

01170

q  
zy

Eliminación de Ruido Coherente  
en Imágenes Astronómicas

Beatriz Sánchez y Sánchez

TESIS  
para obtener el grado de:

Maestro en Ingeniería Eléctrica

Facultad de Ingeniería  
Universidad Nacional Autónoma de México

1996

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**TÈSIS**

**COMPLETA**

## **AGRADECIMIENTOS**

Deseo expresar mi agradecimiento al Dr. Luis Salas por la dirección del presente trabajo. Así como a la lectura crítica y valiosos comentarios del Dr. Jorge Lira, Dr. Boris Éscalante, Dra. Irene Cruz-González y del Dr. Miguel Moctezuma, que hicieron de éste un mejor trabajo. Deseo agradecer al Fis. Arturo Iriarte, al Dr. René Carrillo y al Mat. Luis Artemio Martínez, por toda la ayuda y apoyo prestado a lo largo de su elaboración. Finalmente, quiero agradecer al Instituto de Astronomía de la UNAM, particularmente al Departamento de Instrumentación, por las facilidades brindadas para que este trabajo fuera posible.

a

Francisco, Jorge y Adrián

a

la memoria de mis padres

## **RESUMEN**

El propósito de este trabajo es realizar la eliminación de ruido coherente, que se presenta en forma de bandeo en las imágenes astronómicas obtenidas con detectores tipo CCD. El filtrado se efectuó con diferentes métodos, algunos de ellos utilizados en otro tipo de imágenes que presentaban patrones semejantes de ruido. En algunos casos, los resultados obtenidos en la eliminación del ruido fueron favorables, haciéndose necesario buscar técnicas de cuantificación del ruido que permitieran determinar la calidad de la restauración de las imágenes después del proceso de filtrado y determinar cuál de las técnicas empleadas ofrece mejor rendimiento.

## INTRODUCCIÓN

La obtención de imágenes astronómicas es un proceso que se ve afectado por muchos factores que deterioran la información, por el hecho de que siempre están sujetas a ser adquiridas a través de algún tipo de telescopio, con cámaras especiales, y a que la atmósfera terrestre inevitablemente degrada la información. Todos estos factores introducen alteraciones a la señal que el astrónomo desea estudiar y medir. Por ello debe efectuarse la restauración de sus imágenes, debe caracterizarse el ruido y determinarse, cuando es posible, como eliminarlo. En este contexto se encuentra el objetivo del presente trabajo. Uno de los ruidos que se pueden encontrar, es el ruido coherente que se presenta en forma de bandeo. Nuestra finalidad es caracterizarlo y eliminarlo de las imágenes astronómicas. Este es un problema que puede presentarse en las imágenes obtenidas con cámaras que utilizan detectores semiconductores tipo CCD. Las causas que lo originan pueden ser varias: un mal blindaje del sistema, un deficiente sistema de tierras en las tarjetas y/o conectores permitiendo interferencia entre las frecuencias del controlador del detector, un nivel excesivo de contaminación de radiofrecuencias del lugar donde son adquiridas las imágenes, interferencia óptica, etc.

Una vez que los astrónomos adquieren sus imágenes deben efectuar un proceso de reducción para extraer la información contenida en ellas; los pasos a seguir para esta tarea de reducción se explican en el Capítulo 1. Como es un proceso bien establecido y que siempre se debe aplicar, existen varias paqueterías muy específicas para el procesamiento de imágenes astronómicas. Uno de esos paquetes es IRAF (Image Reduction and Analysis Facility), diseñado por NOAO (National Optical Astronomical Observatories), el cual permite llevar a cabo la reducción general de imágenes así como su análisis gráfico. Esta paquetería fue ampliamente utilizada en este trabajo. También en el Capítulo 1 se habla de varios tipos de ruido que se presentan regularmente en las imágenes astronómicas obtenidas con cámaras con detectores tipo CCD, mencionando entre ellos el bandeo.

El ruido coherente en forma de bandeo tiene una estructura altamente geométrica, al que el sistema visual humano es más sensible que a ruidos aleatorios, por lo que es un ruido que en general es fácilmente apreciable, aunque en muchos casos casi no afecte numéricamente, por ejemplo, cuando la razón señal a ruido es muy grande. Pero cuando éste factor es pequeño en algunos casos perjudica notablemente la información contenida en la imagen, así como su apariencia. Hay casos en que las imágenes tienen poco contraste, o las estructuras de los objetos están poco definidas y el bandeo evita aún más su análisis. Para mejorar esos aspectos su eliminación resulta de interés principal.

Por tener el ruido un patrón tan bien definido, se intentó establecer un modelo de él y buscar alternativas de su eliminación tanto en el dominio de la imagen como en el frecuencial. Se encontró que al trabajar las imágenes en el dominio frecuencial, su espectro de Fourier presenta notablemente algunas de las frecuencias que contribuyen al ruido de bandeo, por lo que en el Capítulo 2 se tratan algunas técnicas de filtrado; algunas muy clásicas como el filtro Butterworth y el de Wiener, otras como el método propuesto por Crippen o el de Gonzalez y Woods, quienes las utilizaron para la eliminación del bandeo en otro tipo de imágenes, como las obtenidas con satélites. También se exploró la alternativa de diseñar un filtro del tipo supresor de banda, muy específico para las características que se estaban presentando en el espacio de Fourier, mismo que se denominó filtro supresor promedio.

Al aplicar estas técnicas a las imágenes astronómicas, algunos de los filtros dieron resultados favorables y hubo casos en los que no era fácilmente detectable cuál daba una mejor restauración. Fue necesario entonces establecer algún criterio de cuantificación del ruido que permitiera determinar el rendimiento del filtro aplicado; por ello la cuantificación del ruido es el tema del Capítulo 3. Se intentaron varias alternativas para efectuar la medición del ruido, pudiendo establecer que el rizo de la función de autocorrelación puede ser un buen indicador de la presencia del ruido de bandeo.

Una vez efectuada la eliminación del ruido, en el Capítulo 4 se analizan astronómicamente las imágenes filtradas que presentaban mejor comportamiento del estimador del ruido, para determinar si la información contenida en ellas seguía siendo



de utilidad y no había sido afectada notablemente. Se encontró que el filtro supresor promedio y el Butterworth tienen una mejor restauración, ya que la información contenida en las imágenes se afectó menos que en caso de las imágenes filtradas por el método de Crippen. Los otros filtros aplicados deterioraban más la imagen o el bandeo aún era apreciable.

# INDICE

<b>Resumen</b>	<b>iii</b>
<b>Introducción</b>	<b>iv</b>
<b>Capítulo 1: Procesamiento de Imágenes Astronómicas</b>	<b>1</b>
1.1 Introducción . . . . .	1
1.2 Algunas Características de los CCD's . . . . .	2
1.3 Proceso de reducción de imágenes obtenidas con CCD's . . . . .	4
1.3.1 Bias . . . . .	4
1.3.2 Dark y Corriente Oscura . . . . .	5
1.3.3 Campos Planos (flats) . . . . .	5
1.3.4 <i>Pre-Flash</i> . . . . .	6
1.3.5 Resumen del Proceso de Reducción . . . . .	6
1.4 Calibración . . . . .	7
1.5 Ruido . . . . .	8
1.5.1 Ruido de Fotones . . . . .	8
1.5.2 Ruido de Lectura . . . . .	9
1.5.3 Ruido de Disparo . . . . .	9
1.5.4 Ruido de Generación-Recombinación . . . . .	10
1.5.5 Ruido Coherente o de Bando . . . . .	10
<b>Capítulo 2: Técnicas de Eliminación de Ruido</b>	<b>14</b>
2.1 Introducción . . . . .	14
2.2 Eliminación de ruido coherente en el dominio espacial . . . . .	17
2.2.1 Rutina de Filtrado Espacial, (Crippen (1989)). . . . .	20
2.3 Eliminación de ruido coherente en el dominio frecuencial . . . . .	22
2.3.1 Filtro Butterworth . . . . .	24

2.3.2	Filtro Supresor Promedio . . . . .	26
2.3.3	Filtro de Wiener . . . . .	30
2.3.4	Filtro de Gonzalez y Woods . . . . .	34
<b>Capítulo 3:</b>	<b>Métodos de Cuantificación del Ruido</b>	<b>40</b>
3.1	Introducción . . . . .	40
3.2	Algunos métodos para medir el ruido . . . . .	40
3.2.1	Entropía . . . . .	43
3.2.2	Función de Autocorrelación . . . . .	44
<b>Capítulo 4:</b>	<b>Evaluación Astronómica</b>	<b>63</b>
	<b>Conclusiones y Perspectivas</b>	<b>75</b>

## Capítulo 1

# PROCESAMIENTO DE IMÁGENES ASTRONÓMICAS

### 1.1 *Introducción*

En su continua búsqueda de detectores más eficientes, los astrónomos fueron los primeros en reconocer el gran potencial de los CCD's (charge-coupled device). Éstos son dispositivos semiconductores que transforman la información lumínica en paquetes de carga eléctrica, que debe ser temporalmente almacenada, transportada y cuantificada por una cadena electrónica compuesta, entre otras cosas, por preamplificadores y convertidores analógicos digitales que entregan sus datos digitales a computadoras para su almacenamiento y procesamiento.

El uso de los CCD's en la instrumentación óptica y los CID's en el infrarrojo cercano, ha permitido tener en cada telescopio dispositivos muy novedosos con un alto rendimiento y gran precisión. Los CCD's vinieron a reemplazar a los vidicones y placas fotográficas, que eran los detectores más usados en las décadas pasadas, debido a las muchas ventajas que ofrecen respecto a ellos: la sensibilidad puede ser hasta 1000 veces mayor a la que se tienen en una placa fotográfica; el manejo y extracción de la información se efectúa directamente en una computadora, por ser datos digitales los que entrega la cámara. Son además detectores con buena linealidad, amplia respuesta espectral, alta eficiencia cuántica, mayor resolución espacial, todo lo que implica una alta calidad científica en la detección de sus imágenes.

Esto ha dado como resultado que los astrónomos, después de una temporada de observación con instrumentos cuyos detectores sean del tipo CCD, tienen en sus manos posiblemente una decena de Gbytes y deben enfrentarse a la reducción de sus datos, lo que implica poder visualizar imágenes obtenidas del telescopio y transformarlas a

variables físicas cuantificables; tales como índice de color, posición, magnitud, dispersión de velocidad, etc., y así obtener parámetros utilizables en sus investigaciones.

Al utilizar una cámara CCD con fines científicos, los astrónomos deben, desde el momento de la observación, seguir una serie de pasos en la obtención de las imágenes para caracterizarlas y poder extraer la información correcta contenida en ellas. Por ello es conveniente establecer algunos de los conceptos o características más relevantes de una cámara CCD, así como de los pasos a seguir en la observación y en el proceso de reducción, para que las imágenes obtenidas sean útiles científicamente.

## 1.2 Algunas Características de los CCD's

Al dar las características de un detector es esencial mencionar su sensibilidad ó capacidad de detección de fotones. Una forma de determinarla es a través de la eficiencia cuántica, la cual mide la cantidad de fotones respecto al total incidente que pueden ser registrados por el detector. En el caso ideal se tendría que el número de fotones registrados es igual al número de fotones incidentes. En realidad existen pequeñas pérdidas por reflexión en la superficie del detector, así como por difusión y recombinación de la carga en el substrato, entre otras causas. Actualmente, las tecnologías modernas de fabricación de CCD's han logrado aumentar la eficiencia cuántica a través del adelgazamiento del substrato, así como de tener la posibilidad de iluminación frontal o por detrás de los electrodos y de la aplicación de ciertos recubrimientos para evitar reflexiones en la superficie<sup>1</sup>. Con esto han logrado eficiencias cuánticas para algunas regiones espectrales superiores al 90%, lo que nos acerca bastante al caso ideal. Cuando se da la eficiencia cuántica de un CCD es muy importante especificar para qué intervalo espectral se cumple, ya que ésta puede variar substancialmente de una región a otra del espectro electromagnético.

La resolución espacial de un detector frecuentemente se especifica en términos del número de parejas de líneas por milímetro que puede resolver<sup>2</sup>. En el caso de los CCD's, la resolución espacial está estrechamente relacionada con el concepto de pixel, que puede ser definido como el tamaño del elemento mínimo de detección. Por ejemplo, al decir que un CCD tiene una resolución espacial de 100 parejas de líneas por milímetro, implicaría que el tamaño del pixel es de  $10 \mu m$ . Para determinar la

resolución espacial generalmente se utiliza una mascarilla con un patrón de líneas negras y blancas, igualmente espaciadas, que se proyecta al detector y se determina cuál es la mayor frecuencia espacial que puede ser resuelta. Una pareja de líneas es el conjunto de una línea negra y una blanca.

La capacidad de información de un pixel, se determina por la cantidad de carga que puede almacenar en cada celda; mientras que la capacidad de distinguir esos diferentes niveles de información se determina por la resolución o número de *bits*  $N_b$  del convertidor análogo digital (CAD), el número total de niveles distinguibles es  $2^{N_b}$ . Éstos números forman la salida de una cámara CCD, son números digitales (DN), que representan los niveles de carga. Cada cámara tiene una ganancia propia ( $G_c$ ), la cual está determinada por el número de electrones producidos (fotones detectados) por número de cuenta  $G_c = e^-/DN$ , en general las unidades de esta ganancia son ADU's (analog digital units) o simplemente cuentas que se obtienen en un evento.

Si un pixel se expone más allá de la capacidad de almacenamiento de carga que tiene en cada celda, la señal de salida se satura, se pueden producir "escurrimientos" de carga a lo largo de columnas o renglones, perdiendo aún mayor información del evento. Otra posibilidad se presenta cuando el convertidor se satura, es decir, el número de electrones producidos por un evento genera un nivel de carga mayor al que puede ser determinado por el convertidor, en este caso la señal generada es superior a  $S_{max}$ , la cual está dada por

$$S_{max} = G_c \cdot 2^{N_b}, \quad (1.1)$$

donde  $G_c$  es la ganancia y  $N_b$  es el número total de *bits* del convertidor analógico digital.

La determinación del tiempo de exposición o tiempo de integración  $T$  de la imagen, es un aspecto realmente importante para la obtención de buenos resultados. Lograr optimizar el tiempo de integración implica obtener, para el caso de objetos brillantes, imágenes sin saturar; para objetos débiles, imágenes nítidas; en el infrarrojo es tener objeto y no sólo fondo en la imagen. Es decir, tener una mejor señal y menor ruido, obteniendo de esta manera que la razón señal a ruido se vea favorecida, dado que se cumple la relación siguiente

$$\frac{S}{R} \propto \sqrt{T}. \quad (1.2)$$

El concepto de señal a ruido ( $S/R$ ) permite cuantificar los efectos del ruido. En astronomía para asegurar que la detección de un objeto, línea espectral, etc., es certera es necesario comparar su nivel de señal con el ruido asociado a la medición. Una detección mínima aceptable es cuando  $S/R \geq 3$ .

Posteriormente se tratarán algunos tipos de ruido y la forma de cuantificarlos, por el momento se mencionan algunos de los pasos que el astrónomo debe seguir desde el momento de la adquisición de las imágenes. Además de tomar los objetos de interés debe adquirir los llamados *bias*, *flats*, *darks*, etc., para hacer la reducción de sus datos y posteriormente procesar la información y hacerla utilizable en su investigación.

### 1.3 Proceso de reducción de imágenes obtenidas con CCD's

La reducción de datos astronómicos es el proceso que hay que realizar para minimizar la influencia de todos aquellos factores no deseables o imperfecciones de la adquisición de datos sobre la estimación de las variables astronómicas deseadas. Algunos de los pasos que hay que dar en la reducción de datos se deben a las características propias del detector, en general hay un mínimo de cosas que deben realizarse. En las siguientes secciones se tratarán las más usuales.

#### 1.3.1 Bias

Todos los controladores de CCD's suman un pequeño voltaje positivo, conocido como *bias*, esto se hace para evitar conteos negativos en la lectura de algún pixel debido al ruido. El valor del *bias* es constante para todo el detector, se esperaría idealmente que fuera un número que se substraerá. Para tener un nivel real del *bias* en todo el cuadro, se hace una lectura del detector con el obturador de la cámara cerrado y con cero tiempo de integración, este cuadro se substraerá de la imagen completa. En caso que el CCD presente el valor del *bias* casi constante en todo el cuadro, se puede tomar lo que se denomina un *overscan*: se leen más columnas y renglones de los que abarca la imagen, el número de cuentas de estas secciones dan el valor que debe restarse al cuadro completo.

### 1.3.2 *Dark y Corriente Oscura*

Los *darks* se obtienen con el obturador de la cámara cerrado y se procura tomar exposiciones con tiempos de integración similares a los de las observaciones de los objetos científicos, con la finalidad de obtener la contribución de la corriente oscura en el cuadro. La corriente oscura es la generación de electrones que se presenta generalmente como resultado de efectos térmicos; para el caso de CCD's enfriados esta generación de cargas es despreciable, de sólo algunos electrones por hora. En el caso de los CCD's que son detectores lineales, la acumulación de carga de la corriente oscura es proporcional al tiempo de exposición, en este caso su contribución se determina restándole al cuadro del *dark* el *bias*, y el resultado de esto se resta de la imagen científica.

Casi todos los CCD's presentan algunos pixeles que tienen una generación mayor de electrones por corriente oscura que el resto del cuadro por lo que se les llama *hot pixels*. Por esto, otro objetivo de tomar *darks* es determinar cuáles son los *hot pixels* que tiene el detector. Para ello se toma una serie de *darks*, observando cuáles pixeles permanecen siempre con el número de cuentas alto, generalmente se hace una tabla de la posición de ellos para removerlos de todas las imágenes obtenidas antes de hacer cualquier manipulación con ellas. Hay otro tipo de eventos que también se comportan como *hot pixels*, pero tienen una presencia aleatoria en el cuadro, es decir, se presentan en algunas exposiciones y cambian de lugar de una exposición a otra, éstos son los rayos cósmicos, que también deben removerse antes de los otros procesos, de la misma manera que los *hot pixels*. La forma en que se remueven los pixeles malos es variada, una de las más simples es tomar a través de pequeñas ventanas (de 2 a 4 pixeles) el promedio y substituirlo por el valor del pixel malo.

### 1.3.3 *Campos Planos (flats)*

Cada pixel del CCD tiene una eficiencia cuántica determinada por las variaciones estructurales del CCD, lo que implica que cada pixel tiene una sensibilidad propia a la luz recibida, es decir, opera como un detector lineal independiente de sus vecinos. Para poder tratar a una imagen como una unidad, cada pixel debe normalizarse y realizar la corrección pixel a pixel de la ganancia propia de cada uno. También es importante notar que esta sensibilidad varía con la longitud de onda de la luz ( $\lambda$ ). Por



lo anterior hay que tomar uno o varios campos planos para cada filtro astronómico que se utilice (los filtros están diseñados para transmitir radiación solamente en un intervalo de longitud de onda).

Existen varias formas de obtener los *flats*, una es tomar el cielo al atardecer o amanecer para que el detector reciba una iluminación uniforme, la otra es tomar la exposición de una pantalla uniformemente iluminada, la pantalla generalmente se coloca en el domo del telescopio y se ilumina con una lámpara de luz blanca.

#### 1.3.4 Pre-Flash

Dado que los niveles de los pozos de potencial que tiene cada pixel varía ligeramente y al hacer la transferencia de carga de pixel a pixel durante el proceso de lectura de un nivel muy bajo de luz la lectura puede perderse, se requiere hacer un *pre-flash* para dar a todo el CCD un nivel de carga. Para dar a todos los pozos de potencial un mínimo de señal y obtener una transferencia efectiva de la carga en el proceso de lectura. Los niveles del *pre-flash* para cada detector son diferentes pero en casi todos los casos es de unas cuantas cuentas. Para exposiciones muy largas, niveles de cielo, corriente oscura u otro tipo de imágenes que tienen una gran cantidad de carga, el *pre-flash* no es necesario. Si se tienen cuadros obtenidos con *pre-flash* primero debe hacerse un promedio, sin *bias*, y restarlo a la imagen.

#### 1.3.5 Resumen del Proceso de Reducción <sup>3</sup>

Dada una imagen tomada con CCD hay que realizar la siguiente operación para obtener una imagen reducida ( $IMAGEN_r$ ) y poder empezar a extraer la información deseada. Llamémosle  $D = dark - bias$  y  $PF = (pre - flash) - bias$ ; si el nivel de corriente oscura es significativo también hay que restarlo a cada uno de los términos excepto al *bias*.

$$IMAGEN_r = \frac{imagen - bias - D - PF}{flat - bias - D - PF} \quad (1.3)$$

En esta expresión el denominador es el campo plano normalizado y al hacer la división se corrige la imagen por la ganancia característica de cada pixel del detector.

El paso siguiente es remover el cielo o cualquier otro factor constante conocido como fondo o *background*,

$$IMAGEN_R = IMAGEN_T - \text{Cielo.} \quad (1.4)$$

Las técnicas de obtención de la radiación de fondo o *background* son muy diversas. Cada tipo de observación determina sus propias necesidades, es decir, si es en el infrarrojo o visible, si es cámara directa o si es espectroscopía.

#### 1.4 Calibración

Una vez que la imagen es reducida y se tiene a el número de cuentas "reales" en cada pixel, se puede pasar a la interpretación o determinación de las variables físicas útiles en astronomía. Un ejemplo de ello es determinar la magnitud del objeto observado. Una forma de llegar a ello es tomar la exposición de una fuente estándar cuya magnitud  $m_s$  es conocida, se ve el número de cuentas  $N_{c_s}$  obtenido, entonces, si el número de cuentas del objeto de interés es  $N_{c_{obj}}$ , su magnitud  $m_{obj}$  se puede determinar como

$$m_{obj} = 2.5 \log(N_{c_s} / N_{c_{obj}}) + m_s. \quad (1.5)$$

Otra relación necesaria de obtener en una imagen de un campo dado es la relación de la posición del objeto en los pixeles con las coordenadas reales del objeto ( $\alpha, \delta$ ), así como cuál es el campo de observación en segundos de arco que se tiene en la imagen.

Todas las observaciones también deben ser corregidas previamente por dispersión, distorsión geométrica, etc., para que los datos obtenidos sean correctos.

En espectroscopía es necesario determinar la posición de las líneas espectroscópicas en términos de las longitudes de onda a lo largo de los ejes del detector. Esto se realiza con las lámparas de comparación para identificar la posición de las líneas conocidas y efectuar la calibración a lo largo de uno de los ejes en términos de  $\lambda$ .

El proceso de reducción mencionado se realiza finalmente para obtener la mejor señal posible y asegurar que la detección de un objeto astronómico sea certera, por ello es necesario comparar el nivel de señal con respecto al ruido asociado a la medición y al proceso mismo de detección. Dada la necesidad de hablar sobre los diferentes

ruidos y determinar si existe la posibilidad de cuantificarlos o al menos identificarlos, en la siguiente Sección se tratarán algunas características generales, así como diversos tipos de ruido.

