

01161

**MODELO SIMPLIFICADO DE ANÁLISIS,
CONSIDERANDO LA INTERACCIÓN SUELO-ESTRUCTURA.**

JAVIER CESIN FARAH

TESIS

**Presentada a la División de Estudios de
Posgrado de la
FACULTAD DE INGENIERIA
de la
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO
como requisito para obtener
el grado de**

**MAESTRO EN INGENIERIA
(Estructuras)**

CIUDAD UNIVERSITARIA agosto de 1990

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Contenido

1 Antecedentes	1
1.1 Importancia de considerar el efecto interacción suelo-estructura	2
1.2 Semblanza histórica	3
1.2.1 Referencias de la semblanza histórica	7
1.3 Modelos aplicados en los despachos de cálculo	12
2 Modelo general de Luco	13
2.1 Estudio que realizó	14
2.2 Procedimiento general	15
2.2.1 Modelo para el sistema completo suelo-estructura	19
2.2.1.1 Funciones de impedancia de la cimentación	21
2.3 Límites	22
3 Modelo de Wolf	23
3.1 Introducción	24
3.2 Modelo para base rígida.	25
3.2.1 Interacción cinemática	25
3.2.2 Interacción inercial.	26
3.2.3 Modelo de la superestructura.	26
3.2.4 Propagación de ondas.	27
3.2.4.1 Ecuación unidimensional de onda:	27
3.2.4.2 Ecuación tridimensional de onda en coordenadas cartesianas:	29
<i>a. Ecuación de movimiento en función de la deformación volumétrica y rotacional.</i>	29
<i>b. Ondas P</i>	31
<i>c. Ondas S</i>	31
<i>d. Amortiguamiento del material</i>	32
<i>e. Movimiento Total</i>	33
3.2.4.3 Matriz de rigideces dinámica para el movimiento en el plano.	33
3.2.5 Respuesta de campo libre.	35
3.2.5.1 Localización del punto de control.	35
3.2.5.2 Matriz de rigideces dinámica del suelo	35
3.2.5.3 Semi-espacio	36
3.3 Modelo del suelo	39
4 Otros modelos aproximados.	40
4.1 Algunos modelos que se utilizan actualmente:	41
i. Resortes estáticos equivalentes y amortiguamientos viscoso en el nivel de la base solamente.	41
ii. Analogía de la viga de cortante usando masas continuas o discretas y resortes distribuidos verticalmente a través del perfil del suelo.	49
iii. Semi-espacio elástico o viscoelástico.	49
iv. Elementos finitos.	49
4.2 Pilotes.	50
4.3 Amortiguamiento del suelo. §	51
i. Notas sobre el amortiguamiento	51
ii. Influencia del amortiguamiento en el modelo discreto.	51
iii. Características del amortiguamiento en el Valle de México.	53

5 Proceso para generar el modelo en micro-ordenador.	54
5.1 Elección del modelo.	55
5.2 Notas sobre los modelos expuestos.	56
5.2.1 Semi-espacio elástico	56
5.2.1.1 Modelo de Luco	56
5.2.1.2 Modelo de Wolf	57
5.2.2 Resortes equivalentes	58
5.2.3 Viga de cortante	58
5.2.4 Elementos finitos	58
5.3 Generación del modelo.	59
5.4 Análisis Estático.	60
5.5 Solución dinámica.	61
5.6 Interpretación de resultados.	62
6 Ejemplo	63
6.1 Características de la estructura.	64
6.2 Modelos Generados.	65
6.3 Análisis Estático.	66
6.4 Análisis Dinámico.	67
6.5 Conclusiones sobre el ejemplo.	76
7 Conclusiones	77
8 Referencias	80

1 Antecedentes

1.1 Importancia de considerar el efecto interacción suelo-estructura

La Ingeniería estructural debe gran parte de su desarrollo a la observación del comportamiento de las construcciones. Verificar las hipótesis con las que se elaboraron determinados proyectos permite acercar más la teoría a la realidad, y así realizar estructuras más seguras y económicas.

Y es por este interés, el que se preste mucha atención para el estudio de las dos sollicitaciones accidentales más importantes que se presentan en la vida de la mayor parte de las construcciones urbanas: el viento y el sismo.

Debido a las características del Valle de México, otro factor que adquiere una importancia relevante en el diseño de cierto tipo de estructuras, lo constituye el suelo.

De aquí que el considerar la interacción suelo-estructura en determinadas edificaciones ante los efectos de cargas laterales sea un requisito indispensable para lograr un mayor grado de seguridad.

Entre los problemas que se han detectado por no considerar esta interacción se pueden citar:

- a) Desplazamientos laterales de la superestructura durante sismos mayores a aquellos que se esperaban. Esto trae consigo otros problemas serios como choques con edificios aledaños, incremento en los elementos mecánicos debido a la inercia del edificio, diferencias notables entre los periodos calculados y los reales.
- b) Volteo de la estructura. Este problema de inestabilidad se presenta principalmente en estructuras muy esbeltas.
- c) Asentamientos diferenciales importantes.

Ciertamente existen grandes lagunas en el saber actual sobre el comportamiento del suelo, de la cimentación y de la estructura (y por supuesto, también de las acciones); por otro lado, algunos de los procedimientos de cálculo para incluir lo que se conoce, resultan ser muy complicados y costosos. De aquí surge la necesidad de intentar adoptar parte de todo este nuevo conocimiento en el ambiente normal de trabajo.

Buscar una unión mas seria en el trabajo cotidiano entre el suelo y la estructura es importante, porque las acciones no afectan a cada una por separado y la falla de una puede involucrar la de la otra.

El objeto de este trabajo es por lo tanto, la revisión de algunos métodos para incluir el efecto de interacción y de su posible aplicación práctica en despachos de cálculo.

1.2 Semblanza histórica

Debido a que la investigación sobre el fenómeno de interacción suelo-estructura es relativamente nueva, es interesante una síntesis histórica de este estudio¹, para poder encuadrar en este contexto los métodos revisados en este trabajo.

En la (ref.1)² se hace una presentación del trabajo realizado hasta 1968 por diversos autores.

Los estudios realizados se pueden dividir en tres grandes grupos :

1.- La respuesta de la estructura se obtiene al considerar que la distribución de presiones entre el suelo y la cimentación proviene de consideraciones estáticas, sin considerar efectos dinámicos.

En este grupo están los trabajos de Reissner (ref.2 y 3), Reissner y Sagoci (ref.4), Quinlan (ref.5) y Sung (ref.6) quienes estudiaron analíticamente el efecto de vibraciones verticales y torsionales, y de Arnold (ref.7) y Bycroft (ref.8) que estudiaron el balanceo y desplazamientos laterales de una cimentación circular rígida.

2.- En este grupo, la respuesta se obtiene por planteamientos analíticos-numéricos que resuelven el problema completo de valores frontera mixtos, mediante la reducción de integrales de Fredholm. Por medio de este enfoque, las rigideces dinámicas o las flexibilidades de la cimentación se pueden obtener en forma compleja como función de la frecuencia.

Se puede mencionar en este grupo a Collins (ref.9), que trata los efectos torsionales, Robertson (ref.10) que trata los efectos verticales y Gladwell (ref.11) que estudia las oscilaciones laterales y de rotación de la base. Veletsos y Wei (ref.12) presentaron el análisis de movimientos acoplados de un disco rígido en desplazamiento lateral y rotación, mientras que Luco y Westman (ref.13) consideraron el efecto adicional de oscilaciones verticales y torsionales acopladas. Veletsos y Vervic (ref.14) consideraron el problema viscoelástico de un semiespacio que sostiene un disco rígido que experimenta desplazamiento lateral y rotación, tomando así en consideración los efectos de amortiguamiento por geometría y por radiación, al considerar las partes imaginarias de las rigideces complejas de las cimentaciones rígidas.

3.- En este grupo se encuentran métodos aproximados de análisis de cimentaciones rígidas de cualquier forma. Lysmer (ref.15) determinó la correcta flexibilidad vertical de un disco rígido al considerar un conjunto de anillos concéntricos uniformemente cargados. Un planteamiento similar fue presentado por Elorduy (ref.16) y coautores para oscilaciones verticales de placas rígidas de forma arbitraria, las cuales se discretizaron en un número finito de subregiones en las que las fuerzas de contacto se reemplazaron por fuerzas concentradas y cuya influencia en el semiespacio se obtuvo mediante la solución de Pekeris (ref.17). Wong y Luco (ref.18) siguieron la misma idea de discretizar la superficie de contacto y desarrollaron una secuencia numérica más eficiente para obtener la respuesta dinámica de cimentaciones de cualquier forma considerando que en cada subregión rectangular se presentaba una distribución uniforme

¹ Este capítulo fue extraído íntegramente de la introducción histórica que sobre el tema realizó el Prof. Neftalí Rodríguez Cuevas. En dicha introducción proporciona una extensa bibliografía.

² Las referencias indicadas en este capítulo, se encuentran al final del mismo.

de esfuerzos de contacto y consideraron las flexibilidades propuestas por Thomsom y Kabori (ref.19) para cada rectángulo. Con un planteamiento similar Gaul (ref.20) logró estudiar el comportamiento dinámico de cimentaciones rígidas de cualquier forma en un semiespacio viscoelástico.

La respuesta dinámica de cimentaciones rígidas de forma arbitraria en semiespacios elásticos fue también estudiada por Kitamura y Sakurai (ref.21 y 22), así como por Adeli y coautores (ref.23), por medio de aproximaciones eficientes similares a las de Elorduy, Wong y Luco. Una versión mejorada del método de Pekeris ha sido presentada por Hamidzadeh-Eraghi y Grootenius (ref.24).

Savidis y Richter (ref.25) estudiaron el problema de interacción de dos cimentaciones rectangulares por un método similar al propuesto por Wong y Luco.

El efecto de ondas oblicuas a la superficie, en cimentaciones rígidas ha sido estudiado por Wong y Luco quienes consideraron ondas SH,SV y P en la ref.26 y ondas Rayleigh en la ref.27. Bielak y Coronato consideraron el efecto de ondas SH y Rayleigh en dos cimentaciones rectangulares sobre la superficie de un espacio viscoelástico (ref.28).

Se ha encontrado (ref.26 y 27) que el tratamiento de ondas sísmicas incidentes que no actúan verticalmente requiere no solo de la matriz de rigideces completa de la cimentación, sino que también es necesario conocer el movimiento de entrada a la cimentación y de aquellas ondas que excitan a modos de vibración adicionales que se producen por ondas verticales.

Se debe mencionar que casi todas las referencias del tercer grupo, excepto las ref.26 y 27, consideran condiciones de frontera relajadas y que Wong y Luco mostraron que la diferencia en respuesta de sistemas relajados y restringidos es pequeña y que de hecho es menor que la diferencia en los valores estimados por otros autores para el mismo problema. En dos artículos de Werner y sus coautores (ref.29) y de Luco y Wong (ref.30), en donde sintetizan trabajos previos, pueden formular y resolver el problema de definir la respuesta de puentes sobre pilas y de estructuras de edificios, con cimentaciones superficiales de forma arbitraria, sometidos a la acción de ondas sísmicas incidentes inclinadas respecto a la vertical.

El problema de la respuesta dinámica de cimentaciones ha sido ampliamente estudiado por medio de modelos discretos. Los métodos más ampliamente usados han sido el método de elementos finitos (MEF) y el método de diferencias finitas (MDF), siendo más popular el primero de ellos.

En principio, el MEF se aplica a problemas de interacción suelo-estructura de carácter lineal y parece ser bastante efectivo ya que se puede aplicar a geometrías complejas y proporcionar la solución mediante la técnica de la transformada de Fourier o por integración paso a paso.

Pocos casos de cimentaciones rígidas superficiales han sido estudiados por el MEF; se pueden mencionar los trabajos de Roeset y González (ref.31) así como de Gupta y coautores (ref.32). La mayor parte de las aplicaciones del MEF se han hecho en cimentaciones enterradas, superficiales y flexibles en suelos heterogéneos, para lo cual el método presenta ventajas sobre otros. Sin embargo el MEF adolece del defecto de que el semiespacio tiene que ser representado por una porción del mismo de dimensiones finitas y para remediar ésto se ha recurrido a un gran tamaño de la porción o al método de fronteras transmisoras (ref.33 y 34); también se han usado elementos infinitos (ref.35

y 36) o técnicas híbridas especiales (ref.37, 38, 39 y 40). El estudio detallado de ambos métodos ha sido realizado por Hadjian y coautores (ref.41), quienes favorecen los métodos del continuo, y por Seed y coautores (ref.42) quienes favorecen el MEF.

El MDF se ha empleado en la solución de problemas dinámicos de interacción suelo-estructura (ref.43 y 44) en un número de publicaciones más restringido que aquellas que emplearon el MEF, debido a las dificultades inherentes al manejo de geometrías complicadas.

Durante los últimos 18 años se ha dedicado una gran actividad al desarrollo de otra técnica numérica, el método de elementos de frontera (MEFR). Este método ha sido aplicado con éxito en una gran variedad de problemas en la ingeniería, como lo demuestran Banerjee y Butterfield (ref.45).

En la elasticidad lineal el método directo del MEFR parte de la aplicación del principio de deformaciones recíprocas de Betti, y usando funciones de Green llega a la ecuación integral que relaciona los desplazamientos con los esfuerzos a lo largo de la frontera del dominio que estudia.

Por tanto, el MEFR parece ser el apropiado para tratar problemas de interacción suelo-estructura, especialmente los tridimensionales, ya que solo discretiza en la superficie del dominio y no en su interior, y toma automáticamente en consideración las condiciones de radiación debido a la existencia de funciones singulares de Green.

En lo anterior se han manejado soluciones elásticas; cuando se consideran problemas viscoelasto-dinámicos, o problemas de transitorios, han surgido tres alternativas en el MEFR:

a) Obtención de soluciones a problemas estacionarios armónicos por el MEFR y el uso de síntesis de Fourier para obtener la respuesta dinámica en el dominio del tiempo (ref.46 y 47).

b) Solución del problema en el dominio de la transformada de Laplace por el MEFR y su subsecuente inversión para obtener la respuesta en el dominio del tiempo (ref.48 a 52).

c) Formulación en el dominio el tiempo y su solución mediante MEFR e integración paso a paso (ref.53 y 54).

Manolis (ref.55) compara los tres planteamientos previos y muestra que para el mismo nivel de precisión, el MEFR en el dominio del tiempo es la solución más costosa, pero la que proporciona mejores resultados en el inicio del movimiento, y establece la base para la posible extensión del método para la solución de problemas no-lineales.

Dominguez (ref.56) fue el primero que obtuvo solución a los problemas de cimentaciones, tanto bidimensionales como tridimensionales, de planta rectangular, en la superficie o con nivel de desplante bajo la superficie del semiespacio, al obtener, en el dominio de las frecuencias, las rigideces dinámicas de las cimentaciones.

Apsel (ref.57), al usar el MEFR indirecto en el dominio de las frecuencias, obtuvo las rigideces dinámicas de cimentaciones cilíndricas dentro de un semi-espacio viscoelástico uniforme o con estratificaciones. Recientemente Ottenstreuer y Schmid (ref.58) siguieron el planteamiento de Dominguez y estudiaron el problema de interacción entre dos cimentaciones rectangulares rígidas.

En los párrafos anteriores se ha intentado resumir los diversos métodos que han sido empleados para estudiar el comportamiento dinámico de cimentaciones rígidas en semiespacios, dentro del dominio de la frecuencia. Ello implica una limitación importante, ya que evita la extensión de dichos métodos a aplicaciones a problemas de carácter no lineal.

Sin embargo, existen ya estudios de la respuesta dinámica de cimentaciones rígidas sin masa, de cualquier forma, que descansan en un semiespacio elástico, mediante análisis en el dominio del tiempo, recurriendo al MEFR, tomando ventaja del método para calcular directamente la respuesta dinámica y simultáneamente estableciendo bases firmes para la extensión del método de carácter no-lineal.

Existen estudios en los cuales se ha considerado la existencia de fuerzas externas, así como de ondas sísmicas incidentes inclinadas respecto a la superficie de un semiespacio como perturbaciones dinámicas, para definir los movimientos verticales, horizontales de rotación y balanceo de las estructuras.

Underwood y Geers (ref.59) han generado ya un MEFR doblemente asintótico, que permite obtener solución a problemas bidimensionales de interacción suelo-estructura; su método es un MEFR estático mediante el cual definen a la matriz de rigideces del suelo para ser incorporada en la ecuación estándar para el MEF dinámico de la estructura.

El trabajo de Veletsos y Verbic (ref.60) probablemente representa el primer esfuerzo para encontrar la formulación en el dominio del tiempo, del problema de interacción suelo estructura; el trabajo se limita a estudiar cimentaciones circulares y usa funciones de respuesta impulsivas en una formulación de convolución, con lo que establece las bases para extender el método a casos de suelos no lineales.

Karabalis y Beskos (ref.61) extienden el método a cimentaciones de forma arbitraria. Su método reduce las dimensiones del problema y toma en consideración los efectos de radiación, eliminando la necesidad de frontera no reflejantes comúnmente en el MEF o en MDF.

Finalmente, cabe mencionar el tratamiento de problemas de interacción suelo-estructura mediante el MEF en conjunción con resortes independientes de la frecuencia y amortiguadores para representar la rigidez del suelo. El procedimiento permite la formulación en el dominio del tiempo, tal como lo mencionan Clough y Novak (ref.1, 62 y 63). Sin embargo, este procedimiento, que representa ventajas de economía y conveniencia, resulta un procedimiento aproximado, generalmente restringido a problemas bidimensionales, que requiere un amplio juicio ingenieril para seleccionar a los resortes y a los amortiguadores apropiados para una buena solución.

En el campo de las cimentaciones profundas ha existido un amplio trabajo de investigación por diversos autores.

Se pueden mencionar las aportaciones originales presentadas por Novak (ref.63 y 64) así como las de Poulos y Davis (ref.65), quienes mediante el manejo de la solución de Mindlin a problemas de semiespacios, resuelven el problema de grupos de pilotes con diversas configuraciones, sometidos a movimientos horizontales, verticales, de rotación y torsión, mediante enfoques de carácter estático. Así mismo los estudios de Benarjee y Butterfield (ref.66) sientan las bases para estudiar problemas viscoelásticos en grupos de pilotes.

En nuestro medio, existen algunos trabajos de Rodríguez Cuevas (ref.67 y 68) en los que mediante simplificaciones que reducen el tiempo de proceso, se logran calcular las constantes de rigidez y establecer las bases para poder estudiar las condiciones de estabilidad de estructuras esbeltas, desplantadas sobre grupos de pilotes de fricción.

En la versión actual del reglamento de Construcciones, se establecen algunas consideraciones simplistas para considerar los efectos de rotación de la base de estructuras sobre pilotes de fricción, asociándolos a bases rígidas sobre semiestratos, sin considerar la presencia de pilotes, con alteraciones en los coeficientes que aparecen en la literatura.

Es de notar el trabajo realizado por Wolf (ref.69), quien en su libro presenta un resumen importante de procedimientos desarrollados en Europa para considerar los efectos de interacción suelo-estructura.

