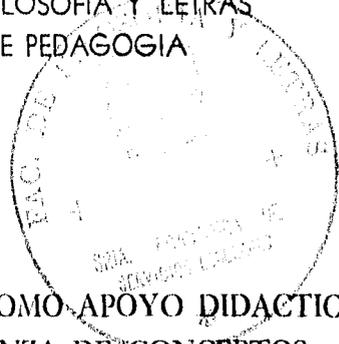


22  
23



# UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE FILOSOFIA Y LETRAS  
COLEGIO DE PEDAGOGIA



## LA COMPUTADORA COMO APOYO DIDACTICO PARA LA ENSEÑANZA DE CONCEPTOS GEOMETRICOS EN LA ESCUELA PRIMARIA

**T E S I S**  
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE  
LICENCIADA EN PEDAGOGIA  
P R E S E N T A :  
GABRIELA GONZALEZ ALARCON

ASESOR DE TESIS: PATRICIA MARTINEZ FALCON

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

FACULTAD DE FILOSOFIA Y LETRAS  
MEXICO, D. F.

*Patricia*

1996

COLEGIO DE PEDAGOGIA

*[Handwritten signature]*

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Gracias a todos aquellos que hicieron posible este trabajo...

A mi esposo

por su confianza, su amor y su paciencia.

A mis padres

por su apoyo incondicional y su cariño.

A mis compañeras y amigas: Alejandra Riego, Marina Kriskautzky y Teresa Vázquez.

Y especialmente a Patricia Martínez Falcón

por dirigir este trabajo, por su tiempo y dedicación, y por su apoyo de amiga.

## INDICE

<b>INTRODUCCIÓN</b> .....	1
<b>CAPITULO I. Aproximaciones en torno a las causas y las posibles soluciones en relación con el problema del fracaso escolar en matemáticas.</b> .....	5
1. Algunos enfoques respecto a las causas del fracaso escolar en matemáticas. ....	5
2. El modelo tradicional de enseñanza de las matemáticas: .....	9
Descripción de una clase .....	9
◊ Características del método .....	10
◊ El rol del maestro .....	11
◊ El rol del alumno .....	11
3. La didáctica constructivista de las matemáticas .....	12
Descripción de una clase constructivista .....	13
◊ Características del método .....	15
◊ Rol del maestro .....	18
◊ Rol del alumno .....	19
4. Comentarios finales .....	20
<b>CAPITULO II. La enseñanza del ángulo en la escuela primaria.</b> .....	23
1. ¿Por qué se eligió el concepto de ángulo? .....	23
2. Revisión de los métodos utilizados para enseñar el ángulo en la escuela. ....	25
◊ La enseñanza tradicional del concepto de ángulo .....	26
◊ Los métodos para enseñar ángulo, propuestos en los programas oficiales a partir de la década de los ochenta.....	29
◊ Breve revisión del método para enseñar ángulo, propuesto en los programas oficiales vigentes a partir de 1993 .....	34
<b>CAPITULO III. La computadora como herramienta didáctica.</b> .....	44
1. Por qué utilizar computadoras en la educación. ....	44
2. El lenguaje de programación LOGO. ....	48

◊ LOGO constituye un lenguaje matemático sencillo de aprender. ....	50
◊ LOGO tiene un referente visual .....	51
◊ LOGO favorece que el niño asuma un papel activo en su aprendizaje. ....	52
◊ En LOGO el error se convierte en un elemento de aprendizaje .....	53
◊ LOGO propicia de manera natural la construcción de nociones matemáticas (ubicación espacial, lateralidad, proporción, ángulo) .....	54
Ventajas de LOGO en relación con el concepto específico de ángulo .....	57

#### **CAPITULO IV. Propuesta metodológica para apoyar la enseñanza del**

<b>concepto de ángulo utilizando la computadora. ....</b>	<b>61</b>
Consideraciones previas .....	61
1. Introducción .....	63
Duración opcional de la propuesta. ....	71
Requerimientos materiales. ....	71
2. Trabajos antecedentes .....	72
3. Programa de Actividades .....	74
Objetivo general .....	74
BLOQUE 1. Introducción a la noción de giro .....	74
SECUENCIA 1.1 .....	74
Actividad 1.1.1 ( Introducción ) .....	75
Actividad 1.1.2 (introducción) .....	76
SECUENCIA 1.2 .....	78
Actividad 1.2.1 ( Introducción ) .....	78
Actividad 1.2.2 ( Introducción ) .....	79
Actividad 1.2.3 ( Introducción ) .....	80
SECUENCIA 1.3 .....	81
Actividad 1.3.1 ( Introducción ) .....	81
Actividad 1.3.2 ( Introducción ) .....	82
BLOQUE 2. Medición de giros con distintos transportadores .....	84
SECUENCIA 2.1 .....	84
Actividad 2.1.1 ( medición ) .....	84
Actividad 2.1.2 ( medición ) .....	85
Actividad 2.1.3 ( medición ) .....	87

SECUENCIA 2.2 .....	88
Actividad 2.2.1 ( medición ) .....	88
Actividad 2.2.2 ( medición ) .....	90
BLOQUE 3. Estimación y trazo de ángulos .....	92
SECUENCIA 3.1 .....	92
Actividad 3.1.1 ( estimación y trazo ) .....	92
Actividad 3.1.2 ( estimación y trazo ) .....	93
Actividad 3.1.3 ( estimación y trazo ) .....	95
 <b>CONCLUSIONES</b> .....	 98
 <b>ANEXOS</b> .....	 102
Anexo 1. Lecciones en las que se introduce la noción de ángulo. (Libro de Texto oficial de Matemáticas para el Cuarto Grado de Primaria) .....	103
Anexo 2 Lecciones en las que se maneja el ángulo como parte de las características de figuras geométricas. (Libro de Texto oficial de Matemáticas para el Cuarto Grado de Primaria) .....	110
Anexo 3 Transportadores Transitorios circulares .....	115
Anexo 4 Transportador Transitorio de medio círculo y Transportador convencional .....	118
Anexo 5. Hoja modelo para la actividad 1.1.2 .....	120
Anexo 6. Hoja modelo para la actividad 1.3.1 .....	126
Anexo 7. Dibujos para la actividad 1.3.2 .....	128
Anexo 8. Dibujos que requieren giros múltiples de 45° .....	131
Anexo 9. Dibujos que requieren giros múltiples de 45° y de 30° .....	135
Anexo 10. Dibujos que requieren giros múltiples de 45° y 10° .....	139
Anexo 11. Dibujos que requieren giros múltiples de 5° .....	145
Anexo 12. Modelos de las pistas para la actividad 3.1.1 .....	151
Anexo 13. Copia de los <i>Campos Minados para la actividad 3.1.2</i> .....	158
Anexo 14. <i>Mitades Simétricas</i> para la actividad 3.1.3 .....	161
 <b>BIBLIOGRAFIA</b> .....	 170

## INTRODUCCIÓN

Ante la realidad del fracaso escolar en matemáticas en general y en la escuela primaria en particular, ha surgido el interés por analizar las causas de este problema y se han realizado al respecto diversos estudios que han abordado el problema desde distintos enfoques.

Algunos investigadores se han centrado en el alumno y sus condiciones psicológicas, sociales, económicas y culturales, como causa central del problema. Otros, han considerado importante este factor, pero también han analizado la responsabilidad que tiene la institución educativa en torno al fracaso escolar en matemáticas, tomando en cuenta distintos elementos como las políticas y reglamentos, el rol preestablecido de los maestros y alumnos, y el marco teórico metodológico que fundamenta la práctica en el salón de clase.

Este segundo enfoque, ha sido más acogido en los últimos años, por considerarse de mayor incidencia en el problema y sobre el cual es más factible introducir modificaciones significativas. En México se ha visto la necesidad de replantear el modelo de enseñanza y los contenidos que se manejan en la escuela, así como el papel que juegan los distintos actores en el proceso. Ejemplo de ello, es la reforma a los planes y programas de estudio, que recientemente llevó a cabo la Secretaría de Educación Pública.

En el caso concreto de las matemáticas, los nuevos programas muestran cambios significativos desde el punto de vista de la *Didáctica Constructivista*, cuyos lineamientos teóricos y metodológicos en el área, han permitido obtener mejores resultados de aprendizaje de conceptos matemáticos en los niños.<sup>\*</sup>

El cambio fundamental que deriva del enfoque de la Didáctica Constructivista, consiste en hacer de las matemáticas un área de conocimiento significativo y funcional para los niños, y obtener así mejores resultados de aprendizaje. Para ello se propone modificar la concepción tradicional de la disciplina como un conocimiento rígido y formal centrado en las reglas y los algoritmos, para dar paso a una concepción menos formal, cuya

---

<sup>\*</sup> El Departamento de Investigaciones Educativas del CINVESTAV, y la Universidad Pedagógica Nacional han realizado estudios importantes en esta área.

metodología pone especial énfasis en los significados de los conceptos y los algoritmos, para que los alumnos sean capaces de utilizarlos en la resolución de los problemas de la vida real.

Sin embargo, concretar en el aula las nuevas propuestas no es tarea fácil. Es preciso formar a los maestros y ofrecerles los medios para aplicar los nuevos métodos, pues son finalmente ellos quienes trabajan directamente con los niños.

Así pues, uno de los factores importantes para combatir el fracaso escolar en matemáticas consiste en lograr que los maestros modifiquen algunos aspectos de su forma de enseñar matemáticas, lo cual requiere distintos apoyos que los motiven a cambiar.

En este sentido y con la finalidad de ofrecer nuevas alternativas, innovadoras y fáciles de aplicar que puedan ayudar al maestro de primaria para mejorar su forma de enseñar matemáticas, en esta tesis presento una propuesta de actividades para apoyar la enseñanza de un concepto matemático que ha resultado difícil de comprender para los niños: el concepto de ángulo.

Dicha propuesta se diseñó con la idea de complementar las actividades en torno al ángulo que se presentan en los libros de texto de matemáticas (especialmente de cuarto grado), poniendo énfasis en aquellos aspectos que se trabajan menos: la introducción al tema y de manera especial, la medición con el transportador.

Una parte fundamental de la propuesta es que incorpora el uso de la computadora como herramienta didáctica, y aprovecha las ventajas que ofrece el Lenguaje de programación LOGO en torno a la enseñanza y al aprendizaje del concepto de ángulo al implicar por parte del niño, el manejo constante de giros para realizar sus dibujos.

Es importante señalar que gran parte de las actividades de esta propuesta fueron experimentadas con un grupo de niños hipoacúsicos de cuarto grado de primaria, en un proyecto de investigación llevado a cabo en la Dirección General de Servicios de Cómputo Académico de la UNAM, en colaboración con la Lic. Patricia Martínez Falcón.

Dicha investigación fue el antecedente fundamental que derivó en el desarrollo de este trabajo. La experiencia con los niños nos permitió constatar la dificultad en relación con el aprendizaje de este concepto, por lo que fue necesario diseñar una secuencia que permitiera que los niños comprendieran y manejaran el concepto de ángulo (a través de giros) para lograr elaborar sus proyectos en LOGO.

En el proceso fue necesario analizar las características de los dibujos, la forma como debían trabajarse los instrumentos de medición, el tiempo de realización de las actividades, etc. En ocasiones se aumentaron cierto tipo de actividades o se diseñaron otras diferentes antes de pasar a aquellas que implicaban un grado de dificultad mayor, también se eliminaron otras que no se consideraron adecuadas. Así pues, gracias a esa experimentación fue posible sistematizar y reorganizar las actividades de la propuesta, para que quedara tal como se presenta en esta tesis, es decir, se consideraron las dificultades y los logros obtenidos en la experimentación, para decidir el orden y el tipo de actividades.

La tesis se desarrolla en cuatro capítulos. En el primero se presenta un panorama general de varios enfoques desde los cuales se ha analizado el problema del fracaso escolar en matemáticas en educación primaria en México, y se exponen las características de dos modelos de enseñanza de esta disciplina, el modelo tradicional y el modelo constructivista, a través del cual se puede facilitar el aprendizaje de las matemáticas.

En el segundo capítulo, se hace una revisión y un breve análisis de los métodos utilizados en las escuelas en las últimas décadas, específicamente en torno al concepto de ángulo. El análisis se centra en los contenidos y los métodos propuestos a nivel de los programas oficiales de matemáticas y en los métodos utilizados tradicionalmente por los maestros para enseñar el concepto.

En el tercer capítulo se describen brevemente los distintos enfoques que han orientado la utilización de computadoras en la educación, haciendo énfasis en la importancia de fundamentar pedagógicamente el uso de esta herramienta para fines educativos. Después se exponen las cualidades del Lenguaje de programación LOGO como

herramienta para favorecer el aprendizaje de conceptos matemáticos en los niños y se señalan sus ventajas en relación con el concepto específico de ángulo.

Finalmente, en el cuarto capítulo se expone la propuesta detallando las actividades que se sugieren para apoyar la enseñanza del concepto de ángulo. La propuesta se divide en tres bloques, el primero incluye actividades introductorias de la noción de giro, el segundo tiene la finalidad de facilitar el aprendizaje del manejo del transportador a través de una secuencia específica utilizando instrumentos especiales, y finalmente el tercer bloque, incluye actividades para la ejercitación en la estimación de giros y el trazo de ángulos en papel. En este capítulo también se reseña brevemente, como antecedente de este trabajo, una investigación que aborda el mismo tema, la enseñanza del ángulo con apoyo de la computadora.

## CAPITULO I

### **APROXIMACIONES EN TORNO A LAS CAUSAS Y LAS POSIBLES SOLUCIONES EN RELACIÓN CON EL PROBLEMA DEL FRACASO ESCOLAR EN MATEMÁTICAS.**

#### **1. Algunos enfoques respecto a las causas del fracaso escolar en matemáticas.**

Es una realidad que muchos niños tienen problemas para comprender y para aprender los contenidos matemáticos que se enseñan en la escuela. Es cierto también que hay muchos niños cuyo rendimiento escolar es bajo en todas las áreas. Sin embargo, las matemáticas representan por diversas razones el área que mayor dificultad presenta para los alumnos en las escuelas. En este capítulo se revisarán algunos enfoques a partir de los cuales se ha abordado el problema del fracaso escolar y se analizarán las causas que en este trabajo se consideran más relevantes en el caso específico de las matemáticas.

Se han realizado investigaciones que han abordado el problema desde distintos ángulos. Algunas se han centrado en el educando como causa principal del problema y otras han considerado también la parte que a la institución corresponde. Entre aquellas que se centran en el alumno podemos identificar distintos planteamientos.

Algunos estudios han buscado las causas en problemas psicológicos o físicos de los niños. En esta línea, el desarrollo de la psicometría aportó diversos instrumentos para identificar las problemáticas individuales de los niños. A raíz de este planteamiento se analizaron ciertos "disfuncionamientos" referentes a alteraciones emocionales o limitaciones intelectuales, que daban explicación a las dificultades que presentaban los niños en la escuela. Ejemplo de esto son los términos dislexia y discalculia, refiriéndose este último a un cuadro clínico caracterizado por el fracaso específico en el aprendizaje de los conceptos matemáticos elementales.

Esta postura es un tanto parcial al centrar la atención sólo en el individuo como foco del problema, y en el intento por dar explicación al fracaso escolar de muchos niños, se buscan las raíces en alteraciones o limitaciones inherentes a ellos.

En el caso concreto del "disfuncionamiento" identificado como discalculia, la tendencia a identificar este problema en los niños, ha sido criticada y cuestionada por diferentes investigadores, por considerar sus fundamentos poco objetivos y faltos de rigor en sus definiciones. G. Brousseau (1976), por ejemplo, hizo una revisión de distintos estudios que tratan el tema de la discalculia y concluye que no se ha podido definir exactamente qué tipo de problemas produce en los niños esta deficiencia. Señala también que se caracteriza el síndrome a través de muchos síntomas diferentes, pero que se desconoce cuáles síntomas aparecen primero o cuáles son los principales. Además, no se especifican los procedimientos de diagnóstico utilizados para identificar a los niños con "el padecimiento", tampoco se señala si el trastorno es estable o no, y a qué edad aparece.

Atendiendo a las causas individuales, otros planteamientos se centran en las características del medio familiar del que proceden los alumnos, para dar explicación a las dificultades de aprendizaje de los mismos. Así, se analizan los aspectos socioeconómicos y culturales que afectan su rendimiento escolar.

Se considera que los niños que provienen de familias de bajos recursos están en desventaja en relación con los niños de familias adineradas, no sólo porque éstos últimos cuentan con una alimentación adecuada, con los recursos necesarios para comprar materiales y tener espacios de estudio adecuados, sino también porque son niños que han tenido estimulación para aprender desde pequeños y, en general viven en un ambiente familiar relajado en el que no tienen grandes preocupaciones.

Los niños que provienen de familias pobres en cambio, tienen distintos problemas desde pequeños. En muchos casos no cuentan con las condiciones de alimentación y de higiene adecuadas, lo cual afecta su desarrollo y su energía. Generalmente no tienen espacios adecuados para el estudio y el ambiente familiar en que viven les trae distracciones y preocupaciones. En muchos casos inclusive no tienen apoyo de sus padres para seguir sus estudios, pues tienen la presión de contribuir con su trabajo al sustento familiar.

A partir de estas investigaciones se afirma la hipótesis de que la pobreza y el fracaso escolar están estrechamente vinculados.

Si bien este es un planteamiento más amplio que el presentado inicialmente, no deja de ser parcial al abordar el problema sólo atendiendo al alumno, siendo que en el proceso educativo, la escuela tiene un papel importante.

"Atribuir las causas del fracaso escolar sólo a las características de los alumnos o a las de su medio de origen resulta tan unilateral como afirmar que un cuchillo no corta porque el pan está duro, sin detenerse a examinar el filo del instrumento. De esta reconsideración del problema surge el planteamiento de que es necesario adaptar la escuela a los alumnos y no a la inversa"

G. Gálvez expone los planteamientos de distintas investigaciones que buscan las causas del fracaso escolar, no sólo en los alumnos y en sus características, sino también en las características de la institución escolar. En estos planteamientos, varios autores (Rosenthal y Jacobson, 1969, Rist, 1970, Pardo, Dickein y Breton, 1974, Ramírez, 1979; citados en Gálvez, G. 1983) reconocen el hecho de que los niños que provienen de estratos socioeconómicos bajos, tienen mayor tendencia al fracaso escolar, sin embargo, su interés se centra en analizar los mecanismos de la escuela que favorecen este hecho.

En esta línea, dichos autores estudiaron la influencia de las expectativas del profesor sobre el rendimiento escolar de sus alumnos, apuntando a este aspecto como un factor importante.

Según las investigaciones presentadas en el artículo, los maestros suelen prestar más atención a los niños que consideran más aptos para el aprendizaje. De manera natural interactúan con estos alumnos, de tal manera que les dan más oportunidades y les hacen sentir mayor confianza en sí mismos.

Muchas veces las expectativas de los maestros están influidas por las calificaciones y los reportes realizados por los maestros de ciclos anteriores, por los estudios psicométricos que se les aplican, o incluso por el aspecto, los modales y la forma de conducirse en general, que demuestran el nivel cultural de los niños.

---

<sup>1</sup> Gálvez, G. (1983) "Elementos para el análisis del fracaso escolar en matemáticas" p. 4

Si bien este es un planteamiento más amplio que el presentado inicialmente, no deja de ser parcial al abordar el problema sólo atendiendo al alumno, siendo que en el proceso educativo, la escuela tiene un papel importante.

"Atribuir las causas del fracaso escolar sólo a las características de los alumnos o a las de su medio de origen resulta tan unilateral como afirmar que un cuchillo no corta porque el pan está duro, sin detenerse a examinar el filo del instrumento. De esta reconsideración del problema surge el planteamiento de que es necesario adaptar la escuela a los alumnos y no a la inversa"

G. Gálvez expone los planteamientos de distintas investigaciones que buscan las causas del fracaso escolar, no sólo en los alumnos y en sus características, sino también en las características de la institución escolar. En estos planteamientos, varios autores (Rosenthal y Jacobson, 1969, Rist, 1970. Pardo, Dickein y Breton, 1974. Ramírez, 1979; citados en Gálvez, G. 1983) reconocen el hecho de que los niños que provienen de estratos socioeconómicos bajos, tienen mayor tendencia al fracaso escolar, sin embargo, su interés se centra en analizar los mecanismos de la escuela que favorecen este hecho.

En esta línea, dichos autores estudiaron la influencia de las expectativas del profesor sobre el rendimiento escolar de sus alumnos, apuntando a este aspecto como un factor importante.

Según las investigaciones presentadas en el artículo, los maestros suelen prestar más atención a los niños que consideran más aptos para el aprendizaje. De manera natural interactúan con estos alumnos, de tal manera que les dan más oportunidades y les hacen sentir mayor confianza en sí mismos.

Muchas veces las expectativas de los maestros están influidas por las calificaciones y los reportes realizados por los maestros de ciclos anteriores, por los estudios psicométricos que se les aplican, o incluso por el aspecto, los modales y la forma de conducirse en general, que demuestran el nivel cultural de los niños.

---

<sup>1</sup> Gálvez, G. (1983) "Elementos para el análisis del fracaso escolar en matemáticas" p. 4

En relación con estos planteamientos, G. Gálvez señala que "Las expectativas del profesor son asimiladas y asumidas por los alumnos, quienes tienden a rendir de acuerdo a lo que se espera de ellos. Muchas veces el profesor, aunque quisiera ayudar a sus alumnos de medios más desfavorecidos, no sabe qué hacer por ellos y, como en el fondo está convencido de que el aprendizaje les cuesta mucho más que a los niños de clase media o alta, actúa sin darse cuenta, de un modo consecuente con su convicción"<sup>2</sup>

Por otro lado, señala que a partir de los análisis presentados se puede caer en el error de responsabilizar al maestro de ejercer una influencia selectiva sobre los alumnos como si lo hicieran de manera intencional, cuando en realidad se trata de la "internalización de una ideología que predomina en el medio social en el que el profesor está inmerso."

La tarea que hay que afrontar es romper con la mentalidad (propia de la escuela tradicional) de considerar que existen niños "listos" y niños "tontos", y sustituir esa idea por la mentalidad de que todos pueden desempeñarse bien en algunas actividades. Con base en ello es necesario destacar y promover las cualidades positivas de los alumnos para brindarles seguridad en sí mismos y favorecer su aprendizaje. Claro que esto no implica sólo un cambio de mentalidad, para G. Gálvez implica también "introducir modificaciones relevantes al interior de la organización escolar", lo cual no es tarea fácil, pero constituye un camino eficaz para luchar contra el fracaso escolar.

Considero que para generar cambios en la organización escolar, es importante revisar los diferentes aspectos que conforman esa organización (métodos, roles de maestros y alumnos, entre otros) y analizar las concepciones de base que subyacen a ellos, a la luz de las condiciones y las necesidades actuales de nuestro país, y de las concepciones epistemológicas que han surgido en las últimas décadas, ya que éstas constituyen sin duda una evolución importante en el terreno de las teorías del aprendizaje.

En el caso concreto de las matemáticas, el modelo de enseñanza utilizado en muchas escuelas en México, responde a una concepción formalista de la disciplina, la cual se ha heredado como tradición por muchos años. Por supuesto, responde también a una serie

---

<sup>2</sup> Idem, p.5

\* Se han manejado las matemáticas como conocimiento acabado constituido en gran parte por una serie de reglas y fórmulas establecidas, es decir, se las ha visto en su estado maduro y formal. Desde un punto de vista más enfocado a la didáctica constructivista, es necesario retomar un enfoque de las matemáticas que ponga énfasis en la contextualización de los contenidos y no sólo en los algoritmos de las operaciones

de concepciones generales sobre el conocimiento, el aprendizaje, el papel de la escuela etc., subyacentes a un sistema de enseñanza escolar determinado, al que se puede identificar como modelo tradicional de enseñanza o escuela tradicional.

Si bien, junto a este modelo coexisten otros como las escuelas activas en sus varias modalidades -Montesori, Freinet etc.-, en México sigue predominando el sistema tradicional en las escuelas públicas y en muchas particulares.

Para entender cómo determina la escuela el desempeño de los niños, favoreciéndolos en algunos casos y segregándolos en otros, se analizan a continuación los diferentes elementos que conforman la organización del modelo tradicional de enseñanza de las matemáticas.

## **2. El modelo tradicional de enseñanza de las matemáticas.**

### **Descripción de una clase**

Una clase de aritmética es más o menos así: Se inicia con una exposición del maestro sobre el concepto que se va a estudiar y una definición del mismo. La definición del concepto es importante, los alumnos toman nota y deben memorizarla para el examen.

Un segundo paso es la explicación de cómo se aplica el algoritmo para operar la noción que se acaba de ver, por ejemplo, si el concepto es la resta, el maestro explica el procedimiento convencional para restar. Las primeras veces que se aplica el algoritmo, se utilizan números pequeños para que sea más sencillo.

Finalmente, se plantea una serie de ejercicios para "aplicar" lo que se acaba de enseñar. En realidad, éste es el momento en el que los niños empiezan a utilizar la fórmula con distintos números, y a base de práctica intentan memorizarla.

La resolución de problemas se empieza a manejar en sesiones posteriores, una vez que se han practicado bastante los algoritmos de las operaciones. Generalmente el maestro, al aplicar problemas, indica a los alumnos qué tipo de operaciones se utilizan en su resolución, por ejemplo les dice: "estos son problemas de resta". Los niños entonces, tienen que solucionarlos a través de resta, el maestro no les permite utilizar otros

procedimientos. Esto significa que el método limita el razonamiento del niño, por un lado, al indicarle el camino: "es problema de resta", y por otro, al no permitirle buscar otros procedimientos, lo cual implicaría comprender el planteamiento e idear una solución con base en una reflexión personal.

A partir de esta descripción muy simple podemos deducir e identificar los elementos que definen "la organización escolar" de la enseñanza de las matemáticas en los siguientes aspectos: las características del método, el rol del maestro y el rol del alumno.

#### Características del método

- ◊ Se parte de la exposición de las definiciones, las fórmulas y los algoritmos y se sigue con la ejercitación y aplicación de las mismas.
- ◊ Se pone énfasis en el manejo de los algoritmos y las fórmulas

En las clases tradicionales de matemáticas se dedica mucho tiempo a los ejercicios para afianzar y manejar correctamente los algoritmos que sirven para resolver distinto tipo de operaciones. En cambio, se dedica poco tiempo a la resolución de problemas y generalmente los maestros indican a los alumnos qué tipo de operaciones se deben usar en cada problema, así que los niños no necesitan razonar mucho para encontrar el camino a la solución, sólo tienen que aplicar correctamente los algoritmos.

Esto significa que se pone mucho énfasis en la parte sintáctica de las matemáticas, la parte que corresponde a los algoritmos y las fórmulas, y no se le da tanta importancia a la parte semántica, es decir, a los significados de dichos algoritmos y fórmulas.

- ◊ Se manejan los conceptos descontextualizados y aislados.

A través de la ejercitación mecánica y descontextualizada no se favorece que los niños comprendan lo que hay detrás de un algoritmo. El hecho de que el niño sepa resolver una resta, no necesariamente significa que entienda porqué se resuelve de esa manera y cómo es que se llega al resultado correcto siguiendo los pasos del algoritmo. Los niños aprenden una serie de fórmulas, pero no aprenden a razonar con los números. Las matemáticas que aprenden son abstractas, no tienen relación directa con situaciones reales cercanas a ellos.

### El rol del maestro

- ◊ Es el responsable de transmitir los contenidos matemáticos
- ◊ Es el responsable del aprendizaje de sus alumnos. Debe lograr que aprendan a utilizar los procedimientos matemáticos convencionales. (que se respeten las reglas de ese lenguaje formal)

Es frecuente que los docentes no permitan métodos distintos a los enseñados en clase para resolver las operaciones o para resolver problemas. Aun cuando algunos niños llegan a resultados correctos con procedimientos distintos, razonados por ellos mismos, los maestros los invalidan argumentando que "no es el método correcto", porque no es el convencional.

- ◊ Es el responsable de decidir si los alumnos "saben" o "no saben" los contenidos matemáticos enseñados

Los niños no aprenden a reflexionar en torno a sus procedimientos porque siempre es el maestro quien finalmente califica los resultados. Es decir, no se favorece la independencia y la seguridad de los niños en torno a sus procedimientos personales.

### El rol del alumno

- ◊ Debe memorizar las definiciones y los procedimientos
- ◊ Debe respetar los procedimientos enseñados por el maestro
- ◊ Debe inferir solo el procedimiento convencional para resolver problemas o para aplicar un concepto en actividades distintas a las trabajadas en clase, por ejemplo en el caso de los exámenes o en ciclos posteriores a aquél en el que se "enseñó" el concepto.

Con el método tradicional no se favorece el razonamiento en los niños, sólo se ejercita la memoria y la habilidad para aplicar mecánicamente distintas fórmulas. Conforme se avanza en los niveles de complejidad de las matemáticas, muchos niños empiezan a tener problemas para manejar los nuevos conocimientos. Esto trae consigo sentimientos de frustración, rezago, desinterés por los contenidos matemáticos y en muchos casos, que los niños no logren sacar adelante la materia según las expectativas la escuela.

A partir de estas características del método tradicional, vemos que la escuela tradicional considera las matemáticas como un cuerpo de conocimientos acabado, constituido por un lenguaje formal y un conjunto de reglas sintácticas

La metodología tradicional resulta complicada para los niños en general, y en el caso específico de los niños que tienen dificultad para comprender las matemáticas (sean cuales sean las causas de su dificultad), resulta muy desfavorecedora porque éstos no tienen más alternativa que memorizar y no cuentan con los medios para resolver sus dudas.

A partir del análisis anterior, se puede concluir que el método de enseñanza de esta disciplina, aunado a los roles que juegan maestros y alumnos en la escuela tradicional, constituye una causa fundamental en torno al problema del fracaso escolar en matemáticas.

La pregunta que cabe hacernos es ¿cómo podría ser mejorado el sistema de enseñanza de esta disciplina de manera que resulte más comprensible e interesante para los niños?

Si bien el problema es complejo por involucrar distintos aspectos de diferente índole (sociales, políticos, culturales, ideológicos, institucionales etc.), como se señaló anteriormente, a nivel de la organización escolar se pueden introducir modificaciones significativas. Es necesario inicialmente, como dice G. Gálvez (1983), producir un cambio de mentalidad en torno a las concepciones que sustentan la metodología.

A continuación se presenta un modelo diferente, el modelo de la Didáctica Constructivista, la cual se originó a partir de la teoría de J. Piaget sobre epistemología genética, según la cual, el niño juega un papel activo como constructor de su propio conocimiento.

### **3. La didáctica constructivista de las matemáticas**

La Didáctica Constructivista de las Matemáticas tiene el propósito último de crear situaciones didácticas variadas y ricas para propiciar la construcción de determinados conceptos matemáticos por parte de los niños.

En relación con la metodología propuesta en el modelo constructivista para favorecer la construcción de conceptos matemáticos, destacan los planteamientos de G. Brousseau en su teoría de las situaciones didácticas. G. Brousseau, es investigador del Instituto de Investigaciones sobre Enseñanza de las Matemáticas, en Burdeos, Francia y ha sido considerado por sus importantes aportaciones en esta área, como el padre de la Didáctica Constructivista en Matemáticas.

Desde la perspectiva constructivista de G. Brousseau, el conocimiento matemático se concibe como "un instrumento que se crea ante la necesidad de resolver determinados problemas para los cuales los conocimientos anteriores resultan insuficientes. Un nuevo conocimiento nace, por lo tanto, bajo la forma de instrumento que funciona en un contexto específico"<sup>3</sup>

Esta concepción del saber matemático, fundamentalmente distinta de la que subyace al modelo tradicional, deriva por tanto en una práctica también distinta en el salón de clase y un papel distinto de maestros y alumnos, en relación con los métodos y roles existentes en la escuela tradicional.

#### **Descripción de una clase de matemáticas con un enfoque constructivista**

Una clase con enfoque constructivista puede desarrollarse de muchas formas dependiendo del concepto que se esté manejando, el nivel y las características de los niños con los que se trabaje, sin embargo, existen ciertas líneas metodológicas que orientan la tarea. Para trabajar un concepto se necesitan varias sesiones a lo largo de las cuales se van manejando distintos aspectos relacionados con el tema, de manera evolutiva, desde la manipulación de material concreto, hasta la representación escrita y el manejo de procedimientos convencionales para resolver las operaciones.

