

22

2y

**MODELO PARA LA OPTIMIZACION DEL
TRANSPORTE DE HIDROCARBUROS**





Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE
MÉXICO

22
Luj

ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES
ACATLÁN

MODELO PARA LA OPTIMIZACIÓN DEL TRANSPORTE
DE HIDROCARBUROS

TESIS QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:

LIC. EN MATEMÁTICAS APLICADAS Y COMPUTACIÓN

PRESENTA:

HERNÁNDEZ NAVEDA, FRANCISCO MARTÍN

1996

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

A ti Virginia, mi gran amor, gracias a tu apoyo, cariño y comprensión, pude sacar adelante este trabajo y así realizar uno de mis sueños...

A ti Luisa Fernanda, mi chiquita, éste es uno de tantos esfuerzos que haré por ti...

Para ti Mamá, que con tu apoyo y tus ánimos pude abrirme paso y ahora finalmente terminar...

Para Ustedes Papá y Patricia que con su apoyo pude realizar mis estudios y por fin llegar hasta donde estoy...

A ti Kevin, espero que este trabajo algún día sea un motivante para ti para darle más satisfacciones a nuestros padres...

A Ustedes, mis jefes de Pemex, Ing. Gustavo Pastrana, Ing. Javier Calderón, Mat. Irma Glinz, Ing. Benito Mendoza y ahora mi jefe en la Secretaría de Gobernación, Ing. Daniel Fuentes Rosas, gracias por todo el apoyo recibido...

Para Ustedes mis amigos y familiares...

***A ti Dios, por darme la vida y las ganas de
seguir adelante para triunfar...***

Francisco Marín Hernández Maveda.

TESIS

COMPLETA

CONTENIDO.

	Página
Introducción	1
I. Contextualización.	
1.1 Antecedentes del transporte de hidrocarburos.	
1.1.1 Definición de hidrocarburo y su principal representante.	3
1.1.2. Principales hidrocarburos	
1.1.2.1 Petróleo crudo	4
1.1.2.2 Gas natural	5
1.1.3 Actividades Básicas de Petróleos Mexicanos	
1.1.3.1 Exploración	6
1.1.3.2 Perforación	7
1.1.4 El transporte de hidrocarburos	8
1.1.5 Exploración y Producción. Una Industria Atractiva	10
1.2. La Investigación de Operaciones en la Empresa.	
1.2.1 Introducción a la Optimización	16
1.2.2 Beneficios de un proyecto de Investigación de Operaciones	19
1.2.3 Técnicas propias de la Investigación de Operaciones	21
1.2.4 Investigación de Operaciones en la Empresa	25
II. Problema	28
III. Objetivo	30
IV. Diagnóstico y análisis del problema	
4.1 Modelos	31
4.2. Programación Lineal	33
4.2.1. Teorema Fundamental de la Programación Lineal	37
4.3 Fundamentos de Transporte y Transbordo	38
4.4 Análisis del problema	43

4.4.1 El modelo matemático	
Construcción del modelo con ayuda de la teoría del transbordo.	46
4.4.2 El modelo matemático	
Construcción del modelo que definirá que tubo construir de entre varias opciones	52
V. Propuesta de solución	57
VI. Conclusiones	81
Anexo A.	84
Bibliografía	99

INTRODUCCION.

Dentro del dinámico proceso de modernización que vive actualmente Petróleos Mexicanos, ocupa un lugar preponderante la actualización del equipo material con el que se cuenta ya que no se puede ser eficiente si no se tiene una tecnología moderna; es por eso que PEMEX busca tener un balance en todos los niveles.

La eficiencia y optimización de recursos que busca PEMEX, no puede ser simplemente de ahorro de dinero, porque eso no garantiza eficiencia, sino que es necesario gastarlo adecuadamente, y sólo la tecnología moderna puede dar esas satisfacciones en todos los campos. La informática es una herramienta indispensable para cualquier empresa y esta ayuda a incrementar los índices de eficiencia y productividad de cualquier corporación, precisamente este es el reto que plantea la nueva organización de PEMEX, eficiencia y productividad. Con respecto a la optimización de recursos (petróleo crudo, gas, etc.), PEMEX cuenta con varias áreas dedicadas al análisis de información (tal es el caso de la Subgerencia de Análisis Económico y la Subgerencia de Proyectos de Inversión), que se encargan de seleccionarla para que cumpla con los requerimientos establecidos, de igual manera que el equipo de cómputo, las dos Subgerencias mencionadas, se actualizan constantemente ya que son ellas las que ayudan al Gerente de Planeación a tomar una buena decisión, esto no podría ser posible si no se contara con una tecnología moderna.

El progreso que ha alcanzado la humanidad ha sido tan grande y se debe en gran parte al aprovechamiento de energía proveniente de combustibles fósiles como el carbón y el petróleo. Es por eso que el petróleo ha llegado a ser la fuente de energía principal sobre la cual descansa nuestra civilización.

Dentro de la esfera de PEMEX, existe el llamado transporte de hidrocarburos, que no es más que el envío de aceite o gas de un origen a un destino. Si no está bien planeado, este transporte podría generar costos adicionales que en un momento dado podría rebasar el presupuesto que ya se tiene establecido previamente para ello. Por eso se hace necesario tener un modelo matemático que represente el problema y ayude en su análisis,

planeación y solución . El abordar este tipo de problema, es un reto que tiene, en este caso, el estudiante o el egresado de Matemáticas Aplicadas y Computación (MAC), ya que el problema que se presenta es real y práctico, además es una buena oportunidad para aplicar los conocimientos que se adquirieron durante la estancia en la ENEP Acatlán. El motivo por el cual se realizó este estudio surge de la inquietud de la Subgerencia de Análisis Económico, por no tener un modelo que se refiera a la optimización de los costos del transporte de hidrocarburos, además de la necesidad que pudiera tener en un momento dado ésta, si de pronto se les presentará un problema de este tipo. En lo particular, el estudio referido se me encomendó y acepté con agrado ya que un reto de esta naturaleza no se le puede dejar pasar. Después de estudiarlo consideré que era una buena oportunidad para conocer acerca del tema y posteriormente al verlo más a detalle, decidí que este trabajo lo podía presentar en la escuela con el fin de obtener el grado de Licenciatura. El trabajo lo presento en la modalidad de titulación de Memoria del Desempeño Profesional, ya que es la que mejor se adaptó a mis necesidades académicas y laborales, pues los puntos que están establecidos en ésta, son fáciles de estructurar y además el realizar una memoria es redactar como fue que se dió solución a un problema en el mismo centro de trabajo. Por lo anterior y debido a que todo el material (bibliográfico, computacional y humano) lo tenía disponible, fue por ello que me decidí a utilizar ésta opción. Por tal razón el objetivo del presente trabajo es proponer un modelo matemático que represente la situación del transporte de hidrocarburos. A lo largo del trabajo se presentan las características generales de lo que es PEMEX y la importancia que tiene el transporte de hidrocarburos, se explica también el papel que juega la Investigación de Operaciones en la empresa y finalmente se toma el problema en estudio y se le representa con un modelo matemático, que precisamente es lo que utiliza la Investigación de Operaciones para trabajar.

I. CONTEXTUALIZACION.

1.1 Antecedentes del transporte de hidrocarburos.

1.1.1 Definición de hidrocarburo y su principal representante.

Los hidrocarburos son compuestos orgánicos que contienen solamente carbono e hidrógeno. El petróleo es uno de los principales representantes de los hidrocarburos.

El petróleo proviene del latín petroleum (petra- piedra y oleum-aceite), la palabra petróleo significa aceite de piedra.

El petróleo se encuentra en el subsuelo, contenido en formaciones de tipo arenoso o calcáreo. Asume los tres estados físicos de la materia: sólido, líquido y gaseoso, según su composición, temperatura y presión a que se encuentra.

El color del petróleo varía entre el ámbar y el negro; su densidad es menor que la del agua y siempre se encuentra asociado con gas disuelto en el yacimiento. El petróleo en estado gaseoso es inodoro, incoloro e insípido (como medida de seguridad, se le mezcla un compuesto sulfuroso (mercaptano) para descubrir su presencia y evitar intoxicaciones). En el subsuelo se encuentra por lo general encima de un acuífero, pudiéndose encontrar en la parte superior una capa de gas.

El hidrocarburo no se encuentra distribuido uniformemente en las capas del subsuelo. Es necesario que concurren cuatro condiciones para dar lugar a un yacimiento donde se acumule petróleo y gas.

1. Una roca almacenadora porosa y permeable, en forma tal que bajo presión, el petróleo pueda moverse a través de sus poros de tamaño microscópico.
2. Una roca impermeable sello que evite el escape del petróleo a la superficie.

3. El yacimiento debe tener forma de "trampa", es decir, que las rocas impermeables se encuentran dispuestas en tal forma que el petróleo no pueda moverse hacia los lados.
4. Deben existir rocas cuyo contenido orgánico se haya convertido en petróleo por efecto de la presión y de la temperatura.

Las rocas almacenadoras en las que se ha encontrado petróleo son de muy diversas edades geológicas (desde los terrenos arcaicos o primitivos hasta los modernos o cuaternarios).

1.1.2 Principales hidrocarburos

1.1.2.1 Petróleo Crudo

El petróleo crudo está formado por varios hidrocarburos que comprenden desde el gas licuado hasta el asfalto. Desde el momento en que se extrae del subsuelo puede tomar dos caminos: el primero es que sea llevado directamente a exportación, ya que cumplió con ciertas condiciones que lo destinaron así; y su segundo camino es que sea llevado a refinación. Refinación es el conjunto de una serie de procesos físicos y químicos a los que se somete el petróleo crudo, para obtener de él, por destilación, los diversos hidrocarburos o las familias de hidrocarburos con propiedades físicas y químicas bien definidas.

Es por la aplicación de estos procesos como la refinación puede poner a disposición del consumidor, una amplia gama de productos comerciales:

- a) Energéticos; combustibles específicos para los transportes, la agricultura, la industria, la generación de corriente eléctrica para uso doméstico.
- b) Productos especiales; lubricantes, parafinas, asfaltos, grasas para vehículos, construcción y uso industrial.
- c) Materias primas para la industria petroquímica básica.

Para lograr lo anterior, es necesario someter las materias primas a una serie de pasos de transformación, los cuales están en tres grupos:

- a) *Procesos de destilación del petróleo crudo*; por medio de estos procesos se obtienen distintos condensados, cuyas propiedades corresponden a las de gas licuado, gasolinas, kerosinas o combustible diesel.
- b) *Procesos de desintegración*; en donde el residuo de la destilación del petróleo crudo se somete a una nueva destilación al alto vacío para separar sus componentes menos volátiles, que de acuerdo con las propiedades del petróleo crudo que se trate, serán destinados a lubricantes o a ser desintegrados catalíticamente.
- c) *Procesos de purificación*; estos procesos eliminan de los productos obtenidos por destilación o por desintegración, algunos compuestos que les causan propiedades inconvenientes. Los inconvenientes que presentarían los derivados del petróleo sin éstos tratamientos, serían mal olor y contaminación de la atmósfera al ser quemados.

1.1.2.2 Gas natural

El gas natural es un combustible que se utiliza principalmente tal como se produce, pero a veces es llevado a Petroquímica. Podemos describir Petroquímica como la actividad industrial que elabora productos para la industria de transformación, a partir de materias primas que han tenido su origen en el petróleo, en los gases asociados a él, o en el gas natural.

El gas natural, el gas licuado y la nafta son insumos que producen productos petroquímicos básicos como etileno, propileno, benceno, amoniaco y metanol, de los cuales se derivan muchos otros petroquímicos como el polietileno, el óxido de etileno, el cloruro de vinilo y de etilo.

Los sectores de la industria petroquímica se encuentran divididos en productos de uso final y productos intermedios. En el primer caso se trata de aquellos productos que ya no sufren transformación química. Los segundos, en cambio, sirven de materia prima para elaborar los productos de uso final y otros intermedios, y son obtenidos a partir de los básicos o de otros intermedios.