## 1.5 Ruido

En la detección, la transmisión, el procesamiento, etc., de señales siempre se mezcla información ajena a la señal. En realidad, cualquier manipulación impuesta sobre alguna señal tiende a introducir perturbaciones indeseables, llamadas ruido. Entonces, por ruido se entiende cualquier cosa que contribuya a la incertidumbre o a la estimación incorrecta de las variables o cantidades que se esté interesado en determinar.

En general, en cualquier detector de imágenes el ruido impone un límite inferior en la recepción de información, es decir, el menor paquete de carga que puede ser detectado o medido por el CCD. El ruido es el resultado de un proceso estocástico, sólo se puede establecer la probabilidad de que se observe y por tanto son los métodos estadísticos los que van a determinar su comportamiento. En las observaciones astronómicas se tienen muchas fuentes de ruido, tanto internas como externas al CCD, que contribuyen a establecer ese límite. A grandes rasgos esas fuentes pueden dividirse en ruidos intrínsecos tales como el de fotones, de disparo, de lectura, recombinación, etc.. Otra categoría de ruido son los externos provocados por el hombre, ejemplo de ellos son el de interferencia de transmisiones de radio o TV, 60 Hz de la línea de alimentación, sistemas de conmutación, etc. Una tercera categoría sería el ruido relacionado con fuentes naturales inevitables, tales como rayos cósmicos, relámpagos, turbulencia atmosférica, etc.

### 1.5.1 Ruido de Fotones <sup>2</sup>

El ruido de fotones es producido por las fluctuaciones inherentes que tiene una fuente luminosa, debido a que la emisión de fotones en intervalos de tiempo definidos no es una constante, sino fluctúa aleatoriamente siguiendo una estadística de Poisson. Entonces, para un proceso estacionario, es decir, se hacen idénticas y repetidas observaciones de una estrella estándar, no variable, obteniendo  $N_c$  como el valor medio

del número de fotones emitidos por la estrella en cada observación durante un tiempo  $T$ , el ruido de fotones está dado por  $Nc^{1/2}$ .

### 1.5.2 Ruido de Lectura <sup>4</sup>

El CCD en cada uno de los pixeles tiene un nivel de carga acumulada que debe ser cuantificado por el preamplificador de salida y los CAD's. Al nivel de ruido asociado con este proceso se le llama ruido de lectura. Una forma de estimarlo es a través del *bias*; si se hace una distribución del número de cuentas obtenidas en cada pixel se debe de obtener una gaussiana cuyo ancho es  $\sigma_{ADU}$ .

$$r_e = G_c \cdot \sigma_{ADU}, \quad (1.6)$$

donde  $G_c$  es el número de fotones detectados por ADU o *ganancia*. Como el ancho de la gaussiana depende del nivel de la señal detectada, es recomendable para tener una mejor aproximación del ruido de lectura y de la *ganancia*, tomar un par de cuadros de *bias* y de *flats*, determinar el valor medio en los cuadros  $(\overline{B_1}, \overline{B_2})$  y  $(\overline{F_1}, \overline{F_2})$ , restar un *flat* de otro y un *bias* de otro para determinar la desviación estándar  $\sigma$  de las imágenes resultantes  $(\sigma_{F_1-F_2}, \sigma_{B_1-B_2})$ . Entonces la *ganancia*  $G_c$  del CCD y el ruido de lectura  $r_e$  se puede encontrar por medio de

$$G_c = \frac{(\overline{F_1} - \overline{F_2}) - (\overline{B_1} - \overline{B_2})}{\sigma_{F_1-F_2}^2 - \sigma_{B_1-B_2}^2}, \quad (1.7)$$

$$r_e = \frac{G_c \cdot \sigma_{B_1-B_2}}{\sqrt{2}}. \quad (1.8)$$

### 1.5.3 Ruido de Disparo

El ruido de disparo es causado por las fluctuaciones cuánticas en el flujo de carga a través de un dispositivo semiconductor y está dado por

$$r_d = \sqrt{\eta Nc}, \quad (1.9)$$

donde  $\eta$  es la eficiencia cuántica y  $Nc$  es el número promedio de fotones emitidos por la fuente.

### 1.5.4 Ruido de Generación-Recombinación <sup>2</sup>

A las variaciones que presenta la corriente de polarización debidas a las fluctuaciones térmicas generadas por el número de portadores de carga y por la recombinación de ellos, se le conoce como ruido de generación y recombinación. Para semiconductores tipo N, la corriente equivalente al ruido de generación-recombinación es

$$i_{\tau g-r} = \frac{2I_0}{N} \sqrt{\frac{PB\tau}{1 + (2\pi f\tau)^2}}, \quad (1.10)$$

donde  $P$  es el número total de hoyos libres,  $N$  es el número total de electrones libres en el semiconductor,  $\tau$  es el tiempo de vida media del electrón y  $f$  es la frecuencia a la cual se está midiendo el ruido. Cabe mencionar que este ruido es mucho menor que el ruido de disparo y sobre todo para el caso de CCD's enfriados, es despreciable.

### 1.5.5 Ruido Coherente o de Bando

Otra manifestación del ruido que se presenta en los sistemas que tienen detectores de semiconductores como CCD's o CID's, es un bando superpuesto en la imagen a través del cuadro que puede ser un patrón de interferencia senoidal en ambos ejes de la imagen.

El problema se puede presentar como resultado de una interferencia entre las frecuencias del controlador del detector, por un blindaje deficiente en la electrónica, un pobre sistema de tierras en las tarjetas y/o conectores, algún fenómeno de interferencia óptica, o un nivel excesivo de contaminación por radiofrecuencia que crea un ruido variable durante el proceso de lectura y puede ser no estacionario. En algunos tipos de mediciones astronómicas, el ruido de bando se vuelve muy prominente y domina a las demás fuentes de ruido e inclusive a la señal misma, y no es posible mejorar la relación  $S/R$  con un mayor tiempo de integración, como en otros tipos de ruido que sí se ven disminuidos por ese factor.

Un ejemplo en el que el ruido de bando afecta notablemente es en las mediciones diferenciales, como la polarimetría de imágenes, en donde la señal que se mide es la diferencia de dos imágenes tomadas a través de un polarizador obtenidas a ángulos distintos. En este caso, aunque las imágenes originales a un ángulo determinado tengan muy buena  $S/R$ , resulta que al hacer la diferencia de dos de ellas toda la

señal que es común a ambas se cancela, quedando únicamente una pequeña señal residual que es la información de interés y que el astrónomo trata de cuantificar, la señal de polarización.

Otro ejemplo que se ha encontrado es en espectroscopía infrarroja con detectores tipo CID (Nicmos 3). Aquí se obtienen los espectros superpuestos a un bandeo de alta frecuencia debido a una interferencia óptica en el substrato que se produce al ser iluminado por luz cuasi monocromática.

El bandeo en este tipo de imágenes es el tipo de ruido que no es fácil de remover y el proceso de su eliminación es el tema central de este trabajo. En los próximos capítulos se hará un tratamiento de diferentes técnicas de filtrado y una calificación del rendimiento de los diferentes procesos de filtrado que fueron realizados.

Los pasos de la reducción de imágenes mencionados en las secciones previas representan un proceso necesario para llegar a la cuantificación de las variables astronómicas. Todo ello implica eliminación de ruido, que en algunos casos puede no ser suficiente pues las imágenes pueden tener aún elementos que afectan la extracción confiable de la información. Muchas veces podemos darnos cuenta del ruido por sus manifestaciones claras en la imagen y no siempre es posible determinar sus causas. Es importante establecer qué tanto afecta a los resultados y si es necesario eliminarlo, después se tiene que encontrar el mecanismo que resulte adecuado para su eliminación o corrección sin afectar o alterar la información científica de la imagen.

Es importante mencionar que muchos de los procesos de reducción de las imágenes astronómicas se realizan a través de los programas del paquete **IRAF**, las imágenes que fueron procesadas, originalmente estaban en formato **FITS** y los programas de **IRAF**<sup>5,6</sup> pueden manejarlas o transformarlas a través de sus instrucciones al formato específico de esta paquetería. Para realizar el filtrado se hicieron programas en **FORTRAN**<sup>7,8</sup>, se utilizó el *software* **Supermongo**<sup>9</sup> para graficación y algunas rutinas de **Numerical Recipes**<sup>8</sup>.

**-Bibliografía**

1. Lesser, M.P. CCD Thinning, Coating and Mounting Research for Astronomy. ASP conference series, vol. 8. pags. 65-75, 1989. Jacoby, G.H., ed.
2. Eccles, M.J. Low light level detectors in astronomy. Cambridge University Press, 1983.
3. Gilliland, Ronald L. Details of noise sources and reduction processes. Astronomical CCD observing and reduction techniques. ASP conference series, vol. 23, pags. 68-89, 1992. Steve B. Howell, ed.
4. Massey, P. and Jacoby, G. CCD data: the good, the bad, and the ugly. Astronomical CCD observing and reduction techniques. ASP conference series, vol. 23, pags. 240-257, 1992. Steve B. Howell, ed.
5. Martínez, L.A. Manual Introductorio al Paquete IRAF. Reporte Técnico No.80, 1991, IAUNAM.
6. Barenes J. A Quick Look al SUN/IRAF on the Tucson Sun Network. 1989.
7. Etter, D.M. Fortran 77 with Numerical Methods for Engineers and Scientists. The Benjamin/Cumming Publishing Company, Inc. 1992.
8. Press, William H., et-al. Numerical Recipes in Fortran, second edition, 1992.
9. Lupton, R. and Monger, P. SuperMongo copyright 1991.
10. Janesick, James and Elliott, Tom. History and advancements of large area array scientific CCD imagers. ASP conference series, vol. 23, pags. 1-67, 1992. Steve B. Howell, ed.
11. Lauer, T. R. The Reduction of Wide Field/Planetary Camera Images. Astronomical Society of the Pacific. Vol. 101, pags. 445-469, April 1989.
12. Gonzalez, Rafael C. and Woods, Richard E. Digital image processing. Addison-Wesley publishing company, 1993.

13. González, J. Jesús, UNE-Strength gradients and kinematic profiles in elliptical galaxies. Tesis-Doctoral.1993
14. Lathi, B.P. Introducción a la teoría y sistemas de comunicación. Limusa, 9ª ed. 1990.
15. Van Der Ziel, A. Noise: Source, Characterization, Measurement. Prentice-Hall, 1970.



## Capítulo 2

# TÉCNICAS DE ELIMINACIÓN DE RUIDO

### 2.1 Introducción

El objetivo principal de las técnicas de eliminación de ruido es lograr una imagen que después de ser procesada resulte mejor que la original para la aplicación específica para la cual fue tomada.

En el capítulo anterior se mencionó que los astrónomos realizan una serie de pasos desde el momento de la obtención de la imagen con el propósito de minimizar el ruido, un ejemplo de ello es la determinación del mejor tiempo de integración, lo cual tiene el fundamento siguiente. Cuando se tiene una imagen  $g(x, y)$ , que tiene un ruido  $\eta(x, y)$  que contribuye en forma aditiva, como puede ser el ruido de fotones, de lectura o todos aquellos que no están correlacionados,  $g(x, y)$  se puede expresar de la forma siguiente

$$g(x, y) = f(x, y) + \eta(x, y), \quad (2.1)$$

donde  $f(x, y)$  sería la imagen sin ruido.

Para reducir los efectos del ruido se adquieren varias imágenes del mismo objeto y se realiza un promedio de ellas, obteniéndose <sup>1</sup>

$$\bar{g}(x, y) = \sum_{i=1}^M g(x, y) / M. \quad (2.2)$$

El ruido de esta imagen disminuye, siguiendo la relación

$$\sigma_{\bar{g}}(x, y) = \sigma_{\eta}(x, y) / \sqrt{M}, \quad (2.3)$$

donde  $\sigma_{\bar{g}}^2$  es la varianza de la imagen promedio y  $\sigma_{\eta}^2$  es la varianza del ruido y  $M$  es el número de imágenes promediadas.

El mismo efecto de reducción del ruido se presenta cuando el tiempo de exposición o integración  $T$  de la imagen se aumenta, entonces el ruido disminuye proporcionalmente a  $1/\sqrt{T}$ . En este caso sólo hay que tener cuidado de no saturar al detector.

Desafortunadamente existen muchos factores adicionales que contribuyen al ruido y que no son eliminados con el incremento del tiempo de integración, ni con el proceso de reducción de las imágenes que se mencionaron en el Capítulo 1. Uno de los ejemplos es el ruido coherente en forma de bandeo, tal como el que se muestra en las imágenes de la Figura 2.1.

Las imágenes de la Fig. 2.1. (b) y (c), son las componentes  $q$  y  $u$ , respectivamente, del vector de polarización. Se obtienen de una combinación de cuatro imágenes  $p_1, p_2, p_3, p_4$ , que se toman a través de un polarizador a  $0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$  y  $135^\circ$ , respectivamente. Para obtener las componentes  $q$  y  $u$  se siguen las relaciones

$$q = \frac{p_1 - p_3}{p_1 + p_3} - q_{ins}, \quad (2.4)$$

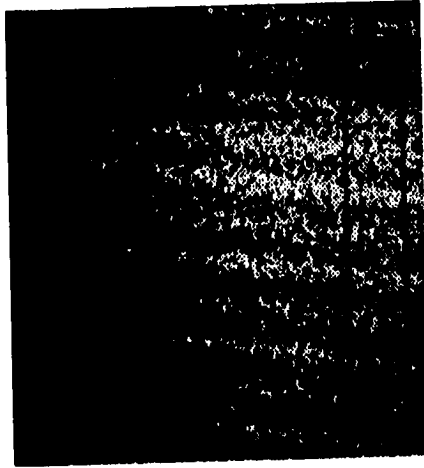
$$u = \frac{p_2 - p_4}{p_2 + p_4} - u_{ins}, \quad (2.5)$$

donde  $q_{ins}$  y  $u_{ins}$ , son las componentes de polarización introducidas por el telescopio.

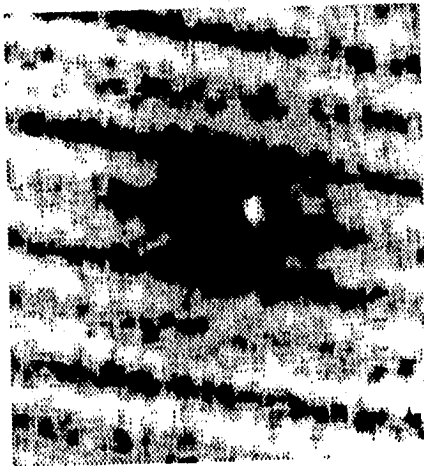
En estas imágenes, al efectuar la resta de dos de ellas ( $p_1 - p_3$ ) ó ( $p_2 - p_4$ ), se elimina toda la información que está en ambas, lo que disminuye considerablemente la señal remanente, sólo quedan aquellas diferencias en los vectores de polarización, el bandeo no disminuye, sino que se hace más notorio al efectuar la resta y el incremento del tiempo de integración no le favorece. El bandeo es perfectamente distinguible a simple vista. Al hacer un análisis de los datos de estas imágenes se ve que existe una variación en el valor de las cuentas de los pixeles de sólo una o dos cuentas entre los valles y crestas del bandeo, pero afecta considerablemente la información astronómica, hasta el punto en que no es posible extraer confiablemente la información de las componente de polarización.

Algunos de los métodos de reducción de ruido que pueden emplearse se mencionan en las siguientes secciones. Es importante no perder de vista que en cualquier proceso a realizar con las imágenes, la información astronómica debe afectarse mínimamente,

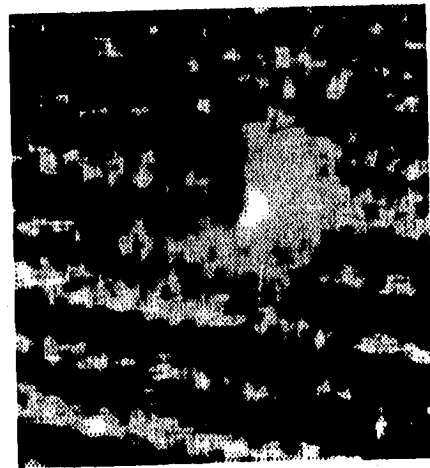
por que no tan sólo es importante que la imagen se vea bién, es decir, sin ruido, sino que además es esencial que la información contenida en ella permanezca inalterada.



(a)



(b)



(c)

**Figura 2.1.** Ruido que se presenta como un bandeo en la imagen. (a). Imagen de un cuadro de *bias*. (b). Imagen de la componente  $q$  del vector de polarización, de la galaxia Seyfert NGC 4151. (Imágenes obtenidas por Salas et al. con el telescopio de 2.1m del OAN/SPM) (c). Componente  $u$  del mismo vector que (b).

Existen diversas técnicas de eliminación de ruido, algunas de ellas se pueden realizar en el dominio espacial o en el frecuencial. El manejo en el dominio espacial de la imagen se refiere a efectuar la manipulación directa de los píxeles en el plano propio de la imagen. En el dominio frecuencial los procesos se basan en la manipulación de la transformada de Fourier de la imagen.

## 2.2 Eliminación de ruido coherente en el dominio espacial

Los métodos aplicados en el dominio espacial son técnicas que operan directamente sobre los píxeles de la imagen. Las funciones de procesamiento se pueden expresar como

$$h(x, y) = T * [g(x, y)], \quad (2.6)$$

donde  $g(x, y)$  es la imagen de entrada,  $h(x, y)$  es la imagen procesada y  $T$  es un operador sobre toda o sobre una vecindad de  $g(x, y)$ .

En el caso del ruido coherente en forma de bandeo, se sugiere que se trata de una interferencia senoidal a través del cuadro, entonces una posible alternativa es modelar el ruido. Si se considera que la imagen  $g(x, y)$  tiene la forma que establece la relación (2.1), es decir que el ruido contribuye aditivamente a ella, entonces

$$h(x, y) = T * [f(x, y) + \eta(x, y)] \quad (2.7)$$

y si se logra obtener una forma explícita de éste, se podría substraer directamente. Esto queda expresado por

$$h(x, y) = T * [f(x, y) + \eta(x, y) - \eta'(x, y)], \quad (2.8)$$

donde  $\eta'(x, y)$  sería el modelo del ruido.

Al considerar al ruido un patrón de bandas casi paralelas, con una cierta inclinación en el cuadro, se propone que  $\eta'(x, y)$  sea de la forma

$$\eta'(x, y) = A + B \cdot \text{sen}(x \cdot Wx + y \cdot Wy + C) \quad (2.9)$$

donde A, B, C, Wx y Wy serán constantes a determinar para cada uno de los casos a tratar.

En el caso específico de las imágenes de las componentes de polarización de la galaxia Seyfert NGC 4151 se determinó la pendiente del bandeo, el período en la dirección  $y$  es aproximadamente de 17 pixeles, dando la relación entre las frecuencias de  $Wx = 1/7Wy$ , por lo que la expresión explícita para este caso de  $\eta'(x, y)$  es

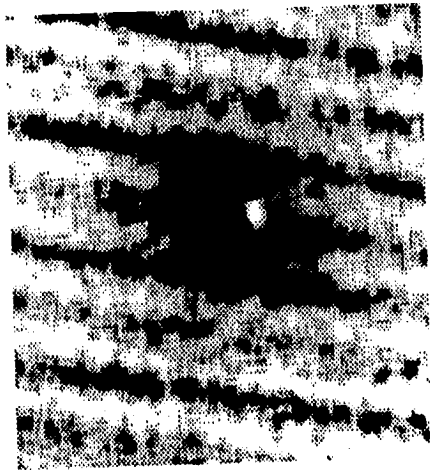
$$\eta'(x, y) = 0.1 + 0.4\text{sen}(0.064x + .0359y). \quad (2.10)$$

La imagen resultante de este modelo se muestra en la Figura 2.2(b). Al substraer este patrón de la imagen original (Fig. 2.2(a)) pixel a pixel, da como resultado la imagen presentada de la Figura 2.2(c).

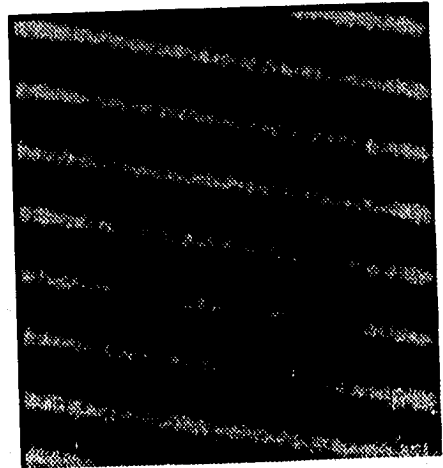
Si se observa la imagen resultante de la sustracción, se puede ver que aún le queda ruido, que está lejos de mejorar y que a simple vista no se obtiene más información de la estructura del objeto,

Es evidente que se quiere realizar aún más pruebas para tener un mejor modelo y los resultados sean más cercanos a lo que se desea ó simplemente proponer otras alternativas de filtrado.

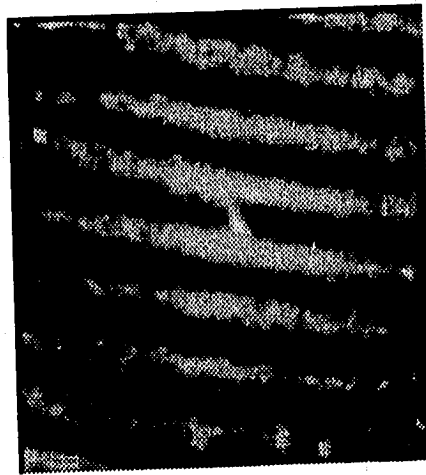
Entre los métodos de eliminación del bandeo en imágenes está el propuesto por Crippen (1989), quien lo aplica a imágenes obtenidas con el satélite Landsat. Esta técnica de restauración se presenta a continuación y se aplicó en las imágenes astronómicas.



(a)



(b)



(c)

**Figura 2.2.** a). Imagen ruidosa b). Modelo del ruido. c). Imagen resultante de la substracción.

### 2.2.1 Rutina de Filtrado Espacial, (Crippen (1989)).<sup>2</sup>

Crippen denominó al bandeo presente en las imágenes del satélite Landsat *scan-line noise* y lo considera un elemento que distrae y obstaculiza la interpretación de las imágenes de percepción remota. Propone una rutina para su eliminación que consta de los siguientes cuatro pasos:

1. Aplicar un filtro de 101 pixeles de una línea

$$F1_{ij} = \frac{1}{101} \sum_{k=j-50}^{k=j+50} F0_{ik}, \quad (2.11)$$

donde F0 es la imagen original. Con esto logra separar la señal de baja frecuencia y el bandeo de la señal de alta frecuencia.

2. Aplicar un filtro de 33 pixeles de una línea

$$F2_{ij} = \frac{1}{33} \sum_{k=i-16}^{k=i+16} F1_{kj}. \quad (2.12)$$

Con esto separa la periodicidad del bandeo.

3. Aplicar un filtro de 31 pixeles de una línea

$$F3_{ij} = \frac{1}{31} \sum_{k=j-15}^{k=j+15} F2_{ik}. \quad (2.13)$$

Con los pasos anteriores se le han introducido artefactos a la imagen que son suprimidos con este filtro.

