



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA
DE MEXICO

FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES
CUAUTITLAN

DISEÑO Y CONSTRUCCION DE UN MODELO DE UN
AUTO ELECTRICO PARA DETERMINAR SU
COEFICIENTE DE ARRASTRE

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE
INGENIERO MECANICO ELECTRICISTA

P R E S E N T A :

HUGO FRANCISCO GALVAN GARCIA

DIRECTOR DE TESIS: ING. JOSE ANTONIO SANCHEZ GUTIERREZ

CUAUTITLAN IZCALLI, EDO. DE MEX.

1996.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

TESIS

COMPLETA



UNIVERSIDAD NACIONAL
AVENIDA DE
MEXICO

FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES CUAUTITLAN
UNIDAD DE LA ADMINISTRACION ESCOLAR
DEPARTAMENTO DE EXAMENES PROFESIONALES

C. N. A. M.
FACULTAD DE ESTUDIOS
SUPERIORES - CUAUTITLAN

ASUNTO: VOTOS APROBATORIOS.

DR. JAIME KELLER TORRES
DIRECTOR DE LA FES-CUAUTITLAN
P R E S E N T E .

AT'N: Ing. Rafael Rodríguez Ceballos
Jefe del Departamento de Exámenes
Profesionales de la F.E.S. - C.

Con base en el art. 28 del Reglamento General de Exámenes, nos permitimos comunicar a usted que revisamos la TESIS TITULADA:
"Diseño y construcción de un modelo de un auto eléctrico para determinar su Coeficiente de Arrastre".

que presenta el pasante Hugo Francisco Galván García
con número de cuenta: 8832273-3 para obtener el TITULO de:
Ingeniero Mecánico Electricista.

Considerando que dicha tesis reúne los requisitos necesarios para ser discutida en el EXAMEN PROFESIONAL correspondiente, otorgamos nuestro VOTO APROBATORIO.

A T E N T A M E N T E .
"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"
Cuautitlán Izcalli, Edo. de Méx., a 11 de agosto de 1996.

PRESIDENTE	Ing. Filiberto Leyva Piña	
VOCAL	Ing. José Antonio Sánchez Gutiérrez	
SECRETARIO	Ing. Daniel Bonilla Sapién	
PRIMER SUPLENTE	Ing. Emilio Juárez Martínez	
SEGUNDO SUPLENTE	Ing. Bernardo Muñoz Martínez	

UAE/DEP/VAP/02

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**

AGRADECIMIENTOS

Primero que a nadie quiero darle las gracias a Dios por darme todo lo que tengo y por enseñarme lo que es el amor.

A mis padres Lourdes y Francisco por ser mi soporte en las buenas y las malas, por darme la vida y enseñarme con el ejemplo a nunca rendirme.

A mis hermanos por aguantar mi mal humor y las desveladas.

A mis amigos que fueron más que eso porque me dieron su apoyo y su tiempo sin pedir nada a cambio.

A mis profesores que pusieron el empeño necesario para que pudiera entender todos los conocimientos que tengo. Enseñar es un arte y ahora que he dado clases los valoro y admiro más

A la Universidad Nacional Autónoma de México por ser como una madre cariñosa que me recibió siempre con los brazos abiertos y en donde aprendí a madurar desde la prepa hasta el día de mi examen profesional.

A mis enemigos por ponerme obstáculos y hacerme ver que el mundo no es color de rosa y darme el ejemplo de lo que no debo ser.

En especial quiero darle las gracias a todas las personas que de alguna manera tuvieron que ver en mi formación profesional y como hombre: Edith Zepeda, Paty, Gaby, Tere, Vero, Rosy, Chio, Mayra, Güera, Victor, Isaac, Ray, Memo, Dinky, Rodolfo, Enrique, Julio, Arturo, Edgar, Toño, Pepe, Oscar, Poncho, Foscarr, Mauricio, Bacho, Vic Tracy, Beto, Lobito, Charly, Ernesto.

De igual modo a todos los ingenieros de la F.E.S. Cuautitlán y amigos que compartimos varios momentos agradables y no tan agradables trabajando con una misma meta: Ing. Agapito Rodríguez, Ing. José Antonio Sánchez, Ing. Alejandro Martínez, Ing. Emilio Juárez, Ing. Filiberto Leyva, Ing. Eduardo Cobarrubias, Ing. Daniel Bonilla, Ing. José Antonio López, Ing. Alfonso Rodríguez, Ing. Ramón Osorio, Ing. Alfonso Ramos, Ing. Blanca de la Peña, Rafael Romero, Ing. Oscar Carmona, Ing. Oswaldo Muñoz, Juan Tapia, Ing. Pedro Guzmán, Eduardo García.

INDICE

	PÁGINA
NOMENCLATURA	6
CAPÍTULO UNO:	
Introducción	8
CAPÍTULO DOS: FLUIDOS	10
2.1 Unidades Básicas	10
2.2 Propiedades de los Fluidos	11
2.2.1 Definición de fluido	11
2.2.2 Densidad absoluta	11
2.2.3 Peso específico	11
2.2.4 Densidad relativa	12
2.2.5 Volumen específico	12
2.2.6 Compresibilidad	12
2.2.7 Viscosidad absoluta o dinámica	13
2.2.8 Viscosidad relativa o cinemática	17
2.2.9 Tensión superficial	18
2.3 El fluido como continuo	20
CAPÍTULO TRES: FUNDAMENTOS DE MECÁNICA DE FLUIDOS	21
3.1 Fluidos estáticos	21
3.1.1 Presión	21
3.1.2 Variación de la presión con la elevación	22
3.2 Fluidos en movimiento	25
3.2.1 Descripción y clasificación de los movimientos de un fluido	25
3.2.2 Visualización de la velocidad y del flujo	26
3.2.3 Gasto	34
3.2.4 Aceleración	36
3.2.5 Concepto de volumen de control	38
3.2.6 Ecuación de Continuidad	42
3.2.7 Rotación y vorticidad	44
3.3 Variación de la presión en flujos de fluidos	48
3.3.1 Causas básicas de la variación de presión en el flujo de un fluido	48
3.3.2 Ecuación de Bernoulli	50
3.3.3 Aplicación de la ecuación de Bernoulli	51
3.3.4 Separación (desprendimiento) y su efecto en la variación de presión	53
3.4 Principio de cantidad de movimiento	56
3.4.1 Ecuación de cantidad de movimiento	56
CAPÍTULO CUATRO: ANÁLISIS DIMENSIONAL Y SEMEJANZA	59
4.1 Necesidad del análisis dimensional	59
4.2 Dimensiones y ecuaciones	61
4.3 Teorema II de Buckingham	62
4.4 Procedimiento detallado para el empleo del teorema II de Buckingham	63
4.4.1 Selección de parámetros	63
4.4.2 Procedimiento para determinar los parámetros	63
4.5 Números Adimensionales	66
4.5.1 Número de Reynolds	66
4.5.2 Número de Mach	67

	PÁGINA
4.5.3 Número de Froude	68
4.5.4 Número de Euler	68
4.5.5 Número de Weber	69
4.6 Semejanza	69
4.6.1 Alcance de la semejanza	69
4.6.2 Semejanza geométrica	70
4.6.3 Semejanza dinámica	71
4.7 Ensayos de modelos en flujos donde no hay efectos por las superficies libres	74
4.8 Significado del coeficiente de presión	76
CAPÍTULO CINCO: RESISTENCIA AL AVANCE Y SUSTENTACIÓN	77
5.1 Resistencia superficial	77
5.1.1 Descripción cualitativa de la capa límite	77
5.1.2 Relaciones cuantitativas en la capa límite laminar	79
5.2 Consideraciones básicas sobre resistencia al avance y sustentación	83
5.3 Resistencia al avance de los cuerpos bidimensionales	86
5.3.1 Resistencia de una placa delgada	86
5.3.2 Coeficientes de resistencia al avance de varios cuerpos bidimensionales	89
5.3.3 Análisis del C_D de los cuerpos bidimensionales	90
5.3.4 Formación de vórtices o torbellinos en cuerpos cilíndricos	92
5.3.5 Efecto de fuselación o ahusamiento	94
5.3.6 Resistencia aerodinámica de cuerpos con simetría axial y tridimensionales	96
5.4 Sustentación o fuerza ascensional	96
5.4.1 Circulación	96
5.4.2 Combinación de una circulación y un flujo uniforme alrededor de un cilindro	97
5.4.3 Sustentación de un ala	99
5.5 Resistencia y sustentación de vehículos terrestres	101
CAPÍTULO SEIS: DISEÑO	103
6.1 Introducción	103
6.2 El proceso del diseño	103
6.2.1 Planteamiento y estructuración del problema	103
6.2.2 Soluciones del problema	104
6.2.3 Valoración de las soluciones del problema	105
6.2.4 Realización de la solución del problema	105
6.3 Presentación del proyecto	105
6.3.1 Estructuración del problema	105
6.3.2 Hipótesis de solución al problema	107
6.3.3 Anexo	126
CAPÍTULO SIETE: CONSTRUCCIÓN DEL MODELO	129
7.1 Modelado	129
7.1.1 El árbol	129
7.1.2 Tipos de madera	131
7.1.3 Herramientas para desbastar y tallar	133
7.1.4 Sujeción de la madera	136

	PÁGINA
7.1.5 Corte de la madera sobrante	136
7.1.6 Talla	137
7.1.7 Ensamble de maderas con taquetes	137
7.1.8 Tratamiento de superficies	138
7.1.9 Seguridad	139
7.2 Modelo	139
CAPÍTULO OCHO: DETERMINACIÓN DEL COEFICIENTE DE ARRASTRE	141
8.1 Introducción	141
8.1.1 Investigación Experimental	141
8.1.2 Definición de términos	141
8.1.3 Planeación de experimentos	142
8.2 Equipos e instrumentos	143
8.2.1 Túnel de Viento	145
8.2.2 Balanza de Tres Componentes	148
8.3 Procedimiento	151
8.3.1 Aplicación del teorema de cantidad de movimiento	151
8.3.2 Determinación de F_D y F_L	159
8.4 Tabla de datos	163
8.5 Fórmulas y Cálculos	164
8.5.1 Cálculo del Coeficiente de Arrastre C_D	164
8.5.2 Cálculo del número de Reynolds	172
8.5.3 Cálculo del coeficiente de sustentación C_L	173
8.5.4 Cálculo de la velocidad del prototipo	174
8.6 Tabla de resultados	176
8.7 Gráficas	177
CAPÍTULO NUEVE: VISUALIZACIÓN DE LAS LÍNEAS DE TRAYECTORIA	181
9.1 Introducción	181
9.2 Acabado superficial del modelo	181
9.3 Canal de Visualización de Flujo Gilkes	182
9.3.1 Aplicaciones experimentales del canal	184
9.3.2 Experimentos de visualización del flujo	184
9.3.3 Otras aplicaciones didácticas	186
9.3.4 Mantenimiento	186
9.4 Procedimiento	187
9.4.1 Primer Prueba	187
9.4.2 Construcción de una lámpara adecuada	187
9.4.3 Prueba final	189
9.5 Secuencia fotográfica	191
CAPÍTULO DIEZ: CONCLUSIONES	196
CAPÍTULO ONCE: BIBLIOGRAFÍA	198

NOMENCLATURA

f	=	Función.
α	=	Ángulo de ataque de un ala de avión.
α	=	Medida angular.
β	=	Prop. intensiva correspondiente a la Prop. Exten. Gral.
γ	=	Peso específico.
Γ	=	Circulación.
γ_{air}	=	Peso específico del aire.
γ_{H_2O}	=	Peso específico del agua.
δ	=	Espesor de la capa límite.
Δh	=	Carga dinámica en el túnel de viento.
Δp	=	Diferencia de presión.
θ	=	Medida angular.
μ	=	Viscosidad absoluta o dinámica.
ν	=	Viscosidad cinemática o viscosidad relativa.
ν_{air}	=	Viscosidad cinemática del aire.
Π_{air}	=	Parámetro adimensional independiente.
ρ	=	Densidad absoluta.
ρ_{air}	=	Densidad del aire.
ρ_{H_2O}	=	Densidad del agua.
σ	=	Tensión superficial.
τ	=	Esfuerzo viscoso.
τ_0	=	Esfuerzo cortante en la capa límite.
v	=	Volumen específico.
ω	=	Velocidad angular.
Ω	=	Vector vorticidad.
a	=	Aceleración.
A	=	Vector área.
A	=	Área.
a_n	=	Aceleración normal.
A_p	=	Área proyectada de un cuerpo.
a_t	=	Aceleración tangencial.
B	=	Propiedad extensiva general.
B	=	Ancho de una placa.
c	=	Velocidad local del sonido.
C_D	=	Coefficiente de resistencia al avance o de arrastre.
C_x, C_f	=	Coefficientes de esfuerzo cortante.
C_L	=	Coefficiente de sustentación.
C_p	=	Coefficiente de presión.
D	=	Diámetro.
D_{eq}	=	Diámetro equivalente.
E	=	Módulo de elasticidad volumétrica.
Eu	=	Número de Euler.
F	=	Fuerza.
F_s	=	Fuerzas de cuerpo.
F_D	=	Fuerza de arrastre.
F_L	=	Fuerza de sustentación.
F_p	=	Fuerza de presión.
Fr	=	Número de Froude.
F_s	=	Fuerzas de superficie.
F_x	=	Componente de fuerzas en la dirección x.

F_y	=	Componente de fuerzas en la dirección y.
F_z	=	Componente de fuerzas en la dirección z.
g	=	Aceleración debida a la gravedad.
h	=	Carga medida en un manómetro de columna.
h_{par}	=	Columna medida en el barómetro.
i	=	Vector unitario en la dirección x.
j	=	Vector unitario en la dirección y.
k	=	Vector unitario en la dirección z.
K	=	Grados Kelvin.
L	=	Longitud.
L_r	=	Escala.
m	=	Masa.
m	=	Metro.
M	=	Número de Mach.
m	=	Gasto másico.
n	=	Número de parámetros adimensionales.
n	=	Frecuencia de desprendimiento de vórtices.
N	=	Newton.
p	=	Presión.
p_0	=	Presión de la corriente libre.
P_{abs}	=	Presión absoluta.
P_{air}	=	Presión absoluta del aire.
P_{bar}	=	Presión barométrica.
P_{est}	=	Presión estática.
Q	=	Gasto volumétrico.
r	=	Número de dimensiones primarias.
R_{air}	=	Constante particular del aire.
Re	=	Número de Reynolds.
Re_m	=	Número de Reynolds del modelo.
Re_p	=	Número de Reynolds del prototipo.
S	=	Superficie de planta.
S	=	Número de Strounhal.
t	=	Tiempo.
T_{AIR}	=	Temperatura del aire.
T_{Hg}	=	Temperatura del mercurio del barómetro.
u	=	Componente en la dirección x del vector velocidad.
U_0	=	Velocidad de la corriente antes de llegar a una placa.
v	=	Componente en la dirección y del vector velocidad.
V	=	Vector velocidad.
V	=	Velocidad.
V_0	=	Velocidad de la corriente libre o del fluido sin perturbar.
V_{0m}	=	Velocidad del modelo.
V_{0p}	=	Velocidad del prototipo.
V_L	=	Componente tangencial de la velocidad.
w	=	Componente en la dirección z del vector velocidad.
W	=	Número de Weber.
W	=	Peso.
x	=	Medida lineal.
y	=	Medida lineal.
z	=	Medida lineal.

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN

CAPÍTULO UNO:

INTRODUCCIÓN

La eficiencia de un animal o una máquina para desplazarse está en función de la energía que consume para transportar su propio peso a través de una distancia determinada. El hombre es considerado un ser eficiente para caminar pues sólo consume 0.75 calorías por gramo por kilómetro recorrido. Sin embargo, es fácil observar que su eficiencia es menor a la del caballo, el perro el salmón o el jet.

Sobre un vehículo el hombre reduce considerablemente el consumo de energía para trasladarse.

EL AUTO ELÉCTRICO

Alguna vez se dijo que el auto es una prolongación del hombre, le sirve, lo quiere, lo cuida y lo mejora de acuerdo con los tiempos. Primero debió adaptarlos para cruzar pantanos y pozos. Después, a la necesidad de llegar más rápido. Ahora, conquistada la velocidad, es necesario cuidar el aire ya contaminado por la combustión de los derivados del petróleo y crear posibles alternativas energéticas para el siglo que vendrá.

Estados Unidos -para ser más precisos California, que fue la pionera mundial con las leyes anticontaminantes- dió el ejemplo al establecer que a partir de 1998 todo constructor que desee vender coches en ese estado tendrá que ofrecer la versión eléctrica como condición indispensable, ya que junto al auto solar son los únicos medios viables de transporte incontaminante. Deberá, además, entregar como mínimo un 2% de sus vehículos con emisión cero (que no expulsa gases). La ley establece que en el año 2003, el 10% del parque automotor en ese estado deberá ser de contaminación cero. Esto representa más de doscientos mil autos de este tipo por año.

Sin embargo, los primeros autos diseñados para la nueva forma de propulsión comenzaron a aparecer en 1993.

Los motores, aunque siguen siendo muy mejorables en sus sistemas de control de tensión, no son en sí el problema que todavía retrasa la vigencia de estos vehículos. El principal problema estriba en el almacenaje y la recarga de energía que deben consumir esos motores para funcionar.

El significativo progreso en sistemas de propulsión eléctricos mediante baterías se ha observado en los últimos 15 años, notándose claramente en el diseño y construcción de vehículos híbridos eléctricos, teniendo un mejor desempeño, utilidad y aprovechamiento que la convencional máquina de combustión interna.

El progreso en las baterías de tracción para vehículos eléctricos ha sido menos significativo que para el motor y el controlador del motor. Algunas baterías probadas en estos vehículos tienen compuestos binarios tales como Hierro-Níquel (NiFe), Níquel-Cadmio (NiCd), Sulfuro de Sodio (NaS) y Zinc-Bromo (ZnBr) pero comercialmente se encuentra solo el ácido que las hace reaccionar. Se proporciona así la opción para que los vehículos eléctricos sean producidos en cualquier cantidad. Un buen número de vehículos eléctricos han sido construidos y probados usando los avances del desarrollo de la tecnología de los vehículos eléctricos desde 1980, estos vehículos han demostrado buen desempeño, logrando aceleraciones de 48 Km/hr en 10 segundos o menos y velocidades de hasta cien kilómetros por hora. Ha sido probado el desempeño de vehículos con motor eléctrico y de combustión interna trabajando en paralelo, discriminando la operación de cada uno, para recorridos citadinos se utiliza el motor eléctrico y para grandes viajes se utiliza el motor de propulsión por combustible químico, encontrándose satisfactorio el trabajo de estos híbridos.

Desde 1986 se llevan a cabo carreras de autos solares en diversas partes del mundo, siendo una de las más populares la de la universidad de Maryland en USA. En tal universidad los autos solares se construyen a escala para ser posteriormente probados en túneles de viento. Además para verificar el diseño se hacen pruebas computacionales de dinámica de fluidos y se trabaja con un modelo de escala real.

El departamento de energía de los EEUU. continua investigando las técnicas, requerimientos y viabilidad económica de carros eléctricos, asistidos por el usuario.

CAPÍTULO 2

FLUIDOS

CAPÍTULO DOS: FLUIDOS

2.1 UNIDADES BÁSICAS

Cada fluido posee ciertas características por medio de las cuales se puede descubrir su condición física. A tales características se les denomina *propiedades del fluido*, las cuales se expresan en términos de un número limitado de dimensiones básicas (longitud, masa o fuerza, tiempo y temperatura), y estas a su vez se cuantifican por unidades básicas. En este trabajo manejaremos unidades del SI (Sistema Internacional).

Sistema Internacional de Unidades (SI)

La unidad básica de temperatura en el sistema internacional es el grado Kelvin (K), y se define como cero al cero absoluto y 273.15 K al punto de congelación del agua. La escala Celsius (°C) se define como cero en el punto de congelación del agua. Por lo tanto la fórmula de conversión es:

$$K = 273^{\circ} + ^{\circ}C$$

Las unidades básicas de masa, longitud y tiempo en el sistema internacional son el kilogramo (Kg), metro (m) y segundo (s). La correspondiente unidad de fuerza se deriva de la segunda ley de Newton: la fuerza requerida para acelerar a 1 Kg a 1 m por segundo cuadrado se define como Newton (N).

La unidad de trabajo y energía en el sistema internacional es el Joule (J) la cual es un newton-metro (N·m). La unidad de potencia es el Watt (W) que es un joule por segundo.

Los prefijos utilizados en el sistema internacional para indicar múltiplos y submúltiplos son:

G (giga)	= 10^9
M (mega)	= 10^6
K (kilo)	= 10^3
c (centi)	= 10^{-2}
m (mili)	= 10^{-3}
μ (micro)	= 10^{-6}

2.2 PROPIEDADES DE LOS FLUIDOS

2.2.1 DEFINICIÓN DE FLUIDO

Fluido es aquella sustancia que, debido a su poca cohesión intermolecular, carece de forma propia y adopta la forma del recipiente que lo contiene.

Los fluidos se clasifican en líquidos y gases.

Los líquidos a una presión y temperatura determinadas ocupan un volumen determinado. Introducido el líquido en un recipiente adopta la forma del mismo, pero llenando solo el volumen que le corresponde. Si sobre el líquido reina una presión uniforme, por ejemplo la atmosférica, el líquido adopta una superficie libre plana.

Los gases a una presión y temperatura determinada tienen también un volumen determinado, pero puestos en libertad se expansionan hasta ocupar el volumen completo del recipiente que lo contiene, y no presentan superficie libre.

2.2.2 DENSIDAD ABSOLUTA

La densidad es la masa por unidad de volumen:

$$\rho = \frac{m}{V_v} \quad (1)$$

donde: m = masa en Kg.
 V_v = volumen en m^3 .

La densidad absoluta es función de la temperatura y de la presión. La variación de la densidad absoluta de los líquidos es muy pequeña, dicha variación puede considerarse despreciable.

La densidad del agua destilada a la presión atmosférica de 4°C es máxima e igual aproximadamente a:

$$\rho = 1,000 \text{ Kg/m}^3$$

2.2.3 PESO ESPECÍFICO

El peso específico es el peso por unidad de volumen:

$$\gamma = \frac{W}{V_v} \quad (2)$$

donde: W = peso en N
 V_s = volumen en m^3

El peso específico es función de la temperatura y de la presión aunque en los líquidos no varía prácticamente con esta última.

Como $W = m \cdot g$, de las Ecs. (1) y (2) se deduce que:

$$\gamma = \rho g \quad (3)$$

2.2.4 DENSIDAD RELATIVA

Es la relación de la masa de un cuerpo a la masa de un mismo volumen de agua destilada a la presión atmosférica y 4°C. En virtud de la ecuación (3) esta relación es igual a la de pesos específicos del cuerpo en cuestión y del agua en las mismas condiciones. La densidad relativa es una magnitud adimensional.

La densidad relativa es función de la temperatura y de la presión. La densidad relativa del agua a una temperatura determinada es la densidad absoluta del agua a esa misma temperatura dividida entre la densidad del agua a 4°C.

2.2.5 VOLUMEN ESPECÍFICO

El volumen específico es el recíproco de la densidad absoluta:

$$v = \frac{1}{\rho} = \frac{V_s}{m} \quad (4)$$

o sea, el volumen que ocupa 1 Kg de masa de la sustancia.

Unidad en el Sistema Internacional (S.I.):

$$v = m^3 / Kg$$

2.2.6 COMPRESIBILIDAD

En los fluidos lo mismo que en los sólidos se verifica la ley fundamental de la elasticidad:

El esfuerzo unitario es proporcional a la deformación unitaria.

En este caso, el esfuerzo unitario considerado es el de compresión. Δp ; la deformación unitaria es la deformación unitaria de volumen $\Delta V_s / V_s = \Delta v / v$. Por lo tanto, la ley anterior se traduce

en la fórmula siguiente:

$$\Delta p = -E \frac{\Delta v}{v} \quad (5)$$

donde Δp = esfuerzo unitario de compresión, N/m².

v = volumen específico, m³/Kg.

Δv = incremento de volumen específico, m³/Kg.

E = módulo de elasticidad volumétrica, N/m².

El signo "-" expresa que a un incremento de presión corresponde un decremento de volumen.

Para el agua $E \approx 20,000 \text{ bar} = 20,000 \times 10^5 \text{ N/m}^2$.

Al aumentar la temperatura y la presión también aumenta E .

2.2.7 VISCOSIDAD ABSOLUTA O DINÁMICA

La viscosidad es aquella propiedad de un fluido por virtud de la cual ofrece resistencia al corte. La melaza y la brea son ejemplos de líquidos altamente viscosos; el agua y el aire tienen viscosidades muy pequeñas.

La viscosidad de un gas aumenta con la temperatura, pero la viscosidad de un líquido disminuye con la temperatura. Las variaciones en las tendencias de temperatura se pueden explicar por el examen de las causas de la viscosidad. La resistencia al corte de un fluido depende de su cohesión y de su rapidez de transferencia de la cantidad de movimiento molecular. Un líquido, cuyas moléculas dejan espacios entre ellas mucho más cerrados que las de un gas, tienen fuerzas cohesivas mucho mayores que un gas. La cohesión parece ser la causa predominante de la viscosidad en un líquido; y ya que la cohesión decrece con la temperatura, la viscosidad decrece también. Por otro lado, un gas tiene fuerzas cohesivas muy pequeñas. Mucha de su resistencia al esfuerzo cortante es el resultado de la transferencia de la cantidad de movimiento molecular.

Como ejemplo de cómo la transferencia de cantidad de movimiento da origen a un esfuerzo cortante aparente, considérense dos vagones de ferrocarril idealizados cargados con esponjas y en vías paralelas, como se muestra en la figura 2-1. Supóngase que cada vagón tiene un tanque de agua y una bomba situados de manera que el agua sea dirigida por boquillas en ángulo recto a la vía. Primero, considérese A estacionario y B en movimiento hacia la derecha, con el agua de sus boquillas golpeando a A y siendo absorbida por las esponjas. El vagón A será puesto en movimiento

debido a la componente de la cantidad de movimiento de los chorros que es paralelo a las vías, dando lugar a un esfuerzo cortante aparente entre A y B. Ahora si A está bombeando hacia B a la misma tasa, su acción tiende a retardar a B y resultan esfuerzos cortantes aparentes iguales y opuestos. Cuando A y B están estacionarios o tienen la misma velocidad, el bombeo no ejerce un esfuerzo cortante aparente en ninguno de los dos vagones.

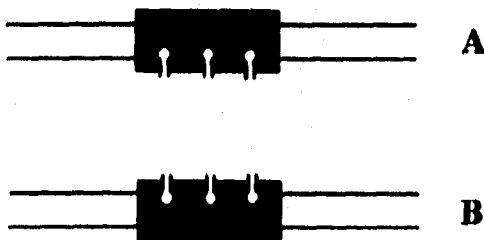


FIGURA 2-1. Modelo que muestra la transferencia de momento.

Dentro de un fluido siempre hay transferencia de moléculas en ambas direcciones a través de cualquier superficie ficticia trazada en él. Cuando una capa se mueve en relación a una capa adyacente, la transferencia molecular de la cantidad de movimiento lleva a ésta de un lado a otro, de manera que se establece un esfuerzo cortante aparente, el cual resiste el movimiento relativo y tiende a igualar las velocidades de las capas adyacentes en una forma análoga a la de la figura 2-1. La medida del movimiento de una capa relativa a una capa adyacente es dv/dy .

La actividad molecular da origen a un esfuerzo cortante aparente en los gases que es más importante que las fuerzas cohesivas y, como la actividad molecular aumenta con la temperatura, la viscosidad de un gas también aumenta con la temperatura.

Un sólido puede soportar *esfuerzos normales* de dos clases: de compresión y de tracción. Un líquido puede soportar esfuerzos de compresión pero no de tracción. Los sólidos y fluidos pueden estar sometidos también a *esfuerzos cortantes* o *esfuerzos tangenciales*. En ellos la fuerza es paralela al área sobre la que actúa. Todos los cuerpos se deforman bajo la acción de las fuerzas tangenciales a que están sometidos.

En los fluidos la deformación aumenta constantemente bajo la acción del esfuerzo cortante, por pequeño que este sea.

Supongamos un elemento ABCD de forma rectangular (figura 2-2)

en un cuerpo sólido sujeto a un esfuerzo cortante. Si el elemento estuviera sujeto a la tracción experimentalmente se aumentaría la longitud, pero el elemento de la figura, sujeto a un esfuerzo cortante, sufre un cambio de forma del rectángulo ABCD al paralelogramo A'B'CD.

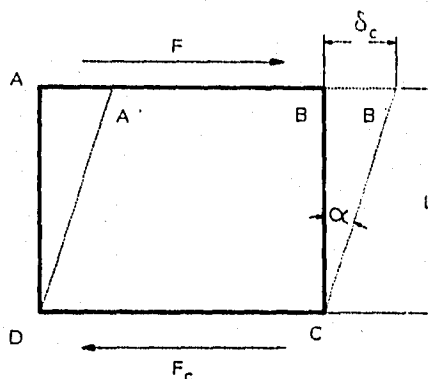


FIGURA 2-2. Cuerpo sólido sujeto a un esfuerzo cortante.

Se llama deformación unitaria por esfuerzo cortante a la expresión:

$$\epsilon_c = \frac{\delta_c}{L} = \tan \alpha \quad (6)$$

A la Ec. (6) corresponde en el esfuerzo cortante la expresión:

$$S_c = G\epsilon_c \quad (7)$$

donde:

$S_c = F_c/A$ (fig.2) = esfuerzo cortante o esfuerzo de cizalladura en Pa.

G = módulo de cizalladura en Pa.

ϵ_c = deformación unitaria por cizalladura, adimensional.

Si suponemos que G es constante, la Ec. (7) nos dice que dada una fuerza F , por ejemplo de 5 N aplicada a un cuerpo sólido el cuerpo sufre una deformación ϵ_c dada por la Ec. (7). Esta deformación crea una fuerza F_c igual y de sentido contrario y el cuerpo queda en equilibrio: la deformación no sigue aumentando. Por el contrario, un fluido sometido a un esfuerzo cortante se deforma continuamente.

Entre las moléculas de un fluido existen fuerzas moleculares que se denominan fuerzas de cohesión. Al desplazarse unas moléculas con respecto a las otras se produce una fricción a causa de ellas.

Por otra parte, entre las moléculas de un fluido en contacto con un sólido y las moléculas del sólido existen fuerzas moleculares que se denominan fuerzas de adherencia. El coeficiente de fricción interna de un fluido se denomina viscosidad y se designa con la letra griega μ .

El estudio de la viscosidad y de sus unidades se hace convenientemente mediante la ley de Newton, que cumplen los fluidos llamados newtonianos.

Supongamos que una capa de fluido newtoniano de espesor y_0 comprendido entre dos placas planas paralelas, la inferior fija y la superior libre. Sobre la placa superior actúa una fuerza tangencial constante F . La experiencia indica que la placa se desplaza paralelamente a la velocidad v_0 (figura 2-3). Dividamos mentalmente el film de capas infinitesimales paralelas a las placas de espesor dy . La experiencia confirma que en virtud de la adherencia la capa de fluido contigua a la placa inferior fija se mantiene en reposo, y la capa de fluido en contacto con la placa superior móvil se pone en movimiento con la misma velocidad v_0 que la placa.

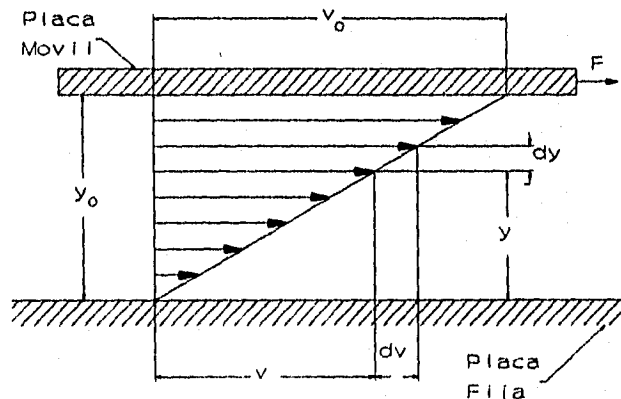


FIGURA 2-3. Flujo entre dos placas paralelas.

Las capas intermedias deslizan unas sobre otras como deslizan las hojas de un libro colocado horizontalmente sobre la mesa al aplicar sobre la hoja superior una fuerza también horizontal. Para mantener fija la placa inferior es necesario aplicar una fuerza F .

La ley experimental descubierta por Newton que rige este fenómeno afirma que la fuerza F es proporcional a la superficie A de la placa en movimiento, el gradiente de velocidad y a un coeficiente μ , que se denomina viscosidad absoluta o viscosidad

dinámica:

$$F = A\mu \frac{dv}{dy} \quad (8)$$

o bien siendo, por definición F/A el esfuerzo unitario cortante, que llamaremos τ :

$$\tau = \mu \frac{dv}{dy} \quad (9)$$

La viscosidad produce una resistencia, que se llama resistencia a la deformación, o resistencia a que unas capas de fluido resbalen sobre las otras y, por lo tanto, una pérdida de energía en la corriente, cuyo estudio constituye una parte muy importante de la mecánica de fluidos.

UNIDADES

En el sistema cegesimal la viscosidad absoluta se expresa:

$$1\mu = 1 \frac{\text{dinas}}{\text{cm}^2} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}\cdot\text{s}} = 1\text{P (Poise)} \quad (10)$$

También se emplea el submúltiplo 1 cP (centipoise) = 10^{-2} P.
Para el sistema internacional (SI) se tiene que para las unidades fundamentales μ se expresa como:

$$1\mu = 1 \frac{\text{N}\cdot\text{s}}{\text{m}^2} = 1 \text{Pa}\cdot\text{s} = 1 \frac{\text{Kg}}{\text{m}\cdot\text{s}} \quad (11)$$

$$1 \text{ cP} = 10^{-2} \text{ P} = 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$$

2.2.8 VISCOSIDAD CINEMÁTICA O VISCOSIDAD RELATIVA

En hidrodinámica intervienen junto con las fuerzas debidas a la viscosidad las fuerzas de inercia, que dependen de la densidad. Por eso tiene un significado importante la viscosidad dinámica referida a la densidad, o sea la relación de la viscosidad dinámica μ a la densidad ρ , que se denomina viscosidad cinemática.

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (12)$$

UNIDADES

$$1\nu = 1 \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \quad (\text{SI.})$$

En la práctica se utiliza mucho más el Stoke (st) = $1 \text{ cm}^2/\text{s}$, en honor de Stokes:

$$1 \text{ st} = 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$$

También se ha utilizado mucho el centistoke (cst), $1 \text{ cSt} = 10^{-2} \text{ St}$. El St y cSt son submúltiplos de la unidad coherente del SI:

$$1 \text{ cSt} = 10^{-2} \text{ St} = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

2.2.9 TENSIÓN SUPERFICIAL

Entre las moléculas de un líquido existe una fuerza conocida como atracción molecular. Esta fuerza es bastante diferente de la atracción gravitacional que se ejerce sobre dos partículas cualesquiera de materia y sólo es efectiva en una pequeña distancia, cuyo orden de magnitud es de tres o cuatro veces la distancia promedio entre moléculas adyacentes. Por lo que es posible imaginar una "esfera de influencia" fuera de la cual no existe fuerza de atracción apreciable.

Aunque todas las moléculas se encuentran en un estado de agitación continua que depende de la temperatura y que hace que varíen las distancias entre las mismas, en total, en un lapso de tiempo, una molécula en el punto A (ver figura 2-4), o aún en un punto B, es atraída por igual en todas las direcciones por las moléculas vecinas. No obstante, una molécula dispuesta en C, muy cerca de la superficie libre, recibe una menor fuerza de atracción desde la dirección de esa superficie, debido a que por esa parte, dentro de su esfera de influencia, existe un menor número de moléculas. Es decir, sobre esa molécula actúa una fuerza neta dirigida hacia el interior del líquido. Esta fuerza neta adquiere su máximo valor cuando la molécula se encuentra en la superficie, como en D.

La magnitud de la fuerza neta hacia lo lejos de la superficie, depende no sólo de la atracción molecular entre las propias moléculas del líquido, sino que también depende del diferente grado de atracción entre esas moléculas del líquido y las de la sustancia dispuesta fuera de la superficie. Esta sustancia puede ser un líquido, o un gas, o un sólido.

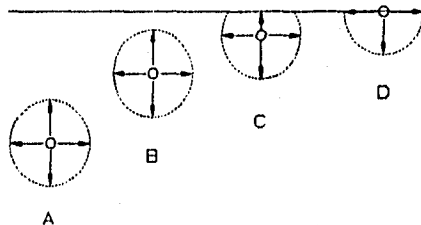


FIGURA 2-4. Fuerzas de atracción entre moléculas de agua.

En todos los casos la fuerza neta dirigida hacia adentro que actúa sobre las moléculas superficiales, aumenta la presión en el volumen principal del líquido. De acuerdo con la tercera Ley de Newton, este aumento de la presión aplica a las moléculas de la superficie la fuerza de reacción necesaria para mantenerlas en equilibrio.

Si aumenta el área de una superficie líquida, también aumenta el número de moléculas constituyentes de la misma. Cada molécula que llega a la superficie lo hace en contra de la acción de la fuerza dirigida hacia adentro y al aumentar el área de la superficie, se realiza un trabajo mecánico. Debido a lo anterior la existencia de una superficie libre implica la presencia de una energía de superficie libre, la que es igual al trabajo que se llevó a cabo cuando se formó esa superficie.

Cualquier sistema tiende a alcanzar una condición de equilibrio estable en la cual su energía potencial se encuentra en un mínimo. Así una cantidad dada de un líquido ajustará su forma hasta que su área superficial, y en consecuencia su energía de superficie libre, sea un mínimo. Por ejemplo, una gota de líquido libre de todas las otras fuerzas, toma forma esférica ya que para un volumen dado la esfera es la forma geométrica que tiene la menor área superficial.

La energía de superficie libre implica necesariamente la existencia de una fuerza de tensión en la superficie. Una superficie libre requiere energía mecánica para su formación y, si se contrae pierde energía mecánica. La superficie realiza trabajo mecánico al contraerse y, por lo tanto, debe ejercer sobre sus alrededores una fuerza en la dirección en la cual se mueve al contraerse. La superficie se encuentra en un estado de tensión.

Si se imagina una línea trazada en la superficie, entonces el líquido a un lado de la línea tira del que se encuentra al otro lado. Se define la magnitud de la tensión superficial como la relación entre la fuerza de tensión que actúa a través de, y perpendicular a, un elemento corto y recto de línea, y la longitud de ese elemento de línea. Por lo anterior la fórmula dimensional de la tensión superficial se da por [Fuerza/Longitud], esto es:

$$[MLT^{-2}]/[L] = [MT^{-2}]$$

Como símbolos de la tensión superficial se usan γ y σ

El agua en contacto con el aire y a la temperatura usual, tiene una tensión superficial de cerca de 0.073 N/m; también en contacto con el aire, el valor para el mercurio es de cerca de 0.48 N/m. En todos los líquidos la tensión superficial disminuye al aumentar la temperatura. La tensión superficial del agua se puede reducir en forma considerable mediante la adición de pequeñas cantidades de solutos orgánicos tales como jabones o detergentes.

Las sales semejantes al cloruro de sodio, en solución, aumentan la tensión superficial del agua.

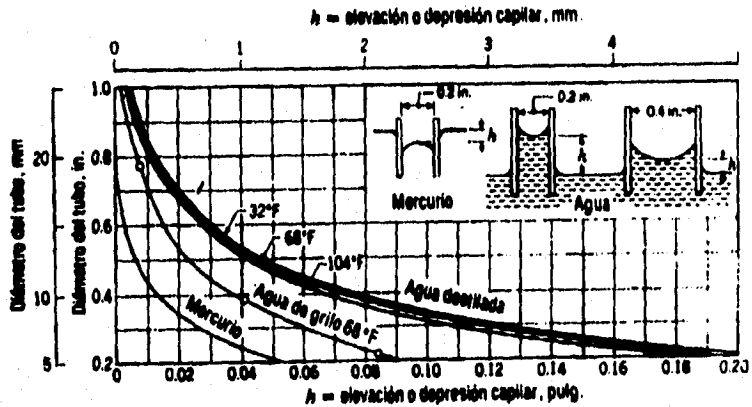


FIGURA 2-5. Tensión superficial en tubos circulares.

2.3 EL FLUIDO COMO CONTINUO

Al considerar la acción de las fuerzas sobre los fluidos se puede estimar ya sea el comportamiento de todas y cada una de las moléculas de los fluidos de un campo de flujo, o simplificar el problema considerando los efectos promedio de las moléculas en un volumen dado. En la mayoría de los problemas sobre dinámica de fluidos, es posible hacer la anterior consideración lo cual significa que el fluido puede considerarse como un continuo, esto es, una sustancia hipotéticamente continua.

CAPÍTULO 3

FUNDAMENTOS DE MECÁNICA DE FLUIDOS

CAPÍTULO TRES: FUNDAMENTOS DE MECÁNICA DE FLUIDOS

La Mecánica de Fluidos es la ciencia que trata de la acción de las fuerzas sobre los fluidos.

El deseo del hombre por comprender los fenómenos de los fluidos surgió cuando tuvo problemas de suministro de agua, de irrigación, de navegación, y de energía hidráulica.

La gama de nuevos problemas aparecidos en los tiempos modernos es virtualmente infinita, incluyendo el estampido sónico del aeroplano supersónico, la dispersión de los desechos de la humanidad en los lagos ríos y océanos, el flujo de sangre en las venas, las arterias, riñones, corazones y aparatos artificiales, el flujo de bombeo de combustible y de escape en los cohetes lunares, el diseño de super barcos-tanque petroleros de un millón de toneladas, en lo relativo a la velocidad, eficiencia del bombeo de la carga y seguridad; el análisis y simulación del clima de la Tierra y de las corrientes oceánicas. Así, la Mecánica de Fluidos actual ha llegado a ser parte esencial de campos tan diversos como la medicina, la meteorología, la astronáutica y la oceanografía, así como el de las disciplinas tradicionales de la ingeniería.

3.1 FLUIDOS ESTÁTICOS

3.1.1 PRESIÓN

En cada punto de un fluido estático existe una cierta intensidad de presión. De modo específico, la intensidad de la presión se define como sigue:

$$p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} = \frac{dF}{dA} \quad (14)$$

donde F es la fuerza normal normal que actúa sobre el área A . La intensidad de la presión es una cantidad escalar, esto es, tiene tan solo magnitud y actúa de igual modo en todas direcciones¹.

PRESIÓN ABSOLUTA, PRESIÓN MANOMÉTRICA Y VACÍO

En una región, como el espacio exterior que está virtualmente vacío de gases, la presión es esencialmente cero. Tal condición puede lograrse aproximadamente en el laboratorio, donde una bomba de vacío se utiliza para vaciar una botella. La presión en el vacío se denomina *cero absoluto*, y todas las presiones con respecto a esta presión cero se llaman *presiones absolutas*. De ahí que la

¹ La demostración se encuentra en el Roberson de mecánica de fluidos

presión atmosférica a nivel del mar en un día particular está dada por 101 KN/m^2 , que equivale a 760 mm de columna en un barómetro de mercurio. Sin embargo para situaciones reales como el caso de esta tesis se toma en cuenta la *presión barométrica* que es la presión atmosférica de un lugar determinado bajo unas condiciones atmosféricas determinadas.

Muchos dispositivos medidores de presión no miden presiones absolutas, sino únicamente diferencias de presión. Por ejemplo, un manómetro consistente en un tubo de bourdón común indica la diferencia entre la presión en el fluido al cual se conecta y la presión en la atmósfera. En este caso, la presión de referencia es realmente la presión barométrica en el indicador. Este tipo de lectura de presión se llama *presión manométrica*.

La unidad fundamental de presión en el sistema internacional (SI) es el pascal (Pa) que equivale a un newton por metro cuadrado (N/m^2). Las presiones manométrica y absoluta suelen identificarse después de la unidad. Por ejemplo, si una presión de 50 KPa se midiese con un manómetro respecto a la atmósfera, y la presión atmosférica absoluta fuese 100 KPa, entonces la presión podría representarse:

$$\begin{aligned} p &= 50 \text{ KPa man (manométrica)} \\ p &= 150 \text{ KPa abs (absoluta)} \end{aligned}$$

Siempre que la presión barométrica se utiliza como referencia existe la posibilidad de que la presión así medida pueda ser ya sea positiva o negativa. A las presiones manométricas negativas también se les llama presiones de vacío. De ahí que si un manovacuómetro se conecta a un tanque e indica una presión de vacío de 31 KPa, esto también puede establecerse como 70 KPa abs, o -31 KPa man suponiendo que la presión barométrica es de 101 KPa abs. En la figura 3-1 se muestra un ejemplo de un sistema de referencia para presiones arbitrarias de $p_A = 200 \text{ KPa man}$ y $p_B = 51 \text{ KPa abs}$ con una presión barométrica de 101 KPa abs.

3.1.2 VARIACIÓN DE LA PRESIÓN CON LA ELEVACIÓN

ECUACIÓN DIFERENCIAL BÁSICA

Para un fluido estático, la presión varía únicamente con el cambio de la elevación en el fluido. Esto puede mostrarse aislando un elemento cilíndrico de un fluido y aplicando la ecuación de equilibrio al elemento. Considere el elemento mostrado en la figura 3-2. Aquí el elemento se orienta en forma tal que su eje longitudinal es paralelo a una dirección l arbitraria. El elemento tiene una longitud Δl con un área seccional ΔA , e inclinado con un

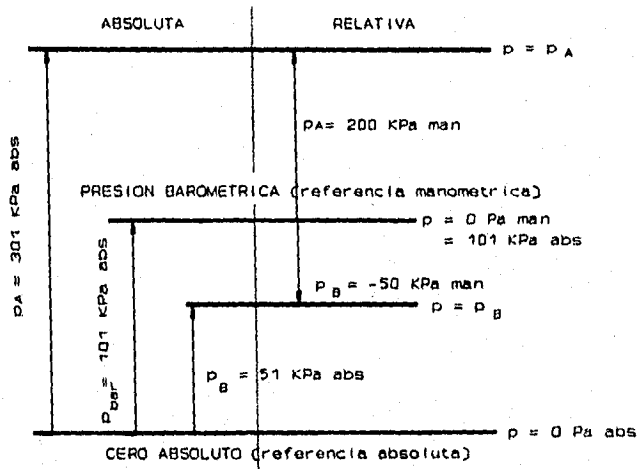


FIGURA 3-1. Ejemplo de relaciones de presión.

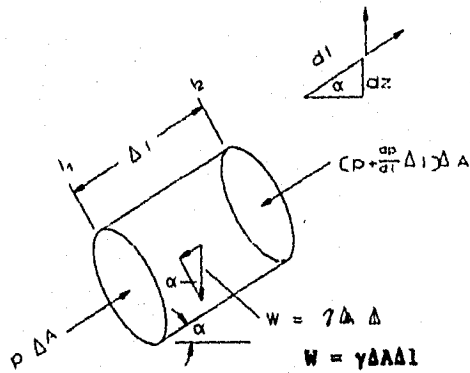


FIGURA 3-2. Variación de la presión con la elevación.

ángulo α con respecto a la horizontal. La ecuación de equilibrio para la dirección l considerando las fuerzas de presión y la fuerza gravitacional que actúa en el elemento en esta dirección es:

$$\sum F_i = 0$$

$$p\Delta A - (p + \frac{dp}{dl}\Delta l)\Delta A - \gamma\Delta A \Delta l \text{ sen } \alpha = 0$$

Simplificando, esto se reduce a lo siguiente²:

$$\frac{dp}{dl} = -\gamma \text{ sen } \alpha$$

Sin embargo se puede observar que $\text{sen } \alpha = dz/dl$; de ahí que:

$$\frac{dp}{dl} = -\gamma \frac{dz}{dl} \quad (18)$$

Esto también puede escribirse como:

$$\frac{dp}{dz} = -\gamma \quad (19)$$

lo cual es la ecuación básica para la variación de presión hidrostática con la elevación. Si uno considera una trayectoria a través del fluido que se relaciona con el plano horizontal, la presión en cualquier punto a lo largo de esta trayectoria será constante. Por otra parte, el máximo cambio posible en la presión hidrostática ocurrirá a lo largo de una trayectoria vertical a través del fluido. De ahí que las ecuaciones (18) y (19) establecen que la presión cambia inversamente con la elevación. Un aumento de presión es lo que un buzo experimenta cuando desciende en un lago o alberca.

VARIACIÓN DE PRESIÓN PARA UN FLUIDO CON DENSIDAD CONSTANTE

Las ecuaciones (18) y (19) son generales; sin embargo se logra simplificar si se supone que la densidad, y por ello el peso específico, es la misma en cualquier punto del fluido. Con un peso específico constante la siguiente ecuación (20) resulta de la separación de variables e integración de la Ec. (19):

² La siguiente derivación incluye sólo el cambio de presión de primer orden sobre el incremento de distancia Δl .

$$p = -\gamma z + \text{constante} \quad (20)$$

o bien

$$\left(\frac{p}{\gamma} + z\right) = \text{constante} \quad (21)$$

La suma de los términos p/γ y z del miembro izquierdo de la Ec. (21) se denomina carga o altura piezométrica, y como se demuestra por medio de la ecuación es una constante a través del fluido estático incompresible. De ahí que se pueda escribir:

$$\frac{p_1}{\gamma} + z_1 = \frac{p_2}{\gamma} + z_2 \quad (22)$$

o

$$\Delta p = -\gamma \Delta z \quad (23)$$

3.2 FLUIDOS EN MOVIMIENTO

3.2.1 DESCRIPCIÓN Y CLASIFICACIÓN DE LOS MOVIMIENTOS DE UN FLUIDO

Dado que existen bastantes coincidencias entre los diferentes tipos de flujos, no existe una clasificación universalmente aceptada. Una posibilidad es la que se muestra en la figura 3-3:

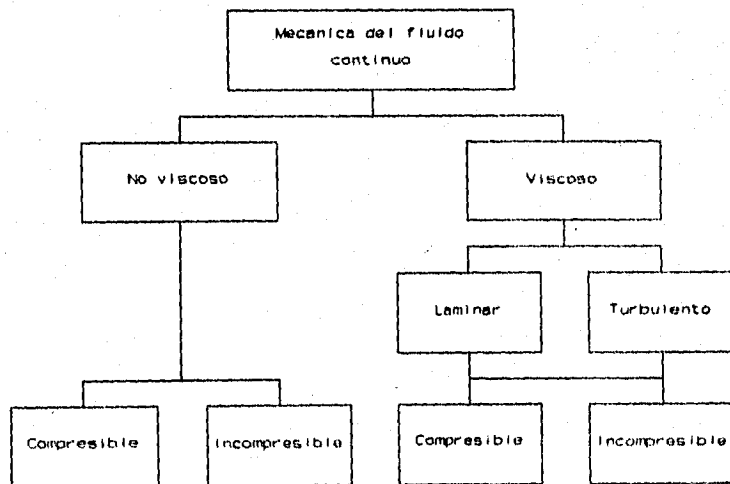


FIGURA 3-3. Tipos de flujo.

FLUJOS VISCOSOS Y NO VISCOSOS.

En un flujo no viscoso se supone que la viscosidad del fluido μ es cero. Tales fluidos no existen pero se tienen numerosos problemas donde esta hipótesis puede simplificar el análisis y al mismo tiempo ofrecer resultados significativos.

Todos los fluidos poseen viscosidad, por lo que los flujos viscosos resultan de mayor importancia en el estudio de mecánica de fluidos.