1.1.3 Actividades Básicas de Petróleos Mexicanos.

1.1.3.1 Exploración.

Las actividades de la industria petrolera comienzan con la exploración, que es el conjunto de tareas de campo y oficina cuyo objetivo consiste en descubrir nuevos yacimientos de hidrocarburos o nuevas extensiones de los existentes.

La exploración petrolera en nuestros días puede dividirse en varias etapas:

- a) Trabajos de reconocimiento.
- b) Trabajos de detalle.
- c) Estudios para la localización de pozos exploratorios.
- d) Análisis de los resultados obtenidos para programar la perforación de nuevos pozos.

Los trabajos de reconocimiento se encargan de estudiar las condiciones geológicas de un área para estimar las posibilidades de que contenga hidrocarburos en el subsuelo.

Los trabajos de detalle se realizan en áreas seleccionadas con las mayores posibilidades, tratando de definir los lugares donde las capas del subsuelo presenten características apropiadas para la acumulación de petróleo.

La información obtenida en las exploraciones geológicas y geofísicas se analiza cuidadosamente para decidir los sitios donde deben perforarse los pozos exploratorios.

Durante la perforación de estos pozos, geólogos, geofísicos y paleontólogos estudian las muestras de roca cortadas en el pozo, haciendo periódicamente mediciones dentro del mismo. Los resultados de estos estudios definen las capas del subsuelo que contienen hidrocarburos y de las cuales puede extraerse petróleo.

1.1.3.2 Perforación.

Con base en los descubrimientos logrados por los trabajos de exploración, empiezan las actividades de explotación que desarrollan los campos petroleros, tomando en cuenta los siguientes factores, entre los más importantes:

- 1) Dimensión de la estructura.
- 2) Espesor del estrato productor.
- 3) Posibilidades de producción.
- 4) Número de localizaciones a perforarse.
- 5) Análisis económico de la cantidad de equipos de perforación necesarios.
- 6) Construcción de caminos de acceso.
- 7) Condiciones de habitabilidad.
- 8) Aprovisionamiento de agua y combustibles.

Una vez que se ha aprobado la localización de un pozo se construye el camino de acceso, se transportan los materiales y el equipo de perforación.

En el programa de perforación se indica la profundidad del pozo y las tuberías de revestimiento que han de cementarse.

Cuando se ha cementado la última tubería y se ha probado con presión, el pozo se pone en explotación, usualmente mediante la técnica de terminación permanente, que consiste en llenar el pozo con agua, introducir la tubería de producción, instalar el árbol de válvulas y poner y hacer estallar las cargas explosivas frente a la roca que contiene el hidrocarburo. Después se abre el pozo para que fluya por sí mismo, o se le sondea si es necesario.

Finalmente, el pozo ya en producción, se conecta a la tubería de descarga para conducir el hidrocarburo a la batería de separación que segrega el aceite del gas, los cuales continúan su curso por ductos diferentes.

1.1.4 El transporte de hidrocarburos.

De los pozos, refinerías y plantas de tratamiento se obtienen diversos productos que se transportan por ductos o tuberías a las centrales de almacenamiento y distribución, o de una planta a otra. Estos ductos se han venido construyendo bajo la conveniencia de hacer circular los productos petrolíferos a menor costo, sin mermas por derrama y con un mínimo de riesgo tanto para el producto como para la seguridad de los trabajadores.

Son las arterias ocultas en la tierra por donde circulan los millones de litros de hidrocarburos en todas sus modalidades: crudo, gases, refinados y petroquímicos, unos para su transformación, otros listos para su consumo.

Las tuberías se tienden salvando los obstáculos topográficos que condicionan el trazo, contándose entre los más comunes los ríos, lagunas, pantanos, barrancas, canales, carreteras y vías de ferrocarril. En cada caso se estudia concienzudamente la clase de tendido a realizar, que puede ser enterrado, subfluvial o aéreo. Normalmente los tendidos son subterráneos, señalándose la línea de tendido con unos letreros amarillos que indican la zona de precaución, en la cual no debe haber excavación ni ningún tipo de instalaciones.

Para asegurar su resistencia a los diversos agentes que pueden causar deterioro, los ductos se revisten con alquitrán de hulla, fibra de vidrio y felpa de asbesto. Con ello se evita la corrosión. El espesor de estos recubrimientos varía entre 0.2 y hasta 0.48 pulgadas, según los usos, las condiciones geológicas y el clima del lugar.

Los cruzamientos subfluviales se tienden a suficiente profundidad para evitar las erosiones propias del lecho del río, lastrándose para mantener la tubería sumergida. Los cruzamientos aéreos se construyen con orugas de dilatación, antes y después del cruce, para absorber las elongaciones y contracciones de la tubería expuesta a los cambios de temperatura.

En el trayecto del tendido se instalan estaciones de compresión de bombeo, provistas de instrumentos de control y sistemas para impulsar los hidrocarburos a su destino.

Con una red actual de ductos de más de 50 mil kilómetros de extensión, la empresa nacional transporta diariamente casi el total de su producción de crudo, gas, petrolíferos y petroquímicos. Para el desplazamiento de éstos volúmenes trabajan más de 70 estaciones de compresión y bombeo, mecanismos atendidos por cerca de cuatro mil especialistas y obreros, número de trabajadores similar al que ocupa toda la empresa ecuatoriana del petróleo.

Los ductos, que no contaminan la atmósfera ni modifican la ecología, han contribuido también a descongestionar el transporte terrestre de productos petrolíferos.

Aspecto de gran importancia debido a la peligrosidad potencial que tienen los ductos, es la vigilancia y el mantenimiento que requieren constantemente. Se realiza una inspección cada 15 días por vía aérea, y cada 11 días se cubre la misma distancia de derecho de vía por tierra. Provistos de equipo especial, los vigilantes reponen aquellos tramos que presentan mayor incidencia de problemas. Algunos de los accidentes han ocurrido por negligencia de gentes ajenas a la empresa, y que desconocen o pasan por alto las señales de advertencia. Daños de la tubería han sucedido por el impacto de equipo o de maquinaria pesada, el rodamiento de grandes vehículos y el asentamiento irregular de inmuebles.

1.1.5 Exploración y Producción: Una industria Atractiva.

La industria mexicana de exploración y producción petrolera ocupa un lugar significativo entre los países productores del mundo, gracias a sus volúmenes de reservas y producción de crudo y gas.

PEMEX EXPLORACION Y PRODUCCION (PEP) es una nueva empresa surgida de la reestructuración de Petróleos Mexicanos, cuyas funciones sustantivas, la exploración y la producción de hidrocarburos, definen su nombre y su razón de ser.

Los recursos naturales de México proporcionan reservas petroleras importantes; los costos de descubrimiento y desarrollo son relativamente bajos comparados con los de otros productores internacionales; la producción promedio de los pozos mexicanos es superior a la media internacional. Estas características colocan a esta industria en una posición privilegiada a nivel mundial. Un cuadro comparativo ilustra la posición de México hasta 1993.

PRODUCCION DE PETROLEO CRUDO, PRINCIPALES PAISES, 1993

PAIS PRODUCTOR	PRODUCCION 1993 *
1. Arabia Saudita	8,082
2. C.E.I.	7,854
3. EE.UU.	6,842
4. Irán	3,637
5. China	2,908
6. México	2,673
7. Venezuela	2,335
8. Noruega	2,288
9. E.A.U.	2,193
10. Nigeria	1,896
11. Reino Unido	1,933
12. Kuwait	1,869
13. Canadá	1,667
14. Libia	1,369
15. Indonesia	1,326

* La producción está dada en MBD (Miles de Barriles Diarios)

PRODUCCION DE GAS NATURAL, PRINCIPALES PAISES, 1993

PAIS PRODUCTOR	PRODUCCION 1993 *
1. C.E.I.	73,619
2. EE.UU.	52,679
3. Canadá	15,139
4. Holanda	8,253
5. Reino Unido	6,113
6. Indonesia	5,154
7. Argelia	4,895
8. México	3,576
9. Arabia Saudita	3,108
10. Irán	2,788
11. Noruega	2,400
12. E.A.U.	2,354
13. Australia	2,321
14. Venezuela	2,156
15. Rumania	2,063

* La producción está dada en MMPCD (Millones de Pies Cúbicos Diarios)

Desde años atrás, la industria petrolera mexicana ha participado crecientemente en el mercado internacional. Además de satisfacer la demanda interna de hidrocarburos y en un alto porcentaje la de energía primaria, su aportación como generadora de divisas ha sido fundamental para el desarrollo de nuestro país. El porcentaje del PIB (Producto Interno Bruto) que aporta PEMEX a la economía nacional es de un 5% aproximadamente.

Ahora bien, en el presente documento se estará hablando de términos como orígenes, destinos y transbordos, que para el trabajo no es más que lo siguiente:

- Se entiende por origen como el (los) yacimiento(s) existente(s) en un campo de producción.
- Por transbordo como el lugar donde se almacenará temporalmente el hidrocarburo con el fin de pasarlo a la Central de Almacenamiento.

- Y por destino, como el lugar final donde se va almacenar el hidrocarburo, también se referirá al destino como Central de Almacenamiento.

La pregunta a contestar es, ¿cuántos orígenes, transbordos y destinos hay en México?

Existen tantos orígenes como campos de producción existan, en este momento se manejan 73 campos de producción y 25 Centrales de Almacenamiento aproximadamente, con la salvedad que dos de las Centrales (ubicadas en la región Marina) manejan el 70 % de la producción nacional. Un campo de producción es un conglomerado de varios yacimientos, aunque un campo puede tener solamente un yacimiento; un yacimiento es un lugar sellado en donde existe una acumulación de hidrocarburo; y para extraer el hidrocarburo del yacimiento se hace por medio de pozos. Para el manejo de la zona petrolera del país, PEMEX a dividido a la República en 3 regiones, la región Norte, la región Sur y la región Marina. Entre las zonas petroleras o campos de producción en México están:

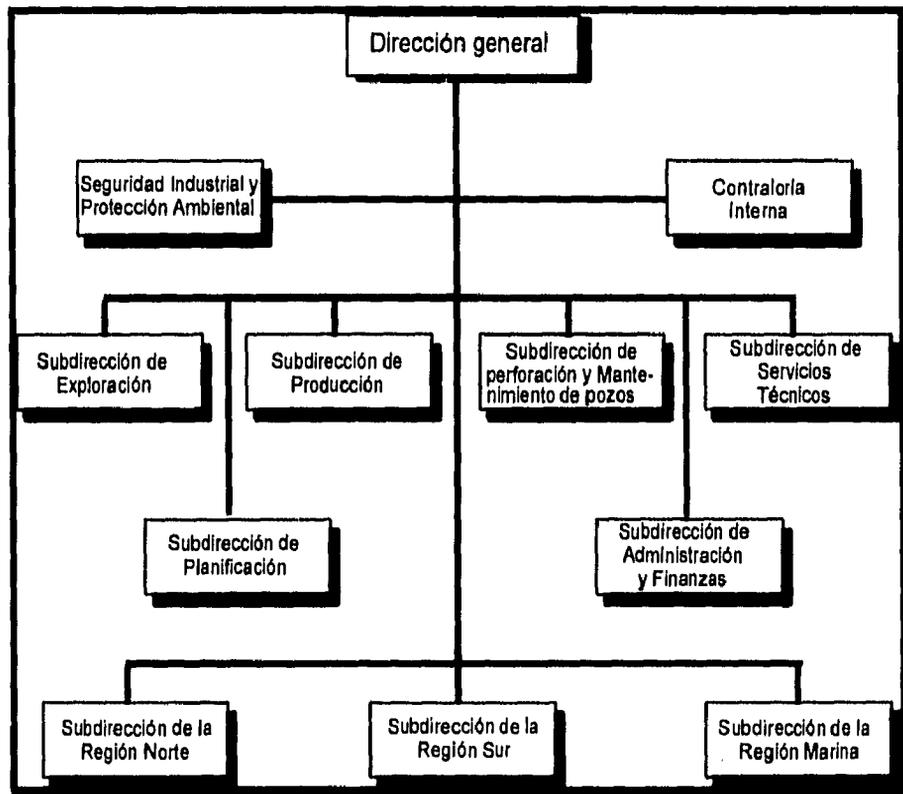
De la Región Norte	De la Región Sur	De la Región Marina
• Chicontepec	• Samaria	• Zaap-Maloob
• Poza Rica	• Giraldas	• Batab
• Matapionche	• José Colomo	• Ixtoc
• Etc.	• Etc.	• Etc.