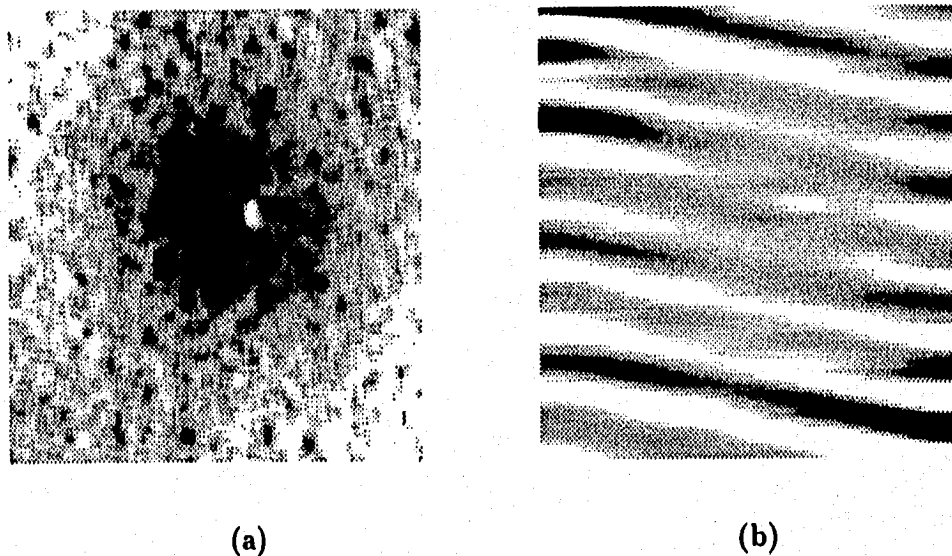
4. Restar de la imagen ruidosa el ruido encontrado en los tres pasos anteriores.

$$F4_{ij} = F0_{ij} - F3_{ij}, \quad (2.14)$$

donde F4 es la imagen limpia sin ruido.

El concepto general del método es abstraer el bandeo después de que ha sido aislado por la serie de filtros aplicados a la imagen, los períodos de aplicación de los

filtros mediana son específicos a las imágenes del satélite, por la forma en que hace los barridos y por el número de detectores usados. Considerando este modelo, se trató de aplicar la rutina de eliminación para el caso de las imágenes astronómicas, específicamente a las de las componentes del vector de polarización, se obtuvo que los períodos aplicados en el filtrado fueron: para el caso del paso uno, en el eje x el valor fue de 21; para el paso dos, del eje y fue de 33, casi el doble del período de bandeado en esa dirección; y para el tercer paso fue también de 33, el doble del período de los artefactos. En general se hizo un ajuste por prueba y error para determinar los períodos de los filtros, los mejores resultados obtenidos con esta técnica son los mostrados en la Figura 2.3.



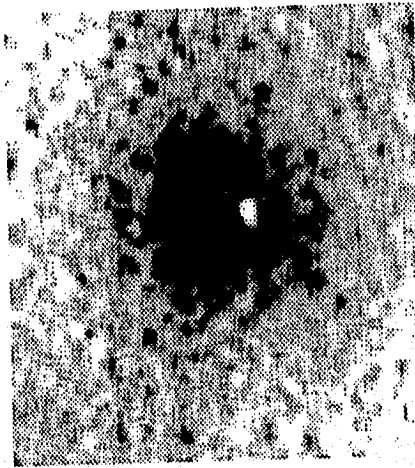
**Figura 2.3.** a). Imagen filtrada por el método propuesto por Crippen,  $F4(i,j)$ . b). Ruido substraído  $F3(i, j)$ , a la imagen original.

El problema que se logra ver en la imagen filtrada por este método, es que en la figura 2.3.(a) se introdujeron las barras evidentes cercanas al centro de la imagen, después de los contornos pronunciados del núcleo de la galaxia, lo cual es un artefacto que afecta la calidad de la imagen original.

Posteriormente a esto se encontró una referencia donde se hace una corrección al método propuesto por Crippen, el cual falla o introduce artefactos en el caso de contornos que presentan un gran contraste. La corrección al método propuesta por



por Jones y Naugle (1990) <sup>3</sup> consiste en poner una máscara en las regiones de gran contraste. Se puso entonces una mascarilla, se tomó la región del núcleo de la imagen original y se substituyó el valor promedio del contorno de él. El resultado obtenido con la corrección es mostrado en la Figura 2.4. La cual se ve mucho mejor, puesto que ya no tiene las barras claras al rededor del núcleo.



**Figura 2.4.** Imagen filtrada por el método propuesto por Crippen,  $F4(i,j)$ , y corregido con el método de Jones y Naugle.

Los dos modelos del ruido (Fig. 2.2.(b) y Fig. 2.3.(b)) sustraído a la imagen original aplicados en el filtrado espacial, permiten suponer la contribución senoidal del bandeo, por lo que se contempló la alternativa de efectuar un análisis de las imágenes en el dominio frecuencial para determinar las componentes específicas e intentar su eliminación a través del filtrado en el dominio frecuencial.

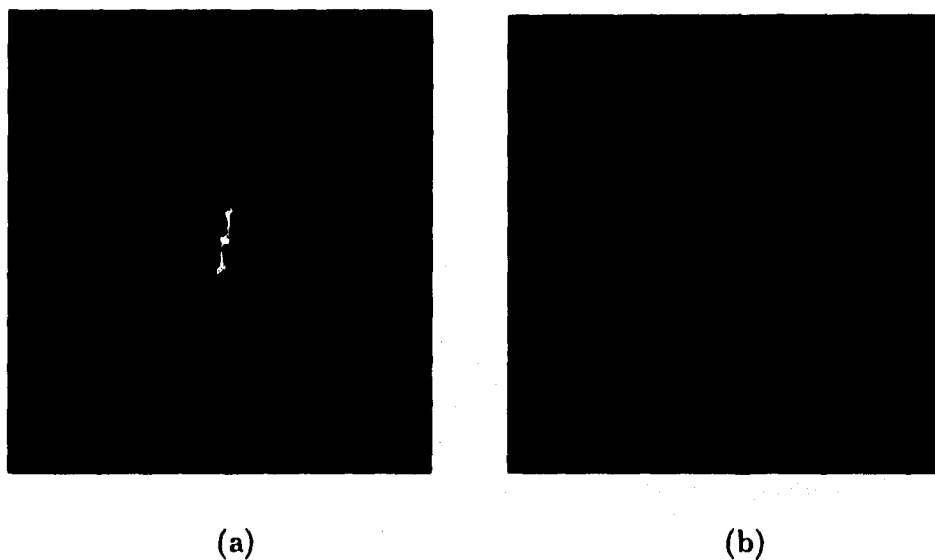
### 2.3 Eliminación de ruido coherente en el dominio frecuencial

Para estar en el dominio frecuencial debe aplicarse la Transformada de Fourier  $\mathcal{F}$  directamente a la imagen

$$F(u, v) = \mathcal{F}\{g(x, y)\}. \quad (2.15)$$

En el espacio de Fourier se efectúa el filtrado para después tomar la transformada inversa  $\mathcal{F}^{-1}$ , volviendo al espacio imagen, y determinar el efecto del filtrado.

Se tomó la transformada de Fourier de la imagen de la Fig. 2.1(b) y se obtuvo el espectro que se muestra en la Figura 2.5(a). En él se observa claramente la presencia de una frecuencia (y su conjugada) que pudiera ser la contribución al bandeo. Para hacer la comparación con el patrón modelado del bandeo dado por la relación (2.10), se tomó la transformada y se obtuvo el espectro de la Figura 2.5(b); en él se observa claramente la frecuencia que contribuye al modelo de bandeo y que coincide aproximadamente con las de la imagen ruidosa.



**Figura 2.5.** a). Espectro de potencia de la imagen de la componente  $q$  de polarización del objeto NGC 4151. b). Espectro de potencia del ruido modelado dado por la ec. (2.10).

En el espacio frecuencial podemos realizar el filtrado de algunas de las frecuencias, que se cree que contribuyen al bandeo y ver el efecto que esto causa en el dominio espacial, es decir, realizar el filtrado en el espectro para después tomar la transformada inversa y observar qué tanto se eliminó el bandeo.

Hay varios tipos de filtros que pueden emplearse, en este caso se tratará con algunos supresores de banda, ya que pueden determinarse ciertas frecuencias  $W_o = (W_{xo}, W_{yo})$ , en el espectro que se desea eliminar.

El filtro supresor de banda ideal está definido por la siguiente función de transferencia <sup>1</sup>

$$H(i, j) = \begin{cases} 0, & \text{si } d(i, j) \leq C_0 \\ 1, & \text{si } d(i, j) > C_0 \end{cases} \quad (2.16)$$

donde  $C_0$  es una cantidad positiva, conocida como la frecuencia de corte y  $d(i, j)$  es una distancia en el espacio de las frecuencias, esto es,

$$d(i, j) = \sqrt{(i - W_x o)^2 + (j - W_y o)^2}. \quad (2.17)$$

Es claro que por simetría de la transformada de Fourier, al realizar el filtrado de una frecuencia  $W_0$ , también se debe filtrar su correspondiente pareja complementaria.

El filtro ideal es uno que presenta un cambio muy brusco en el espacio de las frecuencias, es decir todas aquellas frecuencias que estén en la vecindad definida por la frecuencia de corte  $C_0$ , serán cero y todas las demás permanecen sin cambio. Al existir estas discontinuidades cuando se realiza la transformación inversa de Fourier, se introducen artefactos, motas en la imagen filtrada. Los artefactos forman patrones espaciales, normalmente en forma de cuadrícula, que no son propios de la imagen, sino que se agregan a ésta en el proceso de filtrado. Para evitar este efecto se considera una función suave, gradual en el espacio de la frecuencia, que puede estar dada por una función potencial, como puede ser el caso del filtro Butterworth, que se presenta a continuación.

### 2.3.1 Filtro Butterworth <sup>1</sup>

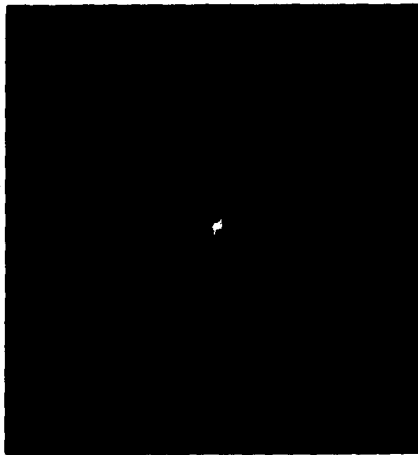
Este filtro tiene una función de transferencia dada por la relación

$$F_b(i, j) = \frac{1}{1 + 0.414[C_0/d(i, j)]^{2n}}, \quad (2.18)$$

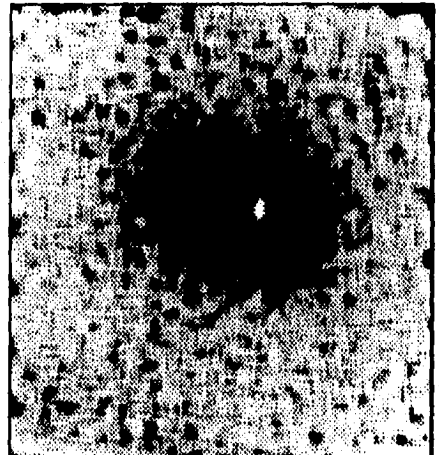
donde  $n$  es un entero positivo, los valores de  $C_0$  y  $d(i, j)$  son los definidos en la sección anterior (ver ecs. 2.16 y 2.17). Al realizar el filtrado de las frecuencias más notorias en el espectro de una de las componentes de polarización (Fig. 2.5(a)), se obtuvo una eliminación considerable del bandeo, tal y como se puede apreciar en la Fig. 2.6 (b).

El resultado del filtrado es claramente sensible a los cambios en los parámetros de la función de transferencia, cuando se cambia el tamaño de la vecindad, la potencia y

por supuesto el número de frecuencias filtradas. Se observan cambios en la estructura de la galaxia, así como en la textura de toda la imagen, sobre todo cuando el tamaño de la vecindad es muy pequeño y las frecuencias filtradas están muy cercanas una de otra, se nota un aumento de artefactos. En la Figura 2.7 se muestran dos imágenes con diferentes parámetros que ilustran los efectos mencionados. En la imagen de la izquierda se tomaron tres vecindades con  $C_0 = 3$ , es decir, se filtraron tres frecuencias cercanas y se tomó  $n = 2$ , en la de la derecha fueron las mismas tres frecuencias anteriores, más otras dos, pero con  $C_0 = 2$ , sin modificar el valor de  $n$ .



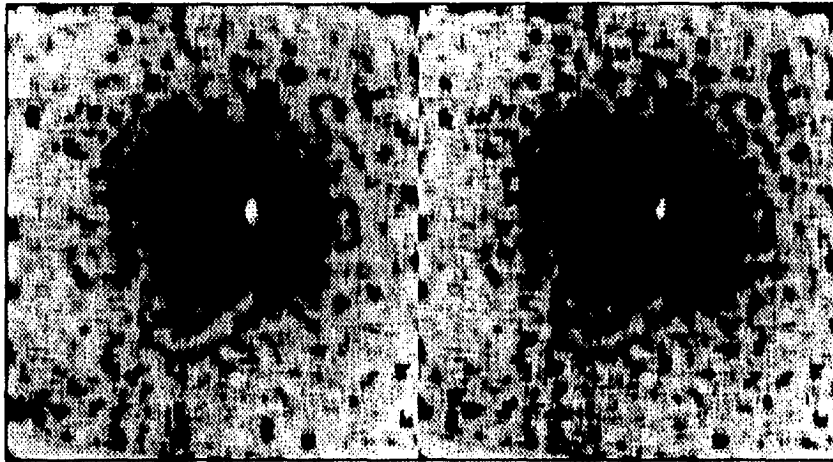
(a)



(b)

**Figura 2.6** a). Espectro de potencia filtrado con  $F_b(i, j)$ . b). Imagen filtrada con el filtro Butterworth.

Al producir un efecto tan notable en las imágenes, el cambio del tamaño de la vecindad y la potencia en el proceso de filtrado, se buscó suavizar aún más el filtrado. Por lo que se tomó la alternativa de crear un filtro que se denominó supresor promedio y que se aplicó en la forma en que se explica a continuación.



**Figura 2.7** Imágenes filtrada con el filtro Butterworth con  $n = 2$  y 3 frecuencias a la izquierda y a la derecha 5 frecuencias.

### *2.3.2 Filtro Supresor Promedio*

Si se considera que el espectro de potencia de la imagen ruidosa, la que presenta el bandeo, es como el mostrado en la Figura 2.8 y se desea realizar el filtrado de los dos picos laterales al máximo, que es la contribución del ruido de bandeo a la imagen, tal y como se pudo observar en las imágenes de la Fig. 2.5. Para visualizar mejor la presencia de los picos se tomó el logaritmo del espectro, se toma un promedio del piso de ese espectro de la imagen, que es al valor al que se quiere llegar cuando se eliminan los picos del bandeo, se toma una vecindad centrada en cada uno de estos máximos relativos, y todos aquellos valores del espectro que sean mayores que el promedio se substituyen por el valor promedio.

En la Figura 2.9 se muestran imágenes obtenidas aplicando este método.

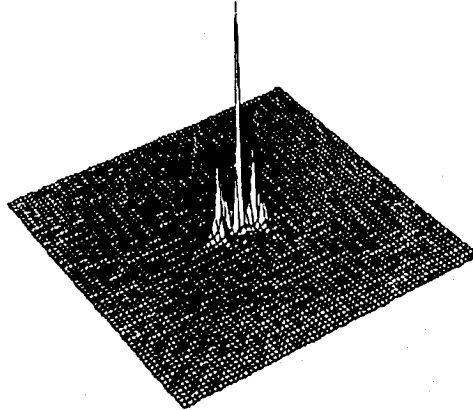
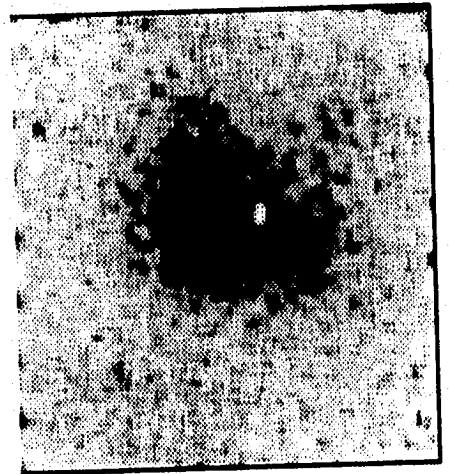


Figura 2.8 Espectro de potencia de la imagen con bandeo, la mostrada en la Fig. 2.1.(b).



(a)



(b)

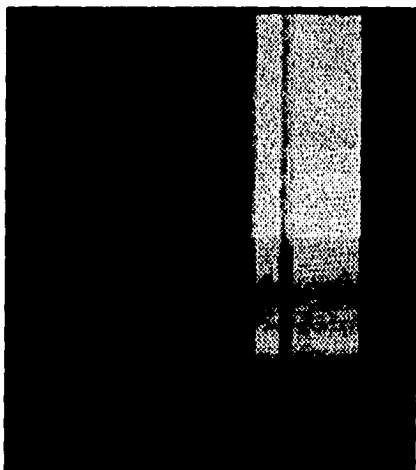
Figura 2.9 a). Imagen filtrada con el filtro supresor promedio, con una vecindad de 11 píxeles. b). Imagen filtrada con un filtro pasa bajos selectivo

Se hicieron pruebas tomando el promedio del espectro en toda su parte plana, sin los máximos, y se tomó una vecindad de la región central del espectro, de tal forma de no afectar el máximo y se realizó un barrido del espectro tal que todos aquellos valores que excedieran al valor promedio eran substituidos por éste. Es decir, un filtro

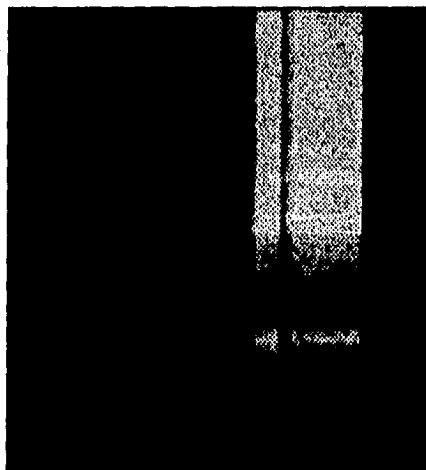
que suprime las frecuencias selectivamente, un ejemplo de los resultados obtenidos por esto se muestran en la Figura 2.9(b).

Por supuesto que el filtrado se hizo en el espectro de potencia y posteriormente se tomó la transformada inversa de Fourier, para obtener las imágenes mostradas.

Este filtro supresor promedio se aplicó también en imágenes obtenidas con un CID, que es un detector sensible en el infrarrojo cercano. Las imágenes son de espectroscopía tomadas con la cámara infrarroja **CAMILA** <sup>4,5</sup>. En la Figura 2.10(a) se muestra la imagen sin filtrar de un *flat*, que presenta un bandeo de muy alta frecuencia; este bandeo no es una superposición de algún ruido electrónico, sino que es producido por una interferencia óptica en el substrato del detector que se genera al ser iluminado por una luz cuasi-monocromática. En la Figura 2.10(b) se presenta el mismo *flat* filtrado.



(a)

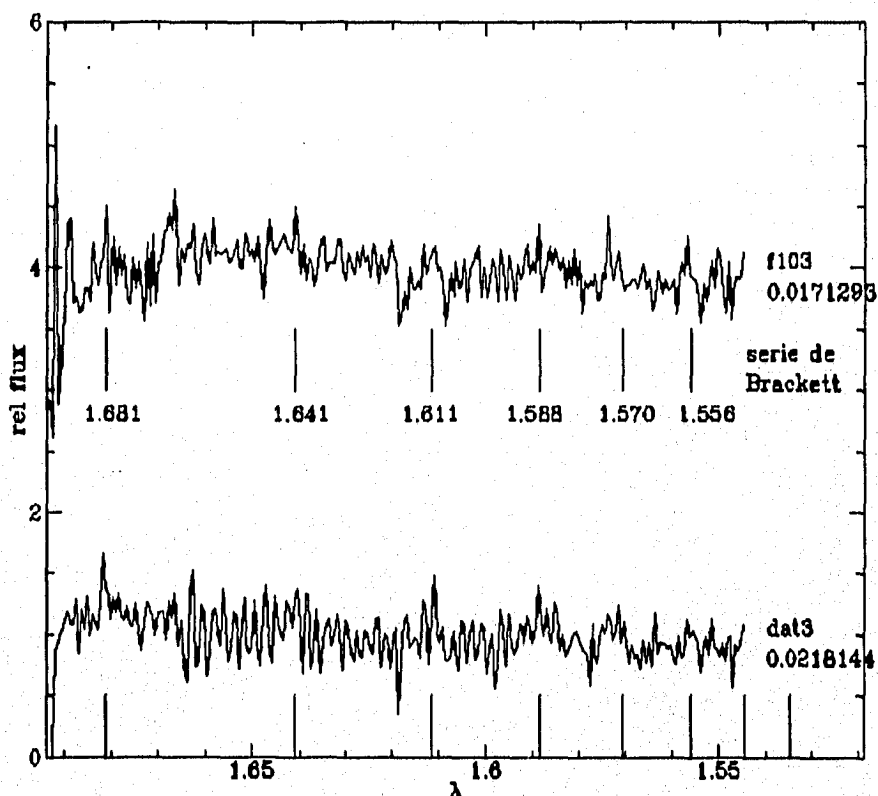


(b)

**Figura 2.10** a). Imagen de un *flat* sin filtrar . b). Imagen filtrada con varias frecuencias utilizando el filtro supresor promedio (Imágenes obtenidas por Salas et al. con el telescopio de 2.1m del OAN-SPM).

El proceso de filtrado se realizó en todas las imágenes afectando las mismas frecuencias, en el *flat* y en cada uno de los espectros. Una vez filtrados los espectros, se utilizaron los programas específicos para el caso de reducción espectroscópica <sup>6,7,8</sup>. Un ejemplo de los resultados obtenidos se muestra en la Figura 2.11, donde *dat3* son los

datos sin filtrar y sólo se redujeron; en el caso de *f103* se filtró y después se redujeron. Un efecto favorable en el caso filtrado *f103* es que se puede distinguir mejor algunas líneas de emisión de hidrógeno ionizado de la serie de Brackett, características de algunas estrellas.



**Figura 2.11** Espectros, *dat3* es sin filtrar, *f103* filtrado, donde se puede apreciar con mayor claridad las líneas de emisión en la serie de Brackett.

Si se obtiene la transformada de Fourier de ambos conjuntos de datos, lo cual se presenta en la Figura 2.12, se puede observar cuáles son las frecuencias filtradas debidas al bandedo, ya que no aparecen algunas de las protuberancias en el caso de *f103* y si se aprecian en el espectro de *dat3*. En este caso también se hicieron pruebas diversas de filtrado. Por ejemplo, se tomaron los datos de la transformada de Fourier *dat3*, se filtró por el mismo método del filtro supresor promedio, pero se obtuvo un mejor resultado cuando se aplica antes de reducir.



