



01174

9
24

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO
FACULTAD DE INGENIERIA
DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO

TESIS

**DETERMINACION DE PARAMETROS DEL YACIMIENTO
A TRAVES DE PRUEBAS DE ADMISION**

PRESENTADA POR:

CARLOS PEREZ TELLEZ

PARA OBTENER EL GRADO DE:

MAESTRO EN INGENIERIA

(PETROLERA)

DIRIGIDA POR:

DR. FERNANDO SAMANIEGO VERDUZCO

Ciudad Universitaria, México, D. F. 1996

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN
TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

A mi esposa e hijos:

Virginia Morales Ramírez

Carlos Rafael Pérez Morales

Samantha Sandy Pérez Morales

Evelin Pérez Morales

**Quienes son el motivo de mi
existencia y superación.**

A mis padres:

Rafael Pérez Moreno

Eva Téllez Marín

Por haberme dado las bases de mi existencia con un ambiente familiar de respeto, disciplina y responsabilidad.

A mis hermanos:

María del Carmen Pérez Téllez

Rafael Pérez Téllez

Leonardo Pérez Téllez

Francisco Pérez Téllez

Ignacio Pérez Téllez

José Pérez Téllez

María de los Ángeles Pérez Téllez

Quienes siempre me han brindado su apoyo incondicional.

Agradezco a las autoridades de Petróleos Mexicanos por haberme brindaron la gran oportunidad de cursar mis estudios de posgrado en Ingeniería Petrolera, estimulando con esto mis grandes anhelos de constante superación. Agradezco especialmente al Lic. Luis del Anda Rueda quien con su apoyo, hizo posible que las autoridades de Petróleos Mexicanos me permitieran realizar los estudios de maestría. Así mismo, agradezco también al Ing. Francisco Garza Saldaña, quien me ha dado constante apoyo durante mi desarrollo profesional.

Agradezco al Dr. Fernando Samaniego Verduzco, por haberme dado el privilegio de contar incondicionalmente con su experiencia, conocimientos y gran calidad humana durante todo el desarrollo de este trabajo, a la M en C Juana Cruz Hernández, por el gran apoyo que me brindo en las etapas más difíciles de la elaboración de la tesis, al Ing Agustín Galindo Nava, por su valiosa ayuda en la validación del modelo que se propone, al M en C Michael Prats, por sus sabias observaciones, y a los profesores que me compartieron sus conocimientos, permitiendo con su alto sentido de disciplina y responsabilidad, crear un ambiente altamente positivo durante el transcurso de mis estudios de posgrado.

TESIS

COMPLETA

RESUMEN

Se presenta un análisis relacionado con la posibilidad de darle un uso de mayor importancia a las pruebas de admisión realizadas en forma rutinaria, de manera que los datos de gasto y presión como función del tiempo que se obtienen durante la misma, puedan usarse para estimar parámetros del yacimiento tales como: permeabilidad, compresibilidad y porosidad de la zona invadida que contribuyan en el análisis de las condiciones de la formación, y así programar las operaciones subsecuentes en función del análisis realizado.

El modelo propuesto para estos fines, se obtiene a partir de un estudio matemático realizado por Prats y Scott,⁶ el cual se basó en un modelo de dos zonas (zona invadida y zona no invadida), y en una geometría de un sistema de dos pozos, concluyéndose que la posición del frente de desplazamiento se puede determinar razonablemente por medio de la respuesta de un pulso de presión, causado por la inyección instantánea de un volumen de fluido en un pozo inyector. Así, para el modelo que aquí se propone, fue necesario adecuar el estudio matemático realizado por Prats y Scott⁶ a la geometría de un sistema de un pozo, además de implementar el uso de las definiciones de variables adimensionales comúnmente empleadas en el análisis de pruebas de presión, eliminando las definiciones de variables adimensionales usadas en forma particular por Prats y Scott.⁶ También, empleando el principio de superposición, se extendió la solución del modelo propuesto para el caso que considera que la inyección se realiza en un tiempo real finito. Entonces, se obtuvieron las ecuaciones que describen la respuesta de presión en la zona invadida, causada por la inyección de un fluido durante una prueba de admisión, considerando el caso en que la inyección se realice en forma instantánea (un impulso), o el caso real de una inyección finita. Por medio de estas ecuaciones, empleando los datos de tiempo y presión del período de abatimiento de una prueba de admisión, se puede estimar la permeabilidad, compresibilidad y porosidad de la zona invadida por el fluido inyectado.

Usando el simulador SIMPUMA-FRAC²⁹ se validó el modelo propuesto, concluyéndose que la inyección de un fluido con propiedades diferentes a las del fluido contenido en el yacimiento, alteran en forma importante las propiedades hidráulicas de la formación. También por medio de

este simulador se analizó la influencia del movimiento del frente de desplazamiento durante el período de inyección, además de la posibilidad de movimiento posterior de éste durante el período de cierre, y finalmente se modelaron pruebas de admisión considerando el daño real de la formación. Así, los parámetros estimados por medio de la metodología de interpretación para pruebas de admisión presentada en esta tesis, permiten establecer las condiciones de la formación posteriores a la inyección.

CONTENIDO

DETERMINACIÓN DE PARÁMETROS DEL YACIMIENTO A TRAVÉS DE PRUEBAS DE ADMISIÓN.

	Página
DEDICATORIAS	I
AGRADECIMIENTOS	III
RESUMEN	V
LISTA DE TABLAS	VII
LISTA DE FIGURAS	VIII
I. INTRODUCCIÓN	1
II. DESCRIPCIÓN Y PROCEDIMIENTO DE LAS OPERACIONES DONDE SON NECESARIAS LAS PRUEBAS DE ADMISIÓN, E INFLUENCIA DE ESTAS SOBRE LAS PROPIEDADES DE LA FORMACIÓN	4
2.1 Durante la Etapa de Perforación	4
2.2 Durante las Etapas de Terminación, Producción y Reparación.....	6
2.3 Relación de las Pruebas (DST) con las Pruebas de Inyección.....	7
2.4 Daño Ocasionado por la Inyección de Fluidos a la Formación.....	11
2.4.1 Daño por hinchamiento y/o migración de arcillas.....	11
2.4.2 Daño ocasionado por el bloqueo por agua.....	13
2.4.3 Daño por el bloqueo por aceite.....	13
2.4.4 Daño de bloqueo por emulsión.....	13
2.4.5 Daño por cambio de mojabilidad.....	14
2.4.6 Daño por precipitación secundaria.....	14
2.5 Criterio de Diseño de Fluidos para la Inyección	15

III. MÉTODOS DE ANÁLISIS DISPONIBLES PARA LA ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS DEL YACIMIENTO, A TRAVÉS DE PRUEBAS DE INYECCIÓN.	17
3.1 Aplicación del Método de Pruebas de Pulso para Determinar la Posición del Frente de Desplazamiento (Prats, M. y Scott, J. B.).....	17
3.2 Análisis de las Pruebas de Presión a Través del Uso de la Respuesta de Fuentes Instantáneas (Cinco Ley y Cols.)	22
3.2.1 Respuesta de presión para una extracción instantánea de fluido de la formación.....	22
3.2.2 Aplicaciones en el análisis de pruebas de pozo.....	25
3.2.3 Cálculo de la presión inicial.....	26
3.3 Pruebas de Impulso (Ayoub, J.A., Bourdet, D. P. y Chauvel, Y. L.).....	26
3.3.1 Método de análisis.....	26
3.4 Determinación de la Permeabilidad de la Formación Usando Inyección Impulso o Fractura Impulso (Gu, H., Elbel, J., Nolte, A. C. y Abousleiman, Y.).....	28
3.4.1 Teoría y análisis.....	28
3.5 Interpretación de Pruebas de Inyección Usando Datos de Gasto y Presión (Ramakrishnan, T. S. y Kuchuk, F. J.).....	30
3.5.1 Teoría y análisis.....	31
3.5.2 Factor de daño y almacenamiento.....	34
3.6 Pruebas Transitorias de Presión en Pozos Inyectores de Agua (Maghsood, A. y Medhat, K.).....	36
3.6.1 Solución exacta del abatimiento para un modelo de dos zonas.....	36
3.6.2 Solución para el abatimiento considerando gasto de inyección variable.....	37
3.7 Inyección de Agua Fría en un Yacimiento Geotérmico de Una y Dos Fases (Garg, S. K. y Pritchett, J. W.).....	38

IV. METODOLOGÍA DE ANÁLISIS PROPUESTA PARA LA DETERMINACIÓN DE LOS PARÁMETROS DEL YACIMIENTO.....	41
4.1 Antecedentes	41
4.2 Adecuación de la Geometría de un Sistema de Dos Pozos a la Geometría de un Sistema de un Pozo	42
4.3 Obtención de la Ecuación que Describe la Respuesta de Presión en la Zona Invasada por el Fluido de Inyección.....	44
4.4 Descripción del Programa de Cómputo, que Determina el Comportamiento de Presión Adimensional Causado por la Inyección de un Fluido, Durante una Prueba de Admisión	47
V. VALIDACIÓN DEL MODELO PROPUESTO.....	51
5.1 Validación de la Ecuación Propuesta por Prats y Scott.....	51
5.2 Validación del Modelo Propuesto, Considerando que las Propiedades del Fluido Inyectado son Iguales a las Propiedades del Fluido Contenido en el Yacimiento.....	51
5.3 Uso del Simulador SIMPUMA-FRAC para la Validación del Modelo Propuesto.....	59
VI. DISCUSIÓN DE RESULTADOS.....	72
6.1 Resultados del Simulador SIMPUMA-FRAC	72
6.2 Resultados del Modelo Propuesto	83
6.3 Forma de Obtener Parámetros del Yacimiento Después de una Prueba de Admisión, en el Pozo	94
6.4 Equipo Utilizado Durante la Prueba de Admisión	95
6.5 Procedimiento de la Prueba de Campo	96
6.6 Ejemplos de Campo	97

6.6.1	Ejemplo 1.....	97
6.6.2	Ejemplo 2.....	100
VII.	CONCLUSIONES.....	107
	CONCLUSIONES.....	107
	NOMENCLATURA.....	109
	BIBLIOGRAFÍA.....	113
	APÉNDICE A: Cambio de la ecuación de conducción de calor (Jaeger ⁷), a la ecuación de flujo de fluidos en medios porosos (Prats y Scott ⁶).....	117
	APÉNDICE B: Obtención de la ecuación que describe el comportamiento de presión debido a una fuente instantánea.....	122
	APÉNDICE C: Obtención de la ecuación que describe el comportamiento de la presión adimensional dentro de la zona invadida, considerando la inyección instantánea de un fluido, en función de las variables adimensionales, expresadas en unidades del sistema C.G.S.....	127
	APÉNDICE D: Obtención de la ecuación que describe el comportamiento de la presión, causado por la inyección de un fluido durante una prueba de admisión, considerando que la inyección se realiza en un tiempo finito (fuente continua).....	129
	APÉNDICE E: Programa de cómputo.....	131

LISTA DE TABLAS

TABLA		PAGINA
5.1	Equivalencia de t_{DI} y t_{DF} en múltiplos de tiempo $\Delta t_D/t_{iD}$, para $t_{iD} = 1$	57
5.2	Datos de campo ³³	59
6.1	Datos de campo ^{32,33}	75
6.2	Relación entre propiedades de la zona invadida y no invadida después de realizada la prueba de admisión.....	87
6.3	Datos de campo de un yacimiento de gas ¹¹	98
6.4	Datos de campo ³⁴	101
6.5	Datos del período de abatimiento de una prueba de campo ³⁴	102
6.6	Comparación del comportamiento de presión de la prueba de campo, con el comportamiento de presión obtenido con el modelo propuesto.....	104

LISTA DE FIGURAS

FIGURA		PAGINA
2.1	Comportamiento de una prueba de goteo.....	5
2.2	Comportamiento de la presión de inyección durante una prueba de admisión.....	8
2.3	Comportamiento de presión durante una prueba "DST".....	9
3.1	Representación esquemática de la respuesta de presión a través del yacimiento, generada por la inyección instantánea de un fluido en un pozo inyector, durante un proceso de inyección ⁶	18
3.2	Posición del frente de desplazamiento en un proceso de inyección ⁶	20
3.3	Gráfica para identificar regímenes de flujo en función de la pendiente de la recta ⁸	24
3.4	Relación de la caída de presión para diferentes regímenes de flujo ⁸	24
3.5	Modelo de dos zonas ¹⁴	35
4.1	Comportamiento del frente de invasión, durante una prueba de admisión.....	43
4.2	Diagrama de flujo del programa principal.....	50
5.1	Respuesta de presión adimensional dada por la solución de la ecuación (4.1), considerando propiedades iguales, curva 1 y diferentes a las propiedades del fluido contenido en el yacimiento, curva 2.....	52
5.2	Comportamiento de la presión adimensional, para el caso en donde las propiedades del fluido inyectado son iguales a las propiedades del fluido contenido en el yacimiento, considerando inyección instantánea.....	54

FIGURA	PAGINA
5.3 Comportamiento de la presión adimensional, para el caso en donde las propiedades del fluido inyectado son iguales a las propiedades del fluido contenido en el yacimiento, considerando inyección finita.....	55
5.4 Comportamiento de presión causado por una fuente continua y una instantánea.....	58
5.5 Ajuste de los datos obtenidos por el simulador SIMPUMA-FRAC ²⁹ con los datos dados por van Everdingen y Hurst ³¹	60
5.6 Resultados de simular la producción y cierre de un pozo de aceite.....	62
5.7 Resultados de simular la inyección de 20 Bls. de aceite y posteriormente el cierre del pozo, en un yacimiento de aceite.....	63
5.8 Respuesta de presión generada por la inyección de 20 Bls. de aceite durante una prueba de admisión en un yacimiento de aceite.....	65
5.9 Respuesta de presión generada por la inyección de 2.45E-4 Bls. de aceite durante una prueba pulso en un yacimiento de aceite.....	66
5.10 Simulación de una prueba de admisión, donde se inyectan 20 Bls. de agua en un yacimiento de aceite.....	68
5.11 Respuesta de presión generada por la inyección de 20 Bls. de agua durante una prueba de admisión en un yacimiento de aceite.....	69
5.12 Comportamiento de la saturación de agua, después de la inyección de 20 Bls. de agua en un yacimiento saturado con aceite.....	71
6.1 Ajuste de los datos obtenidos por el simulador SIMPUMA-FRAC, ²⁹ con los resultados de Wattenbarger y Ramey ³²	74

FIGURA

PAGINA

6.2	Resultados de la simulación de pruebas de decremento e incremento de presión en un yacimiento de aceite, a través de un pozo con un factor de daño de $s = +5$	76
6.3	Resultados de simular la inyección de 20 Bls. de aceite y posteriormente el cierre del pozo, en un yacimiento de aceite a través de un pozo con un factor de daño de $s = +5$	78
6.4	Resultados de simular la inyección de 20 Bls. de aceite y posteriormente el cierre del pozo, en un yacimiento de aceite a través de un pozo con un factor de daño de $s = +10$	79
6.5	Simulación de una prueba de admisión en donde se inyectan 20 Bls. de agua en un yacimiento de aceite, a través de un pozo con un factor de daño de $s = +5$	80
6.6	Simulación de pruebas de admisión en un yacimiento de aceite, a través de pozos con daño.....	82
6.7	Respuestas de presión generadas por pruebas de admisión en un yacimiento de aceite, a través de pozos con daño, obtenidas por el programa de cómputo del modelo propuesto, con base en los resultados del simulador SIMPUMA-FRAC ²⁹	86
6.8	Respuestas de presión causadas por la inyección de un fluido en un yacimiento monofásico, obtenidas por el modelo propuesto.....	89
6.9	Respuestas de presión causadas por la inyección de un fluido en un yacimiento monofásico, obtenidas por el modelo propuesto.....	90
6.10	Respuestas de presión causadas por la inyección de un fluido en un yacimiento monofásico, obtenidas por el modelo propuesto.....	91

FIGURA		PAGINA
6.11	Respuestas de presión causadas por la inyección de un fluido en un yacimiento monofásico, obtenidas por el modelo propuesto.....	92
6.12	Respuesta de presión generada por la inyección de 6 Bls. de agua en un yacimiento de gas.....	99
6.13	Respuesta de presión generada por la inyección de 102 Bls. de agua en un yacimiento de aceite.....	103
A.1	Sólido compuesto, donde la región 1 y 2 son de diferentes sustancias.	117

CAPÍTULO I

INTRODUCCIÓN

Las pruebas de inyección están contempladas dentro del amplio campo de estudio de las Pruebas de Presión, pero estas generalmente se manejan para caracterizar formaciones de pozos productores, y pozos inyectores donde se utilizan volúmenes grandes de inyección de fluido. Sin embargo, son relativamente pocos los trabajos que se han realizado para interpretar la información que proporcionan las pruebas en que se inyecta un volumen pequeño de fluido, como es el caso de las pruebas de admisión.

Generalmente durante la etapa de terminación, y en muchas ocasiones durante la vida productiva y reparación de un pozo, a la mayoría de los intervalos de interés se les efectúa una prueba de admisión (prueba de inyección), con la única finalidad de determinar parámetros simples, tales como:

1. Conocer si los disparos fueron efectivos y saber si admite la formación.
2. Determinar el gasto y presión de admisión para un posible tratamiento de estimulación.
3. Más específicamente, cuando se pretende realizar un fracturamiento hidráulico, se efectúa una prueba de inyección (minifrac), para medir características de pérdida de fluido en la formación y la geometría de la fractura, requiriendo en esta inyección que se produzca una fractura pequeña (mini-fractura) aplicando el mismo fluido que se va a utilizar en el fracturamiento.

Estas pruebas se realizan en forma rutinaria, no involucran altos costos y consecuentemente no requieren de equipo sofisticado, por lo que, resulta necesario darle una aplicación de mucho mayor interés a la información que comúnmente nos proporciona una prueba de inyección con volumen pequeño de fluido. Por tal motivo, en este trabajo se presenta la forma de estimar parámetros del

yacimiento, utilizando los datos de presión contra tiempo que se obtienen durante el período de abatimiento de presión en dichas pruebas.

Las pruebas de inyección con volumen pequeño de fluido (pruebas de admisión) se estudian desde dos puntos de vista, dependiendo de las condiciones de gasto y presión que se manejen durante las mismas. Gastos de inyección a presiones inferiores a la presión de fractura caracterizan una inyección de tipo matricial, mientras aquellos gastos a presiones superiores a la presión de fractura, caracterizan la inyección por fracturamiento.

Cuando una prueba de inyección se realice en condiciones matriciales, nos proporcionará información cercana a la pared del pozo, es decir, el radio de investigación no irá más allá de la región dañada, y aunado a la subsecuente respuesta de presión durante el abatimiento, permitirá complementar dicha información, de tal manera que se podrán estimar los parámetros de la formación que se encuentren en función del comportamiento de la presión, como son: compresibilidad y movilidad del fluido, difusividad hidráulica, transmisibilidad y coeficiente de almacenamiento de la zona invadida. Además, si se conoce la viscosidad del fluido inyectado, también se obtiene la permeabilidad y la porosidad.

Normalmente, una prueba de inyección matricial se entiende como la inyección de un volumen pequeño de fluido "inerte" a gastos muy bajos, de medio a un barril por minuto en un período de tiempo corto, con el fin de producir un impulso de presión "instantáneo" de magnitud suficiente. La respuesta subsecuente de presión se analiza para estimar los parámetros de la formación productora.

Las pruebas de inyección que se realizan en régimen de fractura, en que se emplean volúmenes de inyección relativamente grandes, generalmente tienen un radio de investigación más grande que las pruebas de inyección en régimen matricial, el cual se ve afectado por la fractura generada, que expondrá la formación virgen a flujo transitorio. La medición continua de los cambios de presión en el pozo causados por cambio de gasto en el mismo, pueden usarse para estimar la eficiencia de terminación del pozo o la necesidad de un tratamiento de estimulación.

El procedimiento empleado en una prueba de admisión es similar a la prueba de inyección de una mini-fractura y micro-fractura. En una prueba de inyección de mini-fractura, los parámetros de fractura tales como: coeficiente de pérdida de fluido y presión de cierre de la fractura, se determinan a partir de la declinación de presión antes y después del cierre de la fractura. En una prueba de inyección de micro-fractura, la declinación de presión se utiliza para determinar la magnitud del esfuerzo mínimo horizontal in-situ. En ambas pruebas se registra la presión con respecto al tiempo, durante el período de inyección y posteriormente durante el cierre del pozo. Considerando estas similitudes, las pruebas de inyección con volumen pequeño de fluido (prueba de admisión), se pueden conducir conjuntamente con estas pruebas en que se inyecta un volumen más grande, para obtener información acerca de los parámetros del yacimiento.

Es de primordial importancia que al realizar cualquier prueba de inyección se cuente con un medidor de presión, durante la inyección y posterior a la suspensión del bombeo, aproximadamente diez metros arriba de la zona de medición, ya que los datos obtenidos por este medio se utilizan para la determinación de los parámetros del yacimiento, y en cuanto mayor precisión tengan los datos registrados, mayor confiabilidad tendrán los parámetros determinados.

Dada la frecuencia con que se presentan las pruebas de inyección, este trabajo desarrollará una metodología práctica y sencilla para que, por medio del monitoreo del gasto, tiempo y presión, durante cada prueba de admisión adecuadamente realizada, y con la combinación de información obtenida de diversas fuentes, tales como: geología, geofísica, perforación y registros de pozos, sea posible interpretar la información y de esta manera estimar la permeabilidad, compresibilidad y porosidad de la zona invadida por el fluido inyectado. Esto permitirá conocer el efecto del fluido de inyección sobre las propiedades hidráulicas de la formación, realizar un análisis de las condiciones del yacimiento que haga posible diseñar en forma óptima un posible tratamiento de estimulación, y primordialmente que toda esta información pueda ser determinada por el personal operativo preferentemente en el mismo pozo. De acuerdo con esto, una prueba de admisión puede convertirse en un método sencillo y de bajo costo, que permita programar las operaciones subsecuentes con base en las características propias de cada formación, evitando acciones que dañan la misma.

CAPÍTULO II

DESCRIPCIÓN Y PROCEDIMIENTO DE LAS OPERACIONES DONDE SON NECESARIAS LAS PRUEBAS DE ADMISIÓN, E INFLUENCIA DE ESTAS SOBRE LAS PROPIEDADES DE LA FORMACIÓN.

2.1 Durante la Etapa de Perforación.

Durante la etapa de perforación de un pozo, generalmente después de que se cementó una tubería de revestimiento, se rebajó la zapata y se perforaron algunos metros, se debe determinar el gradiente de fractura de la formación expuesta, así como la efectividad de la cementación. Lo anterior es importante principalmente si han existido problemas durante la cementación, tales como pérdidas de circulación del cemento, heterogeneidades de la lechada y fallas del equipo de bombeo.

Para determinar el gradiente de fractura de la formación (G_f), se realiza la prueba de inyección denominada de gotéo (LEAK-OFF), siendo ésta la que proporciona con bastante confiabilidad el gradiente de fractura de la formación, para así definir la máxima presión permisible en el pozo cuando ocurre un brote, la densidad máxima a usarse y el asentamiento de la siguiente tubería de revestimiento. El gradiente de fractura dependerá del tipo y características de la roca del área de interés, así como de las propiedades físicas de la misma.

La prueba consiste en bombear lodo a un gasto de aproximadamente 0.5 barriles/minuto y graficar simultáneamente los datos de presión y gasto, obtenidos en la cabeza del pozo. En el punto en que se observe una variación de la tendencia de línea recta en la gráfica, se marcará como el valor de la presión de goteo Figura 2.1, debiendo continuar hasta obtener dos valores iguales o que el valor siguiente muestre un decremento en la presión.

De manera similar, previo a efectuar una cementación forzada, se efectúa una prueba de inyección para determinar el gasto y la presión a los que se inyectará la lechada de cemento a la zona de interés.

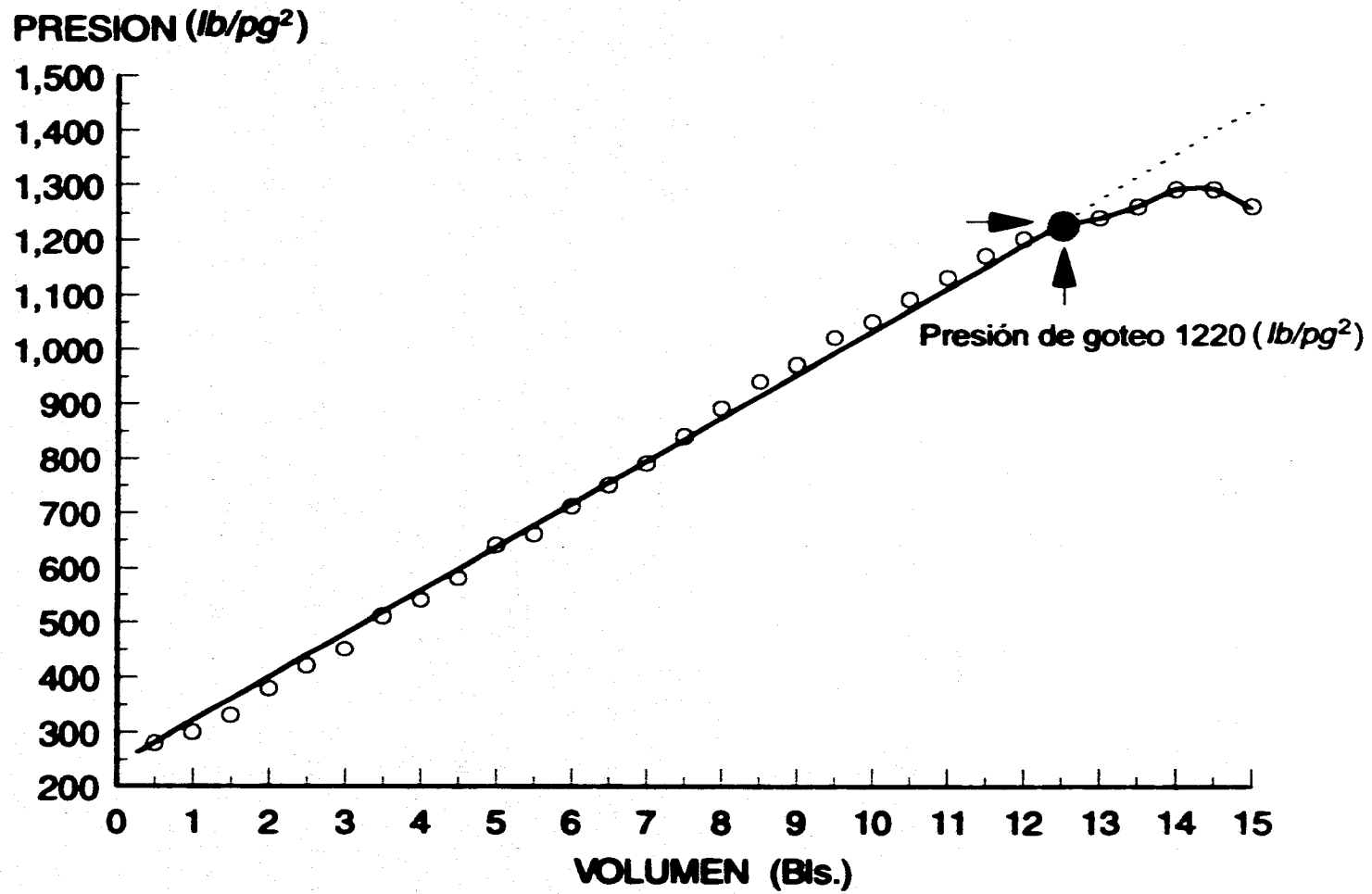


Figura 2.1.- Comportamiento de una prueba de goteo.

En general, las pruebas de inyección durante la etapa de perforación, se efectúan con el empleo de herramientas y equipo especial (retenedor de cemento y unidad de alta presión), dependiendo del estado mecánico del pozo, de la formación de interés, profundidad y condiciones esperadas de la prueba.

La prueba de inyección (prueba de goteo) también se puede utilizar para determinar el esfuerzo principal menor, donde la presión de cierre instantáneo ("Instantaneous Shut-in Pressure ISIP") determinada en el momento de suspender el bombeo al estar realizando la prueba, permite calcular en forma aproximada el esfuerzo principal menor, esto es:

$$\sigma_{H_{min}} = ISIP + PH \quad (2.1)$$

donde: PH = presión hidrostática.

Aun cuando las pruebas de inyección, durante la etapa de perforación no son comúnmente empleadas para determinar propiedades físicas de la formación, resulta interesante saber que con la inyección de un pequeño volumen de fluido a la formación, es posible estimar, a través de la interpretación de los gastos y presiones manejados durante la misma, parámetros de relevante importancia para el desarrollo del pozo.

2.2 Durante las etapas de terminación, producción y reparación.

Durante las etapas de terminación, producción y reparación, la prueba de admisión se efectúa generalmente con el mismo propósito. Esta se realiza a través del aparejo de producción hacia el intervalo disparado, con fluidos diversos dependiendo de las condiciones del pozo. La prueba generalmente se realiza con una unidad de alta presión, para tener un buen control de los gastos y lograr un monitoreo eficiente de las presiones.

El objetivo principal de la prueba de admisión, en cualquiera de estas etapas, es definir rangos de gasto y presión previos a cualquier estimulación (de limpia, matricial o por fracturamiento),

definiendo a través de las mismas el comportamiento de la presión al incrementar el gasto de inyección. La Figura 2.2 muestra el comportamiento típico de la presión durante una prueba de inyección.

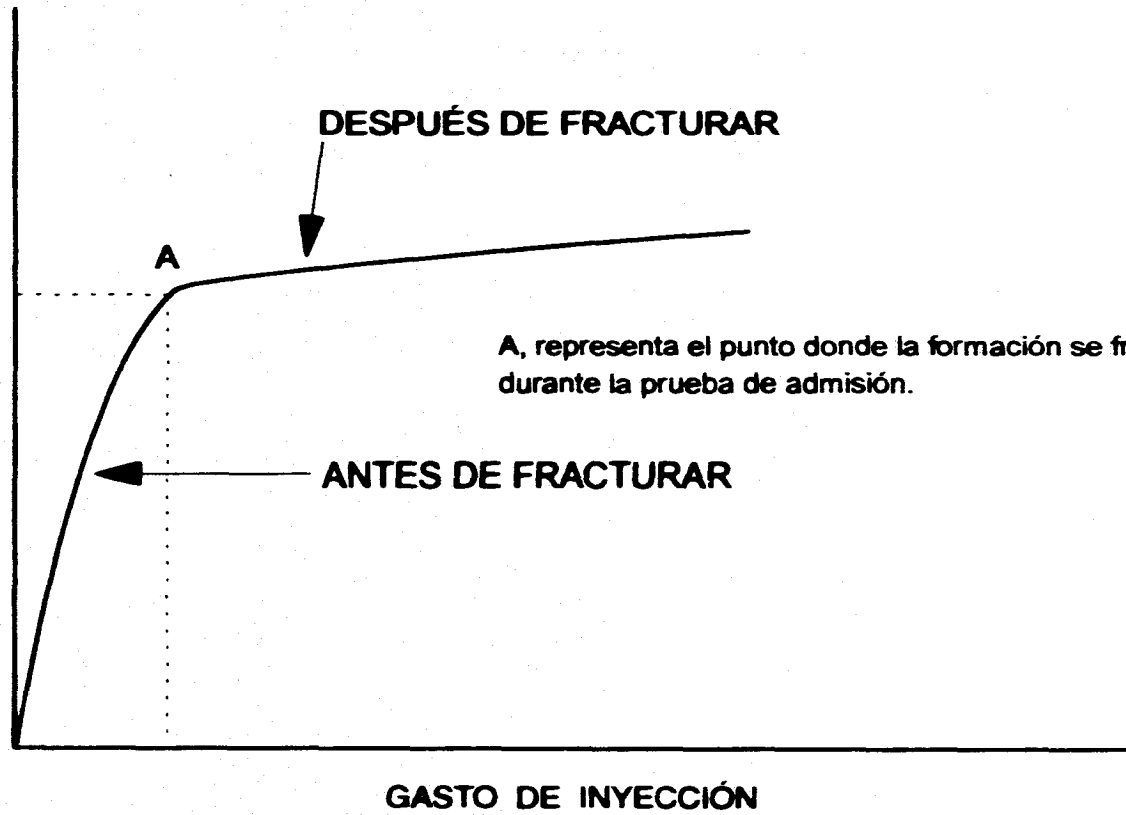
El procedimiento de una prueba de admisión común, consiste en inyectar a la formación un fluido "inerte" (agua tratada o fluido oleoso limpio) a gastos muy bajos, de 1/2 a un barril por minuto, midiendo la presión de inyección. A continuación se incrementa el gasto de bombeo por etapas, registrando la presión de inyección a gasto estabilizado en cada etapa. Eventualmente al continuar con incrementos de gasto se registrará un cambio brusco de la pendiente de la curva lo que indica el fracturamiento de la formación, tal como se muestra en la Figura 2.2.

Se ha demostrado que la mayoría de las operaciones que se realizan a lo largo de la vida de un pozo (perforación, terminación, producción y reparación) son fuentes potenciales de daño a la formación.^{1,2,3} La mayor parte del daño se ocasiona cerca de la pared del pozo y ocurre principalmente por el obturamiento de los poros de la roca por detritos, los cuales pueden tener un origen químico, físico o biológico. Existen otros medios potenciales de daño que incluyen, formación de emulsiones in-situ y cambios de mojabilidad de la roca. Las perforaciones (disparos), son siempre causa de un daño adicional a la formación, estas pueden realizarse sobre o bajo balanceadas, sin embargo en ambos casos, la zona alrededor de la perforación se compacta, teniendo un espesor promedio de 0.5 pg con reducciones de permeabilidad de hasta un 80%. Estas condiciones de daño, las propiedades mecánicas de la roca y los parámetros físicos del yacimiento, gobernarán el comportamiento de la presión y gasto de la prueba.

2.3 Relación de las pruebas (DST) con las pruebas de inyección.

La prueba DST ("Drill Stem Testing") se realiza normalmente durante la etapa de perforación del pozo. La herramienta DST se introduce en el pozo lleno de lodo, se aísla el intervalo de interés de las zonas vecinas, y se ejecutan una secuencia de fases alternadas de producción y cierre, registrándose continuamente la presión de fondo, obteniéndose una gráfica de presión-tiempo como la que se muestra en la Figura 2.3. Al iniciar la prueba con la apertura de la válvula de fondo, permite que el fluido de la formación entre en la sarta de prueba. El primer período de flujo

PRESIÓN DE INYECCIÓN



A, representa el punto donde la formación se fractura durante la prueba de admisión.

ANTES DE FRACTURAR

DESPUÉS DE FRACTURAR

GASTO DE INYECCIÓN

Figura 2.2.- Comportamiento de la presión de inyección, durante una prueba de admisión.

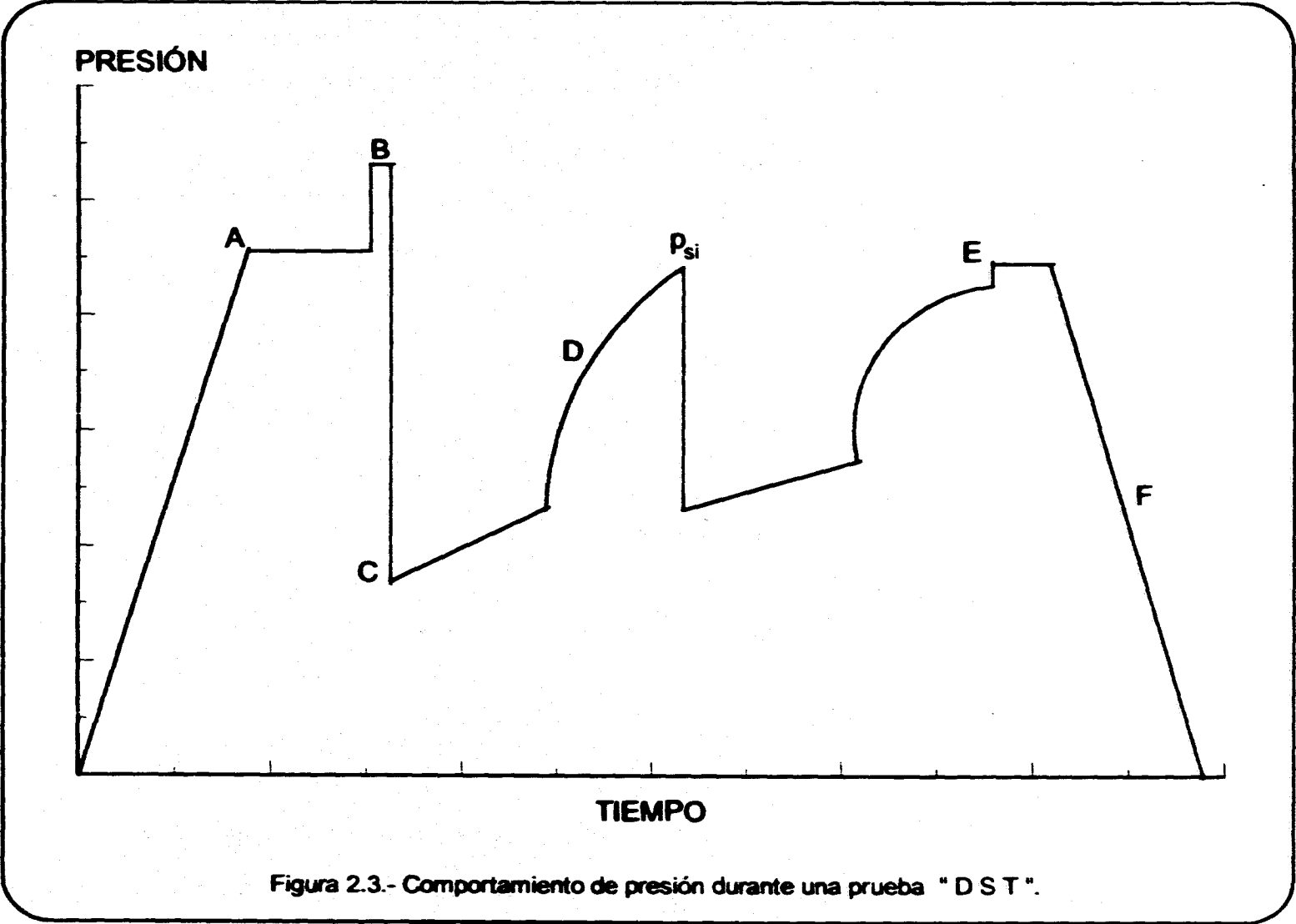


Figura 2.3.- Comportamiento de presión durante una prueba "D S T".

es generalmente corto, posteriormente el pozo se cierra hasta que la presión del yacimiento se recupera.

El análisis de los datos de presión-tiempo obtenidos durante la fase de cierre pueden proporcionar la presión inicial del yacimiento, una estimación de la permeabilidad de la formación y las condiciones del pozo (daño). Es decir, una buena prueba DST proporciona una muestra del tipo de fluidos presentes en el yacimiento, una indicación de los gastos de flujo, datos de la presión de fondo estática y la presión de fondo fluyendo.

Para efectuar una prueba DST, la herramienta probadora se acopla a la sarta de perforación, introduciéndose hasta la zona que se va a probar. La herramienta aísla la formación de la columna de lodo en el espacio anular, permitiendo que el fluido del yacimiento fluya dentro de la tubería de perforación y continuamente se registre la presión durante la prueba.

El período de flujo inicial es generalmente de 5 a 10 minutos de duración, teniendo el propósito principal de permitir con el flujo, la igualación de la presión estática del yacimiento en la zona invadida cercana al agujero. La presión estática de la columna de lodo y el asentamiento del empacador causa un filtrado de lodo hacia la formación. El objetivo del período breve de flujo inicial es auxiliar en esta condición de sobrepresión y restaurar las condiciones originales de la formación. Posteriormente al período de flujo inicial, se tiene un período de cierre de 30 a 60 minutos. Esta secuencia permite obtener una buena estimación de la presión estática del yacimiento. En el inicio del segundo período de flujo, las condiciones iniciales de la formación están completamente restauradas, pudiendo obtenerse el comportamiento natural del flujo en la zona probada.

Esta es una prueba de flujo, que al igual que una prueba de admisión, genera una respuesta instantánea de presión, que se puede estudiar a través del análisis de las pruebas de presión con el uso de fuentes de respuesta instantánea.⁸ Esta técnica se basa en la respuesta instantánea de presión de una fuente y proporciona una forma para calcular la primera y segunda derivada de la

función influencia del sistema pozo-yacimiento. Esta información es básica en la definición de los diferentes regímenes de flujo ocurridos durante la prueba.

2.4 Daño ocasionado por la inyección de fluidos a la formación.

La fuente principal de daño a la formación es el contacto de ésta con fluidos extraños. Los fluidos más comunes son: el fluido de perforación, los de cementación, el fluido de terminación o reparación, así como también los fluidos de limpieza y estimulación. El radio de invasión de un fluido en la formación depende del volumen inyectado, de la porosidad y permeabilidad de la formación y de su interacción con los fluidos contenidos en la formación, o con los componentes mineralógicos de la roca. En ausencia de estos dos últimos efectos, un mismo volumen de fluido inyectado tendrá mayor penetración en la formación en zonas de baja porosidad que en las zonas de alta porosidad. La severidad del daño que ocurre por la inyección de fluidos depende de la composición y sensibilidad de la formación a los mismos.

La inyección de fluidos a la formación causa los siguientes tipos de daños:

2.4.1 Daño por hinchamiento y/o migración de arcillas.^{2,3}

El cuarzo y los silicatos (feldespatos, micas, y arcillas) son los componentes principales de las arenas y areniscas, así como los carbonatos constituyen los principales minerales de calizas y dolomías. En lo general, la mayor parte de las formaciones productoras de hidrocarburos contienen arcillas en mayor o menor cantidad. Estos minerales son potencialmente factores de daño por su alta sensibilidad a fluidos acuosos, lo que provoca su hinchamiento y/o migración.

Las arcillas presentes en las rocas productoras de hidrocarburos, provienen en lo general de dos tipos de procesos. El primero es un proceso mecánico en el cual las arcillas se presentan en la formación simultáneamente con los otros minerales que forman la roca, partículas que pueden formar parte de los clásticos de la roca o rellenan los espacios entre los mismos. Entre más pequeñas sean las partículas, la relación área volumen es mayor, lo cual las hace propensas al

ataque químico, sobre todo del agua de formación. Este ataque químico da lugar al segundo proceso de origen de arcillas, en el que estos minerales se forman en el espacio poroso de la roca, como resultado de precipitados o reacciones de otros minerales (feldespato, micas, etc.) con el agua de formación. Este tipo de arcillas al encontrarse principalmente en el sistema poroso o en las fisuras, por donde se tiene el flujo de fluidos, constituye una condición especial para entrar fácilmente en contacto con los fluidos inyectados.

Las arcillas tienen en su superficie cargas negativas balanceadas por los cationes, que actúan por atracción electrostática hacia las partículas cargadas negativamente, lo cual a su vez produce una repulsión entre estos cationes. Lo anterior resulta en una distribución de cationes muy concentrada en la superficie de la partícula, y más difusa a medida que se aleja de la misma. La atracción de cationes hacia la partícula depende de la densidad total de carga de la misma y de la carga efectiva de los cationes. Las fuerzas de difusión se ven fuertemente afectadas por la concentración y tipo de iones en la solución, por lo que en presencia del agua destilada se tendrá una mayor difusión de cationes intercambiables que en presencia de salmuera de alta concentración de electrolitos. Además en agua destilada se tendrá mayor difusión si los iones son monovalentes que si son bivalentes; todo lo cual hace a las arcillas más expandibles.

Las arcillas de formación se encuentran en equilibrio con el agua congénita y al contacto con agua de diferente composición, se produce su desestabilización. Estas aguas de diferente salinidad y pH, comúnmente contienen otros productos. Cualquier agua de diferente salinidad o diferente pH promueve la hidratación o deshidratación de arcillas hinchables, además de la dispersión o floculación tanto de las arcillas hinchables o no hinchables, como de otros finos de la formación. Asimismo, también puede promoverse la disolución de materiales cementantes permitiendo que partículas finas de la formación, como las arcillas y otros minerales, migren a través de los conductos porosos, deteniéndose en las gargantas de los poros y reduciendo en consecuencia la permeabilidad de la formación.

Como se ha apuntado anteriormente, los minerales de arcilla causan problemas de daño a la formación al alterar las propiedades originales de la misma dada su tendencia a hincharse,

dispersarse y migrar a través del medio poroso. Dados estos efectos, los fluidos inyectados deben ser diseñados tomando en cuenta los daños que pudieran ocasionar a la formación debido a su contenido de arcillas.

2.4.2 Daño ocasionado por el bloqueo por agua.^{1,2,3}

La inyección de fluidos base agua propicia que en la vecindad del pozo se promueva una alta saturación de la misma, con la consecuente disminución de la permeabilidad relativa a los hidrocarburos. El bloqueo por agua y el hinchamiento de las arcillas, pueden ocurrir simultáneamente. Este bloqueo se ve favorecido por la presencia en el sistema poroso de arcilla como la illita, ya que su forma propicia una mayor área mojada por agua, incrementando la adsorción de ésta en las paredes de los poros y por ende, aumentando las fuerzas retentivas en la formación.