Retomando el caso de una clase de aritmética por ejemplo, para trabajar la suma y la resta en un nivel introductorio, el maestro empezaría planteando juegos en los que los

---

<sup>3</sup> Block, D. (1989) "Una corriente de investigación en didáctica de las matemáticas en el nivel básico" *Documentos de la Primera Conferencia Anual sobre Educación y Desarrollo*, p.69

niños resolvieran problemas con apoyo de material concreto. Veamos un ejemplo, tomado del libro *Dialogar y Descubrir. Manual del instructor comunitario*<sup>4</sup>:

"El instructor narra a los niños la siguiente historia: A Juan el dormilón le pasan cosas muy raras: saca su rebaño de ovejas al campo y siempre se queda dormido; cuando despierta, resulta que en ocasiones hay más ovejas y en otras, hay menos. ¡Y él no se da cuenta!. Motiva a los niños para la actividad que van a desarrollar, preguntándoles si ellos podrían darse cuenta de que les faltan o sobran ovejas.

El instructor pone sobre la mesa 20 palitos que representarán las ovejas. Pide a los niños que las cuenten y anoten el número para que no se les olvide. Un alumno sale del salón, mientras otro quita o agrega cuando mucho nueve palitos, aunque puede dejar la cantidad original. El alumno que salió, entra al salón e intenta averiguar cuántas ovejas hay de más, cuántas faltan o si están las mismas. Para indagar, puede hacer lo que quiera: contar, hacer rayitas o agrupar los palitos.

Quando el niño dé una respuesta, los demás le dicen si acertó o no y le explican por qué. La actividad se repite varias veces."

En esta actividad los niños empiezan a manejar las nociones de agregar y quitar, implícitas a la suma y la resta. Es una actividad introductoria, en la que se propician distintas acciones por parte de los niños, tienen que contar, escribir los números, decidir en cada ronda si el problema será de aumentar o de quitar, tienen que prever un resultado, jugar con los objetos y dialogar con sus compañeros sobre sus resultados. En el desarrollo de la clase, los niños están todo el tiempo activos y su participación es importante.

En actividades posteriores o versiones modificadas de la misma, se empiezan a manejar problemas más complejos o que involucran algún aspecto distinto relacionado con el tema. Las nuevas actividades se van presentando en función de los procedimientos y las respuestas que han dado los niños hasta el momento y que permiten observar el avance que llevan. La finalidad es propiciar que los niños vayan avanzando en sus razonamientos.

En una clase de corte constructivista no se manejan de entrada las definiciones de los conceptos, ni los procedimientos convencionales para resolver las operaciones. En el ejemplo anterior, el maestro no necesita informar a los niños que se está trabajando la suma o la resta. En un inicio, lo importante es que los niños comprendan el problema y

<sup>4</sup> Rockwell, E. et. al. (1989) *Dialogar y descubrir. Manual del Instructor Comunitario. Niveles I y II*, p. 158

se pongan a reflexionar en la búsqueda de posibles procedimientos de solución. Los procedimientos convencionales para resolver las operaciones se enseñan una vez que se torna necesario por el grado de avance de los niños, de tal manera que dichos procedimientos se aprenden como métodos que les funcionan mejor y les ahorran tiempo.

Otro aspecto importante es que el maestro favorece la participación de los niños y la comunicación entre ellos para discutir sus razonamientos y las soluciones a las que llegan.

En un proceso constructivista el aprendizaje es paulatino y evolutivo, y ciertamente es más lento en un inicio (cuando se introducen los conceptos determinados) que lo que se espera en un modelo tradicional, sin embargo, los conocimientos que se construyen son firmes, porque se comprenden realmente y son significativos para los niños.

#### **Características del método**

- ◊ Se parte de la resolución de problemas y se concluye con el manejo de las técnicas y las definiciones convencionales

Anteriormente se señaló que en el método de enseñanza tradicional se inicia con la exposición de la definición y los algoritmos convencionales y después se intenta aplicarlos. En el modelo constructivista en cambio, se parte de las acciones, de la resolución de problemas para conducir a los niños hacia la construcción progresiva de los conceptos, y es al final, cuando dichos conceptos alcanzan un cierto grado de significación y se han socializado en el grupo, que el maestro los convencionaliza.

Los conceptos adquiridos se convierten entonces en la base sobre la cual los niños construyen posteriormente nuevos conocimientos.

- ◊ Se pone énfasis en la resolución de problemas como medio principal para favorecer el aprendizaje.

De acuerdo con los planteamientos de G. Brousseau, las situaciones didácticas deben estar acordes con un proceso educativo constructivista, lo que implica un ambiente especial, una actividad controlada con una serie de elementos y roles establecidos de los

actores. Las situaciones didácticas bajo un enfoque constructivista, están diseñadas para propiciar la construcción de conceptos matemáticos específicos por parte de los niños, y un elemento fundamental dentro de ellas son las *situaciones problemáticas* respecto al concepto específico que se quiere enseñar.

La resolución de problemas tiene un valor especial, porque implica que el niño reflexione sobre sus propias acciones. En oposición al modelo tradicional en donde los conocimientos se imponen y tienen que ser "asimilados", se entiendan o no, en este modelo se busca que los conocimientos sean asimilados y comprendidos por los niños, en un proceso en el que la reflexión constante y la motivación de los niños por afrontar los problemas que se plantean, constituyen el motor que los lleva a construir esos conocimientos.

- ◊ Las situaciones problema están diseñadas especialmente para favorecer un proceso de construcción evolutivo.

Diseñar situaciones problemáticas constructivistas no es tarea fácil, según G. Brousseau (en Block, D. 1989) requiere considerar una serie de aspectos para controlar realmente la evolución del proceso constructivo:

En una secuencia didáctica, el primer problema debe ser significativo y accesible para el niño, de manera que pueda abordarlo y proponer un método de solución a partir de sus conocimientos previos. Brousseau llama a ese primer procedimiento de solución *estrategia de base*.

Para propiciar una evolución en las estrategias de base de los niños, es necesario introducir variables determinadas en la situación problema. Dichas variables en la situación problema, que se pueden plantear como una nueva versión de la actividad, y que aparecen como nuevos obstáculos, tienen la finalidad de invalidar las estrategias de base utilizadas por el niño, o volverlas costosas en tiempo o en esfuerzo.

D. Block señala en relación con esto: "el problema planteado por la situación entonces es tal que el procedimiento de resolución más económico compromete al conocimiento en cuestión. Es esta pérdida momentánea del control sobre la situación por parte del

alumno, lo que da sentido al conocimiento que está por construirse. Este aparecerá como el medio que permite suplir esta carencia"<sup>5</sup>

Por otro lado, para que las estrategias del niño puedan evolucionar, es importante que los problemas diseñados posibiliten un verdadero diálogo entre el niño y la situación, de manera que éste pueda saber (sin la mediación del maestro) si sus acciones van bien encaminadas o no. La situación problema "debe devolver al alumno información acerca de cada una de sus acciones, información que le permitirá evaluarlas y eventualmente reorganizarlas".<sup>6</sup>

Además, es importante prever y controlar, en relación con la secuencia de problemas que se plantean al niño, "que las estrategias (y las interpretaciones correspondientes del concepto) que se generan en la situación inicial puedan funcionar como estrategias de base en las demás situaciones"<sup>7</sup>

D. Block señala que para elaborar situaciones problema en relación con un concepto, es preciso determinar qué problemas en su resolución implican o involucran ese concepto específico, y sugiere como una opción para determinar esto, el revisar cómo surgió ese concepto determinado en la historia y analizar a partir de qué problemas evolucionó, aunque esto no siempre es posible y puede resultar complicado.

◊ Los conocimientos matemáticos se insertan en contextos significativos

Desde un principio los distintos conceptos que se manejan se insertan en contextos significativos a través de situaciones problemáticas interesantes para los niños. Las matemáticas se convierten de esta forma en un conocimiento vivo, interesante y funcional, por lo que los niños se encuentran motivados para aprender la materia.

---

<sup>5</sup> *Idem*, p. 71

<sup>6</sup> *Ibidem*

<sup>7</sup> *Idem*, p. 72

## Rol del maestro

- ◊ El maestro es el encargado de diseñar y aplicar las situaciones didácticas específicas adaptadas a su grupo.

Para llevar a cabo una práctica educativa según el modelo constructivista, se requiere una intervención muy creativa por parte del maestro, quien no será ya el protagonista, ni se presentará como aquél que posee el conocimiento y tiene autoridad para enseñarlo, sino como el responsable de diseñar y aplicar las situaciones didácticas (problemáticas e interesantes) que favorezcan la construcción de determinadas nociones por parte de los niños.

"Se trata (...) de construir un proceso de aprendizaje en el que el conocimiento no sea enseñado directa o indirectamente por el maestro, sino que aparezca progresivamente en el niño a partir de confrontaciones con cierto tipo de obstáculos hallados en el curso de la actividad. Son pues las múltiples acciones en el seno de la situación las que deben provocar por sí solas las modificaciones en el alumno y favorecer así la aparición de los conceptos deseados... Si el conocimiento contemplado por el aprendizaje debe aparecer en la medida que se vuelve necesario para adaptarse a una situación que se ha vuelto problemática (las estrategias empleadas espontáneamente se revelan ineficaces), todos los esfuerzos del didácta deben orientarse hacia esa situación" (J. Pérez, 1982)<sup>8</sup>

- ◊ Debe orientar y encausar el proceso de construcción de conocimientos de sus alumnos.

En este modelo el maestro no tiene una autoridad jerárquica y rígida, es más bien un orientador, un guía que apoya a los niños en su proceso de construcción de los conocimientos. En este rol, el maestro no sólo permite que los niños sean creativos, sino que favorece que busquen sus propias soluciones y utilicen estrategias personales para abordar los problemas que se plantean, así mismo no reprueba los "errores" de los niños, pues estos constituyen "uno de los motores didácticos más eficaces para generar la evolución de las concepciones del niño"<sup>9</sup>

---

<sup>8</sup> Citado en Block, D. Op. cit. p.69

<sup>9</sup> Block, D y A. Papacostas. (1986) "Didáctica Constructivista y matemáticas. Una introducción". Cero en Conducta, p.17

## Rol del alumno

### ◊ Asume un papel activo en su aprendizaje

Mientras que en la escuela tradicional el aprendizaje de las matemáticas se ha convertido en un proceso un tanto receptivo y mecánico basado en la memoria, para el constructivismo es un proceso dinámico de construcción del conocimiento, a través de "...numerosas experiencias en las que ...(se)... confrontan, afianzan, modifican o desechan conocimientos previos..."<sup>10</sup> Los nuevos conocimientos surgen ante la necesidad de resolver ciertos problemas para los cuales los conocimientos anteriores resultan insuficientes.

Ante una situación didáctica constructivista, el niño toma de manera natural un papel activo, ya que debe poner en juego sus conocimientos previos en busca de estrategias para solucionar un problema que se le plantea. Para ello debe comprender e identificar los elementos importantes de la situación problemática, jugar con ellos y hacer ensayos en un proceso de reflexión y de diálogo con la situación misma. La participación constante del niño en la resolución de problemas es importante para lograr su aprendizaje.

Con el método constructivista, los niños se vuelven independientes y adquieren seguridad en sí mismos, pues saben que sus razonamientos son tomados en cuenta y son importantes para ayudar a enriquecer los procedimientos y los razonamientos de otros niños. Además, aprenden a evaluar sus acciones y a valorar sus resultados, porque las situaciones didácticas y la forma como se establecen las relaciones en el salón de clase así lo favorecen.

### ◊ Debe interactuar con sus compañeros y comunicar sus estrategias y razonamientos.

En este modelo se favorece la interacción entre los alumnos para comunicar, discutir y justificar sus estrategias. La comunicación constituye una parte importante en el proceso de construcción de conocimientos.

---

<sup>10</sup> Block, D. (1989) Op. cit. p. 69

Comunicar implica estructurar las ideas en la mente, de tal manera que puedan ser comprendidas por otros y estructurar las ideas significa "reestructurar las relaciones implícitas en la acción sobre la situación problema" (Block, D. 1989)

Destaca en este modelo, el hecho de buscar los medios para hacer del aprendizaje de las matemáticas algo significativo e interesante; en convertirlos en un instrumento útil que puede ser usado para resolver problemas de la vida cotidiana y que ayuda a comprender mejor el mundo que nos rodea.

Por otro lado, cabe señalar que la Didáctica Constructivista no es una teoría terminada, presenta un extenso campo de investigación por delante y se sigue desarrollando paulatinamente.

#### **4. Comentarios finales.**

Después de presentar una descripción de dos modelos de enseñanza de las matemáticas: el tradicional y el constructivista, no se puede dejar de considerar que producir cambios significativos en los procesos que se llevan a cabo en la escuela no es tarea fácil, intervienen muchos factores<sup>\*</sup> y existe mucha resistencia cuando no se siente una necesidad imperante de cambiar o cuando no se comprende la nueva metodología.

Es importante señalar, en torno a los esfuerzos que se realizan para mejorar la educación en México, la reforma de los planes y programas oficiales para la educación básica, que se llevó a cabo de 1993 a 1995. Los nuevos programas de matemáticas para la educación primaria tienen un enfoque constructivista. Esto significa, que a nivel teórico se ha dado un paso importante en el camino de introducir cambios significativos en el sistema de enseñanza escolar, sin embargo, aún queda mucho camino por recorrer. Como señalé antes, en la organización de la escuela intervienen muchos factores, y algunos pueden resultar difíciles de cambiar.

En este sentido, uno de los principales factores que hay que atender son los maestros, pues ellos son los encargados directos de llevar a cabo el proceso educativo. Ellos son

---

\* Dentro de los factores que intervienen se pueden mencionar, los programas de estudio establecidos, la organización jerárquica y administrativa de la escuela, el rol que los maestros y alumnos han tenido durante años, las exigencias de los padres de familia que tienen una idea socialmente aceptada, de las formas que debe guardar la escuela (disciplina, rol de autoridad del maestro, manejo de ciertos contenidos en los distintos niveles etc.)

quienes aplican los métodos y quienes se relacionan día a día con los niños. Sin embargo, los maestros suelen resistirse al cambio. Para aquellos que durante años han trabajado con un método que dominan y controlan, no es sencillo darse cuenta de que hay otras formas de trabajar para producir mejores resultados, y no es sencillo tampoco, aceptar el descontrol que implican los cambios. Se necesita antes que nada, que adquieran conciencia de aquellos aspectos de su práctica educativa que no son los adecuados para lograr el aprendizaje o que pueden ser mejorados considerablemente. Se requiere además, ofrecerles modelos alternativos viables que los motiven a iniciar un cambio en sus prácticas.

Si bien anteriormente se señalaba que parte de las tareas del maestro en un enfoque constructivista del aprendizaje, es diseñar las situaciones didácticas, en una etapa inicial como la que se plantea aquí (de pasar de un modelo a otro), no es posible pensar que los maestros pueden abordar la tarea por sí solos, porque diseñar situaciones didácticas constructivistas requiere de tiempo (que generalmente ellos no tienen) y de cierta formación que se puede ir adquiriendo con estudio y con la práctica. En este aspecto, los nuevos programas oficiales constituyen un apoyo importante para los maestros, pues en ellos se exponen las actividades, se proporcionan los materiales y se explica (a través de los libros para el maestro) el nuevo modelo con el que se propone trabajar.

Con la idea de contribuir a ofrecer actividades alternativas para la educación constructivista en el área de matemáticas, en la presente tesis se expone una secuencia de actividades diseñada con la finalidad de apoyar la enseñanza de un concepto matemático, utilizando la computadora como herramienta didáctica. Esta propuesta, aún en vías de experimentarse, analizarse y afinarse, constituye un avance en el camino de producir una propuesta aplicable en el salón de clase.

Considero que ésta es una de las tareas que podemos realizar los pedagogos con vistas a apoyar a los maestros en su proceso de cambio. Es cierto que no podemos cambiar la realidad social para mejorar las condiciones de vida de los alumnos, ni podemos generar cambios significativos en el sistema educativo de las instituciones. Una de las cosas que podemos hacer es aportar un grano de arena diseñando actividades alternativas, para abordar determinados conceptos (en este caso matemáticos) en el salón de clase.

Actividades que puedan interesar al maestro y que permitan trabajar los conceptos matemáticos de manera más significativa y comprensible para los niños.

La secuencia de actividades que se expone más adelante, fue diseñada con la finalidad de apoyar la enseñanza y el aprendizaje del concepto de ángulo en el nivel básico, atendiendo a los aspectos en relación con dicho concepto que requieren más soporte según el tratamiento que de ellos se da en los libros oficiales de matemáticas.

## CAPÍTULO II

### LA ENSEÑANZA DEL ÁNGULO EN LA ESCUELA PRIMARIA

En razón de que la propuesta que motivó este trabajo, está dedicada al concepto específico de ángulo en un nivel introductorio, en el presente capítulo se exponen los motivos por los cuales se eligió el concepto y una revisión general de la forma como se ha venido enseñando dicho concepto en la escuela.

#### 1. ¿Por qué se eligió el concepto de ángulo?

El estudio de la geometría (y por tanto el concepto de ángulo como concepto geométrico) es importante porque nos permite mejorar nuestra comprensión y manejo del espacio.

Desde pequeños, los niños empiezan a relacionarse con su medio y a construirse una idea del espacio a partir de sus experiencias. "Como sostiene Piaget, en los primeros años de vida del niño se construye una concepción del espacio ligada con los propios sentidos y con las propias actividades motrices: este espacio vivido es el que servirá de base a la construcción del espacio representado (...). La educación debe ayudar al niño a tomar conciencia, en sentido formal, del espacio que le envuelve."<sup>1</sup>

Sin embargo, la escuela no ha enfocado el estudio de la geometría, de manera que a través de él se favorezca la comprensión y el manejo del espacio en los niños. La geometría escolar, basada en una concepción euclídeana de la disciplina, se ha ceñido a un modelo tradicional de enseñanza de la misma, privilegiando "el estudio de los objetos geométricos abstractos y la sistematización rigurosa de las proposiciones geométricas."<sup>2</sup>

Así, el método tradicional para enseñar Geometría, es un tanto formal y rígido al poner mucho énfasis en las definiciones.

En la siguiente cita tomada de un libro tradicional de Geometría para educadores, el autor señala: "El curso de geometría plana a nivel elemental deberá iniciarse con una

<sup>1</sup> Marastoni, O. (1985) Hagamos geometría. p.20

<sup>2</sup> González M. J. (1992) Geometría, una experiencia docente Tesis de licenciatura. p. 27.

lista de las definiciones, axiomas, teoremas y corolarios básicos (...) se sugiere al maestro proporcionar una lista de las definiciones más importantes, así como una plática intuitiva acerca de lo que es punto, ... (y) ... recta." Y agrega. "...es extremadamente importante que los enunciados de las definiciones y proposiciones de las que se parte sean concisos, formales y expresables con absoluta precisión."<sup>3</sup>

Desde el punto de vista de la didáctica constructivista, se puede decir que, al igual que ha sucedido con las matemáticas en general, la enseñanza tradicional de la geometría ha puesto mucho énfasis en la parte sintáctica (las definiciones y las fórmulas) de la disciplina y ha descuidado la parte semántica (los significados), de manera que sus contenidos, al no presentarse en contextos significativos, resultan abstractos y difíciles de comprender para los niños.

Aunado a ello, existe el problema de que la Geometría ha sido relegada en la escuela, en relación con la importancia que se le ha dado a la Aritmética, por lo que (entre otras razones) se le dedica menos tiempo a su estudio.

M. C. Álvarez (1987a) señala que uno de los motivos de la discriminación escolar de la Geometría puede ser su carácter axiomático: "*La Geometría (...) está tan estrechamente ligada a la realidad, que podría ser un excelente motivo para enseñar una matemática cargada de relaciones (Freudenthal)*". Es evidente que la estructura deductiva de la geometría tradicional no ha tenido un éxito didáctico, pues se le impone al estudiante, lejos de permitirle una reinención."<sup>4</sup>

Por su parte, G. Gálvez (1985) considera que "...existe una ruptura entre el desarrollo espontáneo del conocimiento del espacio (...) y la enseñanza escolar de la geometría entendida, en su acepción de geometría física, (...). Hasta donde tenemos información existe consenso universal acerca de que la enseñanza de la geometría pura (axiomática) debe ser descartada en la escuela primaria ..."<sup>5</sup>

<sup>3</sup> Velasco S. G. (1983) Tratado de Geometría, p.83

<sup>4</sup> Se entiende por axiomático, que parte de principios e proposiciones que no requieren demostración. Por ejemplo, decir que "el todo es mayor que cualquiera de sus partes" es un axioma porque no requiere demostración

<sup>5</sup> Álvarez, M. C. (1987a) Construcción del concepto de ángulo con apoyo de microcomputadora. Tesis de maestría, p.37

<sup>6</sup> Gálvez, G. (1985) El aprendizaje de la orientación en el espacio urbano. Tesis de doctorado p. 1 y 2

Y agrega: "...el tratamiento escolar de esta disciplina suele reducirse al reconocimiento de cuerpos y figuras, a la memorización de nombres, definiciones y fórmulas y, en el mejor de los casos, al seguimiento de instrucciones (recetas) para reproducir determinadas construcciones. Se aprende geometría para aprobar los exámenes y no para progresar en el conocimiento de las propiedades del espacio físico."<sup>6</sup>

Un ejemplo de ello se puede constatar en torno al concepto de ángulo, el cual recibe poca atención en la escuela primaria y es una de las nociones que han resultado difíciles de aprender para los niños. Es común que éstos, después de varios años de haber estudiado el tema en la escuela, no entiendan el concepto, no sepan manejar el transportador y no tengan idea de la aplicación que el tema puede tener en su vida real.<sup>7</sup>

Una causa importante de este problema es precisamente la forma como se ha manejado el concepto en la escuela y el hecho de dedicarle poco tiempo a su estudio, lo cual, como se dijo, forma parte de un problema más amplio relacionado con la geometría en general.

Así pues, considerando que el ángulo es un concepto geométrico que requiere ser estudiado didácticamente y en torno al cual no existen muchas propuestas alternativas, se decidió retomarlo como tema central de esta tesis.<sup>8</sup> No sin señalar, que la selección del mismo se debe también a las grandes posibilidades que ofrece el lenguaje de programación LOGO, para propiciar un aprendizaje constructivo del ángulo por parte de los niños.

## **2. Revisión de los métodos utilizados para enseñar el ángulo en la escuela.**

En un intento por presentar una descripción o visión general de la forma cómo se ha venido trabajando el concepto de ángulo en la escuela primaria, es necesario retomar dos aspectos, por un lado, considerar un cierto modelo utilizado tradicionalmente por los maestros, independientemente de los programas, y por otro, atender a las metodologías

<sup>6</sup> Idem, p. 2

<sup>7</sup> Ver estudio de M.C. Alvarez (1987a) Op. cit., p.p. 40-86

<sup>8</sup> Uno de los pocos trabajos en relación con este concepto es el de M. C. Alvarez, mismo que constituye un antecedente de mi trabajo. En el capítulo cuatro de esta tesis, señalo los aspectos que retomé del trabajo de Alvarez y algunas diferencias que hay entre este trabajo y aquel.

que se han manejado a nivel de los programas oficiales de matemáticas, especialmente los nuevos programas, vigentes a partir de 1993.

### La enseñanza tradicional del concepto de ángulo

En el primer capítulo se expuso el modelo tradicional de enseñanza de las matemáticas. El concepto de ángulo, como parte de los contenidos de geometría que se incluyen en la educación básica, se ha enseñado también a través de un método acorde con ese modelo tradicional.

A continuación se señalan las características generales de la enseñanza tradicional de ángulo:

Se inicia el tema exponiendo la definición del concepto, que generalmente es la siguiente: "ángulo es la abertura de dos líneas rectas que se unen en un punto llamado vértice".

Esta definición no aparece en los programas oficiales nuevos (vigentes a partir de 1993) ni en los programas anteriores (utilizados de 1972 a 1992)<sup>8</sup>, pero constituye una definición formal que se maneja en muchos libros de geometría básica.

"Llama la atención que los profesores privilegian como definición de ángulo una que lo considera como *la abertura entre dos rectas que se unen en un mismo punto llamado vértice*, a pesar de no mencionarse en ninguna parte del programa o del libro para el maestro" (Alvarez, M. C. 1987b)

Al presentar la definición, el maestro se sirve de ejemplos gráficos en el pizarrón de ángulos aislados de diferentes magnitudes y los expone clasificados según su medida: los ángulos agudos, los rectos y los obtusos (fig. 1)

---

<sup>8</sup> Me refiero concretamente a los programas de cuarto grado de primaria (en el que se incluye la introducción al concepto de ángulo) quinto y sexto. En 1982 se modificaron los libros de texto oficiales de matemáticas de primero, segundo y tercero de primaria.

Fig. 1



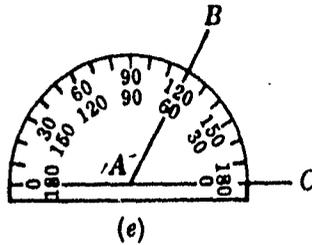
ángulo agudo ( $<$  de  $90^\circ$ )

ángulo recto ( $90^\circ$ )

ángulo obtuso ( $>$  de  $90^\circ$ )

El maestro suele poner énfasis en esta primera parte teórica en la que el niño tiene que aprender las definiciones y distinguir los diferentes tipos de ángulos. Posteriormente explica cómo utilizar el transportador para medir ángulos y los niños practican la medición de éstos con el transportador en dibujos de ángulos aislados.

Fig. 2



Angulo de  $60^\circ$

Al final se intenta aplicar el concepto "aprendido" identificando ángulos en figuras geométricas, como parte de las características que diferencian unas figuras de otras.

Fig. 3. Los triángulos tienen 3 ángulos y los cuadriláteros tienen 4 ángulos.



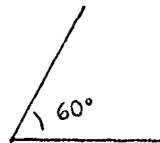
Desde un punto de vista didáctico esta metodología presenta varios inconvenientes. Por un lado, la definición y los ejemplos gráficos de ella no tienen un significado claro para los niños, ya que no se relacionan con nada que pueda interesarles, es una definición formal y abstracta.

Además la definición puede prestarse a confusiones. M. C. Alvarez (1987b) advierte en este sentido lo siguiente: "Esta idea de *apertura* parece confundirlos a ellos mismos, ... (los maestros)... más que ayudarles en la formación de la noción de ángulo. Comenta una maestra: *Si uno se aleja más del vértice, la distancia entre las rectas es mayor, es decir la apertura...* Un maestro pregunta: *Yo sé que si mido con el transportador este ángulo (fig. 4) mide 60°, no importa si le prolongo los lados así (fig. 5), pero no sé por qué el segundo se ve más abierto que el primero*"<sup>9</sup>

Fig. 4



Fig. 5



Esto significa que si bien la definición no profiere ninguna falsedad, para fines educativos no es adecuado manejarla como punto de partida.

<sup>9</sup> Alvarez, M. C. (1987b). "El manejo de la noción de ángulo en niños de primaria". Memorias de la primera reunión centroamericana y del Caribe sobre formación de profesores e investigación en matemática educativa. p. 199

Otro inconveniente de la metodología tradicional es el hecho de introducir la noción de ángulo en forma aislada y fuera de todo contexto, lo cual no ayuda a que se le encuentre sentido y por ello resulte difícil de asimilar.

Al respecto, M. C. Alvarez (1987b) señala que existe una ruptura entre el desarrollo espontáneo de la noción y la enseñanza del mismo en la escuela. La autora presenta el siguiente ejemplo "Un niño que juega fútbol americano me comentaba: *Yo sé cómo lanzar el balón a 45 grados; pero si tu me pides dibujar aquí un ángulo de 45 grados, no sé qué quieres.*"<sup>10</sup>

En relación con la medición de ángulos con el transportador, la tarea suele ser complicada para los niños, en parte porque el manejo del instrumento requiere destreza y en parte también por la falta de significado que conlleva la actividad planteada fuera de todo contexto.

"Los niños enfrentan varias dificultades al tratar de hacer mediciones, pues difícilmente perciben lo que es un ángulo y no tienen una estimación de la medición. Entonces, ¿cómo puede medirse algo que no se sabe qué es y que no se tiene idea alguna de como cuánto puede medir?

Cuando quieren medir usando un transportador, les surgen una y otra vez preguntas como las siguientes: ¿cómo había que acomodarlo?, ¿dónde va la rayita del centro?, ¿éste ángulo mide 45° ó 135°, ¿las rayitas son centímetros?"<sup>11</sup>

En general se constata en esta metodología una característica que ya se ha mencionado como parte del modelo tradicional de enseñanza de las matemáticas: el peso que se da a la parte sintáctica de los conceptos y el descuido en que se incurre en relación con los significados.

### **Los métodos para enseñar ángulo, propuestos en los programas oficiales a partir de la década de los ochenta**

Respecto a los programas oficiales que se han utilizado en México en las dos últimas décadas, se puede señalar que ha habido cambios importantes en cuanto a los métodos

<sup>10</sup> Idem, p. 195

<sup>11</sup> Idem, p. 196

propuestos para la enseñanza de las matemáticas en general, que se aprecian de igual forma en el tratamiento que se da al concepto de ángulo.

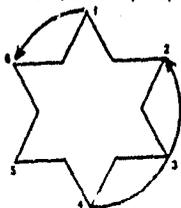
Los programas que se manejaron desde 1982 hasta 1992 presentaban una propuesta, que si bien sugería abordar el concepto de ángulo en una forma distinta a la tradicional partiendo de la noción de simetría de rotación<sup>1</sup>, a fin de cuentas la secuencia y las actividades sugeridas no distaban mucho de lo manejado por los maestros tradicionalmente.

En un análisis relacionado con el tratamiento que se daba al tema de ángulo en dichos programas, M. C. Alvarez (1987a) señala que la secuencia seguida a lo largo de las lecciones que aparecían en el libro de cuarto grado, (nivel en el que se introduce el concepto de ángulo) consistía en iniciar con la presentación del nuevo contenido por estudiar (fig. 6), después introducir actividades para la ejercitación en el trazado y la medición (fig. 7) y concluir con actividades para aplicar el concepto (fig. 8).

Fig. 6. Ejemplo de actividad en la que se introduce el ángulo a partir de la noción de giro

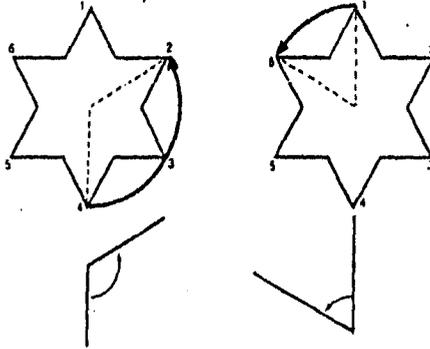
**5.5.3** Determinar cuántas veces es mayor un ángulo de giro con respecto a otro ángulo de giro dado.

**5.5.3.1** Elegir giros con la figura del objetivo 5.5.2 y compare la amplitud de un giro respecto a otro; por ejemplo: el giro de 4 a 2 es dos veces mayor que el giro de 1 a 6 (L.A. Mat. p 140).



<sup>1</sup> La simetría de rotación consiste en buscar los distintos ejes de simetría de una figura a partir de hacerla girar sobre su propio eje.

- Llame ángulo a cada uno de los giros efectuados.
- Vaya trazando en el pizarrón los ángulos que compara mediante rotaciones (L.A. Mat. p. 141).



5.5.3.2 Realice otros ejercicios semejantes y registre sus observaciones.

Fig. 7. Ejemplo de actividad para la ejercitación en el trazo y la medición

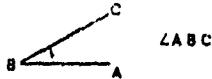
7.5.1 Medir ángulos dados, utilizando el transportador.

7.5.1.1 Fije una regla por uno de sus extremos, la haga girar y trace el ángulo correspondiente (trace primero una semirrecta que se inicie en el centro de rotación, luego haga girar la regla y trace la otra semirrecta).  
- Llame ángulo a la amplitud de esa rotación (L.A. Mat. p. 190).

7.5.1.2 Trace ángulos de diferentes amplitudes.



7.5.1.3 Nombre ángulos utilizando la notación respectiva.



7.5.1.4 Mide ángulos con el transportador, guiado por el maestro (L.A. Mat. p. 191).

7.5.1.5 Realice diversos ejercicios de medición y trazo de ángulos.

Fig. 8. Ejemplo de actividad encaminada a la aplicación del concepto

Objetivos específicos	Actividades que se sugieren
<p><b>7.5.2 Reproducir figuras a escala, previo análisis de sus propiedades (paralelismo e igualdad de ángulos correspondientes).</b></p>	<p><b>7.5.2.1 Trace una figura cualquiera en papel cuadrulado.</b>                      — Realice una reproducción a escala bajo la guía del maestro (L. A. Mat. p. 196).</p> <div data-bbox="502 702 749 837" style="text-align: center;"> </div> <p>— Señale cuantas veces es mayor el área y los lados de la figura grande con respecto a la pequeña.                      — Diga la escala a la que esta reproducida la figura pequeña respecto a la grande y viceversa.</p> <p><b>7.5.2.2 Con la ayuda de una regla y una escuadra observe que los lados que se corresponden son paralelos (por ejemplo a b y AB; bc y BC).</b></p> <p><b>7.5.2.3 Mida los ángulos correspondientes (por ejemplo: <math>\angle bah</math> y <math>\angle BAH</math>) y compruebe que son iguales.</b></p> <p><b>7.5.2.4 Elección observaciones semejantes en otros ejercicios propuestos (L.A. Mat. pp. 210 y 211).</b></p>

Si bien, en estos programas se introduce una modificación importante de contenido, al introducir la noción de ángulo, a partir de la noción de giro y no de la definición de *apertura entre dos rectas*, en los ejemplos anteriores se puede observar que la secuencia y las actividades sugeridas en esos programas, no difiere mucho del método tradicionalmente utilizado, descrito anteriormente. De hecho, algunas de las observaciones que presenta la autora en su análisis de los programas apuntan hacia la confirmación de que la metodología propuesta responde de manera implícita a la concepción teórica de que los conocimientos se aprenden de manera lineal, considerando el aprendizaje como la adquisición acumulativa de conocimientos.

