30

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES

"CAMPUS ARAGON"

APUNTES DE LA MATERIA "MECANICA DE MATERIALES III"

T E S I S

Que para obtener el título de:

INGENIERO CIVIL

p r e s e n t a :

JOSE JUAN MARTINEZ MARTINEZ

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

Bosques de Aragón, Edo. de México. 1996

AGRADECIMIENTOS:

A MI ESPOSA: MARISOL....

A MIS HIJOS: LUIS GERARDO
JUAN CARLOS.....

A MIS PADRES Y HERMANOS.....

AL ING. ROMULO HERNANDEZ PEREZ

A MIS PROFESORES.....

Y A TODOS AQUELLOS QUE HICIERON POSIBLE MI FORMACION ACADEMICA Y A LA ELABORACION DE ESTE TRABAJO.

CONTENIDO

INTRODUCCION

El presente trabajo ha sido elaborado con el propósito de ser una guía para que el estudiante de la Materia de "Mecánica de Materiales III" reafirme sus conocimientos y dé respuetas a dudas e inquietudes.

Para tal efecto se han desarrollado los siguientes cuatro temas que conforman el programa de la asignatura.

El Primero trata de la estabilidad de elementos sujetos a compresión axial, al término del cual el alumno estará capacitado para dimensionar y revisar piezas esbeltas sometidas a dichas condiciones de trabajo.

En el Segundo se analiza la estabilidad de placas, para que el estudiante analice el comportamiento de placas planas con carga en su plano.

El tema tres cubre lo concerniente a la estabilidad de los elementos sujetos a flexión, cuyo fin es comprender el fenómeno de pandeo lateral en vigas; Así como dimensionar y revisar vigas no atiesadas.

Por último, se estudian los elementos esbeltos sujetos a flexocompresión, para que el alumno analice su comportamiento, los revise y dimensione; y todo lo relacionado con muros de contención

En cada tema se dan ejemplos de diseño y revisión, según sea el caso, Así mismo, al final de los apuntes se anexan las tablas y gráficas de donde se obtuvieron los datos para la solución de los mismos.

Cabe señalar que, el estudiante debe tener antecedentes de las materias Mécanica de Materiales I y II, para la comprensión de las fórmulas aqui manejadas, y el procedimiento seguido en los ejemplos citados.

TEMA I

ESTABILIDAD DE ELEMENTOS SUJETOS A COMPRESION AXIAL

OBJETIVO: AL TERMINO DEL MISMO ESTARA CAPACITADO PARA DIMENSIONAR PIEZAS ESBELTAS SOMETIDAS A COMPRESION AXIAL

I.1 ESTABILIDAD Y RELACION DE ESBELTEZ

GENERALIDADES

Una estructura en su totalidad y cada uno de sus miembros deberán ser estables. En el diseño deberán tomarse en cuenta los efectos significativos de las cargas que resultan de la deformación de la estructura o de los elementos individuales del sistema que soporta las cargas laterales, incluyendo los efectos sobre vigas, columnas, arriostramientos, conexiones y muros de cortante.

RELACIONES DE ESBELTEZ

La relación de esbeltez $kl/_r$ de los miembros comprimidos axialmente o flexocomprimidos se determina con la longitud efectiva Kl y el radio de giro correspondiente r. L es la longitud libre de la columna entre secciones soportadas lateralmente, y K es el factor de longitud efectiva. Debe tenerse cuidado de utilizar la relación de esbeltez máxima del miembro, ya que k, l y r ó cualquiera de esas cantidades, pueden tener varios valores diferentes en un mismo elemento, dependiendo del eje de las secciones transversales alrededor del que se presente el pandeo, de las condiciones en sus extremos y de la manera en que esté soportado lateralmente.

I.2 FACTOR DE LONGITUD EFECTIVA

En la determinación de la longitud efectiva K, deben considerarse las características generales de la estructura de la que forma parte el miembro que se esta diseñando, y tenerse en cuenta las condiciones de su sujeción en sus extremos.

Se consideran tres casos:

a) Miembros con extremos fijos linealmente.

   los efectos de esbeltez son ocasionados por las deformaciones del miembro en sus extremos. El factor de longitud efectiva K suele tomarse igual a 1.0, pero pueden emplearse valores menores si se justifican con un estudio adecuado que tenga en cuenta las restricciones angulares en los extremos.

Los puntales de contraventeo y las barras comprimidas y flexocomprimidas que forman parte de armaduras se encuentran en este caso.

b) Miembros en los que pueden despreciarse los efectos de esbeltez debidos a desplazamientos lineales de sus extremos.

Estos efectos pueden despreciarse en las columnas de entrepisos de marcos rígidos de cualquier altura que formen parte de estructuras regulares, cuando el desplazamiento horizontal relativo del nivel superior con respecto al inferior, dividido entre la altura total del entrepiso, no es mayor que 0.08 veces la relación entre la fuerza cortante en el entrepiso y el peso de la construcción por encima de él.

Las columnas de edificios regulares rigidizados lateralmente por medio de marcos contraventeados, muros, o una combinación de ambos; y la mayoría de las columnas de marcos rígidos de uno o dos pisos, aunque no tengan muros ni contravientos, suelen estar en este caso.

El factor de longitud efectiva K debe tomarse igual a 1.0

c) Miembros en los que no pueden despreciarse los efectos de esbeltez debidos a desplazamientos lineales de sus extremos.

Estos efectos no pueden despreciarse en las columnas de marcos rígidos que forman parte de estructuras regulares, cuando los desplazamientos exceden el límite indicado en b. Suelen estar en este caso las columnas de edificios cuya estabilidad lateral depende exclusivamente de la rigidez a la flexión de columnas y vigas unidas entre sí por medio de conexiones rígidas.

La relación de esbeltez $Kl/_r$ de miembros en compresión no excederá de 200

I.3 LA COLUMNA AISLADA

Una columna puede definirse como una pieza recta, sobre la que actúa una fuerza axial de compresión. Las columnas reales no están casi nunca aisladas, sino ligadas a otros elementos estructurales, de manera que su comportamiento depende, en gran parte, de la estructura en conjunto, tampoco están, en general, sometidas a compresión pura, pero un estudio de la columna aislada cargada axialmente constituye un antecedente necesario en la solución del problema, mucho mas complejo, de la columna como parte de una estructura reticular, por lo que en todos los códigos de construcción la columna aislada es la base del diseño de las piezas comprimidas y flexocomprimidas.

En muchos problemas de diseño estructural el equilibrio entre las fuerzas exteriores e interiores es estable para cualquier valor de las cargas, mientras no se presenten fracturas, de manera que pequeños aumentos en las magnitudes de esas cargas no ocasionan incrementos desproporcionados de las deformaciones; los cálculos pueden basarse en la forma y dimensiones iniciales de la estructura y es aplicable al principio de superposición de causas y efectos.

El diseño consiste, si se utilizan métodos elásticos, en dimensionar la estructura, de manera que los esfuerzos máximos no sobrepasen un cierto valor, generalmente un porcentaje del esfuerzo de fluencia.

No es éste el caso cuando el elemento estructural es una columna esbelta ya que el diseño no puede basarse entonces en el cálculo de esfuerzos; sino en la investigación del estado de equilibrio entre las cargas exteriores y la respuesta interna de la columna, el que eventualmente puede llegar a ser inestable, para valores quizá reducidos en los esfuerzos. La resistencia de una columna comprimida no depende de la magnitud de los esfuerzos, sino de las condiciones que originan el equilibrio inestable, caracterizado por incrementos muy grandes de las deformaciones correspondientes a pequeños aumentos de las cargas. (La característica fundamental del fenómeno de pandeo es, precisamente, la pérdida repentina de resistencia que acompaña a la aparición de fuertes deformaciones, independientemente de que los esfuerzos hayan o no llegado al punto de fluencia en el instante que comienza el pandeo; iniciado este, los desplazamientos laterales hacen que los esfuerzos crezcan rápidamente y se entre pronto en el intervalo inelástico, de manera que la falla se presenta siempre en este intervalo).

El empleo de aceros de alta resistencia y de otros materiales como el alumnio, así como la utilización de nuevas fórmulas constructivas, han hecho que las estructuras modernas estén generalmente formadas por elementos muy esbeltos, en los que los fenómenos de inestabilidad adquieren viva importancia fundamental que hace aumentar la trascendencia del problema de pandeo de columnas, que puede considerarse como la base para el estudio de todos los problemas de inestabilidad.

I.4 PANDEO POR FLEXION

1.4.1 Pandeo Elástico

Considérese una columna esbelta de sección transversal constante y doblemente simétrica, articulada en un extremo y con un apoyo guiado que permite rotaciones y desplazamientos lineales a lo largo de su eje; en el otro sujeta a la acción de fuerzas axiales de compresión P. supóngase además, que la columna es perfectamente recta, que el material del que está compuesta es homogéneo y elástico y que en las articulaciones no hay ninguna fricción, como se indica en la figura.

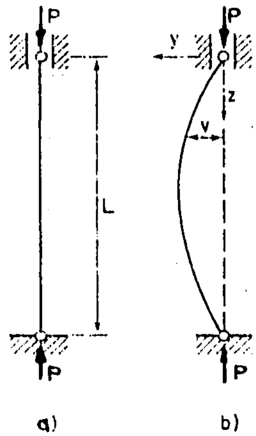


Figura 1) Columna esbelta doblemente articulada

En esas condiciones la forma recta corresponde a un estado de equilibrio entre las fuerzas exteriores e interiores, puesto que en cualquier sección transversal hay un conjunto de fuerzas interiores uniformemente distribuidas, cuya resultante tiene la misma intensidad y línea de acción que P.

En el inciso b) Se muestra la columna con una configuración ligeramente flexionada; en esas condiciones la fuerza exterior P, cuya línea de acción no pasa ya por los centros de gravedad de las secciones transversales, ocasiona momentos flexionantes de magnitud Pv que tiende a aumentar la curvatura del eje.

En cada una de las secciones transversales de la columna flexionada aparecen fuerzas interiores mecánicamente equivalentes a un par que se suponen con las uniformemente distribuidas iniciales, y tratan de hacerla volver a la forma recta original. El par interior $EI/_R$ que se origina en una sección cualquiera en función de la curvatura $1/_R$ del eje de la pieza en esa sección, o sea, de la magnitud de la deformación que se le impuso a la columna, pero no depende de la intensidad de la fuerza P que obra sobre ella

En cada sección transversal hay dos momentos, Uno exterior de intensidad Pv que es función de la geometría del eje deformado y de la fuerza P, y otro interior que depende exclusivamente de la configuración del eje de la pieza, de manera que al llevar esta a una posición flexionada infinitamente cercana a la recta original puede presentarse cualquiera de los tres casos siguientes; dependiendo de la magnitud de las fuerza exterior:

Si P es pequeña, $Pv < EI/_R$

Si P es grande, $Pv > EI/_R$

Para un cierto valor intermedio de P, $P_V = EI/_R$

En el primer caso el momento que trata que la columna regrese a la forma recta es de mayor intensidad que el que tiende a deformarla y al suprimir la fuerza lateral la pieza se endereza: el equilibrio es estable; en el segundo se invierte la relación entre los momentos, lo que indica que la curvatura del eje crece aun después de quitar la fuerza lateral, condición característica de un estado de equilibrio inestable; en el tercero los dos momentos son iguales, el equilibrio es indiferente y son posibles configuraciones equilibradas curvas de flecha indeterminada, pero siempre muy pequeña, además de la forma recta; la fuerza axial que ocasiona esta condición de equilibrio indiferente es la carga crítica P_{cr}.

Interesa, precisamente, el equilibrio indiferente, por que marca la terminación de un estado deseable y la iniciación de un fenómeno que debe evitarse siempre; la flexión espontanea o pandeo de la pieza.

De acuerdo con la discusión anterior, el pandeo de la piezas rectas cargadas axialmente no se debe a imperfecciones en la columna y en la aplicación de la carga, sino se verifica también cuando no hay ninguna imperfección, ya que al alcanzar la carga un valor crítico la forma recta de equilibrio se vuelve inestable. (Para que no se presente el fenómeno de pandeo es necesario que la columna sea inicialmente recta y la fuerza de compresión perfectamente axial, de manera que se mantenga recta en la primeras etapas, hasta que P alcance el valor crítico; si hay deformaciones iniciales o excentricidades en la aplicación de la carga la columna no se pandea, sino empieza a flexionarse desde un principio y llega eventualmente a un estado de equilibrio inestable, en forma gradual, a diferencia del pandeo, que es un fenómeno instantáneo).

Cuando la columna empieza a flexionarse bastan incrementos muy pequeños de la fuerza axial para que las deformaciones crezcan rápidamente con el consiguiente rápido aumento de los esfuerzos, que alcanzan bién pronto los valores de falla por lo que la iniciación del fenómeno de inestabilidad equivale a la desaparición completa de la resistencia, o sea, al colapso de la columna.

I.4.2 DETERMINACION DE LA CARGA CRITICA

Si la columna se pandea conservándose en uno de sus planos de simetría es fácil calcular la carga crítica. Por ejemplo: si la columna se flexiona en el plano YOZ (alrededor de los ejes X) se tiene $-Pv= EI_X/_R$, y si los desplazamientos de su eje son suficientemente pequeños, la curvatura $1/_R$ puede considerarse igual a

$$d^2v/dz^2= V'', \text{ se llega a}$$

$$EI_X\, v'' + Pv= 0 \text{ ------------------ } 1$$

Que es la ecuación de equilibrio de la columna ligeramente deformada. Su solución proporciona la carga que puede mantenerla en equilibrio en esas condiciones, es decir, la carga crítica de pandeo elástico o carga crítica de Euler:

$$Pcr_X = \frac{\pi^2\, EI_X}{L^2} \text{ ---------------------- } 2$$

Puesto que el pandeo se presenta siempre en el plano de menor resistencia a la flexión, si no hay restricciones exteriores que lo impidan, la ecuación anterior se puede escribir en una forma más general:

$$Pcr= \frac{\pi^2\, EIx}{L^2} \text{ ---------------------- } 3$$

Donde I es el momento de inercia mínimo de la sección transversal constante de la columna.

La carga crítica de Euler marca el punto en que la columna elástica perfecta se vuelve inestable.

I.4.3 ESFUERZO CRITICO

Dividiendo los dos miembros de la ecuación 3 entre el área A de la sección transversal, teniendo en cuenta que Pcr/A es el esfuerzo correspondiente a la iniciación del pandeo, sustituyendo el momento de inercia I por su valor en función del área y del radio de giro r, y simplificando, se obtiene la expresión:

$$\sigma cr= \frac{\pi^2 E}{(L/r)^2} \quad \text{-------------------------} \quad 4$$

En la Que σcr es el esfuerzo crítico de Euler para pandeo elástico; el cociente L/r recibe el nombre de relación de esbeltez de la columna.

La fórmula de Euler puede utilizarse para calcular la carga o el esfuerzo crítico de pandeo de columnas con otras condiciones de apoyo, por lo que es conveniente escribirla en la forma general siguiente:

$$Pcr= \frac{\pi^2 EIx}{(KL)^2} \quad \text{------------------} \quad 5$$

ó

$$\sigma cr= \frac{\pi^2 E}{(Kl/r)^2} \quad \text{-------------------} \quad 6$$

En estas expresiones Kl es la longitud efectiva de la columna. En la tabla 1.a se dan los valores de K para varias condiciones de apoyo idealizadas.

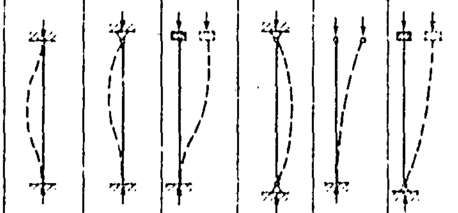
	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)
La línea punteada indica la forma de la columna pandeada						
Valor teórico de K	0.5	0.7	1.0	1.0	2.0	2.0
Valores del diseño recomendados cuando se tienen condiciones cercanas a las ideales	0.65	0.80	1.2	1.0	2.1	2.0
Condiciones en los extremos	Rotación impedida y traslación impedida Rotación libre y traslación impedida Rotación impedida y traslación libre Rotación libre y traslación libre					

Tabla 1.a : valores del coeficiente k para columnas aisladas con diversas condiciones de apoyo

I.4.4 PANDEO INELASTICO

La obtención de la fórmula de Euler, que permite calcular la carga crítica de piezas rectas comprimidas axialmente está basada en la suposición fundamental de que la pieza se comporta elásticamente hasta la iniciación del pandeo, como lo demuestra el que en la ecuación básica de equilibrio aparezca el módulo de elasticidad E, que se conserva en la fórmula final; como una consecuencia, la ecuación 3 no es aplicable a columnas cortas o de longitud intermedia en las que se alcanza el límite de proporcionalidad antes que el esfuerzo crítico de pandeo elástico.

La fórmula $\sigma cr = \pi^2 E/(L/r)^2$ es válida únicamente para el intervalo de valores de la relación de esbeltez a los que corresponden esfuerzos críticos no mayores que el límite de proporcionalidad:

($\sigma cr \leq \sigma cp$), de manera que es aplicable hasta que:

$$\sigma cr = \frac{\pi^2 E}{(L/r)^2} = \sigma cp$$

Despejando L/r, se obtiene:

$$\frac{L}{r} = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma cp}} \quad \text{-------------------} \quad 7$$

σcp es el esfuerzo correspondiente al límite de proporciónalidad.

La ecuación 7 permite calcular la relación de esbeltez mínima para la que es aplicable la fórmula de Euler, la que deja de serlo para esbelteces menores, puesto que para ellas $\sigma cr > \sigma cp$, el límite de proporcionalidad se sobrepasa antes de iniciarse el pandeo y este se presenta en el intervalo inelástico.

I.5 Fórmulas de diseño y revisión con acero

El esfuerzo crítico de una columna cargada axialmente está dado por

a) Pandeo elástico

$$\sigma cr = \frac{\pi^2 E}{(L/r)^2} \quad \text{--------------------} \quad 4$$

b) Pandeo inelástico

$$\sigma cr = \sigma y - \frac{\sigma cr}{\pi^2 E} (\sigma y - \sigma cr)(L/r)^2 \quad \text{--------} \quad 8$$

En perfiles I o H laminados, se obtienen buenos resultados sustituyendo en la ecuación (8) a σcr por $\sigma y/2$, con lo que se llega a la fórmula básica propuesta por el CRC para diseño de columnas que se pandean en el intervalo inelástico:

$$\sigma cr = \sigma y - \frac{\sigma y^2}{4\pi^2 E}(L/r)^2 \quad \text{---------------} \quad 9$$

La ecuación (4) es aplicable siempre que

$$\sigma cr = \frac{\pi^2 E}{(L/r)^2} \leq \sigma cp \quad \therefore \quad \frac{L}{r} > \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma cp}}$$

Pero se ha supuesto de $\sigma cr = \sigma y/2$, luego $\sigma cp = \sigma y - \sigma cr = \sigma y/2$, de manera que la ecuación (4) es aplicable a columnas de relación de esbeltez mayor que:

$$\frac{L}{r} = \sqrt{\frac{2\pi^2 E}{\sigma y}} = Cc \text{ -----------------} 10$$

Donde Cc = coeficiente de columna y depende de las características del material.

La ecuación (9) puede escribirse en la forma siguiente

$$\sigma cr = \sigma y \left(1 - \frac{\sigma y}{4\pi^2 E} (1/r)^2\right) = \sigma y \left(1 - \frac{(L/r)^2}{2 \frac{2\pi^2 E}{\sigma y}}\right)$$

$$= \sigma y \left(1 - \frac{(L/r)^2}{2Cc^2}\right) \text{-------} 11$$

Resumiendo:

Para $\frac{L}{r} \geq Cc$ (Pandeo elástico)

$$\sigma cr = \frac{\pi^2 E}{(L/r)^2} \text{ -------------} 4$$

Para $\frac{L}{r} < Cc$ (Pandeo inelástico):

$$\sigma cr = \sigma y \left(1 - \frac{(L/r)^2}{2Cc^2}\right) \text{---------} 11$$

I.5.1 ELECCION DEL COEFICIENTE DE SEGURIDAD

Hasta 1961 las fórmulas recomendadas por el Instituto Americano de la Construcción de Acero (AISC) estaban basadas en coeficientes de seguridad constante, independiente de la relación de esbeltez, pero ese punto de vista se modificó en la relación de las especificaciones efectuadas en 1961, en la que se produjo un coeficiente variable, que se ha mantenido hasta la fecha; en la actualidad, en el caso de columnas muy cortas y con perfiles compactos, no susceptibles de falla por pandeo local, el AISC recomienda un coeficiente de seguridad igual al de piezas en tensión, pues el endurecimiento por deformación ocaciona un aumento de resistencia arriba de la correspondiente al esfuerzo de fluencia; en columnas largas, que fallan por pandeo elástico, el factor de seguridad se conserva sensiblemente igual al de especificaciones anteriores, y entre estos dos límites se obtiene una transición suave definiéndolo por medio de la expresión:

C.S. = Coeficiente de seguridad

$$=(5/3) + \frac{3\,(L/r)}{8\ Cc} - \frac{(L/r)^3}{8\ Cc^3} \quad \text{----------------} \quad 12$$

De acuerdo con esta ecuación, el coeficiente de seguridad C.S. Vale 1.67 para $L/r = 0$ y 1.92 cuando $l/r = Cc$; para relaciones de esbeltez mayores dentro de la zona elástica, se conserva constante el 1.92

I.5.2 Determinación de los esfuerzos permisibles

Llevando los valores anteriores a las ecuaciones (4) y (11) y sustituyendo en ellas la longitud real L de la columna doblemente articulada por la efectiva KL, se obtienen las expresiones siguientes para el cálculo de los esfuerzos de trabajo de piezas rectas cargadas axialmente:

Para $Kl/r > Cc$ (Pandeo elástico):

$$\sigma_P = \frac{\pi^2 E}{1.92\,(Kl/r)^2} = \frac{10'476,000}{(Kl/r)^2} \quad Kg/cm^2$$

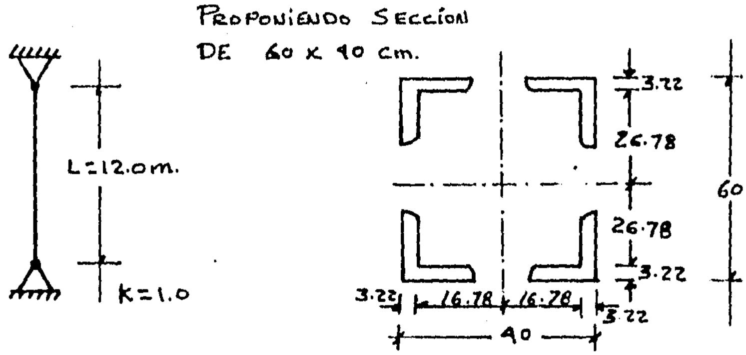
Para $Kl/r \leqslant Cc$ (Pandeo inelástico)

$$\sigma_P = \frac{\left[1 - \frac{(KL/r)^2}{2\ Cc^2}\right]\sigma_y}{C.S.} \quad \text{--------------------} 13$$

Al calcular el coeficiente de seguridad por medio de la ecuación (12) es necesario introducir también en ella la longitud efectiva KL.

Ejemplo I.1

Determinar la carga que puede soportar un elemento cuyas dimensiones son 4 ángulos de 4" x 3/4", y una longitud de 12.0 m, libre en sus extremos. El acero es A36



Todos los datos son obtenidos de tablas manualde construcción en acero Vol. I

$A = 35.10\ cm^2$
$Ix = Iy = 318.80\ cm^2$
$\bar{X} = \bar{Y} = 3.22\ cm$
$r = 3.02\ cm$

Cálculo de los momentos de inercia

$$
\begin{aligned}
Ixx &= Ix + Ady^2 \\
&= 4\ [318.80 + 35.10\ (26.78)^2] \\
&= 101,965.6\ cm^4
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
Iyy &= Iy + Adx^2 \\
&= 4\ [318.80 + 35.10\ (16.78)^2] \\
&= 40,807.4\ cm^4
\end{aligned}
$$

Cálculo del radio de giro

$$r^2 = I/A$$

$$rx = \sqrt{Ix/A} = \sqrt{\frac{101,965}{4 \times 35.10}} = 26.95\ cm^2$$

$$ry = \sqrt{Iy/A} = \sqrt{\frac{40,807.4}{4 \times 35.10}} = 17.05\ cm^2$$

Cálculo de la relación de esbeltez

$$\frac{KL}{r_x} = \frac{1.00 \text{ X } 1200}{26.95} = 44.5$$

$$\frac{Kl}{r_y} = \frac{1.00 \text{ X } 1200}{17.05} = 70.38$$

De tablas (libro estructuras de acero, de Buèn y López de Heredia)

$$\frac{KL}{r_x} = 44.5 \longrightarrow fa = 1323 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\frac{KL}{r_y} = 70.38 \longrightarrow fa = 1157 \text{ Kg/cm}^2$$

Cálculo del Cc

$$Cc = \sqrt{\frac{2\pi^2 E}{fy}} = \sqrt{\frac{2 \times 3.14^2 \times 2'039,000}{2530}} = 126.0$$

Como $\frac{KL}{r} < Cc$ → La columna se pandea en el rango inelástico

$$fa = \frac{\left[1 - \frac{\frac{KL}{r}^2}{2Cc^2}\right] fy}{C.S.}$$

$$C.S. = \frac{5}{3} + \frac{3(70.38)}{8 \times 126} - \frac{(70.38)^3}{8\ (126)^3} = 1.9$$

$$Fa = \frac{\left[1 - \frac{(70.38)^2}{2\ (126)^2}\right] 2530}{1.9} = 1123.85 \text{ Kg/cm}^2$$

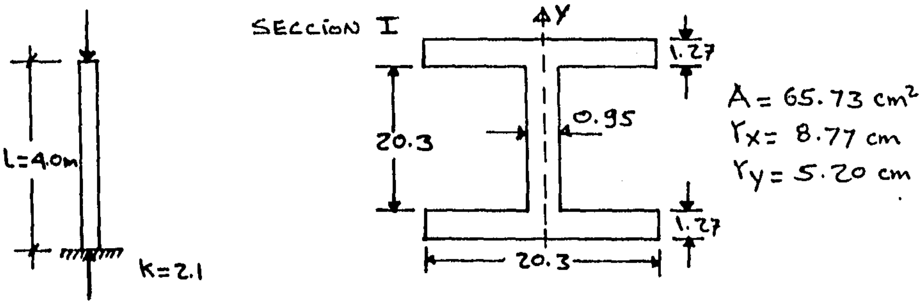
P = A. Fa

P = 4 x 35.10 x 1123.85 = 157,788 Kg

La capacidad de carga de la columna es de 157.788 ton.

Ejemplo I.2

Determinar la capacidad de carga de trabajo de la siguiente columna el acero es A36.



Puesto que $r_y < r_x$ y la longitud libre es la misma en las dos direcciones el pandeo se presenta siempre alrededor del eje y.

La relación de esbeltez que separa el pandeo elástico del inelástico es:

$$Cc = \sqrt{2\pi^2 E/\sigma y} = \sqrt{(2 \times 3.14^2 \times 2'039,000) / 2530}$$

$$= 126$$

$$\frac{KL}{rx} = \frac{2.1 \times 400}{8.77} = 95.78 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\frac{KL}{ry} = \frac{2.1 \times 400}{5.20} = 161.53 \text{ Kg/cm}^2$$

como KL/ry > Cc $\longrightarrow$ La columna se pandea en el intervalo elástico

$\therefore$ C.S. = 1.92

$$\sigma p = \frac{\pi^2 E}{1.92 \, (KL/r)^2} = \frac{10'476,000}{(KL/r)^2} = \frac{10'476,000}{(161.53)^2}$$

$$\sigma p = 401.5 \text{ Kg/cm}^2$$

Capacidad de carga de trabajo

$$P_T = AF_a = 65.73 \text{ X } 401.5 \text{ Kg/cm}^2 = 26,390.6 \text{ kg}$$

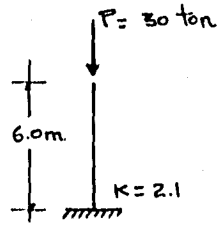
$$P_T = 26.40 \text{ Ton.}$$

Ejemplo I.3

DISEÑO

Determinar las dimensiones de la columna, considerando acero A36, sujeta a una fuerza de compresión de 30 ton.

Para dimensionar se recomienda considerar



$$KL/r = 100$$

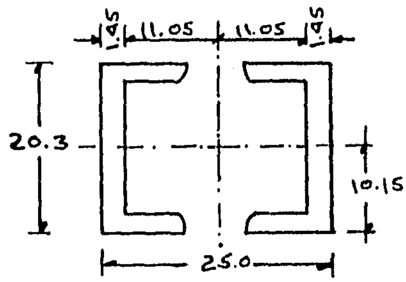
$$r = \frac{KL}{100} = \frac{2.1 \text{ X } 600}{100} = 12.6 \text{ cm.}$$

y $\quad b = 2r + 2x = 2 \times 12.6 + 2 \times 1.5 = 25$ cm.

Proponiendo canales de 8" (liviano) = 20.3 cm.

(De tablas manual de construcción en acero pag. 53)

$A = 21.68 \text{ cm}^2$
$Ix = 1344.4 \text{ cm}^4$
$rx = 7.87 \text{ cm}$
$S = 132.3 \text{ cm}^3$
$Iy = 54.11 \text{ cm}^4$
$ry = 1.6 \text{ cm}$
$S = 12.95 \text{ cm}^3$



Cálculo del momento de inercia:

$$Ixx = Ix + Ady^2 = 2[1344.4 + 21.68\,(0)^2] = 2688.8 \text{ cm}^4$$

$$Iyy = Iy + Adx^2 = 2\,[54.11 + 21.68\,(11.05)^2] = 5402.6 \text{ cm}^4$$

Radio de giro:

$$rx = \sqrt{\frac{Ixx}{A}} = \sqrt{\frac{2688.8}{2(21.68)}} = 7.87 \text{ cm.}$$

$$ry = \sqrt{\frac{Iyy}{A}} = \sqrt{\frac{5402.6}{2(21.68)}} = 11.16 \text{ cm}$$

RELACION DE ESBELTEZ

De tablas:

$\frac{KL}{rx} = \frac{2.1 \times 600}{7.87} = 1600 \longrightarrow$ fa= 410 Kg/cm^2

$\frac{KL}{ry} = \frac{2.1 \times 600}{11.16} = 113.0 \longrightarrow$ fa= 792 kg/cm^2

COEFICIENTE DE COLUMNA

$$Cc = \sqrt{\frac{2\pi^2 E}{Fy}} = \sqrt{\frac{2 \times 3.14^2 \times 2'\,039,000}{2530}} = 126$$

$\frac{KL}{rx} > Cc \rightarrow$ La columna se pandea en el intervalo elástico.

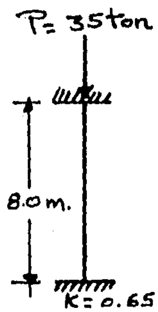
$$fa = \frac{\pi^2 E}{1.92 \left(\frac{KL}{r}\right)^2} = \frac{3.1416^2 \times 2'039,000}{1.92(160)^2} = 409.2\ Kg/cm^2$$

σp= A Fa = 2(21.68) x 409.2 = 17.743 Kg

p= 17.7 ton.

Ejemplo I.4

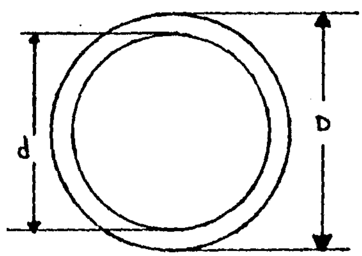
DISEÑO



Diseñar con tubo
Proponiendo tubo Ø 6" (Diámetro nominal)

Datos: Pag. 102 Manual de construcción en acero vol. I

Ø ext. = 16.8 cm
Ø int. = 15.4 cm
esp. = 0.663 cm
I = 1171.63 cm^4
A = 36 cm^2
r = 5.70 cm
S = 139.25 cm^3



E= 2'039,000 kg/cm^2
fy= 2530 kg/cm^2
K= 0.65

Relación de Esbeltez

$$KL/r = \frac{0.65 \times 800}{5.70} = 91.23$$

$$Cc = \sqrt{\frac{2\pi^2 E}{Fy}} = \sqrt{\frac{2 \times 3.14^2 \times 2'039,000}{2530}} = 126.0$$

$KL/r \leq Cc \longrightarrow$ La columna se pandea en el rango inelástico

$$fa = \frac{\left[1 - \frac{(KL/r)^2}{2Cc^2}\right] Fy}{C.S.}$$

$$C.S. = 5/3 + \frac{3\ (KL/r)}{8Cc} - \frac{(KL/r)^3}{8\ Cc^3}$$

$$C.S. = 5/3 + \frac{3(91.23)}{8\ (126)} - \frac{(91.23)^3}{8\ (126)^3} = 1.89$$

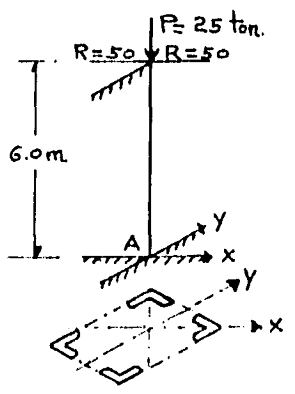
$$fa = \frac{\left[1 - \frac{(91.23)^2}{2\ (126)^2}\right] 2530}{1.89} = 987.7\ Kg/cm^2$$

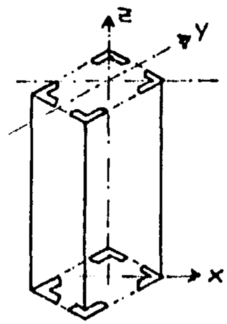
σp = FaA = 987.7 x 36 = 35557.2 Kg.

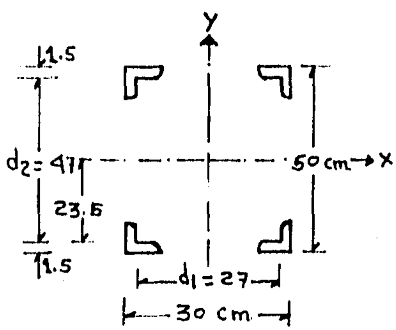
σp = 35.55 Ton. Bién!

EJEMPLO I.5

Diseñar la siguiente columna sujeta a una compresión axial de 25 Ton. formada por 4 Angulos Unidos con Diagonales. La Estructura puede desplazarse lateralmente. El Acero es A36







DATOS:

L_S 2'' x 1/4''
A= 6.06 cm^2
Ix = Iy= 14.57 cm^2
rx= ry = 1.55 cm
r min= 0.99 cm
$\bar{x} = \bar{y}$= 1.5 cm

Cálculo del radio de giro

Simplificando el cálculo se puede considerar lo siguiente:

$r = \sqrt{\frac{I}{A}}$; $I = Io + A\left(\frac{d}{2}\right)^2$ Si Io = despreciable

$I = A\left(\frac{d}{2}\right)^2$; $r = \sqrt{\frac{A\,(d/2)^2}{A}} = \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2} = \frac{d}{2}$

r =d/2

$rx = \frac{47}{2} = \frac{d_2}{2} = 23.5$ cm

$ry = \frac{d_1}{2} = \frac{27}{2} = 13.5$ cm

Solución:

$r = \frac{F}{A}$; $A = \frac{C}{Fa}$

Proponiendo fa= 1000 Kg/cm

$A = \frac{25000}{1000} = 25\ cm^2$

A por Ángulo = 25/4= 6.25 cm^2

Se proponen 4 Ls de 2'' x 1/4''

Cálculo del momento de Inercia

Teorema de los ejes Paralelos

$Ixx = Ix + A\,\frac{d^2}{2}$

$Ixx = 4\,[14.57 + 6.06\left(\frac{47}{2}\right)^2] = 13445 cm^4$

$Iyy = 4\,[14.57 + 6.06\left(\frac{27}{2}\right)^2] = 4476 cm^4$

Cálculo del radio de giro:

$$rx = \sqrt{\frac{Ix}{A}} = \sqrt{\frac{13445}{4 \times 6.06}} = 23.5 \text{ cm}$$

$$ry = \sqrt{\frac{Iy}{A}} = \sqrt{\frac{4476}{4 \times 6.06}} = 13.5 \text{ cm}$$

Cálculo de las Rigideces:

$$Rx = \frac{Ix}{L} = \frac{13445}{600} = 22.4$$

$$Ry = \frac{Iy}{L} = \frac{4476}{600} = 7.46$$

Cálculo de los factores de longitud efectiva K.