2.4.3 Daño por el bloqueo por aceite.^{1,2,3}

Cualquier fluido base aceite que se inyecte a yacimientos que contengan gas, especialmente en zonas de baja permeabilidad, causarán reducciones considerables en la permeabilidad relativa al gas. Este problema es más grave que en el caso de bloqueo por agua, dado la mayor viscosidad del fluido que invade la formación.

2.4.4 Daño de bloqueo por emulsión.^{1,2,3}

Los fluidos inyectados pueden intermezclarse con los fluidos contenidos en la formación, pudiendo formar emulsiones. Las emulsiones tienen alta viscosidad, particularmente las emulsiones de agua en aceite. Fluidos con pH alto pueden emulsionarse con aceites de formación. Si las emulsiones son no estables, no generan daño a la formación. Sin embargo, algunas emulsiones alcanzan estabilidad debido a la presencia de agentes de superficie activos, contenidos en los fluidos inyectados o en los del yacimiento. Adicionalmente, la presencia de partículas finas coadyuva a la estabilización de las emulsiones. Surfactantes, partículas finas, presencia de un

material asfáltico y la propia salmuera de la formación o agua salada del fluido de inyección, puede causar membranas rígidas en las interfaces aceite-agua, causando el obturamiento severo de la formación. Estas películas son altamente resistentes y en general difíciles de remover.

2.4.5 Daño por cambio de mojabilidad.²

Está comprobado que un medio poroso mojado por agua facilita el flujo del aceite. Los fluidos que invaden la formación pueden tender a dejar la roca mojada por aceite, lo cual puede producir una disminución en la permeabilidad relativa al aceite. Esto es causado generalmente por surfactantes de tipo catiónico o no iónico contenidos en los fluidos inyectados. Este efecto produce una reducción en la permeabilidad relativa a los hidrocarburos, hasta de un 50%, pudiendo ser mayor en las rocas de más baja permeabilidad.

2.4.6 Daño por precipitación secundaria.^{1,3,5}

La inyección a la formación de fluidos incompatibles, que contienen iones solubles que reaccionan y precipitan sólidos cuando se mezclan con agua de la formación, conduce al obturamiento de los canales porosos por partículas sólidas precipitadas, que puede llegar a ser significativo si las concentraciones de iones incompatibles son altas.

Durante una inyección con ácido a la formación, los óxidos y sulfuros de fierro pueden disolverse y el fierro solubilizado en agua es acarreado a la matriz de la formación. Al gastarse el ácido a pH superiores a 4, el fierro puede precipitarse como un gel de hidróxido de fierro dañando la permeabilidad de la formación.

Otro precipitado secundario que se puede generar en contacto con el ácido y algunos aceites de formación con alto contenido de material asfáltico, son los lodos asfálticos. Este material es altamente viscoso y prácticamente no removible del medio poroso, causando uno de los más severos daños a la formación.

2.5 Criterio de diseño de fluidos para la inyección.^{1,3,4}

Para determinar el fluido que se utilizará en cualquier prueba de inyección, deben tomarse en cuenta los siguientes factores importantes:

1. **Sensibilidad de la formación.** El fluido inyectado debe presentar compatibilidad con la roca de la formación y sus fluidos, de esta manera una formación será sensible si la reacción entre los minerales de la roca y un fluido dado induce a un daño a la formación.
2. **Mineralogía de la formación.** El conocimiento del contenido, tipo, posición y distribución de las arcillas en un yacimiento es muy importante, puesto que esto determina la respuesta de la roca al fluido inyectado.
3. **Petrofísica.** El tipo y distribución de la porosidad y la permeabilidad de la formación, tiene una fuerte influencia en la extensión del daño y en la penetración de los fluidos. Formaciones de alta permeabilidad pueden severamente dañarse por invasión de partículas sólidas o fluidos; en este caso la profundidad del daño puede ser grande.
4. **Temperatura y presión de la formación.** Estos factores deben también considerarse en la selección del fluido de inyección. La temperatura y presión afectarán notablemente las propiedades del fluido.
5. **Fluidos de la formación.** Los fluidos de la formación invariablemente deben considerarse en la selección de un fluido de inyección. En pozos de gas debe evitarse el uso de fluidos base aceite y siempre es preferible usar los fluidos acuosos.
6. **Condiciones del pozo y del intervalo de interés.** El estado mecánico de los pozos, la profundidad del intervalo en explotación y las características del mismo, también deberán tomarse en cuenta, dado que el fluido deberá ajustarse a las limitaciones de presión, geometría y componentes metalúrgicos del pozo.

En base a estas consideraciones, los fluidos que hasta la fecha han dado los mejores resultados para evitar severos daños a la formación, son las salmueras de NaCl, CaCl₂, CaBr₂ y ZnBr₂, que son ampliamente usadas en la terminación de pozos. Sin embargo, no hay una formulación estándar disponible que pueda aplicarse a cada yacimiento. Por lo tanto, el diseño del fluido que se utiliza en cualquier prueba de admisión, durante la terminación o reparación de un pozo deberá ser con base en un estudio detallado de las características del yacimiento.

CAPÍTULO III

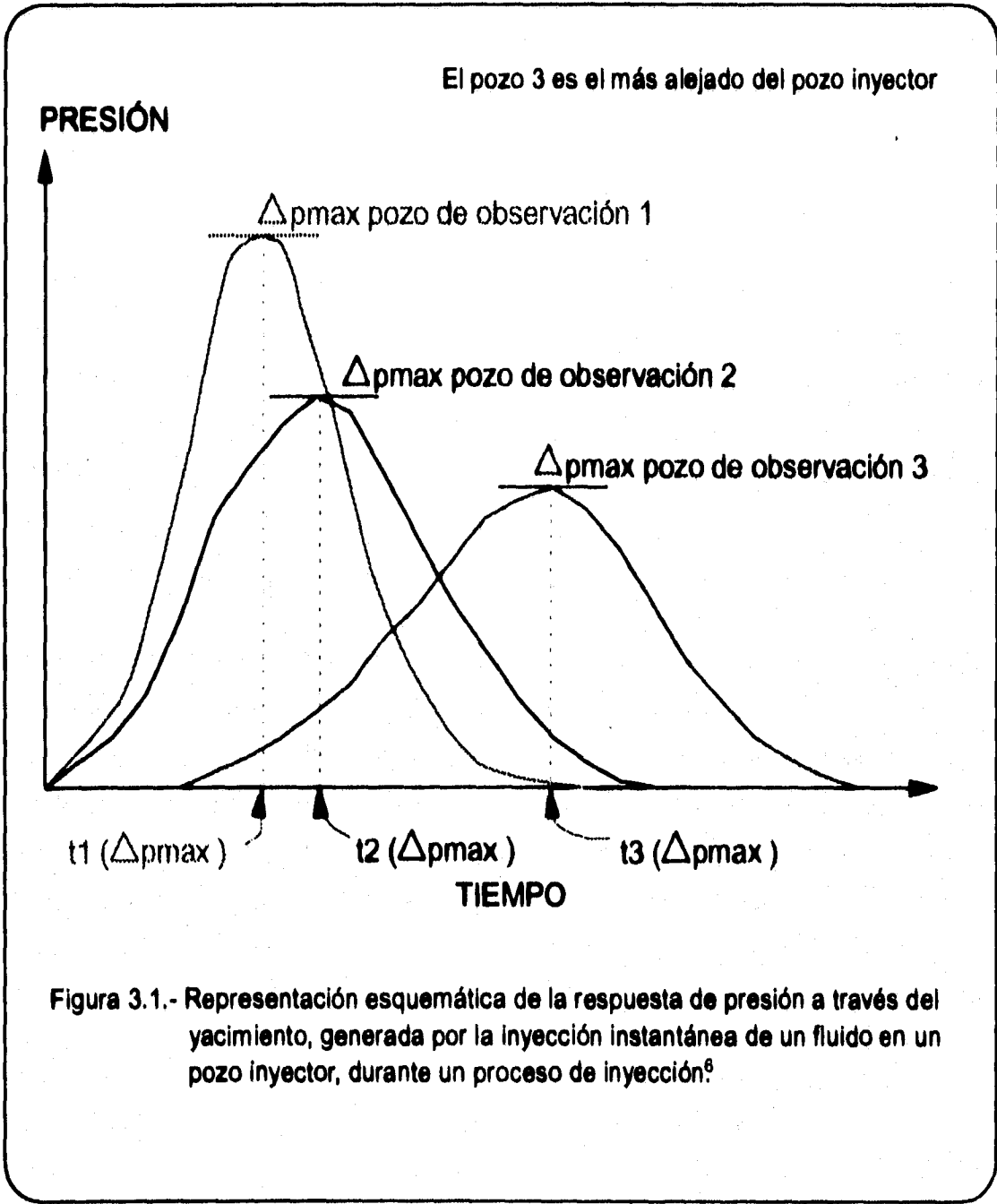
MÉTODOS DE ANÁLISIS DISPONIBLES PARA LA ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS DEL YACIMIENTO, A TRAVÉS DE PRUEBAS DE INYECCIÓN.

3.1 Aplicación del Método de Pruebas de Pulso para Determinar la Posición del Frente de Desplazamiento (Prats, M. y Scott, J. B.).⁶

Esta técnica consiste en un estudio matemático basado en dos zonas (zona invadida y zona no invadida), encontrándose que la posición del frente de desplazamiento se puede determinar razonablemente por la respuesta de un pulso de presión, causado por la inyección instantánea de un volumen de fluido en un pozo inyector. Se consideran frentes de desplazamiento circulares (pero no necesariamente concéntricos al pozo de inyección), relaciones de movilidad ($M = \lambda_1/\lambda_2$) entre 0.1 y 10, relaciones de compresibilidad de los fluidos (c_2/c_1) de 1 a 10, y posiciones del frente de desplazamiento de 1 hasta 100 % la distancia entre pozos.

Durante un proceso de inyección, el valor en que la respuesta de presión es afectada por la posición del frente de desplazamiento, puede investigarse considerando una producción o inyección instantánea de fluido en un pozo inyector, tal perturbación de flujo da origen a una respuesta de presión en los pozos de observación. Como se muestra en la Figura 3.1, los valores máximos de las respuestas de presión medidos en los pozos de observación, disminuyen conforme aumenta la distancia entre los pozos de observación y el pozo de inyección. Similarmente, el tiempo en que el máximo de presión ocurre es mayor, entre más grande sea la distancia de los pozos de observación con el pozo de inyección.

La respuesta de presión medida en cualquier pozo de observación, es la suma de las contribuciones debidas a posibles tendencias de presión en el yacimiento, y al propio pulso de presión. Únicamente se considera el efecto de la posición del frente de desplazamiento y del contraste de movilidad y compresibilidad de los fluidos desplazados y desplazantes, sobre la magnitud del pico de presión y su tiempo de ocurrencia.



En 1944 Jaeger⁷ estableció la solución para un problema de flujo de calor equivalente al de flujo de fluidos en medios porosos, que permitió determinar la respuesta de presión dentro y fuera del frente de desplazamiento, durante un proceso de inyección. En el Apéndice A, se muestra la equivalencia del problema de conducción de calor a el de flujo de fluidos en medios porosos.

Las ecuaciones que describen la respuesta de presión adimensional dentro y fuera del frente de desplazamiento (Figura 3.2) son las siguientes:

$$p_{1D} = \frac{L_D^2 e}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \cos n\theta \int_0^{\infty} \exp\left\{-\frac{L_D^2 F^2 t_D}{4} w^2\right\} J_n(wr_D) J_n(wr_D') G_n(w) w dw, \quad r_D \leq 1 \quad (3.1)$$

$$p_{2D} = \frac{F^2 L_D^2 e}{\pi M} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \cos n\theta \int_0^{\infty} \exp\left\{-\frac{L_D^2 F^2 t_D}{4} w^2\right\} J_n(wr_D') F_n(w) dw, \quad r_D \geq 1 \quad (3.2)$$

Donde:

$$F^2 = M \frac{c_1}{c_2} = \frac{\eta_1}{\eta_2}, \quad (3.3)$$

$$P_{2D} = \frac{\pi L^2 h \phi c_2 e \Delta p_2}{V_1}, \quad (3.4)$$

$$P_{1D} = \frac{\pi L^2 h \phi c_1 e \Delta p_1}{V_1}, \quad (3.5)$$

$$t_D = \frac{4\eta_2 t}{L^2} = \frac{4k_2 t}{\phi \mu_2 c_2 L^2}, \quad (3.6)$$

$$r_D = \frac{r}{r_f}, \quad r_D' = \frac{r'}{r_f}, \quad (3.7)$$

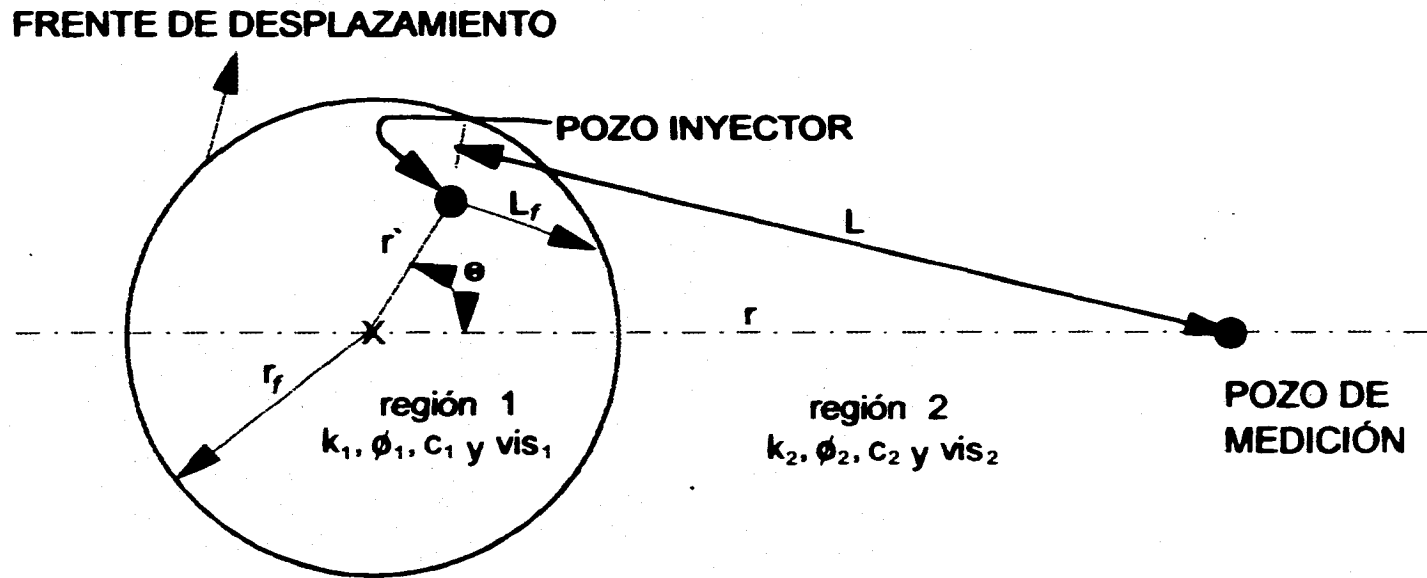


Figura 3.2 Posición del frente de desplazamiento en un proceso de inyección.⁶

$$L_D^2 = \left\{ \frac{L}{r_f} \right\}^2 = r_D^2 + r_D'^2 - 2r_D r_D' \cos \theta, \quad (3.8)$$

$$F_n(w) = \frac{B_n(w)J_n(Fr_D w) - A_n(w)Y_n(Fr_D w)}{A_n^2(w) + B_n^2(w)}, \quad (3.9)$$

Cuando la difusividad hidráulica $\eta = k/\phi\mu c$ y la movilidad $\lambda = k/\mu$ son las mismas en ambas zonas las ecuaciones (3.1) y (3.2) son idénticas y la respuesta de presión está dada por:

$$\Delta p = \frac{V_i \mu}{4\pi k h t} \exp\left\{-\frac{\phi\mu c L^2}{4kt}\right\}, \quad (3.10)$$

que es la respuesta de presión debido a una fuente instantánea, tal como se describe en detalle en el Apéndice B.

Los parámetros del yacimiento requeridos para describir la respuesta del pulso de presión son los siguientes: la movilidad, compresibilidad y difusividad hidráulica. Además de los parámetros del yacimiento mencionados, los resultados también serán afectados por la geometría del sistema. Hay cuatro distancias que caracterizan el desplazamiento, como se muestra en la Figura 3.2; r_f , el radio del frente de desplazamiento; L la distancia conocida entre pozos; r' , distancia entre el pozo inyector y el centro del frente de desplazamiento y r , la distancia entre el centro del frente de desplazamiento y el pozo de medición. Estas cuatro distancias quedan resumidas en tres parámetros geométricos, dados por las ecuaciones (3.7) y (3.8). Por otra parte, los resultados estarán en función de cinco parámetros, dos describiendo las propiedades del yacimiento (ecuación 3.3), y tres describiendo su geometría (ecuaciones 3.7 y 3.8).

El propósito de usar las pruebas pulsantes durante operaciones de inyección es determinar la distancia entre el pozo inyector y el frente de desplazamiento en la dirección del pozo de medición. Esta cantidad es denotada por L_f , la cual se determina cuando r' , r_f , L y r son conocidas.

El presente trabajo se concentró en la solución de la ecuación (3.2) cuya función es describir el comportamiento de la presión en la región 2 (Figura 3.2). El desarrollo de la ecuación (3.1) nos permitirá describir el comportamiento de la presión en la región invadida por el fluido inyectado (región 1), durante una prueba de admisión, considerando el caso real en que el fluido inyectado sea diferente al fluido contenido en la formación.

3.2 Análisis de las Pruebas de Presión a Través del Uso de la Respuesta de Fuentes Instantáneas (Cinco Ley y Cols.)⁸

Esta técnica se basa en la respuesta instantánea de presión de una fuente, permitiendo el cálculo de la primera y segunda derivada de la función influencia del sistema pozo yacimiento. Esta información es básica en la identificación de los diferentes regímenes de flujo ocurridos durante la prueba. Este método elimina el efecto de variación del gasto sobre los datos de incremento de presión.

Se ha establecido que una gráfica log-log de la función derivada de la presión contra el tiempo es una herramienta efectiva en la identificación de los regímenes de flujo. Estos regímenes de flujo exhiben líneas rectas de una cierta pendiente, y son; radial, lineal, bilineal, esférico y pseudo-estacionario y las pendientes son igual a cero, 0.5, 0.25, -0.5, y 1, respectivamente, como se muestra en la Figura 3.3. Este tipo de gráfica puede ser aplicada para la función influencia calculada a partir de datos de presión de cualquier tipo de prueba. Una vez calculada la función influencia, se pueden identificar los regímenes de flujo presentes en la prueba.

3.2.1 Respuesta de presión para una extracción instantánea de fluido de la formación.

El punto de partida en estos casos es el concepto de "fuente instantánea". Este concepto implica una extracción o liberación repentina de fluido de una fuente en el yacimiento creando un cambio de presión a lo largo del sistema. La caída de presión está dada, de acuerdo a Gringarten y Ramey⁹, por:

$$\Delta p_{inst.} = \frac{QS(t - t_o, M, M_o)}{\phi c_t}, \quad (3.11)$$

donde Q es la cantidad de fluido extraído o inyectado, M es el punto de observación y M_o representa la posición de la fuente; S es la función fuente y depende de la geometría de la fuente y parámetros del yacimiento. En la práctica, a un tiempo t_p se extrae una cantidad Q de fluido del yacimiento; la caída de presión después de extraer el fluido puede expresarse como sigue:

$$\Delta p_{tp} = \frac{1}{\phi c_t} \left\{ \int_{t_o - t_p/2}^{t_o + t_p/2} q(\tau) S(t - \tau, M, M_o) d\tau \right\}, \quad (3.12)$$

Es obvio que Δp_{tp} tiende a $\Delta p_{inst.}$ conforme se incrementa el tiempo, esto es:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \Delta p_{tp} = \Delta p_{inst.}, \quad (3.13)$$

que es equivalente a:

$$\lim_{t_p \rightarrow 0} \Delta p_{tp} = \Delta p_{inst.}, \quad (3.14)$$

La respuesta de presión después de extraer el fluido depende de la geometría del sistema. En algunos casos la respuesta de presión puede incluir varios regímenes de flujo. La Figura 3.4 muestra una gráfica de la relación $\Delta p_{tp} / \Delta p_{inst.}$ contra $\Delta t / t_p$ para diferentes geometrías de flujo. Se observa que para fines prácticos, la caída de presión causada por una fuente continua es igual a la caída de presión creada por una fuente instantánea para valores de tiempos mayores de $2t_p$.

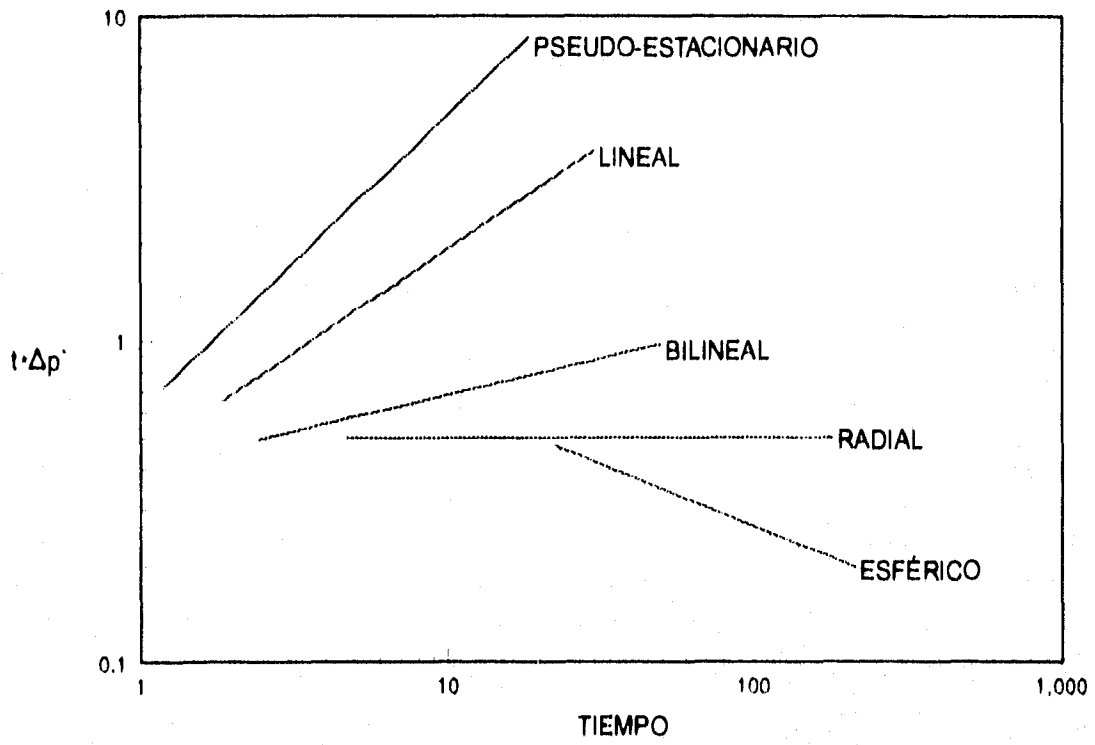


Figura 3.3.- Gráfica para identificar regímenes de flujo.⁸

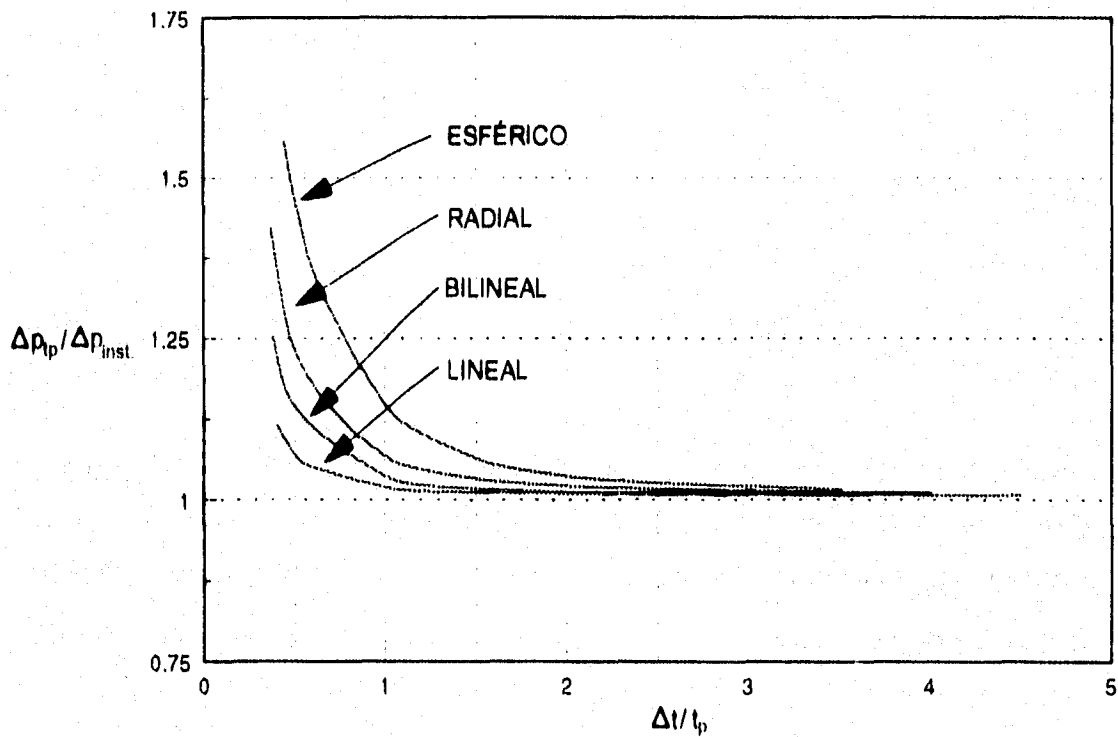


Figura 3.4.- Relación de la caída de presión para diferentes regímenes de flujo.⁸

De acuerdo con el principio de superposición, la caída de presión causada por una fuente continua puede ser expresada en términos de la función influencia como sigue:

Si $q(\tau)[H\{\tau - (t_0 - t_p/2)\} - H\{\tau - (t_0 + t_p/2)\}]$, entonces:

$$\Delta p_{tp} = \int_{t_0 - t_p/2}^{t_0 + t_p/2} q(\tau) \frac{\partial \Delta p_1(t - \tau)}{\partial \tau} d\tau \quad (3.15)$$

igualando las ecuaciones (3.12) y (3.15) tenemos:

$$\frac{1}{\phi c_i} S(t, M, M_o) = \frac{\partial \Delta p_1(t)}{\partial t} \quad (3.16)$$

De (3.11) se observa que si $\Delta p_{tp} \rightarrow \Delta p_{inst}$, la derivada de la función influencia puede ser expresada por:

$$\frac{\partial \Delta p_1}{\partial t} \approx \frac{1}{Q} \Delta p_{tp} \quad (3.17)$$

3.2.2 Aplicaciones en el análisis de pruebas de pozo.

La estimación de la derivada de la función influencia a partir de mediciones de presión utilizando la aproximación de fuentes instantáneas, es apropiada para el análisis de datos de incremento o decremento de presión en pozos inyectoros, DST y multiprobadores de formación (RFT). La ecuación (3.17) se puede aplicar para este propósito con tiempos de cierre mayores que $2t_p$ como sigue:

$$\frac{\partial \Delta p_1}{\partial t} \left\{ \Delta t + t_p / 2 \right\} = \frac{1}{24Q} \{ p_i - p_{wi}(\Delta t) \} \quad (3.18)$$

3.2.3 Cálculo de la presión inicial.

Este problema se debe resolver usando la segunda derivada de la función influencia. De la ecuación (3.18) tenemos que:

$$\frac{\partial^2 \Delta p_i(\Delta t + t_p / 2)}{\partial t^2} = -\frac{1}{24Q} \frac{\partial p_{ws}(\Delta t)}{\partial t}, \quad \text{para } \Delta t \geq 2t_p \quad (3.19)$$

La presión inicial puede ser calculada a partir de los datos de un régimen de flujo dado, utilizando la ecuación siguiente:

$$p_i = p_{ws}(\Delta t) - (\Delta t + t_p / 2) \frac{1}{(n-1)} \frac{\partial p_{ws}(\Delta t)}{\partial t}, \quad (3.20)$$

donde n es la pendiente de la porción de la recta. Una vez calculada la presión inicial, la primera derivada de la función influencia puede estimarse utilizando la ecuación (3.18).

3.3 Prueba de Impulso (Ayoub, J. A., Bourdet D. P. y Chauvel, Y. L.)¹⁰

Cuando una formación se somete a una fuente instantánea de fuerza o impulso unitario, la variación de presión resultante con respecto al tiempo se expresan por medio de las funciones de Green, discutidas por Gringarten y Ramey.⁹ Matemáticamente las funciones de Green son las derivadas con respecto al tiempo de las soluciones de presión adimensional, presentadas frecuentemente como curvas tipo. Si se somete una formación a una fuente instantánea de unidad de fuerza, las variaciones subsecuentes de presión serán semejantes a las de la curva tipo de la derivada de presión, correspondiente al caso de interés.

3.3.1 Método de análisis.

En la práctica, el gasto acumulativo de inyección, o sea el impulso no es instantáneo. Es decir, prácticamente se necesita una duración finita para producir o inyectar una cantidad de fluido suficientemente grande, de tal forma de poder crear una perturbación de presión medible en un

tiempo suficientemente largo. Consecuentemente, los datos no seguirán la respuesta de la derivada hasta que el tiempo para la producción del impulso llegue a ser pequeño comparado con la duración de la prueba. Cuando esta condición se satisface o cuando la duración del impulso es instantánea, la respuesta de presión puede escribirse como:

$$(p_i - p)\Delta t = \frac{3388.8Q_i\mu}{kh} p'_D, \quad \text{para } \Delta t > t_p \quad (3.21)$$

Durante el período de producción, las variaciones de presión están dadas por la ecuación:

$$(p_i - p) = \frac{141.2qB\mu}{kh} p_D, \quad \text{para } \Delta t \leq t_p \quad (3.22)$$

Multiplicando la variación de presión durante el período de impulso por la duración del impulso, como sigue:

$$(p_i - p)t_p = \frac{3388.8Q_i\mu}{kh} p_D, \quad \text{para } \Delta t \leq t_p \quad (3.23)$$

Los resultados graficados en papel log-log pueden ajustarse directamente sobre las curvas tipo existentes de presión y derivada de presión.

Esta técnica de análisis es ventajosa para un impulso muy corto (idealmente instantáneo, podría en la práctica ser unos pocos minutos). La amplitud de la variación de presión durante y después de la producción del impulso dependerá de las características de la formación y de la cantidad total de fluido producido o inyectado. La alta transmisibilidad de un yacimiento, requiere gran cantidad de fluido inyectado o producido para crear una amplitud determinada de variación de presión. Por lo tanto, la prueba de impulso no será adecuada para un análisis cuantitativo de un yacimiento con altos valores de transmisibilidad, sin embargo, una interpretación cualitativa será de gran utilidad. Este método proporciona una evaluación de bajo costo para los parámetros de la formación, antes de la terminación del pozo.

3.4 Determinación de la Permeabilidad de la Formación Usando Inyección Impulso o Fractura Impulso (Gu, H., Elbel, J., Nolte, A. C. y Abousleiman, Y.)¹¹

La "fractura impulso" es una prueba de inyección a una presión superior a la de fracturamiento de la formación, que se utiliza para determinar la permeabilidad de la formación y la presión del yacimiento. La prueba consiste en la inyección de un volumen pequeño de agua para crear una fractura corta, y un período de cierre posterior para registrar la declinación de presión. La declinación de presión después del cierre de la fractura se utiliza para estimar la permeabilidad y la presión del yacimiento. La fractura debe sobrepasar el área dañada y exponer la formación virgen a flujo transitorio.

La teoría y análisis de la fractura impulso se basan en una solución de fuente instantánea para la ecuación de difusión. Cuando la duración del período de inyección es corta comparada con el tiempo de cierre, la inyección puede ser considerada como una fuente instantánea. El régimen de flujo de la prueba se puede identificar con base a las características de la solución de fuente instantánea, y de esta manera poder deducir los parámetros físicos del yacimiento.

3.4.1 Teoría y análisis.

La presión del yacimiento después de una producción o inyección instantánea puede ser descrita por la solución de línea fuente instantánea para la ecuación de difusión, en la forma siguiente:

$$\Delta p(r, \Delta t) = \frac{V_i \mu}{4\pi kh\Delta t} e^{-\frac{\phi \mu c_f r^2}{4k\Delta t}}, \quad (3.24)$$

Para una fractura, el comportamiento de la declinación de presión para condiciones posteriores a la inyección para Δt grandes, después de que la fractura se ha cerrado, la ecuación (3.24) se puede expresar por:

$$\Delta p \approx \frac{V_i \mu}{4\pi kh} \frac{1}{\Delta t}, \quad (3.25)$$

De la ecuación (3.25), una gráfica log-log de Δp contra Δt tendrá una línea de pendiente unitaria. A tiempos largos de cierre, la línea de pendiente unitaria es la forma de la respuesta de una fuente instantánea para condiciones de flujo radial.

Para una fractura creada por la inyección, la pérdida de fluido a través de ella hacia la formación antes del cierre de la fractura, puede considerarse como una distribución de fuentes instantáneas a lo largo de la fractura. La presión del pozo puede expresarse por medio de la siguiente ecuación:

$$\Delta p = \frac{\mu}{4\pi kh} \int_{-x_f}^{x_f} \int_0^{r_o(x')} \frac{q_L(x', t')}{t-t'} e^{-\frac{\phi \mu c_f x'^2}{4k(t-t')}} dt' dx', \quad (3.26)$$

A tiempos largos, la función exponencial de la ecuación (3.26) se aproxima a la unidad, $t-t'$ se aproxima comúnmente a un tiempo transcurrido Δt , y la ecuación (3.26) se reduce a:

$$\Delta p = \frac{\mu}{4\pi kh \Delta t} \int_{-x_f}^{x_f} \int_0^{r_o(x')} q_L(x', t') dt' dx', \quad (3.27)$$

La integral en la ecuación (3.27) es el volumen total de pérdida de fluido en la fractura, el cual es igual al volumen inyectado V_i . Por lo tanto, esta última ecuación se reduce a la ecuación (3.25). Esto significa, que el comportamiento de la presión a tiempos largos después del cierre de la fractura, queda expresado por la solución para una fuente instantánea, independientemente de si la formación se fracturó o no durante la inyección.

Derivando la ecuación (3.25) con respecto a $\ln(\Delta t)$, tenemos:

$$-\frac{dp}{d(\ln \Delta t)} \approx \frac{V_i \mu}{4\pi kh} \frac{1}{\Delta t}, \quad (3.28)$$

El lado derecho de la ecuación (3.28) es igual al de la ecuación (3.25). Por lo tanto, la derivada de presión $dp/d(\ln \Delta t)$ a tiempos largos también tiene una línea de pendiente unitaria, la cual coincide con la curva de presión. Esta propiedad se puede usar en una gráfica de diagnóstico cuando la presión del yacimiento p_i no se conoce.

Si la presión p se grafica contra $1/\Delta t$ en coordenadas cartesianas, la porción de la curva a tiempos largos debe seguir una línea recta. La permeabilidad k se puede determinar a partir de la pendiente m de la línea recta por medio de la expresión siguiente:

$$k = \frac{V_i \mu}{4\pi hm}, \quad (3.29)$$

La presión del yacimiento se puede determinar con la intersección de la extrapolación de la línea recta con el eje $1/\Delta t = 0$.

Este método supone que la fractura creada en el yacimiento por una inyección de fluido, tiene una altura constante la cual es igual al espesor del yacimiento. También se supone que las propiedades del fluido inyectado son las mismas que las del fluido del yacimiento.

3.5 Interpretación de Pruebas de Inyección Usando Datos de Gasto y Presión (Ramakrishnan, T. S. y Kuchuk, F. J.).¹⁴

Las pruebas de inyección a través de la interpretación de datos de gasto y presión, pueden dar información tal como la movilidad efectiva de los fluidos, daño del pozo y cambios de saturación durante la inyección.

Una prueba de inyección/abatimiento es semejante a una prueba convencional de producción/incremento, presentándose la diferencia principal entre las dos debido a que la zona invadida por el fluido inyectado es pequeña (prueba de admisión), además de que las propiedades del fluido inyectado y los fluidos de la formación son generalmente diferentes.

El método consiste en una prueba de inyección que permita excitar al yacimiento, secuencial y continuamente, para mantenerlo bajo fuertes condiciones transitorias. Considera un modelo de dos zonas que provee la descripción más simple posible de lo que ocurre durante una prueba de inyección, Figura 3.5a. Además, considera inyección de agua en un pozo totalmente penetrante en un yacimiento homogéneo de espesor uniforme, los fluidos de la formación y el fluido inyectado tienen compresibilidades constantes y que la inyección ocurre a un gasto bajo.

3.5.1 Teoría y análisis.

Las ecuaciones que gobiernan el flujo simultáneo de dos fluidos compresibles son no-lineales, por lo tanto, las soluciones analíticas exactas no se pueden obtener fácilmente. Sin embargo, usando ciertas consideraciones prácticas relacionadas con este problema, se pueden derivar ecuaciones que constituyen aproximaciones excelentes.

De acuerdo a las consideraciones mencionadas las ecuaciones que describen la continuidad del agua y del aceite son:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \lambda_w \rho_w \frac{\partial p}{\partial r} \right] = \frac{\partial}{\partial t} [\phi S_w \rho_w], \quad (3.30)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \lambda_o \rho_o \frac{\partial p}{\partial r} \right] = \frac{\partial}{\partial t} [\phi S_o \rho_o], \quad (3.31)$$

Los subíndices w y o denotan las propiedades del agua y del aceite. λ , ρ y S son la movilidad, densidad y saturación, respectivamente.

Suponiendo que t_{ch} sea la escala de tiempo de inyección característico hasta que el pozo se cierra para que $t_D = t/t_{ch}$. Para esta escala de tiempo característico, se define la longitud radial característica a la que se ha desplazado la onda de presión, en la forma siguiente:

$$r_{ch} = \sqrt{\frac{\sqrt{\lambda^w \lambda^o} t_{ch}}{\phi \sqrt{c^w c^o}}}, \quad (3.32)$$

donde λ^w y c^w representan la movilidad y compresibilidad de la zona invadida por la inyección de agua y, λ^o y c^o representan la movilidad y la compresibilidad de la zona no invadida durante la inyección.

de esta manera $r_D = r/r_{ch}$. La escala de presión característica se define como:

$$p_{ch} = \frac{q_{ch}}{2\pi h \lambda^w}, \quad (3.33)$$

para que $p_D = p/p_{ch}$. Donde el gasto característico q_{ch} , es el gasto típico de inyección que puede tomarse como el valor máximo registrado. Sustituyendo estas variables adimensionales en las ecuaciones (3.30) y (3.31), las ecuaciones que gobiernan la presión y la saturación que describen completamente el sistema son:

$$\frac{1}{r_D} \frac{\partial}{\partial r_D} \left(r_D \lambda_D \frac{\partial p_D}{\partial r_D} \right) + \tilde{\epsilon} \frac{c_\lambda}{(c^w c^o)^{1/2}} \left(\frac{\partial p_D}{\partial r_D} \right)^2 = \frac{c}{(c^w c^o)^{1/2}} \frac{\partial p_D}{\partial t_D}, \quad (3.34)$$

$$\frac{1}{r_D} \frac{\partial}{\partial r_D} [r_D \lambda_{wD} \rho_{wD}] = \frac{1}{\tilde{\epsilon}} \frac{\partial}{\partial t_D} [S_w \rho_{wD}], \quad (3.35)$$

donde:

$$\tilde{\epsilon} = \sqrt{c^w c^o} p_{ch} \ll 1$$

$$c_\lambda = (c_w \lambda_w + c_o \lambda_o) / \sqrt{\lambda^w \lambda^o}$$

$$c = (c_w S_w + c_o S_o)$$

$$\lambda_D = (\lambda_w + \lambda_o) / \sqrt{\lambda^w \lambda^o}$$

La densidad adimensional, ρ_{wD} se obtiene empleando la densidad del agua a presión inicial del yacimiento, ρ_w^0 .

Empleando el análisis de perturbación de Ramakrishnan y Kuchuk¹² se obtiene la expresión siguiente para la ubicación del frente de invasión:

$$\zeta_D = \sqrt{r_{wD}^2 + \varepsilon \int_0^{\zeta_D} q_D(v) dv}, \quad (3.36)$$

Para localizar el frente, se puede demostrar que ε es directamente proporcional a $\bar{\varepsilon}$, el producto presión compresibilidad, que es usado como parámetro de perturbación para derivar las ecuaciones de interpretación para pruebas de presión en que se presentan condiciones de flujo multifásico. Así, ε está dado por la ecuación siguiente:

$$\varepsilon = \frac{q_{ch}}{\pi h \Delta S_w} \sqrt{\frac{c^i c^u}{\lambda^i \lambda^u}}, \quad (3.37)$$

en un modelo de dos zonas, i y u se suponen como la propiedad que refleja el promedio de la zona invadida y la zona no invadida en una prueba de inyección.

La ecuación de saturación puede resolverse separadamente de la ecuación de presión; sin embargo, el perfil así obtenido es una función del tiempo. Para gasto variable, cuando la difusión de presión es importante, el cambio de saturación resulta invariable con el tiempo. Así, ζ_D , que varía lentamente en función del tiempo, puede tratarse como un parámetro mientras se resuelve para la presión, y la variación en función del tiempo puede incluirse después de obtener una solución para la presión. Este problema se resuelve utilizando la transformada de Laplace. Para un modelo de dos zonas la solución de la presión en el pozo en el dominio del espacio de Laplace es:

$$\bar{p}_D^i(r_{wD}) = \bar{q}_D(z) \bar{p}_{Dp}^i(r_{wD}, z; \zeta_D), \quad (3.38)$$

donde \bar{p}_{Dp}^i es una respuesta del impulso unitario en la zona invadida. Para un medio infinito, se puede obtener una aproximación excelente de \bar{p}_{Dp}^i mediante el uso de una solución de línea fuente con $r_D = 0$ para calcular la presión en el pozo.

3.5.2 Factor de daño y almacenamiento.

Suponiendo que las mediciones del gasto y presión se realizan en un sitio cercano a la cima de la formación, considerando el almacenamiento y el factor de daño, la ecuación (3.38) se transforma en:

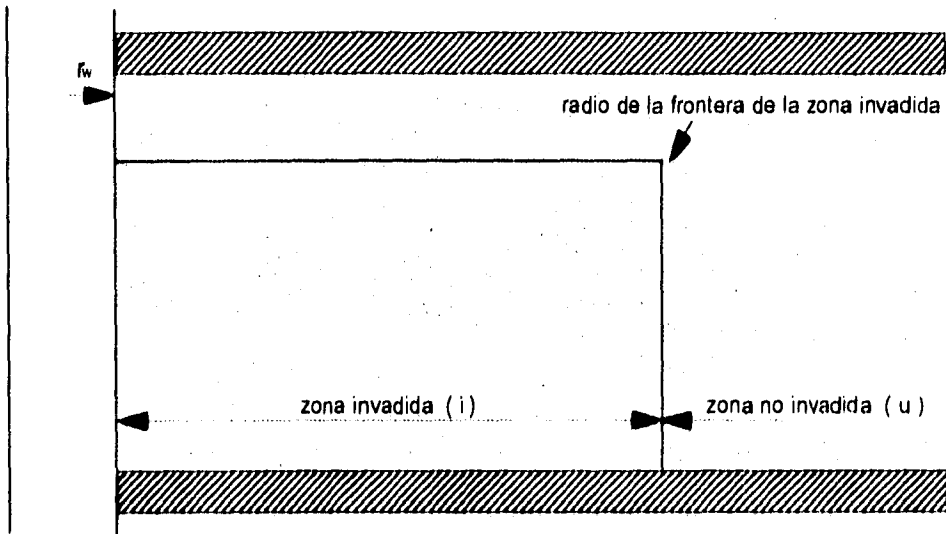
$$\bar{p}_{wD} = \bar{q}_D \left(\frac{\bar{p}_{Dp}^i(r_{wD}) + s}{1 + \alpha z \bar{p}_{Dp}^i(r_{wD}) + \alpha z s} \right), \quad (3.39)$$

donde la constante adimensional de almacenamiento es $\alpha = r_D^2 L \psi / 2h\phi$. L es la distancia entre el registrador y la formación y ψ es la relación de difusividad $= \sqrt{c^i \lambda^u / c^u \lambda^i}$. La ecuación (3.39) proporciona resultados satisfactorios para condiciones en que el factor de daño es positivo. Para el modelo de dos zonas existen dos soluciones para la presión del pozo.¹⁴ La primera en donde el radio de la zona dañada es menor que el radio de la zona invadida (Figura 3.5.b ($r_{iD} < \zeta_D$)) y la segunda en donde el radio de la zona dañada es mayor que el radio de la zona invadida (Figura 3.5.c ($r_{iD} > \zeta_D$)).