Se pone mucho énfasis en el trazo y la medición de ángulos en actividades descontextualizadas que, más allá de favorecer la apropiación del significado del

concepto, resultan un tanto mecánicas. Por otro lado, en relación con la parte de aplicación del concepto, las actividades propuestas no contribuyen a una mayor comprensión del mismo, pues suponen una asimilación lineal de las nociones. "... la acumulación de informaciones no contribuye a un desarrollo conceptual en el alumno. Así, los contenidos geométricos son archivados en la memoria como saberes culturales y no funcionales".<sup>12</sup>

En relación con estos saberes, G. Brousseau considera que "el primero ...(el saber cultural)... en ausencia del segundo ...(el saber funcional)..., sólo permite repetir definiciones, a veces demostraciones memorizadas y hasta trazos o mediciones, sin saber por qué se define, se demuestra, se traza o se mide de tal manera, quedando como único recurso la memoria. Si ésta fallara, no habría manera de enfrentar la situación. El segundo ...(el saber funcional)... en cambio, es al que se recurre para resolver un problema; se refiere a esquemas utilizados para resolver una situación tratando de adaptarse a ella desde un punto de vista cognitivo, es decir, buscando explicaciones, previendo resultados, probando hipótesis, analizando factores que intervienen, en fin, poniendo en juego todos los recursos intelectuales que se quiera".<sup>13</sup>

En éste punto radica una de las principales diferencias entre un modelo de enseñanza tradicional y un modelo constructivista. Mientras que el modelo tradicional pone énfasis básicamente en la adquisición de cierta cantidad de conocimientos, en un modelo constructivista la adquisición de conocimientos implica un proceso de reflexión en torno a ellos a partir de su utilización en situaciones significativas.

Los nuevos programas de matemáticas para el nivel básico vigentes a partir de 1993, constituyen un avance significativo en este sentido, porque presentan un enfoque acorde con el modelo constructivista. Esto se puede notar desde los planteamientos generales que se exponen en los textos introductorios de los programas. En los libros de matemáticas para el maestro, la introducción contiene el siguiente texto que explicita la evolución contenida en los nuevos programas:

<sup>12</sup> Álvarez, M. C. (1987a) Op. cit., p.36

<sup>13</sup> Ibidem

"Tradicionalmente, la enseñanza de las matemáticas ha girado alrededor de una concepción en la cual, para resolver un problema, los niños aplican un modelo de resolución propuesto por el maestro o los libros de texto. Desde esta concepción, los problemas no son situaciones en las cuales se desarrolle un trabajo de búsqueda y construcción de soluciones, o en las que se generen aprendizajes nuevos para los alumnos. (...) Un aprendizaje con significado y permanencia surge cuando el niño, para responder a una pregunta de su interés o resolver un problema motivante, tiene necesidad de construir una solución"<sup>14</sup>

"De esta manera, en la presente propuesta didáctica, un problema no es sólo un enunciado escrito que se debe completar con un dato y aparecer al final del desarrollo de un tema. Los problemas deben ser, sobre todo, situaciones que permitan desencadenar acciones, reflexiones, estrategias y discusiones que lleven a la solución buscada, y a la construcción de nuevos conocimientos, o al reforzamiento de los previamente adquiridos"<sup>15</sup>

Con este enfoque, el método para enseñar el concepto de ángulo propuesto en los programas presenta cambios significativos en relación con el método propuesto en los programas anteriores.

### **Breve revisión del método para enseñar ángulo, propuesto en los programas oficiales vigentes a partir de 1993**

En torno a la distribución de los contenidos de ángulo en los libros para el alumno se observa lo siguiente: La introducción al tema se maneja en el cuarto grado, y en el quinto y el sexto grado se maneja el concepto en muchas actividades en las que se relaciona con otros conceptos geométricos.

En el libro de cuarto grado aparecen 3 lecciones dedicadas específicamente a introducir el concepto de ángulo, en ellas se maneja la medición, la estimación y la conservación de la medida de los ángulos (ver anexo 1). Aparecen después dos lecciones más, en las cuales se maneja el ángulo como parte de las características de figuras geométricas, como los cuadriláteros y los triángulos (ver anexo 2).

<sup>14</sup> SEP (1994) Libro para el maestro. Matemáticas Cuarto grado. p. 9

<sup>15</sup> *Ibidem*

En los libros de matemáticas de quinto y sexto grado, el concepto de ángulo se maneja en actividades de los siguientes tipos:

- Clasificación de figuras por sus características
- Construcción de figuras geométricas planas y con cuerpo
- Transformación de figuras a partir de la modificación de sus ángulos
- Aplicaciones prácticas del concepto en problemas de la vida real
- Identificación de igualdades y diferencias entre figuras de diferentes escalas.
- Trazo de figuras a escala

A continuación se presenta un breve análisis de las lecciones enfocadas a introducir el concepto de ángulo, las cuales aparecen básicamente en el libro de matemáticas de cuarto grado. En términos generales se pueden destacar los siguientes puntos en relación con las mismas:

◊ Se introduce el ángulo como giro, a través de juegos

El utilizar juegos permite manejar los conceptos en contextos significativos. Además favorece que los niños se interesen en la actividad y asuman una actitud participativa.

A partir de los juegos que se manejan en las lecciones antes mencionadas, se introducen algunas nociones relacionadas con el ángulo, como la magnitud, la posibilidad de medir esa magnitud con diferentes escalas, (de ahí se deriva posteriormente la introducción del grado como unidad de medida convencional) y la estimación de distintas medidas (fig. 9).

Fig. 9

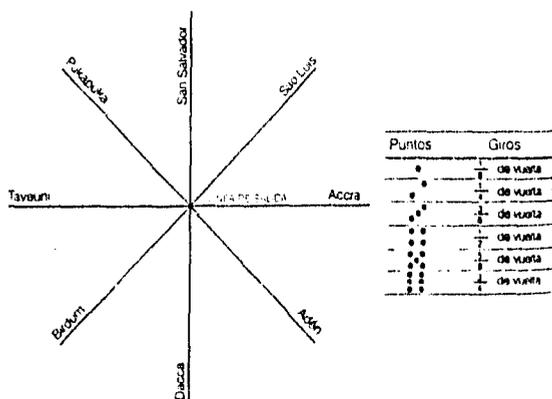
## 16. LA VUELTA AL MUNDO

Durante el recreo, Raúl y sus amigos realizan diversos juegos, algunas veces en el patio y otras en el salón.



- 1 Reúnete con tu equipo y realicen este juego que se llama "La vuelta al mundo". Necesitan un dado para todo el equipo y un objeto pequeño para cada jugador. Las reglas del juego son las siguientes:

- Todos los jugadores colocan su objeto sobre la línea de salida que hay en el dibujo.
- El jugador que inicia el juego lanza el dado y gira en el sentido que indica la flecha (de acuerdo con la tabla de la derecha). Por ejemplo, si en la primera tirada el dado marca 3, el jugador gira  $\frac{1}{3}$  de vuelta y llega a Pukabuka.
- A partir de la segunda tirada, cada jugador avanza desde donde está su objeto. Por ejemplo, si está en Birdum y el dado marca 4, el jugador gira  $\frac{1}{2}$  vuelta y llega a São Luis.
- Cada vez que un jugador llega a Accra o pasa por Accra se anota una vuelta.
- Gana el primer jugador que complete 5 vueltas.



A través de este juego se manejan giros de distintas magnitudes, que se representan en fracciones de vuelta. Implícitamente se empiezan a manejar ángulos de medidas múltiplos de  $45^\circ$ .

Por otro lado, hay que destacar que los juegos utilizados se apoyan en gráficas que sirven de apoyo a los niños para resolver los pequeños problemas que se plantean en los juegos, como la gráfica circular de la actividad anterior.

◊ Se manejan los ángulos en distintas posiciones.

En la lección *La vuelta al mundo* se manejan implícitamente ángulos en distintas posiciones. Retomando el texto de esa lección, *si en la primera tirada el dado marca 3, el*

jugador gira  $3/8$  de vuelta y llega a Pukapuka, el giro se representa como muestra la figura 10. A partir de Pukapuka, si en la segunda tirada el dado marca 2, el jugador gira  $1/4$  de vuelta, entonces el giro se representa como muestra la figura 11.

Fig. 10

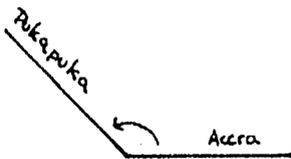
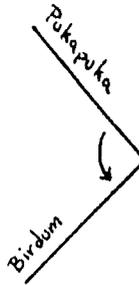


Fig. 11



El manejar giros (ángulos) en distintas posiciones, ayuda a que el niño aprenda a identificarlos independientemente de su ubicación y además se ejercite en la estimación de sus medidas. Este es un aspecto importante que no se maneja en el método tradicional para introducir el concepto, en el que, con la idea de facilitar la identificación de la medida de los ángulos, las representaciones gráficas suelen mantener una de las rectas del ángulo en posición horizontal, como se muestra en la siguiente lección tomada de un libro ordinario de geometría (fig. 12)<sup>16</sup>

<sup>16</sup> Ejemplo tomado de: Rich B. (1990) Geometría plana con coordenadas p. 5

Fig. 12

**C. Clases de ángulos:**

**1. Ángulo agudo.** *Ángulo agudo es el menor que  $90^\circ$ .*

Por ejemplo, si  $a^\circ$  es menor que  $90^\circ$ , ello se simboliza escribiendo  $a^\circ < 90^\circ$ .

**2. Ángulo recto.** *Ángulo recto es el igual a  $90^\circ$ .*

Por ejemplo,  $\angle A = 90^\circ$ . Las esquinas de un cuadrado son ángulos rectos. (Se indicará el ángulo recto así:  $\angle r A$ .)

**3. Ángulo obtuso.** *Ángulo obtuso es el mayor que  $90^\circ$ , pero menor que  $180^\circ$ .*

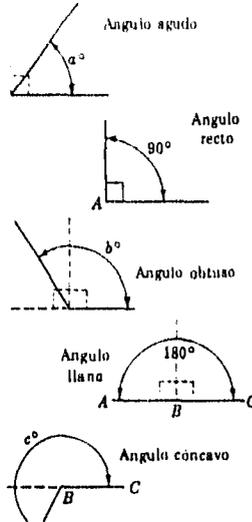
De esta suerte,  $90^\circ$  es menor que  $b^\circ$  y  $b^\circ$  es menor que  $180^\circ$ ; esto se escribe así:  $90^\circ < b^\circ < 180^\circ$ .

**4. Ángulo llano.** *Ángulo llano es el igual a  $180^\circ$ .*

Por ejemplo,  $\angle B = 180^\circ$ . Obsérvese que los lados del ángulo llano están alineados (es decir, están sobre la misma recta). ¡Sin embargo, no debe confundirse un ángulo llano con una línea recta! (El ángulo llano se simbolizará así:  $\angle l B$ .)

**5. Ángulo cóncavo.** *Ángulo cóncavo o entrante es el mayor que  $180^\circ$ , pero menor que  $360^\circ$ .*

Así, pues,  $180^\circ$  es menor que  $c^\circ$  y  $c^\circ$  es menor que  $360^\circ$ , lo cual se escribe así:  $180^\circ < c^\circ < 360^\circ$ .



◊ Se propicia la reflexión en torno a la conservación de la medida de los ángulos.

El término "conservación" en relación con el ángulo se refiere al hecho de que la medida de éste no depende de la magnitud de las líneas que lo delimitan. Así, un ángulo de  $90^\circ$  conserva su medida aunque las rectas que lo delimitan varíen de tamaño, como se muestra abajo.

Fig. 13

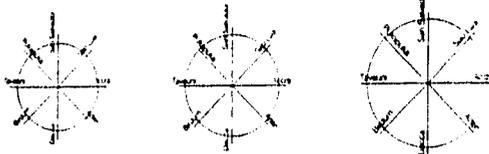


Este aspecto se maneja a través de ejercicios como los que se muestran en las figuras 14 y 15.

Fig. 14

## 12. LA VUELTA AL MUNDO EN 360 GRADOS

A Raúl y sus amigos les divertía mucho el juego de "La vuelta al mundo". Raúl fue el primero que completó las cinco vueltas y ganó.  
 Observa nuevamente el dibujo que se utilizó en el juego. Está hecho en tres tamaños distintos.



1) Colorea en cada dibujo la línea de salida y la línea de llegada para ir de Accra a São Luis.

2) ¿Cuántos octavos de vuelta hay que girar en el dibujo grande para dar una vuelta completa? ¿Cuántos en el dibujo mediano? ¿Cuántos en el dibujo chico?

3) Lee lo que dicen Jaime y Raúl.

¿Quién crees que tiene razón?

¿Por qué?

En el dibujo mediano hay que girar  $\frac{3}{8}$  para dar una vuelta completa. En el dibujo grande hay que girar más de  $\frac{3}{8}$  y en el dibujo pequeño menos de  $\frac{3}{8}$ .



Yo digo que para dar una vuelta completa, en los tres dibujos hay que girar  $\frac{3}{8}$ .

4) Marca, en los tres dibujos de arriba, la línea de salida y la línea de llegada para indicar un giro de  $\frac{1}{4}$  de vuelta. La línea de salida puede ser la de cualquier país.

Fig. 15

10) ¿Cuál de los siguientes ángulos mide más?



Comenta tu respuesta con tus compañeros y tu maestro.

Atendiendo al aspecto de conservación de la medida de los ángulos, hay que destacar que al introducir el concepto a través de giros, se puede propiciar la comprensión de este punto, lo cual se dificulta a través del modelo tradicional en el que, como se señaló antes, la definición misma se presta a confusiones.

\* En este sentido, la propuesta de esta tesis al introducir el lenguaje LOGO, presenta ciertas ventajas en relación con las actividades de los programas actuales. Este punto se desarrollará más específicamente en el siguiente capítulo.

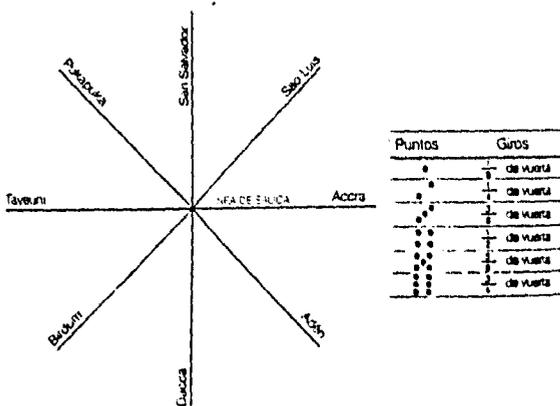
- ◊ La medición de ángulos se aborda a partir de métodos alternativos al uso del transportador convencional.

Aprender a medir ángulos con el transportador generalmente no resulta sencillo para los niños, ya que requiere desarrollar cierta habilidad para acomodarlo correctamente y sobre todo, requiere comprender la noción de ángulo para entender el manejo correcto del instrumento.

La medición de ángulos en los nuevos programas no se presenta como una imposición (como sucede con el método tradicional) sino como un proceso de aprendizaje en el que se propicia la reflexión de los niños respecto a la noción de ángulo y a la medición de éste a través del uso de medidas no convencionales y su posterior relación con el método y las medidas convencionales.

Para la medición de ángulos con medidas no convencionales se utilizan fracciones de círculo, como se puede ver en la siguiente actividad (fig. 16). Se pide a los niños que identifiquen giros de distintas "fracciones de una vuelta completa". De esta manera los niños se pueden ir familiarizando con la noción de que un giro puede ser de distintas magnitudes y pueden empezar a representar las magnitudes a través de un sistema (las fracciones) ya conocido por ellos.

Fig. 16



2 Observa el dibujo de la página anterior para que puedas contestar las siguientes preguntas:

En la primera tirada que hizo Raul el dado marco un punto. ¿cuanto giro?

¿A que ciudad llego?

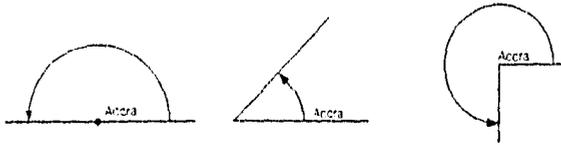
En la segunda tirada Raul giro  $\frac{1}{4}$  de vuelta. ¿cuantos puntos marco el dado?

Raul estaba en Pukapuka, lanzo el dado y llego a Dacca. ¿cuanto giro?

Si Raul esta en Dacca, ¿cuanto le falta para completar una vuelta?

Compara tus respuestas con las de otros compañeros.

3 En los siguientes dibujos acarece la línea de salida y la línea de llegada. Anota sobre la línea de llegada la ciudad que corresponde



4 En los siguientes dibujos anota cuanto se giro para ir de Accra a la ciudad de llegada.



5 Utiliza el material recortable 7 para dibujar las líneas de llegada que corresponden a los siguientes giros. Si puedes, reproduce este material recortable en papel transparente o plástico.

$\frac{1}{4}$  de vuelta

$\frac{1}{8}$  de vuelta

$\frac{1}{2}$  de vuelta

Accra

Accra

Accra

Al introducir el grado como unidad de medida se propicia la reflexión de los niños, pues tienen que deducir las medidas de los distintos giros a partir del conocimiento de que una vuelta completa mide  $360^\circ$  (fig. 17). Para ello cuentan con el apoyo de la gráfica de un círculo fraccionado en octavos (fig. 18)

Fig. 17

6. Cuando se hace un giro, se describe un ángulo. Anota en cada dibujo que fracción de vuelta se giró para formar el ángulo. Puedes ayudarte con los dibujos de arriba.

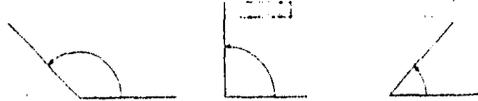
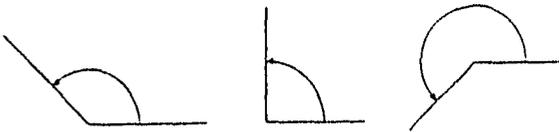


Fig. 18

6. Los ángulos también se miden en grados. Un giro de una vuelta completa mide 360 grados. ¿Cuántos grados mide un giro de  $\frac{1}{8}$  de vuelta?

7. Anota en cada dibujo cuántos grados mide el ángulo. Utiliza el material recortable 7.



8. Completa la siguiente tabla.

Línea de salida	Línea de llegada	Medida del ángulo en:	
		Vueltas	Grados
Sao Luis	Pukapuka	$\frac{1}{4}$	90
Accra	Taveuni	$\frac{1}{2}$	180
Dacca	Adén	$\frac{1}{8}$	
Birdum	Accra		
Accra	Birdum		
Pukapuka	Sao Luis	$\frac{1}{8}$	

A través de un método como éste, en el que se sigue una secuencia lógica y se propicia la reflexión en torno a la medición de ángulos, aprender a usar el transportador convencional puede resultar más significativo y por lo tanto más sencillo para los niños.

Sin embargo, por la dificultad que representa el aprender a manejar este instrumento, considero conveniente dedicar tiempo especial al desarrollo de esta habilidad.\*

Las actividades propuestas en el programa, vistas desde una perspectiva constructivista son apropiadas para introducir la noción de ángulo porque manejan el concepto de manera que éste adquiere sentido para los niños al relacionarlas con situaciones significativas, y porque propician la reflexión en torno a distintos aspectos relacionados con el concepto (magnitud, conservación de la medida y estimación de giros). Ello significa que teóricamente ha habido una gran evolución en relación con el tratamiento que se da al concepto de ángulo en la escuela.

Lo importante ahora es lograr que los maestros modifiquen su práctica educativa adoptando el nuevo enfoque propuesto en los programas, y que ello derive en mejores resultados de aprendizaje en los niños.

Para ello es necesario apoyar a los maestros, motivarlos para que retomen los aspectos positivos del modelo educativo que presentan los libros de texto vigentes. Tal vez una forma de apoyarlos sea presentándoles propuestas variadas, atractivas y fáciles de aplicar que les puedan motivar. Esa es una de las razones que motivaron el desarrollo de esta tesis: apoyar el trabajo del maestro. Así, la propuesta que se expone más adelante ofrece una secuencia de actividades encaminada a introducir el concepto de ángulo, su manejo y medición a través de un instrumento que aporta elementos didácticos importantes: la computadora.

La propuesta se sugiere como una alternativa adicional a las actividades que aparecen en los libros oficiales de matemáticas; como un apoyo, no como sustitución de ellas, pues como se señaló antes, los libros presentan un método valioso, adecuado desde un punto de vista constructivista.

En el siguiente capítulo se aborda el tema de la computadora como instrumento educativo y se exponen las bondades del Lenguaje LOGO como herramienta didáctica para favorecer la construcción de conceptos geométricos en los niños, en especial las ventajas que ofrece en relación con el tratamiento de la noción de ángulo.

---

\* En relación con la medición de ángulos, la propuesta que se desarrolla en esta tesis puede ser de gran utilidad porque incluye una secuencia didáctica a través de la cual se facilita el aprendizaje del manejo del transportador.

## CAPITULO III

### LA COMPUTADORA COMO HERRAMIENTA DIDÁCTICA

#### 1. Por qué utilizar computadoras en la educación.

La computadora es una herramienta que hoy en día está inserta en todos los ámbitos de nuestra sociedad, es parte de un desarrollo tecnológico que evoluciona continuamente tanto cualitativa, como cuantitativamente.

Así como la imprenta revolucionó en una época las condiciones sociales, económicas y culturales de la sociedad, la informática ha revolucionado las formas de relacionarnos con el mundo que nos rodea. Nuestra época está caracterizada, entre otras cosas por el impresionante cúmulo de información que se nos presenta cotidianamente.

Ante esta realidad la escuela enfrenta la necesidad de cuestionar algunos de sus objetivos, sus métodos y su organización, para ofrecer una educación más adecuada a las necesidades de la sociedad actual.

En contra de una educación centrada fundamentalmente en la adquisición de información, se torna necesario poner énfasis en proporcionar al niño las herramientas que le permitan tener acceso a la información en cualquier circunstancia, poniendo especial atención en la formación del pensamiento crítico, en aprender a pensar y aprender a aprender, es decir, educarlo para que sea capaz de enfrentar y resolver los problemas cotidianos que se le presentan y esté preparado para su futuro desempeño en un mundo tecnologizado que cambia constantemente.

Así mismo, la escuela, con vistas a mejorar sus procesos y a formar individuos mejor adaptados a la sociedad, capaces de trabajar e influir en ella, debe aprovechar las posibilidades y las ventajas de la computadora como herramienta.

Dado su potencial, su versatilidad y su gran capacidad para almacenar y procesar datos, la computadora puede ser utilizada favorablemente para apoyar y mejorar los procesos educativos, además, no se puede dejar de considerar como un instrumento que los niños deben aprender a manejar y a sacar provecho de él.

La pregunta que cabe plantearse ante esta situación es ¿cuál es la manera más adecuada y conveniente de utilizar la computadora en la educación?

Desde las primeras experiencias de introducción de las computadoras en la educación en México alrededor de los años ochenta hasta nuestros días, éstas se han utilizado de diferentes formas y con distintos enfoques. Así también, se han realizado hasta ahora diversas investigaciones con el interés último de aprovechar adecuadamente esta tecnología en la educación.\*

Para hacer una caracterización de las distintas formas como se ha utilizado la computadora en la educación, se pueden señalar dos enfoques. El considerar la computadora como un fin en sí misma o considerarla como una herramienta para lograr otros fines.

Los primeros intentos en México, (en la década de los ochenta) que hicieron las instituciones educativas por introducir en sus aulas la nueva tecnología, se vieron motivados inicialmente por hacer participar a la escuela de una realidad que se hacía cada vez más patente, la inserción de la computación en los diferentes ámbitos de la sociedad. En cierta forma la preocupación era que la escuela no quedara relegada de ese nuevo campo de conocimiento que estaba ya de moda. En ese contexto la computación se empezó a enseñar como objeto de conocimiento, es decir como un fin en sí misma, por lo que las prácticas educativas con computadoras consistían básicamente en enseñar la teoría (la historia de su evolución, el funcionamiento de la máquina etc.) y las bases de la programación."

Posteriormente se vio que la materia resultaba muy árida para los niños y que no tenía una aplicación directa en sus actividades cotidianas. En cierta manera las computadoras estaban fracasando en la escuela. A partir de la evaluación de dicha experiencia, surgieron distintas tendencias que cuestionaban el papel de la computadora en la educación y que empezaron a considerar más adecuado utilizarla como un medio para apoyar los procesos educativos.

---

\* A este respecto destacan las aportaciones de Seymour Papert, en relación con el Lenguaje LOGO. Se pueden revisar también los múltiples trabajos reseñados en los congresos anuales de Computación y Educación organizados por la Sociedad Mexicana de Computadoras en la Educación (SOMECE).

\*\* En la educación infantil se utilizó mucho el lenguaje BASIC para introducir a los niños a la programación porque se consideraba muy sencillo de aprender. También se utilizó LOGO.

Hoy en día, en algunas instituciones educativas todavía se enseña la computación en sí misma como área de conocimiento. En el caso de la educación media y niveles superiores, este enfoque es adecuado si se trata de formar especialistas en la materia, o de proporcionar una amplia cultura computacional, sin embargo, en el caso de la educación básica es conveniente y más provechoso explotar el potencial de la computadora como herramienta didáctica. La escuela primaria necesita echar mano de muchos y diversos instrumentos para mejorar sus procesos educativos con vistas al logro de sus objetivos, los cuales en este nivel no están enfocados a formar especialistas, sino a dar una formación integral en la que además de proporcionar una cultura general básica, se desarrollen las habilidades y el pensamiento crítico de los niños. En este sentido, la computadora puede aportar elementos muy ricos y variados, gracias a su potencial y su gran versatilidad.

En relación con el uso que se ha dado a la computadora como herramienta didáctica, existen distintas modalidades. En realidad no se puede hablar de una forma general y única de aplicar la computadora en la educación, sino que sus amplias posibilidades y la forma más idónea de utilizarla depende de que el método se elija a partir de criterios pedagógicos bien fundamentados.

"Pensar en el uso de la informática en la escuela no es pensar en el ordenador como tecnología, sino en la manera en que éste puede ayudar a promover un proceso de aprendizaje"<sup>1</sup>

A continuación se presenta una clasificación general de las tres líneas de trabajo con computadoras que se manejan en las escuelas, haciendo referencia al tipo de software en que se apoyan.

◊ Utilizando *Software Educativo puntual*.

El término software educativo puntual hace referencia a todos aquellos programas diseñados específicamente para enseñar o reforzar contenidos específicos. Entre estos existen muchos tipos (tutoriales, de ejercitación, juegos didácticos, simuladores etc.) que

---

<sup>1</sup> Segarra, M.D y J. Gayan (1985) LOGO para maestros. El ordenador en la escuela. Propuesta de uso, p.25

no se detallarán por rebasar el objetivo de este trabajo. Estos programas pueden ser muy útiles en la escuela, si se seleccionan de buena calidad<sup>7</sup> y se utilizan adecuadamente, es decir con un fundamento pedagógico.

◊ Utilizando *paquetería comercial* no puntual.

A través de paquetes comerciales como los procesadores de palabras, graficadores, bases de datos, hojas de cálculo y otros, se puede apoyar la enseñanza de distintos contenidos escolares. Por ejemplo, se puede trabajar el área de literatura haciendo uso de un procesador de palabras como una herramienta para fomentar la escritura, la buena redacción y ortografía, a partir de diversas actividades significativas. En este sentido, la computadora aporta muchos elementos que pueden motivar la escritura, mismos que no se tienen sin una computadora, como la facilidad para borrar, copiar y mover párrafos, insertar nuevos datos, guardar la información en un disco para reutilizarla después, imprimir las veces necesarias etc.

Claro que esta metodología depende en gran medida de la creatividad con la que se utilicen los paquetes comerciales para favorecer el aprendizaje de contenidos específicos, y una vez más, del fundamento pedagógico con que se utilicen.

◊ Utilizando lenguajes de programación como medio para el logro de fines específicos.

En esta línea se ha destacado el potencial de la computadora (a través de la programación), para propiciar el desarrollo del pensamiento lógico en los niños. Sin embargo, no se trata de utilizar cualquier lenguaje de programación, se requiere un lenguaje que pueda ser manejado por niños y que realmente les resulte interesante. Para esta modalidad existe el lenguaje LOGO, el cual está especialmente diseñado para ser utilizado en la educación de los niños.

---

\* Existen en el mercado muchos programas de mala calidad que no son adecuados, e incluso pueden resultar contraproducentes. Las deficiencias pueden ir desde no aprovechar el potencial de la computadora, usándola como sustituta de un libro por ejemplo, hasta manejar un lenguaje inadecuado, no tener una coherencia en la presentación de los temas, tener errores de contenido, tener errores de funcionamiento etc. Producir software educativo de calidad es una tarea complicada que requiere controlar muchos aspectos: de psicología, de comunicación gráfica, de diseño, de programación, de los contenidos que se propone enseñar, y principalmente del fundamento pedagógico.

El uso del lenguaje LOGO, puede aportar muchas posibilidades ricas para el trabajo en el aula. Una de las cualidades que interesa destacar aquí es que permite llevar a cabo procesos didácticos de construcción de conocimientos especialmente del área de las matemáticas. Por esta razón, esta modalidad de utilización de la computadora, específicamente a través de LOGO, resulta ideal para el tipo de metodología que se maneja en la propuesta que presentaré más adelante.

## **2. El lenguaje de programación LOGO.**

El lenguaje LOGO fue creado por un grupo de investigadores del Massachusetts Institute of Technology (MIT) encabezados por Seymour Papert, en la década de los setenta.

Papert, ideó LOGO bajo una fuerte influencia de las teorías de Piaget sobre epistemología genética<sup>\*</sup>, con la finalidad de explotar el potencial de la computadora como generadora de una nueva manera de aprender y de desarrollar las estructuras del pensamiento en los niños.

LOGO tiene una serie de características que lo distinguen de otros lenguajes y que lo convierten en una herramienta muy adecuada desde el punto de vista de la Didáctica Constructivista.

A continuación se enumeran sus principales cualidades:

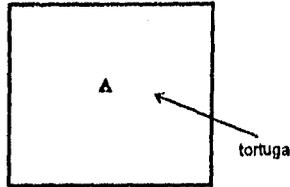
### **LOGO constituye un ambiente gráfico**

LOGO está constituido por un ambiente gráfico en el cual aparece una "tortuga" (robot que puede seguir una serie de instrucciones) (fig. 1) y está hecho para que el niño pueda ordenarle a ésta que dibuje lo que él quiera.

---

\* Papert formó parte del equipo de investigadores de Piaget en Ginebra, durante varios años

Fig. 1 Ejemplo de la pantalla de LOGO



Una de las cualidades de LOGO como herramienta didáctica es precisamente el tipo de actividad que implica, está hecho para dibujar y el dibujo es una actividad que gusta a los niños de manera natural.

Como se señaló anteriormente, desde la perspectiva de la Didáctica Constructivista el presentar a los niños situaciones problemáticas significativas, es parte fundamental para propiciar en ellos la construcción de los conceptos específicos. En este sentido, la actividad que implica LOGO puede facilitar al profesor, el diseño situaciones didácticas que logren interesar y motivar al niño para favorecer su aprendizaje.