Ultimamente se han dado a conocer otros trabajos publicados en nuestro medio, como el realizado por Esteva y Mendoza (ref.70).¹

1.2.1 Referencias de la semblanza histórica

1. Richart, FE; Hall, JR y Woods, RD: "Vibrations of Soils and Foundations". Prentice Hall, New Jersey, 1970.
2. Reissner, E: "Stationäre axialsym metrische durch eine schüt telende Masse erregte Schwingungen eines homogen elastischen Halbraunes". Ing Arch, 7, 1936, pp 381-396.
3. Reissner, E: "Freie und erwoun gene Torsion schwingungen des elastischen Halbrau mes". Ing Arch, 8, 1937, pp 381-396.
4. Reissner, E y Sagoci, HF: "Forced torsional oscillations of an elastic halfspace". Journal Applied Physics, 15, 1944 pp 652-652.
5. Quinlan, PM: "The elastic theory of soil dynamics". Sym. on Dynamic Testing of Soils ASTM, STP No 156, 1954, pp 3-34.
6. Sung, T Y: "Vibrations of semi-infinite solids due to periodic surface loadings" Sym. on Dynamic testing of Soils, ASTM, STP No 156, 1954, pp 35-64.
7. Arnold, RM; Bycroft, GN y Warbuton, GB: "Forced vibrations of a body on an infinite elastic solid". Jour. of applied Mechanics, ASME, 22, 1955, pp 397-400.
8. Bycroft GN: "Forced vibrations of a circular rigid plate on a semi-infinite elastic space and on an elastic stratum" Philosophical Trans Royal Soc. Londres, A 248, 1956, pp 327-368.
9. Collins, WD: "The forced torsional oscillations of an elastic half-space and an elastic stratum" Proc. London Math, Soc, 12, 1962, pp 226-244.
10. Robertson, IA: "Forced vertical vibration of a rigid circular disc on a semi-infinite elastic solid" International Jour, of Eng. Sci. 6, 1968 pp 591-607.
11. Gladwell, GML: "Forced tangential and rotatory vibrations of footings". ASCE Jour. Eng. Mech. Div. 97, 1971, pp 1381-1395.

1 Este comentario no forma parte del trabajo original del profr. Rodríguez Cuevas

12. Veletsos, AS y Wei, YT: "Lateral and rocking vibrations of footings". ASCE Jour. Eng. Mech. Div. 97, 1971, pp 1227-1248.
13. Luco, JE y Westmann, RA: "Dynamic response of circular footings". ASCE Jour. Eng. Mech. Div., 97, 1971, pp 1381-1395.
14. Veletsos, AS y verbic, B: "Vibration of Viscoelastic foundations" Earth. Eng. Mech. Div., 97, 1971 pp 1381-1395.
15. Lysmer, J: "Vertical motion of rigid footings" PhD dissertation, University of Michigan Ann Arbor, agosto 1963.
16. Elorduy, J; Nieto, JA y Szekely, EM: "Dynamic response of bases of arbitrary shape subjected to periodic vertical loading" proc. Intern. Wave Propagation Albuquerque, Nuevo Mexico, 1967, pp 105-121.
17. Pekeris, Ct: "The seismic surface pulse" Proc. Nat. Acad. Science USA, A1, 1955 pp 469-480.
18. Wong, HL y Luco, JE: "Dynamic response of rigid foundation of arbitrary shape" Earth. Eng. Struct. Dyn 4, 1976, pp 579-587.
19. Thomson, WT y Kobori, T: "Dynamic compliance of rectangular foundations on an elastic half-space" Jour. Appl. Mech. ASME 39, 1972, pp 527-534.
20. Gaul, L: "Dynamische wechell wirkung eiries Fundamentes mit dem viskoelastischen Halbraum" Ing. Arch. 46, 1977, pp 401-422.
21. Kitamura, Y, Sakurai, S: "Dynamic stiffness for rectangular rigid foundations on a semi-infinite elastic medium" Intern. Journ. Num. Anal. methods in geomechanics, 3, 1979m pp 159-171.
22. Kitamura, Y y Sakurai, S: "A numerical method for determining dynamic stiffness" Num. Meth in Geomechanics (Ed. Z, Eisenstein) Balkema, Rotterdam, 1982 pp 393-399.
23. Adeli, H; Hejazi, MS; Keer, LM y Nemat-Nasser, S: "Dynamic response of foundations with arbitrary geometry" ASCE Jour. Eng. Mech. Div. 107, 1981, pp 953-967.
24. Hamidzadeh-Eregghi, HR y Grootenhuis, P: "The dynamics of a rigid foundation on the surface of an elastic half space" Earth Eng. Struct. Dyn. 9, 1981, pp 501-515.
25. Savidis, SA y Richter, T: "Dynamic interaction of rigid foudations" proc. 9 th Int. Conf. in Soil Mech. and Found. Eng. Tokio, 2, 1977, pp 369-374.
26. Wong HL y Luco, JE: "Dynamic response of rectangular foundations to obliquely incident seismic waves" Earth Eng. Struct. Dyn, 6, 1978, pp 3-16.
27. Luco, JE y Wong, HL: "Dynamic response of rectangular foundations to obliquely incident seismic waves" Earth Eng. Struct. Dyn, 6, 1978, pp 3-16.
28. Bielak, J y Coronato, JA: "Response of multiple mass systems to non-vertical seismic wave" proc. Int Conf. on Recent advances in Geotech. Earth. Eng. Soil Dyn. University of Missouri-Rolla, 1981, pp 801-804.
29. Werner, SD; Lee, Lc; Wong, HL y Trifunac, MD: "Structural response to travelling seismic waves" ASCE Jorn of Struct Div. 105, 1979, pp 2547-2564.
30. Luco, JE y Wong HL: "Response of structures to nonvertically incident seismic waves" Bull. Seism. Soc. Am 72, 1982, pp 275-302.

31. Roesset JM y González, JJ: "Dynamic interaction between adjacent structures" *Dynamical Methods in Soil and Rock Mechanics* (Ed. B. Prange) Balkema, Rotterdam, Vol 1, 1978, pp 127-166.
32. Gupta, S; Penzien, J; Lin, Tw y Yeh, CS: "Three dimensional hybrid modelling of soil-structure interaction" *Earth. Eng. Struct. Dyn.* 10, 1982, pp 69-87.
33. Roesset, JM y Ettouney, MM: "Transmitting boundaries: a closed form comparison" *Bull Seis. Soc. Am.* 71, 1981, pp 143-159.
34. Kausel, E y tasoulas, JL: "Transmitting boundaries: a closed form comparison" *int. Jour. Num. Anal, Meth, Geomech.* 1, 1977, 151-176.
35. Bettess, P y Zienkiewicz, DC: "Diffraction and refraction of surface waves, using finite and infinite elements". *Int. Jour. Num. Meth. Eng.*, 1977, pp 127-129.
36. Chow, YK y Smith, IM: "Infinite elements for dynamic foundation analysis" *Numerical Methods in Geomechanics* (Ed Z. Eisenstein) Balkema, Rotterdam, Vol 1, 1982, pp 15-22.
37. Gutiérrez, JA y Chpra, AK: "A substructure method for earthquake analysis of structures, including soil structure interaction" *Earth' Eng. Struc. Dynam.* 6, 1978 pp 51-69.
38. Gupta, S; Penzien, J; Lin, TW y Yeh, CS: "Three dimensional hybrid modelling of soil-structure interaction" *Earth Eng. Struct. Dyn.* 10, 1982, pp 69-72.
39. Nelson, I, Isember, J: "Soil island approach to structure media interaction" *Num. Meth in Geomechanics* (Ed Cs Desai) ASCE, 1976, pp 41-57.
40. Murkami, H; Shioya, S; Yamada, R. y Luco, JE : "Transmitting boundaries for time-harmonic elastodynamics on infinite domains" *Int. Jour. Num. Meth Eng.* 17, 1981, pp 1697-1716.
41. Hadjian, AH; Luco, JE y Tsai, NC: "Soil-structure interaction: Continuum or finite element" *Nucl. Eng. Des.* 31, 1974, pp 151-167.
42. Seed, HB; Lysmer, J y Hwang, R.: "Soil-structure interaction analysis for seismic response" *Jour. geotech. Eng. Div. ASCE* 101, 1975, pp 439-457.
43. Ang, AHS y Newmark, NM: "Computation of underground structural response" *Univ. of Illinois Report for Defense Nuclear Agency. DASA Rep. 1386*, Washington, DC junio 1963.
44. Wilkings, ML y coautores: "A Method for computer simulation of problems in solid mechanics and gas dynamics in three dimensions and time". Informe UCRL-51574 Lawrence Livermore Laboratory. University of California 1974.
45. Benerjee, PK y Butterfield, R.: "Boundary element method in Engineering Science". *Mc. Graw Hill*, 1981.
46. Banaugh, RP y Goldsmith, W: " Diffraction os ateady elastic waves by surfaces of arbitrary shape". *Jour. Applied Mech. ASME*, 30, 1963, pp 589-597.
47. Kobayashi, S y Nishimuro, N: "Transient stress-analysis of tunnels and caverns of arbitrary shape due to traveling waves". En "Developments in Boundary Elements Method" 9Ed. PK Benerjee y RP Shaw) *Applied Science Publishers*, Londres, 1982, pp 177-210.

48. Cruse, TA y Rizzo, FJ: "Una formulación directa y la solución numérica del problema general elastodinámico en estado transitorio" Jour. Math. Anal. Appl. 22, 1968, pp 244-259.
49. Cruse, TA: "A Direct formulation and numerical solution of the transient elastodynamic problem II" Jour. Math Anal. Appl. 22, 1968 pp 341-355.
50. Manolis, GD y beskos, DE: "Dynamic Stress Concentration studies by boundary integrals and Laplace Transform". Int. Journ. Numer. meth. Eng. 17, 1981, pp 573-599.
51. Manolis, GD y Beskos, DE: "Dynamic response of lined tunnels by an isoparametric boundary method" Com Meth. Appl. Mech. Eng. 36, 1983, pp 291-307.
52. Manolis, GD y Beskos, DE: "Dynamic stress field around a cavity embedded in a half-plane by the boundary element method" Earth Eng. Struct. Dyn. (Por publicarse).
53. Cole, DM; Kosloff, DD y Minister, JB: "A numerical boundary integral equation method for elastodynamics I" Bull. Seis. Soc. Am. 68, 1978, pp 1331-1357.
54. Niwa, Y; Fukui, T; kato, S y fujiki, K. " An application of the integral equation method to two-dimensional elastodynamics" Proc. 28th Japan Nat. Cong. Appl. Mech. 28, 1978, pp 281-290.
55. Manolis, GD: "A comparative study of Three boundary element approaches to problems in elastodynamics" Int. Jour. Num. Meth in Eng, 19, 1983, pp 73-91.
56. Dominguez, J: "Dynamic stiffness of rectangular foundations" Pub. R 78-20. Department of Civil Engineering, MIT agosto 1978.
57. Apsel, RJ: "Dynamic Green's functions for layered media and applications to boundary value problems" Ph'D thesis University of california, San Diego 1979.
58. Ottenstreuer, M y Schmid, G: "Boundary elements applied to soil-foundation interaction" Proc 3th Int. Sem Recent Advances in boundary element methods. Irvine, Calif. 1981.
59. Underwood, P y geers, TL : "Doubly asymptotic boundary element analysis of dynamic soil-structure interaction" Int. Jour. Solids Struct. 17, 1981, pp 687-697.
60. Veletsos AS y Verbic, B: "Basic response function for elastic foundations" Jour Eng Mech Div ASCE 100, 1974 pp 189-202.
61. Karabalis, DL y beskos, DE: "Dynamic response of 3-D Rigid Surface Foundations: Earth. Eng. Struct. Dun. Vol 12, 1984, pp 73-93
62. Clough, RW y Penzien, J "Dynamics of structures ", Mc graw Hill, 1975, pp 578-594.
63. Novak, M: "Foundations and soil-structure interaction" Proc 6th WCEE, Nueva Delhi, India, 1977, pp 1421-1448.
64. Novak, M: "Dynamic stiffness and damping of piles NRCC" Canadian Geotechnical Journal, Vol. 11, No.4, 1974, pp 574-598.

65. Poulos, HG y Davis, EH: "Elastic solutions in soil and rock mechanics" John Wiley, 1974, pp 269-296.
66. Butterfield, R y Banerjee, PK: "The elastic analysis of compressible piles and pile groups" Geotechnique, 21, No 1, 1971 pp 135-142.
67. Rodríguez Cuevas, N: "Estabilidad de estructuras esbeltas apoyadas sobre pilotes de fricción" Proy 7191, Instituto de Ingeniería, UNAM, 1978.
68. Rodríguez Cuevas, N: "Estabilidad de estructuras esbeltas apoyadas sobre pilotes de fricción" XII reunión nacional de Mecánica de Suelos, SMMS. Querétaro, 1984, pp 147-156.
69. Wolf, JP: "Dynamic soil-structure interaction" Prentice Hall, Nueva Jersey, 1985.
70. Esteva, Luis y Mendoza, Enrique. "Influencia de la Interacción Suelo-Estructura en la Respuesta Sísmica Inelástica de Edificios". Proyecto 6704, Instituto de Ingeniería, UNAM. Julio 1989.

1.3 Modelos aplicados en los despachos de cálculo

El desarrollo formal del problema de la interacción suelo-estructura es relativamente nuevo, tal como se expone en la semblanza histórica, y como todo aquello nuevo, es asimilado por el medio gradualmente.

En general, podemos encontrar en la personalidad del ingeniero un cierto rechazo a nuevas técnicas, tal vez debido a que el riesgo de falla es muy costoso pues está en juego la vida de muchas personas, o a una cierta indiferencia hacia el cambio de rutina, o tal vez a una falta de información en el medio que permita que pueda actualizarse según el avance del arte.

Cualquiera que sea la razón, en muchos despachos de cálculo aún no se utilizan técnicas para el resolver el problema de interacción suelo-estructura.

Un ejemplo de método empleado para el análisis de la estructura y el diseño de la cimentación, cuando la solución es a base de contratrabes y zapatas aisladas, es el siguiente:

- a) Análisis de la estructura (normalmente con marcos planos), considerando empotrada la base
- b) Estructuración de la cimentación con la recomendación del especialista en suelos.
- c) Se considera que la zapata toma toda la carga que baja la columna y las contratrabes, todo el momento.
- d) Diseño de la superestructura independientemente de la cimentación

Si la cimentación es a base de pilotes o pilas, se revisa la carga aproximada que deben soportar los pilotes dependiendo bajo que columnas se encuentren y se diseñan como si fuesen columnas cortas (pues se considera un confinamiento perfecto del suelo).

Esto por supuesto no es general en los despachos de cálculo ya que existen variaciones dependiendo de la importancia de la estructura. Es bueno saber que existen ingenieros que aún con las limitaciones que tienen en equipo se esfuerzan por realizar un trabajo decoroso, revisando por ejemplo, el impacto de asentamientos diferenciales o realizando un análisis más a fondo del comportamiento de los pilotes, etc.

Ciertamente en la práctica falta conciencia sobre la importancia de la interacción suelo-estructura, pero las experiencias sufridas en épocas recientes han hecho que cada día haya más ingenieros que aborden el problema con seriedad.

2 Modelo general de Luco

2.1 Estudio que realizó

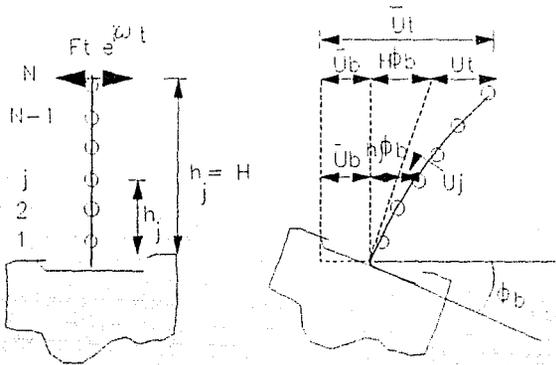
En la ref. [1] J.E. Luco expone el estudio realizado en el edificio de la biblioteca Millikan, el cual consta de nueve niveles, y muestra que es posible determinar experimentalmente las frecuencias y amortiguamientos modales del sistema completo estructura-cimentación-suelo, y que estos pueden ser muy diferentes de los obtenidos considerando exclusivamente la superestructura.

En dicha publicación Luco señala que la biblioteca Millikan ha sido objeto de numerosos estudios, los cuales abarcan un periodo desde 1967 hasta 1976, lo que ha permitido conocer la variación de las características del sistema. Cabe notar que en 1971 se presentó el sismo de San Fernando y que aparentemente la contribución de movimiento de cuerpo rígido al movimiento total del techo de la superestructura aumentó de un 3% a un 29% (investigar esta aseveración es uno de los motivos de Luco para su estudio).

Dichos estudios incluyen vibración forzada de la estructura y perfiles de la velocidad de onda de cortante en las inmediaciones de la estructura; se cuenta, además, con información geotécnica detallada.

2.2 Procedimiento general

En los estudios que realizó Luco en 1975, en los que instaló 4 sismómetros en diferentes puntos y un vibrador de masas excéntricas en la azotea de la biblioteca, plantea el siguiente modelo para la superestructura:



La rotación de la base la expresó como :

$$\bar{\Phi}_b = \alpha \cdot \phi_b$$

donde:	$\bar{\Phi}_b$	Rotación promedio de la base
	α	Constante adimensional
	ϕ_b	Rotación de una parte de la cim. (Tal como la base de los muros de cortante).

En esta expresión, al considerar diferentes valores de α , obtiene lo que llama una cimentación 'flexible' o 'rígida', según sea que en el promedio de los desplazamientos verticales de la cimentación debido a la rotación de la base impera el movimiento de las zonas rígidas (como cubos de elevadores) o el promedio del movimiento de todos los componentes de la cimentación.

Con este estudio determinó para la estructura en cuestión la relación de amortiguamiento (1.8 %) y llegó a que la contribución de la rotación de cuerpo rígido del edificio alcanza hasta un 25.6% del desplazamiento total del techo de la superestructura. Es interesante señalar que el suelo en esa zona se considera como 'rígido' y aparentemente esta contribución debiera ser menos importante.

Debido a lo anterior, concluye de que no es debido analizar este edificio como si estuviese empotrado en la base.

Por ello desarrolla el siguiente modelo para la superestructura :

- Si el desplazamiento armónico en el nivel j es:

$$\bar{U}_j \exp(i\omega t) = (U_0 + h_j \bar{\Phi}_0 + U_j) \exp(i\omega t)_{j-1, N}$$

donde:	$\bar{U}_j \exp(i\omega t)$	Desplazamiento total en el nivel j
	$U_j \exp(i\omega t)$	Despl.asoc.con la deform.de la estr
	h_j	Altura del nivel j con resp. a la cimentación.
	U_0	Despl.hor.como cuerpo rigido.

La ecuación de movimiento para vibraciones armónicas de la superestructura es:

$$-\omega^2 [M] \{ \bar{U} \} + i\omega [C] \{ U \} + [K] \{ U \} = \{ F \}$$

donde:	$\{ \bar{U} \}$	vector de despl.total.
	$\{ U \}$	vector de desplazamiento relativo
	$\{ F \} = \{ 0, 0, \dots, F_T \}^T$	fza.externa apl.a la superest.
	$[M]$	matriz de masa
	$[C]$	matriz de amortiguamiento
	$[K]$	matriz de rigidez

Operando, se llega a que el desplazamiento total en el nivel j es :

$$\bar{U}_j = U_0 + h_j \Phi_0 + \sum_{r=1}^N \frac{(\omega/\omega_r)^2}{1 - (\omega/\omega_r)^2 + 2i\xi_r(\omega/\omega_r)} \left(\frac{F_T}{\omega^2 M_r} + \beta_r U_0 + \gamma_r H \Phi_0 \right) \phi_j^{(r)}$$

donde:	$M_r = \{ \phi^{(r)} \}^T [M] \{ \phi^{(r)} \}$	masa modal
	$\phi^{(r)}$	modo característico 'r' de la estructura empotrada
	ω_r	frecuencia natural del modo 'r'
	$\omega_r^2 = \frac{1}{M_r} \{ \phi^{(r)} \}^T [K] \{ \phi^{(r)} \}$	
	ξ_r	amortiguamiento modal 'r'
	$\xi_r = \frac{1}{2\omega_r M_r} \{ \phi^{(r)} \}^T [C] \{ \phi^{(r)} \}$	
	$\beta_r = \frac{1}{M_r} \{ \phi^{(r)} \}^T [M] \{ 1 \}$	
	$\gamma_r = \frac{1}{H M_r} \{ \phi^{(r)} \}^T [M] \{ h \}$	
	$\phi_j^{(r)}$	amplitud del modo 'r' en el nivel 'j'

Los modos están normalizados respecto al último nivel ($\phi_N^{(j)} = 1$)

Esta ecuación considera el desplazamiento total en el nivel j en dos partes:

La primera ($U_b + h_j \phi_b$) corresponde a un movimiento de rotación de la base, mientras que la segunda parte, a la deformación de la superestructura.

