uno. La diferencia entre la predicción del modelo original y la del modelo de Black es la diferencia entre B y A.

Desafortunadamente no hay una explicación de lo que el portafolios o el activo beta cero deberían ser. Tampoco sabemos como afectarían las restricciones de las ventas en corto la adaptación de Black. Ciertamente hay restricciones substanciales en el mundo real contra la ventas en corto, igualmente existe una significativa aversión de los inversionistas a vender en corto.

Si existe R_f o R_z aún no lo sabemos. Sabemos que para usar cualquier modelo, R_f o R_z deben ser independientes de la tasa de rendimiento del mercado (covarianza cero). Pero, ¿es probable que R_f y R_z tengan betas iguales a cero? Si estos rendimientos no son independientes, ¿se presentarán problemas estadísticos?[29] R_f y R_m deben ser independientes. Si no lo son, los inversionistas no podrán separar sus preferencias sobre el riesgo de las elecciones específicas de los activos. La habilidad para realizar tales elecciones en base al riesgo y el rendimiento por sí solos, sin otra información sobre los activos individuales es esencial para el CAPM. Si esta separación no fuera posible, no se podría usar el CAPM.

El segundo problema al usar el activo libre de riesgo como uno de los dos factores del CAPM es que se asume que ese valor está disponible para todos los inversionistas. La teoría sugiere que los inversionistas deben ser capaces de prestar y pedir prestado a una tasa libre de riesgo. Un tomador de riesgo crea un portafolios que es más riesgoso que el portafolios de mercado pidiendo prestado a la tasa libre de

[29] Véase R. M. Hagerman and E. H. Kim, "*Capital Asset Pricing with Price Level Changes*", *Journal of Finance and Quantitative Analysis*, 11, (September 1976), 381-92

riesgo para invertir en el portafolios de mercado. Ese proceso de prestar y pedir prestado a una tasa libre de riesgo resulta en una sola línea recta R_fR_mX mostrada en la ilustración 2.2. En la práctica, pocos inversionistas podrían pedir prestado a la tasa libre de riesgo. Pueden prestar, pero no pedir prestado.

Diversas investigaciones han tratado de crear un modelo más realista con respecto a ese supuesto. Por ejemplo, asumiendo que todos los inversionistas prestan a una tasa libre de riesgo nominalmente (por ejemplo, pueden comprar valores de la Tesorería), pero pocos inversionistas, si los hay, pueden pedir prestado a esa tasa. Si colocamos la tasa para pedir prestado más arriba, es decir R_z, la relación cambiaría la tradicional línea recta del CAPM. Es decir, la línea R_fR_mX mostrada en la ilustración 2.2 se convertiría en la línea R_fR_mY. Esta línea es una línea rota que parecería reflejar mejor la realidad. De hecho, la línea R_fR_mY podría convertirse realmente en un número de líneas, cada una dependiendo de las tasas para préstamos disponibles de acuerdo a los distintos grupos de inversionistas.

El supuesto concerniente la igualdad en las tasas para pedir prestado y para prestar y el libre acceso a los valores libres de riesgo es claramente una descripción poco realista del mundo. Relajar este supuesto conduce, en el mejor de los casos, a una línea de mercado de capital rota , y en el peor a un abanico de líneas específicas para cada inversionista. En resumen, relajar ese supuesto cambia el modelo en forma que afecta la pendiente, la intersección, y la linealidad de la línea del mercado de capital. El supuesto sobre los préstamos es crítico para la integridad del modelo, y su relajamiento causa cambios que aún no se pueden describir correctamente.

2.1.2.2 No existen los impuestos, los costos de transacción ni otras imperfecciones del mercado

De los tres supuestos específicos del CAPM, este supuesto considera un problema del mundo real, el de los costos de transacción y los impuestos. Para el CAPM, los dividendos y ganancias de capital son equivalentes y los costos de transacción son irrelevantes. Asumiendo que todos los rendimientos son atractivos en un mismo grado, podemos usar el CAPM original.

Sabemos que distintos inversionistas tienen distintos costos de transacción y diferentes impuestos. Más aún, las diferencias son importantes sólo si los inversionistas consideran estos costos potenciales y los impuestos en la discriminación entre distintos activos o portafolios. Por ejemplo, algunos valores o activos están disponibles para pequeños inversionistas pero no para grandes instituciones, o algunas restricciones de calidad pueden remover un grupo de activos de la consideración de un inversionista dado. Si situaciones como ésta crean diversas expectativas, regresamos a un portafolios de mercado que es específico para cada inversionista y nos encontraríamos nuevamente con múltiples fronteras eficientes.

¿Son importantes los costos de transacción y los impuestos para la valuación de los activos? A finales de la década de los 70's y principios de los 80's, los costos de transacción eran probablemente menos importantes que los impuestos. Después de 1975, una vez que se desregularon los costos de transacción estos se movieron hacia niveles competitivos. Los costos desregulados , en promedio, eran menores que antes de la desregulación y por lo tanto, menos importantes.

El supuesto de que los impuestos son irrelevantes tiene diversas implicaciones. Primero, el supuesto implica que los ingresos por dividendos y por ganancias de capital son igualmente atractivos para los inversionistas. Miller y Modigliani (1961), (1963) demostraron que cuando los dividendos eran tasados en niveles superiores que las ganancias de capital, éstas tendrían mayor valor después de los impuestos. Sin embargo, otros investigadores sugirieron que los dividendos eran irrelevantes.[30] Brennan (1971) sugirió que los distintos valores eran atractivos para los inversionistas en distintas categorías fiscales. El precio de un valor en cualquier momento sería el resultado de una lucha entre los inversionistas con distintas expectativas sobre los impuestos. El efecto de esto serían líneas de mercado de capital múltiples si los impuestos fueran tan importantes como para afectar la valuación de los activos.

A pesar de que tenemos una vaga idea de la diferencia efectiva entre altos dividendos y el crecimiento en los inventarios, no está claro si lo inversionistas perciben completamente la diferencia y si esa diferencia se refleja en el precio de los valores. Teóricamente, los inversionistas deberían preferir las ganancias de capital a los dividendos. Entonces, ¿por qué las empresas continúan pagando dividendos? Esta pregunta no ha sido contestada por completo, a pesar de que muchos investigadores están de acuerdo en que los inversionistas sobrevalúan a lo dividendos ya que los ven como una señal de la confianza de los directivos en las ganancias futuras.

La cuestión de la importancia de los impuestos en la valuación de lo activos aún no está resuelta. Sin embargo, el CAPM trata a los impuestos como si fueran irrelevantes. Siendo este supuesto poco realista, algunas organizaciones de inversión usan una adaptación del modelo, la cuál se discutirá posteriormente.

---

[30] Véase Fisher Black and M. Scholes, "*The Effects of Dividend Yield and Dividend Policy on Common Stock Prices and Returns*", *Journal of Financial Economics*, 20 (July 1974), 1-22, y S. Bar Yosef and R. Kolodny, "*Dividend Policy and Capital Market Theory,*" *Review of Economics and Statistics*, May 1976, 181-90

2.1.2.3 La cantidad total de los activos es fija, y todos los activos son divisibles y sujetos de venta

Este supuesto sugiere que podemos ignorar la liquidez y la emisión de nuevos valores. Si tales cosas pueden ignorarse, entonces el CAPM original no puede capturar todo lo que es importante en la fijación de precios de los valores.

La liquidez, la facilidad de comprar y vender grandes cantidades de dinero de un valor dado, es una cuestión muy seria para los inversionistas con grandes portafolios. Los pequeños inversionistas son libres de ingresar o salir de todos los sectores del mercado virtualmente a su voluntad. Pero los ejecutivos de grandes portafolios sienten que están restringidos a los valores más altamente comercializados. Para estos ejecutivos, invertir en los valores de pequeñas empresas tiene algunos peligros. El ejecutivo debe invertir en un gran número de empresas pequeñas, las cuales requerirían investigación considerable; o el ejecutivo debe tener una posición importante en los valores de las empresas pequeñas, lo cual le permitiría hacer virtualmente imposible cambios rápidos en la composición del portafolios. Consecuentemente, algunos grupos investigadores de inversiones han comenzado a añadir la liquidez como un factor en la elaboración de estimadores del mercado. La adaptación produce líneas de mercado de capital múltiples, una para cada grupo particular de inversionistas, (o cada nivel deseado de liquidez).

Además de ignorar los objetivos de los inversionistas concernientes a la liquidez, este supuesto también ignora la existencia de activos no comercializables. El hecho es que una gran porción de la mayoría de los portafolios está formada de activos que o son poco líquidos o no son factibles de comercialización. Excluir estos activos podría significar ignorar partes importantes del mercado. Mayers (1972) propuso una adaptación del CAPM que incluye activos no comercializables. En su modelo, el riesgo sistemático es la covariación de lo rendimientos de las acciones con los del mercado, además de la covariación de los rendimientos de las acciones con los activos no comercializables. Su modelo es obviamente más complejo que nuestro CAPM original, y los rendimientos de los activos no comercializables y la covarianza de estos rendimientos con los rendimientos del mercado serán difíciles de estimar. Aún así, la noción de Mayers del CAPM que incluye los activos no comercializables nos da una perspectiva de la complejidad que puede reducirse por medio de este supuesto, y de las dificultades prácticas que encontramos con una versión enriquecida del CAPM.

2.1.3 La relación de linealidad entre el riesgo y el rendimiento

Hasta aquí se han planteado ocho supuestos básicos para el CAPM y se ha demostrado la efectividad de la diversificación en la reducción del riesgo debido a que los precios de los diferentes valores están correlacionados en forma imperfecta. Ahora a partir del supuesto de linealidad examinaremos el riesgo en mayor detalle. En un estudio experimental clásico elaborado por Wayne Wagner y Sheila Lau (1971), se demostró que la diversificación reduce el riesgo en forma muy rápida en un principio, pero después de un cierto punto, la diversificación adicional tiene un efecto pequeño en el riesgo o la variabilidad. Específicamente, Wagner y Lau, utilizando portafolios de diferentes tamaños derivados de una muestra histórica de valores, demostraron que la diversificación puede casi reducir a la mitad la variabilidad de los rendimientos, pero que la mayor parte de este beneficio puede obtenerse con la tenencia de relativamente pocos valores; el beneficio se vuelve bastante pequeño cuando el número de valores se incrementa por arriba de 10.[31]

La diversificación, por supuesto, no puede eliminar el riesgo por completo. El riesgo que puede ser potencialmente eliminado por la diversificación es llamado *específico*, *único* o *riesgo no sistemático*. El riesgo específico se deriva del hecho de que los peligros o las oportunidades que rodean a una compañía individual son peculiares para esa compañía y, quizá, para sus competidores; por lo tanto el riesgo específico puede ser eliminado por medio de un portafolios bien diversificado. Pero también existe un riesgo que no puede ser eliminado no importa cuanto se diversifique. Este riesgo es generalmente conocido como *riesgo de mercado* o *sistemático*. El riesgo de mercado se deriva del hecho de que existen otros peligros y oportunidades globales, que afectan a toda la economía, y que conciernen a todos los negocios. El hecho de que los valores tengan una tendencia a "moverse juntos" refleja la presencia del riesgo de mercado, riesgo que no puede eliminarse a través de la diversificación. Nótese que este riesgo permanecerá aún cuando se obtenga un portafolios óptimo.

Para analizar más a fondo esta dependencia de los rendimientos de los valores con el riesgo de mercado, nótese que una implicación del Modelo de Fijación de Precios de los Activos de Capital, CAPM es que el riesgo de un portafolios bien diversificado depende únicamente del riesgo de mercado de los valores incluidos en el portafolios. Supóngase, por lo tanto, que se tiene un portafolios bien diversificado, (es decir, un clon microscópico del portafolios total del mercado) y se quiere medir la dependencia de los rendimientos de los valores con respecto al riesgo, calculando la sensibilidad de una acción de una compañía en particular dentro del portafolios, es

---

[31] Otros estudios muy útiles que demostraron los rápidos beneficios de la diversificación son los elaborados por Franco Modigliani y Gerald Pogue, (1974) y el de Bruno Solnik, (1974)

decir, la sensibilidad de esa compañía j, a las variaciones en el rendimiento de todo el mercado. Por supuesto que no se desearía calcular esto observando únicamente los rendimientos de la compañía j. Más bien se desearía usar la información sobre la covarianza relacionada con el mercado en su conjunto.

Específicamente, recuérdese que ya antes se había hecho notar que una medida de la varianza marginal relativa a un valor, es decir, al k-ésimo bien, es el valor beta correspondiente al portafolios. El valor beta se definió como $\text{beta}_k = \sigma_{kp} / \sigma_p^2$. Una interpretación de esta noción relativa a la varianza es que se espera que el rendimiento en el portafolios crezca, por decir algo, 1%, cuando el rendimiento del k-ésimo valor se espere que crezca beta_k veces 1%. La inversión beta es, por lo tanto, una medida de la sensibilidad del rendimiento del k-ésimo a la variación en los rendimientos del portafolios; beta_k resume la dependencia del riesgo de portafolios.

Será de utilidad pensar en el portafolios como el portafolios del mercado total. Por lo tanto, se define una inversión beta, para una compañía j, relativa al portafolios de mercado total como:

$$\text{Beta}_j \equiv \frac{\sigma_{jm}}{\sigma_m^2}$$

donde σ_{jm} es la covarianza entre el rendimiento de la compañía j y el del mercado como un todo, y σ_m^2 es la varianza de los rendimientos del mercado.

Existe un problema, sin embargo, en relacionar beta_j con el marco teórico del CAPM. Los términos varianza y covarianza para beta_j se refieren a los rendimientos totales de los valores, mientras que en contraste con el desarrollo del CAPM, hasta este punto se ha trabajado con las variaciones en las *primas de riesgo*, esto es, el rendimiento en exceso sobre la tasa libre de riesgo, como $r_m - r_f$, donde r_m es el rendimiento de todos los valores del mercado. Por lo que ahora se buscará redefinir beta_j en términos de primas de riesgo más que en términos de rendimientos totales.

Dado que la proporción entre el término covarianza σ_{jm} y el término varianza σ_m^2 no se altera si se le resta el rendimiento libre de riesgo al rendimiento total, la proporción beta inversión permanece aún cuando esté definida en términos de primas de riesgo y no en términos de rendimientos totales. Esto tiene una implicación muy importante en el contexto del CAPM, donde se trabaja con primas de riesgo. Específicamente, dado que la definición de beta_j permanece invariable si se redefine en términos de primas de riesgo, el valor de beta para una compañía en particular equivale a la covarianza de su prima de riesgo con la prima de riesgo del portafolios de mercado, dividido entre la varianza de la prima de riesgo del mercado. Esto sugiere que beta_j, como una medida de la dependencia del riesgo de mercado tiene una amplia aplicación.

Los valores varían considerablemente en el valor de sus betas de [illegible] algunos, por ejemplo, tiene valores mayores a 1, indicando que una caída o un alza de [illegible] en el mercado resulta en una caída o una alza de [illegible] en el valor del [illegible] valores son relativamente riesgosos. Otros valores [illegible] no son sensibles a los movimientos del mercado, y [illegible] son aquellos, es decir, 1.0, indicando que una caída o una alza de [illegible] [illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

Los valores varían considerablemente en el valor de sus betas de inversión; algunos, por ejemplo, tiene valores mayores a 2, indicando que una caída o un alza de 1% en el mercado resulta en una caída o una alza de 2% en el valor del bien. Tales valores son relativamente riesgosos. Otros valores, conocidos como "*blue chip*"[32], por su parte, no son sensibles a los movimientos del mercado y tienen betas mucho más pequeñas, es decir, 0.5, implicando que una caída o una alza de 1% en el mercado resulta en una caída o una alza de ½% en su valor. Tradicionalmente, el poseer valores con betas mayores a 1 es considerado una actitud "agresiva", mientras que el poseer valores con betas menores a la unidad se considera un comportamiento "defensivo". Algunos valores pueden tener betas negativos, considerándoseles como valores "superdefensivos".

Las betas inversión pueden definirse también para portafolios de valores, (más que para valores individuales) relativos al mercado como un todo. Por ejemplo, considérese un portafolios q compuesto por n valores, y defínase su valor beta relativo al mercado como un todo, como $\text{beta}_{qm} \equiv \sigma_{qm} / \sigma_m^2$. Dada la definición de las covarianzas, podríamos redefinir beta_{qm} como:

$$Beta_{qm} = \sum_{i=1}^{n} w_{iq} \, beta_{im}$$

donde w_{iq} es la proporción del portafolios q invertida en el valor i y beta_{im} es la beta del valor i relativo al portafolios de mercado. De ahí que el valor beta de un portafolios sea simplemente un promedio ponderado de los valores betas de los bienes componentes, siendo los ponderadores las cantidades invertidas en el portafolios.

Obviamente, para el mercado de valores como un todo, la covarianza consigo mismo es la misma que su varianza, implicando que la proporción beta para el mercado de valores como un todo es 1. Más aún, dado que, $Beta_{qm} = \sum_{i=1}^{n} w_{iq} \, beta_{im}$, la beta de un portafolios de mercado bien diversificado depende del promedio ponderado de las betas de los valores incluidos en el portafolios, de ahí se sigue que, en promedio, los valores individuales tienen una beta de 1. Finalmente, vale la pena hacer notar que dado que la covarianza de un valor no riesgoso con el portafolios de mercado es cero, beta_{im} equivale a cero siempre que el valor i esté libre de riesgo.

---

[32] "*Blue chip*" es un coloquio que hace referencia a un valor de altamente cotizado con un buen récord de ganancias y estabilidad de precios.

2.2 La Econometría en la Implementación del CAPM

Adentrándonos en la implementación econométrica del Modelo de Fijación de Precios de los Activos de Capital, CAPM, dentro del marco teórico, nuestro primer objetivo es obtener una ecuación estimable. Considérese un portafolios pequeño, p cuyo único valor es j, y un portafolios grande y bien diversificado, m, el cual es el portafolios de todo el mercado. Substituyendo j por p y m por a en la ecuación que define el rendimiento del portafolios, $r_p = r_f + \left[\frac{r_a - r_f}{\sigma_a}\right]\sigma_p$, podemos reescribir la relación de linealidad del CAPM como:

$$r_j - r_f = \frac{\sigma_j}{\sigma_m}(r_m - r_f)$$

donde r_j y r_f son los rendimientos del valor j y del bien libre de riesgo, respectivamente; r_m es el rendimiento de todos los valores que conforman el portafolios del mercado; y σ_j / σ_m es la razón de las desviaciones estándar de los rendimientos del valor j y del portafolios de mercado m. El término r_j - r_f es la prima de riesgo para el valor j, mientras que r_m - r_f representa la prima de riesgo de todo el mercado.

Así tenemos que la prima de riesgo del j-ésimo valor es simplemente un factor de proporcionalidad, σ_j / σ_m veces la prima de riesgo del mercado; este factor de proporcionalidad expresa la dependencia del rendimiento del valor j con el rendimiento del mercado, una dependencia que el CAPM resalta. Tal razonamiento sugiere que el factor de proporcionalidad σ_j / σ_m debe relacionarse en alguna forma con la beta$_j$ de inversión ya discutida previamente.

Para analizar esta relación más a fondo, generalicemos la ecuación $r_j - r_f = \frac{\sigma_j}{\sigma_m}(r_m - r_f)$, añadiendo a ésta un término de intersección α_j y un término estocástico de perturbación ε_j, y entonces definamos un nuevo parámetro β_j, que será equivalente al factor de proporcionalidad, esto es, $\beta_j \equiv \sigma_j / \sigma_m$. Esto nos proporciona una ecuación estimable que relaciona la prima total de riesgo del valor j con la prima de riesgo del mercado y el término estocástico de perturbación:

$$r_j - r_f = \alpha_j + \beta_j(r_m - r_f) + \varepsilon_j$$

El término estocástico perturbación refleja el efecto de riesgo específico, (no sistemático) y diversificable. Se asumirá que ε_j tiene un valor esperado de cero y una varianza de σ_ε^2 y que también es independiente y está distribuido normalmente.

El estimador por mínimos cuadrados de β_j es idéntico al de la beta inversión definido como $\text{Beta}_j \equiv \sigma_{jm} / \sigma_m^2$. Para probar esto, consideremos el modelo de regresión lineal bivariado $y = \alpha + \beta x + \varepsilon$. El estimador por mínimos cuadrados de β es $COV(x,y)/VAR(x)$. Ahora sean $x \equiv r_m - r_f$ y $y \equiv r_j - r_f$. Entonces el estimador por mínimos cuadrados de β_j es simplemente $\beta_j = COV(r_j - r_f, r_m - r_f)/VAR(r_m - r_f)$, pero esto es precisamente igual a σ_{jm} / σ_m^2, la beta inversión definida con anterioridad. Intuitivamente, el estimador por mínimos cuadrados del factor de proporcionalidad β_j es la razón de las desviaciones estándar de las primas de riesgo del valor *j* y del mercado *m*.

Estos resultados implican que, para cualquier valor *j*, puede estimarse β_j utilizando el método de mínimos cuadrados ordinario. Gráficamente la razón covarianza-varianza es el estimador por mínimos cuadrados de la pendiente de una regresión lineal que relacione la prima de riesgo de un valor particular *j* en el eje vertical y la prima de riesgo de mercado en el eje horizontal. A pesar de que puede utilizarse el método de mínimos cuadrados ordinario, en el marco teórico de la regresión, la estimación de β_j es de hecho trivial: una vez que se tienen los valores adecuados para las covarianzas y las varianzas, todo lo que se tiene que hacer es simplemente calcular la proporción β_j.

Para estimar el parámetro β_j basada en una serie de datos de varias compañías individuales, por supuesto debe asumirse que, para una compañía en particular, β_j es relativamente estable a través del tiempo. Con bastante frecuencia, se emplean datos mensuales que se basan en los rendimientos de la Bolsa de Valores de Nueva York. Varios estudios econométricos basados en estos datos han encontrado que en muchos estudios (salvo algunas excepciones), β_j ha tenido una tendencia a permanecer relativamente estable durante un periodo de tiempo de cinco años (60 meses).[33] Existen casos, sin embargo, en los que las condiciones en una industria o una compañía cambian abruptamente, implicando que la relevante β_j podría también variar. Por ejemplo, los valores de las compañías petroleras tuvieron una beta por abajo de la unidad durante el embargo de petróleo de la OPEP en 1973, pero éste cambió rápidamente después de 1973, y desde entonces las betas de las compañías petroleras se han encontrado típicamente a la alza. En forma similar, cuando la industria aeronáutica en los Estados Unidos fue desregularizada en 1978, las betas de la mayor parte de las compañías aeronáuticas de los Estados Unidos se incrementaron; cambios análogos ocurrieron en las betas de la industria eléctrica, particularmente para aquellas cuya capacidad primaria era generada en forma

---

[33] Algunos de estos estudios sobre la estabilidad histórica de β son los realizados por Marshall E. Blume, (1971); Robert A. Levy, (1971); William Sharpe y Guy M. Cooper, (1972); y Fisher Black, Michael C. Jensen, y Myron Scholes, (1972)

nuclear, después del accidente nuclear de Chernobyl en 1986. Esta estabilidad de la beta es una cuestión problemática que, sin embargo, puede analizarse utilizando técnicas estadísticas conocidas como las pruebas Chow.

Mientras que el parámetro β_j es de interés e importancia obvia, en la ecuación $r_j - r_f = \alpha_j + \beta_j(r_m - r_f) + \varepsilon_j$, aparece otro parámetro que fue añadido ad hoc, llamado α_j. Específicamente, recordemos que α_j no aparece en la ecuación $r_j - r_f = \frac{\sigma_j}{\sigma_m}(r_m - r_f)$. En base a la teoría financiera que sustenta al CAPM y que se resume en esta última ecuación, debería por lo tanto esperarse tener estimadores de α_j, en promedio, cercanos a cero. De hecho, un resultado empírico típico obtenido cuando se estiman los parámetros de la ecuación $r_j - r_f = \alpha_j + \beta_j(r_m - r_f) + \varepsilon_j$, es que el estimador por mínimos cuadrados de α_j es insignificantemente distinto de cero. La hipótesis nula de que $\alpha_j = 0$ puede probarse simplemente determinando si la estadística t correspondiente al estimador de α_j es mayor que el valor crítico en un nivel de significación predeterminado. Más aún, si uno quiere imponer la restricción de que $\alpha_j = 0$ en $r_j - r_f = \alpha_j + \beta_j(r_m - r_f) + \varepsilon_j$, la mayoría de los programas de regresión existentes ofrecen opciones que permiten al usuario omitir el término intersección.

Vale la pena hacer notar que en algunas casas de inversión, las actuaciones de los ejecutivos de cuenta han sido ocasionalmente evaluadas calculando los rendimientos que estos ejecutivos predicen ganarán, dadas las betas de las compañías en sus portafolios y restando este rendimiento esperado de los rendimiento realizados, y por lo tanto se obtiene un estimador implícito del término α que maneja el ejecutivo; si el rendimiento realizado fuera mayor que el que se predijo para el portafolios β, entonces se diría que el ejecutivo de cuenta tuvo una α positivo, y se le compensaría de acuerdo a esto. Tales esquemas simples de compensación se usan raramente hoy en día, pero sugieren una interpretación interesante de α para los ejecutivos de cuenta.

Supóngase que un analista del mercado de valores emplea series de datos mensuales sobre los rendimientos de una compañía en particular durante los cinco años precedentes y estima los parámetros α y β utilizando las técnicas convencionales de regresión lineal. Quizá, el analista obtendría un descubrimiento empírico de que para una compañía en particular el estimador de α es positivo y significativamente distinto de cero. Esto implicaría que aún si se esperara que el mercado como un todo no ganara nada (es decir, $r_m - r_f$ equivaldría a cero), los inversionistas de esta compañía esperarían tener una tasa positiva de apreciación. (Nótese que, por ejemplo, un estimador de 0.67 para α basado en datos mensuales se interpreta como una tasa anual de apreciación de aproximadamente 12 veces 0.67, o alrededor de 8% anual) Para alguna otra compañía el analista podría encontrar que α estimada es negativa y significativamente distinta de cero. Algunos estudiosos del

CAPM argüirían entonces que, en promedio, uno debería esperar que los estimadores de α fueran cero.

Esto nos lleva a la importante cuestión de si puede o no probarse el Modelo de Fijación de Precios de los Activos de Capital, CAPM , y en este contexto hay cinco comentarios que recalcar al respecto. Primero, la teoría que sustenta al CAPM emplea explícitamente rendimientos *esperados* o *ex ante*, mientras que todo lo que podemos observar son los rendimientos *realizados* o *ex post*. Esto hace que una rigurosa prueba del CAPM sea más difícil, pero no imposible si se emplean técnicas econométricas más complejas.

Segundo, de acuerdo con el CAPM, el portafolios de mercado debería incluir a todas las inversiones riesgosas, por el contrario, muchos de los indicadores del mercado y los estimadores de r_m contienen sólo una muestra de los valores, es decir, aquellos que son negociados en la Bolsa de Valores de Nueva York (por lo tanto, se excluyen, por ejemplo, todos aquellos valores negociados en el resto del mundo, aún capital humano, negocios privados, e infraestructura privada). Recolectar datos suficientes sobre los valores riesgosos para estimar un r_m confiable podría traducirse en un tarea formidable y prohibitivamente costosa. En este contexto, vale la pena hacer notar que estudios empíricos anteriores basados en el CAPM descubrieron que los estimadores de β dependían en forma crítica de la elección de r_m ; específicamente, las mediciones de r_m basadas en el Índice Dow Jones sobre 30 Industrias ofrece resultados diferentes que los que se obtienen con el Índice Standard & Poor 500 o el Índice Wilshire 5000.. Hoy en día, el Centro de Investigación sobre la Cotización de Valores de Chicago (CRSP) [34], hace posible para los investigadores la estimación de r_m basada en un valor ponderado de las transacciones de todos los valores listados en la Bolsa de Valores de Nueva York, y la Bolsa de Valores de América.

Tercero, la típica medida de un valor libre de riesgo es algo como el bono de la Tesorería de los Estados Unidos a 30 días, el cual en realidad está libre de riesgo sólo si se posee hasta el vencimiento. Más aún, es libre de riesgo sólo en un sentido nominal. Aún cuando se tenga hasta el vencimiento, la incertidumbre de la inflación vuelve incierta a la tasa de rendimiento. De ahí que es difícil, si no imposible, el obtener una buena medida del rendimiento libre de riesgo. Esto hace, aún más problemática, la prueba del CAPM.

Cuarto, existe una fuerte tradición dentro de la estadística que argumenta que no es posible probar un modelo específico a menos que se tenga un modelo alternativo viable contra el que pueda ser comparado. En el caso del CAPM, una alternativa que podría utilizarse es un ingenioso modelo, el Modelo de Fijación de Precios de Arbitraje, APT, desarrollado por Stephen Ross, el cual, en su

---

[34] Center for Research on Securities Prices, at the University of Chicago, fundada por Merrill, Lynch, Pierce, Fenner & Smith, Inc.

interpretación más simple, esencialmente involucra la adición de variables en el lado derecho de la ecuación $r_j - r_f = \alpha_j + \beta_j(r_m - r_f) + \varepsilon_j$, tales como la tasa de inflación no esperada.[35] Suponiendo que lo expuesto anteriormente se considere correcto, en principio, podría compararse el CAPM con el APT probando la hipótesis nula de que los parámetros de las variables adicionadas en el lado derecho sean simultáneamente iguales a cero contra la hipótesis alternativa de que estos parámetros sean simultáneamente distintos de cero.

Quinto y último, un método informal para probar la efectividad del CAPM involucra revisar si sus predicciones son consistentes con lo observado. En este contexto, dos aspectos del Modelo de Fijación de Precios de los Activos de Capital son inconsistentes con las observaciones:

1. *Una implicación importante del marco teórico del CAPM es que la relación entre el riesgo y el rendimiento no sólo es lineal, sino que es positiva.* Sin embargo, como ya fue estudiado por Fisher Black, Michael Jensen y Myron Scholes en 1972, existe un gran número de casos en los que esta relación parece ser negativa más que positiva. Específicamente, Black, Jensen y Scholes encontraron que en un periodo de nueve años, de Abril de 1957 a Diciembre de 1965, los valores con βs más elevados produjeron rendimientos más bajos que los valores menos riesgosos, (es decir, aquellos con βs bajas). El por qué ocurrió esto no ha sido totalmente clarificado y constituye una contradicción con el marco teórico del CAPM.

2. *Otra implicación del marco teórico del CAPM es que un valor con $\beta = 0$ debería tener un rendimiento exactamente igual a la tasa de rendimiento libre de riesgo.* Black, Jensen y Scholes, estudiaron en forma exhaustiva los rendimientos de los valores en el Mercado de Nueva York, durante un periodo de 35 años y en cambio encontraron que la tasa β - cero medida excedía a la tasa de rendimiento libre de riesgo, implicando que cierto riesgo no sistemático hace que los rendimientos sean mayores a los que el CAPM predice para un portafolios β - cero. Más aún, la relación riesgo-rendimiento examinada por Black, Jensen y Scholes parece ser más llana que la que el CAPM predice. Por lo tanto, no está claro qué factores,

[35] Una amplia documentación sobre el Modelo de Fijación de Precios de Arbitraje se encuentra en los textos de finanzas de Richard A. Breadly y Stewart C. Myres, (1988), William F. Sharpe, (1985). Un artículo clásico sobre la teoría del Modelo de Fijación de Precios de Arbitraje es el de Stephen A. Ross, (1976). La implementación empírica del Modelo de Fijación de Precios de Arbitraje involucra técnicas econométricas más sofisticadas, incluyendo varios tipos de modelos factores. Algunos ejemplos de la implementación empírica del Modelo de Fijación de Precios de Arbitraje son las de Richard Roll y Stephen A. Ross, (1980); Nai-Fu Chen, Richard Roll y Stephen A. Ross, (1986); y Marjorie B. Mc Elroy y Edwin Burmesiter, (1988).

además de las primas de riesgo del mercado, afectan a éste. De acuerdo con el CAPM, lo único que importa es el riesgo de mercado, dado que el riesgo no sistemático puede eliminarse por medio de la diversificación. Actualmente, se realizan muchas investigaciones para examinar que factores además de r_m afectan el riesgo de mercado.

En este contexto, vale la pena hacer notar que algunas compañías de valores como Merril, Lynch, Pierce, Fenner y Smith publican regularmente un "look" de la beta con la cual reportan estimaciones de α y β basados en métodos de regresión OLS estándar, así como de los estimadores "β s ajustados" que tratan de lidiar con el problema de los portafolios β - cero antes mencionados, utilizando procedimientos estadísticos Bayesianos más complejos.

Hay otras cuestiones econométricas que deben resaltarse brevemente. Los programas computarizados de regresión incluyen medidas de R^2, el error estándar de la regresión, y las estadísticas t. Estas u otras medidas estadísticas estándar tienen una interpretación particularmente interesante y una aplicación dentro del CAPM. Considérese, por ejemplo, la correlación simple entre la prima de riesgo del valor j, $(r_j - r_f)$ y la prima de riesgo del mercado, $(r_m - r_f)$, variables que se hallan tanto en el lado derecho como en el izquierdo, respectivamente dè la ecuación de regresión del CAPM, $r_j - r_f = \alpha_j + \beta_j(r_m - r_f) + \varepsilon_j$. El coeficiente de correlación de la muestra puede reescribirse como sigue:

$$\rho_{jm} = \frac{\hat{\sigma}_{jm}}{\hat{\sigma}_j \hat{\sigma}_m} = \frac{\hat{\sigma}_{jm}}{\hat{\sigma}_m^2} \frac{\hat{\sigma}_m}{\hat{\sigma}_j} = \hat{\beta}_j \frac{\hat{\sigma}_m}{\hat{\sigma}_j}$$

donde $\hat{\sigma}_{jm}, \hat{\sigma}_j^2, \hat{\sigma}_m^2$ son la covarianza y las varianzas muestrales para $r_m - r_f$ y $r_j - r_f$, y $\hat{\beta}_j$ es el estimador por mínimos cuadrados de β_j . De ahí que la correlación de la muestra entre las primas de riesgo del portafolios y del mercado, sea simplemente el producto del estimador por mínimos cuadrados de β_j y las desviaciones estándares relativas de las primas de riesgo del mercado y del j-ésimo portafolios de la muestra.

El error estándar del residuo en la ecuación de regresión, $r_j - r_f = \alpha_j + \beta_j(r_m - r_f) + \varepsilon_j$, tiene también una interpretación útil. Específicamente, mientras que el lado izquierdo de esta ecuación refleja el efecto del riesgo sistemático y el riesgo no sistemático del mercado en el portafolios en la compañía j , el término $\beta_j\left(r_m - r_f\right)$ del lado derecho de la ecuación, refleja únicamente el impacto del riesgo de mercado. De ahí se sigue que el residuo estimado en la ecuación, incorpora solamente el efecto del riesgo específico, (no sistemático). El error estándar del residuo, (frecuentemente también llamado el error estándar de la regresión), calculado como la raíz cuadrada de s^2, se define como

$$s^2 = \sum_{t=1}^{T} \frac{e_t^2}{n-2}$$

donde e_t es el residuo por mínimos cuadrados para la t-ésima observación, por lo tanto mide la desviación estándar del riesgo específico (no sistemático), riesgo del portafolios que no responde a las fluctuaciones del mercado. Un error estándar del residuo grande, es decir, s=15% por mes, indicaría que un cambio substancial en la prima de riesgo del portafolios j no podría ser explicado por los cambios en la prima de riesgo del mercado

Más aún, dado que el valor R^2 de los cálculos de la regresión indica qué proporción de la variación en la variable dependiente se explica por la variación en las variables independientes. En el contexto del CAPM, R^2 mide la porción del riesgo de mercado (sistemático) del riesgo total. Por otra parte, $1\text{-}R^2$ es la proporción del riesgo total que es específico (no sistemático). William Sharpe hace notar que para una compañía individual, una medida típica de R^2 para una ecuación CAPM es de alrededor de 0.30, pero dada la diversificación entre los valores de las compañías en un portafolios grande, la medida de R^2 se incrementa, debido a la reducción del riesgo específico a través de la diversificación.

Es importante hacer notar que, dado que en el modelo de regresión lineal bivariado, $R^2 = \rho_{jm}^2$, valores elevados para R^2 no necesariamente corresponden a grandes estimaciones de β_j. Para comprobar esto, nótese esta relación:

$$R^2 = \rho_{jm}^2 = \hat{\beta}_j^2 \frac{\hat{\sigma}_m^2}{\hat{\sigma}_j^2}$$

De ahí se sigue que para algunos valores con varianza $\hat{\sigma}_j^2$ muy grande, R^2 puede ser pequeña aún mientras el estimador de β_j sea elevado; en tales casos la reacción de un valor particular (o del portafolios) a las variaciones del mercado es muy aguda, aún cuando la variación del mercado explique sólo una pequeña porción de la gran variabilidad de los valores. La ecuación de regresión para otros valores puede haber tenido un valor R^2 elevado pero un estimador β_j pequeño; esto puede ocurrir cuando la variación en la prima de riesgo del valor (o del portafolios) es pequeña en relación con la variación en la prima de riesgo del mercado, esto es, la razón de las varianzas muestrales es grande. Más aún, nótese que un valor muy pequeño de R^2 no invalida el marco teórico del CAPM; aún más, simplemente indica que el riesgo total de los valores de una compañía en particular es casi enteramente específico de la compañía, y que no está relacionado con el mercado como un todo.

Por lo que respecta a la estadística t, ya antes se había mencionado que, en la estimación de α, ésta puede utilizarse para probar directamente la hipótesis nula de que $\alpha = 0$ contra la hipótesis alternativa de que $\alpha \neq 0$. El no rechazar la hipótesis nula podría verse como una evidencia que respalda al CAPM.

La estadística t corresponde, en la estimación de β, a una analogía de la hipótesis nula, es decir, que $\beta = 0$, contra la hipótesis alternativa, $\beta \neq 0$. Con bastante frecuencia, es interesante probar una hipótesis diferente, es decir, que el movimiento de los precios de lo valores de una compañía en particular es el mismo que el de todo el mercado; esto corresponde a probar la hipótesis nula de que $\beta = 1$ contra la hipótesis alternativa de que $\beta \neq 1$. Para llegar a tal tipo de prueba de hipótesis, simplemente se toma el error estándar estimado del estimador β, se construye un intervalo de confianza dado un nivel de confiabilidad razonable, (e.g. 95% o 99%), y se determina si $\beta = 1$ cae dentro de este intervalo de confianza. Si lo hace, la hipótesis nula no se rechaza; si $\beta = 1$ no cae dentro del intervalo de confianza, la hipótesis nula se rechaza.

Otro comentario también importante antes de adentrarse en la implementación empírica es que dado que en el marco teórico del CAPM, β permite calcular el rendimiento requerido en un valor particular; podría ser que en forma indirecta, esto permitiera también calcular la equidad de todo el costo de capital de una compañía. Para una empresa bien administrada que esté considerando una inversión en un proyecto en particular, la combinación de los rendimientos esperados y su β, deberían, por supuesto, colocar al proyecto por arriba de su costo de capital si el proyecto es aceptado. Sin embargo, si la compañía está considerando un nuevo proyecto que sea más riesgoso que el promedio de sus proyectos, se requeriría un rendimiento esperado mayor para la compañía antes de invertir en él, dado que dicho proyecto incrementaría el riesgo promedio de la compañía, y de acuerdo con el Modelo de Fijación de Precios de los Activos de Capital, CAPM, esto resultaría en un requerimiento por parte de los inversionistas de rendimientos mayores. Esto implica que los proyectos también tienen sus propias betas, y que si la β de un proyecto en particular es mayor que la β promedio de la compañía, ésta también debería ser la tasa de rendimiento esperado requerida.

2.3 Conclusión

En este capítulo hemos examinado los supuestos necesarios para crear al CAPM original. Dado que estos supuestos son críticos para entender al CAPM, es importante resumir sus implicaciones:

1. El riesgo es la varianza de los rendimientos esperados de los portafolios.
2. El riesgo puede dividirse en dos componentes: diversificable (no sistemático) y no diversificable (sistemático)
3. La diversificación apropiada puede reducir el riesgo no sistemático.
4. La beta es una medida relevante del riesgo para los inversionistas con un portafolios diversificado.
5. El riesgo y el rendimiento están relacionados linealmente con la beta, es decir, el riesgo y el rendimiento están en equilibrio.
6. El rendimiento es el rendimiento total.
7. Un inversionista posee porciones de dos portafolios: el activo libre de riesgo y el portafolios de mercado.
8. El rendimiento que de hecho recibe el inversionista se deriva de sólo dos fuentes: el rendimiento del mercado proporcional al riesgo y el rendimiento no sistemático aleatorio. Ningún otro factor es consistente en sus efectos sobre los rendimientos de los valores.

Estos no son supuestos en el sentido estricto de la palabra. Son enunciados que describen al modelo y su significado. En la práctica, los supuestos parecen patéticamente falsos. Los académicos han encontrado que los supuestos, por lo menos, son restrictivos, y han creado otros modelos alternativos designados para reflejar la realidad más precisamente. Como veremos en el capítulo siguiente, algunos de estos supuestos son más complejos que el CAPM original.

Capítulo 3 . Generalización del Modelo de Fijación de Precios de los Activos de Capital

Aunque la obra fundamental en el campo de las carteras de inversión se debe a Harry M. Markowitz, William F. Sharpe, Hans H. Jenny y Stephen A. Ross, el Modelo de Fijación de Precios de los Activos de Capital, CAPM, ha experimentado diversas extensiones y modificaciones a lo largo del tiempo. En los capítulos previos se presentó el modelo originalmente planteado por los diferentes autores, así que una vez comprendidas las bases teóricas para un sin número de prácticas usuales en el área bursátil y después de un claro entendimiento de la versión original, en este capítulo se presentan las generalizaciones y versiones recientes del modelo.

3.1 Supuestos Concernientes a Perturbaciones del Modelo

En las secciones previas se ha examinado el riesgo y el rendimiento de un portafolios y se ha establecido que un inversionista normalmente se interesa únicamente en los portafolios que se encuentran en una frontera eficiente. Utilizando el enfoque original sugerido por Markowitz, puede deducirse la frontera eficiente cóncava de la cual el inversionista seleccionará el portafolios óptimo. Este portafolios óptimo se basa en las preferencias del inversionista sobre riesgo y rendimiento reflejadas en el conjunto de curvas de indiferencia.

La introducción de los conceptos de los valores libres de riesgo y del apalancamiento de los portafolios nos permitió extender la Teoría de Portafolios, teniendo como resultado que la frontera eficiente se volviera lineal a diferencia de la cóncava. Así, el portafolios óptimo se convirtió en el punto de tangencia de una de las curvas de indiferencia del inversionista.

En este punto ya se han considerado las decisiones de optimización de inversionistas individuales. Se supuso que si todos los inversionistas operaran en la misma forma se tendrían implicaciones para la fijación de precios de los activos de capital. La teoría del CAPM nos proporcionó un marco teórico para determinar estas implicaciones. Mientras la Teoría de Portafolios tiene que ver con la selección de portafolios óptimos, la teoría del CAPM se encarga de un *modelo de equilibrio* de los activos de capital. Específicamente, la teoría del CAPM postula la relación riesgo *ex-ante* y rendimiento de valores individuales como un portafolios bajo condiciones de equilibrio.

Como un ejemplo ilustrativo de estas implicaciones en la fijación de precios tenemos que una de las técnicas básicas para valuar acciones comunes, la cual considera los dividendos, utiliza la fórmula siguiente:

$$V_0 = \frac{D_1}{(1+K)^1} + \frac{D_2}{(1+K)^2} + \frac{D_3}{(1+K)^3} + \cdots\cdots + \frac{D_\infty}{(1+K)^\infty}$$

donde:

- V_0 Valor intrínseco de la acción actualmente o en el periodo de tiempo 0.
- D_t Dividendos por acción en el periodo t.
- K Tasa de rendimiento requerida por el inversionista

Usando la Teoría de Mercado de Capital, el inversionista puede estimar la tasa de rendimiento requerida (K) para la acción. El valor intrínseco del valor (V_0) está relacionada inversamente con K. Entre mayor sea K, y los demás factores permanezcan constantes, menor será V_0. De ahí que, la Teoría de Mercado de Capital tenga implicaciones en la fijación de precios de las acciones comunes, lo cual explica que su modelo de rendimientos derivado se conozca como Modelo de Fijación de Precios de los Activos de Capital, CAPM.

Al igual que la Teoría de Mercado de Capital, la Teoría de Fijación de Precios de Arbritaje , APT es una teoría de equilibrio del rendimiento esperado.[36] Mientras que el CAPM tradicionalmente utiliza un factor sistemático, la relación del rendimiento de un valor con el rendimiento del portafolios de mercado, para estimar el rendimiento esperado del valor, la tesis central del APT es que más de un sólo factor sistemático puede afectar el promedio de los rendimientos a largo plazo en los valores financieros. Dado que el CAPM utiliza un factor y el APT usa uno o más factores, el CAPM puede verse como un caso especial del APT.

En resumen, la Teoría de Mercado de Capital utiliza la Teoría de Portafolios; de ahí que los supuestos concernientes a la Teoría de Portafolios también prevalecen para el CAPM. Los supuestos adicionales de la Teoría de Mercado de Capital y del CAPM parecen menos realistas que los supuestos de la Teoría de Portafolios. En este capítulo se discute el impacto de relajar estos supuestos en la Teoría de Mercado de Capital.

3.1.1 Algunas Versiones Extendidas del CAPM

El Modelo de Fijación de Precios de los Activos de Capital, CAPM en su versión original establece supuestos fuertes y brinda implicaciones importantes. En los años transcurridos desde que este modelo fue desarrollado se han propuestos muchos otros modelos complejos. Estos modelos generalmente implican relajar algunos de los supuestos asociados con el CAPM original, y son generalmente

---

[36] . En el capítulo 4 se estudia con más profundidad y detenimiento el Modelo APT y se analizan sus ventajas y desventajas con respecto al CAPM.

conocidos como *versiones extendidas del CAPM*, (o Modelos Extendidos de Fijación de Precios de los Activos de Capital). Para iniciar esta exposición, a continuación se presentan en forma resumida los supuestos previamente explicados en los capítulos 1 y 2:

i) Todos los inversionistas presentan aversión al riesgo. De ahí que busquen una frontera eficiente.

ii) No hay restricciones sobre el monto que puede prestarse o pedirse prestado, y ambos movimientos presentan una tasa libre de riesgo idéntica, R_f.

iii) Todos los inversionistas tienen creencias idénticas sobre los rendimientos esperados y los riesgos de los valores y los portafolios, es decir, todos los inversionistas tienen expectativas homogéneas.

iv) Todos los inversionistas tienen un horizonte de inversión idéntico, ya sea de un mes, tres meses, un año, o cualquier otro.

v) Todas las inversiones son infinitamente divisibles y sujetas de venta, esto es, es posible vender o comprar cualquier porción de un valor o un portafolios.

vi) No existen los impuestos ni los costos de transacción. Es decir, no existe el efecto de los impuestos, el costo de adquisición de información, o el costo de transacción asociado con la compra y/o venta de valores.

vii) No existen cambios no anticipados en la inflación o en las tasas de interés.

viii) Los mercados de capital están en un estado de equilibrio o tienden al equilibrio. No hay valores sobrevaluados o valores subvaluados; si la sobrevaluación o la subvaluación existen, los precios se moverán hasta corregir esta situación de desequilibrio.

Los supuestos i, iii y iv de la Teoría de Mercado de Capital asumen que todos los inversionistas buscan encontrarse en una frontera eficiente, tienen expectativas homogéneas sobre el riesgo y el rendimiento de los valores y comparten un horizonte de inversión común. Si estos supuestos fueran ciertos en el sentido absoluto, no habría necesidad del manejo activo de un portafolios. Con expectativas homogéneas y un poco de habilidad para identificar, *ex-ante*, la frontera eficiente, todos los inversionistas tendrían la misma combinación del portafolios de mercado y de valores libres de riesgo.

Pero los inversionistas tienen horizontes diferentes y expectativas diversas acerca del riesgo y los rendimientos de valores individuales, de ahí que no puede existir un único portafolios de mercado identificable *ex-ante* por todos los inversionistas. Más aún, cada inversionista crea un portafolios que es eficiente en términos de sus propias expectativas y horizontes de inversión. Estos portafolios no necesariamente son eficientes de acuerdo con la Teoría de Mercado de Capital.

Sin embargo, la existencia de estos portafolios "ineficientes" no quiere decir que la Teoría de Mercado de Capital sea un concepto inválido si se acepta el argumento de John Linter de que *los procesos del mercado no reflejan expectativas homogéneas de los participantes sino un "consenso de las expectativas" de los participantes.*[37] El impacto de estas expectativas heterogéneas es tal que más que el hecho de que un sólo portafolios, el portafolios de mercado, estuviera en la Línea del Mercado de Capital, un gran número de portafolios se encontraría en esta línea.

Definir el equilibrio en el mercado de capital en términos de expectativas de consenso no invalida los conceptos del riesgo sistemático y no sistemático. Simplemente significa que más que tener una Línea del Mercado de Valores definiendo la combinación riesgo rendimiento, existirían múltiples Líneas de Mercado de Valores que reflejaran expectativas diferentes y horizontes de inversión distintos.