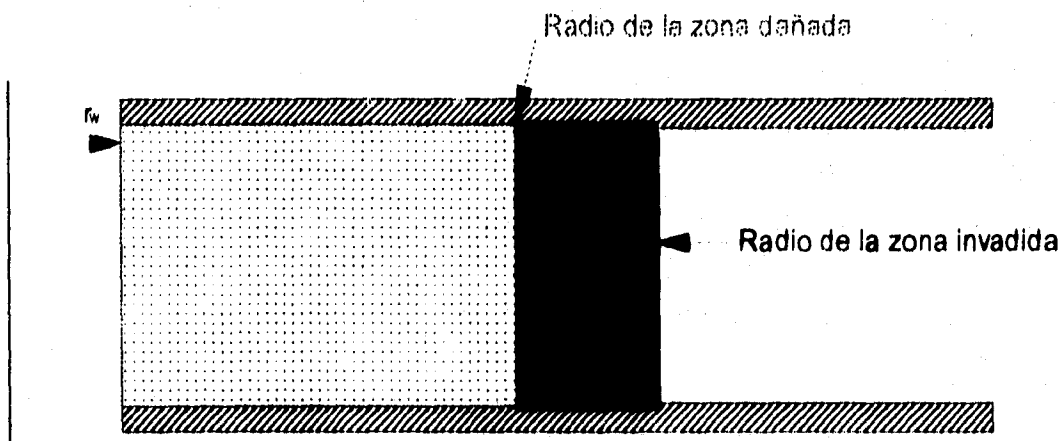
Incluyendo el almacenamiento del pozo y considerando que un fluido único llena completamente el pozo, la ecuación (3.36) finalmente quedará:

$$\zeta_D = \sqrt{r_{wD}^2 + \epsilon \int_0^{iD} q_D(v) dv - \epsilon \alpha \frac{P_m}{P_{ch}}}, \quad (3.40)$$

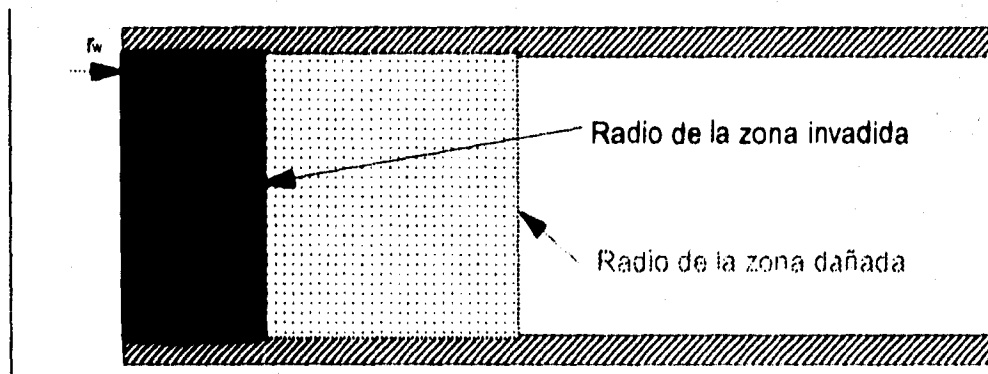
En general, con cada cambio en el gasto durante la inyección, el flujo se establece primeramente en la zona invadida y luego en la no-invadida. Después de un tiempo suficiente, debido al aumento



(a) Representación de la inyección de agua en un modelo de dos zonas.



(b) El radio de la zona dañada es menor que el radio de la zona invadida durante la inyección.



(c) El radio de la zona dañada es mayor que el radio de la zona invadida durante la inyección.

Fig: 3.5.- Modelo de dos zonas.⁴

continuo de la zona invadida, el cambio de presión en el pozo inyector se determina únicamente por la zona invadida. Este problema puede resolverse a partir de la solución a gasto constante, donde es obvio que la presión en el frente de saturación es constante.¹¹ Para condiciones de la prueba a gasto variable, la respuesta de presión contempla información acerca de los parámetros de la zona invadida y no-invadida.

3.6 Pruebas Transitorias de Presión en Pozos Inyectores de Agua (Maghsood, A. y Medhat, K.)²⁰

Las pruebas de presión transitoria consideradas como de abatimiento, son comúnmente efectuadas con el propósito de detectar el daño cerca del pozo, para determinar la presión promedio del yacimiento y para determinar la permeabilidad de la formación. Además, el análisis apropiado de estas pruebas conduce a la determinación de la distribución de saturación alrededor del pozo de inyección, monitoreo del movimiento de la zona invadida y para evaluar los pozos inyectores y cambios de presión promedio con el tiempo.

3.6.1 Solución exacta del abatimiento para un modelo de dos zonas.

Para determinar la solución exacta del abatimiento para un modelo de dos zonas, se considera que las propiedades de los fluidos que contienen las dos zonas (Figura 3.5) son constantes, pero cambian severamente en el frente de invasión. Además, se supone lo siguiente: (1) el yacimiento es homogéneo e isotrópico, (2) el yacimiento consiste de una capa única con espesor constante, (3) los fluidos son ligeramente compresibles, (4) el flujo es isotérmico y (5) los efectos gravitacionales son despreciables.

Dos soluciones son presentadas para el período de abatimiento, una considera que la interfase permanece estacionaria después del cierre y la otra que permite su movimiento.

Solución para el período de abatimiento donde la interfase permanece estacionaria:²⁰

$$p_{1D} = \left[\frac{1}{(2\Delta t_D)} \right] \int_0^{a_D} x g_1(x) e^{-(r_w^2 + r^2)/4t_D} I_0 \left(\frac{xr_D}{2\Delta t_D} \right) dx + \zeta^{-1} \left[\psi I_0(r_D \sqrt{z}) \right], \quad (3.41)$$

donde: $r_D = r/r_w$ y g_i representa la distribución de presión en la zona invadida al final del período de inyección, dada por la expresión siguiente:

$$g_i(r_D) = 1/2 \left\{ -Ei\left(-\frac{r_D^2}{4t_{iD}}\right) + Ei(-\beta) - Me^{-\beta(1-F_n)} Ei(-F_n\beta) \right\} \quad (3.42)$$

donde β es obtenido por:

$$\beta e^\beta = \frac{-(ic_{11})}{4\pi\lambda_1 h(S_1 - S_2)} \quad (3.43)$$

La solución para el período de abatimiento que permite que la interfase se mueva, puede expresarse por medio de la siguiente expresión:²⁰

$$\begin{aligned} \frac{da_D}{d\Delta t_D} = \frac{\alpha}{4\Delta t_D^2} \int_0^{a_p} x g_i(x) e^{-(a_D^2 + x^2)/(4\Delta t_D)} [a_D I_0(xa_D/2\Delta t_D) - x I_1(xa_D/2\Delta t_D)] dx \\ + \zeta^{-1} [\psi \sqrt{z} I_1(a_D \sqrt{z})] \end{aligned} \quad (3.44)$$

Las soluciones del abatimiento (3.41) y (3.44) son convertidas al espacio de tiempo real utilizando la rutina de inversión numérica de Stehfest.²¹ La comparación entre los resultados que consideran a la interfase estacionaria y móvil, muestra que las dos soluciones producen esencialmente los mismos resultados. Maghsood y Medhat²⁰ muestran en su Figura 3 que la solución para el período de abatimiento, para ambas interfases, estacionaria y con movimiento, es la misma.

3.6.2 Solución para el abatimiento considerando gasto de inyección variable.

El modelo de superposición ofrece un método útil para generar una solución aproximada para el problema de inyección con frontera móvil, con un gasto variable de inyección. La solución aproximada está dada por la expresión siguiente:²⁰

$$p_D(t_D) = \sum_{j=1}^n (i_{jD} - i_{j-1D}) p_{cD}(t_D - t_{j-1D}), \quad (3.45)$$

donde $i_{jD} = i_j / i_{ref}$ e i_{ref} es el gasto de referencia usado en la definición de la escala de presión adimensional. La ubicación del frente de invasión debido a la diferencia de fluidos, p_{cD} , es función del volumen inyectado de agua en el tiempo t_D . La ecuación (3.45) se aplica a ambos períodos de inyección y cierre, porque incluye el movimiento de la interfase y el efecto de gasto variable. Para una prueba de abatimiento, posterior a una inyección a gasto constante, esta ecuación se reduce a la siguiente:

$$p_{D(abat)} = p_{cD}(t_{ID} + \Delta t_D) - p_{cD}(\Delta t_D), \quad (3.46)$$

3.7 Inyección de Agua Fría en un Yacimiento Geotérmico de Una y Dos Fases (S. K. Garg y J. W. Pritchett).²¹

La prueba de inyección de agua fría en un pozo geotérmico consiste en registrar la presión durante y después de la inyección. Esta inyección resulta en la propagación de un frente frío cuyo radio se incrementa en proporción a la raíz cuadrada del tiempo; durante la subsecuente fase de abatimiento, el frente frío es estacionario. En un yacimiento de dos fases, un frente de condensación se mueve adelante del frente frío; el radio del frente de condensación también aumenta en proporción a la raíz cuadrada del tiempo, pero el frente de condensación no permanece estacionario durante la fase de abatimiento.

Se considera que la inyección se realiza en un pozo ubicado en un yacimiento infinito, que penetra totalmente la formación de espesor h . Se desprecia cualquier variación en propiedades del fluido o de la formación en la dirección vertical. En el tiempo $t = 0$, se comienza a inyectar agua fría a una temperatura T_c en el pozo, a un gasto másico de inyección constante, \dot{M} . La inyección de agua fría termina después de un tiempo t_{iny} . La inyección de agua fría produce la propagación

de un frente térmico en el yacimiento. Considerando que: (1) la roca del yacimiento y el fluido contenido en los poros están en equilibrio térmico, y (2) la conducción global de calor es despreciable, la ubicación radial del frente térmico en el tiempo $t < t_{iny}$ es dada por:

$$r_{thm} = \sqrt{(\eta t)}, \quad (3.47)$$

donde:

$$\eta = \frac{\dot{M}}{\pi h \rho_c} \frac{(\rho_c)_i}{(1-\phi)(\rho_c)_r + \phi(\rho_c)_i}, \quad (3.48)$$

ρ_c = densidad del agua inyectada, $(\rho_c)_r$ = calor específico de la formación por unidad de volumen de formación y $(\rho_c)_i$ = calor específico del agua por unidad de volumen de líquido.

La ubicación del centro de condensación en el tiempo $t < t_{iny}$ puede expresarse por:

$$r_{cond} = \sqrt{\lambda t}, \quad (3.49)$$

Donde λ es una constante indeterminada. Bajo condiciones de dos fases, la presión del fluido (p) es función únicamente de la temperatura (T) y la presión p^* y temperatura T^* en el frente de condensación deben ser más altas que la presión inicial p_i y la temperatura inicial del yacimiento T_i .

En el caso de inyección de agua fría en un yacimiento que contiene fluidos en una sola fase, el yacimiento contiene agua fría con una temperatura T_{iny} (temperatura del agua inyectada) para $r \leq r_{thm}$, y agua caliente con temperatura T_i para $r \geq r_{thm}$. El comportamiento de presión en estas dos regiones de flujo es gobernado por la expresión siguiente:

$$\frac{\partial p_j}{\partial t} - D_j \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{\partial p_j}{\partial r} \right] = 0, \quad (3.50)$$

donde $j = 1$ y 2 denotan las regiones de agua fría y agua caliente, respectivamente. La difusividad $D_j (j = 1, 2)$ está dada por la ecuación (3.51):

$$D_j = \frac{k}{\phi \rho_j v_j c_j}, \quad j = 1, 2 \quad (3.51)$$

donde ρ_j y v_j denotan la densidad y la viscosidad cinemática, respectivamente. La compresibilidad total de la formación c_j se relaciona con la compresibilidad uniaxial de la formación c_m y la compresibilidad del líquido c_{wj} , como sigue:

$$c_j = \frac{c_m}{\phi + c_{wj}}, \quad j = 1, 2 \quad (3.52)$$

Las condiciones de continuidad de presión y flujo másico en el frente térmico (r_{thm}) están dadas por las expresiones siguientes:

$$\frac{k}{v_1} \frac{\partial p_1}{\partial r} = \left[\frac{k}{v_2} \right] \frac{\partial p_2}{\partial r}, \quad p_1 = p_2, \quad (3.53)$$

Las ecuaciones (3.47), (3.50) y (3.53) describen la inyección de agua fría en un yacimiento de agua caliente.

CAPÍTULO IV

METODOLOGÍA DE ANÁLISIS PROPUESTA PARA LA DETERMINACIÓN DE LOS PARÁMETROS DEL YACIMIENTO.

4.1 Antecedentes.

El método de análisis que aquí se propone surge de un estudio matemático sobre la inyección de agua en un yacimiento representado por un modelo de dos zonas (zona invadida y zona no-invasada), en una geometría de dos pozos (inyector y de medición), Figura 3.2, realizado por Prats y Scott.⁶ Ellos partieron de las discusiones ya formuladas por Jaeger⁷ sobre conducción de calor, para obtener las ecuaciones que describen la respuesta de presión adimensional durante un proceso de inyección dentro y fuera del frente de invasión, de manera que pudieron seguir el progreso del frente de invasión en la dirección del pozo de medición por la respuesta de un pulso de presión generado por la inyección.

Las ecuaciones que describen el comportamiento de presión dentro y fuera del frente de invasión, causado por una inyección instantánea de un volumen de fluido por unidad de espesor de formación, se expresan en la forma siguiente:

$$p_{1D} = \frac{L_D^2 e}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \cos n\theta \int_0^{\infty} \exp\left\{-\frac{L_D^2 F^2 t_D}{4} w^2\right\} J_n(wr_D) J_n(wr_D') G_n(w) w dw, \quad r_D \leq 1 \quad (4.1)$$

$$p_{2D} = \frac{F^2 L_D^2 e}{\pi M} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \cos n\theta \int_0^{\infty} \exp\left\{-\frac{L_D^2 F^2 t_D}{4} w^2\right\} J_n(wr_D') F_n(w) dw, \quad r_D \geq 1 \quad (4.2)$$

donde:

$$F_n(w) = \frac{B_n(w) J_n(Fr_D w) - A_n(w) Y_n(Fr_D w)}{A_n^2(w) + B_n^2(w)}, \quad (4.3)$$

En el Apéndice A se muestra el paso de la ecuación de conducción de calor⁷ a la ecuación de flujo de fluidos en medios porosos,⁶ para el caso de la región invadida (ecuación 4.1). La obtención de la ecuación (4.2) se hace en forma similar.

Cuando se considera que las propiedades del fluido inyectado son iguales a las del fluido del yacimiento ($M = 1$, $RC = 1$ y $F = 1$), las ecuaciones (4.1) y (4.2) son idénticas y se reducen a la respuesta de presión dada por:

$$\Delta p = \frac{V_i \mu}{4\pi kht} \exp\left\{-\frac{\phi \mu cL^2}{4kt}\right\}, \quad (4.4)$$

que es la respuesta de presión debido a una fuente instantánea. El Apéndice B muestra la reducción de la ecuación (4.1) a la (4.4).

4.2 Adecuación de la geometría de un sistema de dos pozos a la geometría de un sistema de un pozo.

En una prueba de admisión, se realiza la inyección y la medición de presión, gasto y tiempo en el mismo pozo. Es decir, no hay pozo de observación. Por lo tanto, el modelo de dos zonas con geometría de dos pozos que se muestra en la Figura 3.2, se cambia a un modelo de dos zonas (zona invadida y zona no-invadida) pero con geometría de un pozo como se muestra en la Figura 4.1. Este modelo esquematiza en forma sencilla una prueba de admisión.

Para una geometría de dos pozos (Figura 3.2), aunados a las propiedades del yacimiento, los parámetros geométricos que caracterizan el desplazamiento son: r_f , radio del frente de invasión; L , distancia entre pozos; r' , distancia entre el pozo inyector y el centro del frente de invasión; r , distancia entre el centro de invasión y el pozo de medición; L_f , distancia entre el pozo inyector y el frente de desplazamiento en dirección del pozo de medición y θ , ángulo entre el pozo de inyección, el centro de invasión y el pozo de medición. Para el caso de la geometría de un pozo (Figura 4.1) solamente las propiedades del yacimiento y los parámetros geométricos r_f , radio del frente de invasión y r_w , radio del pozo caracterizan el desplazamiento.

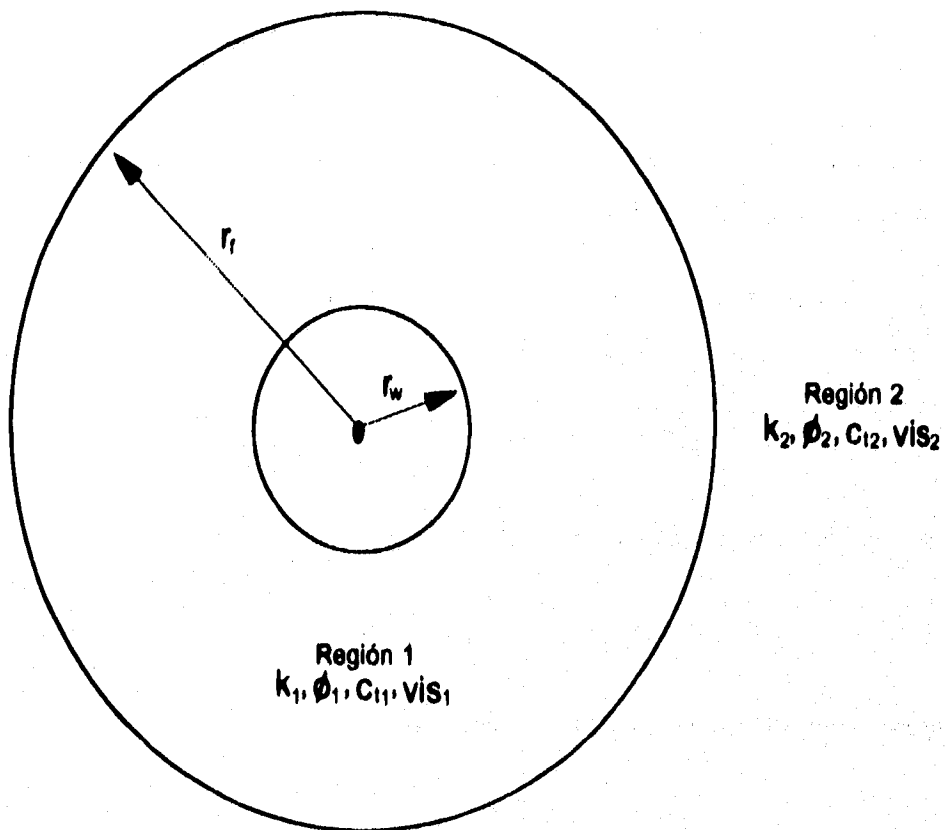


Figura 4.1.- Comportamiento del frente de invasión, durante una prueba de admisión.

Para una geometría de dos pozos se tienen los siguientes parámetros: $r_D = r/r_f$, $r'_D = r'/r_f$ y $L_D^2 = r_D^2 + r'^2_D - 2r_D r'_D \cos\theta$ y para una geometría de un pozo donde en el mismo se efectúa la inyección y la medición, además de que el pozo se considera como el centro del frente de invasión, los parámetros geométricos L y r no existen, r' y θ serán igual a cero y L_f será igual a r_f . De esta manera para el modelo que considera la geometría de un pozo se tiene que:

$$r'_D = 0, \quad L_D^2 = r_D^2, \quad r_D = r/r_f \quad \text{y} \quad \cos n\theta = 0 \quad (4.5)$$

4.3 Obtención de la ecuación que describe la respuesta de presión en la zona invadida por el fluido de inyección.

Sustituyendo la Ec. (4.5) en la ecuación (4.1) obtenemos:

$$p_{1D} = \frac{r_D^2 e}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \exp\left\{-\frac{r_D^2 F^2 t_D}{4} w^2\right\} J_n(wr_D) J_n(0) G_n(w) w dw, \quad (4.6)$$

De las propiedades de las funciones Bessel,²³ tenemos que:

$$J_n(0) = 0 \quad \text{para toda} \quad n \geq 1 \quad \text{y} \quad J_0(0) = 1, \quad (4.7)$$

Sustituyendo la Ec. (4.7) en la ecuación (4.6) tenemos:

$$p_{1D} = \frac{r_D^2 e}{2} \int_0^{\infty} \exp\left\{-\frac{r_D^2 F^2 t_D}{4} w^2\right\} J_0(wr_D) G_0(w) w dw, \quad (4.8)$$

La ecuación (4.8) esta en función de las variables adimensionales utilizadas en forma particular por Prats y Scott,⁶ con el propósito de obtener, en el caso donde las propiedades del fluido inyectado son iguales a las propiedades del fluido contenido en el yacimiento ($M=1$, $RC=1$ y $F=1$) una p_D máxima de 1 a un $t_D = 1$. Dichas variables adimensionales se definen en la forma siguiente:

$$p_{1D} = \frac{\pi L^2 h \phi c_1 e \Delta p_1}{V_i} \quad \text{y} \quad t_D = \frac{4\eta_2 t}{L^2} = \frac{4k_2 t}{\phi \mu_2 c_2 L^2}, \quad (4.9)$$

También se emplean las variables adimensionales en el sistema C. G. S., expresadas de la siguiente forma:

$$p_{1D} = \frac{2\pi k_1 h \Delta p_1}{q \mu_1} \quad \text{y} \quad t_D = \frac{k_2 t}{\phi \mu_2 c_2 r_f^2}, \quad (4.10)$$

La ecuación que describe el comportamiento de la presión adimensional dentro de la zona invadida, esperada por la inyección instantánea de un fluido durante una prueba de admisión, considerando un modelo de dos zonas (zona invadida y zona no-invadida) con geometría de un pozo, en función de las variables adimensionales p_D y t_D definidas para el sistema C. G. S., puede expresarse como:

$$p_{1D} = \int_0^{\infty} \exp\{-F^2 w^2 t_D\} J_0(w r_D) G_0(w) w dw, \quad (4.11)$$

Como es convencional, en la derivación de ecuaciones de este trabajo se emplean unidades del sistema S.G.S.. Por el contrario, en las aplicaciones que se presentan en los Capítulos V y VI se usan unidades del sistema inglés.

donde, de acuerdo con lo expresado en la ecuación (4.7) tenemos:

$$G_0(w) = \frac{g_0(w)A_0(w) - f_0(w)B_0(w)}{A_0^2(w) + B_0^2(w)}, \quad (4.12)$$

$$A_0(w) = (F/M)J_0(w)J_0'(Fw) - J_0'(w)J_0(Fw), \quad (4.13)$$

$$B_0(w) = (F/M)J_0(w)Y_0'(Fw) - J_0'(w)Y_0(Fw), \quad (4.14)$$

$$f_0(w) = (F/M)Y_0(w)J_0'(Fw) - Y_0'(w)J_0(Fw), \quad (4.15)$$

$$g_0(w) = (F/M)Y_0(w)Y_0'(Fw) - Y_0'(w)Y_0(Fw), \quad (4.16)$$

En el Apéndice C se presenta la obtención de la ecuación (4.11).

Las ecuaciones (4.11) a (4.16), describen el comportamiento de la presión causado por la inyección de un fluido durante una prueba de admisión, considerando que se realiza en forma instantánea (un pulso). Sin embargo, en la práctica el gasto acumulativo de inyección, o sea el impulso no es instantáneo. Es decir, en la práctica se necesita una duración finita para producir o inyectar una cantidad de fluido suficientemente grande, de tal forma de poder crear una perturbación de presión medible en un tiempo suficientemente largo.

Integrando la ecuación (4.11) con respecto a t_D y conjuntamente con el principio de superposición, se determina la ecuación que describe el comportamiento de presión causado por la inyección de un fluido durante una prueba de admisión, considerando que la inyección se realiza en un tiempo finito (fuente continua). Dicha ecuación se puede expresar por:

$$p_{1D} = \frac{1}{F^2} \int_0^{\infty} \left[-\exp\{-F^2 w^2 t_D\} + \exp\{F^2 w^2 (t_D - t_{1D})\} \right] J_0(wr_D) G_0(w) \frac{dw}{w}, \quad (4.17)$$

En el Apéndice D se muestra la derivación de la ecuación (4.17).

De esta manera, el modelo propuesto para determinar parámetros del yacimiento a través de la inyección de un fluido durante una prueba de admisión, queda representado por las ecuaciones (4.11) a (4.17), considerando el caso supuesto de que la inyección se haga en forma instantánea (ecuación 4.11), o el caso real de una inyección finita (ecuación 4.17).

Para tener una herramienta más de validación, las ecuaciones (4.11) y (4.17) se derivan con respecto a t_D quedando de la siguiente manera:

$$\frac{\partial P_{1D}}{\partial t_D} = -F^2 \int_0^{\infty} \exp\{-F^2 t_D w^2\} J_0(wr_D) G_0(w) w^3 dw, \quad (4.11')$$

$$\frac{\partial P_{1D}}{\partial t_D} = \int_0^{\infty} \left[\exp\{-F^2 w^2 t_D\} - \exp\{-F^2 w^2 (t_D - t_{iD})\} \right] J_0(wr_D) G_0(w) w dw, \quad (4.17')$$

Este modelo considera propiedades físicas uniformes, permeabilidad absoluta k , porosidad ϕ , espesor h , yacimiento infinito de una sola fase aceite o gas, efectos gravitacionales despreciables, la saturación de fluidos constante en la dirección vertical y los frentes de invasión como cilindros verticales con centro en el pozo donde se realiza la inyección. Además, se suponen condiciones isotérmicas durante los procesos de inyección y recuperación de presión, la saturación de fluidos, la movilidad y la compresibilidad efectiva son constantes dentro y fuera del centro de invasión, el frente de invasión después de la inyección permanece estacionario y la movilidad y compresibilidad de los fluidos desplazados puede ser diferente de los fluidos desplazantes.

4.4 Descripción del programa de cómputo, que determina el comportamiento de presión adimensional causado por la inyección de un fluido, durante una prueba de admisión.

El programa de cómputo incluido en el Apéndice E, permite determinar el comportamiento de la presión, causado por la inyección de un fluido durante una prueba de admisión, para la geometría de un sistema consistente en un pozo. Para este sistema, el programa determina el comportamiento de la presión para el caso supuesto de que la inyección se realice en forma instantánea, y para el caso real de que la inyección se efectúe en un tiempo finito. Para la geometría de un sistema consistente en dos pozos, determina el comportamiento de la respuesta de presión dentro del frente de invasión, causado por la inyección instantánea de un volumen de fluido por unidad de espesor de formación. En el Apéndice E se presenta el listado del programa de cómputo del modelo propuesto en lenguaje Basic.

El programa inicia leyendo los datos de entrada, con los cuales trabajará en la determinación de la presión adimensional o derivada de presión adimensional, para geometría de uno o dos pozos, según sea el caso que se requiera. Los datos de entrada son:

RD es el radio adimensional definido como: $\mathbf{RD} = r_D = r_f / r_w$, este parámetro es necesariamente utilizado en los cálculos, cuando se trata de uno o dos pozos. Para el caso del modelo propuesto, que determina el comportamiento de presión en la zona invadida por la inyección, **RD**, varía entre cero y uno.

RDP es el radio adimensional primo definido como: $\mathbf{RDP} = r'_D = r' / r_f$, este parámetro se emplea cuando el centro del frente de invasión no se ubique en el pozo donde se realiza la inyección. En nuestro modelo consideramos **RDP=0**, debido a que el frente de invasión se supone como un cilindro esférico, con centro en el pozo donde se realiza la inyección.

TETA es el ángulo entre el pozo donde se realiza la inyección, el centro de invasión y el pozo de medición, expresado en radianes; este parámetro sólo será mayor de cero cuando se estudia una geometría de dos pozos y además que el centro del frente de invasión no se ubique en el pozo de inyección. El modelo que aquí se propone (Figura 4.1), no considera pozo de medición y supone que el centro del frente de invasión está en el pozo donde se realiza la inyección, de esta manera: **TETA=θ = 0**.

L es la variable que nos indica el orden de las funciones Bessel, la cual adquirirá un valor mayor de cero cuando se estudie una geometría de dos pozos. En este caso el valor máximo considerado de **L** es 4, debido a que para $L > 4$ la variación de los resultados es despreciable, para otros casos **L = 0**, según lo explicado por la ecuación (4.7).

TID es el tiempo adimensional de inyección definido como: $\mathbf{TID} = t_{ID} = t_D - \Delta t_D$. Cuando se estudian los casos que suponen que la inyección se hace en forma instantánea, **TID** será igual a cero. Para los casos reales que consideran que la inyección se realiza en un tiempo finito, **TID** tendrá un valor en función del tiempo real que dura la inyección y de las variables involucradas en la definición de t_D dada por la ecuación (4.10) cuando $\Delta t_D = 0$.

DERIV esta variable sólo se utiliza para direccionar el programa. Cuando **DERIV=0**, el programa calcula el comportamiento de la derivada de presión adimensional, y cuando **DERIV** diferente de cero, el programa calcula el comportamiento de la presión adimensional.

La Figura 4.2 muestra el diagrama de flujo que describe en forma general la estructura del programa de cómputo, el cual consta con las siguientes cinco opciones:

1. Para **TID = 0**, **L = 0** y **DERIV \neq 0**, calcula el comportamiento de la presión adimensional dentro del frente de invasión, causado por la inyección de un fluido durante una prueba de admisión, para el caso del sistema de un pozo suponiendo que la inyección se realiza en forma instantánea.
2. Para **TID = 0**, **L = 0** y **DERIV = 0**, calcula el comportamiento de la derivada de presión adimensional dentro del frente de invasión, causado por la inyección de un fluido durante una prueba de admisión, para el caso del sistema de un pozo, suponiendo que la inyección se realiza en forma instantánea.
3. Para **TID > 0**, **L = 0** y **DERIV \neq 0**, calcula el comportamiento de la presión adimensional dentro del frente de invasión, causado por la inyección de un fluido durante una prueba de admisión, para el caso del sistema de un pozo, considerando que la inyección se realiza en un tiempo finito t_{id} .
4. Para **TID > 0**, **L = 0** y **DERIV = 0**, calcula el comportamiento de la derivada de presión adimensional dentro del frente de invasión, causado por la inyección de un fluido durante una prueba de admisión, para el caso del sistema de un pozo, considerando que la inyección se realiza en un tiempo finito t_{id} .
5. Para **TID = 0** y **L > 0**, calcula el comportamiento de la presión adimensional dentro del frente de invasión, causado por la inyección instantánea de un volumen de fluido por unidad de espesor de formación, para el caso del sistema de dos pozos, usando la ecuación (4.1) dada por Prats y Scott.⁶

Estas cinco alternativas permiten obtener los resultados requeridos por medio de los modelos descritos previamente.

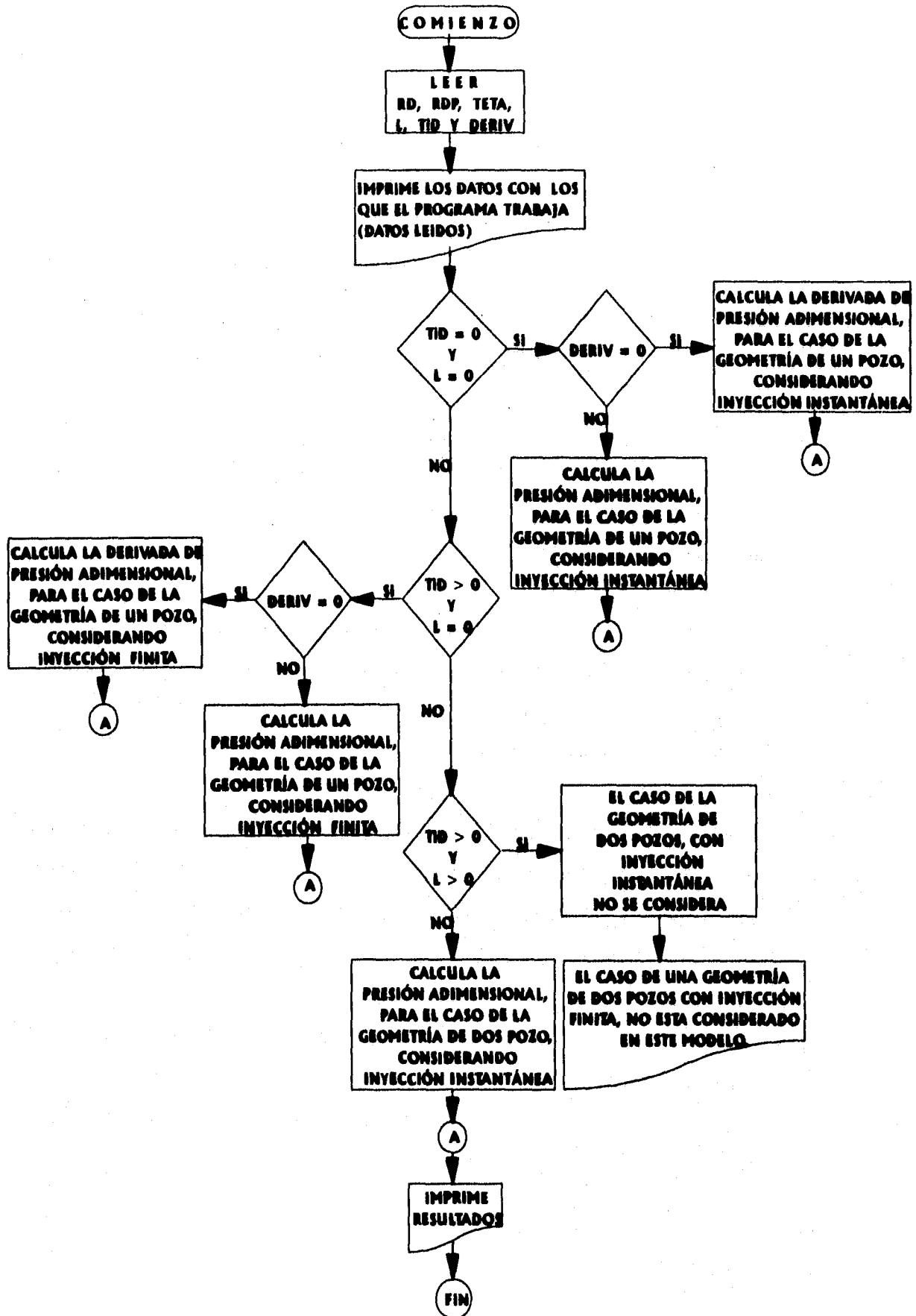


Figura 4.2.- Diagrama de Flujo del Programa Principal.

CAPÍTULO V

VALIDACIÓN DEL MODELO PROPUESTO

5.1 Validación de la ecuación propuesta por Prats y Scott.⁶

El modelo de este trabajo está basado en el estudio realizado por Prats y Scott.⁶ Estos autores determinaron la respuesta de presión fuera del frente de invasión (zona no invadida), debido a la inyección instantánea de un volumen de fluido por unidad de espesor de formación, expresada por medio de la ecuación (4.2), para un sistema de dos pozos. Propusieron adicionalmente la ecuación (4.1) para determinar la respuesta de presión dentro del frente de invasión (zona invadida). Es decir, debido a que Prats y Scott⁶ no trabajaron con la ecuación (4.1), que es el punto de partida del modelo que se propone en este trabajo, fue necesario validarla.

De esta manera, el primer paso para validar el modelo propuesto fue programar la ecuación (4.1), considerando que el pozo donde se realiza la inyección no es el centro del frente de invasión ($r_f/L = 0.5$, $\theta = \pi/4$ y $r'/r_f = 0.25$). Inicialmente se supuso que las propiedades del fluido inyectado son iguales a las propiedades del fluido contenido en el yacimiento ($M = 1$, $RC = 1$ y $F = 1$), obteniéndose que la respuesta de presión de la ecuación (4.1) se reduce a la respuesta de presión debido a una fuente instantánea (Apéndice B). Posteriormente, considerando que las propiedades del fluido inyectado son diferentes a las propiedades del fluido contenido en el yacimiento ($M = 2$, $RC = 2$ y $F = 2$), se obtuvo finalmente la Figura 5.1, que es idéntica a los resultados mostrados en la Figura 20 de Prats y Scott⁶, con la solución de la ecuación (4.2). Con esto se comprobó que la solución de la ecuación (4.1) determina la respuesta de presión dentro del frente de invasión (zona invadida), esperada por una inyección instantánea de un volumen de fluido por unidad de espesor de formación, para un sistema de dos pozos.

5.2 Validación del modelo propuesto, suponiendo que las propiedades del fluido inyectado son iguales a las propiedades del fluido contenido en el yacimiento.

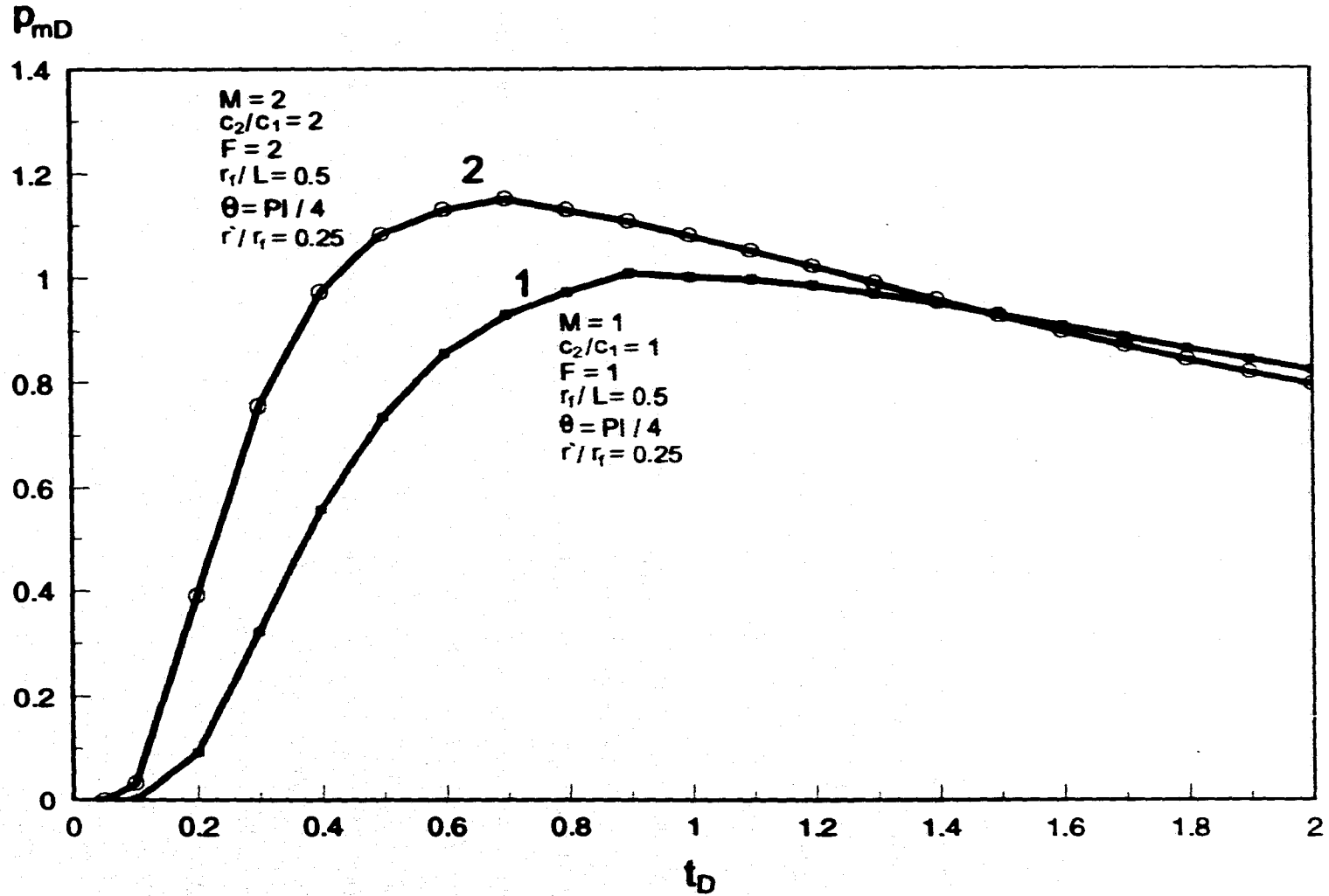


Figura 5.1.- Respuesta de la presión adimensional dada por la solución de la ecuación (4.1), considerando propiedades iguales, curva 1 y diferentes a las propiedades del fluido del yacimiento, curva 2.

Una vez comprobado que la ecuación (4.1), determina en forma correcta la respuesta de presión dentro del frente de invasión para un sistema de dos pozos, y de acuerdo con el problema físico que representa el realizar una prueba de admisión (Figura 4.1), fue necesario adecuar la ecuación (4.1) a la geometría del sistema de un pozo, simplificándose a la forma de la ecuación (4.11) para cuando se considera inyección instantánea, o resultando en la ecuación (4.17) para cuando se considera inyección finita. Estas ecuaciones como se menciona anteriormente, representan el modelo propuesto.

Las ecuaciones (4.11) y (4.17) se implementaron en el programa. Para su validación se consideró la inyección de un volumen pequeño de fluido durante la prueba de admisión en un pozo con radio $r_w = 0.25$ pies, de manera que, de acuerdo con las propiedades del yacimiento, se alcanzó un radio de invasión $r_f = 3.3$ pies, para tener finalmente un radio adimensional $r_D = 0.075$. De acuerdo con esto, y considerando que las propiedades del fluido inyectado son iguales a las propiedades del fluido contenido en el yacimiento, el programa se corrió para inyección instantánea e inyección finita, obteniéndose los resultados mostrados en las Figuras 5.2 y 5.3, respectivamente. Para el caso de la inyección finita se consideró un tiempo de inyección adimensional $t_{ID} = 1$.

Con el propósito de comparar los resultados mostrados en las Figuras 5.2 y 5.3, para una fuente instantánea y para una fuente continua, se consideró que la fuente instantánea esta localizada a la mitad del período de inyección de la fuente continua. Es decir:

$$t_{DF} = t_{DI} + t_{ID}/2, \quad (5.1)$$

donde t_{DF} representa el tiempo para condiciones de una prueba en que la inyección es finita, t_{DI} representa el tiempo para la prueba en que la inyección es instantánea y t_{ID} representa el tiempo de inyección. Es decir, se necesita prácticamente un tiempo t_{ID} para inyectar una cantidad Q de fluido; por lo tanto:

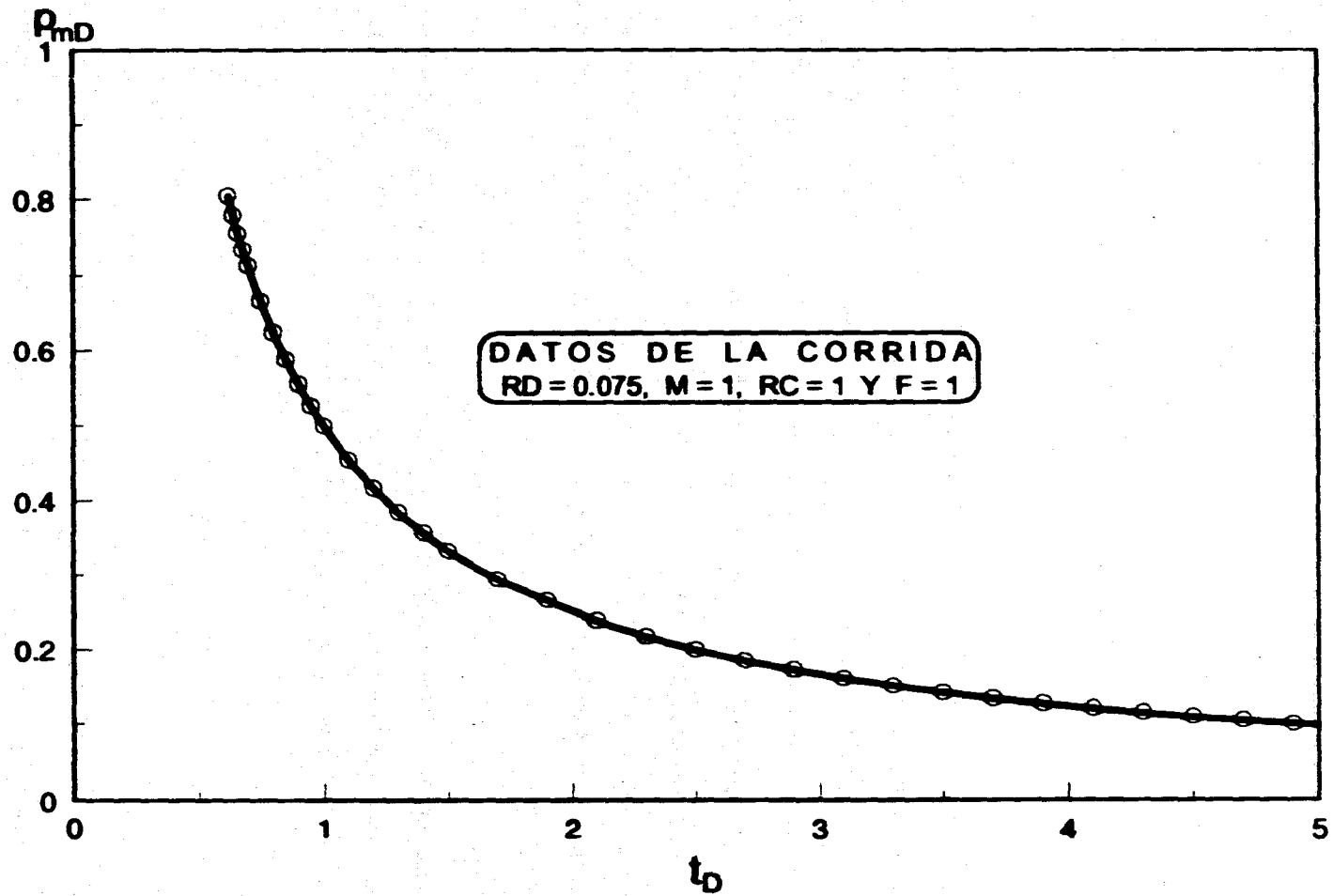


Figura 5.2.- Comportamiento de la presión adimensional, para el caso en donde las propiedades del fluido inyectado son iguales a las propiedades del fluido del yacimiento, considerando inyección instantánea.