La deformación de la superestructura está relacionada con la fuerza aplicada (F_j ; amplitud de la fuerza que el vibrador ejerce en el techo) y las fuerzas de inercia asociadas a la traslación y rotación de la base ($U_b, \gamma \phi_b$)

Casi todas las cantidades involucradas en la ecuación pueden ser determinadas teóricamente o experimentalmente:

\bar{U}_j, U_b, ϕ_b pueden ser medidas en un intervalo de frecuencias. También se conoce F_j .

M_j, β_j, γ_j (cantidades modales) y $\phi_j^{(r)}$ (ampl. modales) pueden ser medidas experimentalmente o estimadas de un modelo del edificio empotrado en la base, dependen de la geometría y de la distribución de masas; afortunadamente, al menos para el modo fundamental, no son muy sensibles a los detalles de la estructura y pueden ser fácilmente estimadas.

ω_j y la relación de amortiguamiento ξ_j , son las únicas variables que tienen mayor problema para su cálculo; se pueden determinar a partir de la anterior ecuación, de la siguiente manera:

Si la frecuencia de excitación se encuentra en la vecindad de la del modo fundamental y se considera la ecuación en el nivel $j=N$ (con esto, la sumatoria se simplifica pues se desprecia la contribución de los modos superiores) se tiene que:

$$\omega_1 = \omega [1 + \Re A(\omega)]^{1/2}$$

$$\xi_1 = \frac{\Im A(\omega)}{2[1 + \Re A(\omega)]^{1/2}}$$

y el desplazamiento total en el último nivel puede ser aproximado por:

$$\bar{U}_T = U_b + H \phi_b + [(F_j / \omega^2 M_1) + \beta_1 U_b + \gamma_1 H \phi_b] Z_1(\omega)$$

$$Z_1(\omega) = [(\omega_1 / \omega)^2 - 1 + 2i \xi_1 (\omega_1 / \omega)]^{-1}$$

Con lo anterior, se concluye que los valores de amortiguamiento obtenidos de vibración forzada, si no son corregidos por el efecto de interacción suelo-estructura, sobrestiman la disipación de energía en la superestructura

Es usual en pruebas de vibración forzada suponer que la contribución del movimiento de la base es insignificante y con esto, el desplazamiento total en el último nivel, en la vecindad del modo fundamental se expresa como:

$$\bar{U}_T = \left(\frac{F_j}{\omega^2 M_1} \right) Z_1(\omega)$$

Sin embargo, esta consideración puede ser cierta sólo si

$$|U_b + H\phi_b| \ll |\bar{U}_T|$$

$$|\beta_1 U_b + \gamma_1 H\phi_b| \ll |F_T / \omega^2 M_1|$$

La primera condición se satisface en muchos casos, pero la segunda rara vez, ya que el segundo miembro es depende de relación de la masa total del vibrador con respecto a la masa total de la superestructura, la que en las más de las veces es pequeña y basta una pequeña rotación de la cimentación para invalidar esta relación.

Esto revela la importancia de las fuerzas de inercia en la respuesta total.

2.2.1 Modelo para el sistema completo suelo-estructura

Estudios previos de esta cimentación revelaron que aunque ésta experimentaba alguna deformación, la relación entre las fuerzas y momentos en la base y la traslación y rotación promedios, pueden ser obtenidos con el uso de un modelo que considere que la cimentación es rígida.

Entonces, si $H, e^{i\omega t}$ y $M, e^{i\omega t}$ representan la fuerza y el momento que la cimentación ejerce en el suelo, y $\bar{U}_b, e^{i\omega t}$ y $\bar{\Phi}_b, e^{i\omega t}$ representan la traslación y rotación promedio de la base, es posible escribir:

$$H_s = G L (K_{HH} \bar{U}_b + K_{HM} L \bar{\Phi}_b)$$

$$M_s = G L^2 (K_{MH} \bar{U}_b + K_{MM} L \bar{\Phi}_b)$$

donde $K_{HH}, K_{HM} = K_{MH}, K_{MM}$ representan las funciones de impedancia complejas dependientes de la frecuencia.

Estas funciones están normalizadas por el modulo de cortante G y una longitud característica L .

Reescribiendo estas ecuaciones con $U_b = \bar{U}_b$ y $\Phi_b = \alpha \bar{\Phi}_b$:

$$\begin{Bmatrix} H_s \\ M_s \end{Bmatrix} = G L \{ \bar{K} \} \begin{Bmatrix} U_b \\ \Phi_b \end{Bmatrix}$$

donde:

$$\{ \bar{K} \} = \begin{bmatrix} K_{HH} & \alpha^{-1} \gamma K_{HM} \\ \gamma K_{MH} & \alpha^{-1} \gamma^2 K_{MM} \end{bmatrix}$$

$$\gamma = L/H$$

La fuerza horizontal H_s y el momento M_s que la cimentación ejerce en el suelo pueden obtenerse al considerar la variación lineal y momento angular de la superestructura y cimentación.

Para el modelo de masas concentradas se considera:

$$H_s = F_T + \omega^2 M_o \bar{U}_b + \omega^2 \{ I \}^T \{ M \} \{ \bar{U} \}$$

$$M_s = H F_T + \omega^2 I_o \bar{\Phi}_b + \omega^2 I_{oo} \Phi_b + \omega^2 \{ h \} \{ M \} \{ \bar{U} \}$$

donde: M_o

Masa de la cimentación

I_o

Momento de inercia de la masa de la cim.con respecto a el eje horizontal que pasa por el centro del plano de la cimentación.

I_{ob}

Suma de los momentos de inercia de todos los pisos con respecto a los ejes horizontales a través de los centros de cada piso.

En la última ecuación se despreció la contribución de la inercia rotacional asociada con la deformación de la superestructura.

Al desarrollar, se llega finalmente a:

$$\begin{Bmatrix} u_z \\ \theta \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} \omega \\ \omega_1 \end{pmatrix}^2 \kappa \left([\bar{K}] - \begin{pmatrix} \omega \\ \omega_1 \end{pmatrix}^2 \kappa [\bar{M}] \right)^{-1} \langle \bar{F} \rangle \left(\frac{F_r}{\omega^2 M_b} \right)$$

donde κ es un parámetro adimensional definido por:

$$\kappa = \frac{\omega_1^2 \cdot M_b}{G I}$$

que es la rigidez relativa de la estructura con respecto a la cimentación.

y:

$$[\bar{M}] = \begin{bmatrix} 1 + \frac{M_o}{M_b} & \frac{S_c}{H M_b} \\ \frac{S_b}{H M_b} & \alpha^{-1} I_o + I_{ob} + I_b \end{bmatrix} + \sum_{r=1}^n \begin{bmatrix} \beta_r^2 & \beta_r \gamma_r \\ \beta_r \gamma_r & \gamma_r^2 \end{bmatrix} \frac{M_r}{M_b} Z_r$$

$$\langle \bar{F} \rangle = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix} + \sum_{r=1}^n \begin{Bmatrix} \beta_r \\ \gamma_r \end{Bmatrix} Z_r$$

Esta ecuación permite calcular el desplazamiento y rotación de la cimentación a partir del conocimiento de las propiedades de la superestructura, cimentación y suelo.

Una vez que se han calculado la rotación y traslación de la cimentación, es posible calcular otros datos de interés como el desplazamiento total de la superestructura, los desplazamientos relativos y los elementos mecánicos en los elementos estructurales.

2.2.1.1 Funciones de impedancia de la cimentación

La expresión expuesta para evaluar el desplazamiento y rotación del suelo depende de la matriz $[\bar{K}]$ o matriz de impedancia de la cimentación.

En cierta forma, toda la complejidad del modelo de Luco, reside en la evaluación de esta matriz, por lo que trata este problema desde el punto de vista teórico y experimental.

Para la evaluación teórica de las funciones de impedancia, modela la estructura como un cilindro con un radio tal, que tenga las mismas propiedades de inercia de la estructura (en realidad, plantea dos cilindros, dependiendo de la dirección del movimiento que va a analizar) y una profundidad bajo el terreno, según la de los elementos que proporcionan resistencia contra el volteo.

Se contó con estudios detallados de las propiedades del suelo y las funciones de impedancia se obtuvieron mediante el uso de la ecuación integral indirecta de frontera, la cual involucra a las funciones de Green para el modelo de suelo con estratos viscoelásticos (Luco y Apsel, 1986).

En la evaluación experimental se pueden despreciar las impedancias acopladas ya que son términos muy pequeños y al excitar la estructura en la vecindad del primer modo, se puede llegar a la siguiente expresión para el cálculo de H_s y M_s , para después calcular las impedancias aproximadas:

$$\frac{H_s}{\omega^2 M_b} = \frac{F_r}{\omega^2 M_b} + \left(1 + \frac{M_1}{M_b} - \beta_1 \frac{M_1}{M_b} \right) + \alpha \left(\frac{S_b}{H M_b} - \beta_1 \frac{M_1}{M_b} \right) H \bar{\Phi}_b + \beta_1 \frac{M_1}{M_b} \bar{U}_r$$

$$\frac{M_s}{\omega^2 M_b H} = \frac{F_r}{\omega^2 M_b} + \left(\frac{S_b}{H M_b} - \gamma_1 \frac{M_1}{M_b} \right) \bar{U}_b + \alpha \left(\frac{\alpha^{-1} I_o + I_{ob} + I_b}{H_b^2} - \gamma_1 \frac{M_1}{M_b} \right) H \bar{\Phi}_b + \gamma_1 \frac{M_1}{M_b} \bar{U}_r$$

$$K_{HH} = \frac{H_s}{G L \bar{U}_b}$$

$$K_{MM} = \frac{M_s}{G L^3 \bar{\Phi}_b}$$

Estas expresiones involucran cantidades que pueden ser estimadas:

$$M_o, I_o, M_b, I_b, I_{ob}, \frac{M_1}{M_b}, \beta_1, \gamma, \alpha$$

y otras que pueden ser determinadas experimentalmente:

$$\bar{U}_b, \bar{\Phi}_b, \bar{U}_r$$

2.3 Límites

La comparación que presenta Luco entre el comportamiento teórico y el medido es buena, lo que implica que es un modelo aceptable para el caso analizado.

Cabe notar la importancia de una correcta modelación de la superestructura para lograr tal resultado; Por ejemplo existen edificios con problemas de trabes muy peraltadas, muros, etc.

Sin embargo, en su modelo no considera la masa del suelo en la solución, y diferentes estudios hablan de la importancia de ésta en la solución dinámica. Este problema se acentúa en el caso de cimentaciones con pilotes en donde el volumen de suelo adherido a éstos es importante ya que también vibra pudiendo provocar diferencias notables en los periodos calculados y en las formas modales.

El modelo considera una cimentación rígida. Sin embargo, dentro del contexto del estudio, la diferencia entre la cimentación flexible y la rígida, es que la para la primera se considera el desplazamiento de la base de los elementos más rígidos como son los cubos de elevadores y para la segunda se considera el promedio del desplazamiento de todos los elementos de la cimentación, pero no hace distinción en el modelo en sí, ya que finalmente utiliza una cimentación rígida por lo que no considera en ningún momento la deformación de la cimentación como parte del modelo. Esto puede traer diferencias apreciables en el comportamiento de la superestructura, sobre todo si existen elementos muy rígidos, como muros que deformen las contratraves con que estén en contacto.

Además, el considerar la cimentación como un solo elemento, no resuelve el problema de análisis de ésta para su diseño.

Para poder programar el diseño existen varios problemas, en especial la determinación de las funciones de impedancia, pues no puede haber mediciones de estructuras no construidas y por lo general, la información sobre el suelo es escasa y se requiere capacitación en métodos de frontera.

En la ref[2], se expone un método simplificado para evaluar dichas funciones, que destaca la importancia de considerar el suelo (incluye un piso ficticio en la base).

3 Modelo de Wolf

3.1 Introducción

En la introducción de su libro Wolf (ref.[3]) indica que es una recopilación del estado del arte sobre Interacción Suelo-Estructura. El movimiento se estudia en el dominio de la frecuencia y existe un volumen posterior, en el dominio del tiempo.

Se realiza una presentación para los modelos de base flexible, rígida y cimentaciones profundas.

El modelo puede ser desarrollado en base a los desplazamientos totales o separar el problema en interacción cinemática e inercial. La diferencia estriba en que en el primer caso, la excitación se aplica a la base y el análisis conduce a desplazamientos totales de la estructura; en el segundo enfoque, más acorde con la práctica diaria, la excitación sísmica se aplica en los nodos de la superestructura, como una fuerza proporcional a la masa de cada nudo.

Wolf hace la aclaración que para el caso cimentación flexible no se obtiene un beneficio al dividir el problema en las dos interacciones, pues es tan complejo como el considerar los desplazamientos totales; sin embargo, para el caso de cimentación rígida, se simplifica el problema. En este capítulo se resumirá la exposición de Wolf con ambas interacciones.

3.2 Modelo para base rígida.

Antes de presentar el desarrollo de las ecuaciones de Wolf, se introduce la notación que utiliza:

Para distinguir los nodos a que hacen referencia las matrices, se utilizan los siguientes subíndices:

- b: base. Nodos de la base en contacto con el suelo.
- o: base. Nodo de la base para cimentación rígida.
- s: superestructura. Nodos situados en la superestructura.

No hay nodos en el interior del suelo en el método de subestructuras.

Para distinguir los diferentes subsistemas, se utilizan los siguientes superíndices:

- s: superestructura.
- g: suelo con excavación.
- f: campo libre. (Suelo sin excavación).
- e: suelo excavado.

En el caso de considerar interacción cinemática e inercial, se utilizan los siguientes superíndices:

- t: efecto total.
- k: interacción cinemática.
- i: interacción inercial.

Continúa con el planteamiento del sistema como la suma de interacción cinemática e inercial; los desplazamientos totales en la estructura se obtienen mediante:

$$\{U_s^t\} = \{U_s^k\} + \{U_s^i\}$$

$$\{U_o^t\} = \{U_o^k\} + \{U_o^i\}$$

donde: $\{U_s\}$

Despl.total de la estructura

$\{U_o\}$

Despl.total de la ciment.

3.2.1 Interacción cinemática

La masa de la estructura se considera nula para la interacción cinemática.

En desplazamientos totales, la ecuación a resolver es la siguiente:

$$\begin{bmatrix} [S_{ss}] & [S_{so}] \\ [S_{os}] & [S_{oo}] + [S_{oo}^g] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{U_s^t\} \\ \{U_o^t\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{0\} \\ \{S_{oo}^g\} \{U_o^g\} \end{Bmatrix}$$

donde:

$$[S] = [K](1 + 2\xi_i) - \omega^2[M]$$

$[S]$

Matriz de rigidez estática.

$[M]$

Matriz de masas.

ξ

Relación de amortiguamiento histerético. Es independiente de la frecuencia y se supone constante en toda la estructura.

Para la interacción cinemática, esta ecuación se transforma en:

$$\begin{bmatrix} (1+2\xi i)[K_{11}] & (1+2\xi i)[K_{10}] \\ (1+2\xi i)[K_{01}] & (1+2\xi i)[K_{00}] + [S_{00}^2] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \langle U_1^t \rangle \\ \langle U_0^t \rangle \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \langle O \rangle \\ [S_{00}^2] \langle U_0^g \rangle \end{Bmatrix}$$

Y se obtiene:

$$\langle U_1^t \rangle = [T_{10}] \langle U_0^t \rangle$$

$$\langle U_0^t \rangle = \langle U_0^g \rangle$$

donde : $[T_{10}] = -[K_{11}]^{-1} [K_{10}]$

La matriz $[T_{10}]$ no se calcula con base en esta expresión, pues involucra la inversa de la matriz de rigideces de la estructura; sin embargo es importante notar que depende únicamente de cantidades geométricas y no de la rigidez de la estructura y por lo tanto, el movimiento de base rígida en la interacción cinemática es la misma que la del suelo esforzando la base con cinemática de cuerpo rígido.

3.2.2 Interacción inercial.

La ecuación de movimiento inercial se obtiene despejando al restar la interacción dinámica de la formulación de desplazamientos totales:

$$\begin{bmatrix} [S_{11}] & [S_{10}] \\ [S_{01}] & [S_{00}] + [S_{00}^2] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \langle U_1^t \rangle \\ \langle U_0^t \rangle \end{Bmatrix} = w^2 \begin{bmatrix} [M_{11}] & [M_{10}] \\ [M_{01}] & [M_{00}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \langle U_1^t \rangle \\ \langle U_0^t \rangle \end{Bmatrix}$$

El vector de carga es igual al producto negativo de la masa de la estructura y de la amplitud de la aceleración sísmica. Este último, se determina mediante la aplicación de la amplitud de la aceleración $\langle U_0^g \rangle = \langle U_0^t \rangle = \omega^2 \langle U_0^g \rangle$ en el punto o de la base y se aplica al considerar la cinemática de cuerpo rígido.

3.2.3 Modelo de la superestructura.

Existen diferencias en lo que es un modelo para realizar un análisis estático y uno para un dinámico. Entre estas, se pueden citar las siguientes:

a) Para un análisis dinámico, se requiere modelar toda la estructura, mientras que para el estático existen criterios más simples de subestructuración.

b) El modelo para el dinámico no tiene que ser tan fino como para el estático, debido a que la mayoría de las cargas excitan ciertos modos, por lo general, de baja frecuencia. A veces, basta con un modelo 'simple' que obtenga estas características.

Existen menos problemas para modelar la estructura que el suelo, debido a que son mejor conocidas sus propiedades y no se tiene el problema de representar la radiación de energía en un dominio sin fronteras.

Por otro lado, es importante notar que el modelo a realizar debe estar acorde a las cargas que van a existir. La complejidad estriba en que las cargas no sólo varían en magnitud, sino que también en su contenido de frecuencias. Es por esto, que para cargas de impacto, que excitan modos de alta frecuencia, se requiere un modelo mucho más fino.

Así mismo, un modelo que es excitado por una onda que arriba verticalmente es más sencillo que uno que se excita por una onda que llega horizontalmente.

3.2.4 Propagación de ondas.

Es importante el estudio de la propagación de ondas, ya que a partir de ésta se pueden determinar las matrices $[S_{ij}^0]$ y el movimiento de campo libre $\{U_i^0\}$ que intervienen en la ecuación de interacción. Están basadas, en general, en la ecuación tridimensional de ondas.

3.2.4.1 Ecuación unidimensional de onda:

Se considera que un sitio está constituido por varias capas de suelo que descansan en un semiespacio. El origen del eje z se encuentra en la superficie y está dirigido hacia abajo. La amplitud del desplazamiento de campo libre en el origen está dada por u_0 y a una profundidad z por $u(z)$. Este movimiento está asociado con ondas de compresión que se propagan verticalmente (ondas P). Se considera además una base de área A_0 (sin masa) descansando en la superficie.