3.1.1.1 Políticas de Inversión Eficiente cuando el Financiamiento es Oneroso o Restringido

Relajar el supuesto ii de la Teoría de Mercado de Capital significa que no todos los préstamos podrían darse bajo tasas libres de riesgo idénticas. Esto tiene implicaciones importantes en la forma de la Línea del Mercado de Capital. Recordando que ésta se construyó suponiendo que los préstamos se hacían a una tasa libre de riesgo R_f, un supuesto más razonable sería el que los inversionistas prestarán a una tasa libre de riesgo, (*i.e.* comprando bonos de la Tesorería), pero no pudieran pedir préstamos a una tasa tan baja. En otras palabras, se espera que la tasa con la que se obtienen préstamos, R_B sea más alta que R_f. La diferenciación entre estas dos tasas crea dos portafolios tangentes como se verá posteriormente.

Algunas pruebas empíricas del CAPM han indicado que la relación entre el rendimiento esperado y la medida del riesgo sistemático es lineal, con intersección positiva. Sin embargo, la pendiente de la Línea del Mercado de Valores es menor que la estimada por el CAPM, lo cual puede muy bien deberse al supuesto no realista de que los inversionistas pueden obtener préstamos a una tasa libre de riesgo.

---

[37] John Linter, "*The Aggregation of Investor's Diverse Judgements and Preferences in Purely Competitive Security Markets*", Journal of Financial and Quantitative Analysis, December, 1969, 347-400 y Joseph T. Williams, "*Capital Asset Prices with Heterogeneous Beliefs*", Journal of Financial Economics, November, 1977, 219-39.

3.1.1.1.1 La Línea del Mercado de Capital

El CAPM original asume que los inversionistas pueden prestar o pedir prestado con la misma tasa de interés libre de riesgo. En realidad, es probable que tal tipo de empréstitos sean restringidos en cantidad o no estén disponibles. En esta sección se examinará el impacto que tendría el relajar el supuesto de apalancamiento libre de riesgo en el CAPM.

Una forma útil de contestar esta pregunta hace los siguientes supuestos:

i) Los inversionistas pueden prestar dinero menos riesgosamente, esto es, pueden comprar activos que brinden un rendimiento libre de riesgo de r_{fL}; o

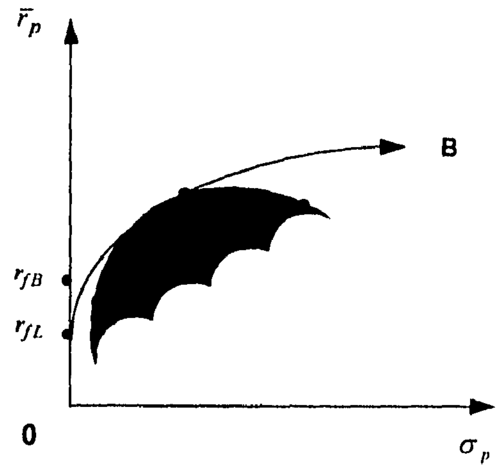
ii) Los inversionistas pueden pedir dinero prestado sin límite a una tasa más alta, r_{fB}.

Estas tasas libres de riesgo se muestran en el eje vertical de la ilustración 3.1, donde el "área de la sombrilla" representa las combinaciones de los rendimientos riesgosos disponibles para inversión únicamente en activos riesgosos.

Si no hay oportunidades de prestar o pedir prestado a una tasa libre de riesgo, el conjunto eficiente sería la curva WT_LT_BY, y muchas combinaciones de valores riesgosos serían eficientes. Sin embargo, la disponibilidad de préstamo libre de riesgo a una tasa r_{fL} hace que los portafolios riesgosos entre W y T_L sean ineficientes dado que las combinaciones de préstamo libre de riesgo y el portafolios delineado en T_L brindan un rendimiento mayor por el mismo riesgo.

En forma similar, la habilidad para pedir prestado a una tasa r_{fB} forma otro portafolios de especial interés, denotado por T_B. Los portafolios riesgosos entre T_B y Y son ahora ineficientes dado que algunos activos de T_B son dominados con tasas de rendimiento mayores por el mismo riesgo.

Ilustración 3.1 Conjunto eficiente cuando las tasas libres de riesgo son diferentes.



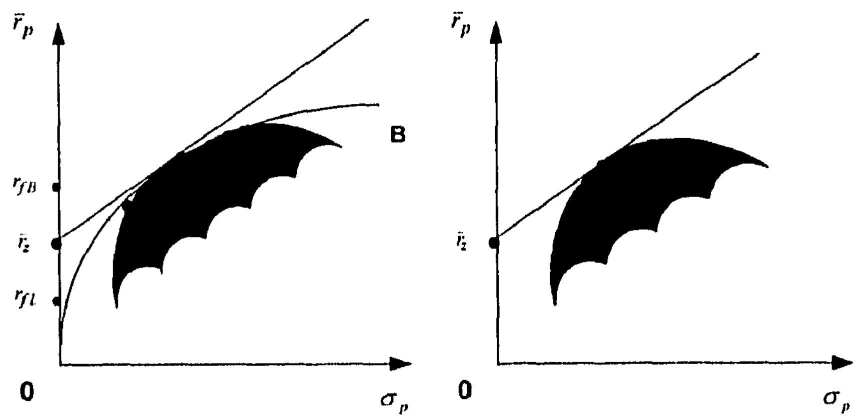
Los inversionistas con actitudes hacia el riesgo tales que prefieren no pedir prestado ni prestar deberían invertir en las combinaciones eficientes de los valores riesgosos esbozadas a lo largo de la curva T_LT_B. De acuerdo a esto, sus acciones deberían ser ajustadas para ser consistentes con sus diferentes grados de aversión hacia el riesgo.

3.1.1.1.2 La Línea del Mercado de Valores

La pregunta ahora es ¿qué ocurre con la línea del mercado de valores cuando la tasa libre de riesgo aplicada para el caso en que se pide prestado excede a la tasa libre de riesgo utilizada cuando se presta? La respuesta depende de si el portafolios de mercado es o no una combinación de los valores riesgosos a lo largo de la frontera entre T_L y T_B en la ilustración 3.1.[38] Si no lo es, no hay mucho que decir al respecto, si lo es en cambio hay algunos puntos a resaltar.

[38] Si los inversionistas obtuvieran los réditos a través de ventas en corto y no hubiera restricciones en tales ventas, entonces el portafolios de mercado se encontraría definitivamente en el conjunto eficiente entre T_L y T_B.

Ilustración 3.2. Riesgo y rendimiento cuando el portafolios de mercado es eficiente

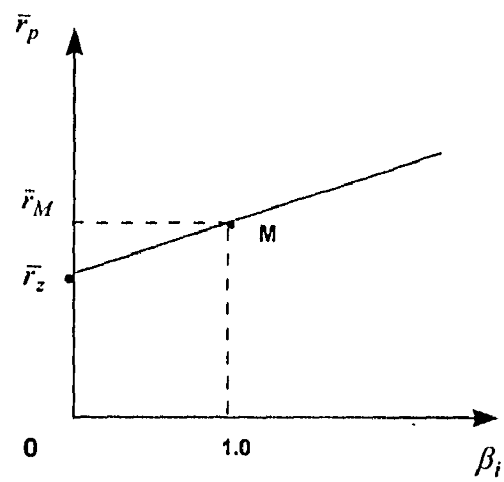


La ilustración 3.2 muestra un caso en el cual el portafolios de mercado, (denotado por el punto M) es eficiente. En la primera gráfica se ha dibujado una línea que es tangente al conjunto eficiente en el punto M. Cuando esta línea se extiende al eje vertical, la intersección resultante se denota como $\bar{r}_z$. En la segunda gráfica únicamente se muestra la línea tangente.

Una característica sorprendente de la ilustración 3.2 es que : es precisamente la misma figura que se produciría en un mercado en el que los inversionistas pueden prestar y pedir prestado sin límite con una tasa libre de riesgo hipotética igual en valor a $\bar{r}_z$. Mientras que el único punto a lo largo de línea que emana de $\bar{r}_z$ sea alcanzable, los rendimientos esperados de valores riesgosos serán los mismos que podrían tenerse en un mercado hipotético con préstamos a la tasa $\bar{r}_z$. Es decir, todos los valores riesgosos (y los portafolios formados por éstos) se representarían a lo largo de una línea del mercado de valores que pasara por el punto $\bar{r}_z$, como se muestra en la ilustración 3.3.

La intersección vertical de la línea del mercado de valores indica el rendimiento esperado en un valor o un portafolios con una beta igual a cero. Por consiguiente, esta extensión del CAPM se conoce el *Modelo de Fijación de Precios de los Activos de Capital Beta-Cero*. Esta versión del CAPM implica que la línea del mercado de valores será más plana que la que implica la versión original, dado que $\bar{r}_z$ está por debajo de r_{fL}. En forma práctica, esto significa que $\bar{r}_z$ debe inferirse de los precios de los valores riesgosos, dado que no puede encontrarse simplemente en las cotizaciones de los precios comunes de los Certificados de la Tesorería, por ejemplo. Muchas organizaciones que se dedican a estimar la línea del mercado de valores, generalmente han encontrado que esta satisface más al CAPM Beta-Cero que al CAPM original.

Ilustración 3.3 La línea del mercado de valores "beta-cero"



En los casos en que el pedir prestado es o imposible o cuesta más si uno pide prestado cantidades mayores, llevan sólo a una pequeña modificación en las conclusiones. En tanto que el portafolios de mercado sea eficiente, todos los valores se encontrarán a lo largo de una línea del mercado de valores, pero el rendimiento beta-cero excederá la tasa libre de riesgo a la cual son invertidos los fondos.

3.1.1.2 *Certidumbre sobre las Tasas de Interés y la Inflación*

Dado que la inflación afecta tanto a los activos riesgosos como a los libres de riesgo, la inflación por sí sola podría causar interdependencia de R_m y R_f (o entre R_m y R_z). Dado que la inflación es un fenómeno actual, examinemos sus efectos. Como resultado de la inflación, ¿Es la interdependencia de R_f y R_m el único problema que se presenta para el CAPM? Hasta ahora, nuestro entendimiento de la relación entre los rendimientos del mercado y las expectativas de los inversionistas sobre la inflación es limitado. Por algún tiempo se pensó que las acciones actuaban como una cobertura contra la inflación; los rendimientos de los mercados estaban correlacionados positivamente con la inflación. Lintner (1975) enfatizó nuestro poco conocimiento del impacto inflacionario. El sugiere que existe una relación negativa entre los rendimientos y la inflación. Durante los periodos de inflación, la tasa de rendimiento de las empresas y su valor de capital se reducen porque la empresa incrementa su dependencia en el financiamiento externo. La necesidad de financiamiento adicional es causada por prácticas contables que son insensibles a la inflación. La suya es solo una explicación de los efectos de la inflación en los rendimientos. La pregunta es, ¿cómo afecta la inflación las bases del CAPM?

El CAPM ha sido adaptado para considerar la inflación. Biger (1975) llegó a la conclusión de que la inflación incierta cambiaría la composición de los portafolios óptimos. El sugirió que un modelo más preciso sería:

$$R_j = R_f \ \ real + inflación + \beta_i (R_m - R_f)$$

Sin embargo, ese modelo es aún simplista. Hagerman y Kim (1976) sugirieron una adaptación más compleja que tomara en cuenta la inflación.:

$$E(\overline{R}_j) = E(\overline{R}_f) + \frac{covarianza(R_j, R_m - R_f)}{covarianza(R_m, R_m - R_f)} \left[E(\overline{R}_m) - E(\overline{R}_f) \right]$$

El cambio está en el segundo término, el término beta. En el modelo simple, este término es:

$$\frac{covarianza(R_j, R_m)}{varianza \ \ R_m}$$

indicando que Hagerman y Kim esperaban una interrelación entre los rendimientos del mercado, los rendimientos de las acciones, y la inflación.

La suya no es la única versión del CAPM ajustado a la inflación. Landskroner y Losq (1976) dieron otra adaptación para el CAPM. Todos los factores están expresados en términos nominales:

$$E(R_j) = R_f + cov(R_j, R_p) + \frac{E(R_m - R_f) - cov(R_m, R_p)}{\alpha\sigma_m^2 - cov(R_m, R_p)} cov(R_j, R_m) - cov(R_m, R_p)$$

donde

R_p = Tasa de inflacion esperada

α = Porcentaje del capital total en inversiones riesgosas

Cuando la correlación entre el rendimiento de los activos y la tasa de inflación es positiva, el modelo arroja un costo de capital menor que el que se obtendría con el CAPM original. Si la inflación se incrementa, también los rendimientos lo hacen. En épocas de inflación incierta, el tamaño de los errores del CAPM original se magnifican. El costo real de capital sería estimado incorrectamente y no serviría de mucho.

Con la exposición anterior se desea demostrar la diversidad de las adaptaciones y mostrar la creciente complejidad de los resultados. Desafortunadamente, no sabemos cual de todos los modelos, si existe alguno, es más preciso. Nuestro entendimiento de la inflación y nuestra habilidad para adaptar el modelo para complejos impactos de ésta aún son primitivos. No obstante, estamos seguros de que el modelo original no representa propiamente ni siquiera nuestro limitado entendimiento de la inflación. El CAPM original descansa en la existencia de un activo libre de riesgo que no covaria con el mercado. La inflación por sí sola hace que la existencia verdadera de ese activo sea poco probable y hace que la covarianza del activo con riesgo mínimo con otros activos sea más lógica. El resultado de estas imprecisiones es un modelo que describe al mundo incorrectamente, y por lo tanto, no se debe confiar ciegamente en el CAPM.

Relajar el supuesto vii de la Teoría de Mercado de Capital, el cual establece que no existen cambios anticipados en la inflación o en las tasas de interés suscita dudas sobre si una tasa de libre de riesgo *ex-ante* es "verdadera" o no. Los bonos que emite la Tesorería son vistos como una aproximación de la tasa libre de riesgo, sin embargo, a pesar de que los Bonos de la Tesorería no contengan un riesgo intrínseco, sus rendimientos variarán con los cambios no anticipados en la tasa de inflación. De ahí que exista cierta variación en los rendimientos de los Bonos de la Tesorería, la cual está directamente relacionada con variables macroeconómicas, y de ahí que los Bonos de la Tesorería no sean "libres de riesgo". Este problema de varianza en los rendimientos puede resolverse parcialmente ajustando el vencimiento de los valores de la Tesorería con el horizonte de inversiones del portafolios.

3.1.1.3 Divisibilidad de la Inversión

El impacto de relajar el supuesto v en el CAPM, el cual sostiene que es posible vender o comprar cualquier porción de un valor o de un portafolios, es ciertamente poco importante en comparación con las consecuencias de relajar otros supuestos. La Línea del Mercado de Valores se representaría por segmentos discretos o continuos más que por un segmento de línea sólido o continuo. De ahí que los portafolios con todas las posibles combinaciones de riesgo y rendimiento no estarían disponibles.[39]

---

[39] De hecho, es posible que un inversionista compre fracciones de acciones comunes. Por ejemplo, Merrill Lynch tiene un programa conocido como "*Blueprint Program*" en el que se puede invertir en acciones, fondos mutuos y metales preciosos por cantidad de dólares. Con este programa, los inversionistas pueden adquirir fracciones de acciones u onzas, en el caso de los metales, y no solo toda una unidad.

3.1.1.4 *Impuestos, Costos de Transacción e Información y Equilibrio de Mercado.*

Diversas reformas fiscales han eliminado el tratamiento favorable dado a las ganancias de capital a largo plazo; normalmente las tasas de impuestos sobre ganancias de capital y sobre ingresos ordinarios son iguales. Sin embargo, el inversionista aún tiene control sobre la programación de los impuestos en las ganancias de capital. Los ingresos ordinarios, por ejemplo, los dividendos en efectivo, generalmente no son controlados por el inversionista. Por otra parte, el inversionista puede decidir cuando tomará las ganancias de capital y por lo tanto, cuando pagará los impuestos asociados con esas ganancias. Además, el efecto de los impuestos se manifiesta por si mismo no sólo por las tasas diferenciales de tasación entre inversionistas individuales sino también en la aplicabilidad de la ley fiscal a los tipos de inversionistas y a los instrumentos de inversión. Más aún, la inmensa mayoría de acciones preferentes están en manos de empresas porque pueden excluir una porción de los dividendos de acciones preferentes de impuestos.

El CAPM ha sido adaptado para incluir los impuestos. Entre otros, Brennan (1971) ha demostrado que la relación riesgo-rendimiento será lineal a pesar de las distintas tasas de impuestos sobre las ganancias de capital y los dividendos, si el pago de dividendos es un hecho seguro. El modelo de Brennan es considerablemente más complejo que el CAPM original. Más aún, la pendiente y la intersección que resultan de ese modelo no serán las mismas producidas por el CAPM original. Usando su modelo, entre más elevados sean los dividendos del valor después del impuestos, mayores son los rendimientos esperados después de impuestos. La adaptación de Brennan sería especialmente importante para las empresas con un alto pago de dividendos.[40]

Más recientemente, Vandell y Pontius (1980), investigando una adaptación única del concepto de duración usado por analistas de bonos, demostraron que los dividendos eran un factor más determinante en el rendimiento que el riesgo (beta). Este modelo no describe una línea del mercado de valores sino un plano del mercado de valores. Además del riesgo y el rendimiento, la tasa de impuestos se agrega como una tercera dimensión. El atractivo relativo de los valores cambia, dependiendo de la tasa individual de impuesto aplicado. Un valor que parecería valuado en forma justa usando el CAPM original podría ser muy atractivo para un inversionista con tasación baja pero poco interesante para un inversionista altamente tasado.

Claramente, los inversionista tendrán los tipos de inversiones que les brinden la mayor ventaja fiscal. De ahí que, en una base después de impuestos, los

---

[40] Véase D. R. Harrington, "*The Changing Use of the Capital Asset Pricing Model in Utility Regulation*", *Public Utilities Fortnightly*, August 13, 1961

inversionistas tendrán diferentes perspectivas en lo que comprende un portafolios eficiente, resultando en Líneas de Mercado de Valores más individualizadas.

Eliminar el supuesto de no existencia de costos de transacción e información crea un rango de posibles Líneas de Mercado de Valores, porque la existencia de costos de transacción permitiría un cierto grado de desequilibrio en los mercados de capital. Esto es, el incremento en el rendimiento esperado que se tendría al descubrir un valor subvaluado no sería lo suficientemente grande para compensar por los costos de transacción asociados con el hecho de tomar ventaja de la situación de subvaluación. La amplitud de la banda alrededor de la Línea del Mercado de Valores estaría, entonces, en función del tamaño de los costos de transacción. Dado que (1) *una gran proporción de las transacciones de valores las realizan instituciones que tienen costos de transacción muy bajos*, (2) *las comisiones y transacciones son negociables* y (3) el *número de casas de corretaje de descuento se ha incrementado*, el tamaño de la banda alrededor de la Línea del Mercado de Valores es relativamente angosto.

La misma lógica que creó un rango de Líneas de Mercado de Valores para los costos de transacción se aplica a los costos de información. El costo de adquirir información e investigación debe ponderarse contra el posible incremento de rendimientos obtenido al usar esta información. Por ejemplo, las corredurías tienen costos de comisión más bajos pero no brindan servicios de investigación a sus clientes. Para adquirir esta información, el inversionista debe negociar con la fuente de información, un corredor especializado con un costo de transacción más alto. En algún punto, el incremento en el rendimiento esperado será opacado por los altos costos de transacción, y de ahí que existirá una situación de desequilibrio.[41]

3.1.2 Expectativas Heterogéneas

Algunos investigadores han examinado las implicaciones de asumir que diferentes inversionistas tienen distintas percepciones acerca de los rendimientos esperados, las desviaciones estándar y las covarianzas. Más específicamente, el

---

[41] Los estudios sobre el efecto del tamaño de la empresa en el rendimiento ilustran el impacto de los costos de transacción e información. Dejando de lado la cuestión de si el CAPM especifica en forma correcta o no el rendimiento esperado, estos estudios revelaron que las empresas pequeñas, en términos del valor de mercado total, brindan rendimientos mayores que grandes empresas con niveles similares de riesgo sistemático. Cuando se consideran los costos de transacción e información y los premios por liquidez, no es clara la superioridad de los rendimientos netos para empresas pequeñas. Véase R. W. Banz, *"The Relationship between Return and Market Value of Common Stocks"*, Journal of Financial Economics, March, 1981, 3.18; Marc R. Reinganum, *"Abnormal Returns in Small Firm Portfolios"*, Financial Analysts Journal, March-April, 1981, 52-57; Hans R. Stoll and Robert E. Whaley, *"Transaction Costs and the Small Firm Effect"*, Journal of Financial Economics, June, 1983, 57-80; Avner Arbel and Paul Strebel, *"Pay Attention to Neglected Firms!"*, Journal of Portfolio Management, Winter, 1983, 37-42.

supuesto de expectativas homogéneas ha sido reemplazado por estos investigadores por un supuesto de *expectativas heterogéneas*.

En uno de estos estudios se resaltó que cada inversionista enfrentaría un conjunto eficiente único para él.[42] Esto significa que el portafolios tangente es único para cada inversionista dado que las combinaciones óptimas de activos riesgosos para un inversionista dependen de las percepciones del inversionista acerca de los rendimientos esperados, las desviaciones estándar y las covarianzas. Más aún, un inversionista probablemente determinará que su portafolios tangente no involucre una inversión en algunos valores (esto es, ciertos valores podrán tener una proporción cero en su portafolios de tangencia) Sin embargo, la línea del mercado de valores se mantendrá. Esto se demostró agregando las tenencias de todos los inversionista, y recordando que en el equilibrio cada precio de los valores debe estar en un nivel donde la cantidad del valor demandado equivale a la provisión del valor. Ahora, sin embargo, el rendimiento esperado de equilibrio para cada valor será un complejo promedio ponderado de todas las percepciones de los inversionistas sobre su rendimiento esperado. Esto es, desde el punto de vista de un inversionista representativo o promedio, cada valor será cotizado justamente de tal forma que su rendimiento esperado (como lo percibe el inversionista) estará relacionado en forma lineal y positivamente con su beta.

3.1.3 Liquidez

El CAPM original asume que los inversionistas están únicamente interesados en el riesgo y el rendimiento. Sin embargo, otras características pueden también resultar importantes para los inversionistas, por ejemplo, la *liquidez*. Aquí, la liquidez se refiere al costo de comprar o vender un valor en "un apuro". Por ejemplo, una casa se ve como una inversión relativamente no líquida, dado que usualmente no se puede obtener un precio "justo" rápidamente. En términos de valor, la liquidez puede ser medida por el tamaño de la dispersión entre los precios ofrecidos y los demandados, teniéndose que las dispersiones más pequeñas sugieren mayor liquidez. Más aún, es razonable asumir que muchos inversionistas encontrarían los portafolios más líquidos como los más atractivos, permaneciendo todos los demás supuestos iguales. Para algunos esto es muy importante, para otros, algo importante; y aún para otros, esto tiene poca importancia.

Bajo estas condiciones, los precios de los valores se ajustarían hasta que, en general, los inversionistas estuvieran conformes con poseer los valores que han sido expedidos y vendidos. El rendimiento esperado de un valor se basaría en dos características del valor:

---

[42] John Linter, "*The Aggregation of Investor's Diverse Judgements and Preferences in Purely Competitive Security Markets*", Journal of Financial and Quantitative Analysis, no. 4, (December 1969); 347-400

- La *contribución marginal del valor al riesgo en un portafolios eficiente*. Esto se mide por la beta de cada valor, (β_i).
- La *contribución marginal del valor a la liquidez de un portafolios eficiente*. Esto se mide por la liquidez de cada valor, (L_i)

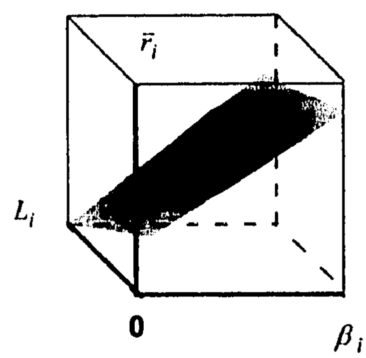
Ahora, al igual que a los inversionistas les disgustan los valores grandes de β_i también les atraen los valores grandes de L_i. Esto significa que dos valores con la misma beta pero diferente liquidez no tendrán el mismo nivel de rendimiento esperado. Para entender esto consideremos que pasaría si tuvieran el mismo nivel de rendimiento esperado. En tal situación los inversionistas comprarían el valor con la mayor liquidez y venderían el de menor liquidez. Esto empujaría al precio del primer valor hacia arriba y al precio del segundo hacia abajo. Esencialmente, en el equilibrio, la cantidad demandada debería equivaler a la cantidad ofrecida y el valor con mayor liquidez tendría un rendimiento esperado relativamente bajo. En forma similar, dos valores con la misma liquidez pero con betas diferentes no tendrían el mismo nivel de rendimiento esperado. En cambio, el valor con la beta mayor tendría un rendimiento esperado mayor.

La ilustración 3.4 muestra la relación de equilibrio que se esperaría entre $\bar{r}_i$, β_i, y L_i. Para un nivel dado de β_i, los valores más líquidos tendrán rendimientos esperados menores. Y para un nivel dado de L_i, los valores más riesgosos tendrán rendimientos esperados mayores como en el CAPM original. Finalmente, existen valores con varios niveles de β_i y L_i que brindan el mismo nivel de $\bar{r}_i$. La figura ahora es tridimensional dado que los rendimientos esperados están relacionados con dos características de los valores. De acuerdo a lo anterior, a esta figura algunas veces se le conoce como el Plano del Mercado de Valores.[43]

---

[43] El término Plano del Mercado de Valores fue adoptado por primera vez por el Well Fargo Bank. Una explicación más amplia sobre la relación entre liquidez y rendimiento la presenta Yakov Amihud y Haim Mendelson, "*Liquidity and Stock Returns*", Financial Analysts Journal 42, no. 3, (May/June 1986): 43-48, y en "*Asset Pricing and the Bid-Ask Spread*", Journal of Financial Economics 17, no. 2 (December 1986): 223-49.

Ilustración 3.4 Plano del mercado de valores



Si los rendimientos esperados se basaran en las betas, la liquidez y una tercera característica, entonces sería necesario tener un CAPM de cuatro dimensiones para describir el equilibrio correspondiente.[44] A pesar de que no se podría graficar un diagrama para esta extensión del CAPM, sí se podría obtener una ecuación para éste. Tal ecuación, como analogía al plano tridimensional, estaría en términos de un hiperplano. En el equilibrio, todos los valores se encontrarían en un hiperplano del Mercado de Valores, donde cada eje mediría la contribución de un valor a una característica del portafolios eficiente que interesa, en promedio, a los inversionistas.

La relación entre el rendimiento esperado de un valor y su contribución a una característica en particular del portafolios eficiente depende de la actitud de los inversionistas a esta característica. Si, en promedio, los inversionistas buscan una característica (como la liquidez), entonces aquellos valores que contribuyan más a esta característica ofrecerán rendimientos esperados menores. Recíprocamente, si los inversionistas rechazan una característica (como la beta), aquellos valores que contribuyen más a esta característica, ofrecerán rendimientos esperados mayores.

---

[44] En algún momento se pensó, en Estados Unidos, que los impuestos serían la tercera característica de los valores. Esto porque antes de la reforma fiscal en 1986 la tasa de impuestos sobre ingresos provenientes de ganancias de capital era menor que la tasa de impuestos sobre ingresos por dividendos. Considerando estas tasas, se encontró que el rendimiento esperado antes de impuestos de un valor era una función lineal positiva de su beta y de sus dividendos. Es decir, entre mayores fueran los dividendos o bien la beta de los valores, mayor sería el rendimiento esperado antes de impuestos. La razón por la que los valores con mayores dividendos tendrían un rendimiento antes de impuestos mayor es que estos serían tasados con mayor severidad. Una discusión sobre si los dividendos influyen o no en los rendimientos antes de impuestos se presenta en los estudios de M.J. Brennan, "*Taxes, Market Valuation and Corporate Financial Policy*", National Tax Journal 23, no. 4 (December 1970): 417-27, y Thomas E. Copeland and J. Red Cestón, "*Financial Theory and Corporate Policy*", Addison Wesley, 1988.

En un mercado de capitales con muchas características relevantes, la tarea de diseñar un portafolios para un inversionista específico es más compleja dado que sólo un inversionista con actitudes promedio y en circunstancias promedio aceptaría el portafolios de mercado. En general, si a un inversionista le agrada más una característica (o le desagrada menos) que al inversionista promedio, éste tendrá un portafolios que contenga esta característica más que lo que le brinda al tener el portafolios de mercado. Recíprocamente, si un inversionista prefiere menos una característica (o le disgusta más) que el inversionista promedio, éste generalmente tendrá un portafolios con menor proporción de esta característica que lo que le brinda la tenencia del portafolios de mercado.

Por ejemplo, considérese un inversionista que prefiere tener un portafolios relativamente líquido. Este inversionista tendrá un portafolios que consista relativamente en más valores líquidos. Recíprocamente, un inversionista que tenga poca necesidad de liquidez debería tener un portafolios con valores relativamente no líquidos.

La consideración correcta de la "balanza" fuera de las proporciones de mercado depende de la extensión de las diferencias entre las actitudes de un inversionista y las del inversionista promedio [illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

En un mercado de capitales con muchas características relevantes, la tarea de diseñar un portafolios para un inversionista específico es más compleja dado que sólo un inversionista con actitudes promedio y en circunstancias promedio aceptaría el portafolios de mercado En general, si a un inversionista le agrada más una característica (o le desagrada menos) que al inversionista promedio, éste tendrá un portafolios que contenga esta característica más que lo que le brinda al tener el portafolios de mercado. Recíprocamente, si un inversionista prefiere menos una característica (o le disgusta más) que el inversionista promedio, éste generalmente tendrá un portafolios con menor proporción de esta característica que lo que le brinda la tenencia del portafolios de mercado.

Por ejemplo, considérese un inversionista que prefiere tener un portafolios relativamente líquido. Este inversionista tendrá un portafolios que consista relativamente en más valores líquidos. Recíprocamente, un inversionista que tenga poca necesidad de liquidez debería tener un portafolios con valores relativamente no líquidos.

La combinación correcta de la "balanza" fuera de las proporciones de mercado dependerá de la extensión de las diferencias entre las actitudes de los inversionistas y las del inversionista promedio y del riesgo agregado que involucra tal estrategia. Un mercado de capitales complejo requiere todas las herramientas de la teoría moderna de portafolios para manejar el dinero de cualquier inversionista que sea significativamente distinto del "inversionista promedio". Por otra parte, en tal ámbito, el manejo de inversiones debería ser relativamente pasivo, es decir, después de la selección de un portafolios inicial, deberían haber cambios menores y poco frecuentes.

3.2 Pruebas del CAPM

Los supuestos sobre los que descansa el CAPM son restrictivos, como sabemos, ya que abstraen la realidad en forma que nos parece falsa. Nosotros pagamos impuestos de acuerdo a distintas tasas; los costos de transacción existen, así como la inflación, y el pedir prestado y prestar con tasas libres de riesgo iguales es poco factible. Es fácil encontrar evidencias de que el mundo es bastante diferente de lo postulado por el CAPM.

El CAPM ha sido adaptado para hacerlo más realista. En secciones previas se han discutido algunas de estas adaptaciones, la mayoría de las cuales predice líneas de mercado múltiples o presenta una línea de mercado con una intersección más alta y una pendiente más baja que la que el CAPM predice.

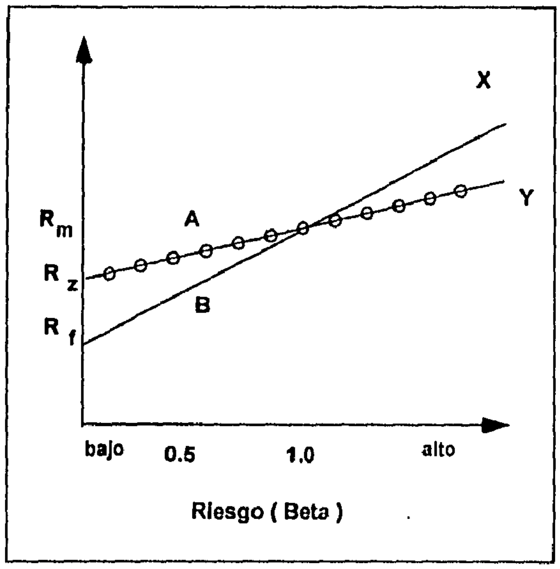
A pesar de que muchos de estos modelos son útiles, todos dejan algo que desear. No sabemos cuál de las adaptaciones es teóricamente correcta o apropiada. Por separado, cada adaptación cambia la teoría en dos direcciones; si se unen estas adaptaciones se tiene un efecto incierto.

Hasta este momento sólo hemos abordado la teoría. En esta sección se examinan pruebas empíricas del CAPM que diversos investigadores realizaron al preguntarse: ¿Es el modelo realista?, ¿Brinda una buena descripción del comportamiento del inversionista? Las pruebas que se reportan a continuación son, en su mayor parte, pruebas de qué tan bien se ajusta el modelo a la historia. El propósito de revisar cada prueba es determinar si el CAPM se ajusta al mundo real, y si no lo hace, determinar el origen y el tamaño de las discrepancias entre el modelo y la realidad.

La forma del modelo es simple, por lo tanto, es vulnerable a dos fuentes potenciales de error. El primer problema potencial es que la forma del modelo simplemente puede ser errónea. En lugar de que la relación entre el riesgo y el rendimiento sea lineal, ésta podría ser no lineal, (por ejemplo, la "verdadera" línea de mercado podría tener forma de "J"). Un modelo que es incorrecto se denomina *mal especificado.* El segundo problema potencial es la austeridad: el modelo puede no incluir todo los factores relevantes. Si un cierto factor (o factores) influyen en la forma en que los inversionistas determinan el precio de un activo, y si ese factor o factores no son incluidos en el CAPM original, el modelo es *inadecuado* para describir el comportamiento real de los inversionistas.

Si el modelo está mal especificado o es inadecuado, ésta es difícil de usar. Un ejemplo del resultado real y práctico de una mala especificación se muestra en la ilustración 3.5. La línea R_fX es la línea del mercado de capital teórica. La intersección está en R_f, de acuerdo a lo que la teoría dice debería ser, y la pendiente indica el incremento en el rendimiento por cada unidad adicional de riesgo. La línea R_zY indica un tipo de línea de mercado postulado por cualquiera de las adaptaciones anteriormente discutidas. La intersección está por arriba de R_f y la pendiente es menos inclinada.

Ilustración 3.5 Línea de Mercado Teórica



Ahora, examinando las dos líneas en la ilustración 3.5, pongámonos en la posición de determinar las tasas para una empresa de servicio público. Al determinar la tasa permitida de rendimiento, la comisión de la empresa de servicio público intenta fijar las tasas que se cobran a los clientes en un nivel tal que cubra todos los costos de proveer la electricidad, el gas o el servicio telefónico, incluyendo los costos de capital. Por lo tanto, la comisión necesita una estimación del costo de capital de la empresa. Dado que las empresas de servicios públicos generalmente tienen betas menores a uno, el efecto de una línea de mercado mal especificada es una subestimación del costo de capital. (Por supuesto, para acciones con betas que excedan las del mercado, el efecto es el contrario, una sobreestimación.) Para la empresa de servicios públicos en cuestión, la tasa permitida de rendimiento sería menor al verdadero costo de capital de la empresa.

Veamos el efecto de una mala especificación desde otro punto de visa. Si ahora somos un ejecutivo de portafolios en una organización de manejo de inversiones y tratamos de mantener o atraer clientes en el largo plazo, ¿dónde deberíamos colocar el portafolios considerando el riesgo? ¿Qué pasa si conocemos que la teoría representa una línea de mercado incorrectamente, como se muestra en la ilustración? Si los clientes eventualmente evaluaran nuestra actuación comparando con esta línea de mercado teórica e incorrecta, ¿elegiríamos colocar nuestro portafolios con una beta baja o una beta elevada?. Si el portafolios fuera de bajo riesgo, el CAPM original pronosticaría un rendimiento menor que el pronosticado por el modelo reespecificado. Si nuestro rendimiento fuera exactamente igual al rendimiento pronosticado por el modelo reespecificado, en la línea RzY, parecería que habríamos superado el promedio. Este desarrollo superior no es azar sino simplemente el resultado de comparar resultados reales con predicción hechas por un mal modelo. Contrariamente, el ejecutivo de portafolios tomador de riesgos consistentemente parecería tener una mala actuación cuando fuera evaluado con la línea de mercado de capital del CAPM.

Existen otras posibles líneas de mercado, curvas, pendientes e intersecciones. La ilustración 3.5 simplemente muestra los problemas prácticos que pueden resultar de un modelo que está mal especificado. Un modelo erróneo puede llevar a los inversionistas, y a aquellos que evalúan su desarrollo, a conclusiones erróneas y a decisiones erróneas.

¿Es el CAPM inadecuado o está mal especificado? De ser así, ¿cuál es la relación real entre los factores que afectan los precios de las acciones? Recordemos que para que un modelo sea útil , no necesita ser una representación exacta del sistema que busca describir. Eso es lo que nos gustaría, porque un modelo que describe adecuadamente un sistema tan complejo como el comportamiento de los inversionistas sería más útil. Sin embargo, estaríamos satisfechos si el modelo pudiera ser usado para hacer predicciones. El problema con un modelo predictivo pero no descriptivo es que si cualquiera de los factores causales cambia en forma importante, no podemos examinar el cambio ni podemos predecir su efecto resultante en la relación.

La pregunta es, ¿qué es el CAPM?. Es un predictor útil, un buen descriptor, ambos o ninguno de lo dos? Veamos las investigaciones encontradas. A continuación sólo se presenta una pequeña muestra de la oleada de trabajos realizados y publicados al respecto.

3.2.1 Mala Especificación

Existen dos pruebas básicas de la confiabilidad del modelo. Para determinar si el modelo explica el comportamiento pasado, los investigadores han estudiado la actividad pasada del mercado (*ex post data*) para encontrar si las relaciones fueron las mismas que las pronosticadas por el modelo. Para determinar si el modelo predice el comportamiento futuro, los datos pasados han sido probados contra la historia reciente.

Usar la historia para cualquiera propósito crea algunos problemas. Primero, las expectativas o las creencias de los inversionistas no están siendo realmente probados; más bien, de hecho lo que está bajo estudio es lo que ha ocurrido. El problema es que no existe una razón para creer que los resultados realizados o *ex post* serán similares en algo a las predicciones que los inversionistas hicieron al inicio del periodo. Al usar la historia, estamos mezclando dos conjuntos de datos: estamos mezclando las expectativas con lo realizado. Esta mezcla de datos es una dificultad inherente en la prueba de un modelo de expectativas. Sólo recientemente es que se ha comenzado a trabajar específicamente con las expectativas, los datos *ex ante*.[45] Sin embargo, los resultados son aún enteramente tentativos como para confiar en ellos. Hasta que se trabaje más en crear y probar datos *ex ante*, es importante tener en mente que tenemos un problema con los datos. Conforme se traten las pruebas históricas del CAPM, trataremos de interpretar los resultados así como sus implicaciones, dado el problema de los datos.

3.2.1.1 *Pendiente e Intersección: ¿El Modelo Describe al Mundo Real?*

Hasta este momento hemos revisado algunos conceptos interesantes sobre el CAPM y la realidad. Algunos de los primeros trabajos probaron datos realizados (históricos) contra datos generados por portafolios simulados. Los primeros estudios de Douglas (1969) y Lintner (1969) mostraron discrepancias entre lo que se esperaba en base al CAPM y las relaciones reales que aparentemente existían en los mercados de capitales. Teóricamente, la tasa mínima de rendimiento de los portafolios, (la intersección) y la tasa real libre de riesgo deberían haber sido las mismas. No lo fueron.

Estos primeros resultados causaron cierto interés. Muchos analistas sugirieron que las pruebas eran erróneas y que, por lo tanto, no podían brindar resultados precisos.[46] Sin embargo, los resultados de Douglas y Lintner pudieron haber sido causados por uno de dos factores: el CAPM pudo haber sido erróneo o la prueba fue defectuosa. Otros investigadores reformularon los procedimientos de la prueba, y esos nuevos procedimientos fueron probados en distintos datos con la esperanza de obtener resultados más precisos. Una hipótesis que se volvió a probar fue que las aproximaciones usadas para R_m y R_f (el CAPM no brinda dirección alguna sobre como usar los datos del mundo real) están correlacionadas. Por lo tanto, estas aproximaciones producirían una intersección más elevada y una pendiente menos inclinada de lo que sería realista, los mismos resultados que Douglas y Lintner habían obtenido. Estas dobles pruebas no encontraron que este problema causara los resultado. La conclusión fue que los hallazgos de Douglas y Lintner pudieron haber sido causados por un modelo defectuoso. El CAPM original podría ser incorrecto.

---

[45] Véase W. Lewellen, R. Lease, and G. Schlarbaum, *"Patterns of Investment Strategy and Behaviour among Individual Investors"*, *Journal of Business*, May 1977, pp. 296-333; o R. F. Vandell and J. Stevens, *"Personal Taxes and Security Pricing"*, *Darden School Working Paper #80-15*, (Charlotesville, Va.: Darden Graduate School of Business Administration, 1980)

[46] Véase Merton Miller y M. Scholes, *"Rate of Return in Relation to Risk: A Re-examination of Some Recent Findings"*, in *Studies in he Theory of Capital Markets*, de. M. Jensen (New York: Praeger, 1972), pp 47-78

Miller y Scholes (1972) reformularon los procedimientos de la prueba para abordar otros problemas: ¿es la forma del modelo correcta? (es decir, ¿el riesgo y el rendimiento están relacionados linealmente?), ¿es la beta la mejor medida del riesgo?, ¿la elección del índice puede cambiar los resultados?, ¿la beta está correlacionada con el riesgo no sistemático?, ¿los rendimientos podrían ser no normales?. Cualquiera de esos problemas pudo haber causado los resultados de Lintner. En el típico lenguaje académico, Miller y Scholes concluyeron que no habían encontrado una buena razón para rechazar los resultados de Lintner. Estos resultados pudieron haber sido un reflejo preciso del mundo, en otras palabras, el modelo pudo haber sido incorrecto. A pesar de que el estudio de Miller-Scholes no fue capaz de desacreditar los resultados de Lintner, sí brindó un sólido comienzo en el diseño de estudios futuros.

Otro estudio, ahora más famoso que el de Lintner, fue el realizado por Black, Jensen y Scholes (1972). Lintner había usado lo que se conoce como el método de corte transversal, (examinando los rendimientos de un número dado de acciones durante un periodo de tiempo), mientras que Black, Jensen y Scholes utilizaron el método de series de tiempo (utilizando rendimientos para un número dado de acciones durante varios periodos de tiempo) Para realizar su prueba, Black, Jensen y Scholes asumieron que lo que había ocurrido en el pasado era una buena aproximación de las expectativas de los inversionistas (un supuesto que con frecuencia aparece en las pruebas del CAPM). Utilizando datos históricos, se generaron estimadores a través de lo que se conoce como el modelo de mercado:

$$R_{jt} = \alpha_j + \beta_j \, (R_{mt}) + \varepsilon_j$$

donde:

R = los rendimientos totales

β = la pendiente de la recta (el incremento en el rendimiento por unidad de riesgo)

α = la intersección o constante (se espera que sea cero a través del tiempo y para todas las empresas)

ε = un término error (se supone aleatorio, sin información)

m = una aproximación del mercado

j = la empresa o portafolios

t = el periodo de tiempo

En lugar de utilizar acciones por separado, formaron portafolios en un esfuerzo por eliminar o reducir una fuente de error dado; que las betas de las empresas individuales son bastante inestables.

En base al CAPM, se esperaba encontrar:

1. Que la intersección era igual a la tasa libre de riesgo (utilizando como ésta a la tasa de los Bonos de la Tesorería)
2. Que la línea de mercado del capital tenía una pendiente positiva y que las acciones más riesgosas (con una beta mayor), brindaban rendimientos mayores

En cambio, encontraron:

1. Que la intersección era diferente de la tasa libre de riesgo
2. Que los valores con más riesgo ganaron menos y las de bajo riesgo ganaron más de lo pronosticado por el modelo
3. Que la intersección parecía depender de la beta de cualquier activo: acciones con betas grandes tenían una intersección diferente que acciones con betas pequeñas.

Estos resultados como se aprecia, son similares a los encontrados por Lintner, por lo que muchos otros investigadores se vieron en la necesidad de verificarlos. Fama y MacBeth (1974) criticaron el estudio de Black, Jensen y Scholes (después llamado BJS), y en una reformulación de su estudio confirmaron sus primeros resultados. Encontraron también que la intersección excedía la aproximación libre de riesgo, pero no encontraron evidencia suficiente para apoyar las otras conclusiones del estudio BJS.

Los resultados controversiales u opuestos no son raros en las pruebas de este modelo. Con cada nueva pieza de investigación, se ganaba perspectiva en los enfoques que se debían tomar en cuenta para probar el modelo. Sin embargo, para 1974, la mayoría de los investigadores acordaron que la intersección excedía la pronosticada por el CAPM, R_f, la cual era aproximada por las tasas de rendimiento de los Bonos de la Tesorería.

Un estudio más estableció mayor claridad en esos hallazgos. Fama y MacBeth, (1973) calcularon la prima de riesgo real y pronosticaron la intersección en un periodo de 1935 a 1968, y para una variedad de subperiodos. Ellos utilizaron una técnica que disminuyó la inestabilidad de las betas para valores individuales ya que formaron portafolios y los restructuraron (agrupándolos por sus betas) al inicio de cada año. Los rendimientos de estos grupos se relacionaron con los rendimientos del mercado en cada periodo. Si el modelo fue preciso, Fama y MacBeth debieron haber encontrado una intersección igual a la tasa libre de riesgo para el periodo. El Cuadro 3.1 muestra una adaptación de sus resultados, en las cuales, en ningún periodo la intersección del estudio concuerda con la tasa de los Bonos de Tesorería. De hecho, Fama concluyó que sólo en un periodo (1961 - Junio 1968), el modelo describió bien al mercado. Fama dijo que su hallazgo lo había llevado a "una conclusión negativa con respecto a la hipótesis de Sharpe y Lintner" (el CAPM).[47]

Cuadro 3.1 Pruebas del modelo de dos factores (tasas de rendimiento anuales)

Fecha	Intersección	R_f *	Intersección - R_f
1935-36/1968	7.5 (3.8)**	1.7	5.8
1935-1945	4.7 (5.2)	0.2	4.5
1946-1955	10.9 (2.6)	1.2	9.7
1956-1968	7.4 (3.0)	3.3	4.1
1935-1940	2.9 (6.4)	0.2	2.7
1941-1945	6.9 (3.4)	0.3	6.6
1946-1950	6.1 (3.1)	0.7	5.4
1951-1955	15.8 (1.9)	1.7	14.1
1956-1960	19.2 (2.0)	2.0	16.4
1961-6/1968	1.2 (3.4)	4.6	-3.4

* Desviación estándar del estimador
** Rendimientos reales de los Bonos de la Tesorería para el periodo

Fuente: E. F. Fama and J. D. MacBeth, *"Risk, Return and Equilibrium Empirical Tests"*, *Journal of Political Economy*, 71, (May-June 1973), pp. 622-23

Con este estudio se encontró que algo no estaba bien ya que los resultados no eran lo que la teoría nos había llevado a esperar. Sin embargo, esas pruebas por si solas no nos permiten determinar si el modelo es incorrecto, sino que existe algo que se está omitiendo o que hay algo que está causando el problema.

Además de probar el CAPM, Black, Jensen y Scholes, (1972) trataron de brindar una mejor explicación del sistema de fijación de precios. Ellos sugirieron una adaptación del CAPM original como sigue:

$$R_{jt} = (1 - \beta_j)R_{zt} + \beta_j R_{mt} + \varepsilon_j$$

donde R_z es un factor que normalmente excede a R_f. Sin embargo, los autores no dieron explicación alguna sobre el factor añadido, frecuentemente llamado portafolios beta-cero.

---

[47] Eugene F. Fama, *"Foundations of Finance"*, New York: Basic Books, 1976

3.2.1.2 ¿Es la Línea de Mercado de Capital Recta o Curva?

¿Es lineal la relación entre el riesgo y el rendimiento? En este caso tenemos conflictos evidentes. Muchos argumentos intuitivos sugieren que la relación riesgo rendimiento debería ser una curva más que una recta: Los mercados de valores están llenos de instrumentos tales como las opciones y los valores convertibles que brindan una protección contra cambios a la baja, pero no imponen barreras superiores.

Fama y MacBeth (1973), además de probar la intersección y la pendiente, añadieron factores para verificar la linealidad. Sus resultados sugirieron no linealidad. A pesar de que otros investigadores habían obtenido resultados similares, la evidencia es que aún son confusos y de que el supuesto de linealidad continúa en controversia.

3.2.1.3 ¿La Beta Mide el Riesgo?

El uso práctico del CAPM requiere que los estimadores de la beta para acciones, bonos, partes de una corporación, o aún proyectos individuales sean lo suficientemente confiables. Si los estimadores de la beta basados en datos históricos no están relacionados con el riesgo, ahora o en el futuro, entonces el CAPM no es una buena herramienta para la toma de decisiones.

Existen docenas de compañías que se dedican a estimar (con distintos niveles de sofisticación estadística) las betas del mercado para virtualmente cada acción común listada en las bolsas de valores.[48] Estas compañías utilizan sofisticadas técnicas econométricas para producir estimadores confiables. Pero, ¿que debemos hacer nosotros cuando tratamos de estimar el riesgo de una división de una empresa o queremos conocer cómo se afectará la beta de nuestro capital con alguna maniobra financiera? ¿Cuáles son los factores que afectan a la beta?

