



01163

3  
24

**DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO  
FACULTAD DE INGENIERÍA**

**EVALUACIÓN DE UN MODELO ELASTO-PLÁSTICO  
PARA PREDECIR EL COMPORTAMIENTO  
DE LA ARCILLA DE LA CIUDAD DE MÉXICO**

**MARÍA CLARA GIRALDO SIERRA**

**TESIS**

**PRESENTADA A LA DIVISIÓN DE  
ESTUDIOS DE POSGRADO DE LA**

**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**DE LA**

**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

**COMO REQUISITO PARA OBTENER  
EL GRADO DE**

**MAESTRO EN INGENIERÍA  
( MECÁNICA DE SUELOS )**

**DIRECTOR DE TESIS: DR. EFRAÍN OVANDO SHELLEY**

**CIUDAD UNIVERSITARIA**

**JUNIO, 1996**

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## ÍNDICE

	pág.
RESUMEN	iii
NOTACIÓN	iv
1. INTRODUCCIÓN	1
1.1 Antecedentes	1
1.2 Objetivos y alcances	1
2. MATERIALES Y TÉCNICAS EXPERIMENTALES	3
2.1 Localización del sitio y trabajos realizados	3
2.2 Estratigrafía del lugar	3
2.3 Programa de pruebas	4
2.4 Descripción del equipo utilizado	4
2.4.1 Descripción	4
2.4.2 Características de operación	5
2.4.3 Montaje de la muestra	5
2.5 Procedimiento de prueba	5
3. BASES TEÓRICAS DEL MODELO	13
3.1 Conceptos generales de la teoría de la plasticidad y la teoría del estado crítico	13
3.2 Algunos modelos constitutivos	14
3.2.1 Basados en la teoría de la plasticidad	14
3.2.2 Basados en la teoría del estado crítico	15
3.3 Plasticidad y fluencia	16
3.4 Modelos elasto-plásticos para suelos	24
3.5 Modelo elasto-plástico de Cam-Clay modificado	34
3.6 Estado crítico	39
4. INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS	43
4.1 Comportamiento del material	43
4.2 Resultados	44
4.2.1 Comportamiento durante la consolidación	44
4.2.2 Comportamiento esfuerzo-deformación	45
4.3 Interpretación de resultados mediante la teoría del estado crítico	49
5. EVALUACIÓN DEL MODELO	80
5.1 Propiedades elásticas	80

5.2 Criterio de falla	81
5.3 Superficie de fluencia	82
5.4 Ley de endurecimiento	83
5.5 Regla de la normalidad	84
5.6 Predicciones con el modelo	85
5.7 Aplicaciones y limitaciones del modelo	86
6. CONCLUSIONES	107
7. REFERENCIAS	109
APÉNDICE 1: Deducción de la matriz plástica de un modelo elasto-plástico.	111
APÉNDICE 2: Programa para el calculo del comportamiento esfuerzo-deformación	114

## RESUMEN

En el presente trabajo se evalúa la capacidad del modelo elasto-plástico de Cam-Clay modificado, para predecir el comportamiento de la arcilla de la Ciudad de México.

El modelo se formula con base en los resultados de ensayos estáticos efectuados en muestras de arcilla, tomadas en la Colonia Roma, las cuales se consolidan isotrópicamente en cámaras triaxiales, llevándolas a la falla mediante compresión.

La descripción y análisis del comportamiento de los especímenes se llevan a cabo empleando curvas de esfuerzo desviador y presión de poro contra deformación, trayectorias de esfuerzos efectivos, trayectorias de esfuerzos normalizadas y mediante la teoría del estado crítico.

A partir de los resultados experimentales, se evalúa la aplicabilidad y las hipótesis fundamentales del modelo, cuyas componentes son las propiedades elásticas, la superficie de fluencia, el potencial plástico y la regla de endurecimiento.

## NOTACIÓN

$B$	coeficiente de presión de poro de Skempton
$C_c$	índice de compresibilidad
CD	ensaye triaxial consolidado-drenado
CU	ensaye triaxial consolidado-no drenado
$C_r$	consistencia relativa
$C_s$	índice en la rama de descarga de la curva de compresibilidad
$E$	módulo de Young
$e$	relación de vacíos
$e_i$	relación de vacíos al inicio de la etapa de consolidación
$e_o$	relación de vacíos al final de la etapa de consolidación
$f$	función de fluencia
$g$	potencial plástico
$G'$	módulo de corte
$G_w$	grado de saturación
IP	índice de plasticidad
$K'$	módulo de deformabilidad volumétrica
$k$	pendiente de la línea de descarga de la curva de compresibilidad para el estado crítico
LL	límite líquido
LP	límite plástico
$M$	pendiente de la línea del estado crítico
$M_{oc,h}$	pendiente de la envolvente de Hvorslev

$N$	volumen específico en la línea de consolidación virgen
$N_{oc}$	volumen específico para $p = 1 \text{ kg/cm}^2$ en suelos preconsolidados
OCR	grado de preconsolidación
$p$	tensión
$p'$	esfuerzo octaédrico efectivo
$p'_f$	esfuerzo octaédrico efectivo en la falla
$p'_o$	esfuerzo octaédrico efectivo al final de la consolidación
$p_e$	presión equivalente
$Q$	torsión
$q$	esfuerzo desviador
$S_s$	densidad de sólidos
SUCS	sistema unificado de clasificación de suelos
$u$	presión de poro
$u_f$	presión de poro en la falla
$v$	volumen específico
$w$	humedad natural
$w_o$	contenido de agua después de la etapa de consolidación
$\epsilon_p$	deformación volumétrica
$\epsilon_q$	deformación cortante
$\Gamma$	volumen específico en el estado crítico para una presión de referencia
$\lambda$	pendiente de la línea del estado crítico en el espacio $\ln p' : v$

$\eta$	relación de esfuerzos
$\nu$	relación de poisson
$\phi$	ángulo de fricción en términos de esfuerzos efectivos
$\sigma_v$	esfuerzo vertical efectivo
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	esfuerzos efectivos principales mayor, intermedio y menor
$\tau$	esfuerzo cortante

## 1. INTRODUCCIÓN

### *1.1 Antecedentes*

En la ingeniería geotécnica siempre ha existido la necesidad de identificar las características esfuerzo-deformación y la resistencia de los suelos; los problemas de estabilidad y deformación de los suelos suelen tratarse con modelos simples o métodos empíricos basados en la experiencia. Sin embargo, la necesidad de resolver problemas complejos impone el uso de modelos mas completos para los suelos.

En los últimos años se han desarrollado modelos analíticos que representan el comportamiento esfuerzo-deformación del suelo y se usan junto con métodos numéricos para resolver problemas de la mecánica de suelos.

El suelo es un material no lineal, inelástico, anisotrópico y no homogéneo cuyo comportamiento depende de las propiedades de esfuerzos y del tiempo. La mayoría de los modelos no tienen en cuenta todos estos aspectos, por lo que se crean incógnitas acerca de la aproximación con que un modelo puede predecir el comportamiento del suelo.

Un modelo ideal para describir el comportamiento del suelo debe basarse en las características mecánicas y fisicoquímicas de las partículas, en el que se pudieran considerar los giros, deslizamientos y deformaciones de cada partícula del suelo. Sin embargo, los conocimientos actuales no permiten estudiar estos modelos, por lo tanto la mayor parte de los las hipótesis de ellos se basan en comportamientos macroscópicos de los materiales, por lo que son válidos solo para cierto tipo de sollicitaciones y para un material estudiado.

Se ha tratado de describir el comportamiento del suelo mediante varia teorías. La elasticidad lineal, por ejemplo ha sido utilizada ampliamente. Sin embargo, el suelo es muy complejo para modelarlo con modelos elásticos, por lo que se han desarrollado leyes como la elasto-plasticidad para dar una descripción mejor del comportamiento del suelo.

### *1.2 Objetivos y alcances*

Se determinarán las características del subsuelo de un sitio de la Ciudad de México, localizado en la zona del lago; teniendo como objetivo principal evaluar un modelo elasto-plástico para predecir el comportamiento del suelo.

Para evaluar el modelo es necesario determinar las propiedades esfuerzo-deformación-resistencia de los suelos. Para llevar a cabo esta investigación se obtuvieron muestras de suelo tomadas de un sitio ubicado en la colonia Roma.

Para obtener las relaciones esfuerzo-deformación-resistencia y la verificación del modelo del suelo en estudio, se realizaran pruebas triaxiales CU normalmente consolidadas y preconsolidadas y CD preconsolidadas, todas consolidadas isotrópicamente.

Al obtener las características del comportamiento del material se determinarán los parámetros necesarios para utilizar el modelo de Cam-Clay modificado, basado en la teoría del Estado Crítico, y luego se verificarán las hipótesis del modelo con los datos experimentales obtenidos.

Finalmente, se harán predicciones del comportamiento del suelo con el modelo teórico y se compararan con los resultados experimentales.

## 2. MATERIALES Y TÉCNICAS EXPERIMENTALES

### 2.1 Localización del sitio y trabajos realizados

El sitio en estudio se ubica en la Colonia Roma, a unos metros de la glorieta de las avenidas Insurgentes y Chapultepec; su localización se muestra en la fig 2.1, y los sondeos realizados se muestran en la fig 2.2.

En cada uno de los predios se realizó un sondeo de cono eléctrico, al aire libre en Jalapa 12 y en el sótano en Jalapa 15. En las figs 2.3 y 2.4 se presentan las gráficas de resistencia a la penetración del cono eléctrico  $q_c$  contra la profundidad, obtenidas de los sondeos SCE-1 y SCE-2, respectivamente.

Con la información obtenida de los sondeos de cono eléctrico, se realizó un sondeo de muestreo selectivo, de donde se obtuvieron diez muestras inalteradas de los estratos compresibles mediante el empleo del tubo Shelby. A las diez muestras inalteradas se les realizaron los siguientes ensayos de laboratorio: contenido natural de humedad, densidad de sólidos y límites de consistencia.

### 2.2 Estratigrafía del lugar

En la fig 2.5 se presenta un corte estratigráfico del sitio; primero se realizó el sondeo de cono eléctrico SCE-1 hasta 42.3 m de profundidad, luego el de muestreo selectivo con muestreo alterado de 37.5 a 49.9 m de profundidad. A partir de 38.5 m y hasta la profundidad máxima se obtuvieron materiales limo arenosos muy consistentes.

Por último, se realizó el sondeo de cono eléctrico SCE-2, en el que se detectó la capa dura de 29.5 a 32.5 m de profundidad, concluyéndose que el material del horizonte resistente detectado en el sondeo SCE-1, corresponde a los depósitos profundos y que probablemente la capa dura del sitio se encuentra erosionada.

Las condiciones estratigráficas del sitio que se obtuvieron son las siguientes:

**Costra superficial:** Los primeros cinco metros están constituidos por un relleno artificial, al que subyace un limo arcilloso con intercalaciones de arena de consistencia media a alta. La resistencia obtenida con el cono promedio es de  $7.5 \text{ kg/cm}^2$ .

**Serie arcillosa superior:** De 5.0 a 29.5 m se encuentra una arcilla de alta compresibilidad con pequeños lentes formados por arenas, limos y cenizas volcánicas, identificadas en la fig 2.5. La resistencia promedio obtenida de cono es de  $6.0 \text{ kg/cm}^2$ .

**Capa dura:** De 29.5 a 32.5 m se encuentra una capa compuesta por limo arenoso de consistencia alta. La resistencia de cono es de  $40.0 \text{ kg/cm}^2$ .

*Serie arcillosa inferior:* De 32.5 a 38.5 m, está constituida por arcilla preconsolidada con intercalaciones de arenas limosas resistentes. La preconsolidación de este estrato probablemente esta asociado a la explotación del agua del subsuelo. La resistencia de cono es de 23 kg/cm<sup>2</sup>.

*Depósitos profundos:* A partir de 38.5 se encuentran depósitos constituidos por arenas limosas y arenas bien graduadas limosas de compacidad alta. La resistencia de cono es mayor a 100 kg/cm<sup>2</sup> y su contenido de humedad varia entre 20 y 40 %.

### **2.3 Programa de pruebas**

A las diez muestras inalteradas se les realizaron ensayos de consolidación unidimensional y ensayos triaxiales consolidados no drenados, CU con medición de presión de poro. Al realizar las pruebas de consolidación unidimensional se determinó la carga de preconsolidación de cada estrato.

En las pruebas triaxiales estáticas los especímenes se consolidaron isotropicamente, llevándolos a la falla mediante compresión no drenada. A las diez muestras se les realizaron ensayos triaxiales CU, normalmente consolidados; en las muestras M-03, M-06 y M-09 se realizaron ensayos con probetas preconsolidadas con OCR=2 y OCR=6. Adicionalmente, se realizaron 2 pruebas triaxiales consolidadas-drenadas.

### **2.4 Descripción del equipo utilizado:**

Las pruebas triaxiales se llevaron a cabo bajo regimenes de esfuerzo controlado y deformación controlada; en cámaras triaxiales de alta precisión INING 7 (Santoyo y Reséndiz, 1969), en las que el esfuerzo desviador se transmite a través de alambres a tensión de pequeño diámetro para reducir al máximo la fricción en el sistema de aplicación de cargas. Fig 2.6.

#### **2.4.1 Descripción**

La diferencia de esta cámara en comparación con las usuales es la forma de aplicación de la carga mediante elementos que trabajan a tensión, en tanto que en los diseños usuales la carga es transmitida a través de un pistón que trabaja a compresión.

En la cámara INING 7 la carga se aplica a la cabeza de la muestra mediante una placa conectada a un alambre central, que aplica carga hacia arriba y tres alambres periféricos que aplican cargas hacia abajo. El alambre conectado por arriba al centro de la placa pasa, después de salir de la cámara, por una polea montada en baleros, y está ligado finalmente a un portapesas; los tres alambres que salen de la periferia de la placa de carga hacia abajo se ligan fuera de la cámara a otra placa similar, de la cual sale la barra de un portapesas. La barra del portapesas del sistema de carga inferior tiene guías que le impiden oscilar. Así se evita que la

probeta sea sometida a momentos recíprocos durante la aplicación de incrementos de carga. Los alambres de carga salen al exterior de la cámara a través de bujes de teflón y bisulfuro de molibdeno.

El conjunto de los alambres conectados periféricamente y sus accesorios constituyen el sistema de carga inferior, y el alambre central el sistema de carga superior. Cada uno de estos sistemas puede ser accionado colocando peso muerto en el portapesas correspondiente, o mediante un mecanismo de velocidad de deformación controlada.

#### *2.4.2 Características de operación*

El sistema de medición de la deformación axial está constituido por dos micrómetros, uno de ellos se apoya en la placa que une los alambres del sistema de carga inferior y el otro se apoya en una placa fija al alambre del sistema de carga superior.

El esfuerzo máximo desviador que se puede aplicar en pruebas de compresión axial está limitado por la capacidad de los alambres del sistema de carga inferior, y en pruebas de extensión axial depende de la capacidad del alambre del sistema de carga superior. Las cargas máximas cubren la mayor parte del intervalo de interés para presiones confinantes hasta de 10 kg/cm<sup>2</sup>.

#### *2.4.3 Montaje de la muestra:*

- Se desconecta la placa de carga de los alambres del sistema de carga inferior
- Se fijan los portapesas y la tapa de la cámara mediante soportes
- Se monta el espécimen ya labrado sobre la base y se fija la membrana de recubrimiento a la base y a la cabeza
- Se conectan a la placa de carga los alambres del sistema de carga inferior y, manteniendo la placa separada de la cabeza, se somete el sistema de carga a la tensión conveniente, aplicando cargas iguales en ambos portapesas para mantener el sistema en equilibrio
- Se liga la placa de carga a la cabeza del espécimen
- Se cierra la cámara, se llena con el fluido confinante y se colocan los micrómetros
- Si se juzga necesario, se agregan pequeñas pesas en el sistema de carga correspondiente, para compensar las fricciones y el peso sumergido de la cabeza de carga del espécimen.

#### *2.5 Procedimiento de prueba*

Para las pruebas triaxiales, la saturación se logró mediante la aplicación de contrapresión conservando un esfuerzo efectivo muy pequeño; al terminar la saturación los esfuerzos efectivos totales cambian pero los efectivos no.

Para determinar el grado de saturación se utilizó la ecuación de Skempton:

$$B = \frac{\Delta u}{\Delta \sigma_3}$$

Donde  $\Delta u$  = incremento de la presión de poro generada al aumentar la presión confinante.

$\Delta \sigma_3$  = incremento de la presión confinante.

El parámetro  $B$  debe ser mayor a 0.95 para garantizar la saturación de la muestra.

Los especímenes normalmente consolidados se consolidaron por etapas, aumentando la presión confinante por incrementos para darle cierto esfuerzo octaédrico a la muestra hasta llegar a un esfuerzo efectivo mayor a la carga de preconsolidación determinada en las pruebas de consolidación unidimensional. La consolidación realizada así, permite definir la curva de compresibilidad para cada prueba triaxial.

Para las pruebas preconsolidadas la etapa de consolidación se llevo de igual forma hasta un determinado esfuerzo efectivo para tener OCR=2 y OCR=6 en las muestras M-03, M-06 y M-09.

La etapa de falla se realizó en compresión con incremento de esfuerzo vertical para las pruebas CU normalmente consolidadas y con aplicación de deformación controlada de 0.022 mm/min para las pruebas CU y CD preconsolidadas; dicha deformación se consideró aproximadamente 8 veces el  $T_{50}$  determinado en las pruebas de consolidación unidimensional. Para las pruebas CU el ensaye se realizó sin permitir el drenaje de la probeta, midiendo la deformación axial y la presión de poro generada; y para las pruebas CD el ensaye se realizó permitiendo el drenaje de la probeta, midiendo el cambio volumétrico y la deformación axial.



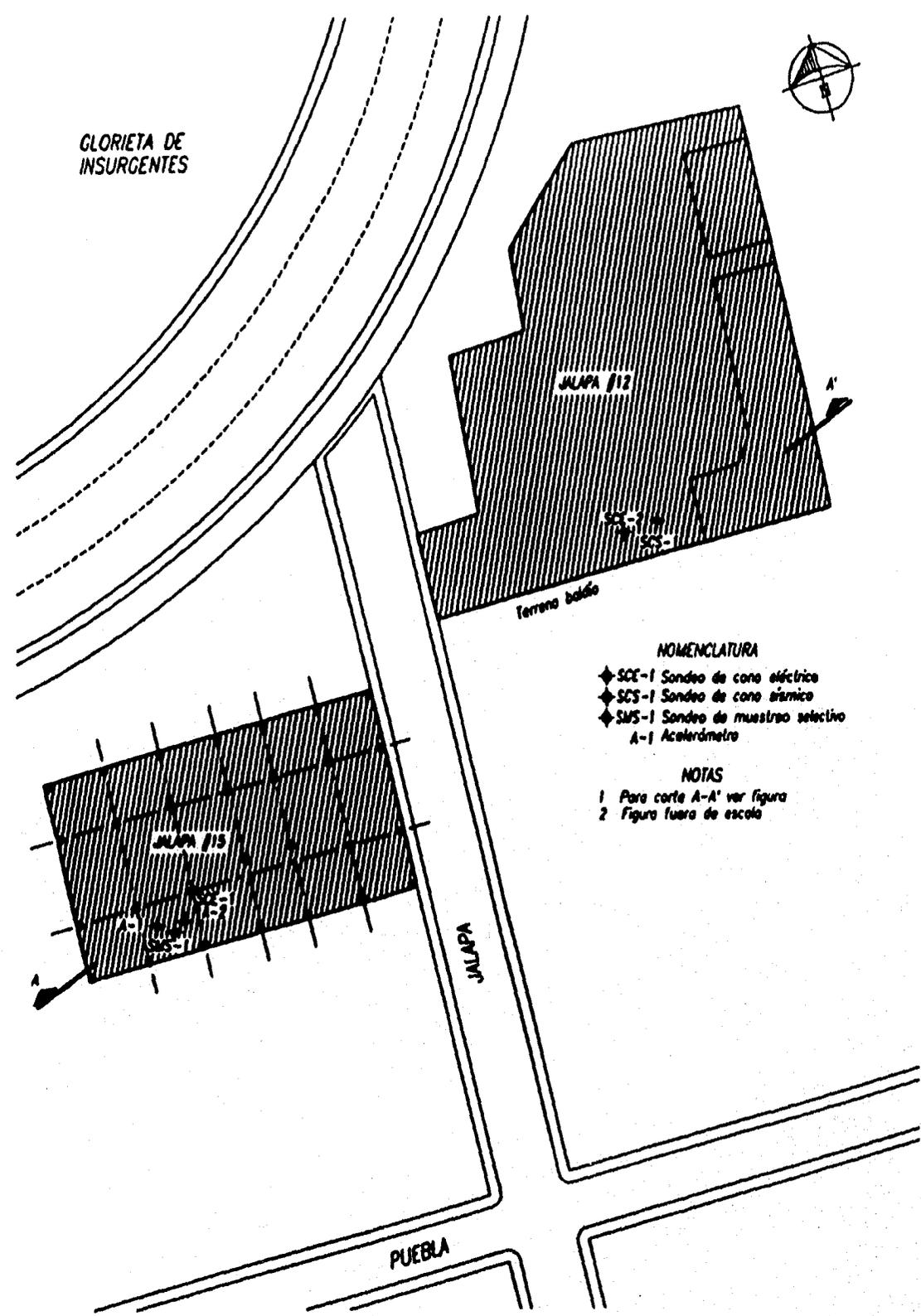
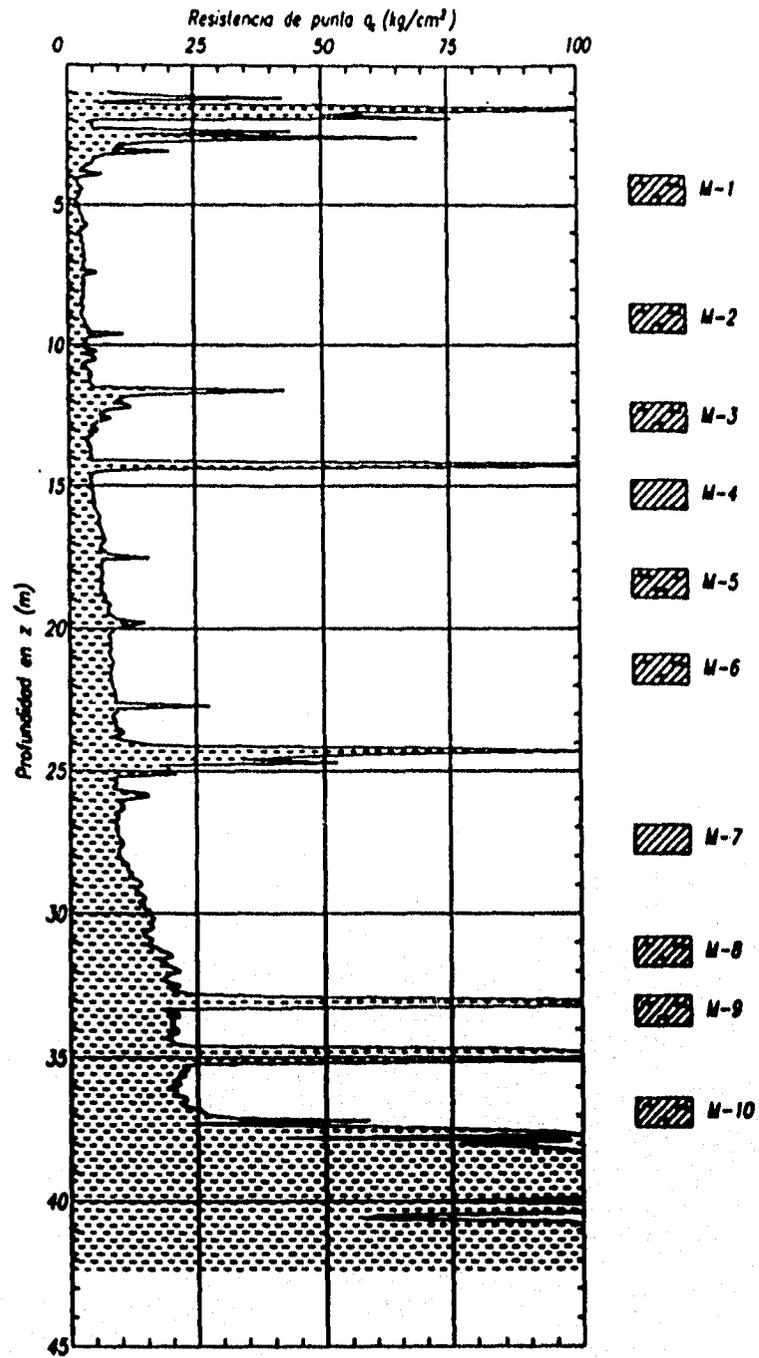


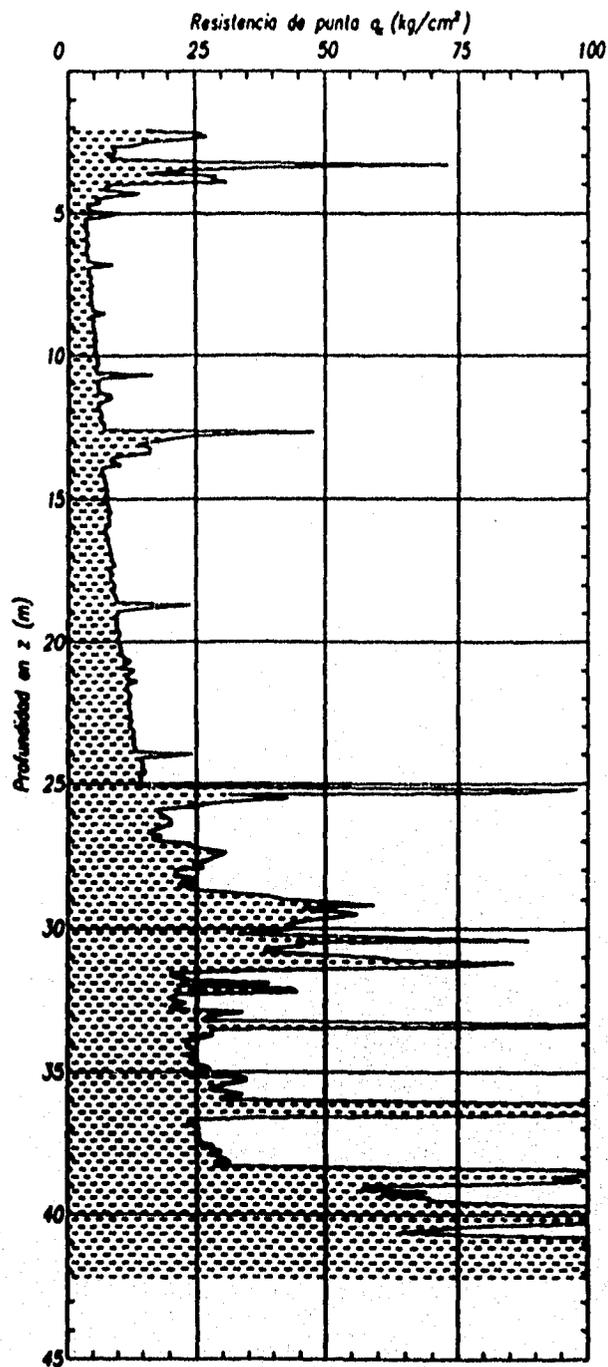
Fig 2.2 Localización de sondeos y acelerómetros



JALAPA 15  
SCE-1

**SIMBOLOGIA**  
 Muestras inalteradas

Fig 2.3 Sondeo de cono eléctrico SCE-1



JALAPA 12  
SCE-2

Fig 2.4 Sondeo de cono eléctrico SCE-2

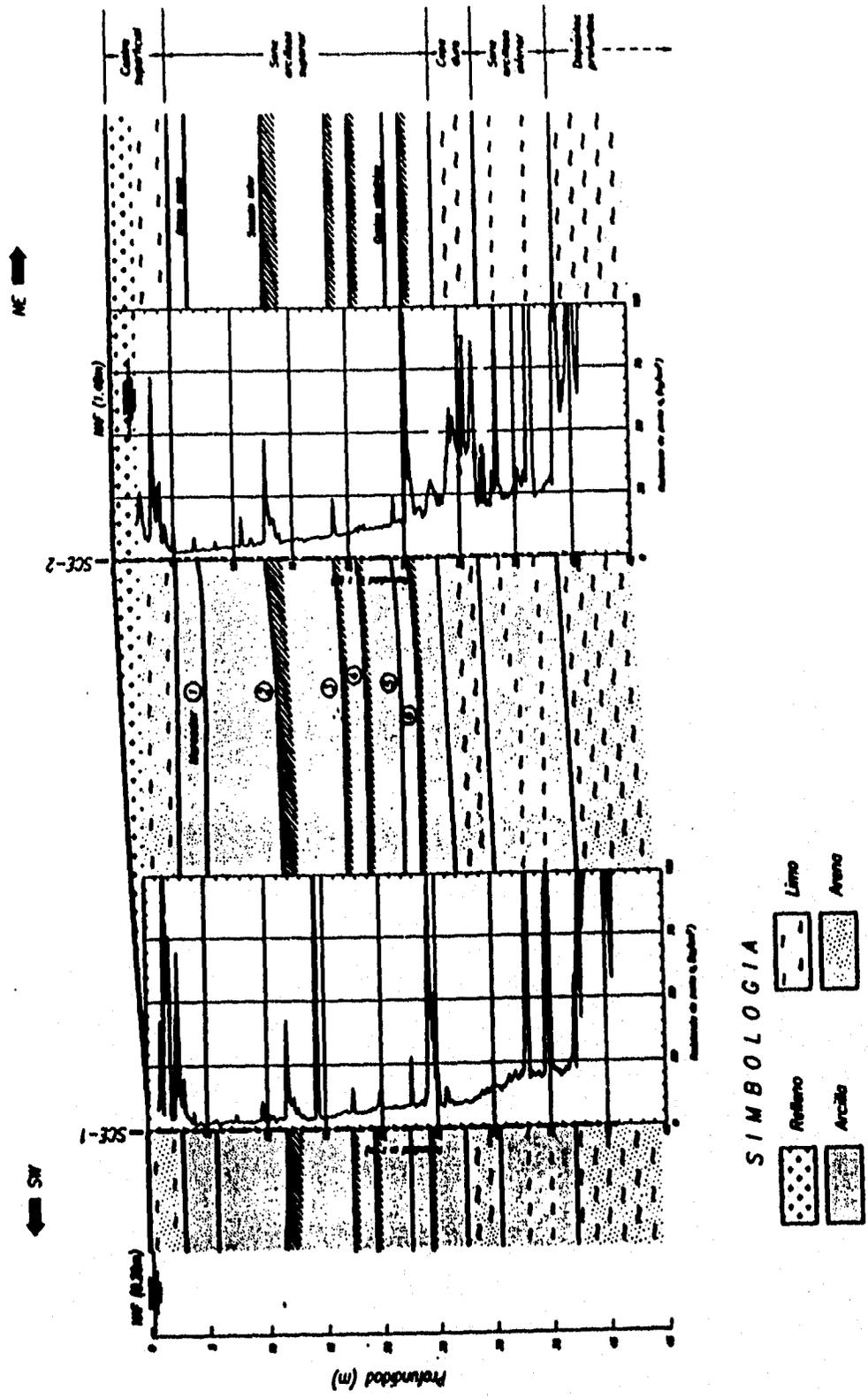


Fig 2.5 Corte estratigráfico A-A'

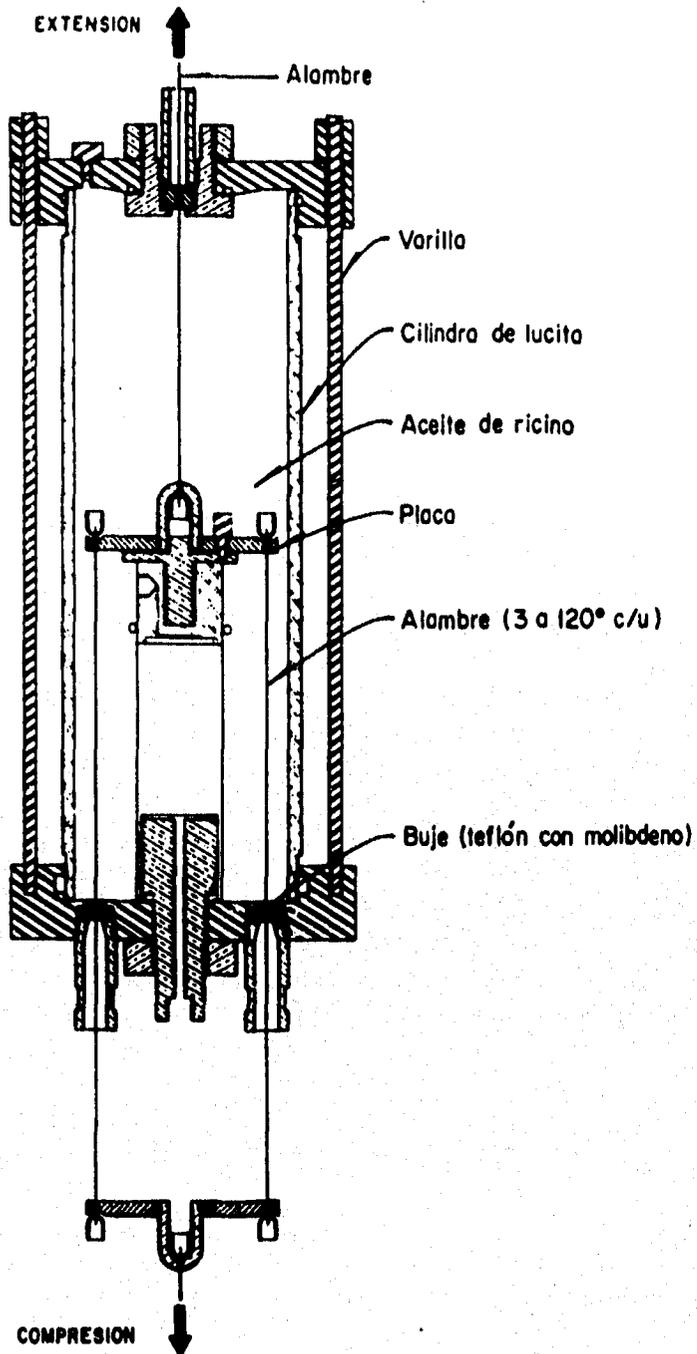


Fig 2.6 Cámara triaxial INING 7

### 3. BASES TEÓRICAS DEL MODELO

Varios autores como Schofield y Wroth, Roscoe y Burland, Ducker, DM Wood y otros, han aplicado los conceptos de plasticidad y la teoría del estado crítico a los suelos ; a continuación se muestran los conceptos necesarios para formular un modelo elasto-plástico de comportamiento del suelo, teniendo como referencia fundamental a David Muir Wood, quien describe el modelo de Cam-Clay modificado como un ejemplo particular de los modelos elasto-plásticos.

#### *3.1 Conceptos generales de la teoría de la plasticidad y la teoría del estado crítico*

Las bases de la teoría de la plasticidad surgieron a partir del estudio del comportamiento en tensión de los metales. La deformación total observada se descompone en una parte elástica y una plástica, siendo esta última irreversible.

El punto donde empiezan a aparecer las deformaciones plásticas se denomina punto de fluencia, y para lograr un incremento de deformación es necesario aumentar el esfuerzo, lo que indica un endurecimiento del material .

El concepto de punto de fluencia puede generalizarse, de modo que todos los puntos conformen una superficie de fluencia. Dicha superficie establece la frontera entre el comportamiento elástico y el plástico, ubicándose cualquier estado de esfuerzos dentro o sobre la superficie de fluencia. Esta condición se denomina de consistencia y trae como consecuencia que la superficie de falla puede ser considerada como la superficie de fluencia.

Para completar un modelo plástico, es necesario establecer una relación entre el estado de esfuerzos y la deformación plástica, para lo cual se utiliza el concepto de flujo plástico. De acuerdo con esto, se define un potencial plástico en cualquier punto de fluencia, de modo que la dirección del incremento de flujo está dada por la dirección del gradiente máximo del potencial plástico, es decir, la dirección del incremento de deformación plástica será perpendicular al potencial plástico en el punto del estado de esfuerzos.

La función que define al potencial plástico no es fácil de obtener, por lo tanto suele asumirse igual a la función de la superficie de fluencia; en este caso se dice que la regla de flujo está asociada a la superficie de fluencia.

La generalidad de los modelos plásticos utilizan superficie de fluencia de expresión matemática sencilla para simplificar las expresiones del modelo; además, generalmente emplean la regla de flujo asociado.

La teoría del estado crítico se basa en el estudio de los mecanismos de disipación de la energía dentro del esqueleto del suelo, así como en la observación del comportamiento macroscópico de los materiales. De acuerdo con Schofield y Wroth, un material se encuentra en el estado

crítico cuando, al mantener su estado de esfuerzos constante, su deformación crece indefinidamente sin variación apreciable de su volumen.

### 3.2 Algunos modelos constitutivos

#### 3.2.1 Basados en la teoría de la plasticidad

- *Tresca y Von Mises*: se han utilizado con éxito para establecer el estado de esfuerzos que produce el flujo plástico en los metales, y a partir de ellos se han desarrollado los modelos plásticos para suelos.

- *Mohr-Coloumb*: Este criterio se adapta bien al comportamiento de un suelo que se lleva hasta la ruptura cuando está normalmente consolidado, en el que se observa que su resistencia es función tanto del esfuerzo medio aplicado como de su ángulo de fricción interna.

- *Modelo de Mroz-Prévost*: este utiliza el concepto de superficies de fluencia múltiples, las cuales son circulares y circunscritas entre si en el plano desviador. Estas superficies pueden aumentar de tamaño (endurecimiento isotrópico) y desplazarse de su centro (endurecimiento cinemático). Además, emplea la regla de flujo asociada.

Los parámetros del modelo se pueden determinar a partir de los resultados de dos ensayos triaxiales no drenados, uno en compresión y otro en extensión. Dichos parámetros son: las posiciones y tamaños iniciales de las superficies plásticas, los módulos cortantes asociados, y otros que determinan la magnitud del cambio en el tamaño de las superficies de fluencia y en los valores de sus módulos asociados.

El modelo puede emplearse para simular el comportamiento de suelos bajo condiciones no drenadas y de carga alterna, aunque se ha usado en ensayos de corte simple. Puede utilizarse en el caso de suelos preconsolidados y anisotrópicos ya que considera que la preconsolidación y la anisotropía inicial del material quedan representadas por las posiciones iniciales de las superficies de fluencia.

- *Modelo de Dafalias*: tiene la particularidad de establecer el valor del incremento de la deformación plástica en función del valor del incremento y de la dirección del esfuerzo, así como de la historia de cargas que ha sufrido el material hasta el momento. A estos modelos se les denomina hipoplásticos y consideran los fenómenos de anisotropía inherente e inducida, preconsolidación y viscosidad.

El modelo parte de las ecuaciones plásticas tradicionales y considera la regla de flujo asociado. Los parámetros del modelo, para un suelo isotrópico y normalmente consolidado, pueden obtenerse a partir de los resultados de dos ensayos triaxiales no drenados; uno en compresión y otro en extensión. Puede simular el comportamiento de los suelos, tanto en condiciones drenadas como no drenadas en materiales isotrópicos o anisotrópicos, normalmente consolidados o preconsolidados y sujetos a carga monótona o alterna.

### 3.2.2 Basados en la teoría del estado crítico

Este tipo de modelos simulan con sencillez el comportamiento de arcillas normalmente consolidadas; sin embargo, han requerido continuas modificaciones para simular adecuadamente el comportamiento del material bajo carga alterna y los fenómenos de expansión.

El uso combinado de los conceptos de deformación-endurecimiento-plasticidad (Drucker, 1957) y de las ideas sobre el estado crítico de suelos (Roscoe, Schofield y Wroth, 1958; Schofield y Wroth, 1968) han proporcionado trabajos en los cuales se investigan las relaciones esfuerzo-deformación y el comportamiento de los suelos. Los modelos del estado crítico se han desarrollado y modificado para lograr una semejanza entre las predicciones y las observaciones experimentales.