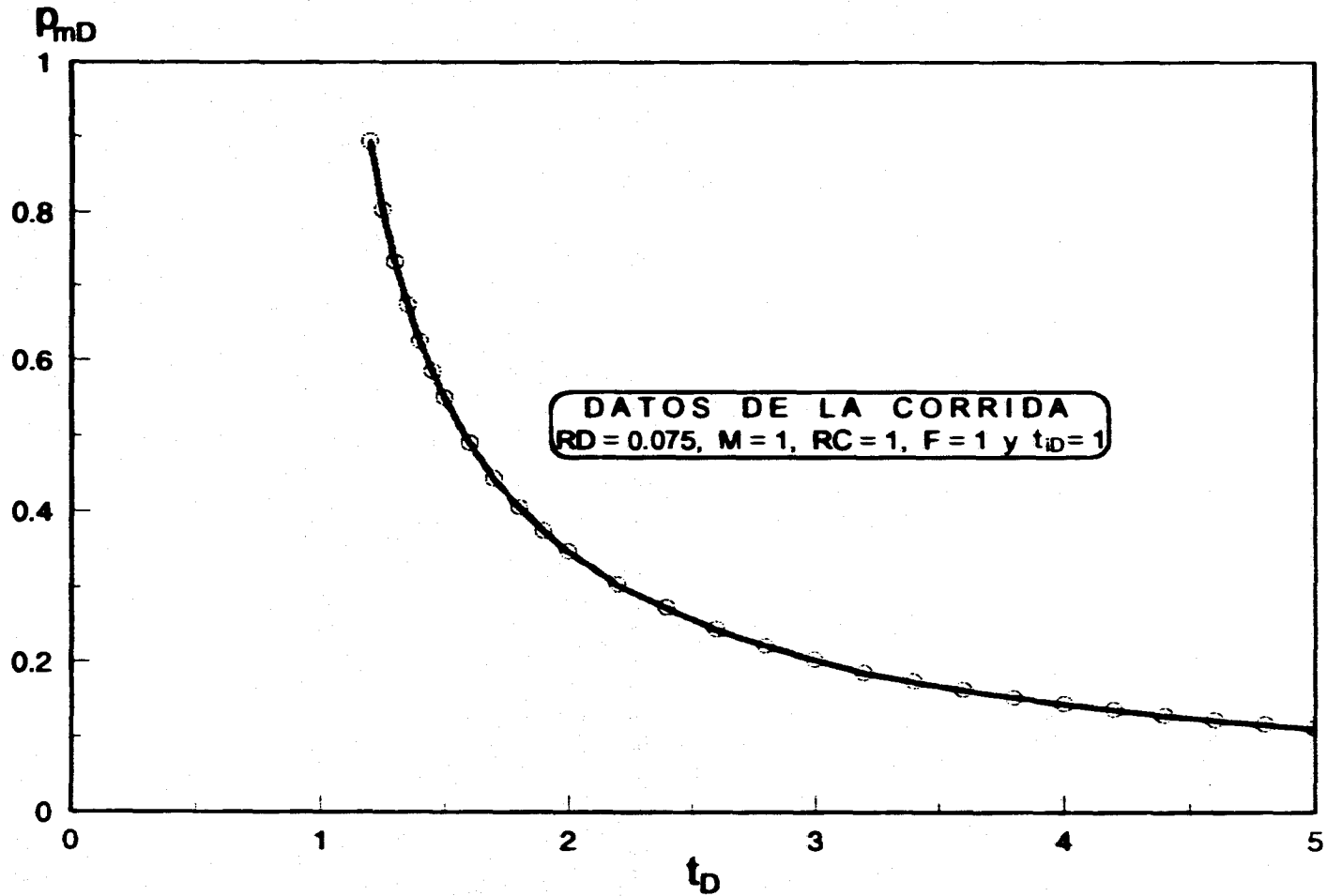


Figura 5.3.- Comportamiento de la presión adimensional, para el caso en donde las propiedades del fluido inyectado son iguales a las propiedades del fluido del yacimiento, considerando inyección finita.

$$t_{DF} = t_{iD} + \Delta t_D, \quad (5.2)$$

donde Δt_D es el tiempo que permanece el pozo cerrado después de la inyección.

Sustituyendo la Ec. (5.1) en la ecuación (5.2) y despejando Δt_D tenemos:

$$\Delta t_D = t_{DI} + (t_{iD}/2) - t_{iD}, \quad (5.3)$$

Si dividimos la ecuación (5.3) entre t_{iD} , obtenemos la expresión siguiente para el cociente entre el tiempo de cierre y el tiempo de inyección:

$$\frac{\Delta t_D}{t_{iD}} = \frac{t_{DI} + (t_{iD}/2) - t_{iD}}{t_{iD}}, \quad (5.4)$$

Usando las ecuaciones anteriores, y los datos de t_{DI} y t_{DF} , utilizados en el programa para obtener las Figuras (5.2) y (5.3), se obtienen las equivalencias en tiempos presentadas en la Tabla 5.1, para $t_{iD} = 1$.

Tabla 5.1.- Equivalencia de t_{DI} y t_{DF} en múltiplos de tiempo $\Delta t_D/t_{iD}$, para $t_{iD} = 1$.

t_{DI}	t_{DF}	$\Delta t_D/t_{iD}$
0.6	1.1	0.1
1.0	1.5	0.5
1.5	2.0	1.0
2.0	2.5	1.5
2.5	3.0	2.0
3.0	3.5	2.5
3.5	4.0	3.0
4.0	4.5	3.5
4.5	5.0	4.0
5.0	5.5	4.5
5.5	6.0	5.0
6.0	6.5	5.5
6.5	7.0	6.0

Graficando las respuestas de presión adimensional de las fuentes continua, $t_{iD} = 1$, e instantánea $t_{iD} = 0$, contra el cociente de tiempos $\Delta t_D/t_{iD}$, considerando que la fuente instantánea está localizada a la mitad del período de inyección de la fuente continua, se obtienen los resultados mostrados en la Figura 5.4. Las curvas de la Figura 5.4, muestran los cambios de presión cuando ocurre la inyección en un tiempo $t_{iD} = 0$ y los cambios de presión cuando ocurre la inyección en un tiempo $t_{iD} = 1$.

Estos resultados son idénticos a los obtenidos por Cinco Ley y Cols.⁸ en su Figura 4, por lo cual, concluimos que el modelo propuesto proporciona resultados satisfactorios, cuando se considera que las propiedades del fluido inyectado son iguales a las propiedades del fluido contenido en el yacimiento.

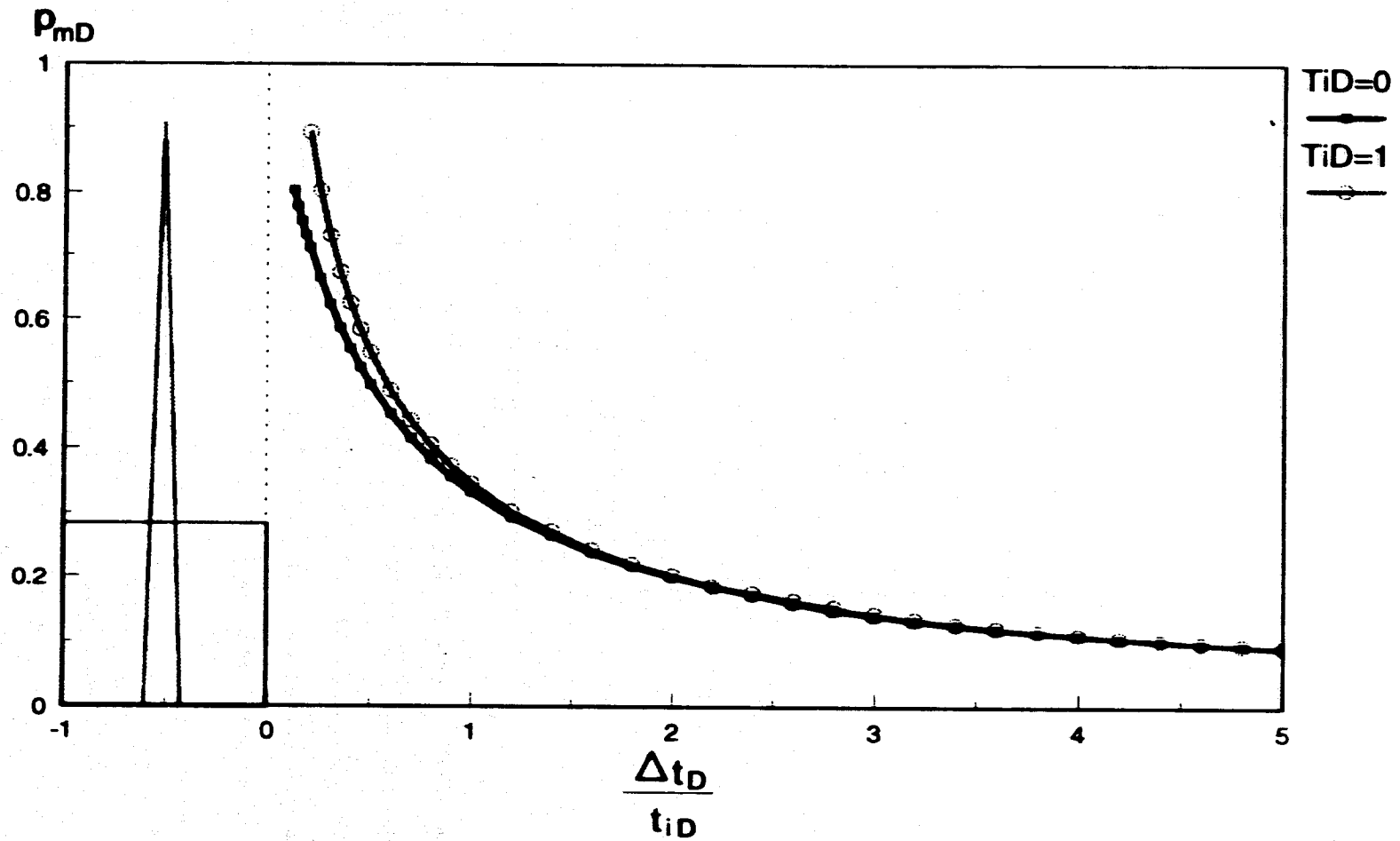


Figura 5.4.- Comportamiento de presión causado por una fuente continua y una instantánea.

5.3 Uso del simulador SIMPUMA-FRAC²⁹ para la validación del modelo propuesto.

La validación del modelo propuesto, usando el simulador SIMPUMA-FRAC²⁹ se realizó a través de las siguientes etapas:

1. Con los datos de campo mostrados en la Tabla 5.2, usando el simulador se lograron reproducir los datos de la Tabla 1 dada por van Everdingen y Hurst³¹ para flujo radial en un yacimiento infinito, con una malla de 60 celdas. La Figura 5.5 muestra el ajuste logrado entre los resultados del simulador y los resultados obtenidos para condiciones de flujo monofásico por van Everdingen y Hurst³¹ durante un período de producción. El número de celdas se determinó con base a un estudio de sensibilidad de los resultados, en relación a la discretización radial de la malla.

Tabla 5.2.- Datos de campo³³

$r_w = 0.35 \text{ pies}$
$r_e = 12000 \text{ pies}$
$h = 49 \text{ pies}$
$q = 720 \text{ B}_{cy}/\text{día}$
$c_i = 4.0E - 06 \text{ (lb/pg}^2\text{)}^{-1}$
$\phi = 0.16$
$k = 21.8 \text{ md}$
$\mu_o = 0.6 \text{ cp}$
$\mu_w = 1 \text{ cp}$
$B = 1$
$p_i = 3500 \text{ lb/pg}^2$
$t_p = 35 \text{ dias} = 840 \text{ horas}$
$t_c = 35 \text{ dias} = 840 \text{ horas}$
No. de celdas = 60

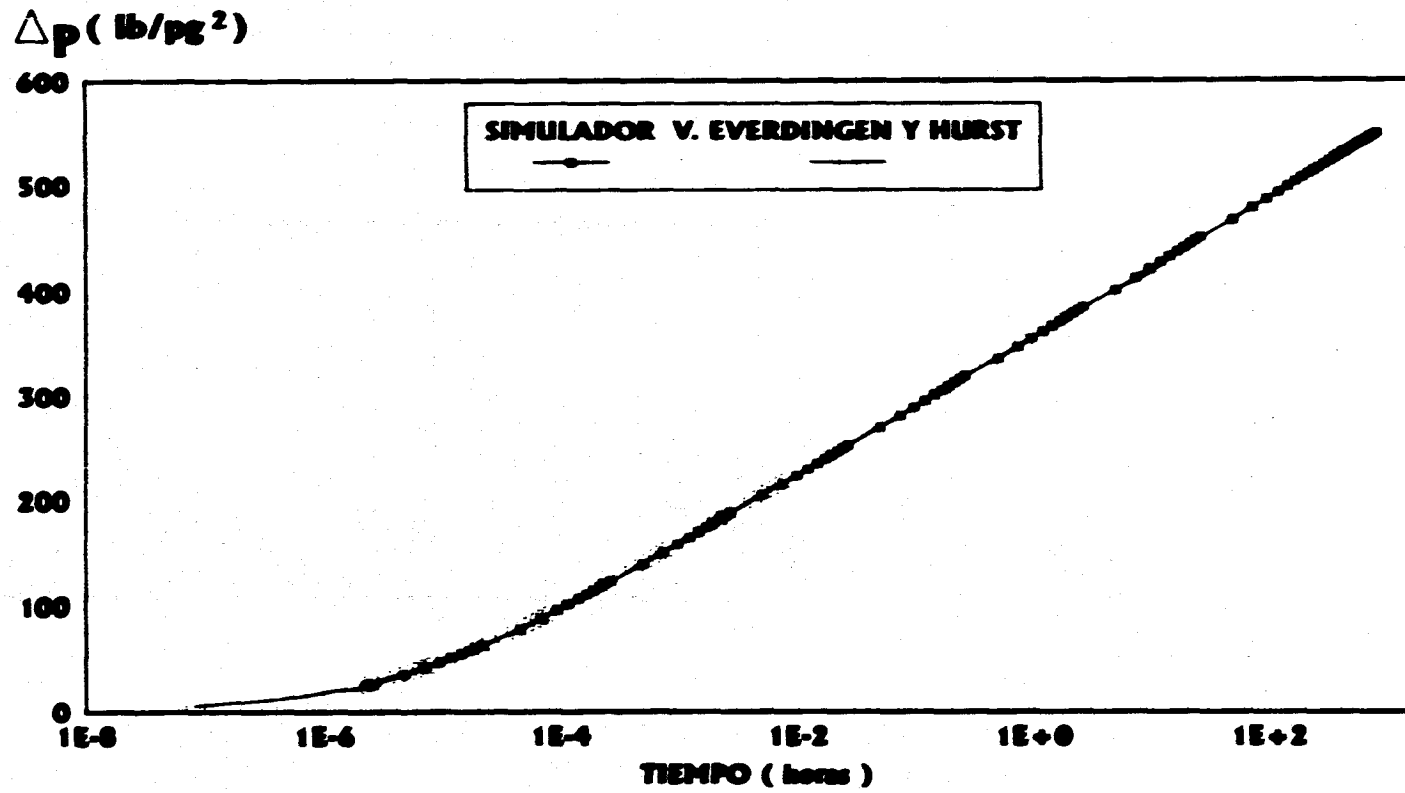


Figura 5.5.- Ajuste de los datos obtenidos por el simulador SIMPUMA-FRAC,²⁹ con los datos dados por van Everdingen y Hurst.³¹

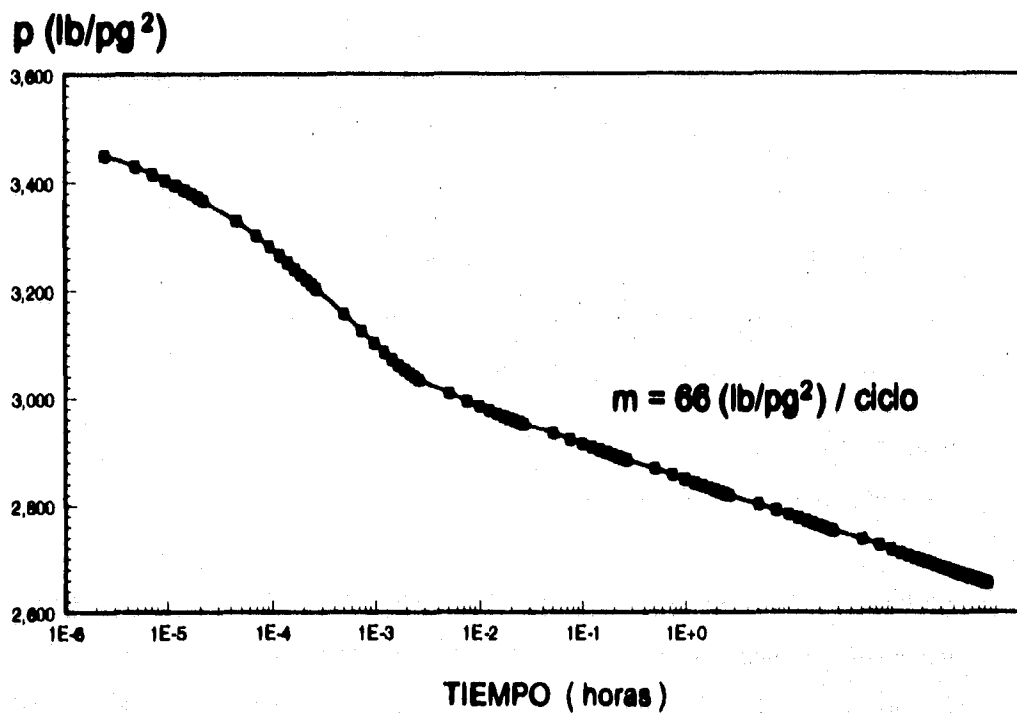
2. Empleando los datos de la Tabla 5.2, se simuló un yacimiento de aceite con un pozo que se mantuvo en producción durante 35 días, cerrándose posteriormente por el mismo período de tiempo. Con los datos generados por el simulador, graficando en papel semilogarítmico en función de la presión contra el tiempo, durante el período de producción, Figura 5.6.a, y presión contra tiempo de Horner $\{(t_p + \Delta t)/\Delta t\}$ durante el período de cierre (incremento), Figura 5.6.b, se obtiene que en ambas figuras se presenta una línea con pendiente $m = 66 \text{ (lb/pg}^2\text{)}/\text{ciclo}$. Este resultado comprueba, conjuntamente con los resultados de la etapa 1 anterior, la validez del simulador para modelar pruebas de incremento de presión.

3. En forma similar se simuló una prueba en un yacimiento de aceite, con un pozo que se mantuvo inyectando aceite del mismo yacimiento durante 0.672 horas, y posteriormente se cerró por 96 horas (4 días). De la misma manera, con los datos generados por el simulador graficando en papel semilogarítmico en función de la presión contra el tiempo, durante el período de inyección, Figura 5.7.a, y presión contra tiempo de Horner $\{(t_p + \Delta t)/\Delta t\}$ durante el período de cierre (abatimiento), Figura 5.7.b, se obtiene que en ambas figuras se presenta una línea con pendiente $m = 66 \text{ (lb/pg}^2\text{)}/\text{ciclo}$.

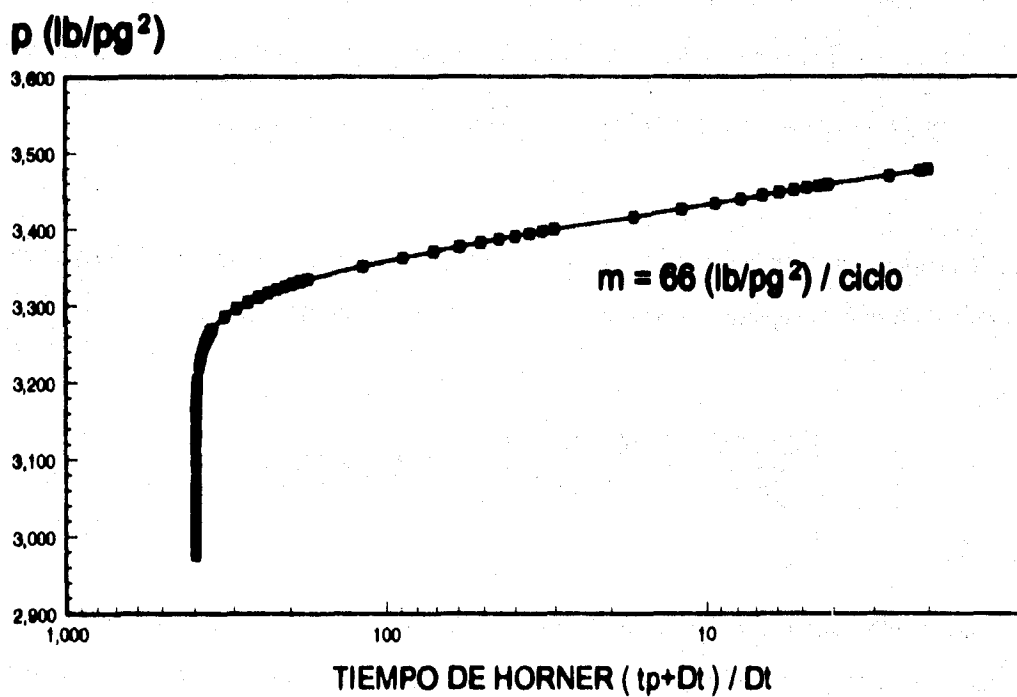
La ecuación de interpretación para una prueba de decremento de presión bajo condiciones de flujo radial, presenta una pendiente semilogarítmica expresada por medio de la ecuación (5.5).³³

$$m = \frac{162.6qB\mu}{kh} = \frac{162.6(720)(1)(0.6)}{(21.8)(49)} = 66 \text{ (lb/pg}^2\text{)}/\text{ciclo} \quad (5.5)$$

Con las simulaciones realizadas en las tres etapas anteriores, concluimos que el simulador puede emplearse en forma satisfactoria para simular una prueba de admisión real, donde se inyecta un volumen pequeño de fluido. En la etapa 3 se simuló la inyección de 20 Bls. de aceite en un tiempo

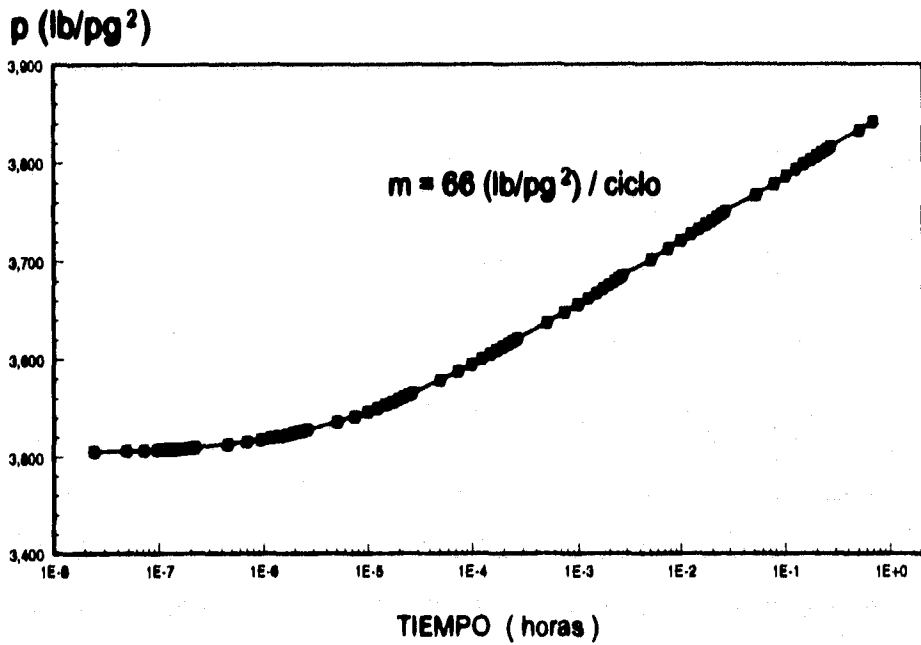


a.- Período de inyección.

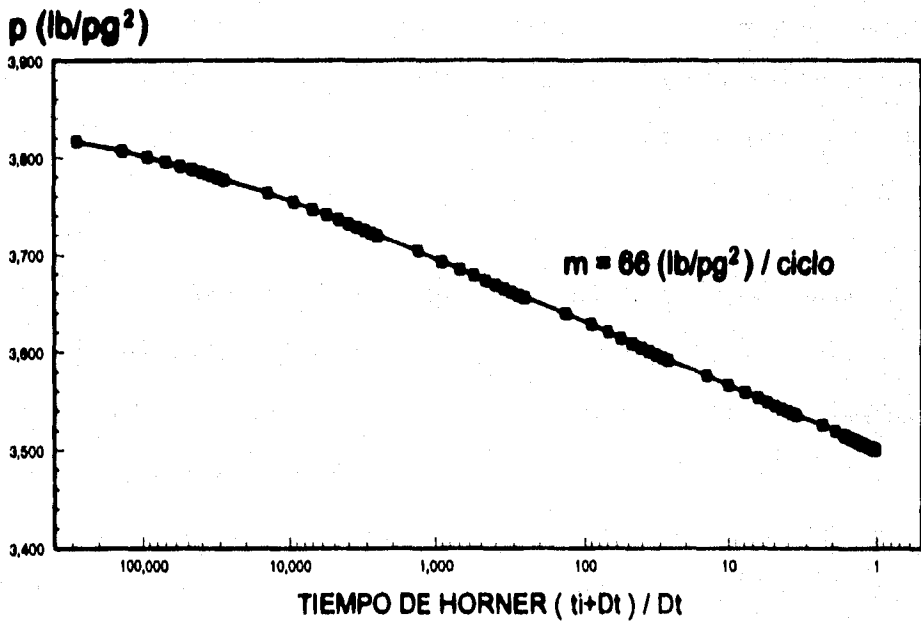


b.- Período de cierre (incremento).

Figura 5.6.- Resultados de simular la producción y cierre de un pozo de aceite.



a.- Período de inyección.



b.- Período de cierre (abatimiento).

Figura 5.7.- Resultados de simular la inyección de 20 Bls. de aceite y posteriormente el cierre del pozo, en un yacimiento de aceite.

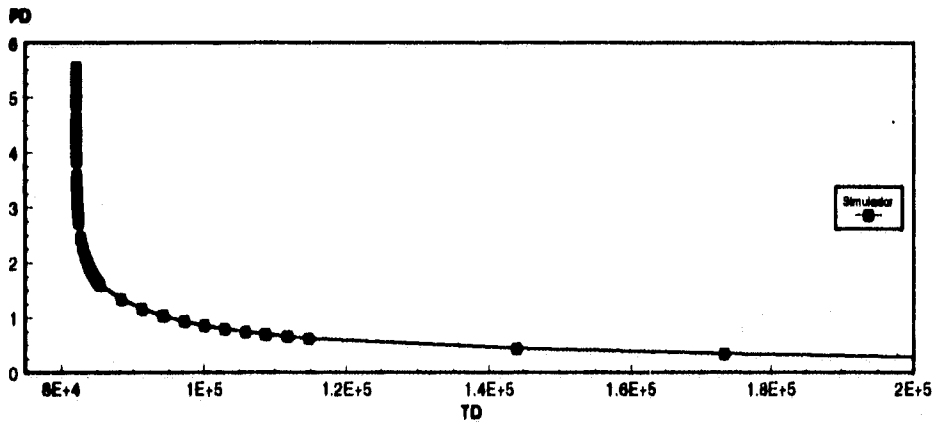
de 0.672 horas. Es decir, que es una prueba donde las propiedades del fluido inyectado son iguales a las propiedades del fluido contenido en el yacimiento.

El simulador proporciona resultados en forma dimensional los cuales, usando las definiciones de variables adimensionales dadas por la ecuación (4.9), se pueden convertir a forma adimensional. Graficando p_D contra t_D , Figura 5.8.a, observamos la respuesta de presión durante el período de abatimiento, generada por la inyección de 20 Bls. de aceite, obtenida por el simulador SIMPUMA-FRAC.²⁹

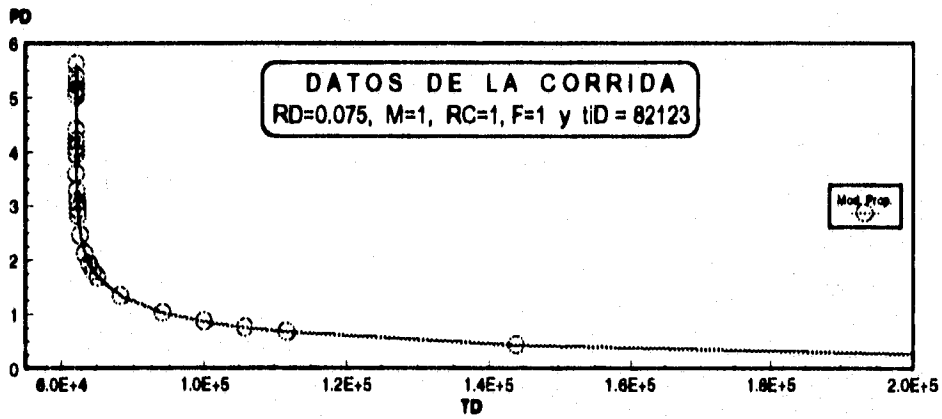
Un tiempo de inyección de 0.672 horas, es equivalente a un $t_{ID} = 82123$. Considerando este tiempo adimensional, empleando el modelo propuesto para el caso de una inyección finita de 20 Bls. de aceite para las condiciones: $RD = 0.075$, $M = 1$, $RC = 1$, $F = 1$ y $t_{ID} = 82123$, se determina la respuesta de presión durante el período de abatimiento. Los resultados del modelo propuesto se muestran en la Figura 5.8.b.

La comparación de ambos resultados se muestra en la Figura 5.8.c, donde puede observarse que los resultados del modelo propuesto son gráficamente idénticos a los resultados del simulador. Con esto concluimos que el modelo propuesto y el simulador proporcionan resultados satisfactorios.

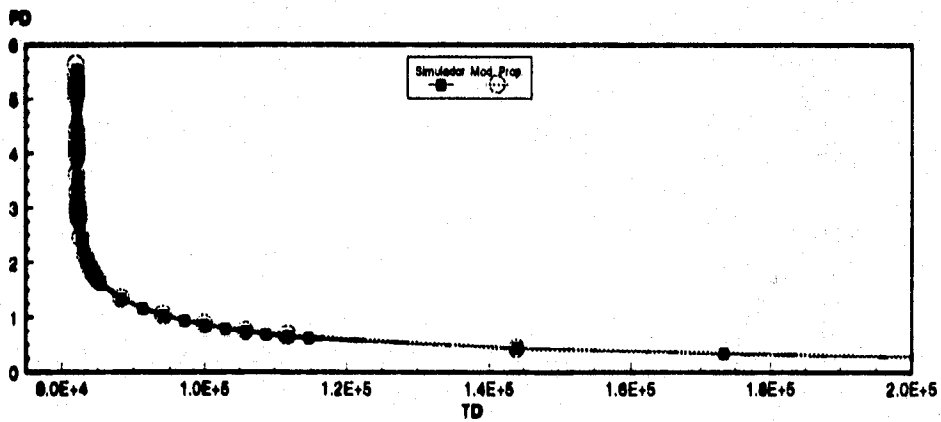
Procediendo de manera diferente, para obtener la Figura 5.3 se consideró que la inyección del fluido se realiza en un tiempo adimensional $t_{ID} = 1$; empleando las definiciones de las variables adimensionales se determina que $t_{ID} = 1$ es equivalente a un tiempo real de 8.18×10^{-6} horas, para el cual de acuerdo al gasto manejado por el simulador de 720 Bls/día, se inyectaría un volumen pequeño de fluido de 2.46×10^{-4} Bls.. Bajo estas condiciones se realizó la simulación, obteniéndose los resultados mostrados en la Figura 5.9.a; en la figura 5.9.b se muestran los resultados del modelo propuesto que se corrió para las condiciones: $M = 1$, $RC = 1$, $F = 1$ y $t_{ID} = 1$. En la Figura 5.9.c se muestra la comparación de ambos resultados; como puede verse en esta última figura, los resultados del simulador y del modelo



a.- Respuesta de presión obtenida con el simulador SIMPUMA-FRAC²⁹

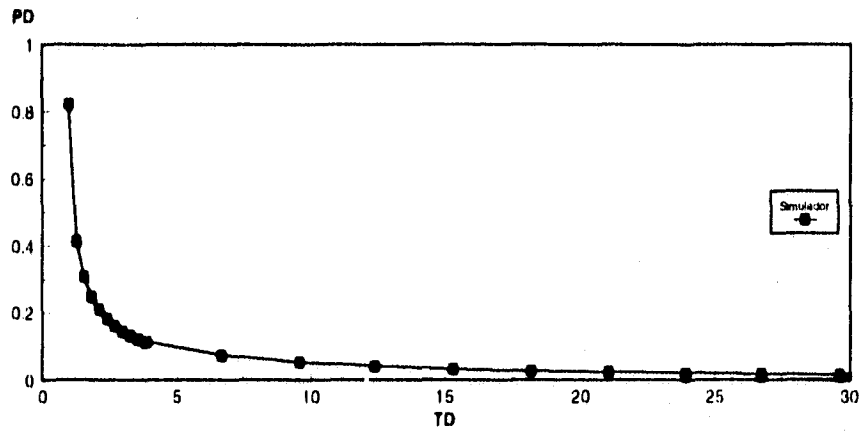


b.- Respuesta de presión obtenida con el modelo propuesto.

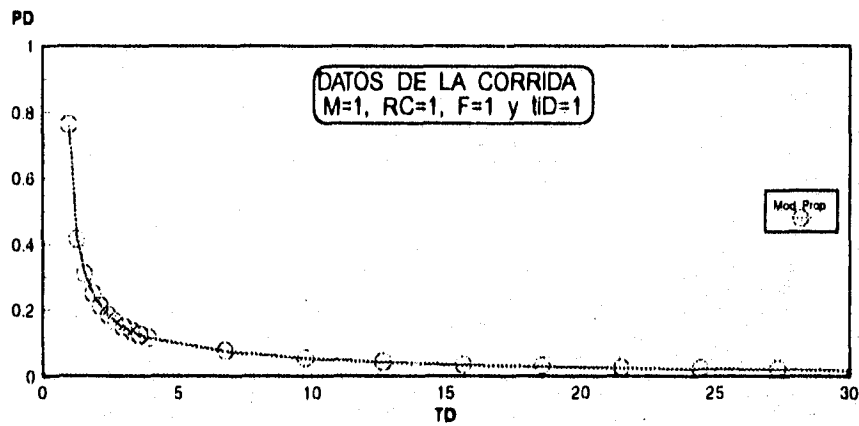


c.- Comparación de las respuestas de presión obtenidas con el simulador SIMPUMA-FRAC²⁹ y el modelo propuesto.

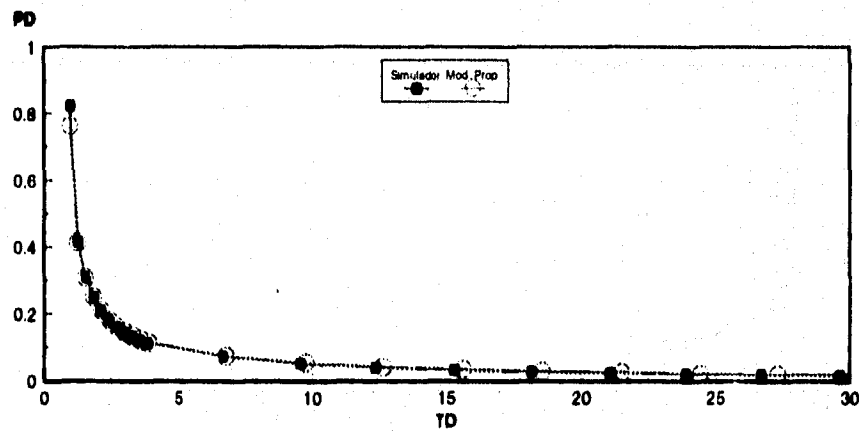
Figura 5.8.- Respuesta de presión generada por la inyección de 20 Bls. de aceite durante una prueba de admisión en un yacimiento de aceite.



a.- Respuesta de presión obtenida con el simulador SIMPUMA-FRAC.²⁹



b.- Respuesta de presión obtenida con el modelo propuesto.



c.- Comparación de las respuestas de presión obtenidas con el simulador SIMPUMA-FRAC²⁹ y el modelo propuesto.

Figura 5.9.- Respuesta de presión generada por la inyección de $2.45E-04$ Bls. de aceite durante una prueba pulso en un yacimiento de aceite.

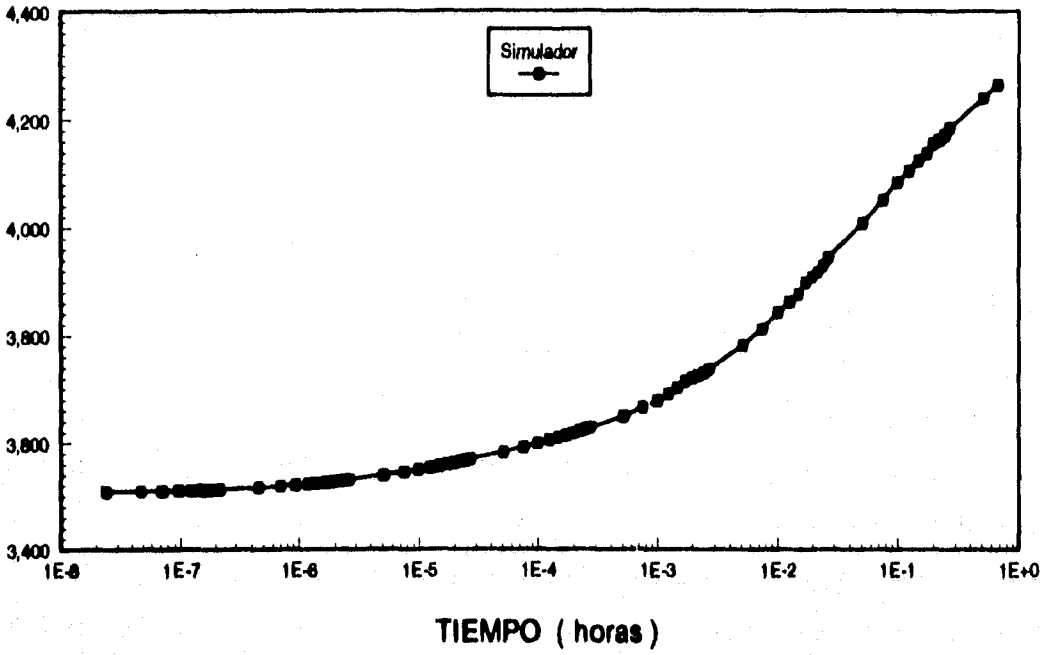
propuesto, para una prueba de pulso también resultan ser gráficamente idénticos. De esta manera, se comprueba nuevamente que el modelo propuesto, proporciona resultados satisfactorios para el caso en que las propiedades del fluido inyectado son iguales a las propiedades del fluido contenido en el yacimiento.

Para validar el caso en que las propiedades del fluido inyectado son diferentes a las propiedades del fluido contenido en el yacimiento, se usan los datos de campo mostrados en la Tabla 5.2, para simular una prueba de admisión real, donde se inyectan 20 Bls. de agua en un yacimiento de aceite a un gasto de $720 \text{ Bls}/\text{día}$., cerrándose posteriormente el pozo para realizar una prueba de abatimiento de presión por 96 horas (4 días). En las Figuras 5.10.a y 5.10.b se muestran los resultados del simulador para el período de inyección y cierre, respectivamente, en estas figuras observamos que las pendientes de las líneas presentes, son diferentes para ambos períodos debido a que se inyecta agua en un medio saturado con aceite, y que sólo al final del período de abatimiento se presenta la línea con pendiente $m = 66 \text{ (lb/pg}^2\text{)}/\text{ciclo}$, al sentirse los efectos del aceite del yacimiento. Estos resultados concuerdan con las conclusiones de Garg y Pritchett.²² En el período de inyección no se alcanza a observar la pendiente $m = 66 \text{ (lb/pg}^2\text{)}/\text{ciclo}$, debido a que el tiempo de inyección es muy pequeño.

Los resultados del período de abatimiento, obtenidos por el simulador en esta última prueba, en forma adimensional se muestran en la Figura 5.11.a. Usando el modelo propuesto para $RD = 0.075$, $M = 0.09$, $RC = 1.048$, $F = 0.3071$ y $t_{iD} = 82123$, obtenemos la respuesta de presión adimensional mostrada en la Figura 5.11.b. La comparación de ambos resultados, se presenta en la Figura 5.11.c, donde gráficamente se observa que los resultados obtenidos por ambos procedimientos son idénticos.

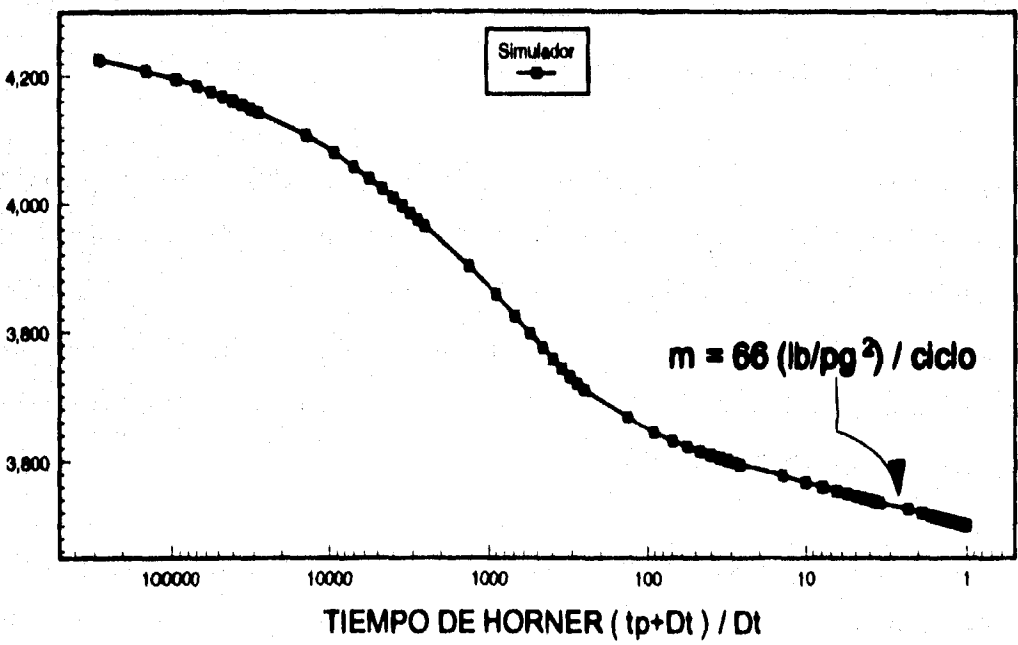
Para lograr que los resultados del modelo propuesto sean gráficamente idénticos a los del simulador, fue necesario correr el programa variando las relaciones de movilidad y compresibilidad utilizadas en el mismo, hasta lograr que las curvas se ajustaran para el período de abatimiento. Como puede notarse, según los datos utilizados en la corrida del programa de cómputo del

p (lb/pg²)



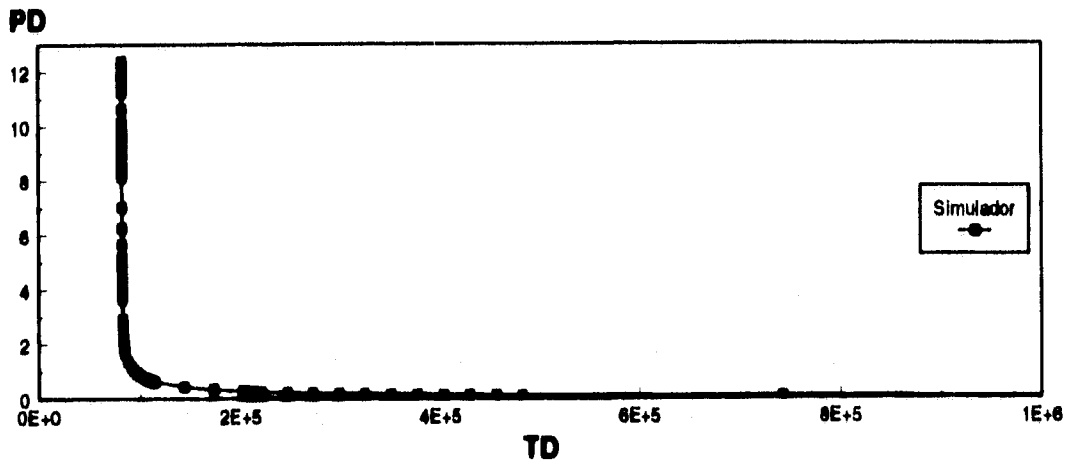
a.- Período de inyección.

p (lb/pg²)

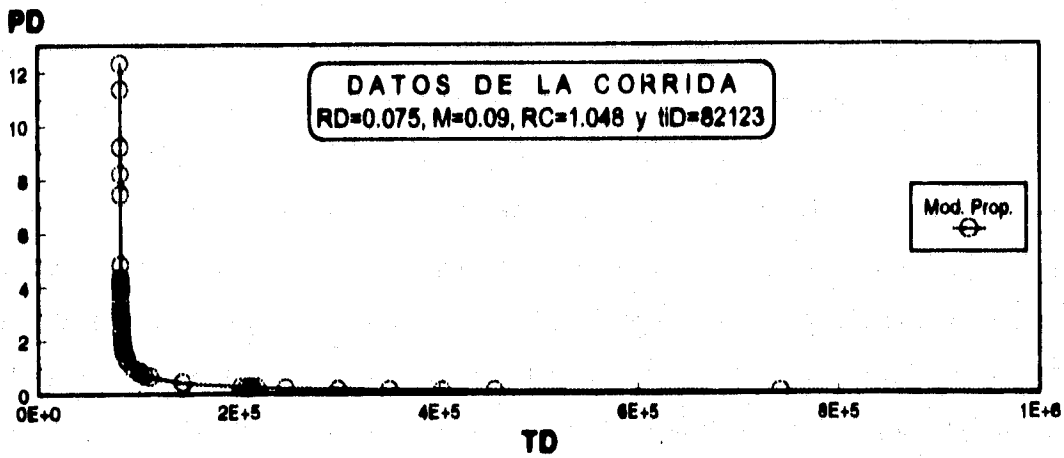


b.- Período de cierre (incremento).