Tal vez el factor fundamental en la determinación de la beta de una empresa es su giro. El riesgo de cada negocio incluye tanto la naturaleza cíclica de las ventas como el nivel de operatividad de la empresa. Se cree que entre las industrias con betas más bajas están las de servicios públicos, cuyas tasas de rendimiento están reguladas. Sus utilidades dependen de comités de acuerdos, y consecuentemente, no son sensibles a los movimientos generales de la economía.

---

[48]Cuando se trata de comprar "las mejores betas", uno debe aplicar la vieja regla de cautela. Las dificultades econométricas de obtener buenos estimadores de las betas son muchos, y la calidad de las betas estimadas difiere considerablemente. Uno de los problemas más importantes es la falta de sincronía en el mercado. Véanse los estudios realizados por Scholes y Williams, (1977); Dimson, (1979); Fowler and Rorke, (1983) y Cohen, Hawawini, Maier, Shwartz, y Whitcomb, (1983)

Otro factor importante es la cantidad de apalancamiento de cada empresa. La beta de las acciones comunes de una empresa se incrementa linealmente con el nivel de apalancamiento de la misma. Para probar esto basta con recordar que la beta del portafolios de activos de una empresa es igual al promedio ponderado de las betas de sus pasivos y su capital.

Además del riesgo particular de cada empresa y del nivel de apalancamiento, existen otros factores que pueden afectar las betas del capital. El pago de dividendos, la liquidez, el tamaño de las empresas, y la tasa de rendimientos se han sugerido como factores importantes.[49]

Una causa de la mala especificación del CAPM podría ser que la beta es una medida incorrecta o insuficiente del riesgo. Otras medidas tradicionales como la desviación estándar ciertamente son atractivas para los inversionistas. Estas medidas les son familiares y por lo tanto se sienten cómodos con ellas. La varianza y la desviación estándar podrían usarse para describir el riesgo de un activo individual. Sin embargo, la teoría de portafolios y la adaptación del CAPM describen al riesgo en el contexto de un portafolios. Cuando se colocan los activos en un portafolios, la varianza no es una medida relevante del riesgo para activos individuales. Entender esta diferencia en la medición del riesgo nos permite definir a los inversionistas como quienes buscan reducir el riesgo reductible por medio de la tenencia de portafolios diversificados. El único riesgo que queda en un portafolios diversificado es el riesgo sistemático. Sin embargo, pocos de los estudios han investigado si los inversionistas ven al riesgo en el contexto de un portafolios. Los estudios que explícitamente han investigado los portafolios de los inversionistas han encontrado que las posesiones de los inversionistas son marcadamente no diversificadas.

Blume y Friend (1975) analizaron la mayoría de las clases de deudas y activos (incluyendo los portafolios de acciones) que tenían los individuos. Ellos estudiaron la "Encuesta sobre las Características Financieras de los Consumidores de 1962" realizada por el Consejo de la Reserva Federal[50] y una muestra de los ingresos federales por impuestos de los individuos en 1971. Lo que encontraron fue que esos individuos tenían activos marcadamente poco diversificados. Blume y Friend no estudiaron sólo a los tenedores de acciones, sino también a los dueños de bienes raíces y de capital humano (en la forma de empleo). Parece que la diversificación mayor la tenían individuos de mayor edad y aquellos que poseían su propio negocio. Los resultados difirieron por niveles de ingreso. Generalmente, sólo las personas cuyo ingreso superaba un millón de dólares tenían más de 10 acciones. Aún considerando otros activos de los individuos, Blume y Friend encontraron que la diversificación no era suficientemente grande.

---

[49] Véase Beaver, Kettler and Scholes, (1970) o Rosenberg and Marathe, (1975)

[50] *Federal Reserve Board's 1962 Survey of the Financial Characteristics of Consumers*

La razones que Blume y Friend encontraron para este fenómeno son diversas. Las expectativas heterogéneas de los inversionistas, además de una determinación inapropiada del riesgo del portafolios, podrían ser la causa de que el CAPM describiera erróneamente el comportamiento de los inversionistas. Blume y Friend destacaron que ciertos grupos de inversionistas parecían tener portafolios más diversificados. Para estos grupos, ellos encontraron que el modelo se desarrollaba mejor. Para distintos inversionistas tal vez otro modelo sería apropiado.[51]

¿Esta evidencia prueba que el modelo está en un error? Blume y Friend demostraron que el inversionista no estaba diversificando. Sin embargo, ellos no mostraron cómo evaluaban los inversionistas sus acciones; simplemente describieron los resultados de sus decisiones. Si los inversionistas fijan los precios de los activos como si tuvieran un portafolios diversificado, eso es suficiente para ratificar el modelo. El estudio de Blume y Friend simplemente no estudió o resolvió la pregunta.

El estudio de Blume y Friend es rico en información. Por ejemplo, cuando se le preguntó a un millar de tenedores de acciones qué medida del riesgo utilizaban para valuar sus activos, 82% dijeron que sí evaluaban el riesgo, pero de este grupo sólo 17% usaba las betas, mientras que el resto usaba la volatilidad de las ganancias (45%) o la volatilidad del precio (30%). A pesar de que las ganancias o la volatilidad de las ganancias podrían ser aproximaciones de la beta, Blume y Friend encontraron que sólo una parte de su muestra tenía un pequeño conocimiento intuitivo de la covarianza o del efecto que el riesgo tenía en su portafolios.

La beta no es la única medida del riesgo que puede usarse para evaluar el futuro. La beta puede no ser la mejor o más completa medida del riesgo. En un intento de evaluar la beta, Friend y Blume (1970) probaron doscientos portafolios aleatoriamente para determinar si la relación riesgo-rendimiento era lineal. Ellos estaban particularmente interesados en evaluar las medidas de riesgo ajustadas para portafolios propuestas anteriormente por Jensen, Treynor y Sharpe.[52] Friend y Blume compararon el desarrollo de estas medidas contra la beta y la desviación estándar. Las medidas ajustadas del riesgo deberían ser independientes de la desviación estándar, si no hay diferencias sistemáticas en el riesgo ajustado entre portafolios con distintos niveles de riesgo, si los supuestos del CAPM son una aproximación real, si el probar las expectativas contra la historia es realista, y si los problemas estadísticos (tales como la medida del error) no invalidan los resultados.

Lo que Friend y Blume encontraron fue que el riesgo ajustado era dependiente del riesgo; el riesgo sistemático no parecía brindar una explicación completa de su

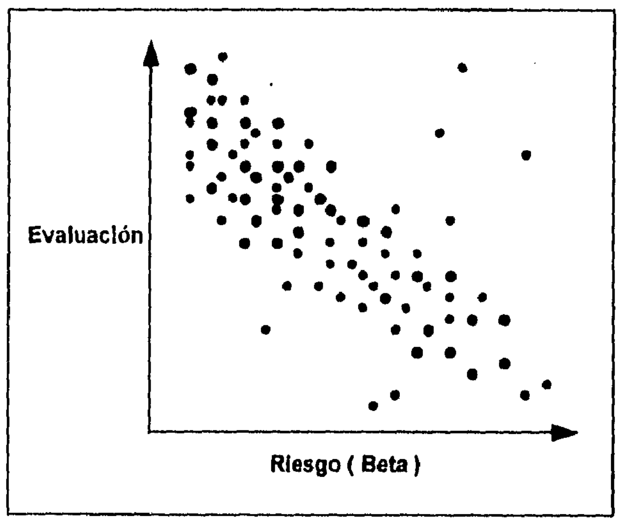
---

[51] Véase Marshall Blume and I. Friend, "*The Asset Structure of Individual Portfolios*", *Journal of Finance*, 30, (May 1975), 585-603

[52] Véase Jack C. Francis and S. H. Archer, "*Portfolio Analysis*", 2nd ed. (Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall, 1979)

desarrollo. Lo que es más interesante es que en algunos periodos la relación fue opuesta a lo que se esperaba. La ilustración 3.6 muestra los resultados de Enero de 1960 a Marzo de 1964. En ese periodo el rendimiento del mercado (S&P 500) fue de 9.3% y el rendimiento de los Bonos de la Tesorería fue de 2.8%. En otros periodos, la recta tuvo una pendiente inclinada hacia la derecha. A partir de su estudio, Friend y Blume concluyeron que el uso del CAPM con una rígida relación entre el riesgo y el rendimiento no está justificada. Una relación menos explícita entre el riesgo y el rendimiento, concluyeron, sería preferible.

Ilustración 3.6 Diagrama de dispersión de las pruebas de Jensen para evaluar el desarrollo de las medidas de riesgo, Enero 1960 - Marzo 1964



Fuente: I. Friend and M. Blume, "*Measurement of Portfolio Performance under Uncertainty*", *American Economic Review*, 60 (Sepiember 1970), p 573

Blume y Friend no son los únicos investigadores que se han preguntado si la beta es una medida completa del riesgo. Cooley, Roenfeldt, y Modani (1977) abordaron el asunto examinando un número de medidas de riesgo para ver si servían para el mismo propósito o si esas otras medidas añadían riqueza a la explicación del comportamiento de los rendimientos. Usando una técnica que agrupó a las medidas de riesgo en grupos afines, examinaron un número de medidas de riesgo a través de dos periodos de tiempo. Algunas de esas medidas son:

1. rango	7. límite inferior de confianza
2. rango semi-intercuartil	8. beta
3. desviación media absoluta	9. coeficiente de variación cuartil
4. desviación estándar	10.sesgo
5. varianza	11.kurtosis
6. semivarianza	12.coeficiente de variación

Si la beta era una medida inadecuada del riesgo, entonces distintos grupos no correlacionados de otras medidas del riesgo aparecerían. Las doce medidas se dividieron en tres grupos distintos. Las primeras siete, del rango al límite inferior de confianza, resultaron casi intercambiables,; parecieron medir la mismo. La beta brindó información adicional pero se traslapó con el primer grupo. Lo que resultó de mayor interés fue que el sesgo y la kurtosis, siempre y cuanto no estuvieran relacionados con la beta, brindaron información útil y diferente. Estos hallazgos sugirieron que si tenemos dos acciones, una con rendimientos normalmente distribuidos y otro con rendimientos sesgados a la derecha, un inversionista los encontrará igualmente atractivos. A pesar de que la media y la desviación estándar puedan ser los mismos, el sesgo podría hacer a alguno más atractivo: una acción sesgada a la derecha tendría un mayor potencial superior y un menor riesgo a la baja, lo cual para un inversionista significa menos riesgo.

3.2.1.4 El Sesgo

En las secciones anteriores se asumió que los supuestos de la distribución normal (la hipótesis de la irrelevancia del sesgo), podrían ser peligrosos. Estudios empíricos han mostrado que el sesgo, como una medida del riesgo, parece brindar información adicional útil. En el estudio de Arditti (1967) se evalúa la importancia de un número de factores, el sesgo entre ellos. Arditti encontró que la tasa de rendimiento en las acciones estaba directamente relacionada con la varianza pero inversamente relacionada con el sesgo. La magnitud del rendimiento de cada activo estaba correlacionada con su variabilidad, pero el incremento en el rendimiento era menos que proporcional con el incremento en el rendimiento. Arditti concluyó que el sesgo era importante para explicar el comportamiento de los rendimientos.

Con respecto al sesgo, Kraus y Litzenberger (1976) fueron más adelante. Sugirieron que no es el sesgo sino el sesgo sistemático y no diversificable lo que es importante, y que los inversionistas prefieren incrementos en la beta como substitutos para incrementos proporcionales mayores en el sesgo sistemático. Por lo tanto, cuando los rendimientos están sesgados, la beta podría ser el resultado de dos fuerzas opues'as, y los estimadores de una simple beta podrían estar en un error.

No sólo la lógica sugiere que el sesgo es importante en la fijación de precios de los activos, la evidencia también indica que los rendimientos realizados son sesgados. Algunos estudios que han tratado de abordar el sesgo han sido criticados porque los resultados pudieron haber sido causado por datos extremosos. En el

Cuadro 3.2 podemos ver que el sesgo no es el resultado de un par de observaciones inusuales: más errores son positivos que negativos aún con diez desviaciones estándar de la media. Más aún, la experiencia práctica nos dice que los rendimientos deben ser sesgados. El riesgo inferior de un inversionista es un 100 por ciento de pérdida, pero el potencial superior es irrestricto.

Cuadro 3.2 Resumen de la Distribución Error

Límites de la Desviación Estándar		Frecuencias de los Errores Negativos	Frecuencia de los Errores Positivos
Entre 0 y 1	Desviaciones Estándar	57974	47255
Entre 1 y 2	Desviaciones Estándar	14279	12395
Entre 2 y 3	Desviaciones Estándar	1744	2955
Entre 3 y 4	Desviaciones Estándar	247	852
Entre 4 y 5	Desviaciones Estándar	51	307
Entre 5 y 6	Desviaciones Estándar	4	128
Entre 6 y 7	Desviaciones Estándar	1	68
Entre 7 y 8	Desviaciones Estándar	4	39
Entre 8 y 9	Desviaciones Estándar	1	9
Entre 9 y 10	Desviaciones Estándar	2	14
Más de 10	Desviaciones Estándar	1	18

Fuente: M. A. Simkowitz and W. L. Beedles, "*Diversification in a Three-Moment World*", *Journal of Finance and Quantitative Analysis*, 13 (December 1978), p 934

Simkowitz y Beedles (1978) también examinaron el efecto de la diversificación en el sesgo del portafolios. Encontraron que en la medida en que la diversificación se incrementa, el sesgo decrece. Cuando un portafolios tiene cinco acciones, 92 por ciento del sesgo ha sido eliminado. El Cuadro 3.3 muestra estos resultados. La varianza (riesgo sistemático más riesgo no sistemático) decrece en la medida en que su tamaño crece y el sesgo disminuye dramáticamente. La última columna indica la relación del sesgo con el riesgo total (aquí medido por la desviación estándar). Estos resultados son un dilema, si los inversionistas prefieren el sesgo a la varianza, ¿deben diversificar sus portafolios?. Simkowitz y Beedles sugirieron que los inversionistas que prefieren el sesgo no diversifican, pero aquellos que están interesados en el rango de los posibles rendimientos diversifican. Tal vez una medida que relacione el sesgo con la varianza pueda ser útil en el desarrollo de una estrategia de portafolios.

Lo que hemos aprendido hasta este momento es que los rendimientos no están distribuidos normalmente. Por lo tanto, el supuesto de las distribuciones normales puede ser una aproximación inexacta. La beta puede ser demasiado simplista como medida del riesgo y, por lo tanto, una fuente considerable de error.

Cuadro 3.3 Medidas de distribución promediadas en portafolios de tamaño variable

Tamaño del Portafolios	Número de Portafolios	Rendimiento del Periodo de Tenencia	Varianza (x 100)	Sesgo (x 100)	Porcentaje del Rendimiento de la Desviación Estándar	Raíz Cúbica del Sesgo de la Desviación Estándar
1	549	1.012858	.582320	.046209	.184332	.743956
2	274	1.012864	.373904	.013092	.220674	.608219
3	183	1.012858	.301102	.005399	.241560	.463321
4	137	1.012854	.265995	.002614	.255659	.323158
5	109	1.012888	.247009	.001339	.265002	.165966
6	91	1.012851	.230559	.000571	.272274	.033614
7	78	1.012863	.220846	.000159	.278376	-.036336

Fuente: M. A. Simkowitz and W. L. Beedles, *"Diversification in a Three-Moment World"*, *Journal of Finance and Quantitative Analysis*, 13 (December 1978), p 936

La pregunta real es: ¿es el sesgo lo suficientemente importante para destruir la relación básica de linealidad del CAPM?. Fama (1976) cree que la distribución de los rendimientos es lo suficientemente cercana a la normal, por lo que el supuesto de normalidad es apropiado. Esto es un arreglo, uno que, sin duda, se ha hecho porque nuestra habilidad para trabajar con distribuciones no normales es aún limitada. Es bastante difícil incluir el sesgo en el modelo. Es mucho más fácil trabajar con un modelo cuya premisa sea la normalidad.

El asunto del sesgo continúa siendo problemático. Más aún, recuérdese que los rendimientos no necesitan ser sesgados para invalidar al modelo; basta con que los inversionistas simplemente crean que lo son. El resultado de tratar con sesgos reales o imaginarios puede resultar en una relación no lineal riesgo-rendimiento o una predicción poco precisa de los coeficientes de regresión.[53] Ninguno de estos resultados es satisfactorio porque, en cualquier caso, se tendrían considerables errores en la estimación de los rendimientos potenciales del capital.

Existe evidencia suficiente de que algo básico es erróneo en la forma del CAPM original. Ninguna investigación es lo suficientemente fuerte para hacernos rechazar el modelo directamente, pero al menos nos vuelve escépticos. Roll (1979) incluso sugirió que el CAPM no es una buena hipótesis para ser probada. EL CAPM

[53] Véase Miller and Scholes, *"Rate of Return in Relation to Risk: A Re-examination of Some Recent Findings"*, *Studies in the Theory of Capital Markets*, de. M. Jensen (New York: Praeger, 1972), pp. 47-78

es un modelo de expectativas y requiere usar todo el conjunto de los activos disponibles para el inversionista (en el amplio sentido de la palabra) como un índice. Roll dice que dado que no conocemos cuál es este índice completo, y dado que nuestras aproximaciones no pueden probarse como una similitud con este portafolios desconocido, las pruebas no han sido aplicadas a las expectativas sino a lo que en la realidad ha ocurrido. Por lo tanto, no se pueden desprender conclusiones satisfactorias respecto de la invalidez del modelo.

El artículo de Roll causó inquietud entre los académicos y los practicantes.[54] Sin embargo, no hay duda de que el modelo desde un inicio fue visto como un modelo de expectativas. Debió haber sido evidente que en cualquier momento aparecerían problemas al probar las expectativas en base a hechos realizados. Lo que se espera encontrar difícilmente es lo que se encuentra. Por lo tanto, los problemas en las pruebas de un modelo de expectativas son claros. La pregunta para los practicantes es, ¿este modelo en su forma simple o en sus adaptaciones brinda una guía que pueda ayudarlos a realizar mejor su trabajo?

Antes de adentrarnos en la discusión de los estudios empíricos, veamos el problema de los índices inadecuados. Han habido algunos intentos de crear índices generales, en parte simplemente para probar los resultados de usar tales índices. Friend, Westerfield, y Granito (1978) formularon una prueba que trató de contestar las inquietudes de Roll. Ellos agregaron un índice de bonos al índice de las acciones normalmente usado en la estimación de las regresiones del modelo de mercado. El Cuadro 3.4 muestra los coeficientes de la regresión para datos agrupados (cincuenta grupos de acciones, cincuenta grupos de bonos, y cien grupos de acciones y bonos mezclados) en el periodo 1968 - 1973. Friend, Westerfield, y Granito usaron primero el índice de acciones solamente, después el índice de bonos, y finalmente juntaron un índice de bonos y acciones. La regresión era de la forma:

$$R_i = \gamma_0 + \gamma_1 \beta_i + \gamma_2 \sigma_{ri}$$

donde:

γ_0 = la interseccion o alfa

γ_1 = el coeficiente del factor de volatilidad del mercado

γ_2 = el coeficiente de la desviacion estandar residual, con el tercer factor, $\gamma_2 \sigma_{ri}$ incluido en las ecuaciones segunda, cuarta y sexta

---

[54] Véase, Anise Walace, *"Is Beta Dead?"*, *Institutional Investor*, July 1980, pp. 23-30

Cuadro 3.4 Coeficientes de las Regresiones Riesgo-Rendimiento

Regresiones Riesgo-Rendimiento para Activos Individuales* Ajustadas por Orden del Sesgo: 4° Trimestre 1968 - 2° Trimestre 1973

Tipo de Activo	Número de Regresión	Estimadores de los Coeficientes de Regresión			
		γ_0	γ_1	γ_2	$\bar{R}^2$
Acciones	1	1.025	-.018		0.087
Comunes		(.0032)	(.0020)		
	2	1.030	-.015	-.078	0.097
		(.0035)	(.0022)	(.0245)	
Bonos	3	1.016	.001		-0.001
Corporativos		(.0009)	(.0022)		
	4	1.017	.001	-.037	0.013
		(.0009)	(.0022)	(.0102)	
Acciones	5	1.022	-.016		0.209
Comunes y		(.0009)	(.0008)		
Bonos	6	1.023	-.012	-.060	0.216
Corporativos		(.0009)	(.0011)	(.0141)	

Regresiones Riesgo-Rendimiento para Grupos de Activos: 4° Trimestre 1968 - 2° Trimestre 1973**

Tipo de Activo	Número de Regresión	γ_0	γ_1	γ_2	$\bar{R}^2$
Acciones	1	1.032	-.022		0.556
Comunes		(.0046)	(.0027)		
	2	1.037	-.004	-.284	0.643
		(.0044)	(.0054)	(.0784)	
Bonos	3	1.016	.001		-0.020
Corporativos		(.0018)	(.0048)		
	4	1.016	-.001	.011	-0.039
		(.0018)	(.0058)	(.0331)	
Acciones	5	1.022	-.016		0.693
Comunes y		(.0013)	(.0011)		
Bonos	6	1.024	-.010	-.099	0.706
Corporativos		(.001)	(.0029)	(.0428)	

* Las regresiones son de la forma general $\bar{R}_i = \gamma_0 + \gamma_1 \beta_i + \gamma_2 \sigma_{ri}$. El número de observaciones es 867 para acciones, 891 para bonos, y 1758 para acciones y bonos corporativos combinados.

** Las observaciones se basan en las medias para grupos de activos individuales (50 grupos para acciones y bonos corporativos y 100 grupos para acciones y bonos corporativos combinados)

Fuente: I. Friend, R. Westerfield, and M. Granito, *"New Evidence on the Capital Asset Pricing Model"*, *Journal of Finance*, 33 (June 1978), p. 910

Muchos creen que el CAPM implica que los coeficientes de regresión serán bastante similares sin importar el índice usado. Friend, Westerfield y Granito encontraron que no es así. Las intersecciones mostradas en la tercera columna del Cuadro 3.4 no fueron las mismas y no se aproximaron a ninguna de las tasas libres de riesgo del periodo. Para tener cierta perspectiva de estas intersecciones, la tasa de los Bonos de la Tesorería para el mismo periodo fue de 5.5%

Para dos de las regresiones, las cuales usaron sólo el índice de bonos, el coeficiente de determinación (R^2) mostró que el índice y los rendimientos de los activos virtualmente no están relacionados. Sin embargo, el índice conjunto de bonos y acciones mostró un coeficiente de determinación (R^2) mayor que el sólo índice de las acciones.

Sumando los errores residuales no deberían mejorar los resultados. Sin embargo, pese a nuestro conocimiento teórico, los resultados mejoraron. Deberíamos haber esperado que los términos error brindaron datos irrelevantes adicionales. En este estudio, brindaran información adicional que en ocasiones fue más importante que la que el mercado por si sólo ofreció.

La elección del índice puede tener consecuencias importantes. La diversificación internacional, es decir, añadir acciones comercializadas en mercados no nacionales al portafolios compuestos básicamente de acciones nacionales, ha sido visto como una estrategia de portafolios que puede incrementar los rendimientos y reducir el riesgo. Si el índice utilizado para demostrar este fenómeno es uno como el S&P 500 o el IPC, los resultados no son claros porque nuestro índice representa únicamente una parte del mercado total. Para estar seguro del efecto, debemos tomar una aproximación del mercado mundial, no un índice nacional. A pesar de que recientemente se ha desarrollado un índice mundial, es claro que una aproximación incorrecta del mercado brindará información incorrecta.

Friend, Westerfiel y Granito también reunieron datos de expectativas; en particular utilizaron estimadores de rendimientos futuros que habían hecho instituciones financieras (bancos, compañías de seguros, y empresas de consultoría en inversiones) en 1974, 1976 y 1977. En el Cuadro 3.5 podemos ver los resultados para los tres periodos. Los estimadores de los analistas se denotan por γ_3, y los coeficientes son positivos y significativos en los tres periodos y son más significativos que el factor de volatilidad del mercado. De hecho, el factor de mercado es negativo o cero en varios periodos. Los estimadores de los analistas, concluyeron, brindaron información importante.

Cuadro 3.5 Coeficientes de las Regresiones Riesgo-Rendimiento

Periodo	Número de Regresión	Estimadores de los Coeficientes de Regresión				
		γ_0	γ_1	γ_2	γ_3	$\bar{R}^2$
Agosto 74	1	1.171	-.028			.02
		(.018)	(.021)			
	2	1.121	-.027	.918		.21
		(.022)	(.018)	(.273)		
	3	1.103	-.017	.919	.491	.25
		(.024)	(.019)	(.265)	(.267)	
Marzo 76	4	1.132	-.002			0
		(.010)	(.014)			
	5	1.144	.004	-.282		.02
		(.012)	(.014)	(.170)		
	6	1.143	.005	-.283	.021	0
		(.014)	(.014)	(.173)	(.252)	
Febrero 77	7	1.210	-.071			.06
		(.031)	(.037)			
	8	1.179	-.097	.875		.08
		(.038)	(.041)	(.604)		
	9	1.180	-.080	.256	.575	.21
		(.035)	(.038)	(.598)	(.196)	

*Estas son regresiones de corte transversal de la forma general $E(R_{it}) = \gamma_0 + \gamma_1\beta_i + \gamma_2\sigma_{ri} + \gamma_3 h_i$, $\bar{R}^2$ es el coeficiente de determinación ajustado para los grados de libertad. El error estándar de los coeficientes de regresión está indicado por los paréntesis. El número de observaciones es 46 para 1974, 34 para 1976, y 48 para 1977.

Fuente: I. Friend, R. Westerfield, and M. Granito, *"New Evidence on the Capital Asset Pricing Model"*, *Journal of Finance*, 33 (June 1978), p. 907

El estudio de Friend, Westerfiel y Granito es uno de los pocos intentos de examinar los datos *ex ante* para verificar el modelo y ciertamente es importante. Ellos encontraron, de nuevo, que el riesgo sistemático no era el único determinante de los rendimientos. Si estos hallazgos se aplican en estudios posteriores, ellos sugirieron que la formación de un portafolios con un riesgo residual grande, denotado por γ_2, sería benéfico. Tal portafolios debería sobrepasar al mercado tanto en las dimensiones del riesgo como del rendimiento porque el riesgo residual tiene información útil para la predicción del rendimiento.

Lo que hasta el momento hemos encontrado es el CAPM original no describe muy bien ni las expectativas ni la historia. Como mínimo, la pendiente "verdadera" es menos inclinada y la intersección es mayor que lo que la teoría predice, y además, la frontera eficiente puede ser no lineal. También hemos encontrado que la beta no parece brindar una descripción completa del riesgo. Otras medidas del riesgo son importantes para determinar los rendimientos de los valores. En particular, el problema de los rendimientos sesgados no puede ser ignorado. Cuando los rendimientos son puestos a prueba, encontramos que son sesgado; cuando el modelo se puso a prueba, encontramos que las adaptaciones que incluyen al sesgo mejoran los resultados. Por lo tanto, pareciera que el modelo está mal especificado.

3.2.2 Inadecuación

Al inicio de esta sección, dijimos que los errores en el CAPM pueden ser de dos tipos. Primero, el modelo puede ser inexacto, como ya lo hemos visto. Segundo, el modelo puede omitir factores importantes, esto es, el modelo puede ser inadecuado.

Encontramos que el modelo no refleja el mundo bien, al menos, esta es nuestra conclusión cuando se realizan pruebas usando datos *ex post*. Algunas de estas inexactitudes pueden deberse a la austeridad del modelo. Una manera en la que se puede probar la adecuación del modelo es agregar otros factores que intuitivamente parecen relevantes y entonces probar el resultado de usar este modelo. Si el factor añadido es importante, deberíamos encontrar una mayor fuerza explicativa, (por ejemplo, una R^2 mayor), parámetros más estables, o la habilidad de formar portafolios diversificados con menos activos.

3.3.2.1 ¿Las Agrupaciones por Industria Afectan los Precios?

Como analistas, ejecutivos de portafolios e inversionistas, todos conocemos los factores que son básicos en los cambios en los rendimientos de mercado y por lo tanto son importantes en la forma en que estimamos el precio de un valor. Por ejemplo, el CAPM no hace distinción entre grupos industriales. Aún así muchos sienten que los factores relacionados con la industria afectan los rendimientos y que su adición podría mejorar la fuerza del CAPM. Un índice único (el mercado) podría ser inadecuado si índices múltiples específicos por industria reflejaran mejor los procesos generadores de rendimientos.

King (1966) estudió este problema y concluyó que el índice de mercado reflejaba alrededor de un 50 por ciento de la volatilidad de los rendimientos de las acciones a través del tiempo. Un 10 por ciento adicional podría ser atribuido, el creía, a la clasificación por industrias, especialmente al código de grupos SIC, (Standard Industrial Classifications usado en Estados Unidos). Él estudió en diversos periodos la importancia del índice de mercado en la regresión. En el período 1927 - 1935 la R^2 era de .53, en el período 1952 - 1960 era de .26. King concluyó que los índices industriales podrían añadir valor a la regresión. Otros estudios rebatieron el estudio de King con objeciones a los códigos SIC argumentando que éste no era un buen esquema de clasificación y que, teóricamente, el factor industria era una variable aleatoria, no sistemática y diversificable.

Cohen y Pogue (1967) también estudiaron el problema utilizando los códigos SIC y el Modelo de Portafolios de Markowitz. Encontraron cierta evidencia para soportar los estudios de King, pero también había ciertos problemas estadísticos con su trabajo. Como resultado, poco se hizo hasta que Farrell (1976) extendió el concepto de un índice específico por industria en un índice múltiple.

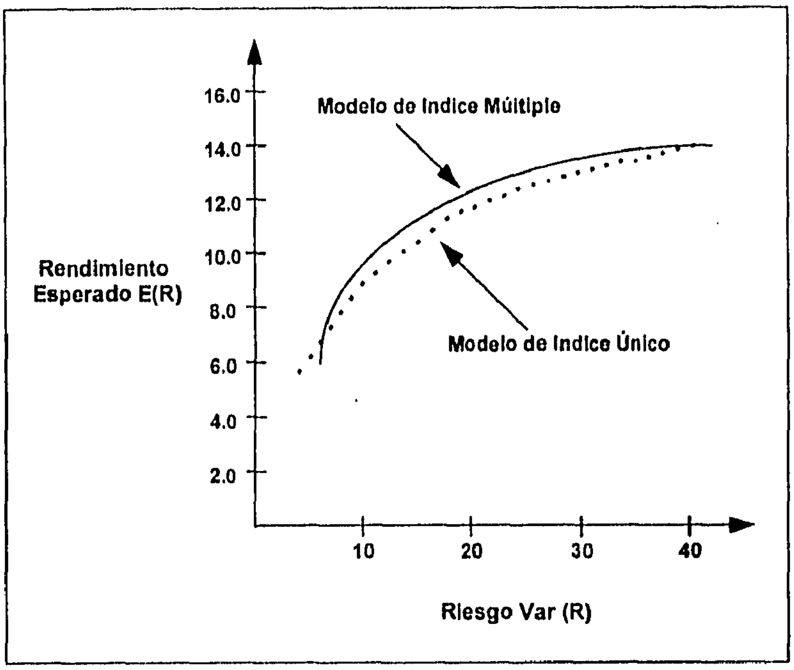
Farrell sugirió que el efecto de la industria era sistemático. Varios índices estaban positiva y negativamente correlacionados entre sí. Al probar su hipótesis, Farrell no utilizó los códigos SIC sino que definió grupos que eran bastante diferentes. Para remover efectos interindustriales, Farrell agrupó empresas muy similares en base a tres características económicas que le parecieron importantes:

1. Dependencia en un sector económico (tal como dependencia del consumidor o del presupuesto)
2. Similitud de los productos
3. Etapas en el ciclo manufacturero

Farrell especuló que estas características conducían a ganancias similares y por lo tanto contribuían a la volatilidad de la covarianza de la empresa con el mercado. Su esquema de clasificación produjo cuatro grupos de acciones: cíclicos, estables, de crecimiento y petroleros. El promedio de los valores de los coeficientes de correlación para cada grupo de acciones con su índice correspondiente y con otros tres índices muestran que existe una pequeña relación entre los grupos, donde dentro de cada grupo, la relación es significativa.

El resultado de los esfuerzos de Farrell fue un modelo de índice múltiple con una frontera eficiente que superó a la del modelo de índice único. El resultado de usar el modelo de Farrell se describe gráficamente en la ilustración 3.7. Podemos observar que el portafolios creado usando el marco teórico del índice múltiple reduce el riesgo más rápido de lo que la diversificación eficiente sugiere o bien tiene un número menor de valores que un portafolios de riesgo equivalente creado en base al modelo de un índice único. En forma simple, el modelo de índice múltiple superó al de índice único.

Ilustración 3.7 Frontera eficiente *ex ante*: Modelos de índice único y de índice múltiple



Fuente: I. Farrell, *"The Multi-index Model and Practical Portfolio Analysis", Financial Analysts Research Foundation (Charlottesville, Va., 1976) p.34.*.

Farrell asumió que sus clasificaciones brindaron más información que el mercado por si sólo. Lo que encontró fue una fuerte covarianza, algunas veces positiva, otras negativa, entre los grupos. Su enfoque fue bastante distinto del CAPM original que utiliza a R_m como único índice.

3.3.2.2 *Dividendos e Impuestos*

Otros investigadores han añadido factores al modelo y han probado su significación. Los dividendos, por ejemplo, han sido considerados como un factor que influye en el precio de las acciones. Para brindar una explicación más rica que la que ofrecen los rendimientos por si solos, podríamos segmentar los rendimientos totales en dividendos y ganancias de capital. Sin embargo, la importancia de los dividendos es conflictiva.[55] La tendencia se ha movido desde la importancia de los dividendos hasta la irrelevancia de éstos y recientemente se ha regresado a su importancia. Esto aún no ha quedado claro.

Vandell y Stevens (1980) estudiaron específicamente el efecto de los impuestos en la fijación de precios de los valores. Su estudio examinó las diferencias entre el CAPM original y una versión con el factor de los impuestos personales incluido. Su investigación sugirió que la beta no captura el efecto de los impuestos. Más aún, su modelo ajustado produjo una línea del mercado de valores más cercana a lo que se esperaría que fuera teóricamente. Ellos encontraron una fuerte correlación negativa entre el rendimiento y la beta; acciones con altos rendimientos tendían a tener betas bajas. Utilizando pronósticos de analistas de grandes instituciones, encontraron diferencias entre la línea del mercado de capital *ex post* (utilizando Bonos de la Tesorería a 90 días y el rendimiento de mercado) y un plano derivado de una combinación del riesgo y el rendimiento. Distintos puntos en el plano correspondían a diferentes tasas de impuestos personales. Sus resultados mostraron R^2's mayores y una intersección más cercana a los estimadores tradicionales del CAPM, *ex ante*. Estos resultados son bastante recientes, pero el efecto de agregar los impuestos es interesante, y corrobora la intuición de que los inversionistas con distintas tasaciones tienen diferentes preferencias por los activos.

3.3.2.3 *¿Afecta la Liquidez el Precio de los Valores?*

La liquidez es otro factor que ha sido agregado al CAPM básico con cierto éxito. Fouse (1976) utilizó datos *ex ante* (generados por analistas) para proyectar rendimientos para acciones. Él agregó los datos a líneas de mercado de capital proyectadas.[56] Fouse agregó la liquidez a la relación riesgo-rendimiento, segmentado el universo en cinco grupos de liquidez. La ilustración 3.8 muestra los "abanicos de liquidez" para dos periodos de tiempo diferentes. Estos abanicos no son necesariamente los únicos o los mejores enfoques al problema de la liquidez, pero

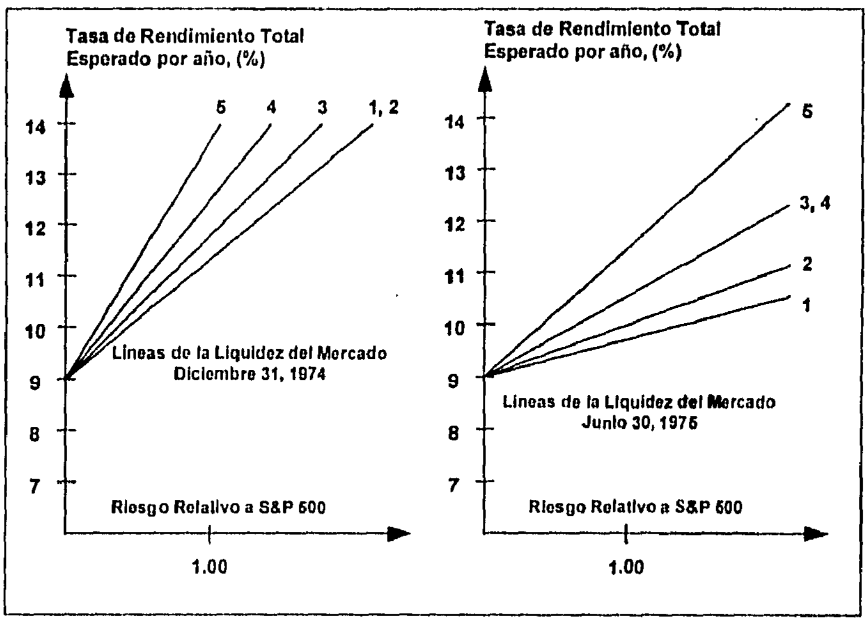
---

[55] Véase S. Bar Yosef and R. Kolodny, "*Dividend Policy and Capital Market Theory,*" *Review of Economics and Statistics*, May 1976, pp 181-90

[56] Wells Fargo, promotor de Fouse reporta éxito al usar su método de expectativas para la selección de acciones, aún cuando aún no se tienen los resultados a largo plazo.

muestran claramente la dimensión que la liquidez agrega a los pronósticos de los analistas.

Ilustración 3.8 Líneas del mercado de capital dinámico y consideraciones de liquidez



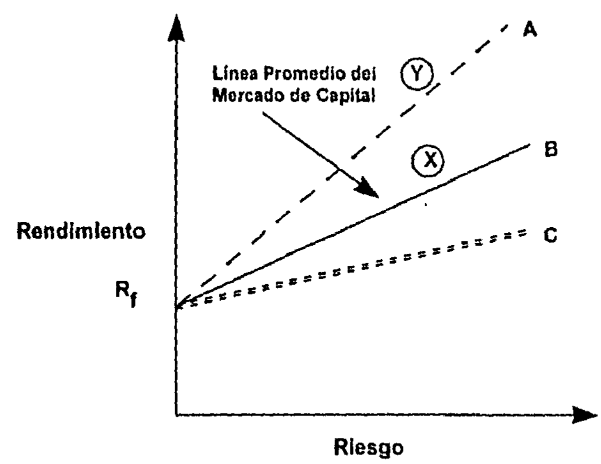
Fuente: W. I. Fouse, *"Risk and Liquidity. The Keys to Stock Price Performance"*, *Financial Analysts Journal*, 12 (May - June 1976), p 42

Este trabajo tiene varias implicaciones interesantes. La primera es que las proyecciones de los analistas sobre los precios de los valores cambian y en ocasiones lo hacen rápidamente. Veamos las líneas de Fouse para Diciembre de 1974. Se espera que acciones con algo riesgo tengan también altos rendimientos. ¿Esto nos sugiere una estrategia de inversión? La respuesta es sí y no. Si podemos proyectar una línea en algún punto del tiempo futuro, la respuesta es sí. De hecho, en diciembre 31 de 1974 podríamos haber sospechado que las acciones altamente riesgosas tendrían un mejor desarrollo a largo plazo: si las expectativas de los rendimientos caían, los precios subirían lo que resultaría en una ganancia de capital. Esto es lo que de hecho ocurrió en Junio 30 de 1975.

Más allá de ser una estrategia de inversión, ¿qué es lo que sugieren los grupos de liquidez? Las acciones que previamente parecían atractivas cuando no se había considerado la liquidez ya no lo son cuando ésta se toma en cuenta. La ilustración 3.9

muestra el riesgo y el rendimiento proyectados para dos aciones, X y Y. La acción Y definitivamente parece más atractiva. Sin embargo, Y es una acción con escasa actividad y X es un gigante del mercado. Si añadimos la liquidez, (las líneas punteadas) en forma similar a como lo hizo Fouse, podemos ver que la acción no líquida (Y) es poco atractiva comparada con el sector menos líquido (línea $R_f A$), mientras que se espera que la acción líquida (X) supere al grupo más liquido (línea $R_f C$). Obviamente, nuestra selección será diferente cuando las acciones son vistas bajo este punto de vista.

Ilustración 3.9 Riesgo y rendimiento proyectados con la consideración de liquidez para dos acciones



Los factores precedentes son sólo unos cuantos de los que han sido agregados al CAPM original. La mayoría de los factores han sido agregados por practicantes que estaban convencidos de que el modelo ignoraba factores importantes en la fijación de precios de los activos de capital. Obviamente, estas adaptaciones han estado sujetas a pocas pruebas hasta la fecha. Las pruebas son en sí sobre qué tan útiles han resultado las adaptaciones para sus creadores. No por esta falta de verificación los modelos dejan de ser interesantes, claramente, hay una gran creatividad en ellos.

3.2.3 Resumen de las Evidencias Empíricas del CAPM

Cualquier practicante que desee utilizar el CAPM para toma de decisiones gerenciales naturalmente desea saber si la teoría del CAPM es empíricamente válida. Como hemos visto, las evidencias sobre el CAPM están mezcladas. Éste se ajusta bastante bien a los datos, pero existen ciertas anomalías, fenómenos que no son explicados por el CAPM.

Para probar el CAPM, necesitamos saber que predicciones hace. La analogía empírica del CAPM es:

$$R_{jt} = R_{ft} + (R_{mt} - R_{ft})\beta_j + \varepsilon_{jt}$$

Las tres diferencias entre esta ecuación y el CAPM teórico son: (1) se han añadido subíndices de tiempo a las variables, (2) el operador de la esperanza, E(-), se ha eliminado porque se han utilizado datos *ex post* para probar el CAPM *ex ante*, y (3) se ha añadido un término error, ε_{jt}. El modelo normalmente se prueba en la forma siguiente:

$$R_{jt} - R_{ft} = a + b\beta_j + \varepsilon_{jt}$$

Esta es exactamente la misma ecuación que la anterior, excepto que la tasa libre de riesgo se substrae en ambos lados y se ha añadido el término intersección *a*. Si el CAPM es acertado, entonces:[57]

1. El término intersección, *a*, no debería ser significativamente distinto de cero. Si es distinto de cero, entonces debe haber algo "que ha quedado fuera" del CAPM y que está siendo capturado en el término intersección empírico estimado.
2. La beta debería ser el único factor que explique la tasa de rendimiento para activos riesgoso. Cuando otros términos (tales como la varianza residual, los dividendos, el tamaño de la empresa, la razón precio por acción/ganancias, o el cuadrado de la beta) se añaden a la regresión, éstos no deberían tener poder explicativo.
3. La relación debe ser lineal en la beta.

---

[57] Cualquier prueba válida del CAPM es también una prueba conjunta de la eficiencia del mercado de capitales porque el CAPM se deriva del supuesto de que los mercados de capitales son eficientes.

4. El coeficiente de beta, b, debería ser igual al R_{mt} - R_{ft}.
5. Cuando la ecuación se estima a lo largo de intervalos de tiempo, la tasa de rendimiento del portafolios de mercado debería ser mayor que la tasa libre de riesgo. Dado que el portafolios de mercado es más riesgoso, en promedio, debería tener una mayor tasa de rendimiento.

Literalmente han habido cientos de ensayos publicados sobre las pruebas del CAPM. La mayoría de ellos utilizan rendimientos mensuales totales de acciones comunes (los dividendos son reinvertidos). Algunos, como Black, Jensen y Scholes, (1972) y Fama y MacBeth (1973), agruparon acciones individuales en portafolios para dar mayor dispersión al riesgo sistemático. Otros, como Litzenberger y Ramaswamy (1979) y Gibbons (1982), utilizaron valores individuales en sus regresiones. Con algunas excepciones, los estudios empíricos concuerdan en las siguientes conclusiones.

1. El término intersección, a, es significativamente distinto de cero, y la pendiente b, es menor que la diferencia entre el rendimiento del portafolios del mercado y la tasa libre de riesgo. La implicación es que las acciones con betas bajas ganan más que lo que el CAPM predice mientras que las acciones con betas mayores ganan menos.
2. Las versiones del modelo que incluye un término beta cuadrático o riesgo no sistemático, encontraron que estos son mejores factores explicativos sólo en un pequeño número de muestras. La beta domina como medida del riesgo.
3. El modelo lineal simple se ajusta mejor a los datos. Los rendimientos son lineales en beta. También, a través de periodos de tiempo, la tasa de rendimiento en el portafolios de mercado es mayor que la tasa libre de riesgo, es decir, $b>0$
4. Otros factores además de la beta son exitosos al explicar los rendimientos de los valores que no son capturados por la beta. Basu (1977) encontró que los portafolios con una razón precio/ganancias baja tenían tasas de rendimiento mayores que las que el CAPM podía explicar. Banz (1981) y Reinganum (1981) encontraron que el tamaño de una empresa es importante. Las empresas pequeñas tienden a tener mayores tasas de rendimiento. Litzenberger y Ramaswamy (1979, 1982) encontró que el mercado requiere tasas de rendimiento mayores para acciones con mayor pago de dividendos. Keim (1983) también concluyó que los rendimientos de las acciones varían de acuerdo a la temporada.

3.2.4 Enfoques Futuros

Desde que Roll (1977) cuestionó el valor de las pruebas empíricas del CAPM, muchos académicos se alejaron del CAPM aún sin saber si éste es apropiado o no. Una de las variedades del modelo que los académicos han discutido es el Modelo del Estado de las Preferencias.[58] Este tipo de modelo está basado en un pronóstico del inversionista del "estado de la naturaleza" (los estados de la naturaleza incluyen elementos tales como los cambios en las condiciones económicas o de mercado). Las preferencias de los inversionistas individuales o de los grupos de inversionistas dependerán de los "estados" pronosticados y de las preferencias de los inversionistas en el mundo. Esta clase de modelo obviamente sería más rico, más descriptivo, más específico, y mucho más difícil de manejar que el CAPM. Sin embargo, el mundo de los inversionistas y de los activos de inversión es más rico, menos general, y tal vez mucho más difícil de entender.

Existen también algunas discusiones que nos han llevado de regreso o al menos muy cerca del Modelo de Portafolios de Markowitz. Cuando Markowitz propuso su modelo por primera vez, existían diversos problemas al aplicarlo. Mecánicamente, estimar los pares de correlaciones para numerosos activos era laborioso en el mejor de los casos, pero procesar las relaciones de correlación era virtualmente imposible. La creciente disponibilidad de computadoras y un menor costo tiempo-máquina, han hecho que el método de Markowitz, de cálculos más laboriosos pero más descriptivo parezca más atractivo que en el pasado.[59]

La Teoría de Fijación de Precios por Arbitraje[60] y la Teoría sobre Valuación de Opciones de Black y Scholes (1973)[61] son dos de las posibilidades más recientes sugeridas para describir el comportamiento del inversionista.

A pesar de que aún quedan muchas respuestas sin contestar, el CAPM original ha brindado la mejor descripción del complejo proceso de fijación de precios de valores que hemos tenido. La pregunta es si el CAPM abstrae la realidad o no. La respuesta es sí, aún cuando al usar datos *ex post*, encontramos que en promedio existe un 33% de probabilidad de que los rendimientos para un solo valor estén relacionados

---

[58] Véase Thomas E. Copeland and J. F. Weston, *Financial Theory and Corporate Policy* (Reading; Mass.: Addison-Wesley, 1977)

[59] Véase Edwin J. Elton, M. J. Gruber, and M. W. Padburg, "*Simple Criteria for Optimal Portfolio Selection*", Journal of Finance, 31 (December 1976), 1341-57

[60] Véase, Stephen A. Ross, "*The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing*", *Journal of Economic Theory*, 13 (1976) 341-60

[61] Véase W. F. Sharpe, *Investments* (Englewood Cliffs, N. J.: Prentice-Hall, 1978), pp. 373-76; y Copeland and Weston, *Financial Theory and Corporate Policy*, pp. 392-95

con los rendimientos del mercado (R^2 promediada es aproximadamente 0.33) Este es un mejor promedio que lo que se podía obtener con los modelos multivariados de fijación de precios previos al CAPM. Hablando de portafolios, los resultados son mejores.

Aún existen cuestiones importantes a considerar antes de que aceptemos el CAPM como un modelo de fijación de precios. Por ejemplo:

1. ¿Podemos asumir un único mecanismo de fijación de precios en un sector de mercado líquido? ¿Deben incluirse las preferencias sobre liquidez en la construcción del CAPM?
2. ¿Podemos asumir que los impuestos no tienen importancia en un mundo donde los bonos gubernamentales y los bonos corporativos de riesgo y vencimiento similares brindan rendimientos distintos?
3. ¿Podemos usar un modelo de un solo periodo en un mundo multiperiódico?
4. ¿Podemos asumir un horizonte común indefinido cuando los inversionistas tienen diferentes horizontes, no homogéneos?
5. ¿Cómo incluimos los efectos variantes de la inflación? ¿Es suficiente sugerir que todos los efectos de la inflación son capturados en la tasa libre de riesgo?

Mientras todas estas preguntas permanezcan sin resolverse, no podemos confiar ciegamente en el CAPM. Sin embargo, no hemos probado que el modelo sea inútil. Es difícil, si no imposible, probar un modelo de expectativas, y también es difícil probar un modelo con datos inadecuados. La mayoría de las pruebas que se han realizado a la fecha no son pruebas confiables para este modelo de expectativas. Por lo tanto, las pruebas no son una causa suficiente para desechar el modelo. Más aún, debemos adaptar lo que es valioso dentro de este modelo si estamos tratando de desarrollar una descripción más apta del complejo proceso de fijación de precios de los activos. Los puntos débiles del CAPM deben verse como oportunidades para que investigadores creativos desarrollen modelos más adecuados.