Los nombres de los campos petroleros que se mencionan arriba son sus nombres reales, se menciona esto ya que en el trabajo que se va a presentar (la red que se va a manejar en este trabajo), no se manejan los nombres reales de los campos de petroleros, los nombres que se manejan son letras, en caso de que el nodo sea origen se le distingue por una letra "o"; si el nodo es transbordo, por una letra "t" y si el nodo es destino por la letra "d".

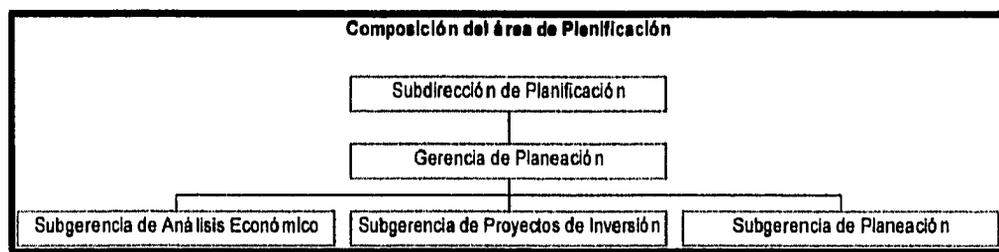
La situación anterior es por política de la empresa, ya que no se me autorizó que imprimiera los nombres reales de los nodos de la red, solamente su información.

El trabajo que se presenta surge en la Subgerencia de Análisis Económico, que forma parte de la Gerencia de Planeación y a su vez de la Subdirección de Planificación de PEMEX-Exploración y Producción. Los siguientes esquemas darán una mejor idea de donde está ubicada la Gerencia de Planeación de PEP:

Estructura organizativa de PEMEX - Exploración y Producción.



Petróleos Mexicanos y el área de Planificación.



Cabe hacer mención que dentro de Petróleos Mexicanos los lugares donde se hacen estudios de Investigación de Operaciones es precisamente en la Subdirección de Planificación de PEMEX-Exploración y Producción, en la Subdirección de PEMEX-Refinación y en la Unidad de Planeación Estratégica. Como comentario podemos decir que empresas como la Comisión Federal de Electricidad (CFE), la Secretaría de Recursos Hidráulicos (SARH), el Banco de México entre otros realizan también estudios de Investigación de Operaciones.

Como comentario adicional, la Subgerencia de Análisis Económico como encargada de hacer estudios de Investigación de Operaciones en PEMEX-Exploración y Producción, tiene en su haber varios modelos matemáticos que han sido utilizados en las distintas áreas de PEMEX en la República Mexicana, algunos de esos modelos matemáticos son:

- Modelo para la Selección Óptima de Proyectos de Inversión
- Modelos de Costos de Transporte
- Modelo para la Evaluación Técnica y Económica Probabilística de Proyectos de Desarrollo de Campos

- **Modelo para la Evaluación Técnica y Económica de los Proyectos de Explotación y Mantenimiento**

1.2. La Investigación de Operaciones en la Empresa.

1.2.1 Introducción a la Optimización.

Se han dado muchas definiciones de lo que es la Investigación de Operaciones (I.O.), algunas de ellas han dado origen a numerosas polémicas, discusiones y contradicciones, en este trabajo haremos uso de la definición de Churchman, Ackoff y Arnoff, bastante aceptada entre el grupo de técnicos de I.O., y que dice:

La Investigación de Operaciones es la aplicación, por grupos interdisciplinarios, del método científico a problemas relacionados con el control de las organizaciones o sistemas (hombre-máquina) a fin de que se produzcan soluciones que mejor sirvan a los objetivos de toda la organización.

De la definición anterior podemos resaltar las siguientes palabras: organización, sistema, grupos interdisciplinarios, objetivo y metodología científica, con el propósito de ampliar el significado de cada una de ellas.

- 1) "Una organización se puede interpretar como un sistema, ya que de esa manera se facilita su entendimiento. Todo sistema, tiene componentes e interacciones entre los mismos, algunas de éstas son controlables y otras no. El comportamiento de cualquiera de sus partes o componentes tiene efectos directos e indirectos con el total de la organización. Quizás no todos esos efectos sean importantes, o más aún, posibles de detectar. Por ello, es importante que exista un procedimiento sistemático que logre, por un lado, identificar aquellas interacciones de una organización que tengan efectos de importancia y, por otro lado, logre identificar los componentes controlables asociados. Uno de estos procedimientos sistemáticos es la Investigación de Operaciones, otros pueden ser la Estadística, el Análisis de Sistemas, el Análisis de Decisiones, etc.."¹

¹ Métodos y Modelos de Investigación de Operaciones, Vol. I Dr. Juan Prawda W.

- 2) "Todo sistema es una estructura que funciona. Así por ejemplo, un hombre vivo es un sistema, mientras que ese mismo hombre, pero muerto, no es un sistema, sino simplemente una estructura. La información es el elemento que convierte a una estructura en un sistema, es decir, la información dinamiza las estructuras. En toda estructura existen componentes y canales que comunican a éstos. A través de los canales es precisamente por donde fluye la información. Al fluir la información los componentes interaccionan de una forma determinada. Es por todo lo anterior, que se ha convenido en la ventaja de representar a una organización por un sistema, el cual tiene componentes, canales e información que fluyen por éstos. En todo sistema, donde sus componentes se comunican e interaccionan a raíz de la información que fluye por los canales apropiados, debe existir además un control. El control es un mecanismo de autoaprendizaje (autocorrección, autoadaptación) del sistema. El control permite evaluar los resultados asociados a los objetivos que se establecen y las acciones requeridas para iniciar y/o modificar los patrones de comportamiento de los diferentes componentes controlables del sistema, a medida que éstos requieran.

- 3) La segunda mitad del siglo XX se ha caracterizado por el tremendo avance que se ha tenido en las diferentes ramas de la ciencia, bajo tal avance, el ser humano no ha tenido más remedio que abandonar la formación generalista de las profesiones y abocarse a la especialización creciente. Los problemas que se presentan en las organizaciones, no son de los que fácilmente encajan en una de esas especialidades, por el contrario, son problemas multidisciplinarios. Es por ello, que el análisis y solución de estos problemas requiere de grupos compuestos por diferentes especialistas. Estos grupos interdisciplinarios requieren necesariamente de una cierta coordinación y comunicación que se logra a través de un lenguaje. La dificultad real estriba en muchos casos, precisamente en la ausencia de esos lenguajes."¹

- 4) Los objetivos de una organización (sistema) se refieren a la eficiencia y efectividad con que los diferentes componentes del mismo pueden controlarse y/o modificarse. Se refiere también a la manera de cómo esos componentes reaccionan ante un estímulo que se presenta al sistema. La

Investigación de Operaciones es un método que permite encontrar las relaciones óptimas que mejor operen un sistema, dado un objetivo específico.

- 5) "La Investigación de Operaciones es la aplicación de la metodología científica a través de modelos, primero para representar al problema real que se quiere resolver en un sistema y segundo, para resolverlos. Los modelos que utiliza la Investigación de Operaciones son matemáticos y toman la forma de ecuaciones. Los modelos matemáticos de decisión permiten calcular los valores exactos o aproximados de los componentes controlables del sistema para que pueda comportarse mejor, de acuerdo con ciertos criterios establecidos. Estos cálculos se realizan bajo el supuesto de que se conoce la información asociada al estado de aquellos componentes del sistema que no se pueden controlar. La acción de calcular el valor apropiado de estas variables controlables, se conoce como proponer una solución al problema en cuestión, utilizando un modelo. La manera como se logra esta propuesta de solución es muy variada y no existen reglas generales. Se puede lograr por simulación o emulación, o bien por un riguroso análisis matemático. Actualmente, la Investigación de Operaciones no sólo se aplica en el sector privado (industrias, sistemas de comercialización, financieros, de transporte, de salud, etc.) sino también en el sector de los servicios públicos, tanto en los países desarrollados como en los del tercer mundo, se puede decir que su campo de aplicación es ilimitado y hay mucho por hacer en el desarrollo de ésta área tan fértil, tanto en su teoría como en su aplicación."³

³ Métodos y Modelos de Investigación de Operaciones, Vol. 1 Dr. Juan Prawda W. y Apuntes del Portafolio de Inversiones de PEMEX-Exploración y Producción, Subg. Anal. Econ.

1.2.2 Beneficios de un proyecto de Investigación de Operaciones.

En la práctica la instrumentación de un proyecto de Investigación de Operaciones en la solución de un problema real en una organización, trae los siguientes beneficios, según Juan Prawda W. y su libro *Métodos y Modelos de Investigación de Operaciones*, Vol. 1:

1) Incrementa la posibilidad de tomar mejores decisiones.

Antes de la aplicación de la I.O. en una organización, las decisiones que se tomaban eran generalmente de carácter intuitivo, dejando totalmente de lado las relaciones que existen entre los componentes del sistema. Esto es natural, ya que pueden existir en el sistema cientos de componentes y miles de interrelaciones.

Sin la ayuda de una herramienta más capaz (como la Investigación de Operaciones) y de herramientas más modernas (como las computadoras), no se puede visualizar ni mucho menos analizar todas las alternativas generadas por los millares de interacciones que existen. Es por ello, que con estos elementos, es posible evaluar todas aquellas interrelaciones que se consideren importantes para así tomar las mejores decisiones.

2) Mejora la coordinación entre los múltiples componentes de la organización.

En otras palabras, la Investigación de Operaciones genera un mayor nivel de ordenación. Por ejemplo, de qué sirve que se incrementen las exportaciones de México, cuando la capacidad de maniobras de nuestros puertos permanecen estancadas. Mientras una parte del sistema económico trata de equilibrar la balanza de pagos, la otra tiende a crear cuellos de botella de mercancía que tiene que esperar en el puerto hasta que se le embarque.

En este ejemplo, el sistema de comercialización de las exportaciones estaría compuesto por varios elementos, los cuales tienen una relación entre sí. Para lograr los mejores resultados se requiere de un elemento coordinador entre todos los componentes. Un proyecto de Investigación de Operaciones

integraría en su estudio al mecanismo de coordinación, para evitar que los componentes del sistema se deshagan y actúen independientemente uno de otros.

3) Mejora el control del sistema.

La mejora se logra al instituir procedimientos sistemáticos que supervisan por un lado, las operaciones que se llevan a cabo en la organización y por el otro, evita el regreso a un sistema peor. De esta manera, por ejemplo, existe una liberación de las personas dedicadas a actividades de tipo tedioso y rutinario, permitiéndoles acceso a una nueva variedad de las mismas.

4) Logra un mejor sistema.

Se consigue al hacer que el sistema opere con costos más bajos, con interacciones más fluidas, eliminando cuellos de botella y logrando una mejor coordinación entre los elementos más importantes del sistema.

Las soluciones emanadas de los proyectos de Investigación de Operaciones aplicadas a las organizaciones, acarrearán una serie de beneficios cuantitativos y cualitativos para la misma, por lo que a continuación se indican cuáles son las etapas por las que debe pasar dicho proyecto:

- a) Estudio de la organización
- b) Interpretación de la organización como un sistema

haciendo una similitud de lo anterior con los puntos que contiene el trabajo de Memoria del Desempeño Profesional podemos decir que es lo equivalente a la "Contextualización".

c) Formulación de los problemas de la organización

el punto anterior es equivalente al "Problema" y al "Objetivo" que están contenidos en la Memoria del Desempeño Profesional.

d) Construcción del modelo

lo anterior encaja en la parte de "Diagnóstico y Análisis del Problema" del contenido de la Memoria del Desempeño Profesional.

e) Proposición de soluciones del modelo

f) Prueba del modelo y sus soluciones

g) Diseño de controles asociados a las soluciones

h) Implantación de las soluciones al sistema

y finalmente los puntos anteriores, vendrían siendo la "Propuesta de Solución" y "Conclusiones" tomando como referencia el contenido de la Memoria del Desempeño Profesional.