LOGO es además adaptable a cualquier nivel de dificultad, ya que permite hacer desde algo tan simple como una línea (fig. 2) hasta gráficos muy complejos (fig. 3)

Fig. 2

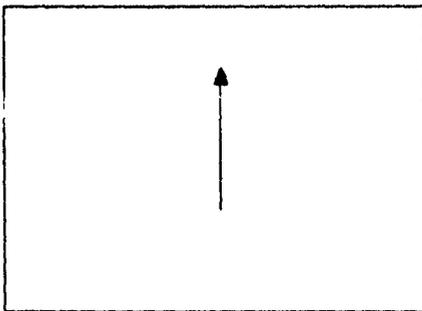
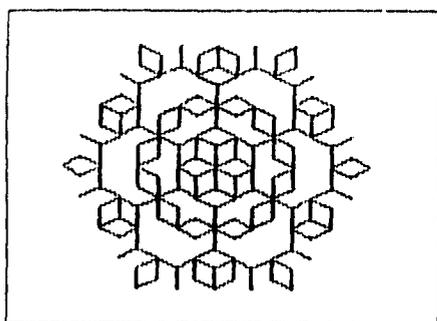


Fig 3



**LOGO constituye un lenguaje matemático sencillo de aprender.**

Para Papert el aprender a comunicarse con la computadora puede modificar el modo en que se producen otros aprendizajes, y LOGO es un lenguaje a través del cual el niño aprende fácilmente a comunicarse con la computadora. Según Papert "cuando tiene lugar esta comunicación, ...(con la computadora a través de LOGO)... los niños aprenden matemática como un lenguaje vivo."<sup>2</sup> La comunicación matemática se transforma, de algo ajeno y por tanto difícil, en algo natural y por consiguiente fácil. (Papert, 1981)

La comunicación con la tortuga se establece a través de instrucciones muy sencillas como AV para avanzar, RE para retroceder, IZ para girar a la izquierda, DE para girar a la derecha y así, cada instrucción es la contracción de una "palabra clave". Todas las palabras clave forman parte de nuestro lenguaje natural, por lo que no resultan difíciles de aprender para los niños.

Muchas de las instrucciones deben ir acompañadas de un número para indicar una medida. Por ejemplo, para ordenar a la tortuga que gire a la derecha 90°, es necesario anotar DE 90 y presionar Enter.\* En el caso de las instrucciones que sirven para desplazar a la tortuga, como AV y RE, el número que las acompaña indica la medida del

<sup>2</sup> Papert, S. (1987) Desafío a la mente. Computadoras y Educación p. 18

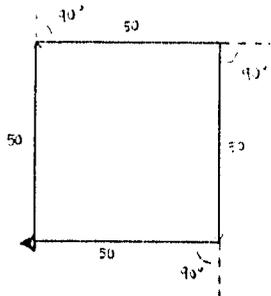
\* Como en cualquier programa de cómputo, la tecla Enter debe presionarse cada vez que se anota una instrucción, para que ésta se ejecute

desplazamiento en *pasos de tortuga*. Un paso de tortuga equivale aproximadamente a un milímetro

A través del lenguaje LOGO el niño establece una comunicación que implica el uso de matemática con la tortuga, ya que el trabajo consiste básicamente en indicar medidas de líneas y de giros para ir trazando paso por paso cada dibujo (fig. 4)

Por ejemplo, para ordenar a la tortuga que haga un cuadro cuyos lados midan 50 pasos, las instrucciones pueden ser AV 50 DE 90 AV 50 DE 90 AV 50 DE 90 AV 50.

Fig. 4



Además, la comunicación matemática que se establece con LOGO puede ir evolucionando paulatina y progresivamente a partir de procesos sencillos para trazar dibujos simples con líneas y giros sencillos, hasta procedimientos complicados que involucran diversas y más complejas nociones matemáticas, como puede ser el uso de variables. Es importante señalar, sin embargo, que ello no se logra a través del trabajo libre del niño con LOGO, sino a través de situaciones didácticas diseñadas especialmente con ese fin.

#### LOGO tiene un referente visual

Los niños no tienen dificultad para aprender el lenguaje de la tortuga y comunicarse con ella, porque además de que las instrucciones son sencillas, las acciones de esta se pueden observar claramente en la pantalla, derivadas de las ordenes que se van dando. Por esta razón se dice que LOGO es un lenguaje transparente. cada acción del niño se

refleja en la pantalla y éste tiene la oportunidad de reflexionar sobre sus propias acciones para ir mejorando sus procedimientos.

Cuando el niño enfrenta el reto de hacer un dibujo, tiene que ir decidiendo los pasos a seguir de acuerdo con lo que observa en la pantalla. Sin hacer conciencia de ello, tiene que intuir las características de las figuras que conforman su dibujo para poder trazarlo, o si no, a través de ensayos y errores en el juego con la tortuga puede descubrir esas características gracias a la transparencia de LOGO.

Ante la idea de proponer una forma distinta de "enseñar" las matemáticas, cabe destacar el hecho de que al usar LOGO no se requiere de la intervención directa y constante del profesor para verificar el resultado de las acciones del niño. El apoyo visual que se tiene con LOGO constituye una retroalimentación efectiva para avanzar en el proceso de aprendizaje.

**LOGO favorece que el niño asuma un papel activo en su aprendizaje.**

LOGO ofrece un ambiente propicio para establecer un proceso de aprendizaje constructivo en el que el alumno tiene el papel principal. El niño tiene la oportunidad de explorar por sí mismo las posibilidades de la tortuga y puede dibujar lo que él quiera, decidiendo en cada momento los pasos a seguir para lograr un proyecto.

La concepción de Papert respecto al uso de computadoras en la educación, es radicalmente distinta a la concepción tradicional que maneja la noción de "instrucción asistida por computadora", pues esto último significa que la máquina le enseña al niño. Con la implementación de LOGO, no es la computadora la que enseña al niño, sino el niño el que ejerce un control sobre la computadora.

"En el ambiente LOGO (...) el niño, incluso en edad preescolar, está al mando: el niño programa la computadora. Y al enseñarle a pensar a la computadora, los chicos se embarcan en una exploración del modo en que ellos mismos piensan."<sup>3</sup>

Un aspecto muy valioso de LOGO es precisamente que a través de él, el niño aprende a planificar sus acciones en función de un objetivo. Para realizar un dibujo, (y más aún

---

<sup>3</sup> Idem, p. 33

para un programa) tiene que distinguir en su mente las partes o componentes del mismo y tiene que pensar cómo trazarlo, lo cual implica además de conocer la naturaleza de cada parte (magnitud, dirección, ubicación), traducir al lenguaje de tortuga la forma como puede ser trazada.

Por ello, de acuerdo con la idea de Papert, a partir del trabajo con LOGO, el niño se ve inmerso en un ambiente que lo conduce a reflexionar sobre su propia manera de pensar.

### **En LOGO el error se convierte en un elemento de aprendizaje**

La transparencia de LOGO permite también observar los errores, el niño no necesita que alguien más le indique si va bien o no en su trabajo, él puede ver claramente en la pantalla si el dibujo sale o no como lo tenía planeado.

El error en LOGO juega un papel muy importante porque el niño puede aprender a sacar partido de él y puede dejar de verlo como algo amenazante. Trabajar con LOGO ayuda al niño a adquirir seguridad en sí mismo, al sentirse capaz de controlar las acciones de la tortuga, mismas que él planea, ejecuta y evalúa en un proceso constante de reflexión; Le ayuda a enfrentar e intentar resolver nuevos problemas aún cuando sus soluciones no son siempre acertadas.

En LOGO "el error no se considera un fracaso, sino un paso o etapa casi natural en el proceso de aprender. El papel del error, es decir, de las contradicciones en el propio pensamiento, es muy importante: es el que dinamiza la construcción genética del propio pensamiento"<sup>4</sup>

Contrariamente al rol que juega el alumno en una clase tradicional en la que espera siempre que el maestro califique su trabajo y le diga cómo lo tiene que hacer, con LOGO el niño es responsable de sus acciones, al observar un error, tiene que analizar la causa y buscar una estrategia propia para solucionarlo.

---

<sup>4</sup> Segarra, M.D y J. Gayan. Op. cit. p. 13

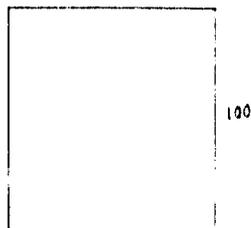
**LOGO propicia la construcción de nociones matemáticas (ubicación espacial, lateralidad, proporción, ángulo)**

Al trabajar con LOGO el niño maneja implícitamente distintas nociones geométricas. Sin sentirlo empieza a construir distintos conocimientos matemáticos a nivel de la acción (medición, proporción, simetría, ángulo) porque surge la necesidad de ello conforme va enfrentado retos más complejos.

En cualquier dibujo, el niño maneja la lateralidad para saber hacia donde debe girar la tortuga cada vez, los giros de diferentes tamaños (lo cual constituye una forma de introducción a la noción de ángulo), las magnitudes de las líneas, las proporciones que debe cuidar para lograr el dibujo y la ubicación espacial al realizar trazos en el espacio de la pantalla. Además tiene que reflexionar sobre las partes componentes de las figuras que desea hacer y aplicarlas en la elección de las instrucciones que dará a la tortuga para trazarlo. Si no conoce las características, las podrá ir descubriendo en el juego con la tortuga.

Por ejemplo, para realizar un cuadro como el de la figura 5, el niño tiene que intuir las características del mismo (igualdad en las medidas de sus lados y sus ángulos) y tiene que considerar cada uno de los aspectos arriba señalados.

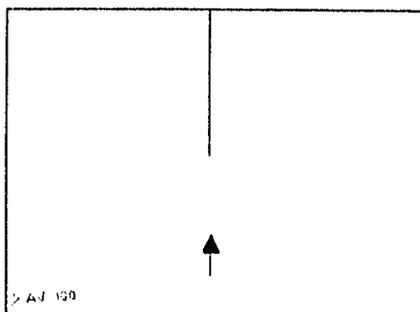
Fig. 5



A continuación, tomando como modelo el cuadro de la figura 5, se muestran tres ejemplos de procedimientos erróneos muy comunes, que conducen a una reflexión y a un aprendizaje en relación con los aspectos arriba mencionados.

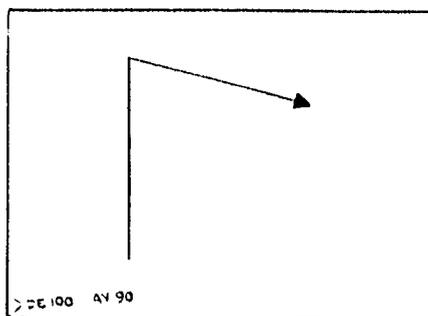
- ◊ El niño decide iniciar el cuadro trazando una línea vertical de la medida que se indica (AV 100). Como la tortuga al comenzar a trabajar con LOGO, siempre aparece en el centro de la pantalla, una línea de 100 pasos de tortuga no cabe (fig. 6). Entonces el niño tiene que borrar y seguir una estrategia para ubicar el dibujo de manera que quepa en la pantalla (por ejemplo mover a la tortuga a la parte baja de la pantalla, sin pintar)

Fig. 6



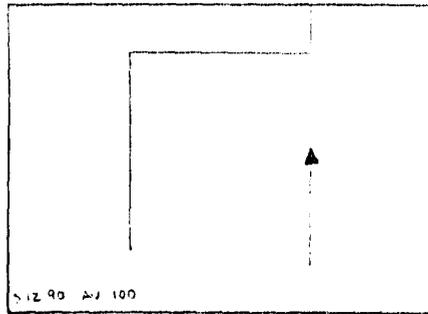
- ◊ Después de trazar la primera línea decide poner DE 100 (copiando la medida de la línea). Al trazar la siguiente línea (si no es que antes) se da cuenta de que el giro realizado fue inadecuado (fig. 7). Entonces tiene que solucionar el problema borrando y probando distintas medidas hasta obtener la deseada, o tal vez, si ya conoce las características de los ángulos del cuadro, retomar ese conocimiento y aplicarlo anotando la instrucción correcta (DE 90).

Fig. 7



- Al trazar la tercera línea, el niño observa que se equivocó en la dirección del giro (fig. 8). Tiene que buscar la forma de borrar y corregir esa dirección. Aprende entonces, que debe fijarse en la posición de la tortuga y la dirección del giro que quiere hacer, antes de dar la instrucción.

Fig. 8



Como se puede ver en estos simples ejemplos, con LOGO el niño entra en un proceso de aprendizaje constante, a partir de sus propias acciones, y cada avance le permite realizar mayores retos.

Con base en lo anteriormente señalado, el uso de la computadora a través del lenguaje LOGO, puede constituir una herramienta muy adecuada para apoyar el aprendizaje de conceptos matemáticos, a través de situaciones didácticas constructivas, significativas para los niños.

Con LOGO se pueden diseñar situaciones didácticas significativas para trabajar conceptos específicos. Situaciones en las que LOGO constituye un elemento fundamental, ya que al iniciar un proyecto (un dibujo) con la tortuga, el niño encamina todas sus acciones hacia el logro del mismo. Los conocimientos que se construyen, surgen a partir de un propósito claro, ante la búsqueda de la solución de un problema en el que está inmerso. Una vez adquirido un nuevo conocimiento éste se constituye en instrumento útil, que le permite mejorar sus estrategias para resolver los nuevos problemas que irá enfrentando en el juego con la tortuga.

Cabe señalar sin embargo, que como toda herramienta, LOGO puede ser utilizado de diferentes formas, inclusive puede manejarse de acuerdo con un modelo tradicional, (por ejemplo, dictando las instrucciones para hacer un dibujo, evitando así los errores de los niños) en cuyo caso se desaprovecharía su potencial.

Las ventajas de LOGO cobran vida en la medida en que se las utiliza con un propósito de aprendizaje específico, es decir, LOGO por sí mismo, sin un plan de trabajo adecuado, no produce grandes resultados en el aprendizaje de los niños. Es preciso diseñar un plan de actividades con objetivos claros y con un método adecuado para aprovechar sus posibilidades.

Al respecto Papert señala: "afirmar que el que aprende es quien construye las estructuras intelectuales y no el maestro quien las enseña no significa que se construyan de la nada"<sup>5</sup>, es preciso apoyar a los alumnos con materiales tomados de la cultura circundante y actividades específicas adecuadas, "significa modificar la cultura, introducir en ella nuevos elementos constructivos y eliminar los nocivos".<sup>6</sup>

En este sentido la Didáctica Constructivista constituye un modelo adecuado que puede orientar el diseño de situaciones didácticas para la enseñanza de conceptos matemáticos, en las que se aprovechen las cualidades de LOGO.

### **Ventajas de LOGO en relación con el concepto específico de ángulo**

Con LOGO se pueden manejar diversos contenidos matemáticos e incluso relacionarlos con otras áreas a través de situaciones didácticas específicas previamente diseñadas, sin embargo para los fines de esta tesis interesa destacar las posibilidades de LOGO en relación con el concepto de ángulo.

LOGO es especialmente apropiado para enseñar el ángulo porque el ambiente gráfico de éste lenguaje propicia que se maneje constantemente a través de giros. Así, a través del diseño de actividades especiales se pueden trabajar distintos aspectos relacionados con el concepto.

<sup>5</sup> Papert, S. Op. cit. p. 33

<sup>6</sup> Idem, p. 47

LOGO tiene la ventaja de que sus posibilidades en el manejo de los giros son ilimitadas,<sup>\*</sup> lo cual permite enriquecer la propuesta que aparece en el libro oficial de matemáticas para el cuarto grado, en relación con la introducción al tema de ángulo.

Al respecto, (como se señaló en el Capítulo II de esta tesis) el método propuesto en los nuevos programas es adecuado desde un punto de vista constructivista, entre otras razones, porque presenta actividades en las que el manejo de giros se torna significativo y funcional, ya que se plantean pequeños problemas que los niños tienen que resolver a través de "realizar imaginariamente" giros (ver la lección *La vuelta al mundo* en el anexo 1). Sin embargo, las actividades tienen la limitación de que los giros se realizan siempre sobre un mismo punto y por lo tanto no hay muchas opciones para variar la forma como éstos se manejan.

En LOGO los giros tienen movilidad en el espacio gráfico de la pantalla, por lo que las opciones de manejo de giros son muy variadas; ello permite diseñar actividades diversas e interesantes. Además, tiene la ventaja de que los giros se realizan desde distintas posiciones, lo cual favorece que los niños aprendan a identificar la medida de distintos giros independientemente de su ubicación y su posición.

En la propuesta de esta tesis, gran parte de las actividades en las que se usa LOGO, consiste en el seguimiento de caminos o la reproducción en la pantalla de dibujos específicos hechos en papel. Los dibujos y caminos que se utilizan son variados y tienen características determinadas para controlar su nivel de dificultad. A través de estas actividades con LOGO, se favorece que los niños construyan el significado de la noción de ángulo y practiquen la medición, la estimación y el trazo de ángulos, en un proceso en el que el manejo de giros se inserta en un contexto significativo para ellos.

Otra cualidad de LOGO en relación con la enseñanza del concepto es que la noción de conservación de los ángulos no representa un problema, ya que éstos se manejan como giros y, para identificar su magnitud no se cuenta con la representación gráfica de las líneas que lo delimitan. Esta es una ventaja que no se puede suplir sin una computadora; Retomando las actividades propuestas en los libros oficiales de matemáticas, se puede

---

\* Son ilimitadas en el sentido de que se pueden realizar giros de cualquier tamaño, en cualquier dirección (izquierda o derecha) partiendo de cualquier posición y ubicación y en cualquier parte de la pantalla.

constatar este hecho. En los libros se propone manejar giros, pero se requiere el apoyo de una gráfica como la que se muestra en la figura 10; Los giros necesariamente están representados por líneas bien delimitadas. En LOGO, en cambio, los giros se realizan sin contar con la representación gráfica de las líneas que los delimitan, como se muestra en la figura 9.

Fig. 9 Giro de 90° usando LOGO.

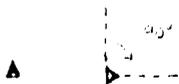
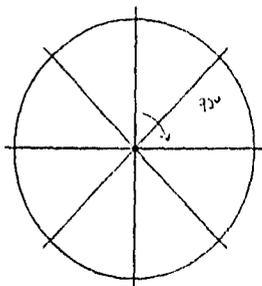
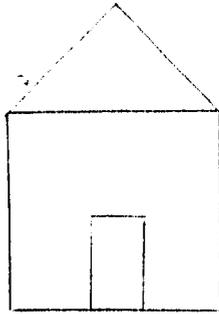


Fig. 10 Giro de 90° usando el libro de texto

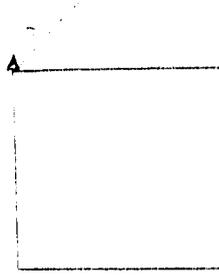


En LOGO los ángulos que se deben considerar al hacer un dibujo, generalmente son externos a la figura que se desea lograr y los únicos puntos que se tienen como referencia son, la posición actual de la tortuga y la posición que se desea que obtenga a través del giro como se puede ver en la figura 11.

Fig. 11



Dibujo modelo en hoja de papel



Dibujo en la pantalla de LOGO

En resumen, se puede decir que trabajar el concepto de ángulo usando LOGO en actividades bien diseñadas, permite que el concepto se torne significativo y funcional para los niños, y por lo tanto más fácil de comprender para ellos. Es importante también, que dicho aprendizaje con LOGO, se realice a través de la reflexión constantemente en torno a distintos retos que se vayan presentando en el juego con la Tortuga.

## CAPITULO IV

### PROPUESTA METODOLÓGICA PARA APOYAR LA ENSEÑANZA DEL CONCEPTO DE ÁNGULO UTILIZANDO LA COMPUTADORA.

#### Consideraciones previas

La propuesta que se expone en este capítulo procede de una experiencia de investigación que fue desarrollada en colaboración con la Lic. Patricia Martínez Falcón, en Cómputo para Niños, en la Dirección General de Servicios de Cómputo Académico de la UNAM, donde trabajo desde hace 7 años. La investigación se realizó a través de un curso con un grupo 8 niños hipoacúsicos de cuarto grado de primaria. El curso se prolongó otro ciclo escolar, por lo que finalizó cuando los niños terminaron el quinto grado de primaria.

El objetivo de la investigación era probar distintas actividades y estrategias, utilizando como apoyo didáctico la computadora, enfocadas a que los niños manejaran y comprendieran el concepto de ángulo, y aprendieran a utilizar el transportador para medir ángulos.

Se aplicaron y probaron distintas actividades y estrategias, y se fueron desarrollando distintos materiales para apoyar el trabajo con los niños.

A partir de dicha experimentación fue posible sistematizar y organizar las actividades de la propuesta en una secuencia específica, como aparece en la tesis. En el proceso de la experimentación se desecharon algunas actividades porque no funcionaron, y otras se modificaron y reorganizaron en función de los resultados obtenidos, los avances y las dificultades de los niños.

Uno de los aspectos que se definieron a partir de la experimentación es el hecho de comenzar con actividades en las que no se utiliza la computadora. Se consideró importante introducir el concepto de ángulo a partir de giros que los niños realizan con su cuerpo, para que sientan el cambio de dirección que ocurre al girar. En la propuesta, este tipo de actividades sirven como antecedente de otras en las que los giros se

realizan (a través de un personaje X) en un plano diferente, primero en hojas y después en computadora. La idea es seguir una secuencia en la que se vaya aumentando el grado de dificultad paulatinamente, e introducir retos mayores que lleven a los niños a la construcción de la noción de ángulo y al manejo del transportador para realizar dibujos cada vez más complejos.

Otro punto importante que se desarrolló y definió a partir la experimentación señalada, fueron los *transportadores transitorios*\*. Durante las sesiones de trabajo, se vió que los niños tenían dificultades para medir los giros aún con los transportadores más sencillos, por lo que se consideró necesario seguir un proceso paulatino en el que se fuera aumentando poco a poco la dificultad de los dibujos (controlando sus características). Así, también se desarrollaron los distintos transportadores transitorios graduados en función de los dibujos que permiten realizar.

Los *transportadores transitorios* y la secuencia sugerida de dibujos a realizar con ellos, son útiles para que los niños aprendan el manejo del transportador convencional. Lo importante (que pudimos observar en el trabajo con los niños) es que aprenden a usar los instrumentos, en la medida en que les resultan funcionales para realizar una actividad interesante.

Para recabar la información durante la experimentación, se realizaron observaciones detalladas (de carácter etnográfico) del trabajo de dos niños durante todas y cada una de las sesiones del curso. Gracias a los registros de observación, se podían evaluar las estrategias utilizadas y planear las de las sesiones siguientes. Así a lo largo de la experimentación se obtuvieron los resultados\*\* que permitieron desarrollar la propuesta tal como aparece en esta tesis, en el conocimiento de que puede funcionar.

Ahora bien, para la propuesta de la tesis, se hicieron adaptaciones en relación con los tiempos, considerando que la primera experiencia se realizó con niños hipoacúsicos (sordos), lo cual implicó que el proceso seguido fuera más largo de lo que se requeriría con niños oyentes.

---

\* Más adelante se describen con detalle y se explica cómo manejarlos

\*\* Los resultados de dicha investigación se pueden consultar en las ponencias de Martínez P y G González que se citan en la bibliografía.

Por otro lado, al estructurar la propuesta se consideraron también otros aspectos, como las actividades para enseñar ángulo sugeridas en los programas actuales (oficiales) de matemáticas para la educación básica, ya que el objetivo de la tesis es ofrecer un programa que apoye el trabajo que realiza el maestro en la escuela, tomando en cuenta los aspectos relacionados con el ángulo, que se trabajan menos.

## 1. Introducción

A continuación se expone una propuesta metodológica para apoyar al maestro en la enseñanza del concepto de ángulo utilizando la computadora como herramienta didáctica, a través del lenguaje LOGO. Dicha propuesta se sugiere como complemento de las actividades enfocadas al tema, que aparecen en los programas oficiales de matemáticas de cuarto, quinto y sexto grado de primaria.

La propuesta está diseñada para aplicarse durante el cuarto grado de primaria, ya que de acuerdo con los programas en éste el ciclo escolar se introduce el concepto. Sin embargo, algunas actividades pueden adaptarse para grados posteriores y algunas para grados inferiores.

Las actividades están diseñadas para llevarse a cabo utilizando una computadora para cada dos niños (aunque en algunas actividades pueden trabajar hasta cuatro niños por una máquina). En general es importante respetar ese requisito para lograr un desarrollo adecuado de las actividades.

Considerando que los programas oficiales de matemáticas (de 4º, 5º y 6º de primaria) ofrecen un plan de trabajo adecuado en relación con el concepto, la propuesta constituye una aportación para apoyarlo y enriquecerlo.

La propuesta se conforma de tres bloques que incluyen una o más secuencias de actividades. Cada bloque se centra en un aspecto o un nivel distinto en torno a la noción de ángulo.

El primer bloque tiene el propósito de introducir la noción de giro y al manejo de las instrucciones de LOGO. El segundo está dedicado a la medición con instrumentos, y

finalmente, el tercero se centra en la estimación de la medida de los giros, y el trazo de ángulos en papel.

Las distintas actividades propician que los niños sean activos, creativos y que elaboren sus propias estrategias. El maestro debe favorecer esas acciones por parte de los niños, permitiendo que avancen a su paso para que sean ellos quienes construyan los conocimientos y no él como maestro quien les enseñe los procedimientos y los conceptos. En este sentido, LOGO puede facilitar la tarea, ya que se presta para que el niño trabaje con autonomía y el maestro juegue el rol de orientador.

### **Bloque 1. Introducción a la noción de giro**

La finalidad de las actividades incluidas en este bloque es introducir la noción de ángulo entendido como giro. En esta parte, no se manejan definiciones, ni se maneja el nombre *ángulo*. La idea es que los niños comiencen a manejar giros en diferentes formas. Inicialmente se propicia que los realicen con su cuerpo de manera que puedan sentir el cambio de dirección que ocurre en cada giro.

Después, se manejan los giros a través de un personaje imaginario que sigue un camino sobre una hoja de papel y deja rastro en su camino (un trazo). Ante la consigna de comunicar verbalmente el trayecto trazado por el "personaje" para que otros lo puedan repetir idéntico, los niños tienen que reflexionar en torno a los elementos que entran en juego en el seguimiento de dicho trayecto, como la magnitud de las líneas y el tamaño y dirección de los giros.

Como consecuencia de las reflexiones y conclusiones obtenidas por los niños en la actividad anterior, en las siguientes actividades se introduce el grado como unidad de medida y se empiezan a manejar giros con magnitudes específicas: 360, 180, 90 y 45 grados, que deben deducir los niños a partir de la medida de un giro completo, es decir, deben calcular en grados, la medida de un medio, un cuarto y un octavo de vuelta.

Finalmente se inicia el trabajo con LOGO. Los niños empiezan a manejar giros en la pantalla para seguir caminos y hacer dibujos. Para ello es preciso que piensen los pasos necesarios que deben seguir y que los traduzcan al lenguaje de la Tortuga. Eso significa

que deben indicar con precisión el tamaño de cada línea y de cada giro que realicen, así como la dirección de éstos últimos.

Como se ha señalado antes, al trabajar con LOGO, los niños entran en un proceso de reflexión constante sobre sus propias acciones y sus estrategias, de manera que naturalmente evolucionan sus ideas y conocimientos al ir enfrentando nuevos retos.

Las actividades del bloque introductorio pueden apoyar las lecciones introductorias al concepto que aparecen en el libro de matemáticas de cuarto grado. Se pueden retomar sólo algunas actividades o aplicar todo el bloque, siempre y cuando no se altere el orden de las actividades.

## **Bloque 2. Medición de giros con distintos transportadores**

Este bloque incluye dos secuencias conformadas por actividades en las que los niños tienen que medir distintos giros (ángulos) para poder reproducir dibujos específicos en la pantalla de LOGO.

La finalidad de este bloque es propiciar que los niños aprendan a manejar el transportador convencional y en el proceso, propiciar la construcción de distintas aspectos relacionados con el concepto de ángulo, como la estimación, la conservación\* y la aditividad\*\* de la medida de los ángulos.

La mayoría de las actividades consisten en reproducir en la pantalla de LOGO, dibujos previamente diseñados en papel. No obstante, hay variación entre ellas en cuanto a los distintos aspectos que determinan el nivel de dificultad, como las características específicas de cada dibujo y los instrumentos que se utilizan para medir los giros. Sólo al final de la segunda secuencia, los dibujos que los niños tienen que reproducir en la pantalla son diseñados por ellos mismos, de manera que no se controla en ellos ninguna variable.

\* La conservación se refiere a la noción de que la medida los ángulos no está sujeta a la magnitud de las líneas que lo delimitan.

\*\* La aditividad se refiere a la posibilidad de obtener de la suma de dos ángulos dados, un ángulo de mayor medida, o a la inversa, de fraccionar un ángulo dado, obtener dos o más ángulos menores. La magnitud es inclusiva y ello se puede manejar a partir de cualquier sistema de medición.

La sucesión que se sigue a lo largo de la dos secuencias de actividades implica iniciar con medidas de ángulos de  $90^\circ$  y seguir con ángulos cada vez menores. Los dibujos son sencillos al principio y se van complejizando paulatinamente. Para medir los giros se diseñaron dos tipos de transportadores especiales que sirven como escalón para aprender el manejo del transportador convencional, por lo que serán llamados en adelante Transportadores Transitorios. Estos se describen con detalle más adelante.

En el caso de la primera secuencia, se utiliza un tipo de Transportador Transitorio (circular) y se inicia con dibujos que sólo requieren giros de  $90$  grados, se continúa con dibujos que requieren giros múltiplos de  $45^\circ$ , después, en otros se combinan giros múltiplos de  $45^\circ$  con giros múltiplos de  $30^\circ$  y finalmente se incluyen dibujos que requieren giros múltiplos de  $10^\circ$  (ver los diferentes modelos en el anexo 3).

En la segunda secuencia, se utiliza otro tipo de transportador transitorio en forma de medio círculo (ver anexo 4) y se introduce finalmente el uso del transportador convencional. Los dibujos que se incluyen en la segunda secuencia también se van complejizando hasta incluir giros de  $5^\circ$ , y en el caso de los dibujos diseñados por los niños, los giros pueden ser de cualquier medida.

#### ◊ Características controladas en los dibujos

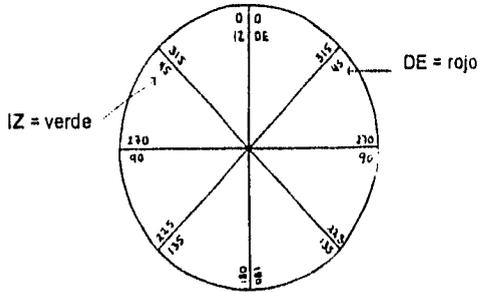
La manera de controlar el nivel de dificultad de los dibujos, tiene que ver con varios aspectos: La cantidad y el tamaño de las líneas, la cantidad y el tamaño de los giros requeridos para trazar el dibujo y la presencia o no de figuras aisladas entre sí (ver la variedad de dibujos en los anexos del 8 al 11)

#### ◊ Descripción de los Transportadores Transitorios

Los *Transportadores Transitorios circulares* que se utilizan en la primera secuencia del bloque 2 son circulares y están hechos de mica transparente. Por sus características son muy fáciles de manejar, ya que tienen marcados los ángulos correspondientes hacia la derecha con rojo y hacia la izquierda con verde; del centro hasta el punto de  $180^\circ$  está marcada con rojo una línea recta llamada *línea base*; las distintas medidas tienen las

líneas prolongadas hacia el centro; y a los lados del cero están marcadas las iniciales DE (derecha) con rojo e IZ (izquierda) con verde para indicar la dirección (fig. 1)

Fig. 1 Transportador Transitorio con medidas de ángulos múltiplos de 45°.



Para medir un giro en un dibujo teniendo el modelo en papel, se debe colocar la *línea base* del transportador en la línea sobre la hoja (fig. 2) que corresponde al último trazo en la pantalla (fig. 3). El número del transportador que coincide con la siguiente línea indica los grados que debe girar la Tortuga para trazarla (puede ser DE 45 ó IZ 315)

Fig. 2

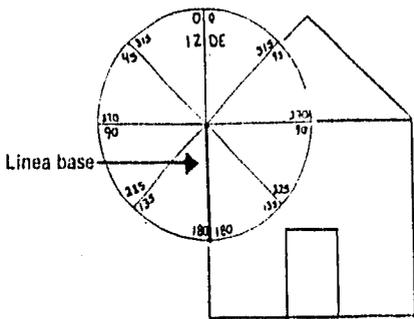
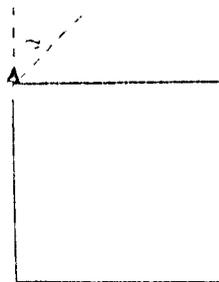
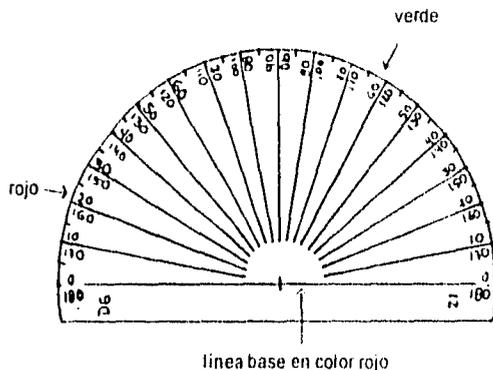


Fig. 3



El transportador transitorio de medio círculo está hecho también con mica transparente pero en forma de medio círculo. de manera que se parece más al transportador convencional (fig. 4). Tiene marcados los grados múltiplos de 10, hacia la derecha con color rojo y hacia la izquierda con verde. También tiene marcados con líneas pequeñas los ángulos múltiplos de 5°, pero sin indicar la medida. Se conservan las iniciales DE e IZ con los colores correspondientes y también las líneas prolongadas desde el centro hasta las distintas medidas. La línea base se conserva en color rojo, pero se marca en el transportador hacia ambos lados.