3.3 Conclusión

En distintos grados, todos los supuestos del CAPM son violados en el mundo real. Pero ese hecho por sí solo es insuficiente para rechazar al modelo. Los modelos están hechos para abstraer la realidad e ignorar factores triviales e irrelevantes. Dado que los supuestos son poco realistas, la pregunta es: ¿La exclusión de estos factores del modelo destruyen la habilidad del modelo para describir o predecir? ¿Añadir cualquier factor realza el valor del modelo lo suficiente para compensar la creciente complejidad?

Hemos hecho conjeturas, examinado los supuestos y tratado de imaginar que pasaría si se añadiera uno u otro factor al modelo. Cada una de las adaptaciones del modelo tienden a moverse en una de dos direcciones. Ya sea que se tenga una línea de mercado que tenga una intersección más alta y una pendiente más baja que la línea de mercado del CAPM original, o que encontremos líneas de mercado múltiples más que una sola frontera eficiente homogénea.

Entender los supuestos es conocer la fortaleza y la debilidad del modelo. Muchos analistas han desechado el modelo en base a un somero conocimiento de los supuestos cuando las adaptaciones parecerían más lógicas y fructíferas que el rechazo. Algunas de las adaptaciones que han sido descritas provienen de los practicantes que encontraron una respuesta mejor, algunas otras provienen de investigadores académicos que probaron la fuerza teórica de un concepto simple.

Por otra parte, las pruebas empíricas nos llevan a la conclusión de que CAPM debería ser rechazado por dos razones básicas. Primero, el término intersección es significativamente distinto de cero. Segundo, muchos de los rendimientos no explicados por el CAPM pueden explicarse por varias anomalías tales como el tamaño de la empresa, los dividendos, las razones precio/ganancias, o la época del año.

A pesar de que la evidencia empírica del CAPM requiere que lo rechacemos como modelo teórico, esto no significa que los rendimientos esperados no están relacionados con la beta. De ahí que, si se tiene un estimador de la beta, se puede predecir el rendimiento requerido a partir de la línea de mercado empírica. La diferencia principal entre la línea empírica del mercado y el CAPM teórico es que la primera tendrá una intersección mayor y una pendiente menor.

Aún así, necesitamos saber mucho más. Inicialmente dijimos que uno de los factores más interesantes para los investigadores es que el modelo presenta hipótesis sujetas de prueba. No hemos aceptado o rechazado al CAPM solo por intuición, sino que hemos examinado las evidencias en espera de encontrar conceptos más realistas.

Capítulo 4 . El Modelo de Fijación de Precios de los Activos de Capital y el Modelo de Fijación de Precios por Arbitraje

En el capítulo anterior encontramos que existe un problema fundamental asociado con el Modelo de Fijación de Precios de los Activos de Capital, CAPM, no es posible apoyar o contradecir el modelo con evidencias empíricas. Este problema ha estimulado el interés en un modelo alternativo llamado Modelo de Fijación de Precios por Arbitraje APT[62], que fue desarrollado por Ross en 1976.

Los proponentes del APT argumentan que éste tiene dos ventajas básicas sobre el CAPM. Primero, tiene supuestos concernientes a las preferencias de los inversionistas con respecto al riesgo y al rendimiento que son menos restrictivas. Si se recuerda, uno de los supuestos del CAPM era que los inversionistas podían elegir entre portafolios alternativos basándose únicamente en el rendimiento esperado y la desviación estándar. El APT requiere que se establezcan fronteras en las funciones utilidad de los inversionistas, pero estas fronteras son menos restrictivas. Segundo, los proponentes del APT argumentan que el modelo puede refutarse o verificarse empíricamente. Como veremos, este punto es sujeto de mucha controversia, pero para muchos, las pruebas del APT son, al menos, una puerta abierta.

4.1 Modelos de Factores

El objetivo de la teoría moderna de portafolios es brindar al inversionista un medio a través del cual pueda identificar su portafolios óptimo cuando existen un número infinito de posibilidades. Usando un marco teórico que involucra rendimientos esperados y desviaciones estándar, se ha demostrado que el inversionista necesita estimar el rendimiento esperado y la desviación estándar de cada valor que esté bajo la consideración de incluirse en el portafolios, junto con todas las covarianzas. Con estos estimadores, el inversionista puede deducir el conjunto eficiente de Markowitz. Entonces, para una tasa libre de riesgo dada, el inversionista puede identificar el portafolios tangente y determinar la localización del conjunto lineal eficiente. Finalmente, el inversionista puede invertir en el portafolios tangente y prestar o pedir prestado dependiendo de las preferencias riesgo - rendimiento del inversionista.

En las últimas secciones se ha presentado un tipo de proceso generador de rendimiento conocido como la *línea característica*. Sin embargo, existen muchos otros tipos de procesos generadores de rendimiento para valores. Estos tipos

---

[62] Arbitrage Pricing Theory, por sus siglas en inglés.

de procesos son conocidos como *modelos de factores* (o *modelos índices*) porque sostienen que el rendimiento de un valor es sensible a los movimientos de varios *factores* (o *índices*). Estos modelos son potencialmente más útiles que las líneas características en su intento de estimar con precisión los rendimientos esperados, las varianzas y las covarianzas de los valores. Tienen este potencial porque parece que los rendimientos de los valores actuales son sensibles no sólo a los movimientos en el portafolios de mercado. Esto es, dentro de la economía pareciera que existe más de un factor que se esparce por todas partes y afecta los rendimientos de los valores. Dada esta creencia, un objetivo del análisis de valores es identificar estos factores en la economía y la sensibilidad de los rendimientos de los valores a los movimientos en estos factores. Un enunciado formal de tal relación es llamado un *modelo de factores de los rendimientos de los valores*. Comenzaremos exponiendo su forma más simple, el *modelo de un solo factor*.

4.1.1 Modelos de un Solo Factor

Algunos investigadores argumentan que el proceso generador de rendimiento para valores involucra un solo factor. Algunos ejemplos de tal factor incluyen la tasa de crecimiento en el Producto Nacional Bruto (PNB) y la tasa de crecimiento de la producción industrial. En general, un modelo de un solo factor puede representarse por una ecuación de la forma:

$$r_i = a_i + b_i F + e_i$$

donde F es el valor del factor y b_i es la sensibilidad del valor i a este factor (algunas veces b_i se conoce como el *atributo del valor* o *cargo del factor*). Si el valor del factor fuera cero, el rendimiento del valor sería igual a a_i+e_i. Aquí e_i es un *término error aleatorio*. Esto es, es una variable aleatoria con un valor esperado de cero y una desviación estándar dada σ_{ei}. Esto significa que el rendimiento de un valor i , de acuerdo con el factor de un solo modelo, puede escribirse como:

$$\bar{r}_i = a_i + b_i \bar{F}$$

Así, el término a_i representa el rendimiento esperado del valor i si el valor esperado del factor fuera cero.

Con el modelo de un solo factor, puede verse también que la varianza de cualquier valor i es igual a:

$$\sigma_i^2 = b_i^2 \sigma_F^2 + \sigma_{ei}^2$$

donde σ_F^2 es la varianza del factor F y σ_{ei}^2 es la varianza del término aleatorio error e_i. Más aún, la covarianza entre dos valores cualesquiera *i* y *j* es igual a:

$$\sigma_{ij} = b_i\, b_j\, \sigma_F^2$$

Las ecuaciones que expresan σ_i^2 y σ_{ij} se basan en dos supuestos críticos. El primer supuesto es que *el término aleatorio error y el factor no están correlacionados*, es decir, que el resultado del factor no tiene relación con el resultado del término aleatorio error. El segundo supuesto es *que los términos aleatorios error de dos valores no están correlacionados*, es decir, que el resultado del término aleatorio error de un valor no tiene conexión con el resultado del término aleatorio error de otro valor. En otras palabras, los rendimientos de dos valores están correlacionados (esto es, se moverán juntos) sólo a través de reacciones comunes del factor. Si cualquiera de los dos supuestos no es válido, entonces el modelo es una aproximación y se requerirá otro modelo teóricamente más preciso del proceso generador de rendimiento.

La línea característica puede verse ahora como un ejemplo de un modelo de un solo factor donde el factor es el rendimiento en el portafolios de mercado. En las secciones previas, la línea característica se representó como:

$$r_i - r_f = \alpha_i + (r_M - r_f)\beta_i + \varepsilon_i$$

donde α_i y β_i son la alfa y la beta del valor, respectivamente, y ε_i es un término aleatorio error con un valor esperado de cero y desviación de $\sigma_{\varepsilon i}$. Sin embargo, esta ecuación puede reescribirse como:

$$\begin{aligned} r_i &= r_f + \alpha_i + (r_M - r_f)\beta_i + \varepsilon_i \\ &= \left[\alpha_i + r_f(1-\beta_i)\right] + \beta_i\, r_M + \varepsilon_i \end{aligned}$$

comparando esta ecuación con la forma general del modelo de un solo factor puede observase que la línea característica es un ejemplo de un modelo de un solo factor donde el factor es el rendimiento en el portafolios de mercado, (esto es, $F=r_M$). Más aún, los términos α_i y β_i del modelo de un solo factor pueden interpretarse como $[\alpha_i + r_f(1-\beta_i)]$ y β_i, respectivamente.

Sin embargo, como se mencionó anteriormente, existen otros ejemplos de modelos de un solo factor. Un inversionista puede considerar más preciso ver los rendimientos de los valores como función de un solo factor tal como la tasa del crecimiento del PNB. Para este inversionista, *F* es la tasa de crecimiento del PNB, b_i es la sensibilidad del valor *i* a la tasa de crecimiento del PNB, y a_i es el rendimiento esperado del valor *i* cuando el crecimiento en el PNB es cero.

Existen dos características importantes de los modelos de un solo factor. Primero, para determinar la composición del portafolios de tangencia, el inversionista necesita estimar todos los rendimientos esperados, varianzas y covarianzas. Esto puede hacerse con un modelo de un solo factor estimando a_i ,b_i y σ_{ei} para cada uno de los N valores riesgosos. También son necesarios el valor esperado del factor F, y su desviación estándar, σ_F . Con estos estimadores se calculan los rendimientos esperados, las varianzas y las covarianzas de los valores. Usando estos valores puede deducirse el conjunto eficiente de Markowitz desde el cual puede ser determinado el portafolios tangente para una tasa libre de riesgo dada.[63]

La segunda característica de interés en el modelo de un solo factor tiene que ver con la diversificación. Anteriormente se demostró que la diversificación lleva a promediar el riesgo de mercado y a una reducción en el riesgo único. Esta característica es también cierta para cualquier modelo de un solo factor, excepto que ahora en vez de un riesgo de mercado y un riesgo único, se utilizan las palabras *riesgo del factor* y *riesgo del no factor*. Esto es, en la ecuación $\sigma_i^2 = b_i^2\sigma_F^2 + \sigma_{ei}^2$, el primer término en el lado derecho se conoce como riesgo del factor del valor, y el segundo término como riesgo del no factor (o idiosincrásico) del valor.

Con un modelo de un solo factor, la desviación estándar de un portafolios es igual a:

$$\sigma_p = \left[\left(\sum_{i=1}^{N} X_i b_i\right)^2 + \sum_{i=1}^{N} X_i^2\sigma_{ei}^2\right]^{1/2}$$
$$= (b_p^2\ \sigma_F^2 + \sigma_{ep}^2)^{1/2}$$

donde:

$$b_p = \sum_{i=1}^{N} X_i b_i$$
$$\sigma_{ep}^2 = \sum_{i=1}^{N} X_i^2\ \sigma_{ei}^2$$

La ecuación que expresa a σ_p muestra que el riesgo total de cualquier portafolios puede verse formado por dos componentes similares a los dos

---

[63] En el caso de la línea característica, esto significa que el inversionista necesita estimar α_i , β_i y σ_{ei} para cada uno de los N valores riesgosos; también son necesarios el rendimiento esperado del portafolios de mercado, $\bar{r}_M$ y su desviación estándar, σ_M junto con la tasa libre de riesgo, r_f .

componentes del riesgo total de un valor individual mostrado en la ecuación $\sigma_i^2 = b_i^2 \sigma_F^2 + \sigma_{ei}^2$. En particular, el primero y el segundo términos en el lado derecho de la ecuación que expresa a σ_p son el riesgo del factor y el riesgo del no factor del portafolios, respectivamente.

En tanto un portafolios se vuelva más diversificado, es decir, el número de valores en él sea mayor, cada proporción X_i se volverá menor. Sin embargo, esto no causará que b_p o decrezca o se incremente significativamente a menos que se intente hacerlo deliberadamente introduciendo valores con b_i's ya sean bajas o altas, respectivamente. Esto es porque, como se muestra en la ecuación $b_p = \sum_{i=1}^{N} X_i b_i$, b_p es simplemente un promedio ponderado de las sensibilidades de los valores, b_i, con los valores de X_i, y sirviendo como ponderadores. De ahí que, *la diversificación lleve a un promedio del riesgo del factor.*

Sin embargo, puede probarse que en tanto un portafolios se vuelva más diversificado, existen razones para esperar que σ_{ep}^2, el riesgo del no factor, decrezca. Esto se demuestra examinando la ecuación $\sigma_{ep}^2 = \sum_{i=1}^{N} X_i^2 \sigma_{ei}^2$. Suponiendo que la cantidad invertida en cada valor es igual, entonces esta ecuación puede reescribirse substituyendo 1/N por X_i:

$$\sigma_{ep}^2 = \sum_{i=1}^{N} \left[\frac{1}{N}\right]^2 \sigma_{ei}^2$$

$$= \frac{1}{N}\left[\frac{\sigma_{e1}^2 + \sigma_{e2}^2 + \ldots\ldots + \sigma_{eN}^2}{N}\right]$$

El valor dentro del paréntesis es el promedio de los riesgos de los no factores para los valores componentes. Pero el riesgo del no factor del portafolios es solo 1/N veces tan grande como este, dado que el término 1/N también aparece fuera del paréntesis. De ahí que mientras el portafolios se vuelva más diversificado, el número de valores N en él sea mayor. Esto significa que 1/N se vuelve más pequeño, lo cual a su vez reduce el riesgo del no factor del portafolios. Así simplemente, *la diversificación reduce el riesgo del no factor.*[64]

---

[64] De hecho, todo lo que se necesita para que la reducción en el riesgo del no factor ocurra, es que la cantidad máxima invertida en cualquier valor decrezca continuamente cuando N crece.

4.1.2 Modelos de Factores Múltiples

La salud de la economía afecta a la mayoría de las empresas, de ahí que los cambios en las expectativas concernientes al futuro de la economía tengan un profundo efecto en los rendimientos de la mayoría de los valores. Sin embargo, la economía no es una simple entidad monolítica. Pueden identificarse varias varios factores que influyen en ella notablemente:

- Expectativas sobre el crecimiento de la tasa real del PNB
- Expectativas sobre las tasas reales de interés
- Expectativas sobre los niveles de la inflación
- Expectativas sobre los precios del petróleo a futuro

En lugar del modelo de un solo factor, un *modelo de factores múltiples* para rendimientos de valores que considere varias influencias puede resultar más preciso. Como ejemplo de un modelo de factores múltiples se considerará al *modelo de dos factores*. Esto es, se asume que el proceso generador de rendimientos contiene dos factores.

4.1.2.1 Modelos de Dos Factores

El modelo de dos factores expresado en una ecuación tiene la forma:

$$r_i = a_i + b_{i1} F_1 + b_{i2} F_2 + e_i$$

donde F_1 y F_2 son los dos factores que influyen fuertemente en los rendimientos de los valores (por ejemplo, F_1 podría ser la tasa de crecimiento del PNB y F_2 la tasa de inflación); y b_{i1} y b_{i2} son las sensibilidades del valor i a estos dos factores. Al igual que en el modelo de un sólo factor, e_i es un término error aleatorio y a_i es el rendimiento esperado del valor i si cada factor tuviera el valor cero.

Con el modelo de dos factores se necesitan estimar cuatro parámetros para cada valor. Estos son a_i, b_{i1}, b_{i2}, y la desviación estándar del término error aleatorio, denotada por σ_{ei}. Para cada uno de los factores, se necesitan estimar dos parámetros. Estos parámetros son el valor esperado de cada factor ($\overline{F}_1$ y $\overline{F}_2$) y la desviación estándar de cada factor (σ_{F1} y σ_{F2})

Con estos estimadores, el rendimiento esperado para cualquier valor i puede determinarse usando la fórmula:

$$\bar{r}_i = a_i + b_{i1} \overline{F}_1 + b_{i2} \overline{F}_2$$

Si los factores no están correlacionados, entonces la varianza para cualquier valor i será:

$$\sigma_i^2 = b_{i1}^2\sigma_{F1}^2 + b_{i2}^2\sigma_{F2}^2 + \sigma_{ei}^2$$

y la covarianza entre dos valores i y j puede determinarse por medio de:

$$\sigma_{ij} = b_{i1}\, b_{j1}\, \sigma_{F1}^2 + b_{i2}\, b_{j2}\, \sigma_{F2}^2$$

Si los factores están correlacionados, se necesitan ecuaciones más complejas para determinar las varianzas y las covarianzas:[65]

Al igual que con el modelo de un solo factor, una vez que los rendimientos esperados, las varianzas y las covarianzas han sido determinadas usando estas ecuaciones, el inversionista puede deducir el conjunto eficiente de Markowitz. Entonces, para una tasa libre de riesgo dada, el portafolios de tangencia puede identificarse, después de lo cual el inversionista puede determinar su portafolios óptimo.

Todo lo que se ha dicho anteriormente con respecto a los modelos de un solo factor y sus efectos de diversificación también se aplica aquí:

- La diversificación conduce a promediar el riesgo del factor.
- La diversificación puede reducir substancialmente el riesgo del no factor.
- Para un "portafolios bien diversificado" el riesgo del no factor será insignificante

En la misma forma que con el modelo de un solo factor, la sensibilidad de un portafolios a un factor en particular, en el modelo de factores múltiples es un promedio ponderado de las sensibilidades de los valores, donde los ponderadores equivalen a la proporción invertida en cada valor. Esto puede verse ya que el rendimiento en un portafolios es un promedio ponderado de los rendimientos de sus valores componentes:

---

[65] Si los factores están correlacionados, la ecuación $\sigma_i^2 = b_{i1}^2\sigma_{F1}^2 + b_{i2}^2\sigma_{F2}^2 + \sigma_{ei}^2$ necesitaría tener el término 2 b_{i1} b_{i2} COV(F_1 ,F_2) en el lado derecho, y la ecuación $\sigma_{ij} = b_{i1}\, b_{j1}\, \sigma_{F1}^2 + b_{i2}\, b_{j2}\, \sigma_{F2}^2$ necesitaría tener el término (b_{i1} b_{j2} + b_{i2} b_{j1})COV(F_1 ,F_2) en el lado derecho. Aquí COV(F_1 ,F_2) denota la covarianza entre los dos factores y es igual a la correlación entre ellos por el producto de sus desviaciones estándar, σ_{F1} y σ_{F2} . También son necesarios otros supuestos, por ejemplo, los términos error aleatorios no deben estar correlacionados ni entre ellos ni con cada factor.

$$r_p = \sum_{i=1}^{N} X_i \, r_i$$

Substituyendo el lado derecho de la ecuación $r_i = a_i + b_{i\,1} F_1 + b_{i\,2} F_2 + e_i$ por r_i tenemos que:

$$\begin{aligned} r_p &= \sum_{i=1}^{N} X_i \, (a_i + b_{i\,1} F_1 + b_{i\,2} F_2 + e_i) \\ &= \left(\sum_{i=1}^{N} X_i \, a_i\right) + \left(\sum_{i=1}^{N} X_i \, b_{i\,1} F_1\right) + \left(\sum_{i=1}^{N} X_i \, b_{i\,2} F_2\right) + \left(\sum_{i=1}^{N} X_i \, e_i\right) \\ &= a_p + b_{p1} \, F_1 + b_{p2} \, F_2 + e_p \end{aligned}$$

donde:

$$a_p = \sum_{i=1}^{N} X_i \, a_i \qquad\qquad e_p = \sum_{i=1}^{N} X_i \, e_i$$

$$b_{p\,1} = \sum_{i=1}^{N} X_i \, b_{i\,1} \qquad\qquad b_{p\,2} = \sum_{i=1}^{N} X_i \, b_{i\,2}$$

Nótese como las sensibilidades del portafolios b_{p1} y b_{p2} son promedios ponderados de las sensibilidades individuales respectivas, b_{i1} y b_{i2}.

4.1.2.2 Modelos de Sectores - Factores

Los valores en la misma industria o "sector económico" con frecuencia se mueven juntos, respondiendo en forma similar a los cambios en las perspectivas para ese sector. Algunos inversionistas toman en cuenta esto usando un tipo especial de modelo de factores múltiples referido como el *modelo sector - factor*. Para usar el modelo sector - factor, cada valor debe clasificarse dentro de un sector. Para un modelo de dos sectores - factores, cada valor debe clasificarse como perteneciente a uno de dos sectores económicos.

Por ejemplo, sea el sector 1 el de todas las compañías industriales y el sector 2 el de todas las compañías no industriales, (tales como las de transporte y los grupos financieros). Debe tenerse en cuenta, sin embargo, que ambos, el número de sectores y los elementos que conforman a cada sector es un criterio que se deja abierto a la decisión del inversionista.

Con este modelo de dos sectores - factores, el proceso generador de rendimiento para los valores es de la misma forma general que el modelo de dos factores representado por la ecuación, $r_i = a_i + b_{i\,1} F_1 + b_{i\,2} F_2 + e_i$. Sin embargo, con el modelo de dos sectores - factores, F_1 y F_2 denotan ahora al sector - factor 1 y 2, respectivamente. Más aún, denota a cualquier valor en particular que pertenezca al sector - factor 1 o al 2, pero no a ambos. Por definición, esto significa que, dependiendo de si b_{i1} o b_{i2} son iguales a 1; el otro corresponderá al sector - factor al cual el valor no pertenezca y será igual a 0.

Como un ejemplo ilustrativo, consideremos al grupo industrial BIMBO y al grupo no industrial SERFIN. El modelo de dos sectores - factores para BIMBO sería:

$$r_{\text{BIMBO}} = a_{\text{BIMBO}} + b_{\text{BIMBO }1} F_1 + b_{\text{BIMBO }2} F_2 + e_{\text{BIMBO}}$$

Sin embargo, dado BIMBO pertenece al sector - factor 1, (el sector industrial), el coeficiente $b_{\text{BIMBO }1}$ y $b_{\text{BIMBO }2}$ tienen asignados los valores 1 y 0, respectivamente. Habiendo hecho esta asignación, la ecuación anterior se reduce a:

$$r_{\text{BIMBO}} = a_{\text{BIMBO}} + F_1 + e_{\text{BIMBO}}$$

De ahí que, sólo se necesiten estimar los valores de a_{BIMBO} y $\sigma_{e\text{ BIMBO}}$ para BIMBO con el modelo de dos sectores - factores, mientras que con un modelo de dos factores se necesitaría estimar los valores de a_{BIMBO}, $b_{\text{BIMBO }1}$, $b_{\text{BIMBO }2}$ y $\sigma_{e\text{ BIMBO}}$.

En forma similar, dado que SERFIN pertenece al sector no industrial, tendría el siguiente modelo de dos factores:

$$r_{\text{SERFIN}} = a_{\text{SERFIN}} + b_{\text{SERFIN }1} F_1 + b_{\text{SERFIN }2} F_2 + e_{\text{SERFIN}}$$

el cual se reduciría a:

$$r_{\text{SERFIN}} = a_{\text{SERFIN}} + F_2 + e_{\text{SERFIN}}$$

dado que a $b_{\text{SERFIN }1}$ y $b_{\text{SERFIN }2}$ se les asignarían valores de 0 y 1, respectivamente. De ahí que con el modelo de dos sectores - factores, los únicos valores que se necesiten estimar son los de a_{SERFIN} y $\sigma_{e\text{ SERFIN}}$ para SERFIN.

En general, mientras que con el modelo de dos factores se necesitaría estimar cuatro parámetros por cada valor, (a_i, b_{i1}, b_{i2} y σ_{ei}), sólo se necesita estimar dos parámetros con el modelo de dos sectores - factores, (a_i y σ_{ei}), dado que a dos parámetros se les han asignado valores de uno o cero. Con estos estimadores de los parámetros de los valores individuales, junto con los estimadores de $\overline{F}_1$, $\overline{F}_2$, σ^2_{F1} y σ^2_{F2}, el inversionista puede utilizar las ecuaciones: $\bar{r}_i = a_i + b_{i1}\overline{F}_1 + b_{i2}\overline{F}_2$, $\sigma_i^2 = b_{i1}^2\sigma_{F1}^2 + b_{i2}^2\sigma_{F2}^2 + \sigma_{ei}^2$ y $\sigma_{ij} = b_{i1}\, b_{j1}\, \sigma_{F1}^2 + b_{i2}\, b_{j2}\, \sigma_{F2}^2$ para calcular los rendimientos esperados, las varianzas y las covarianzas, respectivamente. Esto permitirá al inversionista deducir el conjunto eficiente de Markowitz del cual obtendrá el portafolios de tangencia para una tasa libre de riesgo dada.

4.1.3 Modelos de Factores Generales

Como se mencionó anteriormente, los modelos de factores se conocen algunas veces como *modelos índices*. Un cierto número de instituciones de inversión han usado un modelo de un índice único (esto es, de un sólo factor) para el manejo de portafolios. Sin embargo, es creciente el uso de modelos de índices múltiples. Frecuentemente, estos modelos contienen *factores comunes* que afectan a todos los valores en una extensión mayor o menor, (por ejemplo, la tasa de crecimiento del PNB) y *factores sectoriales* que afectan sólo un subgrupo de valores, (por ejemplo, a las industrias)[66]

En un sentido importante, la mayor tarea del análisis de inversión es determinar un modelo de factor apropiado. Esto significa determinar cuántos factores existen y qué representan. Esta tarea no es fácil, y es extremadamente improbable tener una prueba definitiva de que se ha obtenido el modelo correcto. Las diferencias concernientes a la relativa utilidad de modelos de factores alternativas persistirán, dado que el inversionista tiene un amplio rango de elección. Una vez que la elección se hace, el inversionista puede enfocarse a estimar los parámetros apropiados, permitiendo con ello calcular los rendimientos esperados, las varianzas y las covarianzas. Con estos datos puede deducirse el conjunto eficiente de Markowitz y de este se puede determinar el portafolios de tangencia asociado con una tasa libre de riesgo dada. En este punto, el inversionista será capaz de identificar su portafolios óptimo encontrando la combinación del portafolios de tangencia y la tasa libre de riesgo que le brinde el punto más adecuado entre riesgo y rendimiento.

4.1.4 Modelos de Factores y Equilibrio

Debe tenerse en mente que un modelo de factor no es un modelo de equilibrio de fijación de precios de activos. Sin embargo, si existe el equilibrio, entonces hay cierta relación entre los parámetros de un modelo de factor y los del modelo de equilibrio de fijación de precios de activos.

Por ejemplo, si los rendimientos actuales son generados por un modelo de un solo factor donde el factor es r_M, entonces, de acuerdo con la ecuación $\bar{r}_i = a_i + b_i \bar{F}$, los rendimientos esperados también serán iguales a $r_f + (\bar{r}_M - r_f)\beta_i$, lo cual puede reescribirse como:

---

[66] Sharpe, "*Factors in NYSE Security Returns*". El modelo de factor discutido en este artículo es usado en forma subsecuente por Blake R. Grossman y William F. Sharpe, "*Financial Implications of South African Divestment*", Financial Analysts Journal 42, no. 4, (July / August 1986): 15 -29. Los modelos de factores pueden utilizarse también para evaluar el desarrollo de ejecutivos de cuenta.

$$
\begin{aligned}
\bar{r}_i &= r_f + (\bar{r}_M - r_f)\beta_i \\
&= r_f - r_f\,\beta_i + \bar{r}_M\,\beta_i \\
&= (1-\beta_i)r_f + \bar{r}_M\,\beta_i
\end{aligned}
$$

Esto significa que los parámetros del modelo de un solo factor y el CAPM deben tener la relación siguiente:

$$
\begin{aligned}
a_i &= (1-\beta_i)r_f \\
b_i &= \beta_i
\end{aligned}
$$

Esto es, si los rendimientos esperados se determinan de acuerdo con el CAPM y los rendimientos actuales son generados por un modelo de un solo factor, entonces a_i y b_i deben ser iguales a $(1 - \beta_i)r_f$ y β_i, respectivamente.

4.2 Introducción a la Teoría de Fijación de Precios por Arbitraje

Al igual que la Teoría del Mercado de Capitales, la Teoría de Fijación de Precios por Arbitraje, APT, es una teoría de equilibrio de los rendimientos esperados. La tesis central del APT es que existe más de un factor sistemático que afecta los rendimientos promedio a largo plazo de los activos financieros. Mientras que algunos supuestos del APT son menos restrictivos que los del CAPM (por ejemplo, la existencia de un portafolios de mercado y de tasas para préstamos libres de riesgo), el APT comparte con el CAPM supuestos relacionados con la perfección de los mercados de capitales y con los horizontes de inversión comunes para todos los inversionistas. Adicionalmente, el APT asume que un portafolios de arbitraje puede obtenerse sin invertir dinero, un supuesto bastante poco realista para la mayoría de los inversionistas. Sin embargo, es importante considerar que sólo unos pocos inversionistas son necesarios para hacer que los rendimientos esperados y el riesgo de los activos tengan una proporción adecuada.

Uno de los problemas de utilizar el CAPM es que un solo factor, el portafolios de mercado, es utilizado para explicar los rendimientos de los valores. La Teoría de Fijación de Precios por Arbritaje , APT, nos permite utilizar muchos factores, no sólo para explicar los rendimientos. Por ejemplo, cambios inesperados en las tasas de interés son un candidato lógico para ser un factor común que afecte todos los valores al mismo tiempo. Cuando las tasas de interés suben, el valor de mercado de los bonos y acciones tiende a caer. Los factores fundamentales tienen la propiedad de no ser diversificables, de ahí que uno deba pagar una prima de riesgo para evitarlos.

En principio derivado por Ross (1976)[67], el APT comienza asumiendo que la tasa de rendimiento de cualquier valor es una función lineal del movimiento de un conjunto de factores fundamentales, $\tilde{F}_k$, común a todos los valores:

$\tilde{R}_j$ = la tasa estocástica de rendimiento del activo j

$E(\tilde{R}_j)$ = la tasa esperada de rendimiento del activo j

b_{jk} = la sensibilidad del rendimiento del activo j al factor k

$\tilde{F}_k$ = el factor k de media cero, común a los rendimientos de todos los activos bajo consideracion

$\tilde{\varepsilon}_j$ = un término ruido, aleatorio, de media cero para el activo j

En el CAPM, el único factor común para todos los rendimientos de los activos es la tasa de rendimiento del portafolios de mercado. Cada beta del activo, o sensibilidad, es estimada a través de una regresión de su rendimiento con la tasa de rendimiento del portafolios de mercado. La Teoría de Fijación de Precios por Arbritaje no nos permite simplemente correr una regresión de los rendimientos de los activos contra un conjunto de factores determinados arbitrariamente. En cambio, el análisis de factores debe emplearse para extraer los factores fundamentales que afectan a todos los valores. A pesar de que utilizar el análisis de factores para identificar sin ambigüedad todos los factores comunes es matemáticamente imposible, Chen, Roll, y Ross, (1986) correlacionaron varias variables macroeconómicas, las cuales simulaban los factores, con los rendimientos de cinco portafolios. Estas cinco variables que resultaron significativas se muestran en el Cuadro 4.1.[68] La lógica económica que sustenta estas variables tiene bastante sentido. Los precios de las acciones comunes son el valor presente de los flujos de efectivo descontados. El índice de producción industrial está relacionado con la utilidad. Las variables restantes están relacionadas con la tasa de descuento. A pesar de que aún falta mucha investigación por hacer, entender los factores que afectan los precios de los activos en el trabajo de Chen, Roll y Ross, (1986) es un buen comienzo y nos brinda una intuición de lo que son estos factores comunes.

---

[67] Stephen A. Ross, *"The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing"*, *Journal of Economic Theory*, (December 1976): 341-60

[68] Es interesante notar que algunas de las variables que no resultaron significativas fueron, por ejemplo, los cambios en el precio del petróleo y los cambios en el consumo real per cápita.

Cuadro 4.1 Variables Macroeconómicas relacionadas con el APT

1. Producción Industrial (o el portafolios de mercado)
2. Cambios en la prima de riesgo (medidos por las diferencias en los rendimientos prometidos al rendimiento en base a comparaciones hechas entre bonos corporativos AAA y Baa)
3. Cambios en las curvas de rendimiento (medidos por las diferencias entre los rendimientos prometidos al vencimiento en bonos gubernamentales de corto y largo plazo)
4. Inflación no anticipada
5. Cambios en la tasa real (medida por la tasa de los Bonos de la Tesorería menos el Índice de Precios del Consumidor)

La lógica detrás del APT es bastante similar a la del CAPM. Ya sea diversificable o idiosincrásico, el riesgo no se valúa en el mercado porque puede ser eliminado virtualmente sin costo distribuyendo la riqueza entre un gran número de activos en un portafolios. Todo lo que cuenta es el riesgo sistemático. Éste no puede eliminarse por medio de la diversificación. Consecuentemente, debe pagarse una prima de riesgo para compensar a los inversionista por tomar el riesgo sistemático. La medida del riesgo sistemático es la sensibilidad de los rendimientos de un activo a varios factores que afectan a todos los activos. En el CAPM, el único factor era el rendimiento del portafolios de mercado. En el APT, los factores pueden pensarse en función de la producción industrial (o el índice de mercado), una prima de riesgo estándar, los giros en la curva de los rendimientos, y la inflación no anticipada. Estos son riesgos que afectan a toda la economía y no pueden ser eliminados por medio de la diversificación. Para mostrar como valuar estos riesgos sistemáticos en equilibrio, Ross, (1976) utilizó el concepto de los portafolios de arbitraje para deducir el equilibrio del mercado.

Un portafolios de arbitraje es aquel que no tiene riesgo, no requiere inversión de capital, y gana un rendimiento positivo. Así como el mítico unicornio, un portafolios de arbitraje es una buena idea, pero no debería existir en el equilibrio. Nadie debería de ser capaz de obtener beneficios por arbitraje. De hecho, se asume la no existencia de las oportunidades de arbitraje para establecer el equilibrio del mercado de capital.[69]

El APT se basa en la intuición directa y razonable de la eficiencia de los mercados de capitales, activos con riesgos similares deben tener tasas de rendimiento esperado similares. Por ejemplo, supóngase que se tienen dos bonos con el mismo vencimiento y el mismo riesgo y son vendidos con rendimientos diferentes. Una vez

---

[69] Véase la deducción de la Teoría de Fijación de Precios por Arbitraje realizada por Copeland y Weston, (1988).

que los inversionistas hayan descubierto esta oportunidad, el arbitraje entrará en el mercado vendiendo en corto los bonos con menor rendimiento y comprando los bonos con alto rendimiento hasta que los rendimientos se igualen. En términos del APT, los activos con la misma sensibilidad (b_i) a factores identificados en la economía deben tener el mismo rendimiento esperado. En términos más generales, si la situación permite a los inversionistas incrementar su riqueza sin una inversión de dinero o sin afrontar riesgos, éstos continuarán tomando ventaja de esta oportunidad hasta que no exista.

Considérense las características de los cuatro activos en el Cuadro 4.2, y asúmase que el rendimiento idiosincrásico (riesgo residual) ha sido eliminado por diversificación a través de otras inversiones.[70] Para efecto de este ejemplo, sólo dos factores han sido considerados estadísticamente significativos. Pueden considerarse factores adicionales, pero esto sólo complicaría el ejemplo. ¿Puede existir eficiencia del mercado de capital en la situación presentada en el Cuadro 4.2? La respuesta es no, porque existe una oportunidad de que existan rendimientos positivos libres de riesgo. El arbitraje puede entrar al mercado y crear un portafolios por arbitraje como el que se muestra en el Cuadro 4.3

Cuadro 4.2 Características de Cuatro Portafolios: Desequilibrio

Acción	Rendimiento Esperado, E(R_i)	Sensibilidad al Factor 1, b_{i1}	Sensibilidad al Factor 2, b_{i2}
1	13%	0.2	2.0
2	27	3.0	0.2
3	16	1.0	1.0
4	20	2.0	2.0

Fuente: Dorothy H. Bower, Richard S. Bower and Dennis E. Logue, "*A Primer on Arbitrage Pricing Theory*", *Midland Corporate Finance Journal* (Fall 1984) 31-40

[70] Este ejemplo ha sido tomado de Dorothy H. Bower, Richard, S. Bower and Dennis E. Logue, "*A Primer Arbitrage Pricing Theory*", *Midland Corporate Finance Journal* (Fall 1984): 31-40

Cuadro 4.3 Portafolios de Arbitraje

Acción	Proporción de la Inversión, X_i	Rendimiento Esperado, $X_i * E(R_i)$	Sensibilidad Ponderada al Factor 1, $X_i * b_{i1}$	Sensibilidad Ponderada al Factor 2, $X_i * b_{i2}$
1	+1.000	+13.000%	+0.200	+2.000
2	+0.643	+17.361	+1.929	-0.129
3	-1.157	-18.512	-1.157	-1.157
4	-0.486	- 9.720	-0.972	-0.972
Portafolios	0.000	+2.129%	0.000	0.000

Fuente: Dorothy H. Bower, Richard S. Bower and Dennis E. Logue, *"A Primer on Arbitrage Pricing Theory"*, *Midland Corporate Finance Journal* (Fall 1984) 31-40

Los ponderadores de la inversión (X_i en el Cuadro 4.3) son determinados como resultado de un portafolios de arbitraje con cero inversión (algunas acciones son vendidas en corto) y de factor riesgo cero. En este ejemplo, estos requerimientos pueden expresarse como:

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 = 0 \quad \text{(0 inversión)}$$
$$X_1 b_{11} + X_2 b_{12} + X_3 b_{13} + X_4 b_{14} = 0 \quad \text{(0 riesgo del factor 1)}$$
$$X_1 b_{21} + X_2 b_{22} + X_3 b_{23} + X_4 b_{24} = 0 \quad \text{(0 riesgo del factor 2)}$$

Para resolver este sistema de las proporciones invertidas en cada una de las cuatro acciones (X_i), como se muestra en el Cuadro 4.3, se puede crear una cuarta ecuación haciendo la inversión en una de las acciones igual a uno y resolver para las proporciones restantes en otras acciones. Por ejemplo, si la inversión en la primera acción se hace igual a uno, $X_1=1$, entonces basándonos en los requerimientos de arbitraje y en la información del Cuadro 4.2, tenemos:

$$X_2 + X_3 + X_4 = -1 \qquad (1)$$
$$X_2(3.0) + X_3(1.0) + X_4(2.0) = -.2 \qquad (2)$$
$$X_2(.2) + X_3(1.0) + X_4(2.0) = -2 \qquad (3)$$

Restando la ecuación (3) de la ecuación (2) obtenemos $X_2=.643$, la inversión proporcional en la acción 2. Restando la ecuación (2) de la ecuación (1) y substituyendo $X_2=.643$, tenemos que $X_4=-.486$. Substituyendo los valores de X_2 y X_4 en la ecuación (1) obtenemos que la proporción invertida en la acción 3 es $X_3=-1.157$

Por lo tanto, cuando los ponderadores de inversión se eligen como se muestra en el Cuadro 4.3, la inversión total en el portafolios de arbitraje es cero, con un rendimiento positivo, libre de riesgo de 2.129%. Como un resultado de esta acción por arbitraje, el rendimiento esperado de la acción 1 y 2 será menor que la de las acciones 3 y 4. Este cambio relativo resulta porque 1 y 2 son comprados (sus precios suben y sus rendimientos esperados bajan) mientras las acciones 3 y 4 son vendidas (sus precios declinan y los rendimientos esperados se incrementan)

Ross (1976) ha demostrado que si las oportunidades de arbitraje no existieran, entonces, la Teoría de Fijación de Precios por Arbritaje puede escribirse como:

$$E(R_j) = R_f + \left[\bar{\delta}_1 - R_f\right] b_{j1} + \cdots\cdots + \left[\bar{\delta}_k - R_f\right] b_{jk}$$

donde:

$E(R_j) =$ el rendimiento esperado del activo j

$R_f =$ el rendimiento del activo sin riesgo

$\bar{\delta}_k =$ el rendimiento esperado de un portafolios simulado que tiene sensibilidad [71] unitaria al k - ésimo factor y sensibilidad cero a los otros factores

$b_{jk} =$ la sensibilidad del activo j al factor k

El APT es muy similar al CAPM. La ecuación anterior podemos interpretarla como que los rendimientos esperados de cualquier valor en equilibrio deberían ser iguales a la tasa libre de riesgo más un conjunto de primas de riesgo. La prima de riesgo para cada activo es el precio de mercado del riesgo para el *k*-ésimo factor, $\bar{\delta}_k - R_f$, el número de veces de la sensibilidad del *j*-ésimo activo al *k*-ésimo factor, b_{jk}. Bajo algunos supuestos simplificadores, las sensibilidades del factor pueden interpretarse en la misma forma que la beta en el CAPM.[72]

$$b_{jk} = \frac{cov(\bar{R}_j, \bar{\delta}_k)}{var(\bar{\delta}_k)}$$

Esto implica que el CAPM es simplemente un caso especial del APT donde un solo factor, el rendimiento esperado del portafolios de mercado es usado para explicar los rendimiento de los activos.

---

[71] Podemos pensar en el CAPM como un APT de un solo factor, recordando que la beta de un portafolios de mercado es uno, $\beta_M = 1$. Este es un ejemplo de una sensibilidad unitaria. Así como el portafolios del mercado en el CAPM tiene sensibilidad unitaria a sí mismo, cada factor APT de un portafolios tiene sensibilidad unitaria a sí mismo y sensibilidad cero a los otros factores del portafolios.

[72] Asumiendo que los vectores de los rendimientos del activo tiene una distribución normal conjunta y que los factores han sido linealmente transformados de tal forma que los vectores son ortonormales.

De acuerdo con algunos estudios realizados, como se muestra en el Cuadro 4.4, el CAPM tiende a obtener estimadores inferiores del costo de capital cuando la compañía o industria bajo investigación es sensible a los factores que no están bien representados en el índice del CAPM, usualmente un índice de acciones comunes como el S&P500 o el IPC. El CAPM no parece tener un buen desempeño para compañías petroleras con un 50 por ciento de sus activos en forma de reservas bajo la tierra porque estas compañías son realmente grandes portafolios. Cuando el precio de los bienes sube, su valor de mercado sube, pero el índice del mercado de valores tiende a la baja debido a un incremento inesperado en la inflación. La pobre correlación del índice del mercado causa que el CAPM subestime el costo de capital de empresas de bienes ligados. El CAPM tampoco funciona bien para bancos o centros financieros porque su valor es altamente sensible a las tasas de interés y el índice de mercado del CAPM es menos sensible. Muchas de las anomalías del CAPM pueden ser explicadas por el APT porque es una teoría más completa.

Cuadro 4.4 Estimadores del costo de capital del CAPM y el APT (datos de 1989)

	Número de Empresas	Costo de Capital		
		CAPM	**APT**	**Diferencia**
Corretaje	10	17.1 %	17.4 %	.3%
Servicios Eléctricos	39	12.7	11.8	-.9*
Alimentos y Bebidas	11	14.1	14.3	.1
Productos Forestales	7	16.8	15.0	-1.8*
Ahorros y Préstamos	18	15.8	19.6	3.8*
Minería	15	14.7	14.2	-.5
Bancos y Centros de Dinero	12	15.9	16.9	1.0*
Cías. Petroleras con Grandes Reservas	12	14.4	19.1	4.7*
Aseguradoras	13	14.6	13.7	-.9

*Estadísticamente significativos con un nivel de confianza de 5%

Fuente: ALCAR APT! and McKinsey Analysis, J. F. Weston and T. E. Copeland, *"Managerial Finance", Dryden Press,* 1992), p. 426

El APT puede utilizarse exactamente en la misma forma en que se utiliza el CAPM para determinar el costo de capital, para valuación, y para presupuestos de capital. La única diferencia es que el CAPM es un modelo de factor único y el APT es un modelo de múltiples factores.

4.3 Consistencia del CAPM y el APT

A diferencia del APT, el CAPM no asume que los rendimientos sean generados por un modelo de factores. Sin embargo, esto no significa que el CAPM sea inconsistente con un mundo en el que los rendimientos son generados con un modelo de factores. De hecho, es posible tener un mundo en el que los rendimientos sean generados por un modelo de factores, donde se cumplan los supuestos del APT y los del CAPM al mismo tiempo

El CAPM y el APT no son mutuamente excluyentes. Supóngase, por ejemplo, que podemos explicar completamente la matriz de covarianza en base a dos portafolios de acciones que sirven como índices o factores. Cuando los valores individuales de dos portafolios se suman ponderadamente, en el portafolios de mercado se suman los ponderadores para valores individuales. Llamemos a estos portafolios 1 y 2. Asúmase que el rendimiento esperado de cualquier valor está dado por la siguiente ecuación:

$$E(R_j) = E(R_z) + \lambda_1 \beta_{1,j} + \lambda_2 \beta_{2,j}$$

Utilizando el CAPM, λ_1 y λ_2 toman valores particulares:

$$\lambda_1 = X_1[E(R_m) - E(R_z)] \quad \text{y} \quad \lambda_2 = X_2[E(R_m) - E(R_z)]$$

donde X_1 y X_2 son los ponderadores para los portafolios 1 y 2 en el portafolios de mercado. Ahora, así como es cierto que:

$$Cov(R_p, R_m) = \sum_{j=1}^{m} Cov(R_j, R_m) \quad \text{y} \quad \beta_p = \sum_{j=1}^{m} X_j \beta_j$$

también es cierto que:

$$Cov(R_m, R_j) = \sum_{p=1}^{m} X_p Cov(R_p, R_j) \quad \text{y} \quad \beta_{m,p} = \sum_{p=1}^{m} X_p \beta_{p,j}$$

donde X_p es el ponderador para el portafolios P en el portafolios de mercado. Substituyendo las ecuaciones, $\lambda_1 = X_1[E(R_m) - E(R_z)]$ y $\lambda_2 = X_2[E(R_m) - E(R_z)]$ en la expresión de $E(R_j)$, multiplicando por los ponderadores del portafolios, agrupando términos y simplificando, obtenemos la ecuación para la línea del mercado de valores del CAPM:

$$E(R_j) = E(R_z) + [E(R_m) - E(R_z)]\beta_{m,j}$$

No debe sorprendernos el llegar a este resultado derivado del CAPM sin haber asumido que los rendimientos de los valores fueran generados por un modelo de índice único. En el CAPM, los valores de la matriz de covarianza entre los rendimientos pueden considerarse como factores múltiples. También puede existir una relación lineal entre los rendimientos esperados y las betas con referencia a estos factores. Sin embargo, los factores precios, o $\lambda' s$, deben ser tales que aún exista una relación lineal entre las betas con referencia al portafolios de mercado y las tasas de rendimiento esperado.

Por lo tanto, en una prueba del APT, un resultado que indique la presencia de factores múltiples los cuales influyen en las tasas de rendimiento esperado, no debe ser considerado como un rechazo al CAPM. Para esto habría a que demostrar que los factores precios son inconsistentes con la ecuación $E(R_j) = E(R_z) + [E(R_m) - E(R_z)]\beta_{m,j}$. Sin embargo, para demostrarlo, debemos ser capaces de observar el portafolios de mercado. Y entonces volvemos al problema anterior; es imposible apoyar o rechazar empíricamente al CAPM.

Mientras que las dos teorías son totalmente consistentes la una con la otra, no es del todo correcto decir que el CAPM pueda considerarse un caso especial del APT. El CAPM no asume nada acerca de la estructura de los rendimientos de los valores más que estos posiblemente se distribuyan normalmente. La distribución normal, sin embargo, no necesariamente implica la estructura de factores lineal que requiere el APT.

4.4 Pruebas Empíricas del APT y los Modelos de Factores

En una prueba empírica inicial del APT, Stephen Ross y Richard Roll utilizaron el análisis de factores para analizar 1,260 acciones de la Bolsa de Valores de Nueva York, NYSE en el periodo 1962 - 1972.[73] Las acciones fueron divididas en grupos de 30 acciones. Primero, los coeficientes de los factores y sus rendimientos esperados fueron estimados de los rendimientos diarios de cada acción. A continuación, la sensibilidad de los rendimientos de los valores a los movimientos en el factor, (b_{ij}) fue utilizada como la variable independiente en el análisis de regresión del periodo para estimar la prima de riesgo del factor (λ_j). Los autores supusieron que uno o más de los coeficientes (λ_j) deberían ser constantes distintos de cero. En

[73] Richard Roll and Stephen A. Ross, *"An Empirical Investigation of the Arbitrage Pricing Theory"*, *Journal of Finance*. (December 1980): 1073-1103

distintas pruebas, encontraron que entre dos y cuatro factores eran "valuados", en el sentido de que afectaban el rendimiento esperado de las acciones.