A continuación se mencionan modelos basados en la teoría del estado crítico que han sido revisados y comparados con resultados de ensayos triaxiales de compresión en muestras de arcilla. Todos estos están basados en una serie de hipótesis, que proveen una predicción real para un suelo particular en una investigación particular:

- *Modelo Cam-Clay*: (Roscoe y Schofield, 1936 y Schofield y Wroth, 1968). Fue el primero en hacer uso de los conceptos del estado crítico, el principal aspecto de este modelo es la ecuación de trabajo que da directamente la ecuación para el potencial plástico y al asumir la ley de la normalidad, da una ecuación para la superficie de fluencia.

Se requieren cuatro parámetros para definir el modelo:  $M$ , pendiente de la línea del estado crítico en el plano  $p':q$ ;  $\lambda$ , pendiente de la línea de consolidación virgen en el plano  $e:\ln p'$ ;  $k$ , pendiente de las líneas de carga-descarga en el plano  $e:\ln p'$  y  $e_1$ , relación de vacíos en la línea de consolidación para una presión de referencia (este parámetro depende de las unidades escogidas).

- *Modelo Cam-Clay modificado*: (Roscoe y Burland, 1968). Este modelo difiere del Cam-Clay en la expresión adoptada para la ecuación del trabajo. Asume una plasticidad asociada de nuevo y la superficie de fluencia y el potencial plástico se grafican como elipses. El modelo se define con los mismos parámetros que el anterior.

- *Modelo Drammen-Clay*: (Van Eeklen y Potts, 1987). Este modelo describe adecuadamente el comportamiento de la arcilla de Drammen bajo carga monótona. Se adopta la plasticidad no asociada y se postula la superficie de fluencia para suelos preconsolidados. Para el comportamiento de suelos normalmente consolidados el modelo está definido por los cuatro parámetros  $M, \lambda, k, e_1$ .

- *Modelo Nova y Wood*: (Nova y Wood, 1979). Este es una variación interesante de las ideas del estado crítico donde las ecuaciones de las superficies de fluencia y el potencial plástico difieren dependiendo si la relación de esfuerzos,  $\eta = q/p'$ , si es menor o mayor que  $M/2$ . Se requieren cinco parámetros para definir el modelo,  $M, \lambda, k$  descritos para los modelos

anteriores excepto que  $\lambda, k$  ahora relacionan las deformaciones volumétricas con  $\ln p$ . Se requieren dos parámetros adicionales  $n, m$ , los cuales son asociados con la regla de flujo y la función de la superficie de fluencia.

Actualmente existe una versión modificada de los modelos basados en la teoría del estado crítico (Modelos de Cambrige) con la cual se superan algunas de las deficiencias del modelo original. En este se incorpora el criterio de falla de Hvorslev, el cual representa un caso especial del criterio de falla de Mohr-Coulomb, donde la parte cohesiva de la resistencia no es constante sino que se expresa como una función exponencial del contenido de agua del material.

### ***3.3 Plasticidad y fluencia***

El comportamiento de un material elástico se describe mediante la teoría de Hooke, la cual considera que existe una relación lineal esfuerzo-deformación; sin embargo muchos estados de deformaciones pueden corresponder a un estado de esfuerzos y viceversa; al aplicar, por ejemplo, una tensión a un hilo de cobre, este sigue una curva de carga y al quitar dicha carga la deformación no se recupera y se deja una extensión permanente; si se vuelve a aplicar una carga mayor a la carga previa máxima se observa una respuesta elástica, partiendo esta un poco después de la carga máxima alcanzada.

Para describir el comportamiento de los metales los modelos más adecuados son entonces los elasto-plásticos, en donde la extensión irrecuperable permanente se asocia a deformaciones plásticas, y define la nueva referencia de estados en los cuales se observan respuestas elásticas siempre y cuando no se exceda la carga máxima alcanzada. La fluencia se asocia a una transición de respuesta en la que la rigidez del material se reduce notoriamente. Las curvas de esfuerzo-deformación permiten determinar tales transiciones que corresponden a puntos de fluencia.

La fig 3.1 muestra el desarrollo de deformación plástica y el constante incremento de carga de fluencia o el límite elástico para un hilo de cobre sometido a una tensión simple uniaxial. Este tipo de respuesta se da también en un tubo de pared delgada del mismo material bajo pura tensión y descarga; es la misma si el tubo es sometido a ciclos incrementales de carga y descarga en tensión o torsión puras.

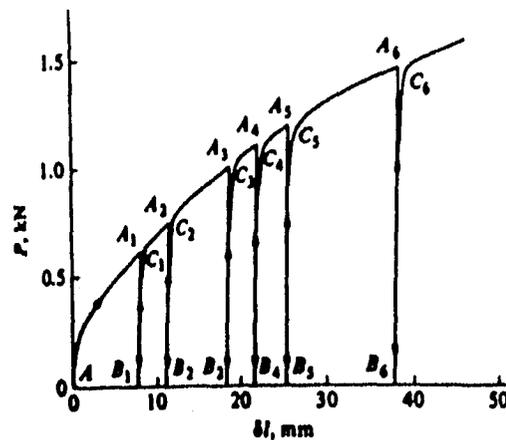


Fig 3.1 Ensayo de tensión y descarga en un hilo de cobre (Taylor y Quinney, 1931)

Las curvas de fluencia definen la combinación de tensión  $P$  y torsión  $Q$  para la cual empiezan a ocurrir deformaciones plásticas, y su forma puede predecirse de suposiciones teóricas sobre el criterio de fluencia de los metales; el más satisfactorio se expresa en términos de esfuerzos.

El esfuerzo en un elemento de metal de un tubo de pared delgada en tensión axial es:

$$\sigma_z = \frac{P}{2\pi r t} \quad 3.1$$

y el esfuerzo cortante en plano transversal y longitudinal es:

$$\tau_{z\theta} = \tau_{\theta z} = \frac{Q}{2\pi r^2 t} \quad 3.2$$

donde  $P$  es la tensión,  $Q$  la torsión,  $r$  y  $t$  el radio y el espesor del tubo. En ausencia de presiones internas y externas el esfuerzo normal a través del tubo (el cual es el esfuerzo principal) y el esfuerzo tangencial normal en el tubo son cero.

$$\sigma_r = \sigma_2 = \sigma_\theta = 0 \quad 3.3$$

y los otros dos esfuerzos principales son:

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_z}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_z}{2}\right)^2 + \tau_{\theta z}^2} \quad 3.4$$

Existen varios criterios de fluencia como los de Tresca y Von Mises que son bien conocidos y usan la teoría de la plasticidad. De acuerdo con Tresca, la fluencia ocurre cuando el máximo

esfuerzo cortante en el material alcanza el valor crítico, que puede ser escrito en términos de esfuerzos principales  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  y  $\sigma_3$  así:

$$\max(\sigma_i - \sigma_j) = 2c \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad 3.5$$

donde  $2c$  es el esfuerzo de fluencia en tensión uniaxial y donde  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  y  $\sigma_3$  son los esfuerzos principales mayor, menor o intermedio y se usan como ejes del plano ortogonal cartesiano para definir un espacio de esfuerzos principales.

La ecuación 3.5 describe un hexágono prismático regular cuyo centro está sobre la diagonal espacial, la línea en la que los tres esfuerzos principales son iguales (fig 3.2). La superficie de este prisma, relaciona las combinaciones de esfuerzos principales en las que ocurre la fluencia y se llama superficie de fluencia. Para tubos de pared delgada, el criterio de Tresca es:

$$2\sqrt{\left(\frac{\sigma_z}{2}\right)^2 + \tau_{\theta z}^2} = 2c$$

$$\text{o} \quad \sigma_z^2 + 4\tau_{\theta z}^2 = 4c^2 \quad 3.6$$

que es una elipse en el plano  $\sigma_z : \tau_{\theta z}$  (fig 3.3) e implica que en torsión pura ( $\sigma_z = p = 0$ ) ocurre la fluencia para  $\tau_{\theta z} = c$ .

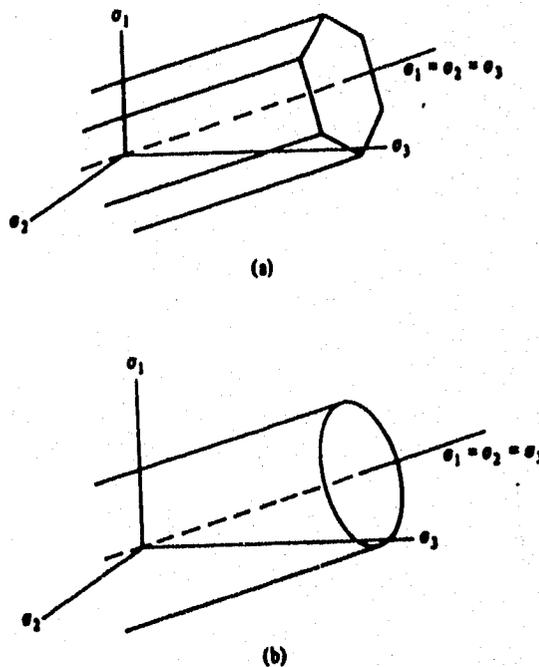


Fig 3.2 Superficie de fluencia de acuerdo a los criterios de a) Tresca y b) Von Mises

De acuerdo con Von Mises, la fluencia ocurre cuando el segundo invariante de tensor de esfuerzos alcanza el valor crítico, es decir, cuando el estado de esfuerzos principales alcanza una distancia crítica del espacio de la diagonal (fig 3.2 b). Este define una superficie de fluencia circular con centro en esta línea de la siguiente manera:

$$(\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 + (\sigma_1 - \sigma_2)^2 = 8c^2 \quad 3.7$$

donde  $2c$  es el esfuerzo de fluencia en tensión uniaxial. La distancia de la diagonal al estado de esfuerzos principales indica la magnitud de los esfuerzos distorsionales, por lo tanto, una interpretación del criterio de Von Mises es que la fluencia ocurre cuando la energía de deformación elástica de distorsión alcanza un valor crítico.

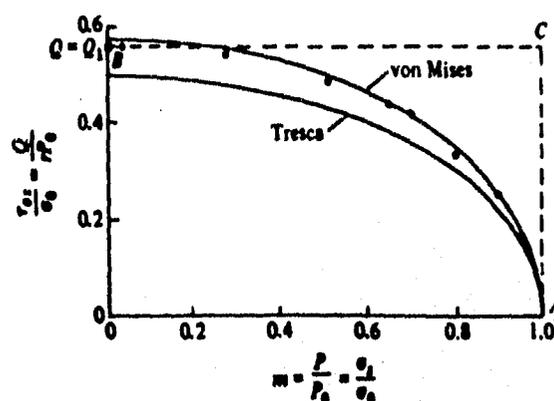


Fig 3.3 Puntos de fluencia observados en ensayos de tensión y torsión combinados comparados con las curvas de fluencia de Tresca y Von Mises (datos de Taylor y Quinney, 1931).

Para tubos de pared delgada combinando tensión y torsión, el criterio de Von Mises es:

$$\sigma_z^2 + 3\tau_{\theta z}^2 = 4c^2 \quad 3.8$$

La cual también es una elipse en el plano  $\sigma_z, \tau_{\theta z}$ , pero esta implica que en torsión pura la fluencia ocurre para  $\tau_{\theta z} = 2c/\sqrt{3}$ .

Graficando datos experimentales de fluencia y determinando  $2c = \sigma_0 = P_0/2\pi r t$  se encuentra que los puntos de fluencia se acercan más a la elipse de Von Mises (fig 3.3); la diferencia entre los dos criterios no es grande, y matemáticamente es más conveniente el uso del criterio de Tresca.

Los datos de deformación pueden presentarse en diagramas de esfuerzos en los cuales se dibujan los puntos de fluencia. El trabajo impuesto a un tubo por unidad de volumen de un material, sometido a una extensión  $\delta l$  y una torsión  $\delta \theta$  producidas por una tensión  $P$  y un torque  $Q$ , es:

$$\delta W = \frac{P\delta l + Q\delta\theta}{2\pi r l} \quad 3.9$$

Y este puede ser escrito en términos de  $\sigma_z$  y  $\tau_{\theta z}$  así:

$$\delta W = \sigma_z \frac{\delta l}{l} + \tau_{\theta z} \frac{r\delta\theta}{l} \quad 3.10$$

La deformación plástica puede representarse con vectores incrementales para cada punto de fluencia, según se muestra en la fig 3.4; la dirección de cada vector indica la cantidad relativa de torsión plástica y extensión que ocurre cuando se alcanza la curva de fluencia. Los vectores son aproximadamente normales a la elipse de Von Mises.

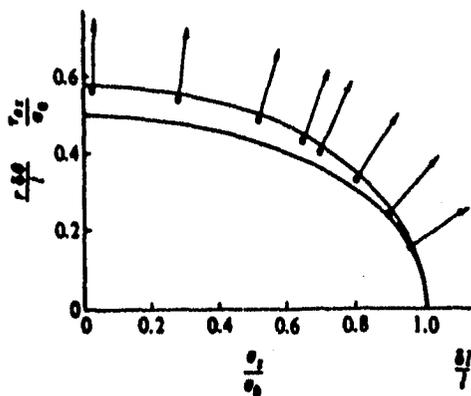


Fig 3.4 Vectores de deformación plástica para cada punto de fluencia de ensayos en el hilo de cobre (Taylor y Quinney, 1931)

Los incrementos de deformación deben relacionarse con los incrementos de esfuerzos principales, en, o después, de la fluencia. Para un material isotrópico, el eje principal de incremento de deformación y el de esfuerzos principales coinciden después de la fluencia.

La relación entre mecanismos de deformación plástica y de la curva de fluencia se aprecian en las figs. 3.4 y 3.5, que implican que las direcciones de los vectores incrementales de deformación plástica no están determinadas por la ruta a través del espacio de esfuerzos que se desarrolla para alcanzar la superficie de fluencia, sino por la combinación particular de esfuerzos de un punto desde el cual se alcanzó la superficie de fluencia. Esta es una característica particular del comportamiento de materiales plásticos.

La discusión de la fluencia en los metales que se presentó en los párrafos anteriores, sólo considera el caso de tensión uniaxial. El ensayo de mecánica de suelos equivalente es la prueba del odómetro, usada para estudiar las características de compresibilidad del suelo en una dirección. Los resultados del ensayo se grafican teniendo en las ordenadas parámetros volumétricos y en las abscisas el esfuerzo efectivo en escala logarítmica, si se cambian los ejes de dicha gráfica resulta similar al comportamiento del cobre. (fig 3.6)

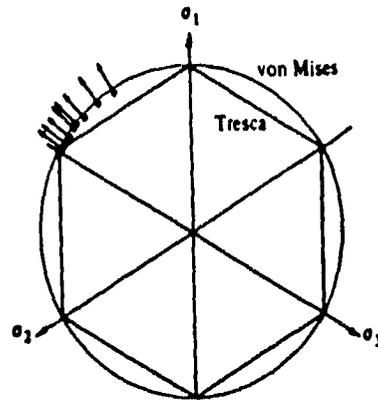


Fig 3.5 Puntos de fluencia y vectores de deformación plástica para los ensayos en el hilo de cobre en vista tridimensional de esfuerzos principales

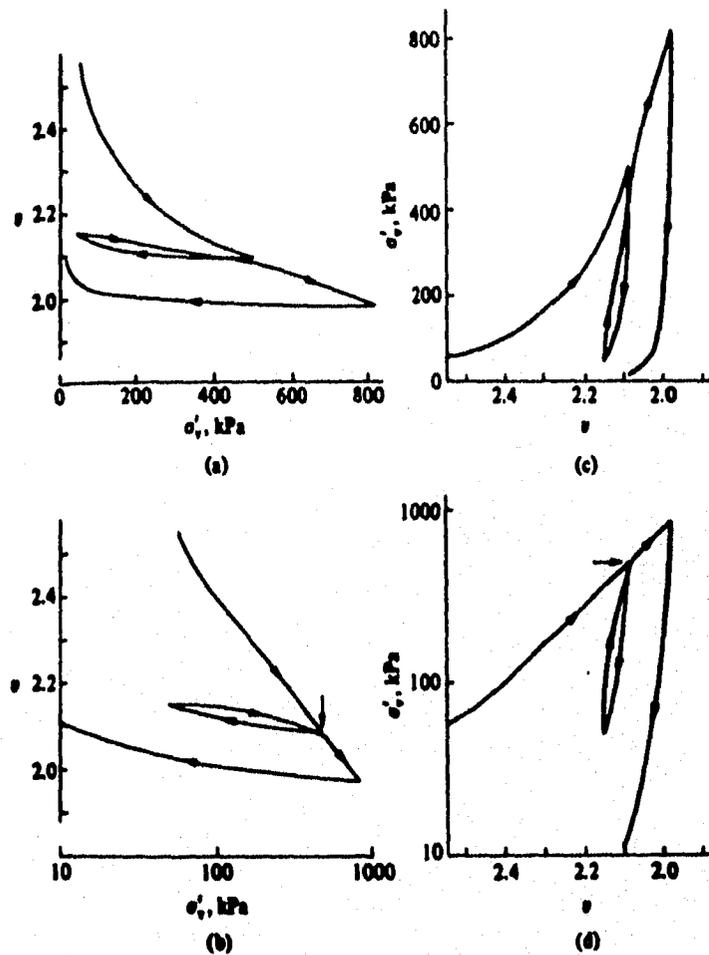


Fig 3.6 Consolidación unidimensional en prueba del odómetro. a) Volumen específico  $v$  y esfuerzo vertical  $\sigma'_v$ . b) volumen específico y esfuerzo vertical en escala logarítmica. c) Esfuerzo vertical y volumen específico. d) Esfuerzo vertical en escala logarítmica y volumen específico. (datos de Al-Tabbaa, 1987)

En los ensayos de odómetro se determina una presión de preconsolidación (presión a la cual la resistencia llega a la falla rápidamente y en la que la pendiente de la curva  $v:\log\sigma'_v$  muestra un cambio súbito), la cual se considera como el punto de fluencia del suelo. Puede suponerse que la respuesta del ensayo del odómetro es rígida y elástica para esfuerzos abajo de la presión de preconsolidación; si se excede y luego se reducen los esfuerzos, se puede determinar la respuesta elástica.

La presión de consolidación es el ejemplo más común de fluencia de suelos, pero un parámetro similar puede encontrarse en ensayos de compresión isotrópica (fig 3.7) o compresión drenada (fig 3.7c). En ambos ensayos el punto de fluencia se observa cuando se aprecia un cambio brusco en la rigidez.

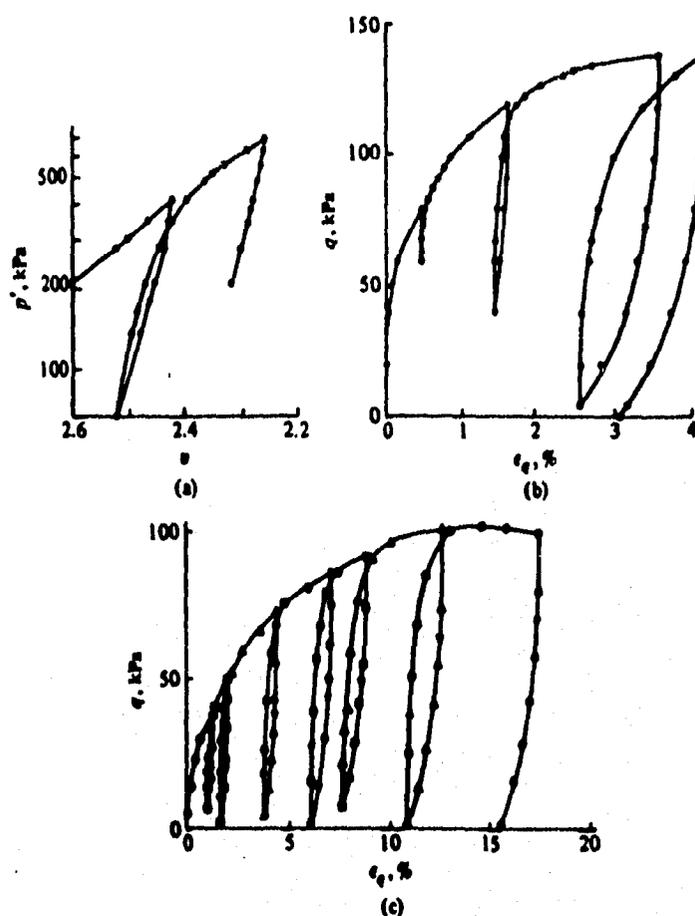


Fig 3.7 a) Consolidación isotrópica. b) Triaxial no drenado (Roscoe y Burland, 1968). c) Ciclos de compresión y descarga para un constante esfuerzo efectivo (Wood, 1974)

La gráfica de resultados del ensayo del odómetro o del ensayo de compresión con un eje logarítmico tiende a disimular el progresivo incremento en resistencia que ocurre cuando la carga es incrementada después de la fluencia en tensión uniaxial del alambre de cobre. El metal no tiene confinamiento lateral, por lo que los esfuerzos laterales no cambian a medida que

aumenta la deformación; en cambio, el ensaye del odómetro es confinado lateralmente y el esfuerzo lateral produce una compresión unidimensional; en el que también se aprecian esfuerzos cortantes y el efecto dominante es un incremento general del esfuerzo medio lo que produce un incremento en resistencia.

Como un ejemplo tres muestras idénticas de suelo, a una misma profundidad se someten a tres diferentes pruebas triaxiales, todas en equilibrio bajo la misma presión de cámara y con esfuerzos efectivos indicados en el estado A, (fig 3.8) de la siguiente manera:

- La muestra 1 se somete a una compresión isotrópica con incremento de presión de cámara (fig 3.8 b) y el punto de fluencia  $Y_1$  es observado donde la rigidez de la muestra cambia marcadamente.
- La muestra 2 se somete a una compresión unidimensional, controlando la presión de cámara de modo que se incremente el esfuerzo axial para evitar que se produzca la deformación lateral. El punto de fluencia  $Y_2$  se observa donde la rigidez de la muestra cambia bruscamente. (fig 3.8 a,c)
- La muestra 3 se somete a un ensaye convencional de compresión no drenado con medición de presión de poro. El punto de fluencia  $Y_3$  se observa en la gráfica esfuerzo desviador contra deformación por corte, cuando la rigidez cambia bruscamente.

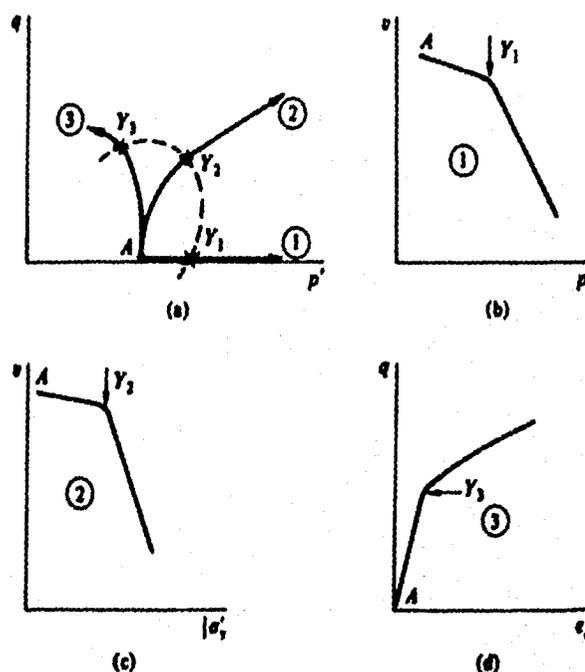


Fig 3.8 a) Trayectoria de esfuerzos efectivos; b) Compresión isotrópica (1), volumen específico y esfuerzo efectivo  $p'$ ; c) Ensayo de consolidación unidimensional (2), volumen específico y esfuerzo vertical efectivo  $\sigma'_v$ ; d) Compresión no drenada (3), esfuerzo desviador  $q$  y deformación cortante  $\epsilon_q$

Los tres ensayos han sido realizados de diferentes formas dentro de los límites de la región elástica para un suelo con una historia particular. Uniendo los puntos de fluencia observados en los tres, puede determinarse una curva de fluencia, la cual puede considerarse como general para una presión de consolidación dada.

### 3.4 Modelos elasto-plásticos para suelos

El primer paso para construir un modelo elasto-plástico general pero simple es observar experimentalmente la superficie de fluencia, los esfuerzos que se encuentren dentro de ella tienen un comportamiento elástico y los esfuerzos en la superficie de fluencia un comportamiento elasto-plástico.

Una superficie de fluencia marca el límite de la región elástica de estados de esfuerzos, la relación entre los incrementos de esfuerzos y de deformaciones puede establecerse si se conocen las propiedades elásticas del suelo. Por conveniencia, se asume que el suelo se comporta isotrópicamente y elásticamente dentro de la superficie de fluencia, entonces la relación entre esfuerzos y deformaciones se da por:

$$\begin{bmatrix} \delta\varepsilon_p \\ \delta\varepsilon_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/K' & 0 \\ 0 & 1/3G' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta p' \\ \delta q \end{bmatrix} \quad 3.11$$

donde  $\varepsilon_p$  es la deformación volumétrica,  $\varepsilon_q$  es la deformación cortante,  $K'$  es el módulo de masa,  $G'$  el módulo de corte,  $p'$  el esfuerzo efectivo octaédrico y  $q$  el esfuerzo desviador; y los cambios recuperables de volumen son asociados solo con cambios de esfuerzos efectivos  $p'$  únicamente.

Una muestra particular de suelo con una superficie de fluencia  $\gamma_l$  en el plano  $p':q$  mostrada en la fig 3.9, tiene un volumen específico  $v$  determinado para un estado de esfuerzos efectivos A, ubicado dentro de la superficie de fluencia. Ese punto puede dibujarse en el plano de compresión  $p':v$  (fig 3.9 b). Un cambio de esfuerzos de A hacia B en la fig 3.9 a implica un cambio de volumen; así, un nuevo punto B puede ser dibujado en el plano de compresión (fig 3.9 b). Como los estados de esfuerzos dentro de la superficie de fluencia son conocidos se obtienen una serie de puntos formando una línea de descarga url (fig 3.9 b).

La posición, forma y tamaño de la superficie de fluencia para un suelo mostrado en la fig 3.9 resulta de la historia de carga del suelo, que puede ser como la compresión unidimensional y los parámetros asociados a ella u otra forma de compresión como la normal anisotrópica, forman una línea recta como la línea OC en el plano  $p':q$  (fig 3.9 a) y la superficie de fluencia pasa por el punto C (máxima compresión). La combinación del volumen específico  $v$  y el esfuerzo efectivo para varios estados de compresión se ubican en la línea ncl para el punto de compresión máxima C.

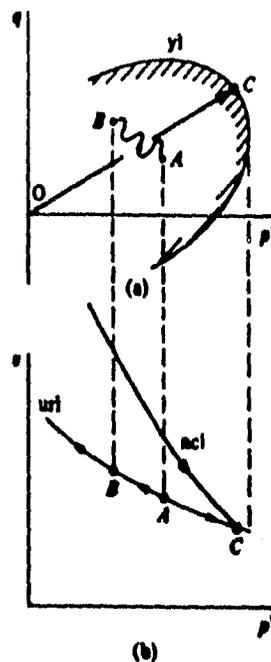


Fig 3.9 Línea de consolidación ncl, superficie de fluencia yl, y línea de carga-descarga url

La ecuación para la línea ncl en la gráfica de compresión con escala logarítmica natural es (fig 3.10):

$$v = v_{\lambda} - \lambda \ln p' \quad 3.12$$

Y la ecuación para la línea url es:

$$v = v_k - k \ln p' \quad 3.13$$

Donde  $\lambda$  y  $k$  son las pendientes de las líneas y  $v_{\lambda}$ ,  $v_k$  son las intersecciones de estas líneas con la recta  $P=1$  (presión de referencia).

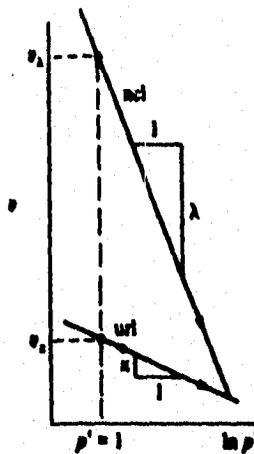


Fig 3.10 Línea de consolidación del suelo ncl y de descarga url

Cuando los resultados de ensayos de odómetro se grafican con el eje x en  $\log_{10}$ , la respuesta en carga y descarga se describe usando el índice de compresibilidad  $C_c$  y de descarga  $C_s$  (fig 3.11), tal que la ecuación de compresión es:

$$v = v_c - C_c \log_{10} \sigma'_v \quad 3.14$$

Y la ecuación de la descarga es:

$$v = v_s - C_s \log_{10} \sigma'_v \quad 3.15$$

Donde  $v_c$  y  $v_s$  son las intersecciones con  $\sigma'_v = 1$ .

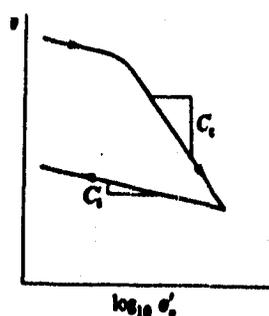


Fig 3.11 Índice de compresibilidad  $C_c$  y de descarga  $C_s$

La principal diferencia entre las ecuaciones 3.12 y 3.13 y las ecuaciones 3.14 y 3.15 es el uso de  $\log_{10}$  y  $\ln$ , por lo que las pendientes de ambas líneas pueden relacionarse así:

$$C_c = \lambda \ln 10 \approx 2.3\lambda \quad 3.16$$

$$C_s = k \ln 10 \approx 2.3k \quad 3.17$$

La ecuación 3.13 puede escribirse en forma incremental:

$$\delta v^e = -k \frac{\delta p^e}{p} \quad 3.18$$

Donde el superíndice  $e$  indica que los cambios son recuperables en volumen, y el signo negativo se debe a que en la mecánica de suelos los esfuerzos y deformaciones de compresión se consideran positivos; por lo tanto un incremento en el volumen específico  $\delta v$  produce un incremento de deformación volumétrica:

$$\delta \varepsilon_v = \frac{-\delta v}{v} \quad 3.19$$

La expresión 3.18 puede escribirse como:

$$\delta \varepsilon_p' = k \frac{\delta p'}{vp'} \quad 3.20$$

Por comparación con 3.11, esta implica:

$$K' = \frac{vp'}{k} \quad 3.21$$

Una pendiente constante  $k$  de la línea de carga-descarga en el plano de compresión semilogarítmico implica un módulo de masa  $K'$  que aumenta con el esfuerzo  $p'$ .

Para suelos elásticos isotrópicos los cambios en el esfuerzo desviador  $q$  dentro de la superficie de fluencia no producen cambios en volumen pero producen esfuerzos cortantes  $\delta \varepsilon_q'$  que pueden calcularse de 3.11 con un valor apropiado de  $G'$ :

$$G = \frac{3(1-2\nu)K'}{2(1+\nu)} \quad 3.22$$

donde  $\nu$  es la relación de Poisson.

*-Deformaciones plásticas volumétricas y endurecimiento plástico:*

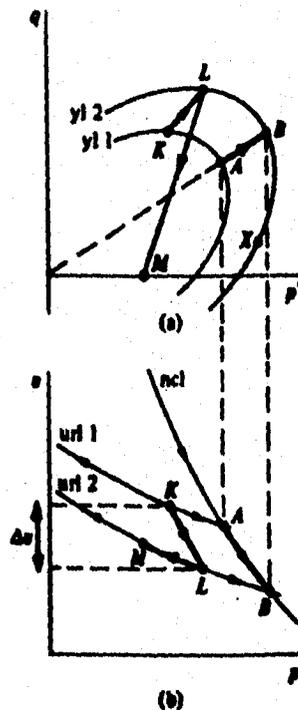


Fig 3.12 a) Expansión de la superficie de fluencia  $y_1$  a  $y_2$ . b) Cambio en la línea de descarga de  $url_1$  a  $url_2$

En la fig 3.12 se observa que la superficie de fluencia  $y_2$  que pasa por L y la superficie de fluencia  $y_1$  que pasa por K tienen la misma forma. La superficie de fluencia  $y_1$  es tal que el suelo fue normalmente consolidado en A, el punto K se establece en el plano de compresión en la línea  $url_1$  a partir del punto A. La superficie de fluencia  $y_2$  no es conocida, suponiendo que tiene la misma forma de la anterior, se obtiene al comprimir el suelo hasta un estado de esfuerzos dado por el punto B, y luego descargando el suelo hasta L, ubicándose este último en el plano  $p:q$  en la superficie  $y_2$ .

El cambio total de volumen que hay entre el estado de esfuerzos K y L es la distancia vertical entre ellos en el plano de compresibilidad, siendo este la suma del cambio elástico recuperable y del irrecuperable plástico:

$$\Delta v = \Delta v^e + \Delta v^p \quad 3.23$$

La respuesta de un alambre de cobre al someterlo a carga y descarga es la misma que la que experimenta el suelo. En el caso del metal en el punto  $A_2$  (fig 3.13) la deformación consta de dos partes: elástica y plástica, la parte recuperable es dada por la descarga del cobre hasta  $B_2$ , y la irrecuperable es la separación sobre el eje  $P=0$  entre los puntos  $B_1$  y  $B_2$ , sin embargo las propiedades elásticas del cobre no cambian con el incremento de deformación irrecuperable, entonces la parte irrecuperable en el ciclo de carga  $B_1C_1A_2B_2$  se obtiene por la horizontal para  $P = cte$  en cualquier valor de carga.

Una analogía directa se hace con la respuesta del suelo (fig 3.13). Para el cobre la línea  $B_1C_1$  es la unión de una serie de combinaciones elásticas de tensión y extensión, y para el suelo la línea de carga-descarga  $url_1$  es la unión de series de combinaciones elásticas de esfuerzos medios y volumen específico. Para el suelo entonces, el cambio irrecuperable de volumen  $\Delta v^p$  es la distancia entre las dos líneas de carga-descarga para un esfuerzo medio constante.

La ecuación de la línea de carga-descarga  $url_1$  es:

$$v = v_{k1} - k \ln p' \quad 3.24$$

Y la ecuación de la línea de carga-descarga  $url_2$  es:

$$v = v_{k2} - k \ln p' \quad 3.25$$

El cambio irrecuperable en volumen es simplemente la intersección  $v_k$  en la ecuación de la línea de carga-descarga:

$$\Delta v^p = \Delta v_k = v_{k2} - v_{k1} \quad 3.26$$

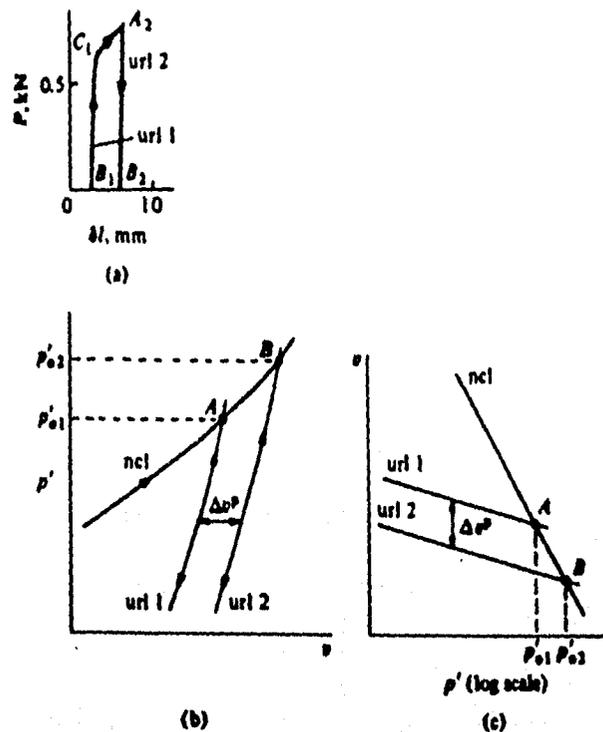


Fig 3.13 a) Comportamiento elástico y plástico en ciclos de carga y descarga del hilo de cobre (Taylor y Quinney, 1931). b) Consolidación  $ncl$  y líneas de descarga  $url1$  y  $url2$  del suelo. Esfuerzo efectivo y volumen específico en escala aritmética. c) Esfuerzo efectivo en escala logarítmica

Existe una expresión alterna para el cambio de volumen no recuperable, la cual se obtiene observando la región del plano de compresión donde la línea de carga-descarga se une con la línea de consolidación virgen. El punto  $A$  en la fig 3.12 y 3.13 (b y c) es el punto correspondiente a  $p' = p'_{01}$  y el punto  $B$  es el correspondiente a  $p' = p'_{02}$ , siendo el cambio irrecuperable de volumen entre las líneas  $url1$  y  $url2$  el obtenido cuando el esfuerzo normal de compresión es incrementado de  $p'_{01}$  a  $p'_{02}$  y luego reducido a  $p'_{01}$  de nuevo. De 3.12 y 3.13 es:

$$\Delta v^p = -\lambda \ln \left( \frac{p'_{02}}{p'_{01}} \right) + k \ln \left( \frac{p'_{02}}{p'_{01}} \right) \quad 3.27$$

$$\Delta v^p = -(\lambda - k) \ln \left( \frac{p'_{02}}{p'_{01}} \right) \quad 3.28$$

Donde el primer término de 3.27 representa el cambio total de volumen cuando el esfuerzo medio es incrementado de  $A$  a  $B$  y el segundo es la parte recuperable de volumen cuando el esfuerzo medio es reducido. Sacando el límite a la ecuación 3.28:

$$\delta v^p = -(\lambda - k) \frac{\delta p'_0}{p_0} \quad 3.29$$

Y en términos de deformaciones:

$$\delta \varepsilon_p^p = (\lambda - k) \frac{\delta p'_0}{v p_0} \quad 3.30$$

Las ecuaciones 3.29 y 3.30 que expresan cambios volumétricos son similares a las ecuaciones 3.18 y 3.20 para cambios elásticos volumétricos, siendo los factores de estas diferentes:  $(\lambda - k)$  controla las deformaciones plásticas y es aproximadamente cuatro veces mayor que  $k$  el cual controla las deformaciones elásticas; los cambios elásticos de volumen ocurren cuando hay cambios en el esfuerzo  $p'$  y los cambios plásticos de volumen ocurren cuando el tamaño de la superficie de fluencia cambia, asociada a un esfuerzo de consolidación  $p'_0$ . Por lo tanto el incremento total de volumen en términos de deformación es la suma de las componentes elástica y plástica:

$$\delta \varepsilon_p = \delta \varepsilon_p^e + \delta \varepsilon_p^p \quad 3.31$$

$$\text{ó} \quad \delta \varepsilon_p = k \frac{\delta p'}{p} + (\lambda - k) \frac{\delta p'_0}{p_0} \quad 3.32$$

Cuando el suelo es normalmente consolidado el estado de esfuerzos está al extremo de la superficie de fluencia ( A, B y C en la fig 3.14 ) y  $p' = p'_0$ , por lo tanto el incremento de deformación volumétrica es:

$$\delta \varepsilon_p = \lambda \frac{\delta p'}{v p} \quad 3.33$$

Y el cambio total en volumen específico es:

$$\delta v = -\lambda \frac{\delta p'}{p} \quad 3.34$$

El cual integrado vuelve a ser la ecuación de la línea de consolidación virgen del suelo:

$$v = v_r - \lambda \ln p' \quad 3.12 \text{ bis}$$

La deformación volumétrica plástica puede estar asociada con el cambio de tamaño de la superficie de fluencia, apreciado en la gráfica 3.15 a, alcanzado por cualquiera de las trayectorias de esfuerzos AB, CD, EF, GH, KL, MN o PQ. El cambio recuperable de volumen asociado a cada una de estas trayectorias puede ser diferente. Sin embargo cada trayectoria forma un lazo entre las dos superficies de fluencia y el cambio en  $p'_0$  (el cual indica el tamaño de la superficie de fluencia) causado por cada trayectoria es el mismo; de aquí, con la ecuación 3.29 se concluye que el cambio de volumen irre recuperable es el mismo.