Plano X - X

GA= 1.0 Por estar empotrada

$$GB = \frac{\sum\left(\frac{EI}{L}\right) \text{col.}}{\sum\left(\frac{EI}{L}\right) \text{Trabes}} = \frac{7.46}{50+50} = 0.075$$

Del monograma de desplazamientos no impedidos

Ky= 1.18

$$\frac{KyL}{ry} = \frac{1.18 \times 600}{13.5} = 52.44 \longrightarrow Fa = 1274 \text{ Kg/cm}^2$$

Plano Y - Y

Ga= 1.0 Por empotramiento

$$GB = \frac{\sum\left(\frac{EI}{L}\right) \text{col.}}{\sum\left(\frac{EI}{L}\right) \text{Trabes}} = \frac{22.4}{10} = 2.24$$

Del Monograma de desplazamientos no impedidos

Kx= 1.48

$$\frac{KxL}{rx} = \frac{1.48 \times 600}{23.5} = 37.78 \longrightarrow Fa = 1362 \text{ kg/cm}^2$$

Por lo tanto Rige:

$$\frac{KyL}{ry} = \frac{1.18 \times 600}{13.5} = 52.44 \longrightarrow Fa= 1274\ kg/cm^2$$

$$P= Fa\ A = 1274 kg/cm^2 \times 4Ls \times 6.06\ cm^2/Ls = 30.88\ ton.$$

$30.88 > 25$ ton. Se acepta la sección!

Por Fórmulas, y tomando el más crítico. Plano X - X

$Ky= 1.18$

$$\frac{Kyl}{ry} = \frac{1.18 \times 600}{13.5} = 52.44$$

$$Cc= \sqrt{\frac{2\pi^2 E}{fy}} = \sqrt{\frac{2(3.14)^2 \times 2'039,000}{2530}} = 126.0$$

$$\frac{Ky}{ry} < Cc \longrightarrow \text{Rango Elástico}$$

$$fa = \frac{\left[1- \frac{(KL/r)^2}{2Cc^2}\right] Fy}{F.S.}$$

$$F.S= \frac{5}{3} + \frac{3\ (KL/r)}{8Cc} - \frac{(KL/r)^3}{8Cc^3}$$

$$F.S.= 1.67 +\frac{3(52.44)}{8x126} - \frac{(52.44)^3}{8x126^3} =1.67 + 0.156 - 0.009=1.82$$

$$fa = \frac{\left[1 - \frac{(52.44)^2}{2x126^2}\right] 2530}{1.82} = \frac{(0.9134)\ (2530)}{1.82} = 1270\ kg/cm^2$$

Por lo tanto:

Carga Admisible:

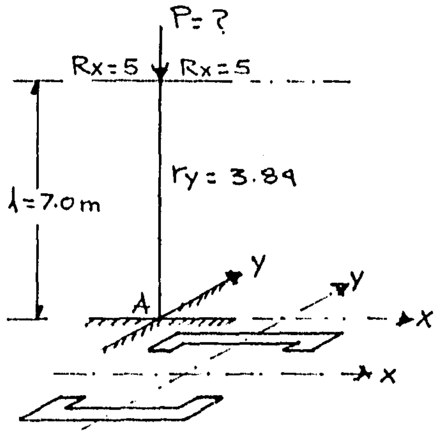
$$P= Fa\ A= 1270 \times 6.06 \times 4_{LS} = 30785\ kg \approx 30.8\ ton.$$

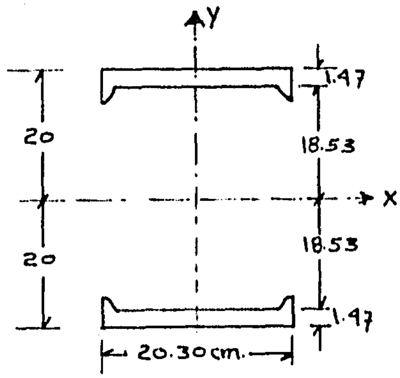
30.80 Ton. > 25 Ton. ⟶ Se acepta la sección. !

(Obtenida la carga Admisible se diseñan las diagonales.)

Ejemplo I.6

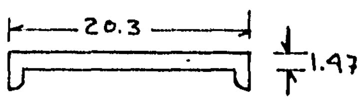
Calcular la capacidad Máxima a compresión de la columna compuesta por 2 canales y unidas con diagonales; la Estructura no está restringida a Desplazamientos Laterales. El Acero es A36.





DATOS:

[- 8'' liv.
A= 21.61 cm^2
$\overline{X}$=$\overline{Y}$= 1.47 cm
Ix= 55.4 cm^4
Iy= 1344.5 cm^4



Cálculo del momento de Inercia.

$$I_{xx}= I_x + Ady^2 = 2\ [55.4 + 21.61\ (18.53)^2] = 14950\ cm^4$$

$$I_{yy}= I_y + Adx^2 = 2\ [1344.5 + 21.61\ (0^2)] = 2689\ cm^4$$

cálculo del radio de giro.

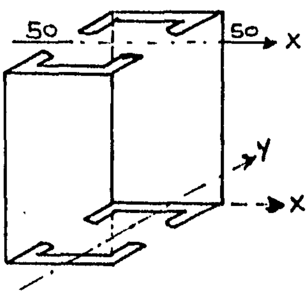
$$r_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}} = \sqrt{\frac{14950}{2 \times 21.61}} = 18.60\ cm.$$

$$r_y = \sqrt{\frac{I_y=}{A}} \sqrt{\frac{2689}{43.22}} = 7.89\ cm.$$

Cálculo de las rigideces.

$$R_y= \frac{I_y}{L} = \frac{2689}{700} = 3.84$$

$$R_x= \frac{I_x}{L} = \frac{14950}{700} = 21.36 \longrightarrow$$ Nota: No existe Rigidez por estar libre.



Cálculo de los factores de longitud efectiva.

Plano X - X

GA = 1.0 Por estar empotrada

$$GB = \frac{\sum\left(\frac{EI}{L}\right)col.}{\sum\left(\frac{EI}{L}\right)Trabes} = \frac{3.84}{5+5} = 0.384$$

Del Diagrama De Desplazamiento no impedidos.

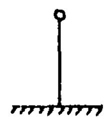
Ky= 1.22

Plano Y - Y

GA= 1.0 Por empotramiento

$$GB = \frac{\sum\left(\frac{EI}{L}\right)col.}{\sum\left(\frac{EI}{L}\right)trabes} = \frac{21.36}{0+0} = 0$$

Por lo tanto Kx = 2.1 Por ---------------



Cálculo de la relación de esbeltez.

$$\left.\begin{array}{l} \frac{Kxl}{rx} = \frac{2.1 \times 700}{18.60} = 79.03 \longrightarrow F_a = 1086 \text{ kg/Cm}^2 \\ \frac{Kyl}{ry} = \frac{1.22 \times 700}{7.89} = 108.24 \longrightarrow F_a = 840 \text{ kg/Cm}^2 \end{array}\right\} \text{Se toma la más Desfavorable}$$

De Fórmula:

$$Cc = \sqrt{\frac{2\pi^2 E}{fy}} = \sqrt{\frac{2 \times 3.14^2 \times 2'039,000}{2530}} = 126.0$$

$$\frac{Kyl}{ry} < Cc \longrightarrow \text{Rango Inelástico}$$

$$Fa = \frac{\left[1 - \frac{(Kl/r)^2}{2Cc^2}\right] fy}{F.S.} = \frac{\left[1 - \frac{(108.24)^2}{2(126)^2}\right]}{\frac{5}{3} + \frac{3(Kl/r)}{8Cc} - \frac{(Kl/r)^3}{8Cc^3}} 2530 = 840 \text{ Kg/cm}^2$$

$F_a = 840$ Kg/cm^2

Capacidad Admisible.

$$P = F_a A = 840 \times 2 \times 21.61 = 36305 \text{ kg} = 36.3 \text{ Ton.}$$

I.6 DISEÑO Y REVISION CON MADERA

I.6.1 ANTECEDENTES:

La madera es notable por su belleza, posibilidades de uso, resistencia, durabilidad y por la facilidad con que se trabaja. Posee una alta relación resistencia-peso, es flexible, conserva sus ventajas a bajas temperaturas, resiste sobrecargas considerables por tiempos cortos. Tiene baja conductibilidad eléctrica y térmica, resiste la acción de muchos productos químicos muy corrosivos en otros materiales de Construcción y pocos materiales cuestan menos por unidad de peso que la madera.

Tiene tres direcciones principales: longitudinal, radial y tangencial. (La carga en dirección longitudinal se considera paralela a la fibra, mientras que la transversal normal a la fibra). En la dirección paralela a las fibras la madera posee una alta resistencia y rigidez; en la normal la resistencia es mucho menor (cuando está en tensión, la madera, sometida a esfuerzo paralelo a las fibras es de 25 a 40 veces más fuerte que cuando se somete a esfuerzos normales a las fibras. Al trabajar en compresión la madera con carga paralela a las fibras es de 6 a 10 veces mas fuerte que cuando la carga es perpendicular). Además, un elemento de madera tiene tres módulos de elasticidad con una relación del mayor al menor de hasta 150:1.

Presenta cambios en sus dimensiones por causas diferentes a la mayor parte de los otros materiales estructurales: por ejemplo, la expansión térmica de la madera es tan pequeña que no tiene importancia práctica, sin embargo sufre cambios importantes de volumen por ganancia o pérdida de humedad. Esta puede causar variaciones en volumen por dilatación o contracción en las tres direcciones, del 6 al 16% tangencialmente, y del 3 al 7% radialmente, pero solo del 0.1 al 0.3% en sentido longitudinal.

Las pruebas para determinar las propiedades promedio de resistencia de una especie pueden aplicarse desde cualquiera de estos dos puntos de vista:

1.- Pruebas con especímenes de gran tamaño con defectos. Prácticamente todo uso estructural incluye elementos de éste tipo.
2.- Pruebas con especímenes pequeños y limpios para obtener datos básicos. Pueden aplicarse factores que permitan medir la influencia de diferentes

características para establecer la resistencia de los elementos estructurales.

Las pruebas con el primer punto de vista tienen la ventaja de que los resultados pueden aplicarse solo a la combinación particular de características que existen en los especímenes de prueba. La determinación de la resistencia correspondiente a otras combinaciones requiere pruebas adicionales; así se requeriría un programa de pruebas interminable. El segundo punto de vista permite establecer propiedades fundamentales de resistencia para cada especie y reglas generales para cubrir las condiciones específicas en cada caso particular.

Este segundo punto de vista ha sido generalmente aceptado. Cuando una especie ha sido investigada adecuadamente bajo este concepto no se requieren mas pruebas, a menos de que surjan nuevas condiciones.

I.6.2 DEDUCCION DE FORMULAS PARA DISEÑO Y REVISION DE ELEMENTOS DE MADERA.

Deducción de la fórmula

$$P_{crít} = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2}$$

$$\sigma_{crít} = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2 A}$$

$$\sigma_{crít} = \frac{\pi^2 E}{(KI/r)^2}$$

$$I = \frac{bd^3}{12}$$

$$A = b.d$$

$$r^2 = \frac{I}{A}$$

$$r = \sqrt{\frac{Ix}{A}}$$

$$r = \sqrt{\frac{\frac{db^3}{12}}{bd}}$$

Introduciendo el factor de seguridad F.S. de la madera

F.S.= 2.75

$$fcd = \frac{\pi^2 E}{F.S.(12)(KL/b)^2}$$

$$fcd = \frac{\pi^2 E}{2.75x12\left(\frac{KL}{b}\right)^2}$$

$$fcd = \frac{\pi^2 E}{33\left(\frac{KL}{b}\right)^2}$$

$$fcd = \frac{0.30\ E}{\left(\frac{KL}{b}\right)^2}$$

Haciendo:

fcp = fcd

$$fcd = \frac{0.30\ E}{\left(\frac{kl}{b}\right)^2}$$

$$r = \sqrt{\frac{db^3}{12bd}}$$

$$r = \sqrt{\frac{b^3}{12b}}$$

$$r = \sqrt{\frac{b^2}{12}}$$

$$r^2 = \frac{b^2}{12}$$

$$\left(\frac{KL}{b}\right)^2 = \frac{0.30\ E}{fcp}$$

$$\frac{KL}{b} = \sqrt{\frac{0.30\ E}{fcp}}$$

$$Cc = \sqrt{\frac{0.30\ E}{fcp}}$$

Entonces:

$$fcrít. = \frac{\pi^2 E}{\frac{(KL)^2}{r^2}}$$

$$fcrít. = \frac{\pi^2 E}{12\left(\frac{KL}{b}\right)^2}$$

Si $\frac{KL}{b} \leq Cc$ se diseña como elemento corto

Si $\frac{KL}{b} > Cc$ se diseña como elemento largo

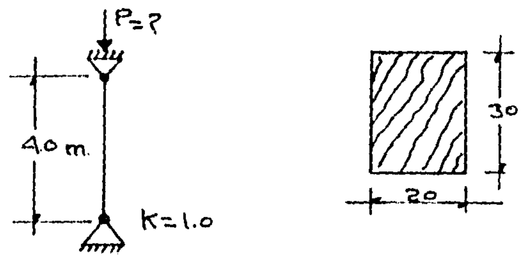
De las fórmulas anteriores

fcrít. = esfuerzo crítico
fcd = esfuerzo de diseño a compresión
fcp = esfuerzo permisible a compresión

Ejemplo I.7

REVISION

Determinar la capacidad de carga de la siguiente columna.



Datos

E_m = 100,000 Kg/cm^2
fcp = 70 Kg/cm^2
K = 1.0
L = 4.0 mts
b = 20 cm
d = 30 cm
A = 20 x 30 = 60 cm^2

Solución

Relación de esbeltez

$$\frac{KL}{bx} = \frac{1.00 \text{ X } 400}{20} = 20$$

$$\frac{KL}{bz} = \frac{1.00 \text{ X } 400}{30} = 13.33$$

Cálculo del esfuerzo de diseño

$$fcd = \frac{0.30\ E}{\left(\frac{kl}{b}\right)^2} = \frac{0.30 \times 100{,}000}{20^2}$$

$$= 75 kg/cm^2$$

Coeficiente de columna

$$Cc = \sqrt{\frac{0.30\ E}{fcp}} = \sqrt{\frac{0.30 \times 100{,}000}{70}}$$

$$= 20.7$$

$$\frac{KL}{b} \geq 20.7$$

$$20 = 20.7$$

fcp < fcd

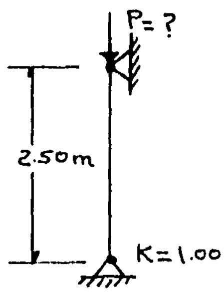
P= fcp A= 70 x 600
= 42,000 Kg.

P= 42.0 ton.

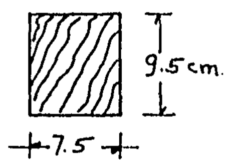
Ejemplo I.8

Revisión

Determinar la capacidad de carga



Sección



Datos:

Em = 100,000 Kg/cm²
fcp = 70 Kg/cm²
K = 1.00
L = 2.50 m
b = 7.5 cm
d = 9.5 cm

Solución:

$$\frac{KL}{bx} = \frac{1.00 \times 250}{7} = 33.33$$

$$\frac{KL}{bz} = \frac{1.00 \times 250}{9.5} = 26.3$$

$$Cc = \sqrt{\frac{0.30 \times 100{,}000}{70}} = 20.7$$

$$\frac{KL}{b} > Cc$$

$$33.33 > 20.7$$

$$fcd = \frac{0.30\ E}{\left(\frac{kl}{b}\right)^2}$$

$$= \frac{0.30 \times 100{,}000}{(33.33)^2}$$

fcd= 27kg/cm^2

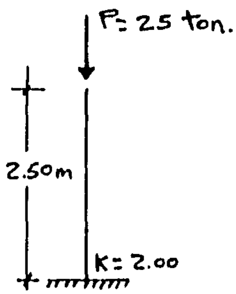
fcp > fcd

P= fcd.A

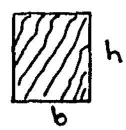
P= 27 x (9.5 x 7.5)
= 1923kg.
P= 1.92 ton.

Ejemplo I.9

DISEÑO



Calcular b y h



Datos:
Em= 100,000 Kg/cm²
fcp = 70 Kg/cm²
K = 2.00
L = 2.50 m
b = ?
h = ?

Se supone b= 15 cm

$$\frac{KL}{b} = \frac{2.00 \times 250}{15} = 33.33$$

$$fcp = \frac{P}{A}$$

$$A = \frac{P}{fcp} = \frac{25,000}{70}$$

$A = 357.1\ cm^2$

$A = b \times h$
$h = A/b = 357.1/15$
$= 23.8 \approx 25\ cm.$

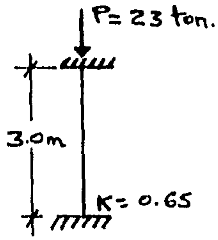
Sección de 15 x 25

$Area = 15 \times 25 = 375\ cm^2$

$P = fcp.A = 70 \times 375$
$= 26,250\ kg. = 26.25\ ton.$

Ejemplo I.10

DISEÑO



Dimensionar con sección circular

Datos:
$Em = 100,000\ Kg/cm^2$
$fcp = 70\ Kg/cm^2$
$K = 0.65$
$L = 3.0\ m$
$D = ?$

Solución:

$$fcp = \frac{P}{A}$$

$$A = \frac{P}{fcp} = \frac{23,000}{70}$$

$A = 328.57\ cm^2$

$$A = \frac{\pi D^2}{4}$$

$4A = \pi D^2$

$$D = \sqrt{\frac{4A}{\pi}}$$

$$D = \sqrt{\frac{4 \times 328.57}{3.1416}}$$

$D = 20.45\ cm$

Relación de esbeltez

$$\frac{KL}{r} = ?$$

$$r = \sqrt{\frac{I}{A}}$$

$$I = \frac{\pi D^2}{64}$$

$$Ix = \frac{\pi \times 20.45^4}{64} = 8,585\ cm^4$$

$$r = \sqrt{\frac{8,585}{328.57}} = 5.11\ cm$$

$$\frac{KL}{r} = \frac{0.65 \times 300}{5.11} = 38.16$$

$$Cc = \sqrt{\frac{0.30 \times 100,000}{70}} = 20.7$$

$$\frac{Kl}{r} > Cc$$

$$fcd = \frac{0.30 \times 100,000}{(38.16)^2} = 20.60$$

$$fcd = 20.60\ Kg/cm^2$$

$$P = fcdA$$

$$P = 20.60 \times 328.57$$

$P = 6,768$ Kg. ---------------------> inaceptable !

Aumentando el diámetro con $\phi = 50$ cm.

$$A = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{3.1416 \times 50^2}{4} = 1963.5\ cm^2$$

$$Ix = \frac{\pi (50)^4}{64} = 306,796\ cm^4$$

$$r = \sqrt{\frac{306,796}{1963.5}} = 12.50$$

$$\frac{KL}{r} = \frac{0.65 \times 300}{12.50} = 15.60$$

$$\frac{KL}{r} < Cc$$

$$15.60 < 20.7$$

$$fcd = \frac{0.30\ (100,000)}{(15.6)^2} = 123.3\ Kg/cm^2$$

$P = fcdA = 123.3 \times 1963.5 = 242.10$ ton. $\longrightarrow$ Muy sobrado;

con $\phi = 28$ cm

$$A = \frac{\pi \times 28^2}{4} = 615.8\ cm^2$$

$$Ix = \frac{\pi\ (28)^4}{64} = 30,171.9\ cm^4$$

$$r = \sqrt{\frac{30,171.9}{615.8}} = 6.99 \approx 7$$

$$\frac{KL}{r} = \frac{0.65 \times 300}{7} = 27.9$$

$\frac{KL}{r} > Cc$; $\qquad fcd = \frac{0.30 \times 100,000}{27.9^2}$

$fcd = 38.54\ Kg/cm^2$

$p = fcd\ A = 38.54 \times 615.8 = 23,733$ Kg.

$p = 23.7$ ton. $\longrightarrow$ Bién !

TEMA II

ESTABILIDAD DE PLACAS

OBJETIVO: ANALIZARA Y COMPRENDERA EL COMPORTAMIENTO DE PLACAS PLANAS CON CARGA EN SU PLANO.

II.1 INTRODUCCION.

La Mayor Parte de los Miembros que constituyen una Estructura Metálica, ya sean perfiles laminados en caliente, secciones compuestas por varias placas unidas entre si por medio de remaches o soldaduras, o perfiles hechos con lámina delgada doblada en frío, están formados por un conjunto de elementos planos ligados entre sí a lo largo de sus bordes, los que, cuando trabajan sometidos a compresión, pueden alcanzar un estado de equilibrio inestable y pandearse localmente antes de que la pieza falle en forma integral, originando un colapso prematuro de la barra, caracterizado por una distorsión de sus secciones transversales. Por consiguiente, en el diseño de la mayor parte de las piezas de acero utilizadas en Estructuras de Acero debe estudiarse la estabilidad de las placas planas que las componen, con objeto de asegurarse de que no fallarán antes que la pieza en conjunto ó, en caso contrario, para determinar la carga que ocaciona el pandeo local y adoptar un coeficiente de Seguridad adecuado con respecto a este fenómeno.

La posibilidad de que una placa se pandee no se presenta solamente cuando actúan sobre ella fuerzas de compresiòn distribuidas a lo largo de sus bordes, si no siempre que están sometidas a solicitaciones que ocacionan esfuerzos de compresión en alguna región o dirección determinada, como sucede, en flexión pura, producida por pares aplicados en los bordes, o en cortante puro, ya que en el primer caso la mitad de la placa está comprimida y en el segundo uno de los esfuerzos principales es de compresión; una situación análoga, que puede llevar también a la iniciación de pandeo, existe siempre que la placa está sometida a cualquier combinación de cortante con flexión y/o compresiòn, producida por fuerzas aplicadas con su perímetro.

II.2. SOLICITACIONES MAS IMPORTANTES EN EL ESTUDIO DE PLACAS

ESTAS SOLICITACIONES SON:

1.- Compresión Uniforme, la que se presenta en patines de vigas y patines y almas de columnas.

2.- Flexión Pura, solicitación a la que estánsometidas las almas de trabes en regiones de cortante nulo.

3.- Cortante Puro, condición cercana a la existente en almas de vigas en zonas en las que el momento flexionante es reducido.

4.- Esfuerzos cortantes y normales combinados.

Mientras que el primer caso es muy frecuente, el segundo y el tercero se presentan raras veces en la práctica (de hecho el estado de cortante puro sin flexión, no existe) y se cae, casi siempre, en el cuarto; sin embargo al diseñar una estructura suele bastar con suponer que el alma está sometida solo a la acción de la mayor de las dos solicitaciones, flexion o cortante, ignorando el efecto de la otra, y únicamente es necesario considerar la interacción de ambas cuando las dos tienen intensidades elevadas en la misma zona como sucede, por ejemplo, en apoyos intermedios de vigas continuas.

En Forma Análoga a lo que sucede en columnas y vigas, las placas esbeltas se pandean en el intervalo elástico, pero el esfuerzo crítico de elementos planos relativamente robustos puede ser mas alto que el límite de proporcionalidad del material, y si esto sucede los resultados deben corregirse por inelasticidad, por otro lado, las placas esbeltas y con condiciones de apoyo adecuadas tienen una resistencia importante después de que se inicia el pandeo y antes de llegar al colapso, que debe tenerse en cuenta en muchos problemas de diseño.

II.3 PLACAS COMPRIMIDAS EN UNA SOLA DIRECCION.

Las placas rectangulares comprimidas en una sola dirección por una Carga uniformemente Distribuida en su plano medio son de importancia básica en el diseño de estructuras de acero, pues forman parte de muchos de los elementos que se utilizan en ellas.

II.3.1. PANDEO ELASTICO

Las hipótesis elementales son:
a) El Material es perfectamente elástico y homogéneo.
b) La Placa es originalmente perfectamente plana.

c) Las Cargas de compresión están aplicadas en el plano de su superficie media.

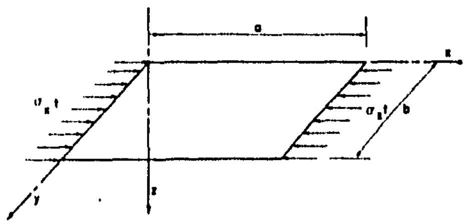


Figura II.1 Placa comprimida en una sola dirección

II.4 CALCULO DEL ESFUERZO CRITICO

El esfuerzo crítico de pandeo de placas comprimidas se calcula de la manera siguiente:

1.- $\sigma cr = \frac{\pi^2 E}{12(1-\mu^2)} \left(\frac{T}{b}\right)^2 K$ -----------------(II.1)

Donde:

K= Coeficiente Adimencional que depende de la relación de aspecto α de la placa y de las condiciones de apoyo con sus bordes descargados puesto que es función de p y q que, a su vez, lo son del coeficiente de restricción ξ ; recibe el nombre de factor de placa.

2.- Si el esfuerzo obtenido en el paso anterior es menor o igua que $\sigma y/2$, el pandeo se inicia en el intervalo elástico, y ese esfuerzo es el crítico.

3.- Si el esfuerzo obtenido en el primer paso es mayor que $\sigma y/2$,el resultado debe corregirse por inelasticidad, para ello debe emplearse cualquiera de los dos métodos siguientes:

a) El esfuerzo calculado con la ecuación (II.1) que es igual a $\sigma cr /\sqrt{n}$, de acuerdo con la ecuación:

$$\frac{\sigma cr}{\sqrt{n}} = \frac{\pi^2 E}{12(1-\mu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 K \text{ ----------------- } \quad (II.2)$$

Se corrige con la ecuación II.3

$$\sigma_{cr} = \frac{\left(\frac{\sigma_{cr}}{\sqrt{n}}\right)^2 \sigma_y}{\frac{\sigma_y^2}{4} + \left(\frac{\sigma_{cr}}{\sqrt{n}}\right)^2} \qquad \text{------------------(II.3)}$$

Si el acero es A36, la ecuación II.3 se transforma en la ecuación II.4 y su empleo se simplifica utilizando la tabla II.2 o la curva II.3

$$\sigma_{cr} = \frac{2530\left(\frac{\sigma_{cr}}{\sqrt{n}}\right)^2}{1'600,225 + \left(\frac{\sigma_{cr}}{\sqrt{n}}\right)^2} \qquad \text{--------------------(II.4)}$$

b.) Se introduce el esfuerzo calculado en el paso 1 y en la ecuación II.5 en la que se ha designado e, y se obtiene directamente un valor aproximado del esfuerzo crítico corregido.

$$\sigma_{cr} = \sigma_y \left(1 - \frac{\sigma_y}{4\,\sigma_e}\right) \qquad \text{------------------(II.5)}$$

EJEMPLO II.1

Determinar el esfuerzo crítico de pandeo de una placa larga de acero A36 comprimida uniformemente, su sección transversal es de 60 x 1.27 cm, y está libremente apoyada en los bordes longitudinales.

Solución.

Para las condiciones de apoyo supuestas, en la tabla II.1 se obtiene K =4.0

Ecuación II.1

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{12(1-\mu^2)}\left(\frac{t}{b}\right)^2 K = \frac{3.14^2 \times 2'039,000}{12\,(1-0.3^2)}\left(\frac{1.27}{60}\right)^2 4.0$$

$$\sigma_{cr} = 3,303 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\sigma_{cr} > \frac{\sigma_y}{2}$$

El pandeo se inicia en el intervalo inelástico y debe corregirse el resultado anterior.

a) $\frac{\sigma_{cr}}{\sqrt{n}} = 3,303 \text{ Kg/cm}^2$

Interpolando linealmente en la tabla II.2

(σcr) real = 2,198 Kg/cm^2

De la curva de la figura II.3

(σcr) real = 2,200 Kg/cm^2

b.) Ecuacion II.5

$$(\sigma cr) \text{ real} = 2530 \, [1 - 2530 \, / \, (4 \times 3{,}303)\,]$$

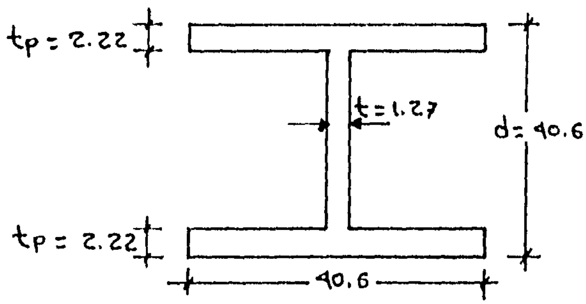
$$= 2530 \times 0.809 = 2{,}046 \text{ kg/cm}^2$$

El segundo procedimiento da un resultado mas bajo que el primero, pero la aproximación es aceptable (La diferencia entre los dos es de 7 por ciento).

Ejemplo II.2

Calcular la carga axial que ocasionaría el pandeo local de una columna de acero A36, cuya sección transversal se muestra en la figura, el pandeo de conjunto esta evitado por elementos exteriores de contraventeo.

En este Ejemplo debe tenerse en cuenta la interacción de las placas que forman el perfil, para lo que se usa la información obtenida en la tabla II.3



Utilizamos la ecuación:

$$9.4 \left(\frac{tc}{tpd}\right)^2 = 9.4 \left(\frac{1.27 \times 20.3}{2.22 \times 40.6}\right)^2 = 0.77 < 1.00$$

El pandeo local se inicia en el alma, a pesar de las restricciones que los patines imponen en los giros de sus bordes; cuando los patines son críticos el parámetro 9.4 $(tc/tpd)^2$ es Mayor que 1.0 y es igual a la unidad cuando alma y patines se empiezan a pandear simultaneamente, sin que ninguno de ellos restringa al otro.

$$\xi = \left(\frac{t}{tp}\right)^3 \frac{0.16 + 0.0056 \quad (d/c\ )^2}{1-\ 9.4\ (tc/tpd)^2}$$

$$= \left(\frac{1.27}{2.22}\right)^3 \frac{0.16 + 0.0056\ (40.6/20.3)^2}{1\ -\ 0.77} = 0.148$$

$$K = 2 + \frac{2}{10\xi + 3} = 2 + \frac{2}{4.48} = 2.446$$

$$K = 5.98$$

K esta comprendido entre 4.0 y 6.97, valores correspondientes a bordes libremente apoyados y empotrados.

Ecuación II.5a

$$(\sigma cr)\ min = \frac{\pi^2\ E}{12\ (1-\mu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 \quad Kmin = 1'843{,}000 \left(\frac{t}{b}\right)^2 \quad Kmin$$

$$\sigma cr = 1'843{,}000 \left(\frac{t}{b}\right)^2 \quad 5.98 = \frac{1'843{,}000 \times 5.98}{\left(\frac{40.6 - 2.22 \times 2}{1.27}\right)^2}$$

$$\sigma cr = 13{,}600\ Kg/cm^2 \quad > \quad \sigma y/2$$

El pandeo se inicia en el intervalo elástico.

Corrigiendo resultados:

a) $\sigma cr\ \sqrt{n} = 13{,}600\ kg/cm^2$

(σcr) real $= 2{,}500\ kg/cm^2 \longrightarrow$ (De la tabla 7.5)

b) (σcr) real $= 2{,}530\ (1-2530/(4\times 13{,}600))$

$= 2{,}530 \times 0.953 = 2{,}412\ Kg/cm^2$

El Alma de la columna se pandea localmente cuando el esfuerzo de compresión llega a 2500 Kg/cm^2, según la tabla 7.5, o a 2,412 Kg/cm^2, de acuerdo con la ecuación II.5.

La carga correspondiente es:

$$Pcr = A * \sigma cr = 226.2 \times 2.41 = 549\ ton.$$

II.5 RESISTENCIA POSTERIOR AL PANDEO.

El pandeo de una placa plana apoyada en los borde constituye un fenómeno fundamentalmente distinto del de las columnas o vigas, ya que a diferencia de lo que sucede en estas, las deflexiones no pueden crecer indefinidamente . La placa empieza a salirse de su plano original tan pronto como las cargas alcanzan el valor crítico, pero al seguir creciendo las solicitaciones después de la iniciación del pandeo las deflexiones laterales se incrementan con menos rapidez que las cargas exteriores, debido a que los bordes apoyados dan lugar a la aparición de los elementos adicionales de resistencia que entra en juego al iniciarse el pandeo, pues ocaciona una redistribución de esfuerzos y la aparición de fuerzas de membrana estabilizadoras, y capacita a la placa para recuperar su estabilidad en una configuración deformada lateralmente. si las solicitaciones continúan creciendo, llega un momento en el que las regiones en que los esfuerzos son de intensidad máxima fluyen plásticamente, con lo que se alcanza la resistencia última.

El efecto de membrana, originado por el alargamiento de la superficie media debido a la curvatura de la placa deformada y fija en su perímetro, se caracteriza por la aparición de esfuerzos en la superficie que varían de un punto a otro de ella pero son constantes a través del grueso, y se requieren para mantener el equilibrio al mismo tiempo que se satisfacen las condiciones de compatibilidad de las deformaciones en las fronteras. El material de la placa, anclado en los bordes, queda trabajando en tensión en algunas zonas, al curvarse y alargarse las fibras que las componen, y esos esfuerzos se oponen al aumento de las deflexiones ocacionadas por las fuerzas de compresión; por consiguiente, las fuerzas de membrana ejercen un efecto estabilizador.

II.5.1. PLACAS COMPRIMIDAS

La manera en que están distribuidos los esfuerzos de la figura II.2 constituye un resultado de mucho interés obtenido al aplicar la teoría de deflexiones grandes a una placa rectangular plana, apoyada libremente y sometida a cargas de compresión en una sola dirección, en este caso paralela a los bordes a; al iniciarse el pandeo los esfuerzos de compresión σx dejan de estar uniformemente distribuidos a lo largo de los bordes cargados como lo estaban antes de que se presentase ese fenómeno; en lugar de ello, tienen intensidades máximas en los bordes longitudinales, y disminuyen hacia al centro .

Además como las condiciones de apoyo obligan a lo bordes no cargados a permanecer rectos y fijos sin acercarse uno al otro, aparecen en la superficie media esfuerzos transversales σ_y, que son de importancia capital; en la región central son de tensión, de manera que tienden a rigidizar a la placa contra deflexiones laterales adicionales lo que hace que pueda soportar cargas de compresión considerablemente mayores que la crítica (En cambio en las columnas no aparecen fuerzas estabilizadoras de este tipo , lo que explica que su resistencia termine prácticamente al iniciarse el pandeo).

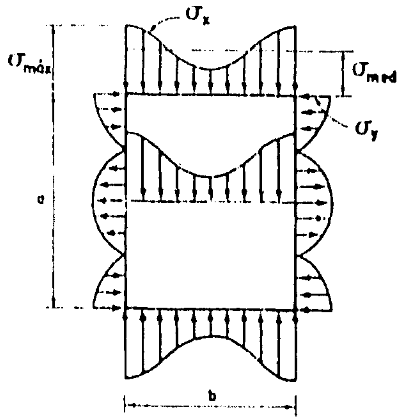


Figura II.4 Esfuerzos en una placa comprimida despuésde la iniciación del pandeo.

Por consiguiente cuando el esfuerzo llega a:

$\sigma cr = (\pi^2 E/ 12 (1 - \mu^2)] (t/b)^2 K$ (Ecuación II.1), en la mayor parte de las placas aparecen ligeras ondas de pandeo que crecen gradualmente en el esfuerzo, pero sin que se presente la falla; siguen soportando cargas cada vez mayores y su resistencia máxima es, en ocaciones, varias veces más grande que la que causó las primeras ondas de pandeo, casi imperceptibles, sobre todo si la relación b/t es alta.

Este fenómeno conocido como resistencia posterior al pandeo, es de importancia decisiva en estructuras metálicas de paredes delgadas, puesto que la carga crítica representa la resistencia real de las placas con precisión razonable únicamente cuando el pandeo se origina en el intervalo inelástico cerca del punto del fluencia, lo que sucede solo en miembros formados por elementos planos relativamente gruesos; en cambio en elementos estructurales de paredes delgadas la carga crítica es mucho menor que la resistencia última .

II.5 CALCULO DE LA RESISTENCIA POSTERIOR AL PANDEO

Para determinar la resistencia máxima de una placa deben conocerse los esfuerzos que hay en ella cuando se llega a la condición del colapso. En problemas prácticos de diseño resultaría incomodo trabajar con los esfuerzos reales no uniformes, pero esta dificultad se elimina utilizando el concepto de ancho efectivo de diseño (be).

La fórmula para calcular el ancho efectivo es:

$$b_e = 1.9\ t\sqrt{\frac{E}{\sigma_{máx.}}}\ 1 - 0.415\ t/b\sqrt{\frac{E}{\sigma_{máx.}}} \quad \text{-------} \quad (II.6)$$

Donde :

be= Ancho efectivo de la placa

b= Ancho real de la placa

t= Grueso de la placa

σmáx = Esfuerzo máximo de compresión, que se presenta en los bordes y es numéricamente igual al cociente de la fuerza total dividida entre el área efectiva be t.