Fig. 4 Transportador Transitorio de medio círculo.



Para acomodar este transportador, es preciso fijarse primero hacia dónde se quiere girar (izquierda o derecha) para colocar la línea base en el sentido correcto (sobre el modelo en papel) y poder tomar la medida del ángulo (fig. 6). Si las líneas del dibujo son cortas, conviene prolongarlas para que sea más fácil ver la medida (fig. 5)

Fig. 5 Dibujo modelo con dos líneas prolongadas

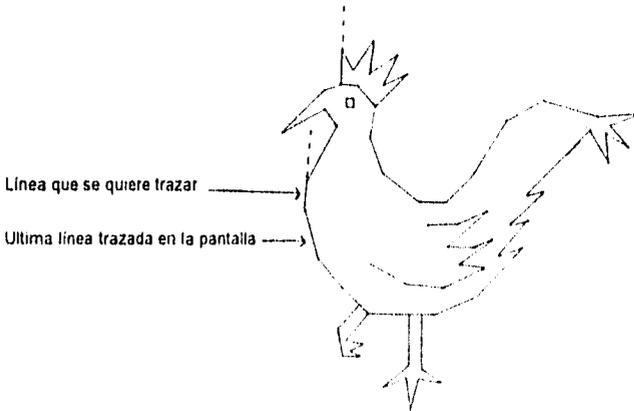
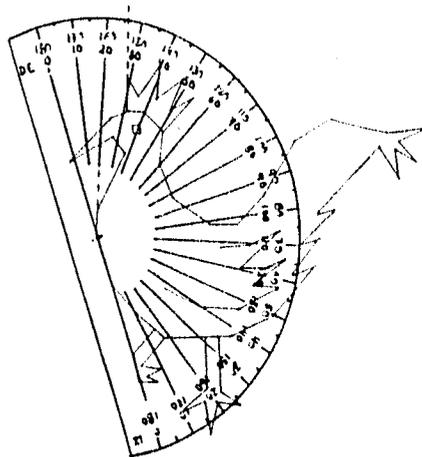


Fig. 6 Acomodo del Transportador Transitorio de medio círculo.

El giro es a la derecha y mide  $20^\circ$ , por lo tanto la instrucción en LOGO es DE 20.



### **Bloque 3. Estimación de la medida de los giros y trazo de ángulos en papel.**

En el tercer bloque se trabaja por un lado la estimación de giros a través de juegos, y por otro, el trazo de ángulos en papel.

Estimar la medida aproximada de un ángulo implica comprender la noción de ángulo. El bloque incluye dos actividades de estimación en las que los retos van aumentando en su nivel de dificultad. Están diseñadas con LOGO y tienen la característica de que pueden realizarse con equipos de hasta cuatro niños por computadora.

La primera actividad de estimación, consiste en seguir pistas distintas en una carrera de tiempo y precisión (ver anexo 12), y la segunda actividad en hacer un recorrido con la Tortuga evitando los distintos obstáculos que presenta el camino (ver anexo 13). Ambas actividades se plantean como juegos de competencia para hacerlas más divertidas, y se pueden hacer entre los niños de distintas computadoras o entre los niños de una misma computadora.

En ambos juegos los niños tienen que realizar estimaciones para poder ganar, ya que no se permite usar instrumentos de medición.

La tercera actividad incluida en este bloque, consiste en completar, tanto en hoja como en la pantalla de LOGO, la mitad simétrica de distintas figuras geométricas, es decir, combina la medición y el trazo de figuras en papel, con la elaboración de las mismas en la pantalla de LOGO (ver anexo 14).

Esta es la última actividad de la propuesta, y en ella se manejan explícitamente los términos convencionales relacionados con la noción de ángulo, como los ángulos internos y externos de las figuras y los nombres convencionales de éstos clasificados según su tamaño: recto, agudo, obtuso y cóncavo. Además, se maneja la noción de simetría y los distintos elementos que definen las características de diversas figuras geométricas.

Las dos actividades de estimación pueden intercalarse con las actividades del segundo bloque\*, siempre y cuando se respete el orden en el que aparecen, ya que van aumentando en nivel de dificultad.

### **Duración de la propuesta.**

La duración de la propuesta varía, dependiendo de la forma como se la utilice. Si se aplica completa, puede ser desarrollada a lo largo de 20 horas aproximadamente, pero puede ser extendida o bien puede terminarse en un tiempo más corto, es decir, es flexible, de manera que puede ser adaptada y aprovechada de acuerdo con las necesidades, las condiciones de trabajo, y con el propio maestro de grupo. Así, se pueden retomar sólo las actividades o las secuencias de actividades que el maestro considere que pueden apoyar el trabajo que desarrolla en clase.

La mayoría de las actividades se pueden adaptar y combinar con las que se sugieren en los programas oficiales. La propuesta completa está pensada para aplicarse en el cuarto grado de primaria, sin embargo, algunas actividades de los bloques II y III pueden aplazarse para el quinto grado de primaria.

### **Requerimientos materiales.**

Para llevar a cabo la mayoría de las actividades se necesita contar con un aula con computadoras y el Lenguaje de programación LOGO. Las características del equipo dependen de la versión de LOGO que se desee utilizar. Si se utiliza la versión considerada en este trabajo\*\*, se necesita solamente tarjeta de gráficos, 650 Kb de memoria RAM y de preferencia disco duro para facilitar el trabajo de acceso y guardado de los trabajos, aunque esto último no es indispensable. Es recomendable que la versión de LOGO sea en español.

---

\* Es conveniente que las actividades de estimación se realicen una vez que los niños hayan elaborado dibujos utilizando los transportadores transitorios circulares, es decir, después de la secuencia 2.1 (Bloque 2), ello con la finalidad de que tengan elementos para realizar las estimaciones.

\*\* La versión de LOGO *Cuentos con LOGO*, que se maneja en las actividades que conforman la propuesta, se desarrolló en la Dirección General de Servicios de Cómputo Académico de la UNAM

Las actividades con LOGO están pensadas para llevarse a cabo considerando uno o dos niños por computadora, aunque en las actividades de estimación, pueden trabajar hasta cuatro niños por computadora.\*

## 2. Trabajos antecedentes

Para el desarrollo de esta tesis, se retomó como antecedente importante, la investigación realizada por M.C. Alvarez *Construcción del concepto de ángulo con apoyo de microcomputadora* (1987a) porque es uno de los primeros trabajos en México que abordan el tema de ángulo, utilizando la computadora como apoyo didáctico desde un enfoque constructivista.

En dicha investigación, Alvarez hizo una evaluación diagnóstica en relación con las concepciones de los alumnos sobre distintos aspectos del concepto de ángulo: su definición, la funcionalidad de la noción, el papel que juegan los lados y el arco que se usa para señalar un ángulo, la estimación de la medida de los ángulos, la conservación de ángulos de  $45^\circ$  y  $90^\circ$  y la medición con instrumentos.

Asimismo, hizo un análisis detallado de los programas oficiales de matemáticas para educación primaria que estuvieron vigentes de 1982 a 1992, específicamente del contenido y el método de las lecciones dedicadas al estudio del ángulo.

A partir del diagnóstico y el análisis de los programas, Alvarez desarrolló una propuesta para llevar a los niños a la construcción del concepto, usando como apoyo la computadora a través del lenguaje LOGO. Experimentó su propuesta con un grupo de niños de quinto grado de primaria y analizó con detalle los resultados obtenidos.

En la propuesta de M. C. Alvarez "se consideraron como aspectos importantes en la construcción del concepto de ángulo, componentes como la percepción, la estimación y la medida, que implica también la presencia de la *conservación*, adquirida solamente

---

\* Se sugiere respetar la cantidad de niños por máquina con el fin de propiciar mejores resultados. En general no es adecuado utilizar una computadora para más de 4 niños porque no es factible que todos interactúen con la computadora (aunque esto depende también del software que se utilice).

cuando se es capaz de comprender que ésta es una propiedad inherente al ángulo, que no varía si éste se cambia de posición y eventualmente de aspecto"<sup>1</sup>.

En relación con el aspecto de la *percepción*, Alvarez plantea distintas actividades que consisten en recorrer caminos de calles rectas cuyas trayectorias son modificadas al decidir un cambio de dirección. Estas actividades, que utiliza la autora para introducir la noción de ángulo, las retomé en la propuesta de mi tesis (con algunas modificaciones), por considerarlas un medio adecuado para introducir la noción de ángulo en un contexto en el que (la noción) se torna funcional como instrumento de resolución en una situación problemática específica.

El aspecto de *estimación* lo maneja a partir de juegos en la computadora en los que se favorece la aproximación de resultados por ensayo y error, y también por la reflexión y el análisis. En mi trabajo, las actividades de estimación se desarrollan a través de juegos en la computadora que consisten en el seguimiento de caminos con ciertas restricciones. Aunque las actividades son diferentes a las de Alvarez, cumplen básicamente la misma función.

En relación con las actividades de *medición*, Alvarez plantea pocas actividades al final de su experimentación, en las que se contemplan ángulos de 45 y 30 grados y múltiplos de ellos. Se manejan figuras sencillas, algunas son trazos de dos o tres líneas sin representar nada, otros son polígonos irregulares, en general inventados por los niños, en los que se tienen que incluir ángulos con medidas específicas. (45°, 90° y 135°, o 30°, 60° y 120°).

En la propuesta de mi tesis, dedico un tiempo y un espacio más amplio a las actividades de medición, en virtud de que uno de los objetivos es lograr un manejo adecuado del transportador por parte de los niños.\* Se pueden señalar tres diferencias importantes de mi propuesta, en relación con este aspecto:

- Los dibujos que deben realizar los niños, están previamente diseñados, son más elaborados y representan distintos objetos o cosas. Se controlan sus características y

<sup>1</sup> Alvarez, M. C. (1987a) Op. cit., p. 92

\* La propuesta se encamina más a ese aspecto, con la finalidad de complementar las actividades en torno a ángulo que aparecen en los libros de texto oficiales, vigentes a partir de 1993.

su grado de dificultad, (según el tipo de ángulos de acuerdo con sus medidas, la cantidad de giros requeridos, la cantidad y la medida de las líneas etc.) Estos dibujos se presentan en hojas de papel y los niños tienen que copiarlos en la pantalla de LOGO.

- En la propuesta de Alvarez, como se dijo, sólo se manejan ángulos de  $45^\circ$ ,  $30^\circ$  y sus múltiplos, estableciendo siempre la equivalencia de esas medidas con fracciones de círculo. En esta propuesta se manejan ángulos de todas las medidas, aunque se van introduciendo poco a poco, de acuerdo a la dificultad de los dibujos. Para ello se diseñaron varios instrumentos de medición, con los cuales se busca facilitar el aprendizaje del manejo del transportador convencional en un proceso paulatino.
- En la propuesta de Alvarez las actividades de medición se llevan a cabo sólo en papel. En esta propuesta en cambio, las actividades de medición combinan el trabajo en papel con el trabajo en LOGO, lo cual enriquece mucho la actividad porque implica la reflexión constante de los niños en torno a distintos aspectos relacionados con los giros y con otras nociones geométricas.

### 3. Programa de actividades

#### Objetivo general:

Introducir la noción de ángulo, su manejo y medición, utilizando la computadora como apoyo didáctico.

---

#### BLOQUE 1 - INTRODUCCIÓN -

---

#### SECUENCIA 1.1

Objetivo: Establecer la necesidad de indicar giros para cambiar de trayectoria en el seguimiento de un camino.

---

### Actividad 1.1.1 ( Introducción )

**Objetivo.** Introducir la noción de giro como medio para cambiar de dirección. Sentir la acción de girar con el cuerpo.

- *Con ésta actividad los niños se dan cuenta de la necesidad de indicar giros para producir cambios de dirección al comunicar a otros la forma de conducirse por un camino específico. En esta primera actividad no se manejan medidas con números para los giros. Todos los giros son de 90°, pero no es necesario indicar la medida en los mensajes porque se tiene la guía de la cuadrícula en el piso. Sólo se indica si los giros son a la derecha o a la izquierda. La medida en este caso no es relevante.*

**Material:** Un área suficientemente grande para realizar desplazamientos corporales (al menos 4 x 4 m<sup>2</sup>), una cuadrícula en el piso (puede ser la misma que marca la loseta o puede trazarse con gis), hojas, lápices o pizarrón y gis, varios objetos pequeños para esconder (pueden ser dulces).

**Duración:** 1 hora.

**Descripción de la actividad:** Un niño sale del salón (o se aleja del lugar para no ver). Los demás niños se sientan alrededor del área, esconden un objeto en algún lugar, deciden un camino siguiendo la cuadrícula del piso para llegar hasta el objeto escondido y redactan un mensaje para indicar al niño que salió, cómo recorrer el camino. Para hacer el mensaje, un niño puede ir recorriendo el camino sugerido por los demás y otro puede ser el secretario que anote en el pizarrón o en una hoja, las indicaciones necesarias.

Es necesario respetar las siguientes reglas:

1. Sólo se puede avanzar caminando de frente
2. El camino debe respetar la cuadrícula del piso
3. El mensaje no puede llevar dibujos de ningún tipo
4. El punto de salida debe indicarse previamente.

Una vez redactado el mensaje, el niño que salió intenta recorrer el camino que se indica en el mensaje. Los demás no deben hacer comentarios hasta que se termine el recorrido. Si el niño no llega hasta el objeto escondido o no lo hace por el camino correcto, el maestro propone una revisión del mensaje entre todo el grupo con la finalidad de analizar si el error fue del niño que lo interpretó, o si fue por falta de claridad en las indicaciones y cómo se pueden mejorar.

La actividad se repite, pero en la segunda ocasión el grupo se divide en equipos de 5 ó 6 niños, y un niño de cada equipo sale del salón. La finalidad de esta nueva modalidad es hacer participar más a los niños.

El procedimiento es el mismo pero en esta ocasión cada equipo decide su camino, el punto de salida, el lugar a donde se debe llegar y redacta su propio mensaje en una hoja. Cuando todos han terminado, cada equipo muestra al grupo su camino sin leer el mensaje. Después, entra uno de los niños que salieron y trata de seguir el camino que se indica en uno de los mensajes, leyéndolo en voz alta. Los niños revisan si el camino se siguió correctamente o no, y con base en ello se analiza el mensaje grupalmente. Se repite lo mismo con los demás equipos y los niños que salieron.

#### **Actividad 1.1.2<sup>2</sup> ( Introducción )**

**Objetivo.** Establecer la necesidad de indicar giros para cambiar la trayectoria de un personaje de una dirección a otra.

- \* *A partir de esta actividad los niños manejan implícitamente algunos aspectos de la noción relacionadas con los giros: girar permite cambiar de trayectoria; el tamaño de un giro puede variar; el tamaño y la dirección de un giro (hacia la izquierda o hacia la derecha) en busca de un cambio de trayectoria específico, se relaciona con la posición de la persona al iniciar el giro.*

**Material:** Hojas blancas con los puntos A y B señalados (ver anexo 5), lápices, reglas, escuadras, compases, transportadores.

**Duración:** 1 hora cada versión

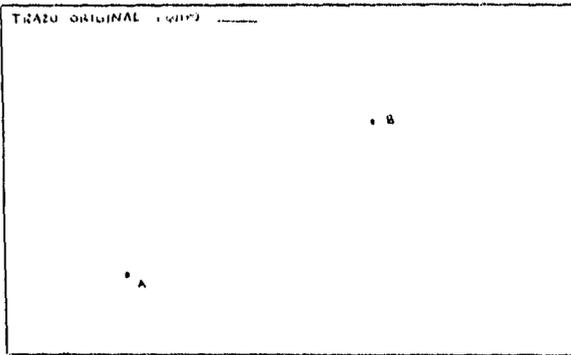
---

<sup>2</sup> Actividad tomada de M. C. Alvarez (1987) Construcción del concepto de ángulo con apoyo de microcomputadora

**Descripción de la actividad.** Se explica a los niños que la actividad es muy similar a la anterior, pero en esta ocasión se realizará en papel. El grupo se divide en equipos de 3 a 5 niños. Se les entrega una hoja en la que aparecen dibujados dos puntos, el punto A que indica la salida y el B, que indica la llegada (fig. 7)

Los niños trazan un camino de tres líneas rectas para conducir a un personaje del punto A al punto B y redactan un mensaje que pueda ser dictado telefónicamente, para que los niños de otro equipo puedan trazar un camino idéntico en otra hoja igual.

Fig. 7



Cuando terminan, intercambian las hojas con los mensajes para que cada equipo interprete y trace el camino que indica el mensaje de otro equipo.

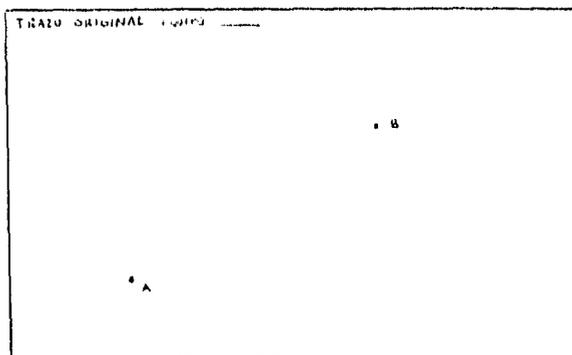
Posteriormente, con todo el grupo, se comparan algunos de los caminos originales con los interpretados y comentan las razones por las cuales coinciden o no los caminos. El maestro puede ayudar a analizar los mensajes para que los niños descubran las imprecisiones (en cuanto a la medida de líneas y giros y a la dirección de los giros) que causan las interpretaciones erróneas.

Después de analizar algunos caminos, los niños toman acuerdos para hacer más claros los mensajes.

**Descripción de la actividad.** Se explica a los niños que la actividad es muy similar a la anterior, pero en esta ocasión se realizará en papel. El grupo se divide en equipos de 3 a 5 niños. Se les entrega una hoja en la que aparecen dibujados dos puntos, el punto A que indica la salida y el B, que indica la llegada (fig. 7)

Los niños trazan un camino de tres líneas rectas para conducir a un personaje del punto A al punto B y redactan un mensaje que pueda ser dictado telefónicamente, para que los niños de otro equipo puedan trazar un camino idéntico en otra hoja igual.

Fig. 7



Cuando terminan, intercambian las hojas con los mensajes para que cada equipo interprete y trace el camino que indica el mensaje de otro equipo.

Posteriormente, con todo el grupo, se comparan algunos de los caminos originales con los interpretados y comentan las razones por las cuales coinciden o no los caminos. El maestro puede ayudar a analizar los mensajes para que los niños descubran las imprecisiones (en cuanto a la medida de líneas y giros y a la dirección de los giros) que causan las interpretaciones erróneas.

Después de analizar algunos caminos, los niños toman acuerdos para hacer más claros los mensajes.

### **Versión 2:**

- *En esta segunda versión, los niños aplican los acuerdos tomados en la actividad anterior, analizan en forma grupal si los mensajes mejoraron (si los caminos interpretados coincidieron más con los originales o no) y a partir de ello consideran otros elementos que pueden ayudar a elaborar mensajes más claros, como indicar medidas concretas para las líneas y para los tamaños de los giros (ángulos).*

Se repite la actividad. Se entrega una hoja con los puntos A y B señalados. Varía la ubicación de los puntos (ver la versión 2 en el anexo 5) y la consigna es que los trazos originales incluyan 4 líneas rectas. La idea es aumentar la complejidad del dibujo incluyendo un giro y una línea más en él, para que los niños piensen cómo indicar a otros el camino trazado, considerando los acuerdos tomados en la actividad anterior.

Igual que en la actividad anterior se realiza una confrontación grupal para discutir los aciertos y errores en los mensajes a partir de comparar los dibujos. Finalmente, se pueden tomar nuevos acuerdos sobre cómo elaborar mensajes que reflejen con más precisión la trayectoria de los caminos.

---

### **SECUENCIA 1.2**

**Objetivo:** Establecer que el tamaño de los giros puede señalarse con precisión usando números. Introducir el manejo de giros de  $90^\circ$ ,  $180^\circ$  y  $360^\circ$ .

---

#### **Actividad 1.2.1 ( Introducción )**

**Objetivo:** Establecer que el tamaño de los giros puede señalarse con precisión usando números. Introducir el manejo de giros de  $90^\circ$ ,  $180^\circ$  y  $360^\circ$ , estableciendo la equivalencia de esas medidas con  $\frac{1}{4}$  de giro,  $\frac{1}{2}$  giro y un giro completo respectivamente.

- *Con esta actividad los niños practican con su propio cuerpo la lateralidad y los giros de  $90^\circ$ ,  $180^\circ$  y  $360^\circ$  desde distintas posiciones.*

**Material:** Pizarrón y gis.

**Duración:** 20 min.

**Descripción de la actividad:** El maestro explica a los niños que el tamaño de un giro puede señalarse con precisión usando números, al igual que se indican con números las medidas de longitud, de peso etc.

También indica que la medida de un giro o vuelta completa sobre nuestro propio eje, se señala con el número 360. Para deducir el tamaño de media vuelta y un cuarto de vuelta, el maestro puede orientar a los niños haciéndoles preguntas como: si una vuelta completa mide 360 ¿cuánto medirá media vuelta? ¿cuánto medirá la cuarta parte de una vuelta? ¿cuánto medirá la octava parte de una vuelta?

Después el maestro pide que todos los niños se pongan de pie y giren sobre su propio eje la medida y en la dirección que él indique (solamente se pueden pedir las medidas 90, 180 y 360). Por ejemplo, "giren 90 a la derecha", "giren 360 hacia la izquierda" etc.

### **Actividad 1.2.2 ( Introducción )**

**Objetivo:** Realizar giros de  $90^\circ$  y  $180^\circ$  en el seguimiento de un camino.

- *En esta actividad los niños experimentan con su propio cuerpo el cambiar de dirección a través de girar hacia la derecha o la izquierda  $90^\circ$  ó  $180^\circ$  estando en distintas posiciones. Observan la relación que hay entre un giro, su dirección y la posición desde dónde se inicia el giro.*

*Además, con la actividad los niños comienzan a manejar giros de medidas específicas en grados, con una finalidad: indicar a alguien cómo conducirse por un camino determinado en el que se cambia varias veces de trayectoria.*

**Material:** Hojas, lápices y una cuadrícula en el piso (se puede aprovechar la loseta cuadrada del piso en caso de que se tenga, si no, convendría trazar con gis una cuadrícula en el piso).

**Duración:** 30 min.

**Descripción de la actividad:** Los niños recorren un camino de líneas rectas en una retícula cuadriculada. El maestro pide a un niño que salga del salón. Los demás niños

escriben las instrucciones para que el niño que está afuera recorra un camino siguiendo la trayectoria que ellos quieran.

**Condiciones:** sólo caminar de frente, girar sobre el propio eje, indicar solamente giros de  $90^\circ$  y  $180^\circ$ , no dar más de 10 instrucciones, convenir en que la medida de un paso sea igual a un cuadro.

Esta actividad se repite varias veces.

### **Actividad 1.2.3 ( Introducción )**

**Objetivo:** Manejar giros de  $45^\circ$ ,  $90^\circ$  y  $180^\circ$ , para formar figuras en el piso.

- *Con esta actividad los niños abstraen la figura que se traza a través de un recorrido, para reproducirla en un plano diferente (el pizarrón). A través de ella los niños practican los giros de  $45^\circ$ ,  $90^\circ$  y  $180^\circ$ .*

**Material:** Una retícula cuadrículada en el piso, pizarrón y gis.

**Duración:** 20 ó 30 min.

**Descripción de la actividad:** Estando los niños sentados alrededor del área cuadrículada, el maestro pide a un niño que piense en una figura sencilla y que la reproduzca caminando sobre la retícula del piso. La figura puede tener líneas diagonales de  $45^\circ$ . Los demás niños tienen que adivinar qué figura realizó el niño del centro. Un niño dibuja la figura en el pizarrón y los demás dicen si están de acuerdo o no. Si nadie logró identificarla, el niño del centro repite el recorrido.

Igual que en la actividad anterior, cada paso debe corresponder a un cuadro, y los giros pueden ser de  $45^\circ$ ,  $90^\circ$  y  $180^\circ$ .

Una segunda versión consiste en que el niño que piensa la figura, dicta en voz alta a otro, los pasos para trazarla en el piso. Los demás intentan adivinar la forma de la figura. Esta actividad en ambas versiones se repite varias veces.

### SECUENCIA 1.3

**Objetivo:** Introducir las instrucciones básicas de LOGO: Av, Re, De, Iz, Bo y Li. Manejar con LOGO giros de 90°.

---

#### Actividad 1.3.1 ( Introducción )

**Objetivo:** Introducir las instrucciones básicas de LOGO: Av, Re, De, Iz, Bo y Li. Manejar con LOGO giros de 90°.

- *Con esta actividad los niños hacen trazos en la pantalla, considerando giros de 90 grados y se dan cuenta de que la lateralidad al trabajar con LOGO, está en función de la posición en la que se encuentra la Tortuga y no de la posición de ellos como observadores.*

*La utilización de LOGO permite a los niños ver gráficamente los efectos de realizar giros de distintas medidas, darse cuenta fácilmente de sus aciertos y errores, y además corregir cada vez que lo desean. Esto permite que a través de un proceso de ensayo y error, los niños vayan desarrollando mejores estrategias para elaborar sus dibujos.*

**Material:** Una pantalla previamente elaborada en la que aparecen los puntos A y B señalados, un procedimiento en LOGO con el camino trazado\*, una hoja modelo con el camino trazado para el maestro (ver anexo 6), reglas graduadas, pizarrón, gis, Lenguaje LOGO.

**Duración:** 25 min.

**Descripción de la actividad:** El maestro explica a los niños cómo trabaja la Tortuga enseñándoles las instrucciones básicas, Av # (para avanzar) , Re # (para retroceder), De # (para girar a la derecha), Iz # (para girar a la izquierda), Li (para limpiar toda la pantalla), Bo # (para borrar una línea). Señala que la Tortuga necesita que se le

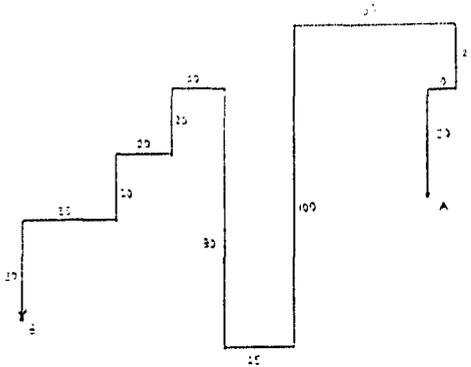
---

\* El procedimiento de verificación es un archivo que contiene el dibujo del camino correcto. A través de una instrucción sencilla el niño lo puede sacar en la pantalla para cotejar su dibujo con el dibujo correcto.

indiquen medidas con números para las líneas y los giros. Los niños pueden probar las instrucciones para que vean cómo funcionan.

Después de mostrar al grupo un camino trazado en el pizarrón, con ángulos rectos y las medidas de las rectas señaladas (fig. 8) los niños intentan realizar por parejas el mismo camino en la pantalla, que tiene marcados los puntos de inicio y fin.

Fig. 8



Al terminar, para verificar si lo hicieron bien, los niños pueden superponer en la pantalla un "procedimiento de verificación" previamente elaborado. En caso de que no coincidan los caminos, borran todo y lo intentan de nuevo.

### Actividad 1.3.2 ( Introducción )

**Objetivo:** Practicar las instrucciones básicas de LOGO. Realizar giros de  $90^\circ$  con la Tortuga. Medir con regla las líneas de los dibujos y transferir las medidas de centímetros a pasos de tortuga utilizando la equivalencia de 1 cm. igual a 10 pasos de tortuga.

- Con esta actividad los niños aprenden a transferir las medidas de las líneas, de centímetros a pasos de tortuga para reproducir dibujos hechos en papel, en la pantalla de la computadora. Todos los dibujos requieren hacer giros de  $90^\circ$ , pero

tienen distinto nivel de dificultad por la cantidad y el tamaño de los trazos. Al elaborarlos los niños practican además, las instrucciones de LOGO, los giros de  $90^\circ$  y desarrollan su habilidad para identificar la derecha y la izquierda de la Tortuga en cualquier posición en que ésta se encuentre.

**Material:** Pizarrón, gis, hojas con los dibujos trazados (ver anexo 7), lápices, reglas graduadas, Lenguaje LOGO.

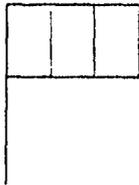
**Duración:** 1 hora.

**Descripción de la actividad:** Los niños deben realizar varios dibujos (fig. 9) en la pantalla de LOGO. Para ello deben medir las líneas con regla y hacer la transferencia de centímetros a pasos de tortuga.

Para que puedan calcular las medidas en pasos de tortuga, el maestro indica a los niños la equivalencia de 10 pasos de tortuga igual a 1 cm.

Fig. 9

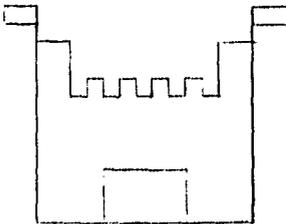
a)



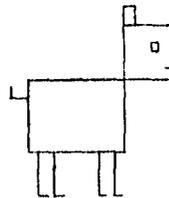
b)



c)



d)



---

## BLOQUE 2 - MEDICIÓN -

---

### Consideraciones generales:

- ◊ En las actividades propuestas para este bloque se sugiere un dibujo específico en cada caso, sin embargo el maestro puede realizar otros dibujos que cuenten con las mismas características y puede ofrecer a los niños dos o más opciones para que ellos elijan el dibujo que quieran hacer. Es conveniente que los niños realicen al menos dos dibujos de cada tipo. En los anexos 8, 9, 10 y 11 se muestran algunos ejemplos de dibujos que pueden ser utilizados en las distintas actividades de este bloque, dependiendo del grado de complejidad que se trabaje.
- ◊ En relación con la duración de las actividades, sólo se puede decir (a partir de un trabajo previo de experimentación) el tiempo aproximado que tardan los niños en realizar los dibujos según el nivel de dificultad de los mismos. La duración de las secuencias varía dependiendo de cada niño y de la cantidad de dibujos que se decidan realizar.

---

### SECUENCIA 2.1

**Objetivo:** Medir ángulos múltiplos de  $45^\circ$ , de  $30^\circ$  y de  $10^\circ$  utilizando Transportadores Transitorios circulares para reproducir dibujos determinados en la pantalla de LOGO.

---

#### Actividad 2.1.1 (medición)

**Objetivo:** Medir ángulos múltiplos de  $45^\circ$  con Transportadores Transitorios para reproducir dibujos determinados en la pantalla de LOGO.

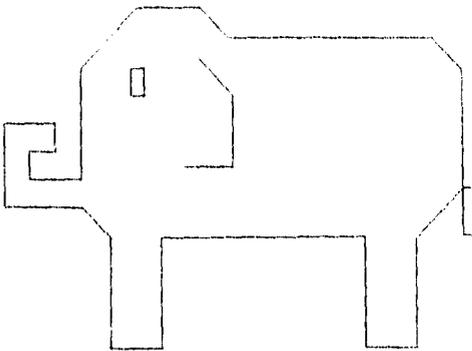
- *Con esta actividad, los niños descubren que el Transportador Transitorio les permite medir los ángulos, independientemente de la posición de las líneas. Medir ángulos se convierte en una actividad funcional para los niños, ya que les permite reproducir los dibujos en la computadora.*

**Material:** Hojas con los dibujos trazados, Transportadores Transitorios circulares con medidas de ángulos múltiplos de  $45^\circ$  (ver anexo 3), reglas, lápices, Lenguaje LOGO

**Duración:** 30 - 40 min.

**Descripción de la actividad:** Los niños tienen que reproducir en la pantalla de LOGO el dibujo que se muestra en la figura 10 o alguno con características similares (ver anexo 8). El maestro les entrega un transportador transitorio con medidas múltiplos de  $45^\circ$  y les explica cómo utilizarlo. Es importante que midan las rectas con regla y hagan la transferencia de centímetros a pasos de tortuga con la equivalencia de  $1 \text{ cm.} = 10$  pasos de tortuga.

Fig. 10



#### Actividad 2.1.2 ( medición )

**Objetivo:** Medir ángulos múltiplos de  $45^\circ$  y de  $30^\circ$  con Transportadores Transitorios, para reproducir dibujos determinados en la pantalla de LOGO.