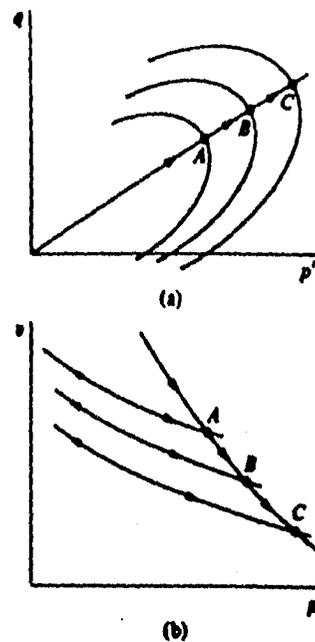


Fig 3.14 Superficies de fluencia sucesivas y líneas de carga-descarga resultantes de compresión normal

La deformación plástica volumétrica es una parte de la deformación plástica total y es necesario obtener también la deformación cortante plástica que puede ocurrir. Al discutir la deformación plástica del tubo delgado de cobre se concluyó que la dirección del vector incremental de deformación plástica está gobernada por la combinación particular de esfuerzos con el cual se alcanza la superficie de fluencia y no por la ruta de esfuerzos seguida para alcanzar dicha superficie.

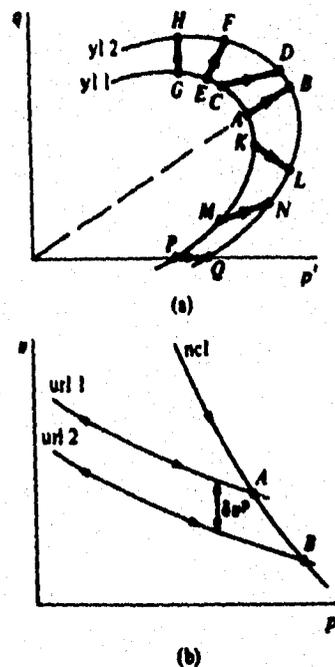


Fig 3.15 Pruebas de esfuerzos entre dos superficies de fluencia

Suponiendo que la fluencia ocurre en un estado de esfuerzos  $p':q$  (fig 3.16), esta se asocia a la ocurrencia de una deformación plástica volumétrica irrecuperable  $\delta\epsilon_v^p$  y una deformación cortante plástica  $\delta\epsilon_s^p$ . Las magnitudes de estas dos componentes de deformación se grafican con ejes paralelos a  $p'$  y  $q$  para formar un vector incremental de deformación plástica  $YS$  (fig 3.16 a), el cual debe ser ortogonal a la superficie de fluencia.

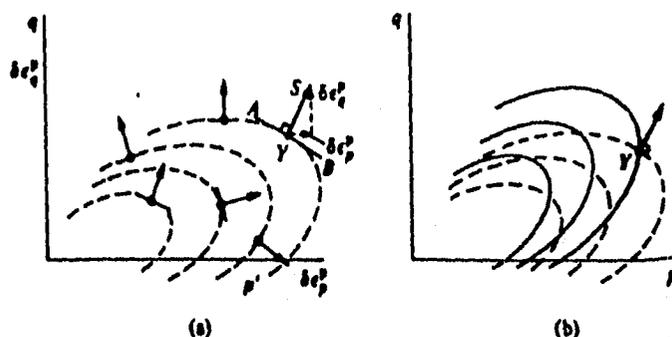


Fig 3.16 a) Vectores incrementales de deformación plástica normales a la familia de curvas de potencial plástico; b) Familia de curvas de potencial plástico (---) y de superficies de fluencia (—)

Para cada combinación de esfuerzos se dibuja un vector de deformación plástica con su correspondiente línea tangente. Al unir todos los vectores se forma una familia de curvas para las cuales los vectores incrementales de deformación plástica son ortogonales. Cada una de estas curvas se conoce como potencial plástico y define el mecanismo de deformación plástica.

Si se tiene el mecanismo de deformación plástica, pueden conocerse las magnitudes relativas de la distorsión plástica (cambio en la forma o esfuerzo cortante) y del cambio plástico de tamaño (o deformación volumétrica), así como la magnitud de la deformación plástica total y así se completa la descripción del comportamiento plástico del suelo.

De acuerdo con la teoría de la plasticidad de los metales, se concluye que el potencial plástico y la superficie coinciden. Si se acepta esto como hipótesis para definir un modelo de comportamiento del suelo, el número de funciones que deben especificarse para describir la respuesta plástica se reduce a uno.

Si la superficie de fluencia y el potencial plástico son iguales, el material obedece al postulado de normalidad, así el vector incremental de deformación plástica es normal a la superficie de fluencia; es decir, el material sigue una ley o flujo asociado.

La matriz plástica que relaciona incrementos de esfuerzos efectivos  $\delta p'$  y  $\delta q$  en una cámara triaxial, correspondiente a incrementos de deformación irrecuperable  $\delta\epsilon_v^p$  y  $\delta\epsilon_s^p$  se obtiene de la siguiente manera:

Suponiendo que el suelo está en fluencia:

$$f(p', q, p_0') = 0 \quad 3.35$$

La función  $f$  define las condiciones límite de la región elástica en términos de las combinaciones posibles de esfuerzos efectivos en el plano  $p':q$ .

Suponiendo que el potencial plástico es:

$$g(p', q, \zeta) = 0 \quad 3.36$$

donde  $\zeta$  es un parámetro que controla el tamaño del potencial plástico.

El incremento de deformación plástica forma un mecanismo de deformación plástica relacionado con la normal al potencial plástico del estado de esfuerzos efectivos así:

$$\delta \varepsilon_p^p = x \frac{\partial g}{\partial p'} \quad 3.37$$

$$\delta \varepsilon_q^p = x \frac{\partial g}{\partial q} \quad 3.38$$

donde  $x$  es un factor cuyo valor se obtiene a partir de las características de endurecimiento del suelo.

Suponiendo que el cambio de tamaño de la superficie de fluencia, dado por un cambio en  $p_0'$ , está relacionado con incrementos de deformación plástica volumétrica y cortante, se establece una regla de endurecimiento:

$$\delta p_0' = \frac{\partial p_0'}{\partial \varepsilon_p^p} \delta \varepsilon_p^p + \frac{\partial p_0'}{\partial \varepsilon_q^p} \delta \varepsilon_q^p \quad 3.39$$

La forma diferencial de la superficie de fluencia es:

$$\frac{\partial f}{\partial p'} \delta p' + \frac{\partial f}{\partial q} \delta q + \frac{\partial f}{\partial p_0'} \delta p_0' = 0 \quad 3.40$$

Combinando 3.37 a 3.40 se obtiene una expresión de fluencia para el factor  $x$  :

$$x = \frac{-\left(\frac{\partial f}{\partial p'} \delta p' + \frac{\partial f}{\partial q'} \delta q'\right)}{\frac{\partial f}{\partial p_0} \left(\frac{\partial p_0}{\partial \varepsilon_p^p} \frac{\partial \varepsilon_p^p}{\partial p'} + \frac{\partial p_0}{\partial \varepsilon_q^p} \frac{\partial \varepsilon_q^p}{\partial q'}\right)} \quad 3.41$$

Sustituyendo esta expresión en 3.35 y 3.36 se obtiene la relación entre esfuerzos y deformaciones plásticas :

$$\begin{bmatrix} \delta \varepsilon_p^p \\ \delta \varepsilon_q^p \end{bmatrix} = \frac{-1}{\frac{\partial f}{\partial p_0} \left[ \frac{\partial p_0}{\partial \varepsilon_p^p} \frac{\partial \varepsilon_p^p}{\partial p'} + \frac{\partial p_0}{\partial \varepsilon_q^p} \frac{\partial \varepsilon_q^p}{\partial q'} \right]} \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial p'} \frac{\partial \varepsilon_p^p}{\partial p'} & \frac{\partial f}{\partial q'} \frac{\partial \varepsilon_q^p}{\partial p'} \\ \frac{\partial f}{\partial p'} \frac{\partial \varepsilon_p^p}{\partial q'} & \frac{\partial f}{\partial q'} \frac{\partial \varepsilon_q^p}{\partial q'} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta p' \\ \delta q' \end{bmatrix} \quad 3.42$$

De esta expresión se ve que el potencial y la superficie de fluencia coinciden, así el suelo obedece al principio de flujo asociado, y si  $f = g$  la matriz 3.42 es simétrica.

En el apéndice se muestran las deducciones del factor  $x$  (ec. 3.41) y la matriz 3.42.

### 3.5 Modelo elasto-plástico de Cam Clay modificado:

Las cuatro componentes del modelo son las propiedades elásticas, la superficie de fluencia, el potencial plástico y la regla de endurecimiento. La forma de la superficie de fluencia se define en el plano  $p':q'$ , y se asemeja a las formas encontradas experimentalmente para suelos naturales.

El modelo supone que los cambios recuperables en volumen van acompañados por cambios en esfuerzos efectivos  $p'$  de acuerdo a la expresión:

$$\delta \varepsilon_p^e = k \frac{\delta p'}{\nu p'} \quad 3.43$$

implicando una relación lineal en el plano de compresión, entre el volumen específico  $\nu$  y el  $\ln$  del esfuerzo medio  $p'$  para carga-descarga elástica del suelo.

También se supone que la deformación cortante recuperable está acompañada por un cambio en el esfuerzo desviador  $q'$  de acuerdo con:

$$\delta \varepsilon_q^e = \frac{\delta q'}{3G'} \quad 3.44$$

donde  $G'$  es el modulo de corte.

La forma de la superficie de fluencia es una elipse, lo que ofrece ventajas para modelar al suelo a partir de ensayos experimentales. Este es un modelo isotrópico, y la elipse que define a la superficie de fluencia está centrada en el eje  $p'$  (yl en la fig 3.17), lo cual es conveniente para hacer que siempre pase a través del origen del plano de esfuerzos efectivos aunque esto no es esencial.

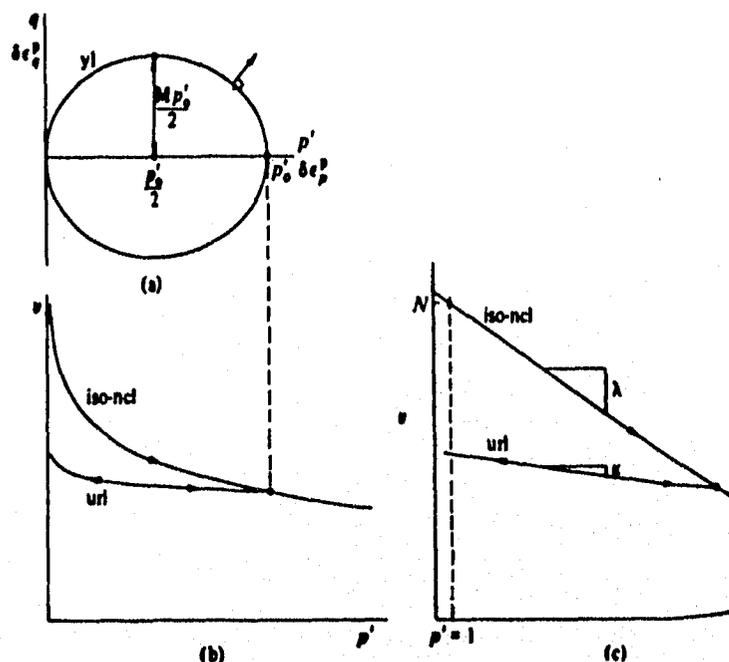


Fig 3.17 Superficie de fluencia elíptica para el modelo Cam Clay en el plano  $p':q$ ; b), c) Línea de consolidación virgen del suelo y de descarga en el plano de compresión.

Una forma conveniente para escribir la ecuación de la elipse en la fig 3.17 a es:

$$\frac{p'}{p_0} = \frac{M^2}{M^2 + \eta^2} \quad 3.45$$

Donde  $\eta = \frac{q}{p'}$

Esta ecuación describe una serie de elipses, todas con la misma forma controlada por  $M$ , pasando por el origen y con tamaños controlados por  $p_0$ . Cuando el suelo está en fluencia el cambio en tamaño  $p_0$  de la superficie de fluencia está relacionada con el cambio de esfuerzos efectivos  $p'$  y  $q$ , a través de la forma diferencial de 3.45:

$$\text{De 3.45} \quad p' = \frac{M^2}{M^2 + \eta^2} p_0 \quad 3.46$$

Derivando 3.46: 
$$\delta p' = -\frac{M^2 2 \eta \delta \eta}{(M^2 + \eta^2)} p'_0 + \frac{M^2}{M^2 + \eta^2} \delta p'_0 \quad 3.47$$

Reemplazando  $M^2$  en 3.47:

$$\delta p' = -\frac{p'(M^2 + \eta^2) 2 \eta \delta \eta p'_0}{p'_0 (M^2 + \eta^2)} + \frac{p'(M^2 + \eta^2)}{p'_0 (M^2 + \eta^2)^2} \delta p'_0 \quad 3.48$$

$$\delta p' = -\frac{p' 2 \eta \delta \eta}{(M^2 + \eta^2)} + \frac{p'}{p'_0} \delta p'_0$$

$$\frac{\delta p'}{p'} = -\frac{2 \eta \delta \eta}{(M^2 + \eta^2)} + \frac{\delta p'_0}{p'_0}$$

$$\frac{\delta p'}{p'} + \frac{2 \eta \delta \eta}{M^2 + \eta^2} - \frac{\delta p'_0}{p'_0} = 0 \quad 3.49 a$$

$$\text{ó} \quad \left( \frac{M^2 - \eta^2}{M^2 + \eta^2} \right) \frac{\delta p'}{p'} + \left( \frac{2 \eta}{M^2 + \eta^2} \right) \frac{\delta q}{p'} - \frac{\delta p'_0}{p'_0} = 0 \quad 3.49 b$$

Para incorporar la forma particular de la superficie de fluencia en el planteamiento general la ecuación 3.45 puede escribirse:

$$f = q^2 - M^2 [p'(p'_0 - p')] = 0 \quad 3.50$$

Si el suelo obedece la condición de normalidad, la misma ecuación describe a la familia de superficies de fluencia y la de potenciales plásticos en el plano  $p':q$ .

$$g = f = q^2 - M^2 [p'(p'_0 - p')] = 0 \quad 3.51$$

Entonces, el vector incremental de deformación plástica  $\delta \epsilon_p^p \cdot \delta \epsilon_q^p$  es tangente a la dirección normal de la superficie de fluencia externa, esto implica de 3.37 y 3.38 :

$$\frac{\delta \epsilon_p^p}{\delta \epsilon_q^p} = \frac{\partial g / \partial p'}{\partial g / \partial q} \quad 3.52$$

$$\frac{\delta \epsilon_p^p}{\delta \epsilon_q^p} = \frac{M^2(2p' - p'_0)}{2q} = \frac{M^2 - \eta^2}{2\eta}$$

Suponiendo que la superficie de fluencia se expande en forma constante, su tamaño inicial está controlado por  $p_0'$  y la expansión de la superficie de fluencia y el endurecimiento del suelo están relacionados con la compresión normal del suelo.

Se había supuesto una relación lineal entre el volumen específico  $v$  y el logaritmo del esfuerzo efectivo bajo  $p_0'$  durante la compresión isotrópica del suelo, por lo tanto:

$$v = N - \lambda \ln p_0' \quad 3.53$$

Donde  $N$  es una constante del suelo que especifica la posición de la línea de compresión normal en el plano  $p':v$  (fig 3.17 c). Entonces la magnitud de la deformación volumétrica plástica está dada por:

$$\delta \varepsilon_p^p = [(\lambda - k) / v] \frac{\delta p_0'}{p_0'} \quad 3.54 \text{ (3.30 bis)}$$

y la relación de los elementos de endurecimiento del suelo es:

$$\frac{\partial p_0'}{\partial \varepsilon_p^p} = \frac{v p_0'}{\lambda - k} \quad 3.55$$

$$\frac{\partial p_0'}{\partial \varepsilon_q^p} = 0 \quad 3.56$$

Combinando 3.43 con 3.44, se puede resumir la respuesta elástica esfuerzo-deformación en la siguiente matriz.

$$\begin{bmatrix} \delta \varepsilon_p^e \\ \delta \varepsilon_q^e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k / v p' & 0 \\ 0 & 1 / 3G' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta p' \\ \delta q \end{bmatrix} \quad 3.57$$

Comparando 3.49 b con 3.40 y sustituyendo en 3.42, la matriz plástica es:

$$\begin{bmatrix} \delta \varepsilon_p^p \\ \delta \varepsilon_q^p \end{bmatrix} = \frac{(\lambda - k)}{v p' (M^2 + \eta^2)} \begin{bmatrix} (M^2 - \eta^2) & 2\eta \\ 2\eta & 4\eta^2 / (M^2 - \eta^2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta p' \\ \delta q \end{bmatrix} \quad 3.58$$

Esta última ecuación opera sólo cuando ocurre la deformación plástica; la matriz plástica es simétrica por la hipótesis de flujo asociado (normalidad), y su determinante es cero ya que de 3.51 la relación de la deformación plástica volumétrica con la deformación plástica de corte depende del estado de esfuerzos y no del incremento de esfuerzos, por lo que las dos filas de la matriz son múltiplos una de la otra.

La componente elástica del incremento de deformación puede calcularse de 3.57. Dado un estado de esfuerzos inicial A ( $p':q$ ) y una superficie de fluencia definida por un valor de

$p'_0 = p'_{0A}$ , se aplican incrementos de esfuerzos efectivos AB ( $\delta p'$ ,  $\delta q$ ) en la fig 3.18. De 3.45 se obtiene un valor de  $p'_0 = p'_{0B}$  para la familia de superficies de fluencia pasando por el nuevo esfuerzo efectivo del estado B ( $p' + \delta p'$ ;  $q + \delta q$ ).

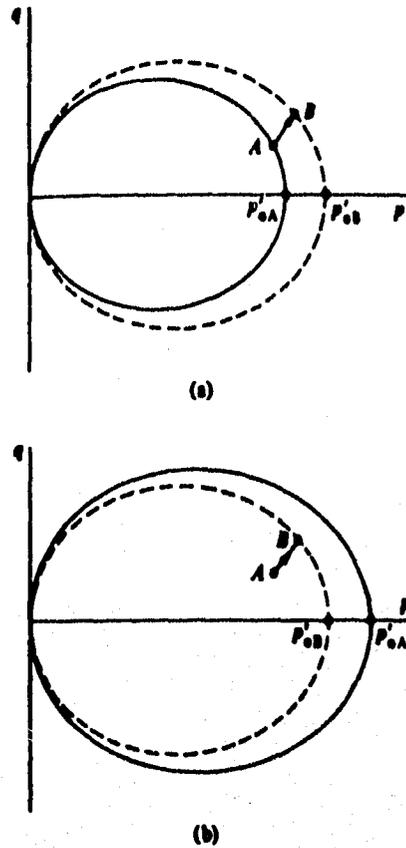


Fig 3.18 Incremento de esfuerzos que expande la superficie de fluencia; b) Incremento de esfuerzos dentro de la superficie de fluencia.

Si el valor de  $p'_{0B} > p'_{0A}$  (fig 3.18 a) la superficie de fluencia se expande y las deformaciones plásticas están ocurriendo, si  $p'_{0B} < p'_{0A}$  (fig 3.18 b) el nuevo estado de esfuerzos esta dentro de la superficie de fluencia, las deformaciones plásticas no ocurren y la superficie de fluencia no cambia de tamaño.

El incremento total de deformación se calcula de la combinación de 3.57 y 3.58 y se encuentra para cada incremento de esfuerzos usando un valor de  $p'_0$ , si se expandió la superficie de fluencia.

### 3.6 Estado crítico

El modelo elásto-plástico de Cam Clay supone la existencia de una condición última en la cual el cortante plástico podría continuar indefinidamente sin cambios de volumen o esfuerzos efectivos, esta condición de perfecta plasticidad es el estado crítico el cual puede expresarse como:

$$\frac{\partial p'}{\partial \epsilon_q} = \frac{\partial q}{\partial \epsilon_q} = \frac{\partial v}{\partial \epsilon_q} = 0 \quad 3.59$$

Estos estados críticos se alcanzan con una relación de esfuerzos efectivos:

$$\frac{q_{cs}}{p'_{cs}} = \eta_{cs} = M \quad 3.60$$

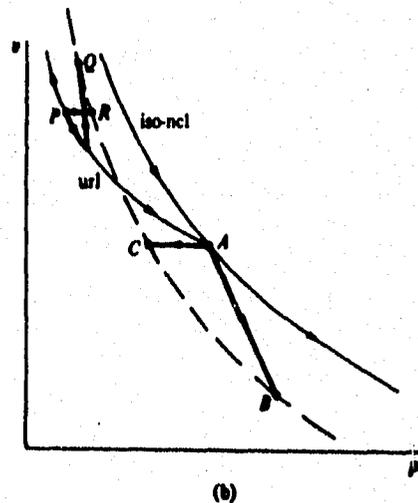
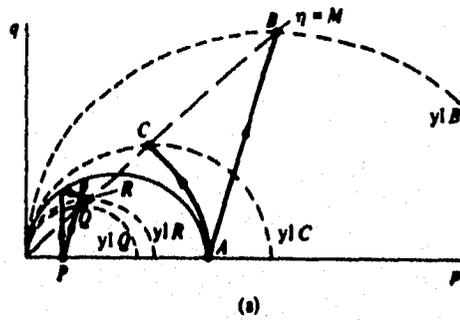


Fig 3.19 Ensaye triaxial drenado y no drenado para muestras normalmente consolidadas y altamente preconsolidadas.

En ensayos drenados o no drenados normalmente consolidados o ligeramente preconsolidados (AB y AC en la fig 3.19) la primera fluencia ocurre cuando la relación de esfuerzos  $\eta$  es menor que  $M$ . Al incrementar la carga la expansión de la superficie de fluencia se asocia con el endurecimiento plástico y el incremento de la relación de esfuerzos hasta el último estado de esfuerzos efectivos es la cima de la superficie de fluencia (yB o yC), el vector incremental de deformación plástica es paralelo al eje  $q, \delta \varepsilon_p^e / \delta \varepsilon_q^e = 0$ , y la perfecta plasticidad se alcanza con  $\eta = M$ .

Cuando  $\eta = M$  existe una condición límite, un estado crítico, donde las deformaciones plásticas están ocurriendo ya que con dicha condición el estado de esfuerzos efectivos es el máximo de la superficie de fluencia y el esfuerzo cortante plástico puede ocurrir sin mayor contracción o expansión de la superficie de fluencia.

La superficie de estados críticos en el plano de esfuerzos  $p':q$  es la línea que une los máximos de la superficie de fluencia llamada línea del estado crítico (fig 3.20 a), donde  $\eta = M$  o:

$$q_{\alpha} = Mp'_{\alpha} \quad 3.61$$

La ecuación general para la superficie de fluencia es:

$$\frac{p'}{p_0} = \frac{M^2}{(M^2 + \eta^2)} \quad 3.62 \text{ (bis 3.45)}$$

El tamaño de la superficie de fluencia es controlada por  $p_0$  y el máximo de la superficie de fluencia es para  $\eta = M$  escribiéndose como:

$$p'_{\alpha} = \frac{p_0}{2} \quad 3.63$$

Cada superficie de fluencia (yl) es asociada con la línea de carga-descarga (url) en el plano de compresión  $p':v$  (fig 3.20 b), y su extremo está en  $p' = p'_0$ . La línea de compresión normal es recta en el plano semi-logarítmico (fig 3.20 c):

$$v = N - \lambda \ln p' \quad 3.64 \text{ (bis 3.53)}$$

Las líneas de carga y descarga son rectas que tienen la siguiente ecuación general:

$$v = v_k - k \ln p' \quad 3.65 \text{ (bis 3.13)}$$

Así, la línea de carga-descarga particular que corresponde a la superficie de fluencia con tamaño  $p_0$  es:

$$v = N - \lambda \ln p'_0 + k \ln \frac{p'_0}{p'} \quad 3.66$$

Para un esfuerzo medio  $p' = p'_{cr} = p'_0 / 2$ , el volumen específico es:

$$v_{cr} = N - \lambda \ln 2 p'_{cr} + k \ln 2 \quad 3.67$$

$$\text{ó } v_{cr} = N - (\lambda - k) \ln 2 - \lambda \ln p'_{cr}$$

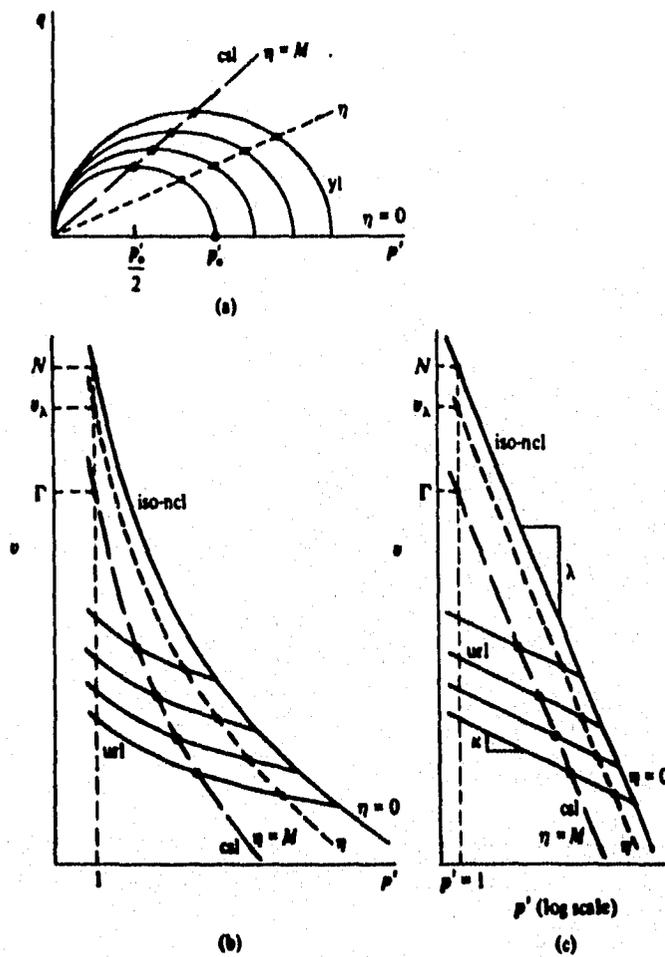


Fig 3.20 Línea del estado crítico e intersección de la superficie de fluencia con la línea  $q/p' = \eta$

Cada combinación de estado crítico para  $p'_{cs}$  y  $q_{cs}$  en el plano de esfuerzos efectivos es asociado con una combinación de estados de  $p'_{cs}$  y  $v_{cs}$  en el plano de compresión (fig 3.20 a,b ). La línea que une los estados críticos con la ec. 3.67 puede escribirse:

$$v_{cs} = \Gamma - \lambda \ln p'_{cs} \quad 3.68$$

$$\text{Donde: } \Gamma = N - (\lambda - k) \ln 2$$

Esta es una línea en el plano de compresión para una separación vertical constante  $v, (\lambda - k) \ln 2$ , paralela a la línea de compresión normal en el plano  $v: \ln p'$  de la fig 3.20 c, la cual une las combinaciones de  $p'_{cs}$  y  $v_{cs}$  correspondientes a un estado de esfuerzos efectivos en el cual ocurren deformaciones plásticas con  $\eta = M$ . La constante  $\Gamma$  es el volumen específico que intercepta a  $p'_{cs} = 1$  (presión de referencia).

Los estados críticos se dan cuando las combinaciones de  $p'_{cs}$ ,  $q_{cs}$  y  $v_{cs}$  satisfacen simultáneamente la ecuación 3.61 y 3.68, si estos son estimados de los tres ejes ortogonales, la combinación de esfuerzos y volumen puede ser dibujada en el espacio tridimensional; la línea del estado crítico se hace una sola línea curva (fig 3.21) de la cual las ecuaciones 3.61 y 3.68 son proyecciones en el plano  $p':q$  ( $v=0$ ) y  $p':v$  ( $q=0$ ) respectivamente.

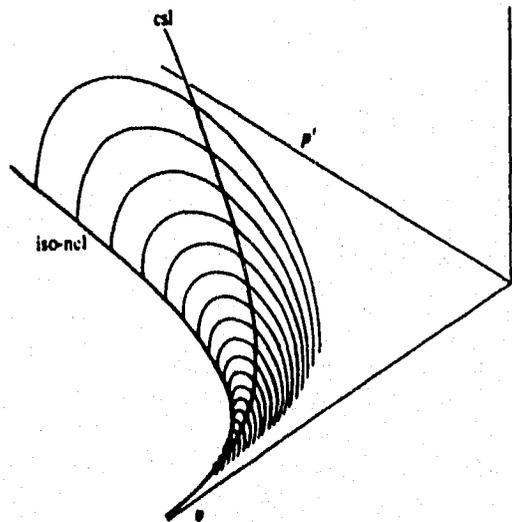


Fig 3.21 Vista tridimensional de la línea de consolidación virgen (ncl), de la línea del estado crítico (csi), y series de la superficie de fluencia del modelo Cam-Clay.

#### 4. INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

En este capítulo se describen las características del suelo en estudio, se especifican las condiciones de los ensayos realizados y se presentan los resultados de ellos para observar el comportamiento del material e interpretarlo dentro del marco teórico del estado crítico.

##### 4.1 Comportamiento del material

El material estudiado es una arcilla inorgánica de alta plasticidad y una arcilla orgánica de mediana a alta plasticidad según el SUCS, de color café grisáceo, con presencia de vetas negras en algunos tramos debido a la presencia de materia orgánica; en algunas muestras se observaron fisuras debido al muestreo. La propiedades índice de las muestras inalteradas se resumen en la tabla 4.1.

El contenido de agua de las muestras varía entre 133 y 450 % , los sólidos presentes exhiben propiedades elásticas y son quebradizos, pero al moldearse se aprecia un comportamiento plástico. El índice de plasticidad varía entre 77 y 276 %.

Tabla 4.1. Propiedades índice

Muestra	Profundidad (m)	w (%)	LL (%)	LP (%)	IP (%)	$S_r$	Cr	Descrip. (SUCS)
M-01.T2	4.0 - 4.6	254.26	262.9	100.14	162.76	2.46	0.053	CH-OH
M-02.T2	8.7 - 9.3	395.67	399.0	123.52	275.48	2.35	0.0121	CH
M-03.T3	12.5 - 13.1	133.23	154.5	77.24	77.26	2.37	0.2754	CH-OH
M-04.T2	15.0 - 15.6	450.8	397.8	190.6	207.2	2.87	-0.2558	CH-OH
M-05.T3	18.0 - 18.1	312.09	311.2	152.07	159.13	2.66	-0.0056	CH-OH
M-06.T2	21.0 - 21.15	220.25	238.2	84.64	153.56	2.31	0.1169	CH
M-07.T2	27.0 - 27.6	211.84	206.76	92.7	114.06	2.40	-0.0445	CH-OH
M-08.T2	31.0 - 31.6	167.48	242.5	132.55	109.95	2.05	0.6823	CH-OH
M-09.T3	33.6 - 34.0	159.53	226.0	57.8	168.2	2.56	0.3952	CH
M-10.T4	36.5 - 37.1	144.7	211.0	62.64	148.36	2.64	0.4469	CH

En varias muestras la humedad natural es mayor que el límite líquido, resultando una consistencia relativa negativa, pero en general la relación entre la humedad natural y el límite líquido es 1.0. La consistencia relativa indica qué tan plástico es el suelo y permite diferenciar el comportamiento esfuerzo-deformación de las arcillas. De acuerdo con los resultados de los ensayos se concluye que en general se tiene un comportamiento dúctil, la muestra M-08 presenta una consistencia relativa alta, lo que sugiere que su comportamiento sea frágil, debido a que se encuentra a una profundidad de 31.0 - 31.6 , en la que la rigidez de la arcilla es mayor y puede influir el efecto del bombeo.

En general se aprecia que las muestras mas superficiales tienen humedades cercanas al límite líquido y su consistencia relativa se acerca a cero; al aumentar la profundidad la consistencia relativa tiende a 1.0.

Las propiedades de las muestras ensayadas en las pruebas triaxiales y las condiciones de los ensayos se muestran en la tabla 4.2.

**Tabla 4.2 Propiedades de las muestras ensayadas en pruebas triaxiales y condiciones de los ensayos**

Muestra	Prof. (m)	Ti po de ensaye	OCR	w (%)	w <sub>o</sub> (%)	G <sub>w</sub> (%)	e <sub>i</sub>	e <sub>o</sub>	S <sub>i</sub>
M-01.T3	4.0 - 4.6	CU	1.0	180.1	137.9	92.75	4.89	3.20	2.52
M-02.T2	8.7 - 9.3	CU	1.0	351.8	214.94	99.54	8.31	4.78	2.35
M-03.T3	12.5 - 13.1	CU	1.0	173.04	143.83	99.44	4.12	3.16	2.37
M-03.T1	12.5 - 13.1	CU	2.0	226.4	174.21	97.39	5.51	3.89	2.37
M-03.T1	12.5 - 13.1	CU	6.0	233.0	188.21	98.46	5.61	4.23	2.37
M-03.T4	12.5 - 13.1	CD	2.0	186.3	151.14	95.98	4.911	3.642	2.53
M-04.T4	15.0 - 15.6	CU	1.0	417.29	305.33	98.15	12.16	8.68	2.86
M-05.T2	18.0 - 18.1	CU	1.0	315.8	247.06	97.65	9.25	7.12	2.86
M-06.T4	21.0 - 21.15	CU	1.0	266.6	201.02	99.31	6.58	4.75	2.45
M-06.T1	21.0 - 21.15	CU	2.0	253.9	183.02	96.99	6.94	4.74	2.65
M-06.T4	21.0 - 21.15	CU	6.0	215.8	182.03	96.59	5.76	4.69	2.58
M-06.T1	21.0 - 21.15	CD	1.5	248.45	175.62	96.8	6.55	4.41	2.56
M-07.T4	27.0 - 27.6	CU	1.0	342.23	273.87	98.63	8.99	6.93	2.59
M-08.T3	31.0 - 31.6	CU	1.0	152.3	135.37	95.51	3.49	2.79	2.19
M-09.T2	33.6 - 34.0	CU	1.0	142.39	144.74	95.89	3.80	3.36	2.56
M-09.T2	33.6 - 34.0	CU	2.0	144.1	134.65	99.77	3.49	3.10	2.42
M-09.T1	33.6 - 34.0	CU	6.0	99.26	92.69	90.74	2.81	2.53	2.57
M-10.T4	36.5 - 37.1	CU	1.0	148.7	148.8	96.88	4.08	3.75	2.66

Nota: w es el contenido de agua natural, w<sub>o</sub> es el contenido de agua después de la etapa de consolidación, e<sub>i</sub> es la relación de vacíos inicial y e<sub>o</sub> es la relación de vacíos después de la etapa de consolidación.

La densidad de sólidos varía significativamente en las muestras aunque pertenezcan a un mismo estrato; presentan valores entre 2.19 y 2.66; como caso especial se observa que las muestras M-04 y M-05 tienen una densidad mayor que la de las otras debido a la presencia de lentes de arena, sus características son un poco diferentes al resto del material y su clasificación tiende a ser un limo arcilloso.

Las relaciones de vacíos iniciales varían entre 2.8 y 12.0, los grados de saturación iniciales en general están muy cercanos al 100 %, las diferencias en este se deben a errores en la medición de la relación de vacíos inicial y la densidad de sólidos.

## 4.2 Resultados

### 4.2.1 Comportamiento durante la consolidación

La teoría del estado crítico supone que durante la consolidación existe una relación única entre los esfuerzos efectivos y la relación de vacíos expresada a través del volumen específico y el esfuerzo normal octaédrico, por lo tanto se construyeron curvas de compresibilidad para las diez muestras mediante los resultados de ensayos de consolidación unidimensional y ensayos triaxiales, dichas curvas se muestran de la fig 4.1 a 4.5. Las pendientes de las líneas de consolidación virgen permiten establecer la relación entre  $v$  y  $\ln p'$ , de acuerdo con dicha teoría. En todas las gráficas de compresibilidad se observa que las pendientes de las líneas del tramo virgen de consolidación de las pruebas de consolidación unidimensional son aproximadamente iguales a las obtenidas con pruebas triaxiales (Tabla 4.3) cumpliéndose la relación:

$$C_c = \lambda \ln 10 \approx 2.3\lambda \quad 4.1$$

**Tabla 4.3 Comparación entre las pendientes de la línea de consolidación virgen mediante pruebas de consolidación unidimensional y pruebas triaxiales**

Muestra	$C_v$ Consolidación unidimensional	$\lambda$ Compresión isotrópica
M-01	4.418	1.55
M-02	6.31	2.795
M-03	2.79	1.54
M-04	6.76	2.95
M-05	5.565	2.77
M-06	6.091	1.87
M-07	3.6	2.132
M-08	2.15	0.624
M-09	5.68	-
M-10	3.63	-

Se observa que en general todas las curvas tienden a la misma pendiente en la rama de consolidación virgen, esto sugiere que aunque el estrato estudiado está constituido por 37.0 m de arcilla, su comportamiento puede generalizarse, según se discutirá mas adelante.

En la muestra M-07 (fig 4.4) se observa que las relaciones de vacíos iniciales de la muestra ensayada en consolidación unidimensional y la triaxial CU son muy diferentes, esto se debe a que las probetas para cada ensaye fueron tomadas en un tramo diferente de la muestra que tiene un espesor de 60 cm en la que se pueden encontrar propiedades diferentes, sin embargo las pendientes de ambas pruebas son casi paralelas.

En las pruebas triaxiales realizadas a las muestras M-09 y M-10 (fig 4.5) no se puede definir la pendiente de la línea de consolidación virgen, pues el esfuerzo aplicado no es suficiente para ello debido a las restricciones en la capacidad del equipo.

#### 4.2.2 Comportamiento esfuerzo-deformación

Los resultados de los ensayos se presentan en términos de esfuerzo desviador y presión de poro contra deformación axial, de trayectorias de esfuerzos efectivos obtenidos durante la etapa de falla, y de trayectorias de esfuerzos efectivos normalizadas; donde:

$$\text{esfuerzo octaédrico } p' = \frac{1}{3}(\sigma'_1 + 2\sigma'_3) \quad 4.2$$

$$\text{esfuerzo desviador } q = \sigma'_1 - \sigma'_3 \quad 4.3$$

siendo  $\sigma'_1$  el esfuerzo efectivo vertical y  $\sigma'_3$  el esfuerzo efectivo horizontal.

#### - Curvas esfuerzo desviador-deformación

Como se observa en la fig 4.6 las muestras ensayadas en pruebas normalmente consolidadas presentan un comportamiento dúctil, se aprecia que el esfuerzo desviador aumenta monótonicamente a medida que aumenta la deformación hasta un punto en que el esfuerzo permanece constante a medida que aumenta la deformación. La resistencia máxima alcanzada por la muestra aumenta a medida que aumenta la profundidad a la que esta la muestra, como se ve en la fig 4.6 donde la rigidez de la arcilla de la muestra M-10 es la mas alta de todas.

Las curvas esfuerzo-deformación se normalizaron con respecto a la presión equivalente,  $p'_e$ , definida mas adelante, las cuales se presentan en la fig 4.7. Dichas curvas normalizadas tienen una similitud en su forma, lo que sugiere que el comportamiento del material normalmente consolidado puede generalizarse.

En las figs 4.9, 4.11 y 4.13 se dan los resultados de los ensayos realizados en las muestras M-03, M-06 y M-09; las que se preconsolidaron con OCR=2 y OCR=6 tuvieron una pérdida de resistencia después de haber alcanzado un máximo, comportamiento típico de estos materiales, que se reblandecen después de sobrepasar el pico. Las curvas esfuerzo-deformación llegan a un punto en que sufren un cambio brusco en la rigidez y luego tienden hacia un esfuerzo constante a medida que aumenta la deformación.

Las pruebas CD realizadas en la muestra M-03 con OCR=2 y en la muestra M-06 con OCR=1.5 presentaron siempre un aumento en el esfuerzo desviador a medida que aumenta la deformación del material, sin llegar a la falla ya que se necesitarían deformaciones muy grandes para alcanzarla, encontrándose en fluencia a partir del punto en que la curva presenta un cambio fuerte en la rigidez.