Dividiendo sus dos miembros entre el ancho total b, la ecuación II.6 toma la forma:

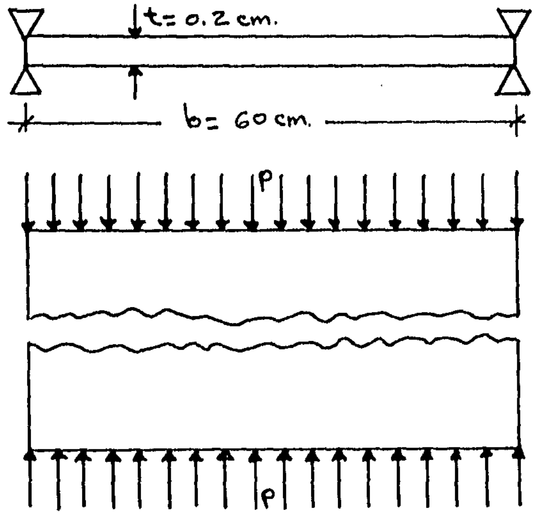
$$\frac{be}{b} = \frac{1.9\ T}{b}\sqrt{\frac{E}{\sigma_{máx.}}}\ (1 - 0.415\ \ t/b\sqrt{\frac{E}{\sigma_{máx.}}} \quad \text{---------} \quad II.7$$

Si se impone en la ecuación II.6 la condición de que el ancho efectivo b_e sea igual al real b, y se despeja b/t, se determina la relación ancho/ grueso Máxima para la que las placas comprimidas libremente apoyada en los bordes longitudinales son completamente efectivas :

$$(b/t)\ lím. = 1.29\sqrt{\frac{E}{\sigma_{máx.}}} \quad \text{-----------------} (II.8)$$

Ejemplo II.3

Determinar la capacidad máxima de carga, en el intervalo posterior al pandeo, de la placa de acero A36 mostrada en la figura:



E= 2'039,000 kg/cm^2
Fy= 2530 kg/cm^2

Sustituyendo E por 2'039,000 Kg/cm^2, la ecuación II.6 toma la forma:

$$be = \frac{2{,}713\ t}{\sqrt{\sigma máx}}\left[1 - \frac{592.6}{(b/t)\sqrt{\sigma máx}}\right] \text{ ------------ (II.6a)}$$

Efectuando la multiplicación indicada por el paréntesis y tomando cuenta que en este caso particular b/t= 300, se obtiene:

$$be = \frac{2{,}713\ t}{\sqrt{\sigma máx}} - \frac{5{,}359\ t}{\sigma máx}$$

A cada valor de σ máx le corresponde un cierto ancho efectivo, y la fuerza total P que actúa sobre la placa es:

$$P = b_e\ t\ \sigma máx = 2713\ t^2\ \sqrt{\sigma máx} - 5{,}359\ t^2$$

Como t = 0.2 cm.

$$P = 108.5 \sqrt{\sigma_{máx.}} - 214.4$$

P crece continuamente con $\sigma_{máx}$, de manera que la capacidad máxima de carga de la placa corresponde al esfuerzo normal más alto posible, que es σ_y.

$$P_{máx} = 108.5 \sqrt{2530} - 214.4 = 5240 \text{ Kg}$$

Otro camino para calcular Pmáx, sabiendo que $\sigma_{máx} = \sigma_y = 2{,}530 \text{ Kg/cm}^2$, consiste en determinar b_e con la ecuación II.6a y, a continuación, obtener P máx.

De la ecuación II.6a

$$\left(\frac{be}{t}\right)_{\sigma y} = \frac{2713}{50.3}\left(1 - \frac{592.6}{300 \times 50.3}\right) = 51.8$$

$$\therefore \ (be)_{\sigma y} = 51.8\ t = 51.8 \times 0.2 = 10.36 \text{ cm}$$

$$P_{máx.} = be\ t\ \sigma_y = 10.36 \times 0.2 \times 2.53 = 5.24 \text{ ton.}$$

El esfuerzo crítico de pandeo de la placa es :

$$\sigma_{cr} = \frac{4.0\pi^2 E}{12(1-\mu^2)}\left(\frac{t}{b}\right)^2$$

$$= \frac{\pi^2 E}{3(1-\mu^2)(300)^2} = 82 \text{ kg/cm}^2 \ll \sigma_y/2$$

La carga crítica vale, por consiguiente:

$$P_{cr} = A\sigma_{cr} = 60 \times 0.2 \times 82 = 964 \text{ Kg.}$$

La resistencia última de la placa es, en este caso particular, 5.33 veces mayor que la carga crítica.

TEMA III

ESTABILIDAD DE ELEMENTOS SUJETOS A FLEXION

OBJETIVO: ANALIZARA Y DISEÑARA VIGAS TRABAJANDO BAJO EL FENOMENO DE PANDEO LATERAL

III.1 INTRODUCCION

Las Barras de eje recto sometidas a la acción de fuerzas transversales y frecuentemente de pares aplicados en los extremos, constituyen un porcentaje importante de las piezas que forman parte de las estructuras reticulares. Su capacidad para resistir cargas y transmitirlas a los apoyos proviene fundamentalmente de la resistencia a flexión, pues aunque esta solicitación se presenta en la mayor parte de los casos acompañada por fuerzas cortantes, estas suelen tener una influencia secundaria en el comportamiento de los elementos estructurales en consideración.

En la mayor parte de las estructura ordinarias el eje de las barras que trabajan a flexión es originalmente una línea recta horizontal de longitud varias veces mayor que las dimensiones de su secciones transversales; en estas condiciones reciben el nombre de vigas. Sin embargo, hay ocaciones en que piezas cuyo eje es una recta inclinada, o aún vertical, trabajan predominantemente a flexión, tal es el caso de los aleros de los marcos de dos aguas o de los elementos verticales que se utilizan para estructurar un muro y recibir los empujes de viento: Aunque sometidos a la acción simultánea de una fuerza normal, su magnitud es en muchas ocaciones tan reducida que el comportamiento de dichos elementos es, prácticamente el mismo que si esa fuerza no existiera, y pueden seguir siendo considerados como vigas.

El diseño de una viga, lo mismo que el de otro elemento estructural cualquiera, consiste fundamentalmente en determinar su resistencia y compararla con las solicitaciones que obrarán sobre ella durante su vida útil, para saber si es capaz de soportarlas con un coeficiente de seguridad adecuado. El diseño es básicamente un problema de revisión: se escoge una viga con características geométricas y mecánicas determinadas y se calcula su capacidad de carga, la que se compara con las solicitaciones a que quedará sometida la estructura de la que forma parte; el resultado de esta comparación indica si la viga escogida es adecuada o si deben modificarse sus características para obtener una resistencia mas cercana a la deseada.

Como una viga puede fallar de muchas maneras sustancial mente diferentes y no es en general fácil predecir a primera vista, en cada caso particular, cual es la mas crítica, dado el gran número de factores que intervienen en el fenómeno

(Tipo de acero empleado, proporciones de las secciones, transversales, soporte exterior, etc., los que además están relacionados entre sí), debe determinarse primero la forma más probable de falla para obtener la carga correspondiente y no sobrestimar la resistencia, como sucedería si se considerase otra forma de colapso.

III.2 ESTADOS LIMITE DE FALLA

En el diseño de miembros en flexión deben considerarse los estados límite de falla siguientes:

- Formación de un mecanismo con articulaciones plásticas.
- Agotamiento de la Resistencia a la flexión en la sección crítica en miembros que no admiten redistribución de momentos.
- Iniciación del flujo plástico en la sección crítica.
- Pandeo local del patín comprimido.
- Pandeo local del alma, producido por flexión
- Plastificación del alma por cortante
- Pandeo local del alma por cortante
- Tensión diagonal en el alma
- Pandeo lateral por flexotorsión
- Flexión y fuerza cortante combinados
- Fatiga

Otras formas de pandeo del alma producida por fuerzas transversales. Además, deben considerarse también estados límite de servicios de deformaciones y de vibraciones excesivas.

El problema básico que debe resolverse al diseñar un elemento estructural sometido a flexión consiste, por consiguiente en dimensionar sus secciones transversales de manera que sean capaces de soportar los momentos flexionantes que existen en ellas, teniendo en cuenta la posibilidad de fenómenos de pandeo local o lateral, la influencia de la fuerza cortante y las fuerzas de trabajo que pueden originar en ocaciones , falla de tipo frágil ó por fatiga.

El comportamiento que lleva a la primera forma de falla es el más deseado puesto que en esas condicione una viga de material dúctil puede alcanzar su capacidad máxima de carga; sin embargo, para que sea posible, deben satisfacer los requisitos necesarios para evitar una falla prematura de algunos de los tipos restantes, bajo solicitaciones menores que las que ocacionarían el colapso por formación de un mecanismo.

III..3 FORMULAS PARA DISEÑO Y REVISION

a) Tensión y compresión en las fibras extremas de miembros compactos, laminados en caliente o armados, cargados en el plano de su eje menor, simétricos con respecto a dicho eje:

$$F_b = 0.66\ Fy$$

Donde:

F_b = Esfuerzo de flexión permisible, en Kg/cm^2

Fy= Esfuerzo de fluencia mínimo especificado del acero utilizado, en Kg /cm^2

Para que un miembro se califique bajo esta sección, deben cumplir con los diferentes requisitos:

1.- Los patines estarán unidos continuamente al alma o almas.
2.- La relación ancho/espesor de elementos no atiesados del patín en compresión, no excederá de:

$$545/\sqrt{Fy}$$

3.- La relación ancho/espesor de elementos atiesados del patín en compresión, no excederá de:

$$1590/\sqrt{Fy}$$

4.- La relación peralte/espesor del alma o almas no excederá el valor dado por las fórmulas siguientes, según sea aplicable:

$$d/t = \frac{5370}{\sqrt{Fy}}\left(1 - 3.74\ \frac{fa}{Fy}\right) \text{----------} \quad \text{Cuando } fa/Fy < 0.16$$

$$d/t = 2,150\ \ Fy \text{ ---------------- Cuando } fa/\ Fy > 0.16$$

5.- La longitud entre soportes laterales del patín en compresión de miembros que no sean circulares o miembros en cajón, no excederá el valor de:

$$\frac{637\ bf}{Fy} \qquad \text{ni de} \qquad \frac{1'410,000}{(d/Af)Fy}$$

6.- La longitud entre soportes laterales del patín en compresión de miembros de cajón de sección transversal rectangular, cuyo peralte no es mayor de seis veces el ancho y cuyo espesor del patín no es mayor de dos veces el espesor del alma, no excederá el valor de :

$$\left(137,000 + 84,400\frac{M_1}{M_2}\right)\frac{b}{fy}$$

Excepto que ésta no necesita ser menor de :

$$84,400\ (b/fy)$$

7.- La relación Diámetro/Espesor de secciones circulares huecas no excederá de:

$$232,000/fy$$

b) Para Miembros que cumplan con los requisitos anteriores salvo que $b_f/2t_f$ exceda $545/\sqrt{Fy}$, pero menor de $797/\sqrt{Fy}$, Podrán Ser diseñados sobre la base de un esfuerzo de flexión permisible :

$$Fb= Fy\ [0.79 - 0.000239 \left(\frac{b_f}{2\ t_f}\right)\sqrt{Fy}]$$

c) Para miembros en tensión y compresión en las fibras extremas de los miembros I o H Doblemente Simétricos, que cumplan con los requisitos anteriores párrafos 1 y 2, y están flexionados con respecto a su eje menor, así como barras sólidas, cuadradas y redondas; Secciones sólidas y rectangulares flexionadas con respecto a su eje menor;

$$F_b= 0.75\ Fy$$

Los miembros I y H, doblemente simétricos, flexionados con respecto a su eje menor, que cumplan con el requisito del párrafo 1, salvo que $b_f/2tf$ exceda $545/\sqrt{fy}$, pero que sea menor de $797/\sqrt{Fy}$, se diseñará con:

$$F_b= Fy\ [1.075 - 0.000596 \left(\frac{bf}{2\ tf}\right)\sqrt{Fy}]$$

Las secciones tubulares rectangulares flexionadas con respecto a su eje de menor resistencia y que cumplen con los requisitos párrafos 1, 3 y 4, podrán ser diseñados con:

$$F_b= 0.66\ Fy$$

d) Para miembros en flexión no incluidos anteriormente :

1.- Tensión $\qquad F_b= 0.60\ Fy$

2.- Compresión

Cuando $\sqrt{\frac{717 \times 10^4\ cb}{Fy}} < \frac{L}{rt} < \sqrt{\frac{3590 \times 10^4\ cb}{Fy}}$

$$Fb=\left(2/3 - \frac{Fy(L/rt)^2}{1080 \times 10^5\ Cb}\right) Fy$$

Cuando $L/rt \geq \sqrt{\frac{3590 \times 10^4\ Cb}{Fy}}$

Entonces $F_b= \frac{120 \times 10^5\ Cb}{(L/rt)^2}$

Cuando el patín en compresión sea sólido y aproximadamente rectangular en la sección transversal y su área no sea menor que la del patín en tensión:

$$F_b= \frac{844 \times 10^3\ Cb}{Ld/Af}$$

En estas fórmulas:

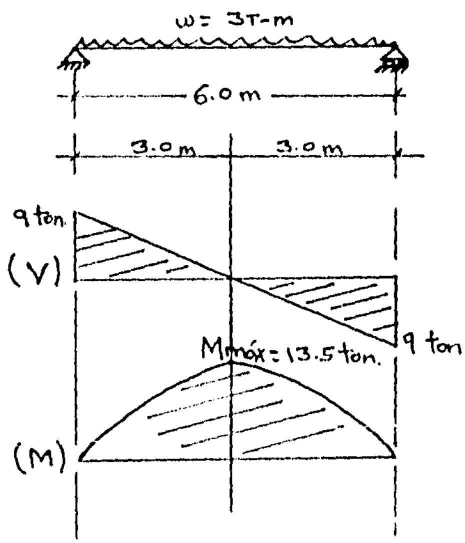
L= Distancia entre sectores transversales Arriostradas para evitar el giro o desplazamiento lateral del patín en compre sión, en cm.

rt= Radio de Giro de una Sección que comprende el patín en compresión más un tercio del área del alma en compresión tomada con respecto a un eje en el plano del alma, en cm.

Af= Area del patín en compresión, en cm^2

Cb= $1.75 + 1.05 (M1/M2)^2 + 0.3(MI/M2)^2$, pero no mayor de 2.3; donde M1 es el menor y M2 el mayor de los momentos de flexión en los extremos de la longitud no arriostrada, tomados respecto al eje mayor del miembro.

EJEMPLO III.1



reacciones

$$R = wl/2 = \frac{3.0 \text{ t-m} \times 6.0\text{m.}}{2} = 9 \text{ t-m.}$$

$$M = Wl^2/8 = \frac{3.0 * 6.0^2}{8} = 13 \text{ t-m.}$$

$$\text{Distancia} = \frac{\text{Reacción}}{\text{Carga}}$$

$$D = \frac{9.0 \text{ ton.}}{3 \text{ ton.m}} = 3.0 \text{ m.}$$

Mmáx. = Area del triángulo

$$= \frac{9.0 \text{ ton} \times 3.0 \text{ m.}}{2} = 13.5 \text{ t - m}$$

E= 2'039,000 Kg/cm^2

Fy= 2,530 Kg/cm^2

Diseñar en Acero A 36

Solución:

De la fórmula de la escuadría

$$\sigma = \frac{M}{I} Y$$

$$\sigma = \frac{M}{S} \qquad S = \frac{I}{y}$$

$fb = 0.60\ fy = 0.60 x\ 2530\ Kg/cm^2$

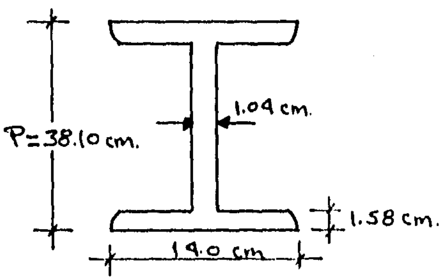
$fb = 1518\ kg/cm^2$

$$S = \frac{M}{fb} = \frac{1'350{,}000\ Kg\text{-}cm}{1518\ Kg/cm^2} = 889.32\ cm^3$$

Proponiendo Sección I

DATOS:

$A = 81.3 cm^2$
$Ix = 18{,}606\ cm^4$
$rx = 15.11 cm$
$S = 976.7 cm^3$
$Iy = 599.0 cm^4$
$ry = 2.72\ cm$



Revisión:

$$F_b = \frac{M}{S} = \frac{1'350{,}000\ kg\text{-}cm.}{976.7\ cm^3} = 1382.25\ kg/cm^2 < 1516\ kg/cm^2$$

Bién !

Cálculo de la flecha:

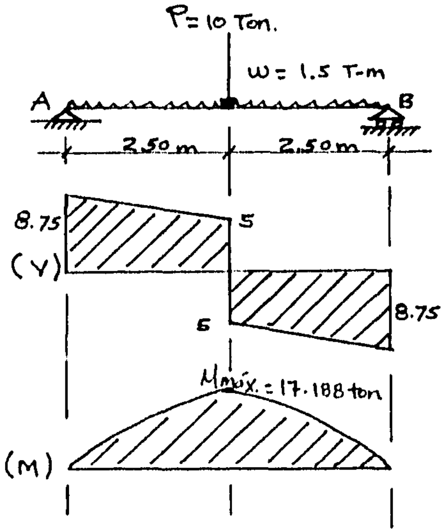
$$\Delta = \frac{5\ Wl^4}{384\ EI} = \frac{5 X 30 X 600^4}{384 X 2'039{,}000 X 18{,}606} = 1.33\ cm.$$

$$\Delta = \frac{L}{360} = \frac{600}{360} = 1.67\ cm \qquad \text{(ADMISIBLE)}$$

1.67 cm > 1.33 BIEN!

EJEMPLO III.2

DISEÑAR EN ACERO A36



Cálculo de las Reacciones:

$$rA = \frac{P}{2} + \frac{wl}{2} = \frac{10}{2} + \frac{(1.5 \times 5)}{2}$$

$$= 8.75 \text{ ton.}$$

$$\Sigma Fy = 0$$

$$= (1.5\ T/m)(5.0m) + 10 \text{ ton.} - 8.75 \text{ ton.} - rB$$

$$rB = 8.75 \text{ Ton.}$$

$$M_{máx.} = \frac{pl}{4} + \frac{wl^2}{8}$$

$$= \frac{(10)(5)}{4} + \frac{(15)(5^2)}{8}$$

$$= 17.188 \text{ t-m.}$$

SOLUCION

$$fb = 0.60\ Fy = 0.60 \times 2530 = 1518 \text{ kg/cm}^2$$

$$fb = \frac{M}{S} \qquad S = \frac{M}{fb} = \frac{1'718,800 \text{ kg-cm}}{1518 \text{ kg/cm}^2}$$

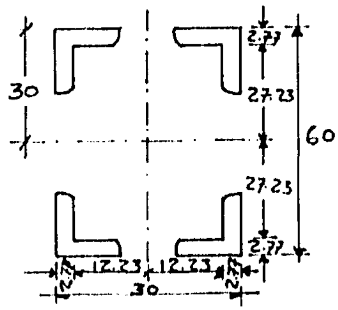
$$S = 1132.27 \text{ cm}^3$$

Proponiendo Ls 4"

(Datos obtenidos del Manual de construcción en acero volumen I pag. 47)

DATOS:

$A = 12.52$ cm^2
$Ix = Iy = 124.90$ cm^4
$rx = ry = 3.18$ cm
$S = 17.20$ cm
$x = 2.77$ cm
$r_{min.} = 2.0$ cm.



SOLUCION:

Por el Teorema de los Ejes Paralelos

$Ixx = Ix + Ady^2$

$Ixx = (124.9 + 12.52 \times 27.23^2) = 9{,}408.14\ cm^4$

Son 4 Ls $4 \times 9{,}408.14\ cm^4 = 37633.0\ cm^4$

De la Fórmula de la Escuadría

$$fb = \frac{M}{S}; \quad S = \frac{I}{Y} = \frac{37{,}633\ cm^4}{30cm} = 1254.4\ cm^3$$

REVISION

$$fb = \frac{M}{S} = \frac{1'718{,}800\ Kg\text{-}cm}{1254.4\ cm^3} = 1370\ Kg/cm^2$$

$1370 < 1518\ Kg/cm^2$ ----------------- BIEN¡

FLECHA

$$\triangle = \frac{PL^3}{48\ EI} + \frac{5\ WL^4}{384\ EI}$$

$$= \frac{10{,}000\ (500)^3}{(48 \times 2'039{,}000 \times 37{,}633)} + \frac{5 \times 15 \times 500^4}{384 \times 2'039{,}000 \times 37{,}633)}$$

$= 0.498 \approx 0.5\ cm.$

$\triangle$ adm. $= \frac{L}{360} = \frac{500}{360} = 1.38\ cm$ $1.38 > 0.5$ ---------bién!

EJEMPLO III.3

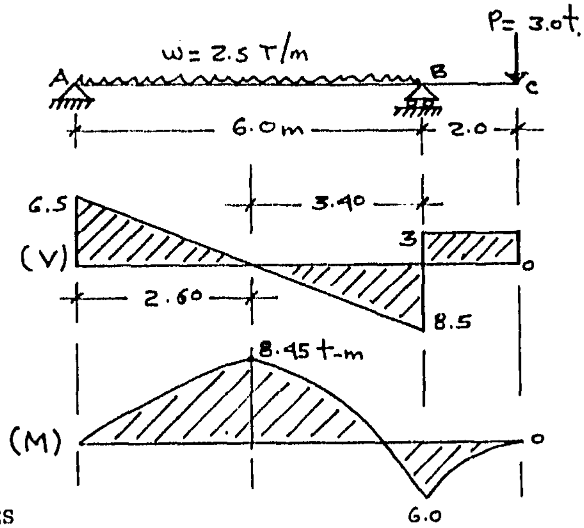
Diseñar con Acero a 36

Fb= 0.60 fy

fy= 2,530 Kg/ cm^2

fb= 0.60 x 2530
=1518 Kg/cm^2

Es = 2'039,000 Kg/cm^3



CALCULO DE LAS REACCIONES

$$\sum M_A = 0 = (2.5)\ (6.0)\ (3) - RB(6) + 3(8) = 0$$

$$R_B = \frac{69}{6} = 11.5 \text{ ton.}$$

$$\sum Fy=0\ ;\ R_A - (2.5)\ (6.0) - 3.0 + 11.5$$

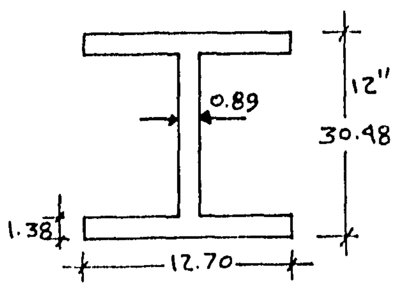
$$R_A = 6.5 \text{ ton.}$$

De la fórmula de la Escuadría

$$\sigma = \frac{M}{S}\ ; \qquad S = \frac{M}{fb} = \frac{845{,}000 \text{ Kg- cm}}{1518 \text{ Kg/cm}^2}$$

$$S = 556.65 \text{ cm}^3$$

Proponiendo Sección I



Datos:
A= 60.30 cm^2
Ix= 9074.0 cm^4
rx= 12.27 cm
Sx= 596.5 cm^4
Iy= 390.0 cm^4
ry= 2.54 cm
Sy= 61.3 cm^3

Revisión:

$$fb = \frac{M}{S} = \frac{845,000}{596.5} = 1,416.60$$

$1417 < 1518\ kg/cm^2$ -------- BIEN!

III.4 PANDEO LATERAL EN VIGAS DE ACERO

Para evitar el pandeo lateral en vigas de acero el esfuerzo permisible máximo a flexión debe ser mayor de los siguientes dos valores, pero sin exceder de 0.60 fy

$$Fb = \frac{0.6(0.69 \times 10^6)}{\frac{Ld}{Af}}\ Cb = \frac{843,700\ Cb}{\frac{Ld}{Af}} \leqslant 0.6\ fy$$

$$Cb = 1.75 + 1.05\left(\frac{M1}{M2}\right) + 0.3\left(\frac{M1}{M2}\right)^2 \leqslant 2.3$$

Cb= Factor que toma en cuenta la variación del momento flexionante

$$Si\ \frac{L}{rt} > Cc = \sqrt{\frac{35.86 \times 10^6\ Cb}{fy}}$$

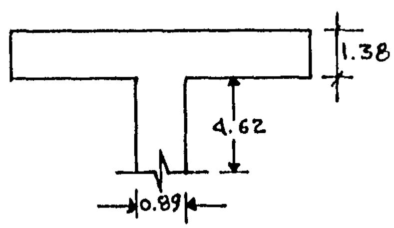
$$\therefore Fb = \frac{11.97 \times 10^6\ Cb}{(L/rt)^2}$$ ---------------- Rango elástico

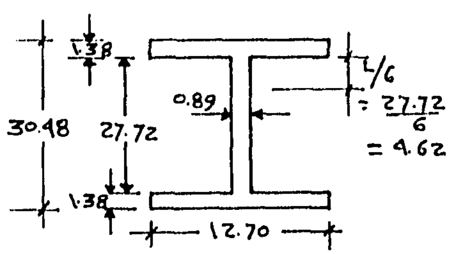
$$Si\ \frac{L}{rt} < Cc \qquad Fb = \left(\frac{2}{3} - \frac{Fy\ (L/rt)^2}{1080 \times 10^5\ Cb}\right) Fy$$

Af= Area del patín en compresión
rt= Radio de giro de la sección del patín en compresión
L= Longitud de la viga.
d= Peralte de la viga.

Continuando con el ejemplo III.3

Revisión del patín





Cálculo del momento de inercia

$$A = (12.70 \times 1.38) + (4,62 \times 0.89) = 21.64\ cm^2$$

$$Iy = \frac{1.38 \times 12.70^3}{12} + \frac{4.62 \times 0.89^3}{12} = 235.84\ cm^4$$

$$ry = \sqrt{\frac{Iy}{A}} = \sqrt{\frac{235.84}{21.64}} = 3.29\ cm$$

$$\frac{l}{rt} = \frac{200}{3.29} = 60.79$$

$$Cc = \sqrt{\frac{35.86 \times 10^6\ Cb}{Fy}}$$

$$Cb = 1.75 + 1.05 \left(\frac{M1}{M2}\right) + 0.3 \left(\frac{M1}{M2}\right)^2 < 2.3$$

TRAMO B-C

$$Cb = 1.75 + 1.05 \left(\frac{0}{6}\right) + 0.3 \left(\frac{0}{6}\right)^2 \leqslant 2.3$$

$Cb = 1.75 < 2.3$ ---------------- BIEN!

$$\therefore Cc = \sqrt{\frac{35.86 \times 10^6 \times 1.75}{2530}} = 157.5$$

Como $\frac{l}{rt} = 66.79 < Cc = 157.5$

$$\therefore Fb = \left(\frac{2}{3} - \frac{2530\ (60.79)^2}{1080 \times 10^5 \times 1.75}\right) 2530 = 1562$$

$Fb = 1562 > 1518$ ----------------→ inaceptable!

$$Fb = \frac{0.6\ (0.69 \times 10^6)}{\frac{200 \times 27.72}{17.53}} = 2290\ Kg/cm^2 \not< 1518\ Kg/cm^2$$

-----→ inaceptable!

TRAMO A - B

$$Cb = 1.75 + 1.05 \left(\frac{6}{8.45}\right) + 0.3 \left(\frac{6}{8.45}\right)^2 \leqslant 2.3$$

$$2.65 \not\leq 2.3$$

$$\therefore Cb = 2.3$$

$$\frac{l}{rt} = \frac{600}{3.29} = 182.37$$

$$Cc = 157.5$$

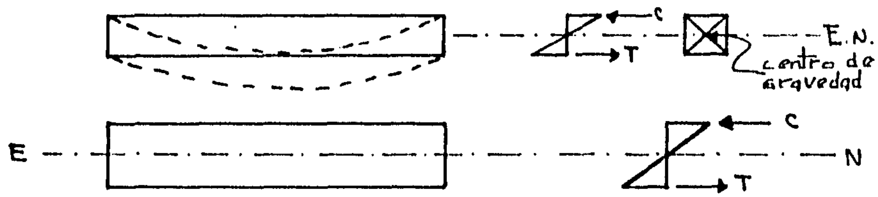
$$\frac{l}{rt} > Cc$$

$$\therefore Fb = \frac{11.95 \times 10^6 \times 2.3}{(182.37)^2} = 826.39\ Kg/cm^2$$

$$826.39\ Kg/cm^2 < 1518\ Kg/cm^2 \dashrightarrow \text{BIEN!}$$

III.5 ELEMENTOS DE MADERA SUJETOS A FLEXION

PARA VIGAS DE MADERA RECTANGULAR



El centro de gravedad coincide con el eje neutro

III.5.1 FORMULAS DE DISEÑO Y REVISION

Fórmula de la Escuadría

$f = \frac{M}{I} Y$; donde:

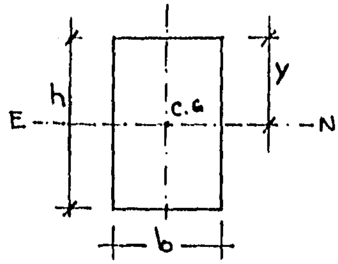
f= Esfuerzo (Kg/cm^2)
M= Me ó Mflex. (Kg - cm)
I= Momento de Inercia con respecto al eje donde se presenta la flexion (cm^4)
S= Módulo de la sección (cm^3)

$$S = \frac{I}{Y}$$

Y= Distancia del eje neutro a la fibra mas alejada de laviga (cm.)

Se tiene que:

$$I_x = \frac{bh^3}{12} \quad ; \quad I_y = \frac{hb^3}{12}$$



Donde h= Peralte total de la viga (cm)
b= Ancho de la sección (cm)

$$y = \frac{h}{2}$$

$$S_x = \frac{\frac{bh^3}{12}}{y} = \frac{\frac{bh^3}{12}}{\frac{h}{2}} = \frac{2bh^3}{12h} = \frac{bh^2}{6}$$

$$f = \frac{M}{S} \qquad S = \frac{M}{f}$$

$$\left.\begin{array}{l} S_x = \frac{b\,h^2}{6} \\ \\ S_y = \frac{h\,b^2}{6} \end{array}\right] \text{Módulos de Sección}$$

$$S \text{ geom.} = \frac{b\,h^2}{6} \; ; \qquad S \text{ necesaria} = \frac{M}{f}$$

f es dato. Depende de la calidad de la madera

f permisible = fp

Madera de Calidad		fp (Para Flexión)
Muy Buena	--------------------	80 Kg/cm^2
Buena	--------------------	70 Kg/cm^2
Regular	--------------------	60 Kg/cm^2
Mala	--------------------	40 Kg/cm^2

E= Modulo de Elasticidad de Madera Por Reglamento de Construcción D.D.F.

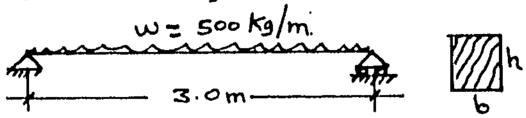
$$E = 70{,}000 \ kg/cm^2$$

Esfuerzos permisible en (Kg/cm^2) según reglamento de Construcción D.D.F.

SOLICITACION	V-75	V-65	V-56	V-40
FLEXION Y TENSION	80	70	50	40
COMPRESION PARALELA A LA FIBRA	60	50	40	30
COMPRESION PERPENDICULAR A LA FIBRA	12	12	11	11
CORTANTE PARALELO A LA FIBRA	11	9	7	6
MODULOS DE ELASTICIDAD E { MEDIO	70000	70000	70000	70000
MINIMO	40000	40000	40000	40000

EJEMPLO III.4

Diseñar la viga en madera.



Suponiendo Ppviga = 30 Kg/m

Wtot. = 500+30 = 530 Kg/m

$M= \frac{wl^2}{8} = \frac{530 \times 3^2}{8} = 597$ Kg-m

M= 59,700 Kg-cm

Madera de buena calidad

$fp = 70\ kg/cm^2$

$S\ Geom. = \frac{bh^2}{6}$

$S\ Nec. = \frac{M}{fp} = \frac{59,700}{70} = 853.0\ cm^3$

IGUALANDO LOS MODULOS DE SECCION

S Geom= Snec.

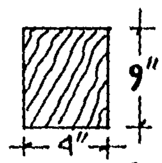
$$\frac{bh^2}{6} = \frac{M}{fp} = 853.0$$

De donde $h = \sqrt{\dfrac{853 \times 6}{b}}$

Dándole valores a b

b	h teórica	h práctica	
10	22.62	23 ◄----------------	BUENA
15	16.47	19	

La sección es:



9" = 23 cm.
4" = 10 cm.

$$S\ Geom = \frac{10 \times 23^2}{6} = 882.0\ cm^3$$

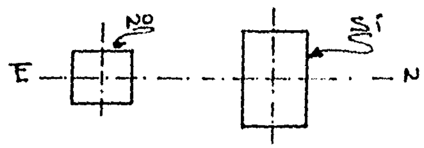
882 > 853 ---------------►BIEN!

Peso volumétrico de la madera $\begin{cases} 600\ kg/m^3 \\ 1000\ kg/m^3 \end{cases}$

Pp viga = 0.10 x 0.23 x 1000= 23 Kg/m

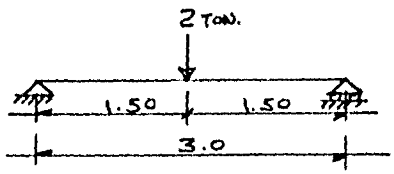
23< 30-------► BIEN !

NOTA: Las vigas cuadradas son antieconómicas ; son mejores las vigas con mayor material arriba del eje neutro (E. N)



EJEMPLO III.5

DISEÑAR LA SIGUIENTE VIGA EN MADERA



Madera de Mala Calidad

fp= 40 Kg/cm^2
Pv= 700 Kg/m^3
Ppviga = 35 Kg/m

$$MPpviga = \frac{wl^2}{8} = \frac{35 \times 3^2}{8} = 39.38\ Kg\text{-}m$$

$$M = \frac{Pl}{4} = \frac{2x3}{4} = 1.5 \text{ t-m.}$$

$$M_T = 3938 + 150,000 = 153,938 \text{ Kg- cm}$$

$$\text{Snec.} = \frac{153,938}{40} = 3848\text{cm}^3$$

$$\text{S Geom} = \frac{bh^2}{6}$$

S Geom = S Nec.

$$\frac{bh^2}{6} = 3848$$

$$h = \sqrt{\frac{3848 \times 6}{b}}$$

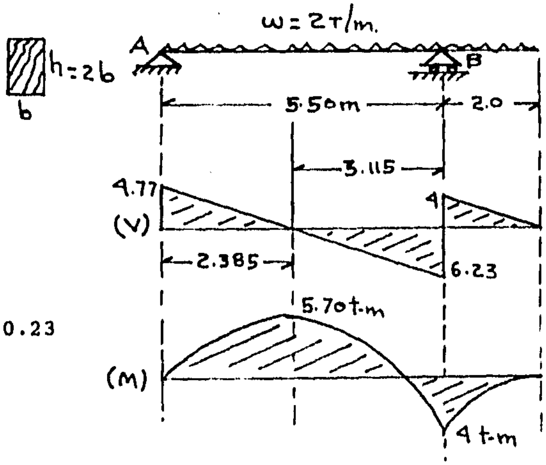
b	h teórica	h práctica
15	39.23	40
16	37.98	38
17	36.85	37
18	35.81	36 ◄---------BIEN!

Sección de 18 x 36cm.

EJEMPLO III.6

DISEÑAR LA SIGUIENTE VIGA

DATOS:
fp= 60 kg/cm^2
Em = 70, 000 Kg/cm^2



Cálculo de las reacciones

$$\Sigma M_A = 0; \ (7.5)(2)(3.75) - R_B(5.5) = 0$$

$$R_B = \frac{56.25}{5.5} = 10.23 \text{ Ton.}$$

$$\Sigma FY = 0 \ ; \ R_A - 2\ (7.5) + 10.23$$

$$R_A = 4.77 \text{ Ton.}$$

De la fórmula de la Escuadría

$\sigma = \frac{M}{I} y$; $\sigma = \frac{M}{S}$; $S = \frac{I}{Y}$; $S = \frac{M}{\sigma}$

$$S = \frac{\frac{bh^3}{12}}{\frac{h}{2}} = \frac{2bh^3}{12h} = \frac{bh^2}{6}$$

si h= 2b

$$\therefore \; S = \frac{b(2\,b)^2}{6} = \frac{4\,b^3}{6} = \frac{2\,b^3}{3} = 2/3\ b^3$$

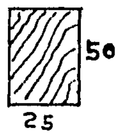
Sustituyendo:

$$S = \frac{M}{\sigma}$$

$$2/_3\ b^3 = \frac{570{,}000}{60} \; ; \qquad b^3 = \frac{3\ (570{,}000\ )}{2\ (60)}$$

$b = 24.24$ cm ≈ 25.0 cm

$h = 2b = 50$ cm



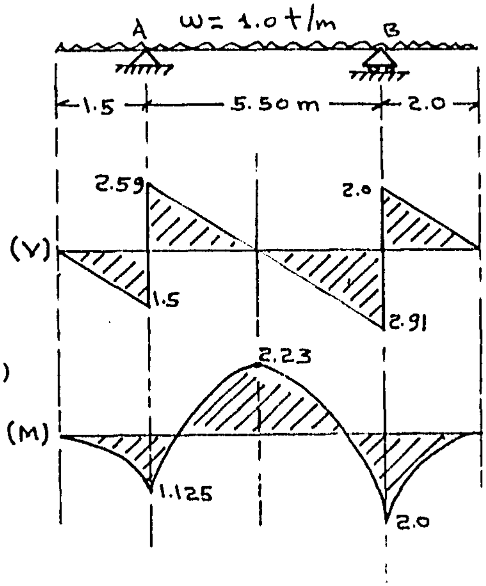
Cálculo del esfuerzo cortante

$$\tau \text{ máx.} = 1.5 \frac{V}{A}$$

$$\tau \text{ máx.} = 1.5 \ \frac{6230}{25 \text{x} 50} = 7.48 \text{ kg/cm}^2$$

EJEMPLO III.7

DATOS:
$f_p = 60\ kg/cm^2$
$E_m = 70{,}000\ Kg/cm^2$



Cálculo de las reacciones

$\Sigma M_A = 0$
$= -1.5\ (0.75) + 7.50(3.75) - 5.5\ R_B = 0$

$R_B = 4.91$ ton.