1.2.3 Técnicas propias de la Investigación de Operaciones.

Los inicios de lo que hoy se conoce como Investigación de Operaciones se remota al año 1759 cuando el economista Quesney empieza a utilizar modelos primitivos de programación matemática. Los modelos lineales de la Investigación de Operaciones, tienen como precursores a Jourdan en 1873, Minkowsky en 1896 y a Farkas en 1903. Sin embargo, fue hasta la Segunda Guerra Mundial cuando la Investigación de Operaciones empezó a tomar auge, primero se le utilizó en la Logística Estratégica para vencer al enemigo (Teoría de Juegos) y, más tarde al finalizar la guerra, en la Logística de la Distribución de todos los recursos militares de los aliados por todo el mundo.

Fue precisamente a este problema de Logística, que la Fuerza Aérea Norteamericana, a través de su Centro de Investigación Rand Corporation, comisionó a un grupo de matemáticos para que resolviera este problema que estaba consumiendo demasiados recursos humanos, materiales y financieros. Fue el Dr. George Dantzing, el que en 1947, resumiendo el trabajo de muchos precursores, inventó el Método Simplex, con el cual dio inicio a la Programación Lineal.

Es importante mencionar que dentro de la familia de la Programación Lineal se tienen muchos tipos de problemas, que debido a la frecuencia con que se presentan, han sido analizados por separado. Este tipo de problemas reciben el nombre de Problemas de Transporte, que a su vez se pueden dividir en varias categorías: Problemas de Asignación, Transbordo o Transporte con Nodos Intermedios, Transporte con Capacidad Limitada y Transportes Generalizados.

La Investigación de Operaciones es hoy en día una herramienta poderosa que sirve para resolver gran variedad de problemas dentro de una organización (sistema), y es un indiscutible apoyo a la Toma de Decisiones.

Las técnicas que se describen a continuación son las más importantes dentro de la Investigación de Operaciones:

1) Programación lineal.

La programación lineal utiliza un modelo matemático para describir un problema. El adjetivo lineal significa que todas las variables del modelo deben ser funciones lineales. En este caso, la palabra programación no se refiere a programación en computadoras; en esencia, es sinónimo de planeación. Así la programación lineal trata la planeación de las actividades para obtener un resultado óptimo, esto es, el resultado que mejor alcance la meta especificada (según el modelo matemático) entre todas las alternativas de solución.

2) Programación no lineal.

La programación no lineal es una técnica de optimización (maximiza o minimiza el valor de una función) que cumple una relación no lineal en forma óptima.

3) Programación entera.

Una de las limitaciones importantes que impide muchas otras aplicaciones de la Programación Lineal y no Lineal es la suposición de divisibilidad, que dice

que las variables de decisión pueden tomar valores no enteros. En muchos problemas prácticos, las variables de decisión sólo tienen un sentido real si su valor es entero. Si el hecho de exigir valores enteros es la única diferencia que tiene un problema con la formulación de programación lineal, entonces se trata de un problema de programación entera.

4) Programación dinámica.

La programación dinámica es una técnica que resuelve problemas en los que se requieren decisiones que estén interrelacionadas, es decir, decisiones que se tomen en forma secuencial y las cuales influirán en las decisiones futuras de esa secuencia.

5) Teoría de colas o líneas de espera.

La teoría de colas comprende el estudio matemático de las "colas", o líneas de espera. La formación de líneas de espera es un fenómeno común que se presenta siempre que la demanda actual de un servicio es mayor que la capacidad actual para proporcionar el servicio.

6) Teoría de Juegos.

La teoría de juegos es una teoría matemática que trata de las características generales de las situaciones de competencia de una manera formal, abstracta.

7) Simulación.

Técnica que describe a partir de un prototipo el comportamiento de un sistema.

8) Programación por metas.

Técnica que proporciona un medio de luchar por alcanzar varios objetivos simultáneamente.

9) Secuenciación de máquinas.

Define el uso óptimo de la maquinaria en tiempo y lugar.

10) Inventarios.

Se definen modelos para control de inventarios.

11) Teoría de decisiones.

Se refiere a un análisis probabilístico para una decisión óptima entre varias factibles (árboles de decisión).

12) Administración de proyectos.

Técnicas para la formulación óptima de un proyecto (gráfica de Gantt, C.P.M., balanceo de recursos y reducción de la duración de un proyecto).

13) Mantenimiento

Se refiere a la determinación óptima de lugar y tiempo de los diversos tipos de mantenimiento (correctivo, preventivo y predictivo).

14) Localización

Métodos para determinar la ubicación óptima de algún servicio.

15) Distribución de planta.

Métodos para determinar la ubicación exacta de los elementos productivos de una planta.

1.2.4 Investigación de Operaciones en la empresa.

En éste estudio daremos una explicación de la forma en que la investigación de operaciones es empleada en la empresa. Para abordar el tema, diremos que a la investigación de operaciones, la podemos describir como un enfoque científico de la toma de decisiones. En una forma más clara, investigación de operaciones significa "*hacer investigación sobre las operaciones*". "Entonces, la investigación de operaciones se aplica a problemas que se refieren a la conducción y coordinación de operaciones o actividades dentro de una organización. La naturaleza de la organización es esencialmente inmaterial y, de hecho, la investigación de operaciones se aplica a los negocios, la industria, la milicia, el gobierno, etc. Así la gama de aplicaciones es muy variada"⁴.

La investigación de operaciones ha tenido un creciente influjo en la administración de las empresas. Tanto el número como la variedad de sus aplicaciones continúa creciendo con rapidez y no se ve que se vaya a disminuir.

Una característica de la investigación de operaciones es que intenta resolver los conflictos de intereses entre los componentes de la organización de forma que el resultado sea el mejor para la organización completa. Una característica adicional, es que también intenta encontrar la mejor solución, o la solución óptima, al problema bajo consideración. En lugar de contentarse con sólo mejorar el estado de las cosas, su meta es identificar el mejor curso de acción posible. Aun cuando debe interpretarse con todo cuidado, esta "búsqueda de lo óptimo" es un aspecto muy relevante dentro de la investigación de operaciones.

La experiencia de muchas empresas indica que la eficacia de la investigación de operaciones se ha debido a la observación de ciertas reglas. Esas reglas para lograr el éxito en la investigación de operaciones nos ayudarán a planear, organizar, dirigir y controlar sus actividades dentro de la empresa.

⁴ Introducción a la Investigación de Operaciones, Hillier y Lieberman.

Las pautas para alcanzar el éxito en la investigación de operaciones han ayudado indudablemente a muchas empresas para emprender y completar muchos proyectos difíciles. A pesar del éxito de muchas de las que emplean esas pautas, no han merecido una aprobación universal. Una muestra representativa de las compañías revelaría un gran número de gente desilusionada, y nos encontraríamos muchos proyectos descontinuados en vez de florecientes.

Muchos proyectos de investigación de operaciones producen más preguntas que las que pueden contestar, lo que constituye la base de otras averiguaciones más detalladas en las operaciones de la empresa. Si se canalizan en forma apropiada, esas investigaciones darán por resultado una mayor apreciación de las funciones internas de la empresa. El resultado final producirá beneficios y mejoras de mayor alcance en términos de sus procesos de toma de decisiones.

La tarea de los especialistas de la investigación de operaciones, consiste en proporcionar a la administración los instrumentos necesarios para la toma de decisiones. Deben estar preparados para discutir y defender sus conclusiones, basándose en los hechos que se les hayan dado. En aquellos casos en que algunos de los factores importantes que afectan las decisiones de los negocios sean intangibles o cualitativos, deben tener la flexibilidad suficiente para permitir que esos factores modifiquen los resultados de sus modelos de decisiones cuantitativas. Los métodos cuantitativos de la investigación de operaciones no tienen por objeto reemplazar o disminuir el papel de los administradores en las decisiones, sino que están añadiendo más bien una nueva dimensión a los procesos de toma de decisiones de la administración, mejorando la calidad o la corrección de las decisiones.

"A medida que un mayor número de administradores sea capaz de utilizar los resultados que arrojan los modelos de investigación de operaciones que emplean una computadora, se comenzará a exigir más soluciones para los problemas actuales de la empresa. Esta clase de ambiente será más receptivo para los grupos de investigación de operaciones, que seguirán ocupándose de problemas mucho más complejos que los que ahora vivimos. Esa unión de la

administración con la ciencia (investigación de operaciones) proporcionará un control más eficaz de las empresas en las que la complejidad es la orden del día y no la excepción. Los problemas de dinámica de mercado e incremento de las restricciones impuestas por el gobierno, quedan fuera de la capacidad de un individuo común y corriente para resolverlos en forma óptima. Juntamente con la administración, la investigación de operaciones está preparada para aceptar este reto, es por eso que hoy día más empresas toman la Investigación de Operaciones para minimizar sus costos y maximizar su producción⁵.

⁵ Apuntes del Portafolio de Inversiones de PEMEX-Exploración y Producción, Subg. Anal. Econ.

II. PROBLEMA.

Una de las principales causas de preocupación dentro de Petróleos Mexicanos es la planeación del transporte de hidrocarburos.

PEMEX se ve en la necesidad de transportar la producción arrojada por sus campos petroleros a las diferentes ciudades de la República Mexicana y hacia el extranjero para la generación de divisas, por tanto, todas las formas de transporte de hidrocarburo (buque-tanque, pipa, tuberías) deben estar bien planeadas para que no excedan los costos que ya se tienen programados para ello.

La situación que se presenta en este trabajo es la siguiente:

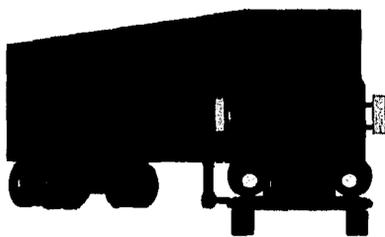
- ◆ Se cuenta con un campo petrolero, al que llamaremos origen, del cual se quiere transportar su producción hacia una Central de Almacenamiento (C.A.), esta Central también se le conoce como destino.
- ◆ Puesto que existe la posibilidad de construir un tubo para que el hidrocarburo sea transportado del origen a la Central de Almacenamiento con un costo mínimo, entonces se tendrá que decidir cuál tubo construir de entre varias opciones que existen para este fin.
- ◆ Para tratar de minimizar los costos de transporte, se tiene la opción de pasar el hidrocarburo por puntos intermedios, antes de que llegue a su destino final, es decir, a la C.A., estos puntos se referirán como transbordos.
- ◆ Los tubos que se tomarán de referencia para decidir cuál es el mejor, dado que cumple con una premisa de costo mínimo, están programados del origen a los transbordos y también está programado un solo tubo en forma directa, es decir, del origen a la Central de Almacenamiento; entonces para precisar más el problema, se tienen 7 tubos propuestos para sacar la producción petrolera del origen o el campo petrolero o1; 6 tubos que pasan por los transbordos y uno que está directo (del origen a la Central de

Almacenamiento). De los 7 tubos anteriores, solamente se deberá escoger un y solo tubo para que sea construído.

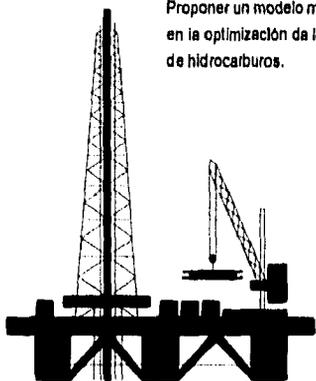
- ◆ Lo anterior, porque a partir de los transbordos, existe una red en funcionamiento, es decir, de los transbordos hacia la C.A. está fluyendo hidrocarburo, y como aquí no se tiene programada la construcción de algún tubo, entonces se usará la tubería que existe, para que el hidrocarburo llegue a su destino final, que es la C.A..
- ◆ Para lograr lo anterior, se hará el análisis del problema de acuerdo al algoritmo de transbordo, ya que el problema tiene esa forma especial llamada transbordo, es decir, puntos intermedios en los cuales puede pasar, en este caso, el hidrocarburo.
- ◆ El problema que se analizará supone que lo que se está transportando es aceite.
- ◆ El modelo matemático será planteado en una forma estandar, es decir, no únicamente resolverá el problema en estudio.