El coeficiente de rigidez vertical $S_0 (= S_{00}^0)$ relaciona el desplazamiento vertical con la fuerza vertical P_0 :

$$P_0 = S_0 u_0$$

Para tomar en cuenta la variación de la carga con respecto a la profundidad, el suelo puede ser modelado como una barra, cuya área se incrementa exponencialmente con respecto a la profundidad:

$$A(z) = A_0 \exp\left(\frac{z}{f}\right)$$

La longitud f representa la profundidad donde el área se iguala a $A_0 e$. Para un suelo estratificado, se considera que la barra está dividida en elementos cuyo módulo de elasticidad es igual al del estrato que represente. La longitud f se determina de tal forma que se consiga el mismo coeficiente de rigidez estático en la dirección vertical para el sitio y para la barra.

Este modelo se puede utilizar para ondas horizontales al considerar el área de cortante y el módulo de cortante; para flexión se utilizan dos barras separadas a determinada distancia.

Al definir la velocidad de onda longitudinal en la barra c_l , como:

$$c_l^2 = \frac{E}{\rho_0}$$

y una frecuencia adimensional como:

$$\alpha_o = \frac{\omega f}{c_t}$$

la amplitud del desplazamiento es igual a:

$$w = a \exp\left(-\frac{1 + \sqrt{1 - 4\alpha_o^2}}{2f} z\right) b \exp\left(-\frac{1 - \sqrt{1 - 4\alpha_o^2}}{2f} z\right)$$

donde a y b son constantes de integración.

3.2.4.2 Ecuación tridimensional de onda en coordenadas cartesianas:

a. Ecuación de movimiento en función de la deformación volumétrica y rotacional.

Para una excitación armónica con frecuencia ω las ecuaciones de equilibrio resultan ser:

$$\sigma_{x,x} + \tau_{xy,y} + \tau_{xz,z} = -\rho \omega^2 u$$

$$\tau_{yx,x} + \sigma_{y,y} + \tau_{yz,z} = -\rho \omega^2 v$$

$$\tau_{zx,x} + \tau_{zy,y} + \sigma_{z,z} = -\rho \omega^2 w$$

donde σ es el esfuerzo normal y τ el esfuerzo cortante. El primer subíndice indica la dirección del esfuerzo y el segundo el plano en donde está actuando. La coma indica derivada parcial. El vector desplazamiento tiene los componentes u, v y w . ρ representa la densidad de masa.

Las ecuaciones deformación-desplazamiento están formuladas como:

$$\epsilon_x = u_{,x}$$

$$\epsilon_y = v_{,y}$$

$$\epsilon_z = w_{,z}$$

$$\gamma_{xy} = u_{,y} + v_{,x}$$

$$\gamma_{xz} = u_{,z} + w_{,x}$$

$$\gamma_{yz} = v_{,z} + w_{,y}$$

Los componentes de las amplitudes de la deformación normal y cortante se denotan por ϵ y γ respectivamente.

Las ecuaciones constitutivas según la ley de Hooke son:

$$\epsilon_x = \frac{1}{E} (\sigma_x - \nu \sigma_y - \nu \sigma_z)$$

$$\epsilon_y = \frac{1}{E} (-\nu \sigma_x + \sigma_y - \nu \sigma_z)$$

$$\epsilon_z = \frac{1}{E} (-\nu \sigma_x - \nu \sigma_y + \sigma_z)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G}$$

$$\gamma_{xz} = \frac{\tau_{xz}}{G}$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G}$$

El módulo de cortante G se puede expresar como una función del módulo de elasticidad E y la relación de Poisson ν :

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$$

El vector de superficie de tracción con componentes t_x, t_y y t_z expresado en el sistema de coordenadas globales actuando en un elemento infinitesimal con un vector unitario normal con componentes n_x, n_y y n_z :

$$t_x = n_x \sigma_x + n_y \tau_{xy} + n_z \tau_{xz}$$

$$t_y = n_x \tau_{yx} + n_y \sigma_y + n_z \tau_{yz}$$

$$t_z = n_x \tau_{zx} + n_y \tau_{zy} + n_z \sigma_z$$

Las ecuaciones anteriores relacionan completamente los tensores de esfuerzo y deformación y el vector de desplazamientos. Este sistema puede ser resuelto al tomar en cuenta las condiciones de frontera. Al introducir nuevas variables para identificar tipos de onda se pueden simplificar las ecuaciones finales del sistema anterior:

Deformación volumétrica, de amplitud e :

$$e = u_x + v_y + w_z$$

Vector de deformación rotacional $\{\Omega\}$:

$$\Omega_x = \frac{1}{2}(w_y - v_z)$$

$$\Omega_y = \frac{1}{2}(u_z - w_x)$$

$$\Omega_z = \frac{1}{2}(v_x - u_y)$$

dado que:

$$\Omega_{x,x} + \Omega_{y,y} + \Omega_{z,z} = 0$$

Al utilizar la constante de Lamé λ :

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}$$

con las nuevas definiciones resulta la siguiente ecuación de movimiento:

$$(\lambda + 2G)(e_{,ii} + e_{,yy} + e_{,zz}) = -\rho \omega^2 e$$

esta ecuación puede ser rescrita utilizando el operador de Laplace de un escalar como:

$$\nabla^2 e = -\frac{\omega^2}{C_p^2} e \quad (3.1)$$

donde c_p identifica la velocidad dilatacional de onda y se especifica como:

$$c_p^2 = \frac{\lambda + 2G}{\rho}$$

al introducir además c_s , que es la velocidad de cortante de onda:

$$c_s^2 = \frac{G}{\rho}$$

se puede escribir la ecuación general de movimiento como:

$$\nabla^2 \langle \Omega \rangle = -\frac{\omega^2}{c_s^2} \langle \Omega \rangle \quad (3.2)$$

b. Ondas P

Una solución particular de la ecuación (3.1) es:

$$e = -\frac{i\omega}{c_p} A_p \exp \left[\frac{i\omega}{c_p} (-l_x x - l_y y - l_z z) \right]$$

En esta ecuación, los tres escalares l_x, l_y, l_z son los cosenos directores de una línea recta de dirección conocida.

Las amplitudes correspondientes son:

$$u_p = l_x A_p \exp \left[\frac{i\omega}{c_p} (-l_x x - l_y y - l_z z) \right]$$

$$v_p = l_y A_p \exp \left[\frac{i\omega}{c_p} (-l_x x - l_y y - l_z z) \right]$$

$$w_p = l_z A_p \exp \left[\frac{i\omega}{c_p} (-l_x x - l_y y - l_z z) \right]$$

A_p es la amplitud de una onda cuyo vector de desplazamiento coincide con la dirección de propagación. Esto define la onda dilatacional P.

Por lo tanto, el movimiento de una partícula por una onda P de amplitud A_p es en la dirección de propagación y es constante a lo largo de un plano perpendicular a esta. La velocidad de propagación c_p es constante y depende de las propiedades del material únicamente.

c. Ondas S

Otra solución de la ecuación (3.2) es:

$$\langle \omega \rangle = -\frac{i\omega}{2c_s} \langle C \rangle \exp \left[\frac{i\omega}{c_s} (-m_x x - m_y y - m_z z) \right]$$

con:

$$m_x C_x + m_y C_y + m_z C_z = 0$$

En esta ecuación la dirección de propagación está especificada por los cosenos directores m_x, m_y, m_z . La velocidad es igual a c_s . En esta ecuación el vector $\langle C \rangle$, y por lo tanto también $\langle \Omega \rangle$, es perpendicular a la dirección de propagación.

Las amplitudes correspondientes son igual a:

$$u_x = (m_x C_y - m_y C_x) \exp \left[\frac{i\omega}{c_s} (-m_x x - m_y y - m_z z) \right]$$

$$v_x = (m_x C_z - m_z C_x) \exp \left[\frac{i\omega}{c_s} (-m_x x - m_y y - m_z z) \right]$$

$$w_x = (m_y C_z - m_z C_y) \exp \left[\frac{i\omega}{c_s} (-m_x x - m_y y - m_z z) \right]$$

De estas ecuaciones se deduce que el movimiento de la partícula es perpendicular a la dirección de propagación de la onda. Esto define a la onda distorsional S.

En general el vector de desplazamiento de la onda S puede ser descompuesto en un componente horizontal A_{SH} y en un componente con una amplitud A_{SI} , que se encuentra en el plano definido por el eje vertical global z y la dirección de propagación.

$$A_{SH} = \frac{C_z}{\sqrt{m_x^2 + m_y^2}}$$

$$A_{SI} = \frac{m_x C_y - m_y C_x}{\sqrt{m_x^2 + m_y^2}}$$

A_{SH} y A_{SI} son las amplitudes de las ondas SH y SI respectivamente.

d. Amortiguamiento del material

El amortiguamiento del material puede ser diferente para las ondas S y P. Se toma en cuenta introduciendo las propiedades del material:

$$\lambda' + 2G' = (\lambda + 2G)(1 + 2\xi_p, i)$$

$$G' = G(1 + 2\xi_s, i)$$

Un asterisco denota un valor complejo. Las relaciones del amortiguamiento histerético para las ondas P y S se indican mediante ξ_p y ξ_s . Cuando son diferentes, la relación de Poisson será también compleja.

Las velocidades de ondas resultan complejas con el amortiguamiento:

$$c_p^* = c_p \sqrt{1 + 2\xi_p i}$$

$$c_s^* = c_s \sqrt{1 + 2\xi_s i}$$

e. Movimiento Total

Al suponer que las direcciones de propagación de las ondas P y las ondas S se encuentran en el mismo plano vertical se tiene que $l_y = m_y = 0$ y por lo tanto:

$$u = l_x A_P \exp \left[i\omega \left(-\frac{l_x x}{c_p^*} - \frac{l_z z}{c_p^*} \right) \right] + m_z A_{SV} \exp \left[i\omega \left(-\frac{m_x x}{c_s^*} - \frac{m_z z}{c_s^*} \right) \right]$$

$$v = A_{SH} \exp \left[i\omega \left(-\frac{m_x x}{c_s^*} - \frac{m_z z}{c_s^*} \right) \right]$$

$$w = l_z A_P \exp \left[i\omega \left(-\frac{l_x x}{c_p^*} - \frac{l_z z}{c_p^*} \right) \right] - m_x A_{SV} \exp \left[i\omega \left(-\frac{m_x x}{c_s^*} - \frac{m_z z}{c_s^*} \right) \right]$$

Con la suposición anterior se tiene que u y w dependen de las ondas P y SV. La amplitud v depende de las ondas SH y por lo tanto se encuentra desacoplada.

3.2.4.3 Matriz de rigideces dinámica para el movimiento en el plano.

Se considerará un estrato de profundidad d . El origen del sistema coordenado se encuentra en la superficie y el eje z apunta hacia abajo. Se considerarán ondas P y SV. El movimiento en el plano tendrá las amplitudes u y w (Las ecuaciones de estas amplitudes se detallaron en el inciso e. Movimiento Total).

La forma de estas ecuaciones incluye las condiciones de frontera de la parte superior y la inferior del estrato que varían como $\exp[-i\omega l_x x / c_p^*]$ y como $\exp[-i\omega m_x x / c_s^*]$. Para lograr la misma variación se incluye la siguiente condición:

$$\frac{l_x}{c_p^*} = \frac{m_x}{c_s^*}$$

Debido a que existen cuatro condiciones de frontera, se debe introducir una onda P y una SV más.

Para un valor dado de l_x , l_z se puede seleccionar como $\mp \sqrt{1 - l_x^2}$. Se tiene que $l_x = \cos \psi_P$ donde ψ_P es el ángulo de incidencia de la onda P medido desde la horizontal. Esta interpretación de l_x solo es válida para un valor real menor o igual a uno. De manera análoga, m_x se puede seleccionar como $\mp \sqrt{1 - m_z^2}$ con $m_x = \cos \psi_{SV}$.

Al introducir la siguiente notación:

$$c = \frac{c_p}{l_x} = \frac{c_s}{m_x}$$

$$k = \frac{\omega}{c}$$

$$s = -i\sqrt{1 - \frac{1}{l_x^2}} = \tan \psi,$$

$$l = -i\sqrt{1 - \frac{1}{m_x^2}} = \tan \psi_{SV}$$

donde c es la velocidad de fase y k es el número de onda, siendo iguales para las ondas P y SV. Se pueden describir las ecuaciones de movimiento total como:

$$u(z, x) = u(z) \exp(-ikx)$$

$$w(z, x) = w(z) \exp(-ikx)$$

donde

$$u(z) = l_x [A_p \exp(iks z) - B_p \exp(-iks z)] - m_x l [A_{SV} \exp(ikt z) - B_{SV} \exp(-ikt z)]$$

$$w(z) = -l_x s [A_p \exp(iks z) - B_p \exp(-iks z)] - m_x l [A_{SV} \exp(ikt z) - B_{SV} \exp(-ikt z)]$$

donde $u(z)$ y $w(z)$ pueden ser interpretados como las ondas que viajan en la dirección x .

$$\begin{pmatrix} p_x \\ i p_z \\ p_x \\ i p_z \\ p_x \\ i p_z \end{pmatrix} = \frac{(1 - l^2) k C}{D} \begin{pmatrix} \frac{1}{l} \cos ksd \sin ktd & \frac{3 - l^2}{1 - l^2} (1 - \cos kd \cos ktd) & -\sin ksd & \cos ksd \\ -\sin ksd \cos ktd & \frac{1 - 2l^2 l^2 - l^4}{2(1 - l^2)} \sin ksd \sin ktd & -\frac{1}{l} \sin ktd & -\cos ktd \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{1}{l} \sin ksd \cos ktd & -\cos kd & -\frac{1}{l} \sin ksd & \dots \\ -\cos ktd \sin ktd & \dots & -\cos ktd & -\sin ktd \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \frac{1}{l} \cos ksd \sin ktd & \frac{l^2 - 1}{1 - l^2} (1 - \cos kd \cos ktd) \\ \dots & \dots & -\sin ksd \cos ktd & \frac{l^2 - 2l^2 l^2 - 1}{2(1 - l^2)} \sin ksd \sin ktd \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \frac{1}{l} \sin ksd \cos ktd \\ \dots & \dots & \dots & -\cos ksd \sin ktd \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_x \\ u_z \\ w_x \\ w_z \end{pmatrix}$$

donde

$$D = 2(1 - \cos ksd \cos ktd) + \left(st + \frac{1}{st}\right) \sin ksd \sin ktd$$

3.2.5 Respuesta de campo libre.

El cálculo de la respuesta de campo libre involucra conocer la variación en tiempo y espacio del movimiento antes de excavar el suelo y superimponer la estructura.

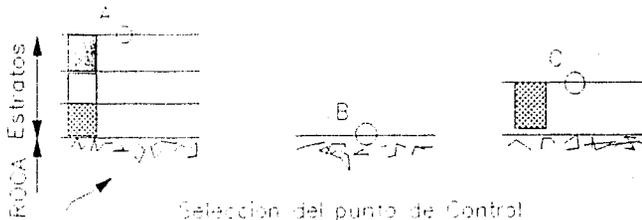
Existen tres aspectos importantes en el cálculo:

- Selección del movimiento. Para ésto se supone el tipo de onda, ya sean ondas de cuerpo verticales o inclinadas u ondas de superficie
- Selección del punto de control
- La dirección de propagación de onda y la orientación de los planos de incidencia. Esto se hace una vez que se identificó el tipo de onda

3.2.5.1 Localización del punto de control.

Existen tres posibilidades para la selección del punto de control.

- En la superficie del terreno
- En la superficie de un estrato rocoso, pero suponiendo que no existe suelo arriba de éste
- En la superficie de un estrato con propiedades diferentes a las del estrato superficial y con la misma salvedad que en el caso anterior



Bajo ninguna circunstancia se debe elegir el punto de control en algún punto arbitrario debajo de la superficie, ya que el contenido de frecuencias depende enormemente de la profundidad del punto.

3.2.5.2 Matriz de rigideces dinámica del suelo

Un suelo cuyas propiedades varían con la profundidad se discretiza en $n-1$ estratos con propiedades constantes de material que descansan en un semi-espacio (éste es el estrato n).

La discretización de un suelo consistirá normalmente de pocos estratos de diferentes propiedades físicas y la roca se discretiza directamente como un semi-espacio y no como una serie de estratos.

Las matrices de rigidez dinámicas para el movimiento fuera del plano serán para el estrato i $[S_{SH}^i]$, y para el semi-espacio S_{SH}^e . Las relaciones fuerza desplazamiento se formulan como:

$$\begin{Bmatrix} Q_i \\ Q_{i,1} \end{Bmatrix} = [S_{SH}^i] \begin{Bmatrix} v_i \\ v_{i,1} \end{Bmatrix}$$

$$Q_n = S_{SH}^e v_n$$

Al conjuntar las matrices de los elementos individuales, la ecuación dinámica de equilibrio de el sitio resulta:

$$[S_{SH}](v) = (Q)$$

La ecuación dinámica del sistema total se denota con $[S_{SH}]$ siendo ésta una matriz tridiagonal. (v) es el vector de desplazamientos y (Q) el vector de cargas externas.

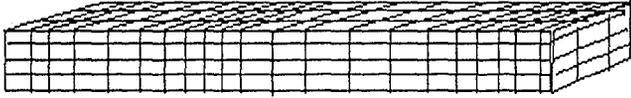
Ondas de superficie

Para un patrón de ondas consistente de ondas de superficie para el que no existe una fuente, no hay energía que se propague desde el infinito hasta el sitio. Para las ondas superficiales solo es válido el punto de control en la superficie del terreno.

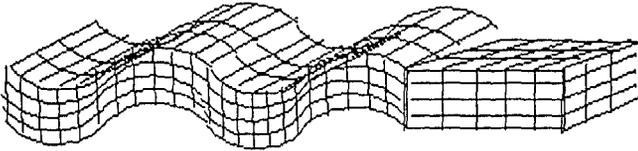
Al suprimir las ondas incidentes, conduce a $(Q) = (0)$ y se obtiene un problema de valores característicos. El movimiento de la onda superficial es igual a los modos naturales de propagación de ondas del sitio. Para una frecuencia dada ω , el único parámetro libre es la velocidad de fase c ; solo existen distintos valores de c , asociados con los varios modos. Para estos valores de $c(\omega)$, el determinante de la matriz de rigideces dinámicas $[S_{SH}]$ se anula y se obtienen soluciones no triviales para los desplazamientos (v) . Estos se escalan posteriormente para formar el movimiento de control.

3.2.5.3 Semi-espacio

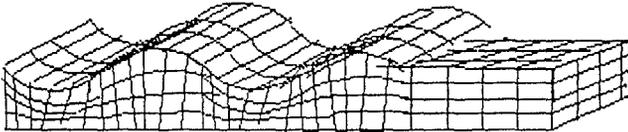
El comportamiento dinámico del semi-espacio representa un elemento esencial en el análisis de la respuesta del sitio. En adición a ser el sitio más simple, el movimiento en la superficie libre de el semi-espacio (multiplicado por la matriz de rigideces dinámica) determina el vector de carga de las ecuaciones de movimiento del sitio, cuando el punto de control se seleccione en la superficie de la roca. (Por esta condición se adicionará el superíndice R a algunas variables).



Onda P



Onda S



Onda Rayleigh

Ondas de Rayleigh

La ecuación de las ondas de Rayleigh es la siguiente:

$$[1 - (t^k)^2]^2 = -1s^k t^k$$

donde: $s = \tan \psi_p$ Tangente del ángulo de incidencia de las ondas P

$t = \tan \psi_s$ Tangente del ángulo de incidencia de las ondas de cortante.