$\Sigma\ F_y = 0;\ -9 + R_A + 4.91 = 0$

$R_A = 9 - 4.91 = 4.09$ ton.

Módulo de sección.

$S = \frac{M}{\sigma}$; $S = \frac{bh^2}{6}$

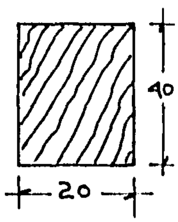
Si $h = 2b$; $S = \frac{b(2b)^2}{6} = \frac{4b^3}{6} = \frac{2b^3}{3}$

Sustituyendo $2/3\ b^3 = \frac{223{,}000}{60}$; $2/3\ b^3 = 3716.67$

$b^3 = 5575$; $b = \sqrt[3]{5575} = 17.73 \approx 20$ cm.

$h = 2\ b = 2\ (20) = 40$ cm

Sección de 20x40 cm.



TEMA IV

ELEMENTOS ESBELTOS SUJETOS A FLEXOCOMPRESION

OBJETIVO: QUE EL ESTUDIANTE SEA CAPAZ DE REVISAR Y DIMENSIONAR PIEZAS LARGAS SUJETAS A FLEXOCOMPRESION

IV.1 INTRODUCCION.

Las piezas flexocomprimidas son elementos estructurales sometidos a la acción simultánea de fuerzas normales de compresión y momentos flexionantes, que pueden actuar alrededor de uno de los ejes centroidales y principales de sus secciones transversales o tener componentes según los dos ejes principales. Su importancia es fundamental porque las barras en compresión axial no existen prácticamente en estructuras reales en las que, debido principalmente a la continuidad entre los diversos miembros que las componen, la compresión se presenta casi siempre acompañada por flexión.

Con la única excepción de las piezas muy cortas, el comportamiento de las barras flexocomprimidas constituyen un problema de inestabilidad pues la interacción de fuerza axial y flexión ocaciona eventualmente deformaciones que crecen mas rápidamente que las cargas y que siguen aumentando aun cuando éstas disminuyen, lo que caracteriza el colapso; este fenómeno se presenta aunque la columna se conserve siempre en su plano original ya sea por sus propiedades geométricas o porque haya elementos exteriores que le impidan salirse de él, pero su capacidad de carga puede verse todavía mas limitada por pandeo lateral o local prematuros.

Una barra flexocomprimida puede fallar por algunas de las causas que se enumeran a continuación, o por una combinación de dos o mas de ellas:

1.-Porque se alcanza su resistencia máxima bajo momento y fuerza axial combinados, al formarse articulaciones plásticas en la sección o secciones en las que el momento tiene su mayor intensidad.

2.- Por inestabilidad en el plano de los momentos ocacionada por exceso de flexión en ese plano, teniendo en cuenta la acción simultánea de la fuerza normal.

3.- Por pandeo lateral debido a la flexotorsion .

4.-Por pandeo debido a compresión axial, alrededor de los ejes del momento de inercia mínimo.

5.- Por pandeo local.

La condición 1 es crítica en piezas cortas y de paredes gruesas, en las que no hay posibilidad de falla por inestabilidad, y puede serlo también en piezas largas en las que bajo determinadas condiciones de apoyo y carga pueden formarse articulaciones plásticas en uno o en los dos extremos, producidos por fuerza de menor intensidad que las que ocasionarían la falla por pandeo.

La segunda condición es crítica en barras flexionadas alrededor de sus ejes de menor momento de inercia, y también cuando la flexión se presenta en el plano de mayor resistencia pero el pandeo lateral esta impedido por las características geométricas de las secciones transversales (tubos, secciones en cajón) o por la presencia de elementos exteriores de contraventeo.

La falla por pandeo lateral (condición 3) se presenta en miembros de sección I o similar, flexionados alrededor de sus ejes de mayor momento de inercia y desprovistos de elementos exteriores adecuados de contraventeo, se caracteriza por una flexión lateral de la barra en un plano perpendicular al de la aplicación de las cargas; acompañada por un retorcimiento alrededor del eje longitudinal.

La condición 4 es crítica cuando la fuerza axial es mucho más importante que la flexión (El comportamiento se aproxima al de una columna en compresión axial).

IV.2 DISEÑO Y REVISION CON ACERO

IV.2.1 FORMULAS PARA DISEÑO Y REVISION

Los miembros sometidos simultáneamente a esfuerzos de compresión axial y a esfuerzos de flexión, deben estar diseñados de manera que satisfagan las condiciones siguientes:

$$\frac{fa}{Fa} + \frac{Cmx\ fbx}{\left[1 - \frac{fa}{F'ex}\right] Fbx} + \frac{Cmx\ fby}{\left[1 - \frac{fa}{F'ey}\right] Fby} \leqslant 1.0 \quad \text{----------} \quad (IV.1)$$

$$\frac{fa}{0.60\ Fy} + \frac{fbx}{Fbx} + \frac{fby}{Fby} \leqslant 1.0 \quad \text{------------} \quad (IV.2)$$

Cuando $fa/Fa \leqslant 0.15$, se usará la siguiente ecuación:

$$\frac{fa}{Fa} + \frac{fbx}{Fbx} + \frac{fby}{Fby} \leqslant 1.0 \quad \text{------------------------} \quad (IV.3)$$

En las fórmulas anteriores los subíndices 'x' y 'y' combinados con los subíndices b,m y e, indican el eje de flexión alrededor del cual se aplica un esfuerzo en particular o una propiedad de diseño, y en donde:

Fa= Esfuerzo de compresión axial permisible si solo existiera fuerza axial, en Kg/cm^2.

Fb= Esfuerzo de compresión por flexión permisible si solo existiera momento de flexión, en Kg/cm^2

$$F'e= \frac{12\pi^2 E}{23\ (klb/r_b)^2} \qquad \text{---------------------(IV.4)}$$

= Esfuerzo de Euler dividido entre un factor de seguridad, en kg/cm^2. En la Fórmula para F'e, lb es la longitud real sin arriostramiento en el plano de flexión, y rb es el radio de giro correspondiente. K es el factor de longitud efectiva en el plano de flexión.
fa= Esfuerzo Axial calculado, en Kg/cm^2

fb= Esfuerzo de compresión por flexión calculado en el punto considerado, en Kg/cm^2

Cm= Coeficiente cuyo valor será:

1.- Para miembros en compresión en marcos sujetos a desplazamiento lateral, Cm = 0.85

2.- Para miembros en compresión con extremos restringidos, en marcos arriostrados contra desplazamiento lateral y no sujeto a carga transversal entre sus apoyos en el plano de flexión,

$$Cm= 0.6 - 0.9 \frac{M_1}{M_2}, \quad \text{Pero no menor de } 0.4$$

En donde M_1/M_2 Es la relación del momento menor al mayor, en los extremos de la parte del miembro no arriostrada, en el plano de flexión. M_1/M_2 es positivo cuando el miembro esta flexionado en curvatura simple.

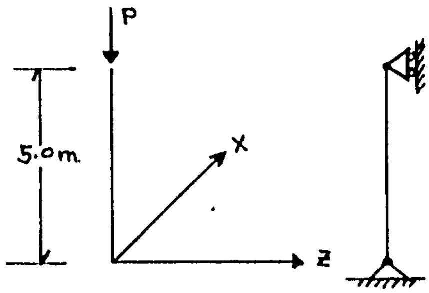
3.- Para miembros en compresión en marcos arriostrados contra desplazamiento lateral en el plano de las cargas y sujetos a carga transversal entre sus apoyos, el valor de Cm puede determinarse por un análisis racional; Sin embargo, en lugar de dicho análisis, pueden emplearse los valores siguientes :

Cm= 0.85 Para miembros cuyos extremos están restringidos

Cm= 1.0 Para miembros cuyos extremos no están restringidos

EJEMPLO IV.1

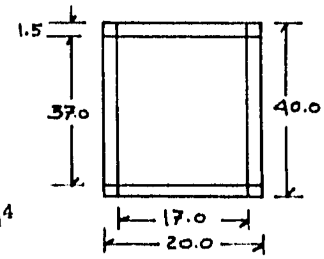
Revisar si la sección de cajón de acero A36 mostrado en la figura es adecuado para soportar las cargas que están actuando en ella.



DATOS:

P= 50 ton.
ex= 16cm.
ez= 20 cm.
fy= 2530 Kg/cm^2
Es= 2'039,000 Kg/cm^2
Kx= 2.1
Kz= 1.0

Sección en cajón.



DATOS:

A= 171.0 cm^2
Ix= 34,908 cm^4
Iz= 11,518 cm^4
rx= 14.28 cm
rz= 8.21 cm

Cálculo del momento de inercia

$$Ix = \frac{20X40^3}{12} - \frac{17X37^3}{12} = 34,908\ cm^4$$

$$Iz = \frac{40x\ 20^3}{12} - \frac{37\ x\ 17^3}{12} = 11,518\ cm^4$$

Cálculo del radio de giro

$$r_x = \sqrt{\frac{Ix}{A}} = \sqrt{\frac{34,908}{171}} = 14,28\ cm^2$$

$$r_z = \sqrt{\frac{Iz}{A}} = \sqrt{\frac{11518}{171}} = 8.21cm.$$

Cálculo de los elementos mecánicos (momentos superiores)

Mx = P.ex= 50,000 x 16 = 800,000 Kg-cm

Mz = P.ez= 50,000 x 20 = 1'000,000 Kg-cm

Momentos inferiores

Mx= P.ex = 50,000 x 16 = 800,000 Kg-cm

Mz= P.ez= 50,000 x 0 = 0 ------------(Por ser articulación)

Cálculo del módulo de sección

$$\sigma = \frac{M}{I} y, \quad \sigma = \frac{M}{S} ; \quad Sx = \frac{I}{Y}$$

$$Sx = \frac{34908}{20} = 1745 \text{ cm}^3$$

$$Sz = \frac{11518}{10} = 1151.8 \text{ cm}^3$$

Cálculo del esfuerzo a flexión

$$fbx = \frac{Mx}{Sx} = \frac{800{,}000}{1745} = 458.45 \text{ Kg/cm}^2$$

$$fbz = \frac{Mz}{Sz} = \frac{1'000{,}000}{1152.8} = 867.45 \text{ Kg/cm}^2$$

Cálculo de la relación de esbeltez

$$\frac{klx}{rx} = \frac{21 \text{ X } 500}{14.28} = 73.53 \text{ -----------------}\blacktriangleright$$ DE TABLAS: $fa = 1126 \text{ Kg/cm}^2$

$$\frac{klz}{rz} = \frac{10 \text{ x } 500}{8.21} = 60.9 \text{ -------------------}\blacktriangleright$$ DE TABLAS $fa = 1218 \text{ kg/cm}^2$

Donde k = Condición de apoyo.

Cálculo Cc

$$Cc = \sqrt{\frac{2\pi^2 E}{fy}} = \sqrt{\frac{2\pi^2 \times 2'039{,}000}{2530}} = 126.0$$

73.53 < 126.0 ----------▶ RANGO INELASTICO

Cálculo del esfuerzo Actuante:

$$Fa = \frac{P}{A} = \frac{50{,}000}{171} = 292.4 \text{ kg/cm}^2$$

$$\frac{fa}{Fa} = \frac{292.4}{1126} = 0.24$$

$$\frac{fa}{Fa} > 0.15$$

Por lo tanto:

$$\frac{fa}{Fa} + \frac{Cmx\ fbx}{\left[1 - \frac{fa}{f'e}\right] fb} + \frac{Cmz\ fbz}{\left[1 - \frac{fa}{f'e}\right] fb} \leq 1.0$$

$$Cmx = 0.6 + 0.4 \frac{M_1}{M_2} \geq 0.4$$

$$Cmx = 0.6 + 0.4 \left(\frac{0}{1'000{,}000} \right) \geqslant 0.4$$

$$Cmx = 0.6 > 0.4 \longrightarrow \text{Bien !}$$

$$Cmz = 0.6 + 0.4 \left[\frac{800{,}000}{1'000{,}000} \right] \geqslant 0.4$$

$$Cmz = 0.92 > 0.4$$

$$F'ex = \frac{10'\,480{,}000}{\left[\frac{Kl}{rx}\right]^2} = \frac{10'480{,}000}{(73.53)^2} = 1938 \text{ Kg/cm}^2$$

$$F'e\,z = \frac{10'480{,}000}{\left[\frac{Kl}{rz}\right]^2} = \frac{10'480{,}000}{(60.9)^2} = 2826 \text{ Kg/cm}^2$$

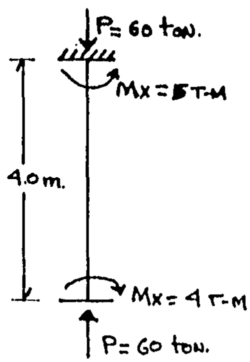
$$fb = 0.60\, fy = 0.60 \times 2530 = 1518 \text{ Kg/ cm}^2$$

Por lo tanto :

$$0.24 + \frac{0.6\,(458.45)}{\left[1 - \frac{292.40}{1938}\right] 1518} + \frac{0.92\,[867.45]}{\left(1 - \frac{292.40}{2826}\right) 1518} \leqslant 1.0$$

$$1.0 = 1.0 \longrightarrow \text{Se acepta la sección.}$$

EJEMPLO IV .2



verificar si:

$$\frac{fa}{Fa} \leqslant 0.15 = \longrightarrow \frac{fa}{Fa} + \frac{fb}{Fb} \leqslant 1.0$$

$$\frac{fa}{Fa} > 0.15 \longrightarrow \frac{fa}{Fa} + \frac{Cm\, fb}{\left[1 - \frac{Fa}{F'ex}\right] Fb} \leqslant 1.0$$

SOLUCION:

Esfuerzo de Euler

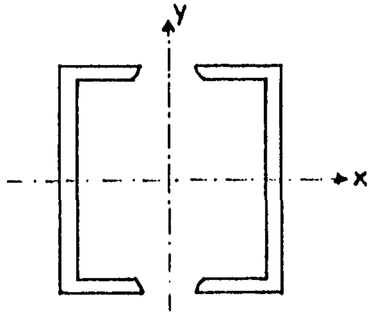
$$F'e = \frac{fcr}{F.S.} \quad ; \quad F'e \quad \frac{\frac{\pi^2\, E}{(Kl/r)^2}}{F.S.} = \frac{3.1416^2 \times 2'\,039.000}{1.92(Kl/r)^2}$$

$$F'e = \frac{10'\,480{,}000}{\left[\frac{kl}{r}\right]^2}$$

Esfuerzo Admisible

$$fa = \frac{P}{A}$$

Proponiendo



[-10 Ps
A= 137.78 cm^2
Ix = 9614.2 cm^4
rx = 8.51 cm
Sx = 757.0 cm^3
Iy = 6225.0 cm^4
ry= 6.85 cm
sy = 742.8 cm^3
fy= 2530Kg/cm^2
E= 2'039,000 Kg/cm^2

Esfuerzo Admisible

$$fa = \frac{P}{A} = \frac{60,000}{137.78} = 451.88 \text{ kg/cm}^2$$

Relación de Esbeltez.

$$\frac{kL}{ry} = \frac{0.5 \text{ X } 400}{6.85} = 29.20 \text{ ----}\rightarrow \text{ de tablas } \rightarrow \text{ Fa} = 1406 \text{ kg/cm}^2$$

$$\frac{fa}{Fa} = \frac{451.88}{1406} = 0.32 \text{ ---------}\rightarrow \frac{fa}{Fa} > 0.15$$

Por lo tanto:

$$\frac{fa}{Fa} + \frac{Cm\ fb}{[1- \frac{fb}{f'ex}]\ fb} \leqslant 1.0$$

Esfuerzo a flexión:

$$fby = \frac{M}{Sy} = \frac{500,000}{742.8} = 673.13 \text{ Kg / cm}^2$$

Esfuerzo permitido a flexión:

$$fb = 0.60\ fy = 0.60 \times 2530 \text{ Kg/ cm}^2 = 1518 \text{ Kg/cm}^2$$

$$Cm = 0.6 + 0.4 \frac{M_1}{M_2} \geqslant 1.0$$

$$0.6 + 0.4 \frac{4}{5} \geqslant 1.0$$

$$0.96 \not\geqslant 1.0 \quad \therefore \quad Cm = 1.0$$

Cálculo del esfuerzo de Euler

$$F'ex = \frac{10'480,000}{(kl/r)^2} = \frac{10'480,000}{(29.20)^2} = 12,291 \text{ Kg/ cm}^2$$

De la fórmula:

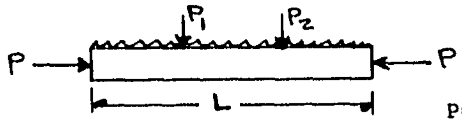
$$\frac{fa}{Fa} + \frac{Cm\ fb}{[1 - \frac{fb}{F'ex}]\ fb} \leqslant 1.0$$

Sustituyendo valores.

$$0.32 + \frac{1.0 \times 673.13}{[1 - \frac{451.88}{12,291}]\ 1518} \leqslant 1.0$$

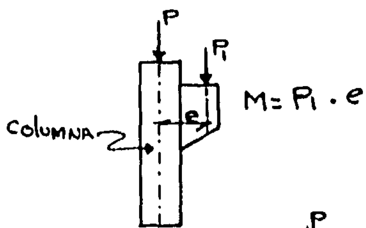
0.78<1.0 Bien!

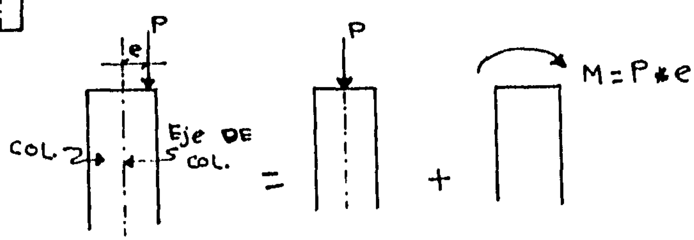
IV.3 FLEXOCOMPRESION EN PIEZAS DE MADERA



P= carga de compresión en kg.

e= excentricidad de la carga en cm.





IV.3.1 FORMULAS PARA DISEÑO Y REVISION

Se tiene la siguiente fórmula

$$\frac{\frac{P}{An}}{fcd} + \frac{\frac{M}{S} + \frac{P}{An}\,\frac{6e\beta}{de}}{fbd\ .\ Cf} \leq 1.0 \text{ ---------(IV.5)}$$

Donde:

P= Carga Axial

An= Area neta de la sección

fcd= Esfuerzo Permisible en compresión; considerando la esbeltez

M= Momento flexionante

S= Módulo de sección

de= Dimensión de la sección en la dirección de la excentricidad

β = Factor de amplificación de momento debido a la esbeltez

$$\text{Si } \frac{Kl}{b} > \sqrt{\frac{0.30\ E}{fcp}} \text{ ------}\rightarrow \beta = 1.25 \text{ -----------(IV.6)}$$

$$\text{Si } \frac{Kl}{b} < \sqrt{\frac{0.30\ E}{fcp}} \text{ ------}\rightarrow \beta = 1.0 \text{ ------------(IV.7)}$$

fbd = Esfuerzo permisible de diseño en flexión

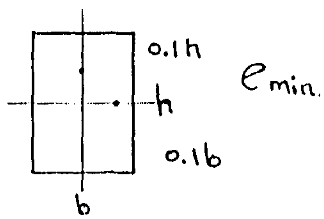
Cf= Factor de forma o coeficiente, donde :

Cf= 1.00; Si h <30 cm

Cf= 0.85 a 0.90; Si h> 30 cm

Como los elementos trabajan a flexocompresión se recomienda aplicar una excentricidad mínima:

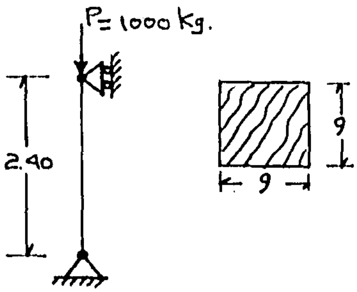
emin = 0.1 (b ó d)



EJEMPLO IV.3

DATOS:

$fcp = 80\ Kg/\ cm^2$
e= 3 cm
P= 1000 Kg
L= 2.40m.
$Em = 70{,}000\ kg/cm^2$
$fdp= 100\ kg/\ cm^2$
K= 1.00



Solución:

$$\frac{KL}{b} = \frac{1.00X\ 2.40}{9} = 26.67$$

$$Cc= \sqrt{\frac{0.30E}{fcp}} = \sqrt{\frac{0.30\ x70{,}000}{80}}\ ; \qquad Cc= 16.20$$

$\frac{Kl}{b} > Cc.$ ----------> Se presenta la relación de esbeltez.

fcd< fcp

$$fcd= \frac{0.30E}{\left[\frac{Kl}{b}\right]^2} = \frac{0.30\ x\ 70{,}000}{(\ 26.67)^2}\ ; \qquad fcd = 29.52\ Kg/cm^2$$

P= Afcd = 9x9 (29.52) = 2391 kg.

$$\frac{KL}{b} > \sqrt{\frac{0.30E}{fcp}}$$

26.67 > 16.20; por lo que $\beta = 1.25$

de = 9 cm.

como 9 < 30 ------------> Cf = 1.00

fbd=

$$C.S.= 1.4\sqrt{\frac{hle}{b^2}} = 1.4\sqrt{\frac{9\ x2.40}{81}} = 7.23$$

7.23 < 10---------- fbd= fp
$fbd= 80\ Kg\ /\ cm^2$

M/S= 0

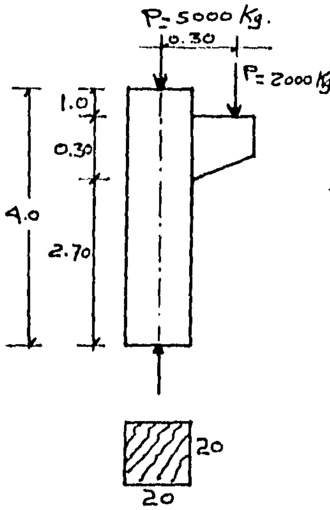
Sustituyendo en la fórmula :

$$\frac{\frac{P}{An}}{fcd} + \frac{\frac{M}{S} + \frac{P}{An}\ \frac{6e\beta}{de}}{fbd\ Cf} \leq 1.0$$

$$\frac{\frac{1000}{81}}{29.52} + 0 + \frac{\frac{1000}{81} \cdot \frac{6(3)\ (1.25)}{9}}{80 \times 1.00} \leq 1.0$$

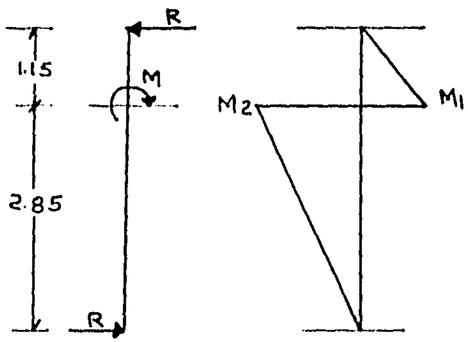
0.80 < 1.0 ----------------Sección adecuada¡

EJEMPLO IV.4



DATOS:
fcp = 85 Kg/cm^2 ---→ A compresión
fbp = 105 Kg/ cm^2 ----→ A flexión
Em = 70,000 kg/cm^2

Proponiendo sección de 20 x 20



Momento de la ménsula:

Mom. Méns. = 2000x 30 = 60,000 Kg - cm

$R = \frac{60,000}{400} = 150.0$ Kg

M1= 150 x 115 = 17,250 Kg-cm

M2= 150 X 285 = 47,750 kg-cm

Revisión por esbeltez

$\frac{KL}{b} = \frac{1.00 \times 400}{20} = 20.0$

$Cc = \sqrt{\frac{0.30\ E}{fcp}} = \sqrt{\frac{0.30 \times 70,000}{85}} = 15.71$

$\frac{KL}{b} > Cc$; 0.20 > 15.71 !

Por lo que:

$$fcd = \frac{0.30\ E}{\left[\frac{kl}{b}\right]^2} = \frac{0.30 \times 70{,}000}{20.0^2}$$

fcd= 52.5 Kg/cm^2

fcd < fcp ; 52.5 Kg/cm^2 < 85 Kg/cm^2

Fórmula:

$$\frac{\frac{P}{An}}{fcd} + \frac{\frac{M}{S} + \frac{P}{An}\ \frac{6e\theta}{de}}{fbp\ Cf} \leqslant 1.0$$

$$\frac{P}{An} = \frac{5{,}000 + 2000}{20\times 20} = 17.50\ Kg/\ cm^2$$

$$S = \frac{bd^2}{6} = \frac{20\times 20^2}{6} = 1333.33\ cm^3$$

$$\frac{M}{S} = \frac{47{,}750}{1333.33} = 32.06\ Kg\ /\ cm^2$$

Cálculo de la excentricidad

e min= 0.1 x 20 = 2.0 cm

Como $\frac{Kl}{b} > Cc$ -----------> θ = 1.25

Cálculo del esfuerzo a flexión del diseño

Si Cs < 10; fbd = fbp

$$Cs = 1.4\sqrt{\frac{dl}{b^2}} = 1.4\sqrt{\frac{20 \times 400}{20^2}} = 6.26$$

6.26 < 10 ; fbd = 105 Kg/cm^2

Como d < 30; Cf = 1.0

Sustituyendo valores:

$$\frac{17.5}{52.5} + \frac{32.06 + 17.5\ \frac{6X2X1.25}{20X20}}{105 \times 1.0} \leqslant 1.0$$

0.70 < 1.0 -------->BIEN !

IV.4 FLEXOCOMPRESION EN ESTRUCTURAS DE CONCRETO.

IV.4.1 DISEÑO Y REVISION DE COLUMNAS DE CONCRETO REFORZADO.

IV.4.1.1 COMPORTAMIENTOS Y MODOS DE FALLA.

Una columna que esta sujeta a la acción de un momento flexionante (M) y una carga axial (P) puede alcanzar su resistencia bajo diferentes combinaciones de carga y momento que van desde el punto de carga axial máximo P y el momento flexionante nulo; caso de compresión simple, o cuando se tiene un momento flexionante máximo y la carga axial nula, caso de flexión simple.

El lugar geométrico de las combinaciones de carga axial y momento flexionante con las que el momento puede alcanzar su resistencia se puede representar en forma gráfica mediante los diagramas de interacción.

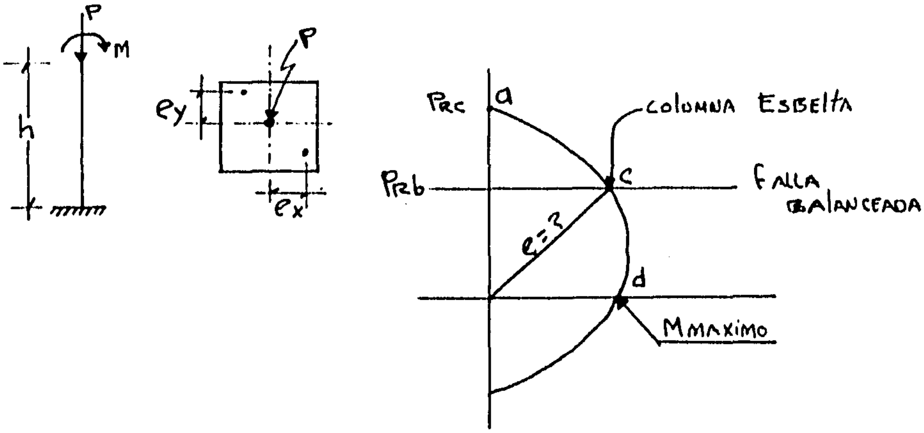


Diagrama de Interacción de una Sección Rectangular.

Donde:
P_{RC}= Carga resistente a la compresión
P_{Rb}= Carga resistente balanceada
P_{Rt}= Carga resistente a tensión

Del Diagrama de Interacción.

La línea que se encuentra entre los puntos a y c corresponden a la región cuyas excentricidades son pequeñas lo cual produce una falla por compresión del concreto; en el punto c corresponde a la condición balanceada; es decir los valores de Mc y Pc que producen simultáneamente una falla por aplastamiento del concreto y la fluencia del acero. Finalmente en la que se localiza entre c y d representa la región cuyas fallas son producidas por la fluencia del acero, y corresponden a grandes excentricidades (falla por tensión).

Tipos de fallas en columnas de concreto.

a) Falla por aplastamiento del concreto

En el diagrama de interacción cuando las excentricidades son pequeñas y las cargas considerables grandes, la falla en la columna se presenta por compresión del concreto, al alcanzar su máxima deformación unitaria con valores del orden de 3 milésimas de centímetro /centímetro, es decir, si una carga P es mayor que la carga balanceada. Esto nos indica que requiere incrementar el bloque de compresión, trasladándose el eje neutro hacia el acero en tensión, por lo que habrá un incremento en 'a', profundidad del bloque de esfuerzo; y de 'c', profundidad del eje neutro.

b) Falla Balanceada.

Se llama columna balanceada aquella en que simultáneamente alcanza su resistencia por aplastamiento del concreto a una deformación unitaria de 3 milésimas de cm/cm, y el acero alcanza su esfuerzo por fluencia.

C) Falla por fluencia del acero

Cuando la excentricidad es grande, la resistencia del elemento se alcanzará si el acero de tensión llega a su esfuerzo de fluencia, esto se debe a que la acción del momento flexionante es considerablemente mayor que la carga axial, siendo el límite cuando la carga es nula, y solo actúa el momento. Caso de flexión simple.

EL DIAGRAMA DE INTERACCION PRESENTA DOS VENTAJAS:

1.- Permite visualizar de inmediato las características de resistencia de una columna.

2.- Sirve para formar gráficas, por medio de las cuales se puede calcular o diseñar la escuadría adecuada, para soportar un momento y una carga axial determinada.

Para su obtención se puede utilizar un procedimiento general aplicable a cualquier característica esfuerzo-deformación, tanto del concreto como del acero, que predice satisfactoriamente sus resistencias, pero es muy laborioso debido a que los valores de las excentricidades son muy sensibles a pequeñas variaciones en la posición del eje neutro.

EJEMPLO IV.5

Dimensionar la siguiente columna mediante los diagramas de interacción considerando una sección cuadrada

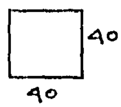
Datos:

$f'c = 200\ Kg/cm^2$
$fy = 4200\ Kg/cm^2$
$Pu = 130\ Ton.$
$Mu = 27.5\ t\text{-}m.$
$Rec = 4\ cm.$

Solución:

Cálculo de las constantes
$f''c = 0.80 \times 0.85 \times 200 = 136\ kg/cm^2$

proponiendo sección de 40X 40



Cálculo de la excentricidad

e accidental por reglamento D.D.F.
$eacc. = 0.05\ h > 2\ cm$
$eacc. = 0.05 \times 40 = 2 cm.$

$e = \frac{Mu}{Pu} + eacc.$; $e = \frac{27.5}{130} + 2.0 = 0.21 + 0.02$

$e = 23\ cm.$

Cálculo del Area de Acero

P= 0.025 ------------→Por Reglamento D.D.F

$q = p\ \frac{fy}{f''c}$

$q = 0.025 \frac{4200}{130}$, $q = 0.77$

Para entrar a Gráficas:

$\frac{e}{h} = \frac{23}{40} = 0.575$

Para saber que gráfica utilizar:

$\frac{d}{h} = \frac{40-4}{40} = 0.90$

De gráficas de Interacción:

$K = 0.6$; $R = 0.35$

Cálculo de la carga

$Pu = F_R K b h f''c$

$Pu = 0.75 \times 0.60 \times 40 \times 40 \times 136$

$Pu = 97{,}920$ Kg.

Como Pu requerida > Pu obtenida se hace un ajuste

$K = \frac{Pu}{F_R b h f''c} = \frac{130{,}000}{0.75 \times 40 \times 40 \times 136} = 0.80$

$K = 0.80$; $q = 1.2$

Entonces $p = q \frac{f''c}{fy} = 1.2 \frac{136}{4200} = 0.0388$

Cálculo del Area de acero.

$As = Pbh = 0.0388 \times 40 \times 40 = 62.08\ cm^2$

Si 4 Vs # 12 = $45.60\ cm^2$
y 4 Vs # 8 = $20.26\ cm^2$

TOTAL = $65.88\ cm^2$

Cálculo de los estribos

Diámetro de los estribos por especificación

aest.= 0.10 as; as= área de la varilla de mayor diámetro utilizada.

aest.= $0.10 \times 11.40 = 1.14\ cm^2$

est. ϕ 1/2'' = $1.27\ cm^2$

Separación de estribos

1.- $\frac{850\ db}{\sqrt{fY}} = \frac{850 \times 3.81}{\sqrt{4200}} = 49$ cm.

2.- 48d est. = 48 X 0.95 = 45 cm.

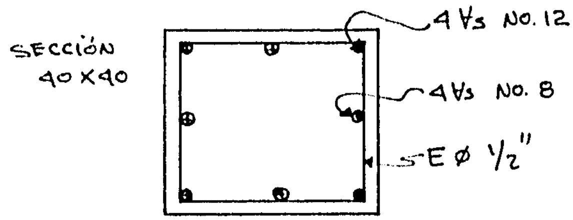
3.- 1 LADO MENOR= 40 cm.

SEPARACION MENOR 40 cm.

E ϕ 1/2'' @ 40 cm en el centro.

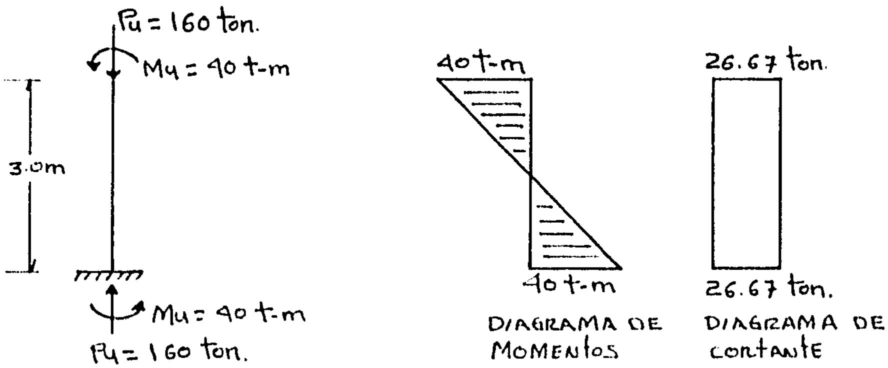
A ambos extremos de la columna a una distancia de L/6 la separación máxima será de :

$$\text{Sep. Máx.} = \frac{sep}{2} = \frac{40}{2} = 20 \text{ cm}$$



EJEMPLO IV.6

Dimensionar la siguiente columna como cuadrada, calcular el área de refuerzo , detallar los estribos y revisar el efecto de fuerza cortante.



$V = \dfrac{\sum \text{Alg. Mom.}}{L} = \dfrac{40 + 40}{3} = 26.67$ ton.

Datos:
$F'c = 200$ Kg/ cm^2
$Fy = 4200$ kg/cm^2
$r = 5$ cm.

Cálculo de las constantes

$f''c = 0.80 \times 0.85 \times 200 = 136$ Kg/cm^2

Suponiendo una sección de 45 x 45

De gráficas de interacción:

$Pu = F_R\ Kbh\ f''c$

$Mu = F_R\ bh^2\ f''c$

Cálculo de la relación:

$\dfrac{d}{h} = \dfrac{45-5}{45} = 0.89 \approx 0.90$ --------→ Para saber que gráfica utilizar.

Despejando $k = \dfrac{Pu}{F_R\ bh\ f''c} = \dfrac{160{,}000}{0.70 \times 45 \times 45 \times 136} = 0.83$

$R = \dfrac{Mu}{F_R bh^2\ f''c} = \dfrac{4'000{,}000}{0.70 \times 45 \times 45 \times 136} = 0.46$

Con R y K de gráficas de interacción

$q = 1.10$

$p = q\ \dfrac{f''c}{fy} = 1.1\ \dfrac{136}{4200} = 0.0356$

Area de acero

$As = pbh = 0.0356 \times 45 \times 45 = 72.13$ cm^2
Si 12 Vs # 9 = 12x 6.42 cm^2 = 77.04 cm^2

Por especificación
As min. = 1 al 4 % bh

Cálculo de la separación de estribos

aest.= 0.10 as ; as= 6.42 cm^2 (Area de sección transversal de la varilla)

aest.= 0.10 x 6.42 cm^2
aest.= 0.64 cm^2
est. Ø 3/8" = 0.71 cm^2

Separación máxima

1.- $\frac{850\ db}{\sqrt{Fy}} = \frac{850 \times 286}{\sqrt{4200}} = 37$ cm

2.- 48 de = 48 x 0.95 = 45 cm

3.- 1 lado menor = 45cm.