En dichas pruebas drenadas se realizaron dos descargas durante la etapa de falla en la muestra M-03 (fig 4.10) y una en la muestra M-06 (fig 4.12); al volver a cargar después de la descarga se tiene un valor del esfuerzo desviador un poco mayor del máximo alcanzado y la curva sigue aumentando con la misma pendiente a medida que aumenta la deformación, sin llegar a tocar la línea de falla; es decir, se aprecia el efecto de Bauschinger de materiales con comportamiento plástico. En estas figs se muestran también las gráficas de deformación volumétrica contra

deformación cortante las cuales son necesarias para el cálculo de los incrementos de deformación plástica, lo cual se explicará mas adelante.

#### *-Curvas de presión de poro-deformación*

Las curvas de las pruebas normalmente consolidadas se presentan en la fig 4.8 y en ella se observa que todas las probetas alcanzaron la máxima presión de poro cerca del esfuerzo cortante pico. Luego de alcanzar la máxima presión de poro, esta tiende a permanecer constante a medida que aumenta la deformación.

En los ensayos realizados a las muestras M-03(fig 4.9), M-06(fig 4.11) y M-09(fig 4.13), la presión de poro generada es menor a medida que aumenta el grado de preconsolidación ; no alcanza a tener valores negativos pero en las muestras con OCR=6 la presión de poro generada es casi cero. En las muestras ligeramente preconsolidadas la presión de poro aumenta y no alcanza a tener valores negativos . En ambos casos se presenta una pequeña dilatación.

En las muestras preconsolidadas, sobre todo en las de OCR=6, la presión de poro disminuye ligeramente después de alcanzar la máxima y a deformaciones grandes (mayores a 10%) tiende a permanecer constante; en este caso el estado crítico se presenta cuando la resistencia del suelo se aproxima a su resistencia residual.

En todas las pruebas se observa entonces que la presión de poro permanece constante después de la falla, por lo que la arcilla estudiada se considera de baja sensibilidad, para el rango de deformaciones impuestas durante los ensayos.

#### *-Trayectoria de esfuerzos*

Las gráficas de la fig 4.14 proporcionan las trayectorias de esfuerzos obtenidas para las arcillas del sitio en estudio. Las trayectorias de las pruebas normalmente consolidadas tienen forma elíptica y llegan a una línea de falla común definida por la pendiente  $M$  del estado crítico , con excepción de la muestra M-10 la cual alcanza una resistencia mayor, ya que se trata de una arcilla con propiedades diferentes a las demás.

Las trayectorias de esfuerzos de las muestras preconsolidadas con OCR=2 observadas en la fig 4.14 son casi verticales hasta alcanzar el esfuerzo desviador máximo, lo que explica que las deformaciones volumétricas son muy pequeñas, constituyéndose la componente principal de deformación la debida al incremento en esfuerzo cortante y se concluye que el incremento de presión de poro se debe al incremento de esfuerzo cortante. Las muestras con OCR=6 llegan a la falla luego de viajar por la línea de falla, teóricamente antes de llegar a la falla el incremento en la deformación volumétrica también debe ser prácticamente cero.

Las trayectorias de esfuerzos se normalizaron con respecto a la presión equivalente,  $p_e$ , definida como la presión en la línea de consolidación virgen que corresponde al volumen

especifico del suelo. En el caso de las muestras normalmente consolidadas la presión equivalente es igual a la presión de consolidación  $p'_o$ , y en las preconsolidadas es la presión en la línea de consolidación virgen que corresponde al valor del volumen específico en la rama carga-descarga. Esto se observa en la fig 4.15 en la que se presentan las curvas de compresibilidad de una muestra, M-06, y la ubicación de la presión equivalente para cada prueba.

Las pruebas drenadas también se normalizaron con respecto a la presión equivalente, la cual se muestra en la fig 4.16 donde se presentan las curvas de compresibilidad de las pruebas drenadas tanto en la etapa de consolidación como en la etapa de falla de los ensayos realizadas a las muestras M-03 y M-06.

La presión equivalente también puede obtenerse con los parámetros del estado crítico mediante la ecuación:

$$p'_e = \exp\left[\frac{N - v}{\lambda}\right] \quad 4.4$$

Dichos parámetros se obtuvieron como se indica en el siguiente inciso.

En la fig 4.17 se presentan las trayectorias de esfuerzos normalizados de las pruebas normalmente consolidadas, donde se observa una similitud en la forma de dichas trayectorias, lo que sugiere que el comportamiento del material puede generalizarse a una trayectoria de esfuerzos común, tal como ocurrió al normalizar las curvas esfuerzo-deformación.

Con los resultados de los ensayos realizados a las muestras M-03, M-06 y M-09 se graficaron las trayectorias de esfuerzos normalizadas, figs 4.18 a 4.20; en ellas todas las trayectorias de los ensayos CU llegan a la falla casi en el mismo punto, las trayectorias de esfuerzos de las pruebas preconsolidadas de ensayos CU y CD se ubican dentro del comportamiento elástico del material, cuyo límite lo define la trayectoria de esfuerzos normalmente consolidada, en donde comienza el comportamiento elasto-plástico del material.

En las gráficas de trayectorias de esfuerzos de los ensayos realizados normalmente consolidados se definió una envolvente de falla. Los ángulos de fricción en esfuerzos efectivos, movilizados en el momento de alcanzar la falla coinciden con el punto en que la trayectoria de esfuerzos intercepta a la envolvente de falla definida por  $M$ , por lo tanto el ángulo de fricción se determina con la siguiente relación:

$$\text{sen } \phi' = \frac{3M}{6 + M} \quad 4.5$$

En el siguiente capítulo presenta con más detalle la forma de obtener la ec. 4.5.

En la tabla 4.4 se indican los valores de  $\phi'$  obtenidos. Los ángulos de fricción de la arcilla en estudio varían entre 38.0 y 46°, siendo mayores los ángulos de fricción de las muestras M-09 y

M-10 que se encuentran a una profundidad mayor. Estos valores de  $\phi'$  caen dentro del rango de valores reportados para los suelos compresibles de la ciudad de México.

Adicionalmente se presentan las trayectorias de esfuerzos medios normalizadas de las pruebas realizadas a las muestras M-03, M-06 y M-09 en la fig 4.21. Estas trayectorias de esfuerzos permiten dibujar una envolvente de resistencia única para las muestras M-03, M-06 y M-09, cuya pendiente es  $h$  y su ordenada al origen es  $b$ , siendo esta última la cohesión verdadera de Hvorslev. Con los datos de la fig 4.21 se obtiene un valor de  $b = 0.2 \text{ kg/cm}^2$ .

**Tabla 4.4** Parámetros de resistencia en términos de esfuerzos efectivos

Muestra	Profun.	$P_0$ ( $\text{kg/cm}^2$ )	M	$\phi'$
M-01	4.0 - 4.6	2.0	1.91	46.41
M-02	8.7 - 9.3	2.0	1.83	44.52
M-03	12.5 - 13.1	1.7	1.73	42.18
M-04	15.0 - 15.6	2.0	1.77	43.11
M-05	18.0 - 18.1	2.0	1.76	42.81
M-06	21.0 - 21.15	2.5	1.88	45.70
M-07	27.0 - 27.6	2.5	1.77	43.11
M-08	31.0 - 31.6	3.5	1.55	38.02
M-09	33.6 - 34.0	4.0	2.06	50.06
M-10	36.5 - 37.1	4.0	2.29	55.97

#### 4.3 Interpretación de resultados mediante la teoría del estado crítico

En los ensayos triaxiales realizados se procuró imponer deformaciones suficientemente grandes a los especímenes con el objeto de alcanzar los estados críticos del material, teniendo en cuenta las limitaciones del equipo. Los estados críticos se alcanzan cuando el esfuerzo desviador y la presión de poro son constantes a medida que aumenta la deformación.

Existe evidencia experimental que sugiere el comportamiento estático de la arcilla de la Ciudad de México obedece a los postulados fundamentales del estado crítico (Romo y Ovando, 1989); a partir de esta teoría se propone un modelo analítico para describir el comportamiento observado que permite estimar algunas de las propiedades mecánicas de los suelos estudiados e inferir cualitativamente las características de su comportamiento.

En la etapa de consolidación de los ensayos triaxiales se determinaron las curvas de compresibilidad ya descritas anteriormente para definir las pendientes de la línea de consolidación virgen y la de la rama de recompresión. En la etapa de falla las trayectorias en el espacio  $\ln p' : v$  son horizontales y se desplazan hacia la línea del estado crítico.

La teoría postula que existe una relación lineal entre el volumen específico  $v$  y el  $\ln p'$  en la rama de compresión virgen y otra en la rama de expansión. La pendiente de la línea de consolidación virgen es  $\lambda$  y la pendiente de la línea de descarga es  $\kappa$ , que se presentan en la fig 4.22.

Las relaciones entre el volumen específico  $v$  y el  $\ln p'$  para puntos situados en la línea virgen de consolidación y la línea del estado crítico se pueden expresar mediante:

$$v_0 = N - \lambda \ln p'_0 \quad 4.6$$

$$v_f = \Gamma - \lambda \ln p'_f \quad 4.7$$

donde  $v_0$  es el volumen específico para la rama virgen,  $N$  es el volumen específico definido por la intersección de la línea de consolidación virgen con la presión de referencia  $p' = 1.0 \text{ kg/cm}^2$ ;  $v_f$  es el volumen para la línea del estado crítico y  $\Gamma$  es el volumen correspondiente a la intersección de la línea del estado crítico con dicha presión de referencia.

En las gráficas de la fig 4.23 se muestran las líneas del estado crítico obtenidas para los ensayos realizados en las muestras M-03 y M-06. En ellas se observa que las líneas los ensayos realizados a las muestras realizadas con diferentes grados de preconsolidación tienden a una línea de estado crítico común.

Los datos encontrados de  $N$  y  $\Gamma$  determinados con los resultados de los ensayos se ubicaron en la gráfica realizada por Romo y Ovando, que relaciona estos volúmenes específicos, según se muestra en la gráfica 4.24, en la cual se presentan además los resultados obtenidos por Echeverri (1996). Se observa que los puntos hallados con los datos de Jalapa 12 y 15 se encuentran uno en la zona de la capa dura de la ciudad de México, y los demás en la segunda y primera formación de la arcilla de la ciudad de México; por lo tanto se concluye que los materiales ensayados cumplen con la relación:

$$\Gamma = 0.2616 + 0.8138N \quad 4.8$$

Dada la relación existente entre  $N$  y  $\Gamma$  observadas en la fig 4.24, Echeverri (1996) encontró unas correlaciones empíricas que expresan a  $\lambda$  en términos de  $w$  y  $LL$ , mediante la siguiente ecuación:

$$\lambda = w \exp[0.508LL - 1.693] \quad 4.9$$

En la fig 4.25 se presenta la gráfica donde se relaciona la pendiente del estado crítico con el límite líquido, en la que se muestra un intervalo de valores determinados con estudios previos mencionados en el trabajo al cual ya se hizo referencia, y el valor promedio de los resultados obtenidos para el material en estudio, Jalapa 12 y 15.

También se sugirió una relación entre  $N$  y el esfuerzo vertical efectivo in situ, esta es:

$$N = (e + 1) + \lambda \ln \sigma'_v \quad 4.10$$

La verificación de esta ecuación se muestra en la fig 4.26 donde se graficaron los valores de  $N$  calculados y los medidos.

La teoría del estado crítico estima la presión de poro en la falla a partir de pruebas CU con la siguiente ecuación:

$$u_f = p_f - p'_o \exp \left[ \frac{\Gamma - N}{\lambda} \right] \quad 4.11$$

donde  $u_f$  es la presión de poro en la falla y  $p_f$  es la presión total medida en el estado crítico ( $p'_f + u_f$ ).

Una expresión análoga a esta se derivó para un valor  $u_{fo}$  para materiales preconsolidados en una nueva línea de referencia paralela a la línea de consolidación virgen, trazada por la correspondiente presión de consolidación  $p'_i$  que define el grado de preconsolidación (fig 4.22):

$$u_{fo} = p_f - p'_i \exp \left[ \frac{\Gamma - N_{oc}}{\lambda} \right] \quad 4.12$$

donde  $N_{oc}$  es el valor del volumen específico para  $p' = 1 \text{ kg/cm}^2$  en la nueva referencia.

Mediante la teoría del estado crítico puede determinarse los parámetros de resistencia para suelos no frágiles normalmente consolidados y para materiales preconsolidados con las siguientes expresiones:

$$S_{unc} = \frac{M}{2} p'_o \exp \left[ \frac{\Gamma - N}{\lambda} \right] \quad 4.13$$

$$S_{voc} = \frac{M_{oc}}{2} p'_i \exp \left[ \frac{\Gamma - N_{oc}}{\lambda} \right] \quad 4.14$$

Donde  $M$  y  $M_{oc}$  son las pendientes de la envolvente de falla en el espacio  $q: p'$  para materiales normalmente consolidados y preconsolidados, respectivamente. De acuerdo con la teoría,  $M_{oc}$  es la pendiente de la superficie de Hvorslev.

La estimación de la pendiente de la línea de descarga  $\kappa$  no es fácil ya que depende de la presión a la cual este la muestra en el tramo de descarga, sobretodo en arcillas de alta plasticidad como las de la Ciudad de México donde hay una gran recuperación del esfuerzo elástico dependiente de la deformación del suelo. Por lo anterior se sugiere calcular dicha pendiente a partir de los otros parámetros del estado crítico, con la siguiente expresión:

$$\frac{\Gamma - N}{\lambda} = \frac{\lambda - \kappa}{\lambda}$$

4.15

La verificación de las ecuaciones 4.11 a 4.14 se hace mediante las gráficas mostradas en la fig 4.27.

**Tabla 4.5 Parámetros del estado crítico**

Muestra	OCR	$p_0$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$p_f$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$p'_f$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$q_f$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$M$	$M_{oc}$	$\lambda$	$k$	$N$	$N_{oc}$	$\Gamma$	$u_f$	$S_{uf}$
M-01.T3	1.0	2.0	2.67	1.34	2.026	1.91		1.55	0.65	5.3		4.4	1.33	1.18
M-02.T2	1.0	2.0	2.67	1.09	2.0	1.83		2.795	1.295	7.5		6.0	1.5	1.07
M-03.T3	1.0	1.7	2.31	1.02	1.84	1.8		1.22	0.139	4.55		4.38	0.86	1.31
M-03.T1	2.0	1.27	1.98	1.04	2.12		2.04	1.54	0.44	6.1	5.22	5.0	0.88	1.123
M-03.T1	6.0	0.42	1.076	1.07	1.97		1.84	1.86	0.96	6.25	3.8	5.35	0.11	0.889
M-03.T4	2.0	1.25	2.20	2.20	2.86		1.22	1.23						
M-04.T3	1.0	2.0	2.67	1.15	2.03	1.77		2.95	0.29	11.62		10.1	1.495	1.04
M-05.T2	1.0	2.0	2.66	1.12	1.97	1.76		2.77	1.27	9.6		8.5	1.496	1.024
M-06.T4	1.0	2.5	3.414	1.41	2.75	1.95		1.87	1.02	7.2		6.35	1.827	1.547
M-06.T1	2.0	1.2	1.87	0.92	2.0		2.17	2.08	0.38	7.4	6.0	5.7	0.79	1.174
M-06.T4	6.0	0.42	1.104	1.01	2.06		2.04	1.45	0.55	6.6	4.4	5.7	0.075	1.05
M-06.T1	1.5	1.67	3.11	3.11	4.25		1.37	1.68						
M-07.T4	1.0	2.5	3.43	1.58	2.8	1.77		2.132	0.932	10.0		8.8	2.006	1.26
M-08.T3	1.0	3.5	4.7	2.32	3.6	1.55		0.94	0.374	4.9		4.5	2.36	1.82
M-09.T2	1.0	4.0	5.38	2.12	4.16	1.96		-	-	-		-	-	-
M-09.T2	2.0	2.0	3.163	1.72	3.52		2.05	-	-	-		-	-	-
M-09.T1	6.0	0.67	1.695	1.41	3.05		2.16	-	-	-		-	-	-
M-10.T4	1.0	4.0	5.84	2.41	5.52	2.29		-	-	-		-	-	-

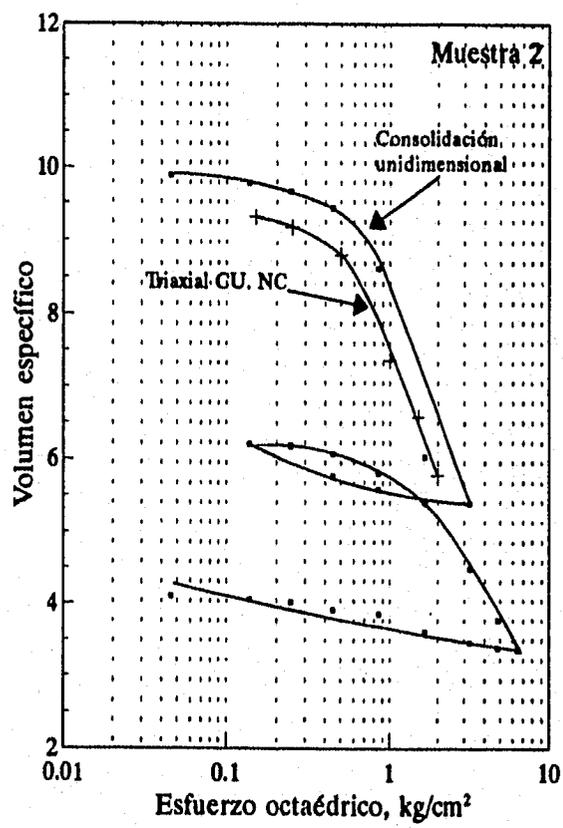
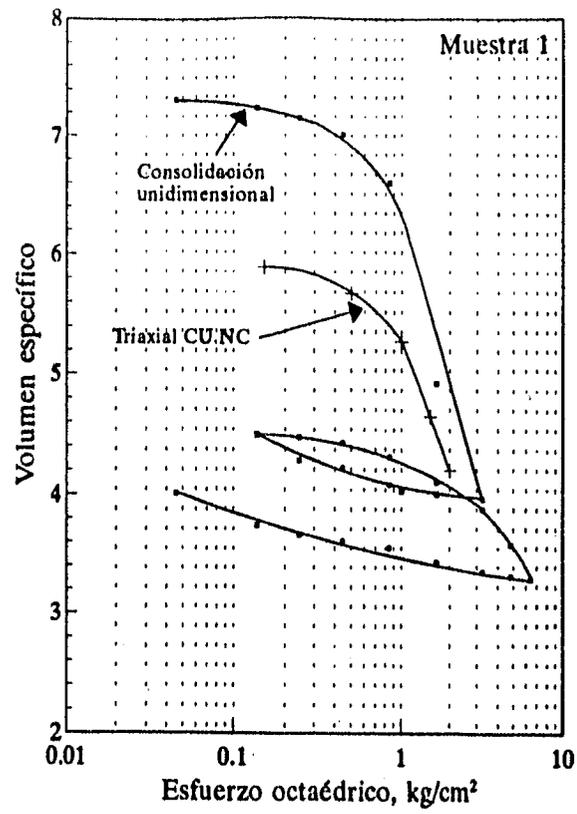


Fig 4.1 Curvas de compresibilidad

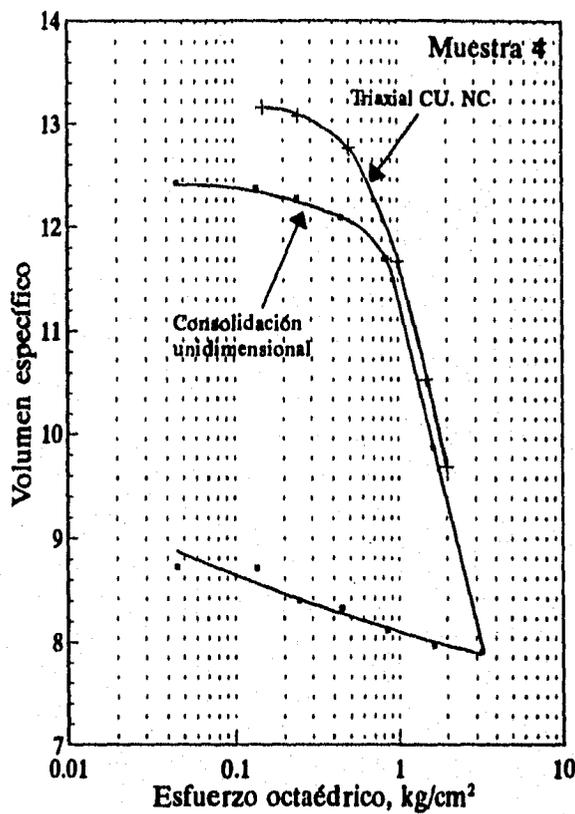
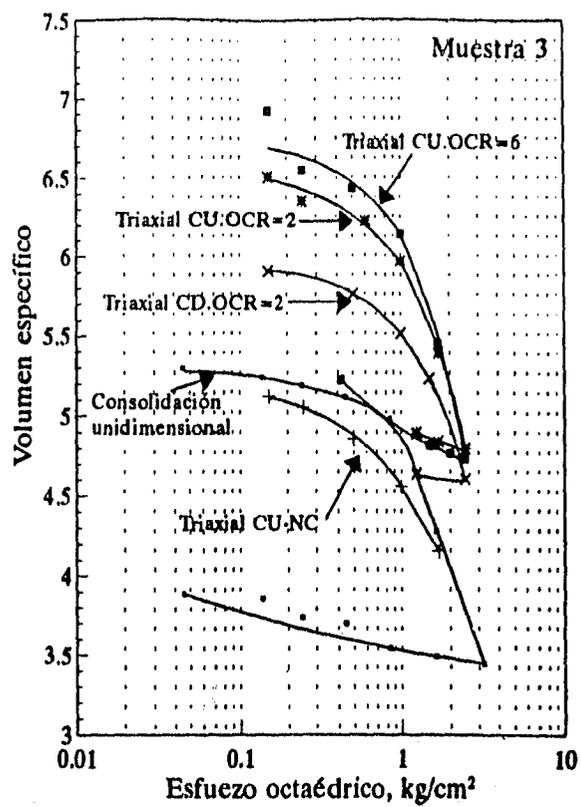


Fig 4.2 Curvas de compresibilidad

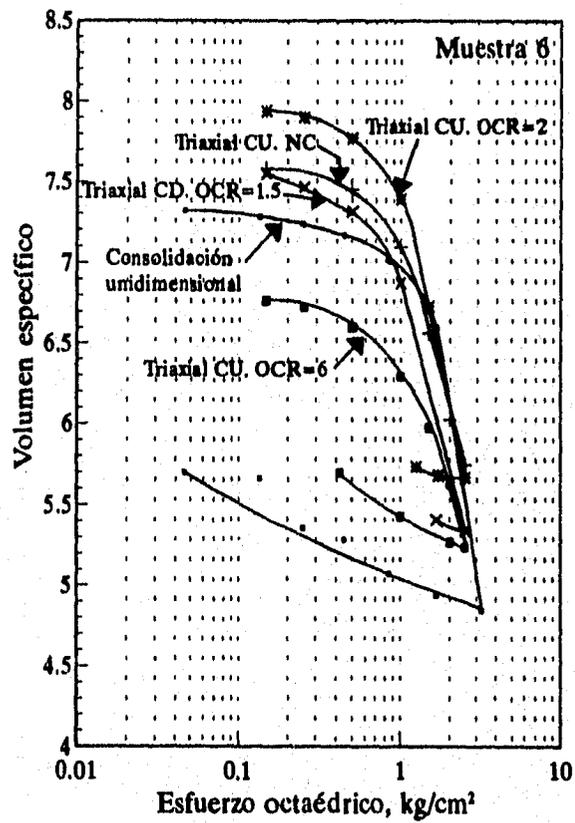
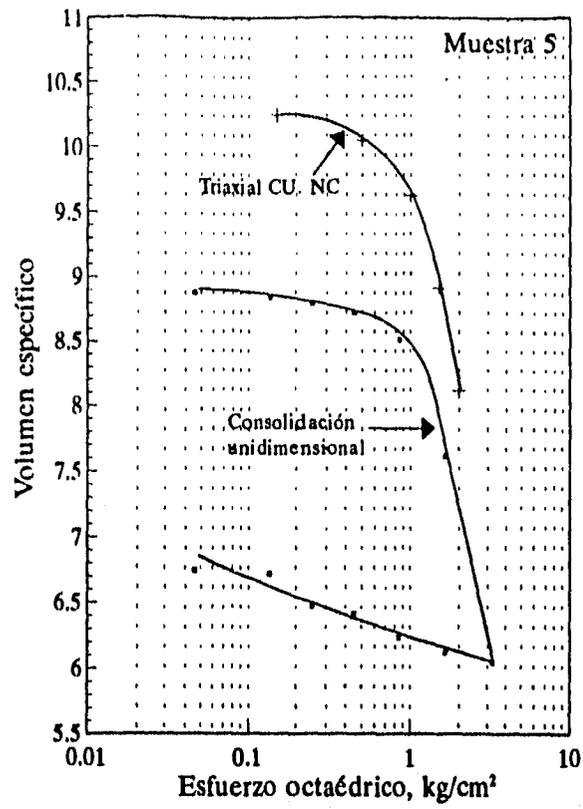


Fig 4.3 Curvas de compresibilidad

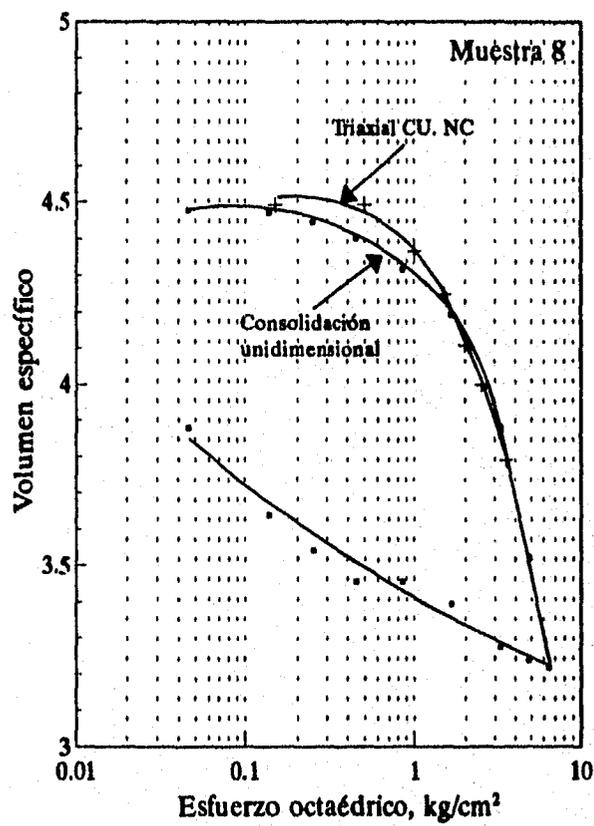
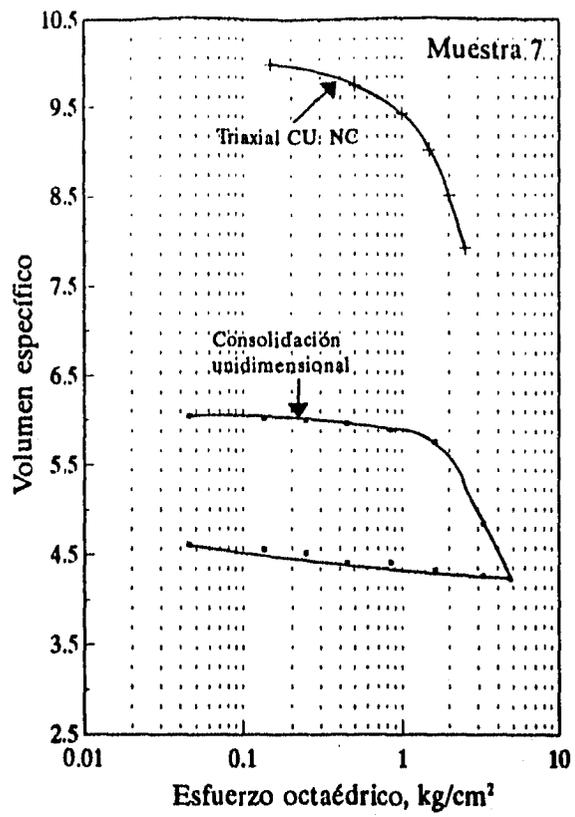


Fig 4.4 Curvas de compresibilidad

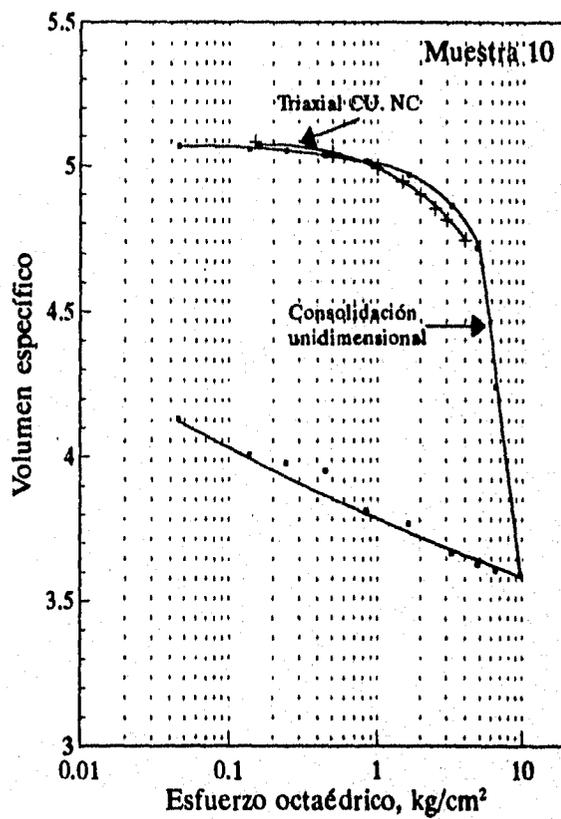
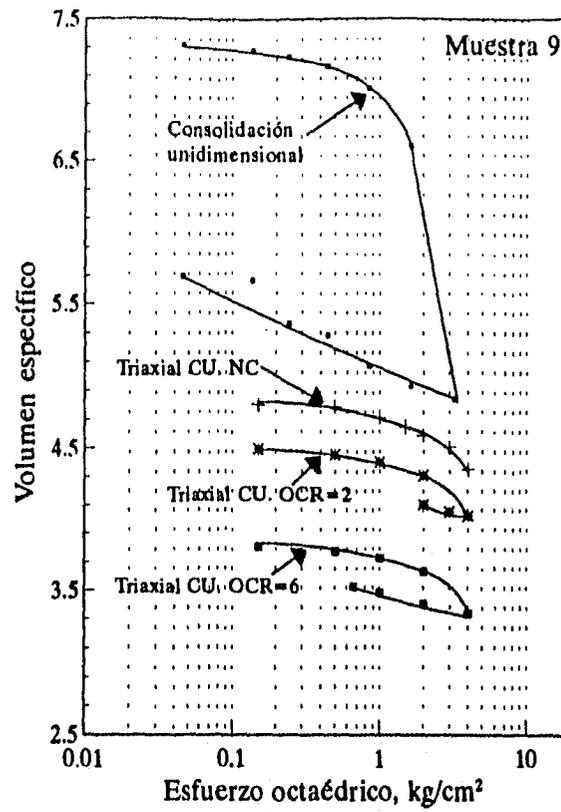


Fig 4.5 Curvas de compresibilidad

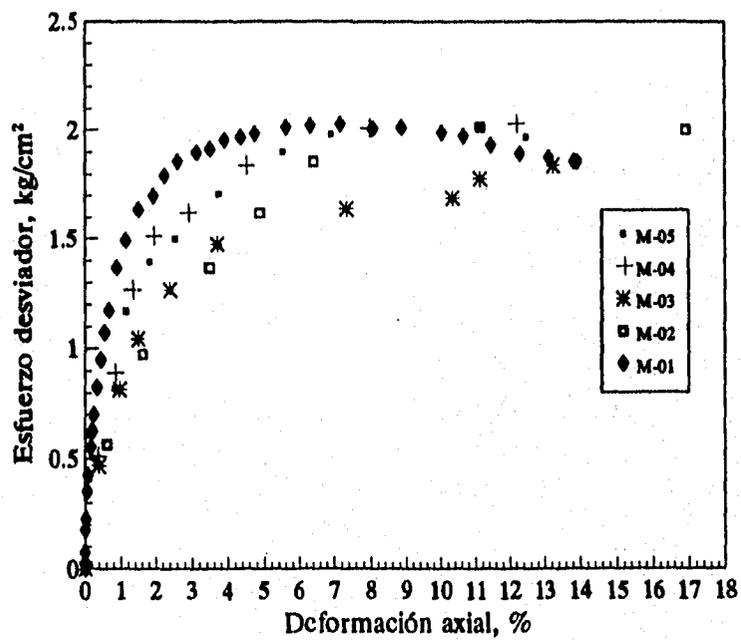
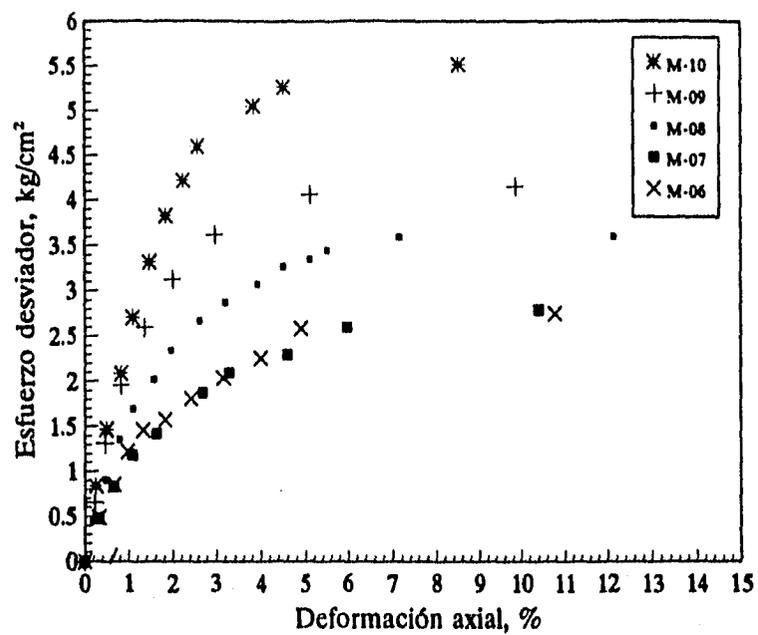


Fig 4.6 Curvas esfuerzo-desviador para las pruebas triaxiales CU normalmente consolidadas

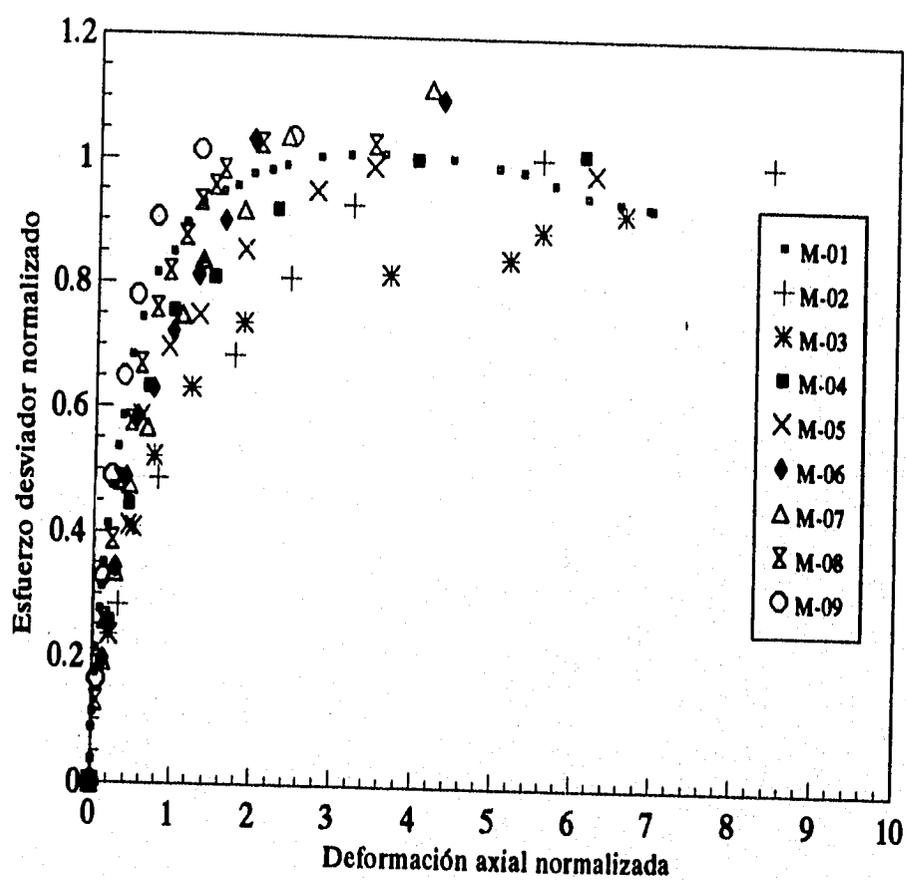


Fig 4.7 Curvas esfuerzo-deformación normalizadas para las pruebas triaxiales CU normalmente consolidadas

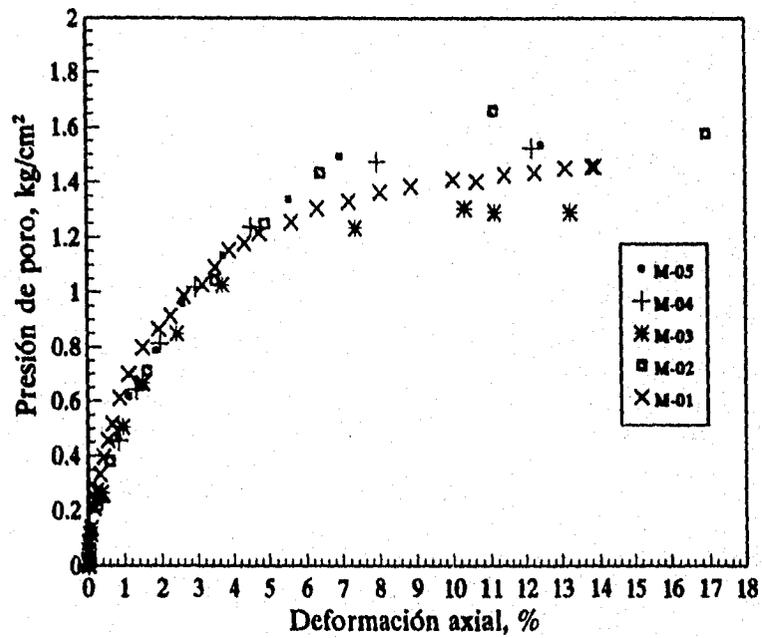
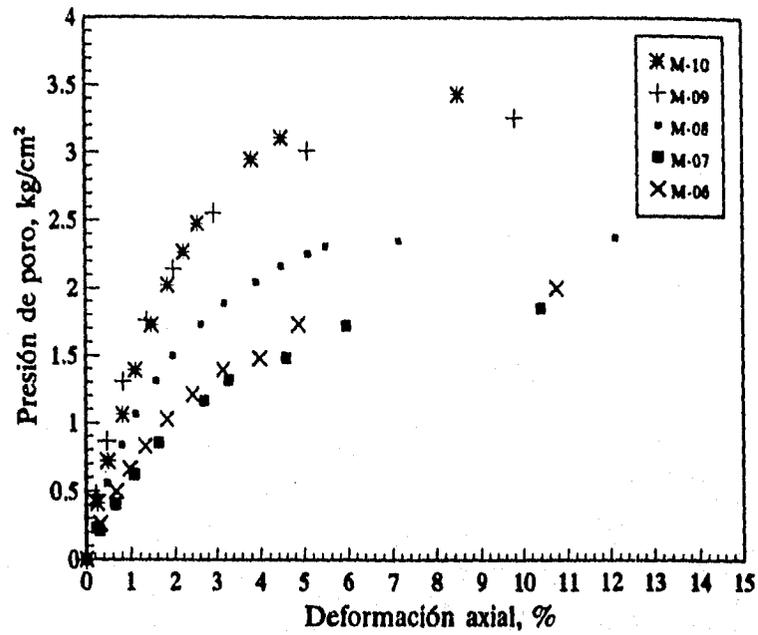