Una investigación adicional ha indicado que más de cuatro factores son importantes.[74] Otros sostienen que el número de valores en el portafolios determina el número de factores influyentes.[75] Otro artículo, sin embargo, concluye que:

> El APT brinda un marco teórico poderoso y atractivo para considerar los rendimientos de los valores. Su aceptación, tanto en la comunidad académica como en la financiera, es contingente por encima de las pruebas empíricas de la teoría. La metodología empírica estándar es inadecuada porque se están utilizando pruebas inadecuadas sobre la suficiencia del número de factores y porque las pruebas estándar no determinan si el modelo estimador satisface las condiciones de equilibrio.[76]

La falta de acuerdo sobre el número apropiado de factores no es tan importante como el hecho de que más de un factor es estadísticamente significativo en la fijación de precios de los activos. Esto suscita cuestionamientos serios sobre el CAPM tradicional, el cual depende de un solo factor, el portafolios de mercado.

Otra pregunta que surge con respecto al APT es que pudiendo identificar a los factores estadísticamente significativos a partir de los datos de los rendimientos de los valores, ¿cuáles son las variables económicas que estos factores representan?. En este aspecto se están realizando ciertos progresos. Roll y Ross, basados en su investigación con Nai-fu Chen, sugirieron que los siguientes cuatro factores están relacionados con rendimientos no anticipados en grandes portafolios:[77]

1. Cambios no anticipados en la inflación
2. Cambios no anticipados en la producción industrial
3. Cambios no anticipados en las primas de riesgo (medidos por la dispersión entre los bonos con alta calificación y los bonos con baja calificación)
4. Cambios no anticipados en la pendiente de la estructura de las tasas de interés

---

[74] D. C. Cho, Edwin J. Elton y Martin J. Gruber, *"On the Robustness of the Roll and Ross Arbitrage Pricing Theory"*, *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, (March 1984):1-10

[75] Phoebus J. Dhrymes, Irwin Fiend, and N. Balent Gultekin, *"A Critical Re-examination of the Empirical Evidence on the Arbitrage Pricing Theory"*, *Journal of Finance*, (June 1984):323-46

[76] Michael C. Ehrhardt, *"Arbitrage Pricing Models: The Sufficient Number of Factor and Equilibrium Conditions"*, *Journal of Financial Research*, (Summer 1987):11-20

[77] N. F. Chen, *"Some Empirical Tests of the Theory of Arbitrage Pricing"*, *Journal of Finance*, (December 1983): 1394-1414); y Richard Roll and Stephen A. Ross, *"The Arbitrage Pricing Theory Approach to Strategic Portfolio Planning"*, *Financial Analysts Journal*, (May-June 1984)

La pregunta que todo mundo se hace es ¿qué tanta mejora se puede obtener si uno usa el APT en vez del CAPM para diversas aplicaciones? Bower, Bower, y Logue (1984) y Roll y Ross (1983) encontraron que el APT brinda estimaciones mejoradas para el costo de capital en las industrias de servicios eléctricos. Chen, (1983) encontró que la anomalía del CAPM conocida como el efecto del tamaño del portafolios o de la empresa, se puede eliminar utilizando el APT, y que el APT puede explicar los residuales del CAPM pero no al revés. Estos estudios parecen sugerir que el APT es un mejoramiento sobre el CAPM, particularmente cuando los rendimientos de los valores contienen alguna anomalía del CAPM. Por otra parte, los estudios sobre el desempeño de portafolios de Brown y Weinstein (1983) y Chen, Copeland y Mayers (1983) no encontraron diferencias significativas entre el APT y el CAPM. Sin embargo, la falta de diferencia es probablemente atribuible al hecho de que los portafolios bajo estudio no contenían situaciones anómalas.

Gehr (1975); Roll y Ross (1980); Reinganum (1981); Chen (1983), y Dhrymes, Friend y Gultekin (1984) han evaluado el APT. En general, sus hallazgos indican que existen al menos tres o cuatro factores que son importantes para explicar los rendimientos de los valores. Esto es suficiente para fomentar investigaciones futuras sobre el APT. Actualmente existe un considerable debate sobre lo correcto y la relevancia del CAPM y el APT. Lo importante es reconocer que ambos modelos tienen debilidades y fortalezas, pero que la combinación de los modelos nos brinda una mejor guía en las decisiones de inversión que si no se tuviera ningún modelo. El APT no cubre todas las deficiencias del CAPM. Ambas teorías de fijación de precios de activos continuarán experimentando pruebas empíricas. Sólo el tiempo podrá decidir si el APT reemplazará al CAPM.

4.5 Conclusión

El CAPM es intuitivamente satisfactorio, pero puede argumentarse que no es sujeto de prueba. La Teoría de Fijación de Precios por Arbitraje ha sido sugerida como una alternativa que puede probarse. Ésta captura algo de la intuición del CAPM (que sólo el riesgo no diversificable afecta los rendimientos esperados de los valores), pero mientras que es sujeto de prueba, puede resultar extremadamente riesgoso para los negocios ya que esta cuestión de las pruebas es, al menos en principio, sólo una posibilidad que queda abierta.

EL APT asume que los rendimientos de los valores son producidos por un proceso idéntico al modelo lineal o a un modelo de múltiples factores. En presencia de tal proceso generador de rendimientos, la relación entre el rendimiento esperado y los factores de riesgo deben ser aproximadamente lineales. Si limitamos el número de activos en la economía, el APT funciona bien como una aproximación, dado que limita la aversión al riesgo del inversionista y establece un límite en el rendimiento más elevado posible de un valor. La aproximación funciona con un término error que crece cada vez menos conforme el tamaño relativo del activo en la economía crece menos.

Muchos de los modelos APT (Connor, Dybvig, y Grinblatt y Titman) asumen que los residuales son aproximada o exactamente no correlacionados con el rendimiento del portafolios de mercado. Como ha sido señalado por Shanken, si uno considera las pruebas del APT como una prueba de este supuesto, entonces estaremos de regreso con la misma atadura empírica del CAPM. Dado que el rendimiento del portafolios de mercado es inobservable por siempre, nunca podremos saber que tan razonable es este supuesto.

Otros argumentan que los modelos no deberían ser juzgados en base a la precisión de sus supuestos sino en base a su poder predictivo. El CAPM hace una sola predicción que hasta ahora es controversial por no estar sujeta a prueba, la eficiencia del portafolios de mercado. También se ha dicho que el APT establece que deberían existir factores de fijación de precios similares para grupos distintos de los valores.

Hasta el momento, las pruebas empíricas del APT han producido resultados inconclusos. Parece que un número extensivo de factores influyen en la covarianza que existe entre los valores. Existe cierta evidencia de que estos factores afectan los precios que los inversionistas están dispuestos a pagar por los valores. En algunos estudios de fijación de precios esto parece ser consistente a lo largo de distintas muestras, en otros éste no es el caso. Los resultados empíricos parecen ser altamente dependientes de la metodología empleada en las pruebas.

En un aspecto importante, ambos modelos parecen tener una vulnerabilidad similar. Es decir, ambos modelos buscan un punto de partida para comparar los resultados *ex post* de un portafolios con los rendimientos *ex ante* en inversiones financieras reales. En el caso del CAPM nunca podremos determinar la extensión de las desviaciones de la línea del mercado de valores ya sean debidas a algo real o a la falta de adecuación de nuestras estimaciones del portafolios de mercado. En el caso del APT, dado que la teoría no nos guía en la elección de los factores, no podemos determinar si las desviaciones del APT se deben efectivamente a algo real o a una mala elección de los factores.

Capítulo 5. Ejemplificación del Uso del Modelo de Fijación de Precios de los Activos de Capital CAPM, para el Diseño de Portafolios Óptimos

Los modelos teóricos riesgo-rendimiento se derivan bajo un conjunto de supuestos restrictivos, algunos de los cuales claramente contradicen las condiciones del mercado. Estos supuestos son necesarios para obtener una relación de equilibrio entre el riesgo y rendimiento, simple y fácilmente comprensible. La interrogante que surge es si los supuestos son restrictivos o si deben ser juzgados por el poder explicatorio de los modelos resultantes. Si un modelo explica bien el comportamiento de los precios de las acciones, debemos aceptar el modelo a pesar de sus supuestos poco realistas (a menos que uno pueda sugerir un modelo con un mayor poder explicativo).

Una vez que en los capítulos previos se ha analizado detalladamente la teoría relativa al Modelo de Fijación de Precios de los Activos de Capital, CAPM, es hora de ejemplificar una de las aplicaciones prácticas de este modelo y se evaluará qué tan bien se ajusta el modelo a los datos obtenidos del mercado accionario mexicano. En este capítulo, se mostrará cómo se pueden formar portafolios óptimos utilizando como guía el CAPM. Es importante enfatizar que el modelo debe servir únicamente como guía y no simplemente aplicarse como una receta sin analizar otros factores que afectan la formación de portafolios de inversión. Por otro lado, uno no debe limitarse simplemente a aplicar la teoría sino que debe tener algún conocimiento de los datos que se están utilizando ya que se trata de formar portafolios de riesgo integrados parcialmente por instrumentos financieros que pertenecen al mercado de capitales.

En este capítulo como primer paso se describen los datos utilizados en el análisis, que son rendimientos de acciones que cotizaron en la Bolsa Mexicana de Valores durante 36 meses. Estos datos se ajustarán a regresiones longitudinales y transversales para obtener las betas de cada una de las acciones.

El CAPM únicamente brinda estimaciones de la sensibilidad de las acciones al mercado, las betas. Debido a esto, es necesario utilizar un método adicional para integrar los portafolios de inversión de acuerdo a diversas actitudes hacia el riesgo. La composición de los portafolios se obtendrá planteando la situación como un problema de programación lineal que minimice el riesgo y maximice el rendimiento.

5.1 Información Fuente

Los datos utilizados en el análisis corresponden a los rendimientos de las acciones que periódicamente cotizaron en la Bolsa Mexicana de Valores entre octubre de 1992 y septiembre de 1995. Previamente se ha explicado que el CAPM es un modelo que no considera explicitamente factores como la liquidez, por lo tanto con los datos disponibles se realizó una selección inicial. Para elegir las acciones se consideró como primer criterio su bursatilidad. La bursatilidad es un indicador de la liquidez que tiene una acción; regularmente una acción muy líquida tiene una alta bursatilidad. La bursatilidad alta comprende aquellas acciones cuyo índice se coloca dentro del intervalo $7.95 \leq X \leq 10.00$. Este criterio de selección inicial de antemano asegura que todas las acciones que formarán los portafolios de inversión son líquidas.

Se seleccionaron todas aquellas acciones que durante los treinta y seis meses fueron consideradas en forma consistente como altamente bursátiles, de acuerdo a las listas publicadas mensualmente en los informes de la Bolsa Mexicana de Valores, "Indicadores Bursátiles". Se eliminaron aquellas acciones que sólo aparecieron en estas listas una o dos ocasiones. Inicialmente se seleccionaron 69 acciones. De éstas 69, únicamente se consideraron los rendimientos mensuales nominales durante los treinta y seis meses, encontrando que muchas de ellas no habían cotizado durante los treinta y seis meses, así que se eliminaron todas aquellas que no habían cotizado al menos durante 20 meses o bien que no habían cotizado durante 1995, quedando en la muestra únicamente 29. A continuación se listan los rendimientos de estas 29 acciones durante el periodo de estudio, junto con los rendimientos de los Cetes a 28 días y del Índice de Precios y Cotizaciones, uno de los indicadores del rendimiento global de la Bolsa Mexicana de Valores.

Cuadro 5.1 Rendimientos de las Acciones Seleccionadas durante 1992

EMISORA	10/92	11/92	12/92
IPC	20.37	7.41	2.55
CETES 28	1.58	1.46	1.40
AEROMEX CPO	-33.84	15.61	2.95
ALFA A	-3.23	5.56	13.68
BANACCI A	24.78	6.38	5.67
BANACCI B	26.78	12.21	-0.59
BANACCI C	25.81	13.46	1.59
BANACCI L			
CEMEX CPO	37.13	0.48	9.93
CIFRA B	26.11	11.84	0.00
CIFRA C	24.49	10.04	8.29
FEMSA B	25.86	14.36	-0.43
GCARSO A1	26.43	8.47	-0.78
GCC B	30.59	36.94	-1.64
GFB A	30.60	14.00	-9.02
GFB B	30.82	14.29	-7.24
GFB C	13.09	21.18	-6.76
GFPROBU B	60.78	13.82	-3.57
GSERFIN BCP	5.88	-11.11	14.06
ICA	8.52	0.68	-4.07
KIMBER A	26.91	8.13	1.63
MASECA B			
POSADAS L			31.30
SIDEK B	35.00	6.17	10.70
SITUR BCP	21.79	4.11	12.11
TELMEX A	15.94	6.88	2.63
TELMEX L	16.36	7.19	2.33
TLEVISA CPO			
TRIBASA CP			
TTOLMEX B2	43.37	7.14	-1.57
VITRO			

Cuadro 5.2 Rendimientos de las Acciones Seleccionadas durante 1993

EMISORA	1/93	2/93	3/93	4/93	5/93	6/93	7/93	8/93	9/93	10/93	11/93	12/93
IPC	-6.04	-6.44	14.55	-6.00	-3.15	3.55	5.89	5.95	-3.40	9.75	9.67	17.46
CETES 28	1.43	1.49	1.43	1.28	1.26	1.28	1.11	1.13	1.13	1.96	1.07	0.89
AEROMEX CPO	16.80	-15.78	0.11	-10.65	-11.00	-2.06	0.40	-1.05	-9.57	0.00	12.94	16.67
ALFA A	-11.11	-2.60	7.00	-2.08	-1.05	-6.11	-4.21	14.63	-3.65	2.70	5.26	27.00
BANACCI A	-9.46	-1.39	0.92	7.34	-6.20	10.29	-3.84	2.32	-2.91	0.00	20.23	17.54
BANACCI B	-9.76	-0.32	0.76	-3.93	-9.46	8.01	4.37	5.49	-4.34	2.11	15.34	18.28
BANACCI C	-9.44	-1.53	0.85	-4.81	-5.95	6.96	19.90	5.38	-4.85	3.49	25.12	16.63
BANACCI L					-10.26						37.58	16.59
CEMEX CPO	-4.30	-11.91	1.28	1.07	-4.04	7.22	24.01	10.94	0.53	12.61	16.80	16.51
CIFRA B	-5.09	-11.57	1.64	-2.30	-4.33	6.58	28.68	8.19	-7.63	12.25	20.30	6.01
CIFRA C	-4.78	-7.54	1.51	-2.13	-3.05	6.80	27.84	8.55	-6.85	10.29	14.67	8.37
FEMSA B	-2.60	-11.16	1.76	-5.20	-2.95	4.04	31.74	21.76	-9.27	13.38	16.46	9.07
GCARSO A1	1.83	-9.52	0.73	-5.34	-6.77	3.33	14.87	11.11	-1.57	16.71	13.69	23.72
GCC B	-13.32	-8.10	1.18	-5.64	-7.69	4.16	4.90	12.55	-3.85	6.00	1.13	30.97
GFB A	-11.84	-5.62	1.04	-3.52	-8.53	-3.33	17.35	3.61	-4.33	0.99	14.75	20.00
GFB B	-11.34	-6.33	1.36	-1.25	-13.92	13.23	15.56	7.67	-7.13	-6.44	8.47	18.05
GFB C	-7.24	-5.20	1.17	2.38	-6.51	0.40	21.32	-8.26	-6.00	-1.49	20.95	16.79
GFPROBU B	-15.92	-18.50	0.59	9.45	-9.09	7.50				9.93	4.84	23.69
GSERFIN BCP	6.84	-3.41	1.92	1.73	-4.76	-0.71	30.51	9.89	0.96	14.33	5.85	-0.79
ICA					-3.33	0.34		3.07	-5.78	7.81	26.03	19.29
KIMBER A	3.53	-9.33	0.88	-2.31	5.40	10.17	14.40	12.88	-2.67	19.70	5.98	15.25
MASECA B										12.46	11.35	16.99
POSADAS L	-4.06	4.24	1.20	6.93	-1.85	-0.94				9.29	1.62	19.52
SIDEK B	4.83	5.73	1.02	0.00	1.63	8.18				14.71	28.21	32.00
SITUR BCP	-14.07	8.18	1.14	2.91	-8.27	10.67	10.67	16.97	-3.11	13.39	13.19	45.09
TELMEX A	8.54	-4.67	0.83	-13.11	1.00	-1.32	0.24	4.30	-4.13	8.10	1.17	20.95
TELMEX L	-7.97	-4.95	0.81	-12.82	1.00	0.00	14.44	5.30	-4.13	8.61	0.23	21.51
TLEVISA CPO												17.61
TRIBASA CP										18.61		
TTOLMEX B2	-3.58	-9.91	1.04	-1.59	-8.09	9.82	26.16	17.87	-4.44	10.58	6.67	17.53
VITRO					2.17	0.56		10.29	-6.99	2.51	3.26	3.68

Cuadro 5.3 Rendimientos de las Acciones Seleccionadas durante 1994

EMISORA	1/94	2/94	3/94	4/94	5/94	6/94	7/94	8/94	9/94	10/94	11/94	12/94
IPC	6.87	-7.04	-6.77	-4.82	8.27	-8.90	8.83	9.77	1.61	-7.07	1.54	-8.32
CETES 28	0.87	0.73	0.97	1.35	1.38	1.32	1.32	1.17	1.10	1.18	1.15	2.58
AEROMEX CPO	21.43	-4.04	-13.79	-28.89	-2.50	-19.87	-16.80	25.96	-23.66	-5.00	11.45	-39.39
ALFA A	17.52	-7.87	5.45	-2.28	7.45	4.57	4.21	20.03	24.06	-1.98	17.23	-12.89
BANACCI A	7.96	-0.95	-5.24	-6.53	6.45	-8.59	-3.31	14.57	-0.25	-1.00		
BANACCI B	5.91	-3.72	-8.41	-0.50	3.74	-8.65	-4.21	15.93	-0.47	0.00	0.95	-30.66
BANACCI C	10.93	-8.33	-15.56	-1.75	11.16	-13.25	7.87	10.73	-6.98	-1.57	2.54	-39.26
BANACCI L	15.90	-8.11	-11.80	0.45	5.19	-9.87	5.71	15.09	-8.41	-2.56	0.88	-37.39
CEMEX CPO	7.66	-7.11	-9.60	-11.50	18.45	-10.54	14.55	18.75	3.57	2.62	3.99	-24.42
CIFRA B	8.96	-17.81	18.22	-5.66	1.78	-10.27	14.88	3.40	3.68	-2.98	1.84	1.84
CIFRA C	5.36	-14.05	11.88	-1.86	3.55	-9.59	12.66	2.70	4.15	-2.53	0.87	1.98
FEMSA B	-2.69	0.50	-11.40	-14.22	2.46	-12.86	20.19	9.95	-2.47	-17.03	-3.31	-12.74
GCARSO A1	5.90	-9.47	-3.38	3.50	4.28	-7.81	13.84	11.02	-1.29	-4.57	5.88	-5.68
GCC B	4.84	2.17	-3.19	10.23	5.02	-4.35	10.61	33.33	1.03	2.03	-0.33	8.33
GFB A	-6.19	-11.17	-5.71	-15.81	12.30	-16.77	-2.71	19.52	-4	-3.12	-4.66	-13.53
GFB B	2.48	-18.35	-8.40	-14.54	23.76	-17.87	-1.05	28.37	-5.25	-3.79	-5.45	-23.40
GFB C	4.59	-15.20	-10.00	-21.08	7.99	-24.00	10.00	9.57	-10.04	-3.40	5.03	-35.41
GFPROBU B	-2.99	-5.13	4.58	-11.08	-8.27	-6.47	-7.69	8.33	-13.85			
GSERFIN BCP	18.57	-16.60	-5.08	-5.33	0.75	-7.58	-5.91	19.71	-4.53	-7.50	-15.54	-24.00
ICA	14.68	-12.00	-4.55	-5.93	14.52	-9.34	9.69	12.19	9.07	-6.31	4.98	-26.58
KIMBER A	7.90	-4.62	3.19	3.36	13.50	-9.57	7.50	4.50	0.71	-3.94	-1.76	-12.99
MASECA B	20.33	-8.62	-2.26	4.63	2.86	-7.27	3.92	16.60	1.29	-10.54	-5.36	1.13
POSADAS L	9.00	5.50	-7.25	-1.56	-3.49	-0.33	4.29	1.90	21.12			
SIDEK B	4.92	9.31	-5.02	-0.56	3.92	-0.13	-5.80	15.25	3.18	-9.37	0.00	-25.17
SITUR BCP	3.59	-5.10	-7.53	0.93	7.37	-4.51	11.69	11.47	5.05	-10.65	5.58	-5.81
TELMEX A	9.57	-5.68	-7.22	-4.59	7.74	-6.80	8.86	3.58	-1.12	-10.02	-1.13	10.56
TELMEX L	9.09	-5.44	-7.24	-4.20	7.72	-6.79	8.33	2.12	0.57	-9.96	-1.75	10.34
TLEVISA CPO	1.20	-6.85	-14.71	-1.15	12.50	-10.67	10.21	5.17	-0.90	-23.08	3.03	0.51
TRIBASA CP	6.94	-2.56	-21.23	-10.47	13.18	-16.48	31.58	15.00	8.52	-13.14	6.46	-28.08
TTOLMEX B2	1.73	0.68	-4.51	-7.09	-2.28	-9.74	18.95	15.32	9.46	-2.91	0.20	-16.17
VITRO	22.84	0.41	-3.70	-7.05	11.09	-6.52	2.56		13.28	-17.07	1.46	-5.94

Cuadro 5.4 Rendimientos de las Acciones Seleccionadas durante 1995

EMISORA	1/95	2/95	3/95	4/95	5/95	6/95	7/95	8/95	9/95
IPC	-11.86	-25.99	18.26	6.97	-0.79	12.90	8.15	5.97	-4.96
CETES 28	3.08	6.00	5.83	5.56	3.73	3.17	3.00	2.75	2.64
AEROMEX CPO	-10.00	-38.89	-9.09	33.33	-15.00	102.94	-21.07	15.91	-17.65
ALFA A	8.33	-16.15	11.93	18.46	22.51	8.12	7.64	25.34	-3.49
BANACCI A			28.16	23.46	-3.00	0.61	34.41	11.04	
BANACCI B	-21.77	-53.64	56.66	26.00	-8.73	8.59	34.79	-1.24	-2.19
BANACCI C	-19.88	-54.74	52.94	28.21	-8.40	-27.08	24.72	-1.19	
BANACCI L	-20.14	-54.29	50.60	30.95	-7.07	8.42	33.26	-1.11	-4.95
CEMEX CPO	-17.07	-31.57	-0.57	32.76	3.80	12.65	12.50	13.84	-10.13
CIFRA B	-20.95	-21.25	34.92	1.18	-9.30	10.26	-6.98	0.00	-5.00
CIFRA C	-20.00	-31.05	57.63	0.48	-8.43	8.42	-8.98	0.00	-1.33
FEMSA B	-8.16	-23.25	26.73	14.41	10.60	1.95	12.33	5.49	-6.47
GCARSO A1	-6.85	-35.29	34.77	7.93	-10.31	19.16	12.57	4.68	-6.20
GCC B	-13.23	-46.81	23.33	42.16	-11.43	10.82	-0.39	8.63	-8.14
GFB A	-15.22	-48.72	-8.00	84.78	-24.36	22.58	20.39	11.48	-16.67
GFB B	-14.64	-48.04	2.83	64.22	-22.95	37.59	28.96	5.93	-24.40
GFB C	-16.67	-52.00	11.11	46.67	-31.40	21.69	30.26	10.65	-23.01
GFPROBU B							14.17	20.93	-19.23
GSERFIN BCP	-24.21	-26.39	-7.55	-2.04	-17.29	10.02	28.44	-4.29	-6.72
ICA	-32.28	-39.63	23.84	28.13	-13.07	46.24	-9.35	28.87	-0.80
KIMBER A	-4.29	-16.13	19.44	9.15	5.95	12.01	11.47	9.69	2.06
MASECA B	-2.24	-25.00	6.36	17.67	-15.06	1.70	8.85	8.57	1.21
POSADAS L				19.66	-18.22	11.41	37.56	1.06	-14.04
SIDEK B	-42.36	-51.10	34.19	41.83	0.00	16.67	-0.36	-0.36	-20.86
SITUR BCP	-55.88	-49.78	6.19	5.83	-2.76	21.46	5.67	10.41	-6.46
TELMEX A	-2.92	-16.47	16.59	32.58	-4.84	8.27	9.54	0.99	0.20
TELMEX L	-1.95	-17.13	15.38	-6.46	-3.12	7.76	9.98	0.99	-0.20
TLEVISA CPO	-15.92	-22.46	12.55	1.92	-13.68	26.73	8.59	5.18	-13.13
TRIBASA CP	-23.13	-48.59	15.85	31.58	-19.00	31.85	-18.73	15.21	-8.40
TTOLMEX B2	-46.67	-15.18	-18.53	29.20	17.19	6.09	18.85	23.79	-10.31
VITRO	-5.88	-12.13	1.48	6.18	4.15	1.83	9.55	-3.08	-8.89

5.2 Metodología

Para probar el CAPM se necesitan dos tipos de regresiones:

(a) *Regresión longitudinal de las series de tiempo*: Por cada una de las n acciones analizadas se ajustan las regresiones sobre el tiempo:

$$R_{it} = \hat{\alpha}_i + \hat{\beta}_i \, R_{mt} + e_{it}$$

donde R_{it} y R_{mt} son las tasas de rendimiento en la i-ésima acción y en el portafolios de mercado en el mes t, los estimadores de los coeficientes de la regresión se denotan por $\hat{\alpha}_i$ y $\hat{\beta}_i$, y e_{it} es el término residual o la desviación de la observación en el mes t alrededor de la recta de regresión. Tenemos n regresiones (una por cada acción) a través de las cuales estimamos el riesgo sistemático β_i. de todos los valores en la muestra.

(b) *Regresión de corte transversal*: La segunda regresión es una regresión de corte transversal a través de las n acciones. Es una regresión simple que pretende probar el CAPM, la cual está dada por la ecuación:

$$\overline{R}_i = \hat{\gamma}_0 + \hat{\gamma}_1 b_i + u_i$$

donde $\overline{R}_i$ es el estimador de la tasa promedio de rendimiento de la acción i y b_i es el estimador del coeficiente de regresión β_i. de la i-ésima acción tomado de la primera regresión, $\hat{\gamma}_0$ y $\hat{\gamma}_1$ son los coeficientes de la segunda regresión (por ser determinados), y u_i es un término residual, o la desviación del i-ésimo par ($\overline{R}_i$, b_i) de la recta de regresión.

Comparando la segunda regresión $\overline{R}_i = \hat{\gamma}_0 + \hat{\gamma}_1 b_i + u_i$ con la fórmula del CAPM, $E(R_i) = R_f + \left[E(R_m) - R_f\right]\beta_i$, observamos que $\hat{\gamma}_0$ es un estimador de R_f y $\hat{\gamma}_1$ es un estimador de $E(R_m) - R_f$, y que en la prueba empírica del par ($\overline{R}_i$, b_i) es utilizada como los estimadores del par $(E(R_i), \beta_i)$, los cuales son los parámetros verdaderos y desconocidos de la acción i. Por lo tanto, si el CAPM en realidad explica la determinación del precio de una acción en el mercado de valores, esperamos encontrar lo siguiente para los coeficientes de la segunda regresión:

$\hat{\gamma}_0$ no es significativamente diferente de R_f
$\hat{\gamma}_1$ no es significativamente diferente de $\overline{R}_m - R_f$

donde $\overline{R}_m - R_f$ es un estimador de $E(R_m) - R_f$.

También si corremos la regresión:

$$\overline{R}_i = \hat{\gamma}_0 + \hat{\gamma}_1 b_i + \hat{\gamma}_2 \sigma_i^2 + u_i$$

o la regresión:

$$\overline{R}_i = \hat{\gamma}_0 + \hat{\gamma}_1 b_i + \hat{\gamma}_2 \sigma_{ei}^2 + u_i$$

esperamos que $\hat{\gamma}_2$ no sea significativamente distinta de cero, dado que de acuerdo con el CAPM no existe asociación entre el rendimiento esperado de la i-ésima acción y la varianza de la acción, σ_i^2, o entre el rendimiento esperado y la varianza residual σ_{ei}^2.

Finalmente, el CAPM establece que existe una relación lineal entre la tasa media de rendimiento y la beta. Por lo tanto, en cualquier regresión del tipo:

$$\overline{R}_i = \hat{\gamma}_0 + \hat{\gamma}_1 b_i + \hat{\gamma}_2 b_i^2 + u_i$$

esperamos que el coeficiente de b_i^2 no sea significativamente diferente de cero, ya que de otra forma la relación entre el rendimiento y la beta no sería lineal.

5.2.1 Pruebas de Hipótesis

Para cada una de las regresiones $R_{it} = \hat{\alpha}_i + \hat{\beta}_i R_{mt} + e_{it}$, se efectuaron dos pruebas de hipótesis:

(a) $H_0: \beta_i = 0$, la estadística t utilizada es:

$$T = \frac{\hat{\beta}_i}{\dfrac{S_{R_{it}|R_{mt}}}{S_{R_{mt}}\sqrt{n-1}}}$$

esta estadística de prueba tiene una distribución t con n-2 grados de libertad cuando H_0 es cierta. En esta fórmula $S^2_{R_{it}|R_{mt}}$ denota el estimador muestral de σ^2 y $S^2_{R_{mt}}$ es la varianza muestral de las R_{mt} usadas para calcular $S^2_{R_{it}|R_{mt}}$. El denominador es un estimador del error estándar desconocido del estimador $\hat{\beta}_i$, dado por:

$$\sigma_{\hat{\beta}_i} = \frac{\sigma}{S_{R_{mi}}\sqrt{n-1}}$$

Por lo tanto, la estadística de prueba es el cociente de una variable aleatoria normalmente distribuida dividida por un estimador de su desviación estándar.

El objetivo de esta prueba de hipótesis es ver si la variable independiente R_{mi} ayuda a predecir la variable dependiente, R_{it} utilizando un modelo lineal.

(b) $H_0{:}\alpha_i = 0$, la estadística t utilizada es:

$$T = \frac{\hat{\alpha}_i}{S_{R_{it}|R_{mi}}\sqrt{\frac{1}{n} + \frac{\overline{R}^2_{mi}}{(n-1)S^2_{R_{mi}}}}}$$

la cual tiene también una distribución t con n-2 grados de libertad cuando $H_0{:}\alpha_i = 0$ es cierta. El denominador aquí estima la desviación estándar de $\hat{\alpha}_i$, dada por:

$$\sigma_{\hat{\alpha}_i} = \sigma\sqrt{\frac{1}{n} + \frac{\overline{R}^2_{mi}}{(n-1)S^2_{R_{mi}}}}$$

La razón de que ambas estadísticas de prueba tengan n-2 grados de libertad cuando H_0 es cierta es que ambas involucran $S^2_{R_{it}|R_{mi}}$, la cual por sí misma tiene n-2 grados de libertad y es el único componente aleatorio en el denominar de ambas estadísticas.

Al probar cualquiera de las hipótesis precedentes con un nivel de significación α, H_0 debe rechazarse siempre que $|T| \geq t_{n-2,\,1-\alpha/2}$ para una prueba de dos colas, es decir, $H_a{:}\beta_i \neq 0$, o $H_a{:}\alpha_i \neq 0$.

Si $H_0{:}\beta_i = 0$ es "aceptada", (es decir, no es rechazada), esto significa que o bien R_{mi} no ayuda a predecir R_{it} o que la verdadera relación entre R_{mi} y R_{it} es no lineal. Si $H_0{:}\beta_i = 0$ es rechazada esto significa que R_{mi} provee información significativa para predecir R_{it} o bien que puede existir un mejor modelo pero este definitivamente contiene un componente lineal. Lo anterior implica que el rechazar $H_0{:}\beta_i = 0$ tenemos un modelo lineal en R_{mi} que es mejor que un modelo que no incluye a R_{mi}, a pesar de que puede representar solo una aproximación lineal de una relación que en realidad es no lineal.

Si $H_0:\alpha_i = 0$ es "aceptada", (es decir, no es rechazada), esto significa que sería conveniente remover el término constante del modelo, dado que existe experiencia previa o que la teoría sugiere que la línea debe pasar por el origen y que existen observaciones tomadas alrededor del origen que mejorarán el estimador de α_i. Sin embargo, el forzar a que la línea ajustada pase por el origen sólo porque $H_0:\alpha_i = 0$ no sea rechazada puede en ocasiones dar lugar a una distorsión de la recta de regresión.

5.3 Resultados Empíricos

A continuación se presentan los 29 resultados de las regresiones longitudinales, con su respectivo cuadro de análisis de varianza y la gráfica de la recta ajustada a los rendimientos de cada acción. Así mismo se realizaron las respectivas pruebas de hipótesis $H_0:\beta_i = 0$ y $H_0:\alpha_i = 0$, con un nivel de significación de 5%, por lo tanto las estadísticas T calculadas se comparan con $t_{n-2,.975}$.

Como se puede observar, en 28 de las 29 regresiones la hipótesis $H_0:\beta_i = 0$ fue rechazada, es decir, **existe evidencia de que el rendimiento del mercado como un todo ayuda a explicar y predecir el comportamiento del rendimiento de una acción en particular.** Sin embargo, sólo en dos casos fue rechazada la hipótesis $H_0:\alpha_i = 0$, lo cual parecería indicar que es necesario remover el término constante de la regresión. Así se hizo, sin embargo la beta encontrada al remover este término no difería considerablemente de la beta encontrada con el términos constante incorporado y, contrario a lo que se esperaba, el coeficiente de determinación, R^2, en casi todos los casos, decreció, cuando se suponía que el tomar las observaciones alrededor del origen mejoraría el ajuste. Por lo tanto, para la formación de los portafolios se consideraron los coeficientes de las regresiones con el término constante incorporado.

5.3.1 Aeromex CPO

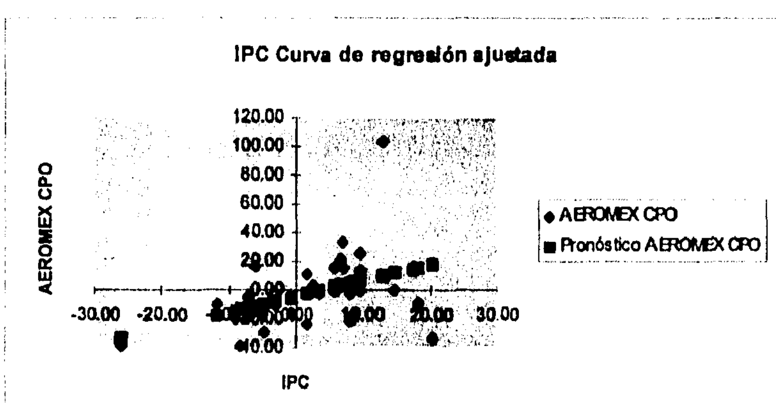
Estadísticas de la regresión	
Coeficiente de correlación múltiple	0.42599889
Coeficiente de determinación R^2	0.18147506
R^2 ajustado	0.15740079
Error típico	23.1797549
Observaciones	36

Análisis de varianza					
	Grados de libertad	*Suma de cuadrados*	*Promedio de los cuadrados*	*F*	*Valor crítico de F*
Regresión	1	4050.24803	4050.248027	7.53813551	0.00958287
Residuos	34	18268.2353	537.3010374		
Total	35	22318.4833			

	Coeficientes	*Error típico*	*Estadístico t*	*Probabilidad*
Intercepción	-4.31400217	3.951822	-1.091648908	0.28266302
IPC	1.10000105	0.40064629	2.745566518	0.00958287

α=5%	$t_{N-2, 1-\alpha/2}$	$t_{34, .975}$	
	T calculada	*T tabulada*	*Conclusión*
Ho:a=0	-1.09164891	2.0322	No Rechazar Ho:a=0
Ho:b=0	2.74556652	2.0322	Rechazar Ho:b=0

Ilustración 5.1 Diagrama de Dispersión y Recta de Regresión Ajustada



5.3.2 Alfa A

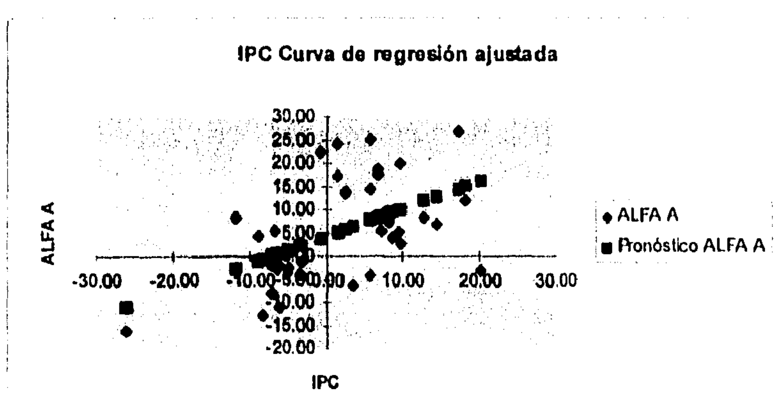
Estadísticas de la regresión	
Coeficiente de correlación múltiple	0.51473062
Coeficiente de determinación R^2	0.26494761
R^2 ajustado	0.24332843
Error típico	9.74445051
Observaciones	36

	Análisis de varianza				
	Grados de libertad	*Suma de cuadrados*	*Promedio de los cuadrados*	*F*	*Valor crítico de F*
Regresión	1	1163.68477	1163.684765	12.2552067	0.00131822
Residuos	34	3228.44673	94.95431573		
Total	35	4392.1315			

	Coeficientes	*Error típico*	*Estadístico t*	*Probabilidad*
Intercepción	4.33088969	1.66129168	2.606941182	0.01346729
IPC	0.58961695	0.1684262	3.500743734	0.00131822

α=5%	$t_{N-2,\ 1-\alpha/2}$	$t_{34,\ 975}$	
	T calculada	*T tabulada*	*Conclusión*
Ho:a=0	2.60694118	2.0322	Rechazar Ho:a=0
Ho:b=0	3.50074373	2.0322	Rechazar Ho:b=0

Ilustración 5.2 Diagrama de Dispersión y Recta de Regresión Ajustada



5.3.3 Banacci A

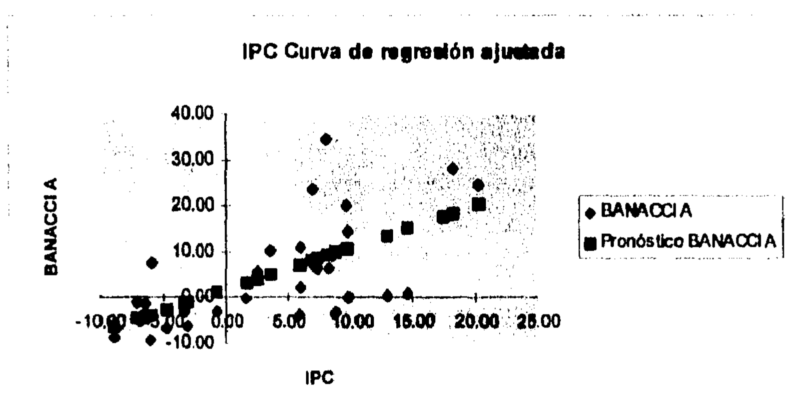
Estadísticas de la regresión	
Coeficiente de correlación múltiple	0.66052104
Coeficiente de determinación R^2	0.43628804
R^2 ajustado	0.4168497
Error típico	8.73944922
Observaciones	31

Análisis de varianza					
	Grados de libertad	*Suma de cuadrados*	*Promedio de los cuadrados*	*F*	*Valor crítico de F*
Regresión	1	1714.2817	1714.281702	22.4447133	5.2582E-05
Residuos	29	2214.96121	76.37797268		
Total	30	3929.24291			

	Coeficientes	*Error típico*	*Estadístico t*	*Probabilidad*
Intercepción	1.83544669	1.74677223	1.050764751	0.30204439
IPC	0.90534185	0.19109775	4.737585179	5.2582E-05

α=5%	$t_{N-2, 1-\alpha/2}$	$t_{29, .975}$	
	T calculada	*T tabulada*	*Conclusión*
Ho:a=0	1.05076475	2.045	No Rechazar Ho:a=0
Ho:b=0	4.73758518	2.045	Rechazar Ho:b=0

Ilustración 5.3 Diagrama de Dispersión y Recta de Regresión Ajustada



5.3.4 Banacci B

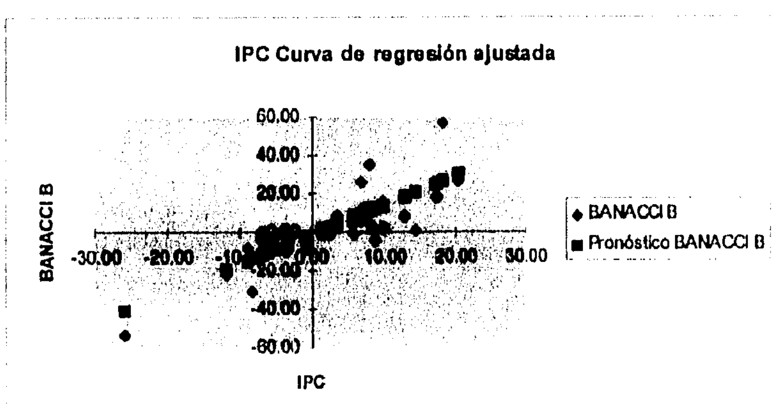
Estadísticas de la regresión	
Coeficiente de correlación múltiple	0.81326333
Coeficiente de determinación R^2	0.66139725
R^2 ajustado	0.65143835
Error típico	10.7711693
Observaciones	36

Análisis de varianza					
	Grados de libertad	*Suma de cuadrados*	*Promedio de los cuadrados*	*F*	*Valor crítico de F*
Regresión	1	7705.06894	7705.068941	66.4126518	1.6655E-09
Residuos	34	3944.61502	116.0180889		
Total	35	11649.684			

	Coeficientes	*Error típico*	*Estadístico t*	*Probabilidad*
Intercepción	-1.11291479	1.83633279	-0.606052887	0.54850474
IPC	1.51719203	0.18617233	8.149395794	1.6655E-09

α=5%	$t_{N-2,\ 1-\alpha/2}$	$t_{34,\ .975}$	
	T calculada	*T tabulada*	*Conclusión*
Ho:a=0	-0.60605289	2.0322	No Rechazar Ho:a=0
Ho:b=0	8.14939579	2.0322	Rechazar Ho:b=0

Ilustración 5.4 Diagrama de Dispersión y Recta de Regresión Ajustada



5.3.5 Banacci C

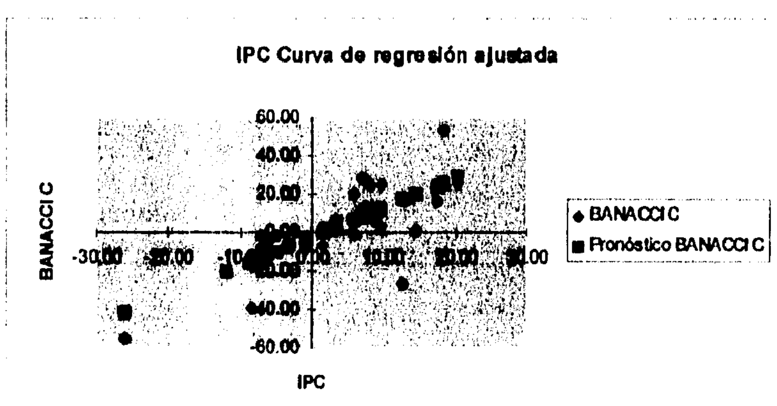
Estadísticas de la regresión	
Coeficiente de correlación múltiple	0.76334994
Coeficiente de determinación R^2	0.58270313
R^2 ajustado	0.57005777
Error típico	12.9584692
Observaciones	35

	Análisis de varianza				
	Grados de libertad	*Suma de cuadrados*	*Promedio de los cuadrados*	*F*	*Valor crítico de F*
Regresión	1	7737.90814	7737.90814	46.080392	9.6721E-08
Residuos	33	5541.42353	167.9219253		
Total	34	13279.3317			

	Coeficientes	*Error típico*	*Estadístico t*	*Probabilidad*
Intercepción	-2.23971372	2.24987088	-0.995485448	0.32674408
IPC	1.5321202	0.22570166	6.788253972	9.6721E-08

α=5%	$t_{N-2,1-\alpha/2}$	$t_{33,.975}$	
	T calculada	*T tabulada*	*Conclusión*
Ho:a=0	-0.99548545	2.0347	No Rechazar Ho:a=0
Ho:b=0	6.78825397	2.0347	Rechazar Ho:b=0

Ilustración 5.5 Diagrama de Dispersión y Recta de Regresión Ajustada



5.3.6 Banacci L

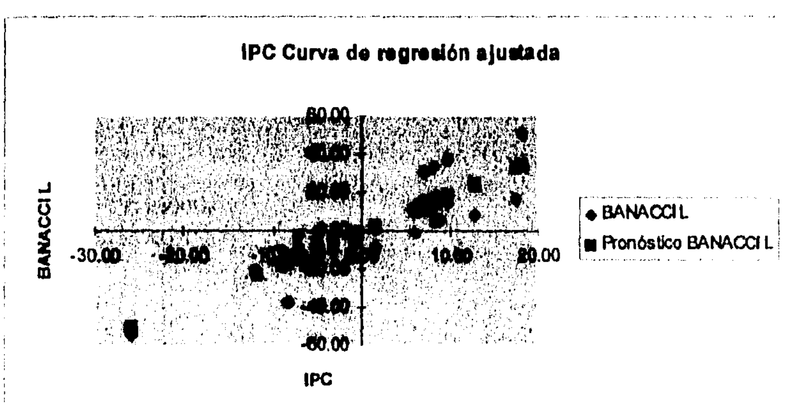
Estadísticas de la regresión	
Coeficiente de correlación múltiple	0.85916679
Coeficiente de determinación R^2	0.73816757
R^2 ajustado	0.7262661
Error típico	12.0263493
Observaciones	24

Análisis de varianza					
	Grados de libertad	*Suma de cuadrados*	*Promedio de los cuadrados*	*F*	*Valor crítico de F*
Regresión	1	8970.60728	8970.607279	62.0232068	7.6517E-08
Residuos	22	3181.9277	144.6330775		
Total	23	12152.535			

	Coeficientes	*Error típico*	*Estadístico t*	*Probabilidad*
Intercepción	-0.24638466	2.46940686	-0.099774832	0.92142672
IPC	1.90124931	0.24141373	7.875481371	7.6517E-08

α=5%	$t_{N-2,\,1-\alpha/2}$	$t_{22,\,.975}$	
	T calculada	*T tabulada*	*Conclusión*
Ho:a=0	-0.09977483	2.074	No Rechazar Ho:a=0
Ho:b=0	7.87548137	2.074	Rechazar Ho:b=0

Ilustración 5.6 Diagrama de Dispersión y Recta de Regresión Ajustada



5.3.7 Cemex CPO

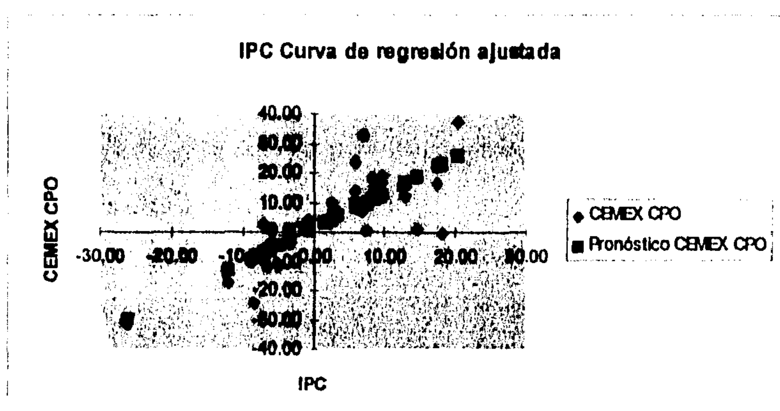
Estadísticas de la regresión	
Coeficiente de correlación múltiple	0.80402314
Coeficiente de determinación R^2	0.64645322
R^2 ajustado	0.63605478
Error típico	8.85147942
Observaciones	36

Análisis de varianza					
	Grados de libertad	*Suma de cuadrados*	*Promedio de los cuadrados*	*F*	*Valor crítico de F*
Regresión	1	4870.80624	4870.806242	62.1683193	3.5072E-09
Residuos	34	2663.85539	78.3486879		
Total	35	7534.66163			

	Coeficientes	*Error típico*	*Estadístico t*	*Probabilidad*
Intercepción	1.40921334	1.50905267	0.933839731	0.35697159
IPC	1.20629274	0.1529918	7.884688913	3.5072E-09

α=5%	$t_{N-2,1-\alpha/2}$	$t_{34,975}$	
	T calculada	*T tabulada*	*Conclusión*
Ho:a=0	0.93383973	2.0322	No Rechazar Ho:a=0
Ho:b=0	7.88468891	2.0322	Rechazar Ho:b=0