Puesto que la Institución no está en posibilidades de invertir mucho dinero, el modelo matemático que se propondrá supone que se necesita forzosamente **MINIMIZAR LOS COSTOS**.

III. OBJETIVO.



Proponer un modelo matemático que auxilie a PEMEX en la optimización de los costos que genera el transporte de hidrocarburos.



IV. DIAGNOSTICO Y ANALISIS DEL PROBLEMA.

Para entrar de lleno al problema en estudio, se mostrarán algunos elementos que son de relevancia para su mejor comprensión. Se empezará este apartado con la definición de modelo y los tipos que existen de ellos, posteriormente se hablará de programación lineal, para luego escribir información que está relacionada directamente con el modelo matemático a proponer.

4.1. Modelos.

Modelo es la manera conveniente y simplificada de representar la realidad. Los modelos, o representaciones idealizadas, son una parte integral de la vida diaria. Entre los ejemplos más comunes pueden citarse los aeromodelos, retratos, globos terráqueos, etc. De igual manera, los modelos juegan un papel importante en la ciencia y los negocios, como lo hacen patente los modelos de átomos y de estructuras genéticas, las ecuaciones matemáticas que describen las leyes físicas del movimiento o las reacciones químicas, las gráficas, los organigramas y los sistemas contables en la industria. Estos modelos son invaluable, ya que extraen la esencia de la realidad, muestran sus interrelaciones y facilitan el análisis. Existen tres clases de modelos, ellos son:

- a) Modelos icónicos.- Son imágenes a escala del sistema cuyo problema se quiere resolver. Como ejemplo tenemos las fotografías, las maquetas, dibujos, modelos a escala de aviones, barcos, automóviles, etc.
- b) Modelos analógicos.- Estos modelos se basan en la representación de las propiedades de un sistema cuyos problemas se quieren resolver utilizando otro sistema cuyas propiedades son equivalentes. Como ejemplo se puede citar; las propiedades de un sistema hidráulico son equivalentes a las propiedades de un sistema eléctrico.

- c) Modelos simbólicos.- Son conceptualizaciones abstractas del problema real a base del uso de letras, números y ecuaciones. Este tipo de modelos son fáciles de manipular y se pueden hacer con ellos un gran número de experimentos.

La forma de realizar un estudio de Investigación de Operaciones es mediante la construcción de un modelo matemático o simbólico que pueda representar a través de variables controlables el problema en estudio.

Los modelos matemáticos también son representaciones idealizadas, pero están expresadas en términos de símbolos y expresiones matemáticas. Las leyes de la física como $F = ma$ y $E = mc^2$ son ejemplos familiares. En forma parecida, el modelo matemático de un problema industrial es el sistema de ecuaciones y expresiones matemáticas relacionadas que describen la esencia del problema. Así, se pueden tomar n decisiones cuantificables relacionadas unas con otras, se representan como variables de decisión, por ejemplo (x_1, x_2, \dots, x_n) para las que se deben determinar los valores respectivos. La medida de efectividad compuesta (por ejemplo, la ganancia) se expresa entonces como una función matemática de estas variables de decisión, como ejemplo $(P = 3x_1 + 2x_2 + \dots + 5x_n)$. Esta función se llama *función objetivo*. También se expresan matemáticamente todas las limitaciones que se pueden imponer sobre los valores de las variables de decisión, casi siempre en forma de ecuaciones o desigualdades como $x_1 + 3x_1x_2 + 2x_2 \leq 10$. Tales expresiones matemáticas de las limitaciones, con frecuencia reciben el nombre de *restricciones*. Las constantes (los coeficientes del lado derecho de las ecuaciones) en las restricciones y en la función objetivo se llaman *parámetros del modelo*. El modelo matemático puede expresarse entonces como el problema de elegir los valores de las variables de decisión de manera que se maximice o minimice según sea el caso la función objetivo, sujeta a las restricciones dadas. Un modelo de este tipo, y de algunas variaciones menores sobre él, tipifican los modelos analizados en los estudios de la Investigación de Operaciones.

Los modelos matemáticos tienen muchas ventajas sobre la descripción verbal del problema. Una ventaja obvia es que el modelo matemático describe

un problema en forma mucho más precisa. Esto tiende a hacer que toda la estructura del problema sea más comprensible y ayuda a revelar las relaciones importantes entre causa y efecto. De esta manera, indica con más claridad qué datos adicionales son importantes para el análisis. También facilita simultáneamente el manejo del problema en su totalidad y el estudio de todas sus interrelaciones. Por último, un modelo matemático forma un puente para poder emplear técnicas matemáticas poderosas, además de las computadoras, en el análisis del problema. Sin duda, muchos de los componentes pueden quedar vinculados al uso de paquetes de computadora.

4.2 Programación lineal.

Después de hablar acerca del papel relevante que tienen los modelos matemáticos en la solución de problemas, se va a describir la técnica que se empleará para dar solución al transporte de hidrocarburos, esta es la *programación lineal* la cual es clasificada por muchas personas entre los avances más importantes de mediados del siglo XX. Sin lugar a dudas, la *programación lineal* a ahorrado mucho dinero a muchas compañías y negocios.

El tipo más común de aplicación que abarca la programación lineal es asignar recursos limitados entre actividades competitivas de la mejor manera posible (es decir, en forma óptima). Este problema de asignación puede surgir cuando deba elegirse el nivel de ciertas actividades que compiten por recursos escasos necesarios para realizarlas. La variedad de situaciones a las que se puede aplicar esta descripción es sin duda muy grande, y va desde la asignación de instalaciones productivas a los productos, hasta la asignación de los recursos nacionales a las necesidades del país; desde la selección de una cartera de inversiones, hasta la selección de los patrones de envío.

Definición. Se entiende por modelo lineal aquel que optimiza

$$\begin{array}{l} Z = cX \quad (1) \\ \text{sujeto a:} \\ AX \leq b \quad (2) \\ = \\ \geq \\ X \geq 0 \quad (3) \end{array}$$

donde la función lineal (1) se llama función objetivo; las desigualdades (2) se llaman restricciones y a (3) se le conoce como condición de no negatividad. La palabra optimizar puede significar maximizar o minimizar.

En el modelo lineal definido arriba se tiene que X es un vector columna con n elementos. A este vector se le denomina el *vector de actividades* y sus n componentes son variables de decisión. Sea entonces:

$$X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ X_n \end{bmatrix} \quad (4)$$

Al vector renglon c , también con sus n componentes (c_1, c_2, \dots, c_n) se le denomina el *vector de precios o costos unitarios*. El vector columna b , con m componentes, se le denomina el *vector de disponibilidad de recursos*. El vector 0 es un vector columna de n ceros. Por lo último la matriz A , con m renglones y n columnas se le denomina la *matriz de coeficientes técnicos*. Cada elemento a_{ij} en la matriz A , con $i=1, \dots, m$ y $j=1, \dots, n$ representa la cantidad de recursos j que se necesita por unidad de la actividad i .

Matricialmente se reescribe al modelo lineal como:

$$\text{Opt}(c_1, c_2, \dots, c_n) \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{bmatrix} \quad (5)$$

sujeto a

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{bmatrix} \leq, =, \geq \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} \quad (6)$$

y

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{bmatrix} \geq \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

Otra forma de escribirlo es

$$\text{Opt } Z = C_1X_1 + C_2X_2 + \dots + C_nX_n \quad (8)$$

sujeto a

$$\begin{aligned} a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + \dots + a_{1n}X_n &\geq b_1 \\ &= \\ &\leq \\ a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + \dots + a_{2n}X_n &\geq b_2 \quad (9) \\ &= \\ &\leq \\ &\vdots \\ a_{m1}X_1 + a_{m2}X_2 + \dots + a_{mn}X_n &\geq b_m \\ &= \\ &\leq \end{aligned}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_n \geq 0 \quad (10)$$

Por último, también se puede escribir

$$Opt = \sum_{i=1}^n c_i X_i \quad (11)$$

sujeto a

$$\sum_{i=1}^n a_{ji} X_i \leq b_j \quad j=1, \dots, m \quad (12)$$

\geq

$$x_i \geq 0 \quad i=1, \dots, n \quad (13)$$

4.2.1 Teorema fundamental de la programación lineal.

Dado un modelo lineal en la forma estándar (2) donde A es una matriz de $m \times n$ de rango m ,

1. Si hay una solución factible, hay una solución factible básica;
2. Si hay una solución factible óptima, hay una solución factible básica óptima ⁶

Los puntos anteriores sirven como plataforma para analizar el problema, a continuación se describe la teoría del transporte y la teoría del transbordo que sirven como herramientas para analizar el problema en estudio.

⁶ La demostración de este teorema no forma parte fundamental del desarrollo de este trabajo, para su estudio puede consultarse Programación Lineal y No Lineal de David E. Luenberg.

4.3 Fundamentos de Transporte y Transbordo.

El problema prototipo de transporte supone que m orígenes tienen que surtir a n centros de consumo un cierto producto. La capacidad de oferta del origen i es a_i ($i=1, \dots, m$) y la demanda en el centro de consumo j es b_j ($j=1, \dots, n$). El problema de transporte tiene una característica singular, es que la mayor parte de los coeficientes a_{ij} en las restricciones son cero y los otros coeficientes que no son cero, aparecen siguiendo una línea bien definida. Se supone que C_{ij} es el costo de enviar una unidad del producto del origen i al centro de consumo j ($i=1, \dots, m; j=1, \dots, n$). Entonces el problema se reduce a determinar cuántas unidades del producto (en nuestro caso, hidrocarburo) deben enviarse del origen i al centro de consumo j , tal que se minimicen los costos totales de distribución, se satisfaga la demanda del centro de consumo j y no se exceda la capacidad de oferta del origen i .

La formulación matemática para el problema de transporte es:

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} X_{ij} \\ \text{sujeto a} \quad & \\ & \sum_{j=1}^n X_{ij} = a_i \quad i=1, \dots, m \\ & \sum_{i=1}^m X_{ij} = b_j \quad j=1, \dots, n \\ & X_{ij} \geq 0 \end{aligned}$$

Una condición necesaria y suficiente para que la estructura de transporte tenga solución es que la oferta total sea igual a la demanda total, es decir:

$$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j \quad (14)$$

Explicación del problema de transporte:

El problema que se quiere resolver es

$$\begin{array}{l} \text{Min} \quad Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n C_{ij} X_{ij} \\ \\ \text{sujeto a} \\ \\ \sum_{j=1}^n X_{ij} = a_i \quad i=1, \dots, m \\ \\ \sum_{i=1}^m X_{ij} = b_j \quad j=1, \dots, n \\ \\ X_{ij} \geq 0 \end{array}$$

donde a_i y b_j son enteros positivos, $i=1, \dots, m$; $j=1, \dots, n$. La explicación se facilita si se establecen 2 matrices, una de costos y otra de flujos, tal como se muestra a continuación:

Matriz de Costos

		Destinos				oferta
		1	2	...	n	
Origenes	1	C_{11}	C_{12}	...	C_{1n}	a_1
	2	C_{21}	C_{22}	...	C_{2n}	a_2
	m	C_{m1}	C_{m2}	...	C_{mn}	a_m
Demanda		b_1	b_2	...	b_n	

Matriz de Flujos

		Destinos				oferta
		1	2	...	n	
Origenes	1	X_{11}	X_{12}	...	X_{1n}	a_1
	2	X_{21}	X_{22}	...	X_{2n}	a_2
	m	X_{m1}	X_{m2}	...	X_{mn}	a_m
Demanda		b_1	b_2	...	b_n	

la matriz anterior vista de otra forma sería así:

Coefficientes de

$$X_{11} \quad X_{12} \quad \dots \quad X_{1n} \quad X_{21} \quad X_{22} \quad \dots \quad X_{2n} \quad X_{m1} \quad X_{m2} \quad \dots \quad X_{mn}$$

cualquier problema de programación lineal que se ajuste a este planteamiento especial, es del tipo de transporte, sin importar el contexto que tenga.