$\therefore$ E ϕ 3/8'' @ 37 cm

$P = \frac{As}{bh} = \frac{77.04}{45 \times 45} = 0.038$

Donde db = Diámetro de la varilla
de = Diámetro del estribo

Revisión por cortante

si $P > 0.01$; $V_{CR} = 0.5\ F_R bd \sqrt{F^*c}\ (1 + 0.007\ \frac{Pu}{Ag})$

Sustituyendo:

$V_{CR} = 0.05 \times 0.80 \times 45 \times 45 \times \sqrt{160}\ (1 + 0.007\ \frac{160,000}{45 \times 45})$

$V_{CR} = 15,912.58$ kg

$V_{CR} < Vu$ ----------→ requiere estribos

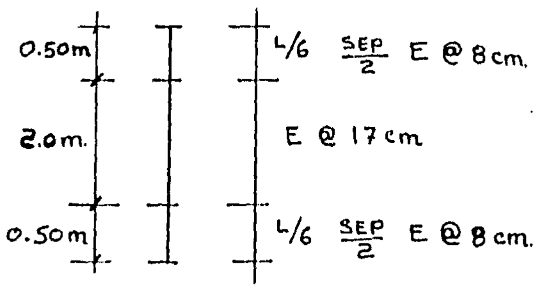
$SEP = \frac{F_R\ Av\ fy\ d}{Vu - V_{CR}} \leq \frac{F_R\ Av\ fy}{3.5\ b}$

$SEP = \frac{0.80 \times 2 \times 0.71 \times 4200 \times 40}{26,670 - 15,912} \leq \frac{0.80 \times 2 \times 0.71 \times 4200}{3.5 \times 45}$

17.74 < 30.29

Por lo que E @ 17 cm.

Distribución de estribos en la columna.



Si se hubiese calculado la sección:

$$P_R = F_R\ (\ Ag\ f''c + As\ fy)$$

$$as = 0.025\ Ag$$

$$Ag = a \times a = a^2$$

$$160{,}000 = 0.70(a^2 \times 136 + 0.025\ Ag \times 4200)$$

$$160{,}000 = 0.70(136\ a^2 + 105\ a^2)$$

$$160{,}000 = a^2\ (130 + 105\ )\ 0.70$$
$$= 168.7\ a^2$$

$$a = \sqrt{\frac{160{,}000}{168.7}} = 30.71 \approx 31\ \text{cm}$$

Sección de 31 x 31

IV.4.2 COLUMNAS CON EFECTO DE ESBELTEZ

Una columna será esbelta cuando las dimensiones de su sección son pequeñas en relación con su altura.

Cuando esta relación es relativamente grande

$$\frac{HK}{r} > 22$$

Se dice que es una columna larga y su falla puede ocacionarse por el fenómeno de pandeo ó inestabilidad lateral que se presenta a los valores de P menores que Pu, es decir que este fenómeno se llama efecto de esbeltez y es una reducción en la capacidad de carga de la columna.

El efecto de esbeltez no se presenta cuando:

$$\frac{H'}{r} \leqslant 22$$ Donde:

H' = KH

H Es la longitud efectiva del elemento

K Es el coeficiente que se obtiene del monograma para determinar longitudes efectivas .

r Es el radio de giro y se considera como 0.30 para la dimensión de la sección en la dirección considerada (para columnas rectangulares) ; y de 0.25 D para secciones circulares, en donde D es igual al diámetro de la sección

Si en la columna se presenta el fenómeno de esbeltez, se aplicará un factor de amplificación dado por la siguiente fórmula:

$$Fa = \frac{Cm}{1-\frac{Pu}{Pc}} \geqslant 1.0 \text{ ----------------- } (IV.3a)$$

Donde $Cm = 0.6 + 0.4\frac{M_1}{M_2} > 0.4$

$$Pc = \frac{F_R \pi^2 EI}{(H')^2} \text{ --------------------- } (IV.3b)$$

$$EI = \frac{0.4\ Ec\ Ig}{1+\mu} \text{ ---------------------- } (IV.3C)$$

$$\mu = \frac{\text{Carga muerta}}{\text{Carga total}} = \frac{Pm}{Pt}$$

$$Ec = 14{,}000\sqrt{f'c}$$

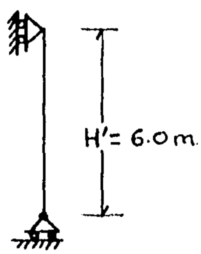
μ = Relación entre el máximo momento de diseño por carga muerta y el máximo momento de diseño total.

EJEMPLO IV.7

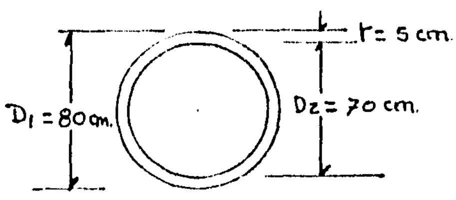
Diseñar una columna de sección circular considerando efectos de esbeltez.

DATOS:

$f'c = 250 Kg/cm^2$
$fy = 4200\ Kg/cm^2$
$e_1 = e_2 = 15\ cm$
$Pm = 125\ Ton$
$Pv = 225\ Ton$
$K = 1.0$



Proponiendo sección:



Cálculo de:

$f''c = 0.80 \times 0.85 \times 250 \ kg/cm^2 = 170.0 \ kg/cm^2$

Cálculo de las cargas de diseño

$Pu = F.c\ (Pm + Pv)$
$= 1.4\ (125+225) = 490.0$ ton.

Revisión por esbeltez

si $\frac{H'}{r} \leq 22$; no se presenta falla por pandeo

si $\frac{H'}{r} > 22$; falla por pandeo

$H' = HK$; $K = 1.0$; $\frac{HK}{r} = \frac{600 \times 1.0}{20} = 30$

$r = \frac{D}{4} = \frac{80}{4} = 20$ cm

$30 > 22$; Se presenta la relación de esbeltez

Aplicando

$$Fa = \frac{Cm}{1 - \frac{Pu}{Pc}} \geq 1.0$$

$$cm = 0.6 + 0.4 \frac{M_1}{M_2} \geq 0.4$$

$M1 = Pu \times e = 4.90 \times 15 = 73.50$ Ton-m.

$Cm = 0.6 + 0.4 \frac{73.50}{73.50} = 1.0$

$1.0 > 0.4$ ----------------→ Bién !

$$Pc = \frac{F_R \pi^2 EI}{H'^2}$$

$EI = 0.4 \frac{Ec\ Ig}{1+\mu}$; $\mu = \frac{Pm}{Pt} = \frac{125}{350} = 0.357$

$Ec = 14{,}000 \sqrt{f'c}$; $14{,}000 \sqrt{250} = 221{,}359$ Kg/cm^2

$Ig = \frac{\pi D^4}{64} = \frac{3.1416 \times 80^4}{64} = 2'010{,}624$ cm^4

$EI = 0.4 \frac{221{,}359 \times 2{,}010{,}624}{1 + 0.357} = 1.31 \times 10^{11}$

$$Pc = \frac{0.80 \times 3.1416^2 \times 1.31 \times 10^{11}}{(600)^2} = 2673.2 \text{ Ton.}$$

$$Fa = \frac{1.0}{1 - \frac{490}{2873.2}} \geqslant 1.0$$

$$1.20 > 1.0$$

$$Mu = Fa \times M = 1.20 \times 73.5 = 88.20 \text{ Ton- m.}$$

$$e = \frac{Mu}{Pa} = \frac{88.2}{490} = 0.18$$

e= 18 cm

Para consultar gráficas de interacción:

$$\frac{e}{D} = \frac{18}{80} = 0.225$$

Para saber que gráficas utilizar:

$$\frac{d}{D} = \frac{70}{80} = 0.875 \approx 0.90$$

$$K = \frac{Pu}{F_R D^2 \; F''c} = \frac{490{,}000}{0.80 \times 80^2 \times 170}$$

K= 0.56

De gráficas:

q= 0.38

$$p = q \frac{f''c}{fy} = 0.38 \frac{170}{4200} \; ; \qquad P = 0.01538$$

Area de Acero.

$$As = \frac{\rho \pi D^2}{4} = 0.01538 \frac{\pi \times 80^2}{4}$$

$$As = 77.30 \text{ cm}^2$$

Si= Vs # 10; as = 7.94 cm^2

Si 10 Vs # 10 = 79.4 cm^2

Cálculo de separación del Zuncho

Fórmula $S = \frac{4Ae}{P'sdz}$

$$P's > 0.45 \left[\frac{Ag}{Ac} - 1\right] \frac{f'c}{fy} \geqslant 0.17 \frac{f'c}{fy}$$

$$P's = \frac{4Ae}{sdz} = 0.45\left[\frac{\frac{3.1416 \times 80^2}{4}}{\frac{3.1416 \times 70^2}{4}} - 1\right]\frac{250}{4200} \geqslant 0.12 \frac{250}{4200}$$

$$0.0082 > 0.007$$

P's= 0.009

Si V s # 3 = 0.71 cm^2

$$S = \frac{4\ Ae}{P's\ dz} = \frac{4 \times 0.71}{0.009 \times 70} = 4.5 \text{ cm}$$

S mín= 1.5 Tamaño máximo agregado

S máx = 7.0 cm

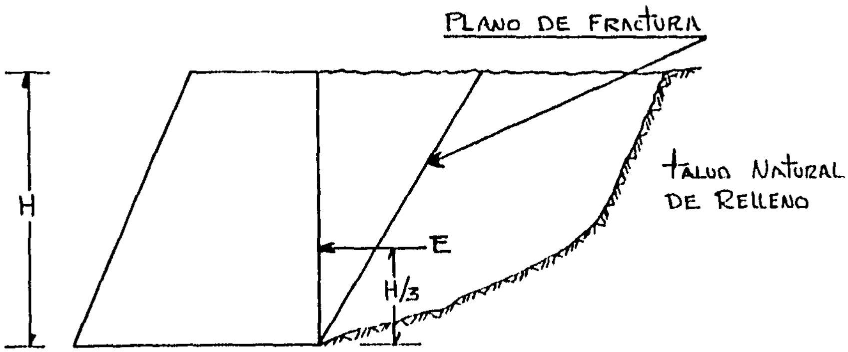
IV.5 MUROS DE CONTENCION

Los Muros de contención son estructuras que proporcionan soporte lateral a una masa de suelo y deben su estabilidad principalmente a su peso propio y al peso del suelo que esté situado directamente arriba de su base.

IV.5.1 TEORIAS PARA EL CALCULO DE EMPUJES DE TIERRA.

Las teorías que se han empleado en el cálculo de empujes de tierras se encuentran las de Coulomb y Rankine.

Coulomb considera que el empuje sobre un muro se debe a una cuña de suelo limitada por el parámetro del muro, la superficie de relleno y una superficie de falla desarrollada dentro del relleno; la cual se supone plana.



TEORIA DE RANKINE.

Esta teoría resulta ser la mas usual, se supone que el relleno esta constituido por una masa granular incompresible, homogénea y sin cohesión, de tal modo que las partículas se mantienen en su posición por la fricción existente entre ellos; también se supone que la masa es de extensión indefinida y está descansando en una capa de terreno homogénea.

Si el suelo tiende a expanderse paralelo a su superficie se produce un estado activo, y si tiende a comprimirse se produce el estado pasivo.

Para calcular el empuje en estos tipos de suelos, si la cohesión C= 0, la fórmula a emplear será :

$$E = 1/2\, \gamma_T H^2\, KA \quad \sigma'$$

$$E = 1/2\, \gamma_T h^2 \tan^2 (45^\circ - \phi/2),$$ en donde :

$Ka = \tan^2 (45^\circ - \phi/2) =$ Coeficiente de presión activa

$Kp = \tan^2 (45^\circ + \phi/2) =$ Coeficiente de presión pasiva

h= altura total del muro

ϕ = ángulo de talud natural

γ_T= Peso volumétrico de material en Ton/m^3 o Kg/m^3

Tabla de pesos volumétricos de materiales mas comunes; Angulos de talud natural y valores de coeficientes de Presión Activa y Presión Pasiva

Material	Peso vol. (Kg/m^3)	ϕ (En grados)	Ka	Kp
Limo Seco	1500	43º	0.19	5.29
Limo Mojado	1900	22º - 23º	0.45	2.25
Arcilla Seca	1500-1600	40º - 50º	0.22	4.53
Arcilla Mojada	1900-2000	20º - 25º	0.49	1.96
Tierra Arcillosa Seca.	1600	45º	0.17	5.76
Tierra Arcillosa Mojada	2000	20º - 25º	0.49	1.96
Arena Fina Seca	1600	35º	0.27	3.61
Arena y Gravilla Mojada	1900-2000	25º	0.41	2.56
Escombros Mojados	1800	30º	0.33	2.89
Gravilla	1850	25º	0.41	2.56
Tierra Vegetal Seca	1400	40º	0.22	4.57
Tierra Vegetal Humeda	1500-1600	45º	0.17	5.76
Tierra Vegetal Mojada	1800	30º - 35º	0.33	2.09
Hulla	800-900	45º	0.17	5.76

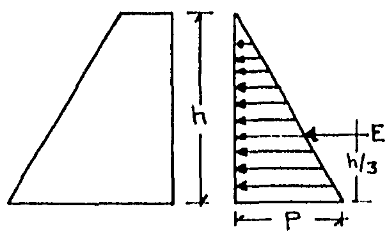
Coque	600	45º	0.17	5.76
Mineral Cobre	1800	45º	0.17	5.76
Sal	1250	40º	0.22	4.57
Cemento	1400	20º - 40º	0.49	1.96
Trigo	800	25º	0.41	2.56
Malta	500	22º	0.46	2.25
Maiz	700	27º	0.38	2.56
Cebada	650	26º	0.39	2.56
Avena	450	28º	0.37	2.75
Agua	1000	0º	0	0
Chiluca	2300	0º	0	0
Basalto	2200	0º	0	0
Recinto	1900	0º	0	0
Areniscas	1800	0º	0	0
Piedra Braza	1800	0º	0	0
Tezontle	1300	0º	0	0
Tepetate Húmedo	1950	50º	0	0
Concreto Simple	2 00	0	0	0
Concreto Reforzado	2400	0	0	0

PESOS VOLUMÉTRICOS PARA MATERIALES DE RELLENO

Tipos de Material de Relleno	Peso Volumétrico Ton/ m^3		
	Seco	Parcialmente Saturado (Promedio)	Saturado
1	1.970	2.030	2.100
2	2.100	2.200	2.300
3	2.120	2.240	2.350
4	1.600	1.800	2.000
5	1.700	1.860	2.030

En general los tipos de suelos 4,5 no son deseables como suelos de relleno, debiendo evitarse de ser posible.

h = Altura total del muro
ϕ = Angulo de Talud Natural
(Angulo de reposo)
γ_T = Peso volumétrico del terreno
E = Empuje
P = Presión
KA = Coeficiente Activo
Kp = Coeficiente Pasivo



$$P = \gamma h \tan^2 (45^\circ - \frac{\phi}{2})$$

ó también

$$KA = \frac{1 - \operatorname{sen} \phi}{1 + \operatorname{sen} \phi} = \operatorname{Tan}^2 (45^\circ - \frac{\phi}{2})$$

$$KP = \frac{1 + \operatorname{sen} \phi}{1 - \operatorname{sen} \phi} = \operatorname{Tan}^2 (45^\circ + \frac{\phi}{2})$$

$$EA = \frac{\gamma_T h^2}{2} \tan^2 (45^\circ - \frac{\phi}{2})$$

$$EA = \frac{\gamma_T h^2}{2} KA \dashrightarrow \text{EMPUJE ACTIVO}$$

$$EP = \frac{\gamma_T h^2}{2} KP \dashrightarrow \text{EMPUJE PASIVO}$$

Si la superficie libre del terreno formara un ángulo β con la horizontal.

$$Ka = \cos\beta \frac{\cos\beta - \sqrt{\cos^2\beta - \cos^2\phi}}{\cos\beta + \sqrt{\cos^2\beta - \cos^2\phi}}$$

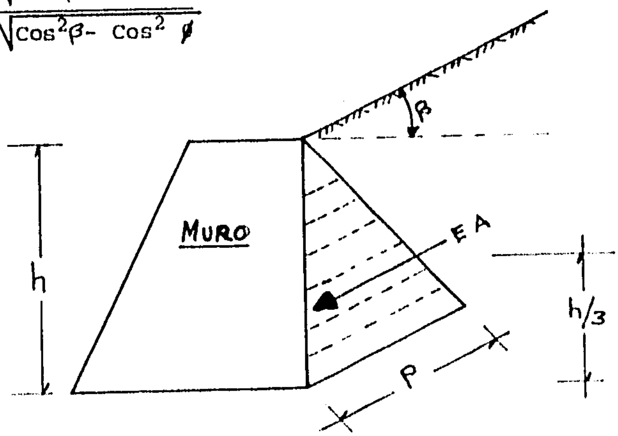
$$Kp = \cos\beta \frac{\cos\beta + \sqrt{\cos^2\beta - \cos^2\phi}}{\cos\beta - \sqrt{\cos^2\beta - \cos^2\phi}}$$

Si $\beta = \phi$

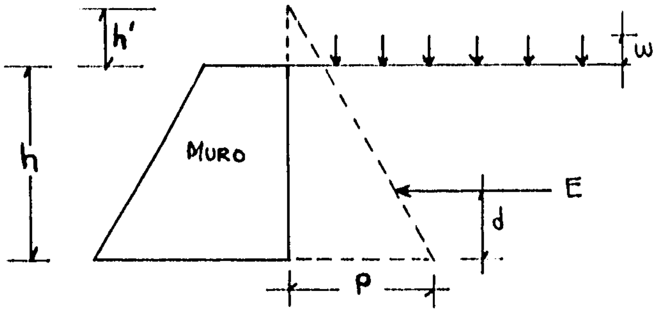
$Ka = \cos\phi$

$P = \gamma_T h \cos^2 \phi$

$$EA = \frac{\gamma_T h^2}{2} \cos^2 \phi$$



MUROS CON SOBRECARGA EN EL TERRENO



W = Sobrecarga uniforme en el terreno
h'= Altura de terreno equivalente

$h' = \dfrac{W}{\gamma_t}$

$$d = \frac{1}{3} h \, \frac{3h_1 + h}{2h_1 + h}$$

$$P = (h_1 + h)\gamma_T \tan^2 (45º - \phi/2) \qquad h_1 = h'$$

$$E = \frac{1}{2} \gamma_T \, h \,(h + 2 h_1) \underbrace{\tan^2 (45º - \phi/2)}_{KA}$$

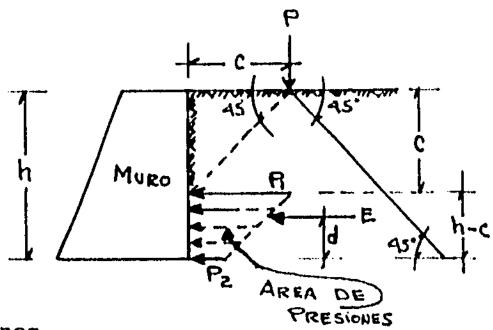
P = Carga Axial

P_1 = Presión

$$P_1 = \frac{P}{4C^2} \tan^2 (45º - \phi/2)$$

$$P_2 = \frac{P}{2h(h+c)} \tan^2 \left(45º - \frac{\phi}{2}\right)$$

$$d = \frac{1}{3} (h-c) \frac{2 P_1 + P_2}{P_1 + P_2}$$



E = Area del trapecio de presiones

Fuerzas principales a tomar en cuenta en el análisis de Muros de Contención :

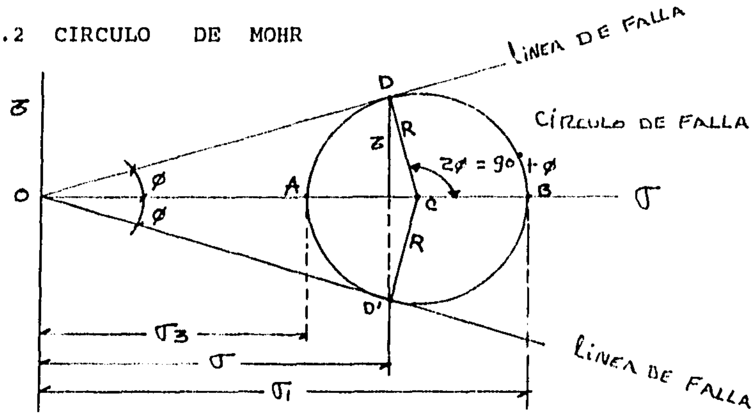
a) Peso propio del Muro
b) Empuje de la presión de la tierra contenida
c) Cargas Adicionales en la superficie del Terreno
d) Cargas Accidentales, Expansión de los materiales de relleno, sismos, Vibraciones, Procesos de Compactación.

Procedimiento a seguir en el Proyecto de Muros de Contención.

a) Dimensiones Tentativas

b) Revisión de la estabilidad del Muro
   b_1 _ Volteo
   b_2 _ Deslizamiento
   b_3 _ Presiones sobre el terreno

IV.5.2 CIRCULO DE MOHR



Líneas de falla en el círculo de Mohr

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_3} = \frac{\overline{OB}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{OC} + \overline{CB}}{\overline{OC} - \overline{CA}}$$

$$\overline{CB} = \overline{CA} = \overline{CD} = R$$

Entonces:

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_3} = \frac{\overline{OC} + R}{\overline{OC} - R} = \frac{1 + \frac{R}{\overline{OC}}}{1 - \frac{R}{\overline{OC}}} = \frac{1 + \text{Sen } \phi}{1 - \text{Sen } \phi}$$

$$\frac{1 + \text{Sen } \phi}{1 - \text{Sen } \phi} = \frac{1 + \text{Cos } (90° - \phi)}{1 - \text{Cos } (90° - \phi)} = \frac{2 \text{ Cos}^2 (45° - \phi/2)}{2 \text{ Sen}^2 (45° - \phi/2)}$$

Utilizando la igualdad

$$\text{Cos}^2 (45° - \phi/2) = \frac{1 + \text{Cos } (90° - \phi)}{2} \quad \text{y}$$

$$\text{Sen}^2 (45° - \phi/2) = \frac{1 - \text{Cos } (90° - \phi)}{2}$$

Por lo tanto resulta:

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_3} = \text{Cotan}^2\ (45^\circ - \phi/2) = \tan\text{g}^2\ (45^\circ - \phi/2) = N\phi$$

$$\therefore N\phi = \tan^2\ (45^\circ + \phi/2)$$

o Bién:

$$\frac{\sigma_3}{\sigma_1} = \frac{1}{\tan^2\ (45^\circ + \phi/2)} = \tan^2\ (45^\circ - \phi/2) = \frac{1}{N\phi}$$

Entonces:

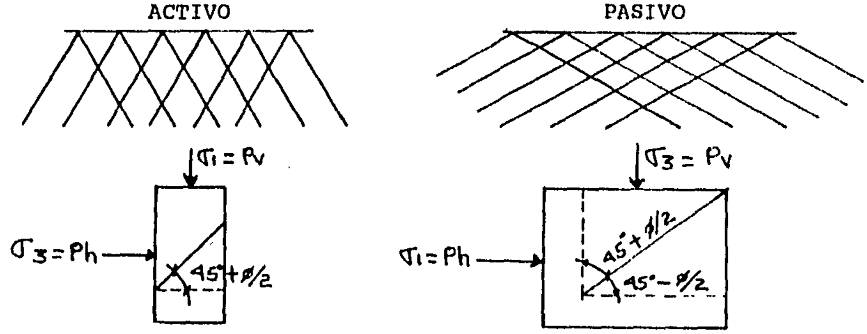
$$Ka = \frac{1 - \text{Sen}\ \phi}{1 + \text{Sen}\ \phi}$$

Si $Ka = \frac{1}{N\phi} = \tan^2\ (45^\circ - \phi/2)$ ----> Coefic. de presión activa

$Kp = N\phi = \tan^2\ (45^\circ + \phi/2)$ -----> Coeficiente de presión pasiva

$$Kp = \frac{1 + \text{sen}\ \phi}{1 - \text{sen}\ \phi}\ ;$$ esto resulta:

ACTIVO PASIVO



Empuje Activo

$$Ea = \frac{1}{2N\phi}\gamma_T H^2$$

$$Ea = \frac{1}{2}\ KA\,\gamma_T H^2$$

Empuje Pasivo

$$Ep = \frac{1}{2}\ N\phi\,\gamma_T H^2$$

$$= \frac{1}{2}\ Kp\,\gamma_T H^2$$

Nota : Coeficientes de fricción μ

Concreto ---------	0.65
Roca Sana ---------	0.60
Material Compacto ---	0.55

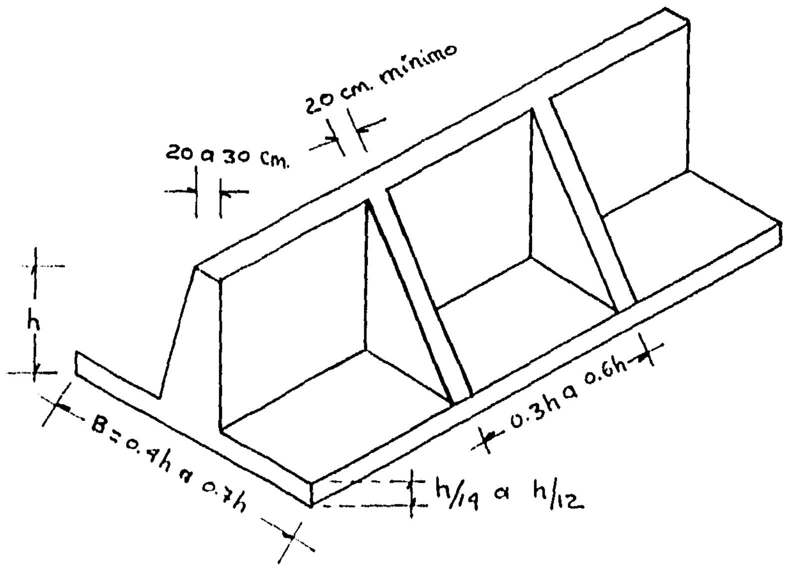
IV.5.3 DISEÑO DE MUROS DE CONTENCION

Recomendaciones Generales.

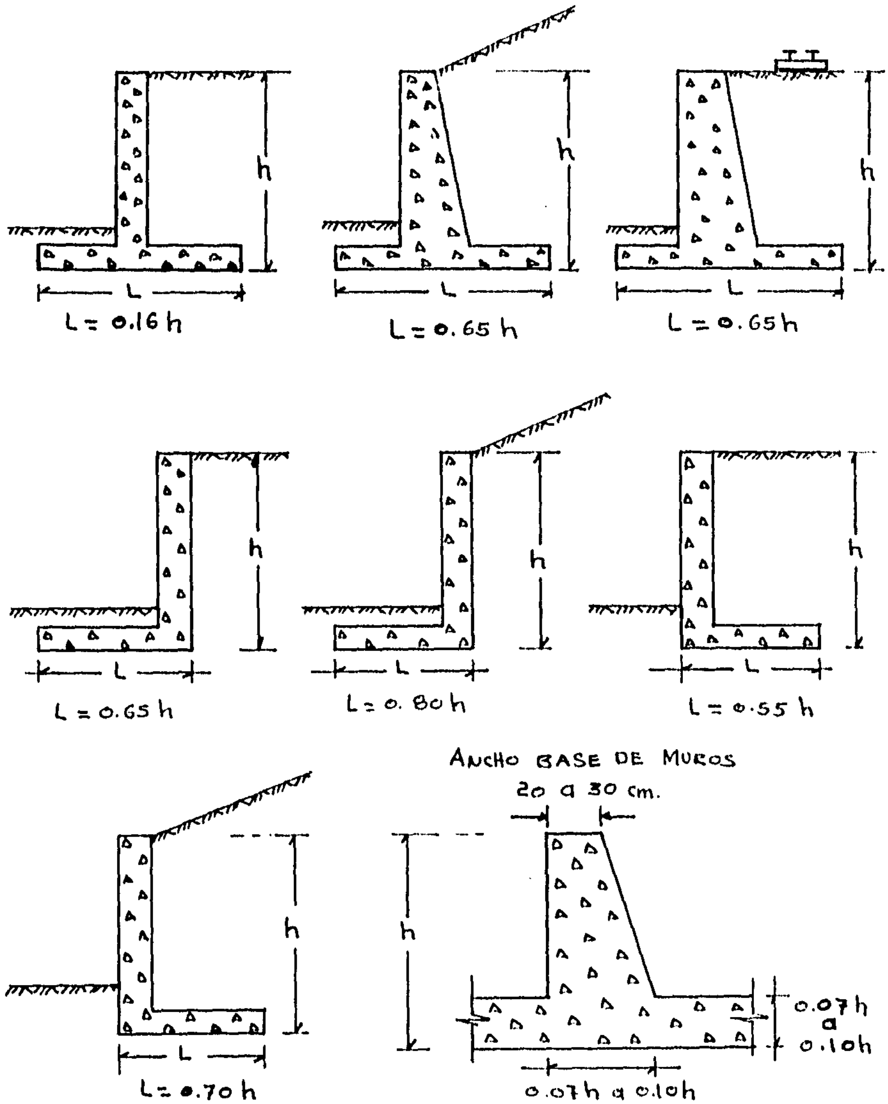
La corona debe ser suficientemente ancha, tanto para facilitar la colocación del concreto ó de la mampostería, como para tener resistencia para soportar la acción de fuerzas de impacto. En muros de hasta 6.0 m. de altura, el espesor mínimo de la corona será de 30 cm.

La cara expuesta de los muros deberá tener una inclinación mínima de 1:50 para evitar la sensación de estar desplomados. Cuando las condiciones lo permitan es preferible diseñar los muros con inclinaciones mayores.

DIMENSIONES PRELIMINARES DE MUROS CON CONTRAFUERTES.



Para el caso de muros de concreto reforzado mostrados en la figura (IV - 2) se presentan algunas dimensiones tentativas, las cuales nos pueden servir de guía para facilitar el diseño.



DIMENSIONES DE ESPESORES DE MUROS
Figura (IV-2)

TABLA DE PESOS VOLUMÉTRICOS DE LOS MATERIALES.

1.- Mampostería de piedras naturales

Nombre del material	Peso en Kg/m^3
Chiluca	2300
Basalto	2200
Recinto	1900
Gremiscas	1800
Piedra Braza	1800
Tezontle	1300
Tepetate	1100
Arcilla	1500

2.- Peso Volumétrico de piedras artificiales

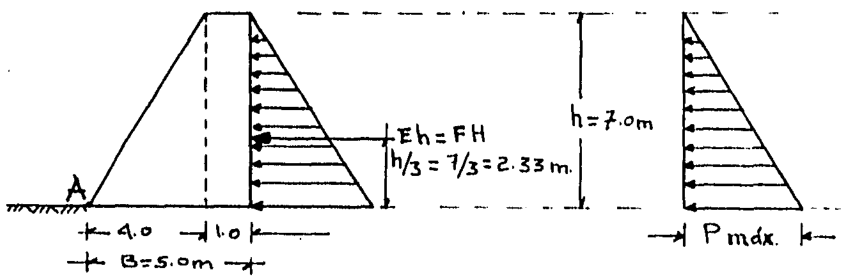
concreto simple	2200 Kg/m^3
concreto reforzado	2400 kg/m^3

3.- Materiales de relleno como tierra, grava y escorias (EI Reglamento del D.F. Indica que para empujes de tierra se consideran con un peso volumétrico de 1600 Kg/m^3

Tierra, Arena y legamo (Mojados)	2100 Kg/m^3
Gravilla Mojada	2000
Tierra, Arena y Légamo (^{c}/Humedad) de mina	1800
Arena y grava (sueltas y secas)	1600
Arena y grava (mojadas)	1700
Arena y grava (apretada y seca)	1650
Tierra apretada (húmeda)	1600
Tierra consolidada (seca)	1400
Tierra suelta (húmeda)	1300
Tierra suelta (seca)	1200
Arena de tepetate	800
Arena Pómez	700

Ejemplo.

Diseñar el siguiente muro de contención. La resultante deberá caer dentro del tercio medio de la base.



Datos:

Piedra chiluca
$\gamma_P = 2300 \text{ kg/m}^3$

Tepetate húmedo
$\gamma_T = 1950 \text{kg/m}^3$

Angulo de reposo $\phi = 50°$

$\mu = 0.60$

Solución:

$$KA = \frac{1 - \text{sen } \phi}{1 + \text{sen } \phi} = \tan^2 (45° - \phi/2)$$

$$KA = \frac{1}{N\phi} = \tan^2(45° - 50°/2)$$

$$= 0.132$$

$$KP = \frac{1 + \text{sen } \phi}{1 - \text{sen } \phi} = \tan^2 (45° + \phi/2)$$

$$KP = N\phi$$

$$Eh = \tfrac{1}{2} KA \gamma_T H^2$$

Presión Máxima

$$Pmáx. = KA \gamma H$$
$$= 0.132 \times 1950 \times 7 = 1801.8 \text{ kg/m}^2$$

De la Fórmula de Terzaghi:

$$Eh = FH = \tfrac{1}{2} \gamma_T H^2 KA$$

$$Eh = \tfrac{1}{2} \gamma_T H^2 \tan^2(45° - \phi/2)$$

$Eh = \frac{1}{2}\ (1950)(7^2) x\ \tan^2(45º - 50°/2)$

$Eh = 47775 \times 0.132745 = 6341.89$ kg.

Eh=6.342 ton.

CALCULO DE FUERZAS VERTICALES (Σ Fv) Y MOMENTO RESISTENTE (MR).

NOTA: Se analiza siempre 1 m.

Sección	Fuerza (kg)	Brazo de Palanca (m)	Momento (kg-m)
1.- $\frac{4x7}{2}$x1x2,300	32,200	2/3 (4)=2.6666	85,652
2.- 1.0x7.0x1x2,300	16,100	$4+\frac{1.0}{2} = 4.50$	72,450
	Σ Fv= 48,300 kg. P= 48.3 Ton.		Σ R=158,102 Kg-m. MR=158.102 Ton.m

Cálculo del momento Actuante.

Σ h=FH= 6.342x2.33

Ma.= 6.342 ton. x 2.33 m. = 14.777 ton-m.

Revisión del Factor de Seguridad.

$F.S_{volteo} = \frac{MR}{MA} > 1.5 = \frac{158.102 \text{ ton-m}}{14.777 \text{ ton-m.}} = 10.699 > 1.5$ --▶Bién!

$F.S_{desliz.} = \frac{\mu \Sigma Fv}{F.H} = > 1.5 = \frac{0.60(48.3 \text{ ton})}{6.342 \text{ ton.}} = 4.57 > 1.5$

Bien!

Cálculo de la posición de la resultante.

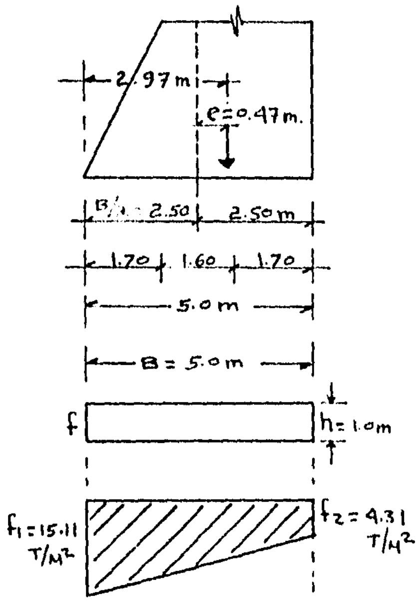
De las fuerzas horizontales y las fuerzas verticales se tiene:

$D_A = \frac{M\ neto}{\Sigma Fv} = \frac{MR-Ma}{\Sigma Fv} = \frac{158.10 \text{ ton-m} - 14.777 \text{ton-m}}{48.3 \text{ ton.}} = 2.97$ m.

Se revisa para ver si la distancia de aplicación cae dentro del tercio medio de la Base.

e= 2.97 - 2.50 = 0.47
e= 0.47 m.
La resultante si cae dentro del tercio medio de la base. ---- Bién!

Si la resultante cae fuera del tercio medio de la Base se producirán esfuerzos de tracción que no son admitidos en muros de Mampostería. Para evitar esto es recomendable aumentar la Base.



Cálculo de Esfuerzos.