Fig 4.8 Curvas deformación-presión de poro para las pruebas triaxiales CU normalmente consolidadas

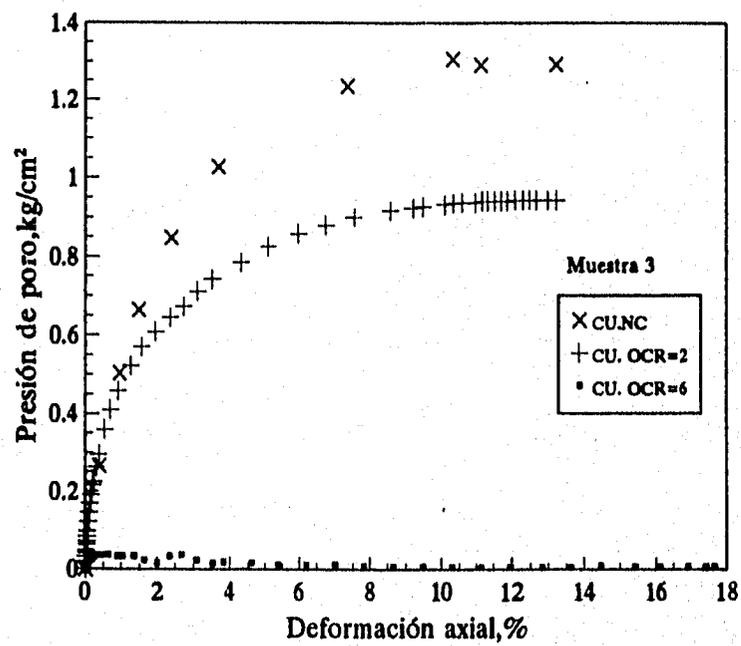
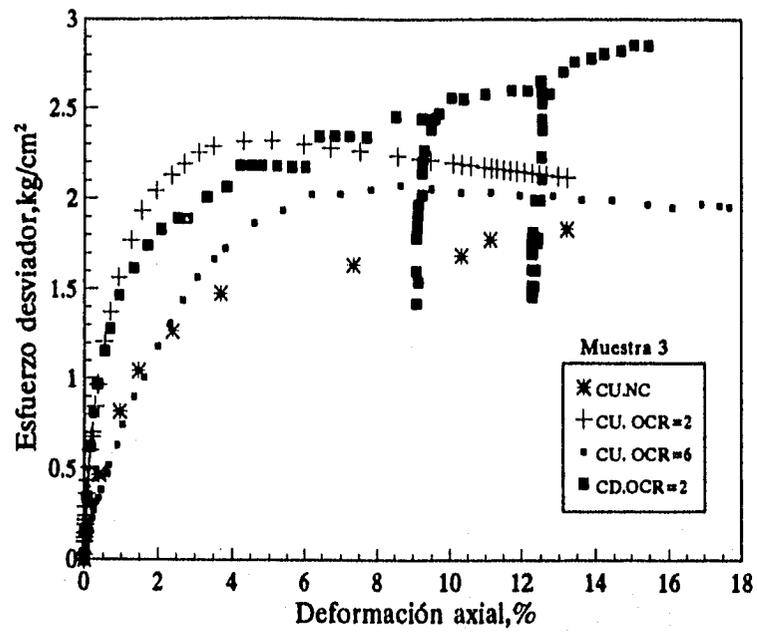
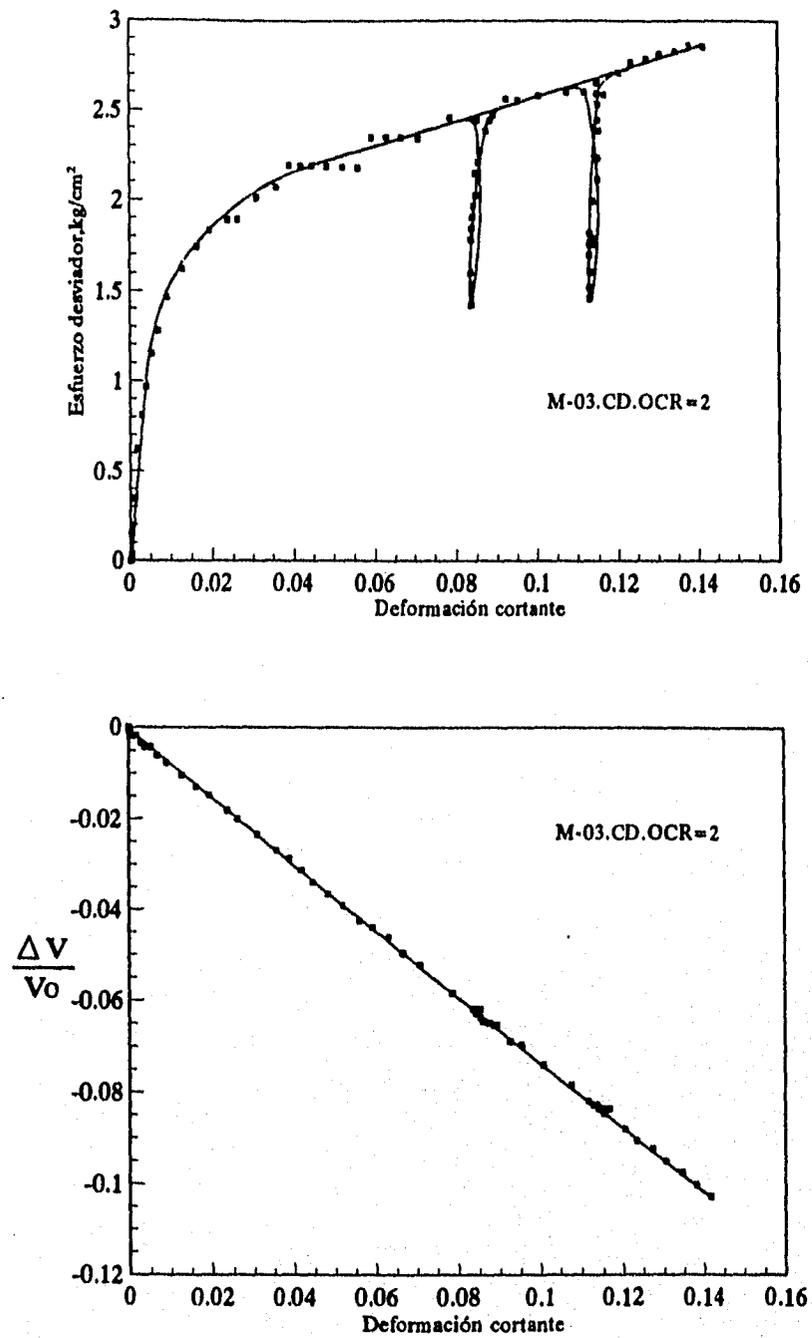


Fig. 4.9 Curvas deformación axial contra esfuerzo desviador y presión de poro para la muestra M-03



**Fig 4.10** Curvas de deformación cortante contra esfuerzo desviador y contra deformación volumétrica para la prueba CD en la muestra M-03

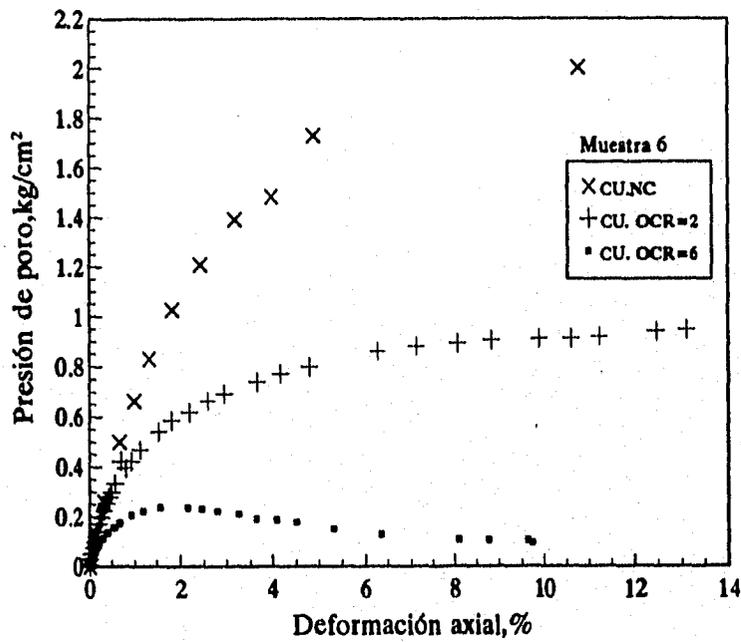
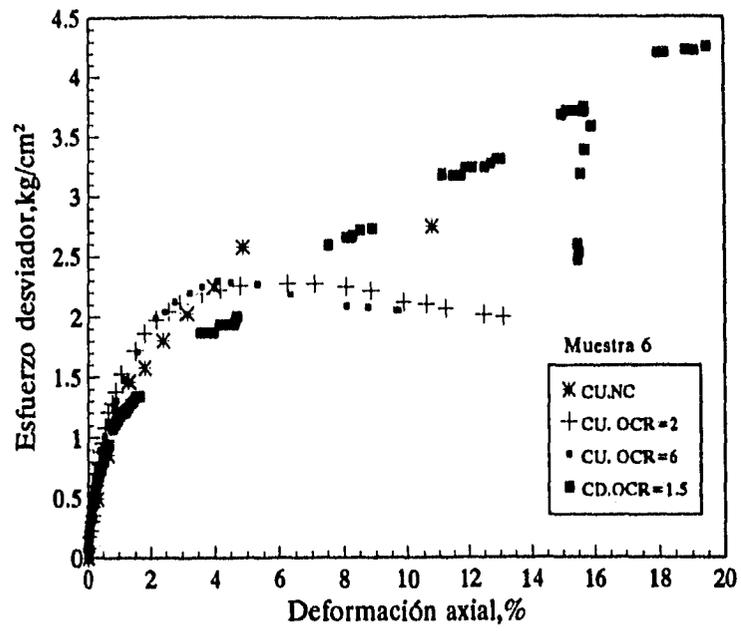


Fig 4.11 Curvas deformación axial contra esfuerzo desviador y presión de poro para la muestra M-06

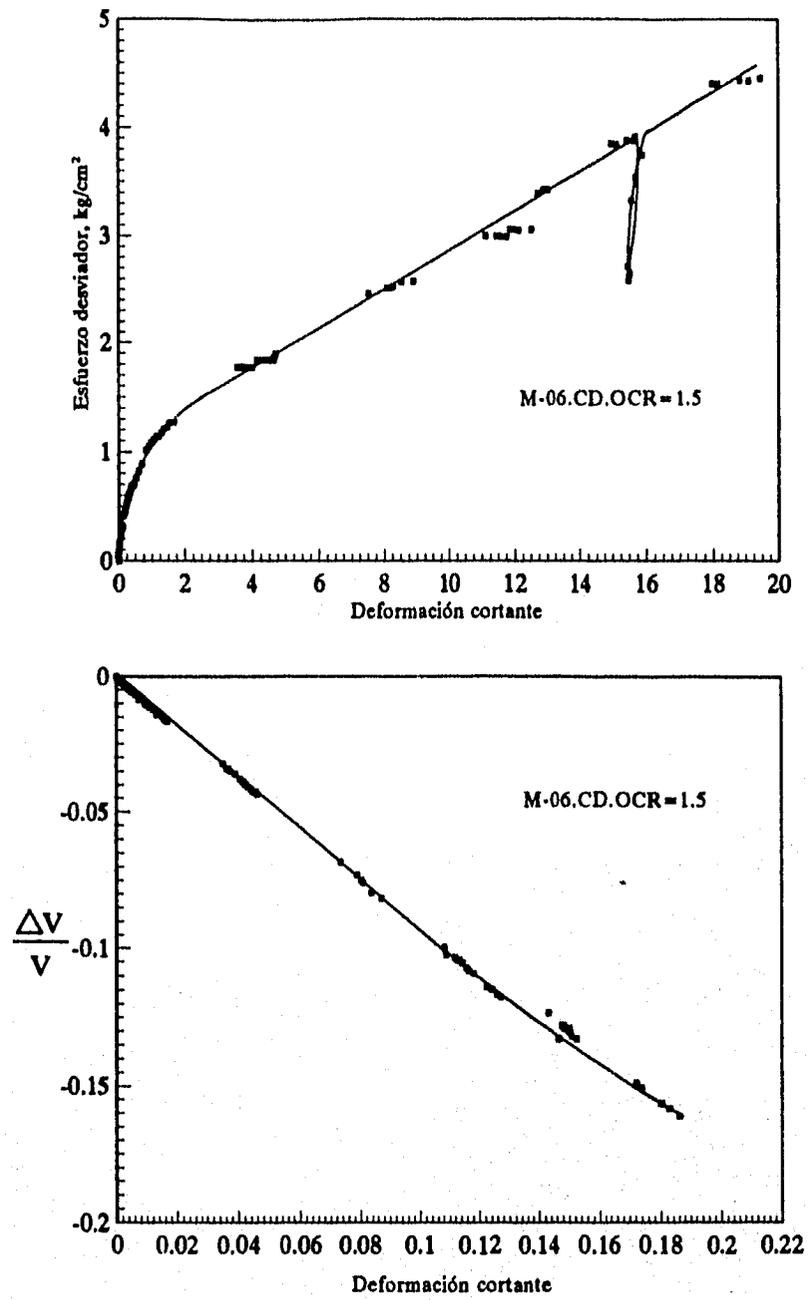


Fig 4.12 Curvas de deformación cortante contra esfuerzo desviador y contra deformación volumétrica para la prueba CD en la muestra M-06

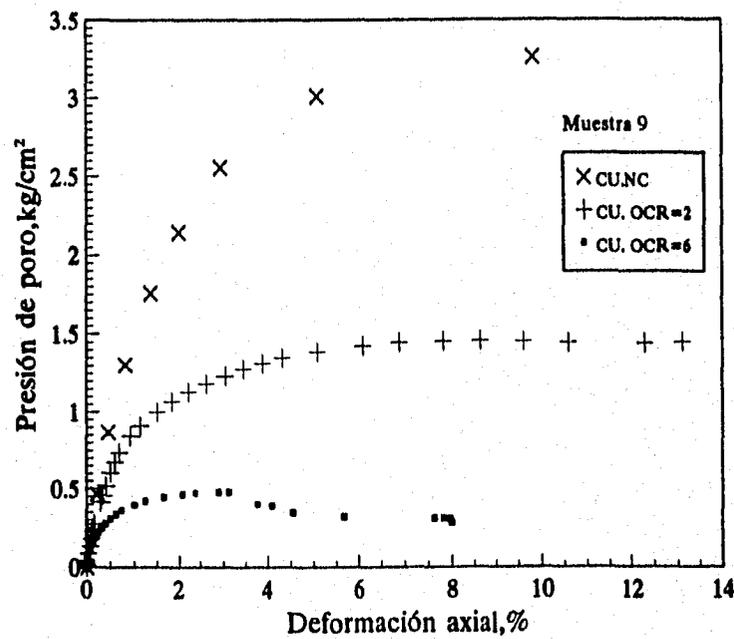
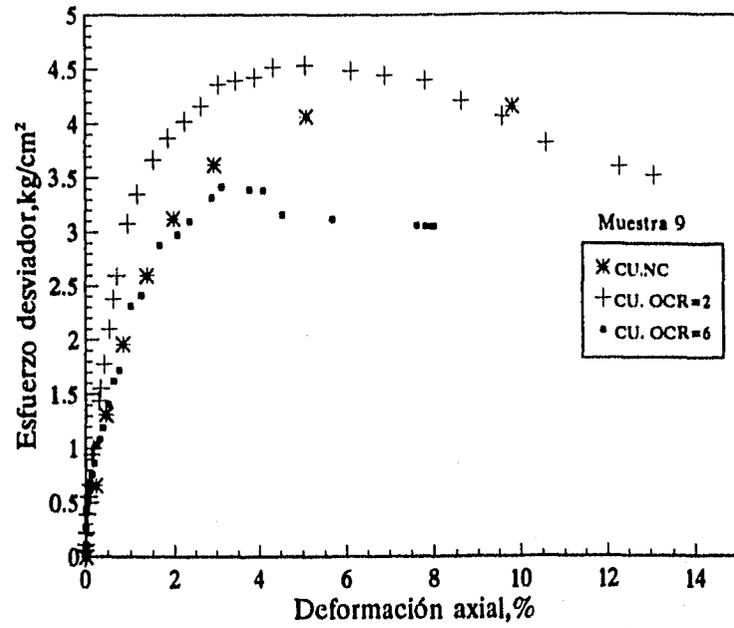


Fig. 4.13 Curvas deformación contra esfuerzo desviador y presión de poro para la muestra M-09

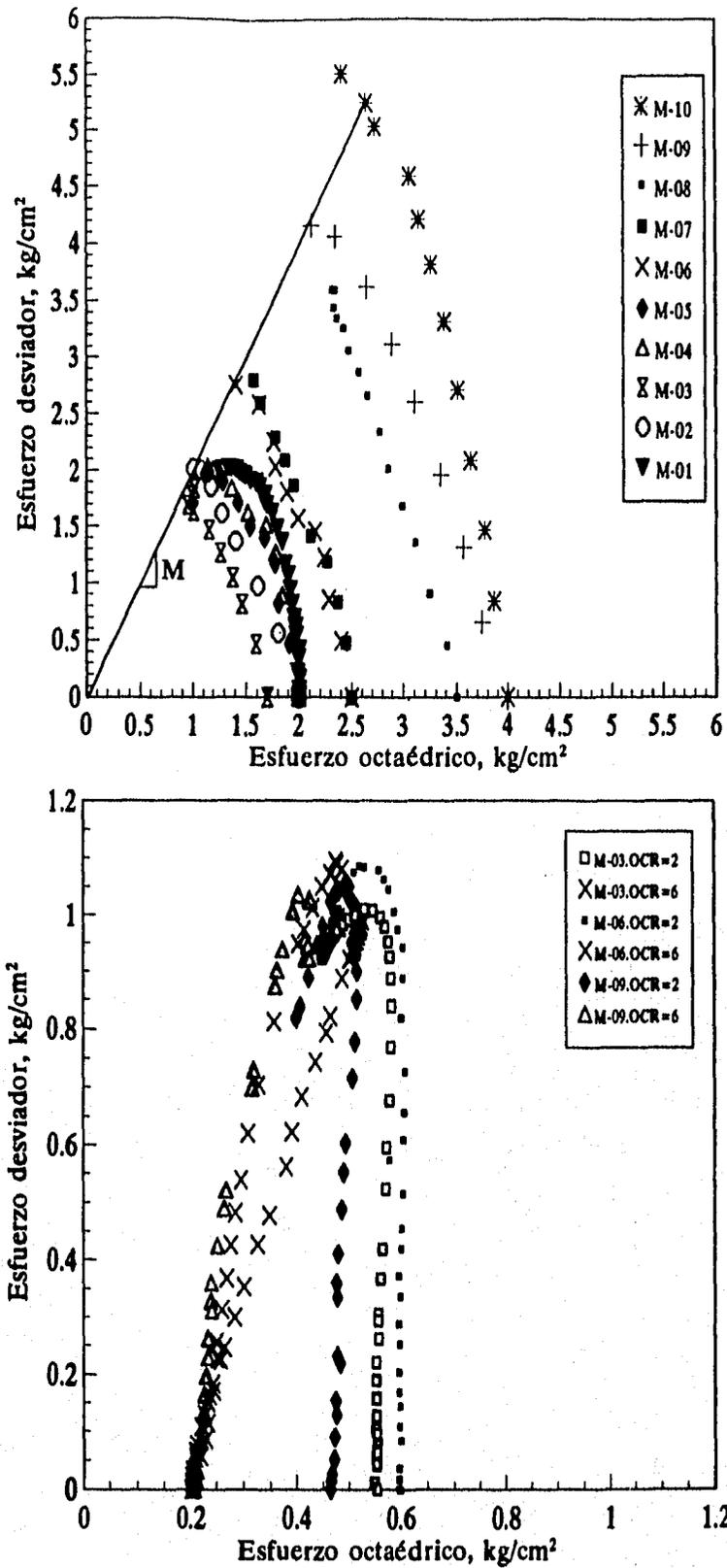
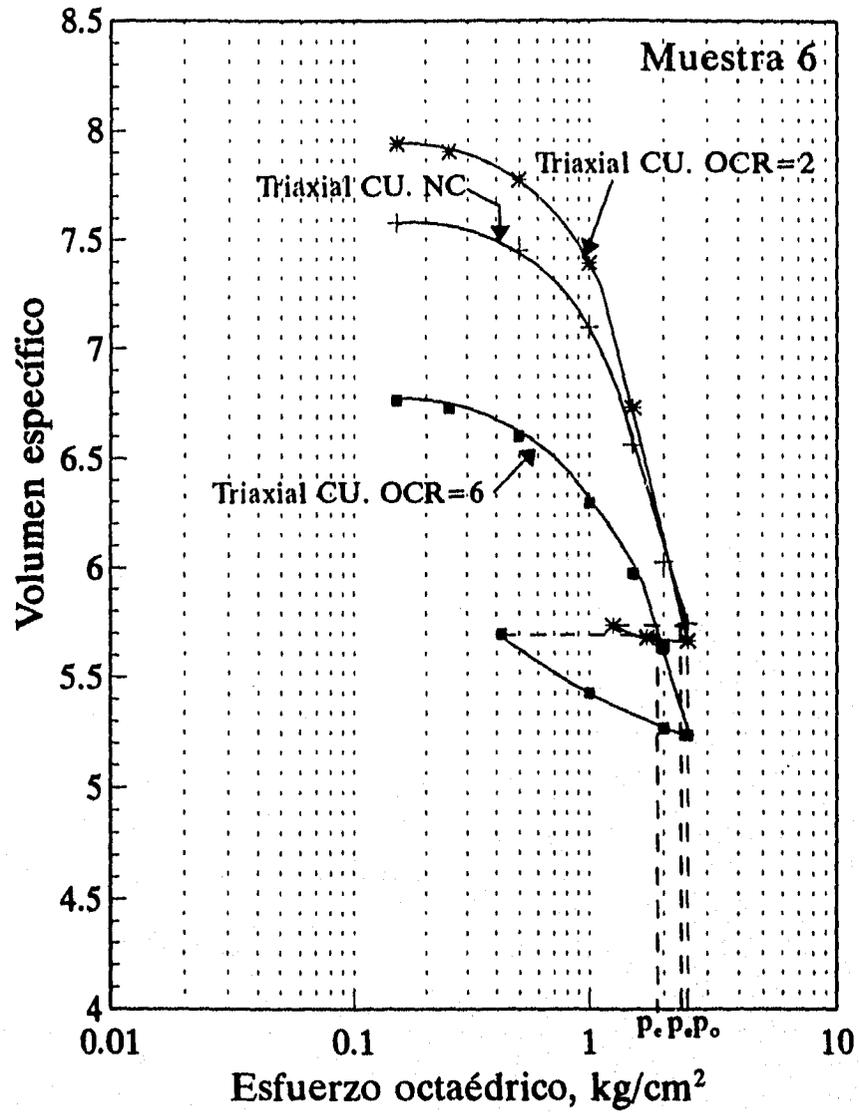


Fig 4.14 Trayectorias de esfuerzos de las pruebas normalmente consolidadas y preconsolidadas



**Fig 4.15** Curvas de compresibilidad de la muestra M-06 con sus presiones equivalentes

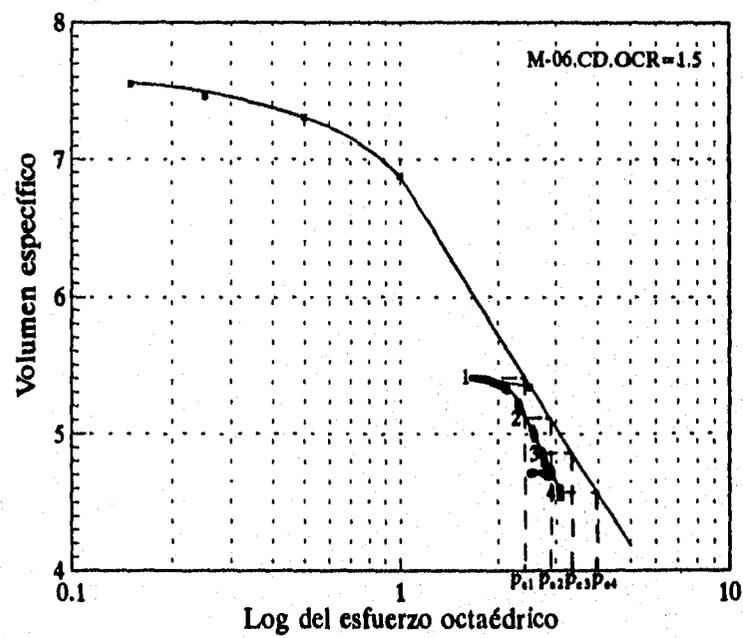
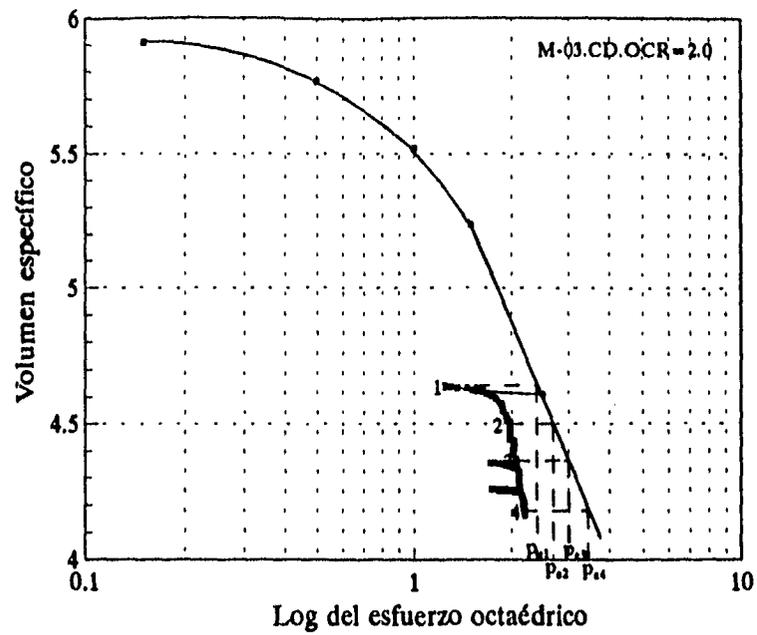


Fig. 4.16 Curvas de compresibilidad para las pruebas drenadas

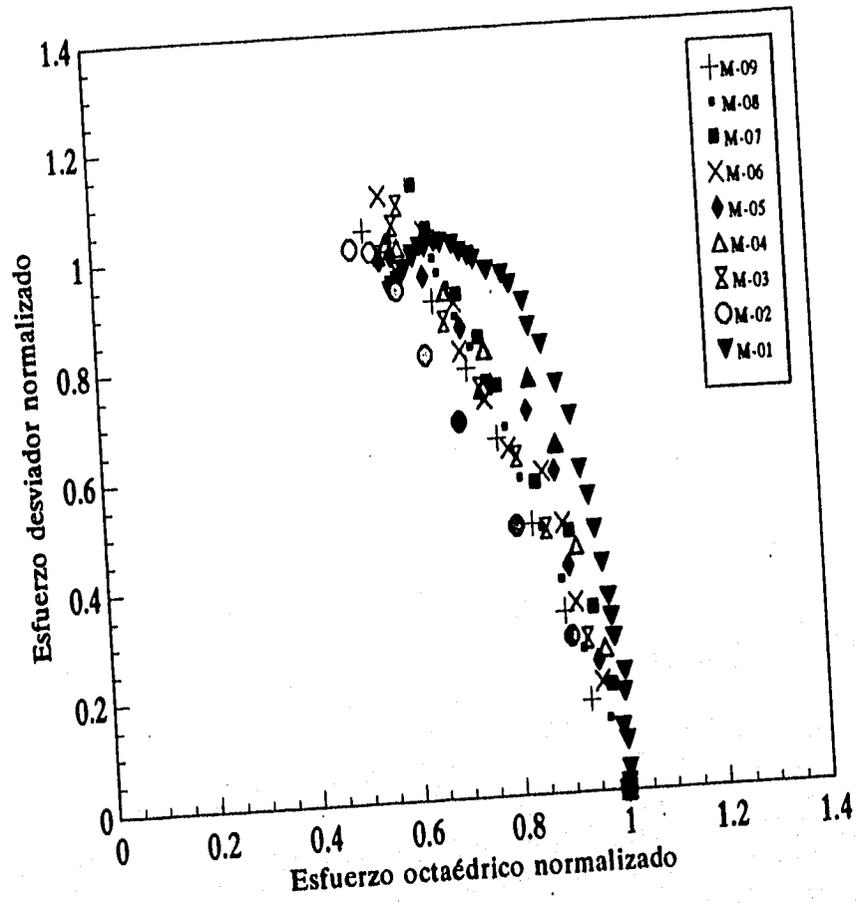


Fig 4.17 Trayectorias de esfuerzos normalizadas de las pruebas normalmente consolidadas

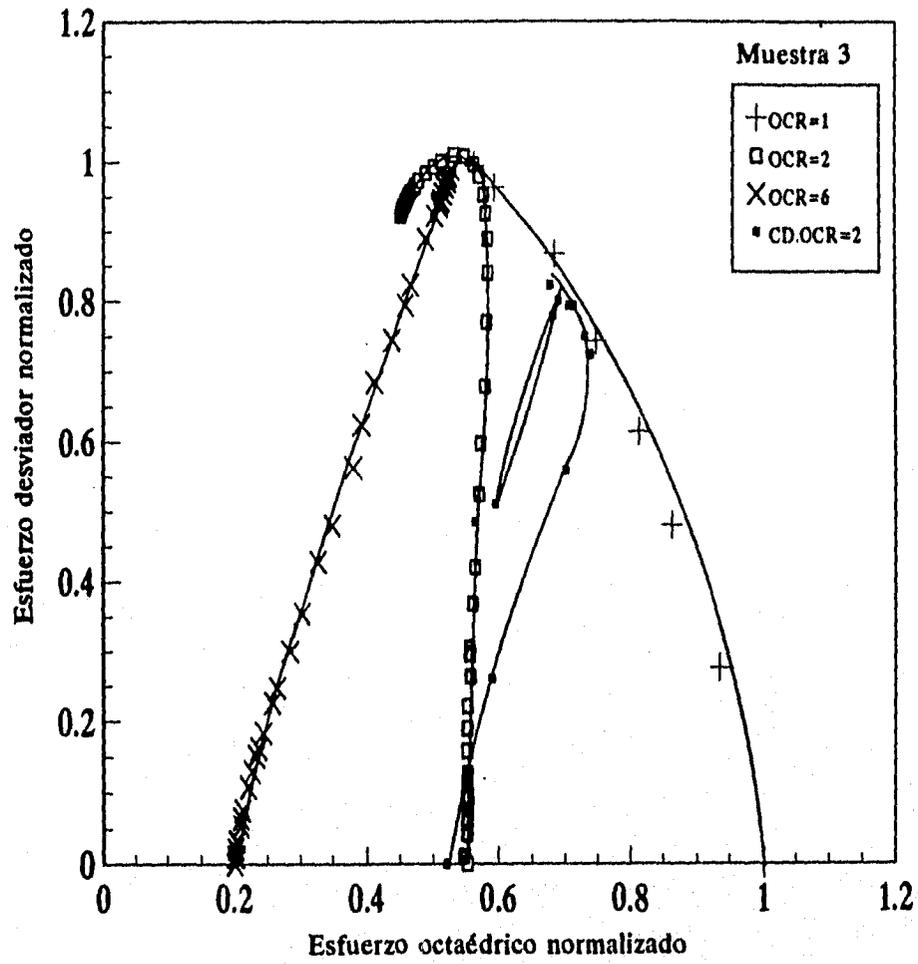


Fig 4.18 Trayectoria de esfuerzos normalizadas para la muestra M-03

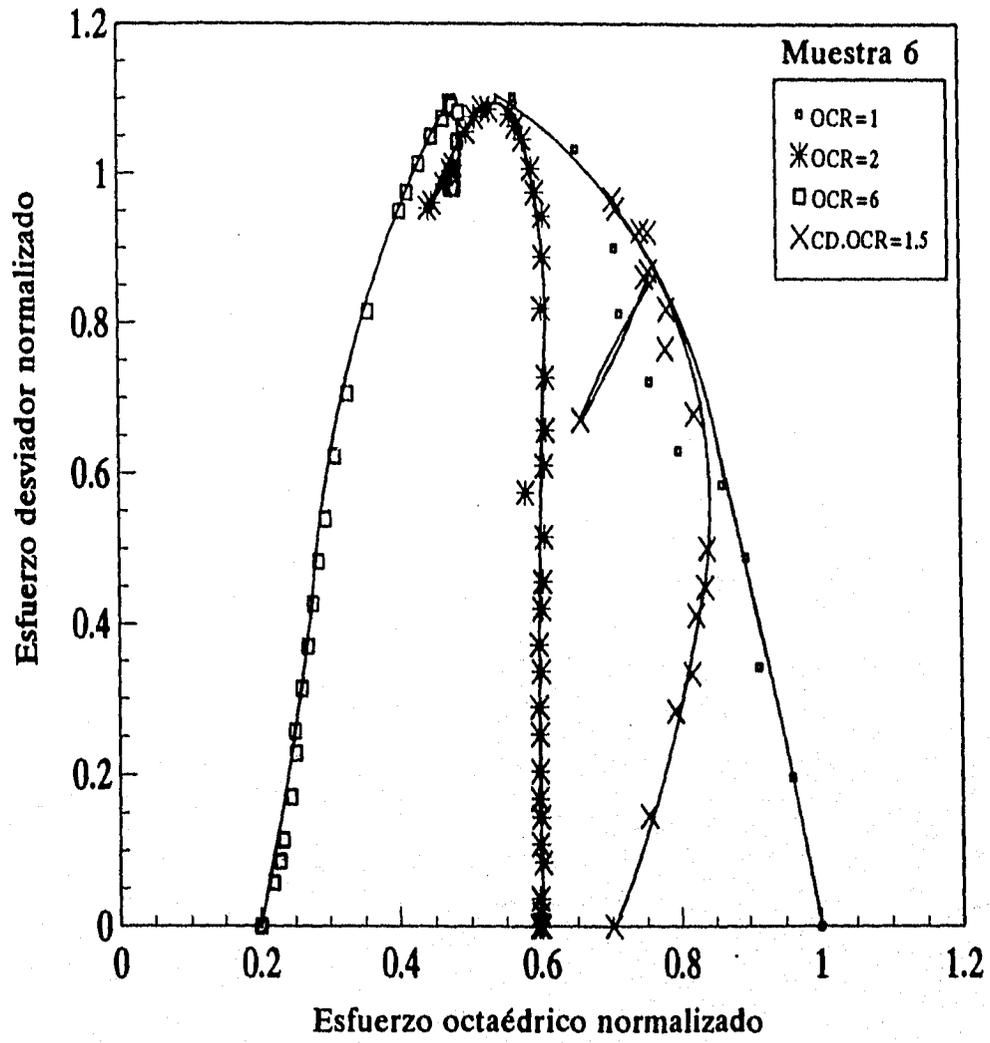


Fig. 4.19 Trayectorias de esfuerzos normalizadas para la muestra M-06

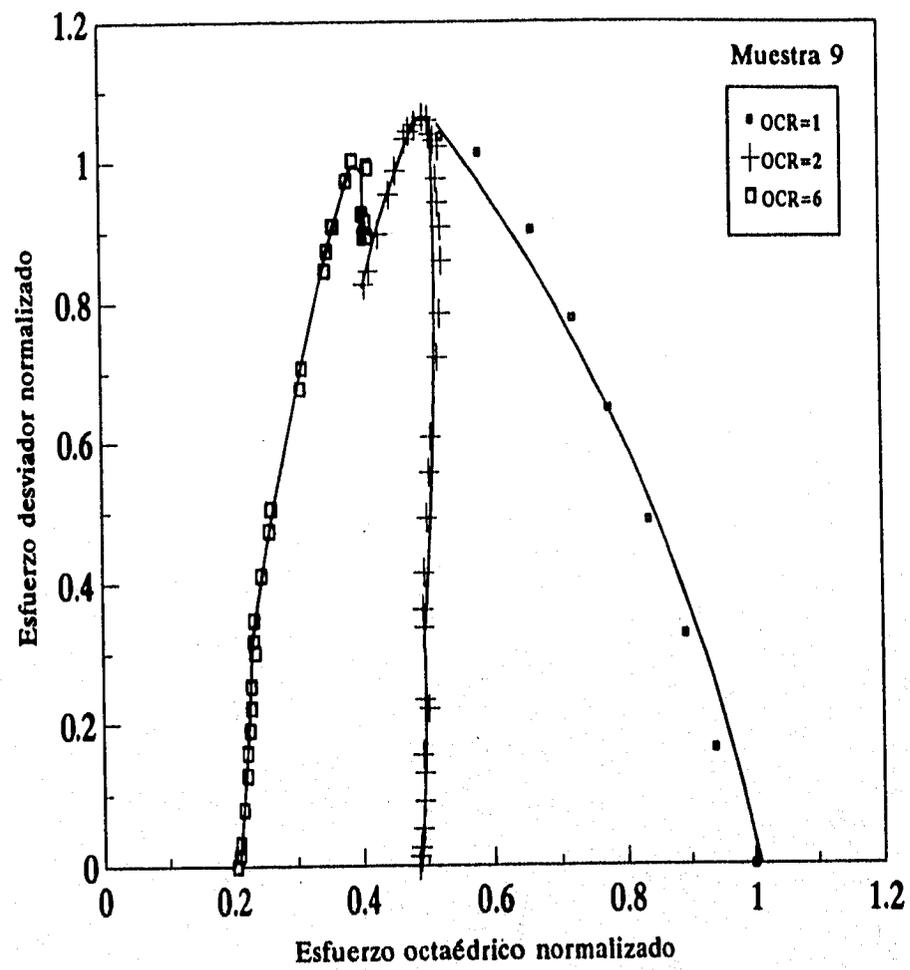


Fig. 4.20 Trayectoria de esfuerzos normalizadas para la muestra M-09

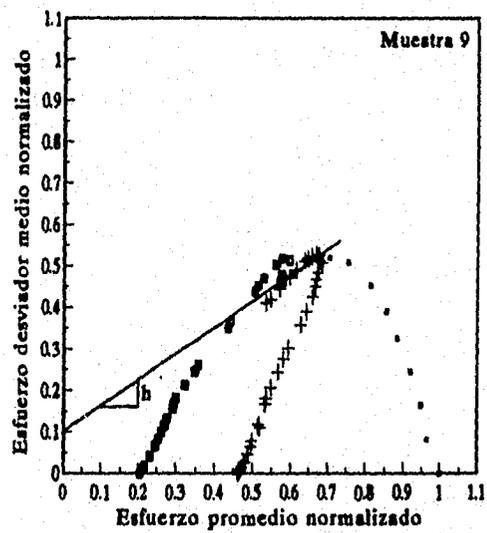
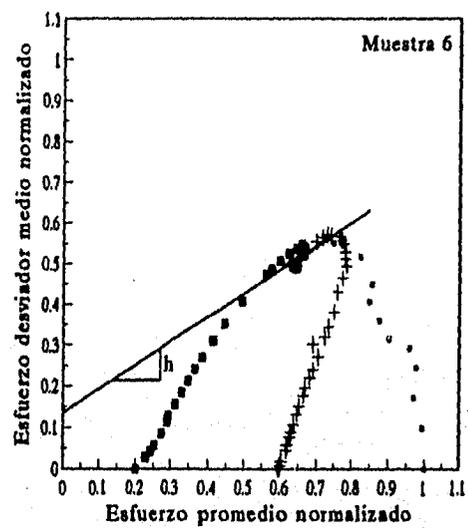
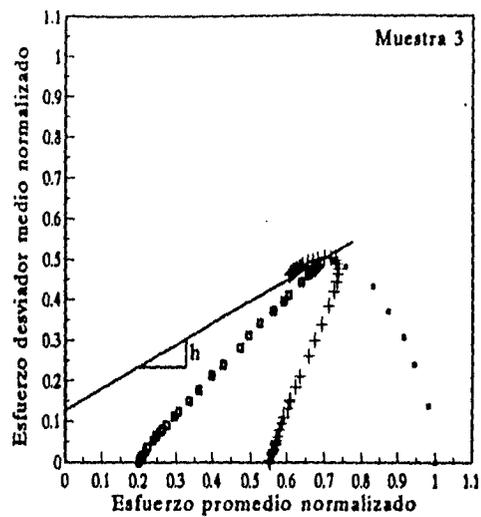