Cuando un problema de transporte real está desbalanceado, añadiendo ya sea orígenes o destinos artificiales, se le balancea y así se satisface la condición necesaria y suficiente (14) para que el problema tenga solución. Se ilustra a continuación lo anterior:

En el caso de que la oferta sea mayor que la demanda total, es decir, $\sum_{i=1}^m a_i > \sum_{j=1}^n b_j$, entonces se añade un centro de consumo artificial $n+1$ cuya demanda b_{n+1} es $\sum_{i=1}^m a_i - \sum_{j=1}^n b_j$ y cuyos costos unitarios $C_{k,n+1}$ con $k = 1, \dots, m$ son todos ceros. En forma tabular se tiene:

		Destinos					oferta
		1	2	...	n	n+1	
Orígenes	1	C_{11}	C_{12}	...	C_{1n}	0	a_1
	2	C_{21}	C_{22}	...	C_{2n}	0	a_2
	m	C_{m1}	C_{m2}	...	C_{mn}	0	a_m
Demanda		b_1	b_2	...	b_n	$\sum_{i=1}^m a_i - \sum_{j=1}^n b_j$	

Por otro lado, si la demanda total exceda a la oferta total, es decir, $\sum_{j=1}^n b_j > \sum_{i=1}^m a_i$, entonces se añade un centro de oferta artificial $m+1$ cuya capacidad de oferta a_{m+1} es $\sum_{j=1}^n b_j - \sum_{i=1}^m a_i$ y cuyos costos unitarios $C_{m+1,k}$ con $k = 1, \dots, n$ son todos ceros. Tabularmente se tiene:

		Destinos				oferta
		1	2	...	n	
Origenes	1	C_{11}	C_{12}	...	C_{1n}	a_1
	2	C_{21}	C_{22}	...	C_{2n}	a_2
	m	C_{m1}	C_{m2}	...	C_{mn}	a_m
m+1		0	0	...	0	$\sum_{j=1}^n b_j - \sum_{i=1}^m a_i$
Demanda		b_1	b_2	...	b_n	

El problema en estudio tiene una característica adicional, que es la de permitir que un envío pase en forma transitoria por otros orígenes y destinos antes de que llegue a su destino designado; con esta adición al problema tenemos ahora que reformular el problema como un *problema de transbordo*, esto es, que toda la oferta de todos los orígenes puede pasar potencialmente por cualquier origen o destino antes de volver a redistribuirse. Esto significa que cada nodo de la red de transporte, (solamente los transbordos), puedan considerarse como un origen ó como un destino transitorio. Por ejemplo, en lugar de mandar un envío del nodo 1 directo al nodo 3, puede ser más barato incluirlo en los envíos del nodo 1 al nodo 2 y de ahí mandarlo al nodo 3.

De acuerdo a lo anterior tenemos los siguientes requerimientos para el problema de transbordo.

4.4 Análisis del problema.

El siguiente análisis se hará en una forma general, para que después en el capítulo siguiente, el análisis se haga en una forma particular, de acuerdo al problema que se plantea.

- i. El problema de transbordo va a tener una producción x , tal que a los centros productores conocidos como orígenes tendrán:

Origen	Oferta
1	X_1
2	X_2
3	X_3
.	.
.	.
.	.
n	X_n

- ii. El problema también tendrá una demanda que es lo que piden los centros consumidores, (ó también llamados destinos) esto es:

Destino	Demanda
1	X_1
2	X_2
3	X_3
.	.
.	.
.	.
n	X_n

iii. El costo de transporte de hidrocarburo de un nodo i a un nodo j será:

	t1	t2	...	tn	d1	d2	...	dn
o1	CT 1,1	CT 1,1
o2	CT 2,1	CT 2,1
o3	CT 3,1	CT 3,1
.
.
on
t1	CT 1,1	CT 1,1
t2	CT 2,1	CT 2,1
t3	CT 3,1	CT 3,1
.
.
tn

de la tabla anterior, cabe hacer mención que solamente los transbordos juegan el doble papel de origen y destino.

iv. La capacidad o el flujo de hidrocarburo que se puede pasar de un nodo a otro es:

	t1	t2	...	tn	d1	d2	...	dn
o1	Cap 1,1	Cap 1,1
o2	Cap 2,1	Cap 2,1
o3	Cap 3,1	Cap 3,1
.
.
on
t1	Cap 1,1	Cap 1,1
t2	Cap 2,1	Cap 2,1
t3	Cap 3,1	Cap 3,1
.
.
tn

- v. Las producciones de los transbordos (si las hay). Aunque éste dato sería meramente representativo, ya que lo que interesa de los transbordos es la capacidad de almacenamiento que tienen, ya que éstos nos importan como recolectores no como productores.

	t1	t2	...	tn
1	prod 1	prod 2	...	prod n

- vi. La inversión que se realizará para la construcción de cada tubo propuesto para que salga el hidrocarburo a su destino.

	1	2	...	n
1	costo tubo 1	costo tubo 2	...	costo tubo n

Bajo estas circunstancias ¿Cómo se deberá distribuir el hidrocarburo de los orígenes a los destinos a fin de que el costo total que pague PEMEX por el transporte de hidrocarburos sea mínimo?

4.4.1 El modelo matemático.

a) Construcción del modelo con ayuda de la teoría del transbordo.

El modelo matemático considera los siguientes elementos:

Variables de decisión.

Sea X_{ij} la cantidad de hidrocarburo que se manda del centro de oferta i ($i = \text{Origen } 1, \text{Origen } 2, \dots, \text{Origen } m$) al transbordo j ($j = \text{Transb } 1, \text{Transb } 2, \dots, \text{Transb } n$).

Sea X_{jk} la cantidad de hidrocarburo que se manda del transbordo j ($j = \text{Transb } 1, \text{Transb } 2, \dots, \text{Transb } n$) al centro de consumo o destino k ($k = \text{Dest } 1, \text{Dest } 2, \dots, \text{Dest } p$).

Sea X_{ik} la cantidad de hidrocarburo que se manda del centro de oferta i ($i = \text{Origen } 1, \text{Origen } 2, \dots, \text{Origen } m$) al centro de consumo k ($k = \text{Dest } 1, \text{Dest } 2, \dots, \text{Dest } p$).

Sea X_{jj} la cantidad de hidrocarburo que se manda del transbordo j ($j = \text{Transb } 1, \text{Transb } 2, \dots, \text{Transb } n$) al transbordo j ($j = \text{Transb } 1, \text{Transb } 2, \dots, \text{Transb } n$).

Costos de transporte:

Sea $CT(i, j)$ el costo de transporte del centro de oferta i ($i = \text{Origen } 1, \text{Origen } 2, \dots, \text{Origen } m$) al transbordo j ($j = \text{Transb } 1, \text{Transb } 2, \dots, \text{Transb } n$).

Sea $CT(j, k)$ el costo de transporte del transbordo j ($j = \text{Transb } 1, \text{Transb } 2, \dots, \text{Transb } n$) al centro de consumo k ($k = \text{Dest } 1, \text{Dest } 2, \dots, \text{Dest } p$).

Sea $CT(i,k)$ el costo de transporte del centro de oferta $i(i = Origen 1, Origen 2, \dots, Origen m)$ al centro de consumo $k(k = Dest 1, Dest 2, \dots, Dest p)$.

Sea $CT(j,j)$ el costo de transporte del transbordo $j(j = Transb 1, Transb 2, \dots, Transb n)$ al transbordo $j(j = Transb 1, Transb 2, \dots, Transb n)$.

Entonces tenemos como formulación a la siguiente función que minimiza el costo de transporte como:

Costo total = Costo de transporte de origen a transbordo + Costo de transporte de transbordo a destino + Costo de transporte de origen a destino + Costo de transporte de transbordo a transbordo.

$$\text{Min } Z = CT(i, j) + CT(j, k) + CT(i, k) + CT(j, j)$$

donde:

$$i = 1, \dots, m$$

$$j = m + 1, \dots, m + n$$

$$k = m + n + 1, \dots, m + n + p$$

$$q = m + 1, \dots, m + n$$

Las formulación anterior se tiene que minimizar con las restricciones que a continuación se escriben:

b) Restricciones.

- 1) Que la cantidad de hidrocarburo que sale de un origen a un destino no puede exceder a la oferta de los orígenes, es decir:

$$\text{oferta } i = X_{ij} + X_{ik} \leq a_i$$

donde:

$$i = 1, \dots, m$$

$$j = m+1, \dots, m+n$$

$$k = m+n+1, \dots, m+n+p$$

- 2) Que la cantidad de hidrocarburo que llega de todos los orígenes a un destino no debe ser menor a la demanda del destino, es decir:

$$\text{demanda } k = X_{ik} + X_{jk} \leq b_k$$

donde:

$$i = 1, \dots, m$$

$$j = m+1, \dots, m+n$$

$$k = m+n+1, \dots, m+n+p$$

- 3) La cantidad de hidrocarburo que llegue a los transbordos debe salir, ya que estos nodos son solo "receptores" (solo son de paso), la restricción es:

$$\text{transbordo } j = X_{ij} - X_{jk} = 0$$

donde:

$$i = 1, \dots, m$$

$$j = m+1, \dots, m+n$$

$$k = m+n+1, \dots, m+n+p$$

- 4) El problema tiene unas restricciones adicionales, éstas son que no se puede exceder la capacidad de producción del origen y la capacidad de almacenamiento de los transbordos y los destinos, ésta delimitación se expresa como:

$$0 \leq X_{ij} \leq \text{Capacidad } i$$

$$0 \leq X_{jk} \leq \text{Capacidad } j$$

$$0 \leq X_{ik} \leq \text{Capacidad } i$$

$$0 \leq X_{jq} \leq \text{Capacidad } j$$

- 5) Condiciones de no negatividad.

$$X_{ij}, X_{jk}, X_{ik}, X_{jq} \geq 0$$

Resumiendo la formulación anterior tenemos:

$$\text{Min } Z = CT(i, j) + CT(j, k) + CT(i, k) + CT(j, j)$$

s.a.

$$\text{oferta } i = X_{ij} + X_{ik} \leq a_i$$

$$\text{demanda } k = X_{ik} + X_{jk} \leq b_k$$

$$\text{transbordo } j = X_{ij} - X_{jk} = 0$$

limitado a

$$0 \leq X_{ij} \leq \text{Capacidad } i$$

$$0 \leq X_{jk} \leq \text{Capacidad } j$$

$$0 \leq X_{ik} \leq \text{Capacidad } i$$

$$0 \leq X_{jq} \leq \text{Capacidad } j$$

$$X_{ij}, X_{jk}, X_{ik}, X_{jq} \geq 0$$

donde:

$$i = 1, \dots, m$$

$$j = m+1, \dots, m+n$$

$$k = m+n+1, \dots, m+n+p$$

$$q = m+1, \dots, m+n$$

Ahora, para poder resolver el modelo anterior, se necesita transformarlo a la forma estándar del problema de transporte (tal como se dijo anteriormente). Para reformularlo, consideremos lo siguiente:

- ☞ Sólo los transbordos pueden ser orígenes y destinos a la vez.
- ☞ El hidrocarburo que llegue a su destino, ya no sale de ahí.
- ☞ La oferta y demanda de los transbordos (que serán origen y destino a la vez) será igual a la cantidad de oferta y demanda del problema de transporte balanceado, a ésta cantidad se le llama reserva adicional (R.A.).
- ☞ Se le suma reserva adicional (R.A.) solamente a los nodos que cumplen una doble función, es decir, los que son origen y destino.
- ☞ Los datos anteriores (del problema de transbordo) siguen siendo iguales para la formulación del transporte.

El presente trabajo se está documentado exactamente como se dió en el centro de trabajo. En un principio el trabajo debía calcular la cantidad de hidrocarburo que se debía mandar a los destinos, lo anterior es justamente lo que calcula el algoritmo de transporte. Ahora, dadas ciertas circunstancias, o más bien a necesidades propias de las regiones de PEMEX en la República, el trabajo que se presenta, ya no debe calcular la cantidad de hidrocarburo que se manda a los destinos, sino el trabajo debe ahora decidir que tubos se deben construir para transportar el hidrocarburo a sus destinos.

Con la consideración anterior tenemos la siguiente reformulación:

4.4.2 El modelo matemático.

a) Construcción del modelo que definirá que tubo construir de entre varias opciones.

El modelo matemático considera lo siguiente:

Variables de decisión.