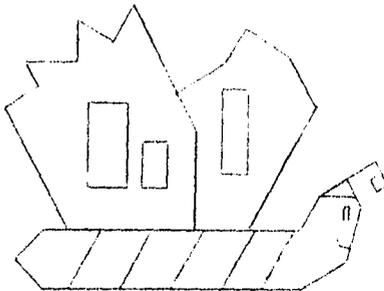
- *En esta actividad se introduce un nuevo transportador con medidas múltiples de  $30^\circ$  (ver anexo 3) y se aumenta la dificultad de los dibujos en relación con los giros, para propiciar el desarrollo de la destreza de los niños en el manejo de los transportadores. Los niños enfrentan dificultades que tienen que resolver desarrollando nuevas estrategias. Para medir los giros tienen que aprender a identificar qué transportador les funciona mejor dependiendo de la magnitud del giro.*

**Material:** Hojas con los dibujos trazados, Transportadores Transitorios circulares con medidas de ángulos múltiples de  $45^\circ$  y de  $30^\circ$ , reglas, lápices, Lenguaje LOGO.

**Duración:** 30 - 40 min.

**Descripción de la actividad:** Los niños tienen que reproducir en la pantalla de LOGO el dibujo que se muestran en la figura 11 o alguno de características similares (ver anexo 9) Para que puedan medir los giros, el maestro les proporciona dos Transportadores Transitorios, uno con medidas de ángulos múltiples de  $30^\circ$  y otro con medidas de múltiples de  $45^\circ$  (ver anexo 3).

Fig. 11



### Actividad 2.1.3 ( medición )

**Objetivo.** Medir ángulos múltiplos de  $10^\circ$  y de  $45^\circ$  con Transportadores Transitorios circulares para reproducir dibujos en la pantalla de LOGO.

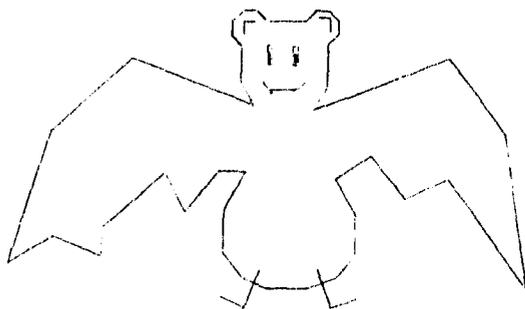
- *Al elaborar los dibujos de esta actividad, en los que se aumenta el rango de medidas de ángulos que se pueden medir, los niños desarrollan su destreza en el manejo de los Transportadores Transitorios circulares.*

**Material:** Hojas con los dibujos trazados, Transportadores Transitorios circulares con medidas de ángulos múltiplos de  $10^\circ$  y de  $45^\circ$ , reglas, lápices, Lenguaje LOGO.

**Duración:** 1 - 1 ½ horas.

**Descripción de la actividad:** El maestro entrega a los niños un dibujo como el que se muestra en la figura 12 o alguno de características similares (ver anexo 10), para que lo elaboren con LOGO. Para medir los giros el maestro les proporciona un nuevo transportador transitorio circular, con medidas de ángulos múltiplos de  $10^\circ$  y el de múltiplos de  $45^\circ$  que ya manejan (ver anexo 3).

Fig. 12



## SECUENCIA 2.2

**Objetivo:** Medir ángulos múltiplos de  $10^\circ$  y de  $5^\circ$  utilizando Transportadores Transitorios de medio círculo para reproducir dibujos determinados en la pantalla de LOGO.

Medir ángulos de cualquier medida con el transportador convencional, para elaborar dibujos libres planeados en papel.

---

### Actividad 2.2.1 ( medición )

**Objetivo:** Medir ángulos múltiplos de  $10^\circ$  y de  $5^\circ$  utilizando un transportador transitorio de medio círculo para reproducir dibujos determinados en la pantalla de LOGO.

- *En esta actividad los niños empiezan a manejar un transportador más parecido al convencional por lo que tienen que enfrentar las nuevas dificultades que implica, como la forma de acomodarlo. Mientras en el transportador circular la línea base marca claramente la forma de acomodarlo, en el transportador de medio círculo, esta línea se encuentra extendida diametralmente (ver anexo 4). Así, para medir un ángulo los niños tienen que fijarse primero si el giro es hacia la derecha o es hacia la izquierda, y con base en ello acomodar la línea base (ver ejemplo en la página 66)*

*Para facilitar el manejo del nuevo transportador transitorio, el primer dibujo que se presente debe ser sencillo (pocos trazos, pocos giros requeridos y líneas no muy cortas)*

*Los niños pueden apoyarse en los transportadores circulares cuando así lo requieran. Esto puede servirles para reconocer las semejanzas entre ambos y facilitarles el manejo del nuevo instrumento.*

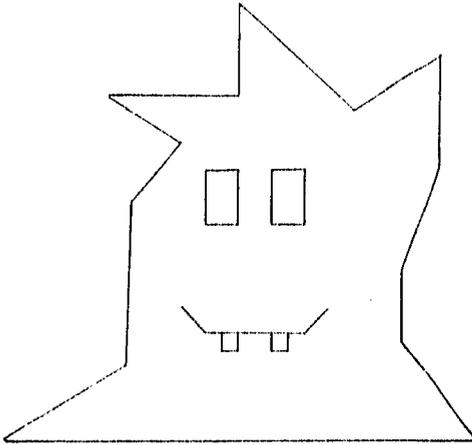
**Material:** Hojas con los dibujos trazados, Transportadores Transitorios de medio círculo con las medidas de ángulos múltiplos de  $10^\circ$ , reglas, lápices, gomas, Lenguaje LOGO.

**Duración:** 1 hora.

**Descripción de la actividad:** Los niños tienen que reproducir en la pantalla de LOGO, el dibujo de la figura 13 o alguno de características similares (ver anexo 10) utilizando el transportador transitorio de medio círculo para medir los giros.

El maestro les explica cómo utilizar el nuevo transportador y les muestra las diferencias de éste en relación con los transportadores circulares. Les proporciona también estos últimos para que los niños se apoyen en ellos si lo necesitan.

Fig. 13

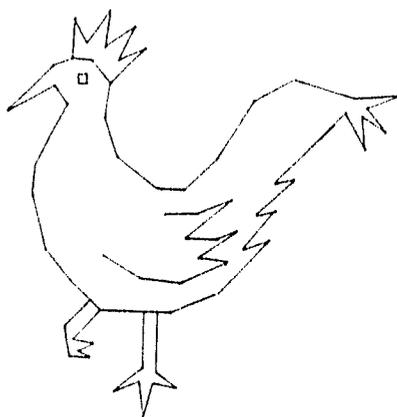


### **Versión 2.**

- *Los dibujos de la versión 2, aumentan en dificultad respecto a los giros porque incluyen ángulos de  $5^\circ$ . Al realizar estos dibujos, los niños tienen que desarrollar su destreza en el manejo del transportador transitorio de medio círculo, ya que éste no indica las medidas con números, de las medidas en grados que terminan en 5; Aparecen señalados sólo con una rayita, de manera que para identificar por ejemplo el 25 hay que fijarse en el 20 y el 30 que se encuentran a los lados.*

Los niños tienen que realizar con la Tortuga el dibujo de la figura 14 o alguno de características similares (ver anexo 11), utilizando el transportador transitorio de medio círculo (ver anexo 4). El dibujo incluye giros de  $5^\circ$ .

Fig. 14



#### Actividad 2.2.2 ( medición )

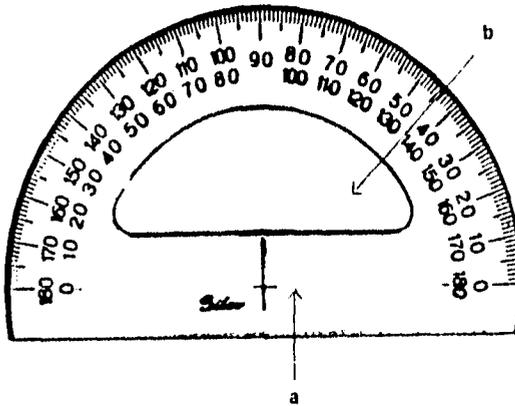
**Objetivo:** Medir ángulos diversos con el transportador convencional, para reproducir en la pantalla de LOGO dibujos libres, previamente diseñados en papel.

- *En esta actividad, dado que los dibujos son libres y no se controlan en ellos las medidas de rectas y ángulos, los niños prueban su destreza para medir ángulos y longitudes de cualquier medida utilizando el transportador convencional y la regla, aun con las nuevas dificultades que el transportador convencional representa (fig. 15): las medidas aparecen en un sólo color, generalmente no tiene marcada la línea base (a) y no tiene las líneas extendidas desde el centro hasta las distintas medidas (b).*

**Material:** Hojas blancas, lápices, reglas, gomas, transportadores convencionales, Lenguaje LOGO.

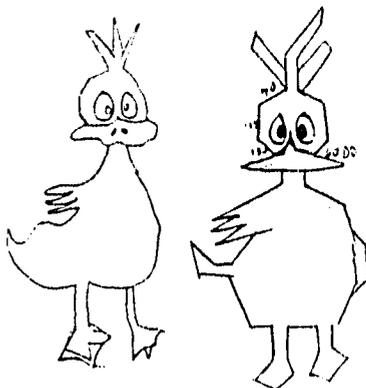
**Duración:** 1 ½ horas.

Fig. 15



**Descripción de la actividad:** Los niños trazan en una hoja el dibujo que ellos quieren. Después lo transforman utilizando regla (fig. 16), de tal manera que sólo tenga líneas rectas (no puede incluir líneas curvas porque no serviría de nada el transportador). Cuando terminan el diseño en papel, lo reproducen con LOGO como lo hicieron en las sesiones pasadas.

Fig. 16



---

### BLOQUE 3 - ESTIMACIÓN Y TRAZO -

---

#### SECUENCIA 3.1

**Objetivo:** Practicar la estimación de ángulos.

---

#### Actividad 3.1.1 ( estimación y trazo)

**Objetivo.** Practicar la estimación de ángulos a través del juego: *Pistas de Carreras*

- *Esta actividad requiere estimar la medida de distintos giros. Los niños lo pueden hacer a partir de identificar los giros de 90°, ya que pueden inferir si el giro que necesitan hacer, es menor o mayor de 90° y qué tan mayor o menor. Al estimar giros, los niños identifican implícitamente ángulos agudos, rectos y obtusos aunque no se manejen todavía con esos nombres.*

**Material:** Acetatos con distintas pistas trazadas (ver anexo 12), Lenguaje LOGO.

**Duración:** 1 hora.

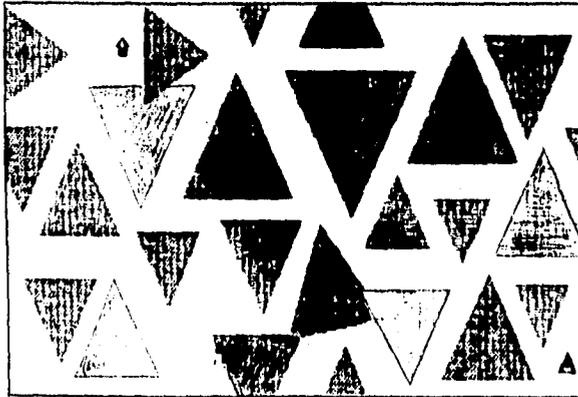


**Material:** Pantallas de LOGO preelaboradas con *los campos minados* (ver anexo 13). Lenguaje LOGO.

**Duración:** 1 ½ horas

**Descripción del juego:** Los niños se sientan por parejas frente a las computadoras. El maestro les explica cómo presentar en la pantalla el primer *campo minado* (fig. 18). Uno de los niños tiene que conducir a la Tortuga hasta su casa sin tocar los obstáculos. El otro niño mientras tanto, toma el papel de juez para evitar que el jugador haga trampa. Cuando el jugador pierde, se intercambian los papeles.

Fig. 18



>MINA 17

Las reglas del juego, que el juez debe vigilar, son:

1. Sólo se permite hacer dos giros antes de cada trazo. *(con esta regla se favorece que los niños, antes de girar a la Tortuga, reflexionen acerca de la dirección y el tamaño del giro).*
2. No se permite utilizar la instrucción Borra
3. El jugador puede seguir el camino que quiera excepto siguiendo los márgenes de la pantalla.

4. El camino puede incluir la cantidad de trazos que el jugador quiera
5. No se puede utilizar transportador

Cuando un jugador consigue librar un campo minado y llevar a la Tortuga a salvo a su casa, puede continuar con el siguiente nivel. Hay dos campos minados con distinto nivel de dificultad (ver anexo 13)

### Actividad 3.1.3 (estimación y trazo)

**Objetivo.** Identificar las características de distintas figuras geométricas a partir de sus ángulos. Medir y trazar ángulos en papel.

- *La actividad combina una tarea en LOGO en la que se siguen manejando giros, con una actividad de medición y trazo en papel en la que los ángulos se consideran como componentes que definen las características de distintas figuras. Además, en la actividad, se manejan de manera convencional los conceptos relacionados con la noción de ángulo (tipos de ángulos según su tamaño: agudo, recto, obtuso y cóncavo; ángulos internos y externos; representaciones gráficas de ángulos aislados, etc.)*

**Material:** Pantallas de LOGO con mitades de figuras geométricas, hojas con mitades de figuras geométricas trazadas (ver anexo 14), lápices, reglas, transportadores, Lenguaje LOGO.

**Duración:** 1 ½ horas.

**Descripción de la actividad:** Trabajando por parejas, los niños completan la mitad simétrica de distintas figuras geométricas en hojas y en la pantalla de LOGO (fig. 19). Pueden hacerlo en el orden que quieran, es decir primero en hoja y luego en computadora o a la inversa. Para ello el maestro les entrega hojas de papel con las figuras a completar y les explica cómo sacar las distintas pantallas\* que contienen las

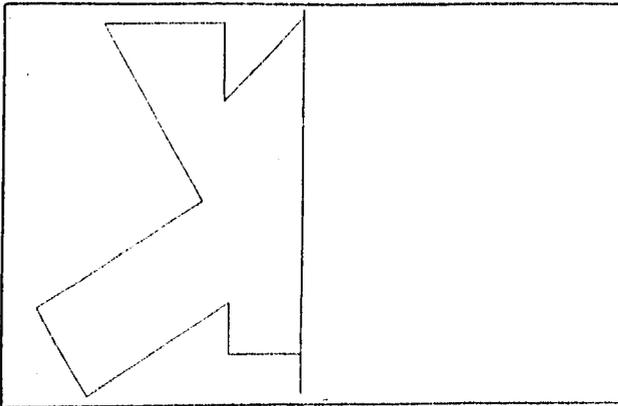
---

\* Para sacar las pantallas es necesario entrar al menú Escuela (ES + enter) elegir la opción Sacar Procedimiento presionando el número 2, elegir con las flechas el nombre del procedimiento (en este caso FIG#) y presionar enter.

figuras a la mitad. Pueden utilizar transportadores y reglas para tomar medidas y es conveniente que usen lápiz para que puedan borrar.

Es importante que realicen cada figura tanto en la hoja como en la computadora, antes de iniciar con la siguiente figura. Tanto las hojas como las pantallas están numeradas para que los niños sigan la secuencia (ver anexo 14).

Fig. 19



Cuando todos terminan las primeras 4 figuras, se interrumpe la actividad y en grupo se comentan las dificultades que encontraron al realizar el ejercicio y qué actividad resultó más difícil para ellos, trazar las figuras en papel o completarlas con LOGO y porqué\*. Comentan también las estrategias que utilizaron para elaborar las figuras tanto en papel como en la computadora.

\* Ambas actividades tienen su grado de dificultad e implican habilidades distintas. Completar una figura en papel implica habilidad manual para trazar, respetando las medidas de las líneas y los ángulos haciendo un uso adecuado de los instrumentos. Por su parte, el completar una figura con LOGO, requiere medir líneas y ángulos correctamente en papel y después traducir a instrucciones de Tortuga los pasos necesarios para trazar la figura en la pantalla.

El maestro aprovecha los comentarios y explicaciones de los niños para indicar los nombres convencionales de los conceptos manejados (ángulos internos y externos de las figuras, ángulos rectos, agudos, obtusos etc.)

Los niños continúan con las siguientes figuras (de la 5 a la 8). Al final comentan en grupo las características de las distintas figuras completas.

## CONCLUSIONES

Es una realidad que el fracaso escolar en matemáticas es un problema complejo que tiene sus raíces en diversos factores. En esta tesis me centré en uno de los factores que considero de mayor relevancia en relación con las dificultades de los niños para aprender ciertos conceptos: el método que se ha utilizado para enseñar la disciplina.

Partiendo de la hipótesis de que el fracaso en matemáticas se puede combatir (al menos parcialmente) a través de propiciar un cambio en el método que se utiliza para enseñarlas, es importante desarrollar los medios para lograrlo. En este sentido, hay que considerar dos aspectos fundamentales, por un lado la elaboración de propuestas didácticas para la enseñanza de conceptos específicos, y por otro, la formación de maestros en torno a la metodología de enseñanza; Este trabajo se basó en una concepción constructivista del conocimiento.

Las propuestas didácticas para trabajar los conceptos específicos, pueden despertar un inicio de cambio en el trabajo dentro del aula. Los nuevos planes y programas oficiales de matemáticas para la educación básica, constituyen un avance importante en este sentido.

Mi trabajo de tesis se abocó a este aspecto: a la elaboración de una propuesta de trabajo en torno al concepto de ángulo.

A partir de una experimentación previa de la propuesta<sup>1</sup>, que nos permitió observar las dificultades de los niños en el aprendizaje de este concepto, y probar la utilidad de las distintas situaciones didácticas y los materiales, fue posible definir y estructurar la serie de actividades que presento en este trabajo. Ahora bien, la propuesta no puede considerarse acabada, es necesario experimentarla de nuevo en el aula<sup>2</sup> y analizar los resultados para depurarla, también es necesario considerar formalmente las condiciones reales en cuanto

---

<sup>1</sup> Como se señaló anteriormente, parte de la propuesta se experimentó con un grupo de niños hipoacúsicos de cuarto grado de primaria, como parte de un proyecto de investigación. El trabajo se llevó a cabo en colaboración con la Lic. Patricia Martínez Falcón en Cómputo para Niños de la Dirección General de Servicios de Cómputo Académico de la UNAM.

<sup>2</sup> La experimentación previa se realizó con un grupo muy pequeño de niños hipoacúsicos. Sería necesario aplicar la propuesta en un grupo de escuela (de niños oyentes) en condiciones regulares.

a la población regular de un grupo, los recursos materiales etc., para obtener una propuesta aplicable al salón de clase. Es preciso también, redactar un texto adecuado para los maestros en el que, además de presentar una descripción de las actividades, se expongan con detalle las razones de la secuencia sugerida, las posibles reacciones, dudas y errores de los niños al aplicar las distintas situaciones didácticas, una guía de la forma adecuada de coordinar el trabajo y orientar a los alumnos, etc.

Los recursos didácticos que pueden ser aprovechados para apoyar la enseñanza de las matemáticas son numerosos y variados. En este trabajo, por el tema en el que se centra la propuesta, incorporé el uso de la computadora por considerarla un instrumento eficaz y atractivo, con el que se pueden diseñar situaciones didácticas de corte constructivista que permiten trabajar el concepto de manera significativa para los niños, graduar la dificultad de las actividades, y propiciar una participación activa y autónoma de los niños frente a la computadora y un papel de orientador por parte del maestro.

Así pues, en la propuesta destacan las siguientes características:

- Fue diseñada con un enfoque constructivista. En contraposición al método tradicional en el que se maneja el ángulo en forma descontextualizada y poco significativa, en la propuesta se introduce el ángulo a través de giros en actividades en las que el concepto adquiere significado y se vuelve funcional para el niño, de manera que le es más fácil comprenderlo y utilizarlo.
- La propuesta aprovecha las ventajas de la computadora como herramienta didáctica, concretamente a través del Lenguaje de programación LOGO, el cual constituye un ambiente gráfico diseñado para dibujar y aprender a la vez diversas nociones matemáticas.

En el caso concreto del ángulo, LOGO es adecuado porque requiere el manejo constante de giros. Para realizar cualquier dibujo, el niño necesita manejar giros, reflexionar cada vez sobre su magnitud y su dirección, y relacionarlos con otros aspectos geométricos (la ubicación espacial, las proporciones, la direccionalidad, las formas) para lograr un proyecto dado. Con las actividades de la propuesta y el uso de LOGO, el manejo de giros resulta significativo y funcional para los niños.

- A través de las actividades se presentan diferentes retos para propiciar la reflexión de los niños en torno a distintos aspectos relacionados con los giros, como la magnitud, la estimación de las medidas y el manejo del transportador.
- Parte importante de la propuesta está encaminada a facilitar el aprendizaje del manejo del transportador. La secuencia de actividades con ese objetivo, combinan el uso de LOGO con el manejo de los Transportadores Transitorios, los cuales constituyen una forma "paulatina" de aprender a manejar el transportador convencional.

En relación con la formación de los maestros, podemos colaborar de distintas maneras para apoyarlos en su labor y para propiciar un cambio en su práctica, hacia una metodología constructivista de enseñanza de las matemáticas.

Este es un aspecto fundamental, que requiere un gran trabajo, ya que no es suficiente contar con el material, la secuencia de actividades para trabajar, el programa etc., para llevar a cabo una dinámica de trabajo diferente en el salón de clases. Es necesario saber cómo organizar los contenidos en una clase, cómo presentarlos, cómo desarrollar las actividades, cómo propiciar la participación de los niños y cómo desempeñar el rol de coordinador.

Una forma de trabajo con un enfoque constructivista, es aparentemente más lenta porque la formalización de los conocimientos llega más tarde de lo que siempre se ha considerado según los antiguos programas. Este es uno de los aspectos que descontrolan más a los maestros y por ello es necesario trabajarlos con ellos, para que se den cuenta de que los niños logran asimilar mejor el significado de los conocimientos, aunque se tarden más.

Finalmente quiero señalar que es importante continuar trabajando para apoyar la enseñanza de las matemáticas en educación primaria: trabajar en el diseño, experimentación y análisis de situaciones didácticas constructivistas para enseñar

conceptos matemáticos específicos, considerando la utilización de nuevas herramientas, como la computadora a través de sus múltiples utilerías, para enriquecer los métodos de enseñanza de esta disciplina.

conceptos matemáticos específicos, considerando la utilización de nuevas herramientas, como la computadora a través de sus múltiples utilerías, para enriquecer los métodos de enseñanza de esta disciplina.

---

---

## **ANEXOS**

---

---

## ANEXO 1

---

**LECCIONES EN LAS QUE SE INTRODUCE LA NOCIÓN DE ÁNGULO.**

**(Libro de texto oficial de Matemáticas para el Cuarto Grado de Primaria)**

---

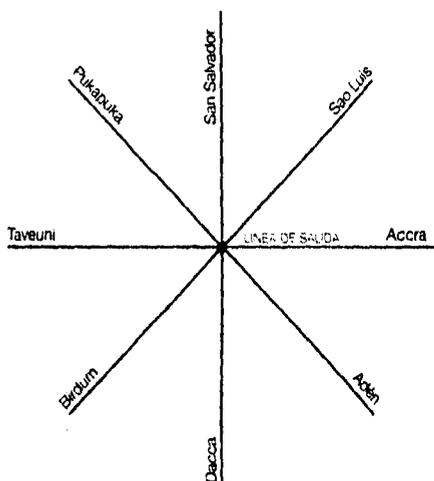
## 16. LA VUELTA AL MUNDO

Durante el recreo, Raul y sus amigos realizan diversos juegos, algunas veces en el patio y otras en el salón.



**1** Reúnete con tu equipo y realicen este juego que se llama "La vuelta al mundo". Necesitan un dado para todo el equipo y un objeto pequeño para cada jugador. Las reglas del juego son las siguientes:

- Todos los jugadores colocan su objeto sobre la línea de salida que hay en el dibujo.
- El jugador que inicia el juego lanza el dado y gira en el sentido que indica la flecha, de acuerdo con la tabla de la derecha. Por ejemplo, si en la primera tirada el dado marca 3, el jugador gira  $\frac{3}{8}$  de vuelta y llega a Pukapuka.
- A partir de la segunda tirada, cada jugador avanza desde donde está su objeto. Por ejemplo, si está en Birdum y el dado marca 4, el jugador gira  $\frac{1}{2}$  vuelta y llega a Sao Luis.
- Cada vez que un jugador llega a Accra o pasa por Accra se anota una vuelta.
- Gana el primer jugador que complete 5 vueltas.



Puntos	Giros
•	$\frac{1}{8}$ de vuelta
• •	$\frac{1}{4}$ de vuelta
• • •	$\frac{1}{2}$ de vuelta
• • • •	$\frac{3}{4}$ de vuelta
• • • • •	1 de vuelta
• • • • • •	$\frac{1}{2}$ de vuelta

- 2 Observa el dibujo de la página anterior para que puedas contestar las siguientes preguntas:

En la primera tirada que hizo Raúl el dado marcó un punto, ¿cuánto giró?

¿A qué ciudad llegó?

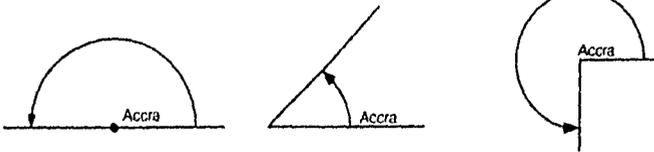
En la segunda tirada Raúl giró  $\frac{1}{4}$  de vuelta, ¿cuántos puntos marcó el dado?

Raúl estaba en Pukapuka, lanzó el dado y llegó a Dacca, ¿cuánto giró?

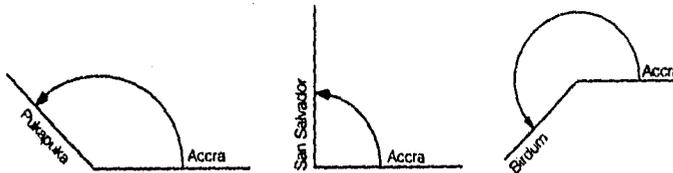
Si Raúl está en Dacca, ¿cuánto le falta para completar una vuelta?

Compara tus respuestas con las de otros compañeros.

- 3 En los siguientes dibujos aparece la línea de salida y la línea de llegada. Anota sobre la línea de llegada la ciudad que corresponda.



- 4 En los siguientes dibujos anota cuánto se giró para ir de Accra a la ciudad de llegada.



- 5 Utiliza el material recortable 7 para dibujar las líneas de llegada que corresponden a los siguientes giros. Si puedes, reproduce este material recortable en papel transparente o plástico.

$\frac{1}{4}$  de vuelta

$\frac{3}{8}$  de vuelta

$\frac{3}{4}$  de vuelta

Accra

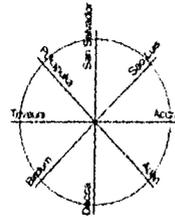
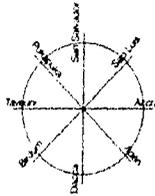
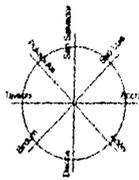
Accra

Accra

## 12. LA VUELTA AL MUNDO EN 360 GRADOS

A Raúl y sus amigos les divirtió mucho el juego de "La vuelta al mundo". Raúl fue el primero que completó las cinco vueltas y ganó.

Observa nuevamente el dibujo que se utilizó en el juego. Está hecho en tres tamaños distintos.



1. Colorea en cada dibujo la línea de salida y la línea de llegada para ir de Accra a Sao Luis.

2. ¿Cuántos octavos de vuelta hay que girar en el dibujo grande para dar una vuelta completa? ¿Cuántos en el dibujo mediano? ¿Cuántos en el dibujo chico?

3. Leo lo que dicen Jaime y Raúl.

¿Quién crees que tiene razón?

¿Por qué?

En el dibujo mediano hay que girar  $\frac{8}{8}$  para dar una vuelta completa. En el dibujo grande hay que girar más de  $\frac{8}{8}$  y en el dibujo pequeño menos de  $\frac{8}{8}$ .

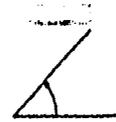
Yo digo que para dar una vuelta completa, en los tres dibujos hay que girar  $\frac{8}{8}$ .



4. Marca, en los tres dibujos de arriba, la línea de salida y la línea de llegada para indicar un giro de  $\frac{1}{4}$  de vuelta. La línea de salida puede ser la de cualquier país.

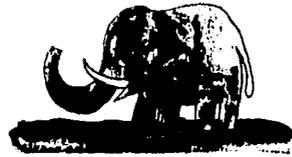
5. Cuando se hace un giro, se describe un ángulo.

Anota en cada dibujo qué fracción de vuelta se giró para formar el ángulo. Puedes ayudarte con los dibujos de arriba.



### 3. EL CAZADOR

Compara tus respuestas y procedimientos con los de tus compañeros.



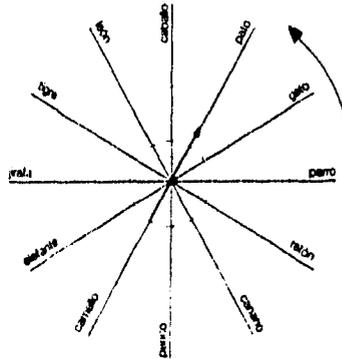
- 1** Para jugar, reune te con un compañero y preparen unas tarjetas de la siguiente manera:
- Tomen 3 hojas blancas y partan cada una en 16 partes iguales. ¿Cuántas tarjetas obtendrán en total?
  - Separen 36 tarjetas y en cada una anoten uno de los nombres que hay en el dibujo de abajo. Debe haber tres tarjetas con el mismo nombre.

#### Reglas del juego

- Se revuelven las tarjetas y se colocan una sobre otra con el nombre hacia abajo.
- Uno de los jugadores toma una tarjeta, la voltea y diga: Veo un pato.
- El mismo jugador toma otra tarjeta, la voltea y diga: Ahora veo un elefante.

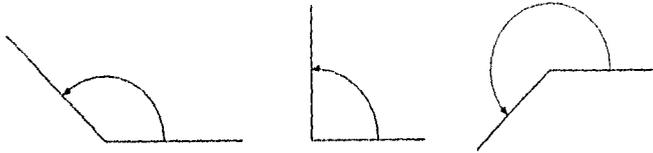


- El otro jugador debe decir cuántos grados gira la flecha, desde la línea donde está el pato hasta la línea donde está el elefante. Los giros se hacen en la dirección indicada en el dibujo.
- Para comprobar, utilicen el material recortable 9. La línea del cero se coloca, en este caso, sobre la línea donde está el pato. Si el jugador acierta, gana un punto.
- En el siguiente turno, le toca al otro jugador sacar las tarjetas.
- Después de 10 rondas, gana el jugador que obtenga más puntos.



**6** Los ángulos también se miden en grados. Un giro de una vuelta completa mide 360 grados. ¿Cuántos grados mide un giro de  $\frac{1}{4}$  de vuelta?

**7** Anota en cada dibujo cuántos grados mide el ángulo. Utiliza el material recortable 7.



**8** Completa la siguiente tabla.

Línea de salida	Línea de llegada	Medida del ángulo en:	
		Vueltas	Grados
Sao Luis	Pukapuka	$\frac{1}{4}$	90
Accra	Taveuni	$\frac{1}{2}$	180
Dacca	Adén	$\frac{1}{8}$	
Birdum	Accra		
Accra	Birdum		
Pukapuka	Sao Luis	$\frac{3}{8}$	

**9** Dibuja en el espacio de abajo tres de los ángulos que aparecen en la tabla. Puedes utilizar el material recortable 7.



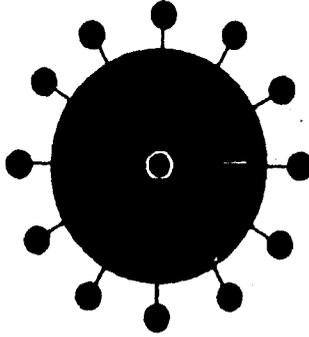
**10** ¿Cuál de los siguientes ángulos mide más?



Comenta tu respuesta con tus compañeros y tu maestro.

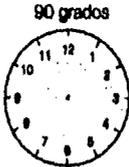
Después de jugar, trata de resolver lo siguiente:

- 2 El dibujo de abajo es un reloj de pared. Obsérvalo para que puedas contestar las preguntas que vienen después.



- Una manecilla marcaba la una y llegó a las tres. ¿Cuántos grados giró?
- Una manecilla marcaba las ocho y llegó a la una. ¿Cuántos grados giró?
- Una manecilla marcaba las diez y giró 180 grados. ¿A qué número llegó?
- Una manecilla marcaba las seis y giró  $\frac{1}{4}$  de vuelta. ¿A qué número llegó?

- 3 Dibuja las dos manecillas de cada reloj para que el ángulo que se forme entre ellas mida:



¿Cuántos grados mide el ángulo formado por la línea de las 3 y la línea de las 12?