Fig 4.21 Trayectorias de esfuerzos medios normalizadas

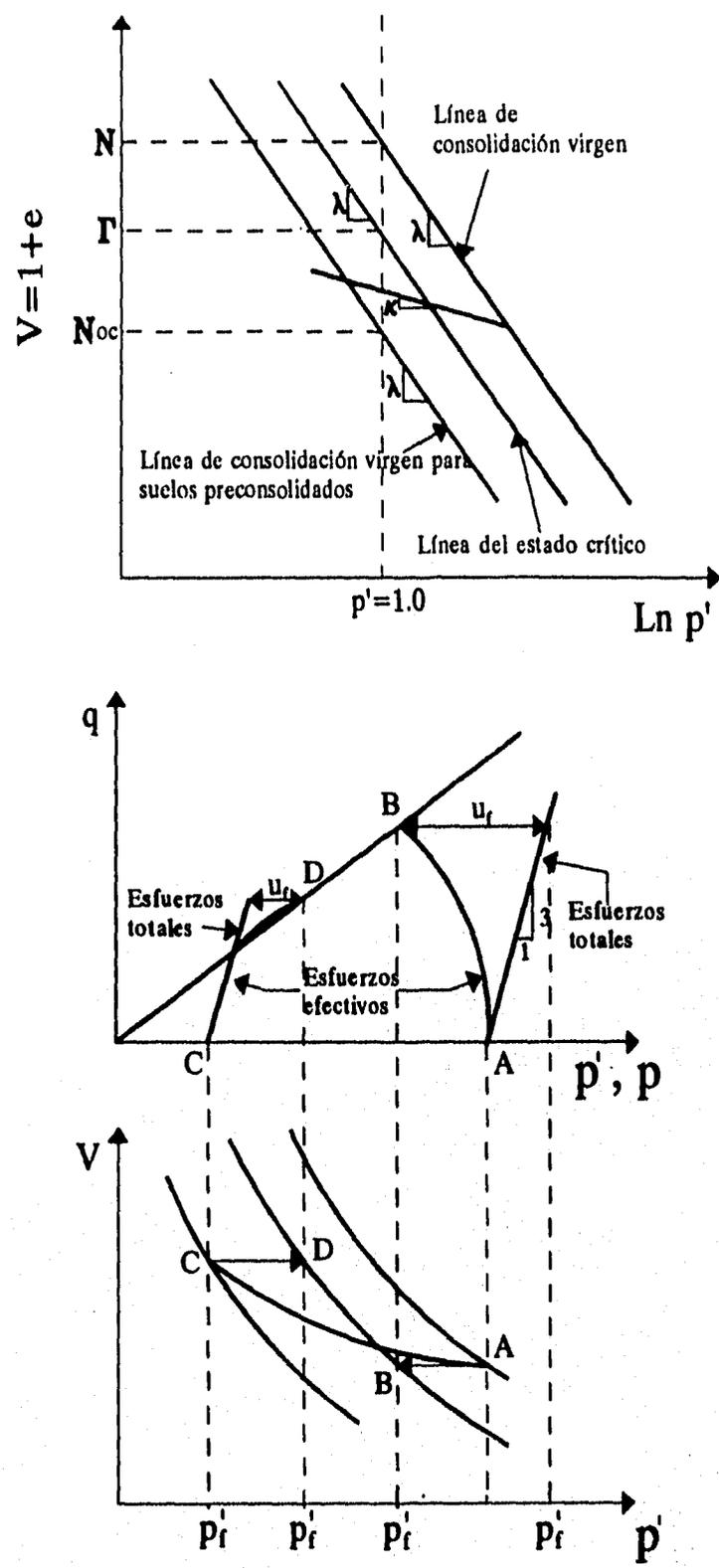


Fig 4.22 Definiciones básicas de la Teoría del Estado Crítico

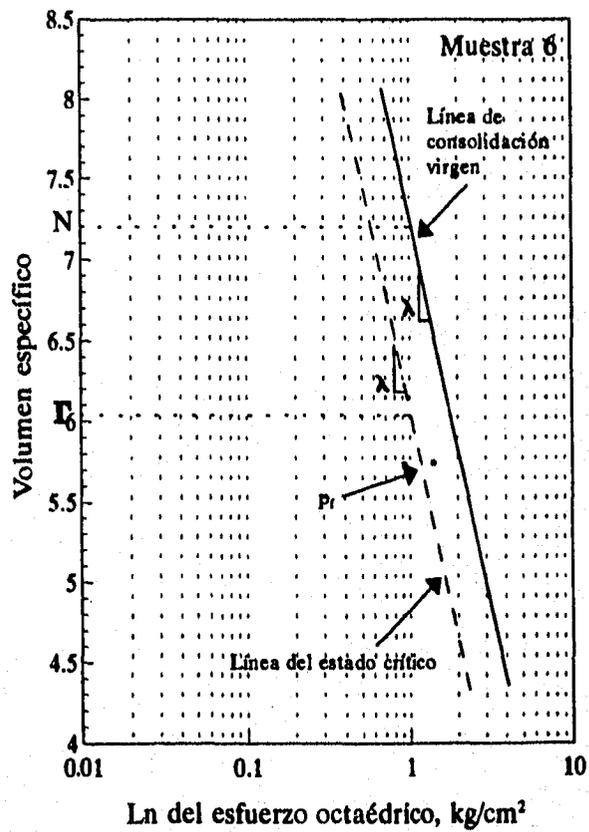
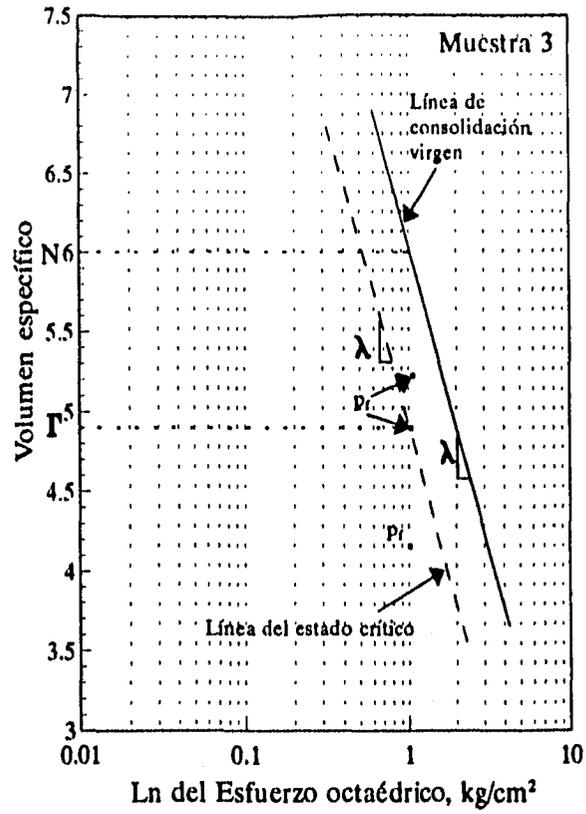
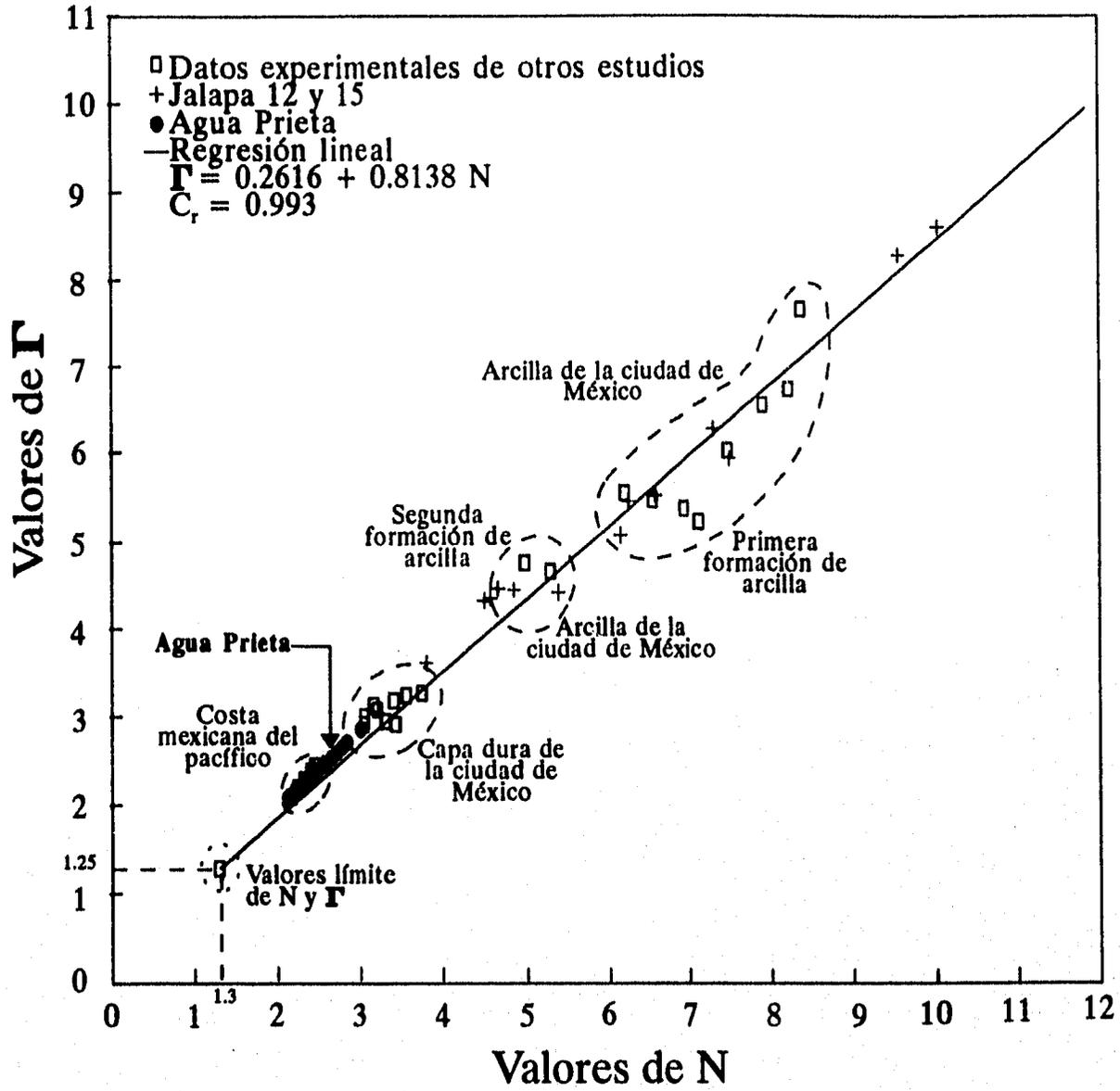


Fig 4.23 Líneas del estado crítico para las muestras M-03 y M-06

Fig 4.24 Relación entre  $\Gamma$  - N

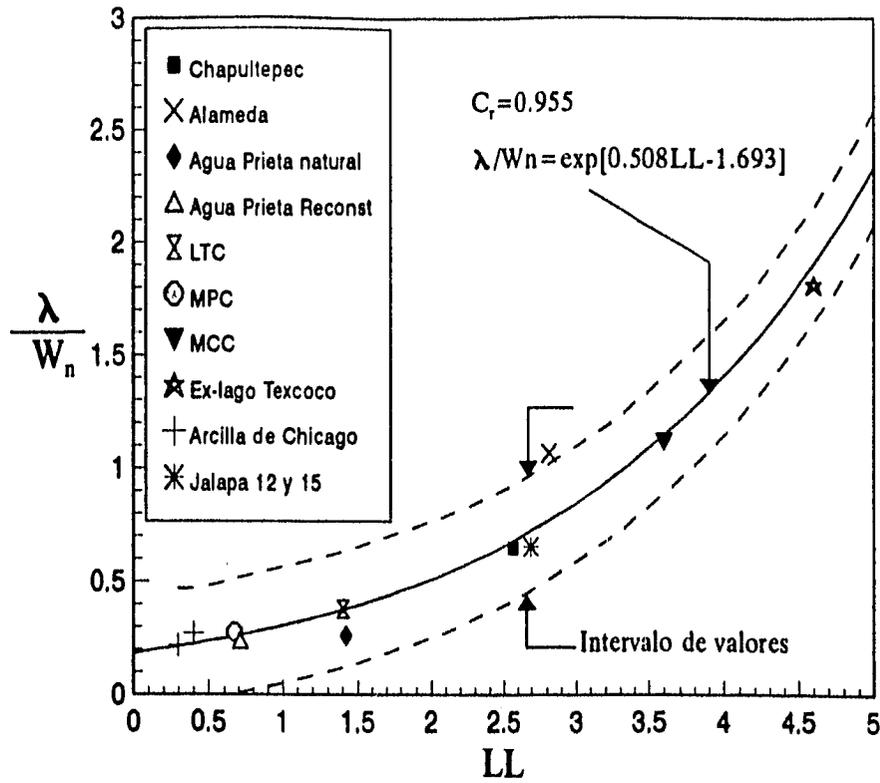


Fig. 4.25 Relación entre la pendiente del estado crítico y el límite líquido

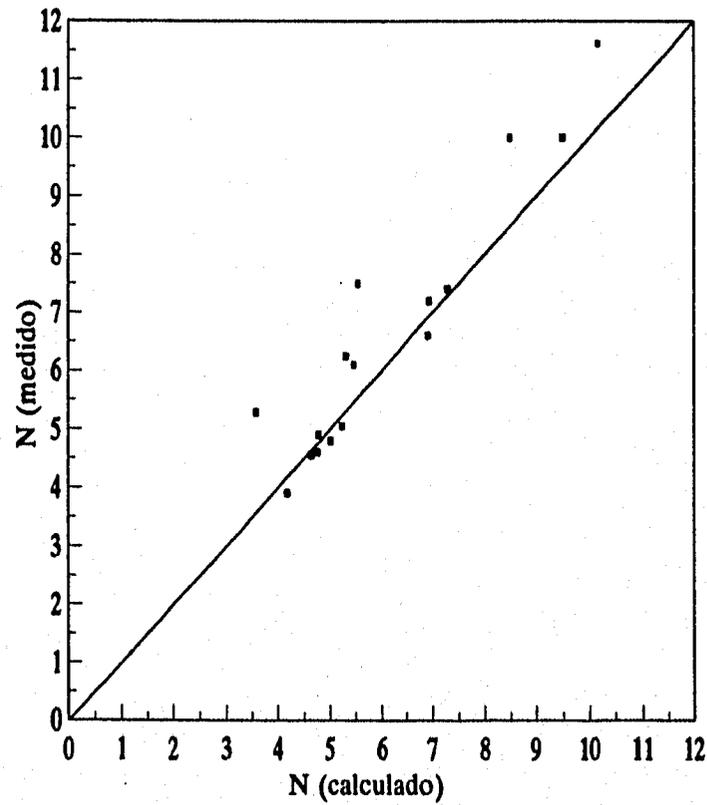


Fig. 4.26 Comparación entre los valores de N medidos y calculados

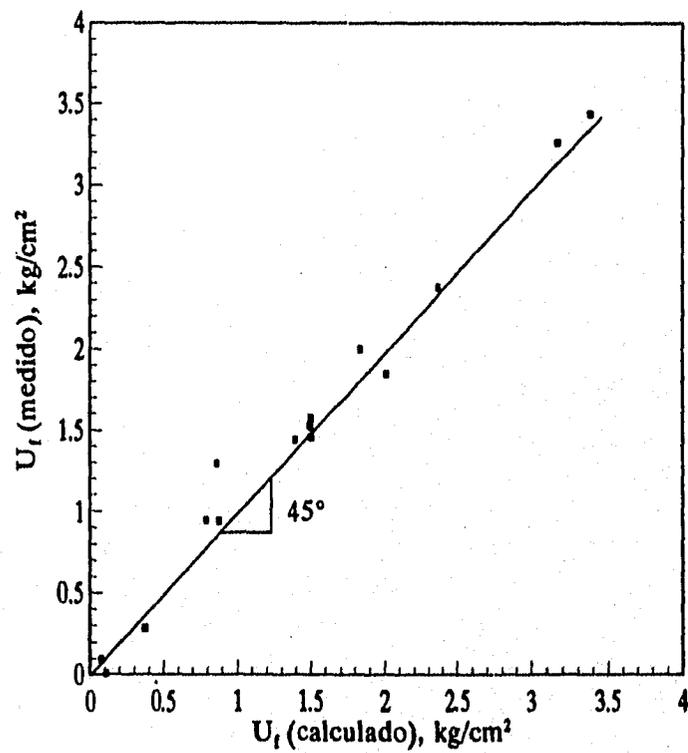
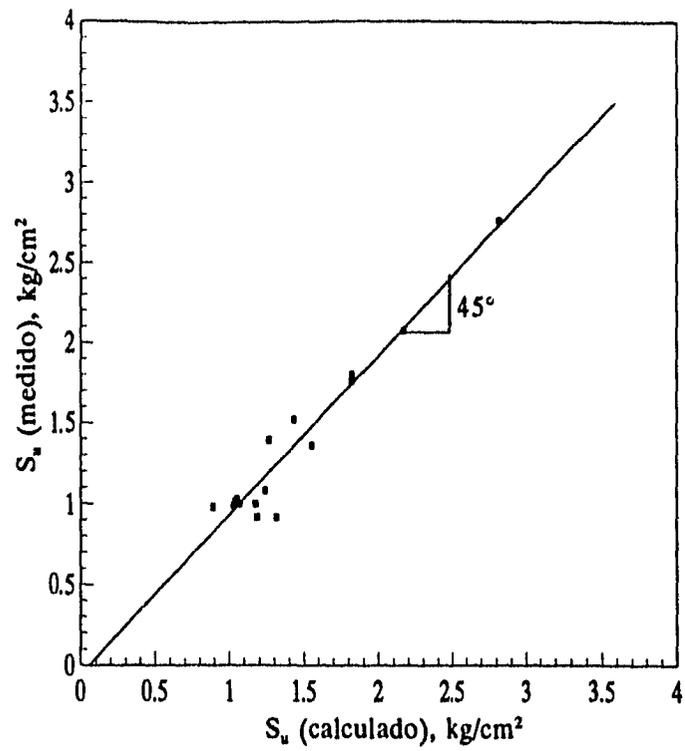


Fig. 4.27 Comparación entre los valores calculados y medidos de la Resistencia y presión de poro en la falla

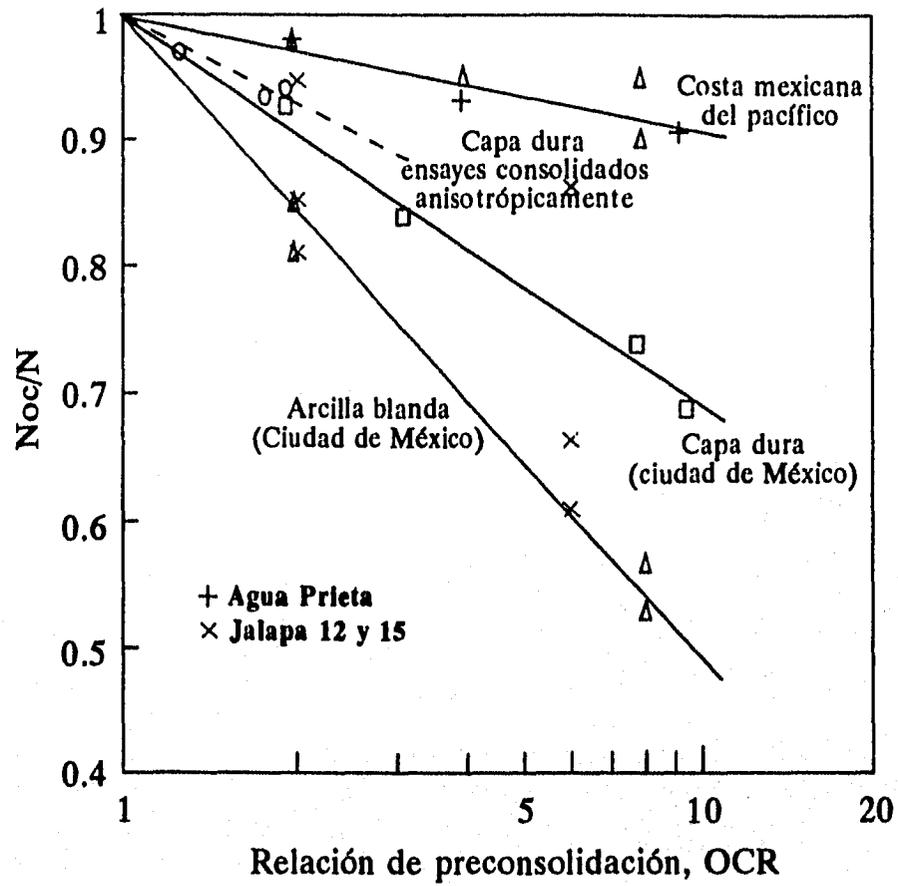


Fig 4.28 Relación entre  $N_{oc}/N$ -OCR

ESTA TESIS NO DEBE  
SALIR DE LA BIBLIOTECA

## 5. EVALUACIÓN DEL MODELO CAM-CLAY MODIFICADO

Luego de analizar el comportamiento del material en el capítulo anterior, a continuación se verificará el modelo propuesto en este trabajo comparando los resultados experimentales obtenidos, con las hipótesis teóricas del modelo. Las cuatro componentes del modelo ya mencionadas son: las propiedades elásticas, la superficie de fluencia, el potencial plástico y la regla de endurecimiento.

### 5.1 Propiedades elásticas

Una descripción del comportamiento esfuerzo-deformación de un material elástico puede describirse con dos parámetros, el módulo de Young y el de Poisson o el módulo de corte y de deformabilidad volumétrica.

En las figs 5.1 a 5.6 se muestran las gráficas de deformación axial contra deformación axial sobre el esfuerzo desviador, en las que se presenta el módulo tangente inicial  $E$ , obtenido teniendo en cuenta que las curvas esfuerzo-deformación pueden aproximarse a una parábola cuya ecuación es:

$$\sigma_d = \frac{\varepsilon}{a + b\varepsilon} \quad 5.1$$

$$\frac{\varepsilon}{\sigma_d} = a + b\varepsilon \quad 5.2$$

siendo  $a$  el módulo tangente inicial, obtenido de los ensayos realizados.

La rigidez máxima del suelo,  $G_{max}$ , obtenida con el módulo de elasticidad inicial mostrado en las gráficas de las figs 5.1 a 5.6, está influida por el grado de preconsolidación, pues a medida que aumenta el grado de preconsolidación la rigidez máxima del suelo aumenta, cambiando bruscamente al pasar de OCR=1 a OCR=2 y luego presenta una variación más suave para OCR más altos (fig 5.7).

Para considerar el efecto de la no linealidad del suelo, se debe incluir la variación del módulo  $G$  con la deformación angular en la matriz de comportamiento elástico del modelo Cam-Clay modificado. Dicha variación se puede obtener con un modelo hiperbólico mediante la siguiente ecuación:

$$G = G_{max}(1 - H(\gamma)) \quad 5.3$$

donde

$$H(\gamma) = \left[ \frac{(\gamma/\gamma_r)^{2B}}{1 + (\gamma/\gamma_r)^{2B}} \right]^A \quad 5.4$$

$$A' = A + C, \quad 5.5$$

donde  $G$  es el módulo de rigidez al corte,  $\gamma_r$ ,  $A$  y  $B$  son parámetros que dependen de la plasticidad del suelo. En las figs 5.8 a la 5.10 se muestran los valores de los tres parámetros.

### 5.2 Criterio de falla

La resistencia del suelo con base en el criterio de Mohr-Coulomb se ajusta al modelo de Cam-Clay modificado. Dicho criterio dice que la falla de un suelo ocurre si el esfuerzo cortante  $\tau$  alcanza el valor crítico definido como:

$$\tau = \pm(c' + \sigma' \tan \phi') \quad 5.6$$

Este define un par de líneas de resistencia en el plano de esfuerzos (fig 5.11), el suelo falla si el círculo de Mohr de esfuerzos efectivos toca dichas líneas.

Dicho criterio de falla puede definirse en términos de esfuerzos principales. De la fig 5.11 la relación límite entre el esfuerzo principal mayor y menor es:

$$\frac{\sigma'_1 + c' \cot \phi'}{\sigma'_3 + c' \cot \phi'} = \frac{1 + \sin \phi'}{1 - \sin \phi'} \quad 5.7$$

La condición de esfuerzos mostrada en la fig 5.11 a) con  $\sigma'_2 = \sigma'_3$  corresponde a un ensaye triaxial de compresión en el cual la presión de cámara es el esfuerzo menor, igual al intermedio. La expresión 5.7 puede entonces escribirse en términos de las variables  $p':q$  de la siguiente forma:

$$\frac{q}{p' + c' \cot \phi'} = \frac{6 \sin \phi'}{3 - \sin \phi'} \quad 5.8$$

El estado crítico del material se determina con la pendiente  $M$  la cual está definida como la relación  $\eta = q/p'$ . Comparando dicha relación con la ecuación 5.8 se sugiere que el suelo falla de manera puramente friccionante para el estado crítico con  $c' = 0$ ; así, para un ensaye triaxial de compresión:

$$M = \frac{6 \sin \phi'}{3 - \sin \phi'} \quad 5.9$$

transponiendo términos

$$\sin \phi' = \frac{3M}{6 + M} \quad 5.10$$

La resistencia de los suelos se ha asociado con las condiciones del estado crítico, así las deformaciones por corte pueden continuar para esfuerzo efectivo constante y a un volumen constante. De acuerdo con los resultados experimentales, se observa que los suelos normalmente consolidados y ligeramente preconsolidados llegan a la falla en el estado crítico. Sin embargo las altamente preconsolidados alcanzan un valor de esfuerzo desviador pico y luego caen. En las pruebas CD preconsolidadas con OCR=2 y OCR=6, la falla no se alcanza debido a que la trayectoria de esfuerzos totales no alcanza a interceptar a la línea de falla, presentando siempre un aumento en el esfuerzo desviador a medida que aumenta la deformación.

### 5.3 Superficie de fluencia

Del análisis del comportamiento del suelo observado en los experimentos se ve que el suelo en estudio llega a un punto donde el comportamiento elástico del material empieza a combinarse con un comportamiento plástico; esto ocurre cuando el suelo sufre un cambio brusco en rigidez (punto de fluencia). En este punto el suelo fluye y ocurren deformaciones irreversibles hasta que se presenta la falla. En las pruebas drenadas no se alcanzó la falla porque se necesitarían deformaciones muy grandes que exceden la capacidad del equipo empleado como ya se había mencionado, pero si se presenta la fluencia al ocurrir un cambio brusco en la rigidez.

Los puntos de fluencia observados en las gráficas esfuerzo-deformación de las muestras preconsolidadas presentadas en el capítulo anterior se graficaron en el plano  $p':q$ ; dichos puntos se denotan como  $q_f$  en las gráficas de la fig 5.12, donde se presentan las curvas esfuerzo-deformación de la muestra M-03 para la prueba CU y CD con OCR=2. Los puntos de fluencia para las muestras M-03, M-06 y M-09 se presentan en la tabla 5.1 y se aprecian en la fig 5.13 en la que se dibujaron las superficies de fluencia elípticas que resultan de aplicar el modelo, para las tres series realizadas; su ecuación está definida por:

$$\frac{p'}{p_0} = \frac{M^2}{M^2 + \frac{q^2}{p^2}} \quad 5.11$$

La ecuación anterior representa una familia de elipses semejantes, controlada por  $M$ , tiene un tamaño definido por  $p_0$  y su centro se encuentra en  $p_0/2$ .

Con los resultados obtenidos en los ensayos realizados a las muestras M-03 y M-06 se dibujó una sola superficie de fluencia ya que ambas se consolidaron con la misma presión  $p_0 = 2.5 \text{ kg/cm}^2$ . Para la muestra M-09 se dibujó otra superficie de fluencia con  $p_0 = 4.0 \text{ kg/cm}^2$ , ambas con  $M = 1.81$  (fig 5.13). En las pruebas CD se determinaron diferentes puntos de fluencia, ubicados en la trayectoria de esfuerzos efectivos después de observar un cambio de rigidez en la curva esfuerzo-deformación, para verificar la ley de la normalidad como más adelante se mencionará.

**Tabla 5.1 Puntos de fluencia para las muestras M-03, M-06 y M-09**

Muestra	OCR	$p'_{fluencia}$	$q_{fluencia}$	$P_e$	$p'_{fluencia} / P_e$	$q_{fluencia} / P_e$
M-03	2	1.34	2.3	2.3	0.583	1.0
M-03	6	1.08	2.05	2.1	0.514	0.976
M-03	2	1.91	1.97	2.5	0.764	0.788
M-06	2	1.18	2.2	2.2	0.536	1.0
M-06	6	0.77	1.8	2.3	0.335	0.783
M-06	1.5	2.15	1.45	2.5	0.86	0.58
M-09	2	2.06	3.7	4.1	0.502	0.902
M-09	6	1.2	2.9	3.1	0.353	0.853

Los puntos de fluencia experimentales coinciden con la superficie teórica de Roscoe para las probetas normalmente consolidadas. Cada punto de fluencia encontrado tiene una deformación plástica diferente y cada superficie de fluencia particular se expande y traslada a medida que aumenta  $p'_0$ . Los puntos de fluencia para las pruebas preconsolidadas se alejan de la superficie de Roscoe y se ajustan a la superficie definida por Hvorslev.

La superficie de fluencia define el límite del comportamiento elástico del material. Un suelo con una determinada presión  $p'_0$  y superficie de fluencia particular, al descargarse se comportará elásticamente pero si esta presión aumenta, el suelo sufrirá deformaciones irreversibles, con lo que la zona de comportamiento elástico se agranda hasta una nueva superficie de fluencia definida por el nuevo estado de esfuerzos.

Es importante distinguir entre el comportamiento del suelo normalmente consolidado y el del suelo preconsolidado. Las trayectorias de esfuerzos para un suelo NC quedan en la superficie elíptica ya definida, mientras que las trayectorias para los suelos preconsolidados quedaran por debajo de ella y progresivamente, se alejan más a medida que aumenta el grado de preconsolidación hasta llegar a una línea recta definida por Hvorslev.

En la fig 5.13 se presenta la gráfica de la superficie de fluencia normalizada con respecto a  $p'_0$  y los puntos de fluencia normalizados con respecto a la presión equivalente; se observa que los puntos hallados experimentalmente se ajustan a la superficie de fluencia elíptica de Cam-Clay (Superficie de Roscoe) y a la superficie definida por Hvorslev.

#### **5.4 Ley de Endurecimiento**

El endurecimiento del material se observa en las curvas de compresibilidad mostradas en las figs 4.1 a 4.5 del capítulo anterior donde se aprecia que el volumen específico del suelo disminuye a medida que aumenta el esfuerzo octaédrico; por lo tanto:

$$v = N - \lambda \ln p' \quad 5.12$$

El endurecimiento también se observa en las superficies de fluencia encontradas para las muestras M-03, M-06 y M-09, en donde cada muestra tiene una superficie de fluencia particular que se expande y traslada a medida que aumenta  $p_0$ .

### 5.5 Regla de la Normalidad

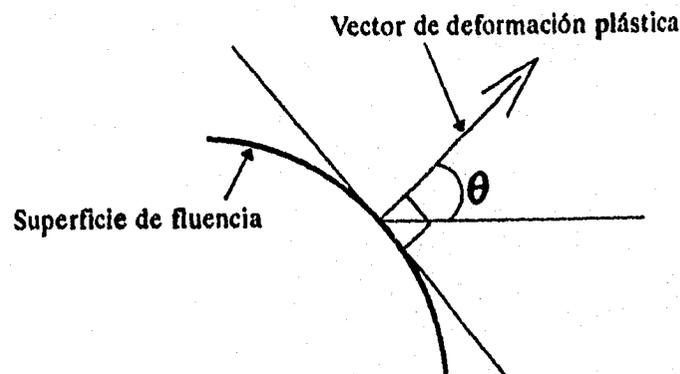
Para verificar dicha regla, el vector incremental de la deformación plástica debe ser normal a la superficie de fluencia, por lo que se determinaron las componentes de deformación plástica por cortante y volumétrica de las pruebas CD realizadas a probetas preconsolidadas de las muestras M-03 y M-06 y se ubicaron en los puntos de fluencia encontrados en dichas pruebas.

Las deformaciones plásticas por cortante y volumétricas para cada punto de fluencia se determinaron con base en las gráficas de las figs 4.9 y 4.11 donde se presentan las curvas de deformación cortante contra el esfuerzo desviador, y de deformación cortante contra la deformación volumétrica.

Los valores de los incrementos de deformación plástica medidos se presentan en la tabla 5.2 y se graficaron en la fig 5.14; ahí se observa que los vectores incrementales de deformación plástica satisfacen aproximadamente la ley de la normalidad, observando que a medida que aumenta la relación de esfuerzos efectivos,  $q/p'$ ; la relación entre los incrementos de deformación plástica cortante y deformación plástica volumétrica, aumenta.

A medida que la relación de esfuerzos se acerca a la línea del falla asociada con la línea del estado crítico, el incremento de deformación volumétrica es menor, llegando a un punto donde la deformación plástica total se debe únicamente a la deformación cortante. Así se cumple uno de los postulados de la teoría del estado crítico, que dice que el incremento de deformación plástica volumétrica en el estado crítico es cero.

En la fig 5.14 se observa que la dirección del vector incremental de deformación plástica es casi normal a la superficie de fluencia. Para verificar esto se calculó el ángulo teórico que debe tener dicho vector, diferenciando la ecuación particular de la superficie de fluencia de cada punto de fluencia para así evaluar el ángulo que forma la horizontal trazada por el punto de fluencia con el vector de deformación plástica; dicho ángulo se muestra en el siguiente diagrama:



Estos ángulos teóricos se dan en la tabla 5.2, y como se ve los ángulos medidos en los puntos de fluencia iniciales están un poco alejados de los teóricos; sin embargo se considera que se cumple con suficiente aproximación la ley de la normalidad.

**Tabla 5.2 Incrementos de deformación plástica**

Muestra	$p_{fluencia}$	$q_{fluencia}$	$\delta \epsilon_q^p$	$\delta \epsilon_p^p$	$\delta \epsilon_q^p / \delta \epsilon_p^p$	$\theta_{medido}$	$\bar{\sigma}(p', q)$	$-1/\bar{\sigma}(p', q)$	$\theta_{calc}$
M-03 OCR=2 Pueba drenada	1.91	1.97	0.0062	0.0047	1.319	52.8	-1.179	0.848	40.29
	2.01	2.25	0.0091	0.0066	1.379	54.05	-1.002	0.998	44.94
	2.08	2.45	0.0133	0.0094	1.415	54.7	-0.895	1.117	48.16
	2.12	2.6	0.015	0.0105	1.429	55.0	-0.813	1.231	50.91
	2.2	2.8	0.0203	0.0147	1.381	54.09	-0.737	1.356	53.59
M-06 OCR=1.5 Prueba drenada	2.15	1.45	0.0033	0.0045	0.733	36.3	-2.255	0.443	23.91
	2.35	2.0	0.006	0.007	0.857	40.6	-1.629	0.614	31.55
	2.52	2.5	0.0064	0.0075	0.853	40.5	-1.266	0.789	38.29
	2.69	3.0	0.0068	0.007	0.971	44.17	-1.010	0.989	44.71
	2.86	3.5	0.0061	0.005	1.22	50.66	-0.817	1.224	50.76
	3.03	4.0	0.0065	0.005	1.3	52.43	-0.166	1.505	56.40

### 5.6 Predicciones con el modelo

El comportamiento esfuerzo-deformación observado en los experimentos puede predecirse desarrollando el modelo constitutivo Cam-Clay matricialmente, como se indicó en el capítulo 3.

En la verificación del modelo se supone que las trayectorias de esfuerzos totales son conocidas y con ellas se obtienen las deformaciones correspondientes, utilizando la forma matricial del modelo. Para el caso de ensayos drenados, la trayectoria de esfuerzos se da para el incremento de esfuerzos  $\delta q = 3\delta p'$ , y el esfuerzo inicial  $p'$  es el de consolidación.

La trayectoria de esfuerzos efectivos se obtiene de la trayectoria de esfuerzos totales restándole la presión de poro. Existe un parámetro para relacionar la presión de poro con los incrementos de esfuerzos totales de la siguiente manera:

$$\delta u = \delta p + a\delta q \quad 5.13$$

$$a = -\frac{\delta p}{\delta q} \quad 5.14$$

Si el suelo se deforma elásticamente con esfuerzos efectivos desarrollados antes de llegar a la superficie de fluencia,  $\delta p' = 0$  y  $\delta u = \delta p = \delta q/3$ ; si el suelo se deforma plásticamente, el valor de  $a$  se deduce de:

$$a = \frac{2(\lambda - k)\eta}{\lambda(M^2 + \eta^2) - 2(\lambda - k)\eta^2} \quad 5.15$$

Un ensaye no drenado en muestras preconsolidadas es similar, considerando que el ensaye empieza con un comportamiento elástico para  $p'$  constante hasta que la trayectoria de esfuerzos efectivos alcanza la superficie de fluencia.

Las curvas del comportamiento esfuerzo-deformación-resistencia halladas con el modelo se graficaron en la figs. 5.15 a 5.21. Los resultados obtenidos con el modelo para las muestras normalmente consolidadas se aproximan mucho a los experimentales, así como los de las muestras preconsolidadas con OCR=2; sin embargo los resultados de las muestras preconsolidadas con OCR=6 no se aproximan a los experimentales, debido a que la presión de poro estimada con el modelo es mucho mayor que la real en este caso.

De la comparación de las gráficas obtenidas con el modelo y las experimentales, se concluye que el modelo predice bien el comportamiento del suelo para las muestras normalmente consolidadas y ligeramente preconsolidadas. Para los altamente preconsolidados el modelo no predice adecuadamente el comportamiento del suelo.

### ***5.7 Aplicaciones y limitaciones del modelo***

En la mecánica de suelos se usa la ley de Hooke de elasticidad lineal para relacionar esfuerzos y deformaciones en problemas donde los esfuerzos aplicados inducen deformaciones pequeñas en los suelos. De otro lado, la teoría de la plasticidad se usa para analizar las condiciones de falla última como en el caso de problemas de presión de tierra, muros de retención, capacidad de carga de cimentaciones y estabilidad de taludes que son considerados como casos de plasticidad perfecta; los problemas de asentamiento y consolidación suelen tratarse como problemas viscoelásticos.

El modelo descrito en este trabajo considera que la historia de consolidación del suelo es fundamental en la respuesta del suelo; reproduce los rasgos mas importantes de la respuesta observada en los suelos, como es la existencia de estados críticos, cambios de volumen debidos a esfuerzos cortantes y la influencia de la historia de cargas en la resistencia y respuesta esfuerzo deformación.

El método de los elementos finitos descrito por Zienkiewicz (1977) como un proceso de discretización general de problemas continuos, permite incorporar modelos como el que se estudió aquí para resolver y analizar problemas esfuerzo-deformación antes de la falla.

El modelo se calibró con ensayes efectuados a velocidades de deformación sensiblemente constantes y no podrá reproducir el comportamiento de especímenes ensayados a velocidades diferentes. El efecto de la velocidad de deformación se observaría en la resistencia y la rigidez;

junto con esto también aumentará el tamaño de la superficie de fluencia y disminuirá la capacidad del suelo para generar presión de poro, según se ha observado en pruebas dinámicas.