En la deducción de esta ecuación se considera que no hay ondas incidentes ($A_p = A_{sv} = 0$). Esta ecuación se puede obtener a partir de la ecuación dinámica de rigidez del semi-espacio, al igualar su determinante a cero. La ecuación correspondiente de movimiento de las ondas de Rayleigh para el movimiento, en la superficie, en el plano es:

$$\frac{u_o}{u_o} = \frac{2s^k}{1 - (t^k)^2}$$

La velocidad de fase c (normalizada con respecto a c_s^*), llamada la velocidad de la onda de Rayleigh, es una función de la relación de Poisson ν^k :

$$\left[2 - \frac{c^2}{(c_s^*)^2} \right]^2 - 4 \sqrt{1 - \frac{c^2}{(c_s^*)^2}} \sqrt{1 - \frac{c^2}{(c_p^*)^2}} = 0$$

Dado que la frecuencia no aparece en esta ecuación, se tiene que la velocidad c es una constante y por lo tanto la onda de Rayleigh en el semi-espacio no es dispersiva.

Esta ecuación tiene al menos una raíz real entre $c = 0$ y $c = c_s^*$. El radio de las amplitudes de los desplazamientos en la superficie $\frac{w_0}{u_0}$ es también una función de v^* únicamente.

Se tiene para:

$v^* = 0$	$c = 0.874c_s^*$	$w_0 = i1.272u_0$
$v^* = 0.33$	$c = 0.933c_s^*$	$w_0 = i1.565u_0$
$v^* = 0.5$	$c = 0.955c_s^*$	$w_0 = i1.839u_0$

Las partículas del suelo presentan un movimiento elíptico retrógrado en la superficie cuando se presenta una onda de Rayleigh.

En un semi-espacio con amortiguamiento, la velocidad de fase se vuelve compleja, pero continúa siendo independiente de la frecuencia, al igual que $\frac{w_0}{u_0}$.

En el caso de las ondas Rayleigh se tiene que la amplitud del desplazamiento decrece rápidamente al aumentar la profundidad. El componente vertical del desplazamiento, aumenta ligeramente y luego decrece rápidamente.

Muchas veces al comparar los esfuerzos generados en el terreno por las ondas P, SV y Rayleigh, se tiene que ésta última genera un mayor esfuerzo que las otras, cerca de la superficie.

3.3 Modelo del suelo

El resultado del modelo del suelo es la matriz dinámica de rigideces $[S\%_s]$ que se refiere al suelo con excavación. Esta matriz se acopla en la ecuación global del sistema.

3.3 Modelo del suelo

El resultado del modelo del suelo es la matriz dinámica de rigideces $[S_{bb}^s]$ que se refiere al suelo con excavación. Esta matriz se acopla en la ecuación global del sistema.

4 Otros modelos aproximados.

4.1 Algunos modelos que se utilizan actualmente:

En la ref.[4] se comenta que los métodos para modelar el suelo se clasifican en cuatro categorías principalmente:

i. Resortes estáticos equivalentes y amortiguamientos viscoso en el nivel de la base solamente.

Este es el modelo más sencillo empleado. Se utilizan resortes añadidos a la cimentación para modelar las rigideces horizontal, de cabeceo, vertical y de torsión del suelo.

Las rigideces son dependientes del modulo del cortante y éste a su vez depende del nivel de deformación del suelo, por lo que debe escogerse en función del nivel esperado de deformación.

En este modelo no se considera la masa del suelo, pues únicamente se incluyen los resortes.

En la ref.[5] se citan las siguientes constantes y sus autores:

Resortes para una cimentación circular que descansan en un medio elástico.

Tipo de mov.	Constante del resorte	Referencia
Vertical.	$k_v = \frac{4Gr_o}{1-\nu}$	Timoshenko and Goodier (1951)
Horizontal.	$k_h = \frac{32(1-\nu)Gr_o}{7-8\nu}$	Bycroft (1956)
Balaceo.	$k_\nu = \frac{8Gr_o^3}{3(1-\nu)}$	Borowicka (1943)
Torsión.	$k_\theta = \frac{16}{3}Gr_o^3$	Reissner and Sagoci (1944)

En la misma referencia se citan constantes para una cimentación rectangular.

Es de notar que dichas constantes consideran cimentaciones superficiales; se debe incluir además el efecto de la profundidad de la cimentación, incrementándose las constantes de los resortes.

El RCDF-87 considera un criterio semejante, con las siguientes constantes de resorte.

Profundidad de desplante	Horizontal K_x	Balaceo sobre el terreno K_r	Balaceo sobre pilotes de fricción K_r	Balaceo sobre pilotes de punta K_r
ZONA II				
$\leq 1m.$	$11GR_x$	$7GR_r^3$	∞	∞
$\geq 3m.$	$16GR_x$	$11GR_r^3$	∞	∞
ZONA III				
$\leq 1m.$	$7GR_x$	$6GR_r^3$	$7GR_r^3$	$6GR_r^3 - \frac{1}{1+3GR_r^3 + 1/K_r}$
$\geq 3m.$	$8GR_x$	$9GR_r^3$	$11GR_r^3$	$9GR_r^3 - \frac{1}{1+3GR_r^3 + 1/K_r}$

En la tabla anterior aparecen las constante R_x y R_r , siendo éstas los radios equivalentes de una sección rectangular definidos de la siguiente manera:

$$R_x = (A/\pi)^{1/2}$$

$$R_r = (4I/\pi)^{1/4}$$

en donde A es el área neta de la cimentación e I es el momento de inercia con respecto al eje centroidal perpendicular a la dirección que se analiza.

En la ref.[3] se realiza un estudio paramétrico para revisar la variación de las constantes de resorte en un semi-espacio elástico y en un estrato que descansa sobre roca, al embeber la cimentación en el terreno.

Se destacan los siguientes aspectos:

En un semi-espacio elástico, los resortes de traslación no se afectan sensiblemente al profundizar la cimentación, mientras que los correspondientes coeficientes de amortiguamiento se incrementan en forma proporcional a la profundidad del cajón de la cimentación.

En una cimentación construida en un estrato que descansa en roca, los resortes de traslación si dependen de la profundidad de la cimentación.

Por otro lado, el resorte y amortiguamiento de bamboleo se incrementan al profundizar el cajón. Aumentar esta profundidad hace que los coeficientes dinámicos dependan más fuertemente de la frecuencia.

Comentarios adicionales acerca del modelo:

En la ref.[6] se encuentra un comentario más detallado respecto a los resortes de la cimentación, por lo que es digno transcribir algunas notas respecto a este tema.

Se menciona que el uso de estos modelos simples ciertamente lleva a una pérdida de precisión, pero que dicha pérdida se compensa enormemente por su uso en estudios paramétricos, y por lo tanto permiten que los ingenieros se compenetren en el problema.

Wolf comenta sobre el modelo estándar y uno más detallado al que llama modelo básico discreto.

El modelo estándar consiste en sustituir el suelo por un resorte y un amortiguador, considerando una masa concentrada en la cimentación.

Para un disco con masa que descansa en la superficie del semi-espacio no amortiguado homogéneo, los coeficientes de los resortes, amortiguamiento viscoso y de la masa se seleccionan para reproducir, lo mejor posible, la respuesta de la estructura, en el intervalo de frecuencias bajas e intermedias.

La masa del suelo que se añade al disco reduce la constante de rigidez del resorte $k(\omega)$ sin embargo esta masa no es una masa real que se mueve junto con la cimentación con la misma frecuencia y en fase en el intervalo completo de la frecuencia. Es una masa ficticia que se obtiene para ajustar mejor el modelo a la realidad. En el intervalo de frecuencias altas conlleva a un gran error.

Se introduce la siguiente nomenclatura:

m es la masa para los grados de libertad de traslación, I el momento de inercia de la masa para el bamboleo, J el momento polar de inercia de la masa para la torsión con respecto al centro del disco de radio a ; G , ν , γ ρ son el módulo de cortante, la relación de Poisson y la densidad de masa del suelo. Para el resorte se considera su rigidez estática K . La frecuencia adimensional α , es:

$$\alpha_a = \omega \frac{a}{c_s}$$

donde c_s es la velocidad de onda de cortante:

$$c_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$$

El coeficiente del amortiguador C y la masa M (esta constante es el momento de inercia de la masa para los dos grados de libertad rotacionales) se especifican en función de los coeficientes adimensionales γ y μ como:

$$C = \frac{\alpha}{c_s} K \gamma$$

$$M = \frac{\alpha^2}{c_s^2} K \mu$$

Coefficientes adimensionales de

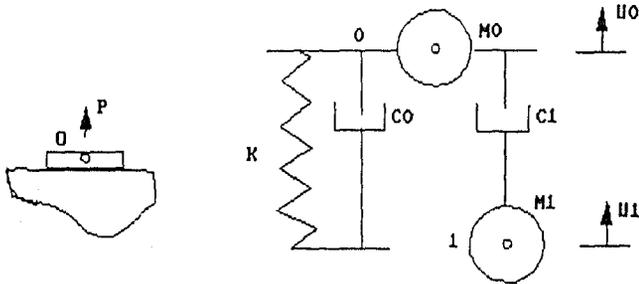
	Rigidez Estática K	amortiguador γ_1	masa μ_1
Horizontal	$\frac{8G a}{2-\nu}$	0.58	0.095
Vertical	$\frac{16G a}{1-\nu}$	0.85	0.27

Bamboleo	$\frac{8Ga^3}{3(1-\nu)}$	$\frac{0.3}{1 - \frac{0.125(1-\nu)^2}{\nu^2}}$	0.24
Torsional	$\frac{16Ga^3}{3}$	$\frac{0.433}{1 - \frac{0.125}{\nu^2}} \sqrt{\frac{m}{a^3 \rho}}$	0.045

Este modelo es muy limitado y se aplica a un intervalo de frecuencias $\alpha_0 < 1.5$. Es inapropiado para considerar un espacio estratificado o una cimentación embebida en el terreno. Para esto se puede considerar el siguiente modelo básico discreto.

En ref.[6] se hace notar que este modelo predice aproximadamente la respuesta máxima, pero subestima el amortiguamiento por radiación. Se predijo la respuesta máxima ya que predominaba el efecto estático.

El modelo básico discreto del suelo consiste en resortes, amortiguadores y masas con coeficientes independientes de la frecuencia por cada grado de libertad de la base. Puede, sin embargo, conseguirse una mejor aproximación mediante la introducción de una masa más, no conectada directamente a la base, sino a través de un amortiguador, introduciendo un grado de libertad más.



Modelo discreto unidimensional

Las ecuaciones de equilibrio en los dos nodos para un movimiento armónico de frecuencia ω resultan ser:

$$-\omega^2 M_1 u_1(\omega) + i\omega C_1 (u_1(\omega) - u_0(\omega)) = 0$$

$$-\omega^2 M_0 u_0(\omega) + i\omega (C_0 + C_1) u_0(\omega) - i\omega C_1 u_1(\omega) + K u_0(\omega) = P(\omega)$$

al eliminar $u_1(\omega)$ se tiene:

$$P(\omega) = K \left[1 - \frac{\frac{\omega^2 M_1}{K}}{1 + \frac{\omega^2 \mu_1^2}{c_1^2}} - \frac{\omega^2 M_0}{K} + i\omega \left(\frac{M_1}{C_1} \frac{\frac{\omega^2 M_1}{K}}{1 + \frac{\omega^2 \mu_1^2}{c_1^2}} + \frac{C_0}{K} \right) \right] u_0(\omega)$$

Mediante la frecuencia adimensional α_0 y los coeficientes adimensionales de amortiguamiento γ_0, γ_1 y de masas μ_0, μ_1 :

$$\alpha_0 = \frac{\omega \alpha}{c_s}$$

$$C_0 = \frac{\alpha}{c_s} K \gamma_0$$

$$C_1 = \frac{\alpha}{c_s} K \gamma_1$$

$$M_0 = \frac{\alpha^2}{c_s^2} K \mu_0$$

$$M_1 = \frac{\alpha^2}{c_s^2} K \mu_1$$

donde α es una longitud característica de la cimentación (como el radio de un disco) y c_s la velocidad de la onda de cortante; es posible reescribir la ecuación de equilibrio:

$$P(\alpha_0) = K \left[1 - \frac{\mu_1 \alpha_0^2}{1 + \frac{\mu_1^2}{\gamma_1^2} \alpha_0^2} - \mu_0 \alpha_0^2 + i\alpha_0 \left(\frac{\mu_1}{\gamma_1} \frac{\mu_1 \alpha_0^2}{1 + \frac{\mu_1^2}{\gamma_1^2} \alpha_0^2} + \gamma_0 \right) \right] u_0(\alpha_0)$$

Donde K representa el coeficiente de rigidez estático. La expresión anterior se puede expresar como:

$$P(\alpha_0) = K [k(\alpha_0) + i\alpha_0 c(\alpha_0)] u_0(\alpha_0)$$

donde $k(\alpha_0)$ y $c(\alpha_0)$ son los coeficientes dinámicos adimensionales del resorte y el amortiguador.

Resta determinar los coeficientes adimensionales para que exista una mejor congruencia entre el modelo y el 'valor exacto'.

A continuación se transcriben los coeficientes propuestos en la ref.[6] para varios casos.

Cimiento en forma de disco.

Los coeficientes para un disco que descansa en un semi-espacio elástico no amortiguado se citan a continuación. El radio del disco se denota con a , el módulo de cortante con G , la relación de Poisson con ν , y la densidad de masa con ρ .

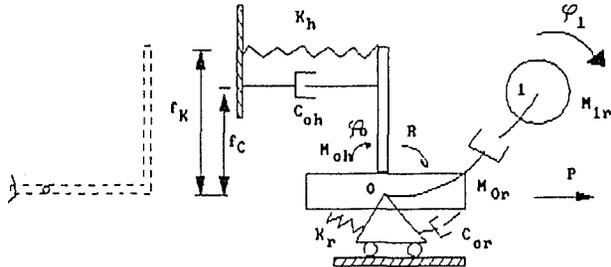
El disco está soportado con resortes estáticos para todos los grados de libertad.

	Rigidez Estática K	Coeficientes adimensionales de amortiguadores masas			
		γ_0	γ_1	μ_0	μ_1
Horizontal	$\frac{8Ga}{2-\nu}$	0.78-0.4v	-	-	-
Vertical	$\frac{4Ga}{1-\nu}$	0.8	0.34-1.3v'	$\nu < \frac{1}{3}: 0$ $\nu > \frac{1}{3}: 0.9\left(\nu - \frac{1}{3}\right)$	0.4-4v'
Bamboleo	$\frac{8Ga^3}{2-\nu}$	-	0.42-0.3v'	$\nu < \frac{1}{3}: 0$ $\nu > \frac{1}{3}: 0.16\left(\nu - \frac{1}{3}\right)$	0.34-0.2v'
Torsional	$\frac{16Ga^3}{3}$	-	0.29	-	0.2

Cimentación cilíndrica embebida.

El radio de la cimentación se indica con a y la profundidad del cimientto se denota con e .

Es necesario un coeficiente más que acopla el resorte horizontal y el de bamboleo, referido al centro de la base (al nivel en donde hace contacto la cimentación con el terreno).



Acoplamiento del mov. horizontal y de bamboleo de una cimentación embebida

Las excentricidades del resorte estático horizontal (K_h) y del amortiguador (C_{oh}) son f_h y f_c respectivamente. La barra que conecta a este resorte con el punto O se considera rígida. Se tiene una masa en el punto O para el grado horizontal de libertad. En la figura se indican además los

elementos del grado de libertad de bamboleo con un subíndice r . Para una relación de Poisson de 0.25, los coeficientes M_{0r}, C, M desaparecen, a menos que se introduzca amortiguamiento.

El término de acoplamiento de la matriz de rigideces estática es:

$$K_{hr} = K_{rA} = K_A f_A$$

Las excentricidades del resorte y amortiguador horizontal son:

$$f_A = 0.25e$$

$$f_C = 0.32e + 0.03e \left(\frac{e}{a} \right)^2$$

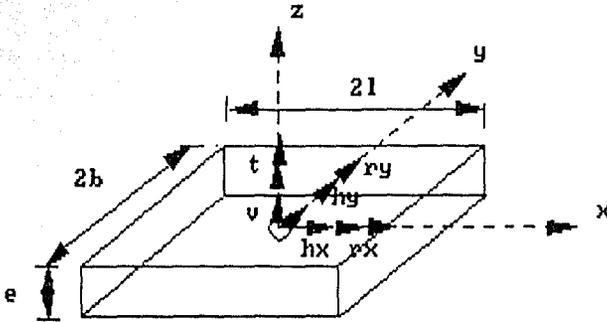
	Rigidez Estática K	Coeficientes adimensionales de (para $\nu = 0.25$)			
		amortiguadores		masas	
		γ_0	γ_1	μ_0	μ_1
Horizontal	$\frac{9Ca}{2-\nu} \left(1 + \frac{e}{a} \right)$	$0.6B - 0.57\sqrt{e/a}$	-	-	-
Vertical	$\frac{16Ca}{1-\nu} \left(1 - 0.54 \frac{e}{a} \right)$	$0.8 - 0.35 \frac{e}{a}$	$0.32 - 0.01 \left(\frac{e}{a} \right)^2$	-	0.38
Bamboleo	$\frac{9Ca}{3(1-\nu)} \left(1 + 2.3 \frac{e}{a} + 0.58 \left(\frac{e}{a} \right)^2 \right)$	$0.16 \frac{e}{a}$	$0.40 + 0.3 \left(\frac{e}{a} \right)^2$	-	$0.33 + 0.1 \left(\frac{e}{a} \right)^2$
Torsional	$\frac{16Ca'}{3} \left(1 + 2.67 \frac{e}{a} \right)$	-	$0.29 + 0.09\sqrt{e/a}$	-	$0.20 + 0.25 \sqrt{\frac{e}{a}}$

Cimentación prismática embebida

La longitud del cimiento se denota con $2L$, el ancho con $2b$ y la profundidad con e . Existen seis grados de libertad que coinciden con el centro de la base. Para los desplazamientos se recurre a un subíndice para representar la dirección y para la rotación, y el eje alrededor del cual gira.

Un procedimiento alternativo para tratar estas cimentaciones consiste en buscar una circular equivalente.