El patrón de ruido a través del uso de estos métodos se ha podido disminuir. Es posible que la contribución del ruido sea debida a un patrón que está compuesto por varias componentes senoidales o armónicas que en el espectro de Fourier no tiene una presencia notoria, por lo que es difícil distinguirlas para eliminarlas.

Actualmente se está realizando un análisis astronómico de los espectros filtrados para determinar si el filtrado aplicado fue correcto y realmente dió resultados favorables este análisis.

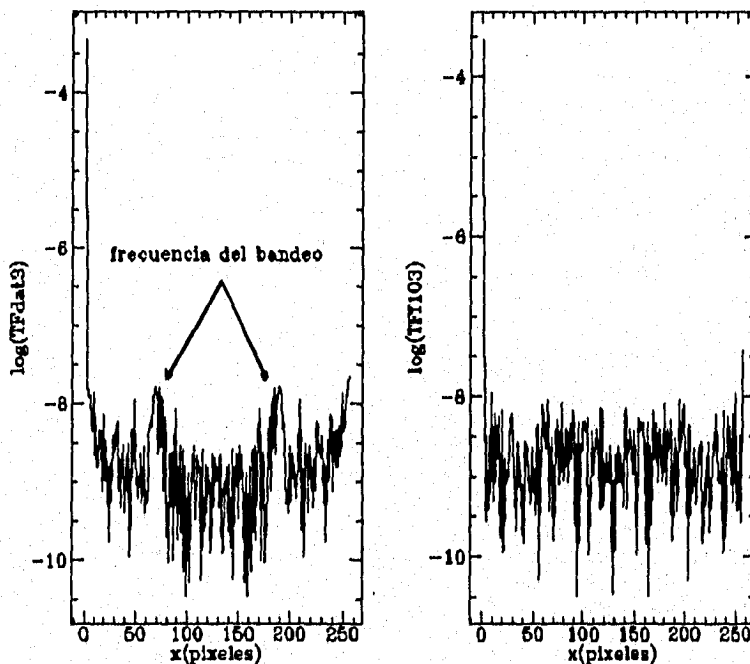


Figura 2.12 Transformada de Fourier de *dat3*, datos sin filtrar y *f103*, datos filtrados.

### 2.3.3 Filtro de Wiener<sup>9,10</sup>

Otra técnica de filtrado para remover el ruido de una señal usando la transformada de Fourier, es el filtro de Wiener. En él se considera que existe una señal  $u(m, n)$  que se desea medir, pero como el proceso de medición es imperfecto, siempre se alteran las condiciones naturales y en realidad se obtiene una señal  $c(m, n)$  que está afectada por

dos aspectos. Uno es que para poder medirla se usa un instrumento que presenta una función de transferencia  $h(m, n)$  dando una respuesta  $s(m, n)$  que es la convolución de  $u(t)$  con  $h(t)$ , de tal forma que

$$s(m, n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} h(m-k, n-l)u(k, l), \quad (2.19)$$

o, de otra forma,

$$S(w_1, w_2) = H(w_1, w_2)U(w_1, w_2), \quad (2.20)$$

donde  $S$ ,  $H$  y  $U$  son las transformadas de Fourier de  $s$ ,  $h$  y  $u$ , respectivamente. El segundo aspecto es que la señal medida puede contener una componente adicional de ruido  $\eta(m, n)$  estacionario y no correlacionado con  $u(m, n)$ , de tal forma que

$$c(m, n) = s(m, n) + \eta(m, n). \quad (2.21)$$

Sea  $N_\eta$  la densidad espectral del ruido, entonces, Wiener propone encontrar un filtro óptimo  $\Phi(w_1, w_2)$  el cual, cuando se aplica a  $C(w_1, w_2)$ , produce una señal estimada  $\hat{U}(w_1, w_2)$  dada por

$$\hat{U}(w_1, w_2) = \Phi(w_1, w_2)C(w_1, w_2), \quad (2.22)$$

donde  $\Phi(w_1, w_2)$  está dada por

$$\Phi(w_1, w_2) = \frac{S_{uc}(w_1, w_2)}{S_{cc}(w_1, w_2)}, \quad (2.23)$$

donde  $S_{cc}$  y  $S_{uc}$  son la transformada de Fourier de la función de autocorrelación de  $c(m, n)$ , así como de la función de correlación cruzada de  $u(m, n)$  con  $c(m, n)$ . Entonces

$$S_{cc}(w_1, w_2) = |H(w_1, w_2)|^2 S_{uu}(w_1, w_2) + N_\eta(w_1, w_2), \quad (2.24)$$

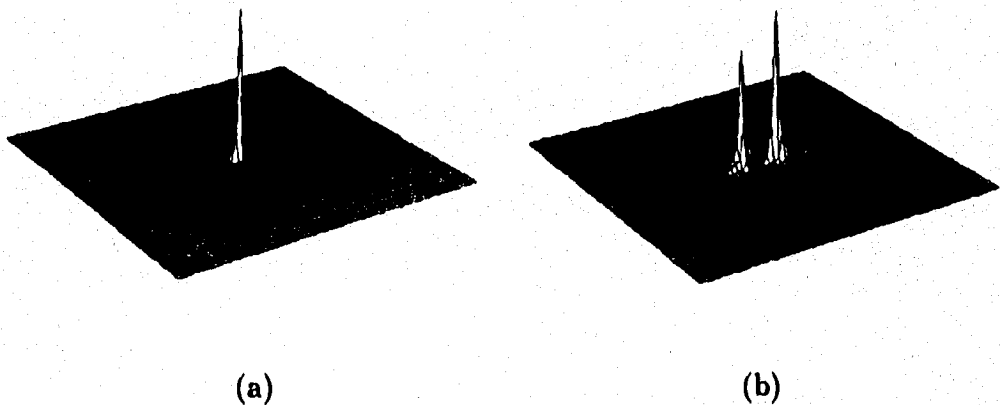
$$S_{uc}(w_1, w_2) = H(w_1, w_2)^* S_{uu}(w_1, w_2), \quad (2.25)$$

y esto da

$$\Phi(w_1, w_2) = \frac{H^*(w_1, w_2)S_{uu}(w_1, w_2)}{|H(w_1, w_2)|^2 S_{uu}(w_1, w_2) + N_\eta(w_1, w_2)}. \quad (2.26)$$

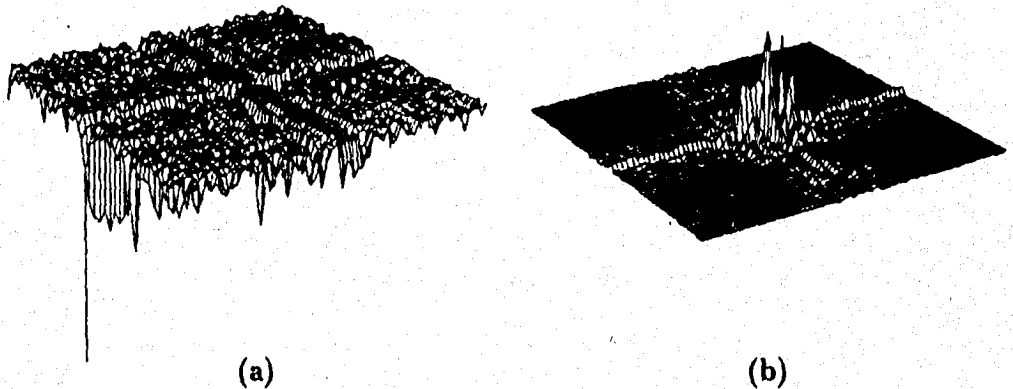
Que es la relación explícita del filtro de Wiener, si se tienen los elementos para determinar  $\Phi(w_1, w_2)$ , entonces, posteriormente con la ec. (2.22) se determina  $\hat{U}(w_1, w_2)$ , se toma su transformada inversa de Fourier y se obtiene la imagen filtrada con el método de Wiener. El éxito o fracaso de la estimación de la imagen utilizando la relación del filtro de Wiener, estriba principalmente en qué tan próximas estén de la realidad la función de transferencia  $h(m, n)$  y de las estimaciones de las funciones de autocorrelación de  $u(m, n)$ , ya que por supuesto que no se tiene, así como en general no es fácil disponer del patrón de ruido  $\eta(m, n)$ .

Para aplicar este filtro en las imágenes de polarización se tomó a  $\eta(m, n)$  como el patrón obtenido por la técnica de Crippen, cuyo espectro de potencia se muestra en la Figura 2.13 (b); la función de transferencia  $h(m, n)$  se tomó como un caso ideal la función impulso y en otro caso la PSF mostrada en la Figura 2.13 (a),  $c(m, n)$  se tomó como la imagen con ruido que se ha venido trabajando y como  $u(m, n)$  una de las imágenes filtradas, la mostrada en la Fig 2.4.



**Figura 2.13 .** (a) La función de transferencia  $h(m, n)$ , (b) Espectro de potencia del ruido  $N(w_1, w_2)$  utilizada en la aplicación del filtro de Wiener.

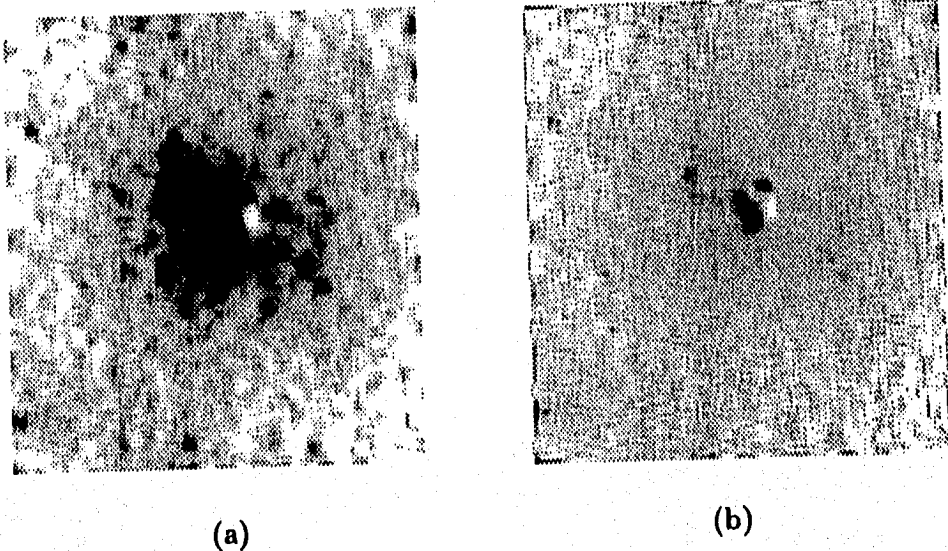
Para determinar  $\hat{U}(w_1, w_2)$  se obtuvo primero a  $\Phi(w_1, w_2)$  aplicando la ecuación 2.26, dando como resultado la función que se muestra en la Figura 2.14 (a) (ésta fue tomando  $H(w_1, w_2) = 1$ ) y para aplicar la ecuación 2.22 se utilizó la transformada de Fourier de la función ruidosa, que se muestra en la Figura 2.14(b), entonces, se obtuvo  $\hat{U}$ , así como su transformada inversa de Fourier dando la imagen que se muestra en la Figura 2.15 (a). Si se considera la PSF que se muestra en en la figura 2.13 (a), la imagen estimada resultante es la Figura 2.15 (b).



**Figura 2.14 .** (a) El filtro de Wiener aplicando una función de transferencia  $h(m,n)$  como la función impulso. (b) Transformada de Fourier de la imagen ruidosa Fig 2.1 (b).

En el caso en el que se aplica una función de transferencia igual al impulso, (Fig 2.15 (a)) lo que se está considerando es que la respuesta del instrumento es adecuada, específicamente para el problema que se está atacando del bandeo, se trata de distinguir estructuras grandes comparadas con la estructura de la PSF, esto es, se está interesado en distinguir la estructura de bajo brillo alrededor del núcleo de la galaxia, cosa que se logra además de eliminar el bandeo, y en el caso en el que se considera una PSF distinta al impulso, aunque ésta es muy delgada, se pierde ya mucha de la información de la estructura de la galaxia, se introduce un ruido de alta frecuencia (Fig 2.15 (b)).

Entonces, se muestran las imágenes obtenidas con el filtro de Wiener.



**Figura 2.15** (a) Imagen filtrada con el filtro de Wiener aplicando una función de transferencia  $h(m,n)$  como la función impulso. (b) Imagen filtrada aplicando  $h(m,n)$  como la PSF mostrada en la Fig. 2.13 (a).

Por último se verá que Gonzalez y Woods, proponen un procedimiento de filtrado para este tipo de ruido, que es una técnica que mezcla el filtrado en el espacio de las frecuencias y en el espacio imagen. La siguiente Sección trata el método aplicado por Gonzalez y Wood.

#### 2.3.4 Filtro de Gonzalez y Woods <sup>1</sup>

Sea  $G(u, v)$  la transformada de Fourier de la imagen con ruido,  $H(u, v)$  la función de transferencia del filtro supresor capaz de eliminar las frecuencias del patrón de ruido  $P(u, v)$  que contribuye al bandeo. Entonces el patrón de ruido  $P(u, v)$  está definido por

$$P(u, v) = H(u, v)G(u, v), \quad (2.27)$$

y el correspondiente patrón espacial que se obtiene al encontrar la transformada inversa de Fourier es

$$p(x, y) = \mathcal{F}^{-1}\{h(x, y)g(x, y)\}. \quad (2.28)$$

$p(x, y)$  es una aproximación a la forma del ruido  $\eta(x, y)$  de la ecuación (2.1). El efecto de la falta de componentes en él se puede minimizar, proponen Gonzalez y Wood, a través de una modulación o ponderación de  $p(x, y)$  y obtener una función estimada de  $f(x, y)$

$$\hat{f}(x, y) = g(x, y) - w(x, y)p(x, y), \quad (2.29)$$

donde  $\hat{f}(x, y)$  es la función estimada de  $f(x, y)$  y  $w(x, y)$  es la modulación o ponderación que hay que determinar. El objetivo de este procedimiento es seleccionar la función que optimice la eliminación de ruido. Una aproximación es encontrar  $w(x, y)$  tal que la varianza de  $\hat{f}(x, y)$  sea mínima en una vecindad específica de cada punto  $(x, y)$ .

Si se considera una vecindad de tamaño  $(2X + 1)$  por  $(2Y + 1)$  del punto  $(x, y)$ , la varianza local de  $\hat{f}(x, y)$  es

$$\sigma^2(x, y) = \frac{1}{(2X + 1)(2Y + 1)} \sum_{m=-X}^X \sum_{n=-Y}^Y [\hat{f}(x + m, y + n) - \bar{\hat{f}}(x, y)]^2, \quad (2.30)$$

donde  $\bar{\hat{f}}(x, y)$  es el valor medio de  $\hat{f}(x, y)$  en la vecindad. Los puntos cercanos o en las orillas de la imagen se pueden tomar vecindades parciales o menores.

Si se substituye la Eq. (2.17) en la Eq. (2.18) queda

$$\sigma^2(x, y) = \frac{1}{(2X + 1)(2Y + 1)} \sum_{m=-X}^X \sum_{n=-Y}^Y \{g(x + m, y + n) - w(x + m, y + n)p(x + m, y + n) - [\bar{g}(x, y) - \overline{w(x, y)p(x, y)}]\}^2. \quad (2.31)$$

Si suponemos que  $w(x, y)$  es casi constante en la vecindad, se puede decir que

$$w(x + m, y + n) = w(x, y), \quad (2.32)$$

para  $-X \leq m \leq X$  y  $-Y \leq n \leq Y$ ; y también que

$$\overline{w(x,y)p(x,y)} = w(x,y)\overline{p(x,y)} \quad (2.33)$$

en la vecindad. Con esas aproximaciones la Ec. (2.19) queda

$$\sigma^2(x,y) = \frac{1}{(2X+1)(2Y+1)} \sum_{m=-X}^X \sum_{n=-Y}^Y \{g(x+m, y+n) - w(x+m, y+n)p(x+m, y+n) - [\overline{g(x,y)} - w(x,y)\overline{p(x,y)}]\}^2 \quad (2.34)$$

Ahora, para minimizar  $\sigma^2(x,y)$  se tiene que resolver

$$\frac{\delta\sigma^2(x,y)}{\delta w(x,y)} = 0 \quad (2.35)$$

obteniendo la derivada y despejando  $w(x,y)$  que es el término que interesa da

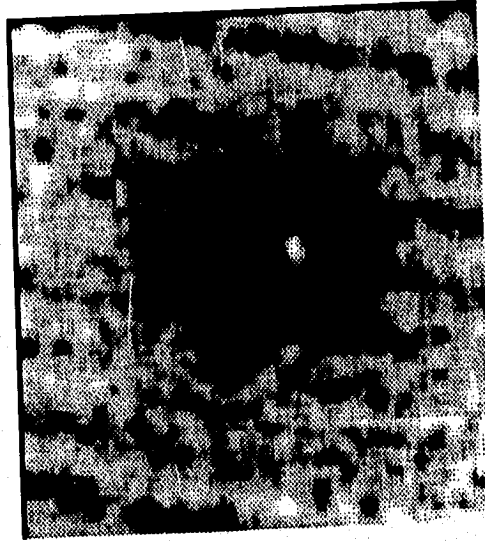
$$w(x,y) = \frac{\overline{w(x,y)p(x,y)} - \overline{g(x,y)}\overline{p(x,y)}}{p^2(x,y) - \overline{p^2(x,y)}} \quad (2.36)$$

Para obtener la imagen restaurada  $\hat{f}(x,y)$ , se tiene que calcular el mosaico  $w(x,y)$  a partir de la Ec. (2.24) y entonces substituirlo en la Ec. (2.17).

Se hizo el filtrado por este método y la imagen se muestra en la Figura 2.16. Ésta se obtuvo con  $X = Y = 27$ , considerándose a  $w(x,y)$  constante en la vecindad, calculando su valor en un sólo punto, el centro, y substituyéndolo en toda la vecindad, la cual se fue tomando sin traslapar una con otra, tal y como lo recomienda Gonzalez y Wood (1993, pág. 294).

En ellas no se logró una eliminación total del bandeo y a simple vista no se ve una mejoría notable con respecto a las otras imágenes obtenidas con los métodos anteriores. Para determinar cuál de las técnicas de filtrado aplicadas es mejor, o cuál de ellas da mejor rendimiento, hace falta determinar un criterio de cuantificación del ruido, o de calidad de la imagen, que permita definir el éxito o fracaso de un procedimiento, así como definir si hay que buscar nuevas alternativas en otros filtros o mecanismos de otra índole, que permitan obtener mejores resultados.

En el próximo Capítulo se propondrán algunas técnicas para la cuantificación del ruido.



**Figura 2.16** Imagen filtrada con el método de Gonzalez y Woods.



**-Bibliografía**

1. Gonzalez, Rafael C. and Woods, Richard E. Digital Image Processing. Addison-Wesley Publishing Company, 1993.
2. Crippen, R.E., A simple Spatial Filtering Routine for the Cosmetic Renoval of Scan-Line Noise from Landsat TM P-Tape Imagery. Photogrammetric Engineering and Remote Sensing, Vol. 55, No. 3, Marzo de 1989, pp.327-331.
3. Jones, J. M. and Naugle, B.I. Aplication of a spatial Filtering Algorithm for Renoval of Scan-Line Noise from Landsat TM Data. 10<sup>th</sup> International Geoscience & Remote Sensing Symposium, Vol. 1.
4. Cruz-González, I., Carrasco, L., Salas, L. et al. "CAMILA: Infrared Camera/Spectrograph for OAN-SPM". Revista Mexicana de Astronomía y Astrofísica, vol. 29, 197-201, 1994.
5. Cruz-González, I., Carrasco, L., Salas, L. et al. "CAMILA: Infrared Camera/Spectrograph for OAN-SPM". Instrumentation in Astronomy VIII, Ed. proceeding in SPIE, vol 2198, 774-780, 1994.
6. Salas, L., et al. Programas de reducción de espectros "REDSPEC", para la paquetería IRAF, 1994.
7. Massey, P.A. User's Guide to CCD Reductions with IRAF. June 1992.
8. Massey, P.A., Valdes, F. and Barnes, J. User's Guide to CCD Reducing Slit Spectra with IRAF. April 1992.
9. Press, William H., et-al. Numerical Recipes in Fortran, second edition, 1992.
10. Jain, Anil K. Fundamentals of Digital Image Processing, Prentice Hall Information and System Sciences Series, 1989.
11. Proakis, J.G. and Mamolakis, B.G. Introduction to Digital Signal Processing. Maxwell Macmillan International Editions.1989.

12. Kuc, R., Introduction to Digital Signal Processing, McGraw-Hill, 1988.
13. Beauchamp, k., Yuen, C. Digital Methods for signal analysis. George Allen & Unwin, 1979.

## Capítulo 3

# MÉTODOS DE CUANTIFICACIÓN DEL RUIDO

### 3.1 *Introducción*

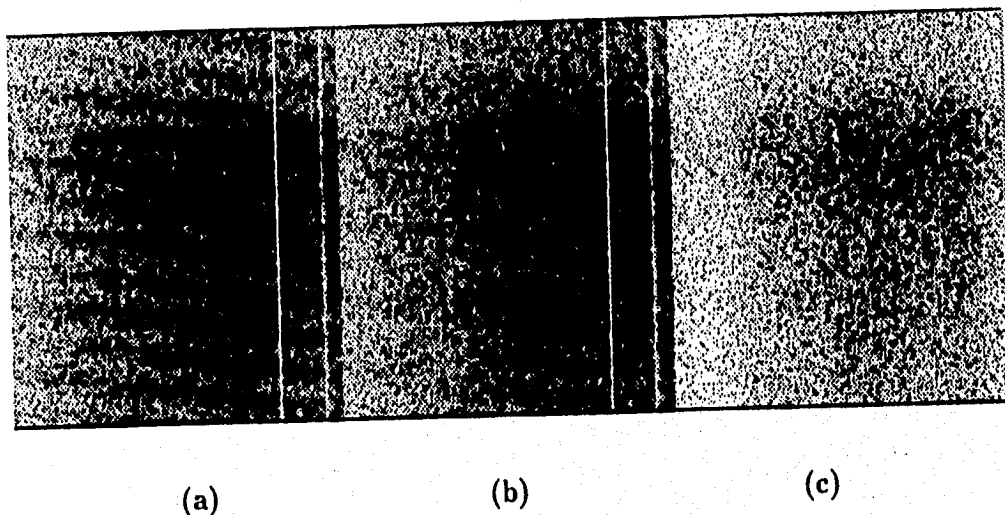
En el Capítulo anterior se trataron diferentes métodos de eliminación del bandeo, algunos de ellos aplicados en otro tipo de imágenes, dando buenos resultados. En el caso de imágenes astronómicas se obtuvieron algunos resultados positivos, tal y como se observó en ese capítulo. Esto que se menciona de los resultados positivos es una apreciación cualitativa de las imágenes. Ahora se hace necesario encontrar algún estimador del ruido, que permita de una forma objetiva definir el éxito o fracaso del proceso de filtrado, para poder determinar con mayor precisión que la información astronómica contenida en la imagen es confiable y si no fue alterada mayormente por el proceso de filtrado, es decir que sólo se extrajo ruido.