$F_1 = \frac{P}{A}(1+\frac{6e}{B} = \frac{48.3}{5*1}\left(1+\frac{6(0.47)}{5}\right)$

$F_1 = 15.11 Ton/m^2$

$F_2 = \frac{P}{A}(1-\frac{6e}{B}) = \frac{48.3}{5*1}\left(1 - \frac{6(0.47)}{5}\right)$

$F_2 = 4.21 Ton/m^2$

NOTA: En este caso el esfuerzo del terreno debe ser mayor de 15.11 Ton/m^2

$\sigma_T > f_1$

Cálculo de la Resultante

$R = \sqrt{Fv^2 + FH^2} = \sqrt{48.30^2 + 6.342^2} = 48.71$ Ton

Cálculo del Angulo de la Resultante Horizontal.

θ = ang tang $\frac{\sum Fv}{\sum FH}$ = ang tang = $\frac{48.3}{6.342}$ = 82º 31' 11''

BIBLIOGRAFIA

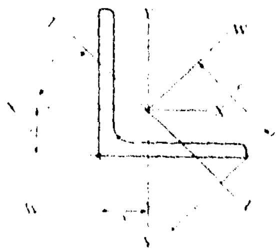
De Buén y López De Heredia Oscar
Estructuras de Acero
Limusa, S.A.
1980
673 p.p.

Instituto Mexicano de la Construcción en Acero, A.C.
Manual de Construcción en Acero
Vol. 1
Limusa, S.A.
2a. Edición 1990
236 p.p.

Departamento del Distrito Federal
Normas Técnicas Complementarias al Reglamento de Construcción para el D. F.
Diseño y Construcción de Estructuras Metálicas
Gaceta Oficial del Departamento del Distrito Federal
1987
80 p.p.

Popov, Egor P.
Introducción a la Mecánica de Sólidos
Limusa, S.A.
1976
652 p.p.

LI
ANGULO DE LADOS IGUALES
PROPIEDADES



Designación tamaño y espesor t		Área	Ejes X-X y Y-Y				Eje W-W				Eje Z-Z			
			I	S	r	x = y	I	S	r	[illegible]	I	S	r	r_z
mm × mm*	in. × in.	cm²	cm⁴	cm³	cm	cm	cm⁴	cm³	cm	cm	cm⁴	cm³	cm	cm
76 × 5	3 × 3/16	7,03	40,01	7,22	2,39	2,08	64,38	11,97	[illegible]	[illegible]	16,12	5,48	[illegible]	2,94
× 6	× 1/4	9,29	51,66	[illegible]	2,36	2,13	78,66	14,12	[illegible]	[illegible]	20,39	6,86	[illegible]	2,97
× 8	× 5/16	11,48	62,90	11,60	2,34	2,21	96,98	18,02	[illegible]	5,38	24,97	8,21	1,47	3,04
× 10	× 3/8	13,61	72,30	13,60	2,31	2,26	112,79	[illegible]	[illegible]	[illegible]	29,55	9,41	1,47	3,14
× 11	× 7/16	15,68	82,80	15,60	2,31	2,31	128,19	23,82	[illegible]	[illegible]	33,71	10,34	1,47	3,26
× 13	× 1/2	17,74	92,10	17,50	2,29	2,36	142,76	26,53	[illegible]	[illegible]	38,29	11,53	1,47	3,32
× 16	× 5/8	21,68	109,10	21,30	2,24	2,49	158,16	29,39	[illegible]	[illegible]	42,45	12,05	1,47	3,52
89 × 5	3 1/2 × 3/16	8,36	61,36	9,92	2,78	2,40	102,84	16,38	[illegible]	6,29	25,88	7,63	1,75	3,39
× 6	× 1/4	10,90	83,66	13,01	2,77	2,46	133,53	21,26	[illegible]	6,29	33,79	9,71	1,76	3,48
× 8	× 5/16	13,48	[illegible]	[illegible]	2,74	2,53	162,19	25,87	[illegible]	[illegible]	41,41	[illegible]	[illegible]	3,55
× 10	× 3/8	16,00	119,46	[illegible]	2,72	2,57	191,26	[illegible]	[illegible]	6,29	50,22	13,87	1,74	3,63
× 13	× 1/2	20,97	[illegible]	[illegible]	2,69	2,66	238,09	[illegible]	[illegible]	6,29	[illegible]	16,21	1,73	3,80
102 × 6	4 × 1/4	12,52	[illegible]	[illegible]	3,18	2,77	191,89	26,72	[illegible]	7,18	48,30	[illegible]	[illegible]	3,91
× 8	× 5/16	15,48	[illegible]	21,10	[illegible]	2,84	239,33	[illegible]	[illegible]	7,18	61,60	[illegible]	[illegible]	4,01
× 10	× 3/8	18,15	181,50	[illegible]	[illegible]	2,86	[illegible]	[illegible]	[illegible]	7,18	73,25	18,17	[illegible]	4,03
× 11	× 7/16	21,35	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	322,09	[illegible]	[illegible]	7,18	[illegible]	20,15	[illegible]	4,15
× 13	× 1/2	24,19	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	361,28	[illegible]	[illegible]	7,18	94,18	22,44	[illegible]	4,24
× 16	× 5/8	29,74	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	433,71	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
× 19	× 3/4	35,10	318,80	46,00	3,02	3,22	497,39	69,27	3,75	7,18	136,10	29,97	1,95	4,54
127 × 10	5 × 3/8	23,29	[illegible]	[illegible]	[illegible]	3,53	570,6	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
× 11	× 7/16	26,97	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	662,9	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
× 13	× 1/2	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	746,5	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
× 16	× 5/8	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	3,76	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
× 19	× 3/4	[illegible]	[illegible]	74,2	3,81	3,86	1 035,5	[illegible]	[illegible]	[illegible]	275,3	50,5	[illegible]	5,45
152 × 10	6 × 3/8	28,13	640,6	[illegible]	[illegible]	[illegible]	1 018,6	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
× 11	× 7/16	32,65	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
× 13	× 1/2	37,16	[illegible]	[illegible]	4,72	4,27	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	6,03
× 14	× 9/16	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	6,12
× 16	× 5/8	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
× 19	× 3/4	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	6,38
× 22	× 7/8	62,77	1 328,6	125,0	4,60	4,62	2 101,8	196,2	5,79	10,76	555,4	85,1	2,97	6,52
× 25	× 1	70,97	1 476,0	140,0	4,57	4,72	2 327,8	203,3	5,73	10,76	624,2	93,7	2,96	6,66

NOTA

Los perfiles sombreados no son de fabricación común por lo que se recomienda [illegible] proveedor su disponibilidad

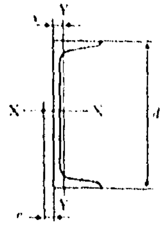
* Redondeado al milímetro

Tabla I.) Esfuerzos admisibles en kg/cm² para miembros en compresión (acero A 36)

Miembros Principales y Secundarios con $\frac{Kl}{r}$ no mayor de 120						Miembros Principales con $\frac{Kl}{r}$ de 121 a 200				Miembros Secundarios* con l/r de 121 a 200			
$\frac{Kl}{r}$	F_a Kg/cm²	$\frac{Kl}{r}$	F_a Kg/cm²	$\frac{Kl}{r}$	F_a Kg/cm²	$\frac{Kl}{r}$	F_a Kg/cm²	$\frac{Kl}{r}$	F_a Kg/cm²	$\frac{Kl}{r}$	F_a Kg/cm²	$\frac{Kl}{r}$	F_a Kg/cm²
1	1516	41	1344	81	1072	121	713	161	405	121	716	161	510
2	1513	42	1338	82	1064	122	702	162	400	122	709	162	506
3	1510	43	1332	83	1056	123	693	163	395	123	703	163	503
4	1507	44	1326	84	1048	124	682	164	390	124	696	164	501
5	1504	45	1320	85	1040	125	671	165	386	125	689	165	498
6	1501	46	1315	86	1031	126	662	166	381	126	682	166	495
7	1498	47	1308	87	1024	127	651	167	376	127	674	167	492
8	1494	48	1303	88	1015	128	641	168	372	128	667	168	489
9	1491	49	1297	89	1007	129	631	169	368	129	661	169	487
10	1488	50	1290	90	998	130	622	170	364	130	654	170	484
11	1484	51	1284	91	991	131	612	171	359	131	648	171	482
12	1480	52	1278	92	982	132	603	172	355	132	641	172	480
13	1477	53	1271	93	973	133	593	173	351	133	635	173	477
14	1473	54	1265	94	965	134	585	174	347	134	629	174	475
15	1469	55	1259	95	956	135	576	175	343	135	623	175	473
16	1465	56	1252	96	948	136	567	176	339	136	617	176	471
17	1461	57	1245	97	939	137	560	177	335	137	612	177	469
18	1457	58	1239	98	930	138	551	178	331	138	606	178	467
19	1453	59	1233	99	921	139	543	179	328	139	600	179	465
20	1448	60	1226	100	913	140	536	180	324	140	595	180	463
21	1444	61	1218	101	903	141	528	181	321	141	590	181	461
22	1440	62	1212	102	894	142	521	182	317	142	585	182	459
23	1435	63	1205	103	885	143	513	183	314	143	580	183	458
24	1431	64	1198	104	877	144	506	184	310	144	575	184	456
25	1426	65	1191	105	867	145	499	185	307	145	571	185	454
26	1422	66	1184	106	858	146	493	186	304	146	566	186	453
27	1417	67	1177	107	849	147	486	187	300	147	562	187	451
28	1412	68	1170	108	840	148	480	188	297	148	558	188	450
29	1407	69	1162	109	830	149	473	189	294	149	553	189	449
30	1402	70	1155	110	821	150	467	190	291	150	549	190	447
31	1397	71	1148	111	811	151	461	191	288	151	545	191	446
32	1392	72	1140	112	802	152	454	192	285	152	541	192	445
33	1387	73	1133	113	792	153	449	193	282	153	537	193	444
34	1382	74	1126	114	783	154	443	194	279	154	534	194	443
35	1377	75	1118	115	773	155	437	195	276	155	529	195	442
36	1371	76	1110	116	763	156	432	196	274	156	526	196	441
37	1365	77	1103	117	753	157	426	197	271	157	522	197	440
38	1360	78	1095	118	743	158	420	198	268	158	520	198	439
39	1355	79	1088	119	733	159	416	199	265	159	516	199	438
40	1349	80	1080	120	723	160	410	200	262	160	513	200	437

* $K = 1$ para miembros secundarios.

CE
PERFIL C ESTANDAR
PROPIEDADES

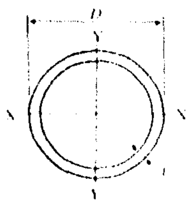


Designación $d \times$ peso		Área	Distancia		$\frac{d}{A_f}$	Eje X-X			Eje Y-Y		
			x	e_o		I	S	r	I	S	r
mm* × kg/m	in. × lb./ft.	cm^2	mm	mm	cm^{-1}	cm^4	cm^3	cm	cm^4	cm^3	cm
76 × 6,10	3 × 4,10	7,68	11,07	11,70	3,07	[illegible]	[illegible]	2,95	[illegible]	[illegible]	[illegible]
× 7,44	× 5,00	9,42	11,13	9,96	2,89	74,9	19,7	2,82	10,41	3,93	1,04
× 8,93	× 6,00	11,29	11,56	8,18	2,71	87,4	22,9	2,78	12,90	4,42	1,07
102 × 8,04	4 × 5,40	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
× 10,79	× 7,25	13,68	11,66	9,81	3,09	187,3	36,0	3,70	18,31	5,74	1,17
127 × 9,97	5 × 6,70	12,58	12,29	14,00	3,51	308,0	48,5	4,95	19,98	6,23	1,27
× 13,39	× 9,00	16,97	12,14	10,85	3,26	366,3	57,7	4,65	26,61	7,37	1,24
152 × 12,20	6 × 8,20	15,42	12,98	[illegible]	3,50	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
× 15,63	× 10,50	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
× 19,35	× 13,00	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
× 23,07	× 15,50	29,42	13,97	7,18	3,02	[illegible]	[illegible]	5,26	[illegible]	[illegible]	1,35
178 × 14,58	7 × 9,8	18,39	12,72	16,45	3,60	878,2	98,8	6,91	19,79	[illegible]	1,50
× 18,23	× 12,25	23,10	13,34	13,66	3,43	1 003,1	112,8	6,58	49,95	11,63	1,47
× 21,95	× 14,75	27,87	13,32	11,21	3,27	1 127,9	126,9	6,38	58,27	12,95	1,45
203 × 17,11	8 × 11,50	21,68	[illegible]	17,09	3,57	[illegible]	[illegible]	7,87	[illegible]	[illegible]	[illegible]
× 20,46	× 13,75	[illegible]	[illegible]	15,35	3,35	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
× 27,90	× 18,75	35,42	14,45	[illegible]	3,19	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
× 31,62	× 21,25	40,32	14,99	9,08	3,06	1 998,1	195,7	7,02	93,7	18,2	1,52
229 × 19,80	9 × 13,40	25,30	15,27	18,95	3,51	1 670,0	172,0	8,83	70,8	15,10	1,67
× 22,10	× 15,00	28,20	14,88	17,26	3,46	2 090,0	183,0	8,61	76,4	15,70	1,65
× 29,30	× 20,00	37,30	14,81	12,95	3,25	2 460,0	216,0	8,13	92,3	17,30	1,57
251 × 22,76	10 × 15,30	28,97	[illegible]	20,21	3,47	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
× 29,76	× 20,00	[illegible]	[illegible]	[illegible]	3,29	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
× 37,20	× 25,00	[illegible]	[illegible]	12,54	3,13	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
× 44,64	× 30,00	[illegible]	16,48	[illegible]	2,97	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
305 × 30,80	12 × 20,70	39,29	[illegible]	[illegible]	3,21	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
× 37,20	× 25,00	47,42	17,41	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
× 44,64	× 30,00	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
381 × 50,30	15 × 33,90	64,00	20,09	22,53	2,68	13 000,0	683,0	11,30	326,00	18,80	2,26
× 59,10	× 40,00	75,39	19,74	19,32	2,59	14 300,0	751,0	13,80	364,00	31,80	2,20
× 73,60	× 50,00	93,70	20,27	14,62	2,46	16 400,0	863,0	13,20	121,00	36,00	2,13

NOTA:

Los perfiles sombreados no son de fabricación común, por lo que se recomienda consultar con el proveedor su disponibilidad

* Redondeado al milímetro



OC
TUBO CIRCULAR
DIMENSIONES Y PROPIEDADES

Designación $D \times t$ mm × mm	Designación $D \times t$ in × in	Diámetro nominal in	Diámetro interior mm	Peso kg/m	Área cm²	Ejes X-X y Y-Y: I cm⁴	Ejes X-X y Y-Y: S cm³	Ejes X-X y Y-Y: r cm	Denominación
114 × 6,02	4,5 × 0,237	4	102,26	16,08	20,48	301,05	52,68	3,83	40 E
× 8,56	× 0,337		97,18	22,32	28,44	100,03	70,00	3,75	80 XE
× 11,13	× 0,438		92,04	28,32	36,07	485,56	84,96	3,67	120
× 13,49	× 0,531		87,32	33,54	42,72	552,45	96,67	3,60	160
× 17,12	× 0,674		80,06	41,03	52,27	636,16	111,31	3,49	XXE
141 × 6,55	5,56 × 0,258	5	128,20	21,77	27,73	630,83	89,29	4,77	40 E
× 9,53	× 0,375		122,24	30,97	39,45	860,73	121,83	4,67	80 XE
× 12,70	× 0,500		115,90	40,28	51,31	1 071,03	151,60	4,57	120
× 15,88	× 0,652		109,54	49,12	62,57	1 250,02	176,93	4,47	160
× 19,05	× 0,750		103,20	57,43	73,16	1 399,98	198,16	4,37	XXE
168 × 7,11	6,625 × 0,280	6	154,08	28,26	36,00	1 171,63	139,23	5,70	40 E
× 10,97	× 0,432		146,36	42,56	54,22	1 685,84	200,34	5,58	80 XE
× 14,27	× 0,562		139,76	54,21	69,05	2 065,43	245,45	5,47	120
× 18,26	× 0,719		131,78	67,57	86,07	2 457,92	292,09	5,34	160
× 21,95	× 0,864		124,40	79,22	100,92	2 762,70	328,31	5,23	XXE
219 × 6,35	8,625 × 0,250	8	206,40	33,32	42,44	2 403,40	219,39	7,53	20
× 7,04	× 0,277		205,02	36,82	46,90	2 639,28	240,92	7,50	30
× 8,18	× 0,322		202,74	42,55	54,20	3 018,69	275,55	7,46	40 E
× 10,31	× 0,406		198,48	53,09	67,63	3 694,07	337,20	7,39	60
× 12,70	× 0,500		193,70	64,64	82,35	4 401,83	401,81	7,31	80 XE
× 15,09	× 0,594		188,92	75,92	96,71	5 059,09	461,81	7,23	100
× 18,26	× 0,719		182,60	90,46	115,16	5 854,75	534,44	7,13	120
× 20,62	× 0,812		177,86	100,93	128,57	6 399,72	584,18	7,06	140
× 22,23	× 0,875		174,64	107,93	137,49	6 715,91	615,78	7,00	XXE
273 × 6,35	10,75 × 0,250	10	260,40	41,77	53,24	4 735,77	346,82	9,43	20
× 7,80	× 0,307		257,50	51,03	65,01	5 724,55	419,23	9,38	30
× 9,27	× 0,365		254,56	60,33	76,84	6 693,37	490,18	9,33	40 E
× 12,70	× 0,500		247,70	81,56	103,89	8 827,05	646,43	9,22	60 XE
× 15,09	× 0,594		242,92	96,02	122,31	10 212,70	747,91	9,14	80
× 18,26	× 0,719		236,58	114,76	146,19	11 928,50	873,56	9,03	100
× 21,44	× 0,844		230,22	133,06	169,51	13 516,60	989,86	8,93	120

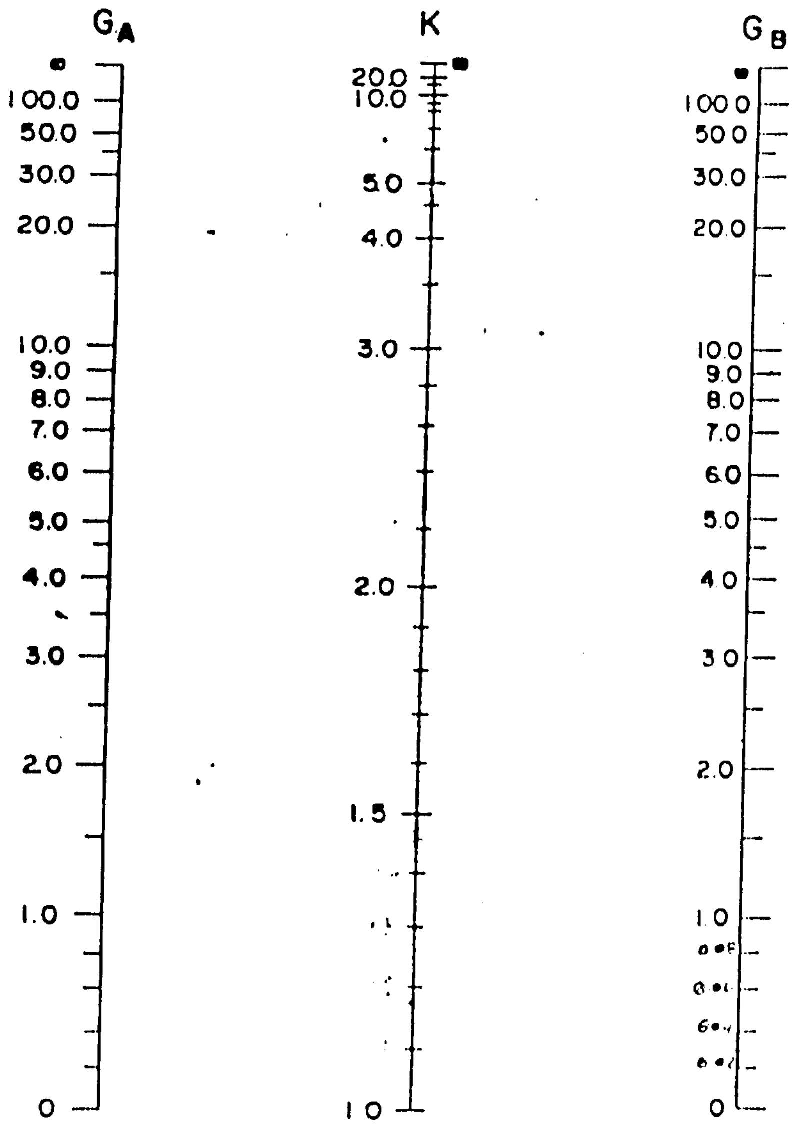
NOTAS:

Se recomienda que [illegible] de acero se especifique la norma [illegible] el diámetro exterior y el espesor nominal.

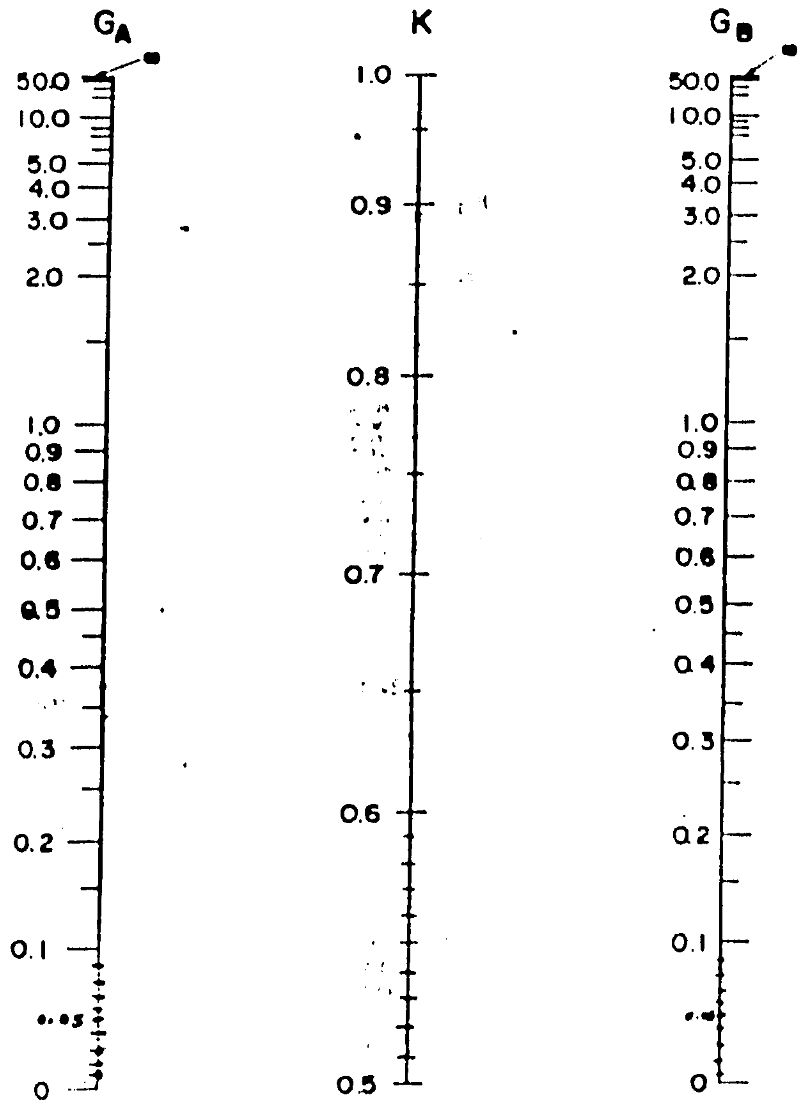
Se [illegible] tubos [illegible] espesores que no [illegible] por lo que deberán consultarse [illegible]

Los espesores son [illegible] consultar con el proveedor su disponibilidad.

[illegible]



Desplazamiento lateral permitido



Desplazamiento lateral impedido

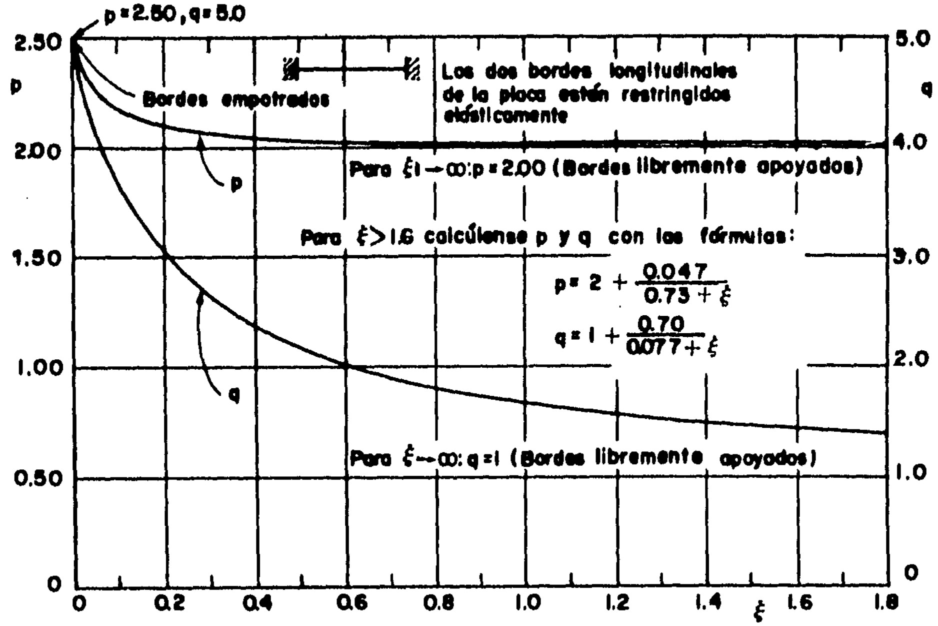


Figura II.1 Valores de p y q en función del coeficiente de restricción ξ. (Los dos bordes longitudinales están restringidos elásticamente)

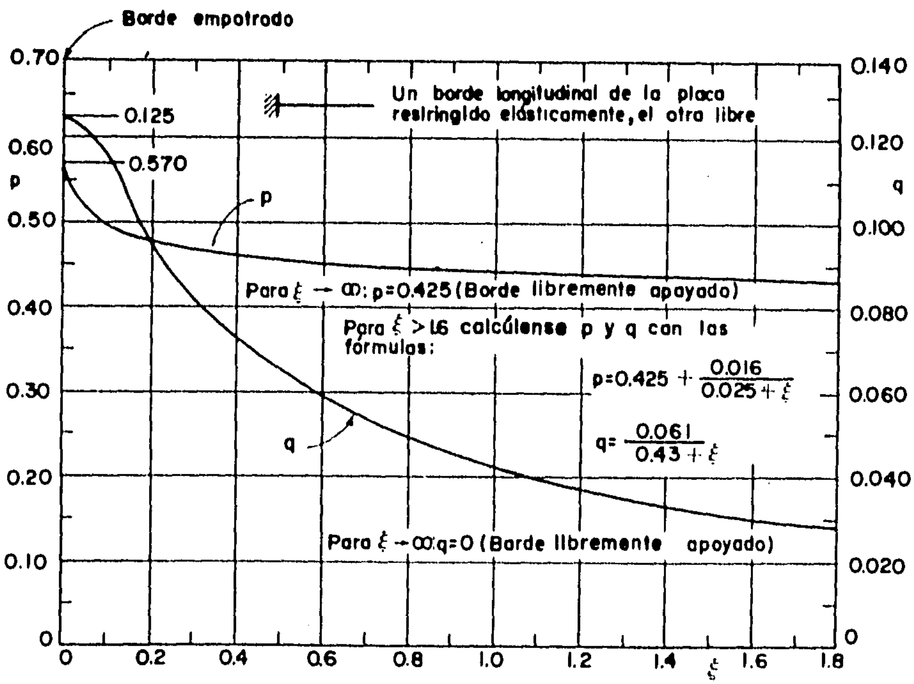
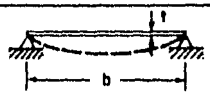
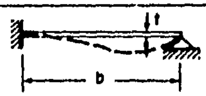
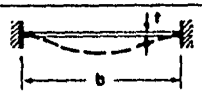
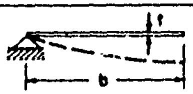
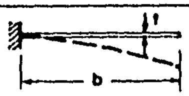
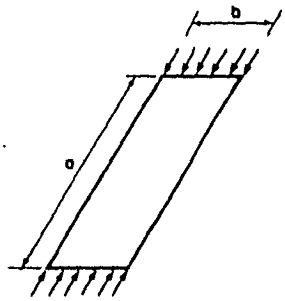


Figura II.2 Valores de p y q en función del coeficiente de restricción ξ. (Un borde longitudinal está restringido elásticamente, el otro libre)

Tabla II.1 Valores mínimos de k y coeficientes β correspondientes

CASO	Tipo de apoyo en los bordes descargados (los bordes cargados están libremente apoyados)		$K_{mín}$	β
1	Los dos bordes libremente apoyados		4.000	1.000
2	Un borde libremente apoyado, el otro empotrado		5.42	0.800
3	Los dos bordes empotrados		6.97	0.669
4	Un borde libremente apoyado, el otro libre		0.425	*
5	Un borde empotrado, el otro libre		1.277	1.684



* λ es siempre igual a la longitud $\underline{a}$ de la placa

Tabla II.2 Esfuerzo crítico de pandeo inelástico en función de $\sigma_{cr}/\sqrt{\eta}$, Acero A 36.

$\sigma_{cr}/\sqrt{\eta}$	σ_{cr}	$\sigma_{cr}/\sqrt{\eta}$	σ_{cr}	$\sigma_{cr}/\sqrt{\eta}$	σ_{cr}	$\sigma_{cr}/\sqrt{\eta}$	σ_{cr}
1265	1265	2200	1900	4500	2340	14000	2508
1300	1300	2400	1970	5000	2370	16000	2510
1400	1390	2600	2050	6000	2410	20000	2520
1500	1470	2800	2100	7000	2460	30000	2525
1600	1550	3000	2150	8000	2470	40000	2528
1800	1690	3500	2230	10000	2490	50000	2528
2000	1810	4000	2290	12000	2500	∞	2530

$\sigma_{cr}/\sqrt{\eta}$ y σ_{cr} están dados en kg/cm²

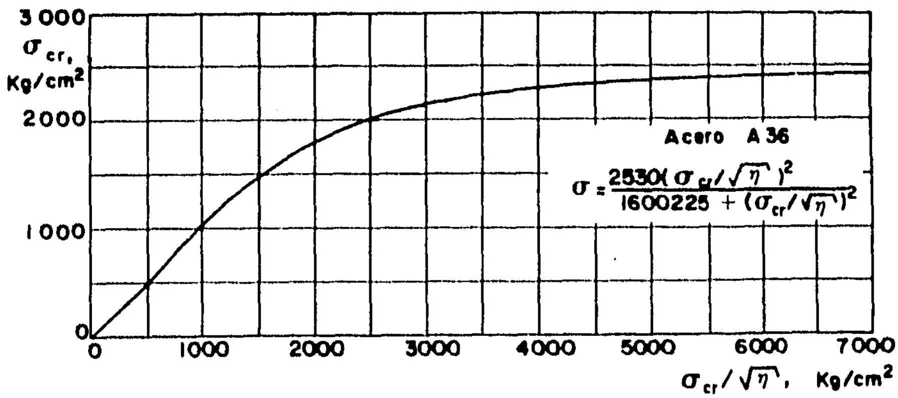


Figura II.3 Esfuerzo crítico de pandeo inelástico en función de $\sigma_{cr}/\sqrt{\eta}$ Acero A36

Tabla II.3 Fórmulas para determinar el factor k de placas que forman parte de columnas.