FLUJO COMPRESIBLE Y FLUJO INCOMPRESIBLE

Aquellos flujos donde las variaciones en densidad son insignificantes se denominan *incompresibles*; cuando las variaciones en densidad dentro de un flujo no se pueden despreciar, se llaman *compresibles*. Si se consideran las dos fases de la materia incluidos en la definición de fluido, líquido y gas, se podría caer en el error de generalizar diciendo que todos los flujos líquidos son flujos incompresibles y que todos los flujos de gases son flujos compresibles. Casi todos los flujos líquidos son incompresibles. Los flujos de gases se pueden también considerar incompresibles si las velocidades son pequeñas respecto a la velocidad del sonido en el fluido.

3.2.2 VISUALIZACIÓN DE LA VELOCIDAD Y DEL FLUJO

VELOCIDAD: PUNTOS DE VISTA DE LAGRANGE Y DE EULER

Existen dos métodos para expresar las ecuaciones de un fluido en movimiento. El primero, llamado *lagrangiano* considera una partícula individual del fluido durante todo el transcurso del tiempo. En este caso, la velocidad de la partícula se obtiene derivando respecto al tiempo la expresión del vector de posición de la partícula. Si usamos un sistema de coordenadas cartesianas, el vector de posición es:

$$r(t) = xi + yj + zk \quad (24)$$

donde i , j y k son los vectores unitarios en las direcciones x , y , y z . Derivando la ecuación (24) respecto al tiempo, obtenemos la velocidad de la partícula:

$$v(t) = \frac{dx}{dt}i + \frac{dy}{dt}j + \frac{dz}{dt}k \quad (25)$$

o

$$v(t) = ui + vj + wk \quad (26)$$

donde u , v y w son los componentes de la velocidad en sus respectivas direcciones coordenadas. El movimiento de una partícula de fluido es inadecuado para describir todo el campo de flujo, por lo que será necesario considerar simultáneamente todas las partículas del mismo. El movimiento total del campo de flujo se obtiene resolviendo la ecuación del movimiento ($F = ma$) para todas y cada una de las partículas del campo.

El otro método consiste en concentrar nuestra atención en cierto punto del espacio y considerar el movimiento de las partículas de fluido que pasan por el mismo al transcurrir el tiempo. Este es el enfoque euleriano y en este caso la velocidad de la partícula es función del tiempo y de la posición del punto en el espacio:

$$\begin{aligned}u &= f_1(x, y, z, t) \\v &= f_2(x, y, z, t) \\w &= f_3(x, y, z, t)\end{aligned}\tag{27}$$

En este método observamos el movimiento de las partículas que pasan por un punto específico en el espacio. Para describir todo el campo de flujo se debe considerar el movimiento del fluido en todos los puntos del campo.

Resulta muy complicado determinar y vigilar la trayectoria de posición de todas las partículas. Por esta razón, se prefiere generalmente el método euleriano.

Las ecuaciones (27) nos dan los componentes de velocidad en función del espacio y del tiempo en un sistema de coordenadas cartesianas, pero también existe una forma útil de expresar la velocidad en el método euleriano que nos permite descubrir la velocidad total en dirección de la posición a lo largo de la línea de flujo y del tiempo. Esta expresión está dada por:

$$V = V(s, t)\tag{28}$$

LÍNEAS DE CORRIENTE Y PATRONES DE FLUJO

Con frecuencia es conveniente trazar líneas a lo largo del campo de flujo que nos indiquen la velocidad y la dirección del flujo. Una construcción de este tipo recibe el nombre patrón de flujo, y las líneas llamadas *líneas de corriente*, se definen como aquellas líneas del campo de flujo trazadas de tal manera que el vector velocidad del fluido en todos y cada uno de los puntos de la línea es tangente a la misma en cada instante. Por ejemplo, sea el flujo de agua que sale por un orificio hecho en la pared lateral de un tanque de agua, como se ve en la figura 3-4, en la que se han marcado los vectores de velocidad en tres lugares diferentes a , b

y c. Como podemos ver el patrón de flujo es un medio para ilustrar la geometría del flujo del fluido. También podemos observar en la figura 3-4, que las dos líneas de corriente exteriores, que limitan el chorro libre, se continúan bordeando el lado inferior de las paredes del tanque. Esta tangencia de las líneas de corriente con los límites fijos, se deduce directamente de la definición de línea de corriente. Es decir, como no hay flujo a través de una frontera impermeable, todos los vectores velocidad del flujo adyacentes a las fronteras deben ser paralelos al mismo; en consecuencia, todas las líneas de corriente directamente adyacentes a una pared son paralelas a la misma y siguen realmente su contorno.

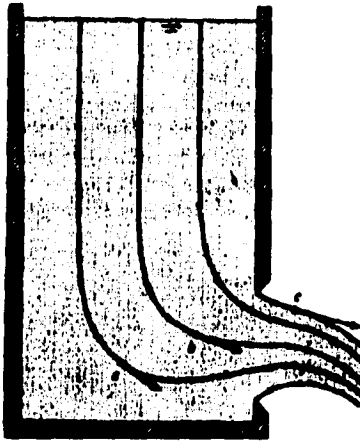


FIGURA 3-4. Flujo por una ranura.

Es conveniente distinguir los diferentes tipos de flujo. En primer lugar consideraremos ya sea el flujo *uniforme* o el *no uniforme*. En el flujo uniforme, la velocidad no cambia de un punto a otro de una línea de corriente, por lo que las líneas de corriente que describen este flujo deben ser rectas y paralelas. Si no son rectas, la velocidad sufre un cambio de dirección. Si no son paralelas debe haber un cambio de magnitud en la velocidad a lo largo de la línea de corriente. Matemáticamente podemos expresar las condiciones de uniformidad y no uniformidad como sigue:

$$\frac{\partial v}{\partial s} = 0 \quad (\text{flujo uniforme})$$

$$\frac{\partial v}{\partial s} \neq 0 \quad (\text{flujo no uniforme})$$

Donde V es la velocidad total en un punto dado de una línea de corriente y s la distancia a lo largo de la misma, medida desde un punto escogido arbitrariamente sobre ella. En la figura 3-5 se muestran los patrones de flujo uniformes en un canal descubierto y entre placas paralelas. En el flujo no uniforme, la velocidad cambia de un punto a otro de la línea de corriente, y por tanto, el patrón de flujo está constituido por líneas de corriente que se curvan en el espacio o se hacen convergentes o divergentes. La figura 3-4 corresponde a flujo no uniforme.

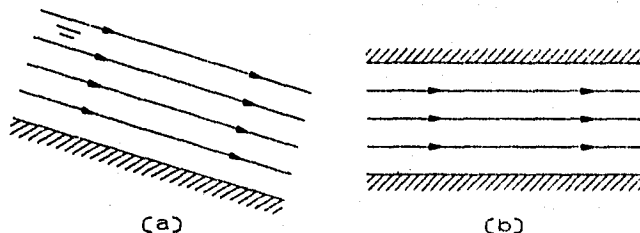


FIGURA 3-5. Patrones de flujo uniforme (a) en un canal descubierto (b) entre placas paralelas.

Otra clasificación de los flujos se basa en la variación con el tiempo de la velocidad en un punto dado del campo de flujo. Si en cualquier punto dado la velocidad no varía, ni en magnitud ni en dirección, al pasar el tiempo, el flujo es estacionario. Las condiciones de estacionario o no estacionario de un flujo se definen matemáticamente como:

$$\frac{\partial V}{\partial t} = 0 \quad (\text{flujo permanente})$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} \neq 0 \quad (\text{flujo no permanente})$$

Aquí V corresponde a la velocidad en un punto dado del campo de flujo.

El patrón de flujo no nos dice nada por sí solo sobre si el flujo es estacionario o no. El patrón de flujo para un flujo no estacionario es sólo una representación instantánea de la geometría del flujo.

FLUJOS LAMINAR Y TURBULENTO

El flujo turbulento se caracteriza por la acción de mezclado en todo el campo. Este mezclado se debe a los remolinos o torbellinos de tamaño variable que se forman en el fluido. Por

simple observación sabemos que en este tipo de flujos se presenta en los ríos y en la atmósfera. Las ráfagas de aire son el resultado de torbellinos grandes que unas veces se agregan y otras se oponen a la velocidad media del viento.

Por otra parte, el flujo laminar carece del intenso fenómeno de mezclado y de los torbellinos que caracterizan al flujo turbulento, y tiene una apariencia muy suave; un ejemplo es el flujo de miel que sale de una jarra.

Un valor que nos sirve como índice de la turbulencia, es el número de Reynolds, que se define como $Re = VD\rho/\mu$. Si el número de Reynolds es grande ($Re > 2,300$), el flujo en el tubo es generalmente turbulento y si es menor de 2,300 el flujo es laminar.

MÉTODOS PARA DESARROLLAR PATRONES DE FLUJO

Los tres métodos básicos utilizados para predecir los patrones de flujo son: el analítico, el analógico y el experimental.

Método analítico. Se deriva de la teoría ideal; o sea el flujo de un fluido incompresible y no viscoso. La ecuación diferencial fundamental de la teoría del flujo ideal es la ecuación de Laplace. Las soluciones de esta ecuación se pueden aplicar a muchos problemas de flujo como los de flujo a varias velocidades alrededor de alas y los flujos de superficie libre, como el movimiento de las olas.

La teoría del flujo ideal no es aplicable cuando los efectos de la viscosidad, la compresibilidad, o ambos son de importancia. En estos casos existen algunas soluciones analíticas cerradas que se limitan a configuraciones de flujos simples.

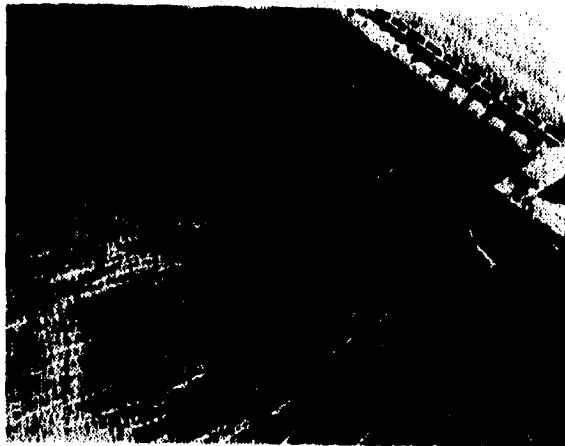


FIGURA 3-6. Líneas de trayectoria de partículas flotantes.

La capacidad de cálculo de las computadoras electrónicas ha conducido a nuevos avances en el análisis de campos de flujo. Los flujos turbulentos bidimensionales, los flujos no estacionarios y no uniformes, y la dinámica de los gases enrarecidos, son sólo unos pocos ejemplos de soluciones obtenidas por computadora.

Método analógico. Cuando se complican las condiciones en las superficies límites, frecuentemente es posible desarrollar patrones de flujo o métodos analógicos, entre los cuales el más común es el de la analogía eléctrica. Para aplicar este método, se hace un conductor eléctrico con la misma forma del ducto de fluido al que debe representar, y se aplica una diferencia de potencial entre sus extremos estableciendo un flujo de electrones. Al utilizar los datos obtenidos cuando se mide la diferencia de potencial en varios puntos del conductor, es posible construir el patrón de flujo y predecir la distribución de presiones en el ducto.

Método experimental. Los métodos matemáticos y analógicos no se han desarrollado todavía lo suficiente para predecir con certeza el patrón de flujo de ciertos tipos de flujo turbulento; en este caso es necesario recurrir a modelos físicos. En otras ocasiones, como en los estudios básicos de investigación, también se emplean métodos experimentales para definir los patrones de flujo. En estos experimentos se emplean corrientes de muestra y partículas flotantes o desconocidas para determinar el patrón de flujo. Cuando se toman fotografías de las partículas que flotan o están suspendidas en un fluido en movimiento (como en la figura 3-6, que es el canal que se aproxima al vertedero en un modelo de una presa), las partículas producirán marcas luminosas que indican la trayectoria que siguen las partículas del fluido durante el período de exposición de la placa fotográfica. Cada una de estas marcas luminosas es un segmento de la trayectoria de una partícula. Por definición, la línea de trayectoria es una línea dibujada a través del campo de flujo de manera que define el camino que sigue una partícula dada.

Otra técnica seguida para visualizar los patrones de flujo, es inyectar humo o algún otro trazador en puntos dados del campo de flujo y observar cómo viaja corriente abajo. La marca dejada se llama línea del trazador (observe en la figura 3-7 la zona de separación corriente abajo del perfil del ala, donde la turbulencia hace que el humo se difunda).

Hemos analizado las líneas de corriente, las líneas de trayectoria, y las líneas del trazador, todas las cuales están asociadas con el patrón de flujo. En un flujo estacionario las tres coinciden si se originan en el mismo punto. Como las líneas de trayectoria y las líneas del trazador definen líneas de corriente en un flujo estacionario, es frecuente pensar que siempre definen las líneas de corriente, sin embargo las líneas del trazador y las líneas de trayectoria no definen las líneas de corriente en el

flujo no estacionario³.

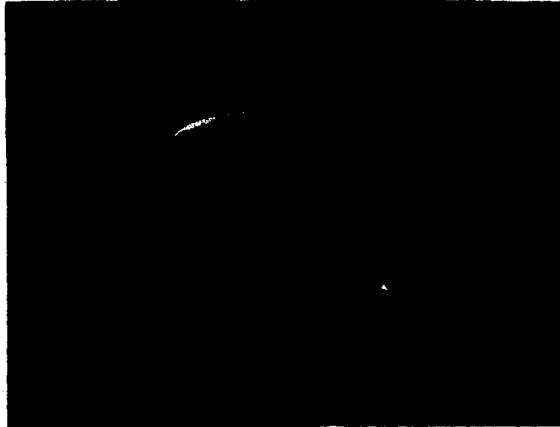


FIGURA 3-7. Trazas de humo alrededor de un perfil aerodinámico con gran ángulo de ataque.

FLUJO EN UNA, DOS Y TRES DIMENSIONES.

Generalmente se necesitan tres direcciones coordenadas para describir los cambios en velocidad y propiedades de un campo de flujo. En este caso se dice que el flujo es tridimensional.

En algunas situaciones no hay cambios en una de las direcciones coordenadas y nos bastará analizar las otras dos dimensiones para describir el flujo. Por ejemplo, el flujo entre dos paredes paralelas es un caso de flujo bidimensional.

El caso más simple de campo de flujo es el unidimensional, en el que sólo se necesita una coordenada para relacionar la velocidad y los cambios de propiedad. Un ejemplo es el flujo en un tubo, en el que la velocidad es constante en cada sección transversal, pero varía con la distancia a lo largo del conducto. En realidad, la velocidad nunca es completamente constante en la sección de un conducto, pero en los problemas cuyo interés principal es la velocidad media paralela al conducto, a este tipo de flujo se le puede considerar unidimensional. En el resto de esta tesis aplicaré

³ La demostración de esta afirmación se encuentra en la referencia (4) página 98 y 99.

el término *flujo unidimensional* a casos en los que interesa fundamentalmente la velocidad media, o promedio en un conducto.

3.2.3 GASTO.

GASTO O DESCARGA

El *gasto (volumétrico) o descarga* es el volumen de fluido que pasa por una sección dada en la unidad de tiempo. Si tenemos un fluido que se mueve con velocidad constante V por un tubo de sección A , el volumen que pasa por unidad de tiempo es VA .

GASTO CON VELOCIDAD VARIABLE

En general, la velocidad del fluido será variable a través de la sección por la que pasa, como se ve en la figura 3-8, y tendremos que considerar primero el gasto en un área infinitamente pequeña, que será $V \cdot dA$, para poder determinar el gasto total Q por integración del área completa:

$$Q = \int_A V dA$$

De una manera semejante se puede ver que el gasto másico a través de una sección estaría dado por

$$\dot{m} = \int_A \rho V dA$$

En el análisis anterior siempre se consideró la sección transversal

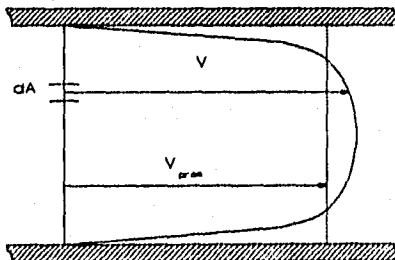


FIGURA 3-8. Flujo entre superficies paralelas.

orientada normalmente al vector velocidad. Si consideramos otra orientación, como en la figura 3-9, donde el fluido pasa por la sección A-A podemos ver que sólo la componente normal de la velocidad, en este caso la componente x contribuye al flujo a

través de la sección; por lo tanto, para calcular el gasto, siempre se debe considerar el área de la sección normal a la velocidad total o el componente de la velocidad normal a un área dada. En la figura 3-9, el gasto es:

$$Q = \int_A u dA$$

$$Q = \int_A V \cos \theta dA$$

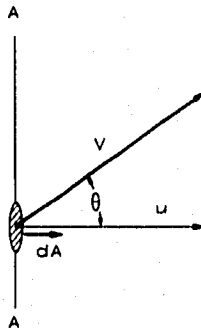


FIGURA 3-9. Velocidad que no es perpendicular a la sección.

Si definimos un vector de área como aquel que tiene la magnitud del área en estudio y está orientado perpendicular a la misma, por definición tendremos:

$$V \cos \theta dA = V \cdot dA$$

y el gasto se puede expresar por:

$$Q = \int_A V \cdot dA$$

Si la velocidad es constante en toda el área, el gasto se expresa como:

$$Q = V \cdot A$$

En estas ecuaciones vemos que, debido al producto escalar, sólo la componente normal de la velocidad se multiplica por el área, para obtener la descarga.

VELOCIDAD MEDIA O PROMEDIO

En muchos problemas se tiene como dato el gasto y debemos

encontrar la velocidad promedio sin conocer la distribución real de velocidades en la sección de tubo. Por definición, esta velocidad se obtiene al dividir la descarga entre el área total de la sección:

$$\bar{v} = \frac{Q}{A}$$

Para el flujo turbulento en tubos, la velocidad promedio presenta una aproximación bastante exacta a la distribución real de velocidades en la mayor parte de la sección, como se vió en la figura 3-8; pero en el flujo laminar, la velocidad promedio difiere bastante de las velocidades locales en distintos puntos de la sección. Es costumbre indicar la velocidad media por V , eliminando la barra sobre el símbolo de la velocidad.

3.2.4 ACELERACIÓN.

OPERACIONES BÁSICAS

La aceleración de una partícula de fluido es la rapidez de cambio de su velocidad con el tiempo. En el método lagrangiano cada componente de la velocidad es función del tiempo solamente; luego la derivación de cada componente implica la derivación de una función de una sola variable. En el método euleriano las componentes de la velocidad son funciones tanto del espacio como del tiempo, como vimos en las ecuaciones (26) y (27). Por tanto, la aceleración en la dirección x está dada por:

$$a_x = \frac{du}{dt}$$

y usando la regla de derivación en cadena para una función de varias variables, se puede expresar por:

$$a_x = \frac{\partial u}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial u}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial u}{\partial z} \frac{dz}{dt} + \frac{\partial u}{\partial t} \quad (33)$$

En el tiempo dt , la partícula de fluido se mueve a una distancia $dx = u dt$ en la dirección x , luego:

$$u = \frac{dx}{dt}$$

y similarmente:

$$v = \frac{dy}{dt} \quad \text{y} \quad w = \frac{dz}{dt}$$

Por tanto, el componente a_x de la aceleración está dada por:

$$a_x = u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial t} \quad (36)$$

similarmente las componentes y y z son:

$$a_y = u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial t} \quad (37)$$

$$a_z = u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial t} \quad (38)$$

ACELERACIÓN NORMAL Y TANGENCIAL

Si calculamos la aceleración a partir de la expresión de la velocidad dada en la ecuación (28), obtenemos:

$$\begin{aligned} a_t &= \frac{\partial v_s}{\partial s} \frac{ds}{dt} + \frac{\partial v_s}{\partial t} \\ &= v_s \frac{\partial v_s}{\partial s} + \frac{\partial v_s}{\partial t} \end{aligned} \quad (39)$$

Este es solamente el componente de la aceleración tangencial a la línea de corriente, pero tenemos además una componente normal a la línea de corriente dada por:

$$a_n = \frac{v_s^2}{r} \quad (40)$$

El miembro derecho de la ecuación (40) es semejante a la aceleración normal de los movimientos curvilíneos. Aquí, r es el radio de curvatura de la línea de corriente y la aceleración está dirigida hacia el centro de la curvatura de ésta. Las ecuaciones (39) y (40) son válidas para aquellos casos en que no hay rotación en las líneas de corriente.

ACELERACIÓN LOCAL Y CONVECTIVA

Una inspección de las ecuaciones (36) a (40) revelará que los términos de los miembros derechos de las mismas son de dos tipos diferentes: los que implican cambios de la velocidad respecto a la posición, $u \partial u / \partial x$, $v \partial v / \partial y$ etc., y los que implican cambios de la velocidad con respecto al tiempo $\partial u / \partial t$, $\partial v / \partial t$, $\partial w / \partial t$, y $\partial v_s / \partial t$. Los términos del primer tipo reciben el nombre de aceleraciones

convectivas, a los términos del segundo tipo se les llama *aceleración local*. La aceleración local se presenta cuando el flujo no es permanente; la aceleración convectiva ocurre cuando el flujo es no uniforme.

3.2.3 CONCEPTO DE VOLUMEN DE CONTROL

PROPIEDADES EXTENSIVAS E INTENSIVAS

Para establecer el concepto de volumen de control, tendremos que tratar con propiedades intensivas y extensivas. Las propiedades extensivas son masa M , cantidad de movimiento MV y energía E . Las propiedades intensivas correspondientes son masa por unidad de masa (unidad), cantidad de movimiento por unidad de masa (V), y energía por unidad de masa, e . Denotaremos B para representar una propiedad extensiva general, y β para la propiedad intensiva correspondiente. Como la propiedad intensiva es la propiedad extensiva por unidad de masa, la relación entre ambas en un sistema dado se presenta por:

$$B = \int \beta dm = \int \beta \rho dV. \quad (41)$$

Donde dm y dV , representan una diferencial de masa y una diferencial de volumen, respectivamente, y la integral se efectúa sobre el volumen ocupado por el sistema en un instante dado.

VOLUMEN DE CONTROL Y SUPERFICIE DE CONTROL

El volumen de control es una región del espacio que establecemos como ayuda para la solución de problemas de flujo, y la superficie de control es la superficie que rodea a este volumen. En la mayoría de los problemas, parte de la superficie de control coincidirá con alguna superficie que limite físicamente el flujo. El resto de la superficie de control es una superficie hipotética que deja pasar el fluido, como en el caso de la figura 3-10.

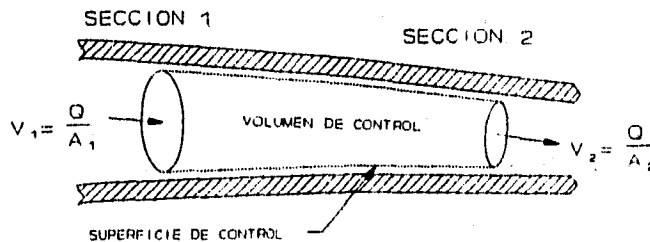


FIGURA 3-10. Volumen de control en un conducto con flujo unidimensional.

FLUJO ENTRANTE Y SALIENTE EN UN VOLUMEN DE CONTROL

La regla que usaremos para aplicar el concepto de volumen de control es que el vector de área A siempre debe apuntar hacia afuera de volumen de control, entonces en la figura 3-11 tenemos un flujo unidimensional en un conducto y en ella podemos ver los vectores de área adecuadamente orientados.

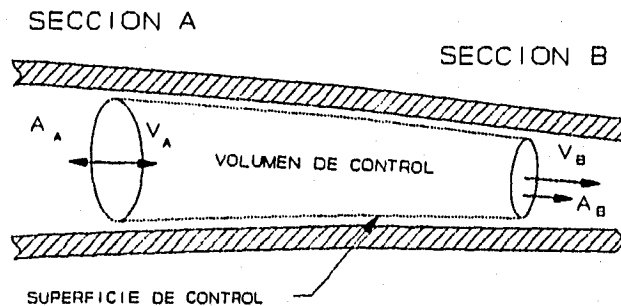


FIGURA 3-11. Dirección de los vectores área para un volumen de control de un flujo unidireccional.

El coseno del ángulo entre V_A y A_A es -1 , y el del ángulo entre V_B y A_B $+1$, por lo que la diferencia de gastos de entrada y salida se puede expresar sencillamente por:

$$\begin{aligned} \text{Flujo saliente} - \text{Flujo entrante} &= V_B A_B - V_A A_A \\ &= V_B A_B + V_A A_A \quad (42) \\ &= \sum_{sc} V \cdot A \end{aligned}$$

La ecuación (42) establece que si sumamos los productos $V \cdot A$ de todos los flujos que entran y salen de un volumen de control, encontramos el caudal neto de salida. Entonces, si el resultado de la suma es un número positivo, el gasto neto se dirige hacia afuera del volumen de control. Si el resultado es negativo habrá un gasto neto hacia el interior del volumen de control.

Si queremos conocer el gasto másico que sale de un volumen de control simplemente multiplicaremos el gasto volumétrico por ρ o

$$\dot{m} = \sum_{sc} \rho V \cdot A \quad (43)$$

De un modo semejante, si queremos el gasto de una propiedad extensiva B fuera del volumen de control, multiplicaremos el gasto másico por la propiedad intensiva β correspondiente:

$$\dot{B} = \sum_{sc} \beta \rho \mathbf{V} \cdot \mathbf{A} = \sum_{sc} \beta \dot{m} \quad (44)$$

Las ecuaciones (42), (43) y (44) se aplican a todos los flujos unidimensionales. Si la velocidad varía a través de la sección transversal, será necesario integrarla sobre toda la sección para determinar el gasto. Una expresión más general para el gasto de una propiedad extensiva del volumen de control está dada como:

$$\dot{B} = \int_{sc} \beta \rho \mathbf{V} \cdot d\mathbf{A} \quad (45)$$

DERIVACIÓN DE LA ECUACIÓN DE VOLUMEN DE CONTROL

Para obtener la ecuación básica del volumen de control consideraremos primero un sistema que se mueve en el espacio.

La ecuación básica del volumen de control se obtiene considerando la rapidez de cambio de una propiedad extensiva del sistema de fluido que está pasando a través del volumen de control. En la figura 3-12, la línea de trazo continuo marca la superficie de control que encierra al volumen de control, y esta misma superficie sirve para definir el sistema, una masa dada de fluido en el tiempo t . En el instante $t + \Delta t$, el sistema, o masa de fluido, está marcado por la línea punteada de la figura 3-12 y se ha movido con respecto a la superficie de control. La rapidez de cambio respecto al tiempo de una propiedad extensiva B del sistema, escogida arbitrariamente se expresa por dB_{sist}/dt , y se puede establecer según la definición fundamental de una derivada como:

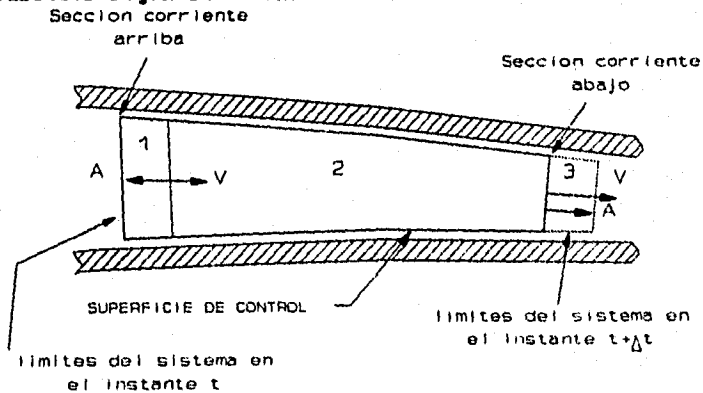


FIGURA 3-12. Masa de fluido en movimiento en el tiempo t y $t + \Delta t$

$$\frac{dB_{sist}}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left[\frac{B_{t+\Delta t} - B_t}{\Delta t} \right] \quad (46)$$

En la ecuación (46) la derivada de dB_{sist}/dt es la rapidez de cambio de la B del sistema a medida que se mueve a lo largo del conducto. En la figura 3-12 el fluido se ha dividido en tres regiones. El fluido del sistema en el tiempo t se representa por la suma de las fracciones 1 y 2, mientras que las regiones 2 y 3 identifican al mismo sistema en el tiempo $t + \Delta t$. Si se sigue este procedimiento de identificación podemos escribir:

$$\frac{dB_{sist}}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left[\frac{(B_2 + B_3)_{t+\Delta t} - (B_1 + B_2)_t}{\Delta t} \right] \quad (47)$$

Reacomodando los términos, tenemos:

$$\frac{dB_{sist}}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left[\frac{B_{2,t+\Delta t} - B_{2,t}}{\Delta t} \right] + \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left[\frac{B_{3,t+\Delta t} - B_{2,t}}{\Delta t} \right] \quad (48)$$

A continuación consideraremos cada uno de los términos del miembro derecho de la ecuación (48).

El primer término de la derecha representa la rapidez de cambio de la propiedad B en la región 2. Pero a medida que Δt se aproxima a 0 como límite, la región 2 se aproxima a la del volumen de control; por tanto, podemos decir que este primer término del miembro derecho de la ecuación (48) es la rapidez de cambio respecto al tiempo de la propiedad extensiva B del fluido que se encuentra dentro del volumen de control en el instante t . Más específicamente, podemos reescribir este término como la derivada total de B con respecto al tiempo:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left[\frac{B_{2,t+\Delta t} - B_{2,t}}{\Delta t} \right] = \frac{dB_{vc}}{dt} \quad (49)$$

o considerando la ecuación (41)

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left[\frac{B_{2,t+\Delta t} - B_{2,t}}{\Delta t} \right] = \frac{d}{dt} \int_{vc} \beta \rho dv. \quad (50)$$

El segundo término del miembro derecho de la ecuación (48) puede analizarse de la siguiente manera. La cantidad $B_{2,t+\Delta t}$ representa cuánto de la propiedad B ha salido del volumen de control en el tiempo Δt , y $B_{2,t}$ representa cuánto de B ha entrado en el volumen de control en el mismo tiempo Δt . De este modo el segundo término del miembro derecho de la ecuación (48) es el gasto de B que sale del volumen de control menos el que entró en el tiempo t . Sustituyendo la ecuación (44) en lugar del segundo término del miembro derecho de la Ec. (48) y la Ec. (50) para el primer término del miembro derecho en la misma Ec. (48), obtenemos: El subíndice del segundo término del miembro derecho de la ecuación

$$\frac{dB_{sist}}{dt} = \frac{d}{dt} \int_{vc} \beta \rho dV + \sum_{sc} \beta \rho V \cdot A \quad (51)$$

(51) indica que se supone que se están sumando flujos a través de toda la superficie de control. En la obtención de la Ec. (51) consideramos primero la rapidez de cambio de la propiedad extensiva B del sistema, después demostramos que ésta se podría expresar como la suma de la rapidez de cambio de B dentro del volumen de control más el gasto neto de flujo de B que sale del volumen de control. Entonces el miembro derecho de la Ec. (51) se refiere a las condiciones dentro del volumen de control y al flujo a través de la superficie de control en su primero y segundo término respectivamente.

FORMA GENERAL DE LA ECUACIÓN DE VOLUMEN DE CONTROL

Para obtener la Ec. (51) se consideró un flujo unidimensional; luego, el gasto de B en cada sección está dado por $\beta \rho V \cdot A$. Sin embargo, si la velocidad varía a lo largo de la sección, se deberá emplear la forma general del gasto de la propiedad extensiva, Ec. (45), y la ecuación de volumen de control será:

$$\frac{dB_{sist}}{dt} = \frac{d}{dt} \int_{vc} \beta \rho dV + \int_{sc} \beta \rho V \cdot dA \quad (52)$$

En la mayoría de los casos se encuentran problemas de flujos estacionarios, en los que se elimina el miembro de la Ec. (50). Esto sucede porque la derivación se hace respecto a las condiciones en el interior del volumen de control; si estas condiciones no cambian con el tiempo, el término $d(\)/dt$ es cero. Por tanto, para un flujo estacionario, nuestra ecuación básica de volumen de control se reduce a:

$$\frac{dB_{sist}}{dt} = \sum_{sc} \beta \rho V \cdot A \quad (53)$$

Dependiendo de la aplicación de la ecuación, β y B pueden ser cantidades escalares o vectoriales.

3.2.6 ECUACIÓN DE CONTINUIDAD

La ecuación de continuidad se basa en el principio de conservación de la masa aplicado al movimiento de fluidos. La ecuación de continuidad establece que la masa que sale de una región del espacio, como por ejemplo un volumen de control, menos el gasto que entra a la región, es igual al gasto con que se está evacuando la masa de fluido de la reacción considerable.

FORMA GENERAL DE LA ECUACIÓN DE CONTINUIDAD

Comenzaremos por escribir la ecuación general del volumen de control con $B = \text{masa del sistema}$, lo que significa β es igual a la unidad. Entonces la Ec. (52) se transforma en:

$$\frac{d(\text{masa})}{dt} = \frac{d}{dt} \int_{vc} \rho dV + \int_{sc} \rho V \cdot dA \quad (54)$$

El miembro de la izquierda es la rapidez de cambio de la masa del sistema. Pero por la definición de sistemas, su masa es constante; entonces el miembro izquierdo debe ser cero y la ecuación puede escribirse como:

$$\int_{sc} \rho V \cdot dA = - \frac{d}{dt} \int_{vc} \rho dV \quad (55)$$

Esta es la forma general de la ecuación de continuidad y establece que el gasto neto de masa que sale del volumen de control es igual a la rapidez con que decrece la masa dentro del volumen de control.

La ecuación de continuidad para fluidos que tienen velocidad constante en toda la sección está dada por:

$$\sum_{sc} \rho V \cdot dA = - \frac{d}{dt} \int_{vc} \rho dV \quad (56)$$

En muchos problemas, el flujo es estacionario y en ellos emplearemos la siguiente ecuación:

$$\int_{sc} \rho V \cdot dA = 0 \quad (57)$$

ECUACIÓN DE CONTINUIDAD PARA UN FLUJO ESTACIONARIO UNIDIMENSIONAL EN UN CONDUCTO.

A continuación analizaremos el caso de un flujo estacionario en un conducto (figura 3-13) para establecer una relación entre las velocidades medias en dos secciones del mismo. En la figura se dibuja un volumen de control de tal modo que los extremos del mismo son las secciones 1 y 2, respectivamente. Para el flujo en este volumen de control podemos aplicar la ecuación de continuidad:

$$\sum_{sc} \rho V \cdot A = 0$$

SECCION 1

SECCION 2

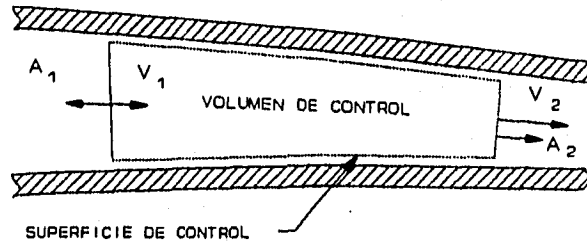


FIGURA 3-13 Flujo estacionario en un conducto.

Cuando se desarrolla para el ejemplo citado nos da:

$$-\rho_1 V_1 A_1 + \rho_2 V_2 A_2 = 0 \quad (59)$$

$$\text{o} \quad \rho_1 V_1 A_1 = \rho_2 V_2 A_2$$

Además, si tenemos un flujo de densidad constante, las ρ' se eliminan, quedando:

$$V_1 A_1 = V_2 A_2 \quad (60)$$

Esta ecuación establece que el gasto volumétrico en la sección 1 es igual al gasto en la sección 2, por lo que podemos escribir:

$$Q_1 = Q_2 \quad (61)$$

3.2.7 ROTACIÓN Y VORTICIDAD

Supongamos un tanque con líquido girando alrededor de un eje vertical. En la figura 3-14 se muestra una proyección horizontal de este tanque. Si concentramos nuestra atención en un elemento dado, podemos ver que gira, pero no se deforma con el tiempo. En este proceso, todas las líneas que pasan por el elemento como a-a y la b-b giran con la misma velocidad.

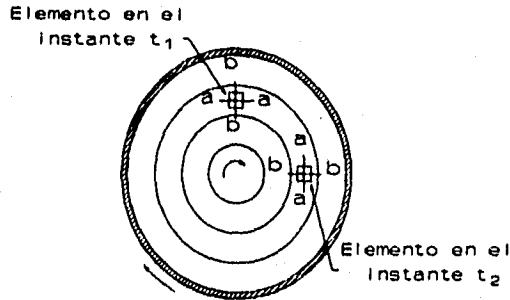


FIGURA 3-14 Proyección horizontal de un tanque con líquido girando.

Consideremos ahora un flujo entre dos paredes horizontales, como el de la figura 3-15, donde la placa inferior está fija y la superior se mueve hacia la derecha con una velocidad V . La distribución de velocidades es lineal; por ende un elemento del fluido sufre una deformación como la mostrada. Las caras del elemento que inicialmente eran verticales, giran en sentido dextrógiro, mientras que las caras horizontales conservan su orientación. En estas condiciones no está muy claro si se trata de un movimiento de rotación o no. Para ello determinaremos la velocidad promedio de rotación de dos líneas que en el momento inicial son perpendiculares entre sí y que siguen el movimiento de las caras del elemento de fluido. Si la velocidad promedio de rotación de estas líneas es cero, el fluido es irrotacional; si no es cero, entonces por definición, el flujo es rotacional. Por lo tanto, el flujo entre las placas paralelas es también un caso de flujo rotacional.

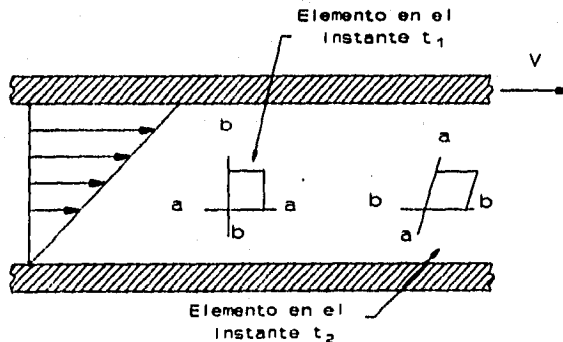


FIGURA 3-15 Flujo entre dos placas paralelas.

Consideremos un elemento cúbico de fluido, como en la figura 3-16. Con este elemento desarrollaremos una expresión que indique la velocidad media de rotación de las líneas AB y AC que son perpendiculares entre sí en el instante t . La rotación será alrededor del eje z ; y está dada por:

$$\omega_z = \frac{\omega_{AB} + \omega_{AC}}{2} \quad (62)$$

La velocidad de rotación de AB se puede expresar por la rapidez de cambio de θ_B , que a su vez es una función de la distribución de velocidades:

$$\omega_{AB} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \theta_B}{\Delta t} \quad (63)$$

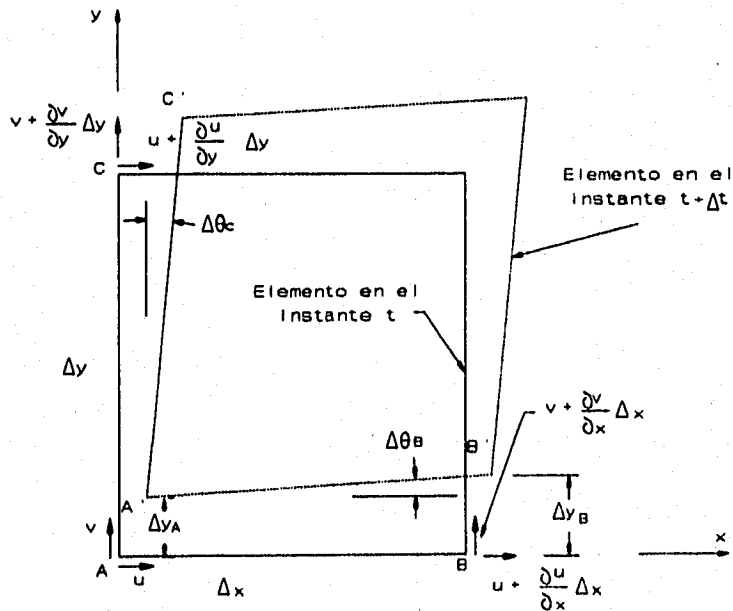


FIGURA 3-16 Deformación de un elemento de fluido

Refiriéndonos nuevamente a la figura 3-16, vemos que $\Delta \theta_B$ es igual a $(\Delta y_B - \Delta y_A) / \Delta x$, donde $\Delta y_B - \Delta y_A$ está dada por:

$$\Delta y_B - \Delta y_A = (v + \frac{\partial v}{\partial x} \Delta x - v) \Delta t \quad (64)$$

$$\Delta \theta_B = \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\Delta x \Delta t}{\Delta t}$$

Luego:

$$\begin{aligned} \omega_{AB} &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{(\partial v / \partial x) \Delta x \Delta t}{\Delta x \Delta t} \\ &= \frac{\partial v}{\partial x} \end{aligned} \quad (65)$$

De manera similar podemos demostrar que la velocidad de rotación negativa (en sentido dextrógiro) de la línea AC está dada por:

$$-\omega_{AC} = \frac{\partial u}{\partial y}$$

$$\omega_{AC} = -\frac{\partial u}{\partial y} \quad (67)$$

Sustituyendo las Ecs. (65) y (67) en la (62), obtenemos:

$$\omega_z = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (68)$$

De igual modo se obtienen las velocidades de rotación alrededor de los ejes x y y, que son respectivamente:

$$\omega_x = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right) \quad (69)$$

$$\omega_y = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right) \quad (70)$$

VORTICIDAD

Se define vorticidad como el doble de la velocidad media de rotación. Por tanto, el vector de vorticidad se puede escribir como:

$$\Omega = \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right) i + \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right) j + \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) k \quad (71)$$

3.3 VARIACIÓN DE LA PRESIÓN EN FLUJOS DE FLUIDOS

3.3.1 CAUSAS BÁSICAS DE LA VARIACIÓN DE PRESIÓN EN EL FLUJO DE UN FLUIDO

En el flujo de fluidos existen básicamente dos causas de la variación de la presión, además del efecto del peso, que son la aceleración y la resistencia viscosa. Para acelerar una masa de fluido en una dirección dada debe haber una fuerza neta en la dirección de la aceleración; por lo tanto, la presión debe disminuir en la dirección de la aceleración. Cuando se aísla una masa de fluido como en la figura 3-17, se observa que la mayor presión en el extremo izquierdo actúa hacia la derecha, en la dirección en que la presión decrece y la menor presión, en el extremo derecho, actúa en dirección opuesta. Como las áreas son iguales, la fuerza neta sobre el fluido actúa hacia la derecha, en la dirección de la disminución de la presión. Además de la aceleración, es necesaria una variación de presión para vencer la resistencia viscosa que actúa en oposición al movimiento del fluido.

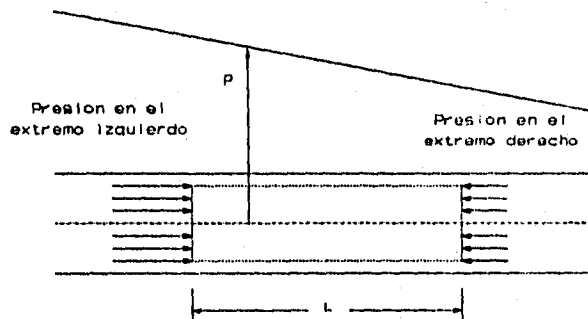


FIGURA 3-17 Variación de presión en un tubo.

VARIACIÓN DE LA PRESIÓN DEBIDA AL PESO Y A LA ACCELERACIÓN

Considérese el elemento cilíndrico de fluido mostrado en la figura 3-18. Aquí el elemento se ha acelerado en la dirección l y únicamente actúan sobre él las fuerzas del peso y la presión. Nótese que el eje coordenado z está dirigido verticalmente hacia arriba y que se ha supuesto que la presión varía a lo largo de la longitud del elemento. Luego de aplicar la segunda ley de Newton en la dirección l y usando el sistema de aproximación, se tiene

$$\sum F_l = Ma_l$$

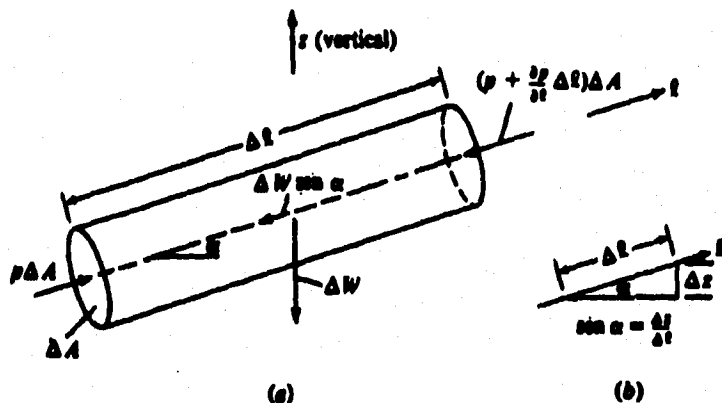


FIGURA 3-18. Fuerzas de presión y peso que actúan sobre un elemento de fluido en aceleración. (a), elemento de fluido. (b), relación trigonométrica.

$$p \Delta A - (p + \frac{\partial p}{\partial l} \Delta l) \Delta A - N \sin \alpha = \rho \Delta l \Delta A a_1 \quad (73)$$

Sin embargo, $W = \gamma \Delta l \Delta A$; por lo tanto, la Ec. (73) se reduce a:

$$-\frac{\partial p}{\partial l} - \gamma \sin \alpha = \rho a_1 \quad (74)$$

En la figura 3-18b se ve que $\sin \alpha$ es igual a $\partial z / \partial l$ en la condición límite cuando Δz se aproxima a cero. Así cuando se hace ésta sustitución en la ecuación (74), se obtiene:

$$-\frac{\partial p}{\partial l} - \gamma \frac{\partial z}{\partial l} = \rho a_1 \quad (75)$$

o, tomando a γ como una constante:

$$-\frac{\partial}{\partial l} (p + \gamma z) = \rho a_1 \quad (76)$$

La Ec. (76) es la ecuación de Euler de movimiento para un fluido. Es interesante notar que cuando la aceleración es cero, la ecuación (76) se reduce a $d/dl(p + \gamma z) = 0$, que es la expresión familiar para la hidrostática, $p + \gamma z = C$, después de integrarse. Es decir, a lo largo de una trayectoria de cero aceleración la distribución de presión debe ser hidrostática.

3.3.2 ECUACIÓN DE BERNOULLI

LA ECUACIÓN DE BERNOULLI A LO LARGO DE UNA LÍNEA DE CORRIENTE

Cuando se escribe la ecuación de Euler, ecuación (76), para un flujo a lo largo de una línea de corriente (en la dirección s) usando la expresión general para la aceleración a lo largo de una línea de corriente (Ec. 39), la ecuación toma la forma:

$$-\frac{\partial}{\partial s}(p + \gamma z) = \rho \left(V_s \frac{\partial V_s}{\partial s} + \frac{\partial V_s}{\partial t} \right) \quad (77)$$

Integrando la ecuación de Euler para flujo estacionario estable entre puntos del campo de flujo, se obtiene la ecuación de Bernoulli. En el flujo estacionario, los cambios son únicamente con respecto a la posición por lo que las diferenciales de la ecuación (77) se vuelven diferenciales totales. La ecuación de Euler para flujo estacionario (estable) a lo largo de una línea de corriente, ecuación (77), toma la forma:

$$-\frac{d}{ds}(p + \gamma z) = \rho V_s \frac{dV_s}{ds}$$
$$-\frac{d}{ds}(p + \gamma z) = \rho \frac{d}{ds} \left(\frac{V_s^2}{2} \right) \quad (78)$$

Cuando la Ec. (78) se integra con respecto a s para un flujo incompresible, se obtiene:

$$p + \gamma z + \rho \frac{V_s^2}{2} = C \quad (80)$$

La ecuación (80) es la ecuación de Bernoulli, que también puede escribirse como:

$$\frac{p}{\gamma} + z + \frac{V_s^2}{2g} = C_1 \quad (81)$$

Donde p/γ , z , y $V_s^2/2g$ se denominan carga de presión, elevación y carga de velocidad o carga dinámica respectivamente.

3.3.3 APLICACIÓN DE LA ECUACIÓN DE BERNOULLI

TUBO DE ESTANCAMIENTO

Considérese un tubo curvado como el que se muestra en la figura 3-19. Cuando se escribe la ecuación de Bernoulli entre los puntos 1 y 2, se obtiene:

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 \quad (82)$$

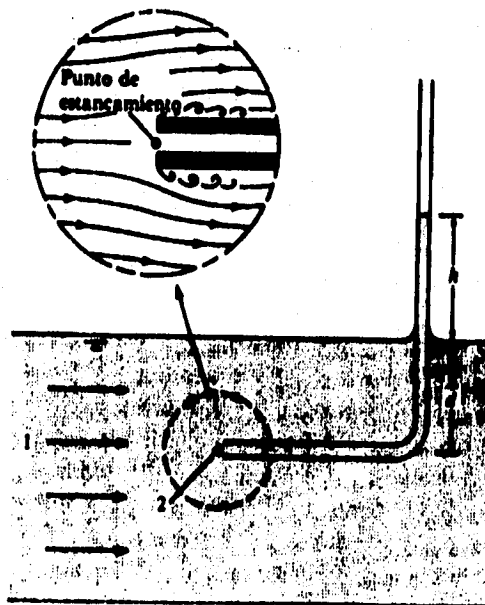


FIGURA 3-19. Tubo de estancamiento.

Sin embargo, $z_2 = z_1$ y la velocidad en el punto 2 es cero; de donde la Ec. (82) se reduce a:

$$\frac{V_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\gamma} - \frac{p_1}{\gamma} \quad (83)$$

Por las ecuaciones de la hidrostática (no hay aceleración normal a las líneas de corriente cuando éstas son rectas y paralelas), $p_1 = \gamma d$ y $p_2 = \gamma(h + d)$; por lo tanto, la Ec. (83) puede escribirse

ahora como:

$$\frac{V_1^2}{2g} = \frac{\gamma(h+d) - \gamma d}{\gamma} \quad (84)$$

que después se reduce a

$$V_1 = \sqrt{2gh} \quad (85)$$

De aquí podemos ver que un dispositivo tan sencillo como este tubo curvado puede utilizarse para medir la velocidad de un flujo.

TUBO DE PITOT

El tubo de Pitot, llamado así en honor al ingeniero hidráulico francés del siglo XVIII que lo inventó, se basa en el mismo principio del tubo de estancamiento; sin embargo, es mucho más versátil que éste. El tubo de Pitot tiene un orificio de presión en su extremo corriente arriba para detectar la carga total de presión. También tiene orificios, localizados a una distancia equivalente a varios diámetros de tubo, corriente abajo del extremo delantero, para detectar la presión estática en el fluido, lugar donde el flujo no está esencialmente perturbado. Cuando se aplica la ecuación de Bernoulli entre los puntos 1 y 2, figura 3-20, se tiene

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2$$

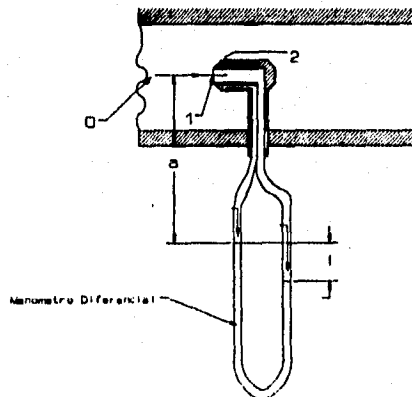


FIGURA 3-20. Tubo de Pitot.