Términos de traslación:



Cimentación prismatica embebida

$$K_{hx} = \frac{Gb}{2-v} \left[6.8 \left(\frac{l}{b} \right)^{0.65} + 2.4 \right] \left[1 + \left(0.33 + \frac{1.34}{1 + \frac{t}{b}} \right) \left(\frac{e}{b} \right)^{0.8} \right]$$

$$K_{hy} = \frac{Gb}{2-v} \left[6.8 \left(\frac{l}{b} \right)^{0.65} + 0.8 \frac{l}{b} + 1.6 \right] \left[1 + \left(0.33 + \frac{1.34}{1 + \frac{t}{b}} \right) \left(\frac{e}{b} \right)^{0.8} \right]$$

$$K_v = \frac{Gb}{1-v} \left[3.1 \left(\frac{l}{b} \right)^{0.75} + 1.6 \right] \left[1 + \left(0.25 + 0.25 \frac{b}{l} \right) \left(\frac{e}{b} \right)^{0.8} \right]$$

Términos de rotación:

$$K_{rx} = \frac{Gb^3}{1-v} \left[3.2 \frac{l}{b} + 0.8 \right] \left[1 + \frac{e}{b} + \frac{1.6}{0.35 + \frac{t}{b}} \left(\frac{e}{b} \right)^2 \right]$$

$$K_{ry} = \frac{Gb^3}{1-v} \left[3.73 \left(\frac{l}{b} \right)^{2.4} + 0.27 \right] \left[1 + \frac{e}{b} + \frac{1.6}{0.35 + \frac{t}{b}} \left(\frac{e}{b} \right)^2 \right]$$

$$K_{tz} = Gb^3 \left[4.25 \left(\frac{l}{b} \right)^{2.15} + 1.06 \right] \left[1 + \left(1.3 + 1.32 \frac{b}{l} \right) \left(\frac{e}{b} \right)^{0.9} \right]$$

Términos de acoplamiento:

$$K_{hxy} = \frac{e}{3} K_{hx}$$

$$K_{hyx} = \frac{e}{3} K_{hy}$$

Los coeficientes para determinar el amortiguamiento, para $v = 0.33$, se obtienen al sustituir el radio a por h y son los siguientes:

	Coeficientes adimensionales de (para $\nu = 0.33$)			
	amortiguadores		masas	
	γ_0	γ_1	μ_0	μ_1
Horizontal hx hy	$0.75 - 0.2\left(\frac{t}{b} - 1\right)$	-	-	-
Vertical	$0.9 - 0.4\left(\frac{t}{b} - 1\right)^2$	0.3	-	0.14
Bamboleo rx	-	0.45	-	0.34
ry	-	$0.45 - 0.23\left(\frac{t}{b} - 1\right)$	-	$0.34 - 0.55\left(\frac{t}{b} - 1\right)$
Torsional	-	$0.35 - 0.12\left(\frac{t}{b} - 1\right)$	-	$0.28 - 0.63\left(\frac{t}{b} - 1\right)$

ii. Analogía de la viga de cortante usando masas continuas o discretas y resortes distribuidos verticalmente a través del perfil del suelo.

Este modelo se emplea cuando se revisa el comportamiento de algún pilote. Su problema principal radica en la calibración de los resortes que se consideran a lo largo del eje y la cantidad de masa a considerar. Además considera un trabajo aislado de los pilotes y desprecia el comportamiento conjunto de los mismos.

iii. Semi-espacio elástico o viscoelástico.

Este modelo ha dado buenos resultados al considerar el suelo como un semi-espacio elástico lineal o viscoelástico homogéneo. Las rigideces y amortiguamientos se tratan dependientes de la frecuencia y las expresiones resultan complejas.

El resumen realizado en los capítulos anteriores considera este tipo de modelo.

iv. Elementos finitos.

Este método puede considerar el amortiguamiento y puede conducir a estudios muy finos pero también muy costosos. Se debe cuidar la radiación de la energía a través de las fronteras del modelo, ya sea mediante fronteras elementales, viscosas o consistentes.

4.2 Pilotes.

Dadas las características del Valle de México, es necesario considerar el tema de los pilotes cuando se habla de edificios medianos o altos y como incorporararlos dentro de un modelo de interacción suelo-estructura.

Los pilotes se han empleado durante mucho tiempo como solución a cimentaciones en suelos de baja capacidad de carga y sin embargo su modelo se encuentra en sus primeros pasos, ya que el principal problema es el gran número de parámetros que intervienen y que abarcan desde las propiedades del suelo hasta el método de construcción.

Poulos ha destacado en este campo, y el modelo que presenta tiene la virtud de que considera la interacción entre pilotes, a diferencia de otros modelos que analizan un pilote por separado y luego suman las propiedades de este a las de los otros pilotes en forma lineal.

Para efectos de la tesis, se utilizó el programa mencionado en la (Ref.[9]) y que fue desarrollado en base a la teoría de Poulos (Ref.[14])

El programa mencionado arroja constantes que se emplean para calcular los resortes equivalentes al conjunto de pilotes. Se obtienen constantes para los seis grados de libertad (tres de traslación y tres de rotación). Se considera una cimentación rígida.

4.3 Amortiguamiento del suelo.ξ

i. Notas sobre el amortiguamiento

En la ref.[8] se realiza una síntesis interesante sobre los tipos de amortiguamiento.

Se menciona que los mecanismos de amortiguamiento en estructuras complejas son numerosos; sin embargo, las principales tipos de amortiguamiento son el viscoso, el estructural y el de Coulomb.

En el amortiguamiento lineal viscoso, la energía se disipa mediante la fricción de un fluido laminar, siendo este el caso de un fluido Newtoniano con un amortiguador. La fuerza de amortiguamiento es proporcional a la velocidad. Este amortiguamiento es común en la interacción suelo-estructura; y se emplea en algunos otros casos por su conveniencia matemática más que física.

El amortiguamiento estructural, también llamado histerético o del material, se relaciona con la disipación de la energía en sólidos debido a la fricción interna a escala microscópica. Es común en metales y otros materiales.

En el amortiguamiento de Coulomb la energía se disipa mediante la fricción entre las superficies de dos sólidos y la fuerza desarrollada es una función no lineal de la velocidad, dependiendo también de la fuerza normal a la superficie. Se emplea por ejemplo, al modelar juntas remachadas. Su uso es poco frecuente.

En estructuras en donde el amortiguamiento es uniforme, la solución real de valores característicos del sistema sin amortiguamiento forma una base apropiada para calcular el desplazamiento de la estructura.

En este caso, cuando se considera un amortiguamiento viscoso, para desacoplar el sistema se suele reemplazar la matriz de amortiguamiento por:

$$C = \alpha_0 M + \alpha_1 K$$

que es el amortiguamiento proporcional o de Rayleigh. Si se introduce la relación del amortiguamiento crítico del modo i -ésimo ξ_i , se obtiene:

$$\xi_i = \frac{\alpha_0}{2\omega_i} + \frac{\alpha_1 \omega_i}{2}$$

Los factores α_0 , α_1 se calculan con dos modos únicamente.

En estructuras con muy alto amortiguamiento, la solución real de los modos de la estructura no amortiguada no resulta adecuada, por lo que debe emplearse la solución compleja.

ii. Influencia del amortiguamiento en el modelo discreto.

En el modelo discreto mencionado con anterioridad no es posible modelar el amortiguamiento histerético; sin embargo, puede incluirse un amortiguamiento viscoso del material del tipo Voigt, al utilizar el mismo modelo y modificar los coeficientes γ y μ y las excentricidades f_x , f_c . El amortiguamiento puede ser incluido,

en el dominio de la frecuencia, mediante el uso del principio de correspondencia, que establece que la solución amortiguada se obtiene de la elástica mediante el remplazo de las constantes por sus correspondientes complejas.

De esta manera, el modulo de cortante G se reemplaza por G' :

$$G' = G(1 + 2\xi\alpha_0 t)$$

donde ξ es la relación de amortiguamiento viscoso:

$$\xi = \frac{\xi_1 c_1}{\omega_0 \alpha}$$

Para determinar ξ , se deben seleccionar ξ_1 y ω_0 .

La frecuencia adimensional también se modifica con el módulo de cortante complejo:

$$\alpha_0^* = \frac{\omega \alpha}{\sqrt{G'/\rho}} = \frac{\alpha_0}{\sqrt{1 + 2\xi\alpha_0 t}}$$

La relación de amortiguamiento afecta el coeficiente dinámico de rigidez de tres maneras:

- El coeficiente estático se multiplica por $(1 + 2\xi\alpha_0 t)$
- α_0^* se sustituye con α_0
- $k(\alpha_0)$ y $c(\alpha_0)$ se reemplazan por sus correspondientes $k(\alpha_0^*)$ y $c(\alpha_0^*)$

La matriz dinámica de rigideces se define como:

$$S = K(1 + 2\xi\alpha_0 t)[k(\alpha_0^*) + i\alpha_0^* c(\alpha_0^*)]$$

Al sustituir las definiciones anteriores en esta ecuación se llega a:

$$S = K \left[1 - \frac{\mu_1^t \alpha_0^2}{1 + \left(\frac{\mu_1^t}{v_1^t}\right)^2 \alpha_0^2} - \mu_0^t \alpha_0^2 + i\alpha_0 \left(\frac{\mu_1^t}{v_1^t} \frac{\mu_1^t \alpha_0^2}{1 + \left(\frac{\mu_1^t}{v_1^t}\right)^2 \alpha_0^2} + v_0^t \right) \right]$$

Donde:

$$v_0^t = v_0 + 2\xi$$

$$v_1^t = v_1$$

$$\mu_0^t = \mu_0 + (v_1 + v_0)\xi$$

$$\mu_1^t = \mu_1$$

De aquí se concluye que el introducir el amortiguamiento del material, se modifica la constante del amortiguador C_0 y la masa M_0 .

El término de acoplamiento en la cimentación embebida se modifica de la siguiente manera:

$$S_{nr} = K_n f_k^t \left[1 + i \alpha_o \frac{f_c^t}{f_k^t} \gamma_{oh} \right]$$

donde:

$$f_k^t = f_k$$

$$f_c^t = \frac{f_c \gamma_{oh} + 2 f_k \xi}{\gamma_{oh} + 2 \xi}$$

iii. Características del amortiguamiento en el Valle de México.

En la ref.[7] se presenta un amplio estudio de las características de la arcilla del Valle de México. Salta a la vista que el módulo de cortante y el amortiguamiento para el análisis dependen del grado de deformación angular del suelo cuando se aplique la carga, así como de la zona en que se realizará la obra.

Para fines prácticos resulta interesante, para los niveles de deformación esperados, conocer el intervalo de valores de estas constantes.

Para niveles de deformación angular del suelo menores a 0.01 el módulo de cortante G permanece constante; para deformaciones mayores decrece rápidamente.

En las capas superficiales el módulo de cortante tiene valores comprendidos entre los 20 kg/cm^2 y 120 kg/cm^2 . En algunas zonas aumenta a más de 1000 kg/cm^2 , a partir de 15 m de profundidad.

Los valores del amortiguamiento son más erráticos que los del módulo de cortante. Sin embargo, se podría considerar que crece con la deformación. Para deformaciones angulares menores que 0.01 es aproximadamente 4% y aumenta a 5% para 0.1 y a 15% para 1.0.

La velocidad de onda de cortante, para el primer estrato blando, varía entre 50 m/seg y 100 m/seg. En la primera capa dura se encuentran valores del orden de 250 m/seg. En el siguiente estrato blando, del orden de 180 m/seg y en la siguiente capa, desde 500 m/seg en adelante.

Queda fuera del alcance de este trabajo el realizar un comentario completo por zonas de la ciudad; sin embargo, se puede comentar que es importante conocer la zona en que se desplantará la estructura, pues existen variaciones importantes en las características del suelo; si no se consideran, pueden llevar a resultados muy conservadores o muy arriesgados.

5 Proceso para generar el modelo en micro-ordenador.

5.1 Elección del modelo.

Modelar una estructura consiste en reemplazar las partes reales por elementos equivalentes que intenten reproducir el comportamiento o las características buscadas en un problema.

Este es uno de los pasos más importantes, ya que determinará si la solución será representativa, el tamaño y costo de ésta, así como los recursos a emplear.

También requiere una gran dosis de experiencia del ingeniero, y ésta es una de las razones por las cuales no es simple su mecanización.

Al modelar una estructura se debe elegir entre un modelo inelástico ó uno elástico; cómo incluir el efecto de interacción; qué tipo de análisis dinámico se empleará; si se realizará un modelo tridimensional o bidimensional.

5.2 Notas sobre los modelos expuestos.

En el desarrollo del presente trabajo se ha realizado una síntesis parcial de los modelos utilizados para el análisis de sistemas suelo-estructura en el dominio de la frecuencia.

5.2.1 Semi-espacio elástico

5.2.1.1 Modelo de Luco

Tal y como se expuso en el capítulo 2, Luco resuelve el problema mediante el siguiente procedimiento:

- Solución del problema de valores característicos de la estructura empotrada.

- Aplicación de la siguiente ecuación, para conocer el desplazamiento y giro de la cimentación.

$$\begin{Bmatrix} u_s \\ \theta \end{Bmatrix} = \left(\frac{\omega}{\omega_1} \right)^2 \times \left([\bar{K}] - \left(\frac{\omega}{\omega_1} \right)^2 \times [\bar{M}] \right)^{-1} \langle \bar{F} \rangle \left(\frac{F_T}{\omega^2 M_0} \right)$$

- Aplicación de la siguiente ecuación para conocer los desplazamientos en los entresijos, incorporando el giro y la rotación de la cimentación.

$$\bar{U}_i = U_0 + h_i \Phi_0 + \sum_{r=1}^N \frac{(\omega/\omega_r)^2}{1 - (\omega/\omega_r)^2 + 2i\xi_r(\omega/\omega_r)} \left(\frac{F_T}{\omega^2 M_r} + \beta_r U_0 + \gamma_r H \Phi_0 \right) \Phi_i^{(r)}$$

La descripción de las variables se realizó en el capítulo 2.

Lo interesante de dicho procedimiento es la incorporación del efecto de traslación y de bamboleo como una fuerza de inercia que puede incrementar la deformación de los entresijos, tal como se aprecia en el último término de la expresión anterior.

Entre los inconvenientes que presenta su aplicación en el proceso de diseño son:

- Las ecuaciones anteriores se dedujeron para pruebas de vibración forzada en donde el vibrador de masas excéntricas somete a la estructura a una fuerza F_T y vibra con una frecuencia conocida ω . En el caso de estructuras en proyecto, no se cuenta con dicha información.

- El problema más complejo es la determinación de las funciones de impedancia para bamboleo, traslación y las de acoplamiento. Luco empleó un procedimiento indirecto de la ecuación integral de frontera que involucra a la función de Green para el modelo viscoelástico de un suelo estratificado. Para emplear este procedimiento, se requiere un buen conocimiento de dicho método y de las propiedades del suelo. En el caso tratado por Luco, se contó con un historial completo de las características del suelo, lo cual no siempre existe en problemas comunes.

Existen procedimientos como el propuesto en la ref.[2] para evaluar aproximadamente las funciones de impedancia. Luco también propone un método experimental para evaluarlas.

5.2.1.2 Modelo de Wolf

Wolf realiza una excelente recopilación de diversos trabajos relacionados con la interacción suelo-estructura y plantea diversos modelos.

El expuesto en el capítulo 3, involucra el siguiente procedimiento para resolver el problema:

- Se plantea un modelo con base rígida.

- A partir de la respuesta de campo libre $\langle u_b^f \rangle$, se determina el movimiento en la base de la estructura debido a la interacción cinemática mediante

$$\langle u_b^s \rangle = \langle u_b^g \rangle = [S_{oo}^g]^{-1} [A]^T [S_{oo}^f] \langle u_b^f \rangle$$

- A partir de matriz $[T_{io}]$ que involucra únicamente propiedades geométricas, se determinan los desplazamientos en el resto de la estructura debidos a la interacción cinemática.

$$\langle u_s^s \rangle = [T_{io}] \langle u_b^s \rangle$$

- Se determina la interacción inercial aplicando como carga a la estructura una carga igual a la masa por la aceleración cinemática.

$$\begin{bmatrix} [S_{ss}] & [S_{so}] \\ [S_{os}] & [S_{oo}^s] + [S_{oo}^g] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \langle U_s^s \rangle \\ \langle U_o^s \rangle \end{Bmatrix} = u^2 \begin{bmatrix} [M_{ss}] & [M_{so}] \\ [M_{os}] & [M_{oo}^s] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \langle U_s^s \rangle \\ \langle U_o^s \rangle \end{Bmatrix}$$

- Se determinan los desplazamientos totales como la suma de los obtenidos en la interacción cinemática y la inercial.

$$\langle u_s^t \rangle = \langle u_s^s \rangle + \langle u_s^i \rangle$$

Este método tiene la ventaja de incorporar la matriz de rigidez del suelo y analizar el problema con un procedimiento similar a como suele hacerse en el medio, es decir, se analiza el problema inercial con las cargas aplicadas en los entrepisos; a diferencia de cuando se realiza un análisis paso a paso, en donde se aplica la carga en la base.

Los problemas que presentan para su implantación se refieren a la información requerida, ya que Wolf deduce la matriz de rigideces del suelo para ondas P y para ondas S, sin tratar el problema en el espacio. Por otro lado, esta matriz se adapta para análisis pasos a pasos en donde se cuenta con registros de temblores, pero no para análisis en donde se cuenta con un espectro de respuesta.

La respuesta de campo libre, es información no disponible normalmente para un proyecto común, y sin embargo, es un dato muy necesario para el cálculo de la interacción cinemática.

En cuanto al manejo de la información, destaca el problema de incorporar el amortiguamiento en la solución.

El método de semi-espacio elástico promete mucho; sin embargo, en nuestro medio, falta información para el cálculo de las propiedades del suelo, lo que limita su uso.

5.2.2 Resortes equivalentes

El método de los resortes equivalentes es adecuado por su extrema simplicidad, lo cual es una ventaja. Sin embargo, las constantes de los resortes deben ser de alguna forma dependientes de la frecuencia y se consideran como constantes para todo el dominio.

Por otro lado, se considera una cimentación rígida, lo cual es una buena aproximación dado que por las características del Valle de México la tendencia es construir cajones de cimentación.

Queda la pregunta: ¿hasta donde refinar este modelo, e incluirle amortiguadores para considerar un comportamiento no lineal del suelo?. En lo general, este modelo requiere que se calibren los coeficientes de los resortes, de tal suerte que el incluir amortiguamiento no lleva necesariamente a una mejor solución. Además, según se hace notar en la ref. [11], aunque el amortiguamiento depende de la frecuencia, es poco variable en el intervalo estructural.

5.2.3 Viga de cortante

El método de viga de cortante se debe considerar como una buena opción para el caso de análisis de pilotes. Tiene el inconveniente de cómo considerar la interacción entre pilotes, para lo cual se han realizado mejores modelos.

5.2.4 Elementos finitos

El método de elementos finitos, es un buen método, aunque con muchos riesgos; un modelo mal realizado produce grandes errores, que además, son difíciles de detectar. Se puede estar trabajando con resultados totalmente incorrectos, sin percibirlo. Es por esto que para emplear este método se requiere de sensibilidad sobre los posibles resultados y una aplicación que lo amerite.

5.3 Generación del modelo.

Una vez elegidas las características del modelo se debe proceder a la elaboración del mismo. Para esto, es recomendable redibujar la estructura con la notación propia de los programas de análisis a emplear.

En los modelos tridimensionales se ha logrado una excelente economía con el empleo de programas que se auxilian de gráficas y de procesos que permiten conjuntar varias partes de la estructura. Esto permite realizar las diferentes partes del modelo por separado, inclusive con el empleo de modelos bidimensionales, lo que se traduce en la eliminación de gran parte de los errores.

Como ejemplo de esto, se cita la elaboración de las plantas y las columnas en forma separada y su acoplamiento posterior en una sola estructura. Esto puede involucrar un tiempo hasta 20 veces menor que cuando se genera la estructura completa, sobre todo cuando se trata de estructuras irregulares.

La generación del modelo dinámico presenta diferentes dificultades según el proceso que se trate. Por ejemplo, cuando no se realiza una condensación de la matriz de rigideces, es indispensable generar una matriz de masas de toda la estructura. Dicho proceso se puede simplificar al utilizar las propiedades de las secciones y la densidad de masa de los elementos, o basándose en las cargas estáticas.

Cuando se quiere reducir el número de grados de libertad en la solución dinámica, el problema estriba en la elección de los nodos maestros y esclavos. Al respecto hay artículos que indican en como hacerlo automáticamente (ref.[12]).