¿Cuántos grados mide el ángulo formado por la línea de las 5 y la línea de las 11?

¿Cuántos grados mide el ángulo formado por la línea de las 7 y la línea de las 8?

**Recuerda:**

Los ángulos que miden  $\frac{1}{4}$  de vuelta ó 90 grados se llaman ángulos rectos.

## ANEXO 2

---

**LECCIONES EN LAS QUE SE MANEJA EL ÁNGULO COMO PARTE DE LAS  
CARACTERÍSTICAS DE FIGURAS GEOMÉTRICAS.**

**(Libro de texto oficial de Matemáticas para el Cuarto Grado de Primaria)**

---

## 2. DE CUATRO LADOS

- 1** Recorta las tarjetas de madera recortable 10 y organízalas para jugar en equipo. Las tarjetas con las características se ponen a centro de la mesa con el texto hacia abajo. Cada quien conserva sus tarjetas con figuras. Fíjense como juegan Sonia y sus amigos.

¡Mirando ya una característica de los cuadrados!

¡Aquí está la primera. "Tiene dos pares de lados paralelos".



Entonces cada uno de los demás pone sobre la mesa, sin que se vean, las figuras que tienen esas características.

¡Pero después las volteamos para ver quién se equivocó y quién no!

¡Hay muchas figuras con estas características!



Cuando se hayan terminado las tarjetas, lee otro compañero y empieza nuevamente el juego. ¡Gana el juego quien no se equivoque ni una sola vez!

- 2** Haz con popotes o con tiras de papel las figuras que se indican, luego trázalas y anota su nombre.

Tiene 4 lados iguales.  
No tiene ángulos rectos.

Tiene 2 lados chicos iguales y  
2 lados grandes iguales.  
Tiene 4 ángulos rectos.

Nombre de la figura:

Nombre de la figura:

3 Completa la tabla, como en el ejemplo:

	Todos sus lados son iguales	Tiene dos pares de lados paralelos	Tiene ángulos rectos	Número de ejes de simetría
cuadrado 	si	si	si	4
rombo 		si		2
rectángulo 			si	2
paralelogramo 		si		0
trapezio 		si		1
rectángulo 			si	2
trapezio 		si		1

4 Responde las siguientes preguntas:

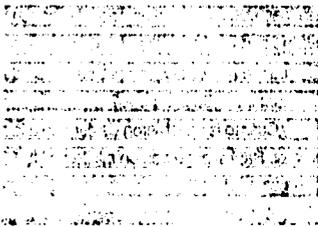
¿Cuáles cuadriláteros tienen 4 lados iguales?

¿Cuáles tienen 4 ángulos rectos?

¿Cuáles tienen lados opuestos paralelos?

¿Cuáles tienen 2 ejes de simetría?

5 Haz un mensaje para decir a un compañero que trace una figura como la siguiente:



Compara tu trabajo con el de tus compañeros.

## 7. DI CÓMO ES

Ramón y sus compañeros van a jugar como en la lección "De cuatro lados", pero ahora con figuras de tres lados.



- 1** Recorta las tarjetas del material recortable 17 y juega en equipo. Fíjate cómo juegan Ramón y sus compañeros:



Cuando se hayan terminado todas las tarjetas, lee otro compañero y empieza nuevamente el juego.

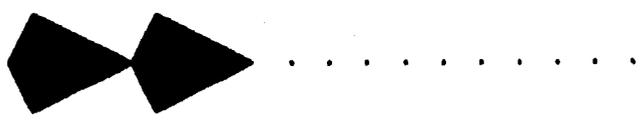
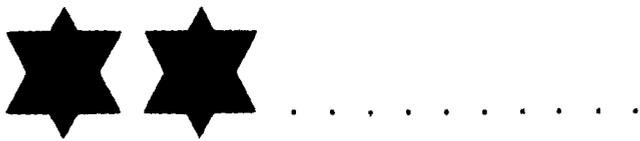
¡Gana el juego el que no se equivoque ni una sola vez!

- 2** Llena la tabla de abajo, anotando los números que corresponden en cada renglón. Fíjate en el ejemplo.

	Lados	Ángulos iguales	Ángulos rectos	Ejes de simetría
	3	3	0	3

**3** Esta es una descripción del triángulo equilátero: Tiene 3 lados iguales, 3 ángulos iguales y 3 ejes de simetría.  
 Escoge un triángulo que aparezca en esta página y descríbelo:

**4** Termina de hacer los adornos:



Haz una descripción de uno de los triángulos rojos:

**Recuerda:** 3 ejes de simetría      1 eje de simetría

triángulo equilátero      triángulo isósceles      triángulo escaleno

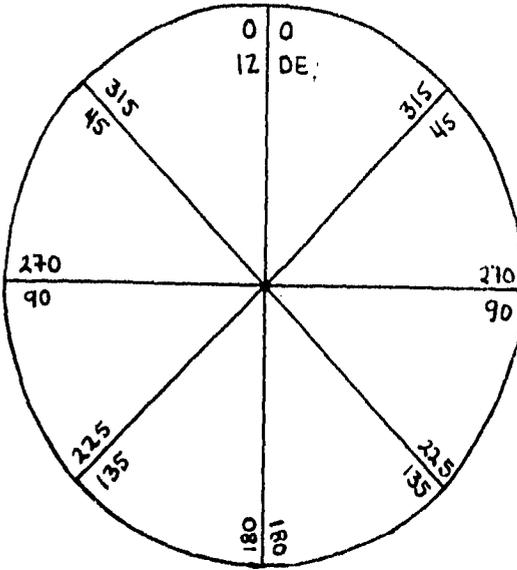
## **ANEXO 3**

---

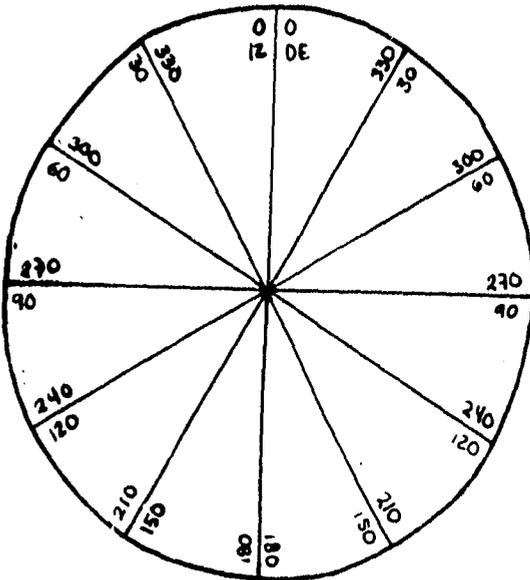
### **TRANSPORTADORES TRANSITORIOS CIRCULARES**

---

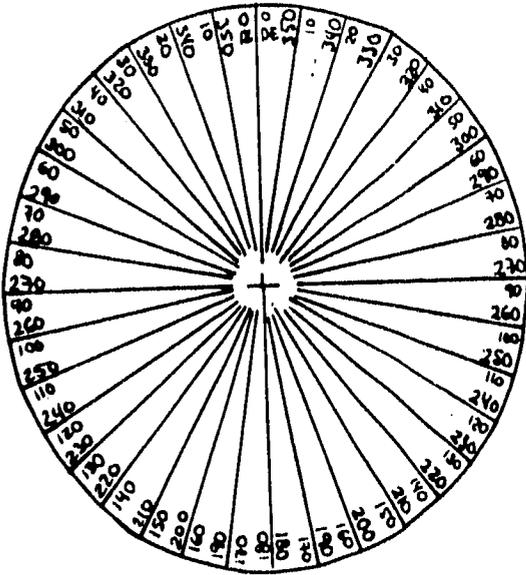
Transportador Transitorio circular con medidas de ángulos múltiplos de 45°



Transportador Transitorio circular con medidas de ángulos múltiplos de 30°



Transportador Transitorio circular con medidas de ángulos múltiplos de 10°



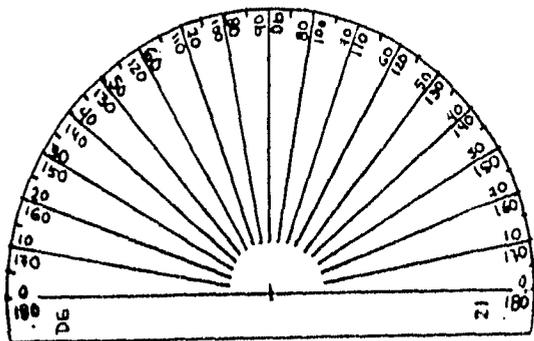
## **ANEXO 4**

---

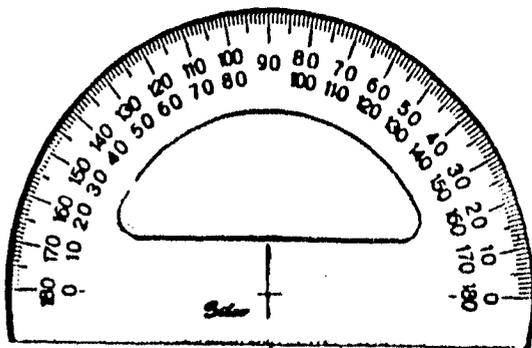
### **TRANSPORTADOR TRANSITORIO DE MEDIO CÍRCULO Y TRANSPORTADOR CONVENCIONAL**

---

Transportador Transitorio de medio círculo



Transportador convencional



## **ANEXO 5**

---

### **HOJAS MODELO PARA LA ACTIVIDAD 1.1.2**

---

TRAZO ORIGINAL  
VERSION 1

EQUIPO .....

• B

• A

EQUIPO INTERPRETE

TRAZO INTERPRETADO. MENSAJE DEL EQUIPO \_\_\_\_\_

VERSION 1

B

A

**HOJA DE MENSAJE**

**EQUIPO: \_\_\_\_\_**

TRAZO ORIGINAL  
VERSION 2

EQUIPO \_\_\_\_\_

• B

• A

TRAZO INTERPRETADO. MENSAJE DEL EQUIPO \_\_\_\_\_

EQUIPO INTERPRETE \_\_\_\_\_

VERSION 2

• B

125

• A

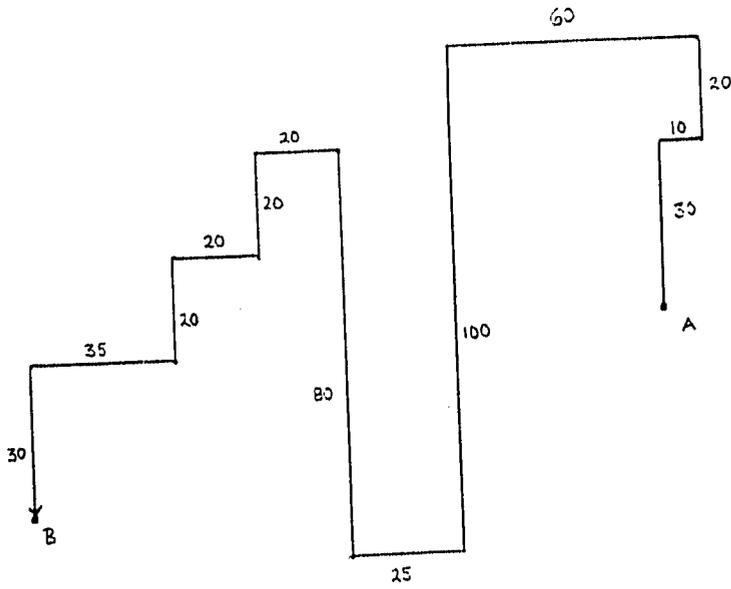
## ANEXO 6

---

HOJA MODELO PARA LA ACTIVIDAD 1.3.1

---

DIBUJO CON MEDIDAS (EN PASOS DE TORTUGA) PARA EL MAESTRO.



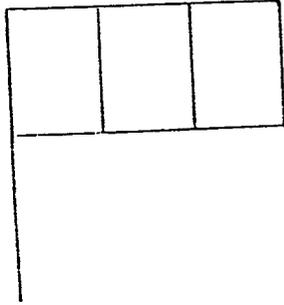
## ANEXO 7

---

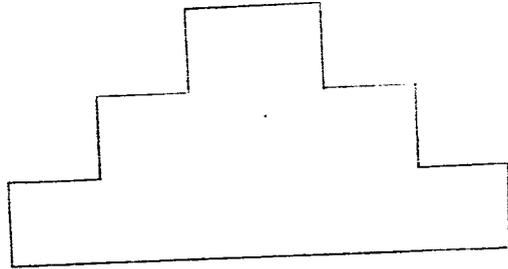
### DIBUJOS PARA LA ACTIVIDAD 1.3.2

---

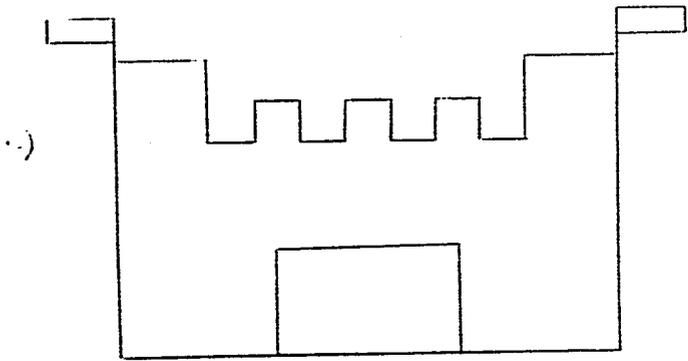
A)



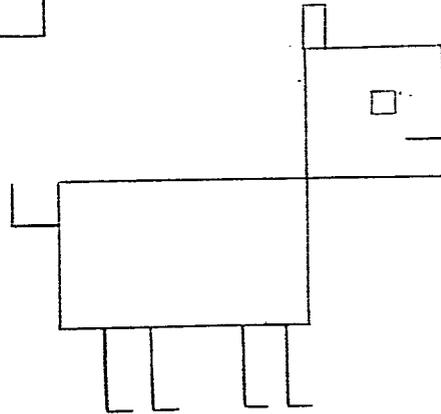
B)



NOMBRE : \_\_\_\_\_



d)

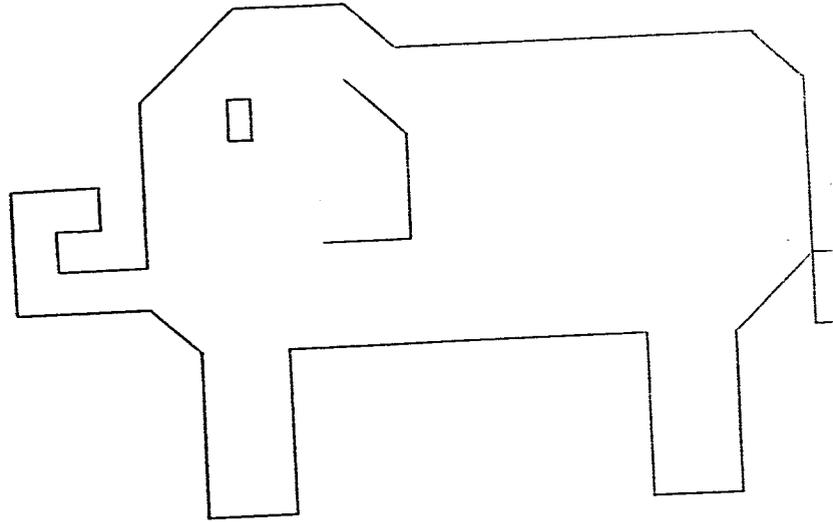


## ANEXO 8

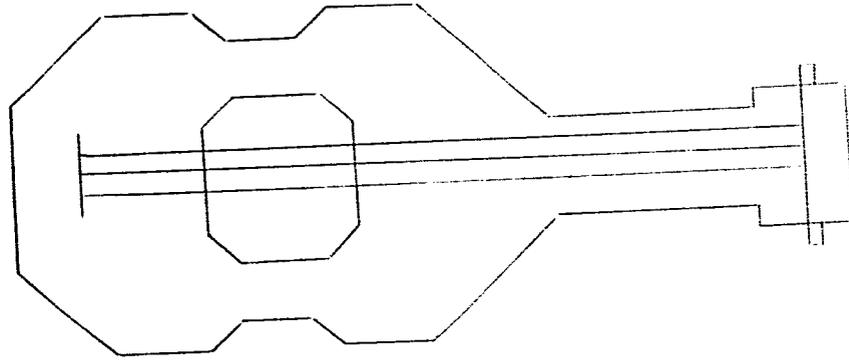
---

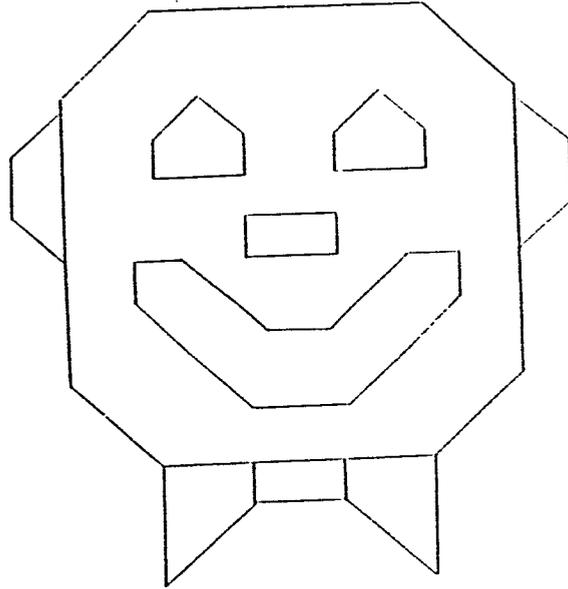
**DIBUJOS QUE REQUIEREN GIROS MÚLTIPLOS DE 45°**

---



NOMBRE : \_\_\_\_\_





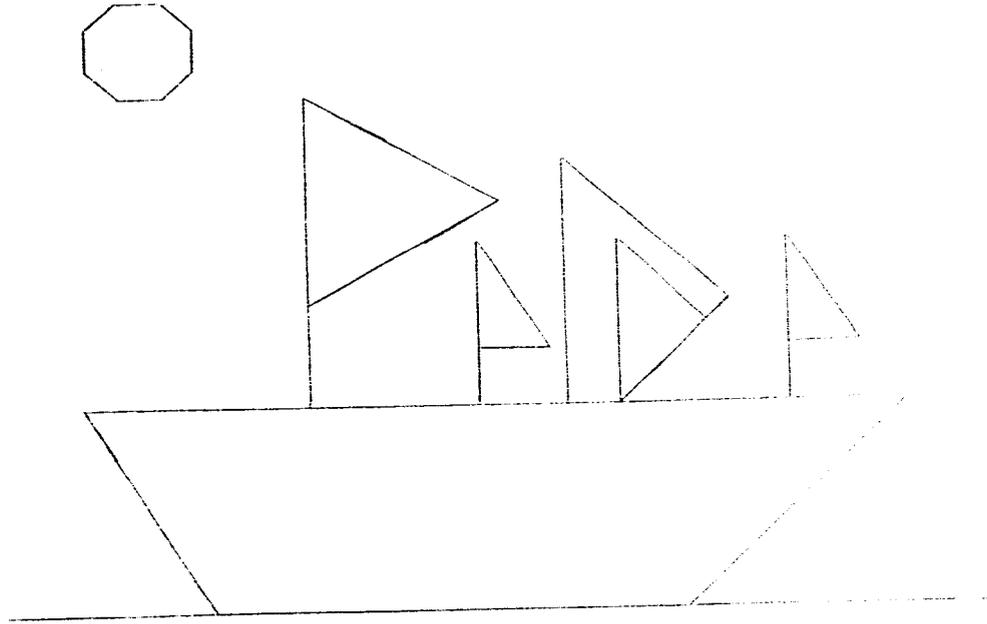
## ANEXO 9

---

DIBUJOS QUE REQUIEREN GIROS MÚLTIPLOS DE  $45^\circ$  Y DE  $30^\circ$

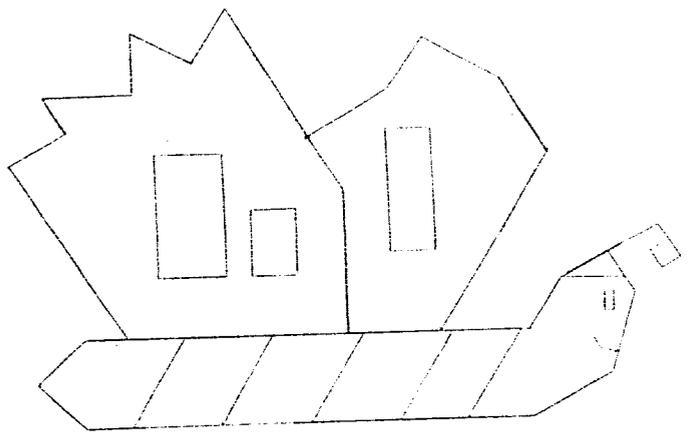
---

FIGURE



001919

NOTABEE : \_\_\_\_\_





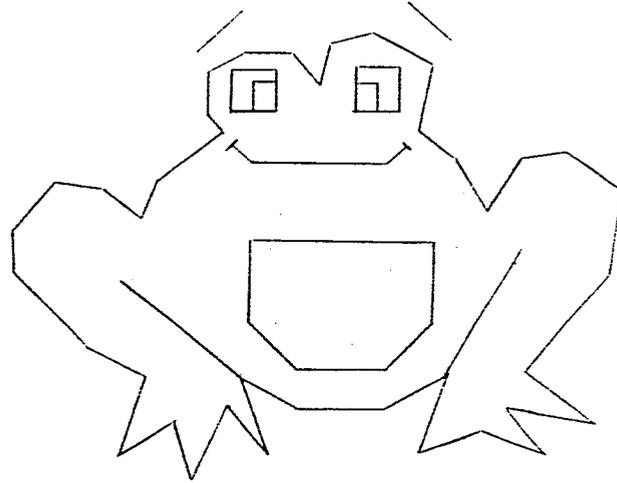
## ANEXO 10

---

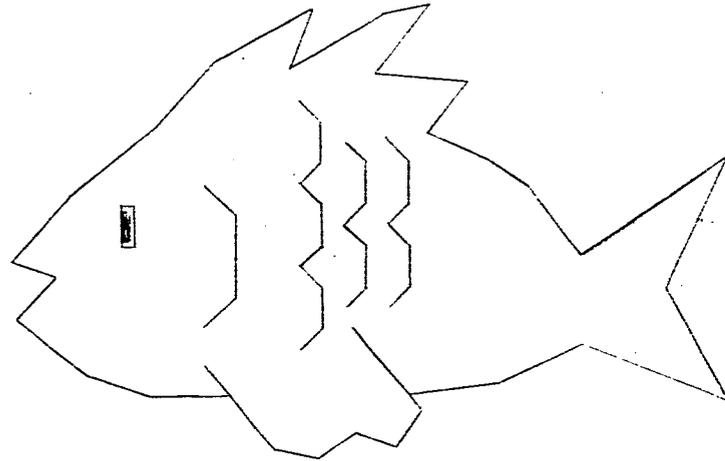
**DIBUJOS QUE REQUIEREN GIROS MÚLTIPLOS DE 45° Y 10°**

---

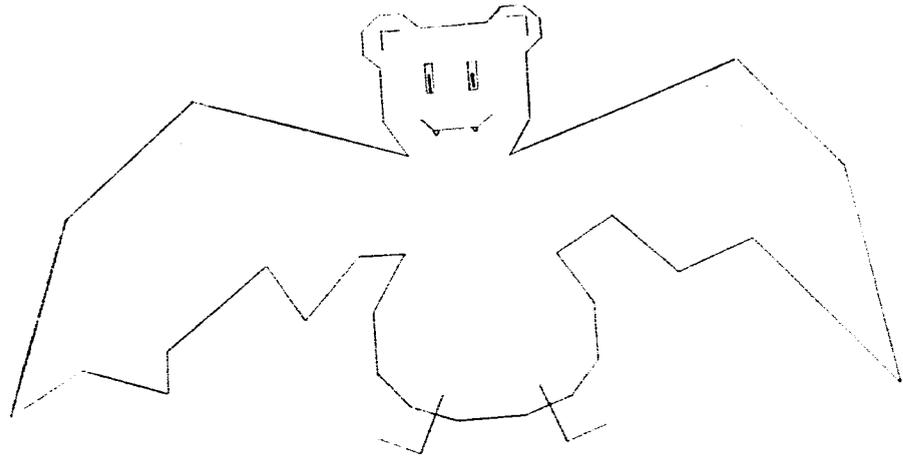
NOBRE : \_\_\_\_\_



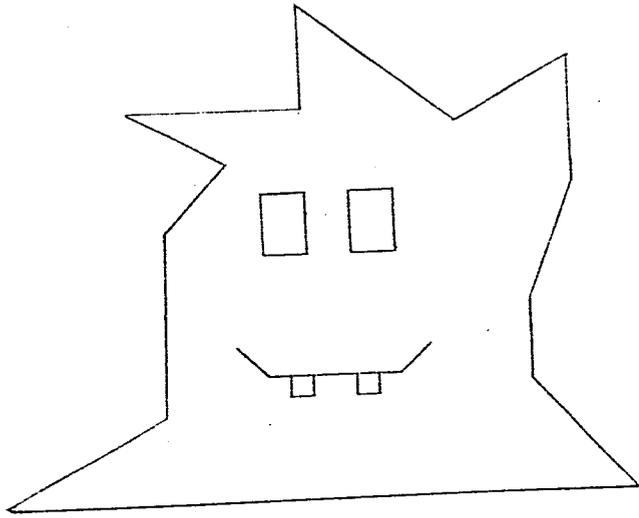
NOMBRE : \_\_\_\_\_

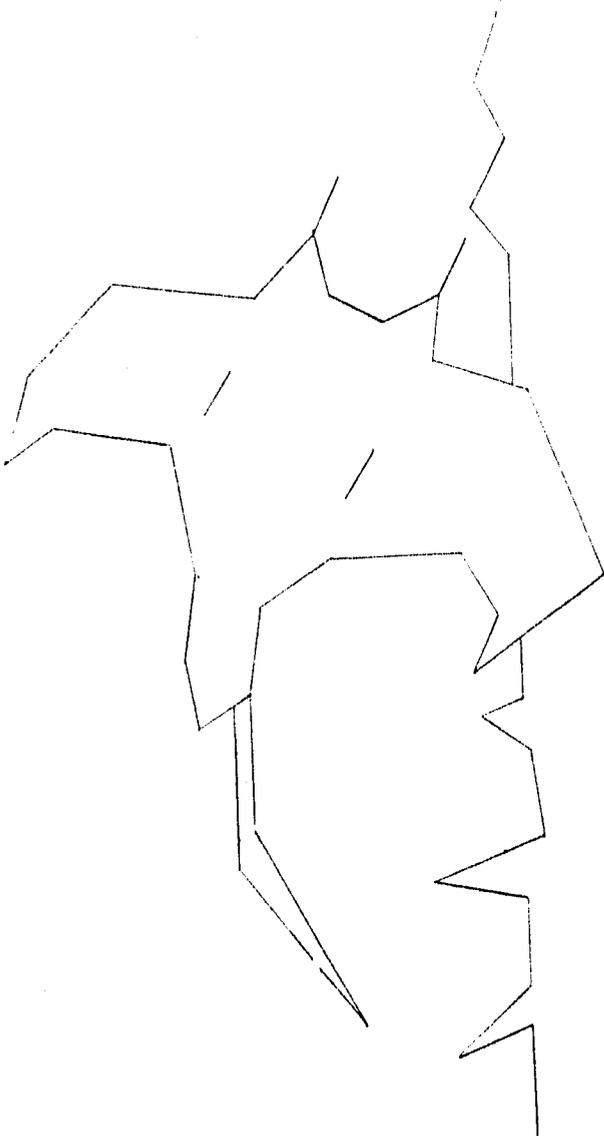


NOMBRE : \_\_\_\_\_



NOMBRE : \_\_\_\_\_





## ANEXO 11

---

DIBUJOS QUE REQUIEREN GIROS MÚLTIPLOS DE 5°

---

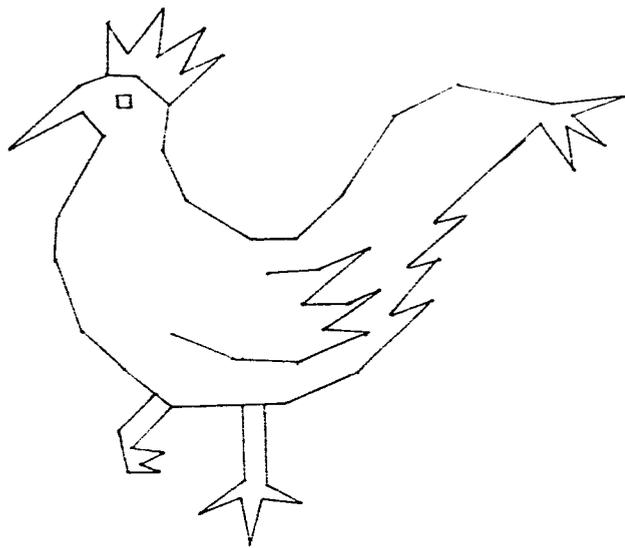
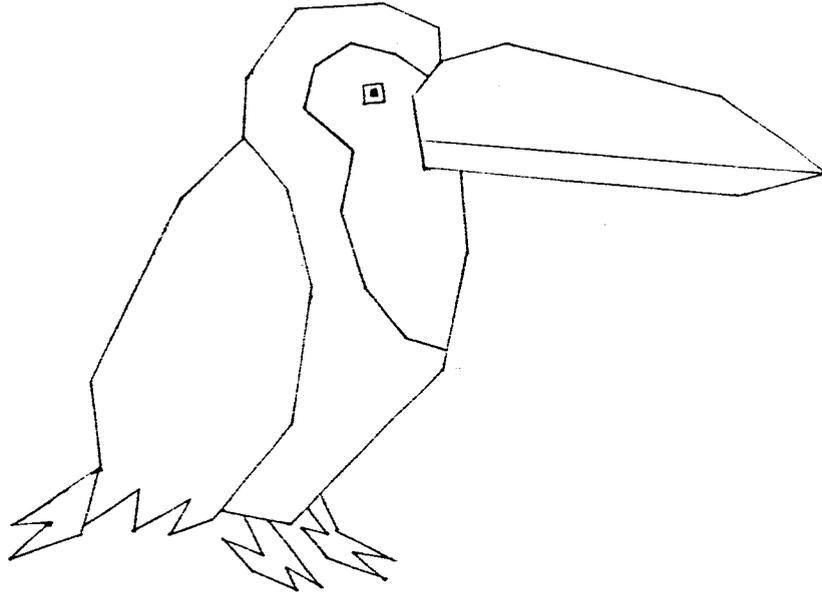
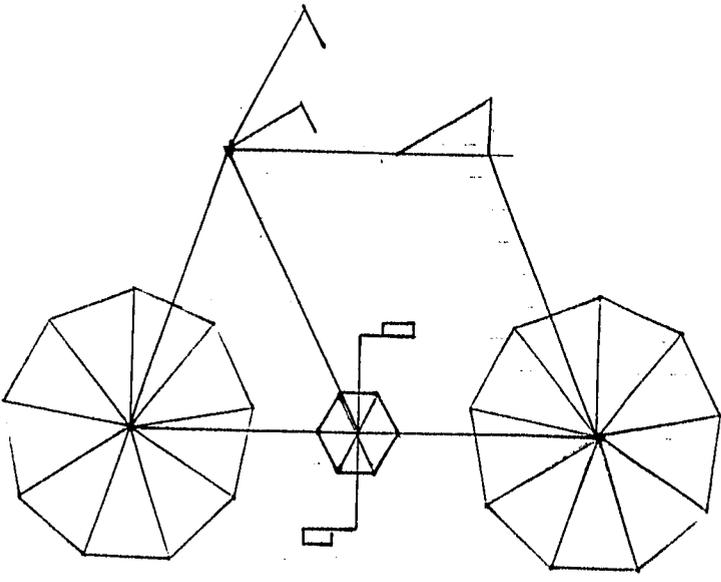
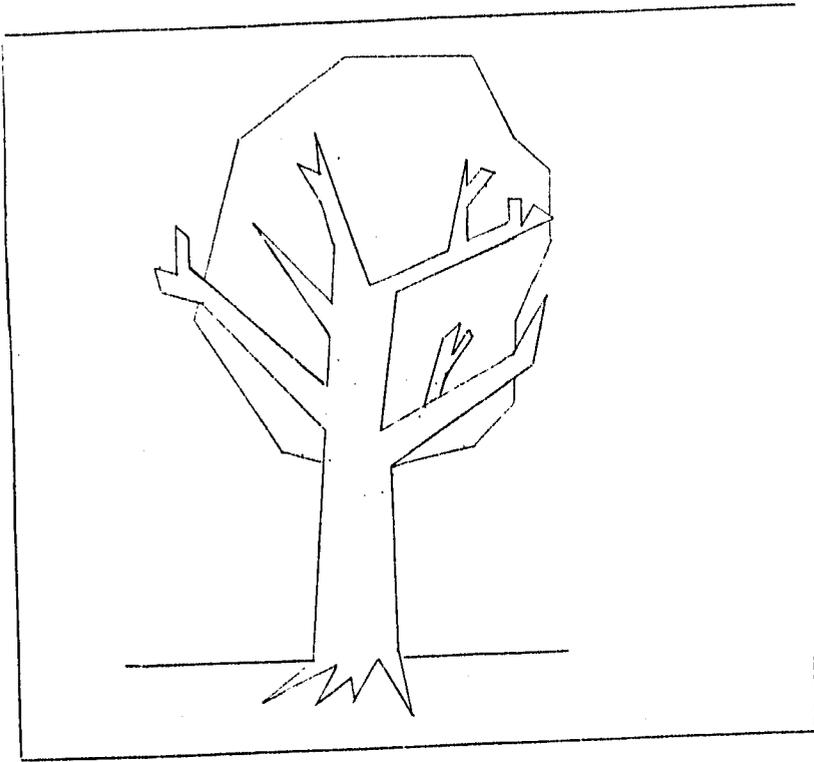
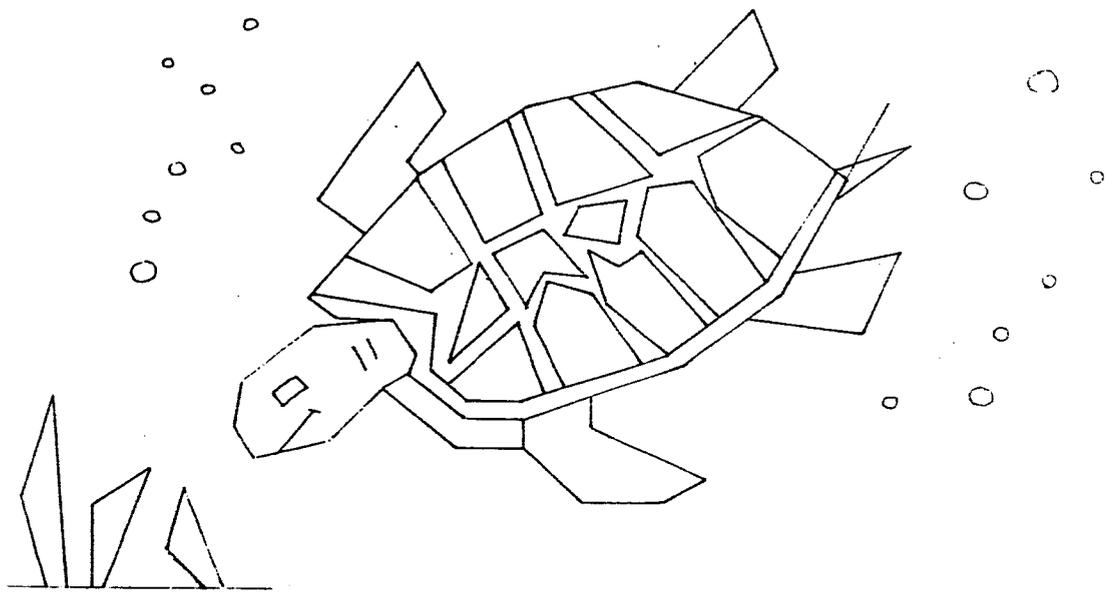