Y como $V_1 = 0$, al despejar V_2 de la Ec. anterior se tiene:

$$V_2 = (2g[(\frac{p_1}{\gamma} + z_1) - (\frac{p_2}{\gamma} + z_2)])^{\frac{1}{2}} \quad (87)$$

Aquí, $V_2 = V$ y $p/\gamma + z = h$ de donde se obtiene:

$$V = \sqrt{2g(h_1 - h_2)} \quad (88)$$

donde V = velocidad de la corriente y h_1 y h_2 son las cargas piezométricas en los puntos 1 y 2, respectivamente

Conectando un manómetro entre los orificios que conducen a los puntos 1 y 2, se puede medir fácilmente la velocidad del flujo con el tubo de Pitot.

3.3.4 SEPARACIÓN (DESPRENDIMIENTO) Y SU EFECTO EN LA VARIACIÓN DE PRESIÓN

Considérese el flujo de un fluido real (viscoso) que pasa por un cilindro circular, tal como se muestra en la figura 3-21. La trayectoria que sigue el fluido corriente arriba de la sección media del cilindro es bastante similar a la trayectoria de un flujo irrotacional con respecto al cilindro, excepto el fluido que está muy cercano a la superficie del contorno. Aquí debido a la resistencia viscosa, una capa delgada del fluido tiene una velocidad reducida con respecto a la predicha por la teoría irrotacional. En efecto, las partículas directamente adyacentes a la superficie tienen velocidad cero. La tendencia normal de la capa de velocidad reducida (llamada *capa límite*) es de engrosarse en la dirección del flujo; sin embargo, debido a que la corriente principal del fluido, fuera de la capa límite, se está acelerando en la misma dirección, la capa límite permanece bastante delgada hasta aproximadamente la sección media.

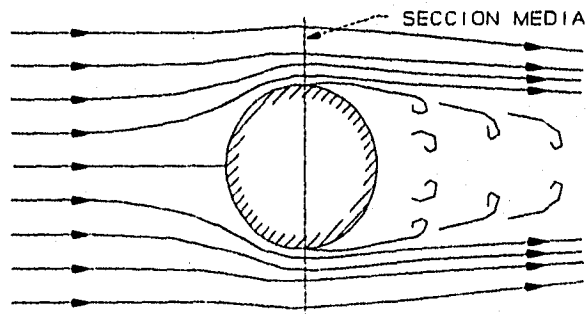


FIGURA 3-21. Flujo en un fluido real que pasa por un cilindro circular.

Corriente abajo de la sección media, la trayectoria normal del flujo irrotacional muestra una desaceleración significativa del fluido en las cercanías del contorno con un correspondiente incremento de presión. Sin embargo, para el flujo real, la desaceleración del flujo en las cercanías del contorno está limitada debido a que su velocidad ya es muy baja, consecuencia de la resistencia viscosa. Por lo tanto, el flujo cercano al contorno, sólo puede avanzar una distancia muy corta, en contra del gradiente de presión, antes de detenerse completamente. Una vez que este fluido se detiene, ocasiona que la corriente principal del flujo se desvíe o "separe" del contorno; así se produce el proceso de separación o desprendimiento el fluido fuera de la superficie de separación tiene una velocidad alta, y el que está adentro tiene una velocidad relativamente baja. Debido al agudo gradiente de velocidad a lo largo de la superficie de separación, se generan remolinos que, mediante la acción viscosa, se disipan finalmente en calor.

Como la localización del punto de separación sobre un cuerpo redondo, como el cilindro depende del carácter del flujo en la capa límite, no es sorprendente que la rugosidad de la superficie o la turbulencia del flujo que se aproximan tengan un efecto sobre la localización del punto de separación. Sin embargo para cuerpos de tipo angular, el punto de separación o desprendimiento ocurre donde la configuración del contorno cambia abruptamente. En la figura 3-22 se observa la separación del flujo donde se encuentra la discontinuidad del contorno cuando el flujo pasa por una varilla cuadrada, un disco y a través de un orificio de borde agudo.

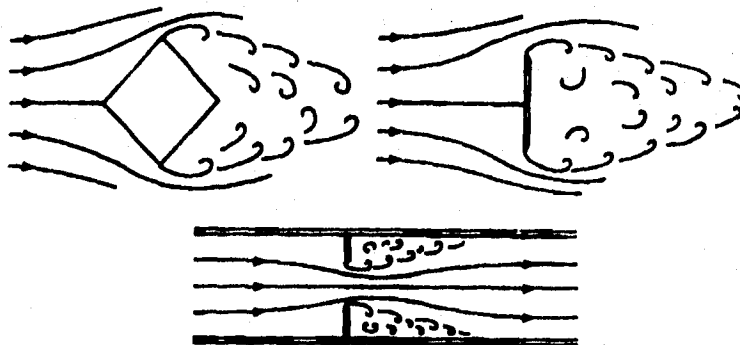


FIGURA 3-22. Flujo que pasa por una varilla cuadrada, un disco y a través de un orificio.

Ya se ha indicado que el punto de separación puede estar relacionado con la forma y rugosidad de un cuerpo. Debido a que la

separación está estrechamente relacionada con la resistencia viscosa del fluido, no nos sorprende que el número de Reynolds⁴, cuyo valor es inversamente proporcional a la resistencia viscosa relativa, sea un indicador del comienzo del desprendimiento (separación). Por ejemplo, si el flujo pasa por un cilindro circular la separación ocurrirá para un número de Reynolds ($VD\rho/\mu$) mayor de 50. Para números de Reynolds menores de 50, el campo total del flujo está dominado por esfuerzos viscosos relativamente grandes que inhiben el comienzo de un movimiento turbulento en el fluido.

EFFECTO DE LA SEPARACIÓN EN LA DISTRIBUCIÓN DE PRESIONES

Quando se presenta la separación la trayectoria del flujo ya no es la de un flujo irrotacional; por lo tanto, se puede esperar que haya cambios correspondientes en la distribución de la presión. Para el flujo que pasa por un cuerpo romo, el cambio ligero (debido a la viscosidad) de la trayectoria del flujo cercano a la parte delantera del cuerpo sólo cambia ligeramente la distribución de presión. Sin embargo en la zona de separación se presentan cambios marcados de presión. Es una regla general que la presión que prevalece en el punto de separación también lo será sobre el cuerpo dentro de la zona de separación. Esto se confirma para el flujo que pasa por el cilindro y por el disco mostrados en la figura 3-23. Nótese que tanto para el disco como para el cilindro, la presión en la mitad posterior del cuerpo es mucho menor que la presión en la mitad anterior; consecuentemente se impone una fuerza sobre el cuerpo en dirección corriente abajo. Esta fuerza es la resistencia al avance o arrastre del cuerpo, que se verá más adelante.

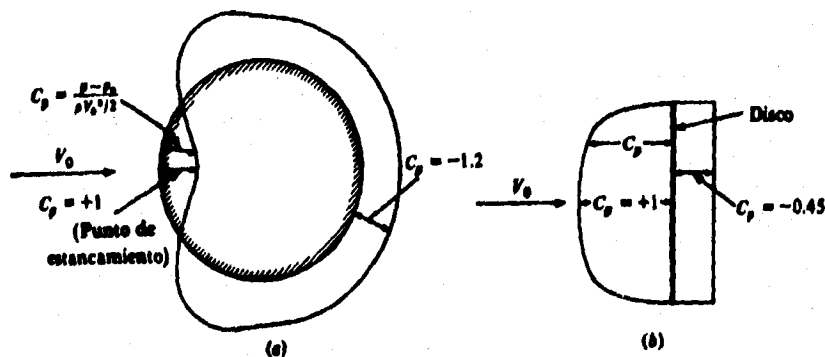


FIGURA 3-23. Distribución de presión sobre un cilindro circular y sobre un disco. (a) cilindro circular, $Re = 10^5$. (b) disco circular, $Re = 10^5$.

⁴ La definición del número de Reynolds se abordará en el capítulo 4.

3.4 PRINCIPIO DE CANTIDAD DE MOVIMIENTO

3.4.1 ECUACIÓN DE CANTIDAD DE MOVIMIENTO

Considérese primeramente la ecuación (51), que se reescribe a continuación:

$$\frac{dB_{sist}}{dt} = \frac{d}{dt} \int_{vc} \beta \rho dV + \sum_{sc} \beta \rho V \cdot A \quad (51)$$

Sea B igual a la cantidad de movimiento del sistema; es decir, la cantidad de movimiento de una magnitud de materia dada. Entonces dB/dt será la razón de cambio de la cantidad de movimiento del sistema con respecto al tiempo $d(\text{Cant. de Nov.})/dt$. Por definición, el ímpetu o cantidad de movimiento es el producto de la masa por la velocidad. Por lo tanto, β , la propiedad intensiva correspondiente o cantidad de movimiento por unidad de masa, es simplemente la velocidad V . Si se sustituye ahora dB/dt por $d(\text{Cant. de Nov.})/dt$ y β por V en la ecuación (51), se obtiene:

$$\frac{d(\text{cantidad de movimiento})}{dt} = \sum_{sc} v \rho V \cdot A + \frac{d}{dt} \int_{vc} v \rho dV. \quad (90)$$

Según la segunda ley de Newton, la suma de todas las fuerzas externas sobre un sistema es igual a la razón de cambio de la cantidad de movimiento de dicho sistema, $\Sigma F = d(\text{Cant. de Nov.})/dt$; así al hacer las sustituciones adecuadas en la Ec. (90), se tiene:

$$\Sigma F = \sum_{sc} v \rho V \cdot A + \frac{d}{dt} \int_{vc} v \rho dV. \quad (91)$$

El término fuerza de la izquierda puede incluir diferentes tipos de fuerzas. Por ejemplo, los dos tipos de fuerzas considerados generalmente son las fuerzas superficiales y las fuerzas del cuerpo. Cuando éstas se designan de tal forma, la Ec. (91) puede escribirse como sigue:

$$\Sigma F_s + \Sigma F_v = \sum_{sc} v \rho V \cdot A + \frac{d}{dt} \int_{vc} v \rho dV. \quad (92)$$

Esta es la forma básica de la ecuación de cantidad de movimiento o ímpetu cuando se tiene una velocidad uniforme en las corrientes que cruzan la superficie de control y es una herramienta poderosa para resolver muchos problemas de la mecánica de fluidos.

La forma general de la ecuación de cantidad de movimiento, cuando la velocidad en general es variable en la superficie de

control, está dada por:

$$\sum F_s + \sum F_b = \int_{sc} v \rho v \cdot dA + \frac{d}{dt} \int_{vc} v \rho dV. \quad (93)$$

Las limitaciones inherentes a la Ec. (93) se detallan a continuación.

FUERZAS EXTERNAS. Considérense primero los términos de la izquierda en las ecuaciones (92) y (93). Estos representan las fuerzas externas que actúan sobre el sistema; es decir, las que actúan sobre la masa, dentro del volumen de control, en el instante de aplicar la ecuación. Las fuerzas de superficie $\sum F_s$ pueden encontrarse en forma de fuerzas de presión, transmitidas a través del líquido, o pueden ser fuerzas transmitidas por un sólido. La fuerza de superficie puede incluir también la fuerza de contorno físico sobre el fluido, si así se ha escogido la superficie de control. En otras palabras, siempre que se transmitan fuerzas a través de la superficie de control, deberán considerarse dentro de $\sum F_s$ en las Ecs. (92) y (93). En la mayoría de las aplicaciones de ingeniería, las fuerzas de cuerpo $\sum F_b$ constan de las fuerzas de gravedad que actúan sobre la masa que se encuentra dentro del volumen de control; sin embargo, estudios más avanzados, como la magnetohidrodinámica, también incluyen fuerzas electromagnéticas dentro de esta categoría.

Es importante reconocer que el término $\sum F$ de la Ec. (91) puede considerarse exactamente de la misma forma en que se consideran las fuerzas sobre un cuerpo libre dentro de la ingeniería mecánica básica. En este caso el cuerpo considerado es la masa dentro del volumen de control en el mismo instante del cálculo; por lo tanto, la superficie de control delimita al cuerpo. Al resolver los problemas de flujo y aplicar la ecuación de cantidad de movimiento, debe tenerse en cuenta este concepto de cuerpo libre.

REFERENCIA DE VELOCIDAD. En la obtención básica de la Ec. de volumen de control, la velocidad en el término $V \cdot A$ siempre está referida al volumen de control mismo, ya que representa la descarga a través de la superficie de control; por lo tanto, este requisito es válido en su aplicación a la ecuación de cantidad de movimiento. Si el volumen de control no se acelera, entonces la velocidad que se usa para β también estará asociada al mismo marco de referencia en que está fijo el volumen de control. Si el problema es tal que es deseable hacer que el volumen de control se acelere, entonces la velocidad usada para β debe ser con respecto a un marco de referencia inercial.

INESTABILIDAD. Cuando las condiciones en un punto cambian con respecto al tiempo, se tiene un flujo inestable o no estacionario. Esto se toma en cuenta en el último término de la derecha en las ecuaciones (92) y (93). En muchos problemas, el flujo dentro del volumen de control es estable, desapareciendo de la ecuación el

término de inestabilidad.

NO UNIFORMIDAD DEL FLUJO. El primer término del lado derecho de las ecuaciones (92) y (93) es el cambio en el flujo de momentum a través de un volumen de control dado; por lo tanto, si el flujo es uniforme a través del volumen de control no habrá cambio en el flujo de cantidad de movimiento y este término será cero. Sin embargo, si el flujo no es uniforme, existirá un cambio en el flujo de cantidad de movimiento entre las secciones de entrada y salida, debiéndose evaluar la magnitud de dicho término. Las aplicaciones comunes que abarcan flujo no uniforme, son el flujo en tubos doblados o a través de toberas.

ECUACIÓN DE CANTIDAD DE MOVIMIENTO EN EL SISTEMA DE COORDENADAS CARTESIANAS

A menudo es conveniente usar ecuaciones separadas de cantidad de movimiento para las direcciones x , y y z , en lugar de una sola ecuación vectorial, así la ecuación (91) se escribe en la direcciones respectivas como sigue:

dirección x :

$$\sum F_x = \sum_{sc} u(\rho V \cdot A) + \frac{d}{dt} \int_{vc} u \rho dV. \quad (94)$$

dirección y :

$$\sum F_y = \sum_{sc} v(\rho V \cdot A) + \frac{d}{dt} \int_{vc} v \rho dV. \quad (95)$$

dirección z :

$$\sum F_z = \sum_{sc} w(\rho V \cdot A) + \frac{d}{dt} \int_{vc} w \rho dV. \quad (96)$$

CAPÍTULO 4

ANÁLISIS DIMENSIONAL Y SEMEJANZA

CAPÍTULO CUATRO: ANÁLISIS DIMENSIONAL Y SEMEJANZA

La historia de la mecánica de fluidos señala que el desarrollo de ésta ha dependido sustancialmente de los resultados experimentales porque muy pocos problemas de flujos reales pueden resolverse de manera exacta únicamente por métodos analíticos. La solución de los problemas reales implica una combinación de la información analítica y de la experimental. En general, primero se aproxima la situación física real con un modelo matemático que sea suficientemente simple para obtenerse una solución. Después se efectuarán mediciones experimentales para verificar la validez de los resultados analíticos. Basándose en estas mediciones, se pueden hacer refinamientos al análisis; el procedimiento se puede continuar verificándose cada vez los resultados que se obtienen. Los resultados experimentales constituyen una liga esencial en este proceso iterativo de diseño. Por otra parte, los diseños empíricos desarrollados sin una revisión cuidadosa de los datos experimentales de los cuales se dispone, muchas veces resultan costosos y pobres o inadecuados en su aplicación.

Por otra parte, el trabajo experimental en el laboratorio es costoso y requiere de un tiempo considerable. En este sentido, un objetivo obvio consiste en obtener la mayor información posible del número más reducido de experimentos. El análisis dimensional constituye una herramienta importante que muchas veces puede ayudar a lograr este objetivo. Los parámetros adimensionales que se obtienen pueden también utilizarse para correlacionar los datos buscando una presentación objetiva y empleando el mínimo número posible de representaciones gráficas.

En muchas ocasiones, los datos empíricos son lo suficientemente generales como para poderse utilizar en diferentes problemas, razón por la que se publican en manuales, revistas especializadas y textos. Como ejemplo de estos datos podemos citar los coeficientes de resistencia en tubos y los de resistencia al avance de los cuerpos que se mueven a través del fluido. Sin embargo en muchos de los problemas la forma geométrica de la estructura que guía al fluido o las condiciones propias del fluido son tan particulares que se necesitan pruebas especiales sobre una réplica a escala de la estructura para poder predecir los patrones de flujo y las variaciones de presión. Cuando se hacen tales pruebas, la réplica a escala recibe el nombre de modelo y la estructura real empleada en el proyecto se llama prototipo. El modelo suele hacerse a una escala mucho menor que el prototipo por razones económicas.

4.1 NECESIDAD DEL ANÁLISIS DIMENSIONAL.

La mayor parte de los fenómenos en mecánica de fluidos dependen de una manera compleja de los parámetros geométricos y del flujo. Por ejemplo, considérese la fuerza de arrastre que actúa sobre una esfera estacionaria, de superficie lisa colocada en la

corriente uniforme de un fluido.

Es de esperarse que la fuerza de arrastre o resistencia al avance dependa del tamaño de la esfera (caracterizado por el diámetro D), de la velocidad del fluido V , y de su viscosidad, μ . Además, la masa del fluido caracterizada por su densidad, ρ , debe también resultar importante. Si se representa la fuerza de arrastre mediante F_D , podemos escribir la siguiente ecuación simbólica:

$$F_D = f(D, V, \rho, \mu) \quad (97)$$

Si bien hemos despreciado los parámetros de los cuales depende la fuerza de arrastre, como la rugosidad o áspero de la superficie, hemos logrado formular el problema de determinar la fuerza de arrastre para una esfera estacionaria en función de cantidades que son fácilmente medibles y controlables en el laboratorio.

Imaginémonos una serie de experimentos para determinar la forma en que F_D depende de las variables D, V, ρ y μ . Una vez construida una instalación experimental apropiada, se puede comenzar el trabajo. Para obtener una curva de F_D contra V con valores fijos de ρ , μ y D , podríamos necesitar pruebas correspondientes a 10 valores de V . Para analizar el efecto que tiene el diámetro, cada prueba tendría que repetirse para esferas de 10 diámetros diferentes. El procedimiento anterior tendría que repetirse 10 veces para ρ y μ respectivamente. Mediante cálculos aritméticos muy sencillos se puede demostrar que se necesitan 10^4 experimentos diferentes. Si cada prueba toma media hora y se trabaja ocho horas diarias, el programa de pruebas completo requeriría dos años y medio. Por otra parte es necesario hacer ver que también tendríamos dificultades en presentar los datos obtenidos. Graficando F_D contra V con D como un parámetro para cada combinación de densidad y viscosidad, todos los resultados experimentales darían como resultado un total de 100 gráficas. La utilidad de tal presentación es muy limitada en el mejor de los casos.

Afortunadamente, podemos obtener resultados más significativos con bastante menos esfuerzo mediante el uso del análisis dimensional. Todos los resultados experimentales para la fuerza de arrastre que actúa sobre una esfera lisa se pueden dibujar con una relación funcional entre sólo dos parámetros adimensionales en la forma

$$\frac{F_D}{\rho V^2 D^2} = f_1\left(\frac{\rho V D}{\mu}\right)$$

La forma de la función en la expresión anterior debe determinarse experimentalmente. Sin embargo en lugar de tener que realizar 10^4 experimentos, podemos establecer la naturaleza de la función con el mismo grado de aproximación únicamente con 10 experimentos diferentes. Resulta obvio que se ahorra una gran cantidad de

tiempo. Más importante que lo anterior, es lo conveniente de los experimentos que se necesitarían efectuar ahora: no se requiere encontrar fluidos con 10 diferentes valores de la densidad y de la viscosidad, como tampoco se necesitan 10 esferas con diámetros diferentes. En su lugar, únicamente el cociente $\rho V D / \mu$ debe modificarse durante los experimentos. Esto se puede lograr, por ejemplo, cambiando la velocidad.

4.2 DIMENSIONES Y ECUACIONES.

Todas las variables utilizadas en ciencia o ingeniería se expresan en términos de un número reducido de dimensiones fundamentales. En la mayoría de los problemas de ingeniería las dimensiones fundamentales son fuerza, longitud y tiempo; o masa longitud y tiempo; cualesquiera de los dos sistemas es igualmente válido. Según esto podemos indicar las dimensiones de la presión en la forma siguiente:

$$[p] = \frac{F}{L^2} \quad (99)$$

Los corchetes significan "dimensión de". Por lo tanto, la ecuación (99) se debe leer "las dimensiones de p equivalen a fuerza por longitud al cuadrado". En este caso, L^2 tiene las dimensiones de área.

TABLA 4-1. Dimensiones de cantidades físicas usadas en la mecánica de fluidos.

CANTIDAD	SÍMBOLO	DIMENSIONES
Longitud	l	L
Tiempo	t	T
Masa	m	M
Fuerza	F	MLT^{-2}
Velocidad	V	LT^{-1}
Aceleración	a	LT^{-2}
Área	A	L^2
Descarga	Q	L^3T^{-1}
Presión	Δp	$ML^{-1}T^{-2}$
Aceleración debida a la gravedad	g	LT^{-2}
Densidad	ρ	ML^{-3}
Peso específico	γ	$ML^{-2}T^{-2}$
Viscosidad dinámica	μ	$ML^{-1}T^{-1}$
Viscosidad cinemática	ν	L^2T^{-1}
Tensión superficial	σ	MT^{-2}
Módulo elástico de compresión	K	$ML^{-1}T^{-2}$

No es necesario decir que todas las ecuaciones deben estar balanceadas en magnitud, pero si conviene aclarar que las

ecuaciones racionales (obtenidas de las leyes fundamentales de la física) deben ser dimensionalmente homogéneas. Es decir, el miembro izquierdo de la ecuación debe tener las mismas dimensiones que el derecho. Más aún, cada término de la ecuación debe tener las mismas dimensiones.

La tabla 4-1 detalla algunas de las cantidades usadas en el flujo de fluidos, junto con sus símbolos y dimensiones.

4.3 TEOREMA II DE BUCKINGHAM

Dado un problema físico en el cual el parámetro dependiente es la función de $n - 1$ parámetros independientes, podemos expresar la relación entre las variables de manera funcional como:

$$q_1 = f(q_2, q_3, \dots, q_n)$$

donde q_1 es el parámetro dependiente y q_2, q_3, \dots, q_n son los $n - 1$ parámetros independientes. Matemáticamente podemos expresar la relación funcional de manera equivalente como:

$$g(q_1, q_2, \dots, q_n) = 0 \quad (101)$$

donde g es una función desconocida, diferente de f . Para el problema del arrastre de una esfera escribimos la ecuación (97). Podemos escribir de igual manera:

$$g(F_D, D, V, \rho, \mu) = 0 \quad (102)$$

El teorema II de Buckingham establece que dada una relación de la forma de la Ec. (101) entre n parámetros, éstos se pueden agrupar en $n - m$ parámetros adimensionales independientes, generalmente representados con el símbolo Π ; dicha relación tiene la forma funcional

$$G(\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_{n-m}) = 0 \quad (103)$$

o bien

$$\Pi_1 = G_1(\Pi_2, \Pi_3, \dots, \Pi_{n-m}) \quad (104)$$

Usualmente (pero no necesariamente siempre)⁵ el número m es igual al número mínimo de dimensiones independientes necesarias para especificar las dimensiones de todos los parámetros q_1, q_2, \dots, q_n .

El teorema no predice la forma funcional de G o G_1 . Esta relación entre los parámetros Π adimensionales independientes

⁵ Véase problema ejemplo 7.3 de la bibliografía (6).

deberá determinarse experimentalmente.

Un parámetro Π no es independiente si se puede formar mediante el producto o el cociente de otros parámetros en el problema. Por ejemplo, si

$$\Pi_5 = \frac{2\Pi_1}{\Pi_2\Pi_3} \quad (105)$$

o bien

$$\Pi_6 = \frac{\Pi_1^3}{\Pi_3^2} \quad (106)$$

resulta evidente que ni Π_5 ni Π_6 son independientes de los demás parámetros adimensionales.

4.4 PROCEDIMIENTO DETALLADO PARA EL EMPLEO DEL TEOREMA II DE HUCKINGHAM

4.4.1 SELECCIÓN DE PARÁMETROS

Se requiere cierta experiencia para seleccionar una lista que incluya todos los parámetros que afectan directamente el fenómeno bajo estudio. Aquellas personas que no tengan esta experiencia, pueden encontrar alguna dificultad en ejercitar un criterio que resulte suficientemente abierto al establecer esta lista de variables; sin embargo, es poco probable equivocarse si se hace una selección amplia.

Así si se sospecha que el fenómeno depende de un determinado parámetro, éste deberá incluirse. Si la idea era correcta, los experimentos demostrarán que el parámetro en cuestión debe de incluirse para obtener resultados consistentes. Si el parámetro resulta un factor ajeno, el análisis dimensional establecerá un parámetro Π adicional, pero los experimentos demostrarán que se puede eliminar completamente.

4.4.2 PROCEDIMIENTO PARA DETERMINAR LOS PARÁMETROS

PRIMER PASO

Listar todos los parámetros significativos. (Sea n el número de parámetros.) Si no se incluyen todos los parámetros significativos, se obtendrá finalmente una relación, la cual no podrá ofrecer una imagen completa del fenómeno. Si se incluyen parámetros que realmente no tienen ningún efecto en el fenómeno

físico, puede suceder que el proceso del análisis dimensional demuestre que dicho parámetro no tiene ingerencia en la relación que se busca, o bien, uno o más de los parámetros adimensionales que se obtengan serán ajenos de acuerdo con los resultados de los experimentos.

SEGUNDO PASO

Seleccionar un conjunto fundamental (primario) de dimensiones, por ejemplo MLT, o FLT (Obsérvese que para problemas de transferencia de calor será necesario incluir la temperatura y en sistemas eléctricos la carga).

TERCER PASO

Listar las dimensiones de todos los parámetros, expresándolos en función de las dimensiones primarias. (Sea r el número de dimensiones primarias.) Se puede escoger como dimensión primaria la fuerza o la masa.

CUARTO PASO

De la lista de variables o parámetros elaborada en el primer paso, seleccionar aquellos que se repetirán en los parámetros adimensionales que se han de formar; dichos parámetros repetitivos deberán ser igual en número, a las dimensiones primarias, r , y deberá buscarse no dejar fuera ninguna de ellas. Los parámetros repetitivos no deberán tener las mismas dimensiones netas, es decir, no deberán ser diferentes únicamente por un exponente; por ejemplo, no deberá incluirse en los parámetros repetitivos a una longitud (L) y a un momento de inercia de un área (L^2). Los parámetros repetitivos seleccionados podrán aparecer en todos los parámetros adimensionales que se obtengan; por lo tanto, no deberá incluirse el parámetro considerado como dependiente entre estos parámetros repetitivos.

QUINTO PASO

Establézcanse ecuaciones dimensionales que combinen los parámetros repetitivos seleccionados en el cuarto paso con cada uno de los parámetros restantes buscando formar parámetros adimensionales. (Se obtendrán $n - m$ ecuaciones). Resuélvanse estas ecuaciones para obtener los $n - m$ parámetros adimensionales.

SEXTO PASO

Verificar que cada parámetro obtenido resulte adimensional. Si inicialmente se seleccionó a la masa como una dimensión primaria, es recomendable verificar los parámetros adimensionales utilizando la fuerza como dimensión primaria, y viceversa.

EJEMPLO 4-1

La fuerza de arrastre, F_D , que actúa sobre una esfera lisa depende de la velocidad relativa, V , del diámetro de la esfera, D , de la densidad del fluido, ρ , y de la viscosidad del fluido, μ . Obtener un conjunto de parámetros adimensionales que se puedan utilizar para correlacionar los resultados experimentales.

DATOS CONOCIDOS

$F_D = f(\rho, V, D, \mu)$ para una esfera lisa.

DETERMINAR

Un conjunto apropiado de parámetros adimensionales.

SOLUCIÓN:

(1) F_D, V, D, ρ, μ $n = 5$ parámetros

(2) Selecciónense como dimensiones primarias: M, L, T .

(3) F_D, V, D, ρ, μ

$\frac{ML}{T^2}, \frac{L}{T}, L, \frac{M}{L^3}, \frac{M}{LT}$ $r = 3$ dimensiones primarias

(4) ρ, V, D $m - r = 3$ parámetros repetitivos

(5) Se obtendrán entonces $n - m = 2$ parámetros adimensionales. Estableciendo las ecuaciones dimensionales:

$$\Pi_1 = \rho^a V^b D^c F_D = \left(\frac{M}{L^3}\right)^a \left(\frac{L}{T}\right)^b (L)^c \left(\frac{ML}{T^2}\right) = M^0 L^0 T^0 \quad (107)$$

Igualando los exponentes de M, L, T

$$\begin{array}{l} M: \quad a + 1 = 0 \qquad \qquad \qquad a = -1 \\ L: \quad -3a + b + c + 1 = 0 \qquad \qquad c = -2 \\ T: \quad -b - 2 = 0 \qquad \qquad \qquad b = -2 \end{array}$$

Por lo tanto:

$$\Pi_1 = \frac{F_D}{\rho V^2 D^2} \quad (108)$$

De manera semejante:

$$\Pi_2 = \rho^d V^e D^f \mu = \left(\frac{M}{L^3}\right)^d \left(\frac{L}{T}\right)^e (L)^f \left(\frac{M}{LT}\right) = M^0 L^0 T^0 \quad (109)$$

$$\begin{array}{l}
 M: \quad d + 1 = 0 \\
 L: \quad -3d + e + f - 1 = 0 \\
 T: \quad -e - 1 = 0
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{l}
 d = -1 \\
 f = -1 \\
 e = -1
 \end{array}$$

Por lo tanto:

$$\Pi_2 = \frac{\mu}{\rho VD} \quad (110)$$

(6) Verificando los resultados, al utilizar las dimensiones F, L, T :

$$\Pi_1 = \frac{F_D}{\rho V^2 D^2} : F \frac{L^4}{FT^2} \left(\frac{T}{L}\right)^2 \frac{1}{L^2} = [1] \quad (111)$$

y

$$\Pi_2 = \frac{\mu}{\rho VD} : \frac{FT}{L^2} \frac{L^4}{FT^2} \frac{T}{L} \frac{1}{L} = [1] \quad (112)$$

La relación funcional es $\Pi_1 = f(\Pi_2)$, o bien

$$\frac{F_D}{\rho V^2 D^2} = f\left(\frac{\mu}{\rho VD}\right) \quad (113)$$

como ya se conocía previamente. La forma de la función f debe determinarse experimentalmente.

4.5 NÚMEROS ADIMENSIONALES

A lo largo de muchos años, se han podido identificar varios cientos de parámetros adimensionales importantes. Siguiendo la tradición, cada parámetro adimensional recibe el nombre de algún científico o ingeniero destacado, generalmente aquel que utilizó por primera vez el parámetro bajo consideración. Una vez que se entiende su significado físico se logra también un conocimiento de los fenómenos con los cuales ellos se relacionan.

4.5.1 NÚMERO DE REYNOLDS

En la década de 1880, Osborne Reynolds, ingeniero británico, estudió la transición entre el flujo laminar y turbulento a través de un tubo. Reynolds pudo descubrir que el parámetro

$$Re = \frac{\rho VD}{\mu} = \frac{VD}{\nu} \quad (114)$$

constituye un criterio mediante el cual se puede determinar el estado de un flujo. Experimentos posteriores han demostrado que el

número de Reynolds es un parámetro clave también para otros casos. Se tiene entonces, en general,

$$Re = \frac{\rho VL}{\mu} = \frac{VL}{\nu} \quad (115)$$

donde L es una longitud característica descriptiva del campo de flujo.

El significado físico del número de Reynolds se puede establecer más claramente si se escribe de la forma:

$$Re = \frac{\rho VL}{\mu} = \frac{\rho VL}{\mu} \frac{V L}{V L} \frac{1}{L} = \frac{\rho V^2 L^2}{(\frac{\mu V}{L}) L^2} \quad (116)$$

En esta forma final, la expresión se puede interpretar como sigue:

$$\rho V^2 L^2 \sim (\text{presión dinámica}) \times (\text{área}) \sim \text{fuerza de inercia}$$

$$\frac{\mu V}{L} L^2 \sim (\text{esfuerzo viscoso}) \times (\text{área}) \sim \text{fuerza viscosa}$$

y

$$Re \sim \frac{\text{fuerzas inerciales}}{\text{fuerzas viscosas}} \quad (119)$$

De este modo, el número de Reynolds se puede considerar como el cociente de las fuerzas inerciales entre las fuerzas viscosas. Además como es inversamente proporcional a la fuerza de corte, los números de Reynolds muy bajos implican la existencia de fuerzas viscosas de corte relativamente grandes, y viceversa.

4.5.2 NÚMERO DE MACH

En el año de 1870, el físico austriaco Ernst Mach introdujo el parámetro

$$M = \frac{V}{c} \quad (120)$$

donde V es la velocidad del flujo y c es la velocidad local del sonido. Los análisis y los resultados experimentales han demostrado que el número de Mach constituye un parámetro fundamental para caracterizar los efectos de compresibilidad en un flujo.

Escribiéndolo de manera poco diferente, el número de Mach resulta

$$N = \frac{V}{c} = \sqrt{\frac{\rho V^2}{\rho c^2}} \quad (121)$$

que se puede interpretar como el cociente de las fuerzas inerciales entre las fuerzas debidas a la compresibilidad.

Los efectos de la compresibilidad no son importantes cuando el número de Mach es menor que 0.3. Adquieren importancia cuando el número de Mach se acerca a la unidad o es mayor que ella.

4.5.3 NÚMERO DE FROUDE

William Froude fue un arquitecto naval. Junto con su hijo, Robert Edmund Froude, estableció que el parámetro

$$Fr = \frac{V}{\sqrt{gL}} \quad (122)$$

resultaba significativo para los flujos que presentan una superficie libre.

Elevando al cuadrado el número de Froude, se obtiene:

$$Fr^2 = \frac{V^2}{gL} = \frac{\rho V^2 L^2}{\rho g L^3} \quad (123)$$

Que se puede interpretar como el cociente de fuerzas inerciales entre las fuerzas gravitacionales.

4.5.4 NÚMERO DE EULER (COEFICIENTE DE PRESIÓN)

En pruebas aerodinámicas y de otro tipo realizadas en modelos, muchas veces resulta conveniente escribir los datos relativos a la presión en forma adimensional. El cociente

$$Eu (= C_p) = \frac{\Delta p}{\frac{1}{2} \rho V^2} \quad (124)$$

se forma de este modo, donde Δp es la presión local menos la presión de la corriente libre y ρ y V son propiedades del flujo de la corriente libre. Este cociente se ha denominado en honor de Leonhard Euler, el matemático suizo quien tanto contribuyó al trabajo analítico en la mecánica de fluidos.

4.5.3 NÚMERO DE WEBER

El número de Weber es la razón entre la fuerza de inercia y la tensión superficial:

$$W = \frac{\rho L^2 V^2}{\sigma L} = \frac{\rho V^2 L}{\sigma}$$

El número de Weber es un importante parámetro en la atomización de líquidos. La tensión en la superficie de una gota de líquido es la que mantiene la forma de la misma. Si se coloca una gota en una corriente libre de aire y existe una velocidad relativa entre la gota y el gas, las fuerzas de inercia debidas a esta velocidad relativa hacen que se deforme la gota. Si el número de Weber es muy alto, la fuerza de inercia vence a la tensión superficial y la gota se rompe en varios fragmentos de menor tamaño. Luego, se puede establecer un criterio basado en el número de Weber para predecir el tamaño de las gotas que se formarán en un proceso de atomización. Este tamaño es un parámetro muy importante en el proceso de combustión en turbinas de gas y cohetes.

4.6 SEMEJANZA

4.6.1 ALCANCE DE LA SEMEJANZA

Siempre que sea necesario efectuar pruebas en un modelo para obtener información que no se puede conseguir por métodos analíticos puros, se deben aplicar las reglas de semejanza o analogía (similitud). En consecuencia, la semejanza es la teoría y el arte de predecir características de un prototipo partiendo de las observaciones en un modelo. Como veremos, la teoría de la semejanza aplica números adimensionales, como el de Reynolds o el de Froude, para predecir el funcionamiento de un prototipo de pruebas del modelo. El arte de la similitud entra al problema cuando el ingeniero tiene que tomar decisiones sobre el proyecto o construcción del modelo, el desarrollo de las pruebas o el análisis de los resultados que no aparecen en la teoría básica.

La práctica actual en ingeniería recurre al empleo de modelos en un grado mucho mayor de lo que la gente se imagina. Por ejemplo, al diseñar un nuevo aeroplano, no sólo se hacen ensayos en un modelo general a escala del prototipo sino también de diversas componentes del mismo. Se efectúan numerosas pruebas de perfiles de ala, montantes de motores planos de cola, etc.

Los túneles de viento y agua se usan para examinar las líneas de corriente y las fuerzas que se inducen al fluir un fluido alrededor de un cuerpo totalmente sumergido. El tipo de prueba

realizada y la disponibilidad del equipo determinan qué clase de túnel se usará. Debido a que la viscosidad cinemática del agua es alrededor de un décimo de la del aire, se puede usar un túnel de agua para estudios de modelos si los números de Reynolds son relativamente altos. El efecto del arrastre de varios paracaídas se estudió en un túnel de agua. A muy altas velocidades del aire los efectos de la compresibilidad y, por consiguiente el número de Mach se deben tomar en cuenta y pueden ser la razón principal para emprender una investigación.

También se ensayan en túneles de viento modelos de automóviles y trenes rápidos para predecir la resistencia al avance y los patrones de flujo del prototipo. La información obtenida indica con frecuencia los problemas potenciales que habrán de corregirse antes de la construcción del prototipo, con lo cual se hacen grandes ahorros económicos y de tiempo.

En ingeniería civil, se efectúan pruebas para predecir las condiciones de flujo en vertederos y presas. También se hacen modelos a escala de ríos como ayuda en el proyecto de estructuras para control de inundaciones y en análisis del movimiento de sedimentos en los ríos. Los ingenieros marítimos emplean profusamente los ensayos de modelos de cascos de barcos para determinar sus resistencias al avance. También se ensayan con regularidad los modelos de edificios grandes para predecir las cargas de viento y las características de estabilidad, así como los patrones de flujo en las proximidades del edificio. Esta última información sirve a los arquitectos para proyectar caminos y pasajes cómodos y seguros para los peatones.

4.6.2 SEMEJANZA GEOMÉTRICA

El requisito básico de semejanza establece que el modelo sea una reproducción exacta a escala del prototipo. En consecuencia se especifica un modelo a escala 1:10, esto significa que todas las dimensiones lineales del modelo medirán 1/10 de las del prototipo. En la figura 4-1, si el modelo y el prototipo son geoméricamente semejantes, se deben cumplir las siguientes igualdades:

$$\frac{l_m}{l_p} = \frac{w_m}{w_p} = \frac{c_m}{c_p} = L_r \quad (126)$$

Donde l , w y c son las dimensiones lineales específicas asociadas con el modelo y el prototipo, y L_r el factor de escala entre ambos. De aquí se sigue que la razón entre áreas correspondientes del modelo y el prototipo debe ser igual al cuadrado del factor de escala: $A_r = L_r^2$. La razón de volúmenes correspondientes será $V_m/V_p = L_r^3$.

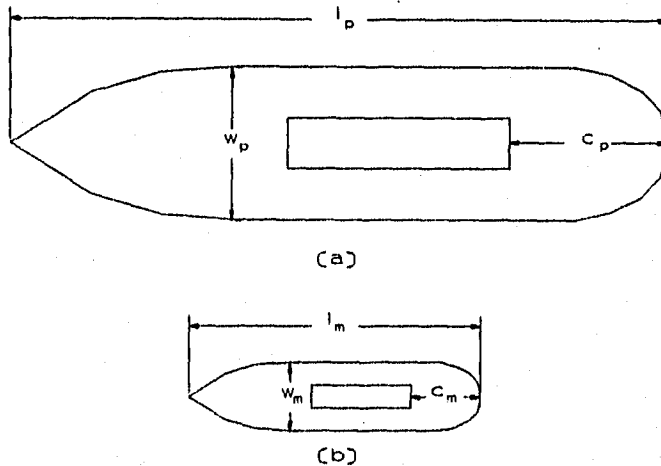


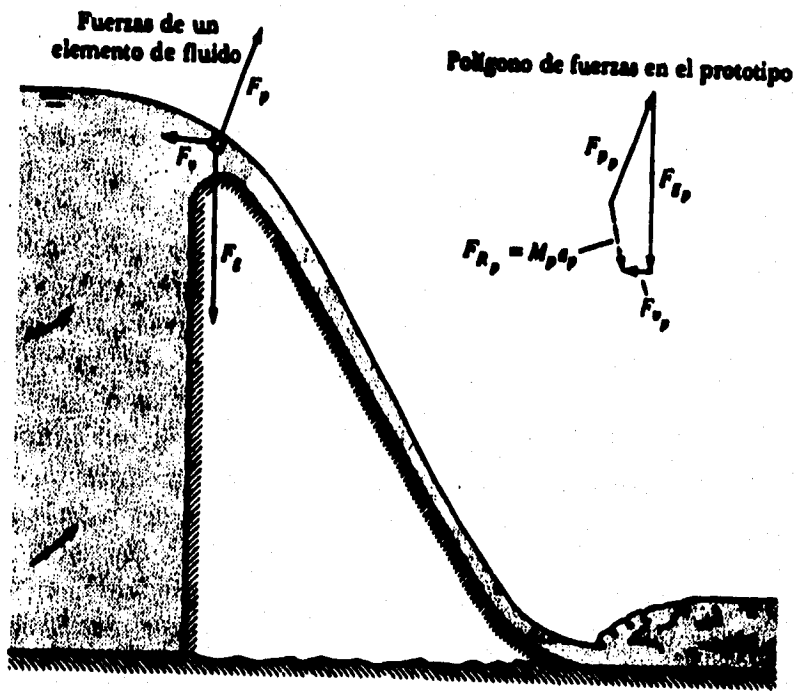
FIGURA 4-1. (a) prototipo; (b) modelo.

La similitud geométrica se extiende a la rugosidad de la superficie del modelo y del prototipo.

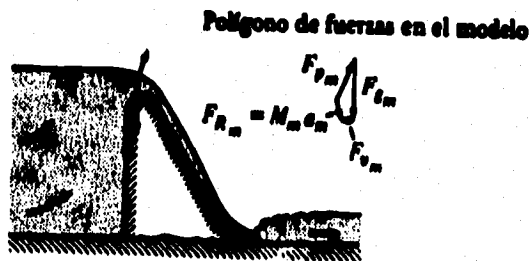
4.6.3 SEMEJANZA DINÁMICA

El requisito básico de la semejanza dinámica es que las fuerzas que actúan sobre masas correspondientes del modelo y el prototipo se encuentran en la misma razón ($F_m/F_p = \text{constante}$) en todo el campo de flujo. Como las fuerzas que actúan sobre los elementos del fluido controlarán el movimiento de los mismos, podemos concluir que la semejanza dinámica conduce a la similitud en los patrones de flujo. Por lo tanto, si satisfacemos las condiciones de semejanza geométrica y de las fuerzas relativas que actúan sobre el fluido sean las mismas en el modelo y el prototipo, el patrón de flujo será igual en ambos. La última condición exige que tengamos una igualdad de los números adimensionales correspondientes que introducimos en la sección 4.5, puesto que establecimos que estos números adimensionales son indicadores de las fuerzas relativas en el fluido.

Consideremos el flujo en el vertedero mostrado en la figura 4-2, en donde se muestran las masas de fluido correspondientes al modelo y el prototipo, sobre las que actúan fuerzas similares. Estas fuerzas son: la gravedad F_g , la de presión local F_p , y la



(a)



(b)

FIGURA 4-2. Relaciones entre el modelo y el prototipo.

resistencia por viscosidad F_v . Como se muestra en la figura 4-2 estas fuerzas se deben sumar vectorialmente para obtener una resultante F_R , que produce una aceleración sobre el volumen de fluido según la segunda ley de Newton. Luego, como los polígonos de fuerza del modelo y el prototipo son semejantes, las magnitudes de las fuerzas de ambos se encuentran en la misma razón que las de los vectores Ma :

$$\frac{M_n a_n}{M_p a_p} = \frac{F_{g_n}}{F_{g_p}} \quad (127)$$

o

$$\frac{\rho_n L_n^3 \frac{V_n}{t_n}}{\rho_p L_p^3 \frac{V_p}{t_p}} = \frac{\gamma_n L_n^3}{\gamma_p L_p^3} \quad (128)$$

que se reduce a:

$$\frac{V_n}{g_n t_n} = \frac{V_p}{g_p t_p} \quad (129)$$

Pero

$$\frac{t_n}{t_p} = \frac{\frac{L_n}{V_n}}{\frac{L_p}{V_p}} \quad (130)$$

luego

$$\frac{V_n^2}{g_n L_n} = \frac{V_p^2}{g_p L_p} \quad (131)$$

Si se obtiene la raíz cuadrada de la Ec. (131), obtenemos

$$\frac{V_n}{\sqrt{g_n L_n}} = \frac{V_p}{\sqrt{g_p L_p}} \quad (132)$$

$$F_n = F_p$$

Con esto queda demostrado que el número de Froude del modelo debe ser igual al del prototipo. No obstante; para establecer la ecuación (132) sólo hemos considerado las fuerzas de inercia, Ma , y las de gravedad. Si igualamos las razones de las fuerzas de

inercia a las de viscosidad, obtenemos:

$$\frac{N_m a_m}{N_p a_p} = \frac{F_{v_m}}{F_{v_p}} \quad (133)$$

Donde $F_v = \mu VL$, por lo que haciendo algunas transformaciones algebraicas, la Ec. (133) se reduce a:

$$Re_m = Re_p \quad (134)$$

y finalmente:

$$\frac{N_m a_m}{N_p a_p} = \frac{F_{p_m}}{F_{p_p}} \quad (135)$$

donde:

$$F_p = \Delta p L^2$$

lo que nos da:

$$C_{p_m} = C_{p_p}$$

El desarrollo anterior nos lleva a la conclusión de que se tendrá una semejanza dinámica completa (semejanza de coeficientes de presión) en el flujo de un vertedero si los números de Froude y de Reynolds del modelo y del prototipo son iguales. En la figura 4-2 podemos ver que el polígono de fuerzas se puede completar con sólo tres de las fuerzas; luego, una de ellas depende de las otras. Entonces, si consideramos que la fuerza de presión es la dependiente, podemos concluir que el coeficiente de presión depende de los otros parámetros. En otras palabras, si tenemos igualdad en Re y Fr , automáticamente la tendremos también en C_p entre el modelo y el prototipo.

En conclusión: el requisito de semejanza de flujo entre el modelo y el prototipo es que los parámetros adimensionales de importancia sean iguales en ambos.

4.7 ENSAYOS DE MODELOS EN FLUJOS DONDE NO HAY EFECTOS POR LAS SUPERFICIES LIBRES

En el flujo de líquidos o gases en conductos cerrados no hay efectos por superficies libres, incluyendo los mecanismos de control, como las válvulas. Lo mismo ocurre con los flujos alrededor de cuerpos que se mueven en el aire (por ejemplo, un avión) o que están profundamente sumergidos en un líquido como el agua (por ejemplo, los submarinos). Tampoco hay efectos

superficiales cuando una estructura, como la de un edificio, está fija y el viento pasa a su alrededor. En todos estos casos, si suponemos números de Mach pequeños, se tomará el número de Reynolds como criterio para establecer la semejanza dinámica. O sea, el número de Reynolds del modelo debe ser igual al del prototipo. En el siguiente ejemplo se ilustra la aplicación de esto.

EJEMPLO 4-2

Se desean estudiar en un túnel de viento las características de resistencia al avance de un dirigible de 5 m de diámetro y 60 m de longitud. Si la velocidad del dirigible con respecto al aire en reposo es de 10 m/s, ¿qué velocidad debe tener el aire en el túnel para que haya semejanza dinámica si se ensaya un modelo a escala 1:10. Supóngase que la presión y temperatura del aire del modelo es igual a la del prototipo.

Solución: Para que exista semejanza dinámica, el número de Reynolds del modelo debe ser igual al del prototipo, o

$$Re_m = Re_p$$

Luego

$$\frac{V_m L_m \rho_m}{\mu_m} = \frac{V_p L_p \rho_p}{\mu_p}$$

De aquí podemos despejar V_m , que es:

$$V_m = V_p \frac{L_p \rho_p \mu_m}{L_m \rho_m \mu_p}$$

entonces:

$$\begin{aligned} V_m &= 10 \times 10 \times 1 \times 1 \\ &= 100 \frac{m}{s} \end{aligned}$$

Por lo tanto, la velocidad del aire en el túnel debe ser 100 m/s para lograr la semejanza en los números de Reynolds. Esta velocidad es bastante grande y por consiguiente los efectos de compresibilidad, determinados por el número de Mach son de carácter importante.

4.6 SIGNIFICADO DEL COEFICIENTE DE PRESIÓN

En el ejemplo 4-2 se demostró que existe la semejanza dinámica entre un modelo y su prototipo si los parámetros adimensionales de ambos son los mismos. Como en ninguno de los parámetros considerados aparece explícitamente Δp , podemos preguntarnos cómo se relaciona la Δp del modelo con los cambios de presión del prototipo. Esto lo veremos por medio del coeficiente de presión. Si observamos la ecuación (142),

$$\frac{\Delta p}{\frac{1}{2}\rho V^2} = f\left(\frac{VL\rho}{\mu}, \frac{V}{c}, \frac{\rho LV^2}{\sigma}, \frac{V}{\sqrt{gL}}\right) \quad (142)$$

venos que el coeficiente de presión $\Delta p/\frac{1}{2}\rho V^2$, es una función de los parámetros básicos de similitud. Consecuentemente, si existe semejanza dinámica, es decir, si los números adimensionales significativos son los mismos en el modelo y el prototipo, entonces el coeficiente de presión será el mismo para los dos. Luego, cuando hay semejanza dinámica se cumple que:

$$C_{p \text{ modelo}} = C_{p \text{ prototipo}} \quad (143)$$

o

$$\frac{\Delta p_m}{\frac{1}{2}\rho_m V_m^2} = \frac{\Delta p_p}{\frac{1}{2}\rho_p V_p^2} \quad (144)$$

Se puede emplear el coeficiente de presión como cualquier otro parámetro básico para hacer el análisis de modelos. No sólo es útil para relacionar los cambios de presión del modelo con los del prototipo, sino también para relacionar las fuerzas totales que aparecen en ambos. Esto último se logra multiplicando la razón de presiones por la razón de áreas.

CAPÍTULO 5

RESISTENCIA AL AVANCE Y SUSTENTACIÓN

CAPÍTULO CINCO: RESISTENCIA AL AVANCE Y SUSTENTACIÓN

Un medio fluido a través del cual se mueven cuerpos, como aeroplanos y barcos ejerce una resistencia al movimiento de los mismos que recibe el nombre de *resistencia al avance* o *arrastre*. Los ingenieros aeronáuticos y los arquitectos navales tienen un interés vital en la resistencia de los aviones y barcos, porque el fracaso o buen éxito de las naves depende directamente de esto. Si la resistencia al avance es muy grande, la nave será un fracaso económico por el alto costo del sistema de propulsión. La resistencia al avance de un cuerpo depende de dos tipos básicos de fuerza que actúan sobre el mismo: las fuerzas cortantes y las fuerzas de presión. La resistencia debida a las fuerzas cortantes, o resistencia superficial, se llama frecuentemente *rozamiento de arrastre* y la debida a las de presión se llama *resistencia al avance de forma* (o *arrastre de forma*).