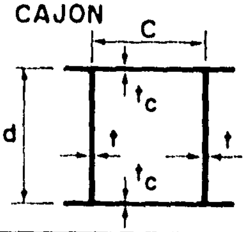
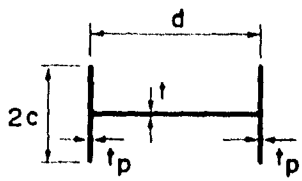
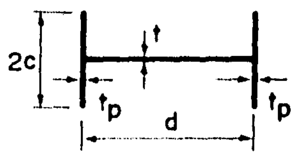
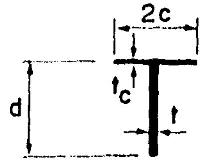
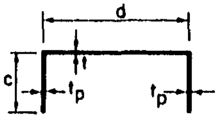
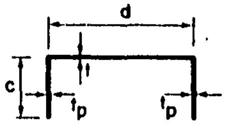
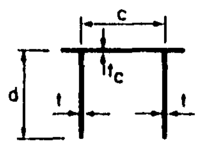
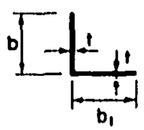
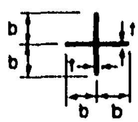
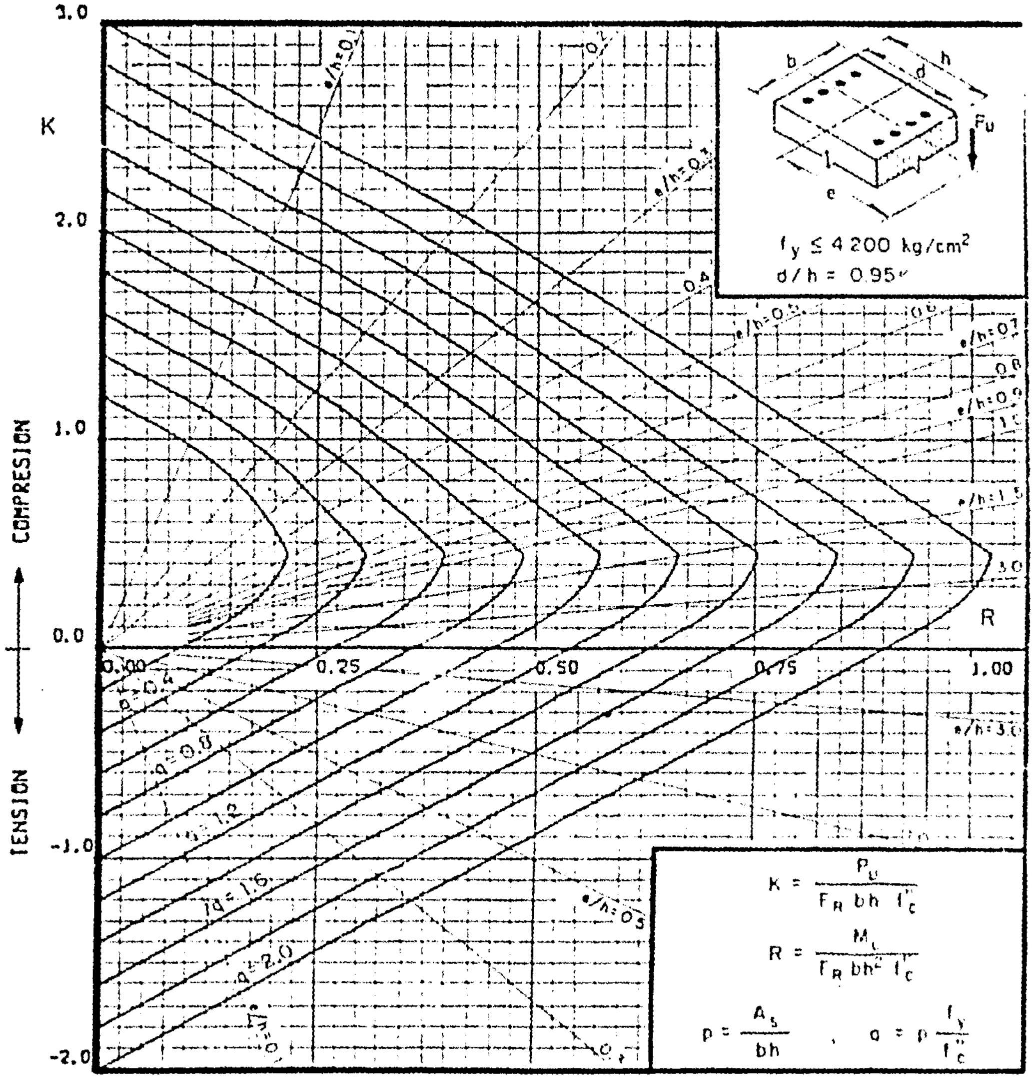
<table>
<tr><th>Tipo de sección transversal</th><th>Coeficiente de restricción ζ</th><th>$\sqrt{K}$</th></tr>
<tr><td>ALMAS DE SECCIONES EN CAJON

</td><td>$\zeta = \frac{t^3}{t_c^3}\,\frac{0.38}{1-\frac{t^2}{t_c^2}\,\frac{c^2}{d^2}}$
válido para $\frac{tc}{t_c d} \le 1$</td><td>$2+\frac{2}{10\zeta+3}$</td></tr>
<tr><td>ALMAS DE SECCIONES I

</td><td>$\zeta = \frac{t^3}{t_p^3}\,\frac{0.16+0.0056(d/c)^2}{1-9.4\frac{t^2}{t_p^2}\,\frac{c^2}{d^2}}$
válido para $9.4\,\frac{t^2c^2}{t_p^2d^2} \le 1$</td><td>$2+\frac{2}{10\zeta+3}$</td></tr>
<tr><td>PATINES DE SECCIONES I

</td><td>$\zeta = 2\frac{t_p^3 d}{t^3 c}\,\frac{1}{1-0.106\frac{t_p^2}{t^2}\,\frac{d^2}{c^2}}$
válido para $9.4\,\frac{t^2c^2}{t_p^2d^2} \ge 1$</td><td>$0.65+\frac{2}{3\zeta+4}$</td></tr>
<tr><td>ALMAS DE SECCIONES T

</td><td>$\zeta = \frac{t^3}{t_c^3}\,\frac{1}{1-0.106\frac{t^2}{t_c^2}\,\frac{c^2}{d^2}}$
válido para $0.106\,\frac{t^2c^2}{t_c^2d^2} \le 1$</td><td>$0.65+\frac{2}{3\zeta+4}$</td></tr>
</table>

Tabla II-3 (continuación)

Tipo de sección transversal	Coeficiente de restricción ζ	$\sqrt{K}$
ALMAS DE CANALES 	$\zeta = 2\frac{t^3}{t_c^3}\frac{0.16+0.0056(d/c)^2}{1-9.4\frac{t^2}{t_p^2}\frac{c^2}{d^2}}$ válido para $9.4\frac{t^2c^2}{t_p^2d^2} \leq 1$	$2+\frac{2}{10\zeta+3}$
PATINES DE CANALES 	$\zeta = \frac{t_p^3 d}{t^3 c}\frac{1}{1-0.106\frac{t_p^2}{t^2}\frac{d^2}{c^2}}$ válido para $9.4\frac{t^2c^2}{t_p^2d^2} \geq 1$	$0.65+\frac{2}{3\zeta+4}$
ALMAS DE SECCIONES U* 	$\zeta = \frac{t^3}{t_c^3}\frac{c}{d}\frac{1}{1-0.106\frac{t^2}{t_c^2}\frac{c^2}{d^2}}$ válido para $9.4\frac{t_c^2d^2}{t^2c^2} \geq 1$	$0.65+\frac{2}{3\zeta+4}$
ANGULOS 		$b_1/b=1$: 0.652 $b_1/b=\frac{2}{3}$: 0.711 $b_1/b=\frac{1}{2}$: 0.754
SECCIONES EN CRUZ 		0.652

* La fórmula no es aplicable si los bordes inferiores de las almas están unidos entre sí por diagonales o placas interrumpidas



A_s = Area total de refuerzo

$f''_c = 0.85\, f^*_c$, si $f^*_c \leq 250$ kg/cm^2 ; $f''_c = (1.05 - \frac{f^*_c}{1250})\, f^*_c$, si $f^*_c > 250$ kg/cm^2

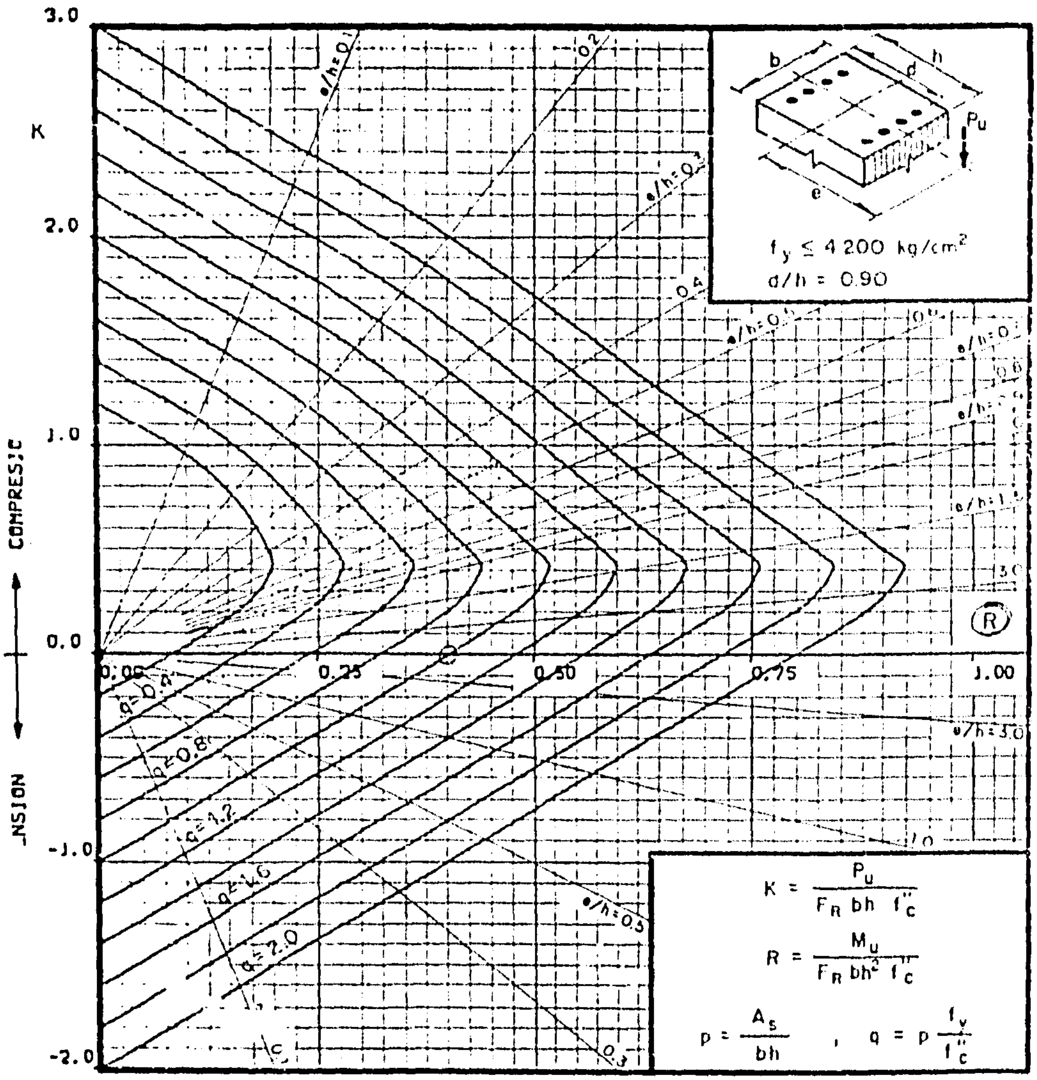
F_R = Factor de reducción de resistencia

P_u = Carga axial última

M_{uy} = Momento flexionante último en dirección $y = P_u \cdot e_y$

M_{ux} = Momento flexionante último en dirección $x = P_u \cdot e_x$

Fig 1



A_s = Area total de refuerzo

$f_c'' = 0.85\, f_c^*$, si $f_c^* \leq 250$ kg/cm² ; $f_c'' = \left(1.05 - \frac{f_c^*}{1250}\right) f_c^*$, si $f_c^* > 250$ kg/cm²

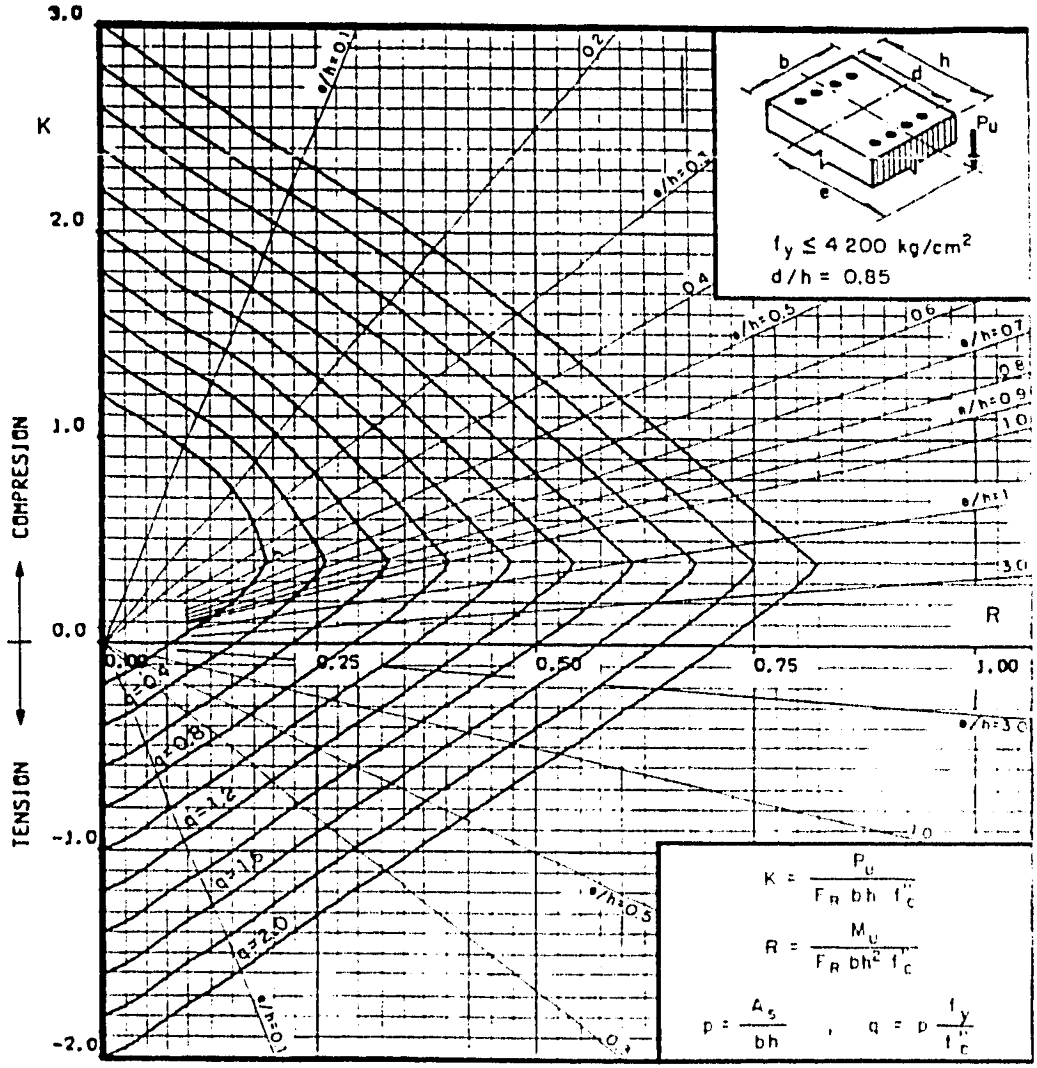
F_R = Factor de reducción de resistencia

P_u = Carga axial último

M_{uy} = Momento flexionante último en dirección y = $P_u \cdot e_y$

M_{ux} = Momento flexionante último en dirección x = $P_u \cdot e_x$

Fig 2



A_s = Area total de refuerzo

f''_c = 0.85 f^*_c, si $f^*_c \le 250$ kg/cm²; $f''_c = (1.05 - \frac{f^*_c}{1250})\, f^*_c$, si $f^*_c > 250$ kg/cm²

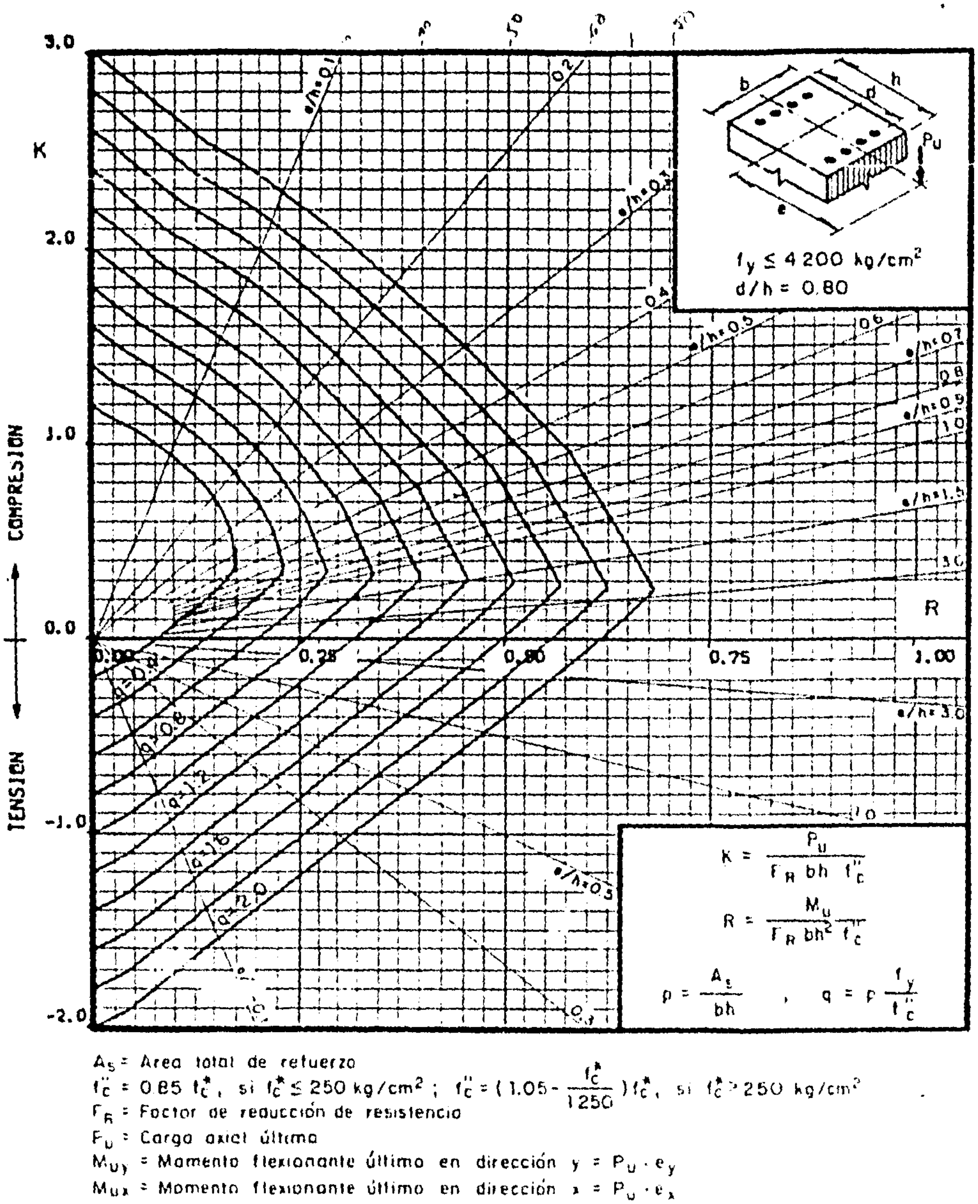
F_R = Factor de reducción de resistencia

P_u = Carga axial última

M_{uy} = Momento flexionante último en dirección y = $P_u \cdot e_y$

M_{ux} = Momento flexionante último en dirección x = $P_u \cdot e_x$

Fig. 3



A_s = Area total de refuerzo

$f''_c = 0.85\, f^*_c$, si $f^*_c \leq 250$ kg/cm² ; $f''_c = \left(1.05 - \dfrac{f^*_c}{1250}\right) f^*_c$, si $f^*_c > 250$ kg/cm²

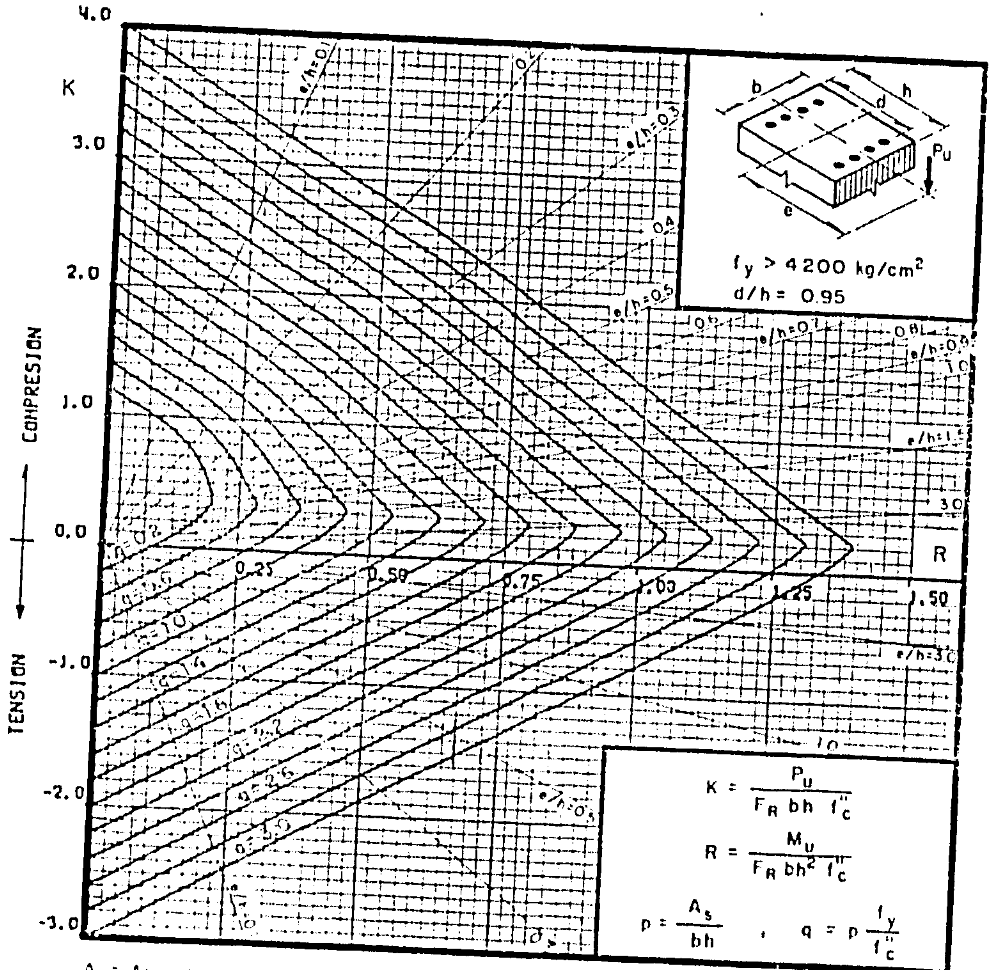
F_R = Factor de reducción de resistencia

P_u = Carga axial última

M_{uy} = Momento flexionante último en dirección $y = P_u \cdot e_y$

M_{ux} = Momento flexionante último en dirección $x = P_u \cdot e_x$

Fig 4



A_s = Area total de refuerzo

f''_c = 0.85 f^*_c, si $f^*_c \leq 250$ kg/cm² ; $f''_c = \left(1.05 - \dfrac{f^*_c}{1250}\right) f^*_c$, si $f^*_c > 250$ kg/cm²

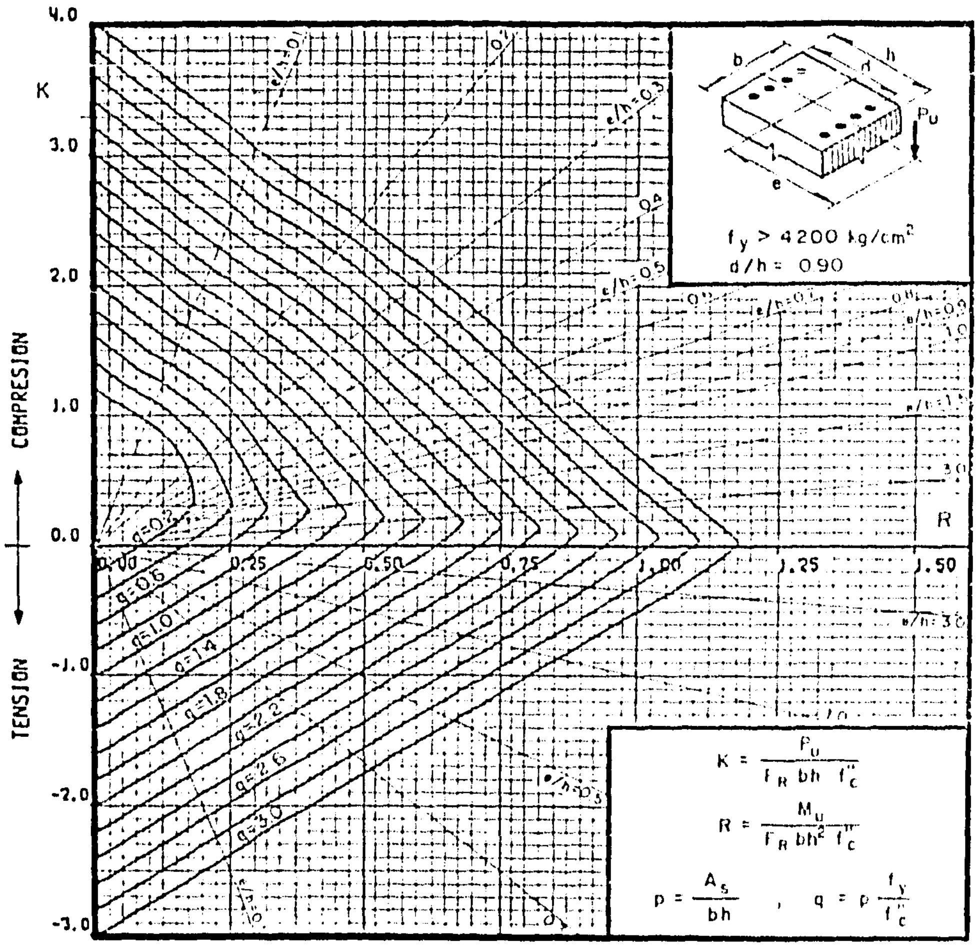
F_R = Factor de reducción de resistencia

P_u = Carga axial última

M_{uy} = Momento flexionante último en dirección y = $P_u \cdot e_y$

M_{ux} = Momento flexionante último en dirección x = $P_u \cdot e_x$

Fig 5



A_s = Area total de refuerzo

f''_c = 0.85 f_c^* , si $f_c^* \leq 250$ kg/cm² ; $f''_c = (1.05 - \frac{f_c^*}{1250})\, f_c^*$, si $f_c^* > 250$ kg/cm²

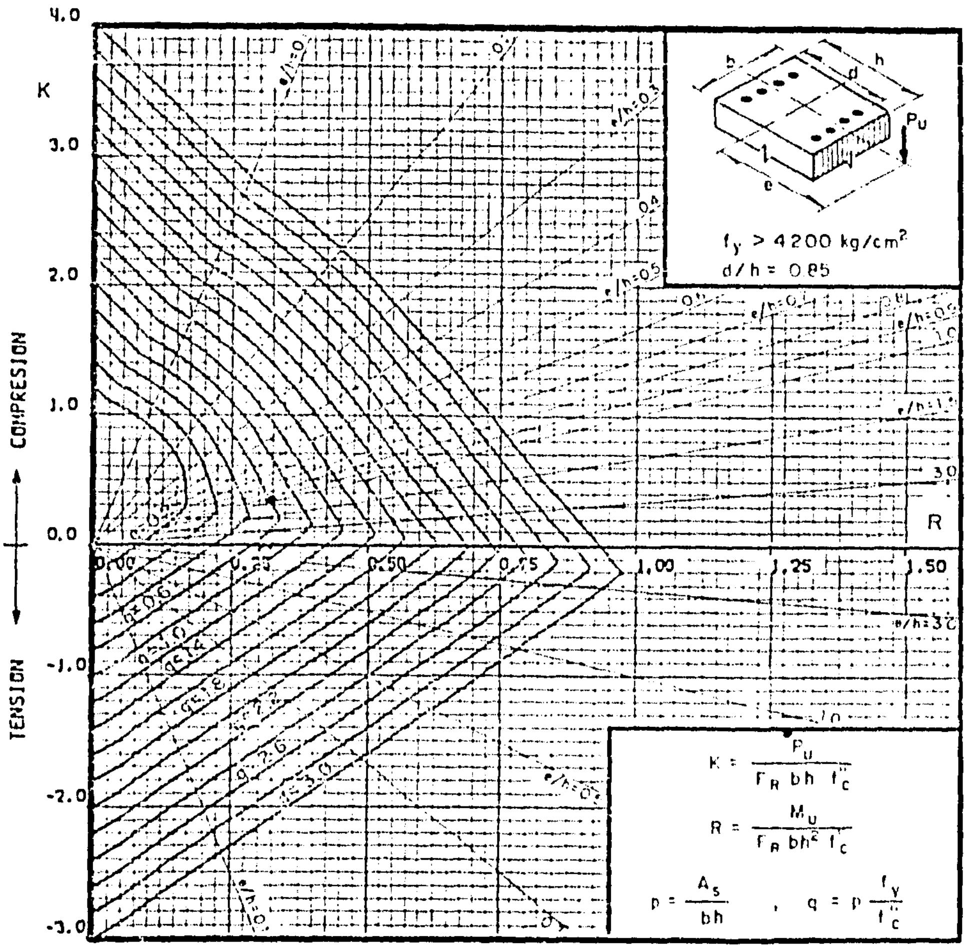
F_R = Factor de reducción de resistencia

P_u = Carga axial última

M_{uy} - Momento flexionante último en dirección y = $P_u \cdot e_y$

M_{ux} = Momento flexionante último en dirección x = $P_u \cdot e_x$

Fig 6



A_s = Area total de refuerzo

f''_c = 0.85 f^*_c, si $f^*_c \leq 250$ kg/cm² ; $f''_c = (1.05 - \frac{f^*_c}{1250}) f^*_c$, si $f^*_c > 250$ kg/cm²

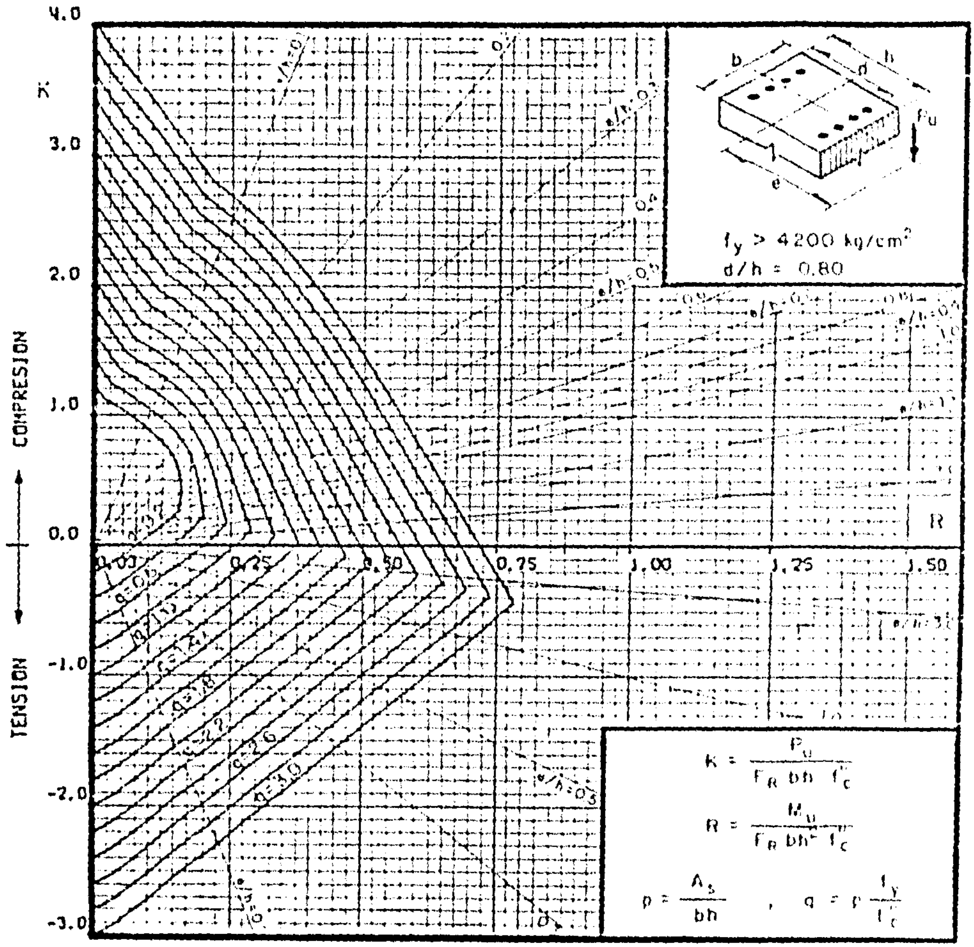
F_R = Factor de reducción de resistencia

P_u = Carga axial última

M_{uy} = Momento flexionante último en dirección $y = P_u \cdot e_y$

M_{ux} = Momento flexionante último en dirección $x = P_u \cdot e_x$

Fig 7



A_s = Area total de refuerzo

$f_c'' = 0.85\, f_c^*$, si $f_c^* \leq 250$ kg/cm² ; $f_c'' = (1.05 - \frac{f_c^*}{1250})\, f_c^*$, si $f_c^* > 250$ kg/cm²

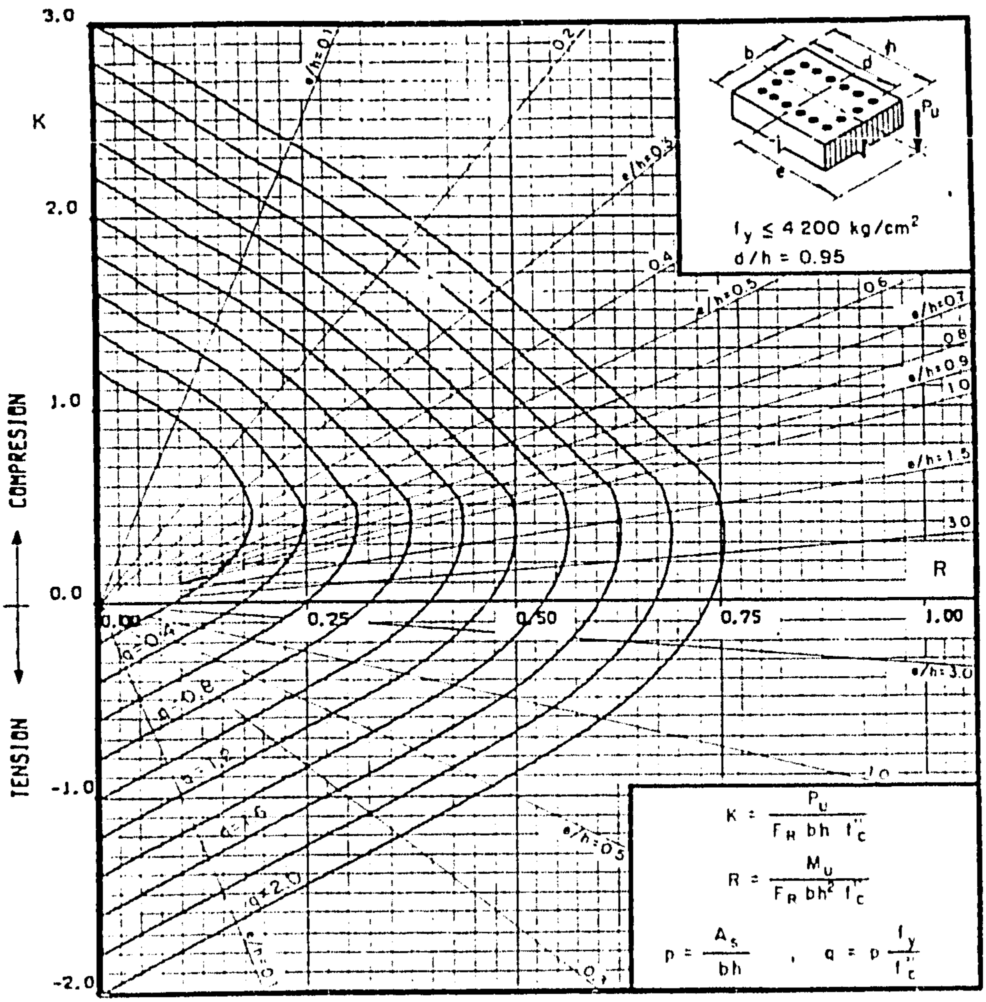
F_R = Factor de reducción de resistencia

P_u = Carga axial último

M_{uy} = Momento flexionante último en dirección $y = P_u \cdot e_y$

M_{ux} = Momento flexionante último en dirección $x = P_u \cdot e_x$

Fig 6



A_s = Area total de refuerzo

$f''_c = 0.85\, f^*_c$, si $f^*_c \le 250$ kg/cm² ; $f''_c = (1.05 - \dfrac{f^*_c}{1250})\, f^*_c$, si $f^*_c > 250$ kg/cm²

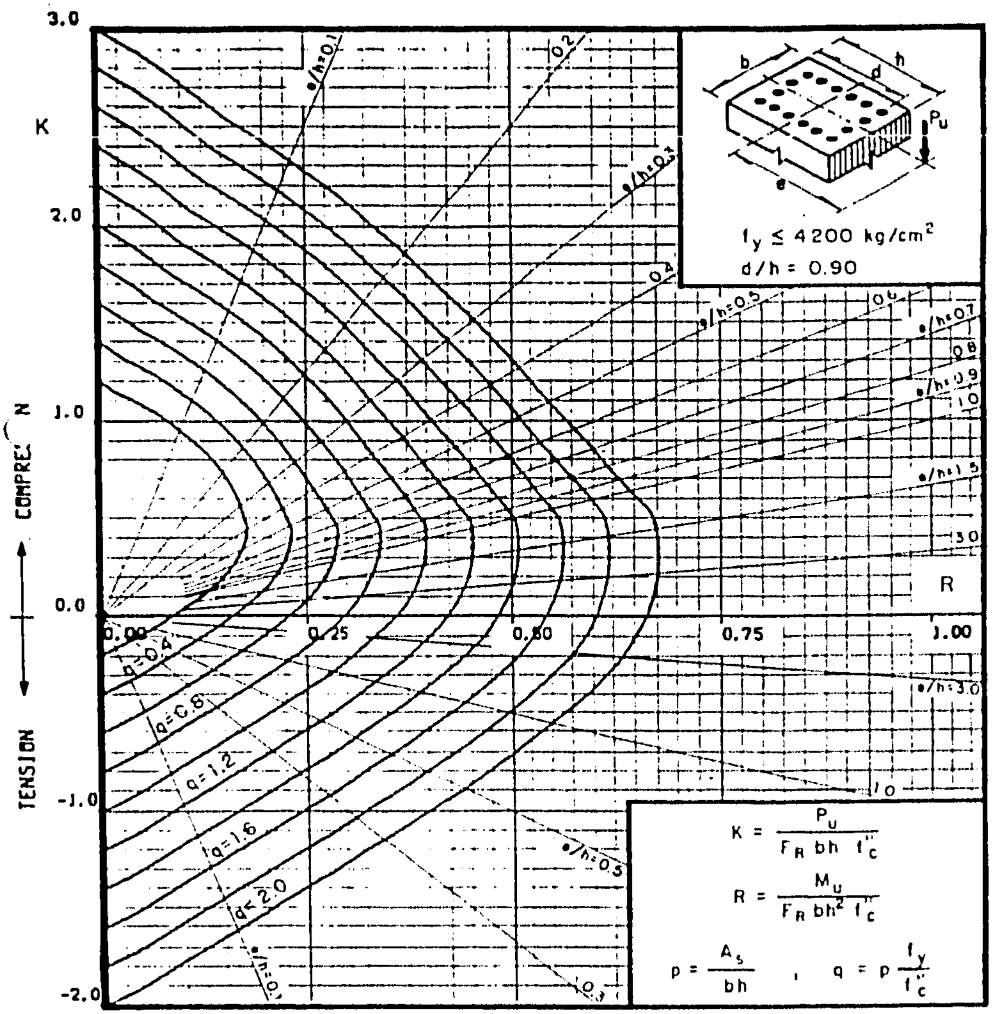
F_R = Factor de reducción de resistencia

P_u = Carga axial última

M_{uy} = Momento flexionante último en dirección y = $P_u \cdot e_y$

M_{ux} = Momento flexionante último en dirección x = $P_u \cdot e_x$

Fig 9



A_s = Area total de refuerzo

$f''_c = 0.85\, f^*_c$, si $f^*_c \leq 250$ kg/cm^2 ; $f''_c = (1.05 - \frac{f^*_c}{1250})\, f^*_c$, si $f^*_c > 250$ kg/cm^2