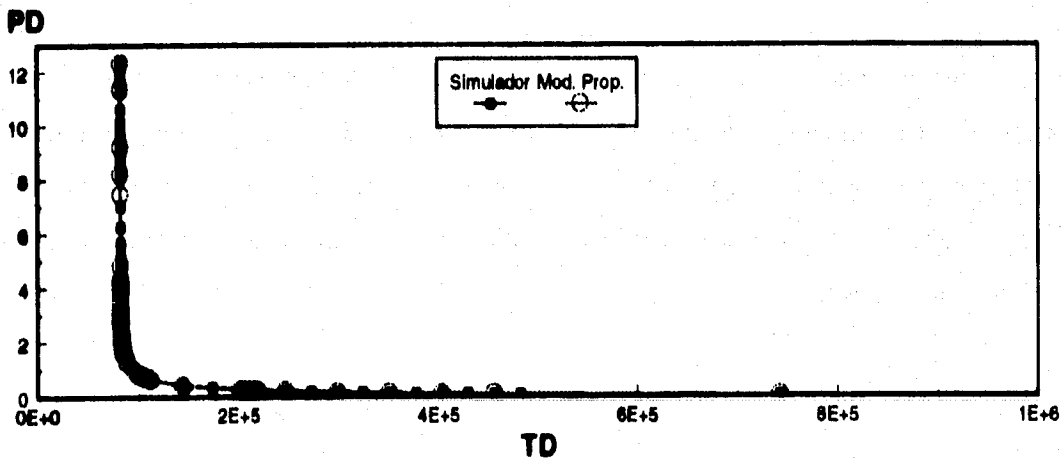
Figura 5.10.- Simulación de una prueba de admisión, donde se inyectan 20 Bls. de agua en un yacimiento de aceite.



a.- Respuesta de presión obtenida en el simulador SIMPUMA-FRAC²⁸



b.- Respuesta de presión obtenida con el modelo propuesto.



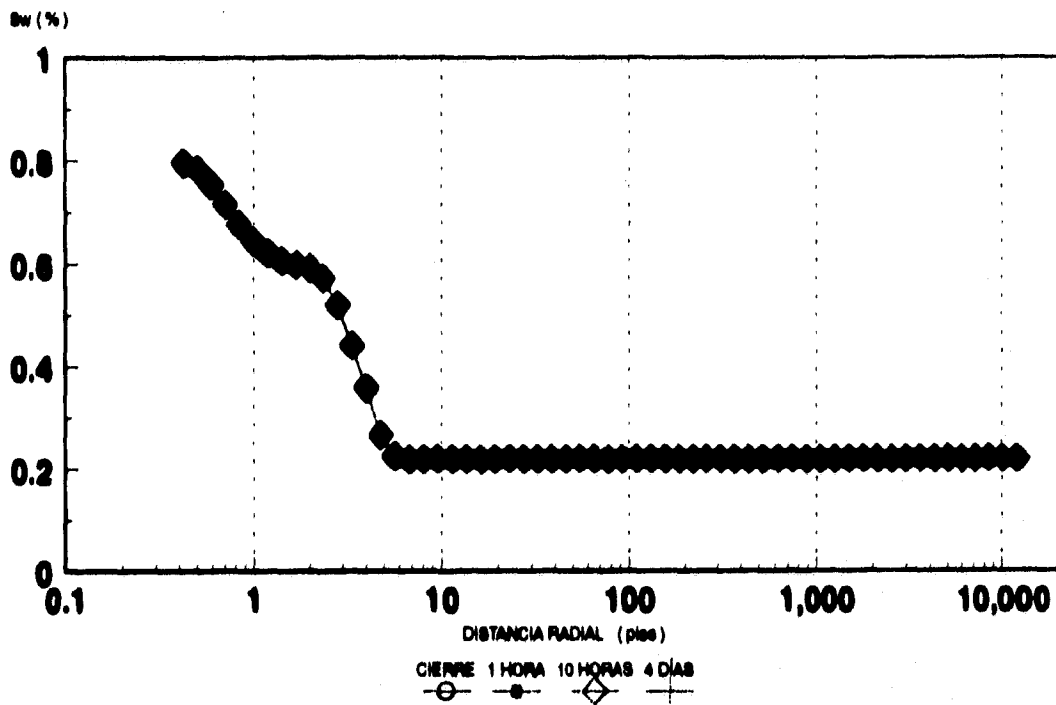
c.- Comparación de las respuestas de presión obtenidas con el simulador SIMPUMA-FRAC²⁸ y el modelo propuesto.

Figura 5.11.- Respuesta de presión generada por la inyección de 20 Bls. de agua durante una prueba de admisión en un yacimiento de aceite.

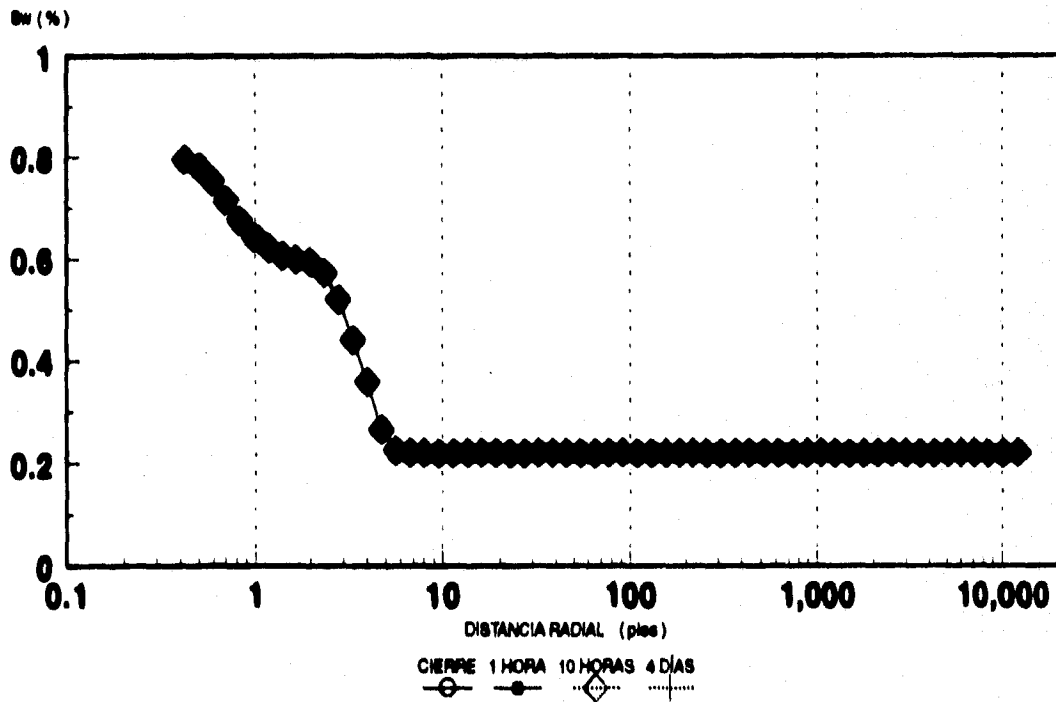
modelo propuesto ($RD = 0.075$, $M = 0.09$, $RC = 1.048$, $F = 0.3071$ y $t_{ID} = 82123$), el inyectar un fluido con propiedades diferentes a las del fluido contenido en el yacimiento afecta en forma importante la respuesta de presión.

El simulador, adicionalmente a la variación de tiempo y presión durante las pruebas, nos proporciona los perfiles de saturación. Como se comentó previamente, todas las pruebas se realizaron con una malla de 60 celdas, debido a que fue la que mejor se ajustó para validar los resultados del modelo propuesto. Sin embargo, una de las consideraciones que maneja el modelo, es que el frente de invasión permanece estacionario después de realizada la inyección del volumen pequeño de fluido. Para comprobar esto fue necesario realizar las pruebas de inyección de agua variando el número de celdas de la malla hasta 90, con la finalidad de monitorear adecuadamente los cambios de saturación alrededor del pozo. Los perfiles de saturación generados correspondieron a condiciones de tiempo de cierre, $\Delta t = 0, 1, 10$ y 96 horas. En las Figuras 5.12.a y 5.12.b se muestran los perfiles de saturación para una malla de 60 y 90 celdas, observándose en ambas que para fines prácticos los perfiles de saturación para las mallas de 60 y 90 nodos son iguales. Con esto se comprueba que para la inyección de un volumen pequeño de fluido durante una prueba de admisión el frente de invasión permanece estacionario después del cierre.

Con lo anterior se demuestra que el modelo propuesto puede emplearse satisfactoriamente para determinar el comportamiento de presión, debido a la inyección de un fluido durante una prueba de admisión, para los casos en que las propiedades del fluido inyectado sean iguales o diferentes a las propiedades del fluido que contiene el yacimiento, y de esta manera utilizarlo para determinar parámetros del yacimiento.



a.- Comportamiento de la saturación de agua usando una malla con 60 celdas.



b.- Comportamiento de la saturación de agua usando una malla con 90 celdas.

Figura 5.12.- Comportamiento de la saturación de agua, después de la inyección de 20 Bls. de agua en un yacimiento saturado con aceite.

CAPÍTULO VI

DISCUSIÓN DE RESULTADOS.

6.1 Resultados del simulador SIMPUMA-FRAC²⁹

Con el fin de reproducir lo más cercano posible las condiciones reales que se generan, por la inyección de un fluido durante una prueba de admisión en un yacimiento, empleando el simulador SIMPUMA-FRAC,²⁹ se realizaron las siguientes simulaciones:

1. Se simuló un yacimiento radial de aceite con un pozo localizado en su centro, el cual se mantuvo en producción durante 35 días, cerrándose posteriormente por el mismo período de tiempo. Los resultados de esta simulación se compararon con los datos presentados por van Everdingen y Hurst³¹ para flujo radial en un yacimiento infinito, lo cual permitió, calibrar la malla que apropiadamente pudiera simular la inyección de un fluido en un yacimiento de aceite, a través de un pozo sin daño, considerando que las propiedades del fluido inyectado sean iguales o diferentes a las propiedades del fluido contenido en el yacimiento.
2. Se simuló la inyección de 20 Bls de aceite a un gasto de 720 Bls/día en un yacimiento de aceite, a través de un pozo sin daño. Los resultados de esta simulación permitieron validar el modelo propuesto, para el caso en que las propiedades del fluido inyectado son iguales a las propiedades del fluido contenido en el yacimiento.
3. Se simuló un impulso con la inyección de 2.46×10^{-4} Bls. de aceite a un gasto de 720 Bls/día en un tiempo pequeño de inyección de 8.18×10^{-6} horas, en un yacimiento de aceite, a través de un pozo sin daño. Los resultados de esta simulación confirmaron que el modelo propuesto es útil para determinar el comportamiento de presión en la zona invadida, causado por la inyección de un volumen pequeño de fluido,

para el caso en que las propiedades del fluido inyectado son iguales a las propiedades del fluido contenido en el yacimiento. Además, estos resultados concuerdan con los obtenidos por Cinco Ley y Cols.⁸ para una prueba de impulso, suponiendo un tiempo de inyección adimensional $t_{ID} = 1$ y que la fuente instantánea está localizada a la mitad del período de inyección de la fuente continua.

4. Se simuló una prueba de admisión real con la inyección de 20 Bls de agua a un gasto de 720 Bls/día, en un yacimiento de aceite, a través de un pozo sin daño. Los resultados de esta simulación permitieron validar el modelo propuesto, para el caso en que las propiedades del fluido inyectado sean diferentes a las propiedades del fluido contenido en el yacimiento.

Las cuatro simulaciones mencionadas, consideran la inyección de un fluido en un yacimiento de aceite, a través de un pozo sin daño, habiendo sido discutidas previamente en el Capítulo V. Sin embargo, se sabe que generalmente debido a la perforación, terminación y reparación del pozo, el pozo a través del cual se inyectan los fluidos al yacimiento se daña por la invasión de agentes extraños alrededor de las paredes del mismo, provocando con esto condiciones adversas al flujo de fluidos. Por tal motivo, considerando la inyección de un fluido en un yacimiento a través de un pozo con daño, se realizaron las simulaciones siguientes:

Con datos mostrados en la Tabla 6.1, se simuló un yacimiento de aceite, con un pozo dañado a través del cual se mantuvo en producción el yacimiento durante 35 días, cerrándose posteriormente por el mismo período de tiempo. Para calibrar la malla del simulador que permitió reproducir la inyección de un fluido durante una prueba de admisión en un yacimiento a través de un pozo con daño, fue necesario que los datos obtenidos durante el período de producción en esta simulación se ajustaran con los datos dados por Wattenbarger y Ramey³² en su Tabla 5. La Figura 6.1 muestra el ajuste logrado entre los resultados del simulador obtenidos para condiciones de flujo monofásico y los resultados de Wattenbarger y Ramey.³²

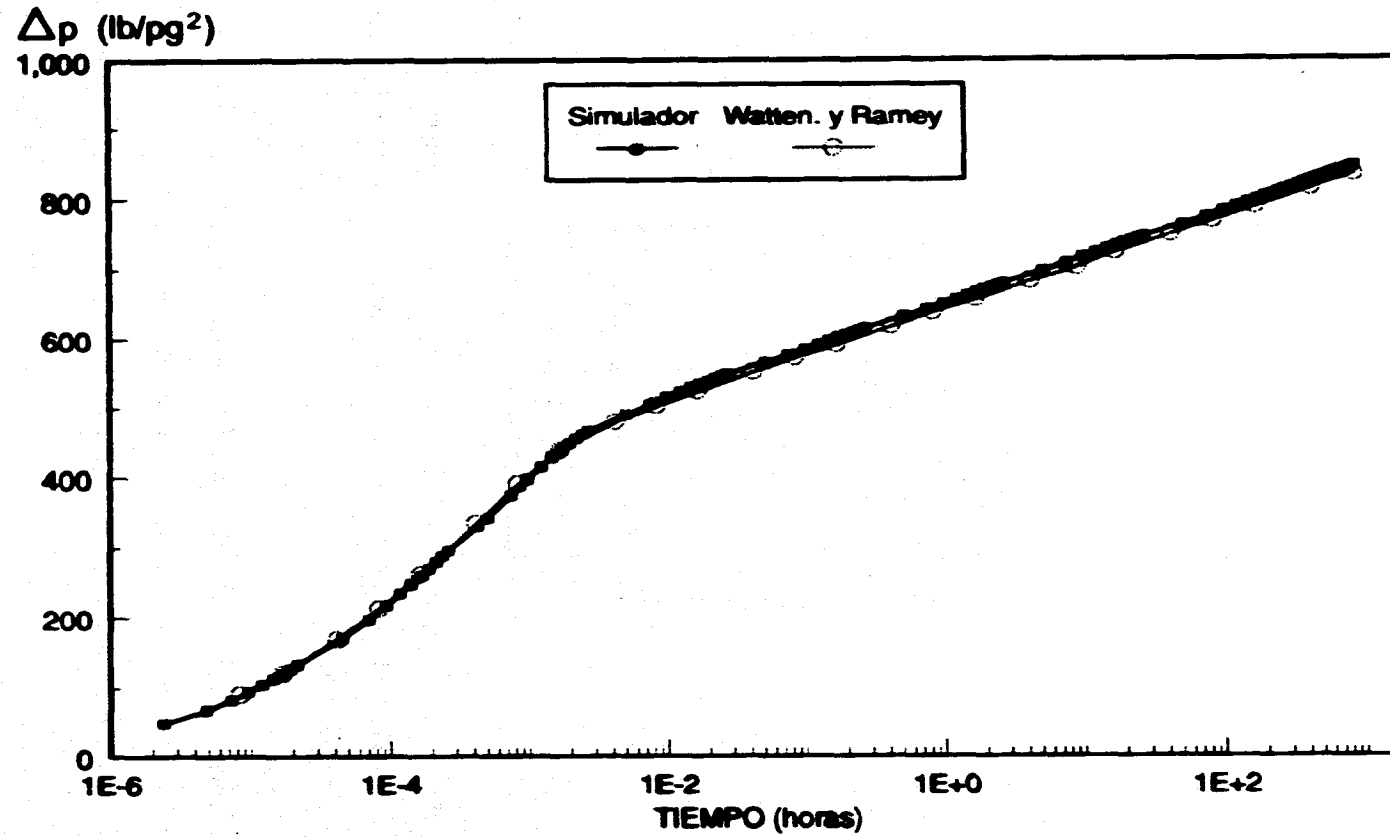


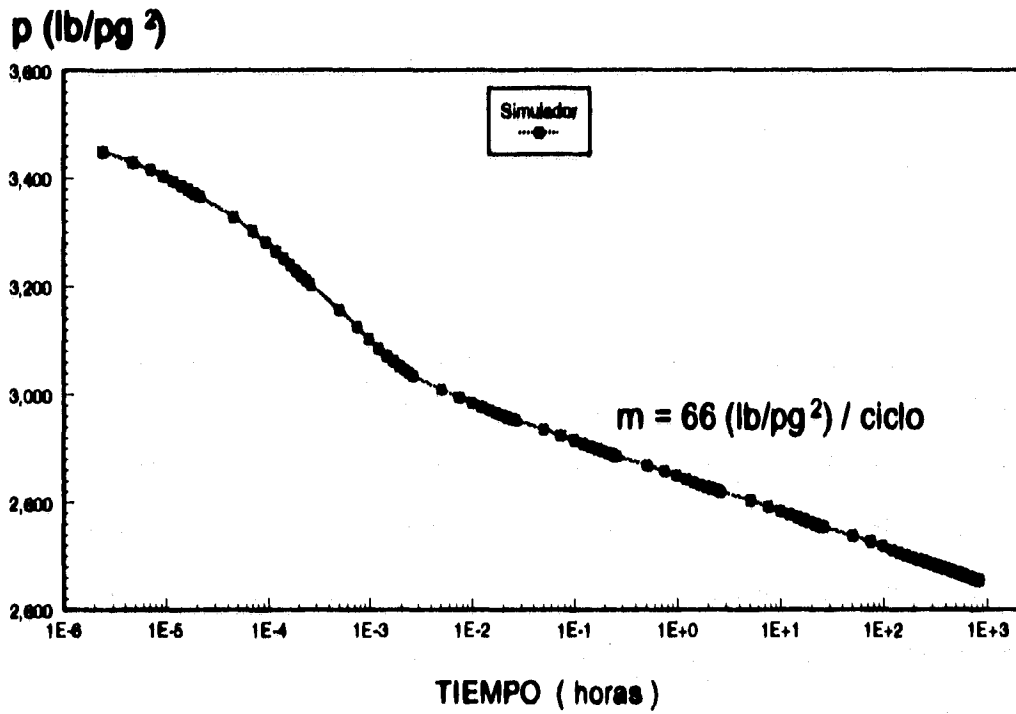
Figura 6.1.- Ajuste de los datos obtenidos por el simulador SIMPUMA-FRAC,²⁹ con los resultados de Wattenbarger y Ramey.³²

Tabla 6.1.- Datos de campo.^{32,33}

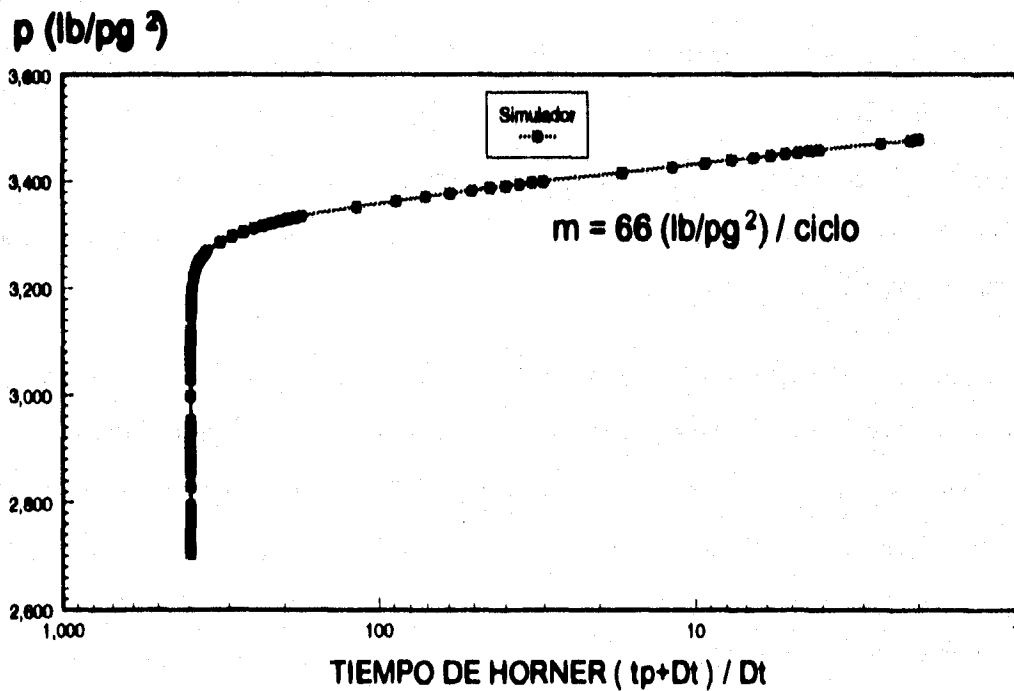
$r_w = 0.35 \text{ pies}$
$r_e = 14300 \text{ pies}$
$r_s = 3.5 \text{ pies}$
$s = +5$
$h = 49 \text{ pies}$
$q = 720 \text{ Bbls/día}$
$c_i = 4.0E - 06 \text{ (lb/pg}^2\text{)}^{-1}$
$\phi = 0.16$
$k = 21.8 \text{ md}$
$k_s(s = +5) = 6.874 \text{ md}$
$\mu_o = 0.6 \text{ cp}, \quad \mu_w = 1 \text{ cp}$
$B = 1$
$p_i = 3500 \text{ (lb/pg}^2\text{)}$
$t_p = 35 \text{ días} = 840 \text{ horas}$
$t_c = 35 \text{ días} = 840 \text{ horas}$

Para obtener los resultados previamente discutidos en relación a la Figura 6.1, se realizó un estudio de sensibilidad en relación a la discretización radial de la malla, el cual dio como resultado el número óptimo de 60 celdas.

Con los datos generados por medio del simulador, graficados en la Figura 6.2.a, para el período de producción en papel semilogarítmico en función de la presión contra el tiempo, y para el período de cierre (incremento), presión contra tiempo de Horner $\{(t_p + \Delta t)/\Delta t\}$, Figura 6.2.b, se obtiene que en ambas figuras se presenta una línea con pendiente $m = 66 \text{ (lb/pg}^2\text{)}/\text{ciclo}$. Estos resultados comprueban la validez del simulador para modelar pruebas de incremento de presión en un yacimiento a través de un pozo con daño.



a.- Período de producción.



b.- Período de cierre (incremento).

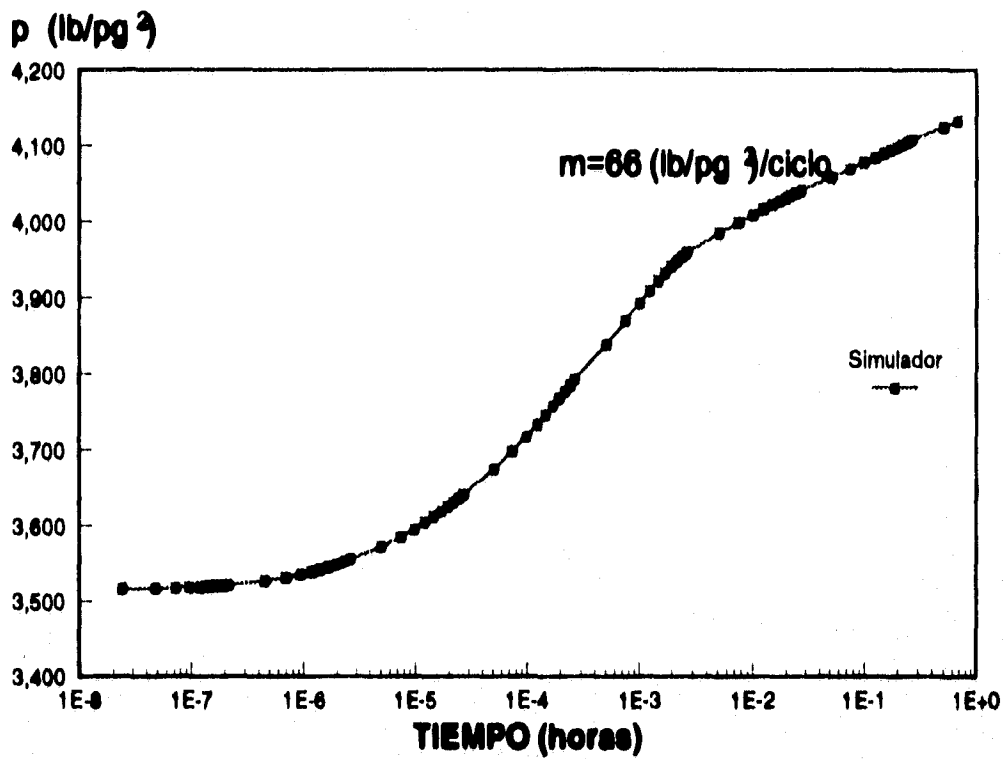
Figura 6.2.- Resultados de la simulación de pruebas de decremento e incremento de presión en un yacimiento de aceite, a través de un pozo con un factor de daño de $s=+5$.

Para comprobar que el simulador puede modelar pruebas de abatimiento de presión, después de la inyección de un fluido en un yacimiento a través de un pozo con daño, se realizaron las simulaciones siguientes:

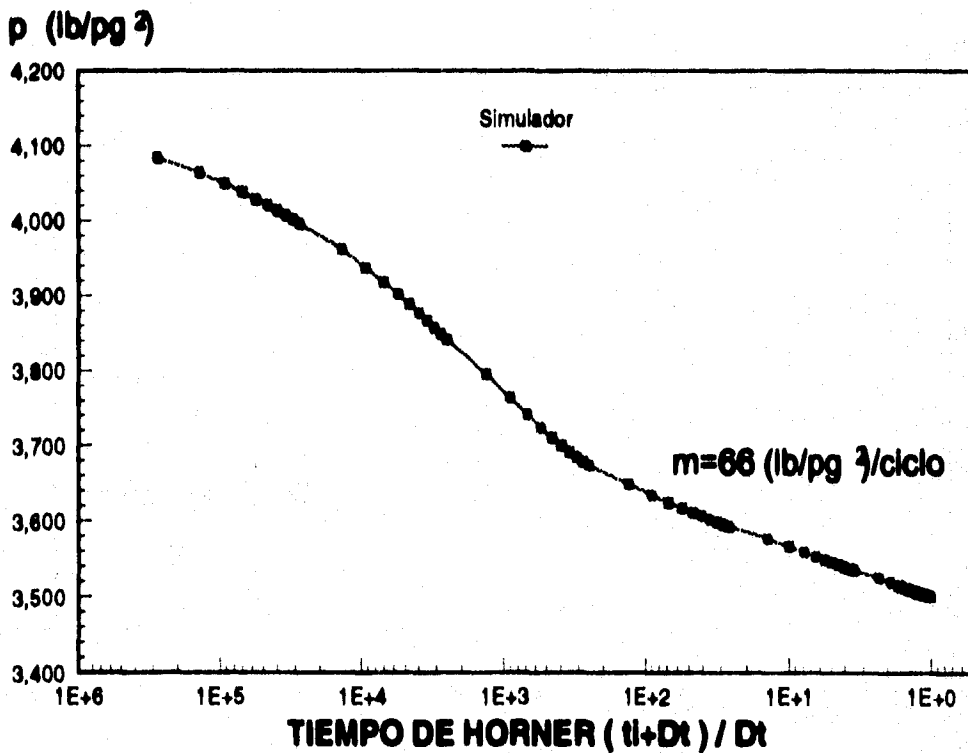
Se simuló una prueba en un yacimiento de aceite, a través de un pozo con un factor de daño de $s = +5$, en el cual se inyectó aceite del mismo yacimiento durante 0.672 horas, y posteriormente se cerró por 96 horas (4 días). De la misma manera, con los datos generados por el simulador graficados en papel semilogarítmico en función de la presión contra el tiempo, durante el período de inyección, Figura 6.3.a, y presión contra tiempo de Horner $\{(t_p + \Delta t)/\Delta t\}$ durante el período de cierre (abatimiento), Figura 6.3.b, se obtiene que en ambas figuras nuevamente se presenta una línea con pendiente $m = 66 (lb/pg^2)/ciclo$.

Con los datos de campo de la Tabla 6.1, variando el factor de daño a $s = +10$ y la permeabilidad de la zona dañada a $k, (s = +10) = 4.080 md$, se realizó otra simulación similar a la anterior, obteniéndose los resultados mostrados en las Figuras 6.4.a y 6.4.b, confirmándose nuevamente en ambas figuras la recta de pendiente $m = 66 (lb/pg^2)/ciclo$. Estos resultados comprueban la validez del simulador para modelar la inyección de un fluido en un yacimiento a través de un pozo dañado, para el caso en donde las propiedades del fluido inyectado son iguales a las propiedades del fluido contenido en el yacimiento.

Finalmente, se simuló una prueba de admisión real, donde se inyectan 20 Bls. de agua en un yacimiento de aceite, en el que el pozo tiene un factor de daño de $s = +5$ y una permeabilidad de la zona dañada de $k, (s = +5) = 6.874 md$, a un gasto de 720 Bls/día, cerrándose posteriormente para realizar una prueba de abatimiento de presión por 96 horas. En las figuras 6.5.a y 6.5.b se muestran los resultados del simulador para el período de inyección y cierre, respectivamente, observándose que las pendientes de las líneas presentes en estas últimas figuras, son diferentes para ambos períodos, debido a la variación entre las propiedades del agua inyectada y el aceite del yacimiento. La porción de la recta semilogarítmica con pendiente $m = 66 (lb/pg^2)/ciclo$, para el período de abatimiento se presenta al sentirse los efectos del fluido del yacimiento, sin embargo;



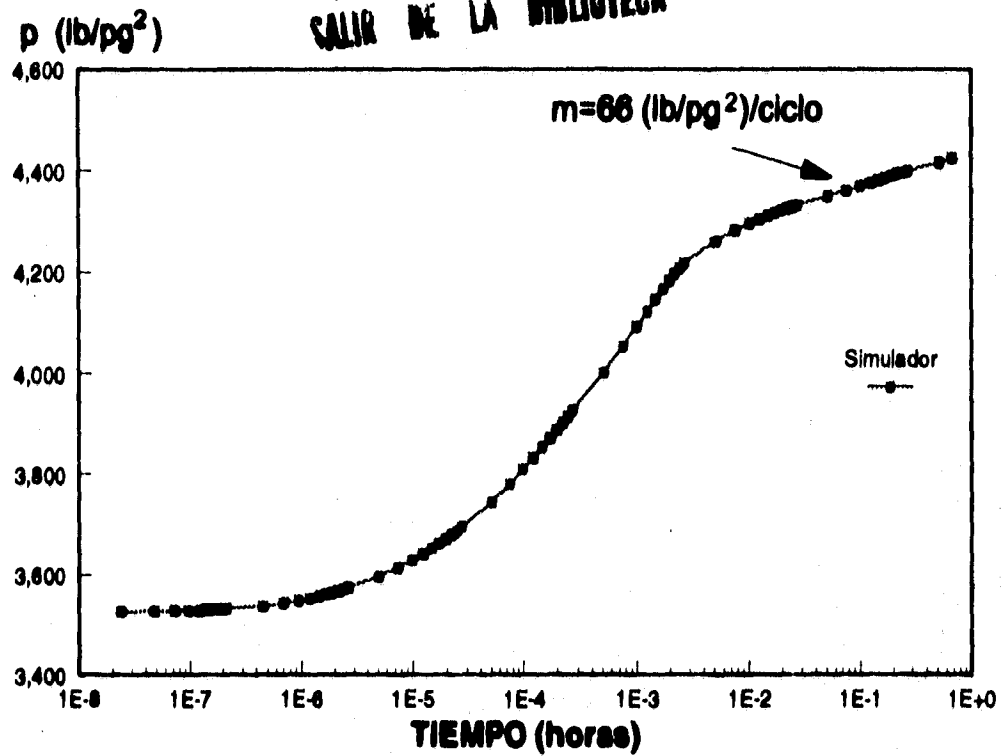
a.- Período de inyección.



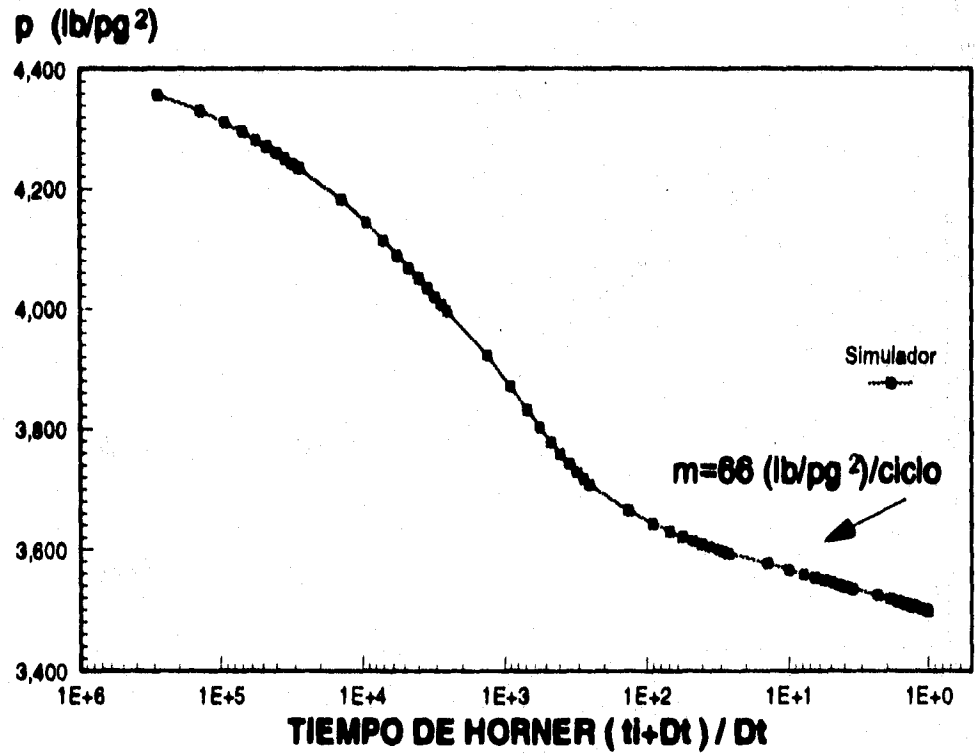
b.- Período de cierre (abatimiento)

Figura 6.3.- Resultados de simular la inyección de 20 Bls. de aceite y posteriormente el cierre del pozo, en un yacimiento de aceite a través de un pozo con un factor de daño de $s=+5$.

ESTA TESIS NO DEBE
SALIR DE LA BIBLIOTECA

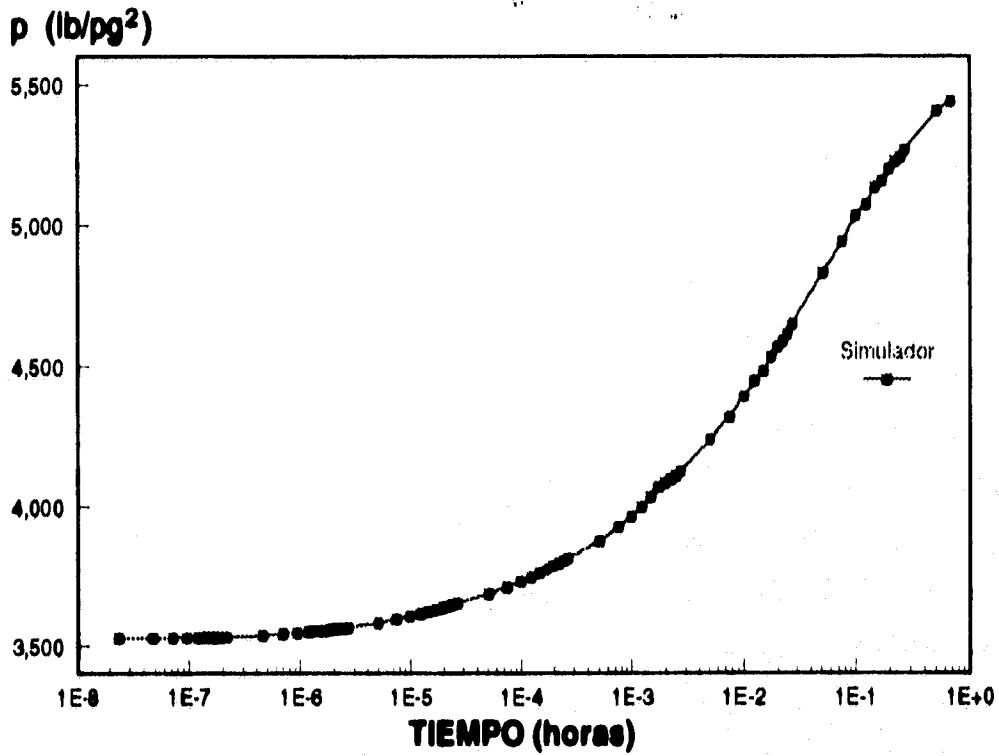


a.- Período de inyección.

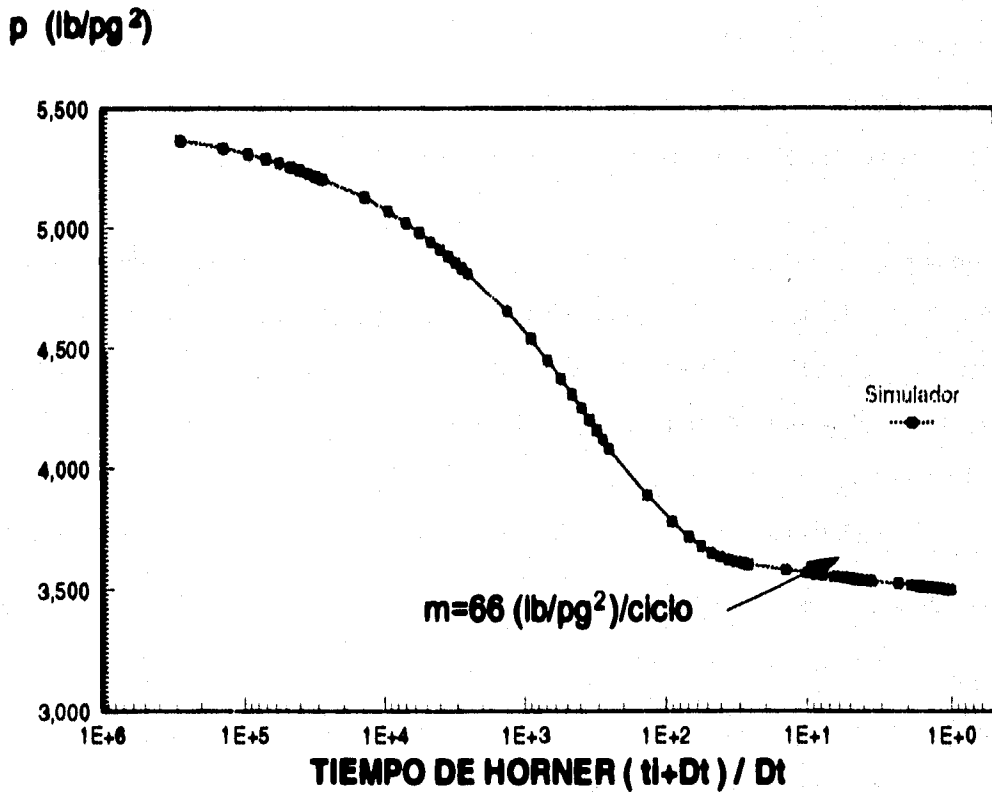


b.- Período de cierre (abatimiento)

Figura 6.4.- Resultados de simular la inyección de 20 Bls. de aceite y posteriormente el cierre del pozo, en un yacimiento de aceite a través de un pozo con un factor de daño de $s=+10$.



a.- Período de inyección.



b.- Período de cierre (abatimiento)

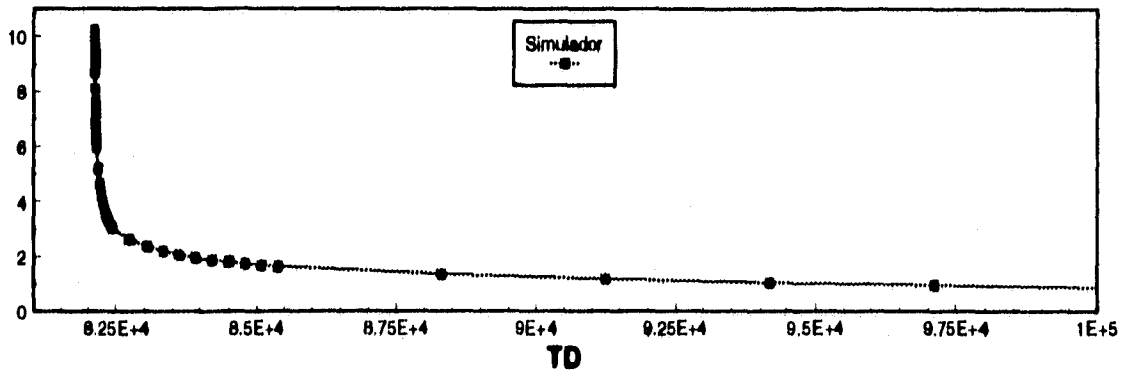
Figura 6.5.- Simulación de una prueba de admisión en donde se inyectan 20 Bls. de agua en un yacimiento de aceite, a través de un pozo con un factor de daño de $s=+5$.

para el período de inyección esa parte de la recta no se alcanza debido a que el tiempo de inyección es muy pequeño. Estos resultados como se menciona anteriormente, para el caso de una inyección en un yacimiento a través de un pozo sin daño, también concuerdan con las conclusiones de Garg y Pritchett.²²

Los resultados de estas últimas tres simulaciones, comprueban que el simulador modela satisfactoriamente las pruebas de abatimiento de presión, para el caso de una inyección en un yacimiento a través de un pozo sin daño, considerando que las propiedades del fluido inyectado sean iguales o diferentes a las propiedades del fluido contenido en el yacimiento. De esta manera, usando las definiciones de variables adimensionales, los resultados de tiempo y presión proporcionados en forma dimensional por el simulador se convierten a su forma adimensional, los cuales permitieron construir las gráficas de p_D contra t_D que se presentan en las Figuras 6.6.a, 6.6.b y 6.6.c. Las gráficas que se muestran en las dos primeras figuras, describen la respuesta de presión causada por la inyección de 20 Bls de aceite, en un yacimiento de aceite en el que el pozo tiene un factor de daño de $s = +5$ y $s = +10$, respectivamente, y la gráfica mostrada en la tercera figura presenta la respuesta de presión causada por la inyección de 20 Bls. de agua en un yacimiento de aceite en el que el pozo tiene un factor de daño de $s = +5$.