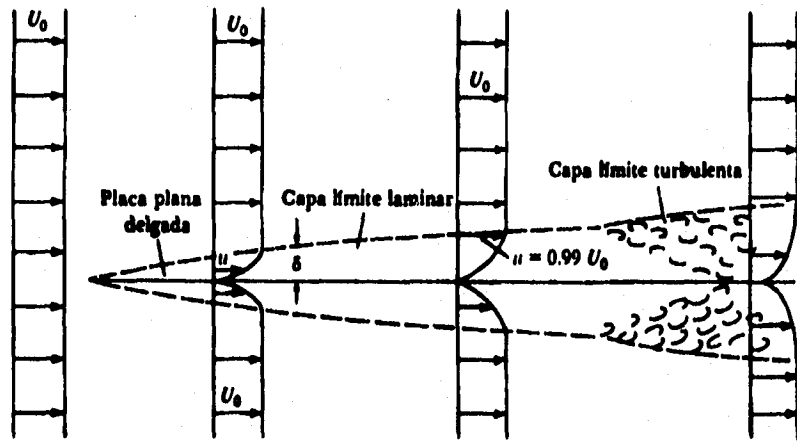
5.1 RESISTENCIA SUPERFICIAL

En general el esfuerzo cortante en una superficie lisa plana es variable a lo largo de la misma, por lo que la fuerza cortante total en la dirección dada se obtiene integrando la componente del esfuerzo de corte en esta dirección en el área total de la superficie. El esfuerzo cortante en un plano liso es una función direccional del gradiente de velocidad cercano al plano como se muestra en la ecuación (9). En consecuencia, se puede ver que cualquier problema en que intervengan esfuerzos cortantes aparece también el patrón de flujo de la vecindad de la superficie. La capa de fluido cercana a la superficie que resiente cambios en su velocidad por el efecto de esfuerzo cortante de la superficie se llama *capa límite* y el área de estudio general que trata del patrón de flujo en esta capa y de esfuerzos de corte correspondientes se llama *teoría de la capa límite*.

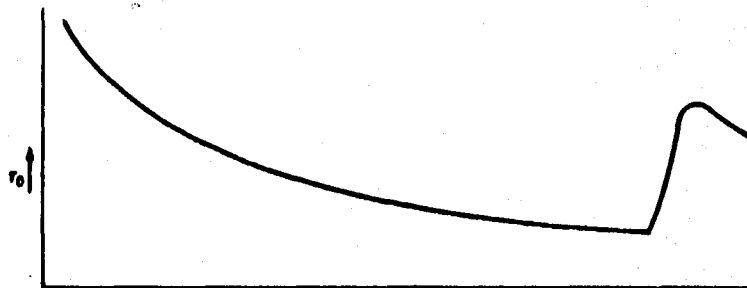
5.1.1 DESCRIPCIÓN CUALITATIVA DE LA CAPA LÍMITE

La *capa límite* es la región próxima a la superficie de un objeto en la que el fluido sufre cambios en su velocidad por efecto de la resistencia cortante debida a la superficie. Fuera de la *capa límite* la velocidad es esencialmente la misma que la de un fluido ideal que circula alrededor de un objeto.

Para visualizar el patrón de flujo asociado con la *capa límite*, analizaremos cualitativamente la interacción entre el fluido y la superficie de una placa plana sobre la que resbala el primero. La figura 5-1 ilustra este fenómeno. El fluido pasa por arriba y por abajo de la placa, por lo que en la figura se pueden ver dos capas, una a cada lado de la placa. En la figura 5-1 el fluido tiene una velocidad constante U_0 antes de llegar a la placa.



(a)



(b)

FIGURA 5-1. Desarrollo de la capa límite y distribución de esfuerzos cortantes a lo largo de una placa plana. (a), patrón de flujo. (b), distribución de esfuerzos cortantes.

Por otra parte, el fluido en contacto con la placa tiene una velocidad cero debido a la condición de no resbalamiento que caracteriza a los flujos continuos. En consecuencia debe existir un gradiente de velocidades entre el fluido en la corriente libre y el fluido próximo a la superficie de la placa. Cuando las partículas de fluido cercanas a la placa alcanzan el borde de ataque de ésta, comienza a actuar sobre ellas una fuerza retardadora (debida al esfuerzo cortante). Mientras siguen avanzando corriente abajo continúa el efecto del esfuerzo de corte sobre ellas y se siguen frenando. Por otra parte, estas partículas (debido a su baja velocidad) retardan a las partículas adyacentes algo más alejadas

ESTA TESIS NO DEBE
SALIR DE LA BIBLIOTECA

de la placa. En consecuencia, la capa límite crece en la dirección de la corriente. La línea punteada de la figura 5-1 marca el límite exterior de la capa límite. Como la capa límite aumenta de espesor el gradiente de velocidad se hace menos pronunciado mientras más se avanza sobre la placa, ya que el cambio de velocidad entre la corriente libre y la superficie de la placa sigue siendo el mismo, U_0 , mientras que la profundidad en la que se produce este cambio aumenta progresivamente. No obstante, esto no implica que la distribución de velocidades sea lineal en la capa límite.

El crecimiento del espesor de la capa límite laminar continúa suavemente corriente abajo hasta que el espesor se hace demasiado grande y el flujo se vuelve inestable, en cuyo caso la capa límite se transforma en turbulenta. En la capa límite turbulenta los torbellinos formados mezclan el fluido haciendo que el de alta velocidad se corra hacia la región cercana a la superficie de la placa por lo que el gradiente de velocidad du/dy , en la superficie de la placa se hace mayor que el correspondiente a un flujo laminar en el punto inmediato anterior al punto de transición.

DISTRIBUCIÓN DE ESFUERZOS CORTANTES A LO LARGO DE LA SUPERFICIE

Como el esfuerzo cortante se expresa por la Ec. (9), podemos visualizar fácilmente que su valor debe ser relativamente grande cerca del borde de ataque de la placa, donde el gradiente de velocidad cambia notablemente y se irá haciendo menor en el sentido de la corriente mientras el gradiente se reduce. Sin embargo, donde la capa límite se hace turbulenta el esfuerzo cortante vuelve a crecer, como debemos suponer, ya que el gradiente de velocidades se hace mayor junto a la placa en este caso. La figura 5-1b presenta la distribución de esfuerzos cortantes en ambos lados de la placa.

5.1.2 RELACIONES CUANTITATIVAS EN LA CAPA LÍMITE LAMINAR

ECUACIONES DE LA CAPA LÍMITE

Prandtl en 1904 fue el primero en establecer la esencia de la hipótesis de la capa límite, indicando que los efectos de la viscosidad se concentran en una capa delgada de fluido que rodea la superficie del sólido. Simultáneamente con sus análisis de los aspectos cualitativos simplificó las ecuaciones generales del movimiento de un fluido para aplicarlas a la capa límite. En 1908 Blasius, uno de los alumnos de Prandtl, obtuvo una solución para el flujo de una capa límite laminar. Esta solución corresponde al caso en que hay un gradiente de presión nulo a lo largo de la placa, $dp/dx = 0$, y una de las suposiciones clave fue que la forma de la distribución adimensional de velocidades no variaba en una sección de la placa a otra. Es decir, supuso que una gráfica de velocidad relativa u/U_0 contra la distancia relativa a la superficie y/δ , debía ser la misma en cualquier sección. δ es el espesor de la capa

límite y se define como la distancia desde la superficie de la placa hasta un punto en que la velocidad del fluido es 99% de la correspondiente a la corriente libre. Con esta suposición y las ecuaciones de Prandtl para el movimiento de las capas superficiales, obtuvo una solución para la distribución de velocidades relativa como se mostrará en la figura 5-2. En esta gráfica, x es la distancia desde el borde de ataque de la placa y Re_x el número de Reynolds basado en la velocidad de la corriente libre y la longitud a lo largo de la placa ($Re_x = U_0 x / \nu$). En la figura 5-2 el límite exterior de la capa ($u/U_0 = 0.99$) se presenta aproximadamente a $Re_x^{1/2} y/x = 5$. Como $y = \delta$ en este punto, tenemos una relación que nos determina el espesor de la capa límite:

$$\frac{\delta}{x} Re_x^{1/2} = 5 \quad (148)$$

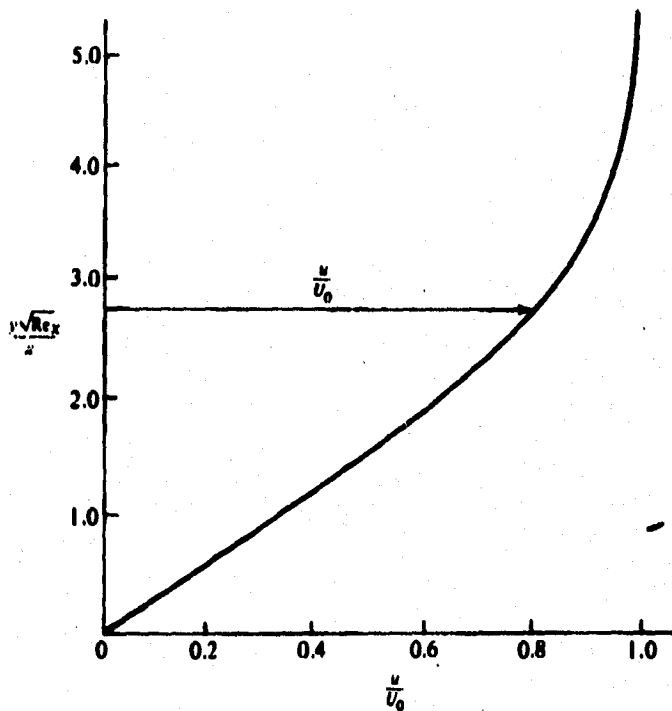


FIGURA 5-2. Distribución de velocidades en una capa límite laminar.

$$\delta = \frac{5x}{Re_x^{\frac{1}{2}}} \quad (146)$$

De la figura 5-2 también podemos obtener la inversa de la pendiente de la curva, que vale 0.332, o

$$\frac{d\left(\frac{u}{U_0}\right)}{d\left[\left(\frac{x}{v}\right) Re_x^{\frac{1}{2}}\right]} \Big|_{y=0} = 0.332 \quad (147)$$

Pero en cualquier sección x , Re_x , y U_0 deben ser constantes, por lo que podemos expresar el gradiente de velocidades en la superficie por:

$$\frac{du}{dy} \Big|_{y=0} = 0.332 \frac{U_0}{x} Re_x^{\frac{1}{2}} \quad (148)$$

$$\frac{du}{dy} \Big|_{y=0} = 0.332 \frac{U_0}{x} \left(\frac{U_0 x}{\nu}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (149)$$

$$\frac{du}{dy} \Big|_{y=0} = 0.332 \frac{U_0^{\frac{3}{2}}}{x^{\frac{1}{2}} \nu^{\frac{1}{2}}} \quad (150)$$

La ecuación (150) muestra que el gradiente de velocidades disminuye al crecer la distancia, x , a lo largo de la superficie.

ESFUERZO CORTANTE

El esfuerzo cortante en la capa límite se obtiene multiplicando el gradiente de velocidad en la superficie, ecuación (148), por la viscosidad absoluta:

$$\tau_0 = 0.332 \mu \frac{U_0}{x} Re_x^{\frac{1}{2}} \quad (151)$$

La ecuación (151) se emplea para obtener el esfuerzo cortante local en cualquier sección dada (cualquier valor de x) de la capa límite laminar.

RESISTENCIA POR CORTE DE UNA SUPERFICIE DE DIMENSIONES CONOCIDAS

Como el esfuerzo cortante en la capa límite, τ_0 , varía a lo largo de la placa, es necesario integrar su valor a lo largo de todas las superficies para obtener la fuerza cortante total sobre la misma. Es decir:

$$F_s = \int_0^L \tau_0 B dx \quad (152)$$

donde: F_s = resistencia superficial producida por los esfuerzos cortantes en una cara de la placa
 B = ancho de la placa
 L = longitud

Sustituyendo la ecuación (151) en la (152) obtenemos:

$$F_s = \int_0^L 0.332 B \mu \frac{U_0^{1/2} x^{1/2}}{x v^{1/2}} dx$$
$$F_s = 0.664 B \mu U_0 \frac{U_0^{1/2} L^{1/2}}{v^{1/2}} \quad (153)$$
$$F_s = 0.664 B \mu U_0 Re_L^{1/2}$$

En la ecuación (153) Re_L es el número de Reynolds basado en la velocidad de aproximación y longitud de la placa.

COEFICIENTE DE ESFUERZO CORTANTE

Conviene expresar el esfuerzo cortante en la capa límite, τ_0 , y la fuerza cortante total, F_s en términos de coeficientes adimensionales de resistencia y de la presión dinámica en la corriente sin perturbar, $\rho U_0^2/2$. Definiremos los coeficientes c_f y C_f en la forma siguiente:

$$c_f = \frac{\tau_0}{\frac{\rho U_0^2}{2}} \quad (154)$$

$$C_f = \frac{F_s}{\frac{BL\rho U_0^2}{2}} \quad (155)$$

Combinando la ecuación (151) con la (154) y la (153) con la (155) encontramos la relación entre estos coeficientes y los números de Reynolds correspondientes a cada caso:

$$C_f = \frac{0.664}{Re_x^{\frac{1}{2}}} \quad (156)$$

$$C_f = \frac{1.33}{Re_L^{\frac{1}{2}}} \quad (157)$$

5.2 CONSIDERACIONES BÁSICAS SOBRE LA RESISTENCIA AL AVANCE Y LA SUSTENTACIÓN

Un fluido en movimiento ejerce presiones y fuerzas viscosas sobre cualquier cuerpo sumergido en su seno. La suma de las fuerzas (presión, viscosidad, o ambas) que actúan en dirección perpendicular a la del fluido sin perturbar constituye la sustentación y la suma de las fuerzas paralelas al movimiento es la resistencia al avance o arrastre. También pueden existir fuerzas de empuje (flotación) y gravitacionales; sin embargo la sustentación y el arrastre serán, por definición, las únicas que consideraremos como producto de la acción dinámica del fluido en movimiento.

Estudiaremos las fuerzas que actúan en el ala de la figura 5-3. Los vectores normales a la superficie del ala representan fuerzas perpendiculares por unidad de área, o sea, presiones. Como pueda observarse en la figura, la presión se expresa en relación con la presión del fluido sin perturbar (libre de corrientes). Como la velocidad del fluido que pasa por la parte superior del ala es mayor que la del fluido sin perturbar, la presión es negativa o menor que en este. Ello se deduce inmediatamente del teorema de Bernoulli. Como la velocidad en la parte inferior del ala es menor que la del fluido sin perturbar, la presión en esta zona es positiva o mayor que la del fluido sin perturbar. Por consiguiente, tanto la depresión (presión negativa) en la parte superior como la sobrepresión (presión positiva) en la parte inferior contribuyen a producir una fuerza de levantamiento, que es la sustentación. Los vectores en la figura 5-3 paralelos a la superficie del ala representan fuerzas de corte o tangenciales por unidad de área, es decir, esfuerzos cortantes. Con excepción de la parte frontal del ala, esos esfuerzos actúan prácticamente paralelos a la dirección del movimiento sin perturbar; por lo tanto incrementan notablemente la resistencia al avance del ala.

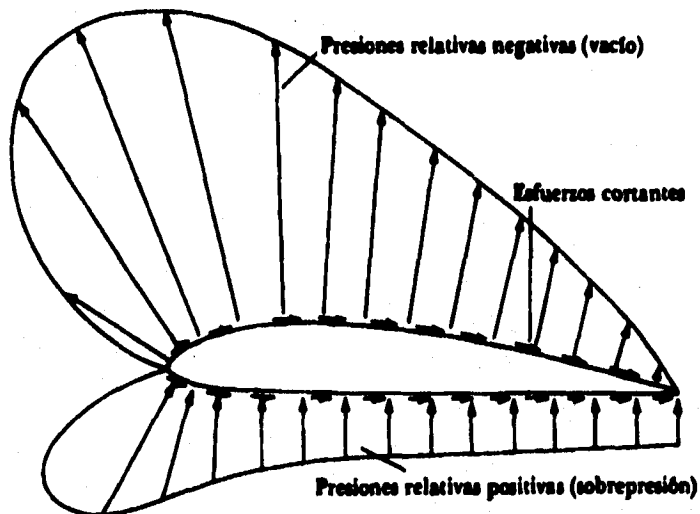


FIGURA 5-3. Presiones y esfuerzos de corte que actúan en un ala.

Una formulación matemática de la sustentación y la resistencia al avance en términos de la presión y los esfuerzos de corte se hacen con la figura 5-4, en la que se muestran las fuerzas de viscosidad y de presión que actúan sobre un elemento diferencial de superficie de ala. La magnitud de la fuerza de presión es $dF_p = p dA$ y la de la fuerza de viscosidad es $dF_v = \tau dA$. Sin embargo queremos descomponer estas fuerzas en sus componentes normal y paralela a la dirección del viento sin perturbar para determinar la sustentación y la resistencia al avance, respectivamente. La fuerza diferencial de sustentación⁶ es:

$$dF_L = -p dA \sin \theta - \tau dA \cos \theta \quad (158)$$

y la fuerza diferencial de resistencia al avance es:

$$dF_D = -p dA \cos \theta + \tau dA \sin \theta \quad (159)$$

Entonces la sustentación y resistencia total al avance en toda el ala se obtiene por integración de las fuerzas diferenciales respectivas sobre toda la superficie del ala:

⁶Tomaremos como convención que la dirección de τdA en el sentido del movimiento de las manecillas del reloj implica un signo positivo para τ .

$$F_L = \int (-p \sin \theta - \tau \cos \theta) dA \quad (160)$$

$$F_D = \int (-p \cos \theta + \tau \sin \theta) dA \quad (161)$$

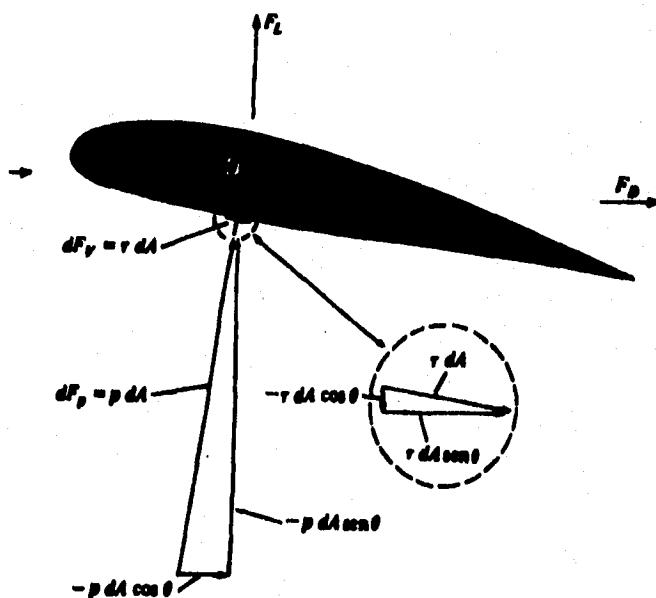


FIGURA 5-4. Presiones y fuerzas de viscosidad en un elemento diferencial de superficie.

Las ecuaciones (160) y (161) corresponden a un flujo bidimensional, es decir, no hay componente de velocidad en la dirección normal a la página y, por lo tanto, los vectores de esfuerzo cortante y fuerza de presión se encuentran sobre el plano de la página. Este mismo principio básico puede aplicarse al caso de tres dimensiones.

Se entiende como cuerpo bidimensional aquel sobre el cual actúa un flujo bidimensional. Por ejemplo, un cilindro muy largo sobre el que incide un flujo perpendicular a su eje se considerará bidimensional puesto que el flujo en sus extremos no afecta a la parte central del cuerpo. Un cilindro corto se clasificará como tridimensional puesto que las corrientes en los extremos afectan

considerablemente el patrón de flujo y la distribución de presiones en la parte central. En los cuerpos de dos dimensiones se puede tomar una unidad de su longitud para definir las fuerzas aerodinámicas y las áreas características. Para identificar los cuerpos bidimensionales se sombreará su sección transversal.

Otra clasificación de los cuerpos se basa en su simetría. Si el flujo incidente es uniforme y paralelo al eje de simetría, el flujo resultante será bidimensional. Es decir, si tomamos un sistema de coordenadas $x-r$ donde x se mide a lo largo del eje de simetría y r es la distancia radial normal al eje, sólo existen componentes de velocidad en las direcciones x y r . Podemos emplear las ecuaciones (160) y (161) para evaluar F_L y F_D y obtener así los valores de las presiones y esfuerzos de corte en forma analítica o experimental; sin embargo, la práctica común es medir los valores totales de sustentación y resistencia con un dinamómetro en un túnel de viento.

5.3 RESISTENCIA AL AVANCE DE LOS CUERPOS BIDIMENSIONALES

5.3.1 RESISTENCIA DE UNA PLACA DELGADA

Para mostrar el efecto relativo de las fuerzas de presión y viscosidad sobre la resistencia consideraremos primero una placa plana paralela al flujo y después en posición normal al flujo. En la primera posición, la única fuerza que actúa es la de viscosidad en dirección del flujo; por lo tanto, de acuerdo con lo que analizamos sobre la resistencia en la superficie, la resistencia sobre las dos caras de la placa es:

$$F_D = 2C_f BL\rho \frac{V_0^2}{2} \quad (162)$$

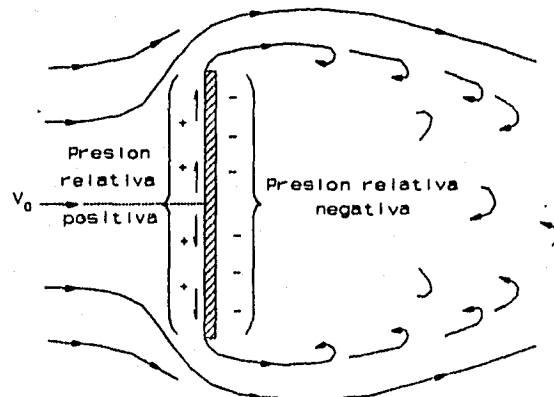
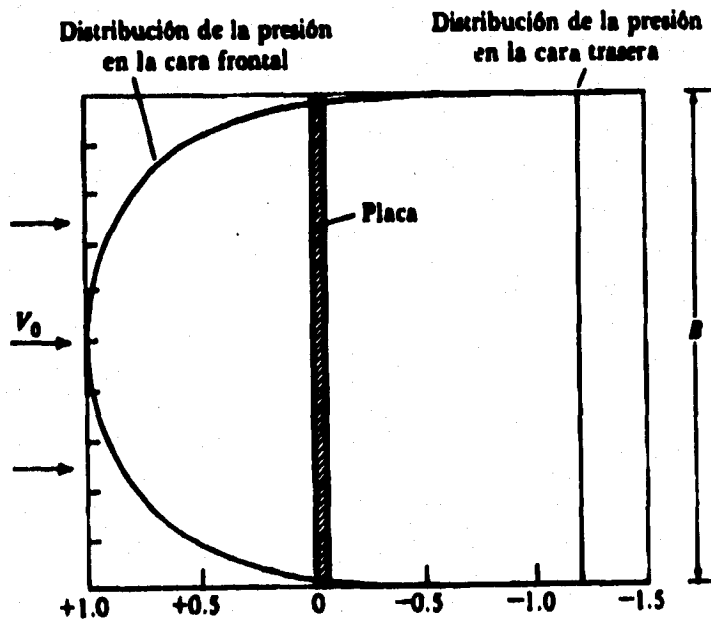


FIGURA 5-8. Flujo alrededor de una placa plana.

Cuando la placa se orienta normal al flujo, como se ve en la figura 5-5, aparecen tanto fuerzas de viscosidad como de presión. Pero las fuerzas de viscosidad actúan sólo en dirección transversal y son simétricas con respecto al punto medio de la placa, por lo que no contribuyen directamente a la sustentación ni a la resistencia al avance de la placa. Como la presión produce una fuerza que sólo actúa en la dirección paralela al flujo, su efecto tiene lugar totalmente sobre la resistencia al avance del cuerpo; por lo tanto, la ecuación (161) se reduce a:

$$F_D = \int (-p \cos \theta) dA \quad (163)$$

Experimentalmente podemos obtener las presiones sobre las caras frontal y posterior de la placa, cuyos valores se expresan generalmente en función de C_p , como se ve en la figura 5-6, que corresponde a un flujo con número de Reynolds relativamente alto ($Re = V_0 B / \nu$).



$$C_p = \frac{p - p_0}{\rho V_0^2 / 2}$$

FIGURA 5-6. Distribución de presiones en una placa plana normal al flujo.

Como la presión en la cara posterior es básicamente constante:

$$p = p_0 - 1.2\rho\frac{V_0^2}{2} \quad (164)$$

Y como $\theta = 0$, la contribución a la resistencia de la cara posterior es:

$$F_{D \text{ posterior}} = -(p_0 - 1.2\rho\frac{V_0^2}{2})Bl \quad (165)$$

$$F_{D \text{ posterior}} = -p_0Bl + 1.2\rho\frac{V_0^2}{2}Bl$$

donde l es la longitud de la placa en el sentido normal al plano del papel, y por la definición de un cuerpo bidimensional, $l \gg B$. En la cara frontal, $\theta = \pi$; así que $\cos \theta = -1$ y la contribución a la resistencia de la presión sobre la cara frontal es:

$$F_{D \text{ frontal}} = -\int_0^l (p_0 + C_p\rho\frac{V_0^2}{2}) l dy \quad (166)$$

$$F_{D \text{ frontal}} = p_0Bl + \rho\frac{V_0^2}{2}l\int_0^l C_p dy$$

Por lo tanto la resistencia total de la placa está dada por:

$$F_D = F_{D \text{ frontal}} + F_{D \text{ posterior}} \quad (167)$$

$$F_D = \rho\frac{V_0^2}{2}l(-\int_0^l C_p dy + 1.2B)$$

La evaluación del primer término dentro del paréntesis en la ecuación (167) nos da una magnitud de aproximadamente $0.8B$. Por lo tanto la resistencia de esta placa será:

$$F_D = \rho\frac{V_0^2}{2}Bl(0.8 + 1.2) \quad (168)$$

El número de 0.8 de la ecuación (168) representa el coeficiente C_p de la presión media sobre la cara frontal. La suma del interior del paréntesis ($0.8 + 1.2$) refleja la forma en que se distribuye la presión sobre las dos caras del cuerpo. Como la presión varía directamente con la magnitud de esta cantidad podemos definir un coeficiente de arrastre C_D , con lo que la ecuación (168) se convierte:

$$F_D = C_D A_p \rho \frac{V_0^2}{2} \quad (169)$$

donde: C_D = Coeficiente de resistencia al avance o de arrastre
 A_p = Área proyectada del cuerpo
 ρ = Densidad del flujo
 V_0 = Velocidad del viento sin perturbar

El área proyectada A_p es la silueta que vería una persona que mira al cuerpo desde la dirección del viento sin perturbar. Por ejemplo, el área proyectada de la placa que hemos considerado es B_l y el área proyectada por un cilindro con eje normal al flujo es D_l . Como C_D es función del número de Reynolds y como $C_D = f(C_p)$, también C_D será función de Re . Cuando la resistencia al avance de los cuerpos se debe sólo a los esfuerzos de corte, C_D es también función de Re , ya que τ es función de Re .

5.3.2 COEFICIENTES DE RESISTENCIA AL AVANCE DE VARIOS CUERPOS BIDIMENSIONALES

Ya hemos visto que el valor de C_D se puede calcular conociendo la distribución de presiones y esfuerzos cortantes alrededor del cuerpo. El coeficiente de resistencia al avance también se puede calcular midiendo la resistencia total, por ejemplo con un dinamómetro en un túnel de viento. Entonces C_D se calcula mediante la ecuación (169) expresada de la siguiente manera:

$$C_D = \frac{F_D}{\rho A_p \frac{V_0^2}{2}} \quad (170)$$

Muchos de los datos (C_D en función de Re) que aparecen en los libros se obtuvieron de esta manera.

En la ecuación (170) podemos observar que el C_D es una razón entre la fuerza de arrastre F_D real en un cuerpo y la fuerza que sería resultado de la conversión total de energía de presión en el choque contra el área proyectada: $\rho A_p V_0^2 / 2$.

En la figura 5-7 se muestra el coeficiente de resistencia al avance de una placa plana normal al viento, junto con los C_D correspondientes a otros cuerpos bidimensionales, para un amplio intervalo de números de Reynolds. En general, la resistencia al avance total de un cuerpo truncado se debe en parte a la viscosidad y en parte a la variación de presión. La resistencia al avance debida a la presión depende en gran parte de la forma del cuerpo y, por tal motivo recibe el nombre de resistencia de forma. La resistencia debida a la viscosidad se denomina resistencia por

rozamiento.

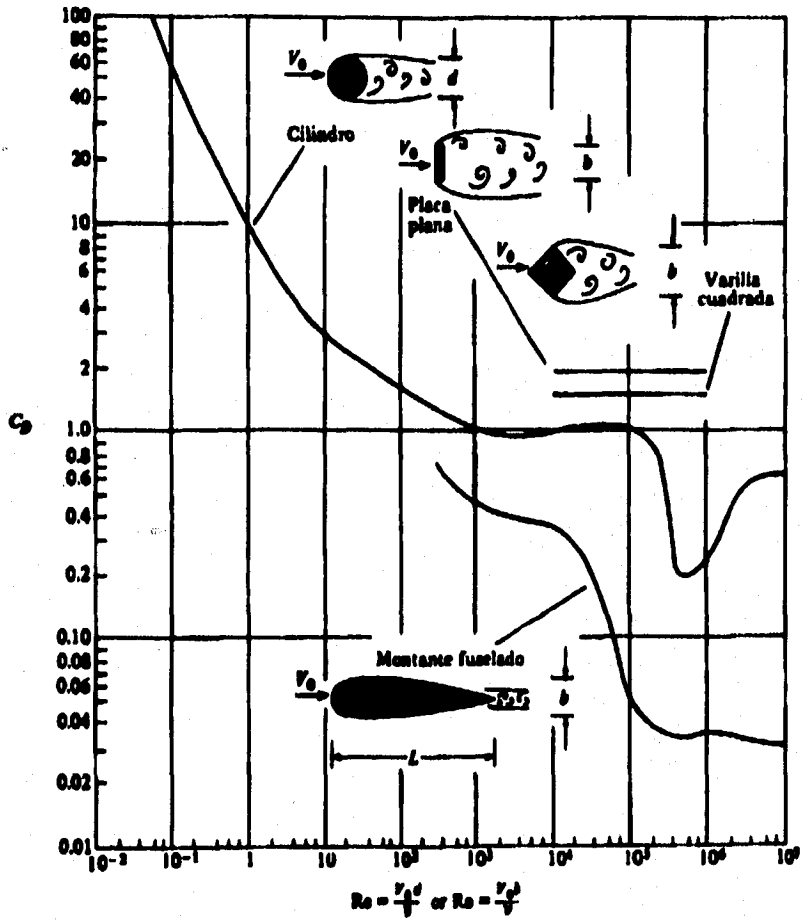


FIGURA 5-7. Coeficiente de resistencia al avance en función del número de Reynolds para cuerpos bidimensionales.

5.3.3 ANÁLISIS DEL C_D DE LOS CUERPOS BIDIMENSIONALES

A bajos números de Reynolds, C_D varía con el número de Reynolds. El cambio se debe a la variación relativa de la resistencia por viscosidad. Arriba de $Re = 10^4$, el patrón de flujo permanece prácticamente inalterado y se tienen valores constantes de C_D . Esta constancia de C_D a altos números de Reynolds se refleja

en el valor constante de C_D que es una característica de la mayoría de los cuerpos con formas angulares. No obstante, algunos cuerpos de forma redondeada, como los cilindros circulares muestran una disminución notable en C_D cuando Re alcanza valores entre 10^5 y 5×10^5 .

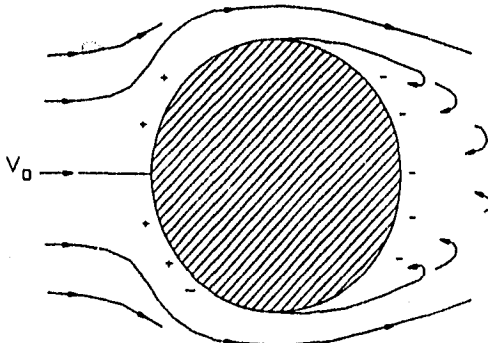


FIGURA 5-8. Patrón de flujo con $10^3 < Re < 10^5$.

Esta reducción en C_D con un número de Reynolds de aproximadamente 10^5 se debe al cambio en el patrón de flujo ocasionado por una alteración en el carácter de la capa límite. Con números de Reynolds inferiores a 10^5 , la capa límite es laminar y la separación se presenta aproximadamente en la parte media entre la parte delantera y trasera del cilindro (figura 5-8). Por lo que toda la mitad trasera del cuerpo se encuentra expuesta a una presión relativamente baja, lo que produce un valor relativamente alto de C_D . Conforme el número de Reynolds aumenta a 10^5 , la capa límite se hace turbulenta en la superficie del cilindro, haciendo que se mezclen corrientes de alta velocidad con la región próxima a la pared del cilindro. Como consecuencia de esta alta velocidad y el aumento de la cantidad de movimiento del fluido en la capa límite, el flujo se mantiene pegado a la superficie hasta un punto más atrasado, venciendo el efecto adverso de la presión, y el desprendimiento se retrasa (figura 5-9). Este patrón de flujo hace que C_D se reduzca por la siguiente razón: con la capa límite turbulenta, las líneas de corriente en la parte posterior y media del cilindro se hacen algo divergentes antes del desprendimiento y, en consecuencia, se presenta una disminución en la velocidad. Según la ecuación de Bernoulli, al disminuir la velocidad aumenta la presión en el punto de desprendimiento sobre aquella en la sección media. Así, la presión en el punto de desprendimiento y en toda la zona desprendida es notablemente mayor que cuando la separación se presenta más adelante. Por lo tanto, la diferencia de presiones entre las superficies delantera y trasera disminuye a altos valores de Reynolds y la resistencia se hace mayor dando como resultado un valor más pequeño de C_D .

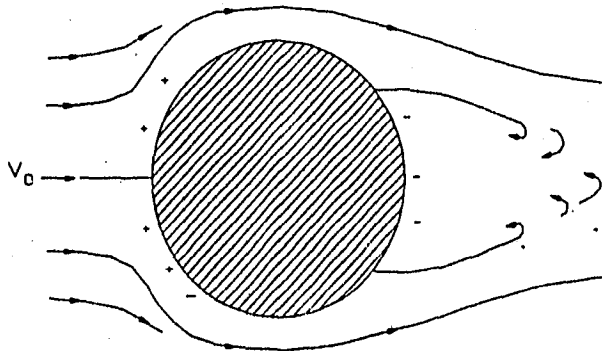


FIGURA 5-9. Patrón de flujo con $Re > 5 \times 10^5$.

Como la capa límite es sumamente delgada, es muy sensible a otras alteraciones. Por ejemplo si la superficie del cilindro es ligeramente rugosa, adelante de la sección media, la capa se vuelve turbulenta con un número de Reynolds más bajo que si la superficie fuera lisa. Lo mismo ocurre creando una turbulencia anormal en el fluido antes que llegue al cilindro.

5.3.4 FORMACIÓN DE VÓRTICES O TORBELLINOS EN CUERPOS CILÍNDRICOS

Las figuras 5-8 y 5-9 muestran el patrón de flujo medio (media temporal) alrededor de un cilindro. Sin embargo, si observamos en detalle lo que ocurre a cada instante, el fenómeno resulta más complejo. Se ha podido mostrar que con valores superiores a $Re \approx 50$ se forman vórtices que se difunden o esparcen periódicamente por la parte posterior del cilindro. Luego, en un instante dado el patrón de flujo presenta el aspecto mostrado en la figura 5-10, donde puede observarse un vórtice en proceso de formación en la parte superior del cilindro. Abajo y a la derecha de éste hay otro torbellino ya formado y que se difundió un poco antes. El flujo en la estela del cilindro es un proceso en que se forman y desprenden torbellinos alternativamente de un lado y otro. Este fenómeno es de gran importancia en los proyectos de ingeniería puesto que la formación y desprendimiento alternativos de torbellinos originan cambios cíclicos en la presión, lo que a su vez produce un empuje lateral periódico sobre el cilindro. Por ejemplo la formación de torbellinos fue la causa principal de que fallara el puente colgante sobre Tacoma Narrows en el estado de Washington en 1940. Otro efecto de los torbellinos más conocido y menos catastrófico es el "silbido" de los alambres expuestos al viento.

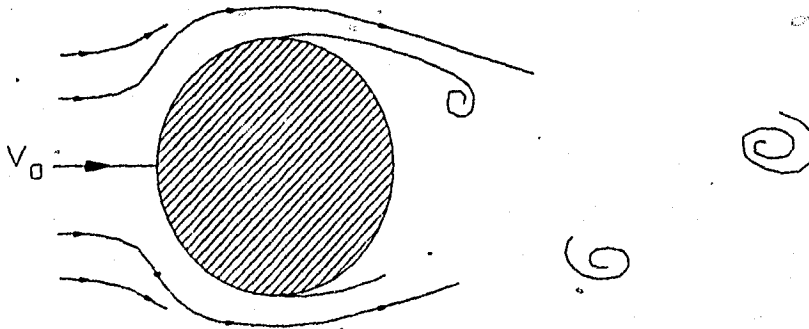


FIGURA 5-10. Formación de vórtices atrás de un cilindro.

Si la frecuencia del desprendimiento de torbellinos es igual a la frecuencia natural de vibración del objeto que lo produce se presenta un fenómeno de resonancia que da lugar a grandes amplitudes y en consecuencia a grandes esfuerzos. Experimentalmente, se ha visto que la frecuencia de los torbellinos depende del número de Strouhal, S , que a su vez, es función del número de Reynolds. Lo definimos por la relación:

$$S = \frac{nd}{V_0} \quad (171)$$

donde n = frecuencia de desprendimiento de vórtices de un lado del cilindro, [Hz]

d = diámetro del cilindro

V_0 = velocidad del fluido sin perturbar

En la figura 5-11 se aprecia la relación entre los números de Reynolds y Strouhal correspondientes a la formación de vórtices en un cilindro.

Otros cuerpos cilíndricos y bidimensionales también generan vórtices; por este motivo, los ingenieros deben prestar atención a los problemas de vibración que pueden ocasionarse cuando diseñan una estructura que quedará expuesta a corrientes de agua o aire.

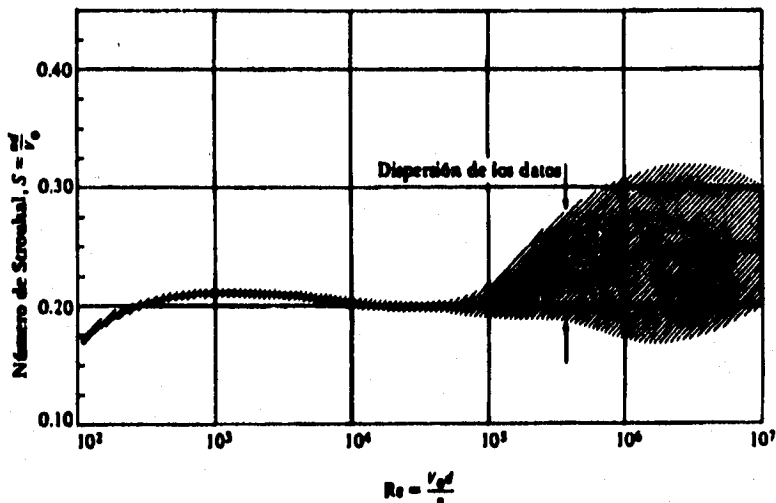


FIGURA 5-11. Número de Strouhal en función del número de Reynolds en el flujo que pasa alrededor de un cilindro.

5.3.5 EFECTO DE FUSELACIÓN O ANUSAMIENTO

Para números de Reynolds mayores de 10^3 el arrastre o resistencia al avance de un cilindro se debe fundamentalmente a la variación de la presión a lo largo de sus superficie. La diferencia de presión entre la parte delantera y la trasera es la causa primaria de la resistencia, pero esta diferencia se debe en gran medida al desprendimiento del fluido. Así, al eliminar el desprendimiento se reducirá la resistencia. Esto es exactamente lo que se consigue al darle una forma aerodinámica o fuselado a un cuerpo. Dando forma de huso a un cuerpo se reduce la curvatura en la parte posterior, que en un cilindro es excesiva, y con esto se reduce o evita la separación del fluido. Como podemos ver en la figura 5-7, el coeficiente de resistencia disminuye mucho.

Cuando un cuerpo se fusela alargándolo y reduciendo su curvatura, disminuye la resistencia debido a la presión, pero también aumenta la resistencia debida a la viscosidad ya que hay una mayor superficie en contacto con el fluido. En consecuencia, existe una condición óptima que se puede alcanzar al dar forma fuselada a un cuerpo. Esta condición óptima se alcanza cuando la suma de las resistencias de superficie y de presión es mínima.

Es interesante hacer notar que la forma fuselada que produce la resistencia mínima a altos números de Reynolds no produce generalmente la resistencia mínima a bajos números de Reynolds. Para números de Reynolds inferiores a la unidad, la mayor parte de la resistencia de un cilindro se debe a los esfuerzos cortantes producidos por la viscosidad. Por lo tanto, al fuselar un cilindro

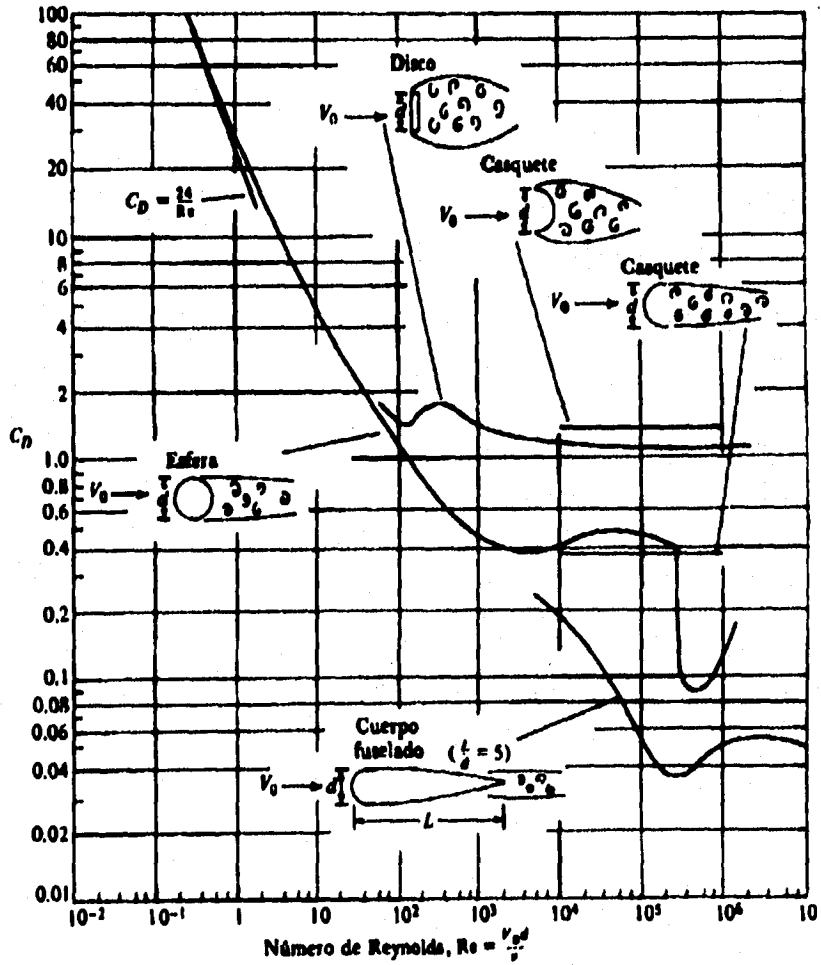


FIGURA 5-12. Coeficiente de resistencia al avance en función del número de Reynolds para varios cuerpos con simetría axial respecto al flujo.

de este tipo lo único que se consigue es aumentar el efecto de la viscosidad y con ello crecerá el valor de C_D ; esto ocurrirá en todo el intervalo de Re en que la resistencia por viscosidad es predominante.

Con valores altos del número de Reynolds, se tiene una ventaja adicional: la formación cíclica de vórtices se reduce o se elimina totalmente.

5.3.6 RESISTENCIA AERODINÁMICA DE CUERPOS CON SIMETRÍA AXIAL Y TRIDIMENSIONALES

Los mismos principios que aplicamos para la resistencia al avance de cuerpos bidimensionales, pueden ser aplicados también a los cuerpos con simetría axial y tridimensionales. En concreto, a valores muy bajos del número de Reynolds, el coeficiente de resistencia está determinado por una ecuación exacta que liga a C_D con Re ; a valores altos de Re , el coeficiente de resistencia se conserva constante en los cuerpos con aristas mientras que hay cambios bruscos del C_D en los cuerpos redondeados. Todas estas características se pueden apreciar en la figura 5-12, en la que se grafican valores de C_D en función de Re para varios cuerpos con simetría axial.

5.4 SUSTENTACIÓN O FUERZA ASCENSIONAL

5.4.1 CIRCULACIÓN

Consideremos el flujo a lo largo de una trayectoria cerrada, como en la figura 5-13. En cualquier segmento diferencial de la trayectoria la velocidad se puede descomponer en una componente tangencial y otra normal a la trayectoria. Llamaremos V_L a la componente tangencial. Si integramos $V_L dL$ a lo largo de toda la curva, la cantidad resultante se llama circulación y se denotará con el símbolo griego Γ (gamma mayúscula). Así, tenemos:

$$\Gamma = \oint V_L dL \quad (172)$$

Al aplicar la Ec. (172) tendremos en cuenta, por convención, que los vectores de velocidad tangencial en sentido contrario al movimiento de las manecillas del reloj son negativos y viceversa.⁷ La circulación de un vórtice irrotacional se determina de la siguiente manera. La velocidad tangencial correspondiente a cualquier radio es C/R , y si C es positivo la rotación es en el sentido del movimiento de las manecillas del reloj.

⁷Esta convención es contraria a la que se emplea en la definición matemática de una integral de línea.

Consecuentemente, si calculamos la circulación en una curva de radio r , la circulación diferencial es:

$$d\Gamma = v_L dL = \frac{C}{r_1} r_1 d\theta = C d\theta \quad (173)$$

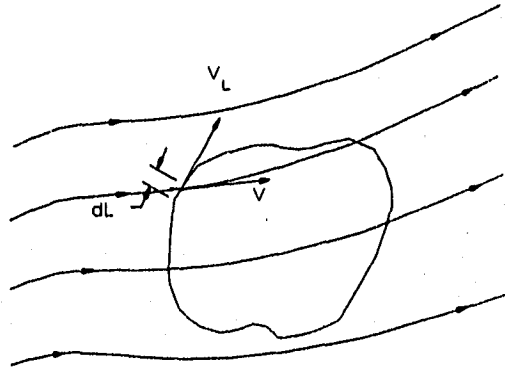


FIGURA 5-13. Concepto de circulación.

Por lo tanto, integrando a lo largo de toda la circunferencia, obtenemos:

$$\Gamma = \int_0^{2\pi} C d\theta = 2\pi C \quad (174)$$

Una forma de inducir físicamente una circulación es hacer girar un cilindro sobre su eje. En la figura 5-14a puede observarse el patrón de flujo que se produce con estas condiciones. La velocidad del fluido en contacto con la superficie del cilindro es igual a la velocidad de la misma superficie del cilindro, puesto que no hay deslizamiento entre el sólido y las partículas del fluido. A cierta distancia del cilindro la velocidad decrece con el radio r .

5.4.2 COMBINACIÓN DE UNA CIRCULACIÓN Y UN FLUJO UNIFORME ALREDEDOR DE UN CILINDRO

Si superponemos que el campo de velocidad causado por un flujo uniforme alrededor de un cilindro (Fig. 5-14b) al campo de velocidades de la circulación alrededor del mismo cilindro (Fig. 5-14a), vemos que en el lado superior las velocidades se suman y en el inferior se restan (Fig. 5-14c). También podemos observar que el punto de estancamiento se mueve hacia la zona de baja velocidad del cilindro. Según el teorema de Bernoulli (suponiendo un flujo total irrotacional), encontramos que la presión en la parte de alta

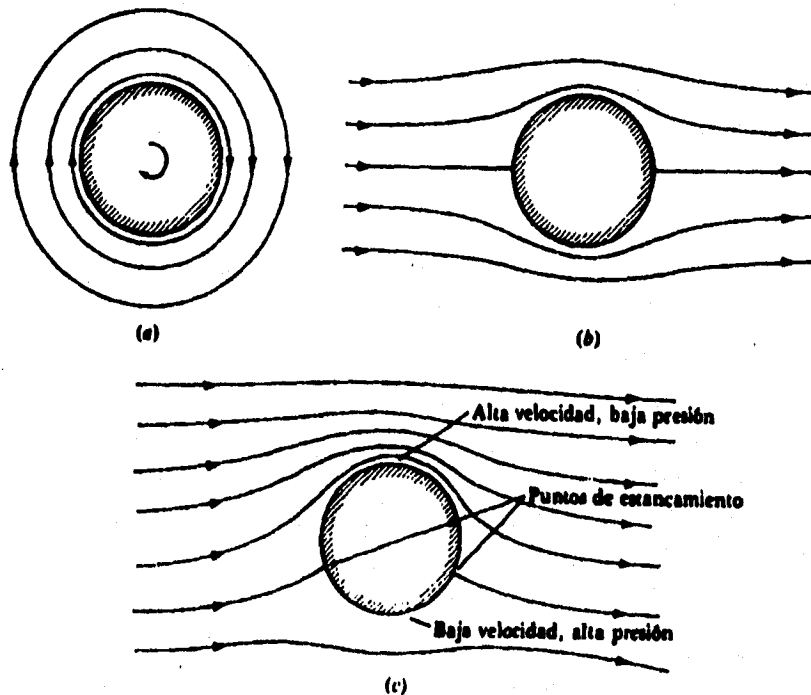


FIGURA 5-14. Flujo ideal alrededor de un cilindro. (a) Circulación. (b) Flujo uniforme. (c) Combinación del flujo uniforme con la circulación.

velocidad es menor que en la de baja velocidad. Por lo tanto, existe una diferencia de presiones que produce una sustentación sobre el cilindro. Según la teoría de un flujo ideal, la sustentación por unidad de longitud en un cilindro de longitud infinita se expresa por $F_L/l = \rho V_0 \Gamma$, donde F_L es la sustentación del segmento de longitud l ; para este flujo irrotacional no hay resistencia al avance en el cilindro, pero en el caso de un fluido real, habrá una resistencia al avance debida al desprendimiento de los filetes de aire, y a los esfuerzos derivados de la viscosidad, estos mismos efectos reducirán la sustentación del cilindro. Siempre que hay un fluido sobre un cuerpo que gira, o cuando el cuerpo gira y se desplaza simultáneamente a través del fluido, la sustentación es considerable. Esta es la razón de las "curvas" que hacen las pelotas de béisbol, de la caída de una pelota de ping-pong a la que se le da "efecto". La sustentación producida por la rotación de un cuerpo sólido se llama efecto Magnus, en honor a un científico alemán del siglo XIX que fue el primero en estudiar este

fenómeno.