Sea X_{ij} la trayectoria existente de un origen i ($i = \text{Origen 1, Origen 2, ..., Origen } m$) al destino j ($j = \text{Destino 1, Destino 2, ..., Destino } n$).

Costos de transporte.

Sea $CT(i, j)$ el costo de transporte del origen i ($i = \text{Origen 1, Origen 2, ..., Origen } m$) al destino j ($j = \text{Destino 1, Destino 2, ..., Destino } n$).

Sea $\text{Costos Tubo}(i, j)$ la inversión a realizar para la construcción del tubo del origen i ($i = \text{Origen 1, Origen 2, ..., Origen } m$) al destino j ($j = \text{Destino 1, Destino 2, ..., Destino } n$).

Entonces la siguiente función es la que minimiza el costo de transporte:

Costo total = (Costo de transporte + Costo de inversión del tubo) de origen a destino.

$$\text{Min } Z = (CT + \text{Costos tubo})(i, j)$$

donde:

$$i = 1, \dots, m + \text{transbordo} + \text{balance}$$

$$j = 1, \dots, n + \text{transbordo} + \text{balance2}$$

Las restricciones que minimizan la formulación anterior son:

b) Restricciones.

- 1) De los tubos que han sido propuestos para construir, se debe tomar la trayectoria de cada uno, éstas trayectorias se suman y se igualan a uno, ya que solamente se puede tomar una y solo una trayectoria ó dicho de otro modo, se debe construir solamente un solo tubo. La restricción representativa es:

$$\inf ra_const = X_{ij} = \text{Tubos a construir (En este caso es 1)}$$

donde:

$$i = 1, \dots, m + \text{transbordo} + \text{balance}$$

$$j = 1, \dots, n + \text{transbordo} + \text{balance2}$$

- 2) Puesto que en la red propuesta se consideran necesariamente infraestructuras existentes, es decir, tuberías que están en funcionamiento, se deben tomar de igual manera, las trayectorias de cada una de ellas, enseguida se suman y se igualan al número de tubos que se maneja en el trabajo, ésto por que esas trayectorias deben permanecer iguales, es decir, como son tuberías que están en funcionamiento, no se deben mover. La función que representa tal situación es:

$\text{infra_hecha} = X_{ij} = \text{Tubos existentes (En este caso son 6)}$

donde:

$$i = 1, \dots, m + \text{transbordo} + \text{balance}$$

$$j = 1, \dots, n + \text{transbordo} + \text{balance2}$$

3) Condiciones de no negatividad.

$$X_{i,j} \geq 0$$

El modelo matemático propuesto tiene la peculiaridad de que se puede "convertir" en dos modelos, esto es, el modelo original (el mencionado líneas arriba, que llamaremos **modelo 1**) puede resolver problemas en donde se deba decidir que tubos se deben de construir para poder pasar el hidrocarburo hacia algún lado, es decir, no calcula cuanto de mercancía se debe pasar, sino calcula como se debe pasar esa mercancía; quitando y añadiendo algunas restricciones, el modelo se puede "convertir" en uno que puede resolver cualquier problema de transporte general, es decir, un modelo que calcule cuanta mercancía se debe pasar por los distintos nodos, se referirá a esta formulación como **modelo 2**, ésto se puede hacer solo manejando de manera diferente los nombres de archivos que contienen la información representativa para el problema en cuestión. Como ilustración se incluirán las instrucciones que en todo caso, nos servirán para resolver problemas de transporte general, las dos restricciones son:

$$\text{oferta } i = X_{ij} \leq a_i$$

$$\text{demanda } j = X_{ij} \geq b_j$$

donde:

$$i = 1, \dots, m + \text{transbordo} + \text{balance}$$

$$j = 1, \dots, n + \text{transbordo} + \text{balance2}$$

Resumiendo, el **modelo 1** queda así:

$$\text{Min } Z = (CT + \text{Costos tubo})(i, j)$$

s.a

$$\text{inf ra_const} = X_{ij} = \text{Tubos a construir (En este caso es 1)}$$

$$\text{inf ra_hecha} = X_{ij} = \text{Tubos existentes (En este caso son 6)}$$

$$X_{ij} \geq 0$$

donde:

$$i = 1, \dots, m + \text{transbordo} + \text{balance}$$

$$j = 1, \dots, n + \text{transbordo} + \text{balance2}$$

Y finalmente, el **modelo 2** se ve de la siguiente forma:

$$\text{Min } Z = (CT + \text{Costos tubo})(i, j)$$

s. a

$$\text{oferta } i = X_{ij} \leq a_i$$

$$\text{demanda } j = X_{ij} \geq b_j$$

$$X_{ij} \geq 0$$

donde:

$$i = 1, \dots, m + \text{transbordo} + \text{balance}$$

$$j = 1, \dots, n + \text{transbordo} + \text{balance2}$$

V. PROPUESTA DE SOLUCION.

El modelo matemático que se planteó anteriormente es el que representa la situación real del paso de hidrocarburos a través de la red de flujo propuesta.

El problema se puede resolver por dos caminos:

- a) Proponiendo un algoritmo de rutas mas cortas antes de aplicar el algoritmo de transbordo.
- b) Por el seguimiento normal del algoritmo de transbordo.

Explicación de lo anterior:

Como se mencionó anteriormente, el problema de transporte normal supone que el envío de un producto de un origen a un destino es la ruta más corta entre ese origen y ese destino y además tiene un costo mínimo. Sin embargo, para estar seguro de ese resultado, se podría preparar un algoritmo de rutas mas cortas antes de aplicar la teoría de transporte.

Si el problema es pequeño, el determinar la ruta más corta puede ser sencillo, pero entre más grande sea el problema, es decir, si existen muchos puntos de transferencia intermedios, puede ser una tarea complicada y tediosa el determinar la ruta. Un método alternativo para obtener el costo mínimo consiste en formular el problema que se tenga como un problema de transbordo. La nueva formulación tiene la característica de permitir que un envío pase en forma transitoria por otros nodos de la red antes de que llegue a su destino final. En esencia, el modelo de transbordo busca automáticamente la ruta de costo mínimo entre un origen y un destino sin tener que determinar con anterioridad la ruta mínima.

Por lo anterior, se decidió atacar el problema por el segundo inciso, ya que la formulación del problema se haría directamente, es decir, no sería necesario aplicar algún algoritmo preparatorio para el problema y para darle solución solo hay que aplicar la teoría de transporte. Tal vez si se hubiera

decidido abordar el problema por el primer inciso, se hubiera llevado un poca más de tiempo todo el proceso por la preparación del algoritmo de rutas más cortas y luego por el análisis de los resultados.

Aclarada la forma en que como se dará solución al problema, el escenario que tenemos es el siguiente:

- Un escenario netamente económico, el cual se construirá con el esquema de costo mínimo.
- El alcance del escenario será a nivel regional, en este caso, puede ser la región Norte, Sur, ó Marina.
- Puesto que tenemos un escenario de mínimo costo, se determinará la inversión mínima necesaria para satisfacer las demandas de hidrocarburos, refiriéndonos a éste estudio, las demandas de aceite.

Para tener organizada y controlada la información contaremos con el paquete de computadora Excel, el cual tendrá un formato previamente establecido que contiene espacio para tener la información que se requiere para ello.

Se usará Excel por que es un poderoso programa de hojas de cálculo. Excel proporciona herramientas automáticas necesarias para el análisis de datos, mantenimiento de listas y realización de cálculos así como herramientas de presentación indispensables para crear informes en base a los resultados obtenidos. Entre las herramientas que proporciona Excel están:

- Hojas de cálculo

Es posible almacenar, manipular, calcular y analizar datos tales como números, texto y fórmulas en una hoja de cálculo.

- **Macros**

Macros es un conjunto de instrucciones vinculadas a ejecutar una acción. Con Macros se pueden automatizar tareas que se ejecuten frecuentemente, realizar cálculos especializados, y además se puede personalizar Excel al crear y almacenar macros propias.

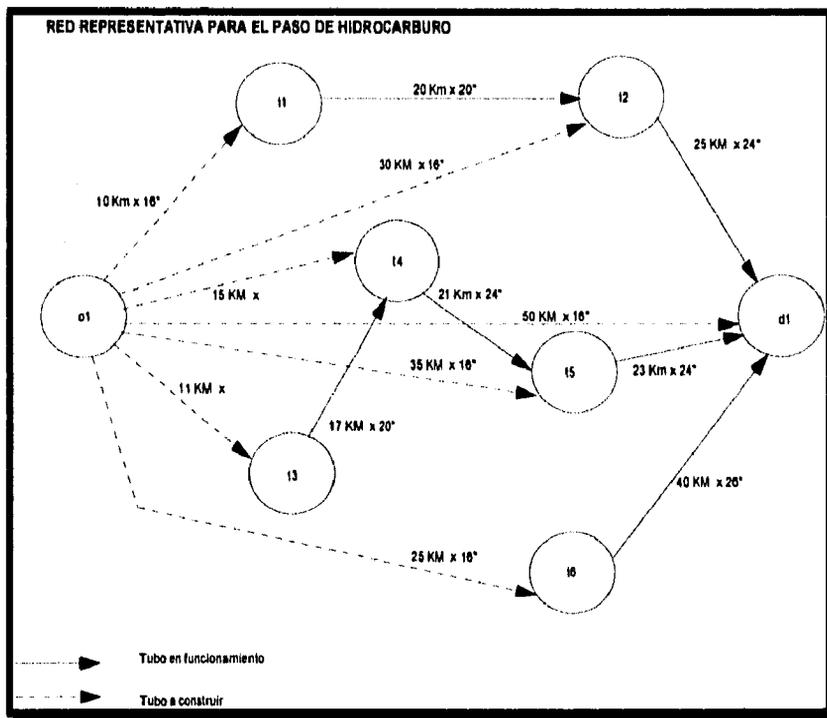
- También proporciona una Base de Datos y un ambiente de Gráficos.

Se usa Excel ya que es el paquete estándar en la Subgerencia de Análisis Económico y en la Subgerencia de Proyectos de Inversión y además porque tiene la potencialidad que se necesita para este tipo de trabajos.

Ya planteados los escenarios y la forma en como se controlará la información, a continuación se listan los datos necesarios y suficientes que se deben conocer para obtener una ruta óptima, éstos son:

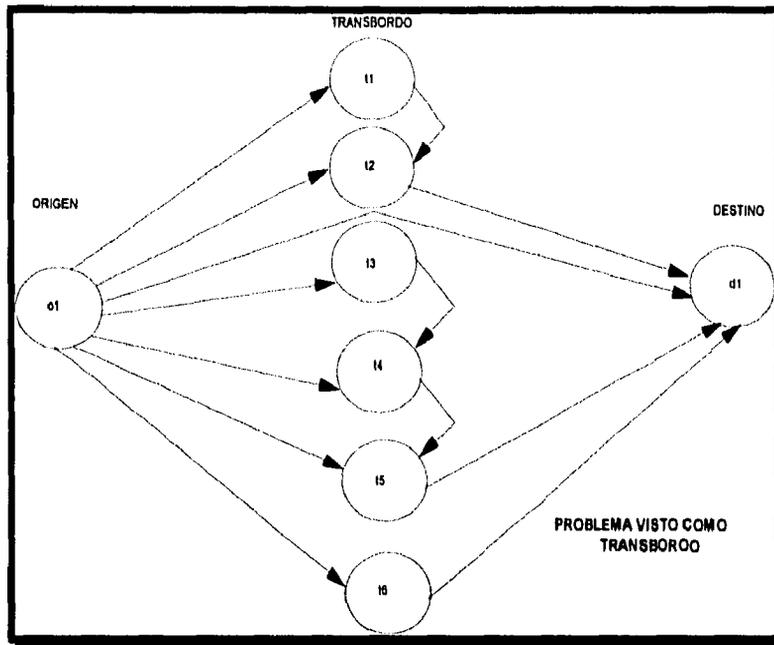
- El costo de transporte de los orígenes a los destinos.
- El costo de transporte de los orígenes a los transbordos.
- El costo de transporte de los transbordos a los transbordos.
- El costo de transporte de los transbordos a los destinos.
- Los costos anteriores serán dados en dolares.
- Se necesitan igualmente la(s) capacidad(es) de producción para el origen(es) y la(s) capacidad(es) de almacenamiento para cada uno de los puntos anteriores.
- Las capacidades serán dadas en MBD (Miles de barriles diarios) si es aceite y si es gas, en MMPCD (Millones de pies cúbicos día)
- Los datos correspondientes a la oferta (MBD ó MMPCD).
- Los datos correspondientes a la demanda (MBD ó MMPCD).
- Si para obtener la ruta óptima se debe construir un tubo, entonces se necesitan los costos de inversión del tubo del *nodo a* al *nodo b*, este costo debe estar dado en miles de dolares.
- Las producciones de los nodos que actúan como transbordos (si las hay).