Por ejemplo, existen diferentes métodos, como el de máxima entropía, que utilizan como estimador del ruido a la entropía; hay otros que toman a la  $\chi^2$ , o el valor de la varianza, etc. Entonces, en el problema del bandeo hay que encontrar un estimador que sea el que refleje mejor su eliminación. A continuación se mencionarán algunos mecanismos para medir el ruido y se calcularán los estimadores para el caso específico del bandeo, para que a través de esos datos se defina cuál o cuáles de ellos pueden ser de utilidad en nuestro caso.

### 3.2 *Algunos métodos para medir el ruido*

Una forma clara y directa de obtener el comportamiento de la información de cualquier tipo de datos es a través de sus variables estadísticas, como puede ser el caso del promedio, varianza, desviación estándar ( $\sigma$ ), moda, mediana, etc. Por ejemplo, el valor de la desviación estándar puede indicar la dispersión de los datos o la cantidad de ruido que contienen, entre menor sea  $\sigma$  puede ser que se tenga menos ruido.

Veamos algunos ejemplos de las imágenes que presentan el bandeo y cuál es el comportamiento de la desviación estándar antes y después del filtrado. En la Figura 3.1, se muestran tres cuadros de *bias*, uno sin filtrar y los otros filtrados con diferentes procesos. En la Tabla 3.1 se dan los datos correspondientes.



**Figura 3.1** a). *bias*. b). *bias* filtrado con el filtro Butterworth. c). *bias* filtrado con el filtro supresor promedio.

En la Fig.3.1(c) se obtiene una mejoría notable en la imagen y el valor de  $\sigma$  también presenta disminución, lo que nos refleja la eliminación del bandeo.

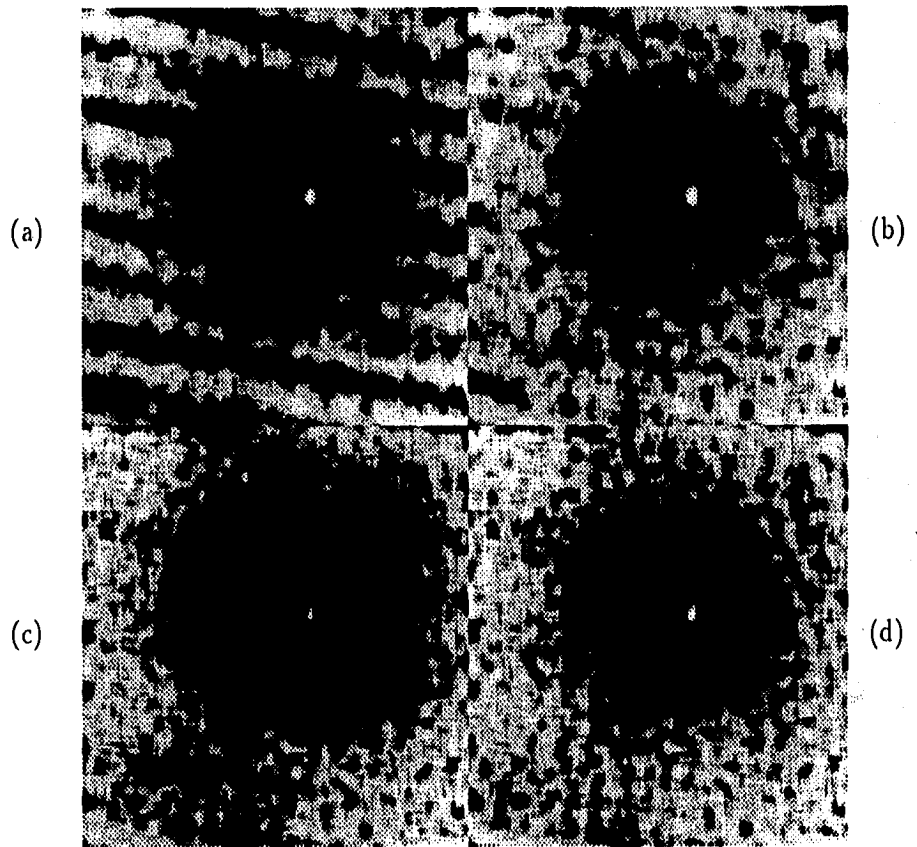
**Tabla 3.1**

imagen	promedio	$\sigma$
Fig.3.1.(a)	400.2	0.7664
Fig.3.1.(b)	400.2	0.7537
Fig.3.1.(c)	400.2	0.5940

**Tabla 3.1** Datos del promedio y desviación estándar de las imágenes de la Fig. 3.1.

Otro ejemplo donde se observa la disminución de  $\sigma$ , es en las imágenes de la componente  $q$  del vector de polarización de la galaxia Seyfert NGC 4151. En la Figura 3.2 se muestran cuatro de ellas y en la Tabla 3.2 se dan los datos de  $\sigma$  correspondientes.

Esto nos da cierta información del comportamiento del ruido, tanto visualmente en las imágenes, como en los números mostrados en la Tabla 3.2. En las siguientes secciones se mencionarán otras formas de estimar el ruido, una es la cuantificación de la entropía, y por último se verá la función de autocorrelación. Con ello también se verá que, si en algunos casos un método no es aplicable, en otro puede dar mejores resultados.



**Figura 3.2.** Imágenes de la componente  $q$  del vector de polarización, a). sin filtrar. b) y c). filtradas con el filtro supresor promedio, con diferente número de frecuencias. (d) filtrada con Butterworth.

Tabla 3.2

imagen	promedio	$\sigma$
Fig.3.2.(a)	-0.05914	0.2614
Fig.3.2.(b)	-0.05914	0.2110
Fig.3.2.(c)	-0.05914	0.1762
Fig.3.2.(d)	-0.05914	0.1652

Tabla 3.2 Datos del promedio y desviación estándar de las imágenes de la Fig. 3.2.

### 3.2.1 Entropía <sup>1,2</sup>

El interés de medir la entropía contenida en la información de una fuente es que cuando se logra su valor máximo el ruido es mínimo y la cantidad de información contenida es mayor. Veremos si es posible calcular la entropía de algunas de las imágenes y ver qué información nos da sobre los procesos de filtrado utilizados.

La premisa fundamental de la teoría de la información es que la generación de información se puede modelar como un proceso probabilístico de tal forma que puede medirse. Un elemento aleatorio  $E$  que puede ocurrir con probabilidad  $P(E)$  se dice que contiene

$$I(E) = \log \frac{1}{P(E)} = -\log P(E) \quad (3.1)$$

unidades de información. Frecuentemente a la cantidad  $I(E)$  se le conoce como la auto-información de  $E$ . Generalmente la cantidad de auto-información atribuible al evento  $E$  es inversamente relacionado a la probabilidad de  $E$ . Si  $P(E) = 1$ , esto es que el evento siempre ocurre,  $I(E) = 0$  y no se le atribuye información al evento. Esto es porque no hay ninguna incertidumbre asociada al evento, no hay información que transferir ya que siempre ocurre.

Cuando se tiene una fuente de información, una forma de cuantificar el promedio de información generada por ella es a través de la entropía, es decir

$$S(E) = -\sum_{i=1}^N P(E_i) \log P(E_i). \quad (3.2)$$

$S(E)$  es la entropía de la fuente de información, su magnitud es proporcional a la cantidad de información asociada a la fuente. Cuando se logra maximizar la entropía de una fuente, entonces obtenemos de la fuente el mayor promedio de información.

En una imagen constituida por  $N$  pixeles definido el valor de cada pixel por los números positivos  $f_1, f_2, \dots, f_N$ , la entropía de la imagen está definida por la relación (3.2), donde  $P(E_i)$  es

$$P(E_i) = \frac{f_i}{\sum_{i=1}^N f_i}. \quad (3.3)$$

Tomando la relación (3.3) se calculó la entropía de las imágenes que se muestran en la Fig.3.1. del cuadro del bias.

**Tabla 3.3**

imagen	entropía
<b>Fig.3.1.(a)</b>	<b>4.81635</b>
<b>Fig.3.1.(b)</b>	<b>4.81613</b>
<b>Fig.3.1.(c)</b>	<b>4.81643</b>

**Tabla 3.3** Valores de la entropía de las imágenes del *bias*, Fig 3.1.

La entropía de la imagen filtrada con el filtro supresor promedio es ligeramente mayor, por lo que implica un poco de más información contenida en ella que la que se encuentra en la no filtrada. Sin embargo las variaciones son muy pequeñas, del orden de  $1/10000$ , por lo tanto no discriminan bien entre una imagen y la otra, por lo que no sirve para cuantificar el ruido o mejoría en la imagen con el filtrado.

### 3.2.2 Función de Autocorrelación <sup>1,3</sup>

La correlación de dos funciones nos permite determinar el grado de similitud que existe entre ellas, cuando se tiene una función periódica su autocorrelación va a presentar un máximo y otros máximos relativos en cada período. Con las imágenes que presentan el bandeo se debe apreciar ese efecto, por lo que se está interesado en determinar la función de autocorrelación de las imágenes antes y después del filtrado.

Cuando se tienen  $f(x,y)$  y  $g(x,y)$ , se define

$$c(x,y) = f(x,y) * g(x,y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x',y')g(x+x',y+y')dx'dy' \quad (3.4)$$

como la función de correlación de  $f(x,y)$  y  $g(x,y)$ , se denota por  $f(x,y) * g(x,y)$ . Cuando  $f(x,y) = g(x,y)$  se dice que  $c(x,y)$  es la función de autocorrelación.

Ahora bien, si  $C(\omega_1,\omega_2)$ ,  $F(\omega_1,\omega_2)$ ,  $G(\omega_1,\omega_2)$ , son las correspondientes transformadas de Fourier de las funciones  $c, f$  y  $g$  se tiene que

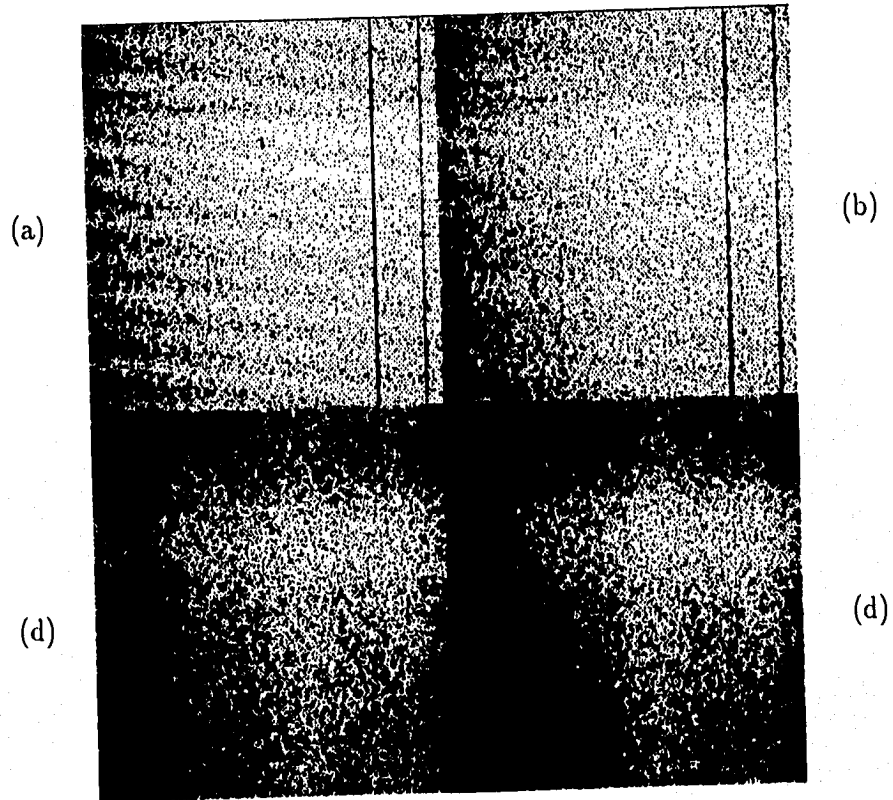
$$C(\omega_1,\omega_2) = F^*(\omega_1,\omega_2)G(\omega_1,\omega_2) \quad (3.5)$$

donde el asterisco indica que es el complejo conjugado de  $F$ . A través de esta relación encontramos la autocorrelación de la imagen que queremos. Se aplica la transformada de Fourier, se obtiene el complejo conjugado y se multiplican ambos, del resultado se saca la transformada inversa de Fourier y se obtiene la autocorrelación  $c(x,y)$ , al graficarla podemos ver el valor máximo  $A_c(0)$  en  $c(0,0)$ , que tan rápido decae, y si existen máximos relativos.

Analicemos las imágenes del *bias* de la Figura 3.3. Tenemos en la esquina superior izquierda el cuadro del *bias* sin filtrar, a la derecha está filtrada con el filtro Butterworth, las dos imágenes de la parte inferior se filtraron con el filtro supresor promedio y se extrajeron 4 frecuencias en la de la izquierda y a la de la derecha se le eliminaron más frecuencias. Vemos en estas dos imágenes que el bandeo se ha disminuído considerablemente y ya no es perceptible en ellas. En la Figura 3.4 se presentan las gráficas correspondientes a la funciones de autocorrelación (en la dirección del eje  $y$ ), de las cuatro imágenes del *bias*, en el mismo orden.

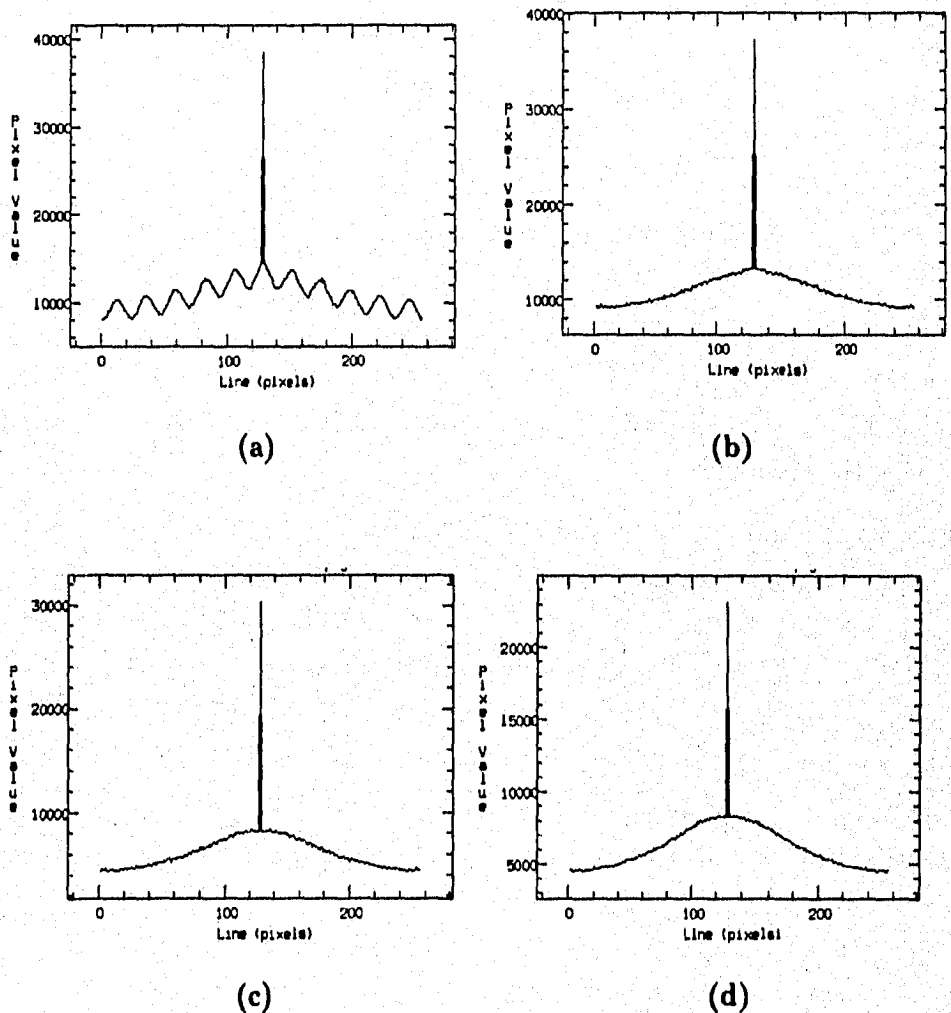


En las otras gráficas (b), (c) y (d) de la Fig. 3.4 el rizo casi desaparece. Por consiguiente, el bandeo ya no está presente en las imágenes filtradas o se logró una considerable disminución.



**Figura 3.3.** Imágenes de un cuadro de *bias*, (a) imagen original sin filtrar; b), c), d) imágenes filtradas con filtro Butterworth, filtro supresor promedio con cuatro frecuencias filtradas y con más de cuatro, respectivamente.

Al observar una gráfica de la función de autocorrelación, podemos saber si la función es periódica pues la gráfica presenta un máximo en cada período de la función. En el caso del bandeo debemos esperar que al menos se presenten máximos relativos por cada período del bandeo. Esto se observa en la Fig. 3.3(a), donde el rizo lateral al máximo verifica la presencia del bandeo.



**Figura 3.4** Gráficas de la función de autocorrelación de las imágenes del *bias*.

La altura del máximo de la función de autocorrelación  $A_c(0)$  da información sobre la varianza de la función original. Son proporcionales, entre mayor sea la altura  $A_c(0)$ , mayor es la varianza  $\sigma_f$ ; entonces, al disminuir el máximo implica una disminución de la varianza total de la imagen, dando como resultado menos ruido. En la Tabla 3.4 se dan los valores del máximo de cada una de las funciones de autocorrelación mostradas en la Figura 3.4. El mínimo valor es el de la gráfica (d); también se observa que el rizo en ella casi desapareció.

**Tabla 3.4**

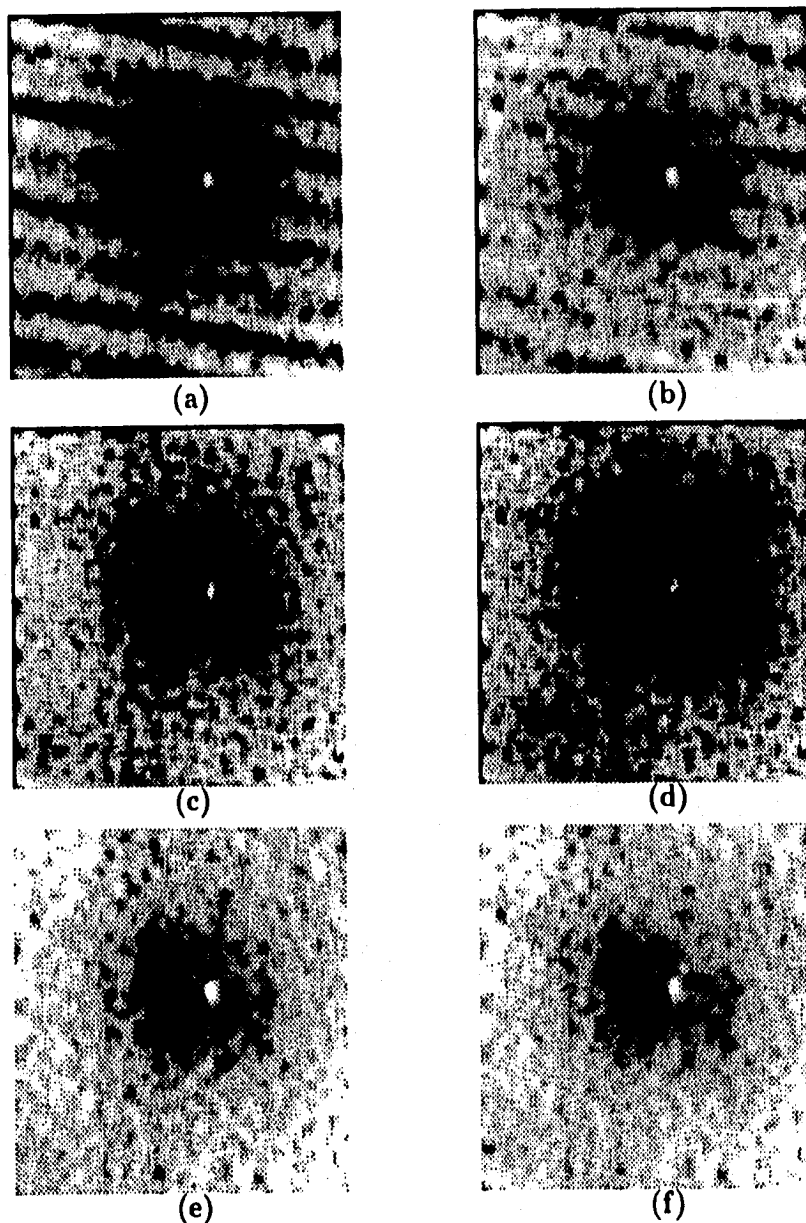
imagen	valor del máximo $A_c(0)$
<b>Fig.3.4.(a)</b>	<b>38489</b>
<b>Fig.3.4.(b)</b>	<b>37232</b>
<b>Fig.3.4.(c)</b>	<b>30281</b>
<b>Fig.3.4.(d)</b>	<b>23125</b>

**Tabla 3.4** Valores del máximo de la función de autocorrelación en las imágenes del *bias* mostradas en la Fig. 3.4.

De la misma forma, debe analizarse el cambio que presentan las imágenes de las componentes de polarización. En la Figura 3.5 se muestra una imagen filtrada por cada método de la componente  $q$  del vector de polarización de la galaxia Seyfert NGC 4151. En las filtradas se nota la disminución del bandeo. Observemos esto en sus correspondientes gráficas de la función de autocorrelación en la Figura 3.6: se pueden ver claramente los máximos relativos que se manifiestan como consecuencia del bandeo en la imagen sin filtrar Fig. 3.6(a), estos máximos relativos disminuyen drásticamente en las gráficas Fig. 3.6.(b), (c) y (d). También se ve que los máximos relativos se presentan preferentemente en una dirección, por lo que si se hace una gráfica de la autocorrelación en esa dirección, entonces se obtienen las curvas de la Figura. 3.7. En ellas se puede visualizar la disminución del máximo y del rizo con el filtrado. Para cuantificar el rizo, se toma la siguiente relación

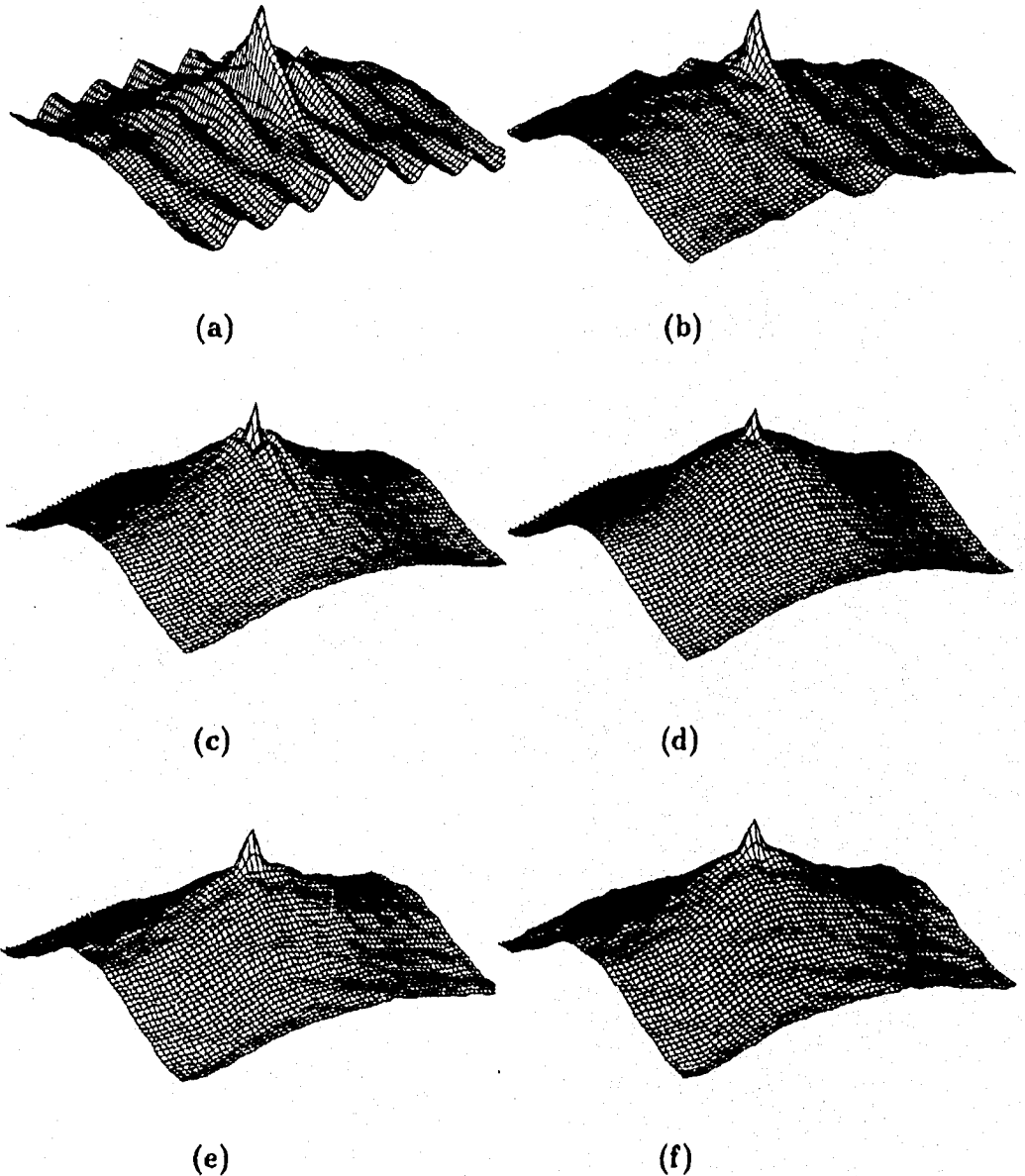
$$rizo = \frac{A_c(M) - A_c(m)}{A_c(0)} \quad (3.6)$$

donde  $A_c(0)$  es el valor del máximo de la autocorrelación,  $A_c(M)$  es la autocorrelación en el primer máximo relativo,  $A_c(m)$  es el valor en el mínimo que está antes del primer máximo relativo.