5.4.3 SUSTENTACIÓN DE UN ALA

Comenzaremos estudiando el movimiento de un ala a través de un fluido ideal. En este caso, el flujo alrededor del ala será irrotacional, como se ve en la figura 5-15a. Al igual que con el flujo irrotacional alrededor de un cilindro, la sustentación y la resistencia serán nulas. Existe un punto de estancamiento o remanso en el lado inferior próximo al borde de ataque y otro cerca del borde de salida del ala. Con un fluido real, el patrón de flujo en la mitad delantera del ala es semejante al anterior, pero el de la mitad posterior, en la región del borde de salida, no puede darse como se muestra en la figura 5-15a. La existencia de un punto de estancamiento en el lado superior del ala indica que el fluido debe rodear el lado inferior del ala y después, al pasar al borde de salida, regresar al punto de estancamiento. Esto implica una aceleración infinita de las partículas de fluido en la esquina que forma el borde de salida. Esto es físicamente imposible, por lo que habrá un desprendimiento en la esquina. Como consecuencia de la separación del fluido, el punto de estancamiento trasero se recorre hacia el borde de salida y seguirán una trayectoria paralela, en esencia, a sus respectivas superficies (Fig. 5-15b).

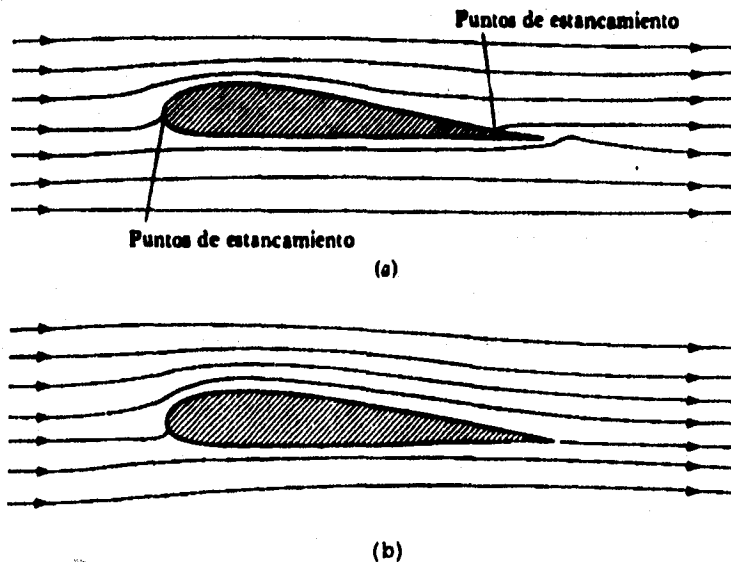


FIGURA 5-15. Patrones de flujo alrededor de un perfil de ala. (a) Flujo ideal sin circulación. (b) Flujo real con circulación.

Para hacer coincidir la teoría con el fenómeno observado físicamente se propuso la hipótesis que supone la existencia de una circulación inducida alrededor del ala, de magnitud suficiente para mover el punto de estancamiento posterior hasta el borde de salida, lo que permitiría que el flujo se desprendiera del ala suavemente en dicho punto. Esto se conoce como condición de Kutta, en honor a un pionero de la teoría aerodinámica. Cuando se hacen análisis en base a esta simple suposición respecto a la magnitud de la circulación, se obtienen grandes coincidencias entre la teoría y el experimento, tanto en el patrón de flujo como en la distribución de presiones. Lo mismo sucede con la sustentación en una sección de ala bidimensional. La teoría del flujo ideal nos muestra que la magnitud de la circulación necesaria para mantener el punto de estancamiento en el borde de salida (condición de Kutta) en el ala simétrica con ángulo de ataque pequeño es:

$$\Gamma = \pi c V_0 \alpha \quad (175)$$

donde: Γ = circulación
 c = longitud de la cuerda del ala
 α = ángulo de ataque de la cuerda con respecto al viento sin perturbar (véase en la Fig. 5-16 una definición esquemática)

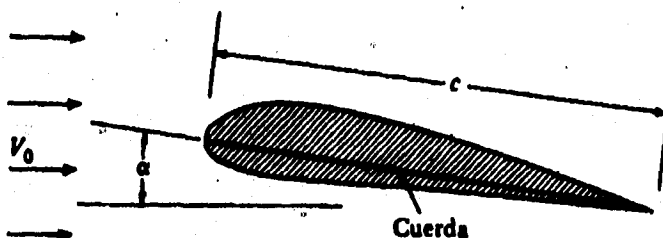


FIGURA 5-16. Diagrama para definir las características de un perfil de ala.

Al igual que en un cilindro, la sustentación por unidad de longitud de un ala infinitamente larga es:

$$\frac{F_L}{l} = \rho V_0 \Gamma \quad (176)$$

La superficie en planta de un segmento de longitud l es $l c$, por lo tanto, la sustentación en el segmento l es:

$$F_L = \rho V_0^2 \pi c l \alpha \quad (177)$$

Definimos el coeficiente de sustentación de un ala como:

$$C_L = \frac{F_L}{S \rho \frac{V_0^2}{2}} \quad (178)$$

Donde S es la superficie de la planta del ala, es decir, la del área proyectada por el ala sobre un plano horizontal. Combinando las ecuaciones (177) y (178) e identificando S con el área asociada con el elemento de longitud l , llegamos a la conclusión de que el C_L correspondiente al flujo irrotacional que barre un ala bidimensional es:

$$C_L = 2\pi\alpha \quad (179)$$

5.3 RESISTENCIA Y SUSTENTACIÓN DE VEHÍCULOS TERRESTRES

Debido al constante aumento en el precio de los combustibles se están haciendo investigaciones para reducir la resistencia al avance de los automóviles y camiones. Un estudio de este tipo se hizo con un modelo a escala (1:3/8) de un automóvil sedán con la parte posterior terminada en forma plana. En la figura 5-17 se muestran los resultados obtenidos en el túnel de viento. La distribución de presiones a lo largo de la línea de centros del automóvil (distribución de C_p) está señalada por una línea continua para el sedán normal y una línea punteada para un sedán con resalte de 68 mm en la parte posterior. Como vemos, el resalte hace que aumente la presión en la parte posterior del coche (C_p es menos negativo) y, en consecuencia, reduce la resistencia al avance. También hace que disminuya la sustentación y con ello se mejora la estabilidad. Por supuesto, el resalte produce cierta resistencia. Las pruebas demostraron que la altura óptima del resalte para obtener la mayor reducción de resistencia es de 20 mm.

En los camiones se puede reducir la resistencia instalando deflectores cerca de las esquinas, para hacer que el fluido cambie más rápidamente en las mismas y reducir su grado de desprendimiento. Esto provoca mayor presión en las superficies traseras y reduce la resistencia al avance.

Otra aplicación de la aerodinámica a los vehículos terrestres es el empleo de aletas con sustentación negativa en los automóviles de carreras, como podemos ver en la figura 5-18. En este caso, la sustentación negativa aumenta la estabilidad y tracción del coche.

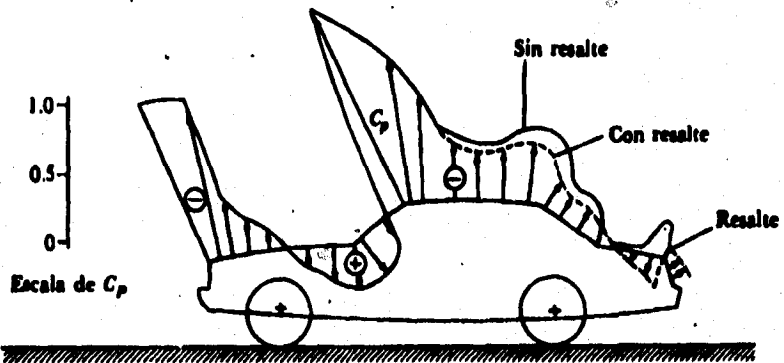


FIGURA 5-17. Efecto de un resalte en la parte posterior de un automóvil.

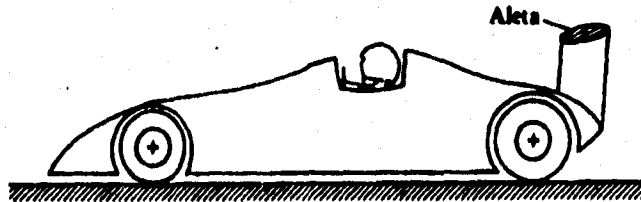


FIGURA 5-18. Automóvil de carreras con aleta de suspensión negativa.

CAPÍTULO 6

DISEÑO

CAPÍTULO SEIS: DISEÑO

6.1 INTRODUCCIÓN

Hasta ahora se ha presentado la base teórica de la presente tesis, en este capítulo se aplicará para hacer un diseño de la forma de la carrocería para un auto eléctrico monoplaza.

Es necesario hacer notar que el diseño aerodinámico es sólo una parte del diseño de un auto eléctrico, por lo que se harán propuestas, en cuanto a la estructura, por ejemplo, que podrán modificarse.

Para empezar se describe el proceso del diseño, ilustrándolo por medio del diseño mismo de la forma del auto, finalmente se presentará el proyecto.

6.2 EL PROCESO DEL DISEÑO

El proceso del diseño abarca las actividades y eventos que transcurren entre el reconocimiento de un problema y la especificación de una solución del mismo que sea funcional, económica y satisfactoria de algún modo. El diseño es el proceso mediante el cual el ingeniero aplica sus conocimientos, aptitudes y puntos de vista, a la creación de dispositivos, estructuras y procesos.

6.2.1 PLANTAMIENTO Y ESTRUCTURACIÓN DEL PROBLEMA

Raramente se le presenta un verdadero problema al ingeniero; mas bien, el mismo debe determinar en qué consiste. Éste suele ser difícil porque su naturaleza a menudo es encubierta por mucha información sin importancia. Tal situación es empeorada por el hecho de que en la escuela se acostumbra presentar los problemas a los estudiantes de manera ajena a la realidad, de modo que los ingenieros novatos carecen de práctica y aptitud necesaria para definir los problemas.

Al comenzar se debe expresar en términos generales el problema particular, ignorando los detalles por el momento.

Objetivos generales:

-El descubrimiento de un problema constituye el punto de partida y la motivación para el proceso de diseño que después se defina en su curso según el tipo de problema.

-Al reconocimiento de un problema y la intención de solucionarlo sigue su análisis cuidadoso.

-Mediante el acopio de todos los conocimientos disponibles y el incremento de conocimientos específicos a base de procesos analíticos, se va abarcando paulatinamente el problema en toda su amplitud y se hace posible definirlo con precisión.

Partiendo del hecho de que la meta final es construir un auto eléctrico, debe tenerse en cuenta que el principal problema que se presenta es la autonomía del vehículo, por lo que la energía debe aprovecharse al máximo, evitando todo tipo de pérdidas. El vehículo al moverse a través de un fluido como el aire sufre de una oposición a dicho movimiento llamada fuerza de arrastre la cual, como ya vimos, depende de la forma y la rugosidad de la superficie del vehículo, por lo que el problema que se presenta es diseñar una forma aerodinámica que cuente con un C_d bajo, ya que la rugosidad se puede controlar fácilmente.

6.2.2 SOLUCIONES DEL PROBLEMA

Esta es la fase de la elaboración de ideas, mediante una visión general y la previsión de posibles soluciones. Algunos autores consideran a esta fase como la más difícil del proceso de diseño, ya que es la inspiración a partir de la nada aparente. Y algunos otros autores la consideran como una fase propiamente creativa.

Para la solución de problemas son posibles dos tipos de procedimientos:

1. Prueba y error.
2. Espera a la inspiración.

La elaboración de ideas es la ponderación de diversas posibilidades para la solución del problema en cuestión.

Es importante que en esta fase del proceso de diseño las soluciones estén todavía poco valoradas. Además de que en un principio deben buscarse con cierta ingenuidad aún más posibles soluciones del problema.

En esta fase puede considerarse esencial que el diseñador dibuje bocetos, o construya modelos de todas las soluciones de principio pensadas. De esta forma pueden coleccionarse como alternativas todas las combinaciones nuevas y prepararlas para la fase de valoración.

Para resolver el problema que se presenta en esta tesis se recurre primero a determinar las dimensiones del vehículo en función de las dimensiones del cuerpo humano, la libertad del movimiento del mismo, tamaño de la estructura y de los componentes internos del vehículo, de modo que se aproveche el espacio y se pueda moldear la forma más aerodinámica posible considerando la teoría de la mecánica de los fluidos.

6.2.3 VALORACIÓN DE LAS SOLUCIONES DEL PROBLEMA

Si en la fase de elaboración de las soluciones se hicieron visibles todos los resultados, ahora pueden compararse estos en la fase de valoración de soluciones. De entre las alternativas elaboradas, el diseñador puede indagar ahora cuál es la solución idónea comparándola con los valores exigibles fijados previamente.

Para lograr satisfacer las necesidades de un auto eléctrico se presentaron dos soluciones las cuales se evaluaron, y se seleccionó la mejor en cuanto a la forma que a final de cuentas es nuestra meta.

6.2.4 REALIZACIÓN DE LA SOLUCIÓN DEL PROBLEMA

El último paso del proceso de diseño es la concretización de la solución al problema elegida como la mejor. La mejor solución al problema presentado se convierte en un prototipo serializable. El constructor fija exactamente la construcción y la constitución estructural del producto. El diseñador industrial elabora la mejor solución hasta en los más mínimos detalles. En las empresas industriales se lleva toda la documentación necesaria a los más altos niveles adjunta a una valoración de soluciones definitiva, y ahí se decide si el proyecto elaborado se procede o no.

Para el caso de esta tesis se presenta el diseño de la forma que servirá para construir un modelo a escala, al cual se le harán pruebas para determinar su coeficiente de arrastre. Para nuestro estudio no se incluyen datos de construcción del prototipo dado que ese no es el objetivo que se desea alcanzar.

6.3 PRESENTACIÓN DEL PROYECTO

Una vez concluido nuestro proceso de diseño es recomendable la elaboración de una memoria sintética descriptiva, tanto del proceso mismo, como de los resultados y características que presenta el producto o sistema diseñado.

La explicación se realiza a manera de informe. Teniendo como objeto la explicación y descripción del proceso de diseño desarrollado y su resultado mediante textos, revistas, representaciones gráficas, etc.

6.3.1 ESTRUCTURACIÓN DEL PROBLEMA

Los combustibles son sustancias que tienen suficiente carbón o hidrógeno para producir por, su oxidación química, exotérmica, cantidades importantes de calor. Los principales combustibles son, el carbón de piedra, el gas natural, el petróleo y sus derivados.

En los últimos años, al irse generando mayores necesidades de confort, se ha utilizado a una velocidad impresionante, una gran cantidad de recursos naturales, entre ellos, los energéticos no renovables, por lo que actualmente surge una pregunta moral: ¿Qué derecho tenemos de acabarnos estos recursos?

El petróleo como energético es muypreciado, pero además tiene otro valor como materia prima para otras cosas, es por esto que puede ser un desperdicio quemarlo, además de las consecuencias en la atmósfera que esto acarrea. Es el momento de pensar en la utilización de la energía solar, como puede ser en el secado de productos agrícolas, calentamiento de agua y generación de electricidad.

Durante los últimos cincuenta años, las necesidades energéticas del mundo han sido cubiertas por los combustibles fósiles, principalmente el carbón, petróleo y gas natural. Ahora bien, se sabe desde hace mucho tiempo que estas fuentes de energía se agotarán, prácticamente en un futuro no muy lejano. En la actualidad el consumo mundial de energía es del orden de 1×10^{17} BTU por año. Teniendo en cuenta el crecimiento constante de la población mundial, así como el aumento de consumo de energía per capita, cabe prever que para el año 2000 un ritmo de utilización de energía de cinco a diez veces superior al valor actual. Se ha estimado que las cantidades de carbón, petróleo y gas natural, que pueden extraerse a costos no superiores al doble de los actuales, equivalen en números redondos a 4×10^{19} BTU. Esto significa que dentro de 100 años, más o menos las reservas mundiales de combustibles fósiles, económicamente utilizables, estarán próximas a su agotamiento.

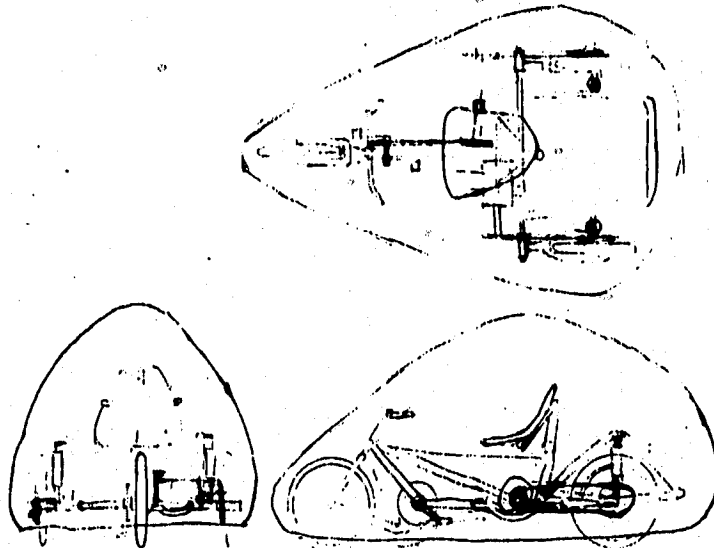
Aún concediendo un margen de error a las estimaciones anteriores, resulta inevitable la conclusión siguiente: es preciso buscar nuevos medios de transporte que no utilicen combustibles fósiles.

Para poder obtener un vehículo con estas características es necesario que sea eficiente en el uso de la energía que se le suministre. La alternativa es diseñar un auto eléctrico debido a que la energía eléctrica se puede convertir a energía mecánica por medio de un motor eléctrico, que es una de las máquinas móviles más eficientes, sin embargo existe un problema en cuanto al almacenamiento de dicha energía, ya que se necesitaría un banco de baterías para proveer una autonomía considerable al vehículo tan grande que el espacio ocupado por ellas además de su peso harían del vehículo una opción bastante deficiente. De modo que como podemos ver, la autonomía es un punto que debe considerarse. Es decir, debemos reducir al máximo todas las pérdidas que se presenten y la más importante es la fuerza de arrastre. Por lo que el principal problema es diseñar una forma aerodinámica cuyo coeficiente de arrastre C_D , sea lo más pequeño posible.

6.3.2 HIPÓTESIS DE LA SOLUCIÓN AL PROBLEMA

La primer limitante para la solución del problema son las dimensiones, de la carrocería se tomaron como base las dimensiones del cuerpo humano (norma SAE J833 de mayo de 1989, ver Anexo) ya que un diseño funcional considera un confort para el usuario.

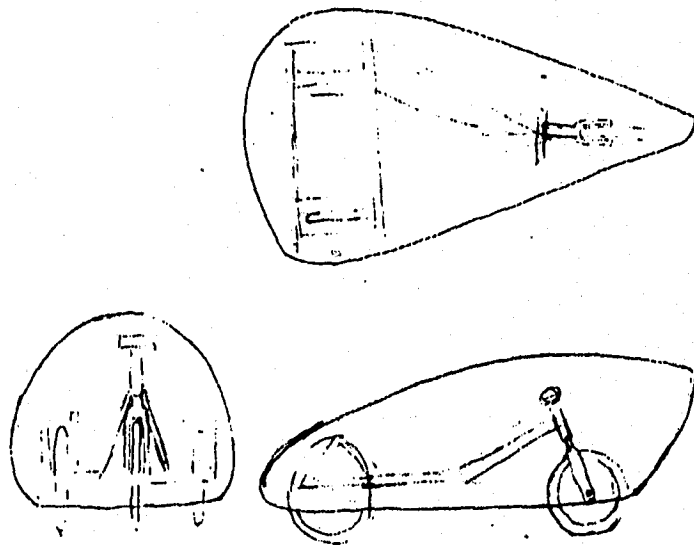
El siguiente paso era proponer un chasis (estructura) que albergara todos los componentes del auto como son: baterías, transmisión, motor eléctrico, instrumentos de control y medición, suspensión, dirección, etc.; las medidas del chasis, que estuvieron en función del tamaño de dichos componentes, sirvieron de patrón para las dimensiones de la carrocería. En base a las cotas y forma del chasis se diseñó la carrocería fuselada, tomando en cuenta que no existieran aristas que ocasionaran desprendimiento de la capa límite del aire o torbellinos.



CROQUIS 1

Se propusieron dos soluciones. Ambas tomaron como base el empleo de partes de bicicleta de carreras, debido a que ya se encuentran en el mercado y se han utilizado en velocidades de hasta 100 Km/h y en el caso de las bicicletas de montaña resisten impactos de gran magnitud y se fabrican en materiales ligeros. Dichas soluciones se muestran bosquejadas en los croquis 1 y 2. De estas soluciones se escogió la segunda ya que el área proyectada es menor y la forma se asemeja más a la de una gota de agua cayendo

(que es la forma que tiene el mejor C_D).

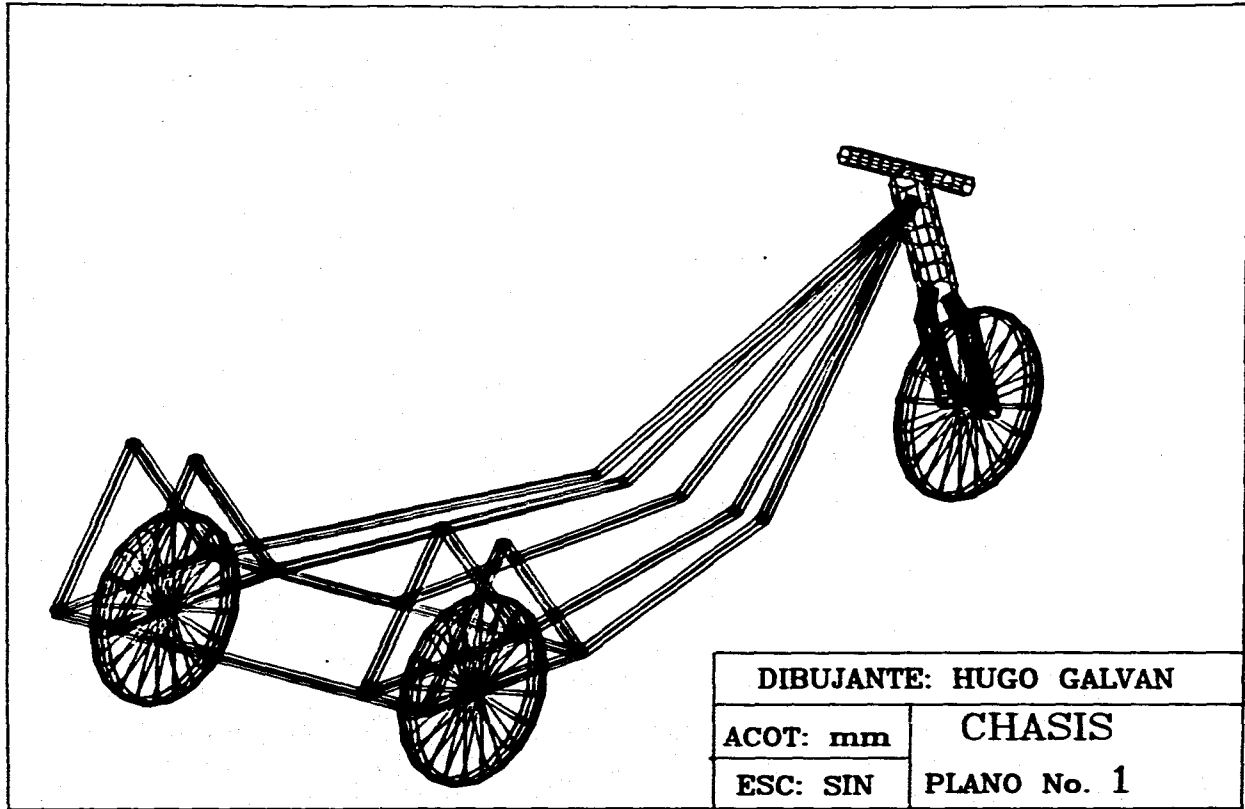


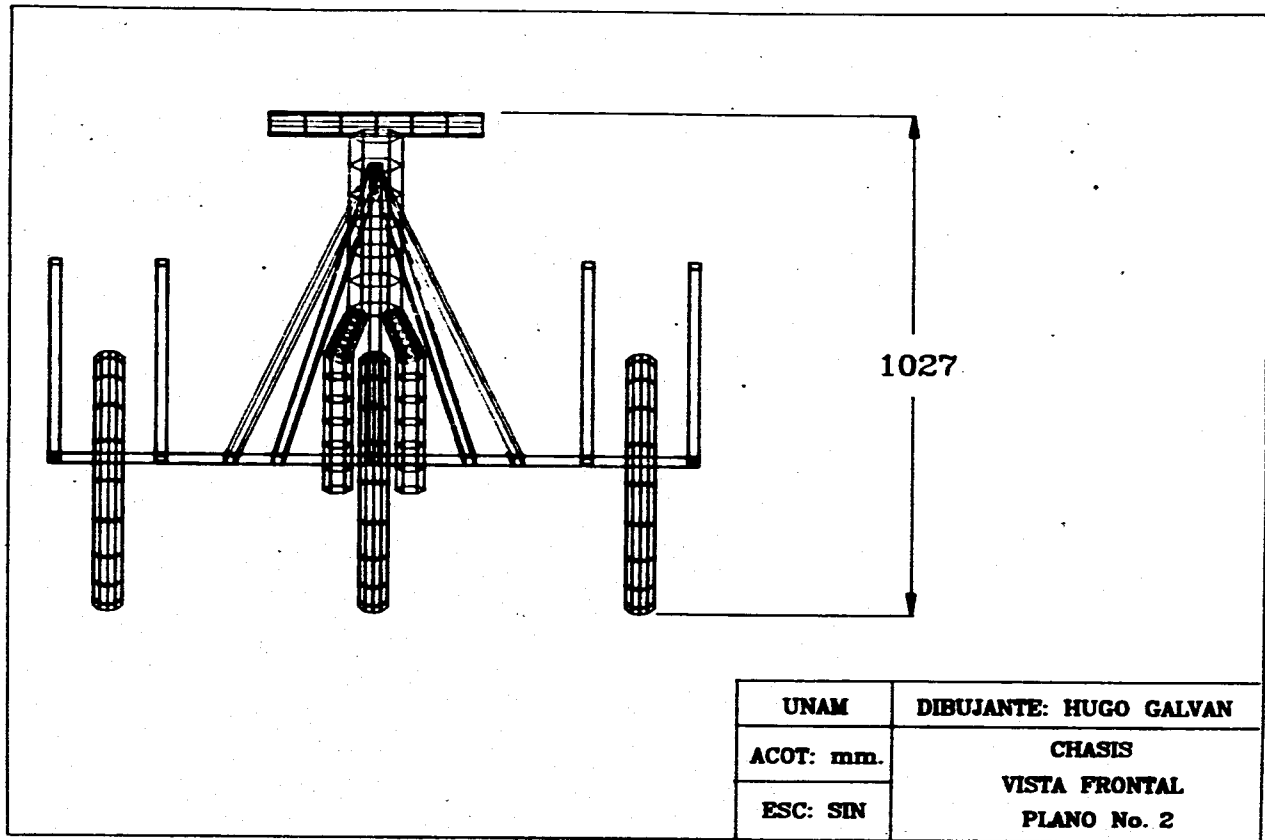
CROQUIS 2

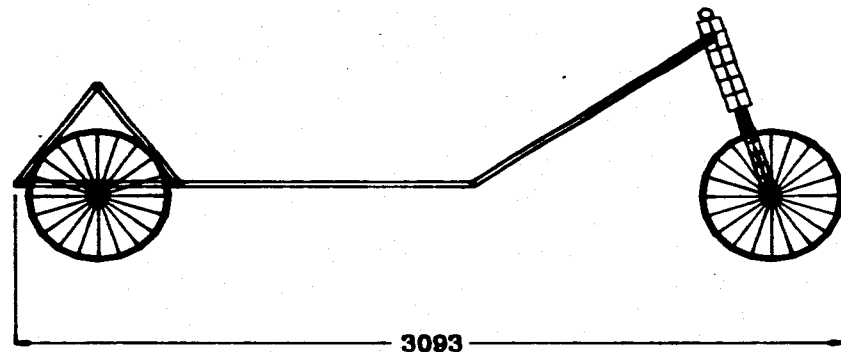
Para cumplir con las limitaciones arriba planteadas se hizo un maniquí por computadora en tercera dimensión. Luego, siguió el diseño por computadora del chasis también en tres dimensiones. Se unieron tanto el chasis como el maniquí y se verificó que el maniquí tuviera libertad de movimiento rotando sus extremidades. En base a lo anterior se diseñó la forma de la carrocería, todo esto en Autocad.

Los planos siguientes son la representación del diseño por computadora final.

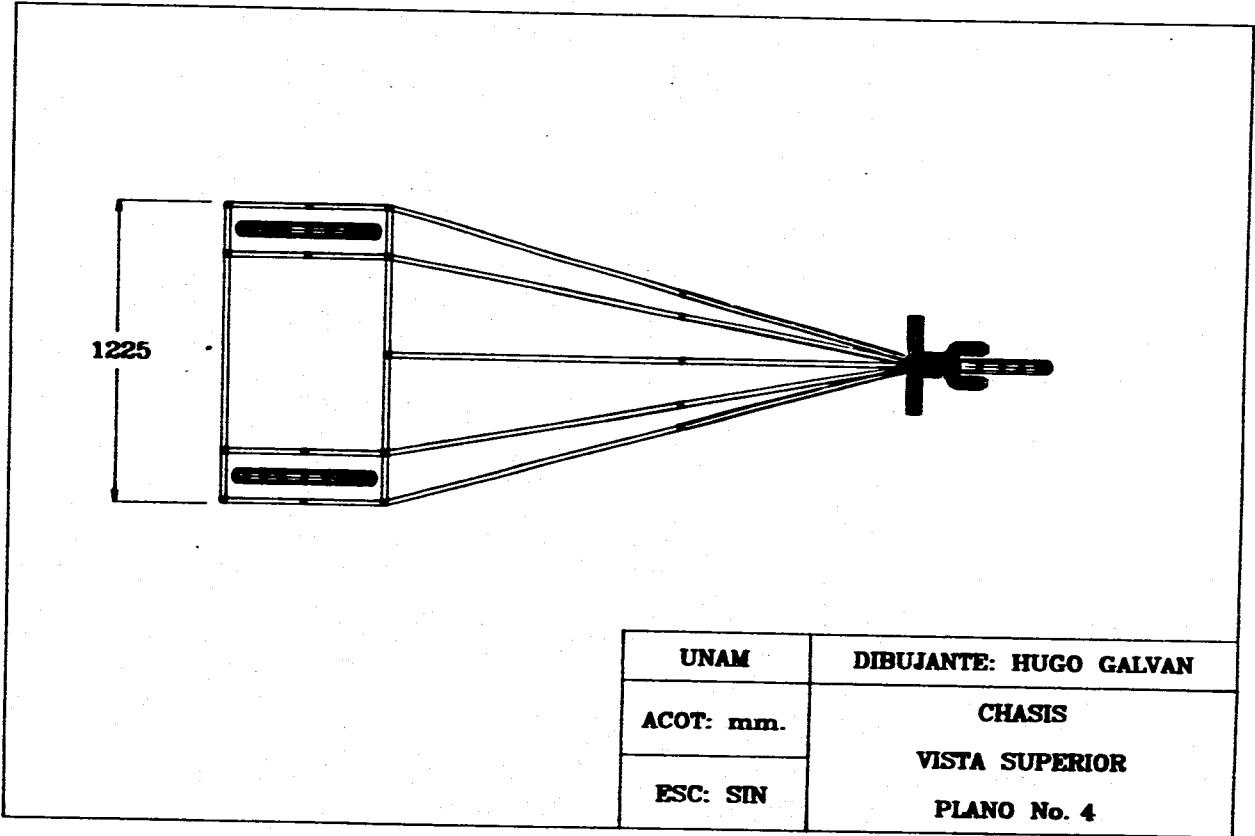
Después de los planos se muestran las vistas y el isométrico del diseño y la estructura provisional simulando el prototipo hechas en 3D Studio, donde se le dio iluminación, color y acabado superficial (Render) a las superficies generadas en Autocad.



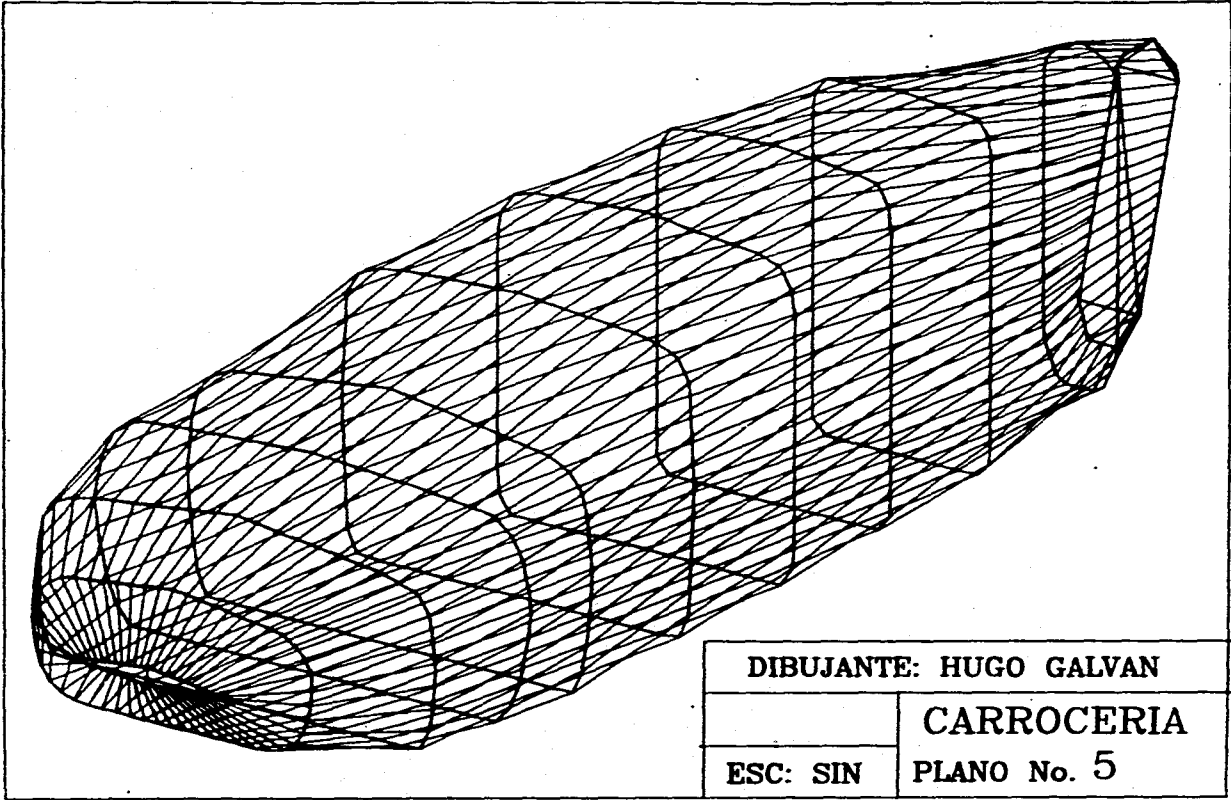




UNAM	DIBUJANTE: HUGO GALVAN
ACOT: mm.	CHASIS
ESC: SIN	VISTA LATERAL DERECHA
	PLANO No. 3



UNAM	DIBUJANTE: HUGO GALVAN
ACOT: mm.	CHASIS
ESC: SIN	VISTA SUPERIOR
	PLANO No. 4

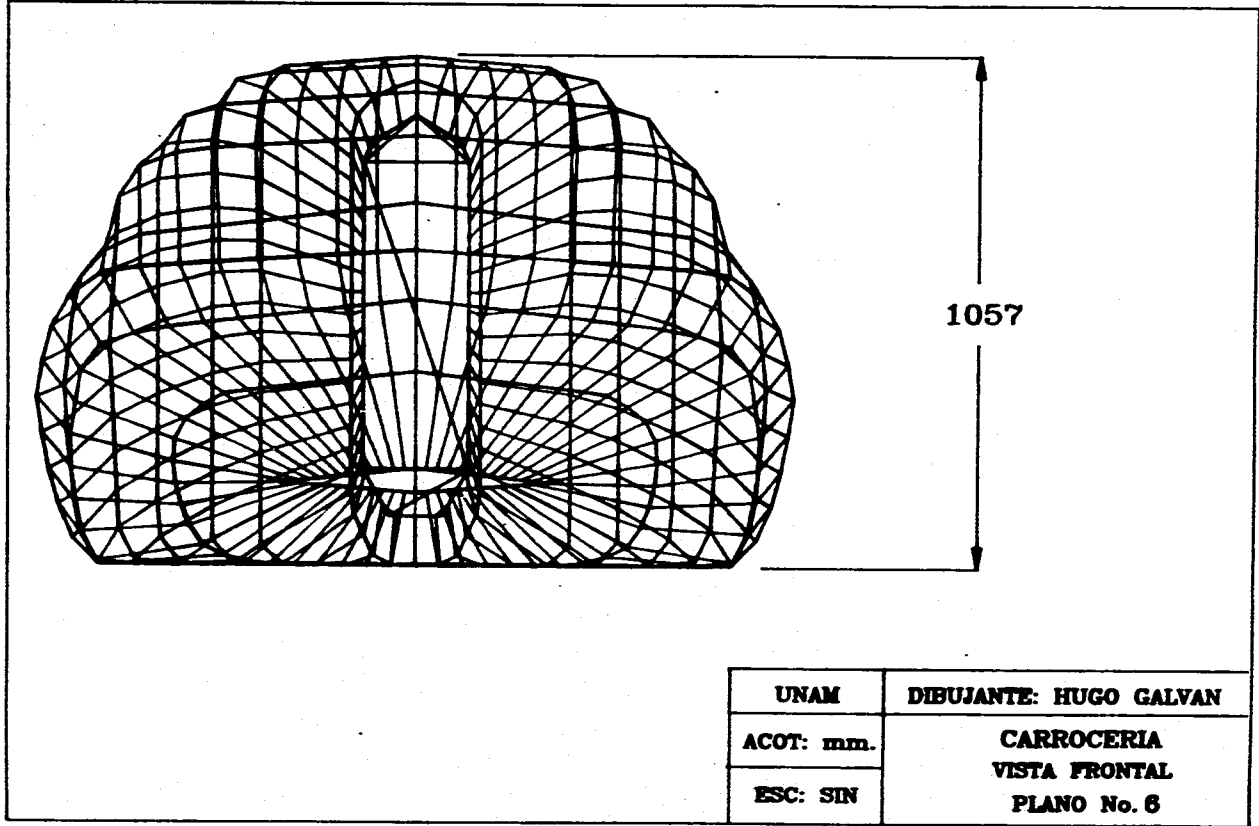


DIBUJANTE: HUGO GALVAN

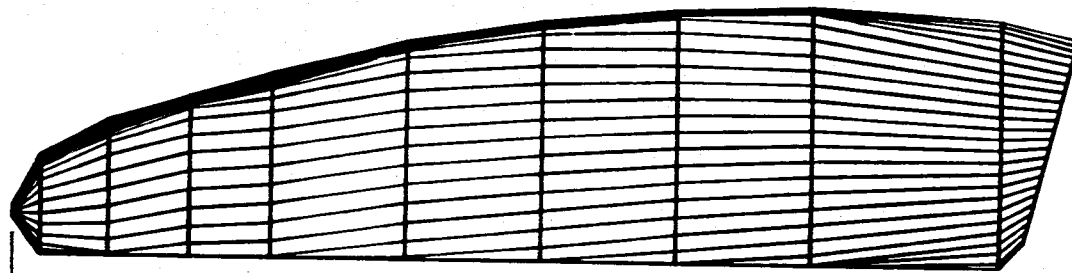
CARROCERIA

ESC: SIN

PLANO No. 5

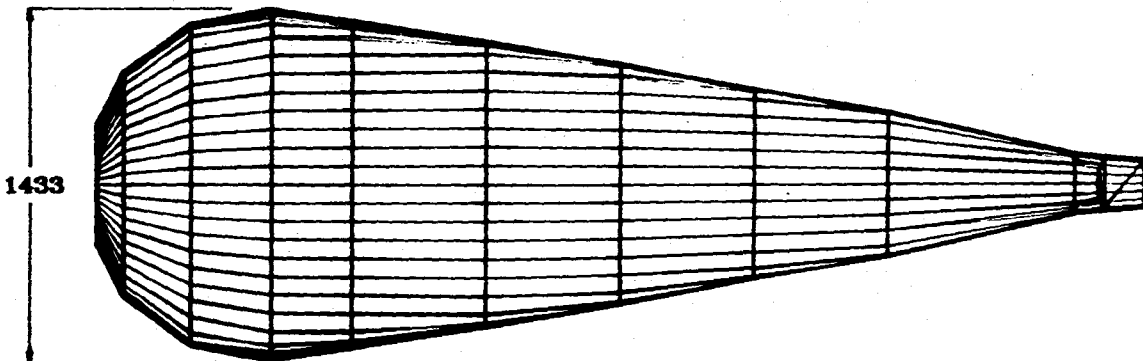


UNAM	DIBUJANTE: HUGO GALVAN
ACOT: mm.	CARROCERIA
ESC: SIN	VISTA FRONTAL
	PLANO No. 6



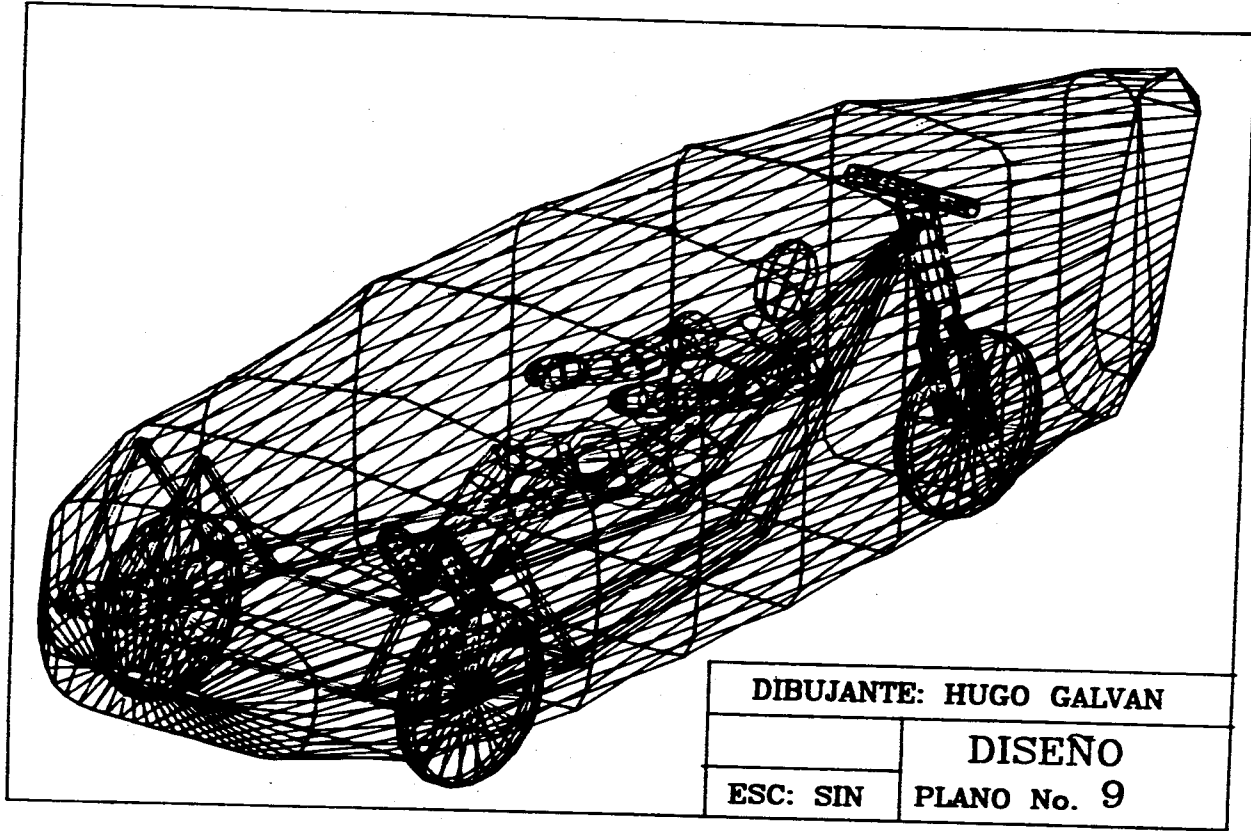
3836

UNAM	DIBUJANTE: HUGO GALVAN
ACOT: mm.	CARROCERIA
ESC: SIN	VISTA LATERAL DERECHA
	PLANO No. 7

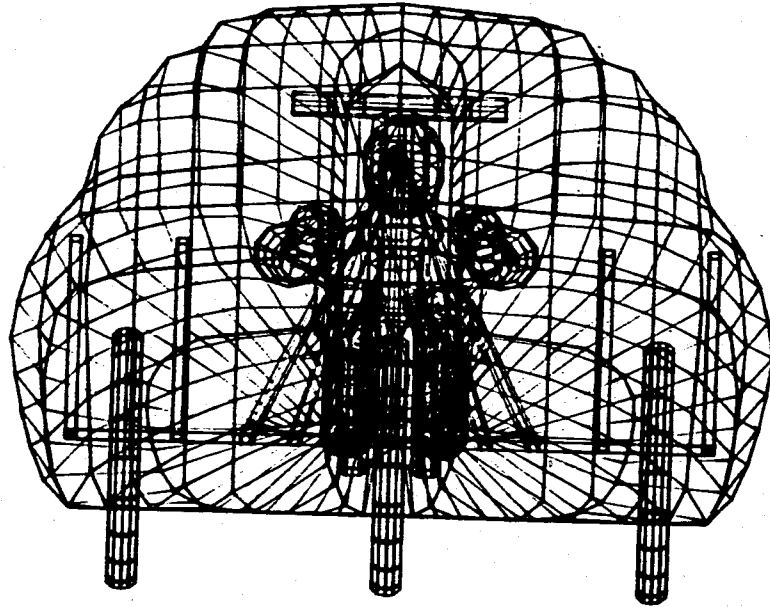


1433

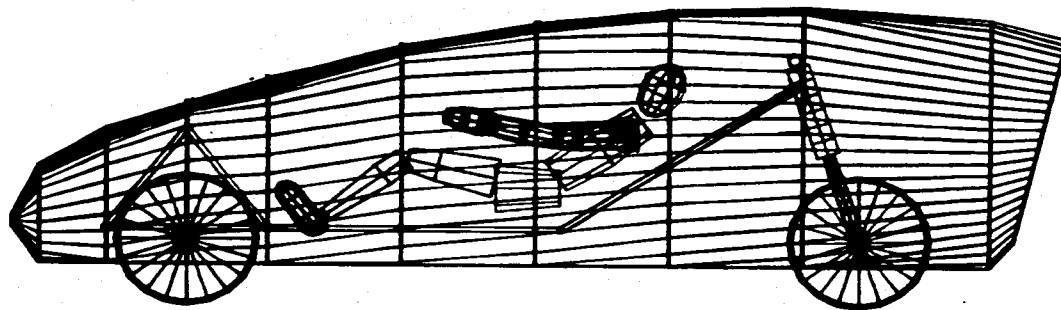
UNAM	DIBUJANTE: HUGO GALVAN
ACOT: mm.	CARROCERIA
ESC: SIN	VISTA SUPERIOR
	PLANO No. 8



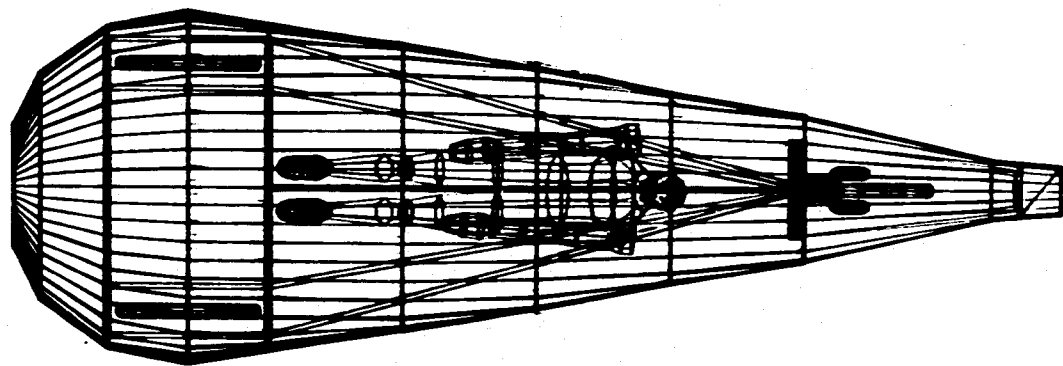
DIBUJANTE: HUGO GALVAN	
	DISEÑO
ESC: SIN	PLANO No. 9