Ilustración 5.7 Diagrama de Dispersión y Recta de Regresión Ajustada



5.3.8 Cifra B

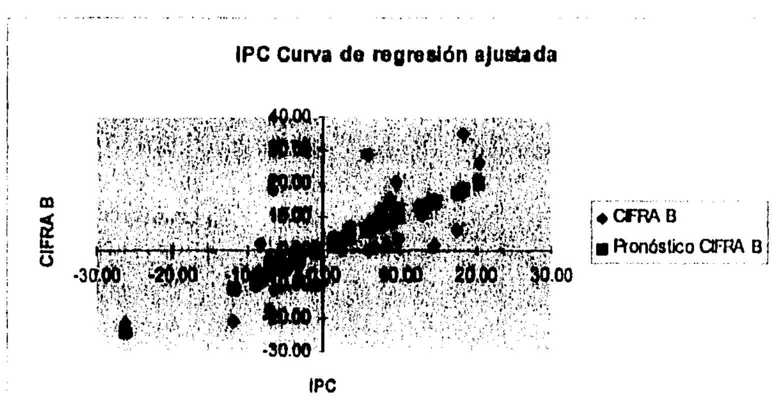
Estadísticas de la regresión	
Coeficiente de correlación múltiple	0.72259575
Coeficiente de determinación R^2	0.52214462
R^2 ajustado	0.50809005
Error típico	9.08652664
Observaciones	36

Análisis de varianza					
	Grados de libertad	*Suma de cuadrados*	*Promedio de los cuadrados*	*F*	*Valor crítico de F*
Regresión	1	3067.39034	3067.390343	37.1512335	6.4819E-07
Residuos	34	2807.20886	82.56496638		
Total	35	5874.5992			

	Coeficientes	*Error típico*	*Estadístico t*	*Probabilidad*
Intercepción	0.5525903	1.54912492	0.356711262	0.72351233
IPC	0.95727521	0.15705443	6.095181169	6.4819E-07

α=5%	$t_{N-2, 1-\alpha/2}$	$t_{34,.975}$	
	T calculada	*T tabulada*	*Conclusión*
Ho:a=0	0.35671126	2.0322	No Rechazar Ho:a=0
Ho:b=0	6.09518117	2.0322	Rechazar Ho:b=0

Ilustración 5.8 Diagrama de Dispersión y Recta de Regresión Ajustada



5.3.9 Cifra C

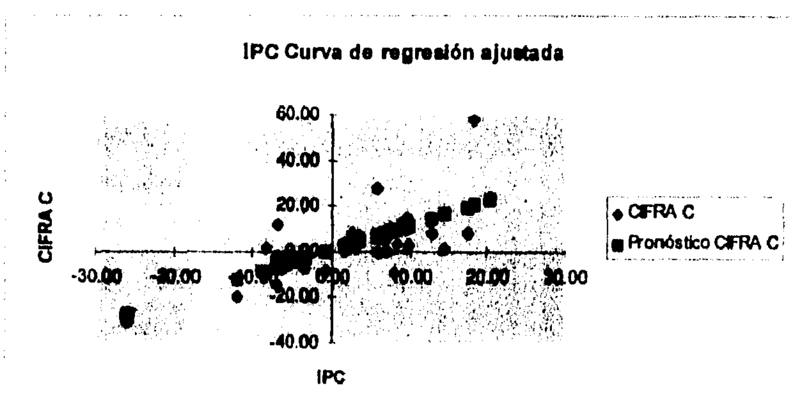
Estadísticas de la regresión	
Coeficiente de correlación múltiple	0.7241759
Coeficiente de determinación R^2	0.52443074
R^2 ajustado	0.51044341
Error típico	10.2098317
Observaciones	36

Análisis de varianza					
	Grados de libertad	*Suma de cuadrados*	*Promedio de los cuadrados*	*F*	*Valor crítico de F*
Regresión	1	3908.32303	3908.32303	37.4932669	5.9627E-07
Residuos	34	3544.18257	104.2406638		
Total	35	7452.5056			

	Coeficientes	*Error típico*	*Estadístico t*	*Probabilidad*
Intercepción	0.76664447	1.74063263	0.440440135	0.66240598
IPC	1.08055658	0.17646999	6.123174576	5.9627E-07

α=5%	$t_{N-2,\,1-\alpha/2}$	$t_{34,.975}$	
	T calculada	*T tabulada*	*Conclusión*
Ho:a=0	0.44044013	2.0322	No Rechazar Ho:a=0
Ho:b=0	6.12317458	2.0322	Rechazar Ho:b=0

Ilustración 5.9 Diagrama de Dispersión y Recta de Regresión Ajustada



5.3.10 Femsa B

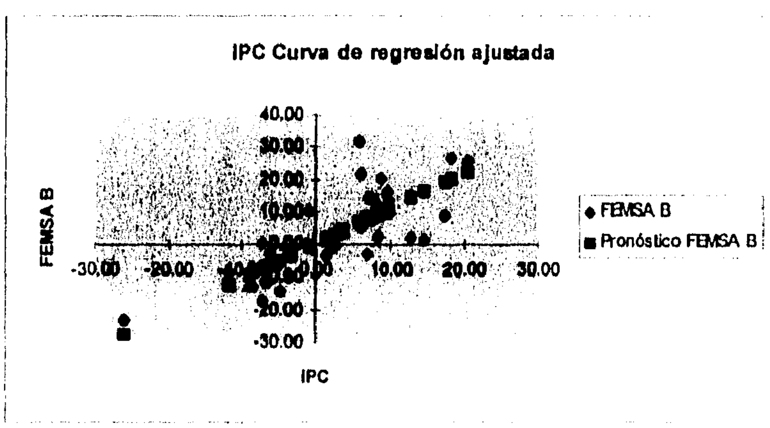
Estadísticas de la regresión	
Coeficiente de correlación múltiple	0.79058296
Coeficiente de determinación R^2	0.62502141
R^2 ajustado	0.61399263
Error típico	8.30693497
Observaciones	36

Análisis de varianza					
	Grados de libertad	*Suma de cuadrados*	*Promedio de los cuadrados*	*F*	*Valor crítico de F*
Regresión	1	3910.65016	3910.650163	56.6718441	9.6872E-09
Residuos	34	2346.17573	69.00516867		
Total	35	6256.8259			

	Coeficientes	*Error típico*	*Estadístico t*	*Probabilidad*
Intercepción	0.44569891	1.41621551	0.314711219	0.75490419
IPC	1.08087823	0.14357972	7.528070412	9.6872E-09

α=5%	$t_{N-2,1-\alpha/2}$	$t_{34,.975}$	
	T calculada	*T tabulada*	*Conclusión*
Ho:a=0	0.31471122	2.0322	No Rechazar Ho:a=0
Ho:b=0	7.52807041	2.0322	Rechazar Ho:b=0

Ilustración 5.10 Diagrama de Dispersión y Recta de Regresión Ajustada



5.3.11 Gcarso A1

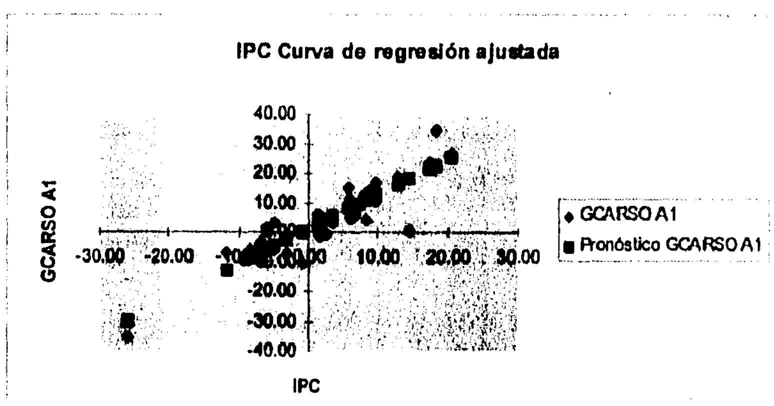
Estadísticas de la regresión	
Coeficiente de correlación múltiple	0.90388792
Coeficiente de determinación R^2	0.81701337
R^2 ajustado	0.81163141
Error típico	5.561192
Observaciones	36

	Análisis de varianza				
	Grados de libertad	*Suma de cuadrados*	*Promedio de los cuadrados*	*F*	*Valor crítico de F*
Regresión	1	4694.88018	4694.880177	151.805929	4.3188E-14
Residuos	34	1051.51312	30.92685647		
Total	35	5746.3933			

	Coeficientes	*Error típico*	*Estadístico t*	*Probabilidad*
Intercepción	1.14096789	0.94810497	1.203419374	0.23712656
IPC	1.18430768	0.09612142	12.32095487	4.3188E-14

α=5%	$t_{N-2, 1-\alpha/2}$	$t_{34, .975}$	
	T calculada	*T tabulada*	*Conclusión*
Ho:a=0	1.20341937	2.0322	No Rechazar Ho:a=0
Ho:b=0	12.3209549	2.0322	Rechazar Ho:b=0

Ilustración 5.11 Diagrama de Dispersión y Recta de Regresión Ajustada



5.3.12 GCC B

Estadísticas de la regresión	
Coeficiente de correlación múltiple	0.74546286
Coeficiente de determinación R^2	0.55571487
R^2 ajustado	0.54264766
Error típico	11.2431123
Observaciones	36

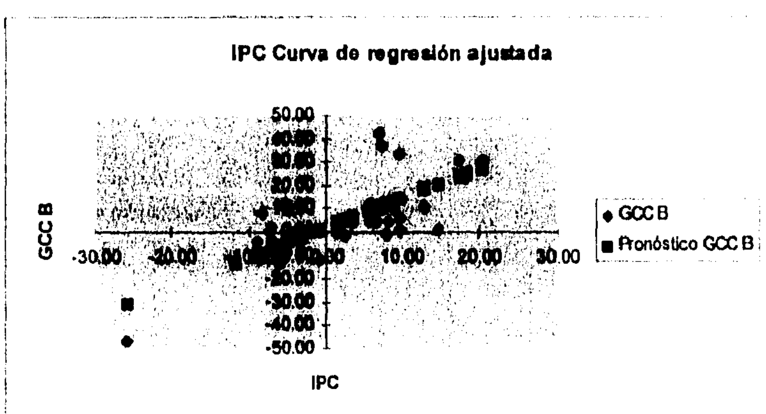
Análisis de varianza

	Grados de libertad	*Suma de cuadrados*	*Promedio de los cuadrados*	*F*	*Valor crítico de F*
Regresión	1	5375.78949	5375.789487	42.5274319	1.8266E-07
Residuos	34	4297.85751	126.4075739		
Total	35	9673.647			

	Coeficientes	*Error típico*	*Estadístico t*	*Probabilidad*
Intercepción	1.89231419	1.91679242	0.987229588	0.33050396
IPC	1.26728243	0.19432955	6.521305994	1.8266E-07

α=5%	$t_{N-2,\,1-\alpha/2}$	$t_{34,\,975}$	
	T calculada	*T tabulada*	*Conclusión*
Ho:a=0	0.98722959	2.0322	No Rechazar Ho:a=0
Ho:b=0	6.52130599	2.0322	Rechazar Ho:b=0

Ilustración 5.12 Diagrama de Dispersión y Recta de Regresión Ajustada



5.3.13 GFB A

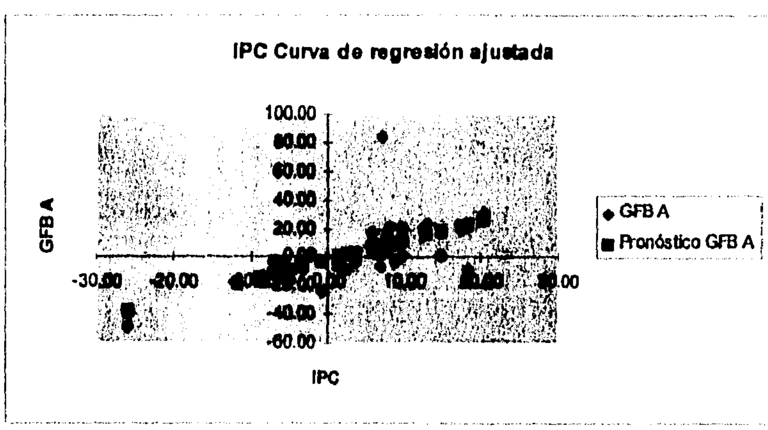
Estadísticas de la regresión	
Coeficiente de correlación múltiple	0.64145126
Coeficiente de determinación R^2	0.41145972
R^2 ajustado	0.39414971
Error típico	16.480584
Observaciones	36

Análisis de varianza					
	Grados de libertad	*Suma de cuadrados*	*Promedio de los cuadrados*	*F*	*Valor crítico de F*
Regresión	1	6456.17433	6456.174332	23.7700479	2.4898E-05
Residuos	34	9234.72802	271.6096477		
Total	35	15690.9024			

	Coeficientes	*Error típico*	*Estadístico t*	*Probabilidad*
Intercepción	-2.03441558	2.80970763	-0.724066646	0.47397786
IPC	1.38880066	0.28485568	4.875453608	2.4898E-05

α=5%	$t_{N-2,\ 1-\alpha/2}$	$t_{34,\ .975}$	
	T calculada	*T tabulada*	*Conclusión*
Ho:a=0	-0.72406665	2.0322	No Rechazar Ho:a=0
Ho:b=0	4.87545361	2.0322	Rechazar Ho:b=0

Ilustración 5.13 Diagrama de Dispersión y Recta de Regresión Ajustada



5.3.14 GFB B

Estadísticas de la regresión	
Coeficiente de correlación múltiple	0.73192468
Coeficiente de determinación R^2	0.53571374
R^2 ajustado	0.52205826
Error típico	14.5423318
Observaciones	36

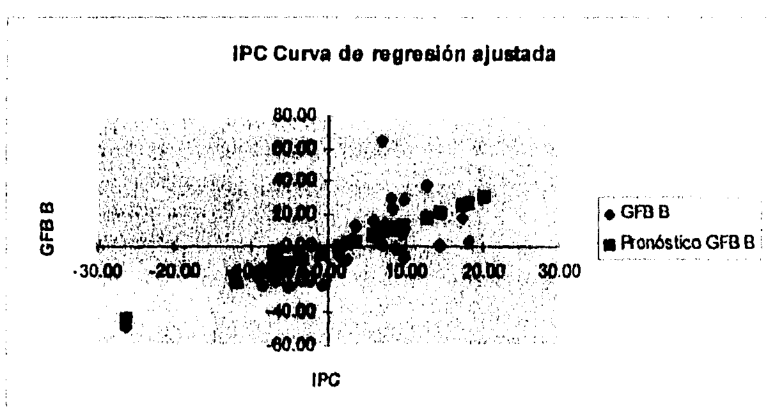
Análisis de varianza

	Grados de libertad	*Suma de cuadrados*	*Promedio de los cuadrados*	*F*	*Valor crítico de F*
Regresión	1	8296.48176	8296.481765	39.2306826	3.9263E-07
Residuos	34	7190.30007	211.4794137		
Total	35	15486.7818			

	Coeficientes	*Error típico*	*Estadístico t*	*Probabilidad*
Intercepción	-2.10712145	2.47926291	-0.849898345	0.40132692
IPC	1.57434268	0.25135431	6.26344016	3.9263E-07

α=5%	$t_{N-2,\,1-\alpha/2}$	$t_{34,.975}$	
	T calculada	*T tabulada*	*Conclusión*
Ho:a=0	-0.84989834	2.0322	No Rechazar Ho:a=0
Ho:b=0	6.26344016	2.0322	Rechazar Ho:b=0

Ilustración 5.14 Diagrama de Dispersión y Recta de Regresión Ajustada



5.3.15 GFB C

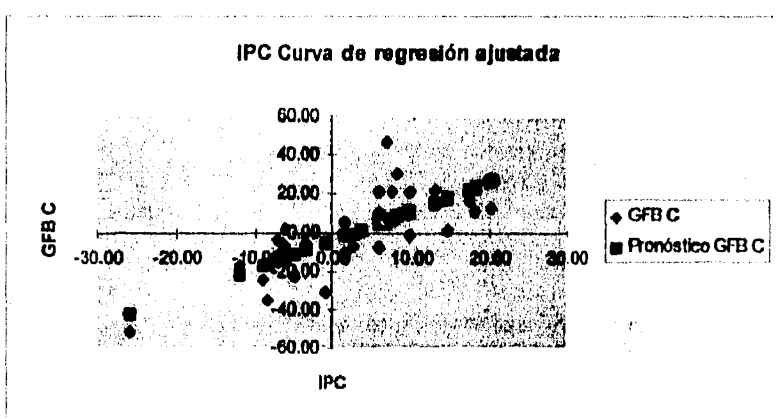
Estadísticas de la regresión	
Coeficiente de correlación múltiple	0.75215104
Coeficiente de determinación R^2	0.56573119
R^2 ajustado	0.55295857
Error típico	13.0684716
Observaciones	36

Análisis de varianza					
	Grados de libertad	Suma de cuadrados	Promedio de los cuadrados	F	Valor crítico de F
Regresión	1	7564.49582	7564.495819	44.2925204	1.2296E-07
Residuos	34	5806.68826	170.7849487		
Total	35	13371.1841			

	Coeficientes	Error típico	Estadístico t	Probabilidad
Intercepción	-3.92182691	2.22799049	-1.760252987	0.08735947
IPC	1.50328832	0.22587964	6.655262607	1.2296E-07

α=5%	$t_{N-2, 1-\alpha/2}$	$t_{34, 975}$	
	T calculada	T tabulada	Conclusión
Ho:a=0	-1.76025299	2.0322	No Rechazar Ho:a=0
Ho:b=0	6.65526261	2.0322	Rechazar Ho:b=0

Ilustración 5.15 Diagrama de Dispersión y Recta de Regresión Ajustada



5.3.16 Gfprobu B

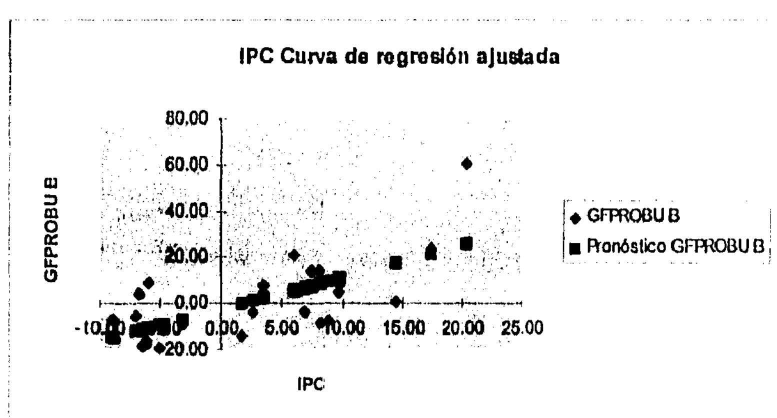
Estadísticas de la regresión	
Coeficiente de correlación múltiple	0.67192172
Coeficiente de determinación R^2	0.4514788
R^2 ajustado	0.42654602
Error típico	13.1059345
Observaciones	24

Análisis de varianza				
	Grados de libertad	*Suma de cuadrados*	*Promedio de los cuadrados*	*F*
Regresión	1	3110.30243	3110.302429	18.1078394
Residuos	22	3778.84142	171.7655191	
Total	23	6889.14385		

Coeficientes	*Error típico*	*Estadístico t*	*Probabilidad*
-2.22877027	2.88505756	-0.772521944	0.44802574
1.36759839	0.32138475	4.2553307	0.00032339

α=5%	$t_{N-2,\ 1-\alpha/2}$	$t_{22,\ 975}$	
	T calculada	*T tabulada*	*Conclusión*
Ho:a=0	-0.77252194	2.074	No Rechazar Ho:a=0
Ho:b=0	4.2553307	2.074	Rechazar Ho:b=0

Ilustración 5.16 Diagrama de Dispersión y Recta de Regresión Ajustada



5.3.17 Gserfin BCP

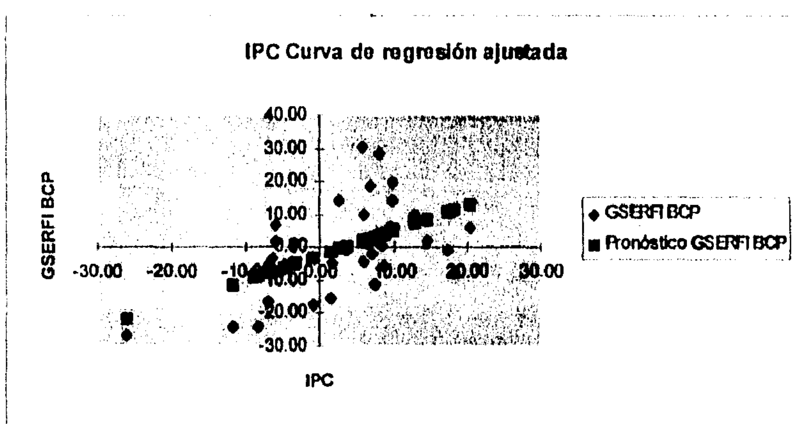
Estadísticas de la regresión	
Coeficiente de correlación múltiple	0.5446625
Coeficiente de determinación R^2	0.29665724
R^2 ajustado	0.27597069
Error típico	11.4623744
Observaciones	36

Análisis de varianza					
	Grados de libertad	*Suma de cuadrados*	*Promedio de los cuadrados*	*F*	*Valor crítico de F*
Regresión	1	1884.1524	1884.152399	14.3405844	0.00059375
Residuos	34	4467.12489	131.3860262		
Total	35	6351.27729			

	Coeficientes	*Error típico*	*Estadístico t*	*Probabilidad*
Intercepción	-2.44317333	1.95417352	-1.250233568	0.21975098
IPC	0.75025743	0.19811934	3.786896409	0.00059375

α=5%	$t_{N-2, 1-\alpha/2}$	$t_{34, 975}$	
	T calculada	*T tabulada*	*Conclusión*
Ho:a=0	-1.25023357	2.0322	No Rechazar Ho:a=0
Ho:b=0	3.78689641	2.0322	Rechazar Ho:b=0

Ilustración 5.17 Diagrama de Dispersión y Recta de Regresión Ajustada



5.3.18 ICA

Estadísticas de la regresión	
Coeficiente de correlación múltiple	0.80124431
Coeficiente de determinación R^2	0.64199245
R^2 ajustado	0.62964736
Error típico	11.1295075
Observaciones	31

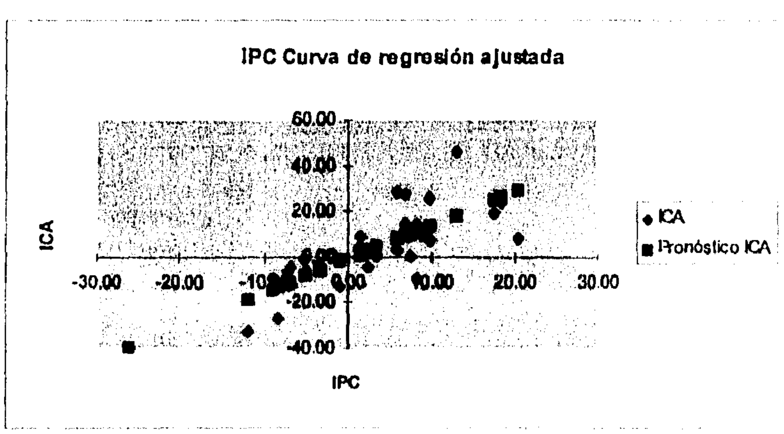
Análisis de varianza

	Grados de libertad	*Suma de cuadrados*	*Promedio de los cuadrados*	*F*	*Valor crítico de F*
Regresión	1	6441.50913	6441.509132	52.0038786	6.1258E-08
Residuos	29	3592.11216	123.8659367		
Total	30	10033.6213			

	Coeficientes	*Error típico*	*Estadístico t*	*Probabilidad*
Intercepción	-0.71712156	2.05559128	-0.348863882	0.72971178
IPC	1.47239308	0.20417657	7.211371477	6.1258E-08

α=5%	$t_{N-2,1-\alpha/2}$	$t_{29,975}$	
	T calculada	*T tabulada*	*Conclusión*
Ho:a=0	-0.34886388	2.045	No Rechazar Ho:a=0
Ho:b=0	7.21137148	2.045	Rechazar Ho:b=0

Ilustración 5.18 Diagrama de Dispersión y Recta de Regresión Ajustada



5.3.19 Kimber

Estadísticas de la regresión	
Coeficiente de correlación múltiple	0.84284781
Coeficiente de determinación R^2	0.71039243
R^2 ajustado	0.70187456
Error típico	5.12190856
Observaciones	36

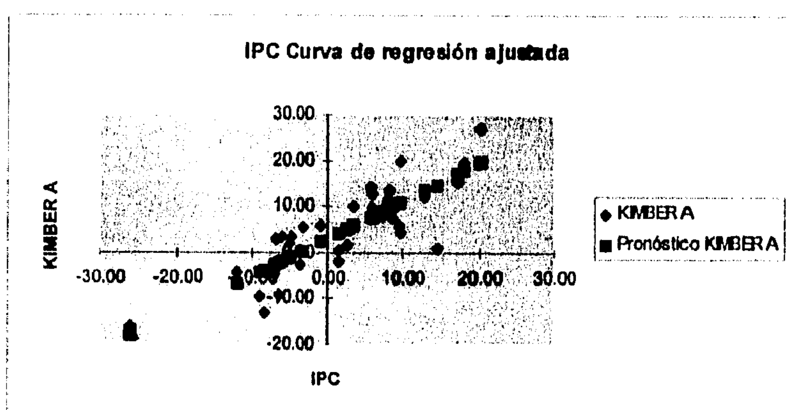
Análisis de varianza

	Grados de libertad	*Suma de cuadrados*	*Promedio de los cuadrados*	*F*	*Valor crítico de F*
Regresión	1	2187.91761	2187.917613	83.4002442	1.1304E-10
Residuos	34	891.954209	26.23394732		
Total	35	3079.87182			

	Coeficientes	*Error típico*	*Estadístico t*	*Probabilidad*
Intercepción	2.9792893	0.87321333	3.411868789	0.0016813
IPC	0.80847719	0.0885287	9.132373416	1.1304E-10

α=5%	$t_{N-2,1-\alpha/2}$	$t_{34,975}$	
	T calculada	*T tabulada*	*Conclusión*
Ho:a=0	3.41186879	2.0322	No Rechazar Ho:a=0
Ho:b=0	9.13237342	2.0322	Rechazar Ho:b=0

Ilustración 5.19 Diagrama de Dispersión y Recta de Regresión Ajustada



5.3.20 Maseca B

Estadísticas de la regresión	
Coeficiente de correlación múltiple	0.76409771
Coeficiente de determinación R^2	0.58384532
R^2 ajustado	0.5649292
Error típico	7.27690519
Observaciones	24

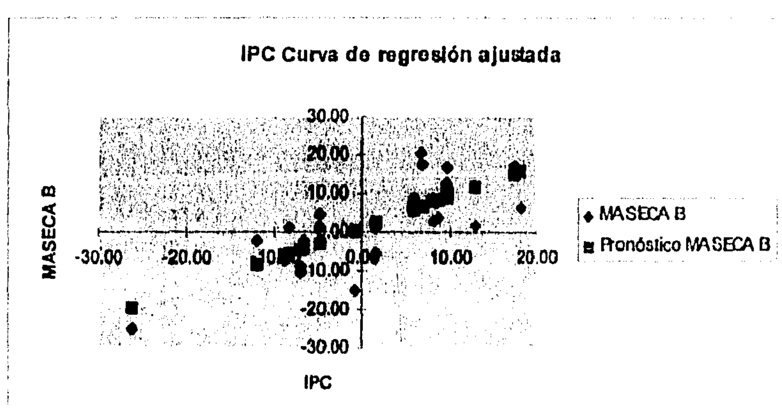
Análisis de varianza

	Grados de libertad	*Suma de cuadrados*	*Promedio de los cuadrados*	*F*	*Valor crítico de F*
Regresión	1	1634.40292	1634.402916	30.8649584	1.3878E-05
Residuos	22	1164.97368	52.95334908		
Total	23	2799.3766			

	Coeficientes	*Error típico*	*Estadístico t*	*Probabilidad*
Intercepción	1.15958426	1.50434566	0.770823014	0.44901156
IPC	0.80354374	0.14463609	5.555624033	1.3878E-05

α=5%	$t_{N-2,\ 1-\alpha/2}$	$t_{22,\ .975}$	
	T calculada	*T tabulada*	*Conclusión*
Ho:a=0	0.77082301	2.074	No Rechazar Ho:a=0
Ho:b=0	5.55562403	2.074	Rechazar Ho:b=0

Ilustración 5.20 Diagrama de Dispersión y Recta de Regresión Ajustada



5.3.21 Posadas L

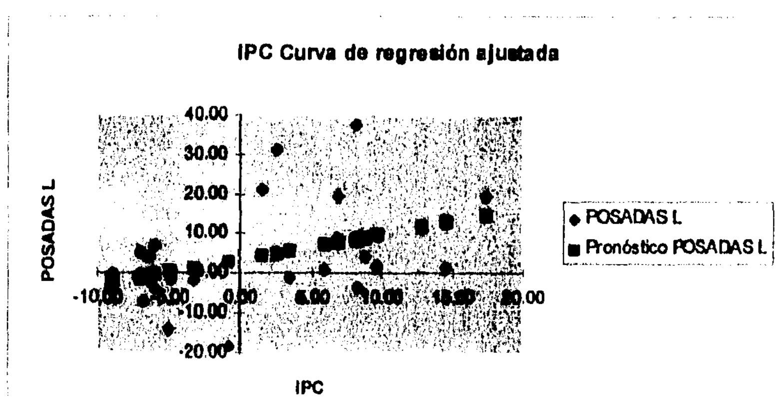
Estadísticas de la regresión	
Coeficiente de correlación múltiple	0.39182482
Coeficiente de determinación R^2	0.15352669
R^2 ajustado	0.1167235
Error típico	12.0194761
Observaciones	25

Análisis de varianza					
	Grados de libertad	*Suma de cuadrados*	*Promedio de los cuadrados*	*F*	*Valor crítico de F*
Regresión	1	602.65607	602.6560699	4.17155964	0.05273476
Residuos	23	3322.75955	144.4678064		
Total	24	3925.41562			

	Coeficientes	*Error típico*	*Estadístico t*	*Probabilidad*
Intercepción	3.51308158	2.56738518	1.368350026	0.18442197
IPC	0.63970206	0.31320488	2.042439629	0.05273476

α=5%	$t_{N-2,\,1-\alpha/2}$	$t_{23,.975}$	
	T calculada	*T tabulada*	*Conclusión*
Ho:a=0	1.36835003	2.069	No Rechazar Ho:a=0
Ho:b=0	2.04243963	2.069	No Rechazar Ho:b=0

Ilustración 5.21 Diagrama de Dispersión y Recta de Regresión Ajustada



5.3.22 Sidek B

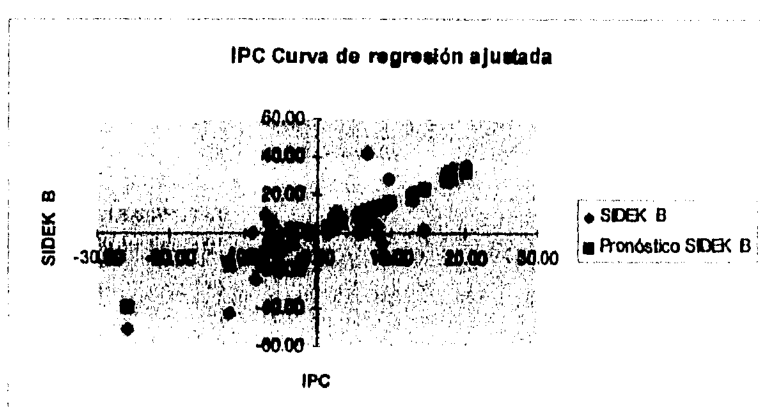
Estadísticas de la regresión	
Coeficiente de correlación múltiple	0.78205639
Coeficiente de determinación R^2	0.6116122
R^2 ajustado	0.59908356
Error típico	12.4224791
Observaciones	33

Análisis de varianza					
	Grados de libertad	*Suma de cuadrados*	*Promedio de los cuadrados*	*F*	*Valor crítico de F*
Regresión	1	7533.36143	7533.361427	48.8171316	7.6758E-08
Residuos	31	4783.85756	154.3179858		
Total	32	12317.219			

	Coeficientes	*Error típico*	*Estadístico t*	*Probabilidad*
Intercepción	0.48480191	2.20584904	0.219780185	0.82748321
IPC	1.51374867	0.21665447	6.986925764	7.6758E-08

α=5%	$t_{N-2,\,1-\alpha/2}$	$t_{31,.975}$	
	T calculada	*T tabulada*	*Conclusión*
Ho:a=0	0.21978018	2.0396	No Rechazar Ho:a=0
Ho:b=0	6.98692576	2.0396	Rechazar Ho:b=0

Ilustración 5.22 Diagrama de Dispersión y Recta de Regresión Ajustada



5.3.23 Situr BCP

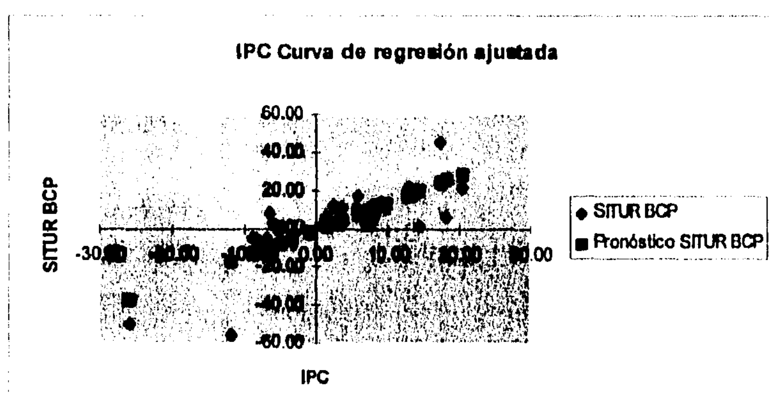
Estadísticas de la regresión	
Coeficiente de correlación múltiple	0.79369745
Coeficiente de determinación R^2	0.62995564
R^2 ajustado	0.61907198
Error típico	10.7787995
Observaciones	36

	Análisis de varianza				
	Grados de libertad	*Suma de cuadrados*	*Promedio de los cuadrados*	*F*	*Valor crítico de F*
Regresión	1	6724.7459	6724.745896	57.880876	7.7061E-09
Residuos	34	3950.2056	116.1825177		
Total	35	10674.9515			

	Coeficientes	*Error típico*	*Estadístico t*	*Probabilidad*
Intercepción	-0.67794275	1.83763362	-0.368921611	0.71447366
IPC	1.41739282	0.18630421	7.60794821	7.7061E-09

α=5%	$t_{N-2,\,1-\alpha/2}$	$t_{34,.975}$	
	T calculada	*T tabulada*	*Conclusión*
Ho:a=0	-0.36892161	2.0322	No Rechazar Ho:a=0
Ho:b=0	7.60794821	2.0322	Rechazar Ho:b=0

Ilustración 5.23 Diagrama de Dispersión y Recta de Regresión Ajustada



5.3.24 Telmex A

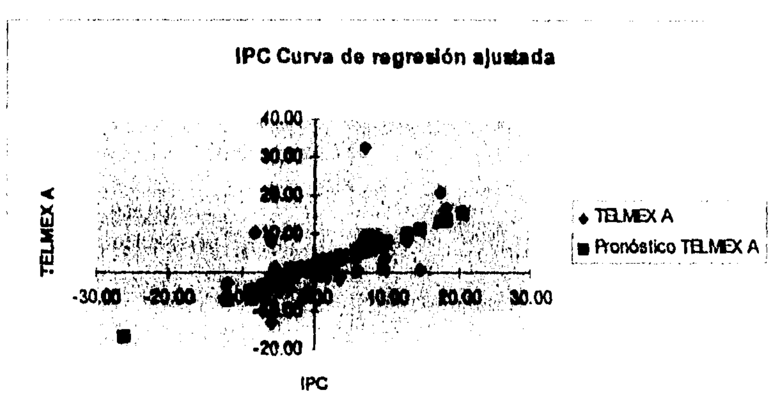
Estadísticas de la regresión	
Coeficiente de correlación múltiple	0.70137731
Coeficiente de determinación R^2	0.49193013
R^2 ajustado	0.4769869
Error típico	6.99910038
Observaciones	36

	Análisis de varianza				
	Grados de libertad	*Suma de cuadrados*	*Promedio de los cuadrados*	*F*	*Valor crítico de F*
Regresión	1	1612.66199	1612.661991	32.9199302	1.8882E-06
Residuos	34	1665.57181	48.98740614		
Total	35	3278.2338			

	Coeficientes	*Error típico*	*Estadístico t*	*Probabilidad*
Intercepción	1.19896491	1.19324812	1.004790951	0.32209533
IPC	0.69410307	0.12097469	5.737589234	1.8882E-06

α=5%	$t_{N-2,1-\alpha/2}$	$t_{34,975}$	
	T calculada	*T tabulada*	*Conclusión*
Ho:a=0	1.00479095	2.0322	No Rechazar Ho:a=0
Ho:b=0	5.73758923	2.0322	Rechazar Ho:b=0

Ilustración 5.24 Diagrama de Dispersión y Recta de Regresión Ajustada



5.3.25 Telmex L

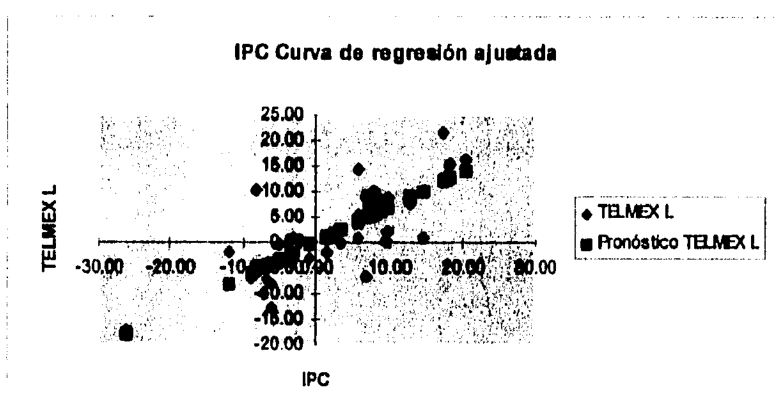
Estadísticas de la regresión	
Coeficiente de correlación múltiple	0.77978748
Coeficiente de determinación R^2	0.60806852
R^2 ajustado	0.59654112
Error típico	5.47442404
Observaciones	36

Análisis de varianza					
	Grados de libertad	*Suma de cuadrados*	*Promedio de los cuadrados*	*F*	*Valor crítico de F*
Regresión	1	1580.87725	1580.877245	52.7498563	2.0803E-08
Residuos	34	1018.95683	29.96931852		
Total	35	2599.83408			

	Coeficientes	*Error típico*	*Estadístico t*	*Probabilidad*
Intercepción	0.12740328	0.93331226	0.136506599	0.89222591
IPC	0.68722882	0.09462169	7.262909631	2.0803E-08

α=5%	$t_{N-2,\ 1-\alpha/2}$	$t_{34,.975}$	
	T calculada	*T tabulada*	*Conclusión*
Ho:a=0	0.1365066	2.0322	No Rechazar Ho:a=0
Ho:b=0	7.26290963	2.0322	Rechazar Ho:b=0

Ilustración 5.25 Diagrama de Dispersión y Recta de Regresión Ajustada



5.3.26 Tlevisa CPO

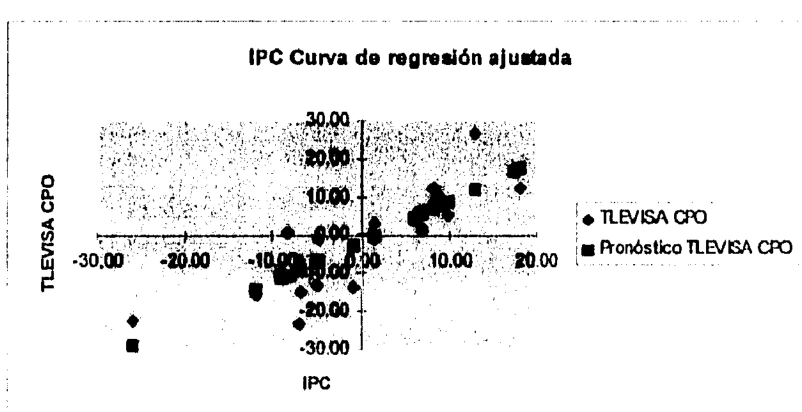
Estadísticas de la regresión	
Coeficiente de correlación múltiple	0.86015833
Coeficiente de determinación R^2	0.73987236
R^2 ajustado	0.72686598
Error típico	6.84296658
Observaciones	22

	Análisis de varianza				
	Grados de libertad	*Suma de cuadrados*	*Promedio de los cuadrados*	*F*	*Valor crítico de F*
Regresión	1	2663.72343	2663.723427	56.8853314	2.8614E-07
Residuos	20	936.523832	46.82619162		
Total	21	3600.24726			

	Coeficientes	*Error típico*	*Estadístico t*	*Probabilidad*
Intercepción	-1.75233667	1.46450995	-1.196534488	0.24548023
IPC	1.05584695	0.13999123	7.542236496	2.8614E-07

α=5%	$t_{N-2,\,1-\alpha/2}$	$t_{20,\,975}$	
	T calculada	*T tabulada*	*Conclusión*
Ho:a=0	-1.19653449	2.086	No Rechazar Ho:a=0
Ho:b=0	7.5422365	2.086	Rechazar Ho:b=0

Ilustración 5.26 Diagrama de Dispersión y Recta de Regresión Ajustada



5.3.27 Tribasa CP

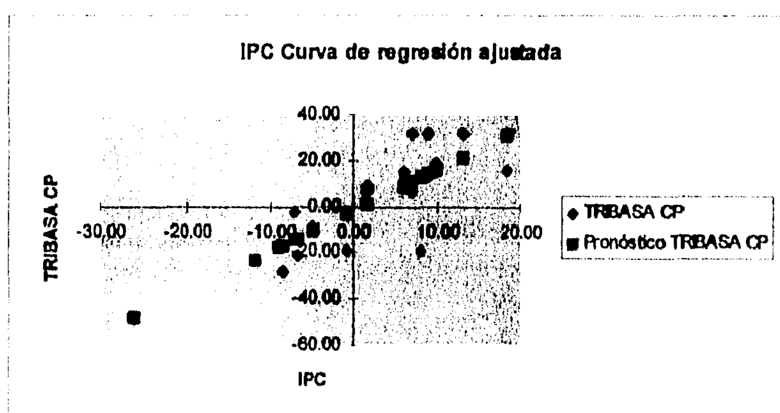
Estadísticas de la regresión	
Coeficiente de correlación múltiple	0.84599356
Coeficiente de determinación R^2	0.7157051
R^2 ajustado	0.70149036
Error típico	11.8429053
Observaciones	22

Análisis de varianza					
	Grados de libertad	*Suma de cuadrados*	*Promedio de los cuadrados*	*F*	*Valor crítico de F*
Regresión	1	7061.73736	7061.737364	50.3494869	7.0596E-07
Residuos	20	2805.08811	140.2544057		
Total	21	9866.82548			

	Coeficientes	*Error típico*	*Estadístico t*	*Probabilidad*
Intercepción	-1.69263037	2.52892043	-0.669309462	0.5109514
IPC	1.79530058	0.25301114	7.095737236	7.0596E-07

α=5%	$t_{N-2, 1-\alpha/2}$	$t_{20,975}$	
	T calculada	*T tabulada*	*Conclusión*
Ho:a=0	-0.66930946	2.086	No Rechazar Ho:a=0
Ho:b=0	7.09573724	2.086	Rechazar Ho:b=0

Ilustración 5.27 Diagrama de Dispersión y Recta de Regresión Ajustada



5.3.28 Ttolmex B2

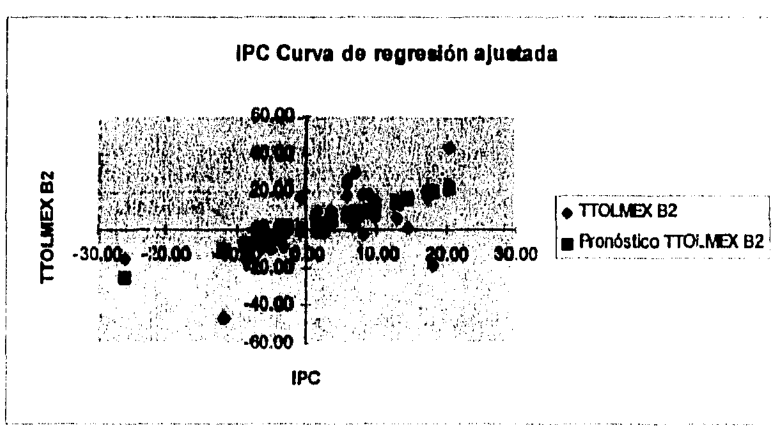
Estadísticas de la regresión	
Coeficiente de correlación múltiple	0.61643271
Coeficiente de determinación R^2	0.37998928
R^2 ajustado	0.36175368
Error típico	13.0899722
Observaciones	36

Análisis de varianza					
	Grados de libertad	*Suma de cuadrados*	*Promedio de los cuadrados*	*F*	*Valor crítico de F*
Regresión	1	3570.49578	3570.495778	20.8377619	6.2515E-05
Residuos	34	5825.8107	171.3473734		
Total	35	9396.30648			

	Coeficientes	*Error típico*	*Estadístico t*	*Probabilidad*
Intercepción	1.16329086	2.23165605	0.521267987	0.60555907
IPC	1.03280076	0.22625126	4.56483975	6.2515E-05

α=5%	$t_{N-2,\,1-\alpha/2}$	$t_{34,.975}$	
	T calculada	*T tabulada*	*Conclusión*
Ho:a=0	0.52126799	2.0322	No Rechazar Ho:a=0
Ho:b=0	4.56483975	2.0322	Rechazar Ho:b=0

Ilustración 5.28 Diagrama de Dispersión y Recta de Regresión Ajustada



5.3.29 Vitro

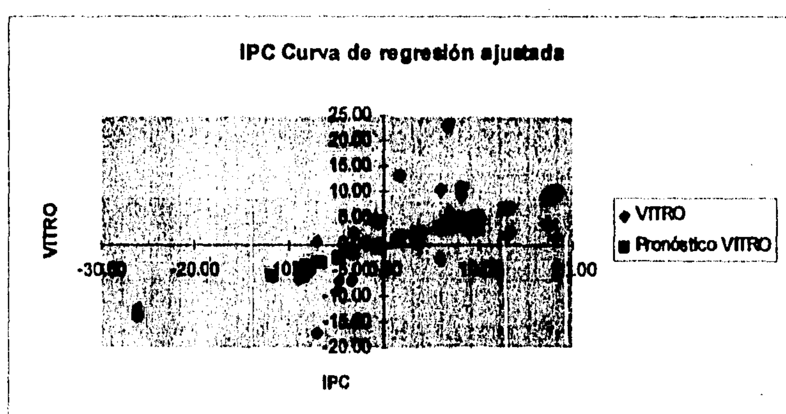
Estadísticas de la regresión	
Coeficiente de correlación múltiple	0.61493077
Coeficiente de determinación R^2	0.37813985
R^2 ajustado	0.35326544
Error típico	6.80225342
Observaciones	27

	Análisis de varianza				
	Grados de libertad	*Suma de cuadrados*	*Promedio de los cuadrados*	*F*	*Valor crítico de F*
Regresión	1	703.404827	703.4048275	15.201965	0.00064193
Residuos	25	1156.76629	46.27065164		
Total	26	1860.17112			

	Coeficientes	*Error típico*	*Estadístico t*	*Probabilidad*
Intercepción	0.1044839	1.31928492	0.079197373	0.93750617
IPC	0.52720118	0.13521551	3.898969738	0.00064193

α=5%	$t_{N-2,\,1-\alpha/2}$	$t_{25,975}$	
	T calculada	*T tabulada*	*Conclusión*
Ho:a=0	0.07919737	2.06	No Rechazar Ho:a=0
Ho:b=0	3.89896974	2.06	Rechazar Ho:b=0

Ilustración 5.29 Diagrama de Dispersión y Recta de Regresión Ajustada



Cuadro 5.5 Resumen de las Estadísticas de las Acciones Seleccionadas para la Formación de Portafolios de Inversión

INSTRUMENTO	BETA	ALFA	VARIANZA	VARIANZA REGRESIÓN	VARIANZA RESIDUAL	R^2	R^2 AJUSTADA	RENDIMIENTO REQUERIDO	RENDIMIENTO PRONOSTICADO PROMEDIO
IPC	1.0000		92.9807						2.0761
CETES 28	-0.0143	1.9957	1.8734					1.9645	1.9661
VITRO	0.5272	0.1045	68.8952	703.4048	46.2707	0.3781	0.3533	2.0241	0.7426
ALFA A	0.5896	4.3309	122.0037	1163.6848	94.9543	0.2649	0.2433	2.0310	5.5550
POSADAS L	0.6397	3.5131	157.0166	602.6561	144.4678	0.1535	0.1167	2.0365	5.3544
TELMEX L	0.6872	0.1274	72.2176	1580.8772	29.9693	0.6081	0.5965	2.0417	1.5542
TELMEX A	0.6941	1.1990	91.0621	1612.6620	48.9874	0.4919	0.4770	2.0425	2.6400
GSERFIN BCP	0.7503	-2.4432	176.4244	1884.1524	131.3860	0.2967	0.2760	2.0486	-0.8856
MASECA B	0.8035	1.1596	116.6407	1634.4029	52.9533	0.5838	0.5649	2.0545	2.4821
KIMBER A	0.8085	2.9793	85.5520	2187.9176	26.2339	0.7104	0.7019	2.0550	4.6578
BANACCI A	0.9053	1.8354	126.7498	1714.2817	76.3780	0.4363	0.4168	2.0657	5.4665
CIFRA B	0.9573	0.5526	163.1833	3067.3903	82.5650	0.5221	0.5081	2.0714	2.5400
TTOLMEX B2	1.0328	1.1633	261.0085	3570.4958	171.3474	0.3800	0.3618	2.0797	3.3075
TLEVISA CPO	1.0558	-1.7523	163.6476	2663.7234	46.8262	0.7399	0.7269	2.0823	-0.7886
CIFRA C	1.0806	0.7666	207.0140	3908.3230	104.2407	0.5244	0.5104	2.0850	3.0100
FEMSA B	1.0809	0.4457	173.8007	3910.6502	69.0052	0.6250	0.6140	2.0850	2.6897
AEROMEX CPO	1.1000	-4.3140	619.9579	4050.2480	537.3010	0.1815	0.1574	2.0871	-2.0303
GCARSO A1	1.1843	1.1410	159.6220	4694.8802	30.9269	0.8170	0.8116	2.0964	3.5997
CEMEX CPO	1.2063	1.4092	209.2962	4870.8062	78.3487	0.6465	0.6361	2.0988	3.9136
GCC B	1.2673	1.8923	268.7124	5375.7895	126.4076	0.5557	0.5426	2.1055	4.5233
GFPROBU B	1.3676	-2.2288	287.0477	3110.3024	171.7655	0.4515	0.4265	2.1165	2.3675
GFB A	1.3888	-2.0344	435.8584	6456.1743	271.6096	0.4115	0.3941	2.1189	0.8489
SITUR BCP	1.4174	-0.6779	296.5264	6724.7459	116.1825	0.6300	0.6191	2.1220	2.2647
ICA	1.4724	-0.7171	323.6652	6441.5091	123.8659	0.6420	0.6296	2.1281	2.7397
GFB C	1.5033	-3.9218	371.4218	7564.4958	170.7849	0.5657	0.5530	2.1315	-0.8008
SIDEK B	1.5137	0.4848	373.2491	7533.3614	154.3180	0.6116	0.5991	2.1326	3.5261
BANACCI B	1.5172	-1.1129	323.6023	7705.0689	116.0181	0.6614	0.6514	2.1330	2.0369
BANACCI C	1.5321	-2.2397	379.4095	7737.9081	167.9219	0.5827	0.5701	2.1346	1.2491
GFB B	1.5743	-2.1071	430.1884	8296.4818	211.4794	0.5357	0.5221	2.1393	1.1614
TRIBASA CP	1.7953	-1.6926	448.4921	7061.7374	140.2544	0.7157	0.7015	2.1636	-0.6832
BANACCI L	1.9012	-0.2464	506.3556	8970.6073	144.6331	0.7382	0.7263	2.1752	1.8608

Una vez calculadas las betas de las acciones, el rendimiento esperado y el rendimiento requerido, es decir, lo que un inversionista necesita ganar como mínimo para arriesgar su capital en la acción, de acuerdo al CAPM, podemos ahora realizar la regresión de corte transversal y formar los portafolios de inversión. En el Cuadro 5.5 se presenta un resumen de las estadísticas a considerar para la selección de las acciones que integrarán cada tipo de portafolios de acuerdo a las actitudes de los inversionistas hacia el riesgo. En esta ocasión los instrumentos de inversión no están listados por orden alfabético, sino en orden ascendente de acuerdo a su beta, con excepción del IPC que de acuerdo a la teoría del CAPM, debe tener una beta de 1, la cual es un parámetro para comparar el riesgo de los demás instrumentos.