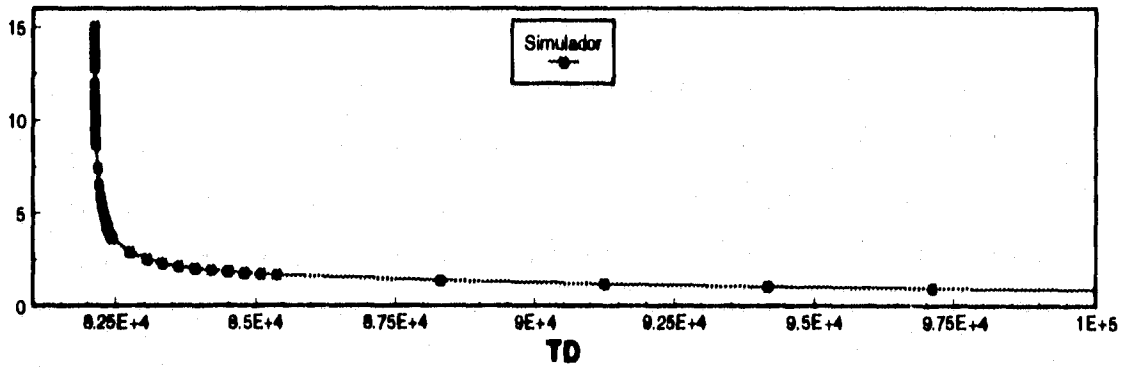
En la parte de validación del Capítulo V se simularon inyecciones de fluido en un yacimiento de aceite a través de pozos sin daño. Estas simulaciones, al igual que las realizadas para un yacimiento a través de pozos con daño, se generaron con los mismos datos de campo, con excepción del factor de daño. Por lo tanto, de un análisis del comportamiento de presión mostrado en las Figuras 5.8.a, 6.6.a y 6.6.b, se observa que por efecto del daño la presión de fondo máxima, $p_{wf_{máx}} = 4083 \text{ lb/pg}^2$, alcanzada durante la inyección de aceite en un yacimiento de aceite en el que el pozo tiene un factor de daño de $s = +5$, fue 262 lb/pg^2 mayor que la $p_{wf_{máx}} = 3821 \text{ lb/pg}^2$, alcanzada durante la inyección de aceite en un yacimiento de aceite en el que el pozo no tiene daño, y para el caso en el que el pozo tiene un factor de daño de $s = +10$, la $p_{wf_{máx}} = 4357 \text{ lb/pg}^2$ fue 536 lb/pg^2 mayor.

PD



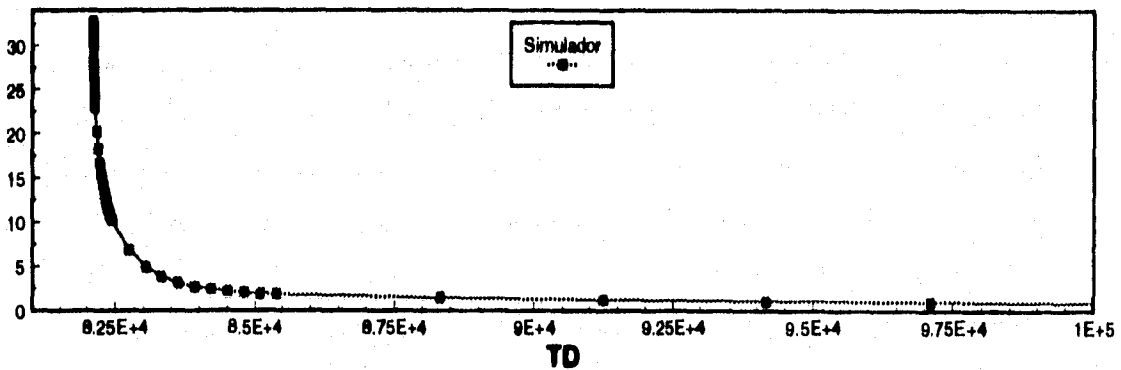
a.- Respuesta de presión generada por la inyección de 20 Bls. de aceite en un yacimiento de aceite, a través de un pozo con un factor de daño $s=+5$.

PD



b.- Respuesta de presión generada por la inyección de 20 Bls. de aceite en un yacimiento de aceite, a través de un pozo con un factor de daño $s=+10$.

PD



c.- Respuesta de presión generada por la inyección de 20 Bls. de agua en un yacimiento de aceite, a través de un pozo con un factor de daño $s=+5$

Figura 6.6.- Simulación de pruebas de admisión en un yacimiento de aceite, a través de pozos con daño.

Este incremento de presión causado por la restricción al flujo de fluidos que representa el daño, se ve más afectado cuando las propiedades del fluido inyectado son diferentes a las propiedades del fluido contenido en el yacimiento. Como puede verse en la Figura 5.11.a, la inyección de agua en el yacimiento de aceite en el que el pozo no está dañado alcanza una $p_{wf,md,x} = 4207 \text{ lb/pg}^2$ y en la Figura 6.6.c, la inyección de agua en el mismo yacimiento de aceite pero a través de un pozo con un factor de daño de $s = +5$ alcanza una $p_{wf,md,x} = 5366 \text{ lb/pg}^2$. Esto quiere decir que el incremento de presión, causado por la diferencia de propiedades entre el fluido inyectado y el fluido contenido en el yacimiento, conjuntamente con el efecto del factor de daño fue de 1545 lb/pg^2 , considerando condiciones isotérmicas de flujo.

En resumen, con base en los resultados del simulador puede concluirse, que la inyección de agua en el yacimiento de aceite en estudio incrementa la presión en 386 lb/pg^2 , lo que equivale a inyectar aceite en un yacimiento en el que el pozo tiene un factor de daño mayor de $s = +5$. Cuando el efecto anterior se suma al efecto causado por el factor de daño real de la formación, equivaldría a inyectar aceite en un yacimiento en el que el pozo tiene un factor de daño superior a $s = +10$.

6.2 Resultados del modelo propuesto.

Los resultados obtenidos por el modelo propuesto, para los casos en donde se considera que las propiedades del fluido inyectado son iguales a las propiedades del fluido contenido en el yacimiento, muestran al igual que los resultados del simulador, que el fluido óptimo para efectuar una prueba de admisión es aquel que tenga propiedades semejantes a las propiedades del fluido contenido en el yacimiento. Esto se demuestra en las Figuras 5.8 y 5.9 del Capítulo V, mostrándose en ambas figuras los resultados del comportamiento de presión causado por la inyección de aceite en un yacimiento de aceite, obtenidos con el modelo propuesto, corriendo el programa para las condiciones $M = 1$, $RC = 1$ y $F = 1$. Esto significa, que el efecto causado en el yacimiento por la inyección de un fluido con propiedades iguales a las propiedades del fluido contenido en el yacimiento es nulo. Es decir, después de la inyección del fluido durante la prueba

de admisión, las propiedades de la zona no invadida continúan siendo iguales a las propiedades de la zona invadida por el fluido inyectado.

Cuando el fluido inyectado en el yacimiento durante una prueba de admisión, tiene propiedades diferentes a las propiedades del fluido contenido en el yacimiento, como es el caso de la inyección de agua en un yacimiento de aceite, da como resultado que las características de la zona invadida por el fluido inyectado sean totalmente diferentes a las características originales que conserva la zona no invadida. Estos resultados se muestran en la Figura 5.11 del Capítulo V, donde el programa de cómputo del modelo propuesto se corrió para las condiciones $M = 0.09$, $RC = 1.048$ y $F = 0.3071$. Esto quiere decir, de acuerdo a los resultados obtenidos, que el efecto causado por la inyección de un fluido diferente al fluido que contiene el yacimiento, se refleja claramente en las propiedades de la zona invadida por el fluido inyectado. Como puede observarse, la movilidad de los fluidos de la zona invadida resulta ser 91 % (11 veces) menor a la movilidad del fluido de la zona no invadida, la compresibilidad de la zona invadida es muy similar a la compresibilidad de la zona no invadida y la difusividad hidráulica de la zona invadida es 69 % (3.3 veces) menor que la difusividad hidráulica de la zona no invadida.

Aún cuando el modelo propuesto no considera en forma directa el daño causado durante la perforación, terminación y reparación de un pozo por la invasión de agentes extraños al yacimiento, con los resultados obtenidos al correr el programa de cómputo del modelo propuesto, con datos de tiempo y presión de una prueba de admisión realizada en un yacimiento a través de un pozo dañado, es posible determinar parámetros del yacimiento que permitan hacer un análisis de la zona invadida por el fluido inyectado, así como, dar una idea clara del efecto causado por la inyección de un fluido con propiedades diferentes o iguales a las propiedades del fluido contenido en el yacimiento.

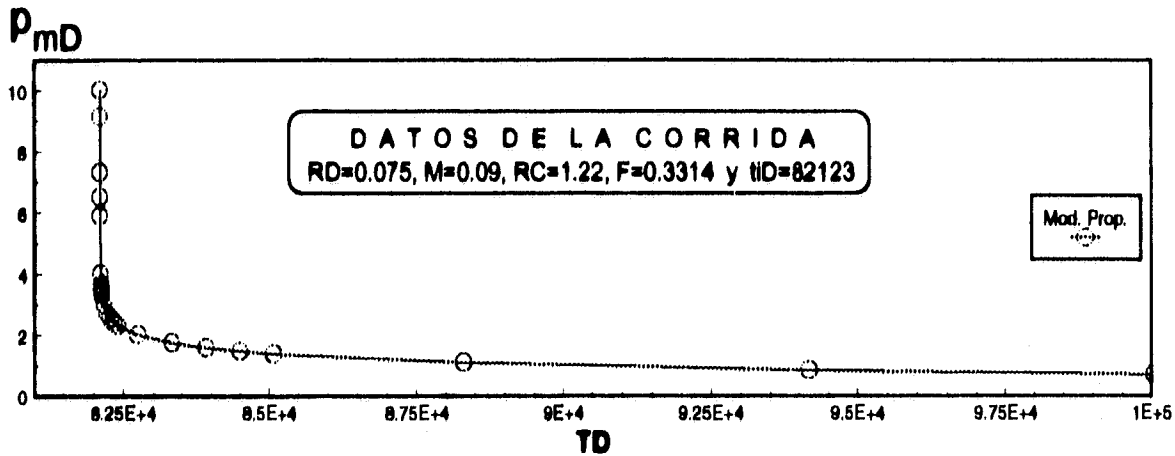
Usando las respuestas de presión causadas por la inyección de un fluido durante una prueba de admisión, generadas mediante el simulador SIMPUMA-FRASC²⁹ para un yacimiento a través de un pozo con daño, se realizaron corridas utilizando el programa de cómputo del modelo propuesto, con diferentes relaciones de movilidad y compresibilidad hasta lograr ajustar los

resultados con los obtenidos por el simulador. Se determinó que la inyección de aceite en un yacimiento de aceite en el que el pozo tiene un factor de daño de $s = +5$, aún cuando las propiedades del fluido inyectado sean iguales a las propiedades del fluido contenido en el yacimiento, equivale a tener un yacimiento en las condiciones siguientes: $M = 0.09$, $RC = 1.22$ y $F = 0.3314$, Figura 6.7.a. Es decir, el efecto causado por el factor de daño $s = +5$, provoca que la movilidad del fluido de la zona invadida sea 91 % (11 veces) menor que la movilidad del fluido de la zona no invadida, la compresibilidad de la zona invadida sea 18 % (0.18 veces) menor que la compresibilidad de la zona no invadida, y la difusividad hidráulica de la zona invadida sea 67 % (3 veces) menor que la difusividad hidráulica de la zona no invadida.

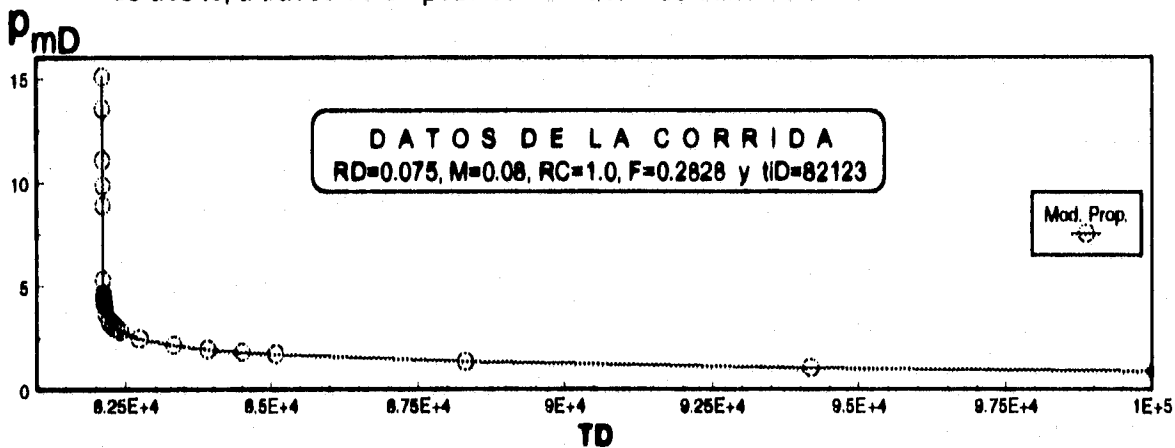
Para el caso de la inyección de aceite en un yacimiento de aceite en el que el pozo tiene un factor de daño de $s = +10$, corriendo el programa de cómputo del modelo propuesto se determinó un yacimiento con las condiciones $M = 0.08$, $RC = 1$ y $F = 0.28284$, Figura 6.7.b. Esto quiere decir, que el efecto causado por el factor de daño $s = +10$, hace que la movilidad del fluido de la zona invadida sea 92 % (12.5 veces) menor que la movilidad del fluido de la zona no invadida, las compresibilidades de la zona invadida y no invadida sean iguales y la difusividad hidráulica de la zona invadida sea 72 % (3.5 veces) menor que la difusividad hidráulica de la zona no invadida.

Para el caso en que la prueba de admisión se realiza inyectando agua en un yacimiento de aceite en el que el pozo tiene un factor de daño de $s = +5$, corriendo el programa de cómputo del modelo propuesto se determinó un yacimiento con las condiciones $M = 0.0393$, $RC = 1$ y $F = 0.19824$, Figura 6.7.c, equivalente a tener un yacimiento donde la movilidad de los fluidos de la zona invadida sea 96 % (25.4 veces) menor que la movilidad del fluido de la zona no invadida, las compresibilidades de la zona invadida y no invadida sean iguales y la difusividad hidráulica de la zona no invadida, sea 80 % (5 veces) menor que la difusividad hidráulica de la zona no invadida.

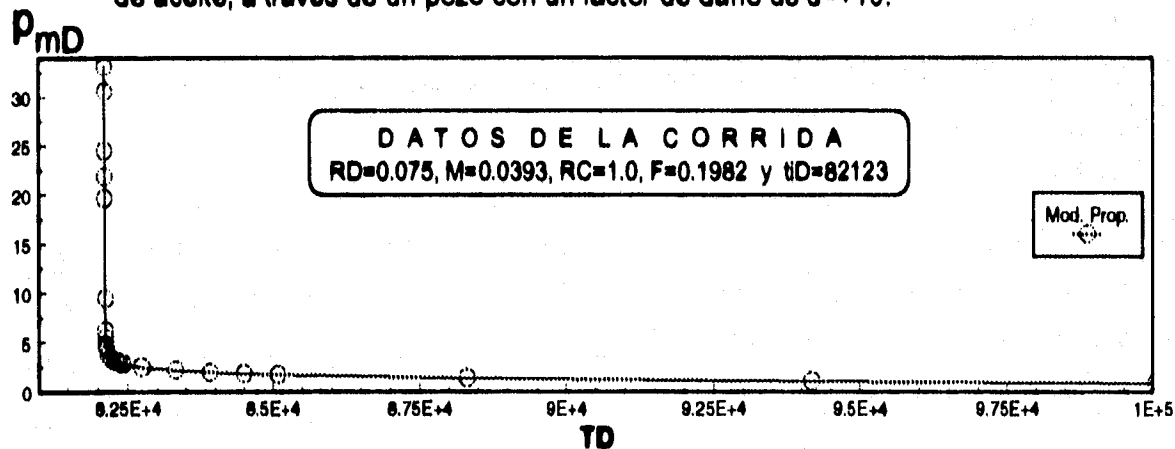
La Tabla 6.2 presenta un resumen comparativo del comportamiento de las relaciones entre propiedades de la zona invadida y no invadida, que resulta de la inyección de un fluido con propiedades diferentes o iguales a las propiedades del fluido contenido en el yacimiento, obtenido con el modelo propuesto.



a.- Respuesta de presión generada por la inyección de 20 Bls. da aceite en un yacimiento de aceite, a través de un pozo con un factor de daño de $s=+5$.



b.- Respuesta de presión generada por la inyección de 20 Bls. da aceite en un yacimiento de aceite, a través de un pozo con un factor de daño de $s=+10$.



c.- Respuesta de presión generada por la inyección de 20 Bls. da agua en un yacimiento de aceite, a través de un pozo con un factor de daño de $s=+5$.

Figura 6.7.- Respuestas de presión generadas por pruebas de admisión en un yacimiento de aceite, a través de pozos con daño, obtenidas por el programa de computo del modelo propuesto, con base en los resultados del simulador SIMPUMA-FRAC.²⁹

Tabla 6.2.- Relaciones entre propiedades de la zona invadida y no invadida después de realizada la prueba de admisión.

Relación entre propiedades	A	B	C	D	E
λ_1/λ_2	1 $\lambda_1 = \lambda_2$	0.09 $\lambda_1 = 0.09\lambda_2$	0.09 $\lambda_1 = 0.09\lambda_2$	0.08 $\lambda_1 = 0.08\lambda_2$	0.0393 $\lambda_1 = 0.0393\lambda_2$
c_2/c_1	1 $c_1 = c_2$	1.048 $c_1 = c_2$	1.22 $c_1 = 1.22c_2$	1 $c_1 = c_2$	1 $c_1 = c_2$
η_2/η_1	1 $\eta_1 = \eta_2$	0.30712 $\eta_1 < 0.3071\eta_2$	0.33136 $\eta_1 < 0.3313\eta_2$	0.28284 $\eta_1 < 0.2828\eta_2$	0.19824 $\eta_1 < 0.1982\eta_2$

- (A) Inyección de 20 Bls. de aceite en un yacimiento de aceite a través de un pozo sin daño.
- (B) Inyección de 20 Bls. de agua en un yacimiento de aceite a través de un pozo sin daño.
- (C) Inyección de 20 Bls. de aceite en un yacimiento de aceite en el que el pozo tiene un factor de daño de $s = +5$.
- (D) Inyección de 20 Bls. de aceite en un yacimiento de aceite en el que el pozo tiene un factor de daño de $s = +10$.
- (E) Inyección de 20 Bls. de agua en un yacimiento de aceite en el que el pozo tiene un factor de daño de $s = +5$.

Un análisis de estos resultados permite concluir, que el efecto de inyectar un fluido con propiedades diferentes a las propiedades del fluido contenido en el yacimiento, aún cuando el pozo a través del cual se hace la inyección no esté dañado (caso B), es muy similar al efecto causado por inyectar un fluido con las mismas propiedades del fluido contenido en el yacimiento, cuando el pozo a través del cual se hace la inyección está dañado (caso C). Puede observarse también, que cuando las propiedades del fluido inyectado son iguales a las propiedades del fluido contenido en el yacimiento (casos C, D), la diferencia entre las características de la zona invadida y no invadida se deben solo al efecto causado por el factor de daño del pozo. Asimismo, la inyección de un

fluido con propiedades diferentes a las propiedades del fluido contenido en un yacimiento en donde el pozo a través del cual se hace la inyección está dañado (caso E), altera en forma importante las características de la zona invadida, debido a que aunado a la diferencia entre las propiedades de los fluidos; se presenta el efecto del daño de la formación.

Finalmente, estos resultados permiten establecer que la inyección de un fluido con propiedades diferentes a las propiedades del fluido que contiene el yacimiento, a través de un pozo con daño o sin daño, altera en forma importante las características de la zona invadida por el fluido inyectado.

Las Figuras 6.8 a 6.11 tienen como finalidad mostrar el comportamiento de presión causado por la inyección de 20 Bls de fluido en un yacimiento monofásico, haciendo combinaciones de relaciones de movilidad con relaciones de compresibilidad. Los resultados mostrados se obtuvieron empleando el modelo propuesto en este estudio, expresado por medio de las ecuaciones (4.11) a (4.17) del Capítulo IV. En la Figura 6.8, se mantiene constante la relación de compresibilidad, ($RC = 1$), y se varía la relación de movilidades, observándose que el valor máximo de presión adimensional se presenta cuando las relaciones de movilidad adquieren los valores mas pequeños, $M = 0.10$, que corresponden al caso de inyección en un yacimiento de gas. También se observa que a medida que aumenta esta relación, el comportamiento de la presión adimensional al inicio del período de abatimiento va siendo menor paulatinamente.

Manteniendo constantes los valores de las relación de movilidad y variando los valores de la relación de compresibilidad, Figuras 6.9, 6.10 y 6.11, se logra observar las diferencias entre las respuestas de presión adimensional, presentes para cada combinación de relaciones de movilidad y de compresibilidad; en estas figuras se puede observar nuevamente, que el valor máximo de presión adimensional se alcanza cuando la relación de movilidades y compresibilidades entre la zona invadida y no invadida presentan los valores más pequeños considerados en este análisis, $M = 0.10$ y $RC = 1$. Al mantener constante la relación de movilidades, se observa que al incrementarse la relación de compresibilidades, la presión adimensional disminuye. Considerando que la compresibilidad de la zona no invadida es igual o mayor que la compresibilidad de la zona

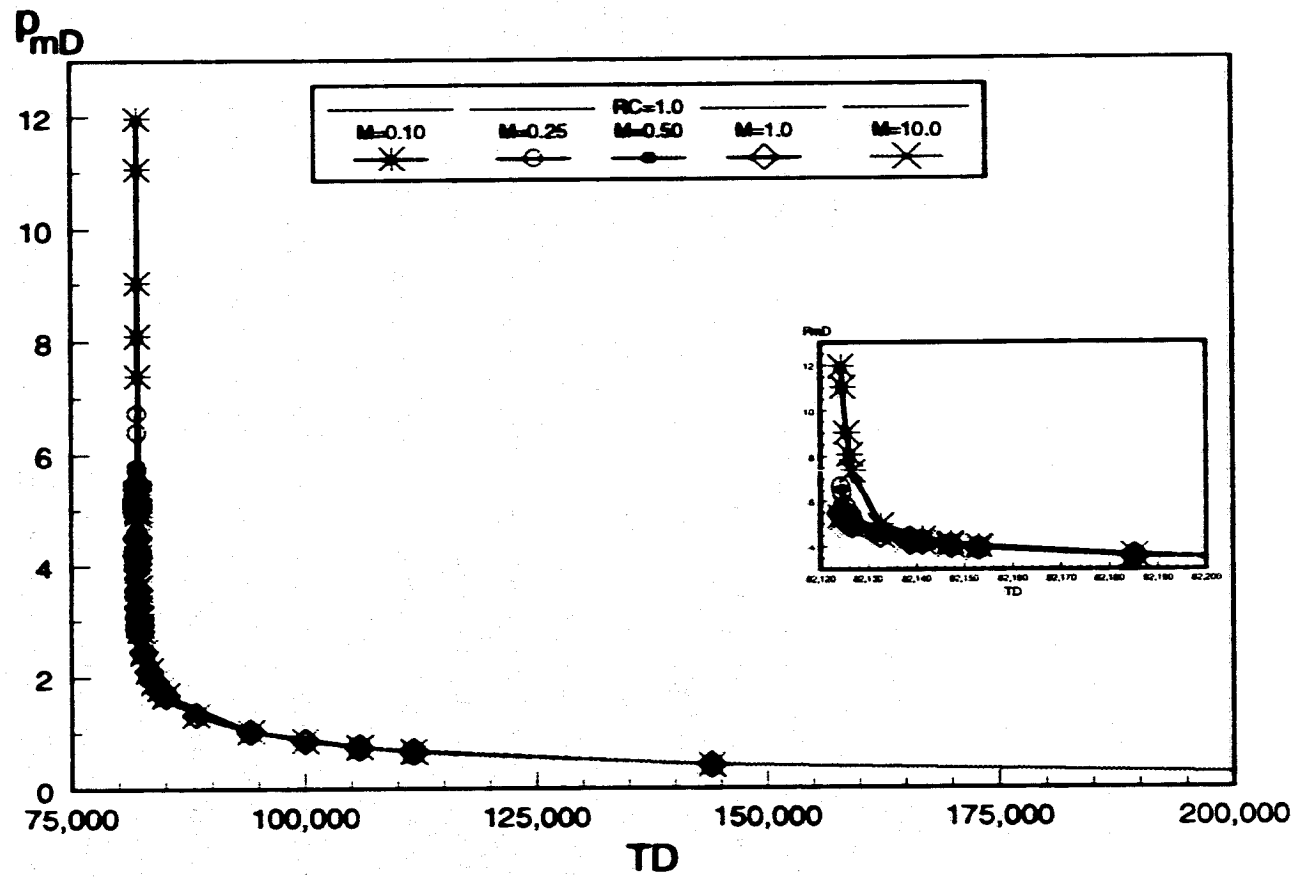
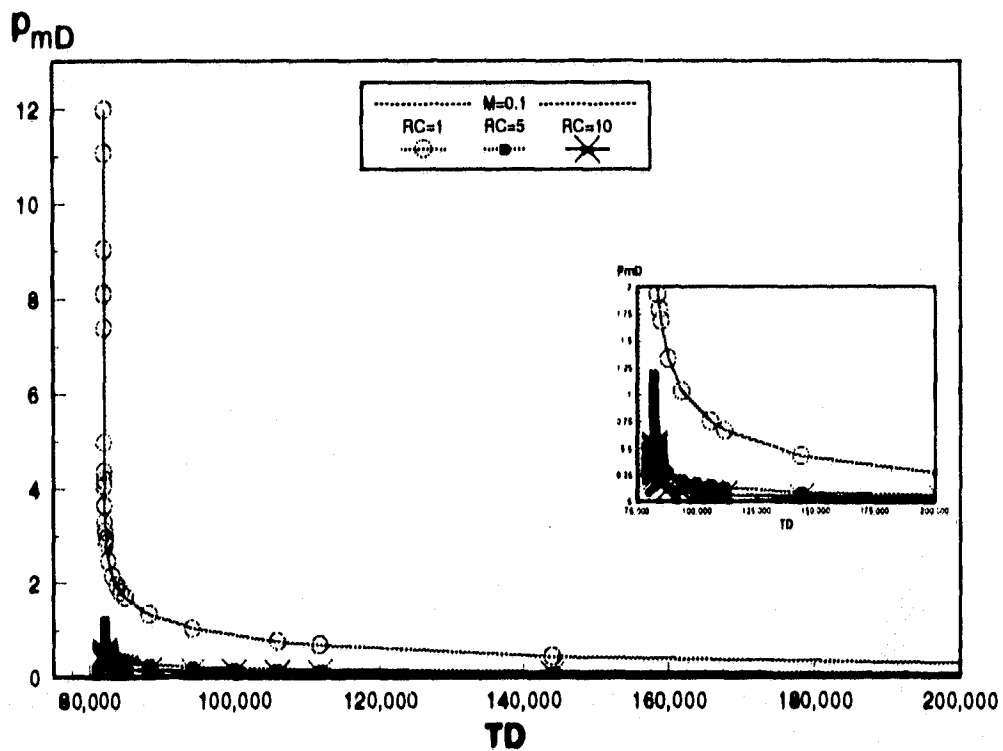
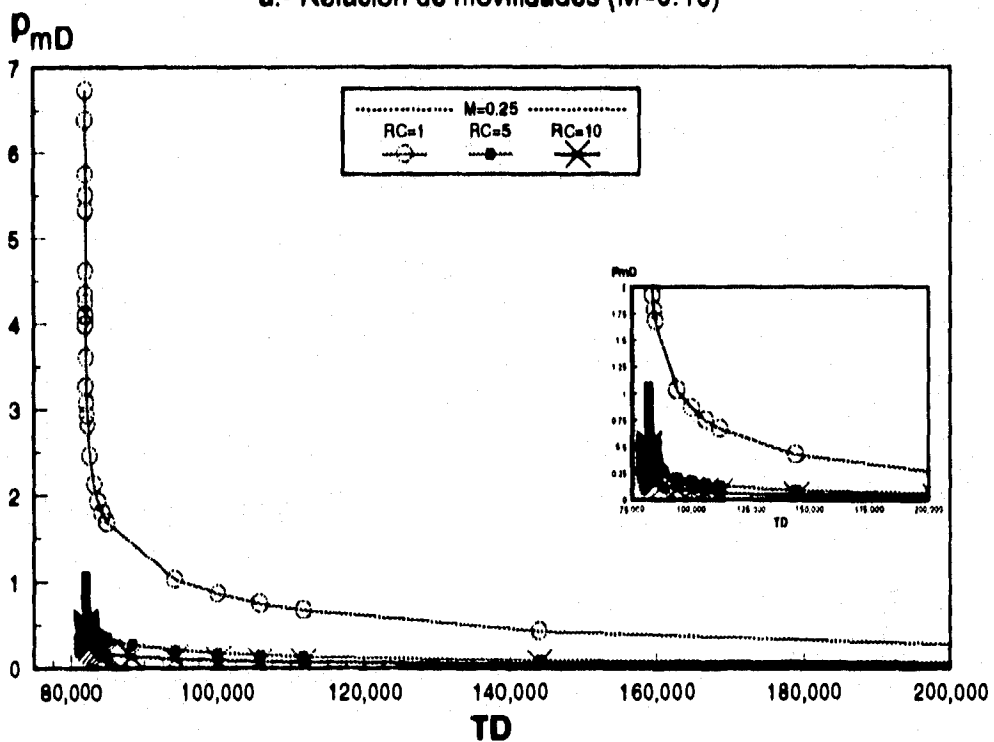


Figura 6.8.- Respuestas de presión causadas por la inyección de un fluido en un yacimiento monofásico, obtenidas con el modelo propuesto.

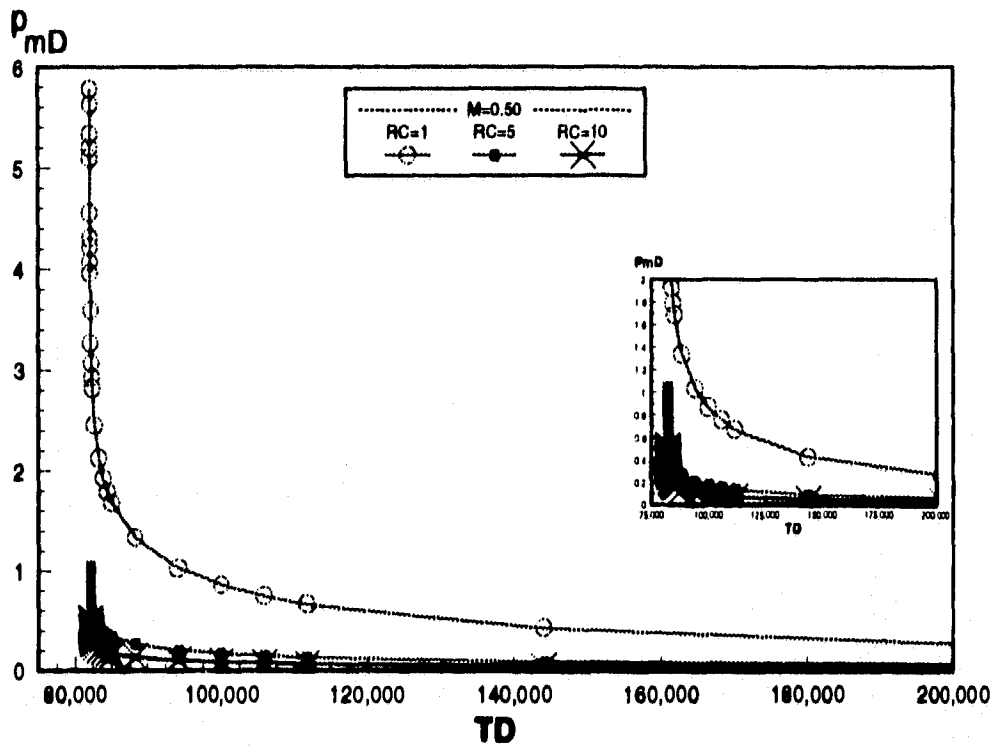


a.- Relación de movilidades ($M=0.10$)

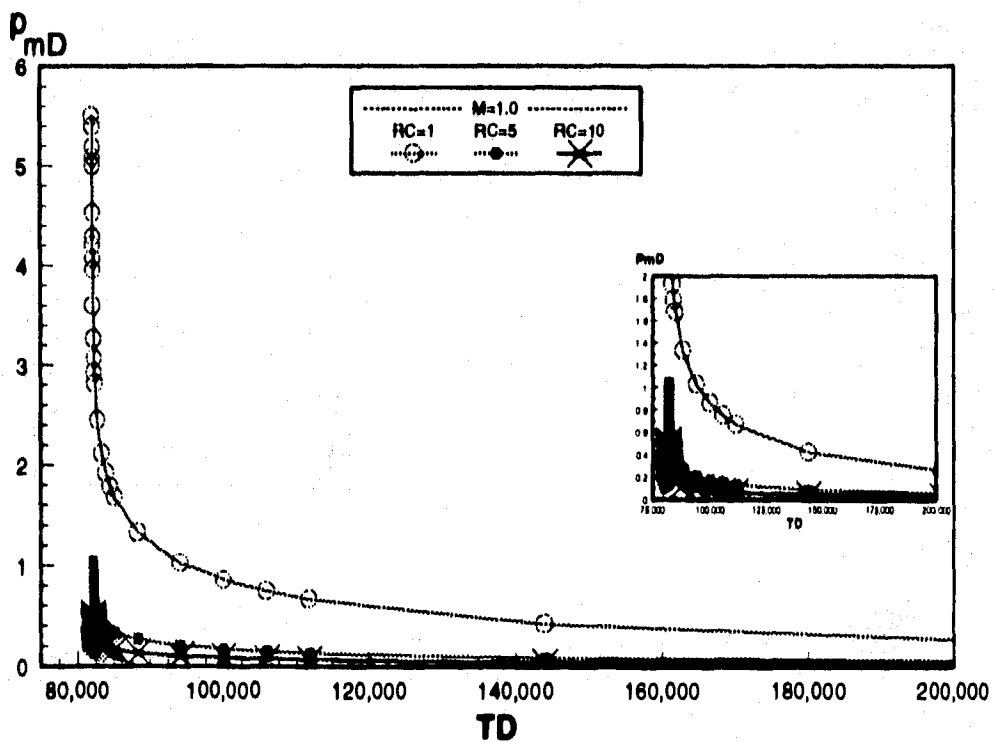


b.- Relación de movilidades ($M = 0.25$).

Figura 6.9.- Respuestas de presión causada por la inyección de un fluido en un yacimiento monofásico, obtenidas con el modelo propuesto.

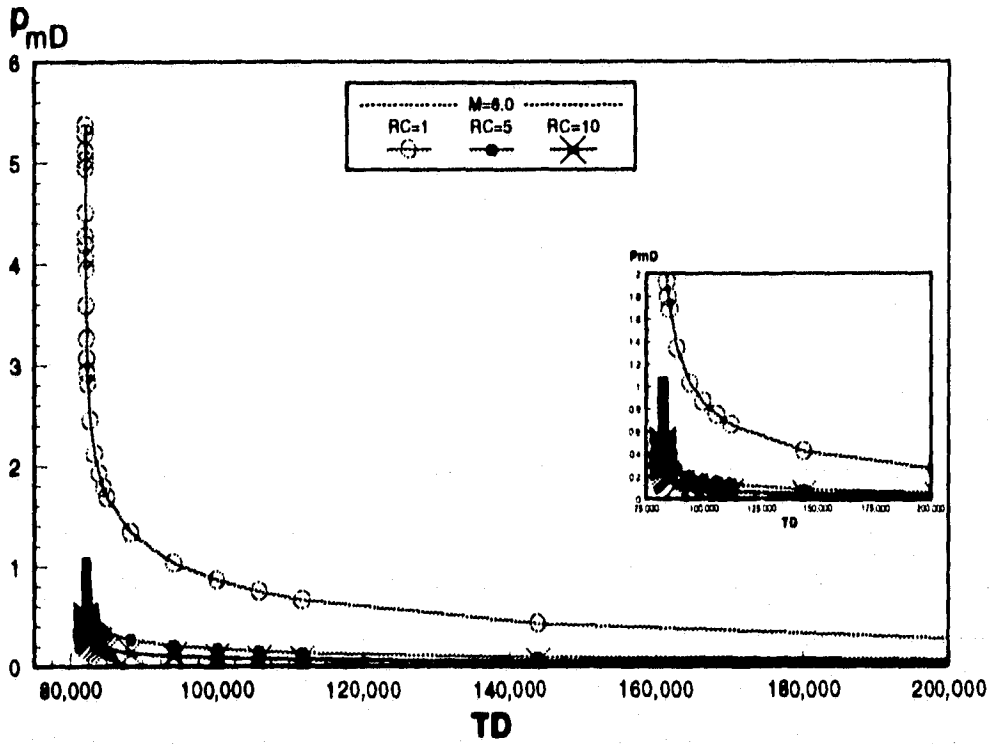


a.- Relación de movilidades ($M=0.50$).

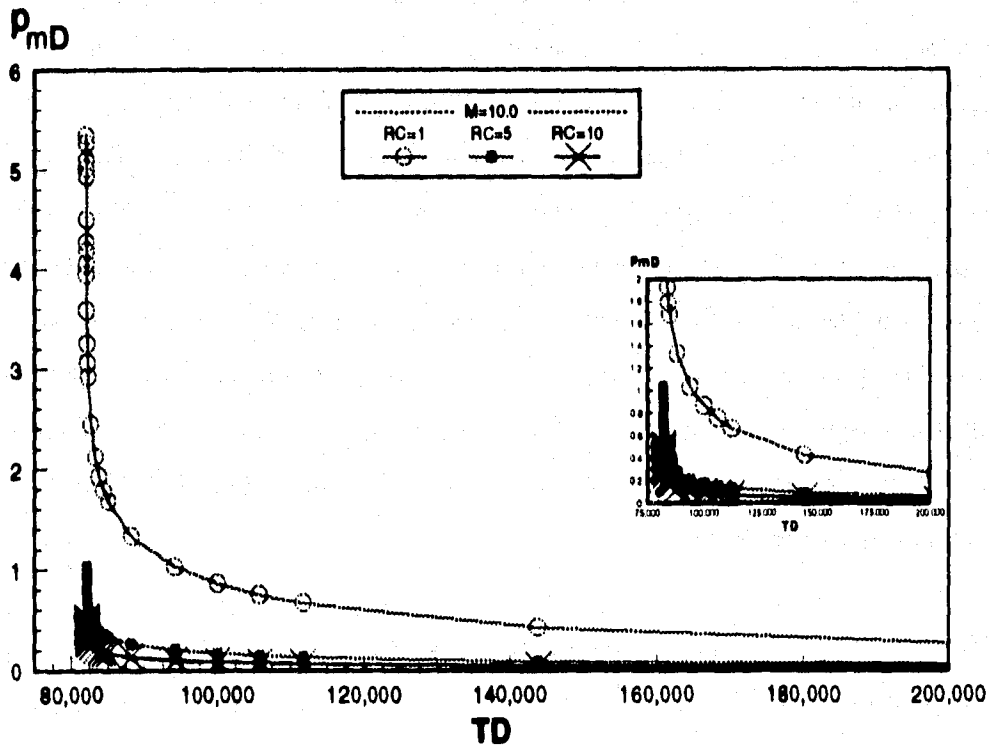


b.- Relación de movilidades ($M=1.0$)

Figura 6.10.- Respuestas de presión causadas por la inyección de un fluido en un yacimiento monofásico, obtenidas con el modelo propuesto.



a.- Relación de movilidades ($M=6.0$).



b.- Relación de movilidades ($M=10.0$).

Figura 6.11.- Respuesta de presión causada por la inyección de un fluido en un yacimiento monofásico, obtenidas con el modelo propuesto.

invadida, la respuesta de presión adimensional termina comportándose como la inyección de un fluido en un yacimiento de gas, $M = 0.10$ y $RC > 10$, en donde el volumen pequeño de inyección no genera cambios considerables en el comportamiento de presión.

Considerando la respuesta de presión causada por la inyección de un fluido con propiedades iguales a las propiedades del fluido contenido en el yacimiento, $M = 1$ y $RC = 1$, mostrada en la Figura 6.10, se puede concluir que en ésta y en las figuras restantes 6.9 y 6.11, las curvas que aparecen por arriba de este comportamiento, se aproximan más a la respuesta de una prueba de admisión realizada en un yacimiento de aceite, y por el contrario, las curvas que aparecen por debajo de dicho comportamiento se aproximan a la respuesta de una prueba de admisión realizada en un yacimiento de gas.

La finalidad de estas últimas figuras, además de presentar la respuesta de presión causada por la inyección de un volumen pequeño de fluido, para diferentes relaciones de compresibilidad y movilidad, es el de servir como herramientas para predecir los valores que deben usarse en el programa de cómputo del modelo propuesto. Es decir, si después de realizada la prueba de admisión, los datos de presión vs. tiempo obtenidos durante la prueba se convierten a su forma adimensional de p_D contra t_D , una gráfica de estos resultados permite observar el comportamiento de la respuesta de presión adimensional causada por la prueba de admisión. Comparando esta gráfica con las gráficas mostradas en las Figuras 6.8, 6.9, 6.10 y 6.11, se puede dar una idea de el valor de las relaciones de compresibilidad y movilidad necesarias para iniciar el programa de cómputo del modelo propuesto, de manera que en el menor número de ensayos se logre obtener la gráfica de p_D contra t_D , que ajuste los datos de campo, y finalmente, obtener los parámetros del yacimiento deseados.

Cabe aclarar que las figuras que se presentan en este trabajo, están en función de un tiempo de inyección real, $t_i = 0.672$ horas, correspondiente a la inyección de 20 Bls., que equivale a un tiempo de inyección adimensional, $t_{iD} = 82123$, determinado con los datos de campo mostrados en las Tablas 5.1 y 5.2.

6.3 Procedimiento para obtener los parámetros del yacimiento después de una prueba de admisión, en el pozo.

Para efectuar una prueba de admisión, es necesario que el yacimiento de interés esté abierto al flujo, ya sea, a través de disparos o por que se decidió trabajar en agujero descubierto. De esta manera, para obtener los parámetros del yacimiento mediante la inyección de un fluido durante una prueba de admisión, se puede seguir el procedimiento siguiente:

1. Debido a que las ecuaciones y/o modelos empleados consideran flujo puramente radial hacia el pozo, primeramente se deberá realizar el diagnóstico de flujo correspondiente.^{8,10}
2. Los datos de tiempo y presión obtenidos durante el periodo de abatimiento se transforman a presión adimensional p_D y tiempo adimensional t_D , usando las definiciones de variables adimensionales dadas por la ecuación (4.10), y se construye una gráfica de p_D contra t_D .
3. Por el método de ensaye y error, se corre el programa de cómputo del modelo propuesto para diferentes relaciones de movilidad y compresibilidad, y se grafican los resultados hasta obtener una curva que se ajuste a la obtenida con los datos de campo de la prueba. Como se ha discutido previamente, las Figuras 6.8, 6.9, 6.10 y 6.11 son de gran utilidad para este propósito, ya que muestran el comportamiento de la respuesta de presión adimensional para diferentes combinaciones de relaciones de compresibilidad y movilidad, lo que permite predecir el valor de M y RC para las condiciones de la prueba de admisión de interés, y de esta manera hacer el menor número de corridas con el programa.
4. Una vez logrado el ajuste de los datos de campo con los datos del modelo propuesto, se obtienen los parámetros del yacimiento, tales como: compresibilidad y movilidad del

fluido, difusividad hidráulica, transmisibilidad y coeficiente de almacenamiento de la zona invadida. Además, si se conoce la viscosidad del fluido inyectado, también se obtiene la permeabilidad y la porosidad. Así, con esta información resulta posible formular un análisis de las condiciones del yacimiento alrededor del pozo, además de poder analizar el efecto que causa el inyectar un fluido con propiedades diferentes a las propiedades del fluido contenido en el yacimiento.

Es cierto que en la mayoría de los pozos no existe un equipo de cómputo que nos permita correr el programa del modelo propuesto. Sin embargo, previamente a la prueba de admisión, se pueden generar gráficas de p_D contra t_D para las relaciones de movilidad y compresibilidad que se esperarían tener en el yacimiento de interés. Esto se puede realizar en la oficina antes de salir al pozo.

Finalmente la información obtenida por el método propuesto, nos proporciona una herramienta económica y sencilla, que permitirá programar las operaciones subsecuentes a la prueba de admisión, con base a las características propias de cada formación, evitando las acciones posibles que la puedan dañar.

6.4 Equipo utilizado durante la prueba de admisión.

1. Un registrador de presión de alta resolución, cuyo rango de presión debe exceder la presión máxima de inyección esperada durante la prueba.
2. Un equipo de contrapresión que permita trabajar con el registrador de presión dentro del pozo con seguridad.
3. Una unidad de alta presión que nos permita mantener un gasto constante bajo presiones variantes.

4. Un registrador de presión y gasto que nos permita efectuar mediciones en la superficie.
5. Un camión tanque que abastezca el fluido de inyección.

6.5 Procedimiento de la prueba de campo.

1. Con el pozo cerrado se introduce el registrador de presión y se coloca lo más cercano posible a la cima del intervalo de interés.
2. Se instala la unidad de alta presión, el camión tanque y conexiones superficiales.
3. Se inyecta el fluido a un gasto constante, registrando tiempo, presión y gasto durante la inyección. El volumen de fluido a inyectar depende de las condiciones y propiedades esperadas del yacimiento, que se puede estimar por el método de correlación.
4. Se cierra el pozo y se espera un período de abatimiento suficiente para obtener datos de presión y tiempo que reflejen las propiedades del yacimiento.
5. Se saca el registrador de presión y se desmantela el equipo utilizado durante la prueba.
6. Se transforman los datos de tiempo y presión obtenidos durante la prueba a su forma adimensional, y se grafica p_D contra t_D .
7. Usando gráficas de p_D contra t_D obtenidas con el programa del modelo propuesto, interpretar la prueba de admisión.