**Figura 3.5.** Imágenes de la componente q de polarización. a). imagen sin filtrar, b). filtrada con la técnica de González y Woods, c). filtrada con Butterworth, d). con el filtro supresor promedio, e). con el método de Crippen y f). con Wiener.

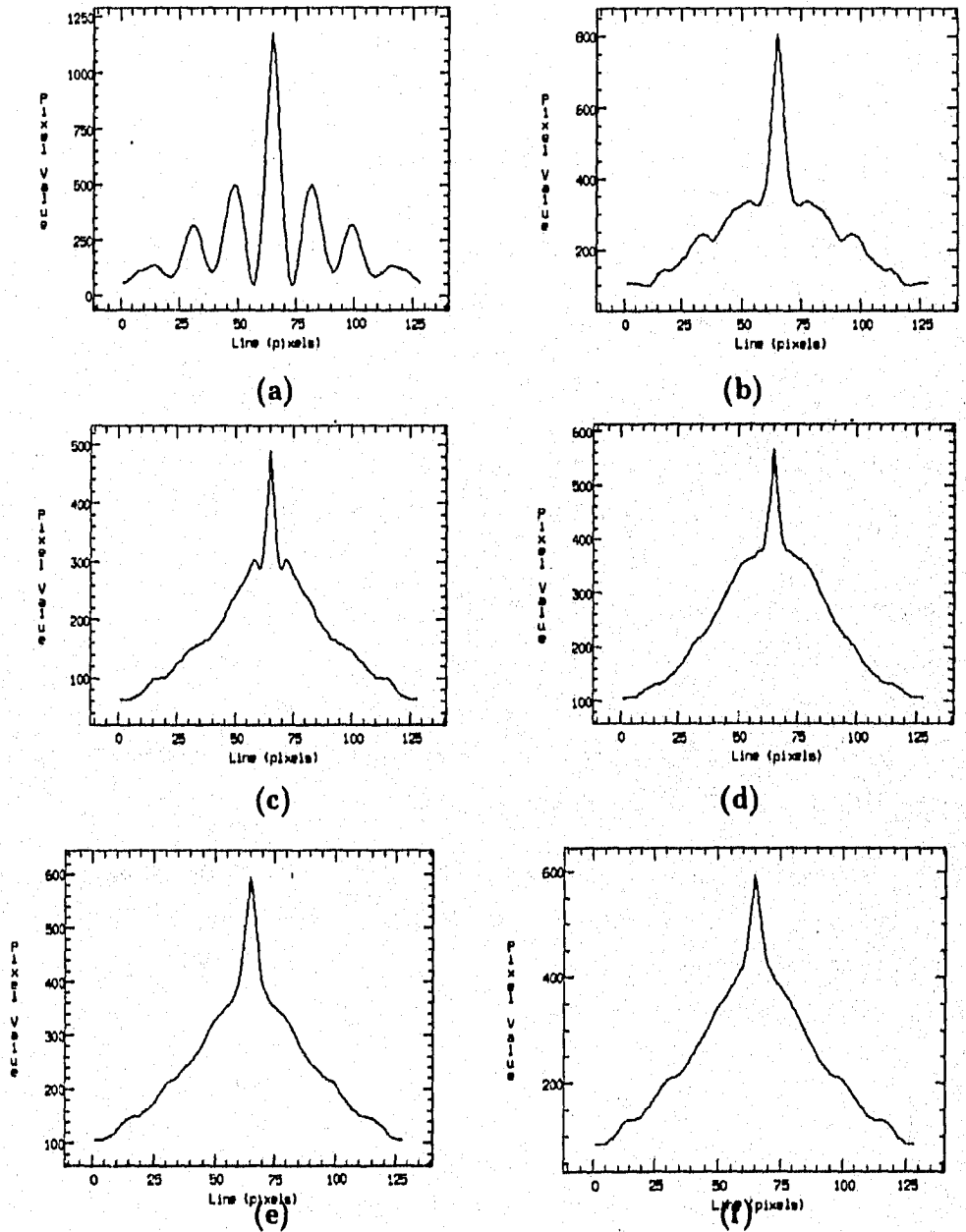
Con la relación 3.6 se calcula el rizo de la función de autocorrelación, pudiendo hacer una comparación cuantitativa de ese factor en las diferentes imágenes filtradas.



**Figura 3.6** Gráficas correspondientes a la función de autocorrelación de las imágenes mostradas en la Fig.3.5.

En la Tabla 3.5 se muestran los valores obtenidos del rizo, el valor del máximo de

la función de autocorrelación  $A_c(0)$  y la desviación estándar  $\sigma$  de la imagen filtrada. En la tabla se normalizaron los valores a los de la imagen sin filtrar, la original, para medir los cambios en función de lo que había originalmente.



**Figura 3.7** Gráficas correspondientes a la función de autocorrelación de las imágenes mostradas en la Fig.3.6, en la dirección que presenta el rizo.

Se puede observar en los datos que los tres estimadores presentan variaciones considerables y que el rizo en particular llega a tener una disminución considerable. En el filtro supresor promedio es mayor al 98% y en los caso de los filtros de Crippen y de Wiener se logra la eliminación total. El valor del máximo de la función de autocorrelación, en cuatro de los filtros tiene una disminución mayor al 50%.

**Tabla 3.5**

imagen	$\sigma$	valor del máximo $A_c(0)$	rizo
<b>Fig.3.5.(a)</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
<b>Fig.3.5.(b)</b>	<b>0.8136</b>	<b>0.684</b>	<b>0.046013</b>
<b>Fig.3.5.(c)</b>	<b>0.6319</b>	<b>0.4160</b>	<b>0.09124</b>
<b>Fig.3.5.(d)</b>	<b>0.6740</b>	<b>0.4813</b>	<b>0.016470</b>
<b>Fig.3.5.(e)</b>	<b>0.6912</b>	<b>0.5052</b>	<b>0</b>
<b>Fig.3.5.(f)</b>	<b>0.6916</b>	<b>0.5305</b>	<b>0</b>

**Tabla 3.5** Valores normalizados de los estimadores del ruido de las imágenes de la componente q del vector de polarización, de la Fig 3.5.

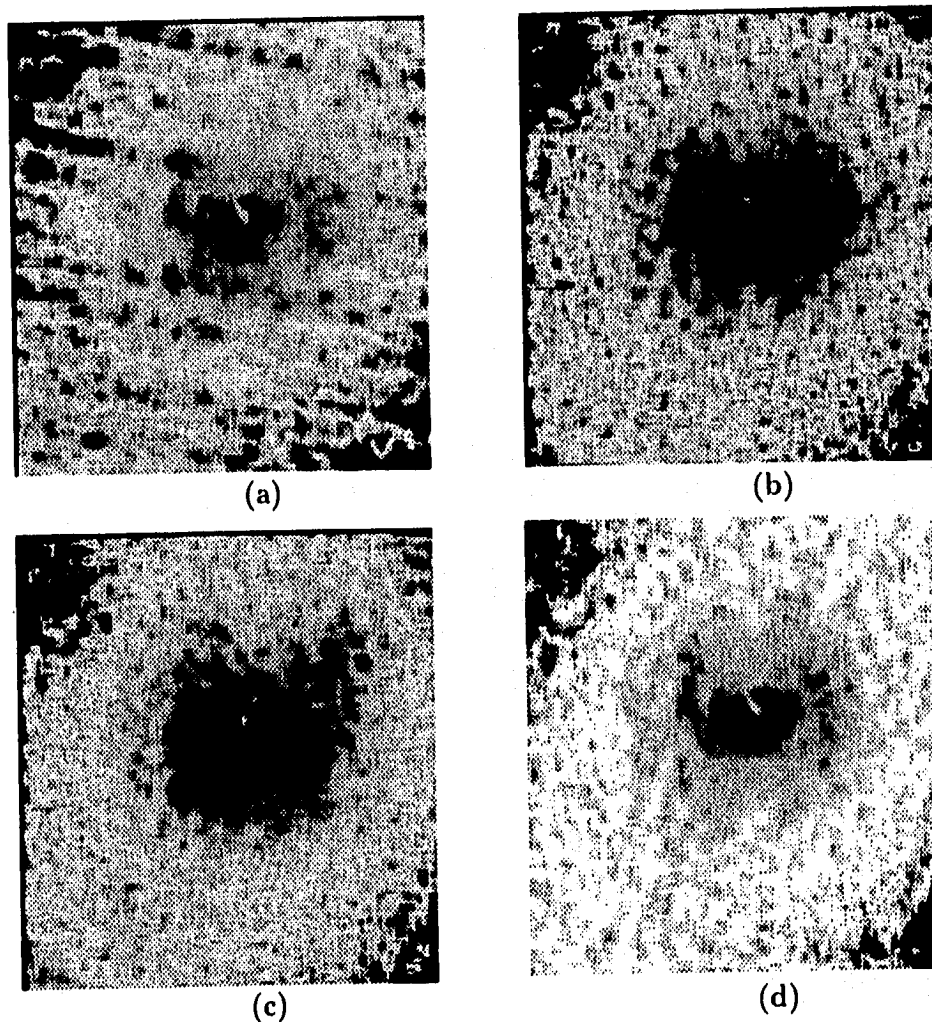
Por otra parte, otro de los estimadores posibles a calcular es el de la entropía, pero no se puede realizar en las imágenes de las componentes de polarización, porque son imágenes que llegan a tomar valores negativos.

Cabe mencionar que los resultados del filtrado en la otra componente del vector de polarización son totalmente similares en todos los casos. No se mostrarán los resultados de la componente u, sino que se obtendrá mejor el vector de polarización, a partir de la siguiente relación

$$P = \sqrt{q^2 + u^2} \quad (3.7)$$

Entonces, si se toman las dos componentes u y q para encontrar con la ecuación anterior el vector de polarización de la imagen original sin filtrar, de las filtradas por Butterworth, por el filtro supresor promedio y por el método de Crippen, que son las que han presentado un mejor comportamiento al filtrado, el resultado de ellas se muestra en la Figura 3.8. Cabe mencionar que las imágenes de cada una

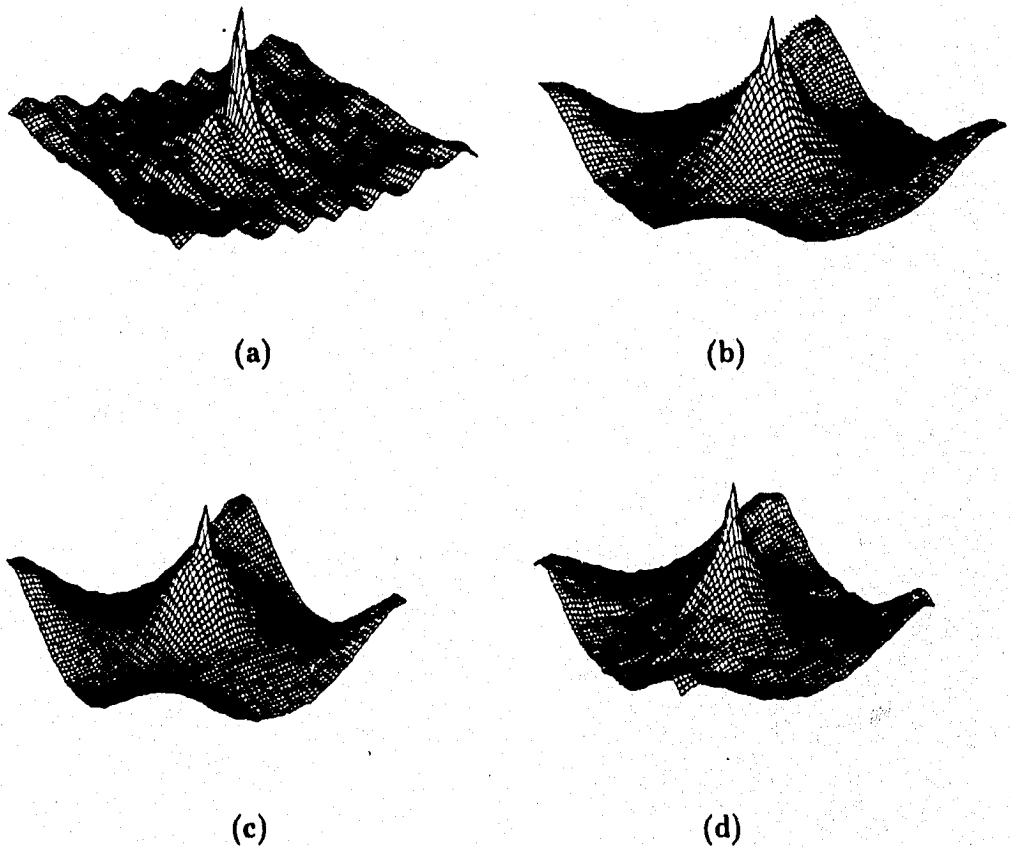
de las componentes primero se filtraron y después se obtuvo con ellas el vector de polarización. Si se calcula la función de autocorrelación, se encuentra el máximo  $A_c(0)$  y su rizo. Al calcular la entropía, que en el caso del vector ya es aplicable, por ser todos datos positivos, se obtienen los resultados que se presentan en la Tabla 3.6 y en la Figura 3.9.



**Figura 3.8** Imágenes del vector de polarización y sus correspondientes gráficas de la función de autocorrelación. a). sin filtrar, b). filtrada con Butterworth, c). filtrada con el filtro supresor promedio y d). filtrada con el método de Crippen.



Analizando las imágenes del vector de polarización, se ve que el bandeo afecta menos a la imagen en general, pero al obtener la función de autocorrelación es perfectamente distinguible el rizo, el cual disminuye en las filtradas así como el valor del máximo  $A_c(0)$ .



**Figura 3.9** Gráficas de las funciones de autocorrelación del vector de polarización. a). sin filtrar, b). filtrada con Butterworth, c). filtrada con el filtro supresor promedio, d). filtrada con el método de Crippen.

En las gráficas de la función de autocorrelación se nota el efecto de que las orillas se levantan y daría la impresión de que es muy pronunciado en las dos imágenes filtradas, pero el máximo de Fig. 3.9(a) es 2268 y el piso de toda la función se encuentra en 1645; por otra parte en el caso de la Fig. 3.9(b) su máximo es 966 y las esquinas se levantan a 740; mientras que el caso de la Fig. 3.9(c) tiene un máximo

de 1087 y sus esquinas se levantan a 850. Pero hay que mencionar que este efecto no se debe al bandeo; el bandeo tiene una frecuencia mayor, es como la presencia de los máximos relativos o rizado que tiene la Fig. 3.9(a), que sí se debe al bandeo.

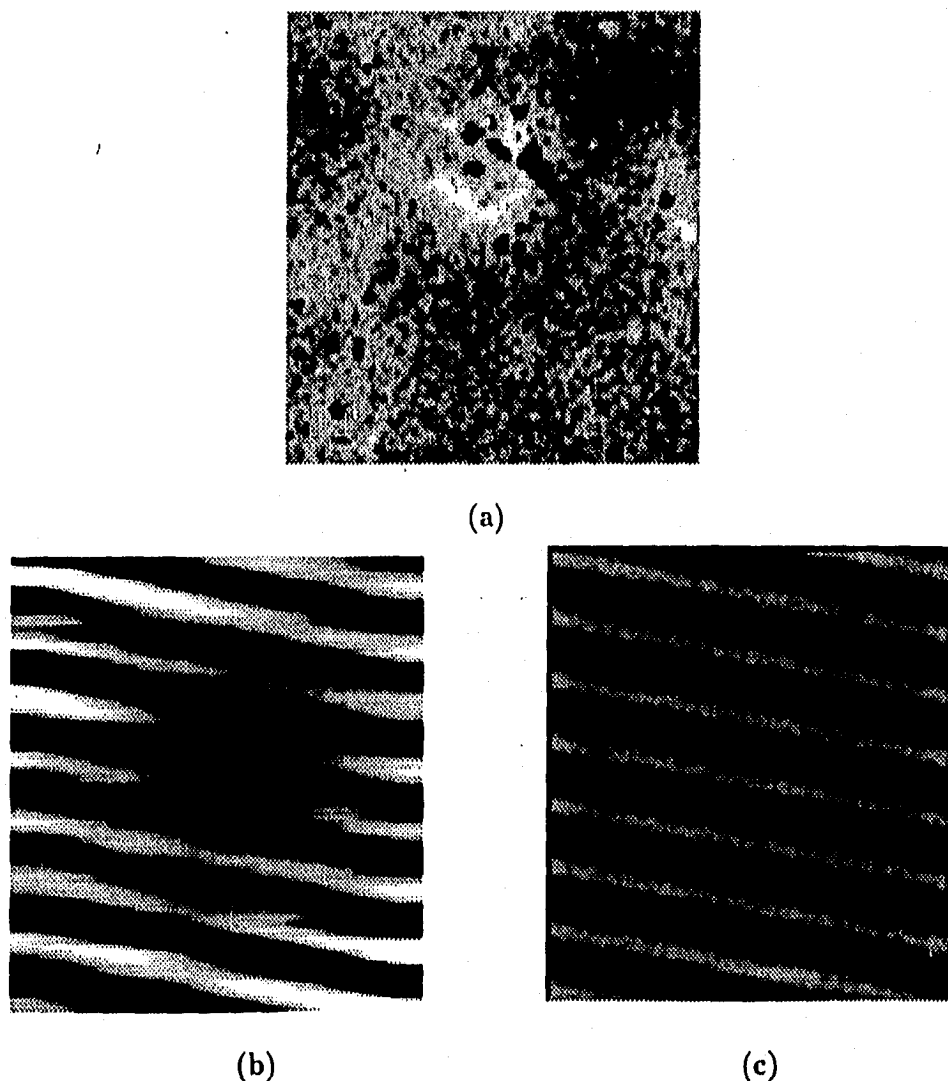
En la Tabla 3.6 se observa nuevamente que la entropía no es un estimador que permita discernir si el filtrado es bueno o no, ya que también en este caso, como en el de las imágenes del *bias* su variación es muy pequeña, hasta la cuarta cifra decimal presenta algún cambio. Por ello no se puede tomar como un indicador del filtrado. Por otro lado  $\sigma$  sí parece tener variaciones considerables, pero podría estar reflejando variaciones reales de la imagen y no sólo al ruido o al bandeo. Por ejemplo en el caso de las imágenes filtradas, Fig. 3.8.(b), (c) y (d), se aprecia más la estructura de la galaxia, se nota cerca del núcleo una morfología definida y estos cambios en la imagen deben reflejarse en el valor de  $\sigma$ , por lo que sería preferible sólo inclinarse a tomar como buenos estimadores al valor del máximo  $A_c(0)$  y el *rizo* de la función de autocorrelación que han dado información más consistente en todos los casos de las imágenes filtradas.

imagen	$\sigma$	valor del máximo $A_c(0)$	rizo	entropía
Fig.3.7.(a)	1	1	1	1
Fig.3.7.(b)	0.8376	0.4259	0	0.99757
Fig.3.7.(c)	1.0799	0.4792	0	0.99772
Fig.3.7.(d)	1.0799	0.5052	0	0.99782

**Tabla 3.6** Valores normalizados de los estimadores del ruido de las imágenes del vector de polarización de la Fig. 3.7.