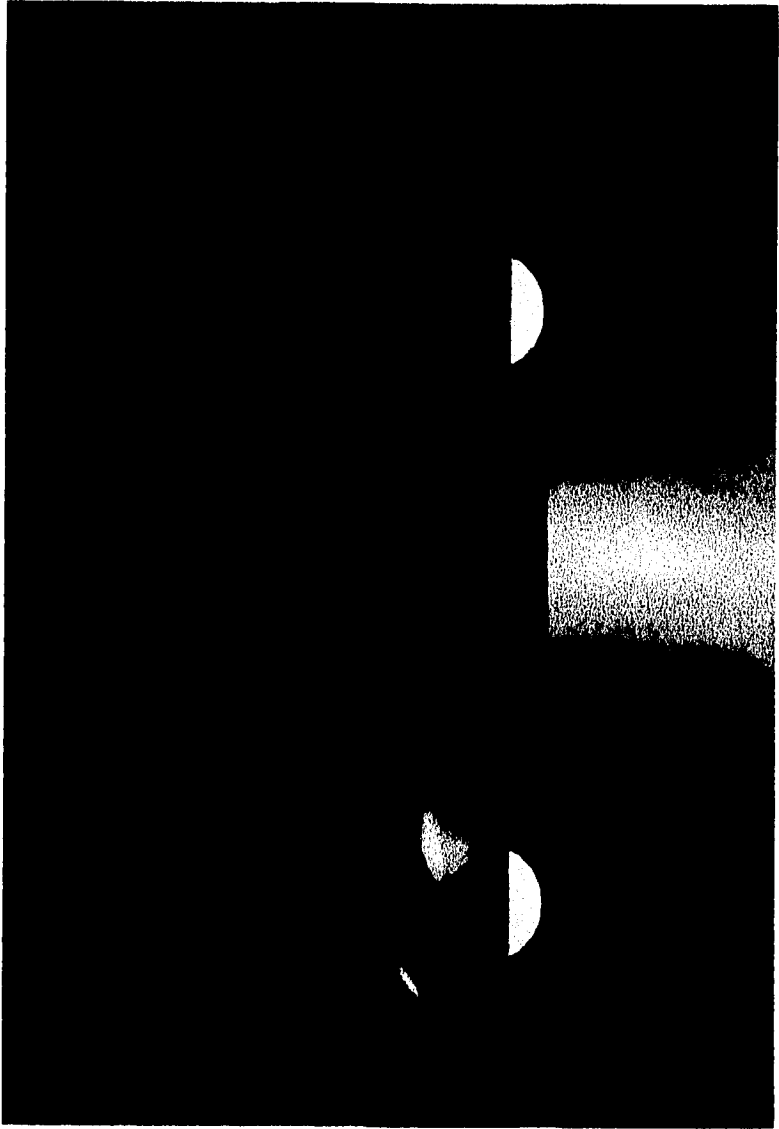
UNAM	DIBUJANTE: HUGO GALVAN
	DISEÑO
ESC: SIN	VISTA FRONTAL
	PLANO No. 10

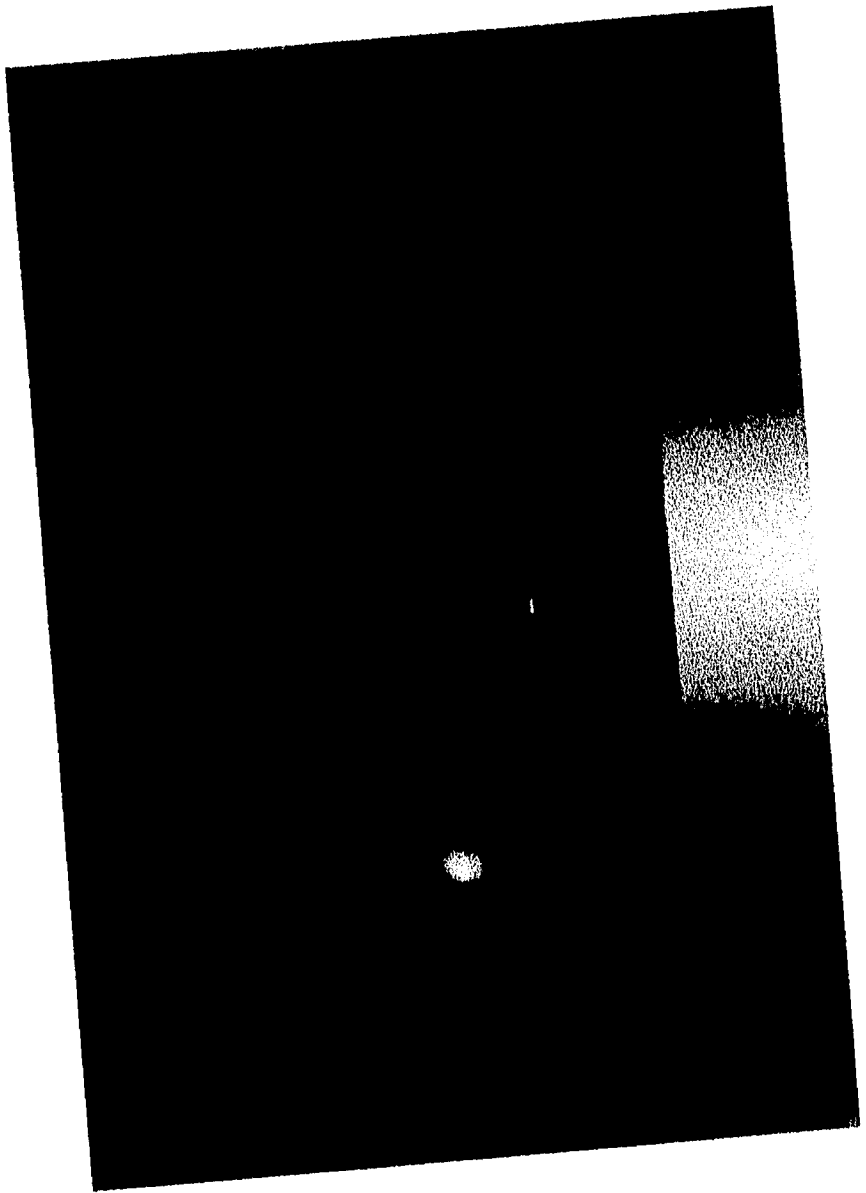


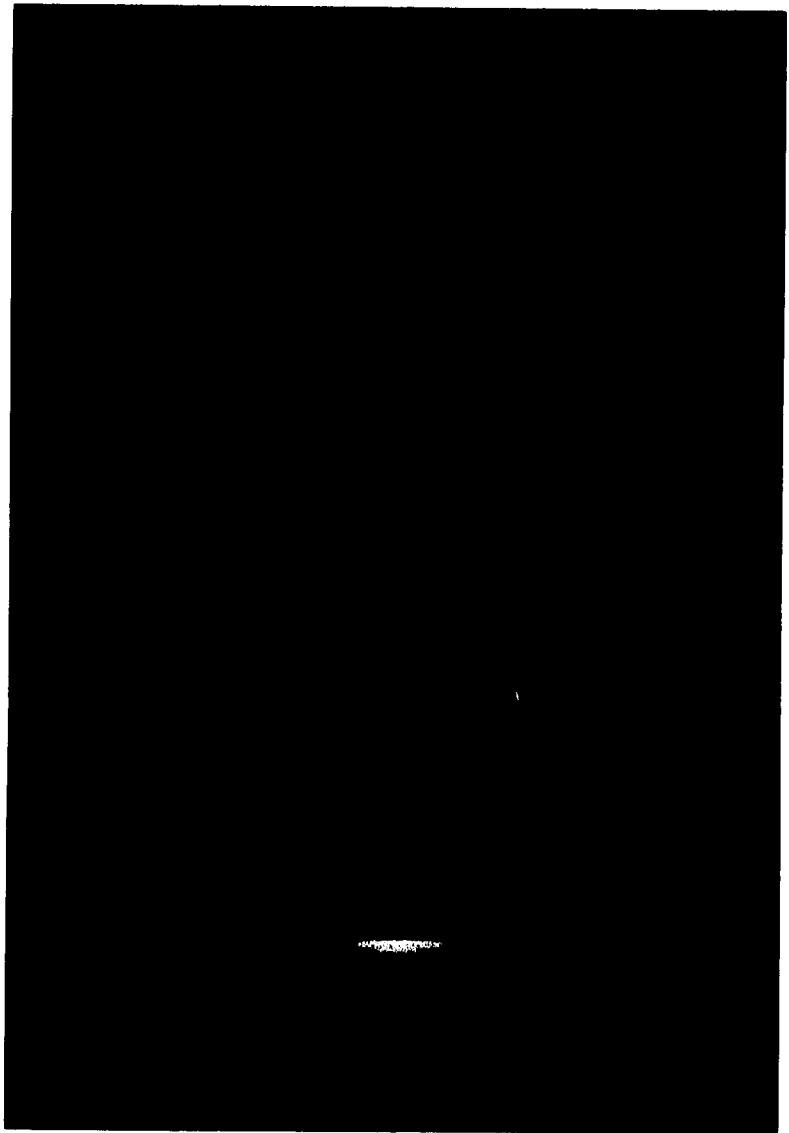
UNAM	DIBUJANTE: HUGO GALVAN
	DISEÑO
ESC: SIN	VISTA LATERAL DERECHA
	PLANO No. 11

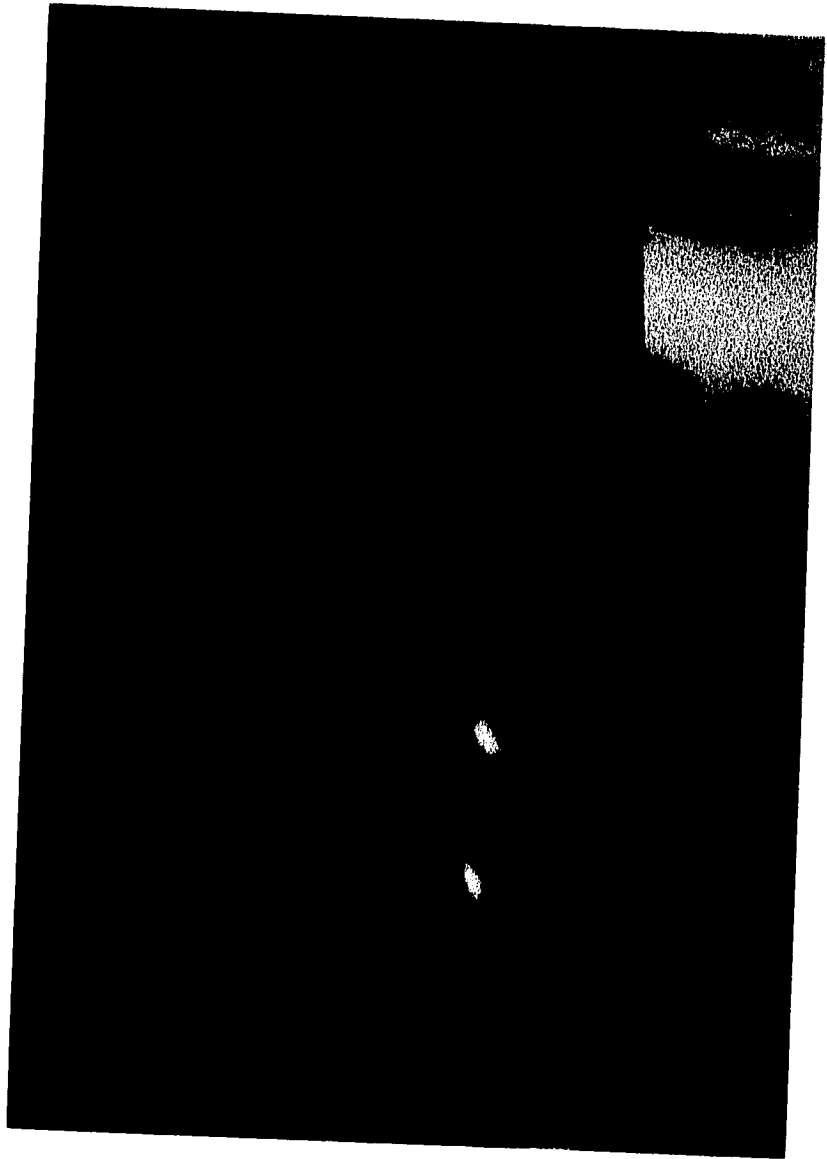


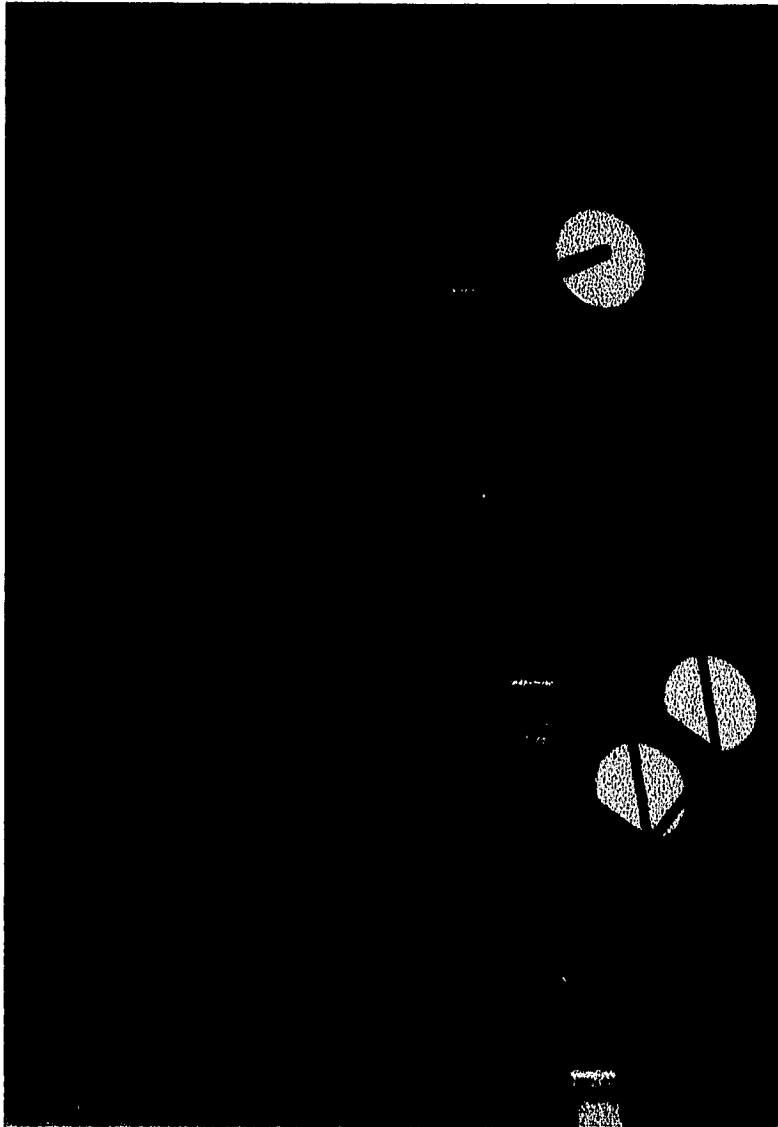
UNAM	DIBUJANTE: HUGO GALVAN
	DISEÑO
ESC: SIN	VISTA SUPERIOR
	PLANO No. 12











6.3.3 ANEXO

DIMENSIONES FÍSICAS HUMANAS SAS J633 MAY69

1.- Alcance y propósito. Esta norma define las dimensiones físicas humanas mundialmente utilizadas en construcción, aplicaciones industriales en general, tractores agrícolas, silvicultura y maquinaria especializada para minería.

2.- Dimensiones físicas.

i) Bases. Las dimensiones físicas y de los ejes corporales de humanos pequeños (S), medianos (M) y grandes (L) están registradas en las figuras 6-1 y 6-2 para las posiciones: sentado y parado.

ii) Dimensiones. Las dimensiones de las figuras 6-1 y 6-2 incluyen una tolerancia para la altura del zapato y ropa ligera.

iii) Variación de dimensiones:

Reducción natural del cuerpo humano. La altura sentado puede disminuir 90 mm para un humano grande y 50 mm para un humano pequeño. La altura parado puede disminuir 30 mm para cualquier talla.

Variación étnica. Descendientes africanos pueden tener 2 % más largos los brazos y 4 % más largas las piernas, que las dimensiones mostradas. Descendientes orientales pueden tener 7 % menos largos los brazos y 10 % menos largas las piernas, que las dimensiones mostradas.

CAPÍTULO 7

CONSTRUCCIÓN DEL MODELO

CAPÍTULO SIETE: CONSTRUCCIÓN DEL MODELO

En este capítulo se describe el procedimiento que se siguió para la construcción del modelo a escala al cual se le harán las pruebas en el túnel de viento y el canal de flujo. El modelo se hizo en madera ya que es un material que se le puede dar forma de manera sencilla y cuenta con la resistencia a la tracción necesaria para las pruebas antes mencionadas. En seguida se describe de manera general la técnica del modelado de madera. Luego se aplica al modelo en particular.

7.1 MODELADO

7.1.1 EL ÁRBOL

Antes de describir las diversas maneras de tallar la madera y los medios necesarios para ello, es importante dar cuenta de su origen: el árbol. Todo árbol tiene las características peculiares de su especie particular y de su lugar de origen. Cada año los árboles se recubren en toda su superficie de una nueva capa de fibra. El material para esta fibra lo produce la delgada capa de tejido vascular, o cámbium, existente en la parte interior de la corteza. Conforme van creciendo las sucesivas capas, la sección más

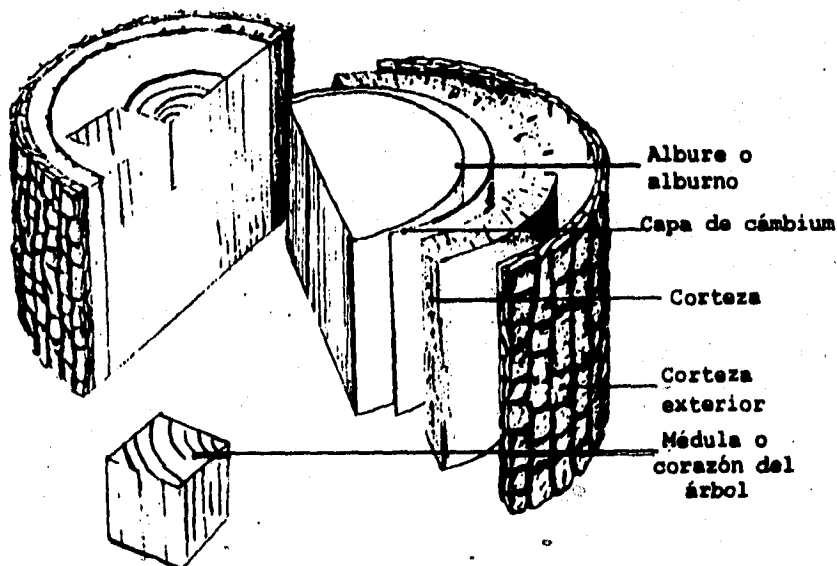


FIGURA 7-1. Capas del árbol.

interior del árbol está sometida a unos cambios químicos que incluso pueden cambiar su color; esta sección constituye la médula o corazón del árbol. La madera viva o alburta, que es la parte más recientemente formada proporciona a éste su vitalidad al conducir la humedad y los nutrientes por las fibras hasta las hojas y actúa como reserva alimenticia para la capa de cámbium. Si no se interrumpe el crecimiento del árbol el proceso resulta claramente visible en una sección de la madera. Pero si el árbol se detiene en su crecimiento por unas condiciones climáticas desfavorables aparecen anillos de crecimiento que indican la forma de las sucesivas capas de la fibra. La fibra da a la madera su resistencia a la tracción y transporta el agua y los nutrientes de la tierra a las hojas para su fotosíntesis retornándolos en forma de alimento a la capa de tejido vascular.

CRECIMIENTO DE LA MADERA

Las fibras de la madera tienden a crecer rectas en línea con el eje vertical del árbol, siendo ésta la veta normal; sin embargo en muchas especies se encuentra la veta en espiral (figura 7-2.1). El retorcimiento de las fibras hace que la madera se agriete a lo largo de la veta.

A veces la corteza queda encerrada entre dos ramas de un árbol (figura 7-2.1) que se unen a medida que crece nueva madera. En la figura 7-2.3 un trozo de corteza muerta está encerrada en el crecimiento más reciente.

Los nudos formados en la base de una rama se desarrollan a partir de las fibras (figura 7-2.4), distorcionando la veta. Cuando muere una rama, el nudo de las fibras muertas queda suelto y encajado en la madera viva (figura 7-2.5) y puede desprenderse cuando se corta y se deseca la madera.

En las fibras pueden producirse depósitos cristalinos (figura 7-2.6), formados por la precipitación de sales minerales que, procedentes del suelo han llegado allí a través de las raíces y las fibras.

Generalmente los depósitos son microscópicos, pero si se agrandan pueden constituir un peligro al serrar la madera.

Cuando se poda una rama debe cortarse junto a su base. La pequeña superficie de madera muerta se recubre con nuevos crecimientos en las fibras (figuras 7-2.7 y 7-2.8) y aunque pueden formar un teso, la nueva madera es muy buena.

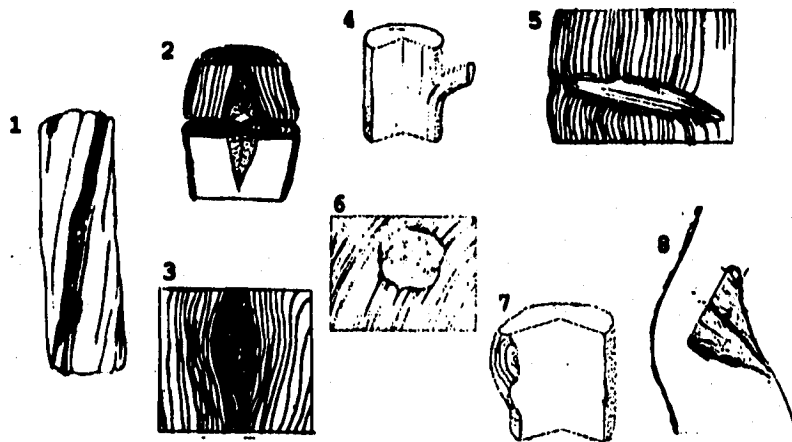


FIGURA 7-2. Crecimiento de la madera.

7.1.2 TIPOS DE MADERA

CONÍFERAS

Cedro. Esta madera de veta tupida es ligera y fácil de trabajar; sin embargo es duradera para esculturas exteriores.

Alerce colombiano, pino, abeto (en tablones). Son maderas blandas de veta pronunciada. De uso general en la edificación, sirven para la construcción, pero no para la talla, dada su tendencia a rajarse. Excepto el pino amarillo, que admite bien la talla.

MADERAS DE FRUTALES

Mansano. Madera dura de veta tupida, de color blanco cuando está fresca y rojiza cuando está seca; se talla con facilidad.

Cerezo. Es una madera tradicionalmente empleada en la talla, sobre todo en relieves; tiene un agradable color castaño rojizo.

Acebo. Es una madera dura y lisa, de veta fina y color blanco,

apropiada para la talla.

Peral. Su color va del rojo vivo al amarillo intenso; es moderadamente dura y su veta es tupida y uniformemente texturada.

Ciruelo. Madera de veta bastante marcada, cuyos colores van del rosa al rojo oscuro. Es dura pero fácil de trabajar. Todas las maderas de frutales son buenas para la talla.

MADERAS BLANCAS DE HOJAS CADUCAS

Aliso. Es un árbol pequeño y su madera es ligera y de fácil talla. De color rojizo y veta poco marcada, no sirve para cortarla a lo largo de la fibra. Se usa para hacer zuecos.

Abedul. Es una madera blanca con veta lisa y poco marcada que se pudre rápidamente al aire libre. Para desecarla hay que quitarle la corteza.

Avellano. Es un árbol pequeño y de madera muy flexible cuando está verde.

MADERAS DURAS

Fresno. Es una madera blanca muy dura y elástica. En verde se raja con facilidad; y como resiste bien a la intemperie, es excelente para construcciones que tienen que soportar cargas. Se emplea también para mangos de herramientas metálicas.

Maya. En verde es blanda y se raja con facilidad, pero desecada es bastante dura. Tiene un color castaño vivo, se utiliza para las cabezas de los mazos. No es apropiada a la intemperie.

Boj. Es una madera excelente para obras pequeñas y delicadas, porque es muy dura y densa y su veta es poco marcada. Es ideal para los mangos de los escoplos.

Castaño. Madera duradera pero que, tanto en verde como desecada, tiene tendencia a rajarse a lo largo de la fibra. De color marrón medio, tiene una veta marcada y admite bien un acabado

Íbano. Es una madera muy dura, negra y densa, apropiada para obras en pequeña escala. Resulta difícil de obtener y sus astillas pueden ser venenosas, por lo que no es recomendable para los principiantes.

Olmo. De color castaño rojizo oscuro, tiene una veta entrelazada. No se raja, pero tiende a corvarse durante su desecación. En climas húmedos es muy duradera en exteriores.

Arce. Tiene una veta tupida y una textura variable. Su color va del castaño claro al castaño rojizo; da un buen acabado.

Roble. La madera del corazón del roble es duradera en cualquier situación, resulta dura con la desecación y continúa endureciéndose con el tiempo. Generalmente se le quita la albura antes de tallarse, y ésta no debe usarse en la construcción; se distingue del corazón porque es una capa amarilla. El corazón es apropiado tanto para la construcción como para la talla.

Arce blanco. Madera blanca moderadamente dura que no se raja, pero se pudre rápidamente a la intemperie. Puede resultar difícil de trabajar, pero puede obtenerse en piezas grandes.

Mogal. Es una excelente madera para la talla, de color castaño oscuro. Tiene una veta preciosa y se recurre a ella más como chapa, porque es muy cara y difícil de obtener.

Tejo. Es dura y duradera, con una veta marcada. Su color varía desde el amarillo claro hasta el castaño rojizo subido. Da un buen acabado en la talla.

7.1.3 HERRAMIENTAS PARA DEBASTAR Y TALLAR

Las herramientas para dar forma a la madera están diseñadas y se utilizan observando la estructura lineal de la fibra. Cada una de ellas tiene su función particular en relación con su forma tamaño y peso.

Macha. Es simplemente una cuña afilada sujeta a un mango. La energía que se aplica a la herramienta es el peso de la misma por la longitud del mango. El primer corte se hace en diagonal y los demás se hacen penetrando a través.

Escoplo. El escoplo es la herramienta más precisa y que más diferentes usos tiene en la talla de madera. Los más útiles para trabajo en general son los escoplos chatos de carpintero, con bocas cortantes que van desde 5 cm. a 3 mm. El escoplo chato sirve lo mismo para cortes transversales que para chacar. Con cada golpe del escoplo no debe intentarse arrancar demasiada madera.

Cepillo o galopa. El cepillo consiste en una ancha hoja de escoplo sujeta en un ángulo constante y determinado, que sirve para rebajar una superficie plana. Es una herramienta apropiada para la labor de construcción y para preparar piezas que tienen que ser ensambladas.

Cuchillo de dos mangos. Larga y estrecha cuchilla de metal afilada, con un puño en ángulo recto en cada extremo. La fuerza que se le aplica es el propio peso del usuario al tirar del mismo hacia sí conforme va desbastando la madera. Esto es menos peligroso de lo que parece porque los brazos no pueden echarse hacia atrás lo suficiente como para que la hoja llegue al cuerpo. El cuchillo de dos mangos sirve para dar forma, pero rebajando la madera a lo

largo de la fibra y resulta especialmente útil para trabajar la madera verde.



FIGURA 7-3. Sierras. (1) Sierra de arco. (2) Serrucho. (3) Sierra de trozar. (4) Serrucho de costilla.

Cepillo de dos manos. Versión en pequeño del cuchillo de dos mangos, que resulta útil para limpiar y alisar la superficie de la madera, así como para darle forma. Es una herramienta bastante pequeña que puede usarse sobre superficies planas o curvas.

Limas. Las limas son unas barras de metal con la superficie estirada, sujetas por un extremo a un mango liso. Uno de los lados es plano y el otro es curvo. Son herramientas muy abrasivas, que sirven para nivelar y redondear la superficie de la madera. Existe también un tipo de lima redonda, llamada también limatón, que sirve para trabajar sobre superficies difíciles o parcialmente cerradas.

Papel de lija. Es un papel abrasivo que se fabrica en diversos calibres, desde el muy áspero hasta el muy fino, y se usa para conseguir un acabado perfectamente pulido. Se clasifica por número de granos por pulgada, es decir, a mayor número menor rugosidad.

Sierra de arco. Es una sierra particularmente útil para cortes toscos. Las de hojas cambiables de tipo rígido son muy cortantes y prestan un buen servicio. Está destinada a cortar madera verde, pero igual corta madera desecada.



FIGURA 7-4. Herramientas para trabajar la madera. (1) Taladro eléctrico. (2) Limas. (3) Cola de ratón.

Serrucho de costilla o sierra de ingletes. Es una sierra de dientes muy finos, 12 dientes por pulgada, con un fuerte refuerzo de metal a todo lo largo de la parte de arriba de la hoja. Es una sierra de precisión para cortar tanto a través como al hilo.

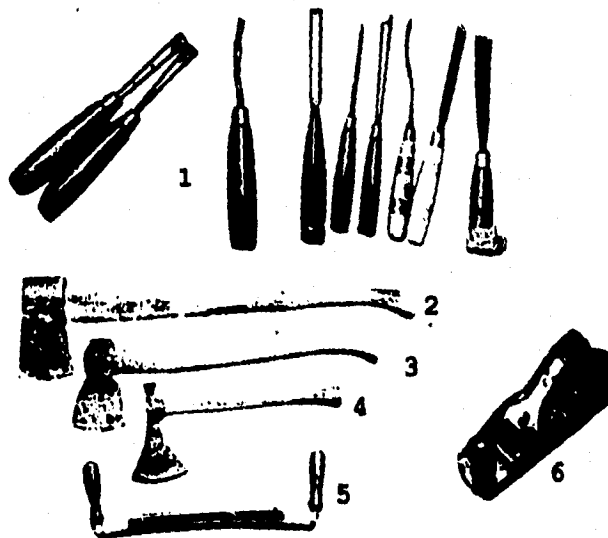


FIGURA 7-5. Herramientas para trabajar la madera. (1) Escoplos. (2) Hacha de leñador. (3) Hacha de podar. (4) Destral. (5) Cuchillo de dos mangos.

Taladro eléctrico. Es muy útil para hacer agujeros previos a meter tornillos y taquetes, especialmente cuando hay que poner muchos.

7.1.4 SUJECIÓN DE LA MADERA

Para trabajar cómoda y eficazmente, la madera debe estar firmemente sujeta. Un banco firme y fuerte es una herramienta importante que proporciona una altura cómoda para trabajar y una base para los tornillos de banco. Mientras se tallan, las grandes piezas de madera se pueden poner sobre el banco o apoyadas contra el mismo firmemente sujetas.

Tornillos de banco. Un fuerte tornillo de banco fijado a un sólido banco de trabajo es una herramienta inestimable en todas las técnicas escultóricas en madera. Debe tener unas tablas de 1.25 cm. de espesor atornilladas en la parte interior de ambos lados de la mordaza, para que agarre mejor y se evite que los escoplos golpeen el metal.

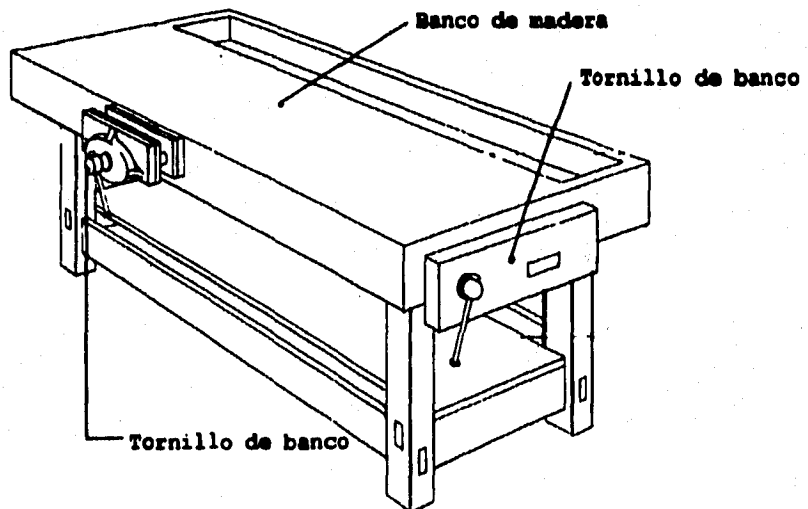


FIGURA 7-6. Banco de trabajo con tornillos de banco.

7.1.5 CORTE DE LA MADERA SOBRAANTE

Se marca en la madera la forma deseada; se sujeta aquélla en un tornillo de banco y se hacen cortes verticales hasta la marca de tiza con una sierra de arco.

Siguiendo la línea marcada se utiliza un escoplo para quitar la madera sobrante entre los cortes de la sierra.

Se sujeta el escoplo con el lado plano hacia arriba, para que el lado en ángulo de la boca siga la forma sin ahondar en la madera.

Se alisa la superficie de corte con una lima, utilizando el lado plano de la misma sobre las curvas convexas.

Se da la vuelta a la lima y se emplea el lado redondeado para trabajar sobre las superficies cóncavas.

Cuando se completa un lado de la forma se le da la vuelta a la madera en el tornillo y se repite el proceso sobre el otro lado.

Se suaviza la segunda forma con la lima, como se hizo con la primera. Ahora la forma ya está perfectamente definida.

7.1.6 TALLA

Con la palabra talla se designan las distintas formas de arrancar madera de un bloque para conseguir una figura. Es importante que la idea sea apropiada al material y que se tenga en cuenta el comportamiento de la madera. El tallador debe aprovechar la estructura lineal de la madera, que es más fuerte a lo largo de su fibra que a través de la misma. Las primeras zonas que hay que quitar deben marcarse con tiza. Cuando sea posible, debe utilizarse una sierra para hacer cortes a través de la fibra, escopleando la madera hacia cada corte de la sierra. Debe sujetarse bien la madera y cortar hacia la sujeción. A cada paso debe marcarse con tiza, que se tendrá a mano en abundancia. Hay que girar el bloque hasta llegar a la forma deseada desde todos los lados. Se comienza con las herramientas más pesadas -hacha, sierra- y luego se trabaja con las más precisas para cepillar y limpiar hasta que las formas, planos y superficies en relación compongan una figura.

La madera puede sustentar muchas clases de superficies, por lo que es una equivocación pensar que una superficie lisa y pulida es automáticamente la requerida. Todas las herramientas dejan su marca propia sobre la madera y esto no debe menospreciarse.

7.1.7 ENSAMBLE DE MADERAS CON TAQUETES

La técnica de la construcción supone el entaquetamiento de diferentes piezas para obtener un volumen. Para que éste tenga consistencia, las distintas secciones de madera deben ser de la misma especie y, si es posible de la misma edad, lo mismo que los taquetes.

Se hacen los taquetes cortando pequeños trozos de madera que se redondean pasándolos a martillazos por una plantilla de metal que tiene varios diámetros.

Se llenan de pegamento las piezas de madera que se van a ensamblar y se sujetan firmemente unidas en la forma que deben quedar.

Se hacen barrenos a través de las uniones para meter a través de ellas los taquetes, que deben ser de la misma madera que la construcción.

Es esencial que los taladros traspasen ambas piezas de madera en las juntas. Se vierte pegamento en ellos.

Se mete el taquete en el taladro u se golpea con un martillo hasta que, traspasando la unión, llegue lo más lejos posible.

Con una sierra de costilla se cortan los taquetes a ras de la superficie de madera.

Se trabaja sobre la superficie con un cepillo para hacer desaparecer la madera de los taquetes que todavía asome, dejándolas igualadas con el resto de la superficie.

7.1.8 TRATAMIENTO DE SUPERFICIES

Las esculturas en madera que se dejan en un interior sin tratar o sin pintar van oscureciéndose gradualmente y enmateciendo. Las fibras secas pueden absorber algún tipo de aceite o barniz que mantenga viva la superficie. En el momento de la aplicación, todas las formas de tratamiento de las superficies oscurecen la madera, pero en algunos casos vuelve a aparecer el color original al absorber la superficie el tratamiento aplicado.

Barniz. Se puede hacer un barniz con una mezcla de cera de abeja y trementina y se frota la superficie de la madera, que gradualmente la va absorbiendo.

Pintura. La madera puede tefirse o pintarse. Para pintarla se rellenan las rajadas que haya y se le da una imprimación antes de darle la capa de pintura; o se utiliza estuco como base para luego aplicar el color.

Estuco. El estuco es una mezcla de cola de piel de conejo, yeso blanco y agua, calentada pero sin que llegue a hervir. El estuco necesita un agarre, que se hace limando la superficie de la madera o frotándolo con un papel de lija basto. El estuco se aplica en caliente a brocha o pincel con brochazos o pinceladas simples y rápidas. Rellena las rajadas y proporciona una excelente superficie para la pintura con base de agua. Esta debe aplicarse con brochazos fluidos, y no volviendo sobre ella. Las tintas coloreadas producen

tintes translúcidos si se aplican sobre una base de estuco. Este no es duradero a la intemperie.

7.1.9 SEGURIDAD

Todas las herramientas con que se trabaja la madera son afiladas y deben usarse con mucho cuidado.

Sujeción. Mientras se trabaja, la madera debe estar bien sujeta.

Corte. Debe cortarse siempre en sentido contrario al propio cuerpo. Las únicas excepciones son los cortes con el cuchillo de dos mangos y el cepillo de dos manos.

Uso de las herramientas eléctricas. Son especialmente peligrosas al tener un movimiento de corte más acelerado. En cuanto se acaba el trabajo hay que desconectarlas. Deben seguirse siempre las instrucciones del fabricante.

Uso de la sierra de arco. Esta sierra tiende a rebotar en el primer corte si se usa con demasiado vigor, y puede hacerlo sobre la mano.

Cautela con las herramientas. Las embotadas pueden ser tan peligrosas como las afiladas, porque el enfado que se produce hace que se utilicen de manera irracional. Debe tenerse mucho cuidado con hachas y destaloes: un golpe que no penetre en la madera puede desviarse. Se debe estar pendiente de la posición con respecto al corte.

Vestuario. Hay que llevar ropa y calzado prudentes y fuertes. Si se ve que van a saltar astillas, deben usarse guantes protectores.

Con esto termina la parte teórica de la construcción de piezas en madera. En la siguiente sección se describe la construcción del modelo a escala aplicando todo lo anterior.

7.2 MODELO

El modelo a escala producto del diseño, presentado en el capítulo 6, se construyó a partir de cuatro bloques de madera de pino amarillo ya que la madera provista no alcanzaba para hacerlo en un solo bloque, además de esta forma se lograría tallar en parte y la sujeción se facilitaría. La escala del modelo es de 1:13 debido a la restricción en tamaño del área de trabajo del equipo en donde se le va a probar (túnel de viento y canal de flujo).

Primero se trazó la forma a cada bloque del diseño con tiza de

modo que dos bloques formaron la parte delantera y los dos restantes la parte de atrás del modelo. Después se trabajó por bloques separados. Cada uno se le sujetó en el tornillo de banco del laboratorio de termofluidos y se eliminó la madera sobrante con el serrucho de costilla como se describe en la sección 7.1.5. A cada bloque se le talló con cepillo, cepillo de dos manos y escoplo, dependiendo de la forma deseada y dejando un margen de tolerancia para darle un acabado con papel de lija al modelo ensamblado.

Los bloques se unieron con taquetes hechos como se indica en 7.1.7. Primero se hicieron barrenos con el taladro eléctrico en cada una de las caras a pegar, luego se aplicó pegamento para madera en los orificios y las caras de dichos bloques; se ensamblaron los bloques de la parte trasera y la parte delantera quedando el modelo en dos piezas, finalmente se unieron dichas piezas.

Debido a la poca experiencia en el manejo de la madera, en las uniones quedaron separaciones, dichas imperfecciones se llenaron con resanador para madera (Resistol 875) aplicadolo con una espátula y dejando un excedente para lijar. Una vez seco el resanador se comenzó a lijar el modelo con papel de lija desde el más burdo hasta el más liso. De este modo se logró la forma deseada.

Como una de las variables que intervienen en la resistencia al arrastre es la rugosidad, es necesario alcanzar un acabado lo más liso posible. Por tal motivo, se le aplicó a la madera un sellador el cual, después de aplicado se lijó hasta alcanzar la menor rugosidad.

De esta manera el modelo se encuentra listo para introducirlo en el túnel de viento y determinar su coeficiente de resistencia al avance C_D . La figura 7-7 muestra el modelo. Después tendrán que hacerse modificaciones al acabado superficial del modelo para sumergirlo en agua en el canal de flujo, dichas modificaciones se describen en el capítulo 9.

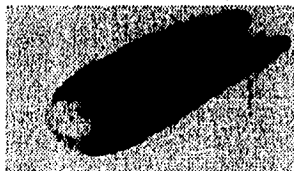


FIGURA 7-7. Modelo a escala de un auto eléctrico construido en madera.

CAPÍTULO 8

DETERMINACIÓN DEL COEFICIENTE DE ARRASTRE

CAPÍTULO OCHO: DETERMINACIÓN DEL COEFICIENTE DE ARRASTRE

8.1 INTRODUCCIÓN

Ahora nos encontramos listos para conseguir el principal objetivo de la presente tesis: determinar el coeficiente de arrastre del modelo de nuestro diseño en el túnel de viento. En este capítulo se tratará acerca del trabajo experimental, del equipo empleado e instrumentos de medición, la toma de lecturas, cálculos, resultados, así como la graficación de los mismos.

8.1.1 INVESTIGACIÓN EXPERIMENTAL

No existe un experimento fácil, ni el sustituto de la experimentación cuidadosa en muchas áreas de investigación básica y su aplicación en el desarrollo de productos. Debido a que la experimentación es tan importante en todas las fases de la ingeniería, el ingeniero necesita familiarizarse con los métodos de medición y las técnicas de análisis para interpretar la información experimental.

La investigación combina el trabajo analítico con el experimental. El teórico se esfuerza en explicar o predecir los resultados de experimentos con base en los modelos analíticos que están de acuerdo con los principios físicos fundamentales establecidos en el transcurso de los años. Cuando la información experimental encontrada no se ajusta al esquema de las teorías físicas existentes, un ojo escéptico se fija primero en la investigación experimental y después en las teorías apropiadas. En algunos casos las teorías se modifican para tomar en cuenta los resultados de la nueva investigación experimental, después de confirmar la validez de la información. En cualquier caso, todas las teorías físicas se basan finalmente en los experimentos que las verifican, y la mecánica de fluidos no es la excepción, como lo vimos en el capítulo 4.

El estudio de los métodos experimentales es una extensión necesaria de todos los temas analíticos. Conocer los métodos de verificar el trabajo analítico inyecta nueva vida y calidad a las teorías, y un claro entendimiento de las dificultades de las mediciones experimentales crea una actitud de cuidado en los teóricos que no puede generarse de ninguna otra forma.

8.1.2 DEFINICIÓN DE TÉRMINOS

La facilidad de lectura de un instrumento es de frecuente interés. Este término indica la proximidad o cercanía con la cual puede leerse la escala del instrumento; un instrumento con una escala de 12 pulgadas tiene una legibilidad más alta que un instrumento con una escala de 6 pulgadas y la misma gama. La cuenta

mínima es la diferencia más pequeña entre dos indicaciones detectables en la escala del instrumento. Ambas, facilidad de lectura y cuenta mínima, dependen de la longitud de la escala, espaciamiento de las graduaciones, tamaño del indicador y efectos de paralaje.

La sensibilidad de un instrumento es la razón del movimiento lineal del indicador al cambio en la variable medida que causa este movimiento; por ejemplo: un registrador de 1 mV pueda tener una escala con 25 cm de longitud, su sensibilidad sería de 25 cm/mV, suponiendo que la medición es lineal en toda la escala. Para la lectura de un instrumento digital, el término sensibilidad no tiene el mismo significado, porque pueden aplicarse diferentes factores de escala con solo oprimir un botón.

La exactitud de un instrumento indica la desviación de la lectura respecto a una entrada conocida. Es común expresar la exactitud como un porcentaje de la lectura de la escala completa, de modo que un manómetro de 100 kPa con una exactitud del 1%, es exacto dentro de ± 1 kPa a plena escala del manómetro.

La precisión de un instrumento indica su capacidad para reproducir cierta lectura con una exactitud dada.

8.1.3 PLANEACIÓN DE EXPERIMENTOS

La clave del éxito en el trabajo experimental es preguntarse de manera continua: ¿Qué se busca? ¿Por qué se mide esto? ¿La medición responde cualquiera de las preguntas en realidad? ¿Qué dirá la medición? Estas preguntas pueden parecer elementales; pero deben elaborarse con frecuencia durante el proceso de cualquier programa experimental. Algunas preguntas particulares que deben plantearse en las fases iniciales de la planeación del experimento son:

- 1.- ¿Qué variables básicas deben investigarse?
- 2.- ¿Qué control debe ejercerse sobre el experimento?
- 3.- ¿Qué márgenes de las variables básicas son necesarios para describir los fenómenos en estudio?
- 4.- ¿Cuántos puntos de información deben tomarse en los intervalos de operación para asegurar un muestreo de los datos, considerando la exactitud de los instrumentos y otros factores?
- 5.- ¿Qué exactitud del instrumento se requiere para cada medición?
- 6.- Si está implicada una medición dinámica, ¿qué respuesta a la frecuencia deben tener los instrumentos?
- 7.- ¿Los instrumentos se encuentran en el mercado, o deben fabricarse para el experimento?
- 8.- ¿Qué precauciones de seguridad son necesarias si alguna operación peligrosa está implicada en el experimento?
- 9.- ¿Qué recursos financieros están disponibles para realizar el

- experimento, y cómo entran los requerimientos de diversos instrumentos en el presupuesto propuesto?
- 10.- ¿Qué previsiones deben tomarse a fin de registrar la información? La importancia del control de cualquier experimento debe reconocerse siempre.

Debe llevarse a mano un cuaderno para registrar esquemas y observaciones importantes de carácter poco común que puedan ocurrir durante las etapas de planeación y ejecución del experimento.

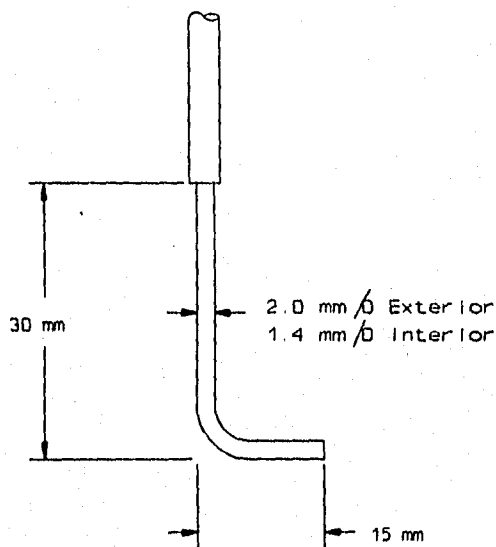


FIGURA 8-1. Tubo de Prandtl.

8.3 EQUIPO E INSTRUMENTOS

Contestando a algunas de las preguntas anteriores se presenta una lista de los instrumentos y equipo empleados en las pruebas en el túnel de viento:

INSTRUMENTOS

Manómetro en "U" inclinado.
Barómetro.
Tubo de Prandtl o de carga total.
Termómetro de mercurio en vidrio.
Picnómetro.

Balanza.

EQUIPO

Túnel de viento PLINT.

Balanza de tres componentes PLINT.

Como vimos en el capítulo 5 para calcular C_D es necesario conocer la velocidad de la corriente libre, debido a esto es necesario medir la carga dinámica, lo cual se logra sacando la diferencia de la carga total menos la estática. Para tal se necesita a un manómetro diferencial en "U" un tubo de prandtl y un piezómetro. En la figura 8-1 se muestra un esquema del tubo de prandtl.

También es importante conocer la presión barométrica local, de aquí que se empleara un barómetro con mercurio, el cual se ilustra en la figura 8-2.

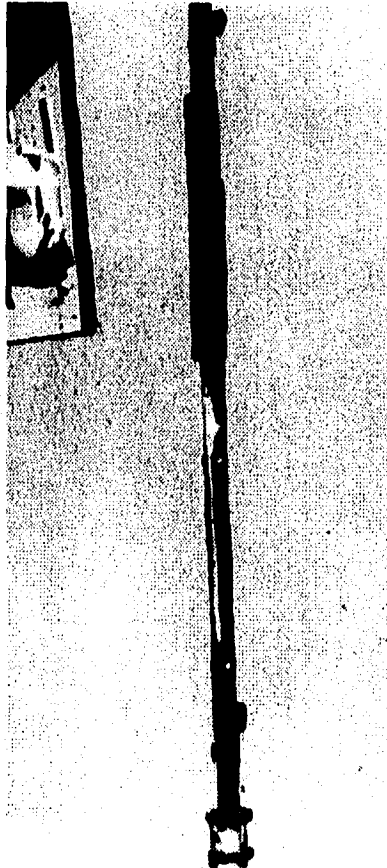


FIGURA 8-2. Barómetro.

8.2.1 TÚNEL DE VIENTO

El túnel de viento PLINT subsónico es del tipo de circuito abierto, está constituido principalmente de aluminio y es sostenido por un armazón tubular de acero. En el plano 8-1 se muestran sus dimensiones y partes principales.

El aire entra al túnel a través de un efusor que está cubierto por una pantalla protectora.

La sección de trabajo de perspectiva con una visibilidad completa de los diferentes modelos que se sostienen desde uno de los respaldos o por medio de la balanza de tres componentes se muestra en las figuras 8-3 y 8-4.

En esta sección de trabajo se tiene una toma de presión estática (piezómetro) y unos orificios para colocar los tubos de Prandtl y de Pitot, los cuales tienen un desplazamiento transversal sobre la altura de la sección de trabajo.

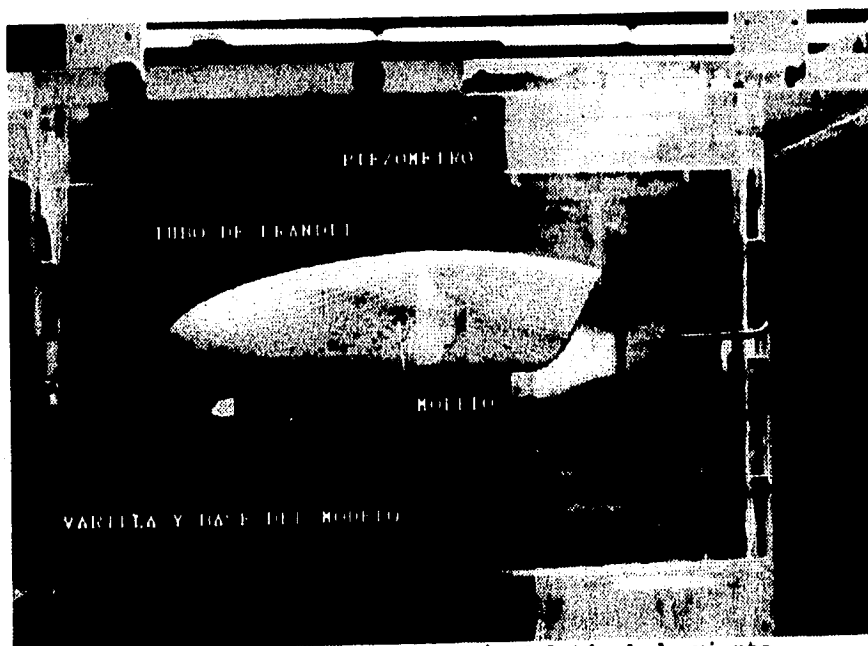
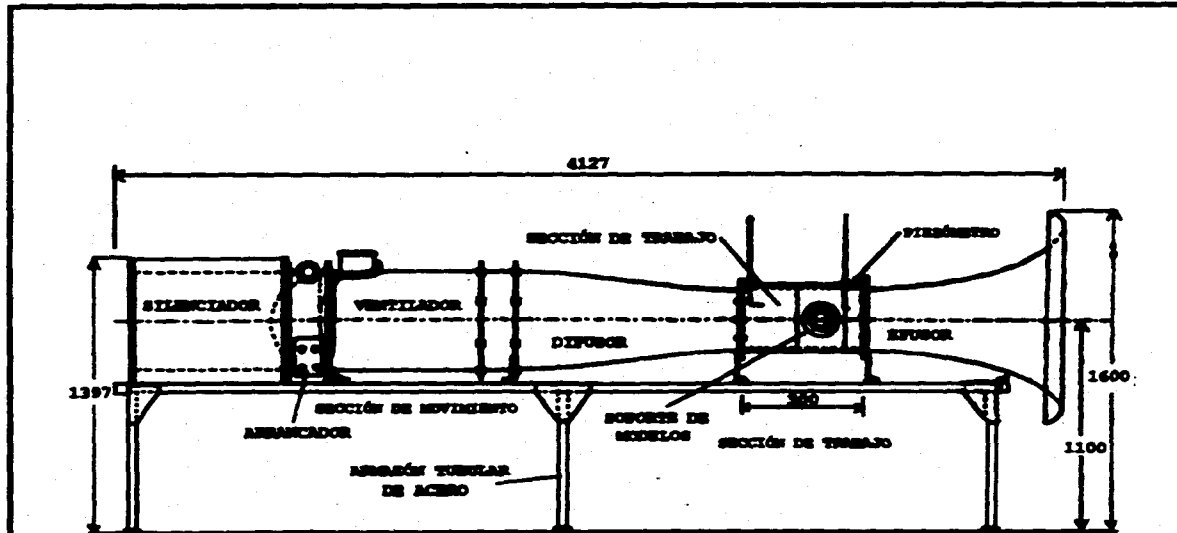


FIGURA 8-3. Sección de trabajo del túnel de viento.



FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES CUAUTITLÁN		
UNAM	TÚNEL DE VIENTO	ESCALA: SIN
		ACOT: mm
		PLANO 8-1

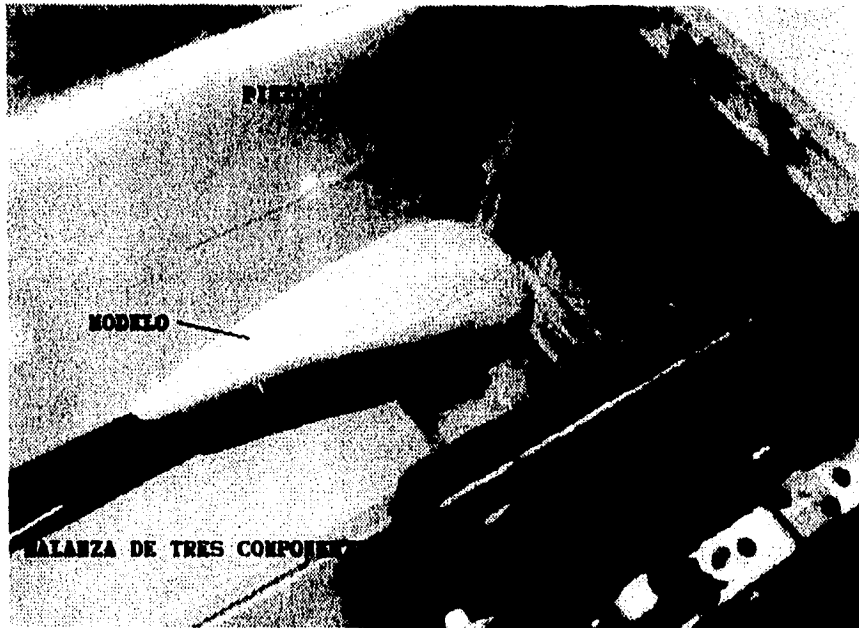


FIGURA 8-4. Sección de trabajo del túnel de viento. Vista superior.

En la figura 8-5 se muestra una fotografía del túnel de viento PLINT que se localiza en el laboratorio de termofluidos LIME I. Con la balanza de tres componentes montada.

Después de la sección de trabajo existe un difusor que finaliza en unas aspas fijas que dirigen aire a la unidad generada por medio de un ventilador de corriente axial (sección de movimiento) a una velocidad que está controlada por medio de una válvula de mariposa colocada en el ventilador de escape que descarga a través de un silenciador.

DATOS DEL EQUIPO

Túnel de viento	4127 mm x 1100 mm x 1600 mm de altura
Sección de trabajo	400 mm x 300 mm
Velocidad máxima	40.6 m/s
No. de serie del Túnel de viento	TE.54/54 48
No. de serie del ventilador	42 8877/01F
Abastecimiento eléctrico del motor	220 Volts; 3 fases 60 Hz
Número de revoluciones	3450 rpm
Potencia eléctrica	6.6 KW
Tipo de control que se usa	Brook Control Gear

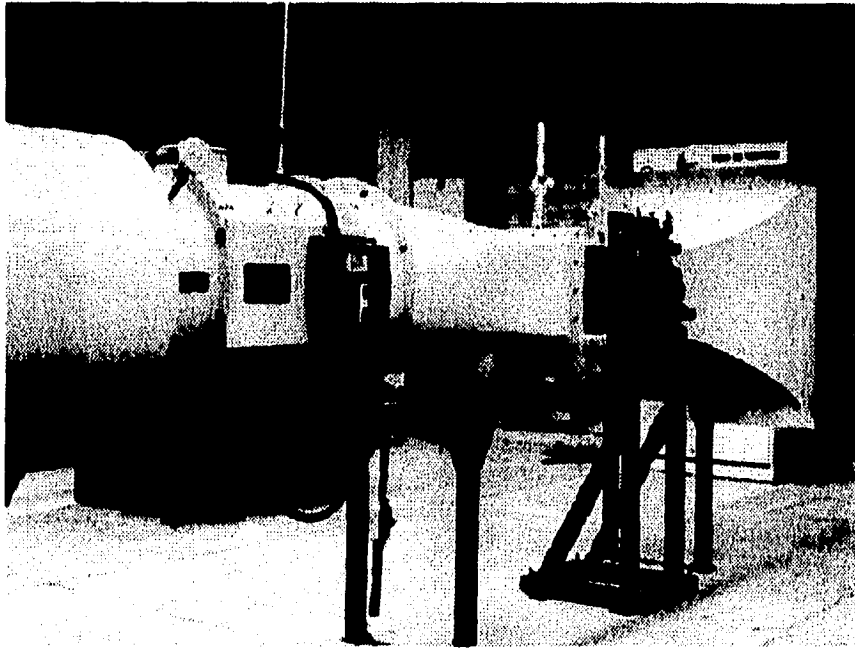


FIGURA 8-5. Fotografía del túnel de viento en perspectiva.

8.2.2 BALANZA DE TRES COMPONENTES

La balanza de tres componentes ha sido desarrollada para usarse con el túnel de viento de 18 pulgadas (454.2 mm) particularmente, pero puede utilizarse bajo otra configuración a diferente tamaño. En nuestro caso se usa con la plataforma de 300 mm.

La balanza se ilustra en la figura 8-6, mientras que la figura 8-7 muestra la construcción e identifica los componentes. Está construida para montarse en la sección de trabajo del túnel de viento y los puntos fijos se proveen por el túnel para dicho propósito. La balanza se diseñó para que el flujo sea de derecha a izquierda, viendo el instrumento de frente. Está constituida principalmente de aluminio aleado y su estructura principal incluye un plato base, el cual se asegura a la sección de trabajo del túnel de viento por tres tuercas de fijación, sobre esta placa se encuentra montada una placa triangular, la cual se fija con tres tornillos de soporte dispuestos en las esquinas de la placa: cada tornillo de soporte está fijo a la placa triangular y a la placa base por juntas esféricas universales, esto es para restringir el

movimiento de la placa triangular o de fuerzas en un plano paralelo a la base, mientras que se deja libre el movimiento giratorio en el eje horizontal; y de esta manera se dan los tres grados de libertad.

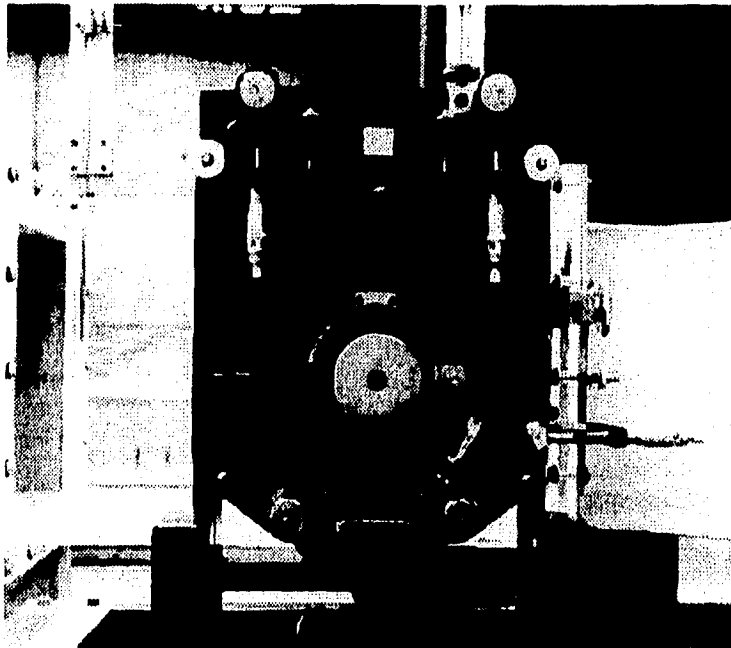


FIGURA 8-6. Fotografía de la Balanza de Tres Componentes.

Los modelos utilizados en la balanza deben tener un diámetro de 12.7 mm el sistema de montaje principal (varilla) y éste se insertará en el diámetro interno del soporte de modelos, que es asegurado por una cremallera.

El soporte de modelos está graduado en la periferia y es libre de girar en la placa triangular; el ajuste se hace por medio de un tornillo de incidencia.

La placa triangular es detenida en posición por dos tornillos del cimbrador y éstos deben de estar fijos y bien atornillados cuando la balanza no está en uso o cuando se cambien los modelos. La nivelación se puede lograr con un nivel de burbuja, el cual sirve para ajustar la placa triangular; esto es para que se hagan las lecturas correctamente.

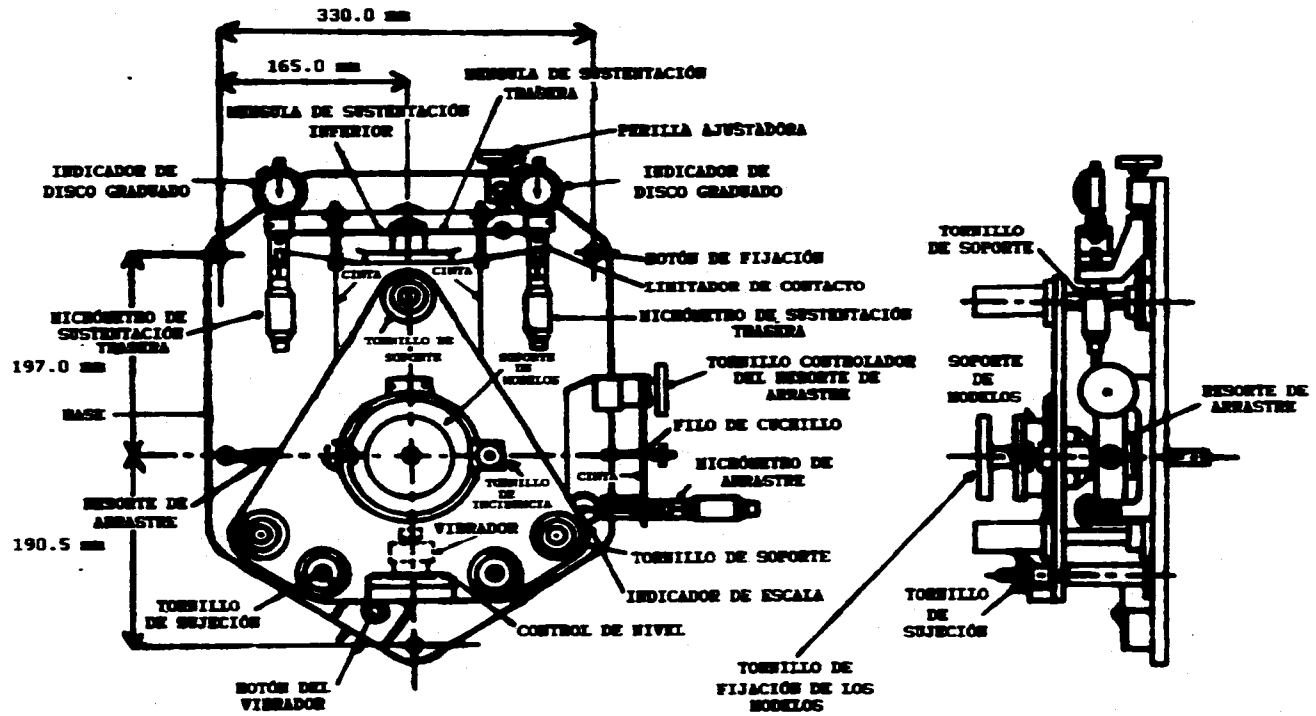


FIGURA 8-7. Partes de la Balanza de Tres Componentes.

Las fuerzas que actúan en la placa triangular son balanceadas por tres ménsulas de deformación o resortes en voladizo y son: La ménsula de arrastre y las ménsulas de levantamiento o de sustentación. Las fuerzas son transmitidas de la placa a la ménsula de deformación por medio de delgadas cintas de Berilio Cúprico y filos de cuchillo; la cinta de arrastre, la cual está situada horizontalmente, actúa sobre una línea a través del centro del soporte de modelos mientras que las otras dos cintas actúan verticalmente a través de dos puntos dispuestos equidistantes del centro del soporte de modelos.

La ménsula de arrastre tiene un rango de 0 a 10 N y de 0 a 50 N, está asegurada a la base de la placa por medio de un tornillo de control el cual está fuertemente fijo a una perilla ranurada; la cinta de arrastre transmite las fuerzas a la ménsula por medio de un filo de cuchillo de arrastre. Para las pruebas realizadas en esta tesis se utilizó la ménsula con rango de 0 a 10 N.

6.3 PROCEDIMIENTO

En esta sección se describirá el uso del equipo, la determinación de las fuerzas de arrastre y sustentación, pero antes se explica el procedimiento para determinar dichas fuerzas aplicando el teorema de cantidad de movimiento a cuerpos bidimensionales que servirá como base para el procedimiento de la investigación experimental que atañe a este trabajo.

6.3.1 APLICACIÓN DEL TEOREMA DE CANTIDAD DE MOVIMIENTO

El teorema de cantidad de movimiento es una herramienta muy útil en la solución de problemas en el campo de la mecánica de fluidos, una de las más importantes aplicaciones es la relacionada con las mediciones de las fuerzas de arrastre (o simplemente arrastre) ejercidas en los cuerpos en movimiento en un fluido, tales como aviones, barcos y vehículos automotores. El propósito de la siguiente sección es determinar por este método el arrastre de un perfil de ala de avión y un cilindro, haciendo uso de un túnel de viento.

Las fuerzas externas que actúan sobre un fluido son:

1) Fuerzas de frontera, las cuales incluyen:

i) Aquellas que actúan normalmente a las fronteras del volumen de control y pueden ser medidas en términos de la presión (σ esfuerzos normales).

ii) Aquellas que actúan paralelamente a las fronteras de control y que pueden ser medidas en función de los esfuerzos cortantes.

2) Fuerzas de cuerpo o campo que son debidas a campos magnéticos, gravitacionales y eléctricos.

3) Tensión superficial.

4) Fuerzas elásticas.

Todas las anteriores generan las fuerzas de inercia.

PRINCIPIO DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO

El principio de la cantidad de movimiento que se deduce de la segunda ley de Newton del movimiento, se enuncia en la forma siguiente:

La suma vectorial F de todas las fuerzas externas que actúan sobre una masa de fluido, es igual a la rapidez de variación con respecto al tiempo, del vector M cantidad de movimiento de la masa del fluido, es decir:

$$\Sigma \vec{F} = \frac{d\vec{M}}{dt} = \frac{d}{dt} (m\vec{v}) \quad (100)$$

Si aplicamos la ecuación 100 al volumen de control mostrado en la figura 8-8, tenemos:

$$\Sigma \vec{F} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{vc} \vec{v} \rho dv + \int_{sc} \rho \vec{v} (\vec{v} dA) \quad (101)$$

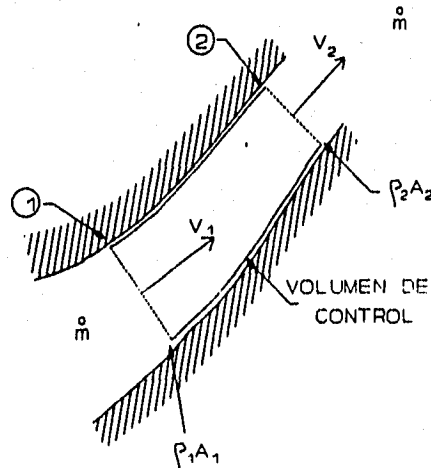


FIGURA 8-8. Elemento de volumen de un fluido.

La ecuación 181 nos dice que la suma de todas las fuerzas externas sobre el volumen de control es igual a la variación total de la cantidad de movimiento del volumen de control, el cual está compuesto de dos partes, el primer sumando del segundo miembro de la ecuación 181, es el flujo neto de cantidad de movimiento a través de sus fronteras, el segundo sumando del segundo miembro es la rapidez de variación de cantidad de movimiento dentro del volumen de control.

La ecuación 181 se puede integrar fácilmente haciendo algunas suposiciones, por ejemplo para flujo permanente y unidimensional, la ecuación 181 da:

$$\Sigma \bar{F} = -\rho_1 \bar{V}_1 A_1 \bar{V}_1 + \rho_2 \bar{V}_2 A_2 V_2 \quad (182)$$

LEY DE LA CONSERVACIÓN DE LA MASA

Esta ley dice que la masa se conserva (despreciando efectos relativistas) y se puede describir para el volumen de control de la figura 8-8 como:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{vc} \rho dv + \int_{sc} \rho \bar{V} dA = 0 \quad (183)$$

Esta ecuación nos dice que el cambio de masa dentro del volumen de control es exactamente igual al flujo neto de masa hacia el volumen de control.

La ecuación 183 se puede integrar fácilmente haciendo algunas suposiciones, por ejemplo para flujo permanente y unidimensional la ecuación 183 se puede escribir como:

$$-\rho_1 V_1 A_1 + \rho_2 V_2 A_2 = 0 \quad (184)$$

o

$$\rho_1 V_1 A_1 = \rho_2 V_2 A_2 = \dot{m} \quad [\text{Kg/s}] \quad (185)$$

Como la ecuación 182 es vectorial, se puede descomponer en sus componentes escalares en las direcciones x, y, z y aplicando la ecuación 185:

$$\Sigma F_x = \dot{m}(V_{2x} - V_{1x}) \quad (186)$$

$$\Sigma F_y = \dot{m}(V_{2y} - V_{1y}) \quad (187)$$

$$\Sigma F_z = \dot{m}(V_{2z} - V_{1z}) \quad (188)$$

La ecuación 187 nos da la fuerza de empuje (F_L) ascensional.

La ecuación 186 nos da las fuerzas de arrastre (F_D).

El equipo utilizado es un túnel de viento, en donde trabajaremos en la zona de aspiración. La distancia entre el plano 1 y el plano 2 es de 124 mm; la distancia entre el plano 2 y el plano 3 es de 283 mm (figura 8-9).

El equipo de medición usado es un tubo de Pitot y un tubo de Prandtl.

NOMENCLATURA PARA LA APLICACIÓN DEL TEOREMA DE CANTIDAD DE MOVIMIENTO

NOMBRE	SÍMBOLO	UNIDADES
Presión barométrica del aire	P_A	Pa
Temperatura del aire	T_A	K
Constante del aire	R_{air}	N·m/Kg K
Densidad del agua	ρ_{H_2O}	Kg/m ³
Densidad del aire	ρ_{air}	Kg/m ³
Número de lecturas tomadas	n	-
Presión manométrica del aire fuera del túnel de viento	P_o	Pa
Presión manométrica del aire dentro del túnel de viento	P_i	Pa
Velocidad del aire fuera del túnel de viento	V_o	m/s
Velocidad del aire dentro del túnel de viento	V_i	m/s
Cota del aire fuera del túnel de viento	z_o	m/s
Cota del aire dentro del túnel de viento	z_i	m/s

CARGAS RELATIVAS A LA ATMÓSFERA

Estática, en la sección 1	H_1	mmH ₂ O
Total, en la sección 1	H_2	mmH ₂ O
Estática, en la sección 3	H_3	mmH ₂ O
Total, en la sección 2	H_4	mmH ₂ O
Carga estática en la sección 3 fuera de la estela	H_{3a}	mmH ₂ O
Carga estática en la sección 3 dentro de la estela	H_{3y}	mmH ₂ O
Velocidad media en la sección 1	V_1	m/s
Velocidad media en la sección 3	V_3	m/s
Área en la sección 1	A_1	m ²
Área en la sección 3	A_3	m ²
Diámetro del cilindro	d	m

NOMBRE	SÍMBOLO	UNIDADES
Fuerza de arrastre en el modelo	F_D	N/m
Fuerza de sustentación	F_L	N
Fuerza de presión en la cara AB	F_{PAB}	N/m
Fuerza de presión en la cara CD	F_{PCD}	N/m
Corrección a la fuerza de presión en la cara CD	ΔF_{PCD}	N/m
Carga estática en la sección 3 fuera de la estela	H_{3a}	mmH ₂ O
Carga estática en la sección 3 dentro de la estela	H_{3y}	mmH ₂ O
Coefficiente de arrastre	C_D	-
Número de Reynolds	Re	-
Gasto másico	m	Kg/s
Ancho del volumen de control en la sección 1	a	m
Ancho del volumen de control en la sección 3	y	m
Cantidad de movimiento que entra al volumen de control por la sección 1	P_1	N/m
Cantidad de movimiento que sale del volumen de control por la sección 3	P_3	N/m
Aceleración debida a la gravedad	g	m/s ²

Para hacer el análisis teórico del experimento nos basaremos en la figura 8-9:

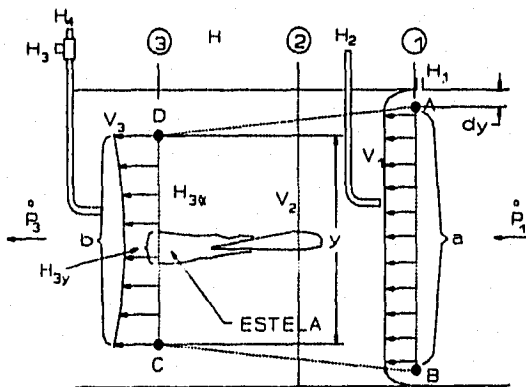


FIGURA 8-9. Sección de trabajo del túnel de viento ilustrando los planos de referencia para la aplicación del teorema de cantidad de movimiento.

El flujo volumétrico a través de AB, es el mismo que en CD (por continuidad) y puede ser determinado si conocemos el perfil de velocidades en ambos planos, como ambos gastos son iguales tenemos (suponiendo que ρ es constante):

$$\int_{AB} V_1 dy = \int_{CD} V_2 dy \quad (189)$$

$$V_1 a = \frac{\sum V_2 y}{n} \quad (190)$$

Ya que V_1 es constante en todo el plano AB.

El flujo de cantidad de movimiento en el plano 1 y 3 se calculan como sigue (en la dirección x)

$$\dot{P}_1 = \dot{m}V_1 = (-\rho V_1 A_1) V_1 \quad (191)$$

Considerando la cantidad de movimiento por metro de longitud del perfil a estudiar, entonces $A_1 = a$; e introduciendo un "uno" para dejar todo en función de la carga, la ecuación 191 queda:

$$\dot{P}_1 = -\rho V_1^2 a \left(\frac{2g}{2g} \right) \quad (192)$$

Como sabemos $V^2/2g = (H_2 - H_1)$, por lo que la ecuación 192 queda:

$$\dot{P}_1 = -2\rho g a (H_2 - H_1) \quad (193)$$

Como la medición de H_1 y H_2 se determinará en mm y ρ para el agua es 1000 Kg/m^3 , haciendo un análisis dimensional debemos dividir entre 1000 para pasar de mm a metros, por lo que el valor de ρ se elimina; entonces tenemos:

$$\dot{P}_1 = -2a|g|(H_2 - H_1) \quad (194)$$

en donde H_1 y H_2 deben sustituirse en mm.

Para la sección 3:

$$\dot{P}_3 = \dot{m}V_3 = - \int_{\infty} \rho_3 V_3^2 dy \quad (195)$$

Haciendo las consideraciones que se hicieron para la sección AB, la ecuación 195 queda:

$$\dot{P}_3 = - \int_{\infty} 2|g|(H_4 - H_3) dy \quad (196)$$

Integrando, la ecuación 196 queda:

$$\dot{P}_3 = -2|g|y \sum_0^n \frac{(H_4 - H_3)}{n} \quad (197)$$

En la ecuación 197 las cargas se sustituyen en mm.

En la sección 1, la presión estática es constante y se mide con la toma estática H_1 . En la sección 3 la presión estática H_3 puede variar a través de la dicha sección de trabajo, por lo tanto es necesario utilizar un tubo de Pitot el cual nos permite medir ambas, la presión estática y la presión total en todos los puntos de la sección 3.

Las fuerzas ejercidas sobre la superficie de control son dos (despreciando las fuerzas de campo) la fuerza de arrastre F_D y la resultante de la fuerza de presión F_p .

Podemos suponer, con poco error, que la presión estática varía linealmente a lo largo de la sección de trabajo, de esta manera las fuerzas de presión actuando sobre DA y CB se anulan mutuamente quedando únicamente las fuerzas de presión sobre DC y AB, las cuales se pueden calcular con las presiones estáticas H_1 y H_3 y por lo tanto tenemos:

$$P = \frac{F}{A} \rightarrow F = PA = \gamma HA \quad (198)$$

Y para la sección AB la ecuación 198 es:

$$F_{pAB} = |g|H_1 a_1 \quad (199)$$

Para la sección CD tenemos:

$$F_{PCD} = y|g| \sum_0^n \frac{H_3}{n} \quad (200)$$

Si la presión estática en el plano CD, no es constante se debe introducir una corrección para la fuerza de presión, F_p se debe incrementar en la cantidad:

$$\Delta F_{PCD} = y|g| \sum_0^n \frac{(H_{3a} - H_{3y})}{n} \quad (201)$$

Donde :

H_{3a} es la carga estática fuera de la estela.
 H_{3y} es la carga estática dentro de la estela.

Finalmente la ecuación de cantidad de movimiento queda:

$$\Sigma F = \dot{P}_3 - \dot{P}_1 \quad (202)$$

La sumatoria de fuerzas para nuestro túnel de viento es:

$$F_D - F_{PAB} + F_{PCD} + \Delta F_{PCD} = \dot{P}_3 - \dot{P}_1 \quad (203)$$

Despejando F_D , la ecuación 203 queda:

$$F_D = \dot{P}_3 - \dot{P}_1 + F_{PAB} - F_{PCD} - \Delta F_{PCD} \quad (204)$$

Sustituyendo P_3 , P_1 , F_{PAB} , F_{PCD} , y ΔF_{PCD} por los valores obtenidos en las ecuaciones 197, 194, 199, 200 y 201 respectivamente:

$$F_D = -2y|g|\sum_0^n \frac{H_4 - H_1}{n} + 2a|g|(H_2 - H_1) + a|g|H_1 - y|g|\sum_0^n \frac{H_1}{n} - y|g|\sum_0^n \frac{(H_{3a} - H_{3y})}{n}$$

La velocidad V_i del aire en el túnel de viento se calcula aplicando la ecuación de Bernoulli, entre cualquier sección al túnel y el aire que está en reposo fuera del túnel. Tendremos:

$$\frac{P_0}{\gamma} + \frac{V_0^2}{2g} + z_0 = \frac{P_i}{\gamma} + \frac{V_i^2}{2g} + z_i \quad (206)$$

Pero $V_0 = 0$ y $(z_0 - z_i) = 0$, por lo que la ecuación 206 queda:

$$\frac{V_i^2}{2g} = \frac{P_0 - P_i}{\gamma} = \frac{P_i}{\rho g} \quad (207)$$

La ecuación 207 nos expresa la relación entre la velocidad del gas (aire) y la presión dinámica medida en un tubo de carga total expuesto al flujo.

La diferencia de presiones se mide en mm de H_2O y por lo tanto se tiene entonces que la ecuación 207 queda:

$$\frac{\rho V_i^2}{2} = |g|h \quad (208)$$

Donde h es la presión dinámica:

Para el plano 1 h es:

$$h = (H_2 - H_1) \quad (209)$$

Para el plano 3 h es:

$$h = (H_4 - H_3) \quad (210)$$

Por tanto:

$$V_i = \sqrt{\frac{2|g|h}{\rho}} \quad (211)$$

O calculando ρ con la ecuación del gas ideal $P_A/\rho = R_{air}T_A$ donde $R_{air} = 287 \text{ N}\cdot\text{m}/\text{Kg}\cdot^\circ\text{K}$ la ecuación 211 queda:

$$V_i = \sqrt{\frac{2|g|hR_{air}T_A}{P_A}} \quad (212)$$

PROCEDIMIENTO

El experimento tiene el propósito de determinar el coeficiente de arrastre del perfil de ala simétrica NACA 0012 y/o un cilindro de longitud infinita.

Se debe tener cuidado que las tomas de presión estén selladas o conectadas a un manómetro, de otra manera el flujo de aire sobre las tomas puede provocar disturbios en el flujo patrón alrededor del perfil.

La fuerza de arrastre será medida para un número diferente de ángulos de incidencia del perfil.

La presión estática P_1 y la presión total P_t son medidas en los planos 1 y 3 correspondiente a la superficie de control AB y CD.

La presión estática en el plano 1 es constante y es medida por la toma en la pared H_1 , la presión total es medida por el tubo de Prandtl H_2 , debe ser igual a la presión atmosférica, después de estas lecturas el tubo de Prandtl debe retirarse para evitar perturbaciones al flujo aguas abajo.

La presión estática y dinámica en el plano 3, dentro de la estela del perfil se mide por medio del tubo de Pitot y se ha encontrado conveniente leer a intervalos de 5 mm.

8.3.2 DETERMINACIÓN DE F_D Y F_L

Ahora que conocemos el equipo y que se encuentra montado se describirá el uso combinado de la Balanza de Tres Componentes y el Túnel de Viento para determinar las fuerzas de arrastre y sustentación.

Lo primero que se hizo fue colocar el modelo dentro del túnel de viento e introducir la varilla de su base en el soporte de modelos de la balanza teniendo cuidado que el modelo no rozara con las paredes de la sección de trabajo del túnel.

En la parte trasera de la sección de trabajo del túnel se encuentra una ventana desmontable, la cual se removió para poder introducir el modelo, una vez hecho esto dicha ventana se colocó teniendo cuidado de observar que el punto rojo del canto superior de la ventana coincidiera con el punto rojo del acrílico de la sección de trabajo.

El soporte de modelos está provisto de un transportador, el cual se ajustó a la posición angular correcta; para lograrlo se colocó dicho transportador en el cero. Hay que tener cuidado en dejar el tubo de Prandtl en dirección paralela a la corriente.

De este modo ya se encuentra el modelo instalado. En las figuras 8-3, 8-4 y 8-10 se muestra el modelo montado y listo para la toma de lecturas.

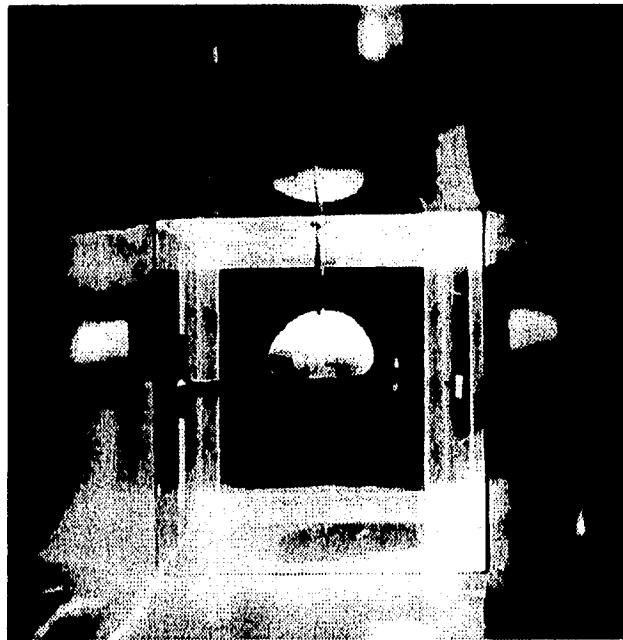


FIGURA 8-10. Modelo montado en la sección de trabajo visto desde la succión.

Antes de encender el ventilador del túnel es necesario dejar listos los instrumentos de medición tales como el manómetro diferencial de columna inclinada para determinar la carga dinámica Δh y el termómetro para medir la temperatura del aire T_{AIR} , así como tomar la lectura de la presión barométrica que se consideró constante durante la toma de lecturas.

El termómetro se colocó en la zona de succión del túnel de viento teniendo cuidado de no perturbar el flujo.

Para el manómetro diferencial de columna inclinada se utiliza como fluido manométrico un aceite de color rojo con una densidad relativa de 0.826 y la escala está diseñada para dar la columna en pulgadas de agua (plg H₂O); sin embargo no se contaba con tal fluido, en su lugar se utilizó un fluido manométrico de densidad relativa 0.788, la cual se determinó por medio de un picnómetro y una balanza. Por lo que la lectura tendrá que multiplicarse por un factor de 0.954 resultado de la división de 0.788 entre 0.826. Para poder medir la carga dinámica se conectaron a el manómetro el tubo de Prandtl (toma de presión total) y el piezómetro (toma de presión estática), de modo que el manómetro diera la carga dinámica (diferencia de la carga total menos la carga estática)¹

Se ajustaron los micrómetros de sustentación y el de arrastre, se hizo funcionar el vibrador de la balanza que consta de un motor de acoplamiento que requiere de 12 volts de corriente directa, el cual está montado en la base de la placa y controlado por un interruptor, debido a que existe una ligera fricción (adhesión) en el mecanismo de la escala. Manteniendo encendido el vibrador se ajustaron los micrómetros hasta hacer contacto con los calibradores del tipo dial sensible montados en los muelles hasta que la escala giratoria marcara cero. Se capturaron las lecturas registradas en los micrómetros las cuales se tomaron como referencia o cero.

Se colocó el mecanismo de la válvula de mariposa en la primera posición (casi cerrada) y se encendió el ventilador del túnel, dejando que se estabilizara el flujo para que éste fuera permanente. El perfil de velocidades que se registra dentro del túnel se ilustra en la figura 8-11.

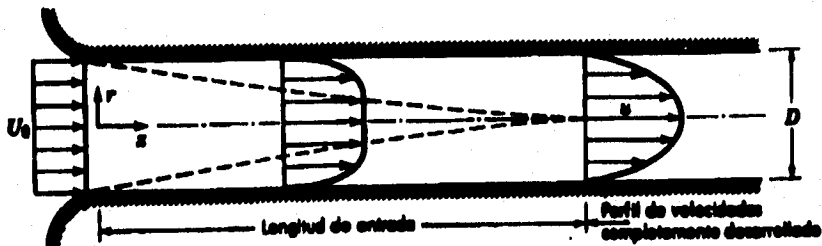


FIGURA 8-11. Perfil de velocidades dentro del túnel de viento.

Como podemos ver el tubo de Prandtl toma la carga total en la

¹ La carga total en un flujo de este tipo es la suma de la carga estática P/γ y la carga dinámica $V^2/2g$.

región donde el perfil de velocidades no se ha desarrollado completamente, por lo que solamente fue necesario hacer una lectura de dicha carga. También podemos notar que la forma a la entrada del túnel y la posición de la sección de trabajo obedecen a la necesidad de contar con un flujo uniforme y además que la capa límite del túnel no interfiera las lecturas.

Una vez alcanzado el flujo permanente se leyó la carga dinámica en el manómetro diferencial. Luego se midió la temperatura del aire en el termómetro de mercurio en vidrio.

Se tomaron las lecturas de los micrómetros siguiendo un procedimiento similar a la puesta en cero con la diferencia que en este caso no fue necesario el uso del vibrador ya que la vibración del mismo túnel ayudó a contrarrestar la adhesión de los mecanismos implicados.

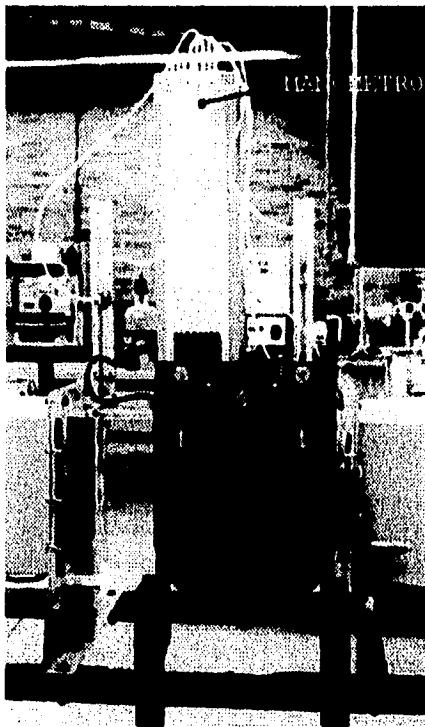


FIGURA 8-12. Manómetro de Ocho Columnas.

Se colocó el mecanismo de la válvula de mariposa en la posición 2 siguiendo el mismo procedimiento y así sucesivamente hasta la posición 6. En las aberturas 4 y 5 el manómetro antes utilizado no fue suficiente para determinar la columna dinámica, por lo que se utilizó otro manómetro diferencial de columna con un rango mayor de longitudes; en el cual, a diferencia del anterior, no fue necesario utilizar el factor de corrección por densidad relativa ya que contaba con el fluido manométrico correcto. En la apertura 6 no fue suficiente el rango del manómetro utilizado en las aberturas 4 y 5, por lo que se utilizó un manómetro de ocho columnas (multimanómetro) que utiliza agua como fluido manométrico y que se muestra en la figura 8-12

8.4 TABLA DE DATOS

Las lecturas tomadas en la sección anterior se muestran en la tabla 8-1

TABLA 8-1. Registro de lecturas utilizando el túnel de viento y la balanza de tres componentes en un modelo.

$T_{\text{a}} = 16 \text{ } ^\circ\text{C}$			$h_{\text{bar}} = 587.4 \text{ mmHg}$			
APERTURA	1	2	3	4	5	6
Δh (plg H_2O)	0.06*	0.14*	0.3*	0.63	1.5	72**
$T_{\text{AIR}} [^\circ\text{C}]$	19.5	19.4	20	21	21.2	21.2
CERO (A)	9872	9812	9964	9927	9795	9987
CERO (F)	9898	9891	9873	10048	9862	9893
CERO (D)	7947	7915	7931	7924	7932	7911
CON VIENTO (A)	9894	9845	9901	9781	9835	9860
CON VIENTO (F)	9836	9689	9812	9799	9739	9821
CON VIENTO (D)	7865	7891	7856	9805	7677	7483

* Lecturas que deben multiplicarse por el factor de corrección por densidad relativa.

** Lecturas tomadas en mm columna de agua.

(A) Lecturas tomadas en el micrómetro de sustentación trasera (Aft lift).

(F) Lecturas tomadas en el micrómetro de sustentación delantera (Fore lift).

(D) Lecturas tomadas en el micrómetro de arrastre (Drag).

Las posiciones de los micrómetros usan 0.001 (1×10^{-3}) mm como unidad de medida.

En la tabla 8-2 se muestran datos técnicos importantes de las ménsulas o resortes en voladizo de la Balanza de Tres Componentes, útiles para el cálculo de las fuerzas de sustentación y arrastre.

TABLA 8-2. Relación fuerza deformación de las ménsulas de la Balanza de Tres Componentes en Newton sobre milímetro.

DESCRIPCIÓN DEL RESORTE	RELACIÓN FUERZA DEFORMACIÓN [N/mm]
Ménsula de Sustentación delantera	11.372
Ménsula de Sustentación trasera	11.586
Ménsula de Arrastre 0-10 N	3.393
Ménsula de Arrastre 0-50 N	12.068

5.3 FÓRMULAS Y CÁLCULOS

En esta sección finalmente se calcula el coeficiente de arrastre en base a las lecturas tomadas y presentadas en la tabla de datos. Adicionalmente se calculará el coeficiente de sustentación y la velocidad que alcanzará el prototipo.

5.3.1 CÁLCULO DEL COEFICIENTE DE ARRASTRE C_D .

En las secciones 5.3.1 y 5.3.2 se definió el coeficiente de arrastre como:

$$C_D = \frac{F_D}{\rho A_D \frac{V_0^2}{2}} \quad (211)$$

De aquí que es necesario determinar primero la fuerza de

arrastre, el área proyectada y la velocidad en la corriente libre.

Se presentará el cálculo de las lecturas en la posición 1 como ejemplo, los cálculos para las demás posiciones son repetitivos y sólo cambian los datos, excepto las lecturas 4, 5 y 6 en donde además el dato de la carga dinámica se da en diferentes unidades.

LECTURA 1

	(A)	(F)	(D)
Con viento	9894	9836	7865
Cero	9872	9898	7947
Diferencia	22	-62	-82

FUERZAS

El cálculo se hace multiplicando la deformación (medida con los micrómetros) de las ménsulas, que se obtiene sacando la diferencia de la posición con el túnel encendido (con viento) y la posición de referencia (cero) de los micrómetros, por la relación fuerza deformación de dichas ménsulas que se encuentra en la tabla 8-2. Es importante hacer notar que se utilizó el resorte de 0-10 N para la medición de la fuerza de arrastre.

Sustentación traseira:

$$22 \times 10^{-3} \text{ mm} (11.586 \frac{N}{\text{mm}}) = 0.255 \text{ N (hacia abajo)}$$

Sustentación delantera:

$$-62 \times 10^{-3} \text{ mm} (11.372 \frac{N}{\text{mm}}) = 0.705 \text{ N (hacia arriba)}$$

Arrastre:

$$-82 \times 10^{-3} \text{ mm} (3.393 \frac{N}{\text{mm}}) = 0.278 \text{ N (-)}$$

Como puede verse la diferencia puede dar números negativos a los cuales se les da la siguiente explicación:

En el caso de las ménsulas de sustentación éstas se encuentran

fleccionadas hacia abajo¹ por el peso del modelo, dicha posición se toma como cero, al haber una sustentación hacia arriba se levanta dicha ménsula y se tiene que extender el brazo del micrómetro para hacer la medición (debido a la posición de los micrómetros), por lo que ésta es menor que el cero de referencia, quedando un número negativo en la diferencia. Por lo que un número negativo en la diferencia significa una sustentación hacia arriba y un número positivo en la diferencia una sustentación hacia abajo.

En el caso de la ménsula de arrastre sólo puede presentarse una diferencia negativa ya que la única fuerza que se puede presentar en el túnel debida al flujo del aire es el arrastre. Y dicha diferencia es negativa ya que cuando el túnel no funciona la ménsula se encuentra estática en posición vertical, pero cuando se hace incidir el flujo de aire sobre el modelo dicha ménsula o resorte se flexiona hacia la izquierda por lo que se tiene que extender el brazo del micrómetro de arrastre.

VELOCIDAD DE LA CORRIENTE LIBRE

Como ya explicamos se necesita tener la carga dinámica para calcular la velocidad de la corriente libre. En la figura 8-13 se muestra un esquema de un manómetro de columna, mismo que servirá para deducir la ecuación de la velocidad.

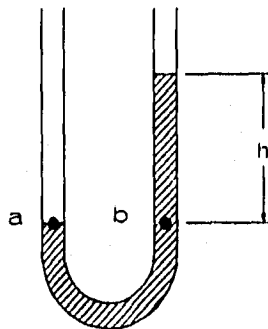


FIGURA 8-13. Esquema de un manómetro de columna. El lado izquierdo está conectado al piezómetro y el lado derecho al tubo de Prandtl.

¹ Las direcciones aquí dadas son viendo la Balanza de Tres Componentes de frente.

Haciendo un equilibrio de presiones en los puntos a y b tenemos:

$$P_a = P_b$$

$$-P_{est} + \gamma_{air}h = -P_{est} - \frac{V_0^2}{2g}\gamma_{air} + \gamma_{H_2O}h \quad (215)$$

Por lo que despejando la velocidad:

$$V_0 = \sqrt{\frac{2gh(\gamma_{H_2O} - \gamma_{air})}{\gamma_{air}}} \quad (216)$$

Donde: P_{est} = Presión estática.
 γ_{air} = Peso específico del aire.
 h = Diferencia de niveles.
 V_0 = Velocidad en la corriente libre.
 γ_{H_2O} = Peso específico del agua.

Para calcular la velocidad se obtuvo el peso específico del agua a una temperatura de 19.5 °C.

Como el peso específico es la densidad por la aceleración debida a la gravedad. Se buscó en tablas la densidad del agua en función de su temperatura, como el valor de 19.5 no se encontró se interpoló linealmente:

T_{AIR} [°C]	ρ_{H_2O} [Kg/m ³]
18	998.5
19.5	x
20	998.2

Y se tuvo como resultado: $\rho_{H_2O} = 998.275 \text{ Kg/m}^3$.

Por lo que el peso específico del agua es:

$$\gamma_{H_2O} = (998.275 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3}) (9.80665 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$$

$$\gamma_{H_2O} = 9789.734 \frac{\text{N}}{\text{m}^3}$$

Luego se calculó el peso específico del aire con la misma temperatura. Para lo cual se empleó la ecuación de estado para un gas ideal considerando al aire como tal:

$$P_{air} V_0 = m R_{air} T_{AIR} \quad (218)$$

Donde: P_{air} = Presión absoluta del aire.
 V_0 = Volumen ocupado por el aire.

m = Masa de aire.
 R_{air} = Constante particular del aire.
 T_{AIR} = Temperatura absoluta del aire.

Si despejamos P_{air} en el segundo miembro de la Ec. (218) queda la masa entre el volumen que es la densidad. Despejando la densidad tenemos:

$$\rho_{air} = \frac{P_{air}}{R_{air}T_{AIR}} \quad (219)$$

Combinando las ecuaciones (219) y (3) obtenemos:

$$V_{air} = \frac{gP_{air}}{R_{air}T_{AIR}} \quad (220)$$

En donde $R_{air} = 287.08 \text{ N}\cdot\text{m}/(\text{Kg}\cdot\text{K})$.

La presión absoluta del aire, que es la presión barométrica se calcula:

$$P_{air} = \rho_{Hg}gh_{bar} \quad (221)$$

Donde: ρ_{Hg} = Densidad del mercurio del barómetro a la temperatura T_{Hg} de 16 °C.
 h_{bar} = Columna de mercurio del barómetro.

La densidad del mercurio se obtiene de tablas:

T_{Hg} [°C]	ρ_{Hg} [Kg/m ³]
10	13,570.8
16	x
20	13,546.2

Interpolando linealmente se obtiene $\rho_{Hg} = 13,556.04 \text{ Kg/m}^3$. Por lo que la presión barométrica es:

$$P_{bar} = P_{air} = (13556.04 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3}) (9.80665 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}) (0.5874 \text{ m})$$

$$P_{air} = 78,088.568 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \text{ abs}$$

La presión barométrica se mantiene constante en todas las aperturas de la válvula de mariposa.

La temperatura absoluta del aire es:

$$T_{AIR} = 19.5 + 273.15 = 292.65 K$$

De este modo el peso específico del aire es:

$$\gamma_{air} = \frac{(9.80665 \frac{m}{s^2}) (78,088.568 \frac{N}{m^2})}{(287.08 \frac{Nm}{Kg \cdot K}) (292.65 K)}$$

$$\gamma_{air} = 9.115 \frac{N}{m^3}$$

La carga dinámica h se multiplica por el factor de corrección por densidad relativa y se convierte a mm:

$$h = 0.06 plg (0.954) [\frac{25.4 mm}{1 plg}] = 1.45 mm$$

Por lo tanto la velocidad del aire en la corriente libre es:

$$V_0 = \sqrt{\frac{2(9.80665 \frac{m}{s^2}) (1.45 mm) (9,789.73 - 9.115) [1m]}{(9.115) [1,000 mm]}}$$

$$V_0 = 5.532 \frac{m}{s}$$

Sin embargo en el manual del túnel de viento se encuentra otro procedimiento para el cálculo de la velocidad, el cual se describe en seguida.

La velocidad V_0 desarrollada por un gas de densidad ρ se expande libremente bajo la influencia de una diferencia de presión P , cuando P es suficientemente pequeña, como en nuestro caso, se cumple que:

$$\frac{\rho V_0^2}{2} = P \quad (227)$$

Esta ecuación también expresa la relación entre la velocidad de un gas y la presión dinámica.

La relación entre P y la carga dinámica es:

$$P = \rho gh \quad (228)$$

Y como la carga se da en columna de agua, entonces:

$$P = (1,000 \frac{Kg}{m^3}) (9.81 \frac{m}{s^2}) h \quad (229)$$

Introduciendo la carga dinámica en mm la ecuación (227) queda:

$$\frac{\rho V_0^2}{2} = 9.81 h \quad (230)$$

Donde h es la carga dinámica y $9.81 h$ es la presión dinámica. Despejando V_0 de la ecuación (230) tenemos:

$$V_0 = \sqrt{\frac{2h(9.81)}{\rho}} \quad (231)$$

Combinando las ecuaciones (219) y (229) tenemos:

$$V_0 = \sqrt{\frac{2h(9.81) R_{air} T_{AIR}}{P_{air}}} \quad (232)$$

Sustituyendo el valor de R_{air} en la ecuación (230) y separando literales de números la Ec. (232) queda:

$$V_0 = \sqrt{2(9.81)(287.08)} \sqrt{\frac{h T_{AIR}}{P_{air}}} \quad (233)$$

$$V_0 = 75.04 \sqrt{\frac{h T_{AIR}}{P_{air}}}$$

Donde h se debe sustituir en mm, T en K y P_{air} en Pa.

La ecuación (233) se utilizó para calcular la velocidad del aire en la corriente libre para la lectura 1. Sustituyendo los valores de h , T_{AIR} y P_{air} en esta ecuación se obtuvo:

$$V_0 = 75.04 \sqrt{\frac{(1.45)(292.65)}{78,088.565}} = 5.539 \frac{m}{s}$$

Que comparado con el resultado obtenido por el otro método es bastante aproximado. Por lo cual se utilizó este método para calcular la velocidad.

DENSIDAD DEL AIRE

Para el cálculo de la velocidad se obtuvo la ecuación (219) en donde se da la densidad en función de la presión del aire, la constante del aire y la temperatura. Sustituyendo para la apertura 1 se tiene como resultado la densidad del aire:

$$\rho_{air} = \frac{78,088.568 \frac{N}{m^2}}{(287.08 \frac{Nm}{Kg \cdot K}) (292.65K)} = 0.929 \frac{Kg}{m^3}$$

ÁREA PROYECTADA

El área proyectada se obtuvo haciendo el dibujo a escala natural de la silueta del modelo vista en la dirección de la corriente en el túnel en Autocad y utilizando el comando AREA y se seleccionó la opción de entidad (ENTITY) del dicho comando, dando como resultado un área de 73.7043 cm². En la figura 8-14 se muestra dicho dibujo.

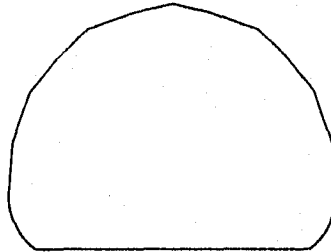


FIGURA 8-14. Dibujo de la silueta del modelo vista en la dirección de la corriente.

COEFICIENTE DE ARRASTRE

Por lo que sustituyendo las literales de la ecuación (211) por sus respectivos valores tenemos:

$$C_D = \frac{(0.278N) (2) [100^2 cm^2]}{(73.7043 cm^2) (0.929 \frac{Kg}{m^3}) (5.53 \frac{m}{s})^2 [1m^2]}$$

$$C_D = 2.65$$

8.5.2 CÁLCULO DEL NÚMERO DE REYNOLDS Re

En la sección 4.5.1 se definió el número de Reynolds. Para el modelo la ecuación (114) toma la forma:

$$Re = \frac{V_0 D_{eq}}{\nu_{air}} \quad (237)$$

Donde: D_{eq} = Diámetro equivalente si el área proyectada fuera un círculo.
 ν_{air} = Viscosidad cinemática del aire.