La generación del modelo de suelo estructura requiere en general de un programa que utilice como datos las características del suelo y de la cimentación, y proporcione la información suficiente para añadirla al modelo de la superestructura. En otros casos se pueden modificar los resultados del análisis de una estructura empotrada en la cimentación al conocer las propiedades de ésta y del suelo, tal como lo sugiere el RCDF-87.

5.4 Análisis Estático.

Existe una gran variedad de programas que realizan análisis estáticos lineales de estructuras.

Para efectos del análisis de estructuras irregulares, son deseables los programas que realicen un análisis tridimensional.

Una parte medular de éstos es la generación de la información que requieren y su validación; cuando tienen entradas gráficas se convierten en programas más eficientes.

Por otra parte, al realizar análisis tridimensional, es de singular importancia el modelo de las losas, pues es común en el análisis plano ignorarlas, ya que se consideran infinitamente rígidas en su plano.

Por otro lado, el modelo de los muros debe ser representativo del comportamiento real. Se puede emplear, en el caso de muros altos, la teoría de la columna ancha, o sustituirlos por diafragmas a base de elementos finitos. En este caso, se debe atender las características de la malla a emplear, pues se pueden generar errores de hasta un 90% por un mal modelo.

Cuando se sustituyen los muros con diafragmas formados por elementos isoparamétricos se debe cuidar la continuidad y el no crear elementos muy rígidos (por ejemplo, al sustituir todo un muro con un solo elemento isoparamétrico de 4 nodos).

Cuando se trata con modelos irregulares se pueden incluir otros efectos, como son los producidos por desplazamientos prescritos (por ejemplo, la falla de una zapata aislada) y las variaciones de temperatura.

A veces se presentan elementos curvos como en ranipas de algunos edificios, los cuales transmiten torsión al estar cargados por gravedad. Se pueden reemplazar por una serie de elementos rectos. Al emplear elementos curvos, se debe tener cuidado con la curvatura, ya que algunos programas la limitan para evitar inestabilidad numérica.

El principal problema consiste en el gran número de ecuaciones que se generan; en edificios convencionales son comunes de 1000 a 10000 ecs., por lo que el esquema de la matriz de rigideces y el algoritmo de solución son importantes.

Los ordenadores personales actuales resultan aptos para estos problemas; por ejemplo, se puede esperar que una máquina con procesador 80286 y coprocesador numérico resuelva 4000 ecs. en 5 horas. Las nuevas máquinas 386 y 486 prometen reducir considerablemente este tiempo.

La otra característica deseable de los programas es que puedan trabajar con soluciones que se auxilien del disco duro y de la memoria central indistintamente, de tal suerte que si el usuario cuenta con tarjetas de expansión de memoria se reduzca el tiempo, ya que existe enorme diferencia de acceso a un medio mecánico como es el disco y a otro totalmente electrónico, como es la memoria central.

La salida de estos programas deben ser datos que se emplean en otros programas. Las salidas en papel son caras y absurdas pues nadie va a revisar decenas de páginas con números, ya que no dan una idea del comportamiento general de la estructura, aunque si permiten revisar los elementos que la forman.

La matriz de rigideces global se puede conservar para el análisis dinámico, lo que redundará en un gran ahorro en ese proceso.

5.5 Solución dinámica.

La solución dinámica es, dentro de la metodología normal de cálculo, una de las procesos que consumen más recursos. Además, dado que fue necesario conocer el comportamiento de las estructuras ante sismos, mucho antes de que se desarrollaran las computadoras, se han desarrollado métodos para extraer las principales características de la respuesta ante carga dinámica.

Se supone que el amortiguamiento de la estructura es uniforme y que la respuesta puede ser representada dentro del espacio definido por los vectores característicos de la estructura no amortiguada. Se han desarrollado métodos para condensar el problema y disminuir el número de grados de libertad, a la vez que se hacen hipótesis como considerar losas infinitamente rígidas.

Debido a la gran cantidad de recursos que emplea este proceso, se ha realizado una excelente investigación para reducirlo, habiendo avances en métodos de condensación, de subestructuración y del método de solución.

La subestructuración promete tener una gran aceptación porque permite dividir un problema complejo en segmentos manejables e integrar posteriormente la solución completa, lo que logra un ahorro en costo y tiempo.

La gran ventaja que se tiene al realizar el análisis dinámico de toda la estructura es que se obtienen modos de torsión y modos locales, que en un análisis plano estrechamente acoplado no aparecen.

Dos métodos que han estado aplicándose ultimamente son los vectores de Ritz y el método de Lanczos. El primero arroja como resultado los modos de vibrar que más se excitan bajo una carga dada y el segundo los modos de vibrar de mas baja frecuencia.

Para la solución del ejemplo de aplicación, se empleará el método de Lanczos. Aunque desarrollado hace casi 30 años, este método no se había usado hasta últimas fechas, pues tenía problemas de inestabilidad numérica, que fueron resueltos a mediados de los años 70 (ref.[15]).

Existe otro método reciente basado en los vectores de Ritz, desarrollado por Wilson (ref.[16]), que busca extraer la respuesta predominante considerando las carga aplicadas. Este método requiere un tiempo de solución bajo.

Ambos métodos han demostrado tener una gran eficiencia y al respecto existe una serie de publicaciones que los acreditan (ref.[13]).

Al igual que en el análisis estático, es importante la disponibilidad de memoria central, de un coprocesador numérico y de que la salida proporcione datos para poder interpretar con mayor facilidad los resultados.

Actualmente se cuenta con equipo económico y veloz que permite, en un tiempo razonable, resolver un modelo tridimensional y extraer los valores característicos de la respuesta sin condensar la matriz de rigideces, dando la oportunidad de conocer algunos aspectos interesantes sobre torsión, vibración de apéndices, etc.

Ante esta situación, parece que se convierte en económica una solución tridimensional para proyectos medianos y grandes, pues de alguna manera se eliminan algunas hipótesis que se requieren cuando se analiza la estructura con marcos planos.

5.6 Interpretación de resultados.

Es indiscutible la enorme importancia de una interpretación correcta de los resultados y es por ello que se requieren programas postprocesadores que puedan dibujar la configuración deformada de la estructura. Es mucho más simple obtener conclusiones de una sola gráfica que de decenas de páginas de resultados.

Al respecto existe una gran variedad de herramientas como son las pantallas gráficas, procesadores gráficos, dispositivos como tabletas y "ratones", impresores gráficos, graficadores que permiten una fácil visualización de resultados.

Es factible, incluso, iluminar la estructura con los diferentes niveles de esfuerzo para detectar zonas delicadas.

Es conveniente comentar que existe una diferencia entre la interpretación de resultados de un programa bidimensional y de uno tridimensional, ya que en éste se reportan una fuerza cortante y dos momentos adicionales, uno flexionante y el de torsión, en cada elemento. En el caso de vigas que se cuelan monolíticamente con las losas pierden algún significado éstos elementos mecánicos adicionales, pues parte de los mismos los absorbe la propia losa.

Es común en el análisis dinámico convencional, combinar los desplazamientos según lo indica el reglamento, y con esto obtener fuerzas que se aplicarán a un modelo estático, lo que dará como resultado una estructura en donde los elementos se encuentran en equilibrio.

Cuando se obtienen los elementos mecánicos por modo y se combinan para obtener los máximos probables, no se logra equilibrio de fuerzas en los nodos como resultado del análisis.

El empleo de programas que realicen automáticamente el diseño de elementos o la revisión de los mismos, previa incorporación de parámetros que involucren la experiencia del ingeniero, logra un considerable ahorro de tiempo que permite la explotación de diversas alternativas para lograr un mejor proyecto.

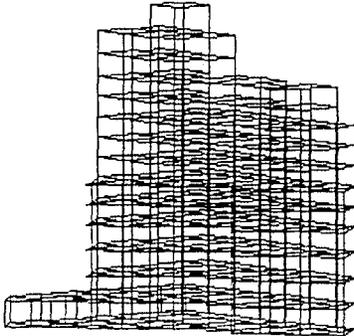
Normalmente se conoce la liga entre el análisis y el diseño, pero la retroalimentación del modelo con resultados del diseño solía ignorarse pues no se contaba con el equipo adecuado. Actualmente es posible cerrar el ciclo e iterar para hallar una mejor solución.

Los planos, que es parte del resultado final de todo el proceso, representan la idea del ingeniero y el resumen muchas horas de trabajo. Es por ello que se debe cuidar al máximo su exactitud y su calidad para que la obra se realice tal como se intentó plasmarla en ellos.

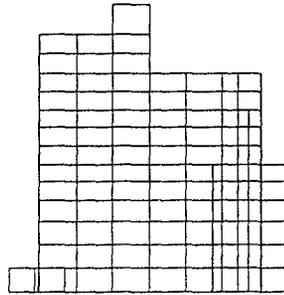
Ante este panorama es deseable la creación de la herramienta que permita elaborar los planos a partir de los resultados del diseño y que acepte la inclusión de comentarios y otros detalles.

6 Ejemplo

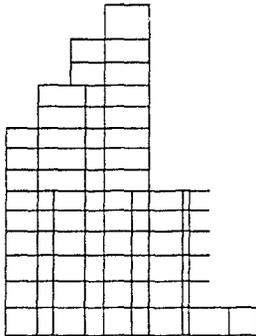
A manera de ejemplo, se realizó el análisis de la siguiente estructura, se le consideró empotrada en el suelo y se utilizó un modelo aproximado de interacción suelo-estructura para apreciar la variación en los periodos calculados y elementos mecánicos de las columnas de planta baja.



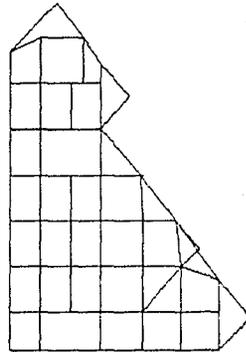
isométrico



proyección sobre el plano X



proyección sobre el plano Y



proyección sobre el plano Z

6.1 Características de la estructura.

Se trata de una estructura que se encuentra en el centro de la Ciudad de México.

Esta estructura se calculó hace aproximadamente 28 años utilizando un modelo de marcos planos. Cabe destacar que los planos elaborados son de buena calidad y reflejan un trabajo de primera línea.

La estructura cuenta con 14 niveles además de un sótano. La planta baja tiene una forma semejante a la de un triángulo rectángulo. Conforme se eleva la estructura se recorta la planta de cada nivel, de tal forma que los niveles 7 a 13 asemejan a un rectángulo, y el nivel 14 está constituido por la caseta de elevadores.

Se observa la irregularidad en planta y en elevación, por lo que son de esperarse modos de torsión en el análisis dinámico.

Se empleó un cajón de cimentación, desplantado sobre 402 pilotes de concreto de 7.5 m de longitud.

La estructura es de concreto reforzado y estaba destinada a estacionamiento, por lo que no se consideraron cargas de muros.

6.2 Modelos Generados.

Se realizaron tres tipos de modelos

1. **Estructura empotrada.** Este modelo considera todas las columnas empotradas en la cimentación.

Se generó un archivo identificado como *empotr*, que considera únicamente la carga muerta.

2. **Estructura con base rígida y sobre resortes.** Las constantes de los resortes de este modelo se obtuvieron con un programa desarrollado a partir de la teoría de Poulos (ref.9).

Debido a que el número de pilotes excedía la capacidad de dicho programa se sustituyó cada conjunto de 9 pilotes por uno equivalente, según una recomendación de Poulos (Ref.[14],p.129) sugiriendo la sustitución de un grupo por un pilote atendiendo a alguno de los siguientes criterios: 1.Obtener un pilote de área igual a la del grupo y de una longitud equivalente. 2.Obtener un pilote de igual longitud que el grupo, pero tendiendo un diámetro equivalente. Poulos proporciona graficas para sustituir grupos cuadrados de hasat 25 pilotes.

Se generaron dos archivos:

-*RigPil(2)*. Considera la carga viva y muerta.

-*RigPil(1)*. Considera únicamente la carga muerta.

Además se generó este modelo utilizando las constante proporcionas por el RCDF-87.

Debido a que se utilizaron 2 pares de resortes para considerar la rigidez a volteo y otros 2 resortes para considerar la rigidez a desplazamiento lateral de la estructura, para poder ligarlos a la estructura, se crearon unas trabes muy rigidez que unen la base de las columnas con el centroide geométrico de la cimentación y los resortes se conectaron a u vez a este punto mediante trabes rígidas. Se colocaron los resortes en la dirección de los ejes principales de la cimentación.

Se le agregó a los resortes para considerar el desplazamiento lateral el efecto del embebimiento del cajón de la cimentación en el suelo, según recomendación de Wolf.

3. **Estructura con base flexible sobre medio elástico.** Este modelo se realizó colocando en la base una cama de resortes con una rigidez calculada en base a una deformación supuesta del terreno, y se consideraron las contratraves de la cimentación.

Se generaron dos archivos:

-*FleRes(2)*. Considera la carga viva y muerta.

-*FleRes(1)*. Considera únicamente la carga muerta.

Para calcular la constantes de los resortes se supuso una deformación estática de 5 cms. de los 38 resortes que se consideraron. Utilizando el peso de la estructura (8334 ton) y el módulo de elasticidad de los resortes, se obtuvo la sección de los resortes mediante

$$\delta = \frac{PL}{AE}$$

6.3 Análisis Estático.

Se realizó el análisis estático de la estructura bajo carga vertical, con el objeto de generar la matriz de rigideces que se utilizó posteriormente en el dinámico.

Se empleó el programa ATL88 (ref.[10]).

Debido a las características de irregularidad de la estructura, se modeló con el empleo de un programa para generar marcos planos. Se modeló por plantas. Posteriormente se ensambló toda la estructura en un solo archivo con la información en las tres dimensiones.

El modelo se introdujo al ordenador con la ayuda de los programas GEMA, GENTU y COATL. (ref.10), que permiten generar cada planta por separado y luego acoplarlas junto con las columnas. El tiempo de captura fue de aproximadamente 25 horas hombre

La losa se modeló incrementando la rigidez alrededor del plano vertical de las trabes para simular su efecto de diafragma en el análisis dinámico.

En cuanto a los materiales, en el plano se especificó un $f'c$ del concreto de 250 kg/cm^2 . Se consideró un módulo de elasticidad de $E = 14000 \sqrt{250} = 221000 \text{ kg/cm}^2$.

Para las cargas se tomaron en cuenta dos condiciones, la primera considerando que la estructura se encontraba con la carga viva especificada por el reglamento y la segunda, suponiendo que solo actuaba la carga muerta.

Para el modelo a base de pilotes, utilizando la teoría de Poulos, hubo que disminuir su número, por saturar el programa empleado. El número de pilotes de la estructura es de 402 y se disminuyó a 51 pilotes, en base a una recomendación de Poulos para hallar un pilote equivalente a un grupo. Con esto se reemplazó cada grupo de 9 pilotes por uno equivalente. Los pilotes individuales son de 7.5 m de largo y 0.30m de diámetro; el pilote equivalente quedó de 5.83m de largo y de 4.06m de diámetro.

A la rigidez horizontal calculada con el programa de Poulos se le sumó una rigidez adicional por efecto del embebimiento del cajón de la cimentación, según expresión aportada por Wolf.

La rigidez angular de la cimentación se consideró mediante dos resortes separados una distancia de 10m, unidos mediante un elemento muy rígido. No se tuvo en cuenta la rigidez vertical de la cimentación, por lo que se restringió a movimiento vertical la cimentación.

Se consideró la rigidez horizontal mediante unos resortes conectados al centroide de la cimentación.

6.4 Análisis Dinámico.

Para este análisis se consideraron cuatro cargas dinámicas: 2 en las direcciones X y Y globales (paralelos a los dos lados de la planta que forman ángulo recto) y 2 en las direcciones de los ejes principales de la planta baja.

A continuación se resumen los resultados de los análisis; se aclara que no se consideró reducción por ductilidad en los elementos mecánicos.

RESULTADOS

	empotr(1) empotrado 1/2 masa	RigPil(2) Poulos 1 masa	RigPil(1) Poulos 1/2 masa	RigPil(1) RCDF87 1/2 masa	FleRes(1) resortes 1/2 masa	FleRes(1) resortes muy flex.
PERIODOS (seg)						
carga 1						
modo 1	1.15	1.69	1.22	1.30	1.69	4.20
2	1.06	1.56	1.13	1.20	1.60	3.10
3	0.64	0.89	0.82	0.70	1.29	1.90
4	0.40	0.58	0.41	0.41	0.62	0.93
carga 2						
modo 1	1.15	1.69	1.22	1.30	1.69	4.20
2	1.04	1.55	1.13	1.20	1.59	3.10
3	0.91	1.29	0.92	0.92	1.33	1.90
4	0.45	0.64	0.45	0.46	0.66	0.59
carga 3						
modo 1	1.15	1.69	1.22	1.30	1.69	4.20
2	1.06	1.56	1.13	1.20	1.60	3.10
3	0.91	1.29	0.91	0.92	1.33	1.90
4	0.42	0.60	0.43	0.43	0.62	0.89
carga 4						
modo 1	1.15	1.69	1.22	1.30	1.69	4.20
2	1.06	1.56	1.13	1.20	1.60	3.10
3	0.91	1.29	0.92	0.92	1.33	1.90
4	0.44	0.63	0.45	0.45	0.66	0.61

empotr(1) empotrado 1/2 masa	RigPil(2) Poulos 1 masa	RigPil(1) Poulos 1/2 masa	RigPil(1) RCDF87 1/2 masa	FleRes(1) resortes 1/2 masa	FleRes(1) resortes muy flex.
------------------------------------	-------------------------------	---------------------------------	---------------------------------	-----------------------------------	------------------------------------

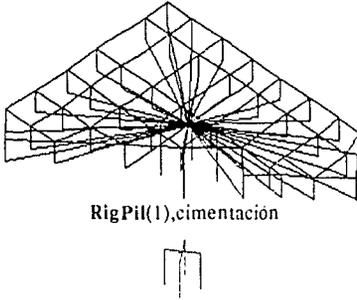
DESPLAZAMIENTOS (m)

sot. x	0	0.00424	0.0039	0
y	0	0.00028	0.0016	0
z	0	0.00082	0.0025	0.00176
niv.1 x	0.0230	0.03129	0.03367	0.05290
y	0.0020	0.00258	0.01543	0.00609
z	0.0002	0.00061	0.00254	0.00136
niv.11 x	0.1498	0.17450	0.1848	0.33080
y	0.0131	0.01474	0.0890	0.04077
z	0.0004	0.00042	0.0027	0.00099
niv.12 x	0.1600	0.18630	0.1980	0.354
y	0.0140	0.01644	0.0970	0.043
z	0.0010	0.00263	0.0038	0.001

MOMENTOS (ton-m)

sot. Mx	13.93	14.28	79.38	37.84
My	248.17	256.60	233.08	576.92
PB. Mx	10.86	11.04	60.80	32.91
My	172.48	176.82	160.40	353.19
niv. 1 Mx	9.92	10.05	56.32	29.34
My	135.8	138.49	125.29	280.90
niv.12 Mx	1.71	1.74	10.51	6.39
My	31.08	31.75	29.53	71.81

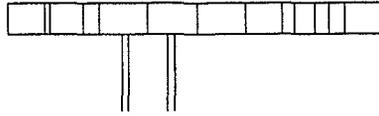
Archivo RigPil. Modelo de base rígida y 4 resortes en la base