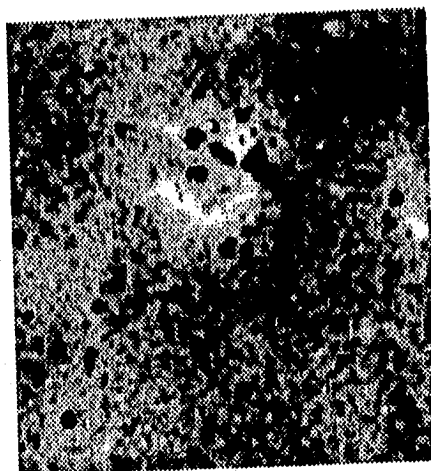
Para corroborar que la autocorrelación puede ser un buen estimador de la eliminación del bandeo, es necesario analizar las imágenes astronómicamente, determinar si la información contenida en ellas no se perdió y si aún filtradas son de utilidad para determinar los parámetros o variables astronómicas de interés, ya que una función de autocorrelación muy lisa puede ser el resultado de imágenes degradadas por el filtrado. El análisis astronómico de las imágenes de polarización de la galaxia Seyfert se realizará en el siguiente capítulo, donde se compararán con otros resultados obtenidos del mismo objeto.

Por el momento se analizará el efecto que produce la restauración de las imágenes a través de la eliminación del bandeo con el filtrado, ésto se llevará a cabo con una imagen que originalmente está limpia, sin bandeo y se va a contaminar con un patrón de bandeo, para después filtrarla utilizando el filtro supresor promedio. En la Figura 3.10 se muestra la imagen original y dos patrones de bandeo que se sumarán a la imagen limpia.

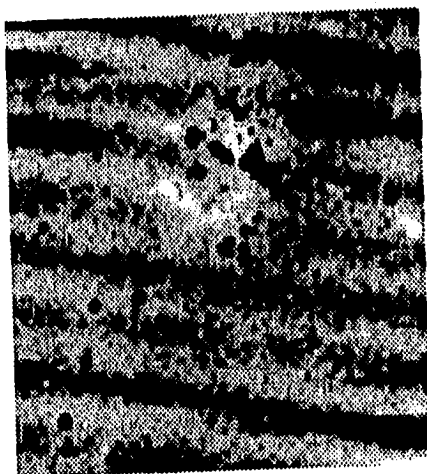


**Figura 3.10.** (a). Imagen sin ruido (S255-IR Cúmulo de estrellas jóvenes. Imágenes obtenidas por Miralles et al. con el telescopio de 2.1m del OAN/SPM <sup>7</sup>) (b). Imagen del patrón de bandeo extraído con el método de Crippen de la Componente  $q$  del vector de polarización. (c) Patrón de ruido modelado por las ec.2.10.

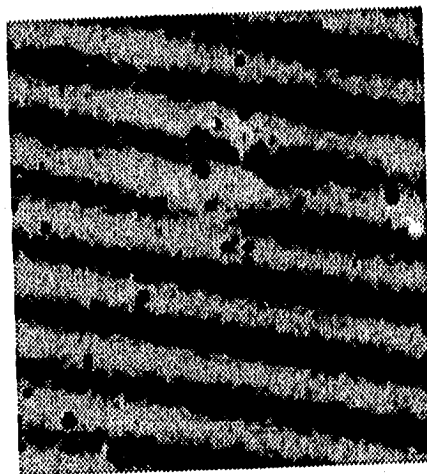
Las imagen de la Fig. 3.10(a) es una región de formación estelar S255<sup>4</sup>, esta imagen en particular fue obtenida de la diferencia entre una imagen tomada con un filtro muy angosto alrededor de  $2.12 \mu\text{m}$  y otra tomada con un filtro ancho en una longitud de onda cercana (continuo). El valor promedio de la señal es pequeño  $\sim 0.4$ , por lo que al contaminarla con cualquiera de los patrones de ruido se obtiene un efecto muy notorio, tal y como se observa en la Figura 3.11



(a)



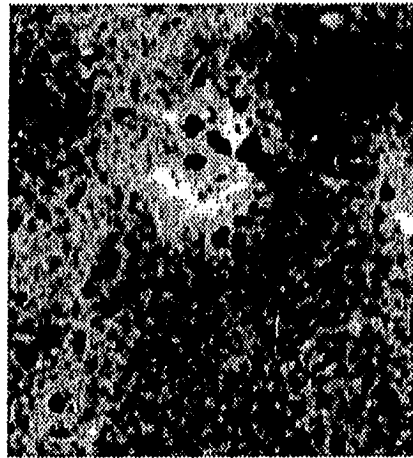
(b)



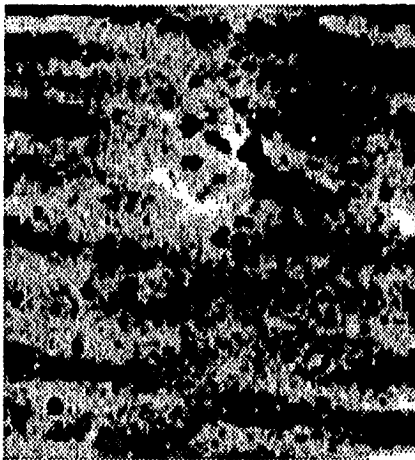
(c)

**Figura 3.11.** (a). Imagen sin ruido S255-IR (b). Imagen contaminada con el patrón de bandeo extraído con el método de Crippen de la Componente  $q$  del vector de polarización. (c) Imagen contaminada con el patrón de ruido modelado por las ec.2.10.

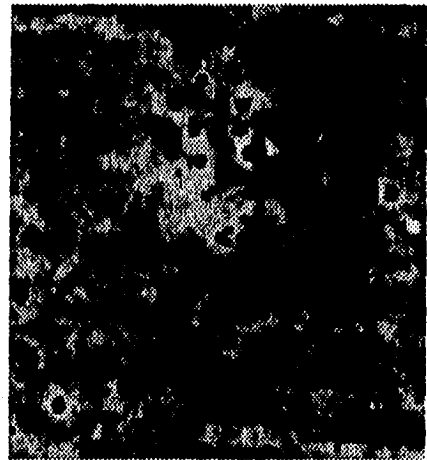
Ahora la intención es observar el efecto del filtrado, en este caso que sabemos perfectamente a donde se debe llegar, ya que se tiene la imagen original y la filtrada, para ello se aplicará el filtro supresor promedio a las dos imágenes ruidosas, los resultados obtenidos de ello se tiene en la Figura 3.12.



(a)



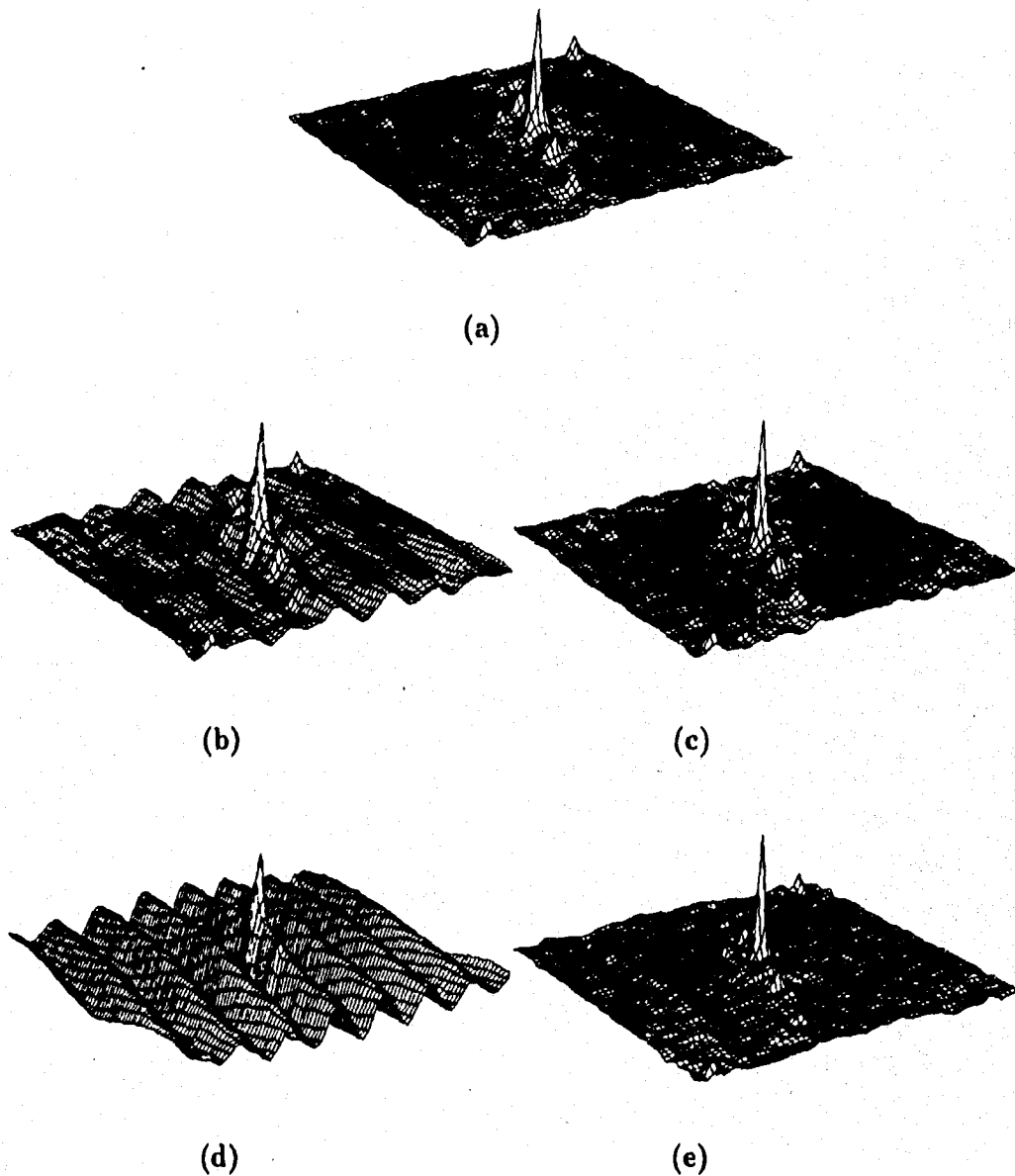
(b)



(c)

**Figura 3.12.** (a). Imagen sin ruido S255-IR (b) y (c) Imágenes filtradas con el filtro supresor promedio, correspondientes a la Fig. 3.12 (b) y (c) respectivamente.

En ambos casos se ve aún un poco de bandeo, en la Fig. 312. (c) se eliminó más el bandeo, pero las regiones claras, las más brillantes de la imagen se pierden un poco más. Observemos el comportamiento de la función de autocorrelación de las imágenes antes y después del filtrado, las gráficas se muestran en la Figura 3.13.



**Figura 3.13** Gráficas correspondientes a la función de autocorrelación (a) imagen original, (b) y (d) imágenes ruidosas, (c) y (e) imágenes filtradas con el filtro promedio.

En la Tabla 3.7 se presentan los datos de los estimadores normalizados, de las imágenes filtradas, sin filtrar y la original, las gráficas de la función de autocorrelación de las imágenes con ruido son muy contundentes al presentar un rizo tan marcado, y en las filtradas casi no se aprecia la diferencia entre una y otra, el rizo desaparece y aún a simple vista se nota ligeramente el bandeo (Fig. 3.12(b)), que es el mismo efecto que en las imágenes de las componente de polarización, casi siempre era perceptible la presencia del bandeo, por supuesto que en menor cantidad pero aún se notaba, así como también al hacer una mayor eliminación del bandeo la imagen se degrada más, se pierden ciertas características relevantes.

**Tabla 3.7**

imagen	$\sigma$	valor del máximo $A_c(0)$	rizo
<b>Fig.3.11.(a)</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>0</b>
<b>Fig.3.11.(b)</b>	<b>1.079</b>	<b>1.164</b>	<b>0.13</b>
<b>Fig.3.11.(c)</b>	<b>1.213</b>	<b>1.561</b>	<b>0.50</b>
<b>Fig.3.12.(b)</b>	<b>1.011</b>	<b>1.025</b>	<b>0.002</b>
<b>Fig.3.12.(c)</b>	<b>0.858</b>	<b>0.952</b>	<b>0.001</b>

**Tabla 3.7** Valores normalizados de los estimadores del ruido de las imágenes original, ruidosas y filtradas de la región de formación estelar S255.

En este ejemplo en particular que se sabe cual es la señal a la que se quiere llegar cuantifiquemos la razón señal a ruido SNR. Si tomamos el error cuadrático medio como <sup>3,10</sup>

$$\sigma_{ms}^2 = \frac{1}{MN} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N |u(m,n) - u'(m,n)|^2, \quad (3.8)$$

donde  $u(m,n)$  y  $u'(m,n)$  son imágenes de  $M \times N$ , siendo  $u'$  la estimada  $u$ , y con esto obtenemos la

$$SNR = 10 \cdot \log_{10} \frac{\sigma^2}{\sigma_{ms}^2}, \quad (3.9)$$

donde  $\sigma^2$  es la varianza de la imagen original  $u(m,n)$ .

Si aplicamos la ecuación 3.9 para determinar SNR de las dos imágenes filtradas obtenemos:

Fig. 3.12(b)  $SNR = 10.26db$

Fig. 3.12(c)  $SNR = 6.68db$

entonces, se obtiene una mejor señal a ruido en la imagen de la Fig. 3.12 (b), aunque es mayor la presencia del bandeo, pero pierde menos información, conserva más detalles de la imagen original.

Este es un compromiso que hay que tener en cuenta, ya que muchas veces se percibe menos el ruido, pero también la información contenida en la imagen se degrada más al hacer un filtrado más severo.



**-Bibliografía**

1. Gonzalez, Rafael C. and Woods, Richard E. Digital Image Processing. Addison-Wesley Publishing Company, 1993.
2. Skilling, J. and Bryan, R.K. Maximum Entropy Image Reconstruction: General Algorithm. Mon.Not. R. astr. Soc. 1984, 211, 111-124.
3. Press, William H., et-al. Numerical Recipes in Fortran, second edition, 1992.
4. Miralles, M.P., Salas, L., Cruz-González, I., Kurtz, S. Astrophysical Journal, 1996, (enviado).
5. Jain, Anil K. Fundamentals of Digital Image Processing, Prentice Hall Information and System Sciences Series, 1989.
6. Proakis, Jhon G. and Manolakis, Dimitris G. Introduction to Digital Signal Processing. Maxwell Macmillan International Editions, 1989.
7. Orfanidis Sophocles J. Optimum Signal Processing an Introduction, second edition, McGraw-Hill, 1988.
8. Baher, H. Analog and Digital Signal Processing, John Wiley & Sons, 1991.
9. Beauchamp, k., Yuen, C. Digital Methods for signal analysis. George Allen & Unwin, 1979.
10. Ambardar, A. Analog and Digital Signal Processing, PWS Foundations in Engineering Series, 1995.

## Capítulo 4

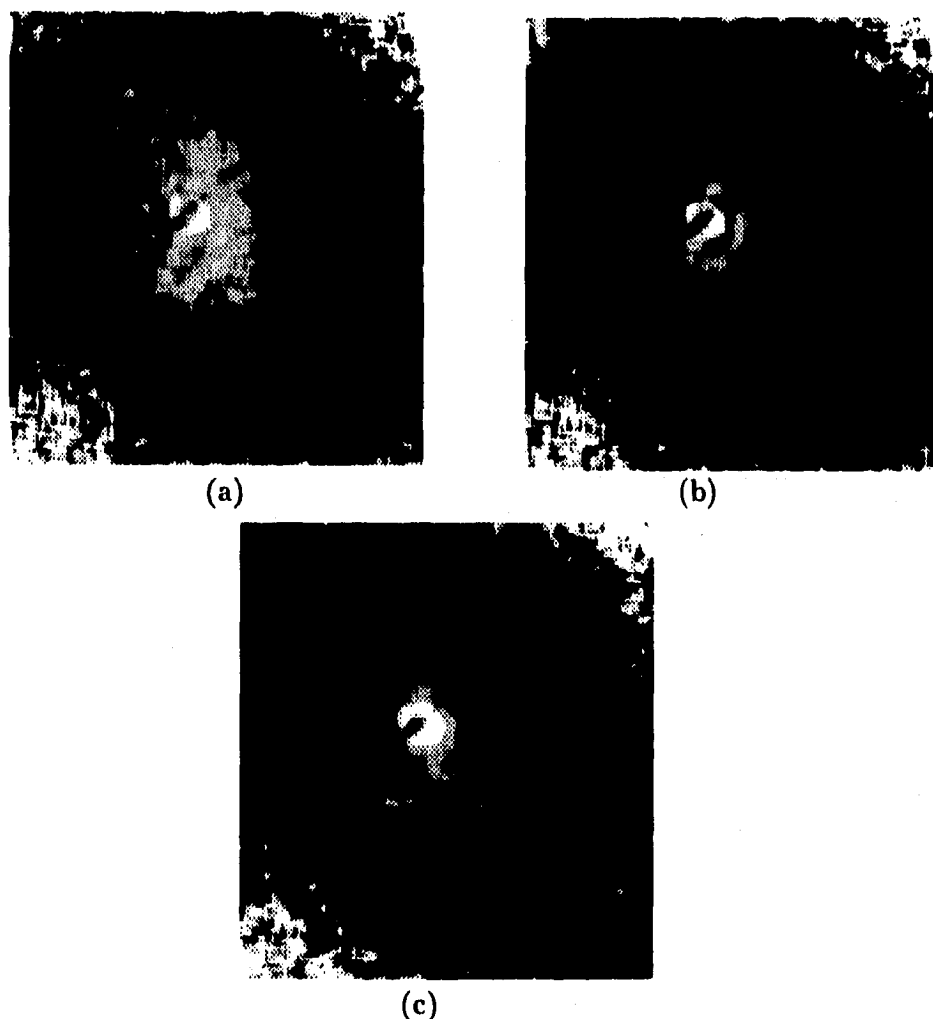
# EVALUACIÓN ASTRONÓMICA

En los capítulos precedentes se trataron algunos aspectos generales sobre el proceso de reducción que debe efectuarse a las imágenes obtenidas con detectores tipo CCD; los diferentes tipos de ruidos que se pueden encontrar en las imágenes astronómicas, así como algunas técnicas de eliminación de ruido, muy específicamente enfocadas a la reducción del ruido coherente, que se presenta en forma de bandeo. Posteriormente fue necesario buscar algún mecanismo de validación de esos procesos, encontrándose que el rizo y el máximo de la función de autocorrelación son buenos indicadores de la eliminación del bandeo.

Básicamente las técnicas de filtrado se aplicaron a dos tipos de imágenes, unas fueron las de las componentes del vector de polarización de la galaxia Seyfert NGC 4151 y el otro tipo fue a los espectros de la estrella binaria 2S0114+65, ya que los cuadros de *bias* en realidad carecen de información astronómica. A continuación se mostrarán las imágenes filtradas que presentaron un mejor comportamiento de los estimadores establecidos en el Capítulo anterior, la interpretación de la información contenida en ellas se hará comparándolas con descripciones astronómicas hechas de los objetos, o en base a los aspectos esperados en cada una de las imágenes.

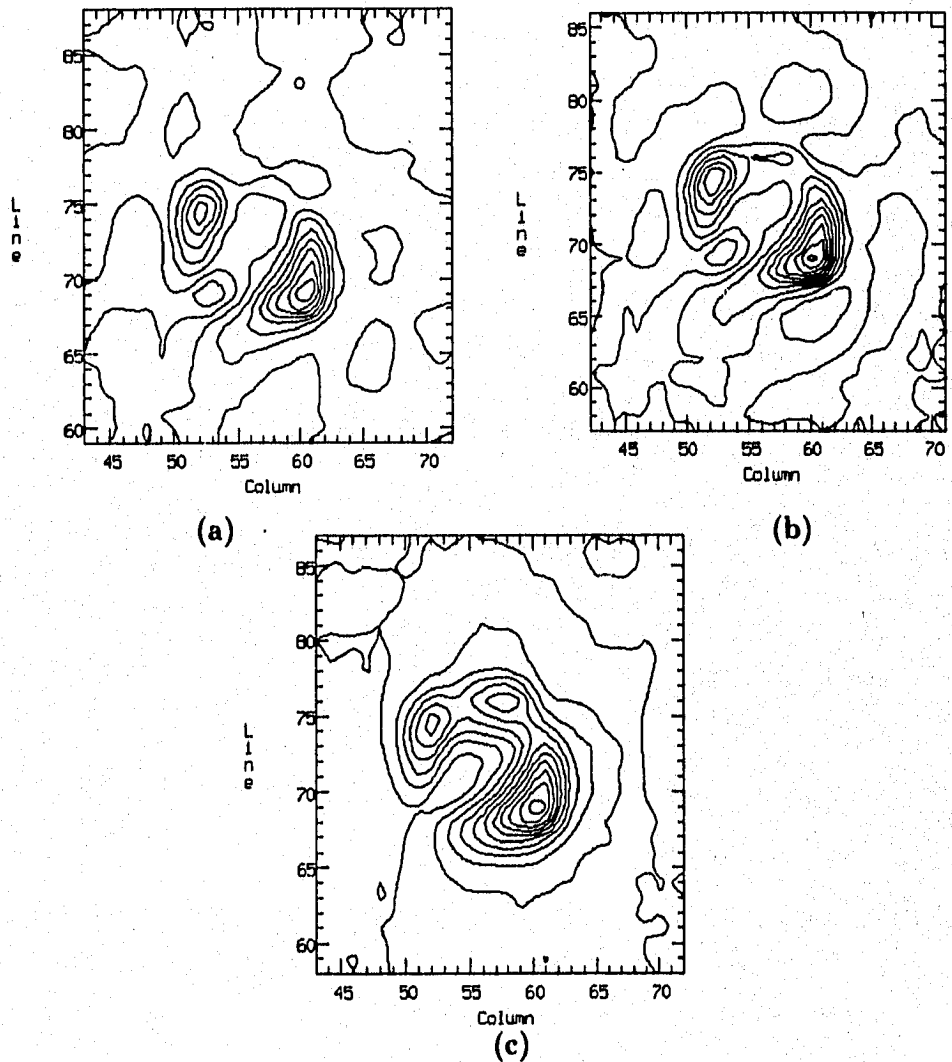
Las mejores imágenes de las componentes  $q$  y  $u$  del vector de polarización son las que se filtraron con el filtro Butterworth, el Supresor Promedio y el método propuesto por Crippen. Estas conclusiones se basan en los números mostrados en las Tablas del Capítulo 3, donde se cuantificó el ruido. Con estas tres técnicas de filtrado se logró tanto la disminución del rizo en más de un 90%, así como del máximo de la función de autocorrelación en un 50%. En el caso del filtro de Wiener también presentan disminución de esos factores, pero las imágenes obtenidas se lograron bajo ciertas suposiciones y utilizando elementos que se habían obtenido a través de los otros métodos de eliminación, por lo que se espera mejorar la forma de su aplicación para probar o rechazar su eficiencia en la eliminación del bandeo.

Ahora veamos qué información astronómica se puede extraer de ellas. Son imágenes de  $128 \times 128$  píxeles, con una escala de placa de  $0.28 \text{segarc}/\text{pixel}$ , donde el norte está hacia abajo y el este a la izquierda (que es como se han mostrado en todas las imágenes de los capítulos anteriores). Sin embargo, la orientación usual en las referencias astronómicas es tener el norte arriba y el este a la izquierda. Por tanto en la Figura 4.1 se muestran las imágenes del vector de polarización, filtradas por los tres métodos, con la orientación astronómica usual.