Para efectuar la regresión de corte transversal tomamos el rendimiento promedio de las n acciones como variable dependiente y su beta respectiva como variable independiente. Con esta regresión de corte transversal, $\overline{R}_i = \hat{\gamma}_0 + \hat{\gamma}_1 b_i + u_i$ se pretenden probar si

$\hat{\gamma}_0$ no es significativamente diferente de R_f=1.9661

$\hat{\gamma}_1$ no es significativamente diferente de $\overline{R}_m - R_f$=0.11

Los resultados obtenidos de la regresión $\overline{R}_i = \hat{\gamma}_0 + \hat{\gamma}_1 b_i + u_i$ y la prueba de hipótesis son los siguientes:

Estadísticas de la regresión	
Coeficiente de correlación múltiple	0.28626112
Coeficiente de determinación R^2	0.08194543
R^2 ajustado	0.04794341
Error típico	1.95945008
Observaciones	29

Análisis de varianza					
	Grados de libertad	*Suma de cuadrados*	*Promedio de los cuadrados*	*F*	*Valor crítico de F*
Regresión	1	9.25312474	9.253124735	2.41001646	0.13220532
Residuos	27	103.665005	3.839444627		
Total	28	112.91813			

	Coeficientes	*Error típico*	*Estadístico t*	*Probabilidad*
Intercepción	4.0075385	1.19650076	3.349382314	0.00240059
Variable b_i	-1.53850708	0.99103615	-1.55242277	0.13220532

α=5%	$t_{N-2,\,1-\alpha/2}$	$t_{27,.975}$	
	T calculada	*T tabulada*	*Conclusión*
Ho: $\hat{\gamma}_0$=1.9661	1.70616472	2.052	No Rechazar Ho: $\hat{\gamma}_0$=1.9661
Ho: $\hat{\gamma}_1$=0.11	-1.66341771	2.052	No Rechazar Ho: $\hat{\gamma}_1$=0.11

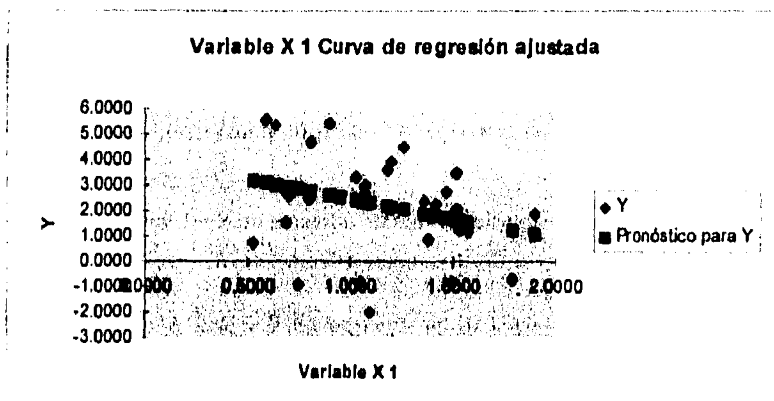


Ilustración 5.30 Diagrama de Dispersión y Recta de Regresión Ajustada

Al no rechazar ninguna de las pruebas de hipótesis, podemos decir que se cumple la teoría del CAPM puesto que la intersección no es significativamente diferente de la tasa de rendimiento del activo libre de riesgo, es decir, la tasa promedio de los CETES a 28 días, R_f=1.9661 y el coeficiente de la variable b_i no es significativamente diferente de la prima de riesgo del mercado, $\overline{R}_m - R_f$=0.11.

Veamos que ocurre ahora cuando ajustamos las regresiones:

$$(1) \quad \overline{R}_i = \hat{\gamma}_0 + \hat{\gamma}_1 b_i + \hat{\gamma}_2 \sigma_i^2 + u_i$$

$$(2) \quad \overline{R}_i = \hat{\gamma}_0 + \hat{\gamma}_1 b_i + \hat{\gamma}_2 \sigma_{ei}^2 + u_i$$

$$(3) \quad \overline{R}_i = \hat{\gamma}_0 + \hat{\gamma}_1 b_i + \hat{\gamma}_2 b_i^2 + u_i$$

En los tres casos esperamos que el coeficiente de la segunda variable agregada, $\hat{\gamma}_2$, no sea significativamente distinto de cero. Es decir, se desea ver si la adición de una variable, ya sea, σ_i^2, σ_{ei}^2 o b_i^2 contribuye significativamente o no a la predicción de $\overline{R}_i$, una vez que en el modelo ya está presente la variable b_i. Con este fin necesitamos realizar una prueba F parcial. Por lo tanto las hipótesis nulas serán:

(1) Ho: σ_i^2 no añade información significativa en la predicción de $\overline{R}_i$ dado que b_i ya se encuentra en el modelo.

(2) Ho: σ_{ei}^2 no añade información significativa en la predicción de $\overline{R}_i$ dado que b_i ya se encuentra en el modelo.

(3) Ho: b_i^2 no añade información significativa en la predicción de $\overline{R}_i$ dado que b_i ya se encuentra en el modelo.

El procedimiento de la prueba esencialmente compara dos modelos: El *modelo completo* que contiene dos variables independientes, b_i con alguna de las tres variables σ_i^2, σ_{ei}^2 o b_i^2, con el *modelo reducido*, que sólo contiene a la variable b_i. El objetivo es determinar qué modelo es el más apropiado basado en qué tanta información adicional brindan σ_i^2, σ_{ei}^2 o b_i^2 acerca de $\overline{R}_i$ dado que se cuenta con la información brindada por b_i.

Para realizar la prueba F parcial concerniente a cada una de las variables, σ_i^2, σ_{ei}^2 o b_i^2, primero debemos calcular la suma extra de cuadrados resultante de añadir, σ_i^2, σ_{ei}^2 o b_i^2 dado que en el modelo se encuentra presente b_i, la cual se calcula de la siguiente forma:

(1) $$SS(\sigma_i^2 \mid b_i) = SS\ Reg(\sigma_i^2, b_i) - SS\ Reg(b_i)$$

(2) $$SS(\sigma_{ei}^2 \mid b_i) = SS\ Reg(\sigma_{ei}^2, b_i) - SS\ Reg(b_i)$$

(3) $$SS(b_i^2 \mid b_i) = SS\ Reg(b_i^2, b_i) - SS\ Reg(b_i)$$

Para probar las hipótesis nulas, la estadística F a calcular será:

(1) $$F(\sigma_i^2 \mid b_i) = \frac{SS(\sigma_i^2 \mid b_i)}{MS\ Residual(\sigma_i^2, b_i)} = \frac{SS\ Reg(\sigma_i^2, b_i) - SS\ Reg(b_i)}{MS\ Residual(\sigma_i^2, b_i)}$$

(2) $$F(\sigma_{ei}^2 \mid b_i) = \frac{SS(\sigma_{ei}^2 \mid b_i)}{MS\ Residual(\sigma_{ei}^2, b_i)} = \frac{SS\ Reg(\sigma_{ei}^2, b_i) - SS\ Reg(b_i)}{MS\ Residual(\sigma_{ei}^2, b_i)}$$

(3) $$F(b_i^2 \mid b_i) = \frac{SS(b_i^2 \mid b_i)}{MS\ Residual(b_i^2, b_i)} = \frac{SS\ Reg(b_i^2, b_i) - SS\ Reg(b_i)}{MS\ Residual(b_i^2, b_i)}$$

Estas estadísticas F tienen una distribución F con 1, *n-p-2, (29-1-2)* grados de libertad bajo Ho, por lo tanto rechazaremos Ho si la F calculada excede a $F_{1,\ n-p-2,\ 1-\alpha}$.

Los resultados obtenidos de la regresión $\overline{R}_i = \hat{\gamma}_0 + \hat{\gamma}_1 b_i + \hat{\gamma}_2 \sigma_i^2 + u_i$ y la prueba de hipótesis son los siguientes:

Estadísticas de la regresión	
Coeficiente de correlación múltiple	0.52099
Coeficiente de determinación R^2	0.27043
R^2 ajustado	0.21539
Error típico	1.77881
Observaciones	29

Análisis de varianza					
	Grados de libertad	*Suma de cuadrados*	*Promedio de los cuadrados*	*F*	*Valor crítico de F*
Regresión	2	30.64998	15.32499	4.84328	0.0163
Residuos	26	82.26859	3.16418		
Total	28	112.91857			

	Coeficientes	*Error típico*	*Estadístico t*	*Probabilidad*
Intercepción	2.996352	1.153721	2.597	0.0153
Variable b_i	1.594250	1.503613	1.060	0.2988
Variable σ_i^2	-0.010132	0.003896	-2.600	0.0152

Prueba F Parcial:

Ho: σ_i^2 no añade información significativa en la predicción de $\overline{R}_i$ dado que b_i ya se encuentra en el modelo

$$F(\sigma_i^2 \mid b_i) = \frac{SS(\sigma_i^2 \mid b_i)}{MS\ Residual(\sigma_i^2, b_i)} = \frac{30.64998 - 9.253666}{3.16418} = 6.7620$$

a=5% $F_{1,26,.95}=4.23$ $\Rightarrow$ Rechazar Ho.

Los resultados obtenidos de la regresión $\overline{R}_i = \hat{\gamma}_0 + \hat{\gamma}_1 b_i + \hat{\gamma}_2 \sigma^2_{ei} + u_i$ y la prueba de hipótesis son los siguientes:

Estadísticas de la regresión	
Coeficiente de correlación múltiple	0.48093
Coeficiente de determinación R^2	0.23130
R^2 ajustado	0.17216
Error típico	1.82716
Observaciones	29

Análisis de varianza					
	Grados de libertad	*Suma de cuadrados*	*Promedio de los cuadrados*	*F*	*Valor crítico de F*
Regresión	2	26.11752	13.05876	3.91156	0.0327
Residuos	26	86.80105	3.33850		
Total	28	112.91857			

	Coeficientes	*Error típico*	*Estadístico t*	*Probabilidad*
Intercepción	1.245203	1.120723	3.788	0.0008
Variable b_i	-0.822487	0.977518	-0.841	0.4078
Variable σ^2_{ei}	-0.008346	0.003713	-2.248	0.0333

Prueba F Parcial:

Ho: σ^2_{ei} no añade información significativa en la predicción de $\overline{R}_i$ dado que b_i ya se encuentra en el modelo.

$$F(\sigma^2_{ei} \mid b_i) = \frac{SS(\sigma^2_{ei} \mid b_i)}{MS\ Residual(\sigma^2_{ei}, b_i)} = \frac{23.11752 - 9.25366}{3.33850} = 5.0513$$

a=5% $\qquad$ $F_{1,26,.95}=4.23$ $\qquad$ $\Rightarrow$ Rechazar Ho.

Los resultados obtenidos de la regresión $\overline{R}_i = \hat{\gamma}_0 + \hat{\gamma}_1 b_i + \hat{\gamma}_2 b_i^2 + u_i$ y la prueba de hipótesis son los siguientes:

Estadísticas de la regresión	
Coeficiente de correlación múltiple	0.29538
Coeficiente de determinación R^2	0.08725
R^2 ajustado	0.01704
Error típico	1.99100
Observaciones	29

Análisis de varianza

	Grados de libertad	*Suma de cuadrados*	*Promedio de los cuadrados*	*F*	*Valor crítico de F*
Regresión	2	9.85209	4.92604	1.24266	0.3252
Residuos	26	103.06648	3.96410		
Total	28	112.91857			

	Coeficientes	*Error típico*	*Estadístico t*	*Probabilidad*
Intercepción	2.731292	3.502679	0.780	0.4426
Variable b_i	0.890571	6.332599	0.141	0.8892
Variable b_i^2	-1.041103	2.679547	-0.389	0.7008

Prueba F Parcial:

Ho: b_i^2 no añade información significativa en la predicción de $\overline{R}_i$ dado que b_i ya se encuentra en el modelo.

$$F(b_i^2 \mid b_i) = \frac{SS(b_i^2 \mid b_i)}{MS\ Residual(b_i^2, b_i)} = \frac{9.85209 - 9.25366}{3.96410} = 0.1510$$

a=5%　　　　$F_{1,26,.95}=4.23$　　　　$\Rightarrow$ No Rechazar Ho.

Como resultado de las pruebas de hipótesis encontramos en las dos primeras regresiones, contrario a lo que se esperaba, que $\hat{\gamma}_2$ es significativamente distinto de cero, lo cual indica la existencia de una asociación entre el rendimiento esperado de la i-ésima acción y la varianza de la acción, σ_i^2, o entre el rendimiento esperado y la varianza residual, $\sigma_{\epsilon i}^2$. Finalmente, con la prueba de hipótesis en la tercera regresión encontramos que $\hat{\gamma}_2$ no es significativamente distinto de cero, lo cual indica que existe una relación lineal entre la tasa media de rendimiento y la beta. Estas conclusiones implican que no obstante que se cumple el supuesto de linealidad del CAPM, la beta, como medida de la sensibilidad de las acciones al mercado, no es el único factor que determina el rendimiento. Otros factores que tienen efecto en este rendimiento serían por ejemplo, de acuerdo a los resultados de las pruebas de hipótesis, la varianza y la varianza residual de cada acción, lo cual implicaría que la beta aun cuando es útil, no es un elemento suficiente en la selección de las acciones que integrarán los portafolios de inversión.

5.4 Formación de Portafolios de Inversión

Una vez que hemos probado que los datos prácticos se han ajustado, al menos en forma parcial, a la teoría del CAPM, podemos formar diversos portafolios de inversión. Cabe aclarar que dado que no han sido satisfechas todas las pruebas del CAPM, el inversionista debe tomar en cuenta que existen otros factores, además de la beta de las acciones, los cuales pueden afectar el rendimiento de las acciones. Sin embargo, veremos como es más práctico utilizar como indicador del riesgo a la beta que a la varianza o a cualquier otro factor.

Como ya se mencionó, los portafolios de inversión están integrados por acciones, que representan los instrumentos de renta variable, y por un activo libre de riesgo; en este caso se han tomado a los Certificados de la Tesorería con vencimiento a 28 días. Las proporciones invertidas en renta variable se han asignado de tal forma que representen cuatro actitudes típicas de los inversionistas: agresiva, conservadora, neutra y muy conservadora.

Cuadro 5.6. Proporciones invertidas en instrumentos de renta variable de acuerdo a las actitudes de los inversionistas hacia el riesgo.

PORTAFOLIOS	CETES	ACCIONES
AGRESIVO	20%	80%
CONSERVADOR	40%	60%
NEUTRO	50%	50%
MUY CONSERVADOR	60%	40%

Ahora para decidir qué acciones integrarán cada portafolios se consideran las betas. Así para el inversionista más agresivo, las betas van desde 1.4174 hasta 1.9012, es decir, las nueve más riesgosas de las 29 acciones listadas. Para el inversionista conservador, las betas van desde 1.0558 hasta 1.3888. En el caso del inversionista neutro tomamos betas entre 0.7503 hasta 1.0809, mientras que para el inversionista con una actitud muy conservadora se seleccionaron las acciones con las betas más bajas, es decir, con betas entre 0.5272 y 0.9573.

Inicialmente, las proporciones invertidas en cada una de las acciones es igual. Con la beta, el rendimiento requerido y el rendimiento pronosticado promedio de cada acción y de los CETES, podemos calcular la beta, el rendimiento y el rendimiento pronosticado promedio del portafolios que no son más que promedios ponderados. Así mismo se calculó la varianza de cada uno de los portafolios, sin embargo ésta no es un simple promedio ponderado de las varianzas de cada una de las acciones, sino que es necesario considerar las covarianzas entre todos los instrumentos que integran cada portafolios.

Como se puede observar, confirmando la teoría, la diversificación reduce el riesgo, pues en todos los casos, la beta y la varianza del portafolios no son mayores que la beta o la varianza de la acción más riesgosa del portafolios. En cuanto al rendimiento de los portafolios observamos que el único caso en el que el rendimiento pronosticado es mayor que el rendimiento requerido es en el portafolios conservador. Especialmente, en el portafolios agresivo se aprecia como aunque el rendimiento requerido, en teoría es el mayor de los cuatro portafolios, el rendimiento pronosticado es inferior ya que siendo las acciones que lo integran las más sensibles del mercado, y dado que durante los tres últimos años el mercado ha tendido a la baja, de la misma forma estas acciones lo han hecho. Por lo tanto, no es de sorprenderse el hecho de que siendo el portafolios más riesgoso, haya tenido el rendimiento más bajo, ya que por el contrario, si el mercado hubiera tendido a la alza durante los tres últimos años, los rendimientos de las acciones que integran al portafolios agresivo se hubieran comportado de igual manera y se tendría que este portafolios hubiera obtenido los más altos rendimientos. Es decir, la beta es un indicador de la sensibilidad de las acciones a los movimientos del mercado, y por lo tanto mide no sólo la probabilidad de pérdida sino el potencial de cada acción.

Cuadro 5.7 Portafolios de inversión con proporciones iguales en renta variable

PORTAFOLIOS AGRESIVO					
INSTRUMENTO	BETA	RENDIMIENTO REQUERIDO	RENDIMIENTO PRONOSTICADO PROMEDIO	PONDERACIÓN	VARIANZA
CETES	-0.0143	1.9645	1.9645	20.00%	1.8734
SITUR BCP	1.4174	2.1220	2.2647	8.89%	296.5264
ICA	1.4724	2.1281	2.7397	8.89%	371.4218
GFB C	1.5033	2.1315	-0.8008	8.89%	323.6023
SIDEK B	1.5137	2.1326	3.5261	8.89%	323.6652
BANACCI B	1.5172	2.1330	2.0369	8.89%	379.4095
BANACCI C	1.5321	2.1346	1.2491	8.89%	430.1884
GFB B	1.5743	2.1393	1.1614	8.89%	373.2491
TRIBASA CP	1.7953	2.1636	-0.6832	8.89%	448.4921
BANACCI L	1.9012	2.1752	1.8608	8.89%	506.3556
TOTAL	**1.2618**	**2.1049**	**1.5800**	**100.00%**	**199.8634**

Cuadro 5.8 Portafolios de inversión con proporciones iguales en renta variable

ORTAFOLIOS CONSERVADOR					
INSTRUMENTO	BETA	RENDIMIENTO REQUERIDO	RENDIMIENTO PRONOSTICADO PROMEDIO	PONDERACIÓN	VARIANZA
CETES	-0.0143	1.9645	1.9645	40.00%	1.8734
TLEVISA CPO	1.0558	2.0823	-0.7886	6.67%	435.8584
CIFRA C	1.0806	2.0850	3.0100	6.67%	163.6476
FEMSA B	1.0809	2.0850	2.6897	6.67%	207.0140
AEROMEX CPO	1.1000	2.0871	-2.0303	6.67%	173.8007
GCARSO A1	1.1843	2.0964	3.5997	6.67%	619.9579
CEMEX CPO	1.2063	2.0988	3.9136	6.67%	159.6220
GCC B	1.2673	2.1055	4.5233	6.67%	209.2962
GFPROBU B	1.3676	2.1165	2.3675	6.67%	287.0477
GFB A	1.3888	2.1189	0.8489	6.67%	268.7124
TOTAL	1.1286	2.0442	1.9947	100.00%	55.8457

Cuadro 5.9 Portafolios de inversión con proporciones iguales en renta variable

PORTAFOLIOS NEUTRO					
INSTRUMENTO	BETA	RENDIMIENTO REQUERIDO	RENDIMIENTO PRONOSTICADO PROMEDIO	PONDERACIÓN	VARIANZA
CETES	-0.0143	1.9645	1.9645	50.00%	-3.4686
GSERFIN BCP	0.7503	2.0486	-0.8856	5.56%	85.5520
MASECA B	0.8035	2.0545	2.4821	5.56%	116.6407
KIMBER A	0.8085	2.0550	4.6578	5.56%	126.7498
BANACCI A	0.9053	2.0657	5.4665	5.56%	163.6476
CIFRA B	0.9573	2.0714	2.5400	5.56%	163.1833
TTOLMEX B2	1.0328	2.0797	3.3075	5.56%	176.4244
TLEVISA CPO	1.0558	2.0823	-0.7886	5.56%	261.0085
CIFRA C	1.0806	2.0850	3.0100	5.56%	207.0140
FEMSA B	1.0809	2.0850	2.6897	5.56%	173.8007
TOTAL	**0.4708**	**0.3473**	**0.2728**	**100.00%**	**23.4285**

Cuadro 5.10 Portafolios de inversión con proporciones iguales en renta variable

PORTAFOLIOS MUY CONSERVADOR					
INSTRUMENTO	BETA	RENDIMIENTO REQUERIDO	RENDIMIENTO PRONOSTICADO PROMEDIO	PONDERACIÓN	VARIANZA
CETES	-0.0143	1.6700	1.6700	60.00%	1.8734
VITRO	0.5272	2.0241	0.7426	4.44%	116.6407
ALFA A	0.5896	2.0310	5.5550	4.44%	68.8952
TELMEX L	0.6872	2.0417	1.5542	4.44%	122.0037
TELMEX A	0.6941	2.0425	2.6400	4.44%	126.7498
GSERFIN BCP	0.7503	2.0486	-0.8856	4.44%	163.1833
MASECA B	0.8035	2.0545	2.4821	4.44%	72.2176
KIMBER A	0.8085	2.0550	4.6578	4.44%	91.0621
BANACCI A	0.9053	2.0657	5.4665	4.44%	176.4244
CIFRA B	0.9573	2.0714	2.5400	4.44%	85.5520
TOTAL	**0.2988**	**1.8213**	**2.1021**	**100.00%**	**10.1289**

Ahora bien, no sabemos si el hecho de invertir proporciones iguales de la riqueza total en cada acción sea lo óptimo. Por lo que, adicionalmente a la teoría del CAPM, para determinar las proporciones óptimas se puede plantear un simple problema de programación lineal en el cual la función objetivo a maximizar sea el rendimiento total del portafolios y las variables de decisión sean las proporciones invertidas en cada acción. Como restricciones pueden plantearse, por ejemplo:

1. Todas las proporciones deben ser mayores que 0%, ya que en ocasiones no se permiten las ventas en corto.
2. Para no anular el efecto de la diversificación, es decir, para invertir en todas las acciones seleccionadas en cada portafolios puede fijarse un porcentaje mínimo de la riqueza total, en este caso se fijó el 3%. Este porcentaje puede variar también de acuerdo a las restricciones de compra mínima de cada acción.
3. Se debe invertir el 100% de la riqueza total, es decir, la suma de las proporciones debe ser igual al 100%
4. Opcionalmente se pueden fijar restricciones en cuanto a la varianza total máxima, a la beta del portafolios máxima, se pueden restringir ambos indicadores o ninguno. En el ejemplo, se resolvió el problema de programación lineal restringiendo la beta y la varianza del portafolios de tal manera que no fueran mayores que las obtenidas cuando se invierten proporciones iguales en cada acción, y también se obtuvo una solución sin restricción alguna en cuanto a la beta o a la varianza.

A continuación se presentan los resultados obtenidos al resolver el problema de programación lineal:

Cuadro 5.11 Portafolios de inversión con proporciones óptimas en renta variable con restricción en la varianza y la beta

PORTAFOLIOS AGRESIVO					
INSTRUMENTO	BETA	RENDIMIENTO REQUERIDO	RENDIMIENTO PRONOSTICADO PROMEDIO	PONDERACIÓN	VARIANZA
CETES	-0.0143	1.9645	1.9645	20.00%	1.8734
SITUR BCP	1.4174	2.1220	2.2647	11.06%	296.5264
ICA	1.4724	2.1281	2.7397	10.84%	371.4218
GFB C	1.5033	2.1315	-0.8008	3.00%	323.6023
SIDEK B	1.5137	2.1326	3.5261	40.10%	323.6652
BANACCI B	1.5172	2.1330	2.0369	3.00%	379.4095
BANACCI C	1.5321	2.1346	1.2491	3.00%	430.1884
GFB B	1.5743	2.1393	1.1614	3.00%	373.2491
TRIBASA CP	1.7953	2.1636	-0.6832	3.00%	448.4921
BANACCI L	1.9012	2.1752	1.8608	3.00%	506.3556
TOTAL	**1.2152**	**2.0998**	**2.4990**	**100.00%**	**199.8636**

Cuadro 5.12 Portafolios de inversión con proporciones óptimas en renta variable con restricción en la varianza y la beta

PORTAFOLIOS CONSERVADOR					
INSTRUMENTO	BETA	RENDIMIENTO REQUERIDO	RENDIMIENTO PRONOSTICADO PROMEDIO	PONDERACIÓN	VARIANZA
CETES	-0.0143	1.9645	1.9645	40.00%	1.8734
TLEVISA CPO	1.0558	2.0823	-0.7886	3.00%	435.8584
CIFRA C	1.0806	2.0850	3.0100	11.35%	163.6476
FEMSA B	1.0809	2.0850	2.6897	3.00%	207.0140
AEROMEX CPO	1.1000	2.0871	-2.0303	3.00%	173.8007
GCARSO A1	1.1843	2.0964	3.5997	5.13%	619.9579
CEMEX CPO	1.2063	2.0988	3.9136	15.09%	159.6220
GCC B	1.2673	2.1055	4.5233	13.43%	209.2962
GFPROBU B	1.3676	2.1165	2.3675	3.00%	287.0477
GFB A	1.3888	2.1189	0.8489	3.00%	268.7124
TOTAL	0.7097	2.0442	2.6027	100.00%	55.8457

Cuadro 5.13 Portafolios de inversión con proporciones óptimas en renta variable con restricción en la varianza y la beta

PORTAFOLIOS NEUTRO					
INSTRUMENTO	BETA	RENDIMIENTO REQUERIDO	RENDIMIENTO PRONOSTICADO PROMEDIO	PONDERACIÓN	VARIANZA
CETES	-0.0143	1.9645	1.9645	50.00%	-3.4686
GSERFIN BCP	0.7503	2.0486	-0.8856	5.80%	85.5520
MASECA B	0.8035	2.0545	2.4821	5.10%	116.6407
KIMBER A	0.8085	2.0550	4.6578	6.07%	126.7498
BANACCI A	0.9053	2.0657	5.4665	7.86%	163.6476
CIFRA B	0.9573	2.0714	2.5400	3.00%	163.1833
TTOLMEX B2	1.0328	2.0797	3.3075	3.00%	176.4244
TLEVISA CPO	1.0558	2.0823	-0.7886	3.00%	261.0085
CIFRA C	1.0806	2.0850	3.0100	10.52%	207.0140
FEMSA B	1.0809	2.0850	2.6897	5.64%	173.8007
TOTAL	**0.4637**	**0.3995**	**0.4448**	**100.00%**	**23.4285**

Cuadro 5.14 Portafolios de inversión con proporciones óptimas en renta variable con restricción en la varianza y la beta

PORTAFOLIOS MUY CONSERVADOR					
INSTRUMENTO	BETA	RENDIMIENTO REQUERIDO	RENDIMIENTO PRONOSTICADO PROMEDIO	PONDERACIÓN	VARIANZA
CETES	-0.0143	1.6700	1.6700	60.00%	1.8734
VITRO	0.5272	2.0241	0.7426	3.00%	116.6407
ALFA A	0.5896	2.0310	5.5550	12.66%	68.8952
TELMEX L	0.6872	2.0417	1.5542	3.00%	122.0037
TELMEX A	0.6941	2.0425	2.6400	3.00%	126.7498
GSERFIN BCP	0.7503	2.0486	-0.8856	3.00%	163.1833
MASECA B	0.8035	2.0545	2.4821	3.00%	72.2176
KIMBER A	0.8085	2.0550	4.6578	5.18%	91.0621
BANACCI A	0.9053	2.0657	5.4665	4.15%	176.4244
CIFRA B	0.9573	2.0714	2.5400	3.00%	85.5520
TOTAL	**0.2782**	**1.8200**	**2.4461**	**100.00%**	**10.1289**

Cuadro 5.15 Portafolios de inversión con proporciones óptimas en renta variable sin restricción en la varianza o la beta

PORTAFOLIOS AGRESIVO					
INSTRUMENTO	BETA	RENDIMIENTO REQUERIDO	RENDIMIENTO PRONOSTICADO PROMEDIO	PONDERACIÓN	VARIANZA
CETES	-0.0143	1.9645	1.9645	20.00%	1.8734
SITUR BCP	1.4174	2.1220	2.2647	3.00%	296.5264
ICA	1.4724	2.1281	2.7397	3.00%	371.4218
GFB C	1.5033	2.1315	-0.8008	3.00%	323.6023
SIDEK B	1.5137	2.1326	3.5261	56.00%	323.6652
BANACCI B	1.5172	2.1330	2.0369	3.00%	379.4095
BANACCI C	1.5321	2.1346	1.2491	3.00%	430.1884
GFB B	1.5743	2.1393	1.1614	3.00%	373.2491
TRIBASA CP	1.7953	2.1636	-0.6832	3.00%	448.4921
BANACCI L	1.9012	2.1752	1.8608	3.00%	506.3556
TOTAL	**1.2262**	**2.1010**	**2.6624**	**100.00%**	**217.3165**

Cuadro 5.16 Portafolios de inversión con proporciones óptimas en renta variable sin restricción en la varianza o la beta

PORTAFOLIOS CONSERVADOR					
INSTRUMENTO	BETA	RENDIMIENTO REQUERIDO	RENDIMIENTO PRONOSTICADO PROMEDIO	PONDERACIÓN	VARIANZA
CETES	-0.0143	1.9645	1.9645	40.00%	1.8734
TLEVISA CPO	1.0558	2.0823	-0.7886	3.00%	435.8584
CIFRA C	1.0806	2.0850	3.0100	3.00%	163.6476
FEMSA B	1.0809	2.0850	2.6897	3.00%	207.0140
AEROMEX CPO	1.1000	2.0871	-2.0303	3.00%	173.8007
GCARSO A1	1.1843	2.0964	3.5997	3.00%	619.9579
CEMEX CPO	1.2063	2.0988	3.9136	3.00%	159.6220
GCC B	1.2673	2.1055	4.5233	36.00%	209.2962
GFPROBU B	1.3676	2.1165	2.3675	3.00%	287.0477
GFB A	1.3888	2.1189	0.8489	3.00%	268.7124
TOTAL	**0.7344**	**2.0469**	**2.8225**	**100.00%**	**71.1073**

Cuadro 5.17 Portafolios de inversión con proporciones óptimas en renta variable sin restricción en la varianza o la beta

PORTAFOLIOS NEUTRO					
INSTRUMENTO	BETA	RENDIMIENTO REQUERIDO	RENDIMIENTO PRONOSTICADO PROMEDIO	PONDERACIÓN	VARIANZA
CETES	-0.0143	1.9645	1.9645	50.00%	-3.4686
GSERFIN BCP	0.7503	2.0486	-0.8856	3.00%	85.5520
MASECA B	0.8035	2.0545	2.4821	3.00%	116.6407
KIMBER A	0.8085	2.0550	4.6578	3.00%	126.7498
BANACCI A	0.9053	2.0657	5.4665	3.00%	163.6476
CIFRA B	0.9573	2.0714	2.5400	3.00%	163.1833
TTOLMEX B2	1.0328	2.0797	3.3075	3.00%	176.4244
TLEVISA CPO	1.0558	2.0823	-0.7886	3.00%	261.0085
CIFRA C	1.0806	2.0850	3.0100	26.00%	207.0140
FEMSA B	1.0809	2.0850	2.6897	3.00%	173.8007
TOTAL	**0.4956**	**0.6671**	**0.8396**	**100.00%**	**31.4485**

Cuadro 5.18 Portafolios de inversión con proporciones óptimas en renta variable sin restricción en la varianza o la beta

PORTAFOLIOS MUY CONSERVADOR					
INSTRUMENTO	BETA	RENDIMIENTO REQUERIDO	RENDIMIENTO PRONOSTICADO PROMEDIO	PONDERACIÓN	VARIANZA
CETES	-0.0143	1.6700	1.6700	60.00%	1.8734
VITRO	0.5272	2.0241	0.7426	3.00%	116.6407
ALFA A	0.5896	2.0310	5.5550	16.00%	68.8952
TELMEX L	0.6872	2.0417	1.5542	3.00%	122.0037
TELMEX A	0.6941	2.0425	2.6400	3.00%	126.7498
GSERFIN BCP	0.7503	2.0486	-0.8856	3.00%	163.1833
MASECA B	0.8035	2.0545	2.4821	3.00%	72.2176
KIMBER A	0.8085	2.0550	4.6578	3.00%	91.0621
BANACCI A	0.9053	2.0657	5.4665	3.00%	176.4244
CIFRA B	0.9573	2.0714	2.5400	3.00%	85.5520
TOTAL	**0.2698**	**1.8191**	**2.4667**	**100.00%**	**10.4495**

Cuadro 5.19 Resumen de la beta, la varianza y el rendimiento pronosticado promedio de los portafolios de inversión alternativos.

Portafolios	Beta			Varianza			Rendimiento Pronosticado Promedio		
	(1)	(2)	(3)	(1)	(2)	(3)	(1)	(2)	(3)
Agresivo	1.2618	1.2152	1.2262	199.86	199.86	217.32	1.58	2.50	2.66
Conservador	1.1286	0.7097	0.7344	55.85	55.85	71.11	1.99	2.60	2.83
Neutro	0.4708	0.4637	0.4956	23.43	23.43	31.45	0.27	0.45	0.84
Muy conservador	0.2988	0.2782	0.2698	10.13	10.13	10.45	2.10	2.45	2.47

(1) Portafolios de inversión con proporciones iguales en renta variable
(2) Portafolios de inversión con proporciones óptimas en renta variable con restricción en la varianza y la beta
(3) Portafolios de inversión con proporciones óptimas en renta variable sin restricción en la varianza o la beta

Como se puede observar en este último cuadro de resúmen, tanto la beta como la varianza nos indican el grado de riesgo del portafolios en la misma forma, con la diferencia de que es mucho más fácil calcular la beta del portafolios como un simple promedio ponderado que calcular todas las covarianzas de las acciones que integran el portafolios. De las tres opciones de proporciones de inversión para los cuatro tipos de portafolios, puede observarse que en todos los casos, la opción con proporciones óptimas sin restricciones en la beta o en la varianza son las que brindan rendimientos más altos. Así por ejemplo, el portafolios que brinda mayor rendimiento es el conservador con un 2.83%, le sigue el portafolios agresivo con un 2.66%, por supuesto con una beta mayor, y en tercer lugar el portafolios muy conservador brinda un rendimiento de 2.47%, con una beta mucho menor. En el portafolios neutro se puede apreciar como la diversificación a su vez que elimina el riesgo alto de algunas acciones con el bajo riesgo de otras, también anula el alto rendimiento de unas con el bajo rendimiento de otras. Por lo tanto, **debe realizarse una cuidadosa selección de las acciones al diversificar el portafolios para no anular los efectos positivos del conjunto por tratar el eliminar el riesgo global.** Finalmente, podemos concluir diciendo que estas son tan sólo algunas alternativas de inversión y que la última decisión depende únicamente del inversionista y de su actitud hacia el riesgo.

Conclusiones y Recomendaciones

Después de revisar la evolución del Modelo de Fijación de Precios de los Activos de Capital, CAPM, uno se pregunta si el modelo, a pesar de sus múltiples controversias es aún válido en la actualidad. La respuesta es que en tanto los valores individuales continúen comportándose a la alza o a la baja, en función de los movimientos del mercado, los ejecutivos de portafolios deben estar interesados en la sensibilidad de sus portafolios al mercado general, la estabilidad de esta relación, y la precisión de las herramientas de medición empleadas.

Parece razonable asumir que un conjunto de factores, como la sensibilidad al mercado, la liquidez, los costos de transacción, el nivel de inflación, etc., genera los rendimientos de los valores. También es razonable asumir que la mayoría de los inversionistas prefieren niveles elevados de rendimientos esperados y evitan altos niveles de riesgo. Por lo tanto, no es poco razonable argumentar que las condiciones necesarias para que el CAPM y el APT se cumplan son existentes.

Del análisis del controversial CAPM se desprenden conclusiones teóricas y prácticas. En en contexto teórico podemos concluir que en tanto tengamos mercados libres en los cuales los inversionistas son adversos al riesgo más que buscadores de riesgos, éstos tenderán a fijar los precios de los valores de tal forma que los activos más riesgosos tendrán rendimientos esperados más elevados que los activos menos riesgosos.

Además, mientras que la interacción de los valores individuales dentro del portafolios produzca resultados distintos del desarrollo de los valores individuales, el arte de conformar carteras de inversión permanecerá como una habilidad distinta a la de simplemente seleccionar valores y en este arte el CAPM es una valiosa herramienta aún con todas sus imperfecciones.

En el ámbito práctico surgen una gran interrogante: ¿el CAPM, como herramienta para medir la sensibilidad de los valores individuales a los mercados generales, entre ellos, o el grado de racionalidad de las expectativas de los inversionistas, es aún válido? En tanto que en el contexto teórico, una serie de artículos sobre el tema nos brinda una evidencia de que la beta, el CAPM, y la Teoría Moderna de Portafolios son descripciones robustas de como trabajan los mercados libres bajo condiciones de incertidumbre y de como pueden los inversionistas esperar que se desarrollen sus portafolios bajo tales condiciones, después de varios años de controversias y revisiones de los modelos, aún prevalece un importante conjunto de preguntas sobre los conceptos cuantitativos que son usados para llevar la teoría a la práctica. Sin embargo, la esencia de tal discusión es que estos conceptos cuantitativos se prestan a revisiones y mejoras.

Específicamente, en el caso práctico analizado en el presente trabajo utilizando instrumentos que cotizan en la Bolsa Mexicana de Valores, la teoría del CAPM se cumplió al obtenerse buenas estimaciones de la prima de riesgo del mercado y de la tasa de rendimiento libre de riesgo, y demostrarse que existe una relación de linealidad entre el riesgo (las betas) y el rendimiento. Sin embargo, también se evidenció que la beta no es el único factor que determina el riesgo, dado que la varianza de las acciones y la varianza residual resultaron estadísticamente significativas en la determinación de los rendimientos. Por lo tanto, el CAPM resultó ser una herramienta útil en la formación de portafolios de inversión, pero no el único método de análisis. Con el objeto de incluir algunos factores como la liquidez y la varianza en la determinación del rendimiento de las acciones, se utilizaron principios de la Teoría Moderna de Portafolios, de la Teoría de Valuación por Arbitraje y técnicas auxiliares de Programación Lineal para enriquecer el análisis.

En realidad, no se trata de justificar las dudas que existen sobre la habilidad y la validez de las técnicas de medición para realzar el valor de una estructura teórica para el manejo activo de portafolios. Por el contrario, **una administración activa es muchos más efectiva con el uso de estas técnicas que sin ellas.** En este sentido, puede argumentarse que **la combinación del CAPM y el APT** es **más poderosa** (es **decir, hace predicciones más precisas) que si sólo se utilizara una teoría** o **peor aún, ninguna**. Aún cuando no deja de ser interesante el preguntarse si los datos históricos apoyan cualquiera de las teorías o ambas y parecería haber aún una gran distancia en la aplicación práctica de estas teorías, el tener resultados positivos de las pruebas no es necesario para hacer un uso práctico inteligente de los modelos de fijación de precios.

No obstante que ya existen muchas variantes del CAPM, indudablemente se desarrollarán más versiones en el futuro cuando los inversionistas adquieran más experiencia y puedan adecuar con mayor éxito la teoría a la práctica. Sin embargo, la controversia continúa y es poco probable que alguna vez de demuestre en forma concluyente que cualquiera de los modelos hasta ahora desarrollado es superior a otro, dado que los modelos involucran datos "no observables", tales como rendimientos esperados, betas y sensibilidades. Estos datos no observables solo pueden ser estimados, lo cual significa que al hacer esto se incurrirán en errores substanciales. Como resultado, los inversionistas deberán conocer las ventajas y debilidades que cada modelo ofrece para no aplicarlos como simples recetas sino con cautela y en base a la experiencia.

Los conceptos del portafolios de mercado, el riesgo sistemático y no sistemático, son construcciones útiles e importantes para la Teoría Moderna de Portafolios . Adicionalmente, no hay duda de la importante base que la Teoría de Portafolios de Markowitz brindó, en la cual el rendimiento esperado de un valor individual está relacionado con su contribución al riesgo del portafolios más que a la variabilidad de su propio rendimiento esperado.

Vale la pena resaltar una vez más que **el CAPM es un modelo valioso y útil para quien lo comprende y lo sabe utilizar como una herramienta esencial para la toma de decisiones de inversión, y no como una panacea que automáticamente al aplicarse brindará rendimientos estratosféricos sin riesgo alguno en las inversiones realizadas.** Es pues necesario que al auxiliarse del CAPM en la construcción de portafolios se tomen en cuenta sus limitaciones y sobre todo que la mayor parte de los supuestos teóricos son ciertamente demasiado rígidos en contraste con la realidad. Así, por ejemplo, **no se puede concluir en forma tajante sobre la no viabilidad del CAPM**, dado que si uno utiliza la beta como un indicador de los movimientos del mercado, es posible seleccionar activos con betas altas si se espera que el mercado suba, y activos con betas bajas cuando se espera una tendencia a la baja en el mercado. Válido o no, no hay duda de que el CAPM nos ha provisto de una perspectiva que es valiosa y profunda.

Finalmente, a manera de sugerencia, considero que en la carrera de Actuaría, debería impartirse en forma obligatoria, dentro del área de Finanzas, la materia de Manejo de Inversiones para que por este medio se dé oportunidad a los estudiantes de enfrentarse con datos reales y casos prácticos y no sólo con modelos que desde el punto de vista meramente teórico puedan parecer no tener sentido. De esta forma se contribuirá al enriquecimiento de la formación académica del Actuario en el área financiera aprovechando su formación en el área estadística.

ANEXO A. EL MODELO DE MARKOWITZ PARA UN PORTAFOLIOS INTEGRADO POR TRES ACTIVOS

La fórmula general para un portafolios integrado por cualquier número de activos es:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} X_i X_j \rho_{ij}\sigma_i\sigma_j$$

donde

X = Proporcion en el portafolios
σ = Desviacion standard
ρ_{ij} = Correlacion de i y j
p = Portafolios
n = Numero de activos
i, j = Activos especificos, 1,2,...
$\rho_{ij}\sigma_i\sigma_j$ = Covarianza, cov_{ij}

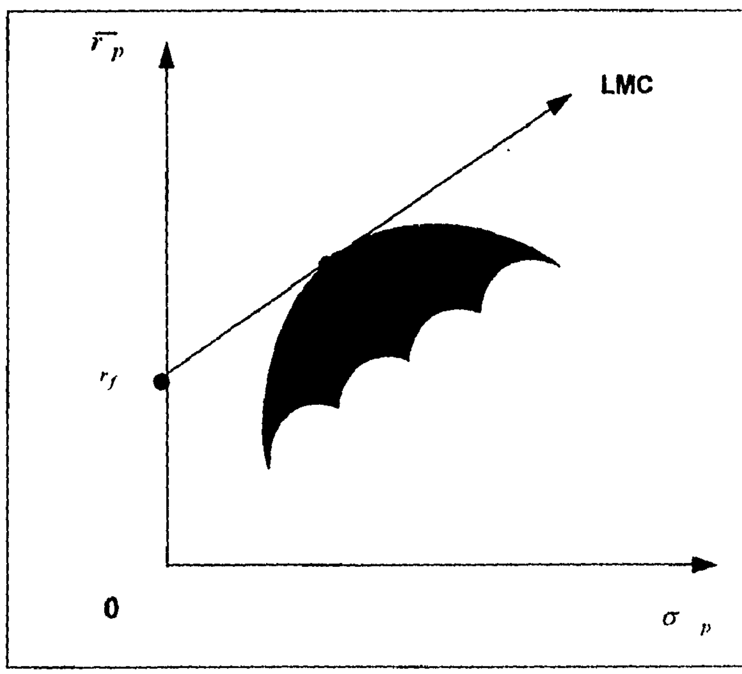
Por lo tanto, la varianza de un portafolios que contenga tres activos debe calcularse usando la versión expandida de la fórmula:

$$\sigma_p^2 = X_1^2\sigma_1^2 + X_2^2\sigma_2^2 + X_3^2\sigma_3^2 + 2X_1X_2\sigma_{12} + 2X_1X_3\sigma_{13} + 2X_2X_3\sigma_{23}$$

ANEXO B. DEDUCCIÓN DE LA LÍNEA DEL MERCADO DE VALORES

La ilustración B.1 muestra la posición del conjunto factible del modelo de Markowitz junto con la tasa libre de riesgo y su conjunto eficiente asociado que representa la Línea del Mercado de Capital. Cada valor riesgoso individual cae dentro del conjunto eficiente del modelo de Markowitz. Se ha elegido arbitrariamente un valor riesgoso, denotado por *i* para analizarlo como se muestra en la figura.