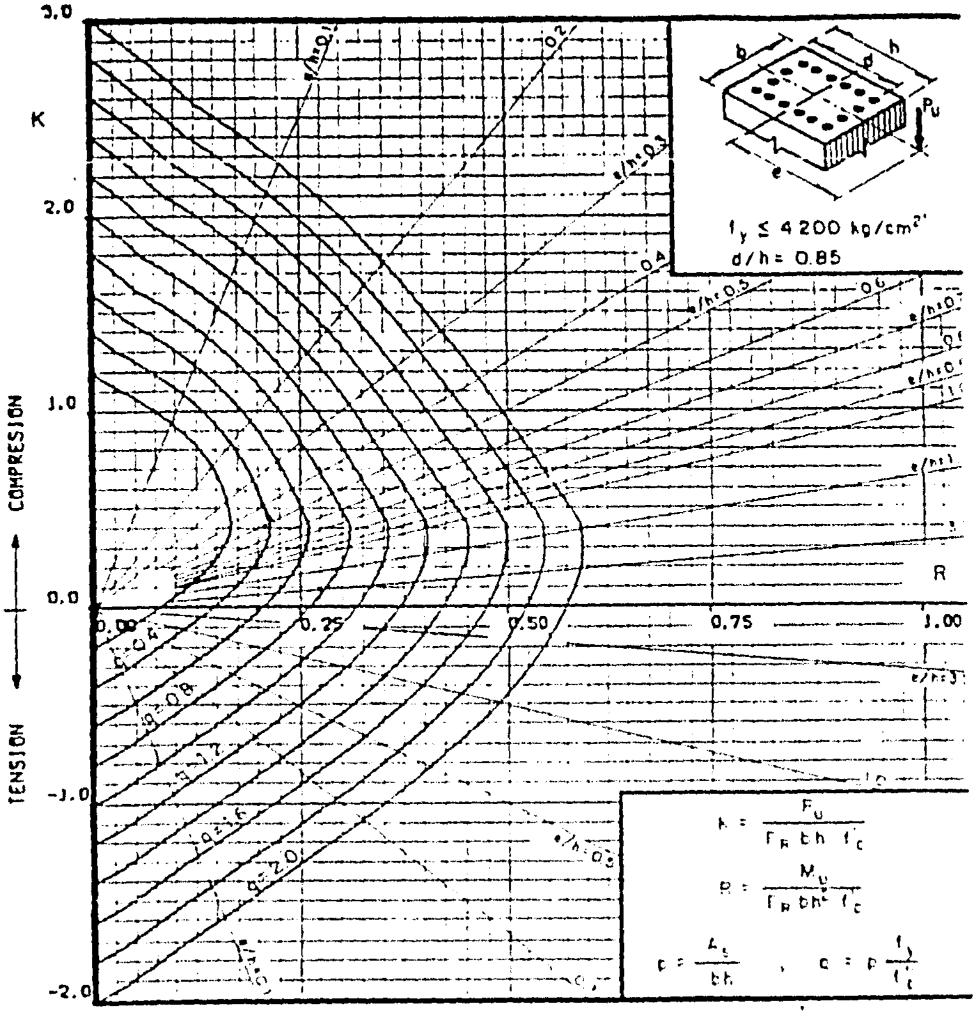
F_R = Factor de reducción de resistencia

P_u = Carga axial último

M_{uy} = Momento flexionante último en dirección $y = P_u \cdot e_y$

M_{ux} = Momento flexionante último en dirección $x = P_u \cdot e_x$

Fig 10



A_s = Area total de refuerzo

f''_c = 0.85 f^*_c , si $f^*_c \leq 250$ kg/cm² ; $f''_c = (1.05 - \dfrac{f^*_c}{1250})f^*_c$, si $f^*_c > 250$ kg/cm²

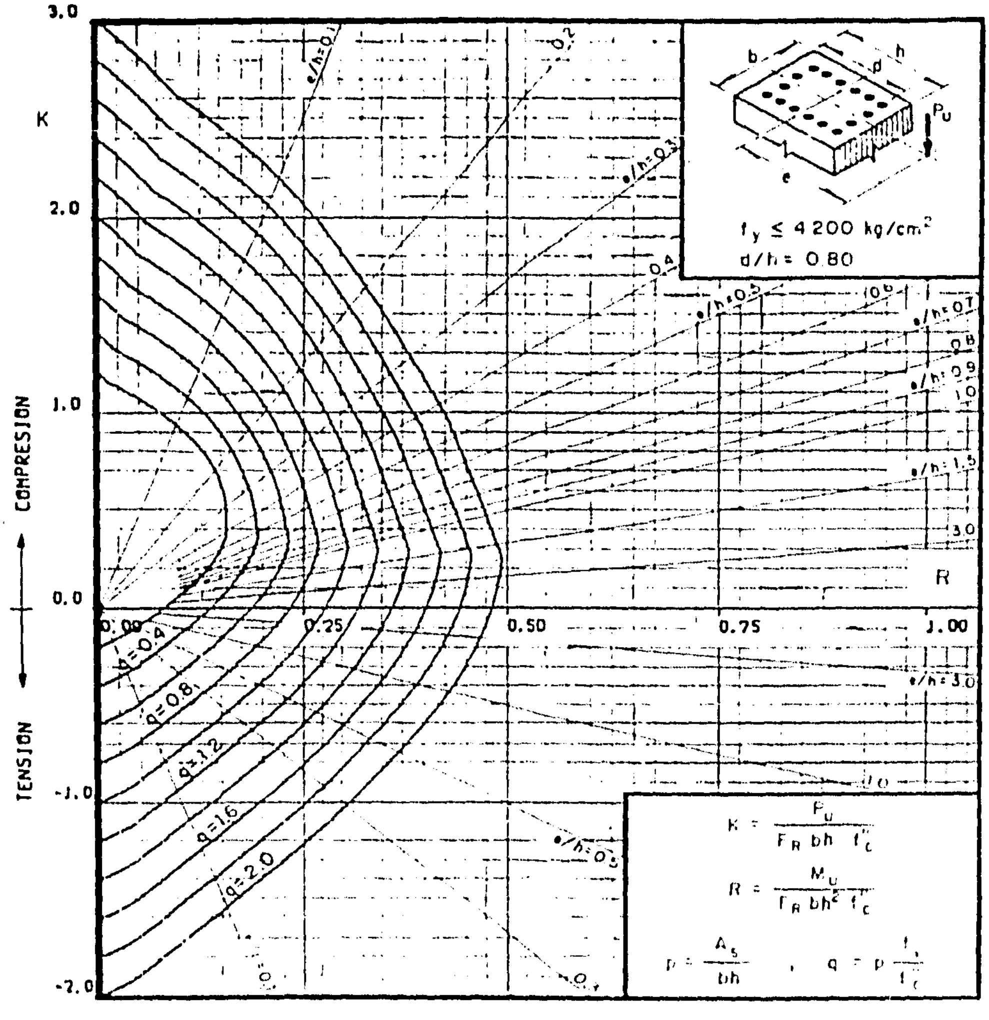
F_R = Factor de reducción de resistencia

P_u = Carga axial último

M_{uy} = Momento flexionante último en dirección y = $P_u \cdot e_y$

M_{ux} = Momento flexionante último en dirección x = $P_u \cdot e_x$

Fig. 11



A_s = Area total de refuerzo

f''_c = 0.85 f^*_c, si $f^*_c \leq 250$ kg/cm^2 ; $f''_c = \left(1.05 - \dfrac{f^*_c}{1250}\right) f^*_c$, si $f^*_c > 250$ kg/cm^2 .

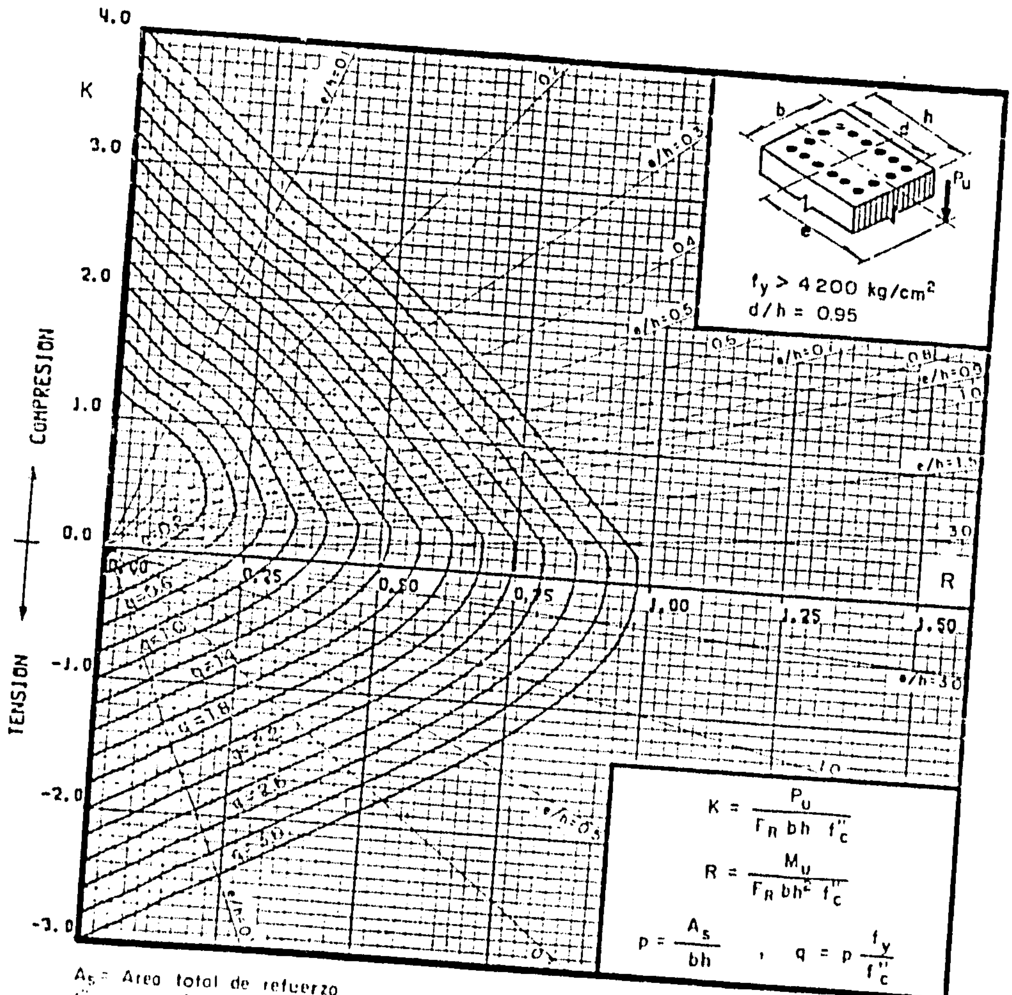
F_R = Factor de reducción de resistencia

P_u = Carga axial última

M_{uy} = Momento flexionante último en dirección y = $P_u \cdot e_y$

M_{ux} = Momento flexionante último en dirección x = $P_u \cdot e_x$

Fig. 12



A_s = Area total de refuerzo

f_c'' = 0.85 f_c^* , si $f_c^* \leq 250$ kg/cm² ; $f_c'' = (1.05 - \frac{f_c^*}{1250})f_c^*$, si $f_c^* > 250$ kg/cm²

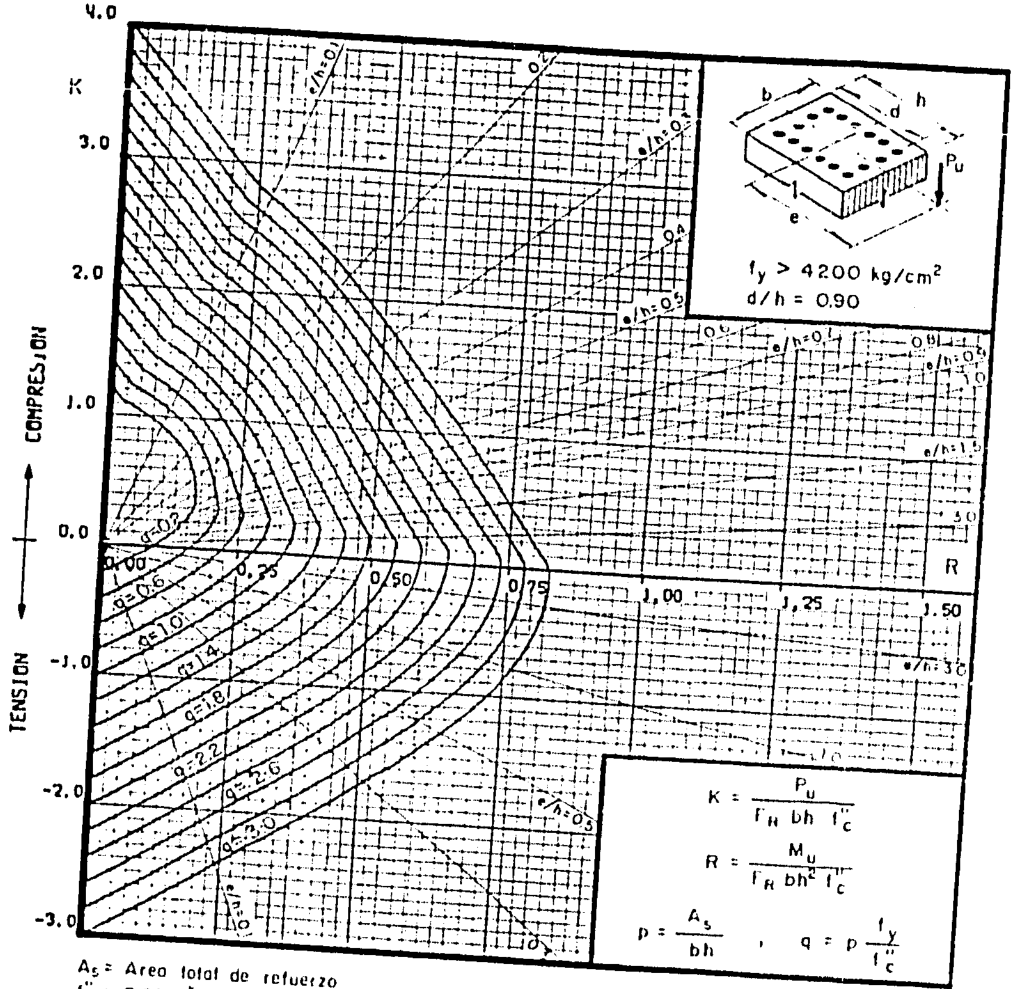
F_R = Factor de reducción de resistencia

P_u = Carga axial última

M_{uy} = Momento flexionante último en dirección $y = P_u \cdot e_y$

M_{ux} = Momento flexionante último en dirección $x = P_u \cdot e_x$

Fig 13



A_s = Area total de refuerzo

f''_c = 0.85 f^*_c, si $f^*_c \leq 250$ kg/cm² ; $f''_c = (1.05 - \frac{f^*_c}{1250}) f^*_c$, si $f^*_c > 250$ kg/cm²

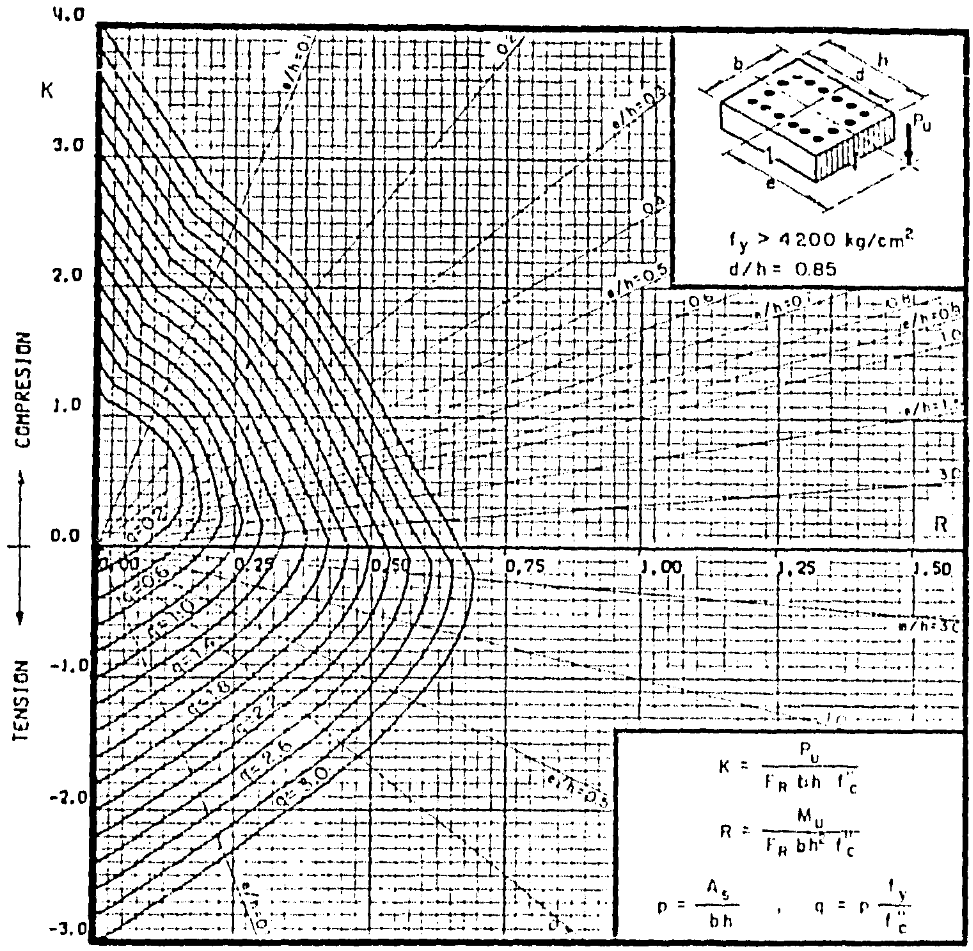
F_R = Factor de reducción de resistencia

P_u = Carga axial última

M_{uy} = Momento flexionante último en dirección y = $P_u \cdot e_y$

M_{ux} = Momento flexionante último en dirección x = $P_u \cdot e_x$

Fig 14



A_s = Area total de refuerzo

f''_c = 0.85 f^*_c , si $f^*_c \le 250$ kg/cm² ; $f''_c = (1.05 - \frac{f^*_c}{1250}) f^*_c$, si $f^*_c > 250$ kg/cm²

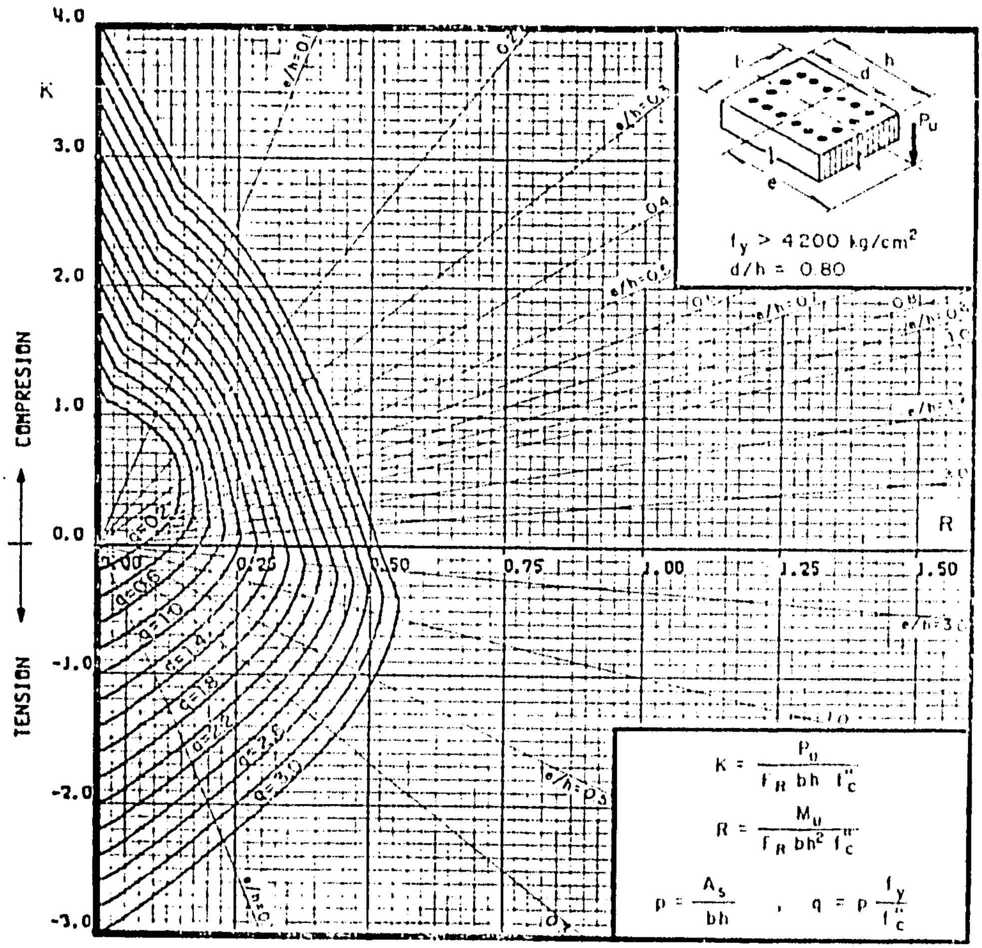
F_R = Factor de reducción de resistencia

P_u = Carga axial último

M_{uy} = Momento flexionante último en dirección y = $P_u \cdot e_y$

M_{ux} = Momento flexionante último en dirección x = $P_u \cdot e_x$

Fig 15



A_s = Area total de refuerzo

f''_c = 0.85 f^*_c, si $f^*_c \leq 250$ kg/cm² ; $f''_c = (1.05 - \frac{f^*_c}{1250})\, f^*_c$, si $f^*_c > 250$ kg/cm²

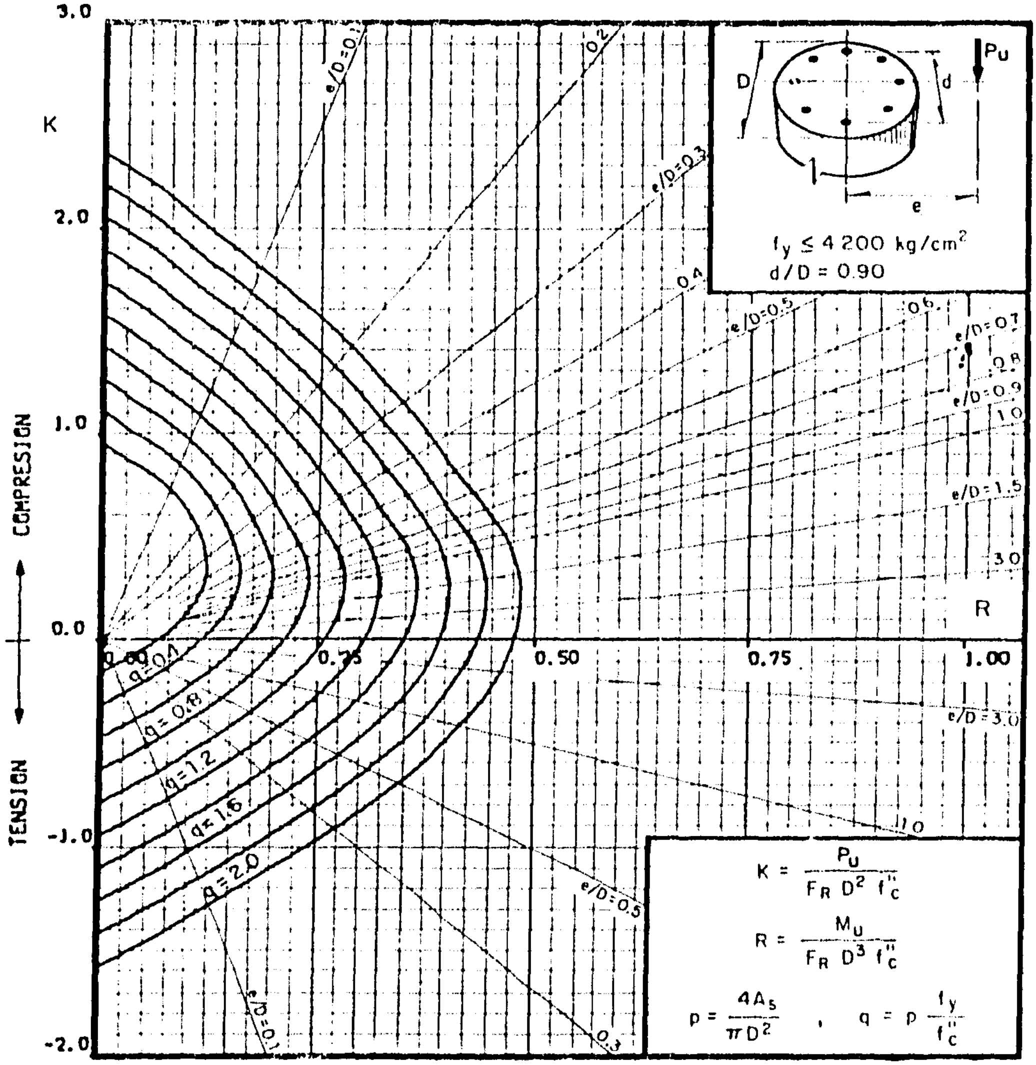
F_R = Factor de reducción de resistencia

P_u = Carga axial última

M_{uy} = Momento flexionante último en dirección y = $P_u \cdot e_y$

M_{ux} = Momento flexionante último en dirección x = $P_u \cdot e_x$

Fig 16



A_s = Area total de refuerzo

f''_c = 0.85 f^*_c, si $f^*_c \leq 250$ kg/cm² ; $f''_c = (1.05 - \dfrac{f^*_c}{1250})\, f^*_c$, si $f^*_c > 250$ kg/cm²

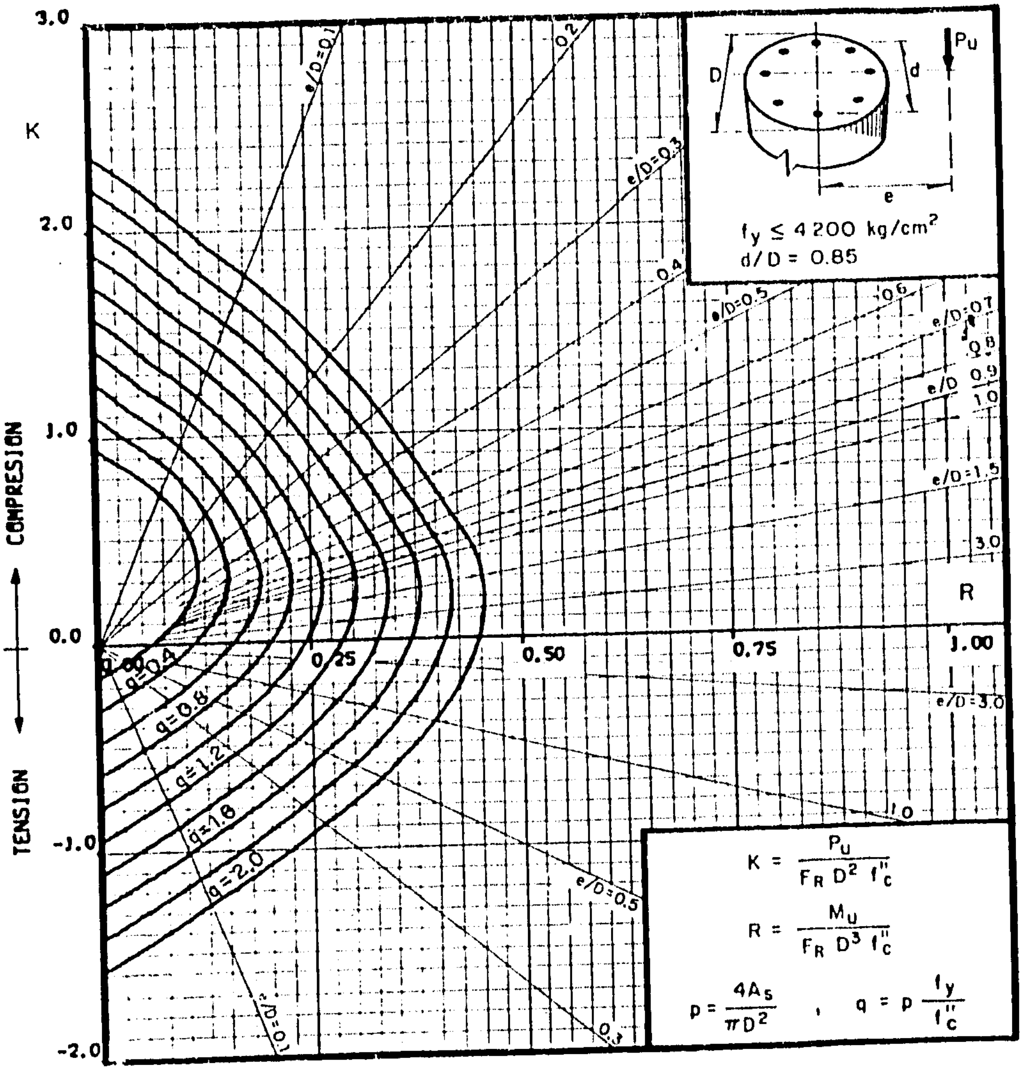
F_R = Factor de reducción de resistencia

P_u = Carga axial último

M_{uy} = Momento flexionante último en dirección y = $P_u \cdot e_y$

M_{ux} = Momento flexionante último en dirección x = $P_u \cdot e_x$

Fig 17



A_s = Area total de refuerzo

f''_c = 0.85 f^*_c, si $f^*_c \leq 250$ kg/cm^2 ; $f''_c = \left(1.05 - \dfrac{f^*_c}{1250}\right) f^*_c$, si $f^*_c > 250$ kg/cm^2

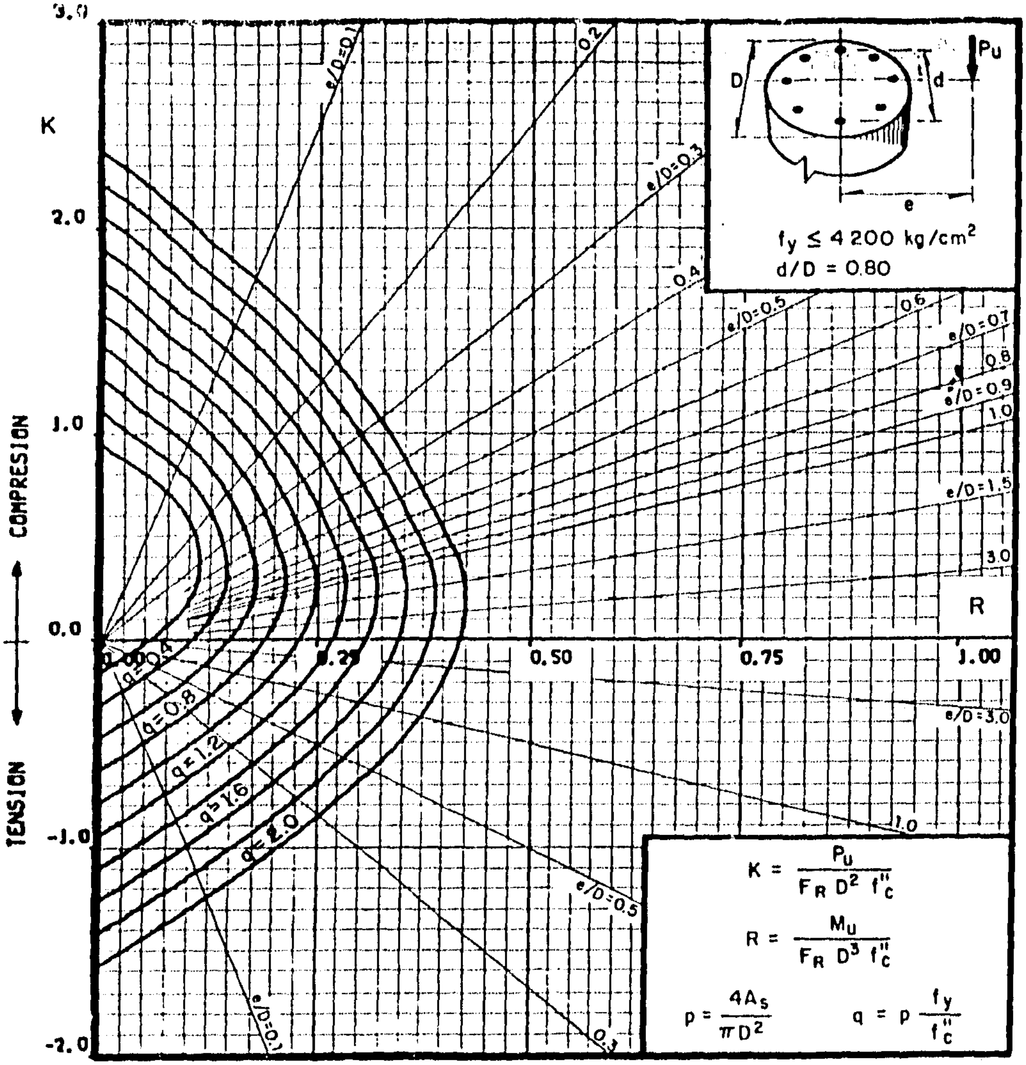
F_R = Factor de reducción de resistencia

P_u = Carga axial última

M_{uy} = Momento flexionante último en dirección y = $P_u \cdot e_y$

M_{ux} = Momento flexionante último en dirección x = $P_u \cdot e_x$

Fig 18



A_s = Area total de refuerzo

$f''_c = 0.85\, f^*_c$, si $f^*_c \le 250$ kg/cm² ; $f''_c = \left(1.05 - \frac{f^*_c}{1250}\right) f^*_c$, si $f^*_c > 250$ kg/cm²

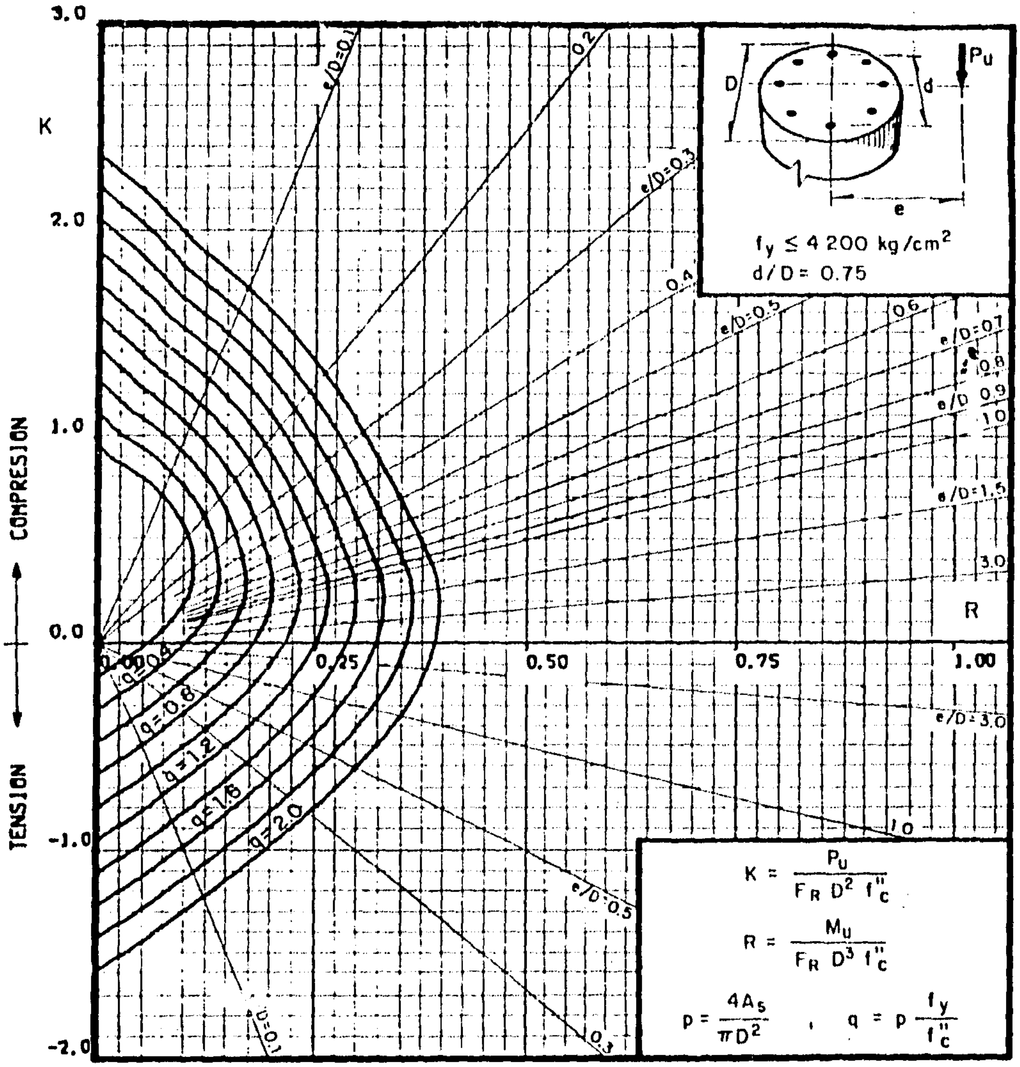
F_R = Factor de reducción de resistencia

P_u = Carga axial última

M_{uy} = Momento flexionante último en dirección y = $P_u \cdot e_y$

M_{ux} = Momento flexionante último en dirección x = $P_u \cdot e_x$

Fig 19



A_s = Area total de refuerzo

f''_c = 0.85 f^*_c, si $f^*_c \leq 250$ kg/cm²; $f''_c = \left(1.05 - \frac{f^*_c}{1250}\right) f^*_c$, si $f^*_c > 250$ kg/cm²

F_R = Factor de reducción de resistencia

P_u = Carga axial última

M_{uy} = Momento flexionante último en dirección y = $P_u \cdot e_y$

M_{ux} = Momento flexionante último en dirección x = $P_u \cdot e_x$

Fig 20