A continuación se presentan ejemplos de campo para ilustrar el uso del modelo propuesto para la interpretación de la información generada por la inyección de un fluido, durante una prueba de admisión, en yacimientos de gas y de aceite.

6.6 Ejemplos de Campo.

Los datos necesarios para interpretar una prueba de admisión, con el uso del modelo propuesto, deben adecuarse para cada caso en particular. Es decir, con los datos de campo del yacimiento y el volumen de fluido inyectado durante la prueba, se calcula el radio de invasión r_f , el cual conjuntamente con el radio del pozo permite calcular el radio adimensional r_D y con el uso de las definiciones de variables adimensionales, se determina el tiempo de inyección adimensional t_{iD} , equivalente al tiempo de inyección real. Como se mencionó en el capítulo IV, el radio adimensional r_D , el tiempo de inyección adimensional t_{iD} y las relaciones de movilidad M y compresibilidad RC , constituyen información necesaria para obtener la respuesta adimensional en función de presión contra tiempo, por medio del modelo propuesto.

6.6.1 Ejemplo 1

Se considera la inyección de agua en un yacimiento de gas¹¹. En la Tabla 6.3 se muestran los datos del yacimiento.

Con el fin de observar el comportamiento de la presión causada por la inyección de un volumen pequeño de agua en un yacimiento de gas, se consideraron los datos de campo dados por Elbel y Cols.¹¹ en su Tabla 3.

Tabla 6.3 Datos de campo de un yacimiento de gas¹¹

$c_w = 6 \times 10^{-6} \text{ (lb/pg}^2\text{)}^{-1}$	$S_w = 0.30$
$c_g = 2 \times 10^{-4} \text{ (lb/pg}^2\text{)}^{-1}$	$h = 50 \text{ pies}$
$c_f = 2 \times 10^{-4} \text{ (lb/pg}^2\text{)}^{-1}$	$\phi = 0.10$
$\mu_w = 1 \text{ cp}$	$q = 1440 \text{ Bbl/día}$
$\mu_g = 0.02 \text{ cp}$	$p_i = 4000 \text{ lb/pg}^2$
$r_w = 0.4 \text{ pies}$	$t_i = 4.17 \times 10^{-3} \text{ días} = 0.10 \text{ horas}$
$k = 1 \text{ md}$	

Como el modelo propuesto considera que la inyección del fluido se realiza en un yacimiento homogéneo, y además que el desplazamiento se hace en forma de pistón, de acuerdo a las propiedades del yacimiento presentadas en la Tabla 6.3, la inyección de 6 Bbl. de agua alcanzan un radio de invasión $r_f = \sqrt{\text{Vol. de roca}/\pi h} + r_w^2 = 1.52 \text{ pies}$. Por lo tanto, el radio adimensional en función del radio del pozo será $r_D = r_w/r_f = 0.2632$.

La compresibilidad de la zona no invadida será:

$$c_2 = c_f + S_w c_w + S_g c_g = 14.58 \times 10^{-3} \text{ (lb/pg}^2\text{)}^{-1}$$

La compresibilidad de la zona invadida será:

$$c_1 = c_f + S_w c_w + S_g c_g = 1.0 \times 10^{-3} \text{ (lb/pg}^2\text{)}^{-1}$$

Debido a que Elbel y Cols.,¹¹ no presentan en su trabajo la información relacionada con la fase de gas, como es el caso de la saturación de gas residual S_{gr} y de su compresibilidad c_g , el tercer

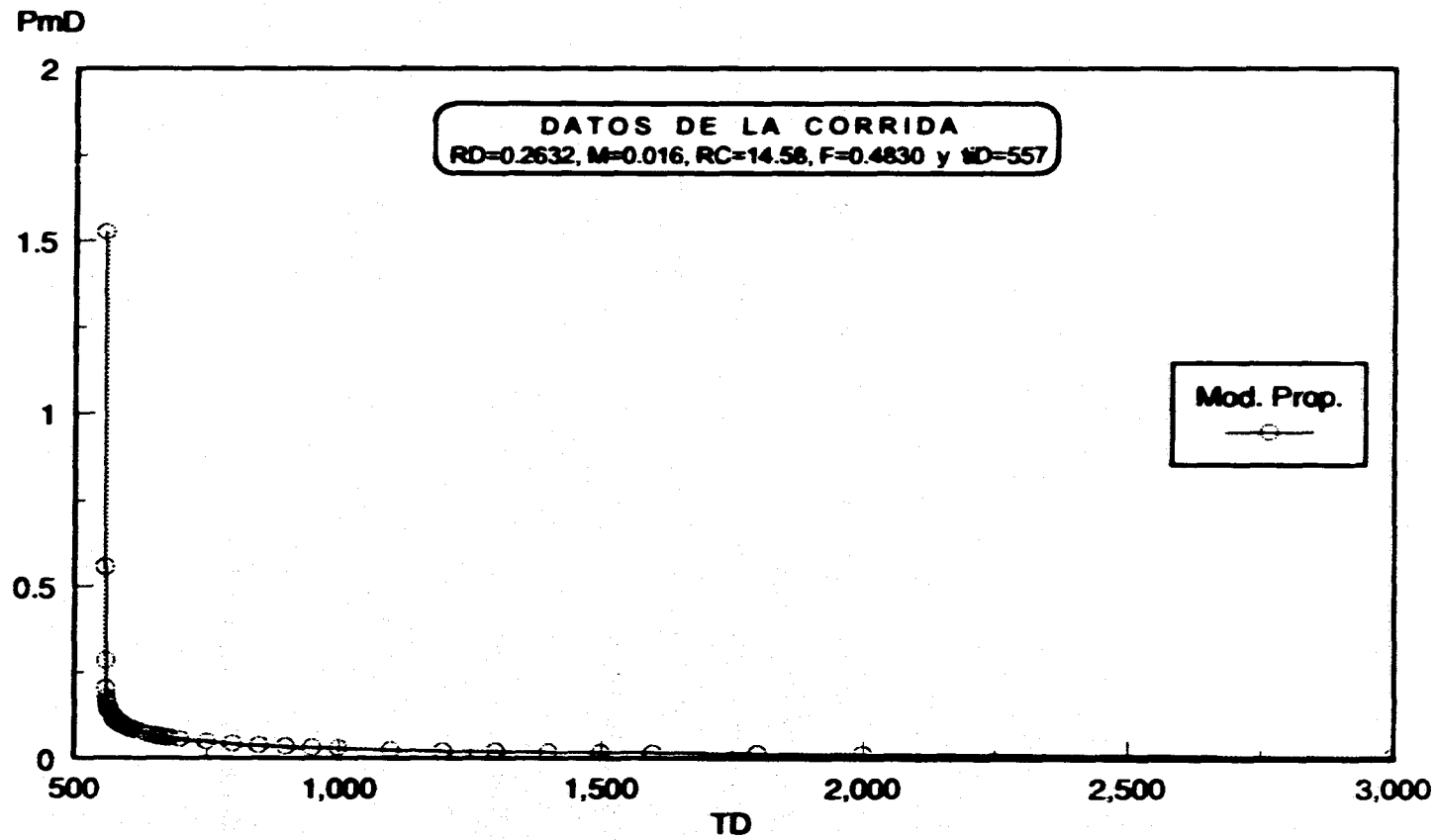


Figura 6.12.- Respuesta de presión generada por la inyección de 6 Bls de agua en un yacimiento de gas.

término que aparece en la expresión anterior para c_1 se desprecia. Considerando que la permeabilidad de la zona no invadida es $k_2 = 1 \text{ md}$, suponiendo que la permeabilidad de la zona invadida por causa de la inyección de agua se redujo a $k_1 = 0.8 \text{ md}$, la relación de compresibilidades será: $RC = 14.58$ y la relación de movilidades será: $M = 0.016$. Finalmente, usando la definición de t_D y los datos del yacimiento mostrados en la Tabla 6.3, se determina que el tiempo de inyección adimensional será: $t_{iD} = 557$.

Corriendo el programa de cómputo del modelo propuesto con los datos anteriores se determinó la respuesta de presión causada por la inyección de 6 Bls de agua en un yacimiento de gas, la cual se muestra en la Figura 6.12.

Para interpretar una prueba de admisión, usando el modelo propuesto, es necesario contar con los datos de tiempo y presión generados por una prueba de admisión, correspondientes al período de abatimiento, los cuales para este ejemplo no se incluyen en la referencia 11. Por lo tanto, los resultados del ejemplo solo tienen la finalidad de mostrar el comportamiento de presión adimensional obtenida con el modelo propuesto, causada por la inyección de un fluido durante una prueba de admisión en un yacimiento de gas.

6.6.2 Ejemplo 2

Se considera la inyección de agua en un yacimiento de aceite. En este ejemplo se utilizan los datos de tiempo y presión obtenidos durante el período de abatimiento de presión de la prueba, y la información del yacimiento que se muestra en la Tabla 6.4. Los datos de campo que aquí se usan fueron tomados del trabajo de Myers.³⁴

Tabla 6.4.- Datos de campo³⁴

$r_w = 0.30 \text{ pies}$
$r_f = 6 \text{ pies}$
$h = 63 \text{ pies}$
$q = 2160 \text{ Bbls/día}$
$c_t = 1.0 \times 10^{-5} (\text{lb/pg}^2)^{-1}$
$\phi = 0.08$
$k/\mu = 48.5 \text{ md/cp}$
$B = 1$
$p_i = 4203 \text{ lb/pg}^2$
$t_i = 4.71 \times 10^{-2} \text{ días} = 1.13 \text{ horas}$
$t_c = 1.05 \text{ días} = 25.2 \text{ horas}$

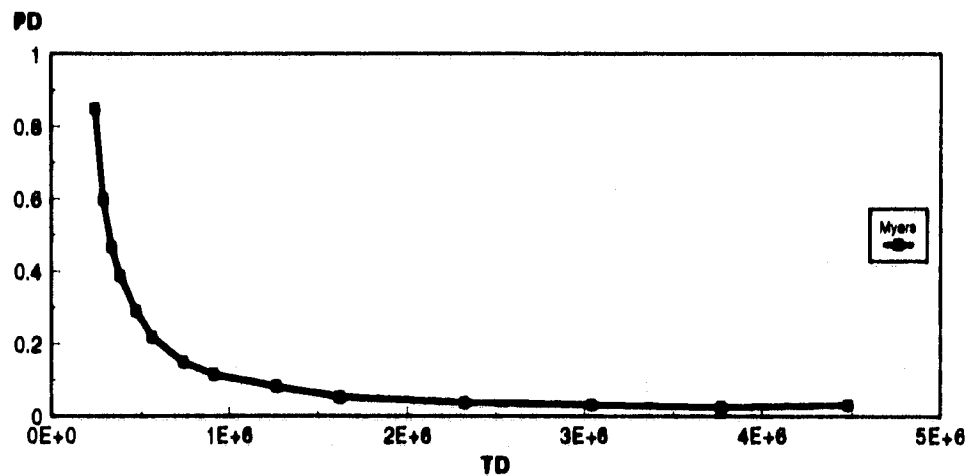
Los registros eléctricos, núcleos y toda la información que se obtiene durante la perforación de un pozo, permiten determinar los datos de campo necesarios para la interpretación de la información de tiempo y presión obtenida durante una prueba de admisión. Esta información, como se discutió previamente, es necesaria para realizar el cambio de los datos de presión contra tiempo a su forma adimensional. Si no se conoce la presión inicial p_i del yacimiento, se puede determinar de una gráfica semilogarítmica de presión contra tiempo de Horner,³⁴ que se construye con los datos del período de abatimiento de la prueba de admisión, o de una gráfica cartesiana de presión contra $1/\Delta t$.¹¹

En el ejemplo dado por Myers,³⁴ la viscosidad del fluido del yacimiento está implícita en el valor de movilidad ($k/\mu = 48.5 \text{ md/cp}$). Los datos de presión contra tiempo, durante el período de abatimiento, se muestran en la Tabla 6.5.³⁴

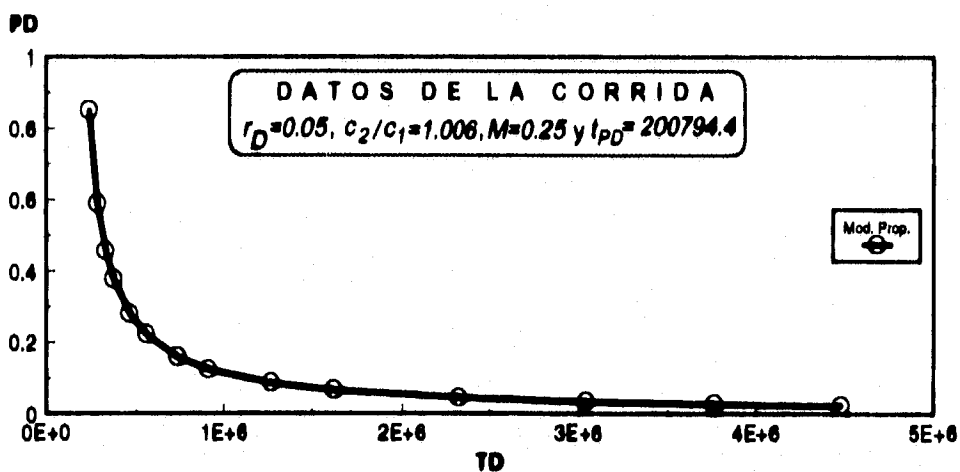
Tabla 6.5.- Datos del periodo de abatimiento³⁴

t (horas)	p_{wf} (lb/pg ²)
1.3800	4287.8
1.6608	4262.8
1.8816	4249.6
2.1312	4241.7
2.6256	4232.1
3.1392	4224.9
4.1400	4218.0
5.1192	4214.6
7.1400	4211.3
9.1200	4208.3
13.0800	4206.8
17.1192	4206.2
21.1992	4205.6
25.2000	4206.2

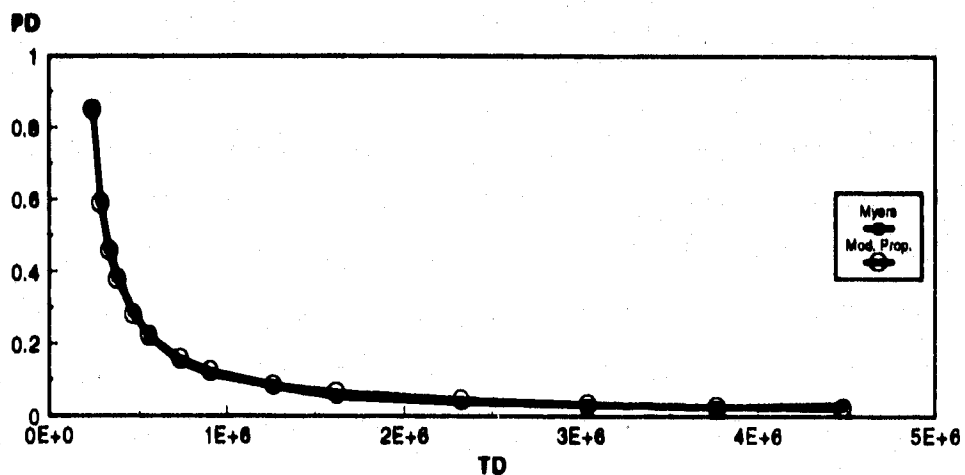
Usando las definiciones de variables adimensionales dadas por la ecuación (4.10), se obtiene la respuesta adimensional de presión, la cual convertida a forma dimensional se muestra en la Tabla 6.6. El tiempo de inyección de la prueba $t_i = 0.0471$ días, es equivalente a un tiempo de inyección adimensional de $t_{iD} = 200794.4$. Usando el programa del modelo propuesto para las siguientes condiciones $RD = 0.05$, $M = 0.25$, $RC = 1.006$, $F = 0.5015$ y $t_{iD} = 200794.4$, se logró el ajuste de los datos de campo con los del modelo propuesto, mostrados en la Figura 6.13.c. En la Tabla 6.6 se muestra la comparación del comportamiento de presión de la prueba de campo, con el comportamiento de presión obtenido con el modelo propuesto, concluyéndose que los resultados obtenidos son bastante buenos.



a.- Respuesta de la presión obtenido con datos de campo.



b.- Respuesta de presión obtenida con el modelo propuesto.



c.- Comparación de las respuestas de presión obtenidas con datos de campo y el modelo propuesto.

Figura 6.13.- Respuesta de presión generada por la inyección de 102 Bls. de agua en un yacimiento de aceite.

Tabla 6.6.- Comparación del comportamiento de presión de la prueba de campo, con el comportamiento de presión obtenido con el modelo propuesto.

t (horas)	P_c (lb/pg ²)	P_m (lb/pg ²)	Diferencia entre P_c y P_m (%)
1.3800	4287.8	4287.8	0.000
1.6608	4262.8	4261.7	0.026
1.8816	4249.6	4248.5	0.026
2.1312	4241.7	4240.5	0.028
2.6256	4232.1	4231.0	0.026
3.1392	4224.9	4225.1	0.005
4.1400	4218.0	4218.8	0.019
5.1192	4214.6	4215.3	0.017
7.1400	4211.3	4211.6	0.007
9.1200	4208.3	4209.5	0.029
13.0800	4206.8	4207.5	0.017
17.1192	4206.2	4206.4	0.005
21.1992	4205.6	4205.7	0.002
25.2000	4206.2	4205.3	0.021

En la Figura 6.13.a se muestra el comportamiento de la presión adimensional durante el período de abatimiento obtenido con los datos de la prueba de campo; en la Figura 6.13.b se presenta el comportamiento de la presión adimensional obtenida con el modelo propuesto por el método de ensaye y error y finalmente, la Figura 6.13.c muestra el ajuste de los datos de campo con respecto a los resultados del modelo propuesto. Esta figura 6.13.c muestra gráficamente que se logra un buen ajuste, y como se indica en la Tabla 6.6 se presentan diferencias despreciables. De esta manera, usando los datos de la corrida obtenemos los parámetros del yacimiento mencionados:

Compresibilidad:

$$\frac{c_2}{c_1} = 1.006, \quad \therefore c_2 = 1.0 \times 10^{-5} \text{ (lb/pg}^2\text{)}^{-1}, \text{ por lo tanto: } c_1 = 9.94 \times 10^{-6} \text{ (lb/pg}^2\text{)}^{-1}$$

Movilidad del fluido:

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = 0.25, \quad \therefore \lambda_2 = 48.5 \text{ md/cp}, \text{ por lo tanto: } \lambda_1 = 12.125 \text{ md/cp}$$

Difusividad Hidráulica:

$$\frac{\eta_1}{\eta_2} = \sqrt{\frac{Mc_2}{c_1}} = 0.5015 \quad \therefore \eta_2 = \frac{k_2}{\phi_2 \mu_2 c_2} = 6.063 \times 10^{+7} \text{ md/cp (lb/pg}^2\text{)}^{-1},$$

Por lo tanto:

$$\eta_1 = 3.041 \times 10^{+7} \text{ md/cp (lb/pg}^2\text{)}^{-1}$$

Para obtener la permeabilidad k_1 , es necesario conocer la viscosidad del fluido inyectado, que en los datos del ejemplo de campo de Myers³⁴ no se proporciona. Para continuar con el proceso de obtención de parámetros, considerando que el fluido que se inyectó durante la prueba es agua, se supone una viscosidad $\mu_w = 1 \text{ cp}$. Se debe considerar la viscosidad del agua a condiciones de temperatura diferentes a la estándar. Como no se conoce este valor, en ocasiones, cuando la temperatura del yacimiento es alta, se puede calcular k/μ en vez de k

Permeabilidad k_1 :

$$\lambda_1 = \frac{k_1}{\mu_1}, \quad \therefore k_1 = \lambda_1 \mu_1 = 12.125 \text{ md}$$

Porosidad ϕ_1 :

$$\eta_1 = \frac{k_1}{\phi_1 \mu_1 c_1}, \therefore \phi_1 = \frac{k_1}{\eta_1 \mu_1 c_1} = 0.04011$$

Transmisibilidad:

$$\tau_1 = \frac{k_1 h}{\mu_1} = 763.87 \frac{md \text{ pie}}{cp} \quad \text{y} \quad \tau_2 = \frac{k_2 h}{\mu_2} = 3055.5 \frac{md \text{ pie}}{cp}$$

Coefficiente de almacenamiento:

$$S_1 = \phi_1 c_1 h = 2.512 \times 10^{-3} \text{ pies}/(\text{lb}/\text{pg}^2) \quad \text{y} \quad S_2 = \phi_2 c_2 h = 5.04 \times 10^{-3} \text{ pies}/(\text{lb}/\text{pg}^2)$$

Comparando los valores de los parámetros de la zona no invadida con los de la zona invadida, resulta sencillo concluir, como se ha comentado previamente, que la inyección de un fluido con propiedades diferentes a las del fluido del yacimiento, afecta drásticamente las propiedades hidráulicas del yacimiento en la zona invadida.

CAPÍTULO VII

CONCLUSIONES

El propósito principal de esta tesis ha sido el estudiar las pruebas de admisión en pozos bajo condiciones de ejecución más apegadas a la realidad que las consideradas en estudios previos, como es el caso de considerar el desplazamiento del frente durante el proceso de inyección, la diferencia entre las propiedades del fluido inyectado y las propiedades del fluido contenido en el yacimiento y el factor de daño del pozo.

Con base en los resultados de este trabajo se pueden establecer las conclusiones siguientes:

1. El análisis apropiado de la respuesta de presión registrada durante el período de abatimiento posterior a la realización de una prueba de admisión, permite a través del uso del modelo propuesto, estimar parámetros del yacimiento tales como: compresibilidad y movilidad de los fluidos, difusividad hidráulica, transmisibilidad y coeficiente de almacenamiento de la zona invadida. Además, si se conoce la viscosidad del fluido inyectado, también se obtiene la permeabilidad y porosidad.
2. La inyección de un fluido con propiedades diferentes a las propiedades del fluido que contiene el yacimiento, bajo cualquiera de las condiciones en que pueda existir o no el daño de la formación, altera en forma importante las características de la zona invadida por el fluido inyectado, y cuando ésta inyección se realiza en un yacimiento de gas, las alteraciones serán mayores. Por lo tanto, el fluido usado para realizar la prueba de admisión debe ser compatible con la roca de la formación y sus fluidos.
3. Es muy importante que al realizar cualquier prueba de admisión, durante la inyección y posterior a la suspensión del bombeo, se cuente con un medidor de presión en una localización lo más cercana posible al intervalo de interés, ya que los datos obtenidos por este medio son los utilizados para la estimación de parámetros del yacimiento, y en cuanto mayor precisión tengan los datos, mayor confiabilidad tendrán los parámetros estimados.

4. El procedimiento de prueba necesario para obtener información adecuada, que permite estimar los parámetros del yacimiento a través del uso del modelo propuesto, exige que la inyección del fluido durante la prueba de admisión, se realice a gasto constante, y que el período de cierre (abatimiento) se realice durante un intervalo razonable de tiempo, que permitan obtener datos de presión y tiempo que reflejen las propiedades del yacimiento.
5. Por medio de una comparación del comportamiento de la presión de un pozo, posterior a la realización de una prueba de inyección, para condiciones en que existe desplazamiento del frente de inyección del fluido (solución numérica) y en que el frente permanece estático (Prats y Scott⁶), se concluye que este efecto no afecta sensiblemente la respuesta de presión.
6. Por medio de las simulaciones numéricas de las pruebas de admisión, se concluye que la posición del frente de invasión no cambia para condiciones posteriores al tiempo de cierre del pozo.

En una prueba de admisión, el volumen de inyección es pequeño y el tiempo de inyección es corto. La zona invadida será pequeña y cercana a la pared del pozo, siendo el tiempo de cierre mayor que el tiempo de inyección. Por lo que, una de las limitaciones de una prueba de admisión con respecto a las pruebas convencionales, es su radio reducido de investigación, debido a que el tiempo de prueba es breve. Sin embargo, con base en que las pruebas de admisión se realizan en forma rutinaria y con el único fin de determinar información tal como: conocer si los disparos fueron efectivos, saber si admite la formación y determinar el gasto y presión durante la prueba para un posible tratamiento de estimulación. El implementar el uso de un registrador de alta resolución durante una prueba de admisión, permitirá conocer el efecto del fluido de inyección sobre las propiedades del yacimiento, además de poder estimar parámetros de interés del yacimiento. Lo anterior dará como resultado que, una prueba de admisión pueda convertirse en un método sencillo y de bajo costo, que permita diseñar en forma óptima las operaciones subsecuentes, en base a las características propias de cada formación.

NOMENCLATURA

a	=	localización de la discontinuidad entre dos zonas
B	=	factor de volumen, adim.
c	=	calor específico del medio ⁷
c	=	compresibilidad, $(lb/pg^2)^{-1}$
C_D	=	constante de almacenamiento adimensional ¹⁰
c_p	=	calor específico ⁷
F^2	=	relación de difusividad hidráulica, η_1/η_2 , fracción
g_1	=	solución adimensional para el caso de la inyección en un sistema de dos zonas, considerando el frente de invasión móvil. ²⁰
h	=	espesor de la formación, <i>pies</i>
I_0, I_1	=	función Bessel modificada ²⁰
i	=	gasto de inyección ²⁰
J'_n, Y'_n	=	derivada de la función Bessel
J_n, Y_n	=	función Bessel
K	=	conductividad térmica ⁷
k	=	permeabilidad, <i>md</i>
L	=	distancia entre pozos, ⁶ <i>pies</i>
m	=	pendiente de la porción curva de la recta
M	=	representa el punto de observación ⁶
M	=	relación de movilidades, λ_1/λ_2 , adim.
M_o	=	representa la posición de la línea fuente ⁸
P	=	presión, lb/pg^2
P_D	=	presión adimensional, $2\pi kh\Delta p/q\mu$
P_i	=	presión inicial, lb/pg^2
P_R	=	presión de referencia, lb/pg^2
P'_D	=	derivada de presión adimensional con respecto a $\ln(t_D/C_D)$ ²⁰

p_{cD}	=	solución adimensional para el caso de una fase en un yacimiento compuesto ²⁰
p^*	=	presión en el frente de condensación, ²² lb/pg^2
q	=	gasto, B_{cy}/dia
Q_i	=	gasto de inyección, B_{cy}/dia
q_L	=	gasto de pérdida de fluido en la fractura, ¹¹ B_{cy}/dia
Q	=	producción acumulada, B_{cy}
r	=	distancia entre el centro del frente de invasión y el pozo de medición, ⁶ <i>pies</i>
r'	=	distancia entre el pozo inyector y el centro del frente de invasión, ⁶ <i>pies</i>
r_f	=	radio del frente de invasión, <i>pies</i>
RC	=	relación de compresibilidades, c_2/c_1 , <i>fracción</i>
r_w	=	radio del pozo, <i>pies</i>
r_{thm}	=	radio del frente térmico, ²² <i>pies</i>
r_{con}	=	radio del frente de condensación, ²² <i>pies</i>
s	=	factor de daño
S	=	función fuente ⁸
S	=	saturación
t	=	tiempo, <i>horas</i>
t_c	=	tiempo de cierre, <i>horas</i>
t_i	=	tiempo de inyección, <i>horas</i>
t_{iD}	=	tiempo de inyección adimensional
t_p	=	tiempo de producción, <i>horas</i>
T_i	=	temperatura inicial, ²² $^{\circ}F$
T^*	=	temperatura en el frente de condensación ²² $^{\circ}F$
v	=	temperatura, ⁷ $^{\circ}F$
V_i	=	volumen de inyección, B_{cy}/pie
x_f	=	longitud de la fractura, <i>pies</i>
z	=	variable de la transformada de Laplace
α	=	constante de inyección característica (sistema de dos zonas) ²⁰

ϕ	=	porosidad, <i>fracción</i>
η	=	difusividad hidráulica, $k/\phi\mu c$, $md/cp \cdot (lb/pg^2)^{-1}$
κ	=	difusividad térmica ⁷
λ	=	movilidad del fluido, k/μ , md/cp
μ	=	viscosidad, cp
θ	=	ángulo entre el pozo de inyección, el centro del frente de invasión y el pozo de medición, ⁶ <i>radianes</i>
ρ	=	densidad, lb/pe^3
ζ	=	radio del frente de invasión ¹⁴
τ_o	=	duración de la pérdida de fluido en la fractura, <i>horas</i>
Δp	=	cambio de presión, $p - p_i$, lb/pg^2
Δp_i	=	función influencia (respuesta de presión a gasto unitario), $(lb/pg^2)/(B_{cy}/dia)$
Δp_{inst}	=	cambio de presión causado por una fuente instantánea, lb/pg^2
Δp_{cp}	=	cambio de presión causado por una fuente continua, lb/pg^2
Δp_{cs}	=	presión de cierre, lb/pg^2
ΔS_w	=	diferencia de saturación de agua entre dos zonas
Δt	=	tiempo transcurrido del cierre, <i>horas</i> $(\Delta t = t - 0.5t, \text{ o } t - 0.5t,)^{11}$

Subíndices

c	=	campo
ch	=	característico
cy	=	condiciones de yacimiento
D	=	adimensional
F	=	fuentes continua
i	=	inyección

- l* = fuente instantánea
- m* = modelo
- n* = orden de las funciones Bessel
- o* = aceite
- s* = saturación
- t* = total
- w* = agua
- 1 = zona invadida o composición del medio uno
- 2 = zona no invadida o composición del medio dos

Superíndices

- i* = zona invadida
- w* = zona no invadida
- w* = zona invadida por la inyección de agua
- o* = zona de aceite original

REFERENCIAS

- 1.- Gidley, J. L., Holditch, S. A., Nierode, D. E. y Veatch, R. W. Jr.: Recent Advances in Hydraulic Fracturing, Monografía SPE volumen 12, Richardson, Tex. (1989), Capítulo 12 y 14, pp 245-262 y 297-316.
- 2.- Schechter, R. S.: Oil Well Stimulation, Edición 1992, Capítulos 4 y 5, pp 121-199.
- 3.- Economides, M. J. y Nolte, K. G.: Reservoir Stimulation, Segunda Ed. (1989), Capítulo 2, 12, 13, pp 2.1-2.22 y 12.1-13.13.
- 4.- Ezzat, A. M.: "Completion Fluids Design Criteria and Current Technology Weaknesses", artículo SPE 19434, presentado en the SPE Formation Damage Control Symposium held in Lafayette, Louisiana (febrero 22-23, 1990).
- 5.- Moore, D. M.: "Impact of Super Permeability on Completion and Production Strategies", artículo SPE 17974, presentado en the SPE Middle East Oil Technical Conference and Exhibition held in Manama, Bahrain (mayzo 11-14, 1989)
- 6.- Prats, M. y Scott, J. B.: "Application of Pulse-Test Methods, III Tracking Flood Fronts", Shell Oil Co., Technical Progress Report EPR 78-68-P, October 1968.
- 7.- Jaeger, J. C.: "Some Problems Involving Line Sources in Conduction of Heat", Phil. Mag., Ser. 7, v. 35, 169-179 (1944).
- 8.- Cinco, L. H., Kuchuk, F., Ayoub, J., Samaniego, V. F. y Avestaran, L.: "Analysis of Pressure Tests Through the Use of Instantaneous Source Response Concepts", artículo SPE 15476 presentado en the 61st Annual Technical Conference and Exhibition of the Society of Petroleum Engineers, New Orleans, La, (octubre 5-8, 1986).

- 9.- Gringarten, A. C. y Ramey, H. J., Jr.: "The Use of Source and Green's Functions in Solving Unsteady-Flow Problems in Reservoirs", Soc. Pet. Eng. J. (octubre 1973) 285-296; Trans., AIME, 255.
- 10.- Ayoub, J. A., Bourdet, D. P. y Chauvel, Y. L.: "Impulse Testing", SPE Formation Evaluation (septiembre, 1988) 534-546.
- 11.- Gu, H., Elbel, J., Nolte, A. C. y Abousleiman, Y.: "Formation Permeability Determination Using Impulse-Fracture Injection", artículo SPE 25425, presentado en the Production Operations Symposium held in Oklahoma City, OK, U.S.A. (marzo 21-23, 1993).
- 12.- Ramakrishnan, T. S. and Kuchuk, F. J.: "Testing and Interpretation of Injection Wells Using Rate and Pressure Data", artículo SPE 20536, presentado en en the 65th Annual Technical Conference and Exhibition of the Society of Petroleum Engineers, New Orleans, La, (septiembre 23-26, 1990).
- 13.- Ramakrishnan, T. S. y Kuchuk, F. J.: "Pressure Transients During Injection: Constant Rate and Convolution Solutions", Trans. Porous Media, 10: 103-136 (1993).
- 14.- Ramakrishnan, T. S. y Kuchuk, F. J.: "Testing Injection Wells With Rate and Pressure Data", SPE Formation Evaluation (sept. 1994) 228-236.
- 15.- Buckley, S. E. y Leverett, M. C.: "Mechanism of Fluid Displacement in Sands", Trans., AIME (1942) 146, 107-116.
- 16.- Prats, M., "A Method for Determining the Net Vertical Permeability Near a Well From In-Situ Measurements," J. Pet. Tech. (mayo 1970) 637-643, Trans., AIME, 249.
- 17.- Fragachan, F., Mack, M., Nolte, K. y Teggins, D.: "Fracture Characterization from Measured and Simulated Bottomhole Pressure", artículo SPE 25848, presentado en the

SPE Rocky Mountain Regional/Low Permeability Reservoirs Symposium held in Denver, CO, U.S.A. (abril 12-14, 1993).

- 18.- Mayerhofer, M. J. y Economides, M. J.: "Field Cases for Permeability Determination From Minifrac", artículo SPE 26999, presentado en the III Latin American/Caribbean Petroleum Engineering Conference held in Buenos Aires, Argentina (abril 27-29, 1994).
- 19.- Earlougher, R. C. Jr.: Advances in Well Test Analysis, Monografía SPE 5 (1977), Capítulo 7, 74-89.
- 20.- Abbaszadeh, M. y Kamal, M.: "Pressure-Transient Testing of Water-Injection Wells", SPE, Reservoir Engineering (febrero 1989) 115-124.
- 21.- Stehfest, H.: "Numerical Inversion of Laplace Transforms," Communications of the ACM (junio, 1970) 13, No. 1 Algorithm 368.
- 22.- Garg, S. K. y Pritchett, J. W.: "Cold-Water Injection Into Single and Two-Phase Geothermal Reservoirs", Proceedings, Fourteenth Workshop on Geothermal Reservoir Engineering Stanford University, Stanford, California, (enero 24-26, 1989), SGP-TR-122.
- 23.- Abramowitz, M y Stegun, I. A.: Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables, National Bureau of Standards Applied Mathematics Series 55, (junio 1964), Capítulo 9, 360-395.
- 24.- Churchill, R. V.: Operational Mathematics, McGraw-Hill Book Company, Segunda Ed. (1958), New York, Toronto London, Capítulo 6, 169-198.
- 25.- Luke, Y. L.: Integrals of Bessel Functions, Midwest Research Institute, McGraw-Hill Book Company, (1962), Capítulo 13, 290-349.

- 26.- Ceballos, S. F. J.: Manual para QuicBASIC 4.5 Guía del Programador, Publicado en México por: Macrobit Editores, S.A. de C.V. (1990).
- 27.- Abney, D. H. y Rubin, L.: Programming in Basic for Technology Students, Academic Press Collage Division, Orlando, Florida (1986).
- 28.- Fogiel, M.: The Numerical Analysis Problem Solver, Research and Education Association (1983), New York, New York, Capítulo 10, 328-368.
- 29.- Galindo, N. A. y Rodríguez Fernando: Simulador Numérico del Flujo de Fluidos en un Yacimiento Global o Hacia un Pozo en un Yacimiento Naturalmente Fracturado o no Fracturado, SIMPUMA-FRAC, versión 1.1, (diciembre 1992).
- 30.- Chapra, S. C. y Canale, R. P.: Metodos Numéricos para Ingenieros con Aplicación en Computadoras Personales, McGraw-Hill (febrero 1993), Capítulo 6, 241-262.
- 31.- van Everdingen, A. F. y Hurst, W.: "The Application of the Laplace Transformation to Flow Problems in Reservoirs", Trans., AIME, 12 (diciembre 1949), 305-324.
- 32.- Wattenbarger, R. A. y Ramey, H. J. Jr.: "An Investigation of Wellbore Storage and Skin Effect in Unsteady Liquid Flow: II. Finite Difference Treatment", Society of Petroleum Engineers Journal (septiembre 1970), 291-297.
- 33.- Matthews, C. S. y Russell, D. G.: Pressure Buildup and Flow Test in Wells, Monografía No.1 Society of Petroleum Engineers of AIME (1967), Capítulo 5, 48- 56 y 150-151.
- 34.- Donald, L. M.: "Mini-Injection Tests Provide Inflow Performance Characteristics for Oil wells", artículo SPE 6040, presentado en the 51st Annual Technical Conference and Exhibition of the Society of Petroleum Engineers of AIME, New Orleans (octubre 3-6, 1976).

APÉNDICE A

CAMBIO DE LA ECUACIÓN DE CONDUCCIÓN DE CALOR (JAEGER⁷), A LA ECUACIÓN DE FLUJO DE FLUIDOS EN MEDIOS POROSOS (PRATS Y SCOTT⁶).

Para determinar la temperatura causada por una línea fuente, emitiendo Q unidades instantáneas de calor en un tiempo cero, paralela al eje z , en un sólido compuesto para la región $0 \leq r < a$, como se muestra en la Figura A.1. Jaeger⁷ propuso la siguiente ecuación:

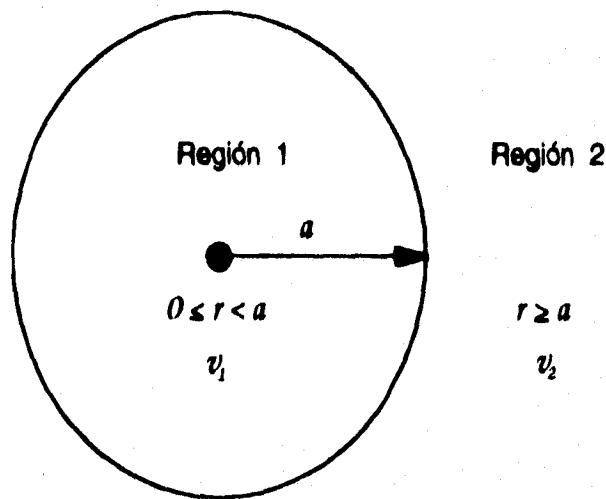


Figura A.1.- Sólido compuesto, donde la Región 1 y 2 son de diferentes sustancias.

$$v_1 = \frac{1}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \cos n(\theta - \theta') \int_0^{\infty} \frac{e^{-\kappa_1 u^2 t} J_n(ur) J_n(ur') [\phi g - \psi f] u \, du}{\phi^2 + \psi^2}, \quad (A-1)$$

donde:

$$\phi = \kappa K_2 J_n(au) J_n'(\kappa au) - K_1 J_n'(au) J_n(\kappa au), \quad (A-2)$$

$$\psi = \kappa K_2 J_n(au) Y_n'(\kappa au) - K_1 J_n'(au) Y_n(\kappa au), \quad (A-3)$$

$$f = \kappa K_2 Y_n(au) J_n'(\kappa au) - K_1 Y_n'(au) J_n(\kappa au), \quad (A-4)$$

$$g = \kappa K_2 Y_n(au) Y_n'(\kappa au) - K_1 Y_n'(au) Y_n(\kappa au), \quad (A-5)$$

$$\kappa = \sqrt{\kappa_1/\kappa_2}, \quad (A-6)$$

De un análisis dimensional de la ecuación (A-1) resulta que tiene unidades de $(1/L^2)$. Por lo tanto, para que tenga unidades de temperatura (T) es necesario multiplicarla por una constante con unidades de $(L^2 T)$.

La ecuación que describe el comportamiento de presión adimensional en flujo de fluidos en medios porosos para la región invadida ($r_D \leq 1$), como se muestra en la figura 4.1 del Capítulo 4, equivalente a la ecuación (A-1) es:⁶

$$p_{1D} = \frac{L_D^2 e}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \cos n\theta \int_0^{\infty} \exp\left\{-\frac{L_D^2 F^2 t_D}{4} w^2\right\} J_n(wr_D) J_n'(wr_D) G_n(w) w dw, \quad r_D \leq 1 \quad (A-7)$$

donde:

$$A_n(w) = \frac{F}{M} J_n(w) J_n'(Fw) - J_n'(w) J_n(Fw), \quad (A-8)$$

$$B_n(w) = \frac{F}{M} J_n(w) Y_n'(Fw) - J_n'(w) Y_n(Fw), \quad (A-9)$$

$$g_n(w) = \frac{F}{M} Y_n(w) Y_n'(Fw) - Y_n'(w) Y_n(Fw), \quad (A-10)$$

$$f_n(w) = \frac{F}{M} Y_n(w) J_n'(Fw) - Y_n'(w) J_n(Fw), \quad (A-11)$$

$$G_n(w) = \frac{g_n(w) A_n(w) - f_n(w) B_n(w)}{A_n^2(w) + B_n^2(w)}, \quad (A-12)$$

$$r_D = \frac{r_w}{r_f}, \quad M = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}, \quad \text{y} \quad F = \sqrt{\frac{\eta_1}{\eta_2}}$$

Dividiendo las ecuaciones (A-2) a (A-5) entre K_1 y considerando que $a = r_f$, $\kappa = F$, $K_1/K_2 = M$ y $u = w/r_f$ tenemos que:

$$\phi = A_n(w)K_1, \quad (\text{A-13})$$

$$\psi = B_n(w)K_1, \quad (\text{A-14})$$

$$f = f_n(w)K_1, \quad (\text{A-15})$$

$$g = g_n(w)K_1, \quad (\text{A-16})$$

Otras equivalencias entre conducción de calor y flujo de fluidos en medios porosos se definen de la manera siguiente:

$$\kappa_1 = \eta_1, \quad \kappa_2 = \eta_2, \quad t = t_D L^2 / 4\eta_2, \quad r = r_D r_f, \quad r' = r'_D r_f \quad \text{y} \quad L^2 = L_D^2 r_f^2.$$

Sustituyendo las ecuaciones (A-12) hasta (A-16) y las equivalencias anteriores en la ecuación (A-1), se obtiene la siguiente expresión:

$$v_1 = \frac{L_D^2}{2\pi L^2} \sum_{n=1}^{\infty} \cos n\theta \int_0^{\infty} \exp\left\{-\frac{L_D^2 F^2 t_D}{4} w^2\right\} J_n(wr_D) J_n(wr'_D) G_n(w) w dw, \quad (\text{A-17})$$

De un análisis dimensional de la ecuación (A-17) resulta que tiene unidades de $(1/L^2)$. Por lo tanto, para que tenga unidades de presión (p) es necesario multiplicarla por una constante con unidades de fuerza (F).

Un análisis dimensional de la ecuación general de calor, dada por la Ec. (A-18)

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{K}{\rho c_p} \nabla^2 T = \frac{q}{\delta c_p} \frac{\delta(r-r')\delta(\theta-\theta')\delta(t-t')}{r}, \quad (A-18)$$

da como resultado que $q/\delta c_p$ tenga unidades de $(L^2 T)$.

Debido a que la línea fuente es paralela al eje z el problema es bidimensional, por lo tanto, δ de la ecuación (A-18) es equivalente a la densidad ρ . De esta manera, la ecuación (A-1) puede multiplicarse por la constante $q/\delta c_p$ para obtener unidades de temperatura, quedando de la siguiente manera:

$$v_1 = \frac{q}{2\pi\rho c_p} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \cos n(\theta-\theta') \int_0^{\infty} \frac{e^{-\kappa_1 u^2 t} J_n(ur) J_n(ur') [\phi g - \psi f] u du}{\phi^2 + \psi^2}, \quad (A-19)$$

Similarmente de la ecuación de difusión:

$$\frac{k}{\phi \mu c_i} \nabla^2 p_{1D} - \frac{\partial p_{1D}}{\partial t} = \frac{f^*}{p_R} \frac{\delta(r-r')\delta(\theta-\theta')\delta(t-t')}{r}, \quad (A-20)$$

donde $[\delta(r-r')\delta(\theta-\theta')\delta(t-t')/r]$, tiene unidades de $(1/L^2 t)$. Por lo tanto, para que la ecuación (A-20) sea consistente es necesario que f^*/p_R tenga unidades de (L^2) . Si la presión de referencia (p_R) tiene unidades de (F/L^2) , entonces f^* debe tener unidades de fuerza (F).

Para obtener una presión adimensional tenemos que:

$$p_{1D} = \frac{\Delta p_1}{p_R}, \quad (A-21)$$

De la definición de presión adimensional dada por Prats y Scott⁶ $p_{1D} = \pi L^2 h \phi c_1 e \Delta p_1 / V_i$, la presión de referencia (p_R) estará dada por:

$$p_n = \frac{V_i}{\pi L^2 h \phi c_1 e}, \quad (A-22)$$

Si definimos $\frac{f^*}{P_n} = \pi L^2 e$, la ecuación para f^* será;

$$f^* = \frac{V_i}{h \phi c_1}, \quad (A-23)$$

De esta manera se concluye que la constante determinada para conducción de calor $K/\rho c_p$ es equivalente a $V_i/h\phi c_1$ para flujo de fluidos en medios porosos.