Ilustración B.1 Deducción de la línea del mercado de valores



Considérese cualquier portafolios, denotado por *p*, que consiste de una proporción X_i invertida en el valor *i* y la proporción $1-X_i$ invertida en el portafolios de mercado *M*. Tal portafolios tendrá un rendimiento esperado equivalente a:

$$\bar{r}_p = X_i\bar{r}_i + (1 - X_i)\bar{r}_M$$

y una desviación estándar igual a:

$$\sigma_p = \left[X^2{}_i \sigma_i^2 + (1 - X_i)^2 \sigma_M^2 + 2X_i(1 - X_i)\sigma_{iM} \right]^{1/2}$$

Todos los portafolios de este tipo se encontrarán en una línea curva que conecta *i* y *M* como la que se muestra en la ilustración 3.5 La pendiente de esta curva es de especial interés dado que no es una constante. Sin embargo, la pendiente puede determinarse usando el cálculo. Primero, la derivada de $\bar{r}_p$ con respecto a X_i es:

$$\frac{\mathrm{d}\,\bar{r}_p}{\mathrm{d}\,X_i} = \bar{r}_i - \bar{r}_M$$

Segundo, la derivada de σ_p con respecto a X_i es:

$$\frac{\mathrm{d}\,\sigma_p}{\mathrm{d}\,X_i} = \frac{X_i\sigma_i^2 - \sigma_M^2 + X_i\sigma_M^2 + \sigma_{iM} - 2X_i\sigma_{iM}}{\left[X^2{}_i \sigma_i^2 + (1 - X_i)^2 \sigma_M^2 + 2X_i(1 - X_i)\sigma_{iM} \right]^{1/2}}$$

Tercero, puede notarse que la pendiente de la curva *iM* ,$\mathrm{d}\,\bar{r}_p / \mathrm{d}\sigma_p$, puede escribirse como

$$\frac{\mathrm{d}\,\bar{r}_p}{\mathrm{d}\sigma_p} = \frac{\mathrm{d}\,\bar{r}_p / \mathrm{d}\,X_i}{\mathrm{d}\sigma_p / \mathrm{d}\,X_i}$$

Finalmente, la pendiente de *iM* puede calcularse substituyendo los valores de las derivadas involucradas en el numerador y el denominar de la ecuación, respectivamente:

$$\frac{\mathrm{d}\,\bar{r}_p / \mathrm{d}\,X_i}{\mathrm{d}\,\sigma_p / \mathrm{d}\,X_i} = \frac{\left[\bar{r}_i - \bar{r}_M\right]\left[X^2{}_i \sigma_i^2 + (1 - X_i)^2 \sigma_M^2 + 2X_i(1 - X_i)\sigma_{iM} \right]^{1/2}}{X_i\sigma_i^2 - \sigma_M^2 + X_i\sigma_M^2 + \sigma_{iM} - 2X_i\sigma_{iM}}$$

Es de especial interés la pendiente de la curva *iM* en el extremo *M*. Dado que la proporción X_i es cero en este punto, la pendiente de *iM* puede calcularse substituyendo el valor cero por X_i en la ecuación de la pendiente. Después de hacer esto, muchos términos se eliminan, quedando:

$$\frac{\mathrm{d}\,\bar{r}_p}{\mathrm{d}\,\sigma_p} = \frac{\left[\bar{r}_i - \bar{r}_M\right]\left[\sigma_M\right]}{\sigma_{iM} - \sigma_M^2}$$

En el punto M la pendiente de la Línea del Mercado de Capital, $(\bar{r}_M - r_f) / \sigma_M$, debe ser igual a la pendiente de la curva *iM*. Esto es porque la pendiente de la curva crece cuando moviéndose desde el extremo *i*, converge a la pendiente de la Línea del Mercado de Capital en el extremo *M*. De acuerdo a esto tenemos que:

$$\frac{[\bar{r}_i - \bar{r}_M][\sigma_M]}{\sigma_{iM} - \sigma_M^2} = \frac{\bar{r}_M - r_f}{\sigma_M}$$

Resolviendo esta ecuación para $\bar{r}_i$ se obtiene la Línea del Mercado de Valores en términos de la covarianza:

$$\bar{r}_i = r_f + \left[\frac{\bar{r}_M - r_f}{\sigma_M^2}\right]\sigma_{iM}$$

La Línea del Mercado de Valores puede expresarse también en términos de la beta substituyendo β_i por σ_{iM} / σ_M^2 quedando:

$$\bar{r}_i = r_f + [\bar{r}_M - r_f]\beta_i$$

Anexo C. Glosario

Activo Libre de Riesgo. Un activo cuya tasa de rendimiento futuro se conoce con certidumbre al inicio del periodo de tenencia.

Activos Financieros. Clasificación de las alternativas de inversión que incluye acciones comunes, acciones preferenciales, bonos, convertibles, warrants, derechos, futuros, futuros financieros, y opciones. Los activos financieros representan derechos sobre los ingresos producidos por los activos reales.

Administración Activa. Forma de administración de inversiones que involucra la compra y venta de activos financieros con el objetivo de obtener rendimientos positivos ajustados por el riesgo.

Administrador de Portafolios. Individuo que utiliza la información brindada por un analista financiero para construir un portafolios de activos financieros.

Alfa. Diferencia entre el rendimiento esperado de un valor y su rendimiento esperado de equilibrio.

Análisis de Valores. Componente del proceso de inversión que involucra la determinación de los beneficios prospectos futuros que se recibirán y la probabilidad de que tales condiciones ocurran.

Anomalías. Estrategias de inversión que parecen ganar rendimientos en exceso de los ajustados por el riesgo. Son anomalías porque son excepciones a la hipótesis de eficiencia del mercado. Ejemplos de estas estrategias incluyen la inversión en empresas pequeñas, compra de acciones en el mes de Enero, compra de acciones con bajas razones Precio/Ganancias, etc.

Arbitraje. Compra y venta simultánea del mismo, o esencialmente el mismo valor en dos mercados diferentes con precios ventajosamente diferentes.

Beta. El coeficiente beta es un índice del riesgo sistemático o una medida de la sensibilidad del rendimiento de un activo a los cambios en el rendimiento del portafolios de mercado. Los activos o portafolios con una beta mayor que 1 se consideran agresivos (son más riesgosos que el mercado), y los activos o portafolios con una beta menor a 1 son considerados defensivos (son menos riesgosos que el mercado). Los inversionistas pueden utilizar la beta como una medida para determinar el nivel de riesgo del portafolios

Beta Ajustada. Estimador de la beta futura de los valores derivada inicialmente a partir de datos históricos, pero modificada por el supuesto de que la beta verdadera de los valores tiene una tendencia de moverse hacia la beta promedio del mercado de 1.0 a través del tiempo.

Beta Factor. Medida relativa de la variación mutua de un factor común particular con el rendimiento en el portafolios de mercado. Matemáticamente, una beta factor es la covarianza del factor con el portafolios de mercado, dividido por la varianza del portafolios de mercado

Beta Industrial. Indicador del riesgo sistemático de una industria. Medida de la tendencia de los rendimientos de una industria como respuesta a los movimientos en el mercado.

Coeficiente de Correlación. Estadística similar a la covarianza que mide el grado de variación mutua entre dos variables aleatorias, es decir, la relación entre dos series de datos. El coeficiente de correlación da otra escala a la covarianza para facilitar la comparación entre los pares de variables aleatorias, y puede tomar un rango de valores entre +1.0 y -1.0

Coeficiente de Determinación. En el contexto de una regresión lineal simple, la proporción de variación en la variable dependiente que se relaciona con (o que es explicada por) la variable independiente.

Coeficiente de Variación. La desviación estándar de los rendimientos dividida por el rendimiento promedio. Una medida del riesgo por unidad de rendimiento.

Colocación de Activos. Estrategia de inversión que se refiere a la forma en que se invierte dinero entre distintos tipos de instrumentos de inversión

Conjunto Factible (Alternativo o de Oportunidades). El conjunto de todos los portafolios que pueden formarse de un grupo de valores considerados por el inversionista.

Construcción de Portafolios (Selección de Valores). Componente del proceso de inversión que involucra identificar en que activos invertir y determinar la proporción de fondos a invertir en cada activo.

Covarianza. Estadística que mide la relación entre dos series de datos. Mide la extensión de la variación mutua entre dos variables aleatorias. Una covarianza positiva indica que las dos series se mueven juntas, y una covarianza negativa indica que las series se mueven en forma inversa.

Curva de Indiferencia. Las actitudes del inversionista hacia el riesgo y el rendimiento pueden representarse por un conjunto de curvas de indiferencia. Curva que conecta las alternativas de inversión en las cuales cada alternativa de inversión tiene la misma utilidad para el inversionista. Para obtener una utilidad máxima, el inversionista debe seleccionar el portafolios que se encuentre en la curva de indiferencia más arriba posible.

Desviación Estándar. Medida de dispersión de los posibles resultados alrededor del resultado esperado de una variable aleatoria. Raíz cuadrada de la varianza.

Desviación Estándar del Término Aleatorio Error (Desviación Estándar Residual). En el contexto de la regresión lineal simple, medida de dispersión de los posibles resultados del término aleatorio error.

Distribución de Probabilidad. Modelo que describe la frecuencia relativa de los posibles valores que puede tomar una variable aleatoria.

Distribución de Probabilidad Normal. Distribución de probabilidad simétrica, con forma de campana, que puede ser descrita completamente por su media y su desviación estándar.

Diversificación. Proceso de añadir valores en un portafolios con el fin de reducir el riesgo único del portafolios, reduciendo por lo tanto el riesgo total del portafolios. Consiste en la inclusión de más de una alternativa o categoría de activos en un portafolios y la inclusión de más de un activo de cada categoría. La diversificación puede reducir el riesgo de portafolios significativamente sin una correspondiente reducción en la tasa de rendimiento esperado del portafolios.

Efecto de Enero. Estudio del efecto del mes en el año en los rendimientos ajustados por el riesgo durante el periodo. Regularidad empírica donde los rendimientos de las acciones parecen ser mayores en Enero en oposición a cualquier otro mes del año.

Efecto de Portafolios. Reducción en el riesgo total como resultado de combinar activos individuales en un portafolios.

Efecto de Tamaño. Estudio del efecto del tamaño de una empresa en los rendimientos ajustados por el riesgo en un periodo de tenencia. Regularidad empírica en la que los rendimientos de las acciones parecen diferir consistentemente en el espectro de la capitalización del mercado. Durante largos periodos de tiempo, las acciones de menor capitalización tiene un desarrollo superior a la de las acciones de mayor capitalización en base al riesgo ajustado.

Efecto Industrial. El impacto de una industria en el desarrollo de una compañía individual.

Eficiencia del Mercado. El concepto de eficiencia de mercado se refiere al tipo de información que se refleja en los precios de los valores y la velocidad con la que la nueva información se incorpora a los precios. El mayor punto de debate es el grado de eficiencia. La mayor implicación del debate es el impacto de la eficiencia del mercado en las estrategias de inversión. Los mercados ineficientes o poco eficientes sugieren estrategias activas mientras que los mercados eficientes indican estrategias pasivas. Los inversionistas individuales deben determinar que tan eficientes creen que son los mercados y de ahí desarrollar estrategias apropiadas.

Equilibrio. Condición en la cual no existen valores sobrevaluados o subvaluados en el mercado de capitales.

Error Estándar de Alfa. Desviación estándar de la alfa estimada del valor, derivada de la línea característica ex post.

Error Estándar de Beta. Desviación estándar de la beta estimada del valor, derivada de la línea característica ex post.

Especulación. Inversión en activos riesgosos en un lapso de tiempo pequeño con información limitada.

Especulador. Inversionista con contratos futuros cuyo principal objetivo es obtener beneficios comprando y vendiendo estos contratos.

Evaluación del Desarrollo del Portafolios . Componente del proceso de inversión que involucra el análisis periódico del desarrollo del portafolios en términos de los rendimientos ganados y el riesgo incurrido.

Factor (Índice). Un aspecto del ambiente inversionista que influye en los rendimientos de los activos financieros. De acuerdo al grado en que el factor influya en un número significativo de activos financieros, se le conoce como común, o penetrante.

Factor de Sector. Factor que afecta el rendimiento de los valores dentro un sector particular de la economía.

Forma Débil de la Eficiencia del Mercado. Nivel de la eficiencia de mercado en el cual todos los precios previos de los valores se reflejan total e inmediatamente en el precio actual de los valores.

Forma Fuerte de la Eficiencia del Mercado. Nivel de la eficiencia de mercado en el cual toda la información relevante, pública y privada, es reflejada completa e inmediatamente en los precios de los valores.

Frontera Eficiente. El conjunto de portafolios que dominan a los otros en un conjunto factible.

Frontera Eficiente de Markowitz. Todos los posibles portafolios comprenden un conjunto factible. De acuerdo con el principio de dominación, existe un conjunto de portafolios que es preferido sobre otros, y este conjunto de portafolios se encuentra en la frontera eficiente cóncava de Markowitz. Los requerimientos computacionales para identificar la frontera eficiente de Markowitz son significativos. El portafolios óptimo del inversionistas es el punto de tangencia entre la curva de indiferencia más elevada del inversionista y la frontera eficiente de Markowitz

Frontera Eficiente Lineal. Al introducir el concepto de activo libre de riesgo y el supuesto de la habilidad de prestar y pedir prestado con esta tasa, la frontera eficiente lineal domina a la frontera eficiente de Markowitz. La frontera eficiente lineal reduce los requerimientos computacionales de a la frontera eficiente de Markowitz. El portafolios óptimo es el punto de tangencia entre la curva de indiferencia más elevada del inversionista y la frontera eficiente lineal.

Índice de Mercado. Conjunto de valores cuyos precios son promediados para reflejar la actuación general de las inversiones de un mercado particular de activos financieros.

Índice Ponderado de Mercado. Índice de mercado en el cual la contribución de un valor al valor del índice es una función de la capitalización de mercado del valor.

Inversión. Sacrificio de cierto valor presente por un valor futuro posiblemente incierto.

Inversión Libre de Riesgo. Inversión en un activo libre de riesgo.

Lambda. La prima de rendimiento esperado (por encima de la tasa de interés libre de riesgo) por unidad de la sensibilidad a un factor común particular.

Línea Característica. La línea de mejor ajuste de un modelo de regresión lineal reflejando la relación entre los rendimientos de los activos y los del portafolios de mercado

Línea del Mercado de Capitales. Describe la relación entre el riesgo total y el rendimiento esperado para portafolios perfectamente diversificados. Este concepto sólo es valido para la fijación de precios de portafolios perfectamente diversificados, consistentes del activo libre de riesgo y el portafolios de mercado. Los activos individuales no se encuentran en la Línea del Mercado de Capitales. Asumiendo expectativas homogéneas y mercados perfectos, la línea del mercado de capitales representa el conjunto eficiente.

Línea del Mercado de Valores. Describe la relación entre el indicador del riesgo sistemático de los activos, la beta y el rendimiento esperado. Por lo tanto, todos los activos y los portafolios se encuentran en la Línea del Mercado de Valores. Un inversionista puede utilizar esta línea para estimar el rendimiento esperado (requerido) de un activo y comparar este rendimiento con su estimador del rendimiento requerido del activo. Esta comparación puede ser útil en las decisiones de compra y venta de activos

Liquidez. Habilidad del inversionista de convertir los valores en efectivo a un precio similar al precio de compra del valor, asumiendo que no se ha tenido nueva información significativa desde la compra previa. Equivalentemente, la habilidad de vender un activo rápidamente sin tener que hacer una concesión substancial en el precio.

Matriz de Varianza-Covarianza. Arreglo en el que se muestran simétricamente las covarianzas entre un número de variables aleatorias. Las varianzas de las variables aleatorias se encuentran en la diagonal de la matriz, mientras que las covarianza entre las variables aleatorias se encuentran arriba y abajo de la diagonal.

Mercado de Capitales. Mercado financiero en el que se comercia con activos financieros con vencimiento típicamente de más de un año.

Mercado de Dinero. Mercado financiero en el que los activos financieros que se comercializan tienen vencimiento típicamente de un año o menos.

Mercado Eficiente. Mercado de valores en el que el precio de los valores iguala el valor de la inversión en todo momento, implicando que un conjunto de información se refleja completa e inmediatamente en los precios de mercado.

Mercado Financiero (Mercado de Valores). Mecanismo designado para facilitar el intercambio de activos financieros entre compradores y vendedores.

Mercado Primario. Mercado en el cual los valores son vendidos al público al tiempo de su emisión inicial.

Mercado Secundario. Mercado donde son comprados y vendidos valores ya existentes, es decir que ya han sido emitidos previamente. Los mercados secundarios comprenden las bolsas de valores organizadas y el mercado de mostrador.

Mercado Terciario. Comercialización de valores listadas en bolsas de valores organizadas, en el mercado de mostrador.

Modelo de Factores. Forma de identificar las principales fuerzas de influyen en los rendimientos de los valores.

Modelo de Fijación de Precios de los Activos de Capital, CAPM. Modelo de los rendimientos esperados derivado de la Teoría del Mercado de Capitales. Este modelo relaciona los rendimientos requeridos por los inversionistas con su beta y establece que el rendimiento esperado de un valor es una función lineal positiva de la sensibilidad del valor a los cambios en el rendimiento del portafolios de mercado.

Modelo de Índices (Modelo de Índice Único o de Mercado). Modelo de rendimientos de acciones que utiliza un índice de mercado, es utilizado para explicar la relación entre el riesgo y el rendimiento de mercado. Proceso generador de rendimientos que atribuye el rendimiento de un valor a la sensibilidad del valor a los movimientos de varios factores comunes.

Neutralidad al Riesgo. Término utilizado para describir al inversionista que está dispuesto a aceptar niveles de rendimiento esperado iguales por altos niveles de riesgo.

No Saciedad. Condición en la que se asume que los inversionistas siempre prefieren elevados niveles de riqueza terminal a bajos niveles de riqueza terminal.

Periodo de Tenencia. Duración de tiempo en el cual se asume que un inversionista invertirá una suma dada de dinero.

Portafolios de Mercado. Portafolios teórico construido en tal forma que cada activo riesgoso está representado en el portafolios en proporción a su valor relativo al valor de todos los activos riesgosos. Los inversionistas utilizan una aproximación para el portafolios del mercado, tal como el Índice S&P500, o el IPC.

Portafolios de Préstamo. Portafolios compuesto por un activo libre de riesgo y un portafolios en la frontera eficiente.

Portafolios Eficiente. Portafolios que dado un nivel de riesgo (rendimiento esperado) brinda el nivel más elevado (bajo) de rendimiento esperado (riesgo)

Portafolios Ineficiente. Portafolios que no satisface el criterio de un portafolios eficiente, de ahí que no se encuentre en el conjunto eficiente.

Portafolios Óptimo. Portafolios factible que ofrece al inversionista el máximo nivel de satisfacción. Este portafolios representa la tangencia entre el conjunto eficiente y una curva de indiferencia del inversionista.

Predicción Probabilística. Forma del análisis de valores que comienza con una serie de escenarios económicos, junto con sus respectivas probabilidades de ocurrencia. Bajo cada uno de estos escenarios, se hacen proyecciones de los prospectos para varias industrias, compañías y precios de acciones.

Préstamo Libre de Riesgo. Préstamo de fondos que será pagado con una tasa de interés conocida

Prima de Liquidez. Incremento esperado en el rendimiento de valores de largo plazo sobre los valores de corto plazo que compensa a los inversionista por una mayor tasa de riesgo asociada con la tenencia de valores a largo plazo.

Prima de Riesgo (inflación y riesgo). El rendimiento por arriba de la tasa de rendimiento real requerido por el inversionista por enfrentar la inflación y el riesgo.

Prima de Riesgo (mercado). La pendiente de la línea del mercado de valores. El rendimiento esperado del portafolios de mercado menos el rendimiento del activo libre de riesgo.

Principio de Compensación de Riesgo. Para un portafolios en la línea del mercado de capitales, el rendimiento esperado es igual a la tasa libre de riesgo más un rendimiento proporcional al riesgo total del portafolios.

Principio de Dominación. Se asume que los inversionistas con aversión al riesgo se adhieren al principio de dominación. Es decir, para cualquier nivel dado de riesgo, los inversionistas preferirán un portafolios con un mayor rendimiento esperado que uno con un bajo rendimiento esperado; para portafolios con el mismo rendimiento esperado, los inversionistas preferiran el de menor riesgo.

Proceso de Inversión. Conjunto de procedimientos a través de los cuales el inversionista decide en que valores comercializables invertir, la extensión de sus inversiones, y el momento de realizar la inversión.

Proceso Generador de Rendimiento. Modelo estadístico que describe como se producen los rendimientos de un valor.

Rendimiento Ajustado por el Riesgo. Rendimiento de un activo o portafolios, modificado por la consideración explícita del riesgo al que está expuesto el activo o el portafolios.

Rendimiento del Portafolios. Promedio ponderado de los rendimientos esperados de los activos individuales en el portafolios. Los ponderadores son las proporciones de la riqueza del inversionistas invertida en cada activo.

Rendimiento ex ante. Tasa de rendimiento futuro y desconocido de una inversión

Rendimiento ex post. Tasa de rendimiento histórica y realizada de una inversión.

Rendimiento Marginal de Inversión. Ingreso adicional, expresado como un porcentaje, ganado por cada unidad monetaria adicional invertido en un activo.

Revisión de Portafolios. Componente del proceso de inversión que involucra repetir periódicamente el proceso de determinar las políticas de inversión, conduciendo al análisis de los valores y a la construcción del portafolios.

Riesgo. La variabilidad de las posibles tasas de rendimiento alrededor del rendimiento esperado de una inversión. El riesgo es generalmente medido por la varianza o la desviación estándar alrededor de los rendimientos históricos o esperados. Incertidumbre asociada con el valor al final del periodo de una inversión en un activo o un portafolios de activos.

Riesgo de la Tasa de Interés. La incertidumbre del valor de una inversión causado por las fluctuaciones en las tasas de interés. A pesar de que el riesgo de la tasa de interés es más comúnmente asociado con los movimientos de los precios de los bonos, los movimientos en las tasas de interés afectan los precios de casi todas las alternativas de inversión.

Riesgo de Liquidez. El riesgo asociado con la incertidumbre derivada por la inhabilidad de cambiar rápidamente una inversión por dinero.

Riesgo de Mercado (Sistemático). Parte del riesgo total de un valor que se relaciona con los movimientos en el portafolios de mercado, de ahí que no pueda eliminarse a través de la diversificación.

Riesgo del Factor. La parte del riesgo total de un valor que está relacionado con el movimiento de varios factores comunes, de ahí que no pueda ser eliminado a través de la diversificación.

Riesgo del No Factor (Idiosincrásico o Específico del Valor). Parte del riesgo total de un valor que no esta relacionado con los movimientos en varios factores comunes, de ahí que no pueda diversificarse.

Riesgo del Portafolios. La volatilidad de los rendimientos del portafolios: estimada a través de la combinación de las medidas de riesgo de los activos individuales (varianza o desviación estándar), los ponderadores relativos de los activos, y la covarianza o correlación de los rendimientos de los activos.

Riesgo Diversificable. Riesgo que tiene como origen los factores de una empresa o una industria. También se llama no sistemático porque no es común a todos los valores comercializables y puede eliminarse a través de una diversificación apropiada del portafolios.

Riesgo Financiero. Incertidumbre sobre la tasa de rendimiento de una inversión causada por la estructura de capital de una empresa o las fuentes de financiamiento. Entre más altos sean los cargos financieros fijos, (intereses y dividendos), más alto es el grado de apalancamiento financiero y de riesgo financiero.

Riesgo No Diversificable. Riesgo que tiene como origen los factores que afectan a todos los activos comercializables y por lo tanto no puede ser eliminado a través de la diversificación. También se llama sistemático, lo cual refleja que su origen está en el mercado.

Riesgo Sistemático y No Sistemático. El riesgo total puede separarse en sistemático (relacionado con el mercado) y no sistemático (especifico por industria y compañía). El inversionista debería tratar de eliminar todo o la mayor parte del riesgo no sistemático del portafolios a través de una diversificación adecuada. El mercado no brinda compensación en la forma de un rendimiento creciente por afrontar el riesgo no sistemático.

Riesgo Total. Desviación estándar del rendimiento de un valor o un portafolios.

Riesgo Único (No Sistemático). Parte del riesgo total de un valor que no está relacionado con los movimientos en el portafolios de mercado, de ahí que no pueda ser eliminado a través de la diversificación.

Riqueza Inicial. Valor del portafolios de un inversionista al inicio del periodo de tenencia.

Selección. Decisión que involucra la identificación de alternativas o categorías de inversión apropiadas y la selección de valores o activos individuales en cada categoría.

Tasa de Inflación Esperada. Porción de la inflación experimentada durante un periodo dado de tiempo que es anticipada por los inversionistas.

Tasa de Inflación No Esperada. Porción de la inflación experimentada en un periodo de tiempo dado que no fue anticipada por los inversionistas.

Tasa de Rendimiento Esperado. Tasa de rendimiento anticipado por el inversionista basada en la estimación de lo que se espera recibir en efectivo durante el periodo de tenencia y el precio de los activos al final del periodo. La tasa de rendimiento esperado es ex ante, es decir, un rendimiento futuro y desconocido.

Tasa de Rendimiento Real. El valor del dinero de acuerdo al tiempo que es equivalente al crecimiento en el poder de compra de una inversión que es necesario para compensar al inversionistas por diferir el consumo.

Tasa de Rendimiento Requerido. Tasa de rendimiento necesaria para compensar al inversionista por diferir el consumo (tasa de rendimiento esperada), por la inflación esperada y el riesgo. Rendimiento estimado por el CAPM.

Tasa del Riesgo de Reinversión. Incertidumbre asociada con las tasas de rendimiento que estarán disponibles cuando se reinviertan los cupones y los pagos de capital de un bono.

Teorema de Separación. El teorema establece que la selección del nivel de riesgo deseado por el inversionista individual está separada del problema de seleccionar los activos que serán incluidos en el portafolios. Si existiera un portafolios de mercado, los inversionistas determinarían sus niveles de riesgo deseados seleccionando la proporción de sus fondos invertibles en el portafolios de mercado y en el activo libre de riesgo.

Teoría de Fijación de Precios por Arbitraje. Teoría del equilibrio de los rendimientos esperados como una función lineal de la sensibilidad del valor a varios factores comunes.. La tesis central del APT es que existe más de un factor sistemático que afecta los rendimientos de los activos financieros. Mientras que el APT parece atractivo, su aplicación para inversionistas individuales aún necesita de mayor investigación y desarrollo

Teoría de la Preferencia de Liquidez. Explicación de la estructura de las tasas de interés. Sostiene que esta estructura es resultado de la preferencia de los inversionistas por valores de corto plazo. Los inversionistas sólo pueden ser inducidos a poseer valores a largo plazo si esperan recibir altos rendimientos.

Teoría del Mercado de Capitales. Modelo de equilibrio de la determinación del precio de los activos. Esta teoría explica la relación riesgo-rendimiento ex ante de los activos individuales así como la existencia de portafolios bajo las condiciones de equilibrio

Tolerancia al Riesgo. Intercambio entre riesgo y rendimiento esperado demandado por un inversionista particular.

Tomador o Buscador de Riesgos. Inversionista que está dispuesto a aceptar bajos niveles de rendimiento esperado por altos niveles de riesgo.

Utilidad. Medida del nivel de satisfacción del inversionista.

Valor (Activo Financiero). Representación legal del derecho de recibir beneficios prospectos futuros bajos condiciones establecidas.

Valor de Inversión. Valor Presente de los prospectos futuros de un valor estimados por los participantes del mercado.

Variable Aleatoria . Variable que toma valores alternativos de acuerdo al azar.

Varianza. El valor esperado del cuadrado de la desviación de los rendimientos del rendimiento promedio; cuadrado de la desviación estándar.

BIBLIOGRAFÍA

Libros

Albanés-Díaz, A. A., (1995)
Tesis: "Diagnóstico Financiero de una Inversión"
ENEP ACATLAN, UNAM, México

Berndt, E. R., (1991)
"The Practice of Econometrics. Classic and Contemporary"
Addison Wesley, E.U.A.

Cheney, J. M. and E. Moses, A., (1992)
"Fundamentals of Investments"
West, E.U.A.

Copeland, T. E. and J. Weston F., (1979)
"Financial Theory and Corporae Policy"
Addison-Wesley, E.U.A.

Eiteman, D. K., Stonehill, A. I. and Eun, C. S., (1989)[MGSB1]
"Multinational Business Finance"
Addison-Wesley, E.U.A.

Fabozzi, F. J. and Modigliani, F., (1992)
"Capital Markets, Institutions and Instruments"
Prentice Hall, E.U.A.

Fama, E. F., (1976)
"Foundations of Finance"
McGraw Hill, E.U.A.

Farrell, J., (1976)
"The Multi-Index Model and Practical Portfolio Analysis",
Financial Analysts Research Foundation, Charlottesville, Va. , E.U.A.

Francis, J. C. And S. Archer, H., (1979)
"Portfolio Analysis"
Prentice Hall, E.U.A.

Francis, J. C., (1986)[MGSB2]
"Investments Analysis & Management"
McGraw Hill, E.U.A.

Giddy, I. H., (1994) [MGSB3]
"Global Financial Markets"
Heath, E.U.A.

Harrington, D. R., (1983) [MGSB4]
"Modern Portfolio Theory & The Capital Asset Pricing Model"
Prentice Hall, E.U.A.

Harrington, D. R., (1983) [MGSB5]
"Modern Portfolio Theory & The Capital Asset Pricing Model"
Prentice Hall, E.U.A.

Haugen, R. A., (1986) [MGSB6]
"Modern Investment Theory"
Prentice Hall, E.U.A.

Hillion, P. H., (1988) [MGSB7]
Tesis : "The Econometric Problems Associated with Size-Sorted Portfolios in Empirical Tests of the Capital Asset Pricing Model"
University of California, Los Angeles, E.U.A.

Jiménez-Curiel, P., (1993)
Tesis: "Aplicación de un Modelo de Revisión de Carteras Óptimas en el Entorno Mexicano"
ENEP ACATLAN, UNAM, México

Jensen, M., (1975)
"Tests of Capital Market Theory and Implications of the Evidence",
Financial Analysts Research Foundation, Charlottesville, Va., E.U.A.

Johnston, J., (1992)
"Métodos de Econometría"
Vincens Vives, España

Jones, C. P., (1992)
"Introduction to Financial Management"
Irwin, E.U.A.

Kleinbaum, D. G., Kupper, L. L. and Muller, K. E., (1984)
"Applied Regression Analysis and Other Multivariate Methods"
Duxbury, E.U.A.

Levy, H. and Sarnat, M., (1984) [MGSB8]
"Portfolio and Investment Selection"
Prentice Hall, E.U.A.

Mandel, L. and T. O'Brien, J., (1992)
"Investments"
Macmillan, E.U.A.

Marmolejo, M. G., (1989)
"Inversiones. Práctica, Metodología, Estrategia y Filosofía"
IMEF, México

Márquez-Diez-Canedo, J., (1981)
"Carteras de Inversión. Fundamentos Teóricos y Modelos de Selección Óptima", Limusa, México

Sauvin, H. C. (1973)
"Investment Management"
Prentice Hall, E.U.A.

Sharpe, W. F., (1961) [MGSB9]
Tesis: "Portfolio Analysis Based on a Simplified Model of the Relationships Among Securities" University of California, Los Angeles, E.U.A

Sharpe, W. F., (1974)
"Teoría de Cartera y del Mercado de Capitales"
Deusto, España

Sharpe, W. F. and A. Gordon, J., (1990)
"Investments"
Prentice Hall, E.U.A.

Vázquez-Tellez, F. J., (1994)
Tesis: "El Mercado de Valores y la Minimización del Riesgo en una Cartera de Inversión" ENEP ACATLÁN, UNAM México

Vegara, J. M., (1975)
"Programación Matemática y Cálculo Económico. Teoría y Aplicaciones"
Vincens Vives, España

Weston, J. F. and T. Copeland, E., (1975) [MGSB10]
"Managerial Finance"
Dryden, E.U.A.

"Anuario Bursátil", 1991-1995
Bolsa Mexicana de Valores, México

Revistas

Anupindi, R. and Akella, R., (1993)
"Diversification Under Supply Uncertainty", Management Science, Vol. 39, No. 8, Agosto, Págs. 944-963

Arditti, F. D., (1967)
"Risk and the Required Return on Equity", Journal of Finance, Vol. 22, Marzo, Págs. 19-36

Backus, D. K. and A. Gregory, W., (1993)
"Theorical Relations Between Risk Premiums and Conditional Variances", Journal of Business and Economic Statistics, Vol. 11, No. 2, Abril, Págs. 177-185

Bar, Y. S. and Kolodny, R., (1976)
"Dividend Policy and Capital Market Theory", Review of Economics and Statistics, Mayo, Págs. 181-190

Bernstein, P. L., (1994) [MGSB11]
"Truth and Consequences in the Beta Fracas", The Journal of Portfolio Management, Vol. 21, Primavera, Pág. 1

Biger, N., (1993)
"The Assesment of Inflation and Portfolio Selection", Journal of Finance, Vol. 45, Julio, Págs. 451-468

Black, F., (1972)
"Capital Market Equilibrium with Restricted Borrowing", The Journal of Business, Vol. 45, Julio, Págs. 444-455

Black, F., M. Jensen and Scholes, M., (1972)
"The Capital Asset Pricing Model: Some Empirical Tests", *Studies in the Theory of Capital Markets*, Págs. 79-121

Black, F. and Scholes, M., (1973)
"The Pricing of Options and Other Corporate Liabilities", Journal of Political Economy, Vol. 81, Mayo - Junio, Págs. 637-654

Black, F. and Scholes, M., (1974)
"The Effects of Dividend Yield and Dividend Policy on Common Stock Prices and Returns", The Journal of Financial Economics, Vol. 20, Julio, Págs. 1-22

Black, F., (1993) [MGSB12]
"Beta and Return", The Journal of Portfolio Managemem, Vol. 20, Otoño Págs. 8-18

Blume, M. and Friend, I., (1973)
"A New Look at the CAPM", Journal of Finance, Vol. 27, Marzo, Págs. 19-34

Blume, M. and Friend, I., (1975)
"The Asset Structure of Individual Portfolios", Journal of Finance, Vol. 30, Mayo, Págs. 585-603

Bradley, S. and D. Crane, F., (1972)
"A Dinamic Model for Bond Portfolio Management", Management Science, Vol. 19, No. 2, Octubre, Págs. 139-151

Bradley, S. and D. Crane, F., (1972)
"A Dinamic Model for Bond Portfolio Management", Management Science, Vol. 19, No. 2, Octubre, Págs. 139-151

Brailsford, T. and Faff, R., (1993) [MGSB13]
"A Derivation of the CAPM for Pedagogical Use", Accounting & Finance, Vol. 33, No. 1, Mayo, Págs. 53-60

Brennan, M. J., (1971)
"Capital Market Equilibrium with Divergent Borrowing and Lending Rates", Journal of Financial and Quantitative Analysis, Vol. 6, Diciembre Págs. 1197-1205

Cecchetti, S. G., P. Lam, S. and M. Nelson, C., (1994)
"Testing Volatility Restrictions on Intertemporal Marginal Rates of Substitution Implied by Euler Equations and Asset Returns", The Journal of Finance, Vol. 69, No. 1, Marzo, Págs. 123-152

Chan, L. K. C. and Lakonishok, J., (1993) [MGSB14]
"Are the Reports of Beta's Death Premature?", The Journal of Portfolio Management, Vol. 20, Verano, Págs. 51-62

Chandra, R. and B. Balachandran, V., (1992)
"More Powerful Portfolio Approaches to Regressing Abnormal Returns on Firm-Specific Variables for Cross-Sectional Studies", The Journal of Finance, Vol. 67, No. 5, Diciembre, Págs. 2055-2070

Chen, P. L., (1962)
"Optimum Bond Portfolio Selection", Management Science, Vol. 8, No. 4, Julio, Págs. 490-499

Chopra, K. and Ziemba, W. T., (1993) [MGSB15]
"The Effect of Errors in Means, Variances, and Covariances on Optimal Portfolio Choice", The Journal of Portfolio Management, Vol. 20, Invierno Págs. 6-11

Clark, S. A., (1993)
"The Valuation Problem in Arbitrage Pricing Theory", Journal of Mathematical Economics, Vol. 22, No. 5, Págs. 463-478

Cohen, K. J. And Pogue, J., (1993)
"An Empirical Evaluation of Alternative Portfolio Selection Models", Journal of Business, April, Págs. 166-193

Cooley, P., Roenfeldt, R. And N. Modani, K., (1977)
"Interdependence of Market Risk Measures", Journal of Business, Vol. 50, Julio, Págs. 356-63

Dreman, D., (1992) [MGSB16]
"Bye-Bye to Beta", Forbes, Vol. 149, No. 7, Marzo, Págs. 148

Dumas, B. and Luciano, E., (1991)
"An Exact Solution to a Dynamic Portfolio Choice Problem Under Transaction Costs", The Journal of Finance, Vol. 66 No. 2, Junio Págs. 577-595

Elton, E. J., M. Gruber, J. And M. Padburg, W., (1976)
"Simple Criteria for Optimal Portfolio Selection", Journal of Finance, Vol. 31, Diciembre, Págs. 1341-57

Fama, E., F., (1970)
"Muliperiod Consumption Investment Decisions", American Economic Review, Vol. 55, Marzo, Págs. 163-174

Fama, E., F. and MacBeth, J., (1973)
"Risk, Return and Equilibrium: Empirical Tests", Journal of Political Economy, Vol. 81, Mayo-Junio, Págs. 607-636

Fama, E., F. and MacBeth, J., (1974)
"Tests of the Multiperiod Two Parameter Model", Journal of Financial Economics, Vol. 1, Págs. 43-66

Fama, E., F. and R. Kenneth, F., (1992)
"The Cross-Section of Expected Stock Returns", Journal of Finance, Vol. 47, No. 2, Junio, Págs. 427-465

Feinstein, C. D. and M. Thapa, N., (1993)
"Notes: A Reformulation of a Mean-absolute Deviation Portfolio Optimization Model", Management Science, Vol. 39, No. 12, Diciembre Págs. 1552-1553

Ferson, W. E. and R. Campbell, H., (1992)
"Seasonality and Consumption-Based Asset Pricing", The Journal of Finance, Vol. 67, No. 2, Junio, Págs. 511-552

Finkelshtain, I. and J. Chalfant, A., (1993)
"Portfolio Choices in the Presence of Other Risks", Management Science, Vol. 39, No. 8, Agosto, Págs. 925-936

Fisher, F. M., (1970)
"Test of Equality Between Sets of Coefficients in Two Linear Regressions: An Expository Note", Econometrica, Vol. 38, No. 2, Marzo, Págs. 361-366

Fousel, W. L., (1976)
"Risk & Liquidity: The Keys to Stock Price Behaviour", Financial Analysts Journal, Vol. 32, Mayo-Junio, Págs. 35-45

Fousel, W. L., (1976)
"Risk & Liquidity: The Keys to Stock Price Behaviour", Financial Analysts Journal, Vol. 32, Mayo-Junio, Págs. 35-45

Fousel, W. L., (1977)
"Risk & Liquidity Revisited", Financial Analysts Journal, Vol. 33, Enero-Febrero, Págs. 40.45

Fridson, M. S., (1993) [MGSB17]
"Can Regression-Based Models Predict Stock and Bond Returns?", The Journal of Portfolio Management, Vol. 20, Primavera, Págs. 56-63

Fridson, M. S., (1993) [MGSB18]
"Exactly What Do You Mean By Speculation?", The Journal of Portfolio Management, Vol. 20, Otoño, Págs. 29-38

Friend, I., and Blume, M., (1970)
"Measurement of Portfolio Performance under Uncertainty", American Economic Review, Vol. 60, Septiembre, Págs. 561-575

Friend, I., Landskroner, Y. and Losq, E., (1976)
"The Demand for Risky Assets under Uncertain Inflation", Journal of Finance, Vol. 31, Diciembre, Págs. 1287-1298

Friend, I., Westerfield, R. and Granito, M., (1978)
"New Evidence on the Capital Asset Pricing Model", Journal of Finance, Vol. 33, Junio, Págs. 903-920

Fuller, J. R. and Kling, J. L., (1994) [MGSB19]
"Can Regression-Based Models Predict Stock and Bond Returns?", The Journal of Portfolio Management, Vol. 21, Primavera, Págs. 56-63

Green, R. C. and Hollifield B., (1992)
"When Will Mean-Variance Efficient Portfolios Be Well Diversified?", The Journal of Finance, Vol. 47, No. 5, Diciembre, Págs. 1785-1809

Grinold, R. C., (1993)
"Is beta dead again?", Financial Analysts Journal, Vol. 49, No. 4, Julio/Agosto, Págs. 28-34

Hagerman, R. M. and E. Kim, H., (1976)
"Capital Asset Pricing with Price Level Changes", Journal of Finance and Quantitative Analysis, Vol. 11, Septiembre, Págs. 381-392

Handa, P., Kothari, S. P. and Wasley, C., (1993)
"Sensitivity of Multivariate Tests of the Capital Asset-Pricing Model to the Return Measurement Interval", The Journal of Finance, Vol. 48, No. 4, Septiembre, Págs. 1543-1550

Hillier, F. S., (1963)
"The Derivation of Probabilistic Information for the Evaluation of Risky Investments". Management Science, Vol. 9, Abril, Págs. 443-457

Hiller, R. S. and Eckstein, J., (1993)
"Stochastic Dedication: Designing Fixed Income Portfolios Using Massively Parallel Benders Decomposition", Management Science, Vol. 39, No. 2, Febrero, Págs. 1422-1438

Hindy, A. and C. Huang, F., (1993)
"Optimal Consumption and Portfolio Rules with Durability and Local Sustitution", Econometrica, Vol. 61, No. 1, Enero, Págs. 85-121

Hui, T. K., Edmond, K. and C. Lee, B., (1993)
"Optimal Portfolio Diversification: Empirical Bayes Versus Classical Approach", Journal of Operational Research, Vol. 44 No. 11, Noviembre Págs. 1115-1159

Ikeda, S., (1991)
"Arbitrage Asset Pricing Under Exchange Risk", The Journal of Finance, Vol. 46 No. 1, Marzo, Págs. 447-455

Khan, A. M. and Fiorino, D. P., (1992) [MGSB22]
"The Capital Asset Pricing Model in Project Selection: A Case Study", Engineering Economist, Vol. 37, No. 2, Invierno, Págs. 145-160

Kimball, M. S., (1993)
"Standard Risk Aversion", Econometrica, Vol. 61, No. 3, Mayo, Págs. 589-611

King, B., (1966)
"Markets and Industry Factors in Stock Price Behaviour", Journal of Business, Vol. 39, Enero, Págs. 139-190

Kraus, A. And Litzenberger, H., (1976)
"Skewness Preference and the Valuation of Risk Asets", Journal of Finance, Vol. 1, Septiembre, Págs. 1085-1100

Krehbiel, T. L. and McCarthy, P., (1989) [MGSB23]
"An Analysis of the Determinants of Portfolio Selection", Quarterly Review of Economics and Business, Vol. 29, No. 3, Otoño, Págs. 42-56

Kritzman, M., (1994) [MGSB24]
"What Practitioners need to know...about future value", Financial Analysts Journal, Vol. 50, No. 3, Mayo/Junio, Págs. 12-15

Lee, C. F., Wei, J. and Bubnys, E., (1989)[MGSB25]
"The APT versus the Multi-Factor CAPM: Empirical Evidence", Quarterly Review of Economics and Business, Vol. 29, No. 4, Invierno, Págs. 7-25

Lee, C. F., Wu, C. and Wei, J., (1990)[MGSB26]
"The Heterogeneous Investment Horizon and the CAPM: Theory and Implications", Journal of Financial and Quantitative Analysis, Vol. 25, No. 3, Septiembre, Págs. 361-376

Lewellen, W., Lease, R. and Schlarbaum, G., (1977)
"Patterns of Investment Strategy and Behaviour among Individual Investors", Journal of Business, Mayo, Págs. 296-333

Li, Y., (1993)
"Growth-security Investment Strategy for Long and Short Runs", Management Science, Vol. 39, No. 8, Agosto, Págs. 915-924

Lintner, J., (1965)
"The Valuation of Risky Assets: The Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets", Review of Economics and Statistics, Vol. 47, Febrero, Págs. 13-37

Lintner, J., (1975)
"Inflation and Security Returns", Journal of Finance, Vol. 30, Mayo Págs. 259-280

Mackinlay, A.C. and M. Richardson, P., (1991)
"Using Generalized Method of Moments to Test Mean-Variance Efficiency", The Journal of Finance, Vol. 46 No. 2, Junio, Págs. 511-527

Mao, J. C. T. and J. Brewster, F., (1970)
"An E-Sh Model of Capital Budgeting", Engineering Economist, Vol. 15, Enero, Págs. 103-121

Markowitz, H. M., (1952)
" Portfolio Selection", The Journal of Finance, Marzo, Págs. 77-91

Markowitz, H. M., (1991)
"Foundations of Portfolio Theory", The Journal of Finance, Vol. 46 No. 2, Junio, Págs. 469-477

Mayers, D. D., (1972)
"Non-Marketable Assets and Capital Market Equilibrium under Uncertainty", Studies in the Theory of Capital Markets, Págs. 223-48

McElroy, M. B. and Burmeister, E., (1988)
"Arbitrage Pricing Theory as a Restricted Non Linear Multivariate Regression Model", Journal of Business and Economic Statistics, Vol. 6, No. 1, Enero, Págs 29-42

Merton, R. C., (1973)
"An Intertemporal Capital Asset Pricing Model", Econometrica, Vol. 41, Septiembre, Págs. 867-887

Miller, E., (1977)
"Risk, Uncertainty and Divergences of Option", Journal of Finance, Vol. 32, Septiembre, Págs. 1151-1168

Miller, E., R. Merton, C. and Modigliani, F., (1961)
"Dividend Policy, Growth and the Valuation of Shares", Journal of Business, Vol. 34, Octubre, Págs. 411-433

Miller, E., R. Merton, C. and Scholes, M., (1972)
"Rate of Return in Relation to Risk: A Reexamination of Some Recent Findings", Studies in the Theory of Capital Markets, Págs. 47-78

Modigliani, F., and Miller, M. (1978)
"Corporate Income Taxes and the Cost of Capital: A Correction", American Economic Review, Vol. 52, Junio, Págs. 433-442

Nielsen, L. T., (1988) [MGSB27]
"Uniqueness of Equilibrium in the Classical Capital Asset Pricing Model", Journal of Financial and Quantitative Analysis, Vol. 23, No. 3, Septiembre Págs. 329-336

Nielsen, L. T., (1992) [MGSB28]
"Positive Prices in CAPM", The Journal of Finance, Vol. 47, No. 2, Junio Págs. 791-808

Nielsen, L. T., (1993)
"The Expected Utility of Portfolios of Assets", Journal of Mathematical Economics, Vol. 22, No. 5, Págs. 439-461

Plath, D A., Krueger, T. M. and Jolly, S. A., (1992)[MGSB29]
"A Dynamical Systems Model of Capital Asset Pricing", Mid-Atlantic Journal of Business, Vol. 28, No. 1, Marzo, Págs. 55-74

Roll, R., (1977)
"A Critique of the Asset Pricing Theory's Test; Part I: On Past and Potential Instability of the Theory", Journal of Financial Economics, Vol. 4, Marzo Págs. 129-197

Roll, R. and S. Ross, A., (1994) [MGSB30]
"On the Cross-Sectional Relation Between Expected Returns and Betas", The Journal of Finance, Vol. 49, No. 1, Marzo, Págs. 101-121

Ross, S. A., (1976)
"The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing", Journal of Economic Theory, Vol. 13, Págs. 341-360

Russell-Fogler, H., (1993) [MGSB31]
"A Modern Theory of Security Analysis", The Journal of Portfolio Management, Vol. 20, Primavera, Págs. 6-14

Shanken, J., (1992)
"The Current State of the Arbitrage Pricing Theory", The Journal of Finance, Vol. 47 No. 4, Septiembre, Págs. 1569-1574

Sharpe, W. F., (1963)
"A Simplified Model of Portfolio Analysis", Management Science, Vol. 9, Enero, Págs 277-93

Sharpe, W. F., (1991)[MGSB32]
"Capital Asset Prices with and without Negative Holdings", The Journal of Finance, Vol. 46. No. 2, Junio, Págs 489-509

Simaan, Y., (1993)
"Portfolio Selection and Asset Pricing Three-parameter Framework", Management Science, Vol. 39, No. 5, Mayo, Págs. 568-577

Simaan, Y., (1993)
"What is the Opportunity Cost of Mean-Variance Investment Strategies?", Management Science, Vol. 39, No. 5, Mayo, Págs. 578-587

Simkowitz, M. A. and W. Beedles L., (1978)
"Diversification in a Three-Moment World?", Journal of Finance and Quantitative Analysis, Vol. 13, Diciembre, Págs. 903-925

Snow, K. N., (1991)
"Diagnosing Asset Pricing Models Using the Distribution of Asset Returns", The Journal of Finance, Vol.46 No. 3, Julio, Págs. 955-983

Treynor, J. L., (1993)[MGSB33]
"In Defense of the CAPM", Financial Analysts Journal, Vol. 49 No. 3, Mayo/Junio, Págs. 11-13

Tuckman, B. and J. Vila, L., (1992)
"Arbitrage With Holding Costs: A Utility-Based Approach", The Journal of Finance, Vol. 47 No. 4, Septiembre, Págs. 1283-1302

Vandell, R. F., Harrington, D. and Levkoff, S., (1978)
"Cyclical Timing: More Return for Less Risk", Darden School Working Paper No. 78-12, Charlotesville, Va.: Darden Graduate School of Business

Vandell, R. F., and Pontius, M., (1980)
"The Effects of Client Tax Status on Equity Security Selection", Darden School Working Paper No. 80-04, Charlotesville, Va.: Darden Graduate School of Business

Vandell, R. F., and Stevens, J., (1980)
"Personal Taxes and Security Pricing", Darden School Working Paper No. 80-15, Charlotesville, Va.: Darden Graduate School of Business

Vos, E., (1994)[MGSB34]
"Is Beta Dead?", Chartered Accountants Journal, Vol. 73, No. 5, Junio Págs. 66-69

Wallace, A., (1980)
"Is Beta Dead?", Institutional Investor, Julio, Págs. 23-30

Wei, J. K. C., (1988)[MGSB35]
"An Asset-Pricing Theory Unifying the CAPM and APT", Journal of Finance, Vol. 43, No. 4, Septiembre, Págs. 881-892

White, H. J., (1980)
"A Heteroskedasticity-Consistent Covariance Matrix Estimator and a Direct Test for Heteroskedasticity", Econometrica, Vol. 48, No. 4, Mayo Págs. 817-838

Winston, K., (1993)[MGSB36]
"The 'Efficient Index' and Prediction of Portfolio Variance", The Journal of Portfolio Management, Vol. 20, Primavera, Págs. 27-34

Zhou, G., (1991)
"Small Sample Tests of Portfolio Efficiency", Journal of Financial Economics, Vol. 30, No. 1, Págs. 165-191