**Figura 4.1.** Imágenes del vector de polarización, de la galaxia Seyfert NGC 4151. a). filtrada con butterworth, b). filtrada con el filtro supresor promedio y c). filtradas con el método de Crippen. Orientadas N hacia arriba, E a la izquierda. Son de  $128 \times 128$  píxeles, con una escala de placa de  $0.28 \text{segarc}/\text{pixel}$ .

Lo que se observa es que las imágenes son muy parecidas, a simple vista se nota un halo elíptico obscuro después de la estructura nuclear. Debido a que a simple vista no es posible determinar diferencias en forma cuantitativa, hay que tomar mapas de contornos de las imágenes de la Fig 4.1, y ver cuál tiene mejor definición. Los correspondientes mapas se muestran en la Figura 4.2. Estos se han tomado con la misma resolución, se ve que la morfología es también parecida. Las Fig. 4.2(a) y (b) tienen casi los mismos grupos de contornos, inclusive en algunas formas coinciden, pero en el caso de la Fig 4.2 (c) ha perdido un poco de definición, comparativamente



**Figura 4.2.** Mapas de contornos del vector de polarización, correspondientes a la Fig 4.1.

le faltan algunas estructuras y que posteriormente se verá al comparar con algunas referencias que pueden ser importantes. Con esto vemos que las imágenes obtenidas con el filtro Butterworth y el filtro supresor promedio pierden menos información astronómica que con los otros métodos, para reafirmar un poco esta idea, sigamos con la comparación de las imágenes obtenidas con ambas técnicas.

Para tener una mejor idea de qué buscar en las imágenes, se han revisado descripciones o detalles en algunas referencias, para que en cierta forma nos sirva de comparación para calificar la calidad de las imágenes filtradas. En las referencias encontradas de NGC 4151, algunas presentan imágenes en radio, otras de fotometría con mapas de color, y en todas ellas se presentan descripciones generales del objeto, lo cual nos permitirá determinar si existen algunas similitudes con las imágenes obtenidas, desafortunadamente ninguna de las referencias encontradas tienen imágenes de polarización, para poder hacer una comparación directa, pero aún así serán de gran utilidad.

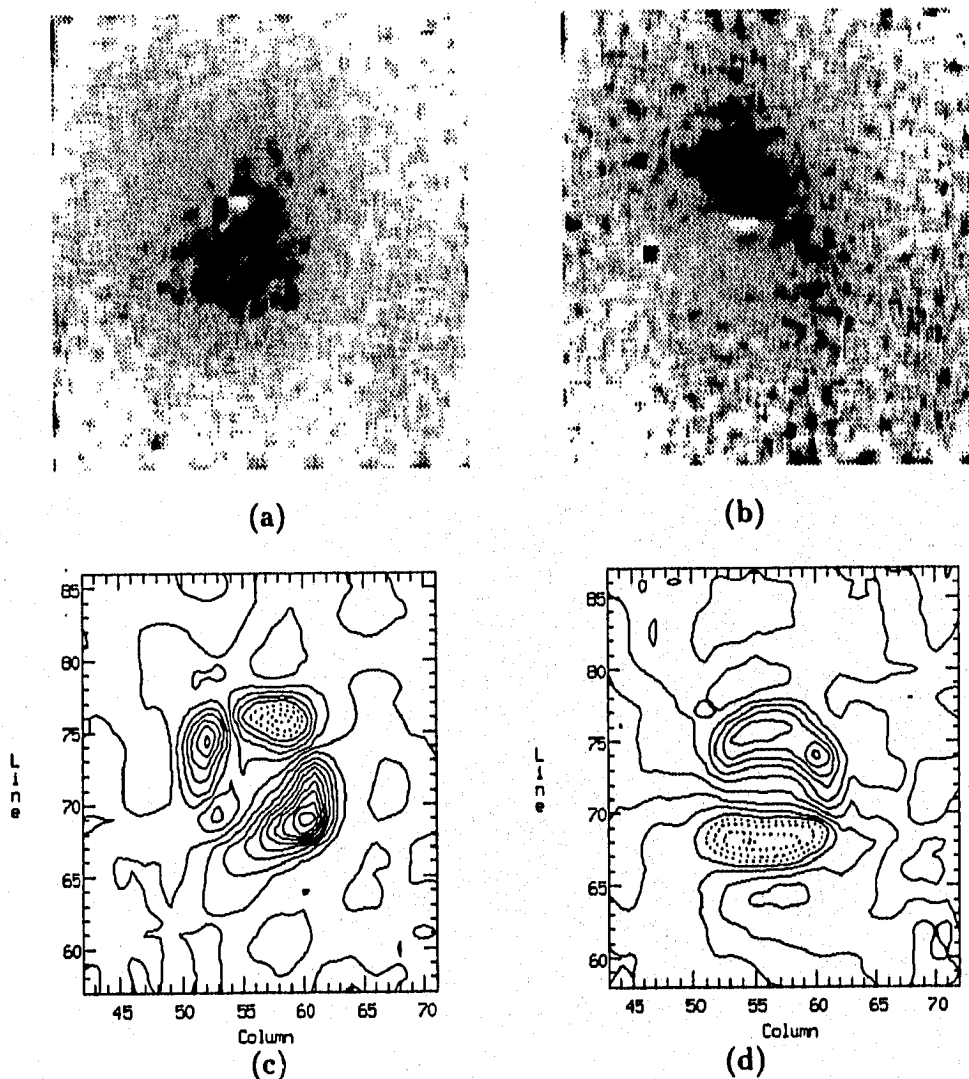
Las características que encuentra Pérez et al.<sup>1</sup>, en imágenes ópticas de  $[OIII]/H\alpha$  son:

- Estructura lineal extendida, en una serie de burbujas de alta ionización a lo largo de  $PA \sim 50^\circ - 230^\circ$
- Un halo de baja ionización alrededor de la estructura lineal con diámetro  $\sim 50 \text{segarc}$
- Una banda central de baja ionización a través del núcleo  $\sim 130^\circ$ , paralela y debajo de la *barra* de la galaxia.

Por otro lado, las características que encuentran Terlevich et al.<sup>2</sup>, en fotometría óptica de alta resolución:

- Estructura nuclear lineal compacta (alrededor de  $2 \text{segarc}$  de longitud) con un  $PA \sim 70^\circ$  que coincide en dirección y posición de un radio jet observado en el centro de la galaxia.
- Una segunda estructura más compacta, se detecta con orientación sureste-noroeste con un  $PA \sim 150^\circ$

También tenemos lo encontrado en radio por Booler et al. <sup>3</sup>, que establece la estructura antes mencionada pero con un  $PA$  de  $77^\circ$ , una doble fuente en radio separada 0.45  $segarc$  en  $PA$   $83^\circ \pm 1^\circ$



**Figura 4.3.** Imágenes de las componentes del vector de polarización, de la galaxia Seyfert NGC 4151, orientadas N hacia arriba, E a la izquierda. Son imágenes de  $128 \times 128$  pixeles, con una escala de placa de 0.28  $segarc/pixel$ . a). es la componente  $q$  y b). es la componente  $u$ . c). y d). sus correspondientes mapas de contornos.

A partir de esto, se analizarán las imágenes filtradas con el filtro supresor promedio y se tratará de encontrar algunas similitudes, con las características mencionadas

anteriormente. En la Figura 4.3 tenemos en (a) la componente  $q$ , en (b) la componente  $u$  del vector de polarización, (c) y (d) sus correspondientes mapas de contornos, en los cuales se pueden distinguir algunas fuentes intensas de polarización y su posible orientación.

En la Fig. 4.3 (d) se aprecia una estructura elongada semicircular extendida alrededor del núcleo con dos máximos con una inclinación de  $\sim 70^\circ$  y en la Fig. 4.3 (c) hay una estructura alargada con una inclinación de  $\sim 130^\circ$  por debajo del núcleo y otra a  $PA = 0^\circ$  de menor tamaño. Es difícil decir con certeza si esto tiene relación con las estructuras descritas por Pérez et al. Es preferible en dado caso comparar con el vector de polarización el cual se muestra en la Figura 4.4.



**Figura 4.4.** Imagen del vector de polarización, de la región nuclear de la galaxia Seyfert NGC 4151, orientadas N hacia arriba, E a la izquierda. Son imágenes de  $128 \times 128$  píxeles, con una escala de placa de 0.28 segarc, en ella se nota un halo elíptico de  $\sim 43.5$  segarc con orientación noreste-suroeste.

En la imagen completa,  $128 \times 128$  píxeles, se tienen 35.84 segarc por lado. En la Fig.4.4 se logra identificar un halo elíptico, obscuro alrededor de la estructura

central de la galaxia, con una orientación noreste-suroeste y de  $\sim 43.5$  segarc en su eje mayor. Pérez et al. presentan la imagen mostrada en la Figura 4.5. Si comparamos las regiones más internas (núcleo) con tamaño  $\sim 10'' \times 10''$  de las Figs. 4.5 y 4.4 encontramos estructuras semejantes: presencia de dos máximos y de una barra oscura. En la región externa de la Fig. 4.4 se observa parte de un halo con diámetro  $\sim 50''$  observado por Pérez et al.

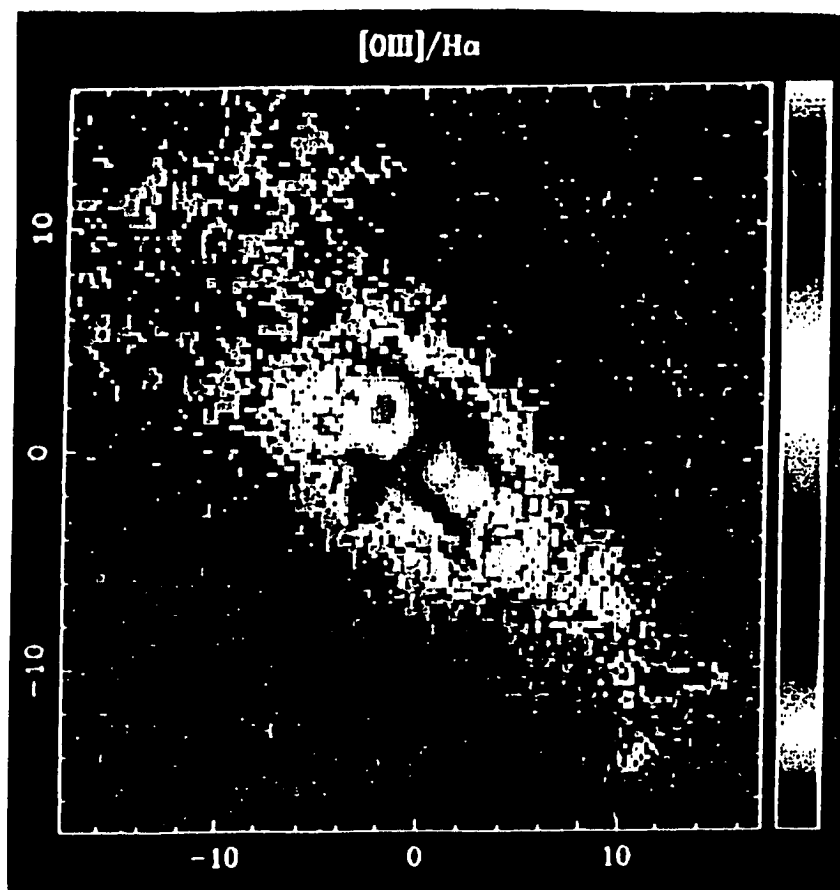


Figura 4.5. Imagen de  $OIII/H\alpha$ , de la galaxia Seyfert NGC 4151, orientadas N hacia arriba, E a la izquierda, con una escala de placa de 0.27 segarc. (Pérez et al. <sup>1</sup>).



Ahora si se hace un mapa de contornos del vector de polarización y se muestra en la Figura 4.6, para que lo comparemos con uno de los mapas que presenta Terlevich et al (1991), Figura 4.7, el cual lo obtuvieron de un mapa V-R de la región central de la galaxia. En él se tiene un  $PA \sim 70^\circ$  y otro que coincide con la *barra nuclear* de  $PA \sim 150^\circ$ , los dos difieren de los encontrados en nuestras imágenes, por  $\sim 20^\circ$ .

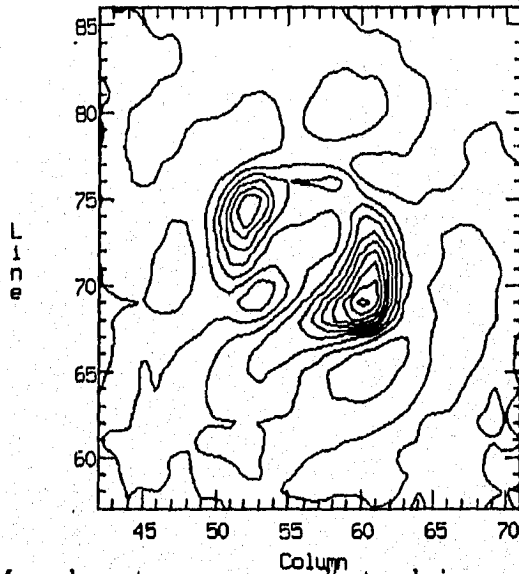


Figura 4.6. Mapa de contornos correspondiente a la imagen mostrada en la Fig. 4.4.



Figura 4.7. Mapa V-R presentado por Terlevich <sup>5</sup>, de la galaxia Seyfert NGC 4151, con una escala de placa de 0.3segarc/pixel.

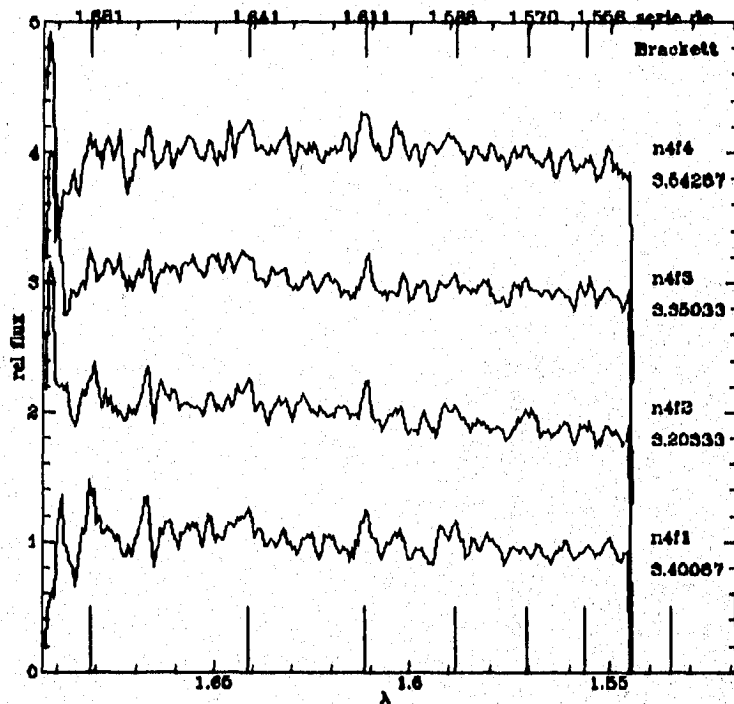
En términos generales los dos mapas presentan las mismas estructuras, en ellas se ven dos fuentes principales muy intensas de polarización separadas  $\sim 2.7 \text{segarc}$  y otras dos de menor intensidad, alineados en la dirección noreste-suroeste y otra estructura alargada casi perpendicular a ésta, en dirección sureste-noroeste.

Encontramos en las imágenes filtradas, que la información astronómica del objeto no ha sido afectada, sino que al contrario, ésta ha sido resaltada lo cual permite extraerla y analizarla más fácilmente. Coincidiendo bastante con las estructuras descritas y observadas en las referencias comparadas. Las estructuras y morfología descritas anteriormente muestran coincidencias sustanciales con los resultados obtenidos para la región nuclear de la galaxia NGC 4151 en otras longitudes de onda.

Otros de los casos en que se aplicó el filtrado, fue en los espectros de la estrella binaria 2S0114+65. En ellos se quiere determinar los períodos de variabilidad que presenta la estrella. Para hacer el análisis astronómico fue necesario filtrar todos los espectros de la temporada que eran alrededor de 100 y el *flat*; el filtrado se efectuó antes del proceso de reducción. Con los espectros finales se obtuvo una relación temporal de ellos, para agruparlos en períodos en los que se supone puede ocurrir la variabilidad. Cada período se dividió en cuatro fases, para ver la evolución temporal del espectro en esos intervalos.

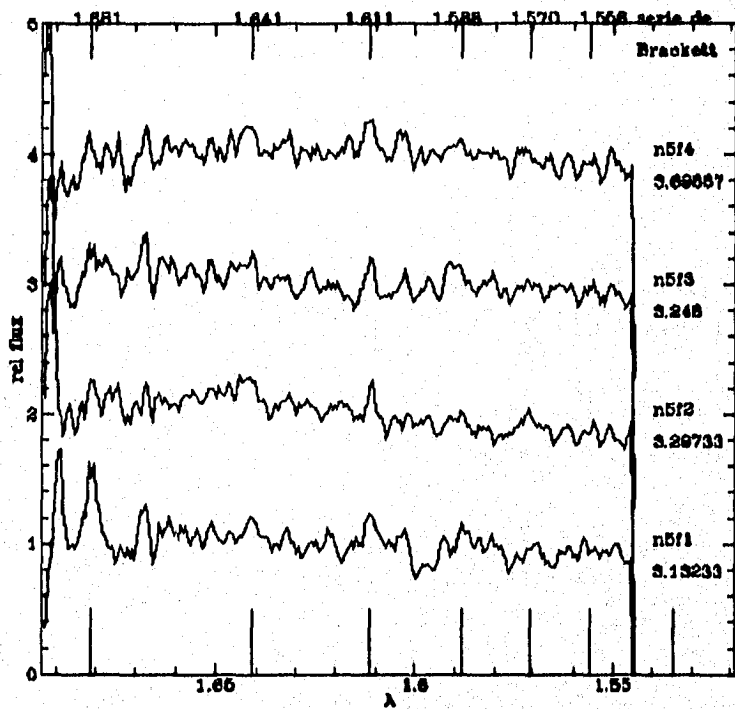
En la Figura 4.8 y 4.9 se muestran los espectros agrupados en las cuatro fases, para el caso de los períodos de 850 seg. y 894 seg. que son tiempos que proponen algunas referencias <sup>7</sup>, como posibles intervalos de variabilidad.

Los cuatro espectros mostrados en cada una de las figuras presentan ciertas variaciones. Por ejemplo, es notorio que las líneas de Brackett cercanas a  $1.610 \mu m$  y a  $1.681 \mu m$ , tienen una señal a ruido variable y en algunos casos desaparecen. Debido a que la estrella estudiada es un sistema binario, la variabilidad de líneas podría dar información relevante de la variabilidad estelar.



**Figura 4.8.** Espectros de la estrella binaria 2S0114+65, estos espectros están agrupados temporalmente con un período total de 894 seg., dividido en cuatro fases.

El análisis fino de los espectros filtrados trasciende a los objetivos del presente trabajo, sin embargo, creemos evidente que el poder discriminar estas variaciones en el espectro nos está infiriendo que efectivamente se está ganando en la calidad de información astronómica que se tiene con las imágenes filtradas y que el proceso empleado no deteriora la calidad de la imagen ni de la información contenida en ella.



**Figura 4.9.** Espectros de la binaria 2S0114, estos espectros están agrupados temporalmente con un período total de 850 seg., dividido en cuatro fases.

## Bibliografía

1. Pérez, E., González-Delgado, R., Tadhunter, C. and Tsvetanov, Z. The complex narrow-line region in NGC 4151. *Mon. Not. R. astr. Soc.* (1989), 241: Short communication, 31p-36p.
2. Terlevich, R., Sánchez Portal, M., Díaz, A.I., and Terlevich, E.. High-resolution surface photometry of the core of NGC 4151. *Mon. Not. R. astr. Soc.* (1991), 249: 36-45.
3. Booler, R.V., Pedlar, A. and Davies, R.D. High-resolution 1666-MHz observations of the nucleus of NGC 4151. *Mon. Not. R. astr. Soc.* (1982), 199: 229-237.
4. Finley, P., Belloni, T., and Cassinelli, J.P. Periodic Outburst in the peculiar X-ray Binary 2S0114+65. *Astronomy and Astrophysics.* 262,L25-L28 (1992).
5. Gonzalez, Rafael H. and Woods, Richard E. *Digital Image Processing.* Addison-Wesley Publishing Company, 1993.
6. Harrison, B., Pedlar, A. Unger, S.W., Burgess, P., Graham, D.A. and Preuss, E.. The parsec-scale structure of the radio nucleus of NGC 4151. *Mon. Not. R. astr. Soc.* (1986) 218: 775-784.
7. Wilson, A. and Ulvestad, J.S.. Radio structures of seyfert galaxies.IV. jets(?) in NGC1068 and NGC 4151. *The Astrophysical Journal*, (1982), 263: 576-594

## CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS

Se logró efectuar exitosamente la eliminación del ruido coherente en forma de bandeo en las imágenes astronómicas con tres de los métodos aplicados, el de Crippen, el de Butterworth y el Promedio.

El método propuesto por Crippen es un procedimiento simple que se aplica en el espacio imagen. Primero se determinan los períodos del bandeo en los dos ejes. Para el caso de las imágenes en las que se trabajó se obtuvo una mejor restauración cuando se tomaron los filtros con el doble del período, incluyendo el que se aplica para la eliminación de los artefactos. Con este método se pone una mascarilla donde se tienen contornos con grandes contrastes, tal y como lo propone Jones y Naugle. Aunque la eliminación del bandeo fue buena, en el análisis de la información se notó una pérdida ligeramente mayor de información, respecto a los otros dos filtros.

El filtrado por el método de Butterworth y el Supresor Promedio se efectúan en el espacio de Fourier, lo que implica realizar la transformada bidimensional en el espectro, determinar las frecuencias a filtrar, eliminarlas y regresar nuevamente al espacio imagen. Con el filtro Butterworth la imagen restaurada presenta una mayor presencia de artefactos, los cuales no logran deteriorar mucho la información, pero sí su claridad.

Dada la estructura tan clara del ruido de bandeo en el espectro de Fourier se desarrolló el filtro Supresor Promedio, adecuándolo precisamente a las imágenes astronómicas. El resultado fue satisfactorio, por ser un filtro más suave, no tan pronunciado, se afecta menos la información y la imagen presenta menos artefactos.

Para un futuro se pretende afinar los programas realizados para el filtro Supresor Promedio, de tal forma que se puedan detectar las frecuencias del bandeo en el espectro y eliminarlas tan automáticamente como sea posible, así como probar los programas de Crippen para imágenes con más objetos astronómicos en el mismo campo, ya que puede ser muy complicado el crear las mascarillas adecuadas para que

el filtro de resultados satisfactorios, lo que se ve necesario es la aplicación de estos métodos en mayor número de imágenes astronómicas, para determinar cuál de los filtros tiene un mejor rendimiento. Una vez probados los programas, se pretende que formen parte de alguna de las tareas de la paquetería de restauración de imágenes astronómicas.