DIÁMETRO EQUIVALENTE

El diámetro equivalente se define como el diámetro que tiene un círculo con un área igual al área proyectada del modelo ($A_p = A_{circulo}$). De modo que:

$$A_p = \frac{\pi D_{eq}^2}{4} \quad (238)$$
$$\rightarrow D_{eq} = \sqrt{\frac{4 A_p}{\pi}}$$

Sustituyendo en la ecuación (238) el valor del área proyectada del modelo la ecuación (238) queda:

$$D_{eq} = \sqrt{\frac{4(73.7043 \text{ cm}^2) [1\text{m}^2]}{\pi [100^2 \text{ cm}^2]}}$$
$$D_{eq} = 0.0969 \text{ m}$$

VISCOSIDAD CINEMÁTICA DEL AIRE

La viscosidad cinemática del aire se obtuvo de tablas a la temperatura de 19.5 °C.

T [°C]	$\nu_{air} \times 10^6$ [m ² /s]
10.0	14.18
19.5	x
20.0	15.10

Interpolando linealmente se tiene que $\nu_{air} = 15.054 \times 10^6$ m²/s

NÚMERO DE REYNOLDS

Sustituyendo los valores obtenidos con anterioridad en la ecuación (237) obtenemos el número de Reynolds del modelo.

$$Re = \frac{(5.53 \frac{m}{s})(0.0969m)}{15.054 \times 10^{-4} \frac{m}{s^2}}$$

$$Re = 35,595.6 = 3.6 \times 10^4$$

8.5.3 CÁLCULO DEL COEFICIENTE DE SUSTENTACIÓN C_L

En la sección 5.4.3 se definió el coeficiente de sustentación. Para el caso del modelo se reescribe la ecuación (178) quedando:

$$C_L = \frac{F_L}{S \rho_{air} \frac{V_0^2}{2}} \quad (241)$$

Donde S es la superficie de la planta del modelo, es decir, la del área proyectada por el modelo sobre un plano horizontal.

SUPERFICIE DE LA PLANTA

La superficie de la planta del modelo se obtuvo de manera similar al área proyectada. Teniendo como resultado $S = 0.0223 \text{ m}^2$. En la figura 8-15 se muestra dicha superficie.

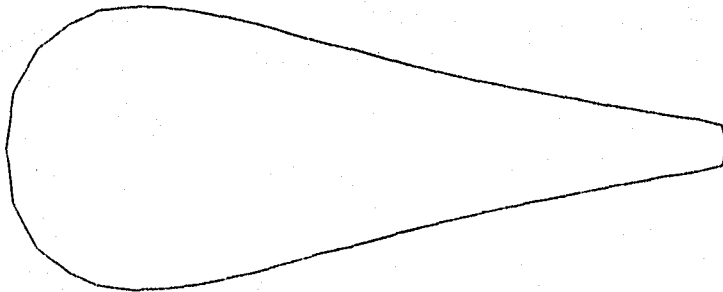


FIGURA 8-15. Superficie de la planta del modelo.

SUSTENTACIÓN TOTAL

En la tabla 8-1 podemos ver que existen dos valores de la sustentación, uno corresponde a la parte delantera y otro a la parte de atrás del modelo. Sin embargo para el cálculo del coeficiente de sustentación se necesita conocer la resultante de estas fuerzas. Por definición la sustentación es una fuerza de dirección vertical, de modo que para obtener la resultante o sustentación total sólo hay que sumar las fuerzas de sustentación trasera y delantera. Es importante observar que los signos se explicaron en la sección 8.5.1.

Para las lecturas de la apertura 1 se tiene que:

Sustentación delantera	- 0.705 N
Sustentación trasera	0.255 N

Sustentación total	- 0.45 N = 0.45 N (hacia arriba)

COEFICIENTE DE SUSTENTACIÓN

Sustituyendo los valores de las literales antes calculadas en la ecuación (241) y realizando las operaciones indicadas se tiene:

$$C_L = \frac{(0.45N)(2)}{(0.0223m^2)(0.929\frac{kg}{m^3})(5.53\frac{m}{s})^2}$$

$$C_L = 1.42$$

8.5.4 CÁLCULO DE LA VELOCIDAD DEL PROTOTIPO

Como vimos en la sección 4.6 debe existir semejanza dinámica y geométrica entre un prototipo y su modelo, también se llegó a la conclusión que para que haya semejanza dinámica se debe cumplir que los números adimensionales sean iguales tanto para el modelo como para el prototipo, de aquí que en el caso planteado en esta tesis se cumple que:

$$Re_m = Re_p \quad (243)$$
$$\frac{V_m D_{eq_m}}{\nu_m} = \frac{V_p D_{eq_p}}{\nu_p}$$

Como $\nu_m = \nu_p$, la ecuación (243) queda:

$$V_m D_{eq_m} = V_p D_{eq_p} \quad (244)$$

Despejando V_{0p} tenemos:

$$V_{0p} = \frac{V_{0m} D_{eqm}}{D_{eqp}} \quad (245)$$

Combinando las ecuaciones (245) y (126) tenemos:

$$V_{0p} = V_{0m} L_r \quad (246)$$

De modo que ya contamos con una expresión para calcular la velocidad del prototipo en función de la velocidad del modelo y de la escala. Sustituyendo dichos valores en la ecuación (246) se encontró:

$$V_{0p} = \frac{1}{13} (5.53 \frac{m}{s})$$

$$V_{0p} = 0.426 \frac{m}{s} \left[\frac{1000}{1000m} \right] \left[\frac{3600s}{1hr} \right]$$

$$V_{0p} = 1.53 \frac{m}{hr}$$

8.6 TABLA DE RESULTADOS

En las secciones anteriores se realizó el cálculo descriptivo tomando como ejemplo la apertura 1, en esta sección se tabulan los resultados del cálculo realizado para todas las aperturas.

TABLA 8-3. Resultados de los cálculos realizados para obtener el coeficiente de arrastre, el coeficiente de sustentación y la velocidad del prototipo, con las lecturas tomadas en el túnel de viento.

$s = 0.0223 \text{ m}^2$	$P_{\text{air}} = 78.088 \text{ Kpa}$		$A_p = 0.0073704 \text{ m}^2$		$0_{\text{m}} = 0.0969 \text{ m}$	
APERTURA	1	2	3	4	5	6
h [mm]	1.45	3.39	7.26	16	38.1	72
$T_{\text{AIR}} \text{ [K]}$	292.5	292.4	293	294	294.2	294.2
Diferencia (A)	22	33	-63	-146	40	-127
Diferencia (F)	-62	-202	-61	-249	-123	-72
Diferencia (D)	-82	-24	-75	-119	-255	-428
Sust. Tras. (N)	0.254	0.382	-0.73	-1.692	0.463	-1.47
Sust. Delan. (N)	-0.705	-2.297	-0.694	-2.832	-1.399	-0.819
Sust. Total (N)	-0.45	-1.915	-1.424	-4.523	-0.935	-2.29
Fs. arrastre (N)	0.278	0.081	0.254	0.404	0.865	1.452
$V_{0m} \text{ [m/s]}$	5.537	8.457	12.393	18.418	28.429	39.081
$\rho_{\text{air}} \text{ [Kg/m}^3\text{]}$	0.93	0.93	0.928	0.925	0.925	0.925
C_D	2.648	0.332	0.484	0.349	0.314	0.279
$v_{\text{air}} \text{ [m}^2\text{/s]}$	1.505×10^{-5}	1.5×10^{-5}	1.51×10^{-5}	1.52×10^{-5}	1.52×10^{-5}	1.52×10^{-5}
Re	35633	54455	79504	117436	181047	248884
C_L	0.708	1.29	0.448	0.646	0.056	0.073
$V_{0p} \text{ [Km/hr]}$	1.53	2.34	3.43	5.1	7.87	10.82

En la tabla anterior se utilizaron algunas abreviaturas por falta de espacio, en seguida se da el significado de cada una:

(A) Resultados referidos al micrómetro de sustentación trasera (Aft lift).

(F) Resultados referidos al micrómetro de sustentación delantera (Fore lift).

(D) Resultados referidos al micrómetro de arrastre (Drag).

Las posiciones de los micrómetros usan 0.001 (1×10^{-3}) mm como unidad de medida.

Sust. Sustentación.

Delan. Delantera.

Tras. Trasera.

Fz. Fuerza

8.7 GRÁFICAS.

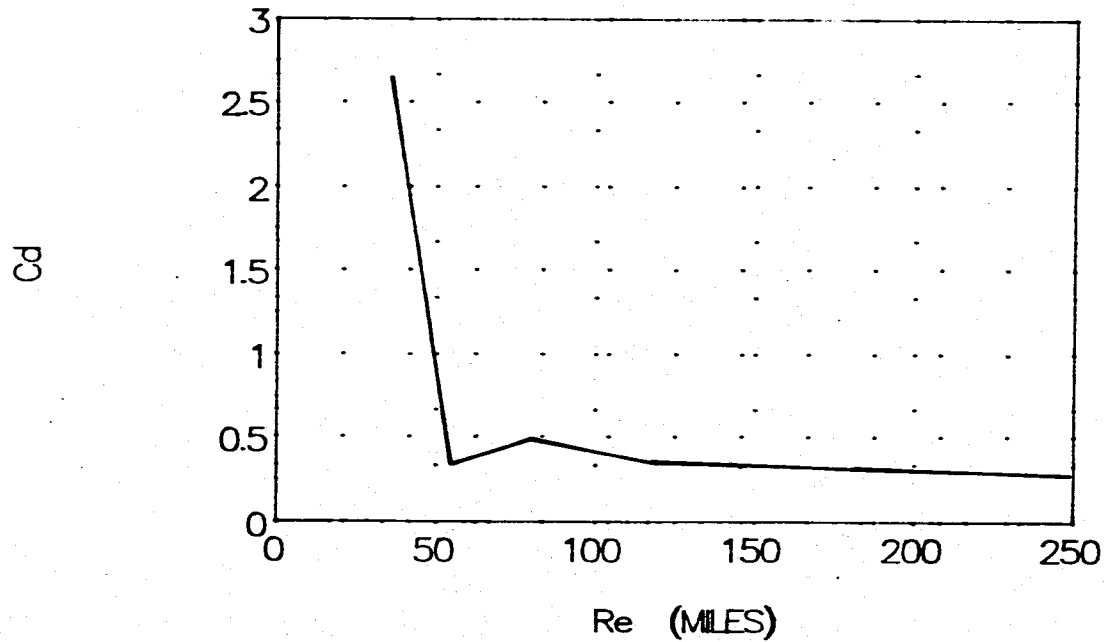
Los resultados de la tabla 8-3 se graficaron. Como vimos en el capítulo cinco es común graficar el C_D contra el número de Reynolds, razón por la cual en esta sección se presenta una gráfica del C_D contra Re.

Como puede verse en la gráfica de la siguiente página a números de Reynolds bajos el C_D es alto, pero decrece abruptamente conforme aumenta el número de Reynolds, esto se debe a que al darle una forma fuselada al modelo se reduce el arrastre debido a la presión, sin embargo, como vimos en el capítulo 4 el número de Reynolds es una relación de fuerzas de inercia entre fuerzas viscosas lo que significa que a bajos números de Reynolds los efectos de la viscosidad son apreciables, razón por la cual el C_D es elevado, pero conforme el número de Reynolds aumenta el arrastre depende de la forma.

Adicionalmente se presentan las gráficas del coeficiente de sustentación C_L contra el número de Reynolds y el C_D contra la velocidad del prototipo.

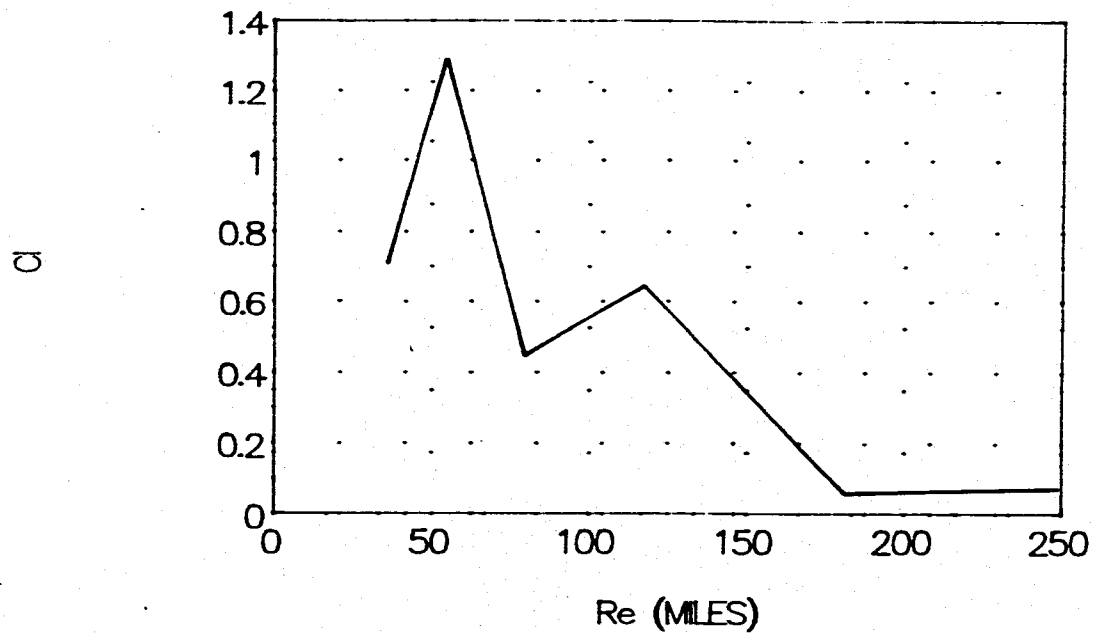
GRAFICA Re - Cd

PARA EL MODELO DE UN AUTO ELECTRICO.

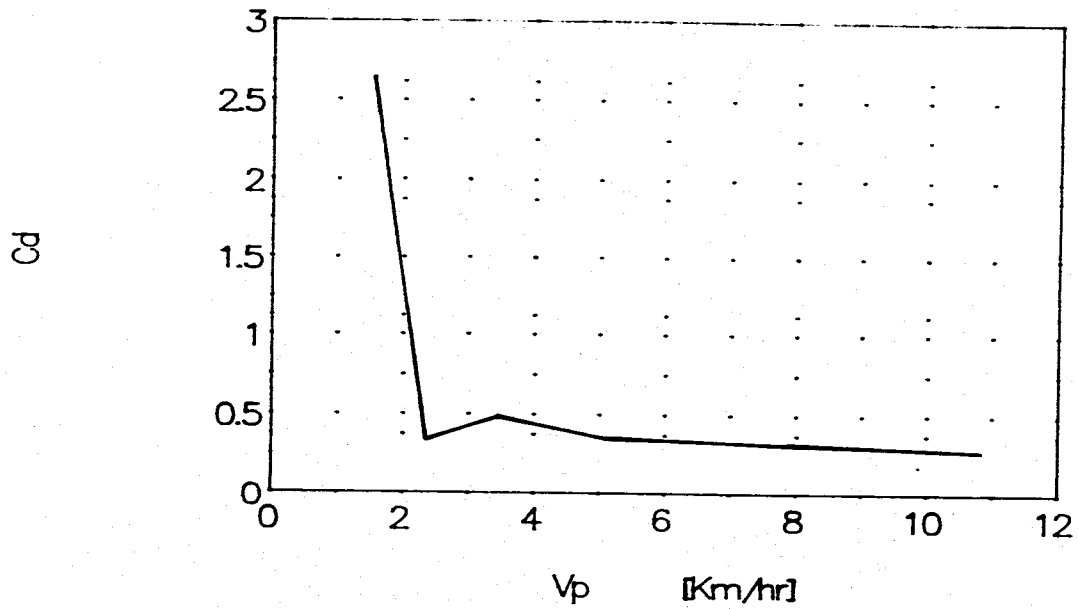


GRAFICA Re - C1

PARA EL MODELO DE UN AUTO ELECTRICO



**GRAFICA VELOCIDAD DEL PROTOTIPO – Cd
PARA EL MODELO DE UN AUTO ELECTRICO**



CAPÍTULO 9

VISUALIZACIÓN DE LAS LÍNEAS DE TRAYECTORIA

CAPÍTULO NUEVE: VISUALIZACIÓN DE LAS LÍNEAS DE TRAYECTORIA

9.1 INTRODUCCIÓN.

En la sección 3.2.2 se describieron los métodos para desarrollar patrones de flujo, uno de ellos es el experimental, también se dijo que en estos experimentos se emplean corrientes de muestra y partículas flotantes para determinar el patrón de flujo tomando fotografías de dichas partículas, las cuales producirán marcas luminosas que indican la trayectoria que siguen las partículas del fluido durante el periodo de la exposición de la placa fotográfica. También se definieron las líneas de trayectoria como líneas dibujadas a través del campo de flujo de manera que describen el camino que sigue una partícula dada.

En base a lo anterior y de la existencia de un canal de visualización de flujo en el laboratorio de termofluidos de esta facultad se realizó una secuencia fotográfica de las líneas de trayectoria a través del modelo de un auto eléctrico, para demostrar de manera gráfica que el diseño aerodinámico es bueno y comprobar los resultados obtenidos en el túnel de viento.

Iniciaremos describiendo el acabado superficial que recibió el modelo, mismo que se mencionó en el capítulo 7, luego se mostrará el canal de flujo así como el procedimiento seguido para obtener las fotografías mostradas al final del capítulo.

9.2 ACABADO SUPERFICIAL DEL MODELO

Como para esta prueba era necesario sumergir el modelo en agua, es lógico pensar que deben tomarse precauciones ya que el modelo se construyó en madera. Inicialmente se le dio un acabado con resina poliéster, sin embargo este material solo se aplica en superficies planas razón por la cual al aplicar la resina poliéster al modelo, este quedó como "cacahuete garapinado". Debido a lo anterior fue necesario investigar más a fondo en lo relacionado a superficies de madera en contacto con el agua, lo que nos llevo a las embarcaciones, mismas que utilizan un barniz llamado barniz marino.

Cuando el modelo se encontraba cubierto por el poliéster era necesario removerlo, lo cual se hizo con una navaja primero y después con papel de lija desde el más burdo hasta el más liso (No. 600), cuando se alcanzó la madera se lijó en la dirección de la veta hasta eliminar por completo el poliéster. Una vez lista la superficie, aprovechando el trabajo extra se le dio un color oscuro para mejorar los resultados en la visualización de las líneas de trayectoria, ya que con el color claro, éstas no se distinguirían. Se utilizó tinte de aceite River Stain color nogal,

aplicándolo con una "mona" (pedazo de trapo sin pelusas envuelto formando una bolita). Se le dieron dos pasadas de tinte al modelo y se dejó secar por 24 horas.

De este modo se aplicó el barniz marino, dándole dos manos al modelo y dejándolo secar por una semana para asegurar el buen secado del mismo.

Finalmente se enceró con cera automotriz Tempo para automóviles recién pintados, con el fin de darle un acabado superficial liso y eliminar el efecto de la rugosidad en la superficie. De este modo el modelo estaba listo para sumergirse sin peligro de que la madera se dañara internamente.

9.3 CANAL DE VISUALIZACIÓN DE FLUJO GILKES

El canal de visualización de flujo consta principalmente de un cuadro de tubular de acero con paredes de acrílico a los lados y una base de vidrio en el fondo. Cuenta con una plataforma para colocar modelos. El flujo se genera por medio de una rueda de paletas que es movida por un motor eléctrico de velocidad variable. El equipo completo incluye una fuente de luz, varios modelos bidimensionales como son cilindros, perfiles de ala de avión, casquetes, etc. En la figura 9-1 se muestra el canal. En la figura 9-2 se muestran sus componentes.



FIGURA 9-1. Canal de visualización de flujo

**RUEDA DE PALETAS MANEJADA POR
UN MOTOR DE VELOCIDAD VARIABLE 5-25 rpm**

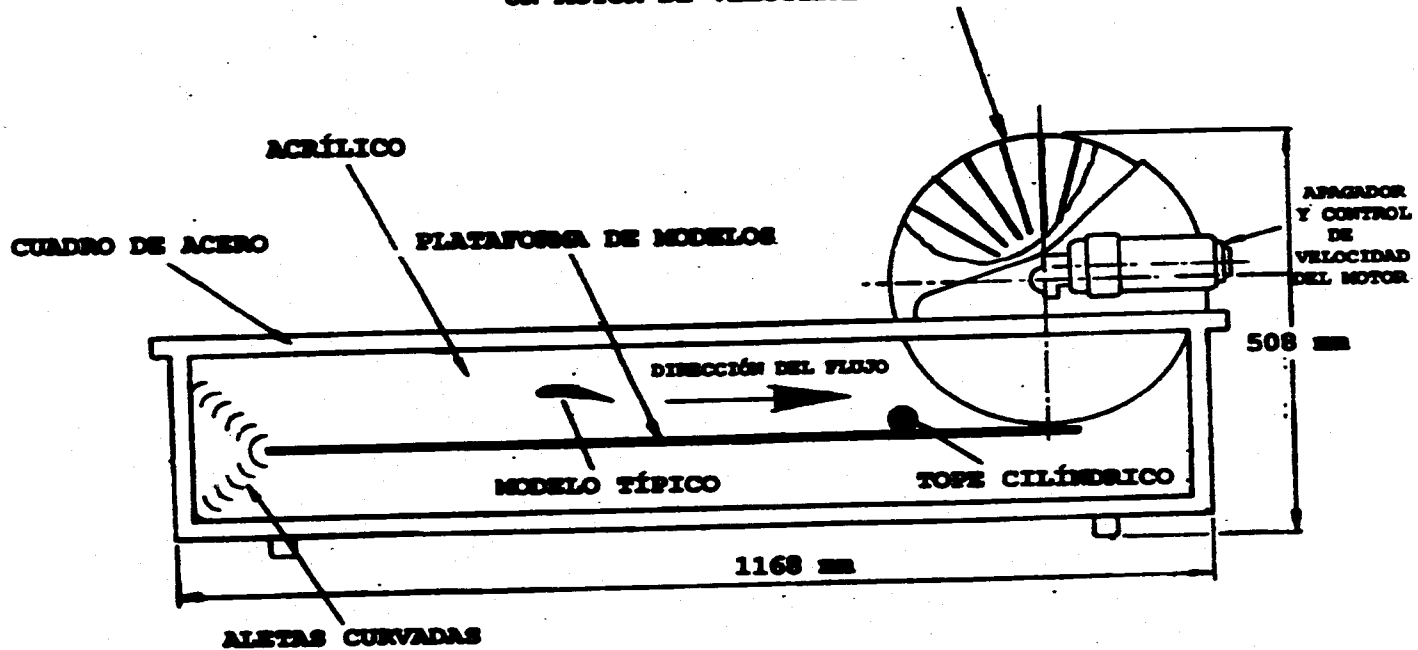


FIGURA 8-2. Canal de visualización de flujo. Partes componentes y dimensiones principales.

El motor se muestra en la figura 8-3 junto con su conexión.

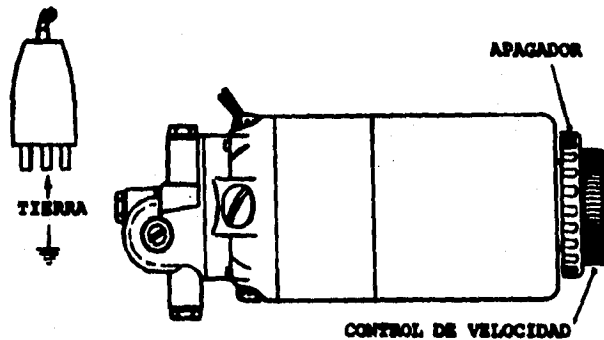


FIGURA 8-3. Motor eléctrico del canal sus controles y conexiones.

9.3.1 APLICACIONES EXPERIMENTALES DEL CANAL

El uso didáctico del canal cae en tres categorías, llamadas:

- 1.- Experimentos de canal abierto y fenómenos de superficie.
- 2.- Visualización de patrones de flujo alrededor de cuerpos sumergidos, usando esferas de poliestireno en conjunto con una fuente de luz adecuada.
- 3.- Experimentos de sedimentación.

9.3.2 EXPERIMENTOS DE VISUALIZACIÓN DE FLUJO

Una pequeña cantidad de esferas de poliestireno debe agregarse al agua para este tipo de experimentos. Además será necesario una fuente de luz. Una unidad recomendable se encuentra disponible como accesorio. El canal debe instalarse contra un fondo oscuro, adicionalmente debe colocarse papel negro en la pared del canal que se encuentre más alejada del observador.

Con la finalidad de obtener un flujo estable en la sección de trabajo un tope cilíndrico debe colocarse enfrente de las paletas, como en la figura 9-2, para eliminar las ondas de choque de las mismas.

El cilindro o perfil de ala de avión se coloca en la sección de trabajo al centro de la corriente, de modo que el agua pueda

fluir por arriba y abajo del modelo. Prendiendo la fuente de luz y reduciendo la iluminación del laboratorio se verá claramente el patrón de flujo.

OBSERVACIÓN DEL FLUJO EN UNA VISTA LATERAL

Para este tipo de visualización de flujo la unidad de iluminación se sitúa en la parte superior del canal con el haz de luz iluminando el agua como se muestra en la figura 9-4. La unidad de iluminación debe moverse a través del canal para observar alguna sección de particular interés del modelo. Los vórtices de Karmann en un cilindro pueden verse, además la naturaleza alternante de estos vórtices se muestra convincentemente al encender el motor del canal.

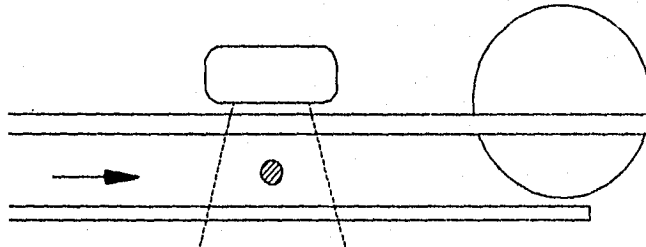


FIGURA 9-4. Colocación de la fuente de luz para observar el flujo a un lado del canal.

OBSERVACIÓN DEL FLUJO EN LA VISTA SUPERIOR

También es posible observar patrones de flujo en la vista superior. En este caso la fuente de luz se coloca a un lado del canal con el haz dirigido a través de la plataforma del modelo. Entonces la observación se hace desde arriba.

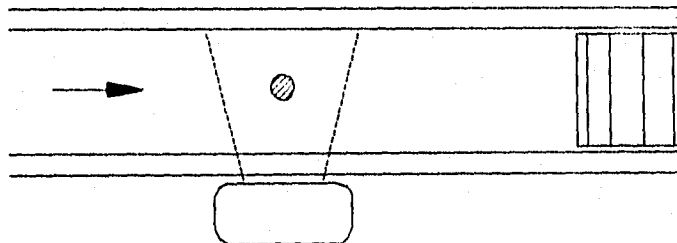


FIGURA 9-5. Visualización del flujo desde la parte superior del canal.

OTROS EXPERIMENTOS DE VISUALIZACIÓN

Usando las esferas de poliestireno y una adecuada fuente de luz los patrones de flujo pueden ser observados bajo más condiciones de operación.

Casi cualquier modelo puede sumergirse el flujo, modelos de aviones, automóviles, modelos de edificios, etc.

9.3.3 OTRAS APLICACIONES DIDÁCTICAS

Los experimentos que se realicen en este canal son limitados sólo por la imaginación del usuario interesado. En seguida se presenta una pequeña lista:

- 1.- Estelas alrededor de cuerpos parcialmente sumergidos.
- 2.- Estudio de olas.
- 3.- Propagación de ondas de choque.
- 4.- Demostraciones de fuerza de arrastre.

Cuerpos parcialmente sumergidos pueden estar flotando o detenidos por un soporte situado a través de la parte superior del canal. Si es necesario, la parte superior del riel del canal puede ser perforada para este propósito. Los patrones de flujo y las olas asociadas a los cuerpos parcialmente sumergidos pueden observarse desde arriba o a un lado del canal.

Si el canal se opera a grandes velocidades sin el tope cilíndrico en su lugar se generan olas.

La propagación de ondas de choque producidas por la acción de las paletas mientras golpean el agua pueden ser observadas. El efecto de introducir un tope cilíndrico, el cual eleva la velocidad local del fluido a una condición supercrítica, puede mostrarse para nulificar la propagación de las olas de la superficie.

Si se fijan modelos total o parcialmente sumergidos a un cable vertical (por ejemplo cable de acero para piano) desde un soporte asegurado al cuadro tubular de la sección de trabajo, entonces la deflexión del cable de acero, cuando el flujo atraviesa al modelo, es una indicación de la presencia de fuerzas de arrastre.

9.3.4 MANTENIMIENTO

A continuación se enlistan las recomendaciones del fabricante para mantener en buen estado el canal de visualización de flujo:

Mantenga la unidad limpia. Cambie el agua si esta se empieza a descolorar.

Ocasionalmente limpie las paredes laterales y la plataforma de modelos con limpia vidrios o polish.

Si el agua forma fugas, séllelas desde el interior del canal usando silicón. Antes de aplicar el silicón limpie y seque el canal minuciosamente.

El motor y los cojinetes son del tipo "sellados de por vida" y no necesitan atención.

Las esferas de polystireno las suministra Gilbert Gilkes & Gordon Ltd.

9.4 PROCEDIMIENTO

9.4.1 PRIMER PRUEBA

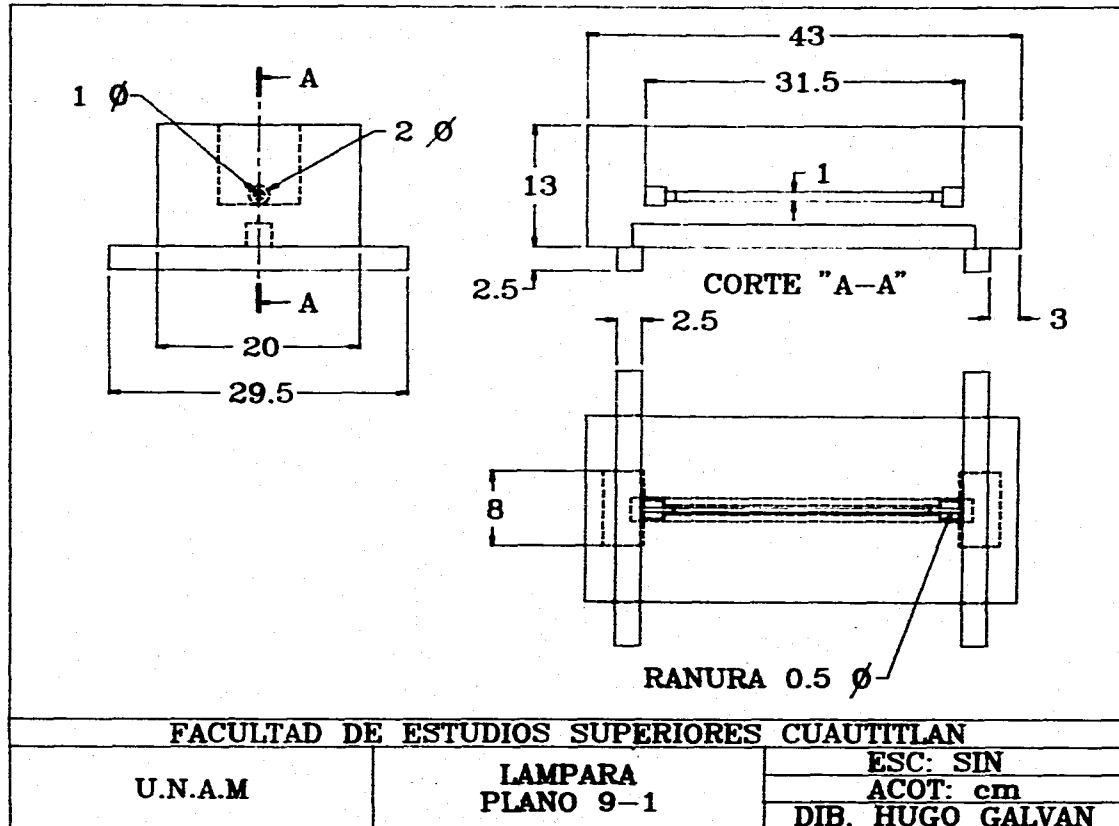
Se siguió el procedimiento descrito en la sección 9.3.2, pero al sumergir el modelo se observó que la fuerza de flotación era mayor que el peso del modelo, por lo que se vio la necesidad de fijarlo. Por otra parte, la intensidad así como la longitud del haz emitido por la fuente de luz proporcionada con el equipo no era suficiente. De este modo se llegó a la conclusión de que debía construirse una lámpara especial que diera una intensidad luminosa apropiada y un haz de luz que abarcara la longitud del modelo.

9.4.2 CONSTRUCCIÓN DE UNA LÁMPARA ADECUADA

En base a las dimensiones del cuadro superior del canal se construyó una lámpara que emitiera un haz de luz capaz de iluminar todo el plano que atraviesa el modelo. La lámpara se ilustra en el plano 9-1. Se construyó a partir de una canaleta de aluminio, misma que se muestra en la figura 9-6. La ranura se hizo en una fresadora vertical. Cuenta con un bulbo de halógeno de una potencia de 1500 W a 240 V.

Debido a la gran disipación de energía no puede mantenerse encendida durante períodos largos ya que el aluminio se sobrecalienta. Además debe tenerse cuidado de que no salpique agua hacia el bulbo porque podría explotar.

En el caso de que haya que reemplazar el bulbo, el nuevo bulbo no debe tocarse con las manos directamente ya que la grasa de los dedos hace que éste se dañe al encenderlo. Si se llegara a tocar con la mano el bulbo debe lavarse con alcohol y secarse con un trapo.



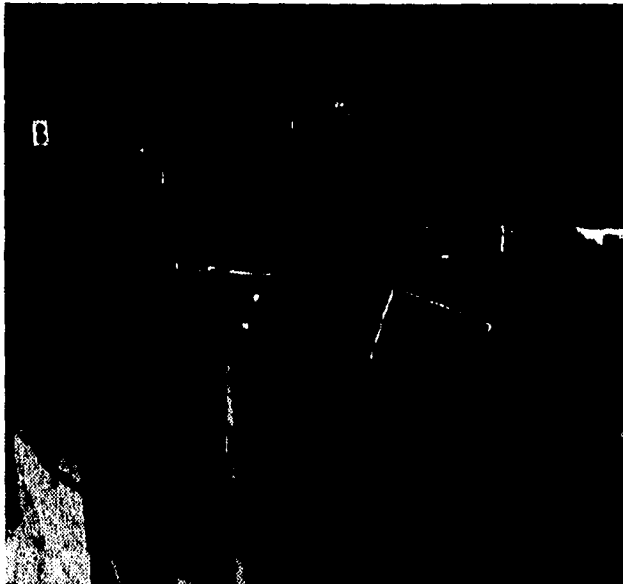


FIGURA 9-6. Canaleta de aluminio en el banco.

9.4.3 PRUEBA FINAL

Una vez lista la lámpara se fijó con silicón el modelo a la plataforma de modelos del canal, teniendo para esto que quitarla de su posición desatornillándola. Aprovechando esta maniobra se limpiaron las paredes del canal con polish y se sellaron las fugas existentes.

Una vez montada la plataforma de modelos se llenó el canal con agua limpia y se introdujeron a la misma las esferas de poliestireno las cuales son del tamaño de granos de azúcar y tienen la misma densidad del agua.

Se colocó la lámpara encima del canal, se colocó papel negro en la pared opuesta a la observación, se apagaron las luces del laboratorio y se encendió la lámpara. Se prendió el motor y se incrementó la velocidad despacio con el control de velocidad y se esperó a que se estabilizara el flujo.

De este modo se dió paso a la secuencia fotográfica de las líneas de trayectoria, misma que se trata en la siguiente sección. En las figuras 9-7 y 9-8 se muestra el canal de visualización de flujo con el modelo y la lámpara construida.

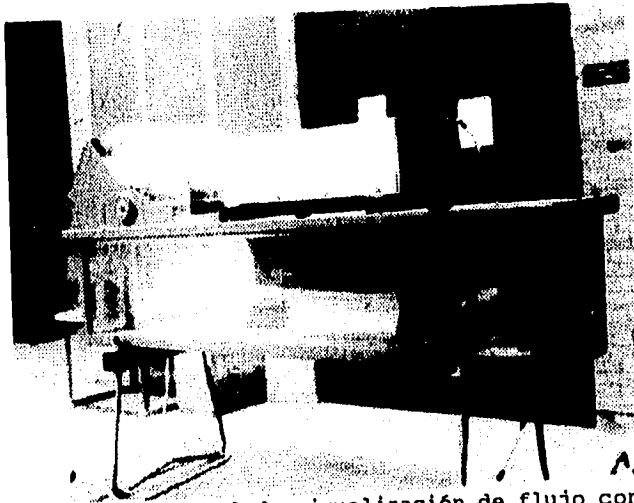


FIGURA 9-7. Canal de visualización de flujo con modelo y lámpara.



FIGURA 9-8. Otra vista del canal de visualización de flujo.

9.3 SECUENCIA FOTOGRAFICA.

Para esta secuencia fotografica se utilizó una cámara de 35 mm con un lente zoom montada en un trípé.

En la fotografia 9-1. Se muestra la primer fotografia, en la que se hizo una toma abierta. En la fotografia 9-2 se hizo un acercamiento para notar mejor las líneas de trayectoria a través del modelo.

La fotografia 9-3 muestra la formación de un vórtice en la parte delantera del modelo, esto sucede debido a que el modelo está pegado a la plataforma de modelos y el agua no puede atravesar la parte inferior del modelo. En el prototipo no sucede esta formación de vórtices debido a que existe un espacio entre la parte inferior de la carrocería y el suelo.

Se mencionó anteriormente que una de las metas era evitar que existiera desprendimiento de la capa límite, como puede verse en la fotografia 9-4, la capa límite no se desprende de la superficie de la carrocería debido a la forma aerodinámica del modelo.

Sin embargo todo cuerpo inmerso en el flujo de un fluido deja una estela, la fotografia 9-5 muestra la estela dejada por el modelo del vehículo y como puede verse no existe gran turbulencia creada por el modelo en la corriente perturbada.

Debido a una falla en las paletas del canal en ocasiones no se contaba con una velocidad constante en relación al tiempo, la fotografia 9-6 muestra un patrón de flujo no permanente.

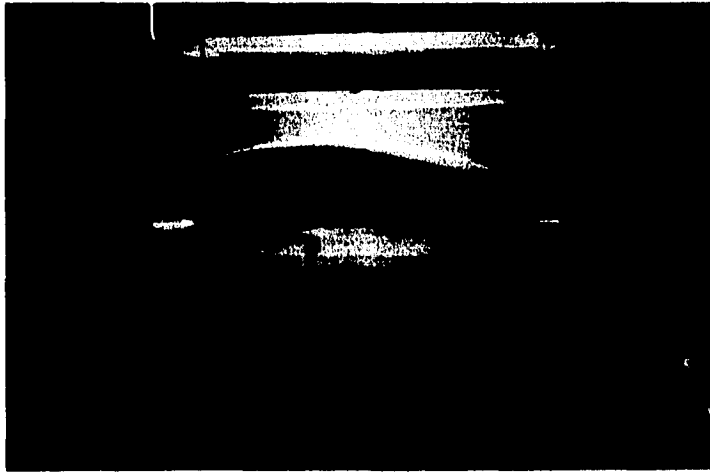
Se cambió de posición a la lámpara para visualizar el flujo alrededor del modelo en otro plano, en la fotografia 9-7 se muestra el patrón de flujo, nótese que la estela se presenta solamente el plano central del modelo y no en los lados; las ondulaciones de la parte superior se deben al efecto de la superficie del agua del canal.

La fotografia 9-8 muestra el modelo inmerso en flujo permanente y estable.

El punto de estancamiento puede visualizarse perfectamente en la fotografia 9-9, en donde se ve una línea de trayectoria que se estanca al llegar al modelo.

En la fotografia 9-10 se ven mejor definidas las líneas de trayectoria debido a que se tomó a una alta velocidad de disparo.

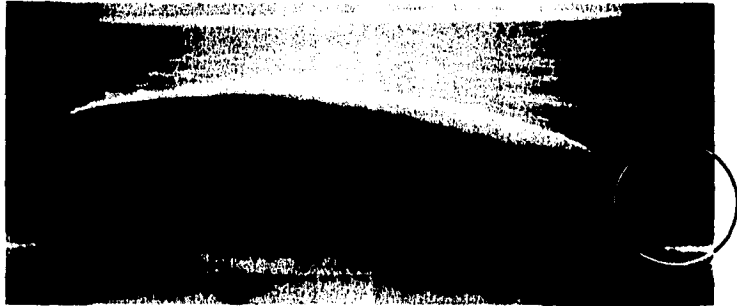
Dichas fotografías se muestran en orden en las siguientes páginas. Una vez terminada la prueba se decrementó lentamente la velocidad del motor eléctrico que mueve las aspas y se apagó.



Fotografía 9-1. Vista general de la prueba de visualización de flujo.



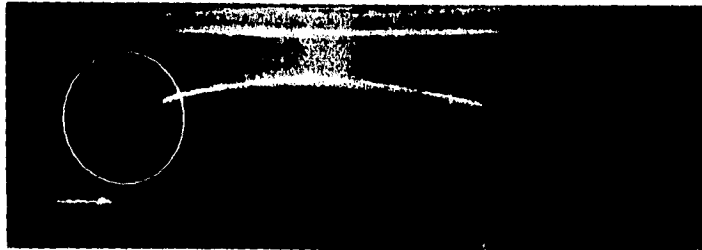
Fotografía 9-2. Acercamiento.



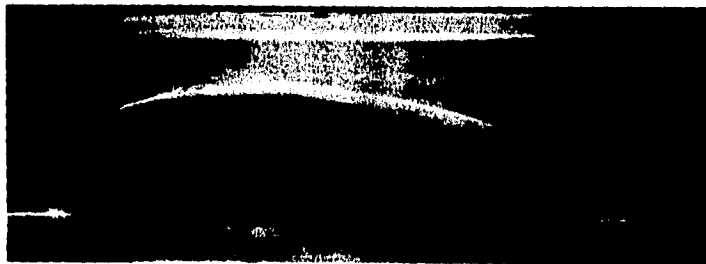
Fotografía 9-3. Formación de un vórtice debido a que el modelo esta pegado a la plataforma.
Esto no sucede en el prototipo.



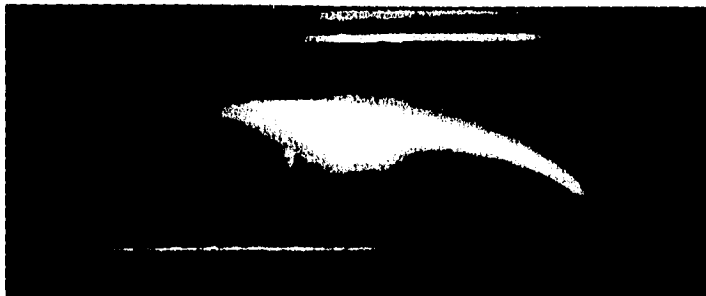
Fotografía 9-4. Nótese que no ocurre desprendimiento de capa límite debido a la forma del modelo.



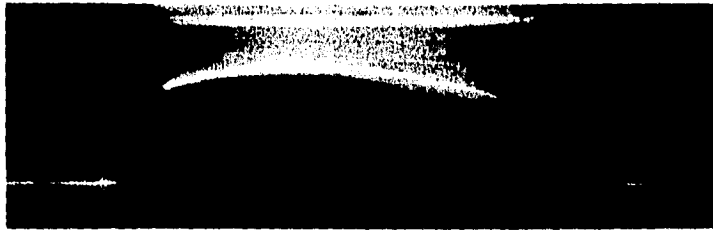
Fotografía 9-5. Estela dejada por el modelo.



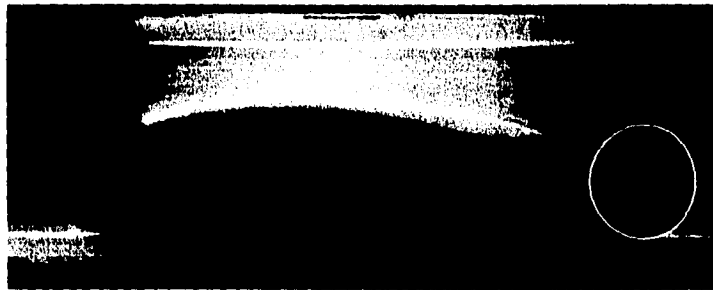
Fotografía 9-6. Modelo inmerso en flujo no permanente e inestable.



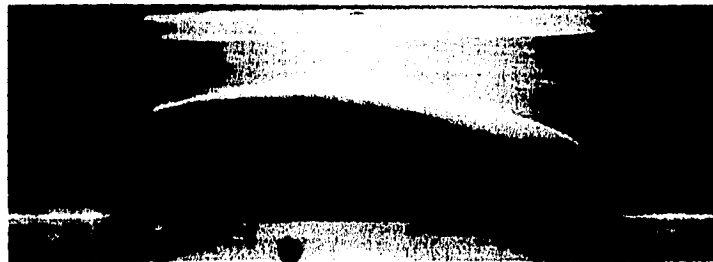
Fotografía 9-7. Visualización del flujo alrededor del modelo en un plano diferente.



Fotografía 9-8. Modelo inmerso en flujo permanente y estable.



Fotografía 9-9. Punto de estancamiento.



Fotografía 9-10. Líneas de trayectoria mejor definidas

CAPÍTULO 10

CONCLUSIONES

CAPÍTULO DIEZ: CONCLUSIONES

En general el diseño aerodinámico presentado en esta tesis cumple con el objetivo ya que su C_D es bastante bueno. Sin embargo como puede verse el rango de velocidades del prototipo es bastante reducido (0-10 Km/hr) lo cual aparentemente no nos deja ver el comportamiento total del arrastre de la carrocería del auto eléctrico; pero de alguna manera si lo hace ya que para números de Reynolds elevados el coeficiente de presiones no varía debido a que la acción de las fuerzas viscosas se hace insignificante. De este modo el coeficiente de arrastre puede disminuir un poco más y mantenerse constante aunque varíe el número de Reynolds.

De otro modo para poder caracterizar el comportamiento del C_D del modelo en todo el rango de velocidades del prototipo se necesitaría un túnel de viento mayor que desarrollara una velocidad mayor tal vez cercana a los 400 m/s. Sin embargo a esta velocidad se presentarían efectos de compresibilidad que no se presentarían en el modelo y los resultados serán poco confiables. O se podría utilizar este mismo túnel de viento con un modelo más grande, pero ninguna de las dos opciones es buena ya que significa el empleo de un equipo más costoso, que no se encuentra en esta facultad, y la construcción de otro modelo además de tomar tiempo eleva el costo de la investigación experimental.

Si se ve en los resultados la fuerza de sustentación total tiene una dirección hacia arriba lo cual puede interpretarse como un problema, sin embargo el peso del vehículo vence fácilmente esta fuerza, además en un vehículo ligero se trata de que no exista mucho "agarre" de las llantas al suelo ya que puede crear una fricción extra indeseable.

En la sección 8.3.1 se muestra la aplicación del teorema de cantidad de movimiento el cual no se utilizó para calcular la fuerza de arrastre ya que este método sirve para modelos bidimensionales y el modelo del auto es tridimensional, de modo que para poder aplicar dicho teorema se necesitarían varios instrumentos de medición como tubos de Pitot y Prandtl, así como tomas de presión estática, mismos que no están incluidos con el equipo; además los cálculos serían bastantes.

En la visualización del patrón de flujo alrededor del modelo se puede notar que la forma es bastante aerodinámica ya que las partículas siguen el contorno y no existe separación de capa límite sino hasta el finel del modelo.

En esta prueba originalmente se deseaba caracterizar el flujo calculando la velocidad de las partículas midiendo el tiempo de exposición y la longitud de la marca dejada por la partícula en estudio, sin embargo, debido a que existían variaciones en la velocidad angular de la rueda de paletas la información sería errónea por lo que se tomó la decisión de dejar la prueba como una

simple visualización demostrativa.

Por todo lo anteriormente descrito se concluye que se cumplió con el objetivo de diseñar una carrocería aerodinámica.

Pero como vimos en la sección 6.2.1 el problema principal es la necesidad de evitar seguir quemando combustibles fósiles. Los autos eléctricos son solo una parte de la solución al problema ya que en México la mayor parte de la energía eléctrica se genera en plantas termoeléctricas y carboeléctricas que utilizan como combustible combustóleo o carbón mineral, respectivamente, el siguiente paso está en aprovechar fuentes de energía como el Sol, las mareas, el viento y cargas hidráulicas. Estas fuentes alternativas de energía necesitan de inversiones fuertes para su desarrollo, sin embargo es necesario invertir en el futuro de la humanidad ya que el planeta no puede contrarrestar todo el daño que se le hace por el abuso en el uso de los energéticos y el desperdicio de la misma energía.

Sin embargo el futuro no es halagador ya que la corrupción ha hecho que se de la espalda al problema y se busquen soluciones que lejos de ser efectivas solo sirven para "taparle un ojo al macho".

Por otra parte existen hombres que en su afán de mejorar el ambiente no dejan de trabajar para lograr avances en el aprovechamiento de la energía solar a pesar de la falta de apoyo económico. Que Dios los bendiga.

En la industria automotriz se busca por tener mejores diseños, más aerodinámicos, que imitan a la naturaleza, que es el diseño más perfecto. La presente tesis fue una aportación a este esfuerzo por evitar el desperdicio de energía que tanto daña el medio ambiente.



CAPÍTULO 11

BIBLIOGRAFÍA

CAPÍTULO OCHO: BIBLIOGRAFÍA

(1)
VICTOR L. STREETER
MECÁNICA DE LOS FLUIDOS
OCTAVA EDICIÓN
ED. Mc GRAW-HILL

(2)
CLAUDIO MATAIX
MECÁNICA DE FLUIDOS Y MÁQUINAS HIDRÁULICAS
SEGUNDA EDICIÓN
ED. HARLA

(3)
MASSEY
MECÁNICA DE FLUIDOS
ED. C.E.C.S.A.

(4)
J.A. ROBERSON
MECÁNICA DE FLUIDOS
SEGUNDA EDICIÓN
ED. INTERAMERICANA

(5)
J.K. VENNARD
ELEMENTOS DE MECÁNICA DE FLUIDOS
TERCERA EDICIÓN
ED. CECSA

(6)
ROBERT W. FOX
INTRODUCCIÓN A LA MECÁNICA DE FLUIDOS
SEGUNDA EDICIÓN
ED. MCGRAW-HILL

(7)
BERND LÖBACH
DISEÑO INDUSTRIAL
ED. GUSTAVO GILL

(8)
BARRY MIDGLEY
GUÍA COMPLETA DE ESCULTURA, MODELADO Y CERÁMICA
TÉCNICA Y MATERIALES
ED. HERMANN BLUME

(9)
JACK P. HOLMAN
MÉTODOS EXPERIMENTALES PARA INGENIEROS
CUARTA EDICIÓN

ED. MCGRAW-HILL

(10)

**MARÍA TERESA PACHECO ESCALONA
CARACTERIZACIÓN DE UN PERFIL DE ALA DE AVIÓN
TESIS DIRIGIDA POR: ING. JOSÉ ANTONIO SÁNCHEZ GUTIÉRREZ
U.N.A.M. 1987**

(11)

**PLINT & PARTNERS LTD ENGINEERS
MANUAL DEL TÚNEL DE VIENTO PLINT TE 54/5448
BERKS INGLATERRA**

(12)

**PLINT & PARTNERS LTD ENGINEERS
MANUAL DE LA BALANZA DE TRES COMPONENTES PLINT TE 81/5449
BERKS INGLATERRA**

(13)

**GILBERT GILKES & GORDON LTD.
MANUAL DEL CANAL DE VISUALIZACIÓN DE FLUJO GILKES
KENDAL INGLATERRA**