El modelo estudiado no considera el efecto del tiempo, que se observa en la prueba del odómetro como el fenómeno de la consolidación secundaria y como el creep en la prueba de corte.

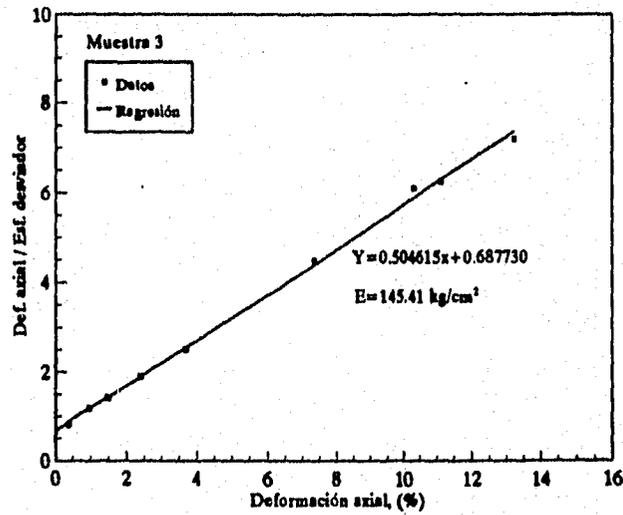
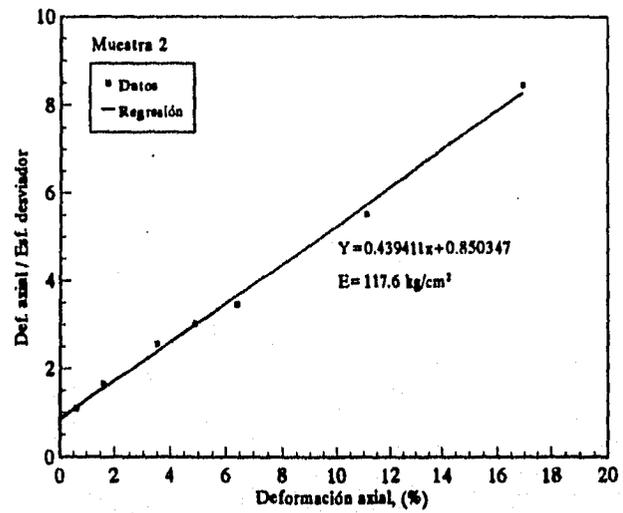
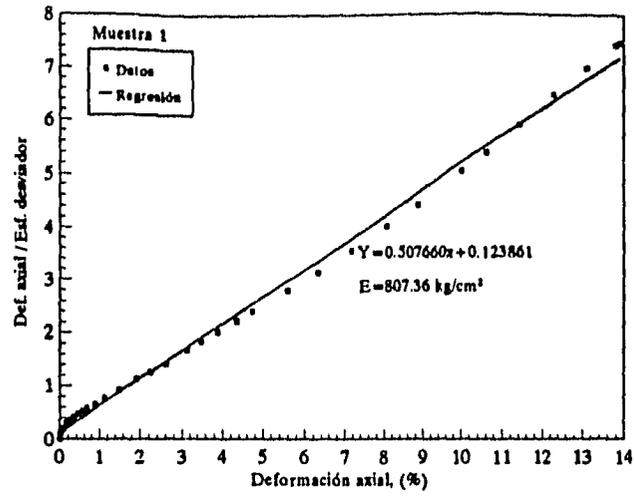


Fig. 5.1 Curvas deformación axial contra deformación axial/esfuerzo desviador

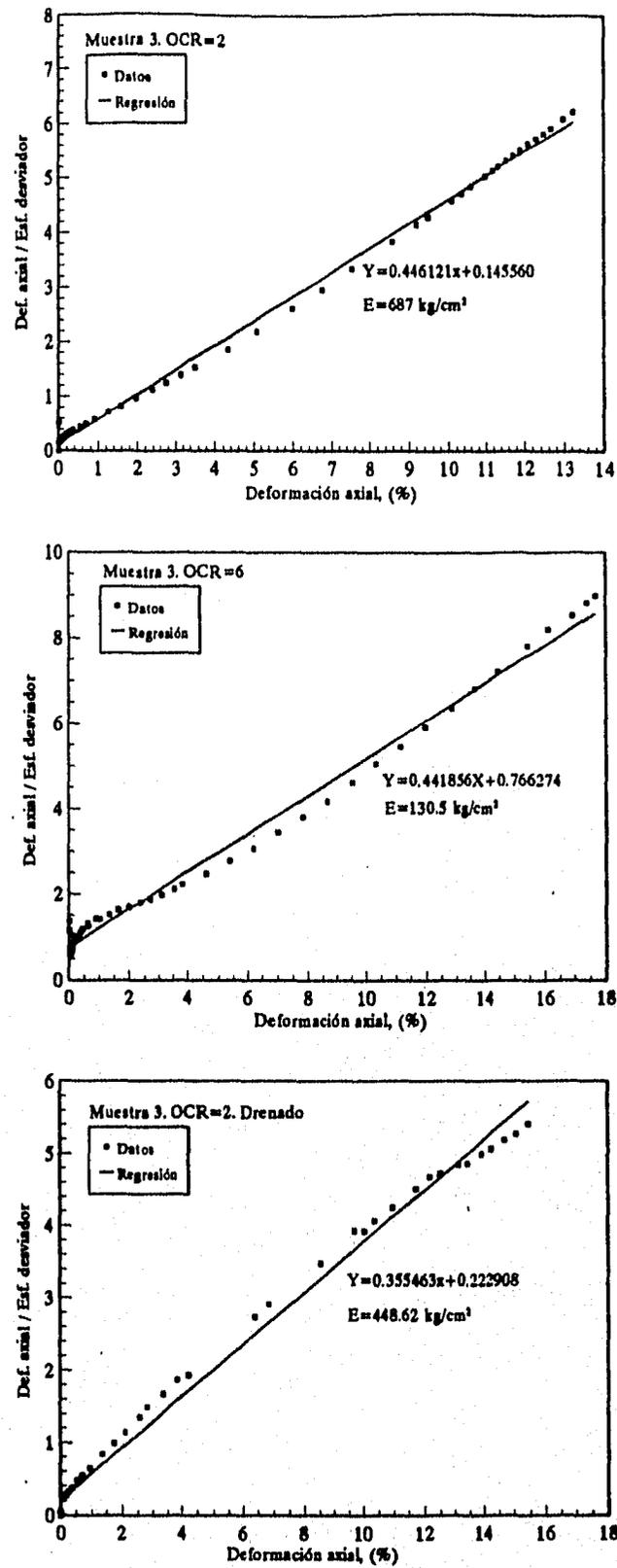


Fig. 5.2 Curvas deformación axial contra deformación axial/esfuerzo desviador

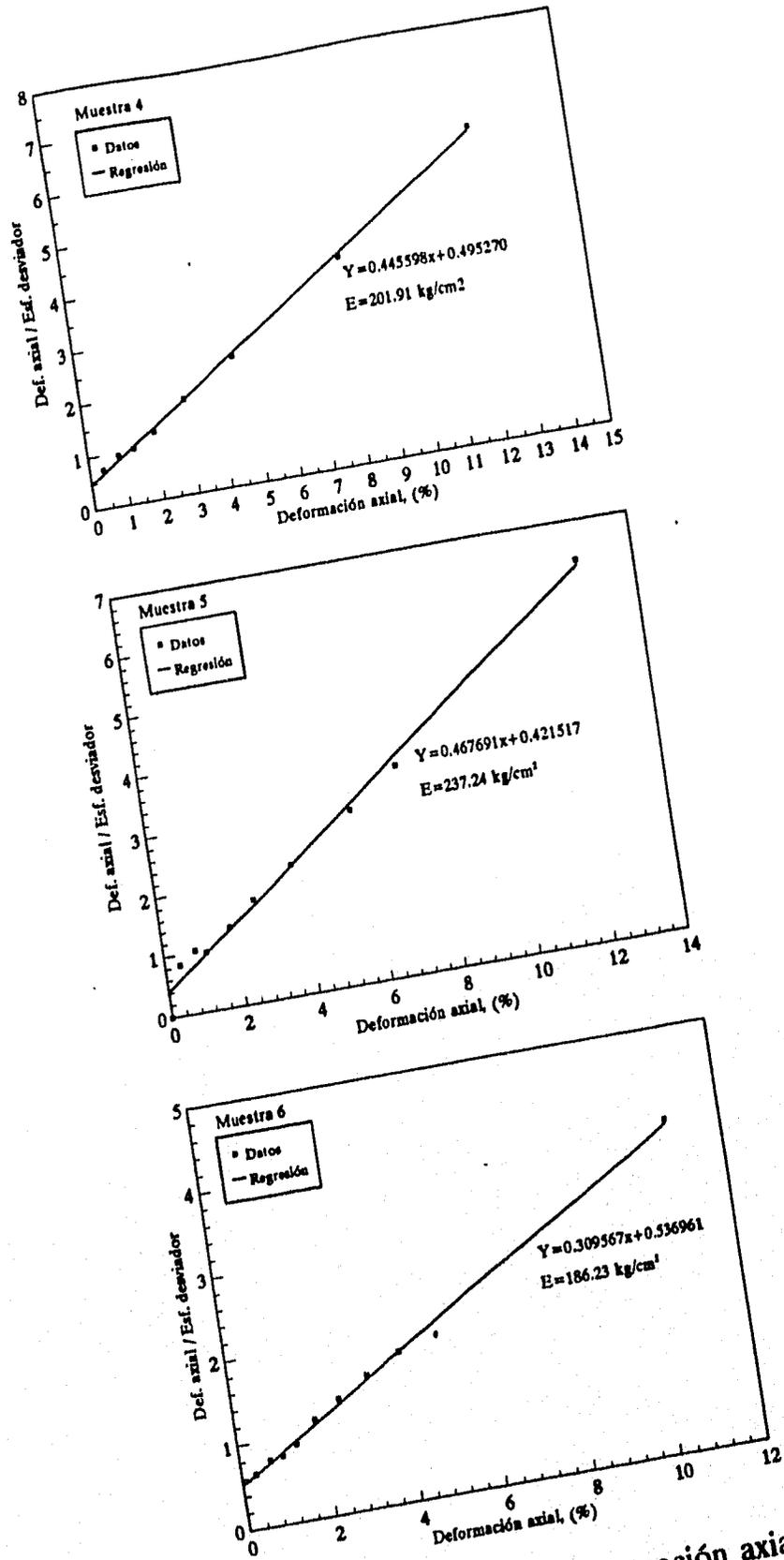


Fig 5.3 Curvas deformación axial contra deformación axial/esfuerzo desviador

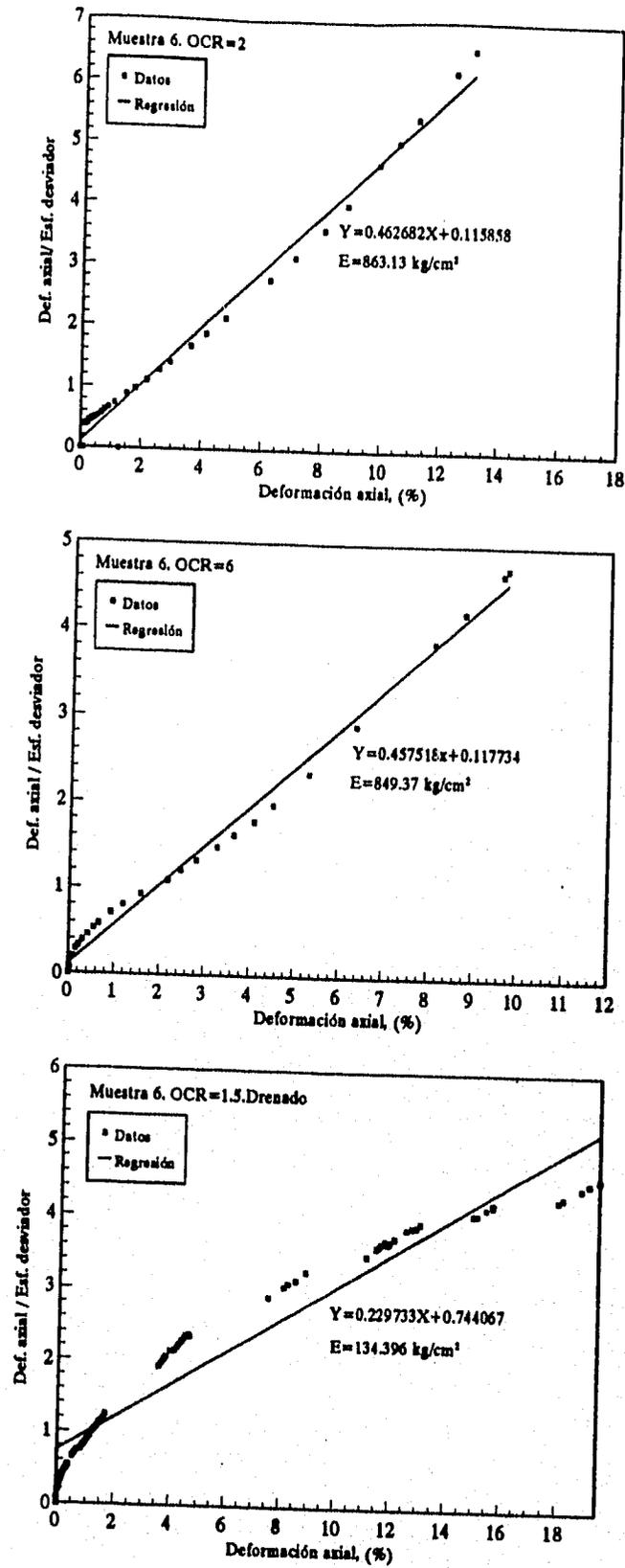


Fig. 5.4 Curvas deformación axial contra deformación axial/esfuerzo desviador

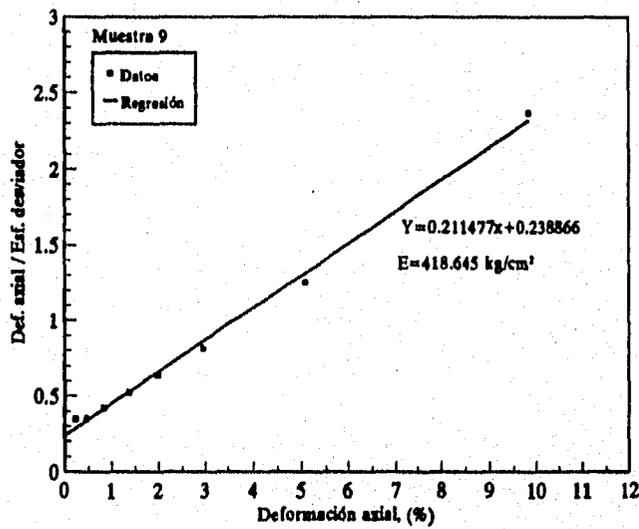
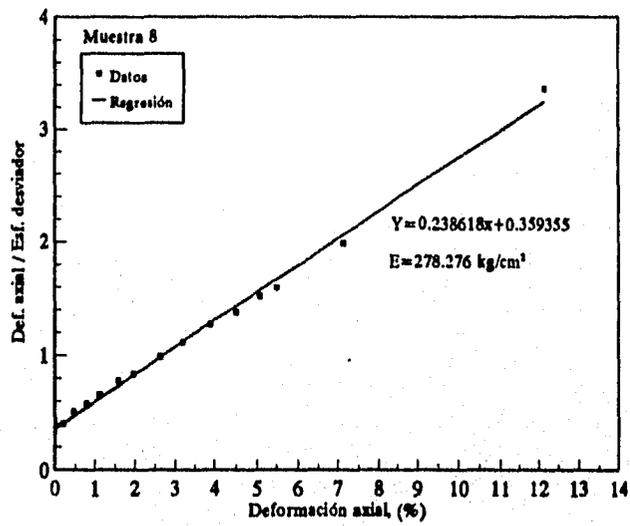
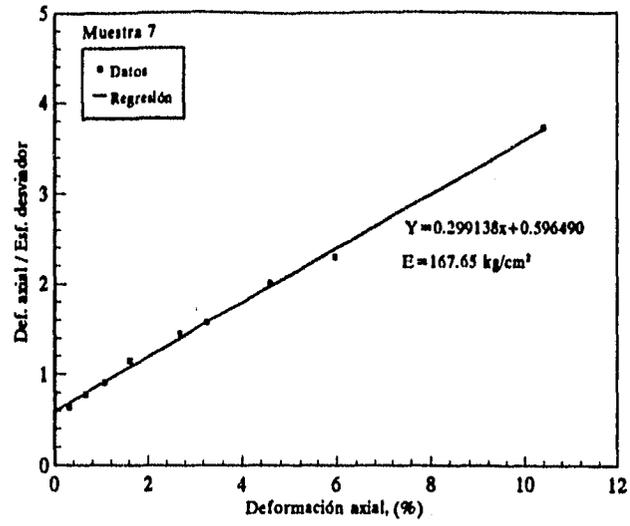


Fig. 5.5 Curvas deformación axial contra deformación axial/esfuerzo desviador

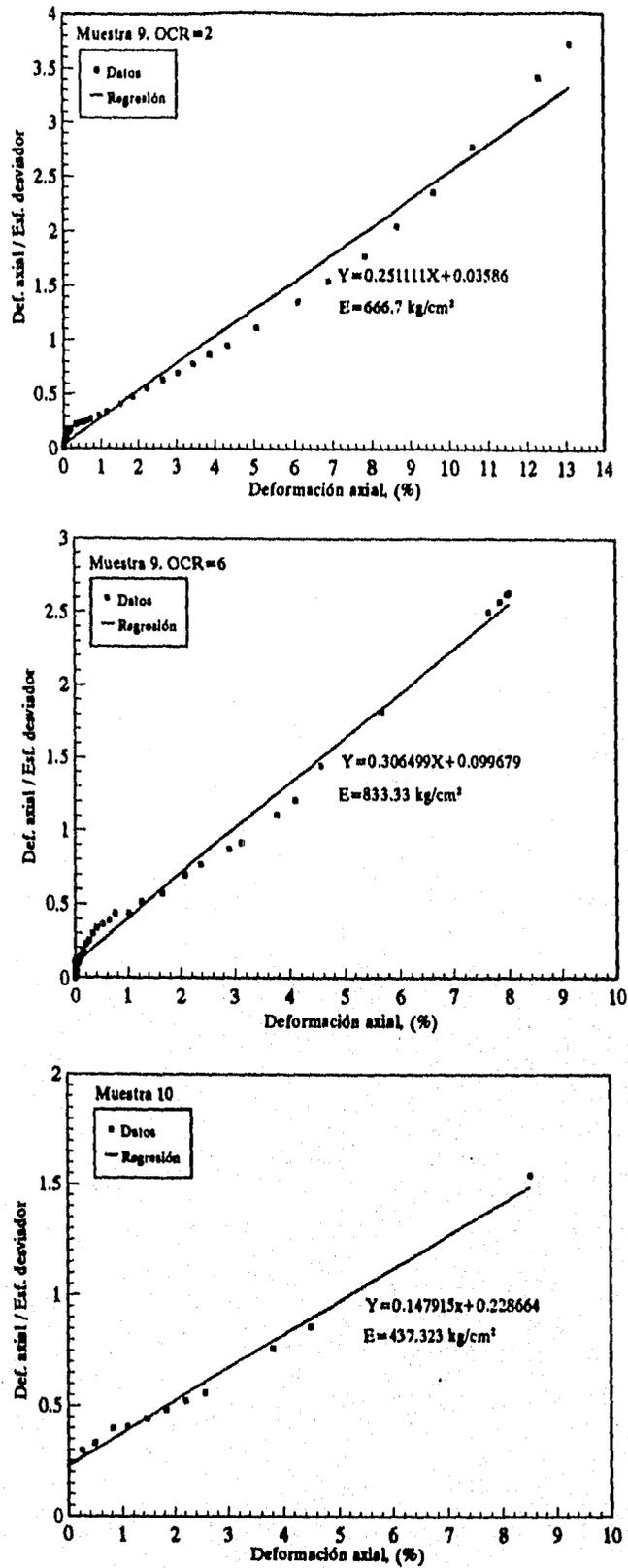


Fig. 5.6 Curvas deformación axial contra deformación axial/esfuerzo desviador

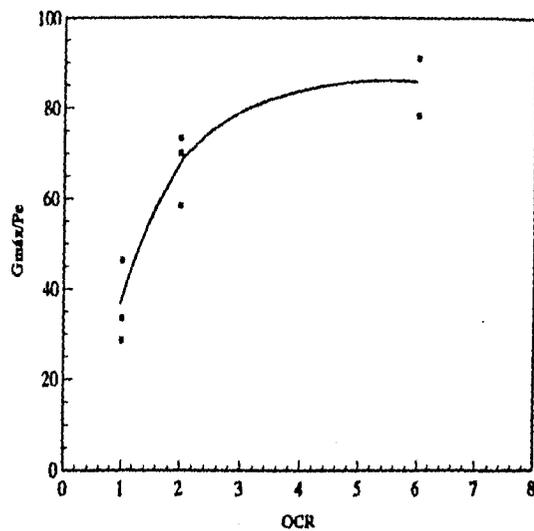


Fig 5.7 Influencia del grado de preconsolidación en la rigidez máxima para las muestras M-03, M-06 y M-09.

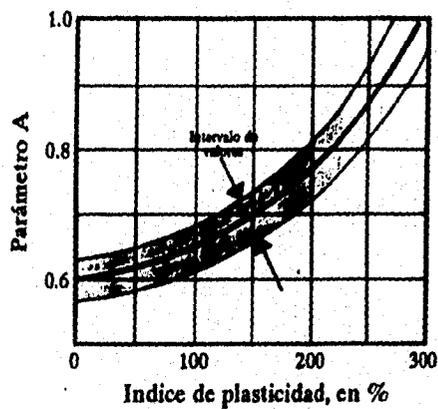


Fig 5.8 Efecto del índice de plasticidad en el parámetro A

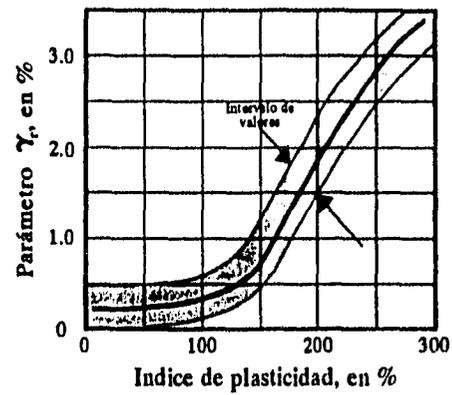


Fig 5.9 Efecto del Índice de plasticidad en el parámetro  $\gamma_r$

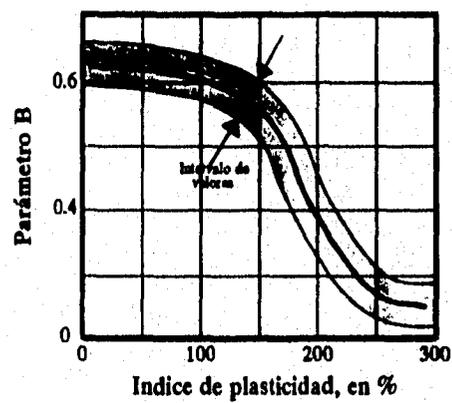
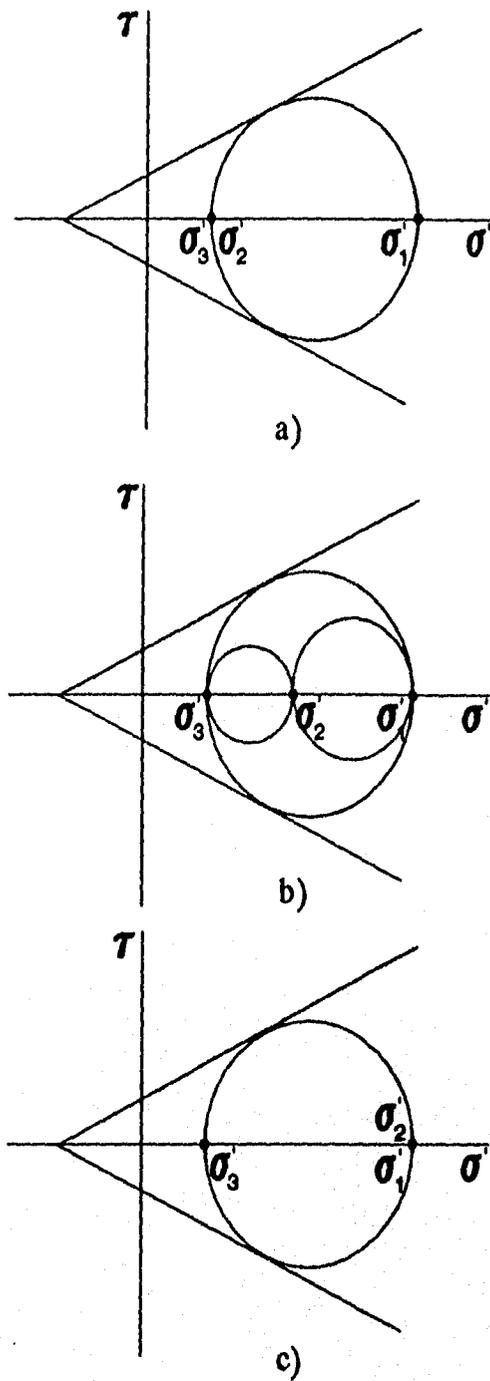


Fig 5.10 Efecto del Índice de plasticidad en el parámetro B



**Fig 5.11 Criterio de falla de Mohr-Coulomb. Esfuerzo principal intermedio**  
**a) igual al principal menor, b) entre los otros dos, y c) igual al principal mayor**

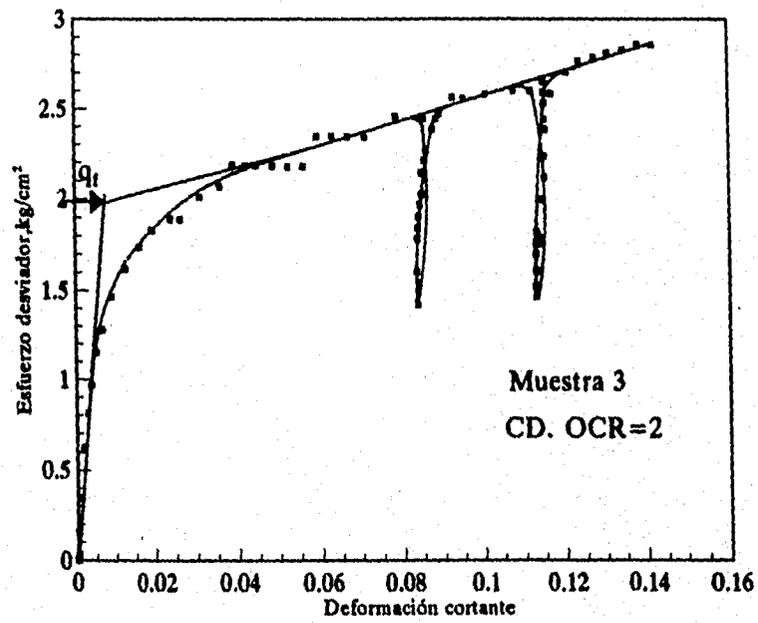
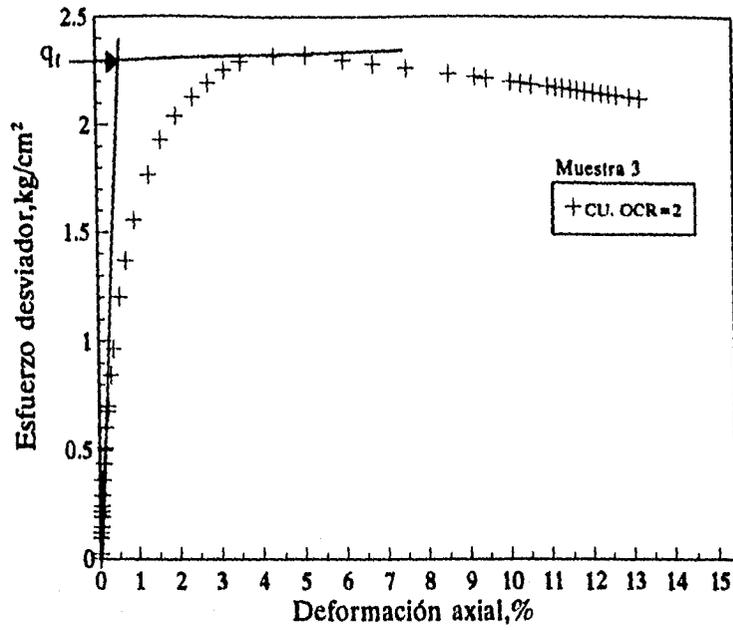


Fig 5.12 Puntos de fluencia para la muestra M-03

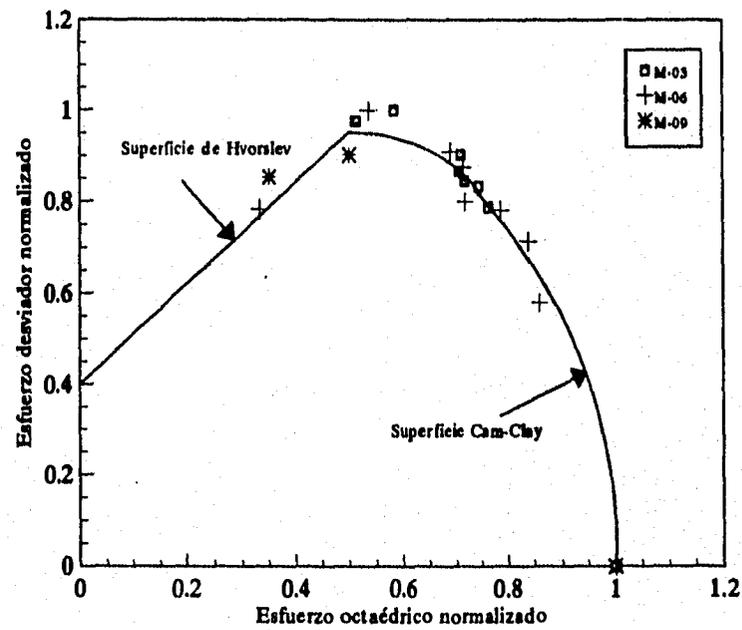
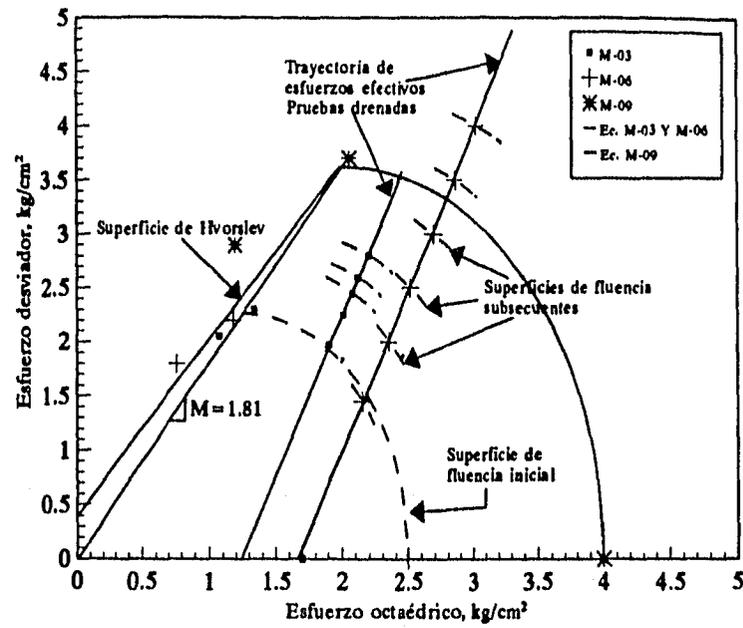


Fig 5.13 Puntos de fluencia experimentales comparados con las superficies de fluencia teóricas

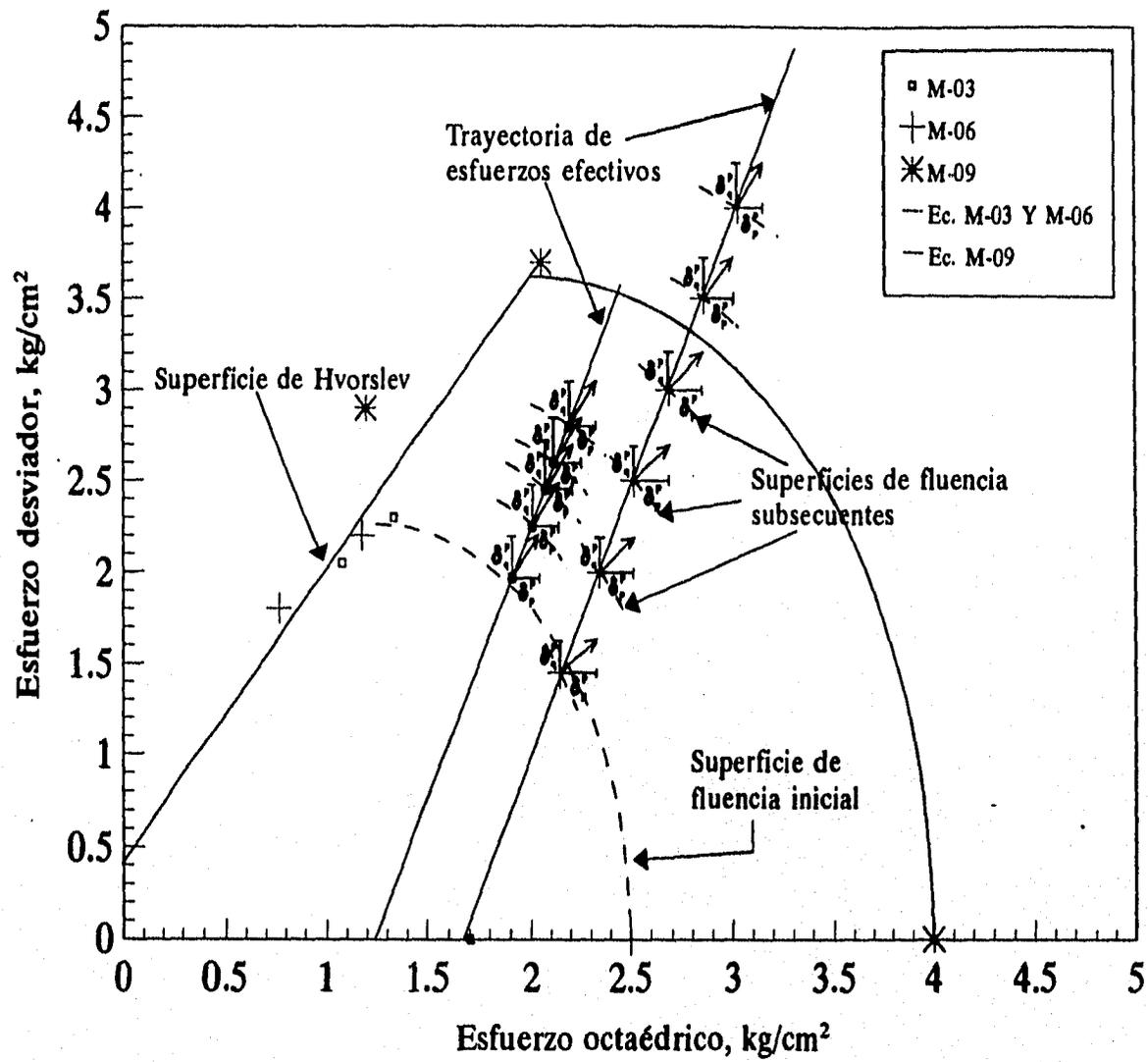


Fig 5.14 Vectores de deformación plástica

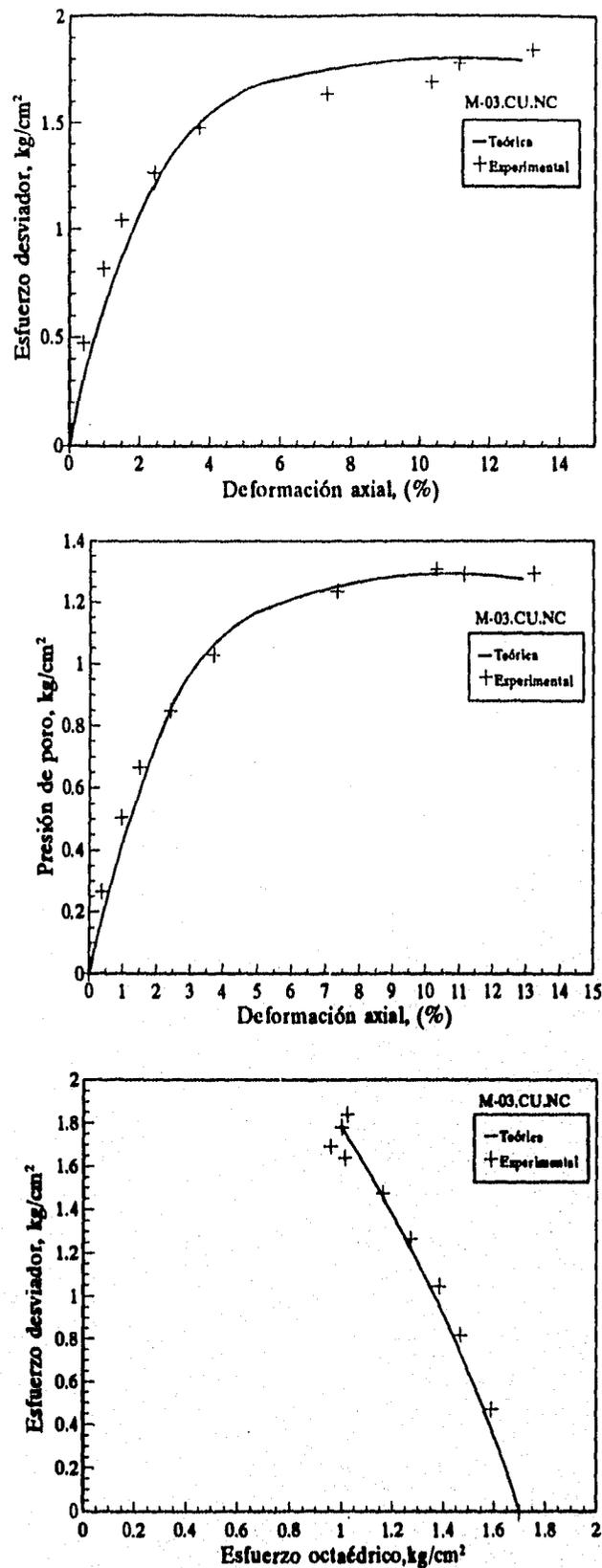


Fig. 5.15 Comparación de resultados teóricos y experimentales para la muestra M-03 CU.NC

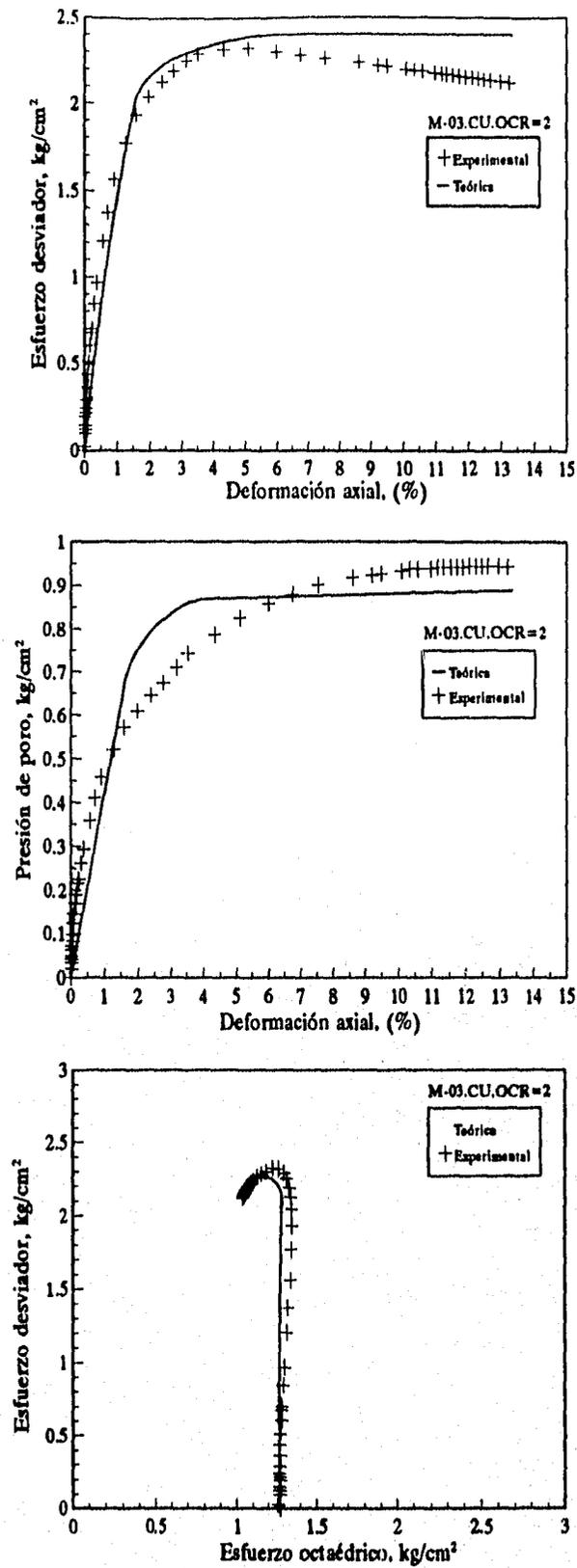


Fig 5.16 Comparación de resultados teóricos y experimentales para la muestra M-03. CU.OCR=2.