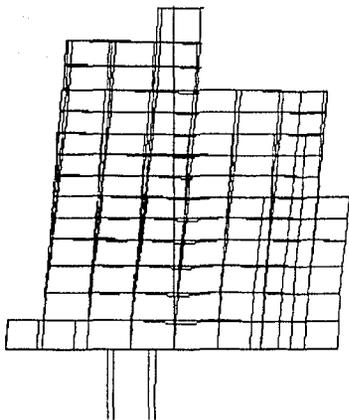
RigPil(1), cimentación



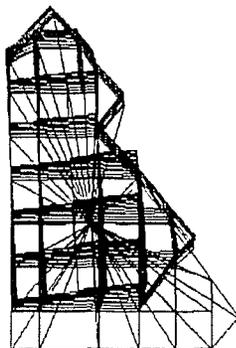
RigPil(1), cimentación



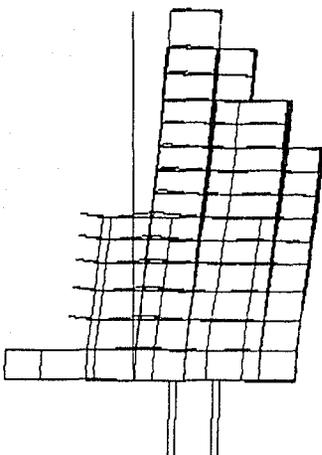
RigPil(1), cimentación



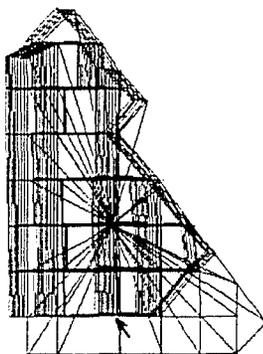
RigPii(2),modo 1, plano x



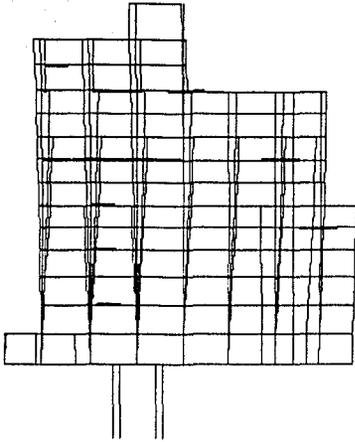
RigPii(2),modo 1, plano z



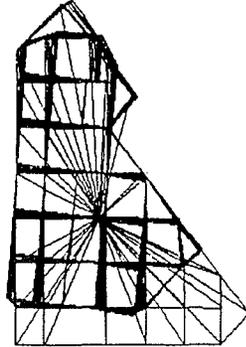
RigPii(2),modo 2, plano y



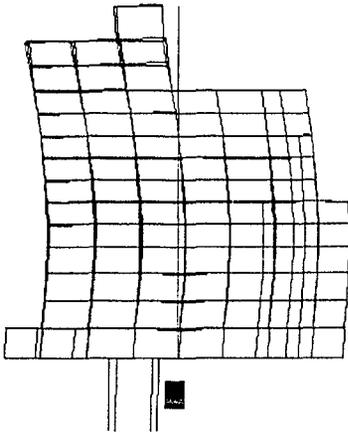
RigPii(2),modo 2, plano z



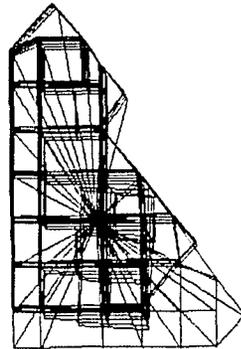
RigPil(2),modo 3, plano x



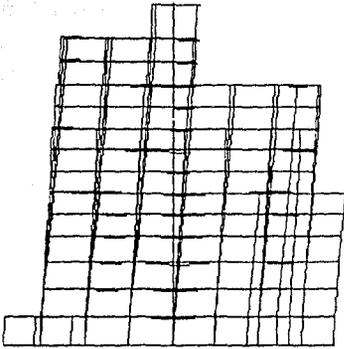
RigPil(2),modo 3, plano z



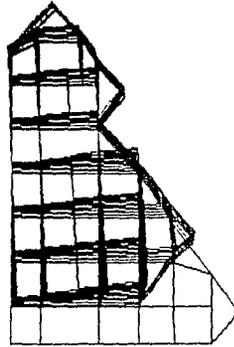
RigPil(2),modo 4, plano x
Archivo Empotr(1). Columnas empotradas



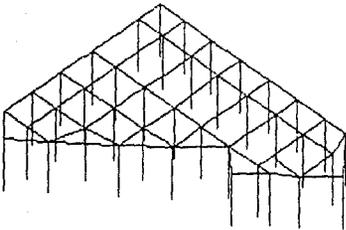
RigPil(2),modo 4, plano z



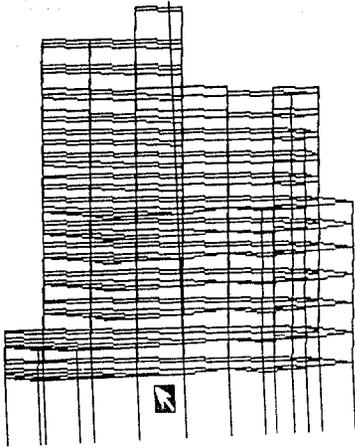
empotr(1),modo 1, plano x
Archivo FleRes(2). Resortes bajo las columnas



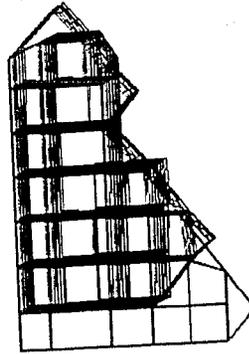
empotr(1),modo 1, plano z



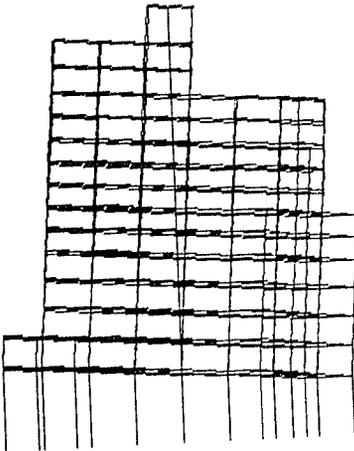
FleRes(2),cimentación



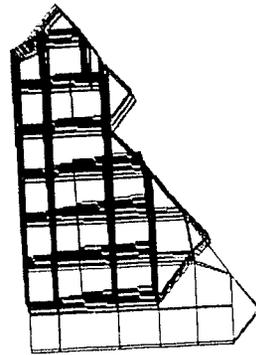
FleRes(2),modo 1, plano x



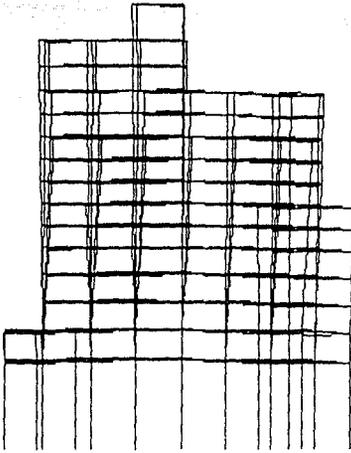
FleRes(2),modo 1, plano z



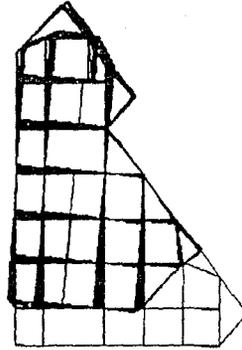
FleRes(2),modo 2, plano x



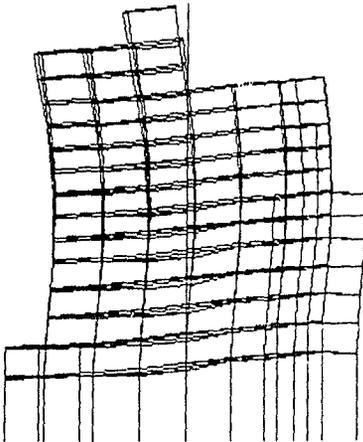
FleRes(2),modo 2, plano z



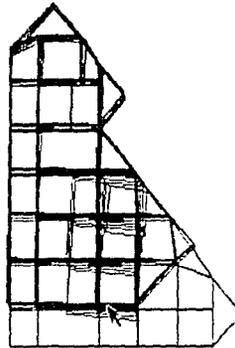
FleRes(2), modo 3, plano x



FleRes(2), modo 3, plano z



FleRes(2), modo 4, plano x



FleRes(2), modo 4, plano z

6.5 Conclusiones sobre el ejemplo.

Lo primero que se busca al incluir el efecto de interacción es una mayor precisión en el cálculo de las características dinámicas de la estructura, y a partir de esto, un cálculo más realista de elementos mecánicos.

En el ejemplo tratado, la variación en periodos de la estructura empotrada y de la estructura con el efecto de interacción fue mínimo; sin embargo, resaltó la gran importancia que tiene la manera de acoplar la cimentación a la estructura, lo cual se nota en la diferencia en los elementos mecánicos en la base.

El empleo de resortes, podría conducir a resultados aceptables, pero como todo modelo aproximado, se requiere calibrarlo. Para este caso se hubiera requerido realizar unas corridas más con el objeto de llegar a una deformación en el suelo razonable.

Resaltó la gran diferencia que existe en los elementos mecánicos en las columnas de la base, por lo que la forma de conectar el sistema del suelo a la estructura debe ser considerada como un punto importante.

7 Conclusiones

1. A lo largo de la tesis se ha realizado una revisión de algunos procedimientos que podrían utilizarse en los despachos de cálculo para incluir el efecto de la interacción suelo-estructura en el análisis sísmico.

Debido al progreso que ha habido en el equipo de cómputo, y a que éste se ha convertido en una herramienta usual en los despachos de cálculo, se ha logrado trabajar con modelos cada vez más precisos.

Es así como observamos un desarrollo a partir de métodos iterativos como los de Cross, Kani, etc, hasta el empleo diario de matrices de rigideces, que aunque se desarrolló con anterioridad, su empleo se dificultaba por la falta de una herramienta que hiciera práctico su uso.

Actualmente es posible incluir, dentro de este modelo, el efecto de interacción suelo-estructura, ya que se cuenta con el equipo en los despachos. Sólo se requiere un modelo relativamente simple, que pueda ser utilizado sin que influya de una manera significativa en el costo de proyecto y tiempo de desarrollo.

2. En el primer capítulo se transcribió una semblanza histórica del desarrollo del campo. Resaltan los intentos por incluir el efecto bajo tres tipos de modelos: a) inclusión mediante un modelo estático, b) métodos que resuelven el problema completo de valores frontera y c) métodos aproximados para cimentaciones de cualquier forma.

El primer tipo resalta por su extrema facilidad, siendo en la actualidad muy socorrido y para muchos casos una solución aceptable.

El hablar de métodos que resuelven el problema completo es hablar de modelos simples y de números complejos. La investigación en esta área provee de bases para la implementación de otros métodos o la revisión de éstos; sin embargo se encuentran aún fuera del alcance de los despachos pues involucran un gran consumo de recursos.

3. El modelo de Luco representa un ejemplo de como considerar el efecto suelo-estructura. Sus resultados los compara contra mediciones y además cuenta con una historia del comportamiento de la estructura que estudio.

Entre sus ventajas está el dividir el desplazamiento de la estructura en tres componentes: un desplazamiento de la estructura como cuerpo rígido, una rotación de la misma y la deformación por efecto de la carga lateral.

Generalmente solo se toma en cuenta el último, pues se considera que solo ese produce esfuerzos en la estructura; sin embargo, debido a las fuerzas de inercia, los primeros dos también pueden provocar esfuerzos, sobre todo en los pisos superiores.

Además, para considerar una separación segura entre la estructura en estudio y las adyacentes, los dos primeros desplazamientos deben tomarse en cuenta.

Sin embargo, para llevarlo a un nivel práctico deben determinarse las propiedades del suelo y de amortiguamiento de la estructura. Luco partió de una estructura existente y que fue vibrada, en un proyecto se parte de unas propiedades del suelo, algunas veces conocidas, y de una estructura inexistente. El otro inconveniente es el trabajo con matrices de impedancia en lugar de rigideces.

Luco considera además una cimentación rígida.

Existe evidencia experimental de que durante el movimiento de rotación de la estructura, considerado por Luco como de cuerpo rígido, presenta una deformación por efecto de la inercia de los pisos superiores, que provoca que los desplazamientos no sean proporcionales a la altura.

4. La recopilación que realiza Wolf en sus dos libros resulta notable. Expone diferentes tópicos sobre la solución del problema. Realiza un planteamiento global del método de interacción y abre las puertas a la subestructuración del modelo. Esto permite el considerar por separado la estructura de la cimentación y el unir los efectos modificando los resultados ya obtenidos.

También expone como considerar, en forma teórica, una cimentación flexible, pero resalta como se multiplica la complejidad con respecto a una rígida, a tal grado que subestructurar la estructura resulta tan complejo como considerarla como un todo.

Dentro de uno de sus planteamientos, al igual que Luco, divide el movimiento total en dos tipos de interacción, la cinemática y la inercial. Dentro de la primera considera una estructura sin masa y obtiene un movimiento de cuerpo rígido. En la segunda considera el resultado del desplazamiento de la estructura de cuerpo rígido y toma en cuenta la masa de la estructura.

Dentro de su modelo hace intervenir las matrices de rigidez del suelo, que obtiene a partir de las ecuaciones de las ondas P y S. Cabe notar que dichas ecuaciones las formula en el plano, para lo cual descompone la onda S en una componente contenida en el plano de la onda P y una en un plano ortogonal. Con esto resultan dos tipos de matrices.

El efecto de las ondas de Rayleigh, que aparentemente contribuyen de una manera notable en la interacción, no es considerado en estas matrices, aunque realiza una exposición acerca de este tipo de onda.

El amortiguamiento del suelo y de la estructura juegan un papel importante dentro de este modelo. Por un lado se justifica dentro de un criterio de mayor acercamiento a la realidad el considerarlo, por otro lado involucra el conocer dicho amortiguamiento y mayor capacidad en el equipo, pues se introducen números complejos.

En el valle de México se han medido valores de amortiguamiento de alrededor del 5%, lo cual podría considerarse similar al de estructuras de concreto reforzado y simplificar en cierta forma el modelo.

El mayor problema que surge de la aplicación de este modelo es que, como está planteado, se requiere un espectro de entrada. La idea del empleo de un espectro de sitio es que se consigue un alto grado de simplicidad. Utilizar espectros requiere primeramente seleccionar los apropiados para el lugar y conseguirlos, los cuales no siempre están al alcance de un despacho y requiere un análisis más costoso en tiempo y recursos, lo cual hace al método impráctico actualmente para problemas urbanos comunes.

Esto sin embargo no va en demérito de lo expuesto por Wolf, tanto su planteamiento en el dominio de la frecuencia y en el del tiempo muestran que existe en el medio un interés por la interacción que ha logrado un desarrollo notable en poco tiempo, por lo cual no es para sorprenderse que en un corto periodo se disponga de una herramienta fina y asequible para considerarla.

5. También ha habido progresos en el modelo de la superestructura, al grado que es posible considerar modelos inelásticos, la formación de articulaciones plásticas, etc. Se optó por utilizar un modelo elástico lineal porque es lo que se emplea en el medio. Resulta interesante, pues, el completar este modelo con el efecto de interacción.

6. Como el modelo a implementar se consideró una cimentación rígida unida a unos resortes que consideran el suelo.

Este, que es un modelo muy simple, puede dar resultados aceptables siempre y cuando las constantes de los resortes estén calibradas.

De hecho, dichas constantes surgen de considerar otro tipo de efectos como interacción entre pilotes (Poulos), el embebimiento de la cimentación en el suelo, etc.

Existen, dentro de este modelo, algunas variaciones como el empleo de una masa en el suelo y de amortiguadores. En estos casos, tal vez es mejor modificar las constantes de los resortes. El considerar el amortiguamiento dentro de este modelo, es posible de una forma no costosa, mediante el uso del amortiguamiento proporcional.

El RCDF-87 considera dentro de su capítulo de interacción un modelo a base de resortes.

Se concluye en la importancia del cálculo de las constantes de estos resortes pues dependen de muchos factores, tales como el tipo de la cimentación, la profundidad de ésta, la estratificación del suelo y las características de éste, la interacción entre pilotes, el amortiguamiento, los desplazamientos y frecuencias esperadas, etc.

7. El modelo proporcionado por Poulos resulta en un programa simple que puede ser empleado para introducir a manera de resortes el efecto de interacción en el caso de cimentaciones con pilotes.

8. Un punto importante en el empleo de resortes es la manera en que se unen a la superestructura, ya que como se hizo notar, pueden existir diferencias apreciables en los elementos mecánicos de los elementos de la base, aunque los periodos no sufran mayor alteración.

9. A pesar de que los análisis rigurosos en el dominio de la frecuencia son más accesibles que los del dominio del tiempo, se encuentran aún fuera del alcance del medio, por varias razones, tales como la falta de programas adecuados y el requerir mayor capacidad.

Sería deseable un análisis en el dominio del tiempo, pero los análisis paso a paso resultan aún muy costosos para estructuras comunes y consumen un tiempo valioso que podría dedicarse al detallado de la estructura.

8 Referencias

1. Luco, J.E., Wong, H.L., Trifunac, M.D. (1986). "Soil-Structure Interaction Effects on Forced Vibration Tests". Department of Civil Engineering. University of Southern California. Report 86-05.
2. Rodriguez Cuevas, Neftali. "Medición de propiedades dinámicas de estructuras esbeltas para análisis de estabilidad contra volteo". Congreso Nacional de Ingeniería Estructural. Puebla. Ponencia magistral. pp 1-47. 1988
3. Wolf, John P. . "Dynamic Soil-Structure Interaction". Prentice Hall. ISBN 0-13-221565-9 01. 1985
4. Dowrick, D.J., "Diseño de estructuras resistentes a sismos". LIMUSA. ISBN 968-18-1627-7. 1984.
5. Richart, F.E., Woods, R.D., Hall, J.R., "Vibrations of Soils and Foundations". Prentice Hall. ISBN 13-941716. 1970
6. Wolf, John P. . "Soil-Structure Interaction Analysis in Time Domain". Prentice Hall. ISBN 0-13-822974-0. 1988
7. Jaime Paredes, Alberto. "Características Dinámicas de la Arcilla del Valle de México". Tesis Doctoral. DEPEI UNAM. Nov.1987.
8. Imbert, J.F., "A Survey of Current Capability for Dynamic Analysis of Complex Structures". Centre National d'Etudes Spatiales, Toulouse France.
9. Rodriguez Cuevas, Neftali. "Estabilidad de Estructuras Esbeltas". XII Reunión Nacional de Mecánica de Suelos. Querétaro, Qro. 198 pp.
10. Investigación de Operaciones e Ingeniería de Sistemas S.A. (IOISSA). Programas para análisis estático y dinámico.
11. Mansour Ghaffar Zadeh. "Frequency independent impedances of soil-structure systems in horizontal and rocking modes". Earthquake engineering and structural dynamics. Vol.II pp.523,540. 1983
12. R.D. Henshell and J.H. Ong. "Automatic Masters for eigenvalue economization", Earthquake engineering and structural dynamics, Vol.3 pp. 375-383. 1975
13. Bahram Nour Omid et al., "Lanczos versus subspace iteration for solution of eigenvalue problems". Report No. UCB/SESM 80/08 Department of Civil Engineering, University of California, Berkeley California, nov.1980.
14. Poulos H.G. y Davis E.H. "Pile Foundation Analysis and Design". John Wiley, Nueva York, 1980.
15. Chowdhury, P.C. "The Truncated Lanczos Algorithm for Partial Solution of the Symmetric Eigenproblem". Computers and Structures. Vol 6. pp 439 446, 1975.
16. Wilson Edward. "New approaches for the dynamic analysis of large structural systems". College of engineering. University of California, Report No. UCB/EERC-82/04. Berkeley California, June.1982.