FIGURE 1







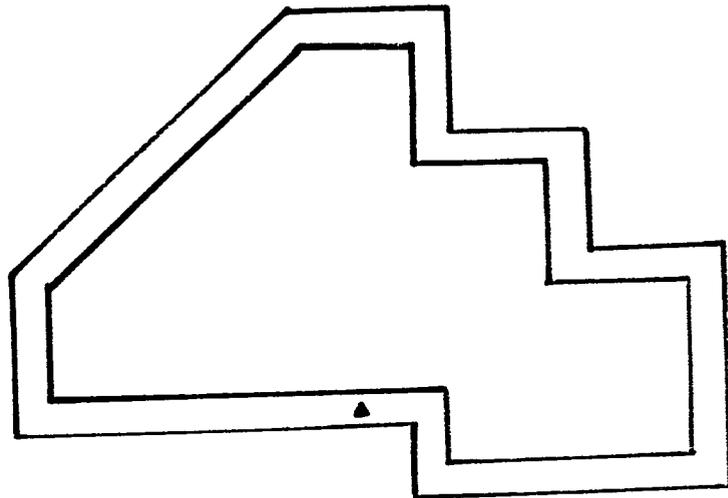


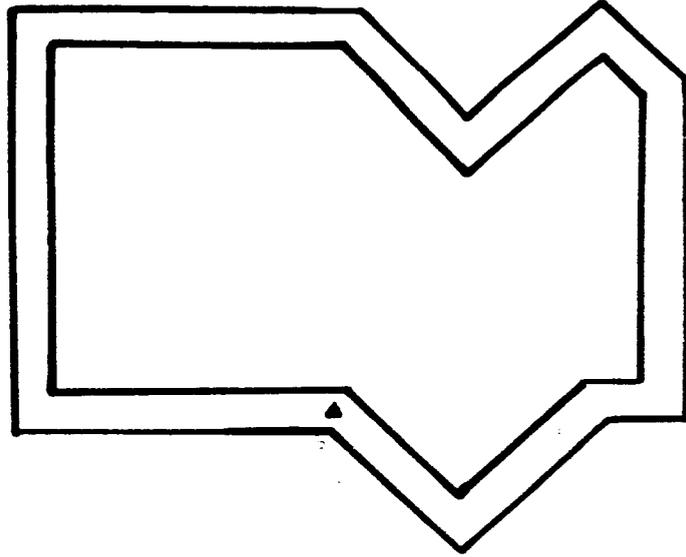
## ANEXO 12

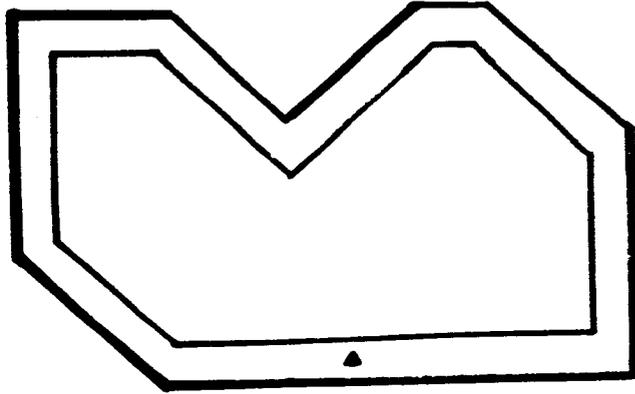
---

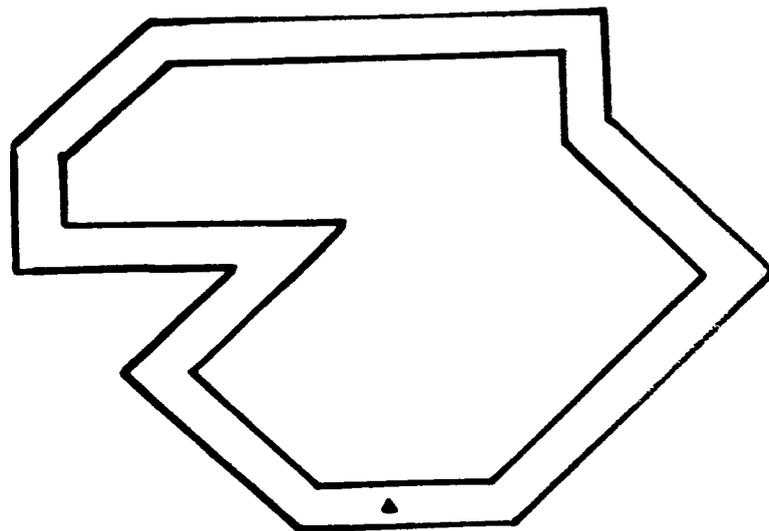
### MODELOS DE LAS PISTAS PARA LA ACTIVIDAD 3.1.1

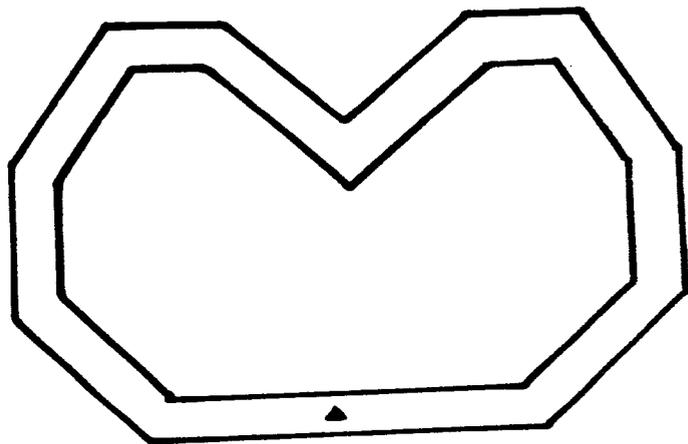
---

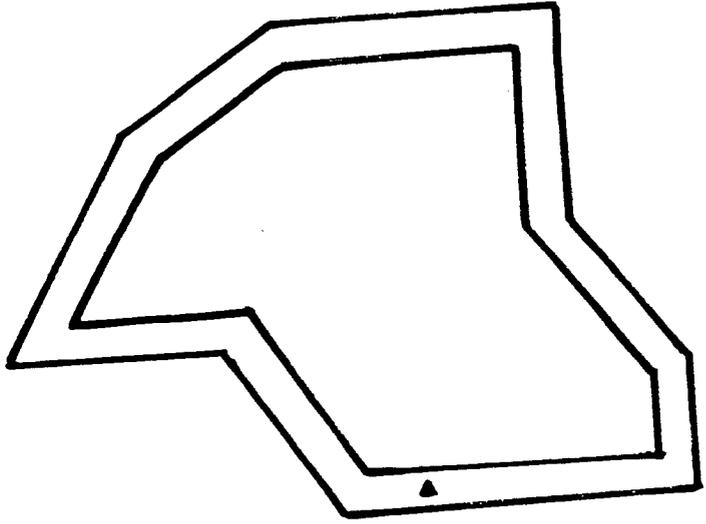










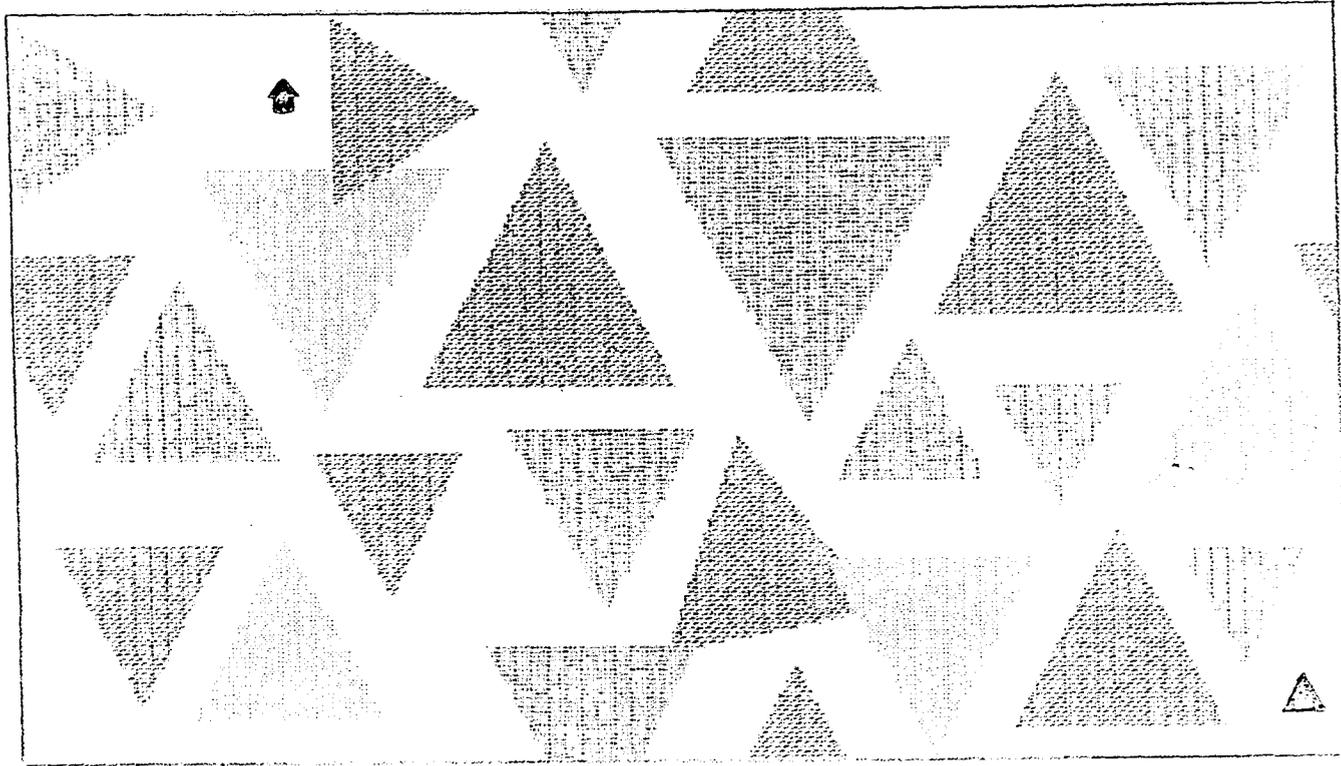


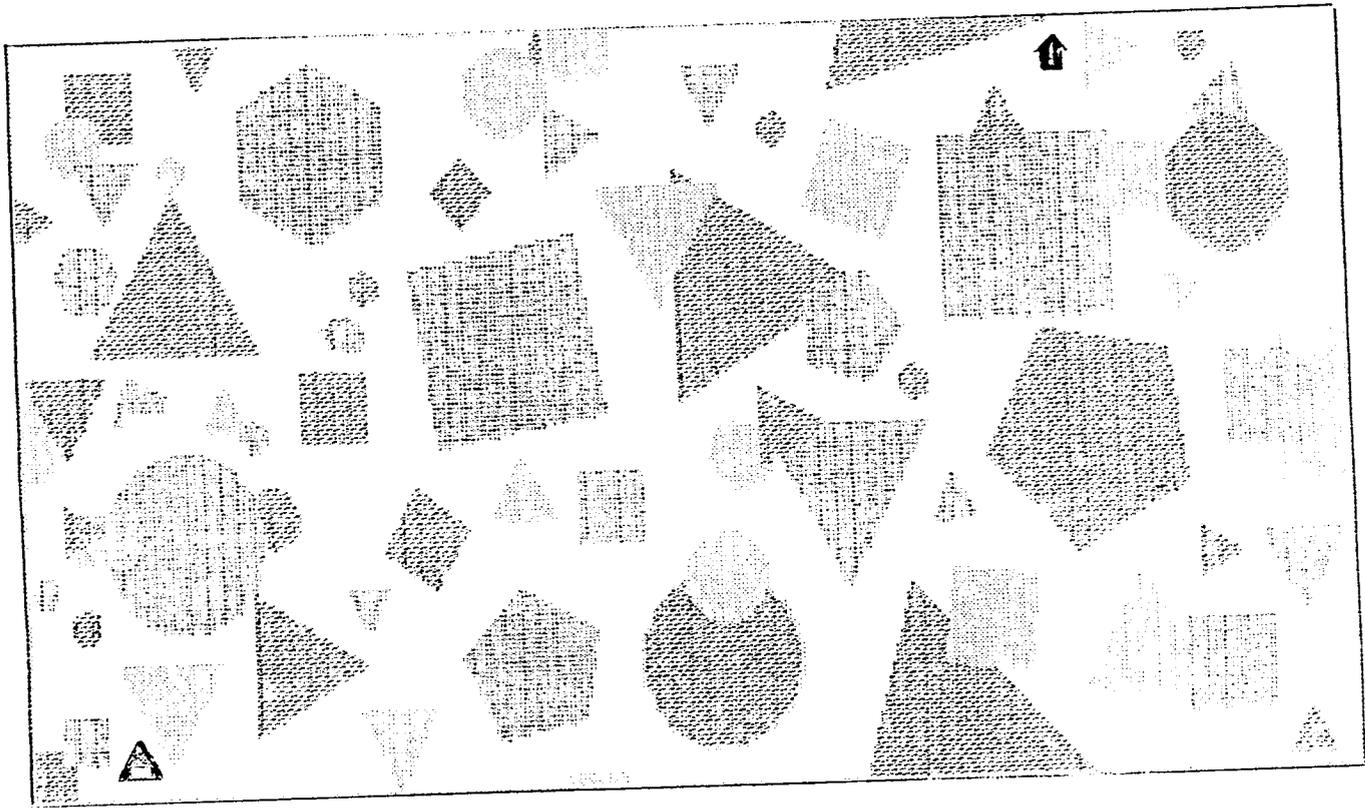
## **ANEXO 13**

---

**COPIA DE LOS CAMPOS MINADOS PARA LA ACTIVIDAD 3.1.2**

---





>MINA20

## **ANEXO 14**

---

### **MITADES SIMÉTRICAS PARA LA ACTIVIDAD 3.1.3**

---

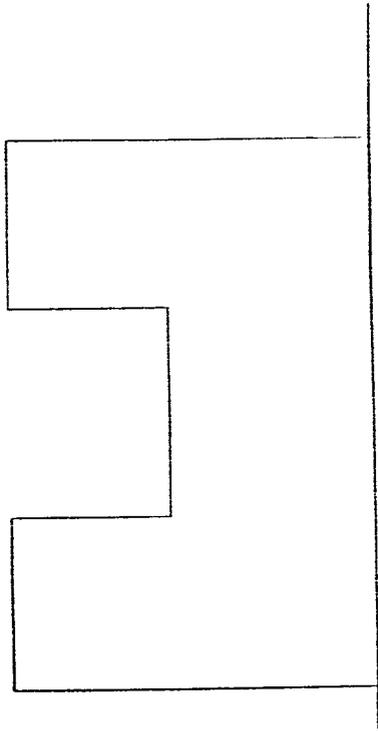


FIGURA 1

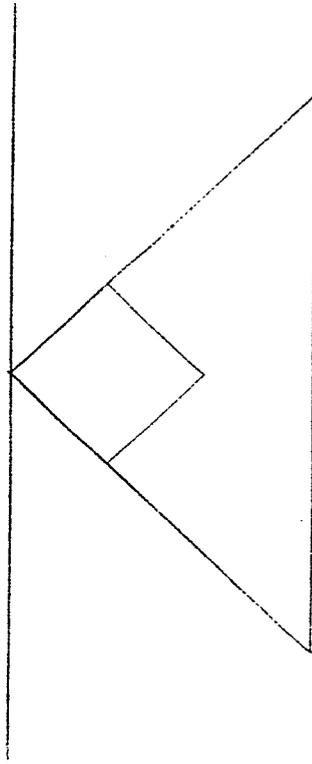


FIGURA 2

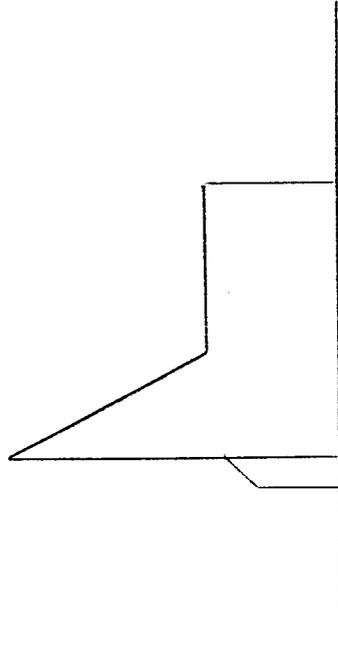
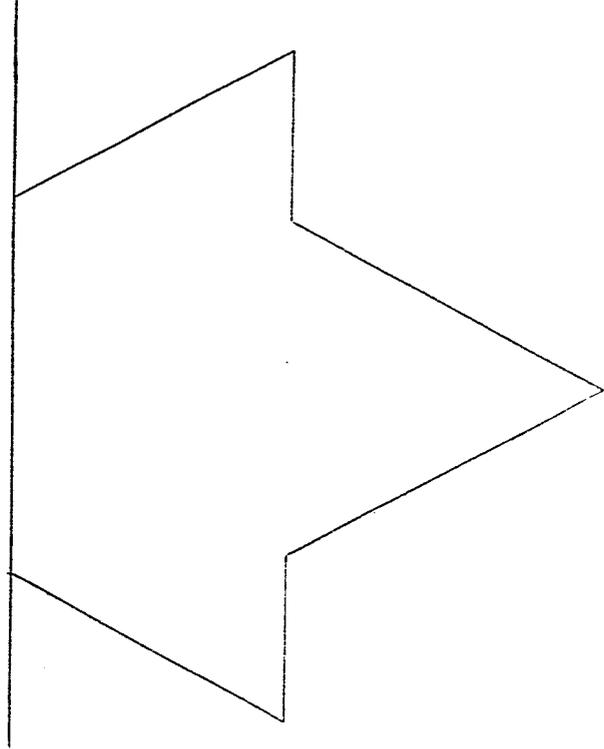


FIGURA 3



**FIGURA 4**

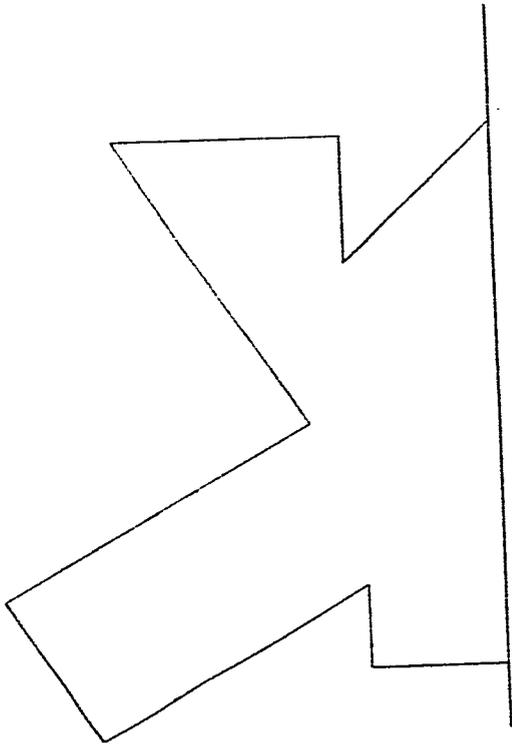


FIGURA 5

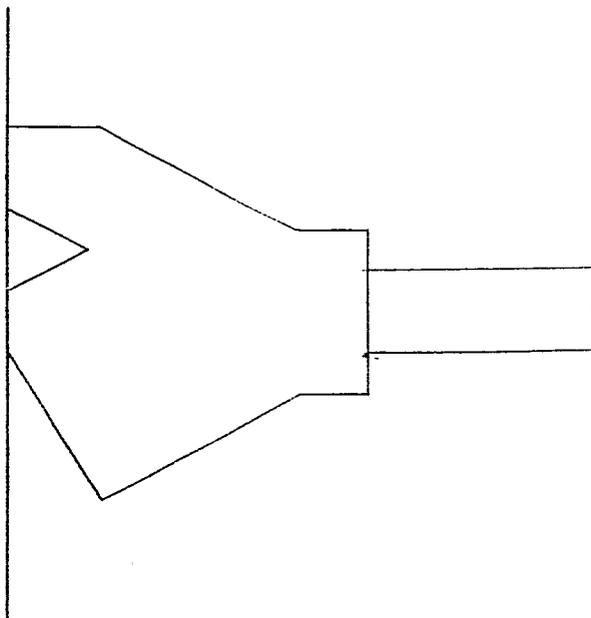


FIGURA 6

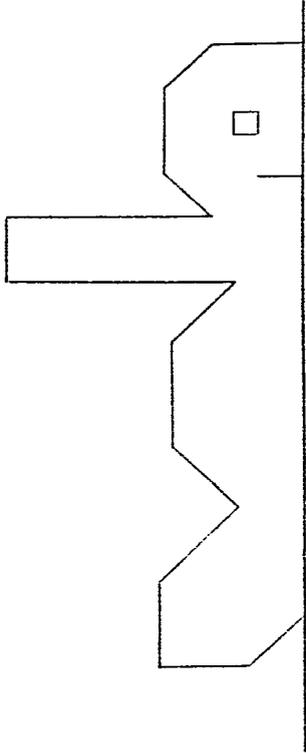


FIGURA 7

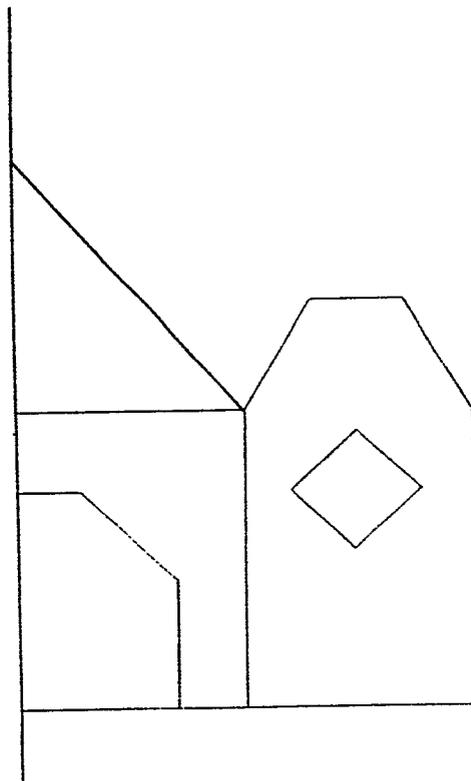


FIGURA 8

## BIBLIOGRAFÍA

- Alvarez, M. C. (1987) Construcción del concepto de ángulo con apoyo de microcomputadora Tesis de maestría. México, Sección de Matemática Educativa, CINVESTAV.
- Alvarez, M. C. (1987) "El manejo de la noción de ángulo en niños de primaria", en: Memorias de la primera reunión centroamericana y del Caribe sobre formación de profesores e investigación en matemática educativa Mérida, Yucatán pp.195-200.
- Avila, A. (1991) "La reforma a las matemáticas en primaria. Lo posible y lo necesario", en: Educación Matemática México, Vol.3, No.3 pp.10-30.
- Balbuena, H., D. Block, I. Fuenlabrada, J. Ortega y R. Valencia (1991) "Reflexiones sobre la modernización educativa. El caso de las matemáticas en los primeros grados de la primaria", en: Educación Matemática México, Vol.3, No.3 pp.31-57.
- Baroody, A. (1988) El pensamiento matemático de los niños Madrid, Aprendizaje Visor 289 p.
- Block, D. (1989) "Una corriente de investigación en didáctica de las matemáticas en el nivel básico", en: Documentos de la Primera Conferencia anual sobre Educación y Desarrollo México, UPN pp. 67-79.
- Block, D. y A. Papacostas (1986). "Didáctica constructivista y matemáticas: una introducción", en: Cero en Conducta. Año 1, No.4. México pp.14-16
- Block, D. y M. Dávila (1993) "La matemática expulsada de la escuela", en: Educación Matemática México, Vol.5, No.3 pp. 39-58
- Block, D., I. Fuenlabrada, A. Carvajal y P. Martínez (1991) Los números y su representación México, SEP, Libros del Rincón 70 p.
- Carraher, T., D. Carraher y A. Schliemann (1994) En la vida diez, en la escuela cero: Los contextos culturales del aprendizaje de las matemáticas México, Siglo XXI 191 p.
- Castelnuovo, E. (1990) Didáctica de la matemática moderna México, Trillas 210 p.

- Chamay, R. (1994) "Aprender (por medio de) la resolución de problemas", en: C. Parra e I. Saiz (comps.) Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones Buenos Aires, Paidós pp. 51-63
- Fuenlabrada, I., D. Block, H. Balbuena, y A. Carvajal (1991) Juega y aprende matemáticas México, SEP, Libros del Rincón 93 p.
- Gálvez, G. (1985) El aprendizaje de la orientación en el espacio urbano Tesis de doctorado. México, DIE-CINVESTAV-IPN.
- Gálvez, G. (1983) "Elementos para el análisis del fracaso escolar en matemáticas", DIE-CINVESTAV-IPN (mimeo)
- Gálvez, G. (1984) "La didáctica de las matemáticas", en: C. Parra e I. Saiz (comps.) Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones Buenos Aires, Paidós pp. 39-50.
- Gálvez, G. (1984) "La geometría, la psicogénesis de las nociones espaciales y la enseñanza de la geometría en la escuela elemental", en: C. Parra e I. Saiz (comps.) Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones Buenos Aires, Paidós pp. 273-295.
- González, M. J. (1992) Geometría, una experiencia docente. Tesis de licenciatura. México, Sección de Matemática Educativa, CINVESTAV-IPN 230 p.
- Kamii, C. y R. De Vries (1991) La teoría de Piaget y la educación preescolar Buenos Aires, Paidós 128 p.
- Kline, M. (1983) El fracaso de la matemática moderna México, Siglo XXI 195 p.
- Lurcat, L. (1983) El fracaso y el desinterés escolar en la escuela primaria México, Gedisa 135 p.
- Mancera, E. (1991) "La matemática en la educación básica: El enfoque de la modernización educativa", en: Educación Matemática, Vol.3, No.3 México pp. 4-9.
- Marastoni, G. (1985) Hagamos geometría México, Roca 284 p.
- Martínez, P. (1988) La computadora como un instrumento para apoyar al niño en el desarrollo de estrategias heurísticas para solucionar problemas. Tesis de Licenciatura México, Colegio de Pedagogía, FFyL - UNAM 314 p.

- Martínez, P. y G. González (1992) "Aprendiendo a medir ángulos con un transportador transitorio", en: Memorias del VIII Simposio Internacional de Computación en la Educación Infantil y Juvenil Cd. Victoria, Tamaulipas pp.238-245.
- Martínez, P. y G. González (1993) "El ángulo, un concepto difícil que puede manejarse fácilmente", en: Memorias del VI Congreso Internacional LOGO Caracas, Venezuela.
- Moreno, A. L. y G. Waldegg (1992). "Constructivismo y educación matemática", en: Educación Matemática México, Vol.4, No.2 pp. 7-15.
- Mullan, A. P. (1985) El ordenador en la educación básica: Problemática y Metodología Barcelona, Gustavo Gili 165 p.
- Papert, S. (1987) Desafío a la mente. Computadoras y Educación Buenos Aires, Galápagos 255 p.
- Piaget, J. (1989) Psicología y Pedagogía México, Ariel 208 p.
- Piaget, J. (1985) Seis estudios de psicología México, Artemisa (Obras Maestras del Pensamiento Contemporáneo) 189 p.
- Rockwell, E. (coord.), D. Block, A. Candela, C. Díaz, I. Fuenlabrada, J. González, L. Navarro, P. Safa, E. Taboada y S. Vernon (1989) Dialogar y Descubrir. Manual del Instructor Comunitario. Niveles I y II México, CONAFE, DIE-CINVESTAV 323 p.
- Rich, B. (1990) Geometría plana con coordenadas México, McGraw Gill (Serie Schaum) 234 p.
- Segarra, M.D y J. Gayan. (1985) LOGO para maestros. El ordenador en la escuela: Propuesta de uso Barcelona, Gustavo Gili 202 p.
- SEP (1994) Avance Programático. Cuarto Grado México, Subsecretaría de Educación Básica. Dirección General de Materiales y Métodos Educativos 109 p.
- SEP (1994) Avance Programático. Quinto Grado México, Subsecretaría de Educación Básica. Dirección General de Materiales y Métodos Educativos 138 p.
- SEP (1994) Avance Programático. Sexto Grado México, Subsecretaría de Educación Básica. Dirección General de Materiales y Métodos Educativos 130 p.

- SEP (1994) Libro para el maestro. Matemáticas. Cuarto Grado México, Subsecretaría de Educación Básica. Dirección General de Materiales y Métodos Educativos 55 p.
- SEP (1993) Libro para el maestro. Matemáticas. Quinto Grado México, Subsecretaría de Educación Básica. Dirección General de Materiales y Métodos Educativos 53 p.
- SEP (1994) Libro para el maestro. Matemáticas. Sexto Grado México, Subsecretaría de Educación Básica. Dirección General de Materiales y Métodos Educativos 77 p.
- SEP (1994) Matemáticas. Cuarto Grado, Libro de texto gratuito México 207 p.
- SEP (1994). Matemáticas. Quinto Grado, Libro de texto gratuito México 207 p.
- SEP (1994). Matemáticas. Sexto Grado, Libro de texto gratuito México 207 p.
- Teberosky, A. y L. Tolchinsky (1995) Más allá de la alfabetización Buenos Aires, Santillana.
- Velasco S. G. (1983) Tratado de Geometría México, Limusa 152 p.