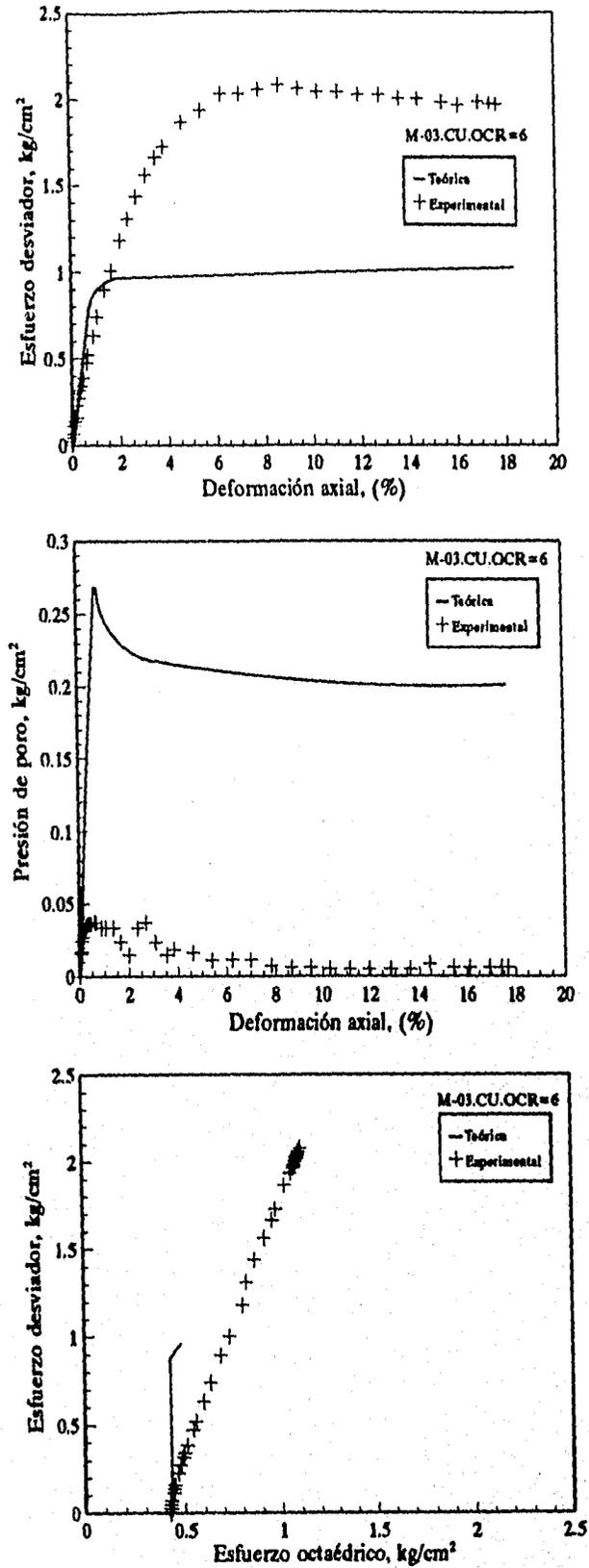


Fig. 5.17 Comparación de resultados teóricos y experimentales para la muestra M-03. CU.OCR=6

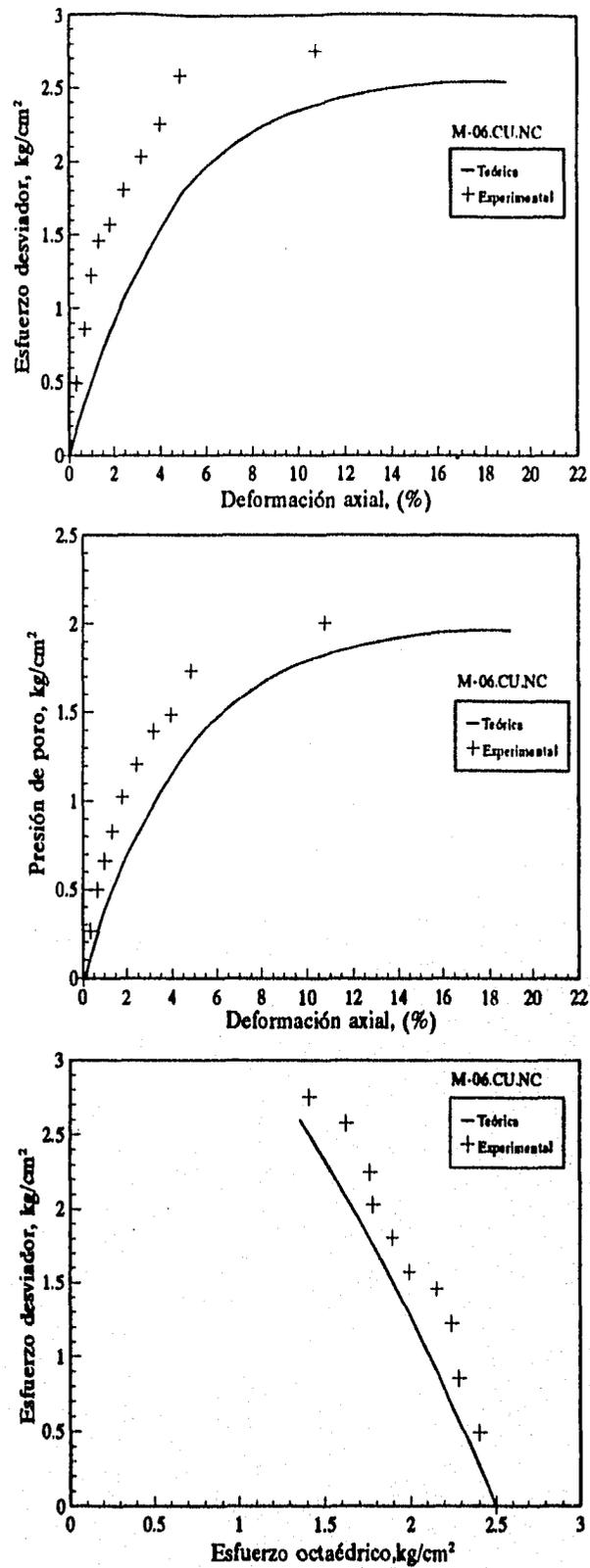


Fig. 5.18 Comparación de resultados teóricos y experimentales para la muestra M-06. CU.NC

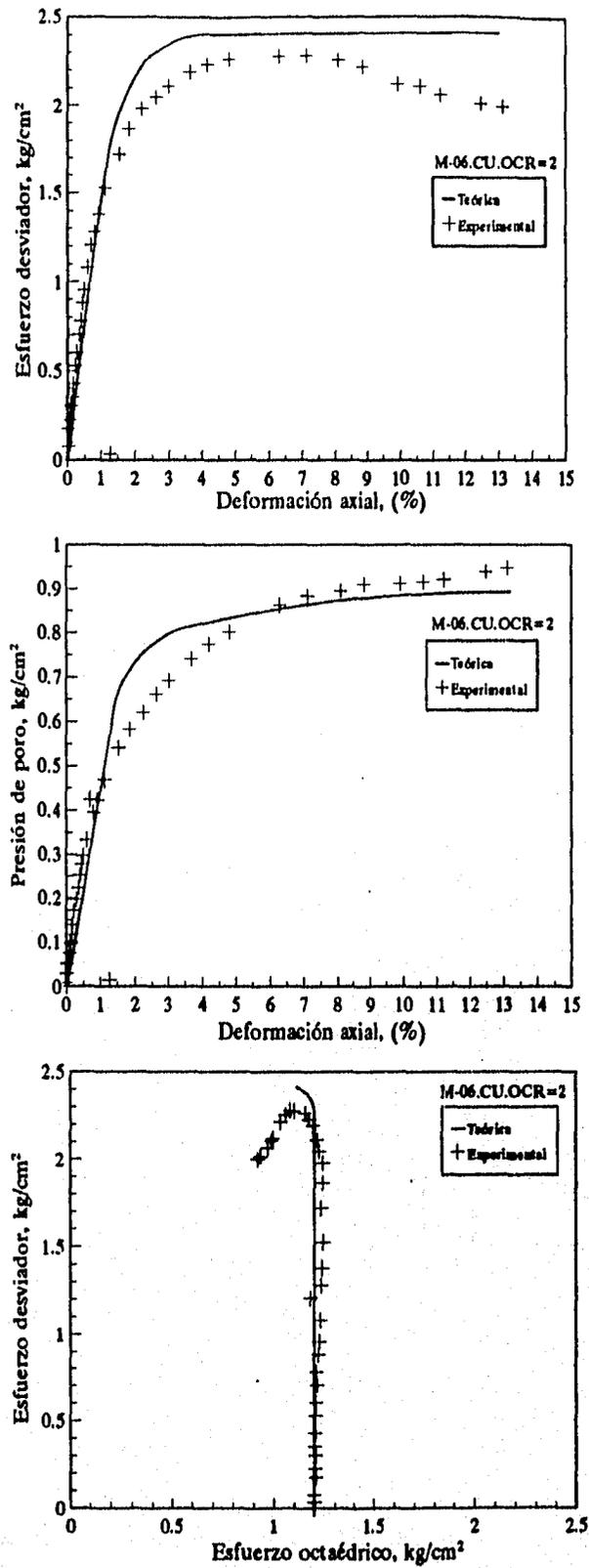


Fig 5.19 Comparación de resultados teóricos y experimentales para la muestra M-06. CU.OCR=2.

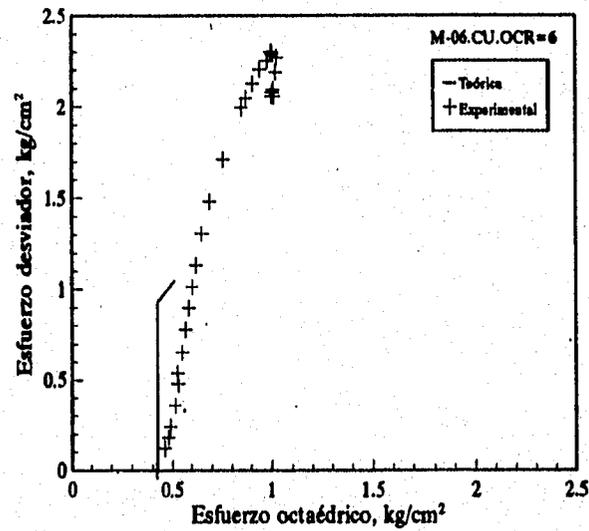
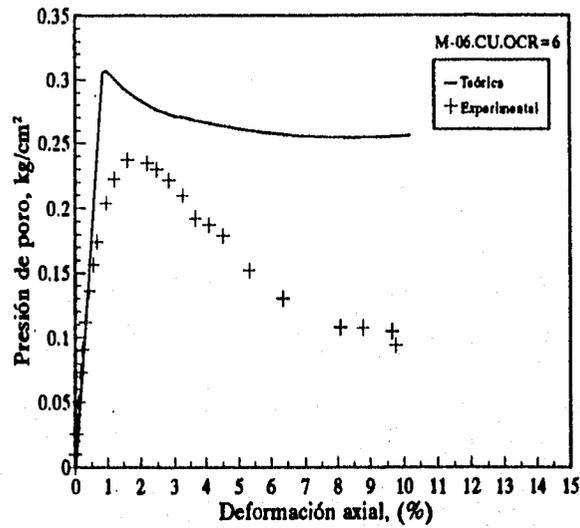
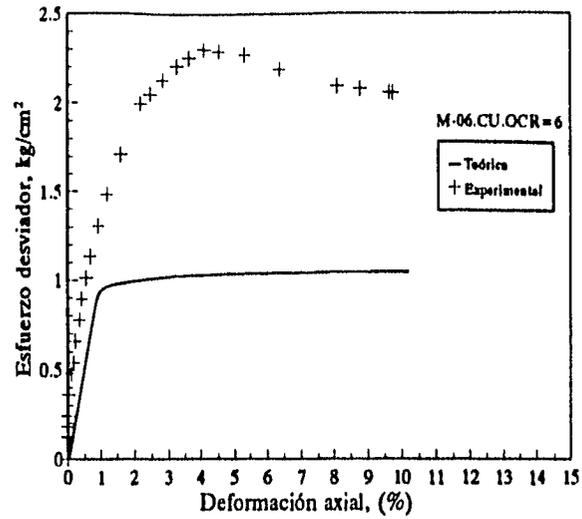


Fig 5.20 Comparación de resultados teóricos y experimentales para la muestra M-06. CU.OCR=6.

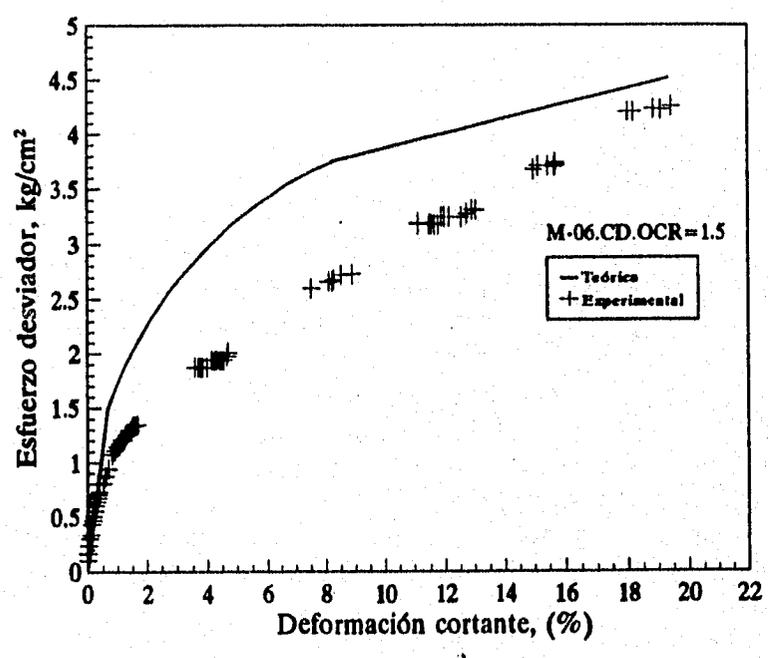
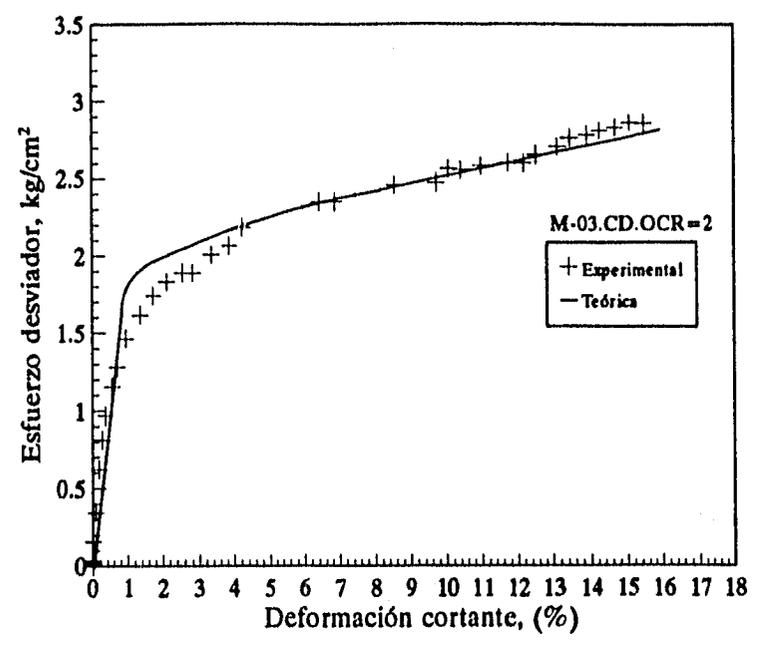


Fig. 5.21 Comparación de resultados teóricos y experimentales para las pruebas drenadas

## 6. CONCLUSIONES

Los resultados de los ensayos realizados se presentaron en términos de curvas de compresibilidad, curvas esfuerzo desviador-deformación, curvas deformación-presión de poro y trayectorias de esfuerzos, interpretando el comportamiento del material dentro del marco teórico del estado crítico y la teoría de la plasticidad.

De los resultados experimentales se concluye que el material en estudio tiene un comportamiento dúctil. Las pruebas realizadas en probetas normalmente consolidadas presentan un aumento en el esfuerzo desviador a medida que aumenta la deformación, hasta llegar a un esfuerzo desviador máximo a partir del cual permanece constante a medida que aumenta la deformación; los ensayos en probetas preconsolidadas tuvieron una pérdida de resistencia después de alcanzar un máximo, presentándose un reblandecimiento del material.

Las muestras normalmente consolidadas generan presión de poro positiva alcanzando su máximo valor cerca del esfuerzo desviador pico, y las preconsolidadas generan poca presión de poro, sin llegar a tener presión de poro negativa.

El grado de preconsolidación de las muestras influye en la forma de las trayectorias de esfuerzos, en la generación de presión de poro y en las curvas esfuerzo deformación. Las muestras preconsolidadas tienen una trayectoria de esfuerzos casi vertical antes de alcanzar la falla, indicando esto que la deformación del material y la generación de presión de poro se debe al incremento del esfuerzo cortante, lo que también implica que su comportamiento es casi elástico.

Las trayectorias de esfuerzos y las curvas esfuerzo-deformación de las muestras normalmente consolidadas o ligeramente preconsolidadas son normalizables con respecto a la  $p_c$ ; es decir, estas trayectorias y curvas esfuerzo deformación son semejantes con buena aproximación. Por lo tanto, se concluye que el comportamiento del suelo en estudio puede generalizarse, teniendo todo el estrato de arcilla un comportamiento similar.

Los ensayos triaxiales se realizaron procurando imponer deformaciones grandes a las muestras para alcanzar el estado crítico; experimentalmente se observó que este estado se alcanza cuando el esfuerzo desviador y la presión de poro son constantes a medida que aumenta la deformación. A partir de la teoría del estado crítico se propuso un modelo analítico para describir el comportamiento del material, que permite estimar algunas propiedades mecánicas de los suelos e inferir cualitativamente las características del comportamiento del suelo.

Algunos parámetros de dicha teoría se correlacionaron con las propiedades índice del material. Las correlaciones obtenidas permiten obtener buenas aproximaciones con los datos experimentales de este estudio; se determinó la presión de poro en la falla y la resistencia al corte no drenada con ecuaciones formuladas mediante la teoría del estado crítico y se observa que los datos medidos se aproximan a los calculados.

Con base en los parámetros obtenidos de los ensayos realizados y con la teoría del estado crítico, se verificó que el modelo elasto-plástico de Cam-Clay permite predecir el comportamiento de la arcilla en estudio, comparando los resultados experimentales con las hipótesis teóricas del modelo.

La resistencia del suelo con base en el criterio de falla de Mohr-Coulomb se ajusta al modelo de Cam-Clay modificado, se concluye entonces que la resistencia se ha asociado con las condiciones del estado crítico, definiendo una pendiente de falla  $M$  de 1.81.

De los resultados experimentales se observó la presencia de un punto en donde el comportamiento elástico del material comienza a combinarse con uno plástico, el cual constituye el punto de fluencia, en el que se presenta un cambio brusco en la rigidez. Los puntos de fluencia hallados experimentalmente se compararon con la superficie elíptica teórica del modelo, observando que dichos puntos se ajustan a dicha superficie. Cada punto de fluencia tiene su superficie de fluencia particular y en cada uno se desarrolla una deformación plástica con una componente volumétrica y otra cortante.

Se observa que la superficie de fluencia define el límite del comportamiento elástico y a partir de ella el material tiene un comportamiento elasto-plástico. El comportamiento del material normalmente consolidado es diferente al preconsolidado; las trayectorias de esfuerzos para las muestras normalmente consolidadas están en la superficie elíptica de Cam-Clay y las preconsolidadas están por debajo de ella y llegan a una línea recta definida por Hvorslev.

La ley de endurecimiento del material se obtuvo de las curvas de compresibilidad donde el volumen específico del suelo disminuye a medida que aumenta el esfuerzo octaédrico; es decir, existe una relación lineal entre el volumen específico y el esfuerzo octaédrico en la rama de consolidación virgen, en el plano  $\ln p' : v$ .

Se observa que la ley de la normalidad se cumple aproximadamente, ya que los vectores de deformación plástica hallados experimentalmente son casi perpendiculares a la superficie de fluencia; es decir, la superficie que define la fluencia y la que define el potencial plástico son iguales.

Los resultados obtenidos con el modelo teórico, se ajustan con buena precisión a los experimentales en el caso de las muestras normalmente consolidadas y las ligeramente preconsolidadas. En las muestras altamente preconsolidadas el modelo no predice adecuadamente el comportamiento del suelo. Es de esperarse que en la Ciudad de México no existan suelos con grados de preconsolidación altos por lo que la aplicabilidad es amplia, siempre y cuando se trate de problemas estáticos.

## 7. REFERENCIAS

Alonso E.E., Gens A. and Jossa (1990). A constitutive model for partially saturated soils. *Geotechnique* Junio 1991 Vol XVI No 2.

Borja and Kavazanjian E., Jr. A constitutive model for the stress-strain-time behaviour of wet clays. *Geotechnique* Sep/1985 Vol XXXV No 3.

Constitutive Equations for granular non-cohesive soils. A.A. Balkema / Rotterdam, Brookfield/1989. Edited by A. Saada & G. Bianchin.

Crouch R.S. and Wolf J.P., On a three dimensional anisotropic plasticity model for soil. *Geotechnique* Junio/95 Vol XLV No2.

Echeverri R, G., Modelo constitutivo para un suelo con endurecimiento por deformación, Tesis. División de Estudios de Posgrado, Facultad de Ingeniería, UNAM.

Exploración e Instalación de acelerómetros en Jalapa 12 y 15. Col. Roma, México D.F., TGC Geotecnia, Noviembre/1992.

International Symposium on Numerical Models in Geomechanics / Zurich / 1982.

Kutter B.L. and Sathialingam N., Elastic-viscoplastic modelling of the rate-dependent behaviour of clays. *Geotechnique* Sep/1992 Vol XLII No 3.

Lambe T.W and Withman R.V. (1972), "Soil Mechanics", John Wiley & Sons; New York.

Maatouk A., Leroueil S. and La Rochelle P., Yielding and critical state of a collapsible unsaturated silty soil. *Geotechnique* Sep/95 Vol. XLV No 3.

Marsal R.J. y Mazari M. (1959), El subsuelo de la Ciudad de México. Instituto de Ingeniería, UNAM.

Mayne, P.W. (1980) Cam-Clay predictions of Undrained Strength. *Geotechnique*. Vol. 106

Mitchel James K, Fundamentals of Soil Behaviour. University of California, Berkeley.

Novello E.A. and Johnston I.W., Geotechnical materials and the critical state. *Geotechnique* Junio/95, Vol XLV No 2.

Pestano J.M. and Whittle, Compression model for cohesionless soil. *Geotechnique* Diciembre/95. Vol XLV No 4.

Research Conference on Shear Strength of cohesive soils, American Society of Civil Engineers. University of Colorado; Boulder, Colorado. June, 1960

Rojas, E., Romo, M. P. e Hiriart, G. (1989), Comportamiento Mecánico de Suelos: Leyes Constitutivas (segunda etapa), UNAM, Instituto de Ingeniería, informe interno No 8515.

Rojas, E. Romo, M.P e Hiriart, G. (1989). Modelo constitutivo para simular el comportamiento de la arcilla del valle de México. UNAM, Instituto de Ingeniería, serie No 522.

Rojas, E. y Romo, M. P. (1993), Modelos Constitutivos utilizados en Geotecnia, UNAM, Instituto de Ingeniería, Serie D-36.

Romo, M.P. y Ovando, E. (1989), Effective Shear Strength from Undrained Tests, UNAM, Instituto de Ingeniería, Serie E-5.

Romo, M.P. y Ovando, E. (1994), Propiedades dinámicas y estáticas de los suelos del sitio proyecto Alameda, elaborado para Reichman International, UNAM, Instituto de Ingeniería.

Santoyo, E. y Reséndiz D. (1969), Una cámara triaxial de precisión , UNAM, Instituto de Ingeniería, Serie No 235.

Schofield, A. N. Y Wroth, C. P. (1968), Critical State Soil Mechanics, Mc.GrawHill, London.

Young, R. N. and Benno P. Warkentin. Introduction to Soil Behaviour. The Macmillian Company, New York.

Whittle A.J., Evaluation of a constitutive model for overconsolidated clays. Geotechnique Junio/93, Vol XLIII No 2.

Wood, D. M. (1990), Soil Behaviour and Critical State Soil Mechanics, Cambridge University Press.

## APÉNDICE No 1: Deducción de la matriz plástica de un modelo elasto-plástico

Suponiendo que el suelo está en fluencia:

$$f(p', q, p_0') = 0 \quad \text{A1.1}$$

La función  $f$  define las condiciones límite de la región elástica en términos de las combinaciones posibles de esfuerzos efectivos en el plano  $p':q$ .

Suponiendo que el potencial plástico es:

$$g(p', q, \zeta) = 0 \quad \text{A1.2}$$

donde  $\zeta$  es un parámetro que controla el tamaño del potencial plástico.

El incremento de deformación plástica forma un mecanismo de deformación plástica relacionado con la normal al potencial plástico del estado de esfuerzos efectivos así:

$$\delta e_p^p = x \frac{\partial g}{\partial p'} \quad \text{A1.3}$$

$$\delta e_q^p = x \frac{\partial g}{\partial q} \quad \text{A1.4}$$

donde  $x$  es un factor cuyo valor se obtiene a partir de las características de endurecimiento del suelo.

Suponiendo que el cambio de tamaño de la superficie de fluencia, dado por un cambio en  $p_0'$ , está relacionado con incrementos de deformación plástica volumétrica y cortante, se establece una regla de endurecimiento:

$$\delta p_0' = \frac{\partial p_0'}{\partial e_p^p} \delta e_p^p + \frac{\partial p_0'}{\partial e_q^p} \delta e_q^p \quad \text{A1.5}$$

La forma diferencial de la superficie de fluencia es:

$$\frac{\partial f}{\partial p} \delta p + \frac{\partial f}{\partial q} \delta q + \frac{\partial f}{\partial p_0} \delta p_0 = 0 \quad A 1.6$$

Combinando A 1.3 hasta A1.6 se obtiene una expresión de fluencia para el factor  $x$  de la siguiente manera:

$$\text{De A 1.6:} \quad \frac{\partial f}{\partial p} \delta p + \frac{\partial f}{\partial q} \delta q = -\frac{\partial f}{\partial p_0} \delta p_0 \quad A 1.7$$

Reemplazando A 1.5 en A 1.7 :

$$\frac{\partial f}{\partial p} \delta p + \frac{\partial f}{\partial q} \delta q = -\frac{\partial f}{\partial p_0} \left( \frac{\partial p_0}{\partial \varepsilon_p^p} \delta \varepsilon_p^p + \frac{\partial p_0}{\partial \varepsilon_q^p} \delta \varepsilon_q^p \right) \quad A 1.8$$

Reemplazando A 1.3 y A 1.4 en A 1.8:

$$\frac{\partial f}{\partial p} \delta p + \frac{\partial f}{\partial q} \delta q = -\frac{\partial f}{\partial p_0} \left( \frac{\partial p_0}{\partial \varepsilon_p^p} x \frac{\partial \varepsilon_p^p}{\partial p} + \frac{\partial p_0}{\partial \varepsilon_q^p} x \frac{\partial \varepsilon_q^p}{\partial q} \right) \quad A 1.9$$

$$\text{De A 1.9:} \quad \frac{\partial f}{\partial p} \delta p + \frac{\partial f}{\partial q} \delta q = -\frac{\partial f}{\partial p_0} x \left( \frac{\partial p_0}{\partial \varepsilon_p^p} \frac{\partial \varepsilon_p^p}{\partial p} + \frac{\partial p_0}{\partial \varepsilon_q^p} \frac{\partial \varepsilon_q^p}{\partial q} \right) \quad A 1.10$$

Despejando  $x$  de A 1.10:

$$x = \frac{-\left( \frac{\partial f}{\partial p} \delta p + \frac{\partial f}{\partial q} \delta q \right)}{\frac{\partial f}{\partial p_0} \left( \frac{\partial p_0}{\partial \varepsilon_p^p} \frac{\partial \varepsilon_p^p}{\partial p} + \frac{\partial p_0}{\partial \varepsilon_q^p} \frac{\partial \varepsilon_q^p}{\partial q} \right)} \quad A 1.11$$

Sustituyendo A 1.11 en A 1.3 y A 1.4 se obtiene la relación entre esfuerzos plásticos y deformaciones de la siguiente manera:

$$\delta \varepsilon_p = \frac{-\left(\frac{\partial f}{\partial p} \delta p + \frac{\partial f}{\partial \alpha_1} \delta \alpha_1\right) \frac{\partial \sigma}{\partial p}}{\frac{\partial f}{\partial p_0} \left(\frac{\partial p_0}{\partial \varepsilon_p} \frac{\partial \sigma}{\partial p} + \frac{\partial p_0}{\partial \varepsilon_q} \frac{\partial \sigma}{\partial \alpha_1}\right)} \quad \text{A 1.12}$$

$$\delta \varepsilon_q = \frac{-\left(\frac{\partial f}{\partial p} \delta p + \frac{\partial f}{\partial \alpha_1} \delta \alpha_1\right) \frac{\partial \sigma}{\partial \alpha_1}}{\frac{\partial f}{\partial p_0} \left(\frac{\partial p_0}{\partial \varepsilon_p} \frac{\partial \sigma}{\partial p} + \frac{\partial p_0}{\partial \varepsilon_q} \frac{\partial \sigma}{\partial \alpha_1}\right)} \quad \text{A 1.13}$$

Escribiendo A 1.12 y A 1.13 en forma matricial se obtiene la matriz plástica:

$$\begin{bmatrix} \delta \varepsilon_p \\ \delta \varepsilon_q \end{bmatrix} = \frac{1}{\frac{\partial f}{\partial p_0} \left[ \frac{\partial p_0}{\partial \varepsilon_p} \frac{\partial \sigma}{\partial p} + \frac{\partial p_0}{\partial \varepsilon_q} \frac{\partial \sigma}{\partial \alpha_1} \right]} \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial p} \frac{\partial \sigma}{\partial p} & \frac{\partial f}{\partial \alpha_1} \frac{\partial \sigma}{\partial p} \\ \frac{\partial f}{\partial p} \frac{\partial \sigma}{\partial \alpha_1} & \frac{\partial f}{\partial \alpha_1} \frac{\partial \sigma}{\partial \alpha_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta p \\ \delta \alpha_1 \end{bmatrix} \quad \text{A 1.14}$$

## APÉNDICE No 2: Programa para el cálculo del comportamiento esfuerzo-deformación

```

PROGRAMA ESFDEF
C*****
C
C      ESCRITO POR MARIA CLARA GIRALDO SIERRA
C
C      UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO
C
C      MAYO, 1996
C*****
C      DIMENSION P(100),Q(100),ENE(100),DPP(100),DPQ(100),U(100)
C      DIMENSION DEP(100),DEQ(100),DUP(100),DUE(100),VE(100)
C      DIMENSION FACTOR(100),A(100),PPRIMA(100),ENEPRI(100)
C
C      WRITE(5,10)
10  FORMAT(/,10X,'PROGRAMA ESFDEF',/,
+ 10X,'CALCULA LA RELACION ESFUERZO DEFORMACION',/)
C
C      WRITE(5,20)
      OPEN (1,FILE='DATOS',STATUS='OLD',ACCESS='SEQUENTIAL',
+ FORM='FORMATTED')
      READ(1,20)AMBDA
20  FORMAT(F6.4)
      READ(1,20)CAPPA
      READ(1,20)EME
      READ(1,30)E
30  FORMAT(F8.4)
      READ(1,30)POISS
      READ(1,20)PO
      READ(1,20)CRP
      READ(1,20)CRQ
C
C      G=E/(2*(1+POISS))
C      P(1)=PO
C      Q(1)=0
C      DEP(1)=0
C      DEQ(1)=0
C      DPP(1)=0
C      DPQ(1)=0
C      DUE(1)=0

```

```

DUP(1)=0
ENE(1)=0
U(1)=0
I=1

```

C

```

WRITE(5,40)
40 FORMAT(/,10X,'TIPO DE PRUEBA',/,
+      10X,'1=CU.NC',/,
+      10X,'2=CU.Preconsolidado',/,
+      10X,'3=CD',/,)

```

C

```

READ(5,*)IMARCA
IF (IMARCA.EQ.3) THEN
  AS=-0.01
  DO 80 K=1,20
50 IF (AS.LT.0.0) THEN
  WRITE(5,60)
60  FORMAT(10X,'INGRESE VALORES DE V PARA P=')
  WRITE(5,70)P(I)
  READ(5,*)VE(I)
70  FORMAT(F8.4)
  IF (I.NE.1) THEN
    ENE(I)=Q(I)/P(I)
    ASA=ENE(I)
    DEP(I)=CAPPA/(VE(I)*P(I)*CRP)
    DEQ(I)=(G*CRQ/3)/100
    AAA=VE(I)*P(I)*(EME*EME+ENE(I)*ENE(I))
    FACTOR(I)=(AMBDA-CAPPA)/AAA
    B=(EME*EME-ENE(I)*ENE(I))*CRP+2*ENE(I)*CRQ
    DPP(I)=FACTOR(I)*B
    D=ENE(I)*ENE(I)
    F=EME*EME
    C=2*ENE(I)*CRP+(4*D)/(F-D)*CRQ
    DPQ(I)=FACTOR(I)*C
  ENDIF
  P(I+1)=P(I)+CRP
  Q(I+1)=Q(I)+CRQ
  I=I+1
  AS=ASA-EME
ENDIF
80 CONTINUE
ENDIF

```

C

```

IF (IMARCA.EQ.3) THEN
  OPEN(3,FILE='RESULT',STATUS='NEW',ACCESS='SEQUENTIAL',

```

```

+ FORM=FORMATTED')
WRITE(3,90)
90 FORMAT(10X,'RELACION ESF.DEF',//)
WRITE(3,100)
100 FORMAT(5X,' p    q    Dev    Dec',
+ ' Dpv    Dpc',/)
I=I-1
DO 125 J=1,I
WRITE(3,120)J,P(J),Q(J),DEP(J),DEQ(J),DPP(J),DPQ(J),J
120 FORMAT(I3,2F9.5,F11.5,3F9.5,I3)
125 CONTINUE
ENDIF

```

C  
C  
C

```

IF (IMARCA.EQ.1) THEN
WRITE(5,*)'Volumen Especifico='
READ(5,*)VES
AS=-0.01
DO 135 K=1,20
130 IF (AS.LT.0.0) THEN
IF (I.NE.1) THEN
ENE(I)=Q(I)/P(I)
AA=2*(AMBDA-CAPPA)*ENE(I)
F=EME*EME
D=ENE(I)*ENE(I)
BB=(AMBDA*(F+D))-(2*(AMBDA-CAPPA)*D)
A(I)=AA/BB
DUE(I)=CRP
DUP(I)=CRP+A(I)*CRQ
U(I)=U(I-1)+(DUE(I)+DUP(I))
PPRIMA(I)=P(I)-U(I)
ENEPRI(I)=Q(I)/PPRIMA(I)
ASA=ENEPRI(I)
DEQ(I)=(G*CRQ/3)/100
H=ENEPRI(I)*ENEPRI(I)
AL=VES*PPRIMA(I)*(F+H)
FACTOR(I)=(AMBDA-CAPPA)/AL
CC=(4*H/(F-H))*CRQ
DPQ(I)=FACTOR(I)*CC
ENDIF
P(I+1)=P(I)+CRP
Q(I+1)=Q(I)+CRQ
I=I+1
AS=ASA-EME

```

```

ENDIF
135 CONTINUE
ENDIF

```

C

```

IF (IMARCA.EQ.1) THEN
  OPEN(2,FILE='RESULT',STATUS='NEW',ACCESS='SEQUENTIAL',
+ FORM='FORMATTED')
  WRITE(2,140)
140 FORMAT(10X,'RELACION ESF.DEF',///)
  WRITE(2,150)
150 FORMAT(5X,' p   q   Du   p*   Dec',
+ '   Dpq',/)
  I=I-1
  DO 200 J=1,I
    WRITE(2,160)J,P(J),Q(J),U(J),PPRIMA(J),DEQ(J),DPQ(J),J
160 FORMAT(I3,4F9.5,F11.5,F9.5,I3)
200 CONTINUE
ENDIF

```

C

```

IF (IMARCA.EQ.2) THEN
  WRITE(5,*)'Volumen Especifico='
  READ(5,*)VES
  AS=-0.01
  DO 235 K=1,20
230 IF (AS.LT.0.0) THEN
  IF (I.NE.1) THEN
    ENE(I)=Q(I)/P(I)
    AA=2*(AMBDA-CAPPA)*ENE(I)
    F=EME*EME
    D=ENE(I)*ENE(I)
    BB=(AMBDA*(F+D))-(2*(AMBDA-CAPPA)*D)
    A(I)=AA/BB
    DUE(I)=CRP
    DUP(I)=CRP+A(I)*CRQ
    U(I)=U(I-1)+DUE(I)
    PPRIMA(I)=P(I)-U(I)
    ENEPRI(I)=Q(I)/PPRIMA(I)
    ASA=ENEPRI(I)
    DEQ(I)=(G*CRQ/3)/100
    H=ENEPRI(I)*ENEPRI(I)
    AL=VES*PPRIMA(I)*(F+H)
    FACTOR(I)=(AMBDA-CAPPA)/AL
    CC=(4*H/(F-H))*CRQ
    DPQ(I)=FACTOR(I)*CC
  
```

```
    ENDIF
    P(I+1)=P(I)+CRP
    Q(I+1)=Q(I)+CRQ
    I=I+1
    AS=ASA-EME
  ENDIF
235 CONTINUE
  ENDIF
C
  IF (IMARCA.EQ.2) THEN
    OPEN(2,FILE=RESULT,STATUS='NEW',ACCESS='SEQUENTIAL',
+ FORM='FORMATTED')
    WRITE(2,240)
240  FORMAT(10X,'RELACION ESF.DEF',//)
    WRITE(2,250)
250  FORMAT(5X,' p   q   Du   p*   Dec',
+ '   Dpq',/)
    I=I-1
    DO 300 J=1,I
      WRITE(2,260)J,P(J),Q(J),U(J),PPRIMA(J),DEQ(J),DPQ(J),J
260  FORMAT(I3,4F9.5,F11.5,F9.5,I3)
300  CONTINUE
    ENDIF
  END
```