Si multiplicamos la ecuación (A-17) por la constante obtenida para flujo de fluidos en medios porosos, dada por la ecuación (A-23), v_1 tendría unidades de presión (F/L^2). De esta manera, v_1 de conducción de calor es equivalente a Δp_1 de flujo de fluidos en medios porosos. Sustituyendo estas consideraciones en la ecuación (A-17) tenemos:

$$\Delta p_1 = \frac{L_D^2}{2\pi L^2} \frac{V_i}{h \phi c_1} \sum_{n=1}^{\infty} \cos n\theta \int_0^{\infty} \exp\left\{-\frac{L_D^2 F^2 t_D}{4} w^2\right\} J_n(wr_D) J_n(wr'_D) G_n(w) w dw, \quad (A-24)$$

De la definición de presión adimensional dada por Prats y Scott,⁶ tenemos que:

$$\Delta p_1 = \frac{P_{1D} V_i}{\pi L^2 h \phi c_1 e}, \quad (A-25)$$

Finalmente, sustituyendo (A-25) en (A-24) se obtiene la ecuación que describe la respuesta de presión adimensional para la región invadida ($r_D \leq 1$), esperada por la inyección instantánea de un volumen de fluido por unidad de formación, dada por la ecuación (4.1) del Capítulo IV.

APÉNDICE B

OBTENCIÓN DE LA ECUACIÓN QUE DESCRIBE EL COMPORTAMIENTO DE PRESIÓN DEBIDO A UNA FUENTE INSTANTÁNEA.

La ecuación que describe el comportamiento de presión de la región invadida durante un proceso de inyección, puede simplificarse si se considera que las propiedades del fluido inyectado son iguales a las del fluido contenido en el yacimiento.

La respuesta de presión dentro de la región invadida durante un proceso de inyección instantánea de un volumen de fluido por unidad de espesor de formación, esta dada por la siguiente ecuación de M. Prats and J. Scott.⁶

$$P_{ID} = \frac{L_D^2 e}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \cos n\theta \int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{L_D^2 F^2 t_D}{4} w^2\right) J_n(wr_D) J_n'(wr_D') G_n(w) w dw, \quad r_D \leq 1 \quad (B-1)$$

donde:

$$G_n(w) = \frac{g_n(w)A_n(w) - f_n(w)B_n(w)}{A_n^2(w) + B_n^2(w)}, \quad (B-2)$$

$$A_n(w) = \frac{F}{M} J_n(w) J_n'(Fw) - J_n'(w) J_n(Fw), \quad (B-3)$$

$$B_n(w) = \frac{F}{M} J_n(w) Y_n'(Fw) - J_n'(w) Y_n(Fw), \quad (B-4)$$

$$g_n(w) = \frac{F}{M} Y_n(w) Y_n'(Fw) - Y_n'(w) Y_n(Fw), \quad (B-5)$$

$$f_n(w) = \frac{F}{M} Y_n(w) J_n'(Fw) - Y_n'(w) J_n(Fw), \quad (\text{B-6})$$

$$F^2 = M \frac{c_2}{c_1} = \frac{\eta_1}{\eta_2}, \quad (\text{B-7})$$

$$p_{1D} = \frac{\pi L^2 h \phi c_1 e \Delta p_1}{V_i}, \quad (\text{B-8})$$

$$t_D = \frac{4\eta_1 t}{L^2} = \frac{4k_1 t}{\phi \mu_1 c_1 L^2}, \quad (\text{B-9})$$

$$r_D = \frac{r}{r_f}, \quad (\text{B-10})$$

$$r_D' = \frac{r'}{r_f}, \quad (\text{B-11})$$

$$L_D^2 = \left\{ \frac{L}{r_f} \right\}^2 = r_D^2 + r_D'^2 - 2r_D r_D' \cos \theta, \quad (\text{B-12})$$

Considerando que las propiedades del fluido inyectado son iguales a las propiedades del fluido contenido en el yacimiento, tendremos que $F = 1$ y $M = 1$. Por lo tanto, las ecuaciones (B-2) a la (B-6) se simplifican en la forma siguiente:

$$A_n(w) = J_n(w) J_n'(w) - J_n'(w) J_n(w) = 0 \quad (\text{B-13})$$

$$B_n(w) = J_n(w) Y_n'(w) - J_n'(w) Y_n(w) \quad (\text{B-14})$$

$$g_n(w) = Y_n(w) Y_n'(w) - Y_n'(w) Y_n(w) = 0 \quad (\text{B-15})$$

$$f_n(w) = Y_n(w)J_n'(w) - Y_n'(w)J_n(w) \quad (B-16)$$

$$G_n(w) = \frac{-f_n(w)B_n(w)}{B_n^2(w)} = -\frac{f_n(w)}{B_n(w)} \quad (B-17)$$

Sustituyendo $F = 1$, $M = 1$ y la ecuación (B-17) en la ecuación (B-1) tenemos:

$$P_{1D} = \frac{L_D^2 e}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \cos n\theta \int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{L_D^2 t_D}{4} w^2\right) J_n(wr_D) J_n(wr_D') \left\{ -\frac{f_n(w)}{B_n(w)} \right\} w dw, \quad (B-18)$$

Considerando que el pozo donde se efectúa la prueba de inyección es el centro del frente de invasión, r' y θ serán igual a cero. De esta manera la ecuación (B-18) puede expresarse:

$$P_{1D} = \frac{L_D^2 e}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \exp\left\{-\frac{L_D^2 t_D}{4} w^2\right\} J_n(wr_D) J_n(0) \left\{ -\frac{f_n(w)}{B_n(w)} \right\} w dw, \quad (B-19)$$

De las propiedades de las funciones Bessel,²³ tenemos que:

$$J_n(0) = 0 \text{ para toda } n \geq 1 \text{ y } J_0(0) = 1$$

Sustituyendo las propiedades de las funciones Bessel en las ecuaciones (B-14), (B-16), (B-17) y (B-19) tenemos:

$$B_0(w) = J_0(w)Y_0'(w) - J_0'(w)Y_0(w), \quad (B-20)$$

$$f_0(w) = Y_0(w)J_0'(w) - Y_0'(w)J_0(w), \quad (B-21)$$

$$G_0(w) = -\frac{f_0(w)}{B_0(w)}, \quad (B-22)$$

$$p_{1D} = \frac{L_D^2 e^{-\tilde{t}}}{2} \int_0^{\tilde{t}} \exp\left\{-\frac{L_D^2 t_D}{4} w^2\right\} \left\{-\frac{J_0(wr_D) f_0(w)}{B_0(w)}\right\} w dw, \quad (B-23)$$

De las propiedades de las funciones Bessel,²³ tenemos que:

$$J'_0(z) = -J_1(z) \quad \text{y} \quad Y'_0(z) = -Y_1(z), \quad (B-24)$$

Por lo tanto, las ecuaciones (B-20) y (B-21), se puede rearrreglar de la manera siguiente:

$$B_0(w) = J_0(w)[-Y_1(w)] - [-J_1(w)]Y_0(w)$$

$$f_0(w) = Y_0(w)[-J_1(w)] - [-Y_1(w)]J_0(w)$$

Rearreglando términos y aplicando igualdades matemáticas,²³ resulta que:

$$B_0(w) = -J_0(w)Y_1(w) + J_1(w)Y_0(w) = \frac{2}{w\pi} \quad (B-25)$$

$$f_0(w) = J_0(w)Y_1(w) - J_1(w)Y_0(w) = -\frac{2}{w\pi} \quad (B-26)$$

Sustituyendo las ecuaciones (B-25) y (B-26) en la ecuación (B-23), tenemos:

$$p_{1D} = \frac{L_D^2 e^{-\tilde{t}}}{2} \int_0^{\tilde{t}} \exp\left\{-\frac{L_D^2 t_D}{4} w^2\right\} J_0(wr_D) w dw, \quad (B-27)$$

De la referencia "Integrals of Bessel Functions"²⁵ considerando $\nu = 0$, se tiene que:

$$\int_0^{\infty} e^{-p^2 t^2} J_0(a t) dt = (2p^2)^{-1} e^{-\frac{a^2}{4p^2}} \quad (B-28)$$

Igualando los términos de la ecuación (B-27) con los de la ecuación (B-28), resulta que:

$$p^2 = \frac{L_D^2 t_D}{4}, \quad t^2 = w^2 \quad \text{y} \quad a = r_D, \quad (B-29)$$

De esta manera la solución de la ecuación (B-27), usando (B-28) y (B-29) resulta ser:

$$p_{1D} = \frac{e}{t_D} e^{-\frac{1}{t_D}} \quad (B-30)$$

Finalmente sustituyendo (B-8) y (B-9) en (B-30), obtenemos la ecuación que describe el comportamiento de presión debido a una fuente instantánea:

$$\Delta p_1 = \frac{V_i \mu_1}{4\pi k_1 h t} \exp\left\{-\frac{\phi \mu_1 c_1 L^2}{4k_1 t}\right\} \quad (B-31)$$

APÉNDICE C

OBTENCIÓN DE LA ECUACIÓN QUE DESCRIBE EL COMPORTAMIENTO DE LA PRESIÓN ADIMENSIONAL DENTRO DE LA ZONA INVADIDA, ESPERADA POR LA INYECCIÓN INSTANTÁNEA DE UN FLUIDO, EN FUNCIÓN DE LAS VARIABLES ADIMENSIONALES DEFINIDAS EN EL SISTEMA C. G. S..

Según las consideraciones hechas en el texto, la ecuación (A-17) del Apéndice A puede simplificarse a:

$$v_1 = \frac{1}{2\pi r_f^2} \int_0^{\infty} \exp\left\{-\frac{L_D^2 F^2 t_D}{4} w^2\right\} J_0(wr_D) G_0(w) w dw, \quad (C-1)$$

Si en el término $\exp\{-L_D^2 F^2 t_D w^2 / 4\}$ de la ecuación (C-1) sustituimos la definición de t_D usada por Prats y Scott,⁶ y usamos las equivalencias de flujo de fluidos en medios porosos a conducción de calor, obtenemos que es equivalente a $\exp\{-\kappa_1 u^2 t\}$. De esta manera, la ecuación (C-1) puede expresarse como:

$$v_1 = \frac{1}{2\pi r_f^2} \int_0^{\infty} \exp\{-\kappa_1 u^2 t\} J_0(wr_D) G_0(w) w dw, \quad (C-2)$$

En el sistema C. G. S., las variables adimensionales se definen de la siguiente forma:

$$p_{1D} = \frac{2\pi k_1 h \Delta p_1}{q\mu_1} \quad \text{y} \quad t_D = \frac{k_2 t}{\phi\mu_2 c_2 r_f^2} = \frac{\eta_2 t}{r_f^2}, \quad (C-3)$$

Para este caso, la presión de referencia (p_R) definida en el Apéndice A es:

$$p_R = \frac{q\mu_1}{2\pi k_1 h}, \quad (C-4)$$

Si definimos $f^* / p_R = 2\pi r_j^2$ (Apéndice A), tendremos que la variable f^* será:

$$f^* = \frac{r_j^2 q\mu_1}{k_1 h}, \quad (C-5)$$

De un análisis dimensional de la ecuación (C-2) resulta que v_1 tiene unidades de $(1/L^2)$. Si multiplicamos la ecuación (C-2) por la variable f^* , logramos que v_1 tenga unidades de presión y de acuerdo con el Apéndice A, v_1 es equivalente a Δp_1 . Por lo tanto, la ecuación (C-2) quedará:

$$\Delta p_1 = \frac{q\mu_1}{2\pi k_1 h} \int_0^{\infty} \exp\{-\kappa_1 u^2 t\} J_0(wr_D) G_0(w) w dw, \quad (C-6)$$

Sustituyendo las definiciones de variables adimensionales en el sistema C. G. S. dadas por la ecuación (C-3), en la ecuación (C-6) y considerando que $\kappa_1 = \eta_1$ y $u^2 = w^2 / r_j^2$. La ecuación que describe el comportamiento de la presión adimensional dentro de la zona invadida, esperada por la inyección instantánea de un fluido, en función de las variables adimensionales definidas en el sistema C. G. S., puede expresarse como:

$$p_{1D} = \int_0^{\infty} \exp\{-F^2 w^2 t_D\} J_0(wr_D) G_0(w) w dw, \quad (C-7)$$

Siguiendo el mismo procedimiento, la ecuación que describe el comportamiento de la presión adimensional dentro de la zona invadida, esperada por la inyección instantánea de un fluido, puede expresarse en función de cualquier definición de las variables adimensionales p_D y t_D .

APÉNDICE D

OBTENCIÓN DE LA ECUACIÓN QUE DESCRIBE EL COMPORTAMIENTO DE PRESIÓN, CAUSADO POR LA INYECCIÓN DE UN FLUIDO DURANTE UNA PRUEBA DE ADMISIÓN, CONSIDERANDO QUE LA INYECCIÓN SE REALIZA EN UN TIEMPO FINITO (FUENTE CONTINUA).

Partiendo de la ecuación que considera la inyección instantánea, dada por:

$$p_{1D} = \int_0^{\infty} \exp\{-F^2 w^2 t_D\} J_0(wr_D) G_0(w) w dw, \quad (D-1)$$

Considerando que la inyección dura un tiempo finito t_D , y posteriormente se cierra para el período de abatimiento un tiempo Δt_D . Integrando la ecuación (D-1) con respecto a t_D tenemos:

$$\int_0^{t_D} \exp\{-F^2 w^2 t_D\} dt_D = \int_0^u \exp\{u\} du, \quad (D-2)$$

donde:

$$u = -F^2 w^2 t_D, \quad (D-3)$$

$$du/dt_D = -F^2 w^2 \quad y \quad du = -F^2 w^2 dt_D, \quad (D-4)$$

Sustituyendo (D-3) y (D-4) en la ecuación (D-2), se obtiene la expresión siguiente:

$$\int_0^{t_D} \exp\{-F^2 w^2 t_D\} dt_D = -\frac{1}{F^2 w^2} [\exp\{-F^2 w^2 t_D\} - 1], \quad (D-5)$$

Sustituyendo (D-5) en (D-1) se tiene:

$$p_{1D} = -\frac{1}{F^2} \int_0^{\infty} \left[\exp\{-F^2 w^2 t_D\} - 1 \right] J_0(wr_D) G_0(w) \frac{dw}{w}, \quad (D-6)$$

Para el caso en que la inyección se realice en un tiempo finito t_{ID} , la ecuación (D-6) puede emplearse conjuntamente con el principio de superposición, en la forma siguiente:

$$p_{1D} = -\frac{1}{F^2} \int_0^{\infty} \left[\exp\{-F^2 w^2 t_D\} - 1 \right] J_0(wr_D) G_0(w) \frac{dw}{w} \\ - \left(-\frac{1}{F^2} \int_0^{\infty} \left[\exp\{-F^2 w^2 (t_D - t_{ID})\} - 1 \right] J_0(wr_D) G_0(w) \frac{dw}{w} \right), \quad (D-7)$$

Simplificando la ecuación (D-7), finalmente la ecuación que describe el comportamiento de presión, causado por la inyección de un fluido durante una prueba de admisión, considerando que la inyección se realiza en un tiempo finito (fuente continua), queda de la siguiente manera:

$$p_{1D} = \frac{1}{F^2} \int_0^{\infty} \left[-\exp\{-F^2 w^2 t_D\} + \exp\{-F^2 w^2 (t_D - t_{ID})\} \right] J_0(wr_D) G_0(w) \frac{dw}{w}, \quad (D-8)$$

APÉNDICE E

PROGRAMA DE CÓMPUTO

```
REM          UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
REM          FACULTAD DE INGENIERÍA
REM          DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO
REM          SECCIÓN DE INGENIERÍA PETROLERA
REM *****
REM          PROGRAMA PARA DETERMINAR LA RESPUESTA DE PRESIÓN, OCASIONADA
REM          POR UNA INYECCIÓN DE FLUIDO DURANTE UNA PRUEBA DE ADMISIÓN,
REM          CONSIDERANDO INYECCIÓN FINITA E INSTANTÁNEA.
REM *****
REM          DIRECTORES DE TESIS: DR. FERNANDO SAMANIEGO VERDUZCO
REM          M. EN C. JUANA CRUZ HERNÁNDEZ
REM          M. EN C. MICHAEL PRATS
REM *****
REM          ALUMNO: CARLOS PÉREZ TÉLLEZ
REM *****
REM          DESCRIPCIÓN DE LAS VARIABLES EMPLEADAS EN EL PROGRAMA

REM r        DISTANCIA ENTRE EL CENTRO DEL FRENTE DE INVASIÓN Y EL POZO DE MEDICIÓN
REM r'       DISTANCIA ENTRE EL CENTRO DEL FRENTE DE INVASIÓN Y EL POZO DE INYECCIÓN
REM rf       RADIO DEL FRENTE DE INVASIÓN
REM L        DISTANCIA ENTRE EL POZO DE INYECCIÓN Y EL POZO DE MEDICIÓN
REM RD       RADIO ADIMENSIONAL  $RD=r/rf$ 
REM RDP      RADIO ADIMENSIONAL PRIMO  $RDP=r'/rf$ 
REM LD       DISTANCIA ADIMENSIONAL ENTRE POZOS  $LD=L/rf$ 
REM L=4      BASE DE LAS FUNCIONES BESSEL
REM M        RELACIÓN DE MOVILIDADES  $M=(k1/U1)/(k2/U2)$ 
REM RC       RELACIÓN DE COMPRESIBILIDADES  $RC=c2/c1$ 
REM F2       RELACIÓN DE DIFUSIVIDADES HIDRÁULICAS  $F2=n1/n2$ 
REM PD       PRESIÓN ADIMENSIONAL
REM TETA     ÁNGULO DE EXCENTRICIDAD
REM TETA     ÁNGULO DE EXCENTRICIDAD
REM TID      TIEMPO DE INYECCIÓN ADIMENSIONAL
```

DEFDBL A-H, O-Z

```
DECLARE FUNCTION BESSELJ0 (X)
DECLARE FUNCTION BESSELJ1 (X)
DECLARE FUNCTION BESSELJn (n, X)
DECLARE FUNCTION BESSELY0 (X)
DECLARE FUNCTION BESSELY1 (X)
DECLARE FUNCTION BESSELYn (n, X)
DECLARE FUNCTION BESSELJnP (n, X)
DECLARE FUNCTION BESSELYnP (n, X)
DECLARE FUNCTION ARGU (n, W, TD)
DECLARE SUB SIMPSON (n, TD, CINTEGRAL)
```

```
REDIM SHARED An(50), Bn(50), Gn(50), FFn(50), AB(50), GGn(50)
REDIM SHARED X(50), CN(50, 50), TD(50), PID(50), DP1D(50), K1(50)
```

```
INPUT "RADIO ADIMENSIONAL RD="; RD
INPUT "RADIO ADIMENSIONAL PRIMO RD'="; RDP
INPUT "ÁNGULO DE EXCENTRICIDAD TETA=(RADIANES); TETA
```

```

INPUT "SUBINDICE DE LAS FUNCIONES BESSEL L="; L
INPUT "TIEMPO DE INYECCION ADIMENSIONAL TiD="; TiD
INPUT "CALCULAR LA PRIMERA DERIVADA DE P1D DERIV="; DERIV

```

```

IF RDP > 0 THEN LD2 = RD ^ 2 + RDP ^ 2 - 2 * RD * RDP * COS(TETA)

```

```

REM RELACIONES DE COMPRESIBILIDAD

```

```

RC(1) = 1; RC(2) = 2.5; RC(3) = 5; RC(4) = 7.5; RC(5) = 10
REM SE PUEDEN USAR LOS RC QUE SE REQUIERAN

```

```

REM RELACIONES DE MOVILIDAD

```

```

M(1) = .1; M(2) = .25; M(3) = .5; M(4) = 1; M(5) = 2; M(6) = 4; M(7) = 10
REM SE PUEDEN USAR LOS M QUE SE REQUIERAN

```

```

REM TIEMPOS ADIMENSIONALES

```

```

TD(1) = 1.1; TD(2) = 1.25; TD(3) = 1.5; TD(4) = 1.75; TD(5) = 2; TD(6) = 2.25; TD(7) = 2.5; TD(8) = 2.75
TD(9) = 3; TD(10) = 3.25; TD(11) = 3.5; TD(12) = 3.75; TD(13) = 4; TD(14) = 4.25; TD(15) = 4.5
REM SE PUEDEN USAR LOS TD QUE SE REQUIERAN, PARA INYECCIÓN FINITA O
REM INSTANTÁNEA.

```

```

REM SE PREPARA EL ARCHIVO DE SALIDA

```

```

SALS = "A:\TOTAL5.WK1"
OPEN "o", #1, SALS

```

```

REM SE IMPRIMEN LOS DATOS DE ENTRADA

```

```

PRINT TAB(15); "RADIO ADIMENSIONAL RD="; RD
PRINT TAB(15); "RADIO ADIMENSIONAL PRIMO RDP="; RDP
PRINT TAB(15); "ÁNGULO DE EXCENTRICIDAD EN RADIANES TETA="; TETA
PRINT TAB(15); "DISTANCIA ADIMENSIONAL ENTRE POZOS LD2="; LD2
PRINT TAB(15); "TIEMPO DE INYECCIÓN ADIMENSIONAL TiD="; TiD

```

```

IF TiD = 0 AND L = 0 THEN 150
IF TiD > 0 AND L = 0 THEN 200
IF TiD > 0 AND L > 0 THEN 245

```

```

PRINT "EL PROGRAMA CALCULA EL COMPORTAMIENTO DE LA PRESIÓN ADIMENSIONAL"
PRINT "PARA EL CASO DE UNA GEOMETRÍA DE DOS POZOS (INYECTOR Y MEDICIÓN)"
PRINT "CONSIDERANDO ÚNICAMENTE *INYECCIÓN INSTANTÁNEA* TiD=0 Y L>0."

```

```

FOR I = 1 TO 5

```

```

    RC = RC(I)

```

```

    FOR J = 1 TO 7

```

```

        M = M(J)

```

```

        F = SQR(M * RC)

```

```

        PRINT "

```

```

        PRINT USING "          ###    ##    ##.####"; M; RC; F

```

```

        PRINT "          TD          P1D"

```

```

        FOR K = 1 TO 15

```

```

            TD = TD(K)

```

```

            K1 = K

```

```

            PRINT

```

```

            PRINT "          n          CN"

```

```

            PRINT

```

```

            FOR n = 0 TO L

```

```

        REM *****CALCULO DE LA INTEGRAL PARA CADA n *****
        CALL SIMPSON(n, TD, CINTEGRAL)
        CN(n, K1) = CINTEGRAL
        PRINT USING "      ###      ###.#####^"; n; CN(n, K1)
    NEXT n
    COM1 = LD2 * EXP(1) / 2
    REM ***** CALCULO DE LA SUMATORIA *****
    SUMA = 0
    FOR n = 1 TO L
        SUMA = SUMA + 2 * CN(n, K1) * COS(n * TETA)
    NEXT n
    SUMATOTAL = CN(0, K1) + SUMA
    REM *CALCULO DE LA PRESIÓN ADIMENSIONAL EN LA REGIÓN
        INVADIDA*
    PID(K) = COM1 * SUMATOTAL
    PRINT "      TD      PID"
    PRINT USING "      ##.###      ###.#####"; TD(K); PID(K)
NEXT K
NEXT J
NEXT I
PRINT "FINALIZA EL CALCULO PARA UNA GEOMETRÍA DE DOS POZOS"
GOTO 250

150 IF DERIV = 0 THEN 160
PRINT; "EL PROGRAMA CALCULA EL COMPORTAMIENTO DE LA PRESIÓN"
PRINT; "ADIMENSIONAL PARA EL CASO DE LA GEOMETRÍA DE UN POZO"
PRINT; "CONSIDERANDO INYECCIÓN INSTANTÁNEA (TID=0).";

FOR I = 1 TO 5
    RC = RC(I)
    FOR J = 1 TO 7
        M = M(J)
        F = SQR(M * RC)
        PRINT "      M      RC      F"
        PRINT USING "      ##.###      ##.###      ##.###"; M; RC; F
        LPRINT "      TD      PID"
        FOR K = 1 TO 40
            TD = TD(K)
            K1 = K
            REM **** CALCULO DE LA INTEGRAL PARA L=0 ****
            n = L
            CALL SIMPSON(n, TD, CINTEGRAL)
            CN(n, K1) = CINTEGRAL
            PRINT USING "      ###      ###.#####^"; n; CN(n, K1)
            REM ***** CALCULO DE LA PRESIÓN ADIMENSIONAL *****
            PID(K) = CN(n, K1)
            PRINT "      TD      PID"
            BEEP; BEEP; BEEP; BEEP; BEEP; BEEP; BEEP; BEEP; BEEP
            PRINT USING "      ##.###      ###.#####"; TD(K); PID(K)
            WRITE #1, TD(K), PID(K)
        NEXT K
    NEXT J
NEXT I
PRINT; "FINALIZA LA DETERMINACIÓN DEL COMPORTAMIENTO DE PRESIÓN ADIMENSIONAL"
PRINT; "PARA EL CASO DE UNA INYECCIÓN INSTANTÁNEA."
GOTO 250

```



```

160 PRINT; "EL PROGRAMA CALCULA LA DERIVADA DE LA PRESIÓN ADIMENSIONAL"
PRINT; "PARA EL CASO DE LA GEOMETRÍA DE UN POZO CONSIDERANDO"
PRINT; "INYECCIÓN INSTANTÁNEA (TID=0)."
```

```

FOR I = 1 TO 5
  RC = RC(I)
  FOR J = 1 TO 7
    M = M(J)
    F = SQR(M * RC)
    LPRINT "      M      RC      F"
    LPRINT USING "      ##.##  ##.##  ###.###"; M; RC; F
    LPRINT "      TD      DPID"
    FOR K = 1 TO 15
      TD = TD(K)
      K1 = K
      PRINT "      n      CN"
      REM **** CALCULO DE LA INTEGRAL PARA L=0 ****
      n = L
      CALL SIMPSON(n, TD, CINTEGRAL)
      CN(n, K1) = CINTEGRAL
      PRINT USING "      ##      ###.#####^"; n; CN(n, K1)
      REM ***** CALCULO DE LA PRESIÓN ADIMENSIONAL *****
      DPID(K) = -(F ^ 2) * CN(n, K1)
      PRINT "      TD      DPID"
      BEEP: BEEP: BEEP: BEEP: BEEP: BEEP: BEEP
      LPRINT USING "      ##.##  ###.#####"; TD(K); DPID(K)
      WRITE #1, TD(K), DPID(K)
    NEXT K
  NEXT J
NEXT I
PRINT; "FINALIZA EL CALCULO DE LA DERIVADA DE PRESIÓN ADIMENSIONAL"
PRINT; "CONSIDERANDO INYECCIÓN INSTANTÁNEA"
GOTO 250
```

```

200 IF DERIV = 0 THEN 201
PRINT "EL PROGRAMA CALCULA EL COMPORTAMIENTO DE LA PRESIÓN ADIMENSIONAL"
PRINT "PARA EL CASO DE LA GEOMETRÍA DE UN POZO CONSIDERANDO"
PRINT "INYECCIÓN FINITA (TID>0)."
```

```

FOR I = 1 TO 5
  RC = RC(I)
  FOR J = 1 TO 7
    M = M(J)
    F = SQR(M * RC)
    LPRINT "      M      RC      F"
    LPRINT USING "      ##.##  ##.##  ###.#####"; M; RC; F
    LPRINT "      TD      PID"
    FOR K = 1 TO 15
      TD = TD(K)
      K1 = K
      PRINT "      n      CN"
      REM **** CALCULO DE LA INTEGRAL PARA L=0 ****
      n = L
      CALL SIMPSON(n, TD, CINTEGRAL)
      CN(n, K1) = CINTEGRAL
      PRINT USING "      ##      ###.#####^"; n; CN(n, K1)
```

```

                REM ***** CALCULO DE LA PRESIÓN ADIMENSIONAL *****
                PID(K) = (1 / (F ^ 2)) * CN(n, TD)
                PRINT "          TD          PID"
                BEEP: BEEP: BEEP: BEEP: BEEP: BEEP: BEEP: BEEP
                LPRINT USING "          ##.###          ###.#####"; TD(K); PID(K)
                WRITE #1, TD(K), PID(K)
            NEXT K
        NEXT J
    NEXT I
    PRINT "FINALIZA LA DETERMINACIÓN DEL COMPORTAMIENTO DE PRESIÓN ADIMENSIONAL"
    PRINT "PARA EL CASO DE UNA INYECCIÓN FINITA."
    GOTO 250

201 PRINT; "EL PROGRAMA CALCULA LA DERIVADA DE LA PRESIÓN ADIMENSIONAL."
    PRINT; "PARA EL CASO DE LA GEOMETRÍA DE UN POZO CONSIDERANDO"
    PRINT; "INYECCIÓN FINITA (TID>0)."
```

```

    FOR I = 1 TO 5
        RC = RC(I)
        FOR J = 1 TO 7
            M = M(J)
            F = SQR(M * RC)
            LPRINT "          M          RC          F"
            LPRINT USING "          ##.###          ##.###          ###.#####"; M; RC; F
            LPRINT "          TD          DPID"
            FOR K = 1 TO 15
                TD = TD(K)
                K1 = K
                PRINT "          n          CN"
                REM **** CALCULO DE LA INTEGRAL PARA L=0 ****
                n = L
                CALL SIMPSON(n, TD, CINTEGRAL)
                CN(n, K1) = CINTEGRAL
                PRINT USING "          ###          ###.#####^"; n; CN(n, TD)
                REM * CALCULO DE LA DERIVADA DE LA PRESIÓN DIMENSIONAL.*
                DPID(K) = CN(n, TD)
                PRINT "          TD          DPID"
                BEEP: BEEP: BEEP: BEEP: BEEP: BEEP: BEEP
                LPRINT USING "          ##.###          ###.#####"; TD(K); DPID(K)
                WRITE #1, TD(K), DPID(K)
            NEXT K
        NEXT J
    NEXT I
    PRINT; "FINALIZA EL CALCULO DE LA DERIVADA DE PRESIÓN ADIMENSIONAL"
    PRINT; "PARA EL CASO DE UNA INYECCIÓN FINITA"
    GOTO 250

245 PRINT "EL CASO DE UNA GEOMETRÍA DE DOS POZOS CON INYECCIÓN FINITA "
    PRINT "NO ESTA CONSIDERADO"
250 END

DEFDBL A-H, O-Z
FUNCTION ARGU (n, W, TD)
    SHARED ARGU1, ARGU2, F, LD2, RD, RDP, M, RC, TiD, L, DERIV
    An = (F / M) * BESSELJn(n, W) * BESSELJnP(n, F * W) - BESSELJnP(n, W) * BESSELJn(n, F * W)
    Bn = (F / M) * BESSELJn(n, W) * BESSELYnP(n, F * W) - BESSELJnP(n, W) * BESSELYn(n, F * W)

```

$G_n = (F / M) * \text{BESSELY}_n(n, W) * \text{BESSELY}_n P(n, F * W) - \text{BESSELY}_n P(n, W) * \text{BESSELY}_n(n, F * W)$
 $FF_n = (F / M) * \text{BESSELY}_n(n, W) * \text{BESSELJ}_n P(n, F * W) - \text{BESSELY}_n P(n, W) * \text{BESSELJ}_n(n, F * W)$
 $AB = A_n^2 + B_n^2$
 $GG_n = (G_n * A_n - FF_n * B_n) / AB$

IF $TiD = 0$ AND $L = 0$ THEN 300
 IF $TiD > 0$ AND $L = 0$ THEN 400
 $ARGU1 = \text{EXP}(-(\text{LD}2 * F^2 * \text{TD} * W^2 / 4))$
 $ARGU2 = \text{BESSELJ}_n(n, W * \text{RD}) * \text{BESSELJ}_n(n, W * \text{RDP}) * W * GG_n$
 $ARGU = ARGU1 * ARGU2$
 GOTO 500

300 IF $\text{DERIV} = 0$ THEN 310
 $ARGU1 = \text{EXP}(-F^2 * \text{TD} * W^2)$
 $ARGU2 = \text{BESSELJ}_n(n, W * \text{RD}) * GG_n * W$
 $ARGU = ARGU1 * ARGU2$
 GOTO 500

310 $ARGU1 = \text{EXP}(-F^2 * \text{TD} * W^2)$
 $ARGU2 = \text{BESSELJ}_n(n, W * \text{RD}) * GG_n * W^3$
 $ARGU = ARGU1 * ARGU2$
 GOTO 500

400 IF $\text{DERIV} = 0$ THEN 401
 $ARGU1 = \text{EXP}(-F^2 * \text{TD} * W^2)$
 $ARGU2 = \text{EXP}(-F^2 * (\text{TD} - \text{TiD}) * W^2)$
 $ARGU = \text{BESSELJ}_n(n, W * \text{RD}) * GG_n * (1 / W) * ((-ARGU1) + (ARGU2))$
 GOTO 500

401 $ARGU1 = \text{EXP}(-F^2 * \text{TD} * W^2)$
 $ARGU2 = \text{EXP}(-F^2 * (\text{TD} - \text{TiD}) * W^2)$
 $ARGU = \text{BESSELJ}_n(n, W * \text{RD}) * GG_n * W * ((ARGU1) - (ARGU2))$

500 END FUNCTION

DEFDBL A-H, O-Z

FUNCTION BESSELJO (X)

$P1 = 1; P2 = -.001098628627; P3 = .00002734510407; P4 = -.000002073370639; P5 = .0000002093887211$

$Q1 = -.01562499995; Q2 = .0001430488765; Q3 = -.000006911147651; Q4 = 7.621095161000001D-07$

$Q5 = -.0000000934945152$

$R1 = 57568490574; R2 = -13362590354; R3 = 651619640.7; R4 = -11214424.18; R5 = 77392.33017$

$R6 = -184.9052456$

$S1 = 57568490411; S2 = 1029532985; S3 = 9494680.718; S4 = 59272.64853; S5 = 267.8532712; S6 = 1$

IF $(\text{ABS}(X) < 8)$ THEN

$Y = X^2$

$\text{BESSJ} = (R1 + Y * (R2 + Y * (R3 + Y * (R4 + Y * (R5 + Y * R6))))$

$\text{BESSJO} = \text{BESSJ} / (S1 + Y * (S2 + Y * (S3 + Y * (S4 + Y * (S5 + Y * S6))))$

$\text{BESSELJO} = \text{BESSJO}$

ELSE

$X = \text{ABS}(X)$

$Z = 8! / X$

$Y = Z^2$

$\text{XX} = X - .785398164\#$

$\text{BESSJ} = \text{COS}(\text{XX}) * (P1 + Y * (P2 + Y * (P3 + Y * (P4 + Y * P5))))$

$\text{BESSJ} = \text{BESSJ} - Z * \text{SIN}(\text{XX}) * (Q1 + Y * (Q2 + Y * (Q3 + Y * (Q4 + Y * Q5))))$

$\text{BESSJO} = \text{BESSJ} * \text{SQR}(.636619772\# / X)$

$\text{BESSELJO} = \text{BESSJO}$

80 END IF
END FUNCTION

```
DEFDBL A-H, O-Z
FUNCTION BESSELJ1 (X)
R1 = 72362614232: R2 = -7895059235: R3 = 242396853.1 R4 = -2972611.439: R5 = 15704.4826
R6 = -30.16036606
S1 = 144725228442: S2 = 2300535178: S3 = 18583304.74: S4 = 99447.43394: S5 = 376.9991397: S6 = 1
P1 = 1: P2 = .00183105: P3 = -.00003516396496: P4 = .000002457520174: P5 = -.000000240337019
Q1 = .04687499995: Q2 = -.0002002690873: Q3 = .000008449199096: Q4 = -.00000088228987
Q5 = .000000105787412
IF (ABS(X) < 8!) THEN
  Y = X ^ 2
  BESSJ = X * (R1 + Y * (R2 + Y * (R3 + Y * (R4 + Y * (R5 + Y * R6))))))
  BESSJ1 = BESSJ / (S1 + Y * (S2 + Y * (S3 + Y * (S4 + Y * (S5 + Y * S6))))))
  BESSELJ1 = BESSJ1
ELSE
  X = ABS(X)
  Z = 8! / X
  Y = Z ^ 2
  XX = X - 2.356194491
  BESSJ = COS(XX) * (P1 + Y * (P2 + Y * (P3 + Y * (P4 + Y * P5))))
  BESSJ = BESSJ - Z * SIN(XX) * (Q1 + Y * (Q2 + Y * (Q3 + Y * (Q4 + Y * Q5))))
  BESSJ = BESSJ * SQR(.636619772 / X)
  BESSELJ1 = BESSJ
```

90 END IF
END FUNCTION

```
DEFDBL A-H, O-Z
FUNCTION BESSELJn (n, X)
IACC = 40: BIGNO = 1E+10: BIGNI = 1E-10
AX = ABS(X)
IF n < 2 THEN
  SELECT CASE n
  CASE 0
    BESSELJn = BESSELJ0(AX)
    BER = BESSELJ0(AX)
  CASE 1
    BESSELJn = BESSELJ1(AX)
    BER = BESSELJ1(AX)
  END SELECT
ELSE
  AX = ABS(X)
  IF (AX = 0) THEN
    BESSELJn = 0
  ELSE
    IF (AX > n) THEN
      TOX = 2! / X
      BJM = BESSELJ0(AX)
      BJ = BESSELJ1(AX)
      FOR JJ = 1 TO n - 1
        BJP = JJ * TOX * BJ - BJM
        BJM = BJ
        BJ = BJP
      NEXT JJ
      BESSELJn = BJ
```

```

ELSE
  TOX = 2! / AX
  M = 2 * INT((n + INT(SQR(IACC * n))) / 2)
  BESSJ = 0
  JSUM = 0
  SUM = 0
  BJP = 0
  BJ = 1
  FOR JJ = M TO 1 STEP -1
    BJM = JJ * TOX * BJ - BJP
    BJP = BJ
    BJ = BJM
    IF (ABS(BJ) > BIGNO) THEN
      BJ = BJ * BIGNI
      BJP = BJP * BIGNI
      BESSJ = BESSJ * BIGNI
      SUM = SUM * BIGNI
    END IF
    IF (JSUM <> 0) THEN
      SUM = SUM + BJ
    END IF
    JSUM = 1 - JSUM
    IF (JJ = n) THEN
      BESSJ = BJP
    END IF
  NEXT JJ
  SUM = 2! * SUM - BJ
  BESSELJn = BESSJ / SUM
END IF
IF (X < 0! AND (n MOD 2) = 1) THEN BESSELJn = -BESSJ END IF
END IF
100 END FUNCTION

DEFDBL A-H, O-Z
FUNCTION BESSELJnP (n, X)
  BESSELJnP = (n / X) * BESSELJn(n, X) - BESSELJn(n + 1, X)
  JPN = (n / X) * BESSELJn(n, X) - BESSELJn(n + 1, X)
END FUNCTION

DEFDBL A-H, O-Z
FUNCTION BESSELY0 (X)
  P1 = 1: P2 = -.001098628627: P3 = .00002734510407: P5 = -.000002073370639
  P6 = .0000002093887211
  Q1 = -.01562499995: Q2 = .0001430488765: Q3 = -.000006911147651 Q4 = 7.621095161000001D-07
  Q5 = -.0000000934945152
  R1 = -2957821389: R2 = 7062834065: R3 = -512359803.6: R4 = 10879881.29: R5 = -86327.92757
  R6 = 228.4622733
  S1 = 40076544269: S2 = 745249964.8: S3 = 7189466.438: S4 = 47447.2647: S5 = 226.1030244: S6 = 1
  IF X = 0 THEN
    PRINT "Yo("; X; ") = -INFINITO"
  ELSE
    IF (X > 0) AND (X < 8!) THEN
      Y = X ^ 2
      BESSYO = (R1 + Y * (R2 + Y * (R3 + Y * (R4 + Y * (R5 + Y * R6))))))
      BESSYO = BESSYO / (S1 + Y * (S2 + Y * (S3 + Y * (S4 + Y * (S5 + Y * S6))))))
      BESSELY0 = BESSYO + .636619772# * BESSELJ0(X) * LOG(X)
    END IF
  END IF
END FUNCTION

```

```

    BESS1 = BESSYO + .636619772# * BESSELJ0(X) * LOG(X)
ELSE
    Z = 8! / X
    Y = Z ^ 2
    XX = X - .785398164
    BESSYO = SIN(XX) * (P1 + Y * (P2 + Y * (P3 + Y * (P4 + Y * P5))))
    BESSYO = BESSYO + Z * COS(XX) * (Q1 + Y * (Q2 + Y * (Q3 + Y * (Q4 + Y * Q5))))
    BESSELY0 = BESSYO * SQR(.636619772 / X)
    BESS2 = BESSYO * SQR(.636619772 / X)
END IF
END IF
END FUNCTION

DEFDBL A-H, O-Z
FUNCTION BESSELY1 (X)
P1 = 1: P2 = .00183105: P3 = -.00003516396496: P4 = .000002457520174: P5 = -.000000240337019
Q1 = .04687499995: Q2 = -.0002002690873: Q3 = .000008449199096: Q4 = -.00000088228987
Q5 = .000000105787412
R1 = -4900604943000: R2 = 1275274390000: R3 = -51534381390: R4 = 734926455.1: R5 = -4237922.726
R6 = 8511.937935
S1 = 24995805700000: S2 = 424441966400: S3 = 3733650367: S4 = 22459040.02: S5 = 102042.605
S6 = 354.9632885: S7 = 1
IF X = 0 THEN
    PRINT "Y1( "; X, ") = -INFINITO"
ELSE
    IF (X < 8!) THEN
        Y = X ^ 2
        BESS = X * (R1 + Y * (R2 + Y * (R3 + Y * (R4 + Y * (R5 + Y * R6))))
        AA = S6 + Y * S7
        BESSY = (S1 + Y * (S2 + Y * (S3 + Y * (S4 + Y * (S5 + Y * (AA)))))
        BESSY = BESS / BESSY
        BESSELY1 = BESSY + .636619772 * (BESSELJ1(X) * LOG(X) - 1! / X)
        BESS3 = BESSY + .636619772 * (BESSELJ1(X) * LOG(X) - 1! / X)
    ELSE
        Z = 8! / X
        Y = Z ^ 2
        XX = X - 2.356194491
        BESSY = SIN(XX) * (P1 + Y * (P2 + Y * (P3 + Y * (P4 + Y * P5))))
        BESSY = BESSY + Z * COS(XX) * (Q1 + Y * (Q2 + Y * (Q3 + Y * (Q4 + Y * Q5))))
        BESSELY1 = BESSY * SQR(.636619772# / X)
        BESS4 = BESSY * SQR(.636619772 / X)
    END IF
END IF
END FUNCTION

DEFDBL A-H, O-Z
FUNCTION BESSELYn (n, X)
IF (n >= 2) THEN
    TOX = 2! / X
    BY = BESSELY1(X)
    BYM = BESSELY0(X)
    FOR JJ = 1 TO n - 1
        BYP = JJ * TOX * BY - BYM
        BYM = BY
        BY = BYP
    NEXT JJ

```

```

    BESSELYn = BY
ELSE
    SELECT CASE n
        CASE 0
            BESSELYn = BESSELY0(X)
        CASE 1
            BESSELYn = BESSELY1(X)
    END SELECT
END IF
END FUNCTION

DEFDBL A-H, O-Z
FUNCTION BESSELYnP (n, X)
    BESSELYnP = (n / X) * BESSELYn(n, X) - BESSELYn(n + 1, X)
END FUNCTION

DEFDBL A-H, O-Z
SUB SIMPSON (n, TD, CINTEGRAL)
    REM CALCULO DE LA INTEGRAL UTILIZANDO LA REGLA DE SIMPSON DE 1/3 DE
    REM SEGMENTOS MULTIPLES. LA INTEGRAL SE CALCULA DESDE "A" HASTA "B"
    REM CONSIDERANDO NI SEGMENTOS.
    A = .00001
    B = 500
    SIM = 1E+10
    NI = 4
20  H = (B - A) / NI
    SIM1 = ARGU(n, A, TD) + 4 * ARGU(n, (A + H), TD) + ARGU(n, B, TD)
    X = A + H
    NM = NI - 1
    SIM2 = 1E+10
    FOR L = 2 TO NM STEP 2
        SIM1 = SIM1 + 2 * ARGU(n, (X + H), TD) + 4 * ARGU(n, (X + (2 * H)), TD)
        SIM3 = (SIM2 - SIM1) / SIM1
        PRINT "L="; L, "SIM1="; SIM1, "SIM3="; SIM3
        IF ABS(SIM3) <= .0001 THEN 30
        X = X + 2 * H
        SIM2 = SIM1
    NEXT L
30  SIM4 = (H / 3) * SIM1
    CINTEGRAL = SIM4
    SIM5 = (SIM - CINTEGRAL) / CINTEGRAL
    PRINT "SEGMENTOS="; NI, "H="; H, "INTEGRAL="; CINTEGRAL, "SIM5="; SIM5
    IF ABS(SIM5) < .01 THEN
        PRINT "LA INTEGRAL SE OBTIENE USANDO"; NI; "SEGMENTOS"
        GOTO 40
    ELSE
        IF NI - 4000000 > 0 THEN 40
        NI = 2 * NI
        SIM = CINTEGRAL
        GOTO 20
    END IF
    PRINT "NO CONVERGE CON"; NI; SEGMENTOS
40  END SUB

```