Para entender bien el problema, se ilustra el esquema original que plantea el paso de hidrocarburos para que llegue a su destino.



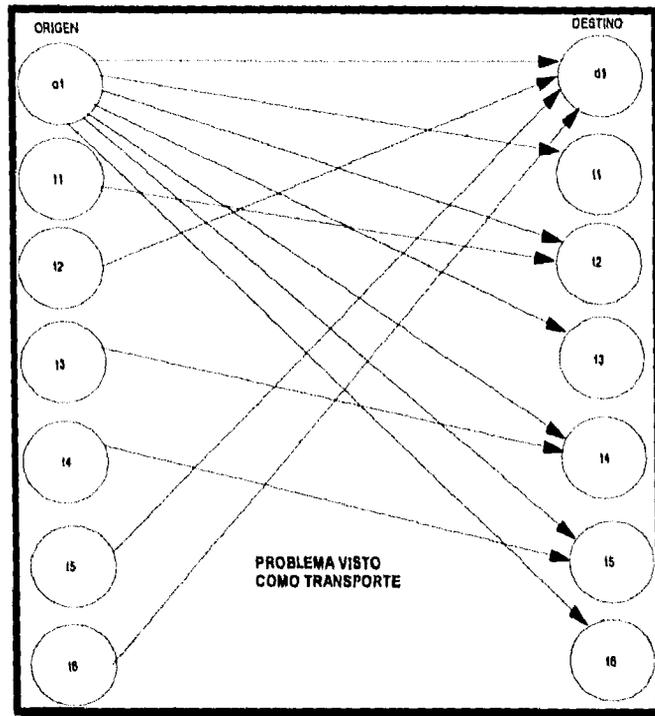
esquema 1.

Ahora, el mismo esquema pero visto como un problema de transbordo da como resultado el siguiente esquema:



esquema 2.

Y finalmente, el esquema visto como un problema de transporte arroja un resultado como éste:

**esquema 3.**

del esquema anterior, se debe encontrar una línea única que salga del origen para sacar la producción de hidrocarburos de éste.

La hoja de Excel en donde estarán los datos del problema, tiene un código específico creado por el que escribe éste trabajo (usando la herramienta de Macros⁷ de Excel) para que organice la información de tal modo que la exprese en términos de la teoría del transporte, esto solamente con la pulsación de un par de teclas.

Puesto que la red propuesta es relativamente pequeña, de hecho se pensó así para que su explicación fuera sencilla, se irá ilustrando paso a paso

⁷ Ver página 59

los puntos sobresalientes del modelo. Primero se mostrará como fue que se llegó al modelo matemático usando la teoría del transbordo. El problema, como se dijo anteriormente, supone que lo que se quiere pasar por la red es aceite.

1) Construcción del modelo.

- Se tiene un solo origen que es el campo o1.
- Se cuenta con 6 transbordos que son t1, t2, t3, t4, t5, t6.
- Tenemos un solo destino que es una Central de Almacenamiento (d1).

La matriz de costos para el problema de transbordo es:

		2	3	4	5	6	7	8
		t1	t2	t3	t4	t5	t6	d1
1	o1	0.45	0.26	0.42	0.36	0.24	0.28	0.22
2	t1		0.21					
3	t2							0.19
4	t3				0.22			
5	t4					0.21		
6	t5							0.15
7	t6							0.27

Las cantidades están expresadas en centavos de dolar.

es decir, la tabla anterior muestra que para pasar el aceite por ejemplo, de o1 a t3 va a costar 0.42 centavos de dolar por barril, y así sucesivamente.

El problema que está representado por el esquema 1, supone que la salida de hidrocarburo de su único origen hacia su único destino la Central de Almacenamiento (d1) debe ser solo mediante la construcción de un oleoducto en dirección a algún transbordo, a partir de aquí, existe ya una infraestructura en funcionamiento (es decir, oleoductos que estan transportando aceite a varios lugares) que será aprovechada para pasar el aceite a la C.A.. Entonces la

información que sigue es la concerniente a la inversión que se aplicará a la construcción del oleoducto y sus especificaciones correspondientes:

OLEODUCTO	ESPECIFICACION	COSTO
o1 - t1	10 Km x 16"	303
o1 - t2	30 Km x 16"	909
o1 - t3	11 Km x 16"	333.3
o1 - t4	15 Km x 16"	454.5
o1 - t5	35 Km x 16"	1060.5
o1 - t6	25 Km x 16"	757.5
o1 - d1	50 Km x 16"	1515

Las costas están expresadas en miles de dolares.

La matriz que representa las capacidades de los nodos son:

		2	3	4	5	6	7	8
		t1	t2	t3	t4	t5	t6	d1
1	o1	120	120	120	120	120	120	120
2	t1		175					
3	t2							275
4	t3				180			
5	t4					250		
6	t5							250
7	t6							350

Las cantidades están expresadas en miles de barriles diarios (MBD).

es decir, de t1 a t2 solo se puede pasar 175 MBD.

La oferta del origen, es decir, del campo o1 es:

Origen	Oferta
o1	120

La demanda de la Central de Almacenamiento es:

Destino	Demanda
d1	650

Las producciones de los campos que actúan como transbordos son:

	1	2	3	4	5	6
t1	t1	t2	t3	t4	t5	t6
1	25	50	30	20	70	200

cabe aclarar que en el análisis que se hace de la red propuesta, están involucrados campos petroleros que son a su vez productores y recolectores, es decir, generan una producción de aceite y también funcionan como Centrales de Almacenamiento. Esta situación no se da en todos los campos petroleros, por lo regular cada una de las partes (productores y recolectores) tienen un lugar distinto, pero en esta ocasión, coincide que los campos utilizados en este trabajo, cumplan una doble función. Por tanto, las producciones de los transbordos que se mencionan en este trabajo son meramente representativas, (lo que es relevante de los transbordos es la capacidad que tienen como Centrales de Almacenamiento) y por eso se toma en cuenta su información, no afectando de ninguna forma a los resultados arrojados por el modelo.

Los modelos representativos del problema, estarán contruidos en el paquete de computadora para uso específico MPL (Mathematical Programming Language).

MPL es un editor que permite escribir el planteamiento de programas lineales para que después éste planteamiento sea leído por los optimizadores correspondientes; MPL además es un paquete de computadora muy potente que corre en ambiente Dos o ambiente Windows.

Los modelos se plantean con nombres de archivos, para que cuando se ejecuten a través del optimizador, lean la información de esos archivos. La imagen del modelo de transbordo en términos de nombres de archivos y en términos del paquete MPL que se propondrá en el estudio presente se ve así:

```
{ Este es el modelo matemático que representa el envío de }  
{      hidrocarburos de un origen a un destino      }  
{      usando la teoría del transbordo.              }  
{      }  
{      }
```

TITLE

```
Transbordo;
```

DATA

```
origen    = datafile( origen.csv );  
transbordo = datafile( transbor.csv );  
destino   = datafile( destino.csv );
```

INDEX

```
i = 1..origen ;  
j = origen+1..origen+transbordo;  
k = origen+transbordo+1..origen+transbordo+destino;  
q = origen+1..origen+transbordo;
```

DATA

```
co_ot[i,j] = datafile( co_ot.csv );
co_td[j,k] = datafile( co_td.csv );
co_od[i,k] = datafile( co_od.csv );
co_tt[j,q] = datafile( co_tt.csv );

ca_ot[i,j] = datafile( ca_ot.csv );
ca_td[j,k] = datafile( ca_td.csv );
ca_od[i,k] = datafile( ca_od.csv );
ca_tt[j,q] = datafile( ca_tt.csv );
oferta[i] = datafile( ofert.csv );
demanda[k] = datafile( demand.csv );
```

DECISION

```
traya[i,j] -> x
traye[j,k] -> x
trayl[i,k] -> x
trayoj[j,q] -> x
```

MODEL

```
Min Z = sum(i,j:co_ot*traya)+sum(j,k:co_td*traye) + sum(i,k:co_od*trayi) + sum(j,q:co_tt*trayo)
```

SUBJECT TO

```
ofert[i] : sum(j:traya) + sum(k:trayi) < oferta ;
deman[k] : sum(l:trayi) + sum(j:traye) > demanda ;
trans[j] : sum(l:traya) - sum(k:traye) = 0 ;
```

BOUNDS

```
cap : trayi < ca_od
      ; traya < ca_ot
      ; traye < ca_td
```

END.

Usando el programa diseñado en Macros⁸, el modelo de transbordo en términos de la información real se ve de la siguiente forma:

```
* modtra.xa
*
* Generated with the MPL Modeling System
* Copyright (c) 1988-1994 Maximal Software
*
* Date:      July 5, 1995
* Time:      09:47
*
* Constraints:  8
* Variables:   16
* Nonzeros:    26
* Density:     20 %
*

..TITLE
  Transbordo

..OBJECTIVE MINIMIZE
  0.45 x12 + 0.26 x13 + 0.42 x14 + 0.36 x15 + 0.24 x16 + 0.28 x17
  + 0.19 x38 + 0.15 x68 + 0.27 x78 + 0.22 x18 + 0.21 x23 + 0.22 x45
  + 0.21 x56
  + 0 (x28 + x48 + x58)

..BOUNDS
  x12 <= 120
  x13 <= 120
  x14 <= 120
  x15 <= 120
  x16 <= 120
  x17 <= 120
  x28 = 0
  x38 <= 275
  x48 = 0
  x58 = 0
  x68 <= 250
```

⁸ Ver página 59

$$x_{78} \leq 350$$

$$x_{18} \leq 120$$

..CONSTRAINTS

$$\text{ofert1: } x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{16} + x_{17} + x_{18} \leq 120$$

$$\text{deman8: } x_{28} + x_{38} + x_{48} + x_{58} + x_{68} + x_{78} + x_{18} \geq 650$$

$$\text{trans2: } x_{12} - x_{28} = 0$$

$$\text{trans3: } x_{13} - x_{38} = 0$$

$$\text{trans4: } x_{14} - x_{48} = 0$$

$$\text{trans5: } x_{15} - x_{58} = 0$$

$$\text{trans6: } x_{16} - x_{68} = 0$$

$$\text{trans7: } x_{17} - x_{78} = 0$$

A continuación se escribirá el equivalente a las variables que se manejaron en el modelo anterior. Las variables representan:

x_{12} = De ol hacia t1

x_{13} = De ol hacia t2

x_{14} = De ol hacia t3

x_{15} = De ol hacia t4

x_{16} = De ol hacia t5

x_{17} = De ol hacia t6

x_{18} = De ol hacia d1

x_{38} = De t2 hacia d1

x_{48} = De t3 hacia d1

x_{58} = De t4 hacia d1

x_{68} = De t5 hacia d1

x_{78} = De t6 hacia d1

El modelo anterior es el que representa la situación del transporte de hidrocarburos en base al algoritmo de transbordo. Puesto que se eligió que el

problema fuera solucionado como una formulación de transbordo, el modelo anterior es básico y necesario, ya que sin él, sería difícil darle una solución por la teoría del transporte.

Ahora bien, el siguiente paso en este trabajo, es explicar como se "convierte" el modelo de transbordo a un modelo de transporte. Esta formulación es esencial en el trabajo ya que con ella se podrá dar una solución a la red de transporte que se está estudiando.

La información que se manejará en ésta parte del trabajo es la misma que se describió anteriormente.

Puesto que se va a utilizar la teoría del transporte, es menester seguir su algoritmo, ya que así tendrá más valor.

El problema se ve claramente que está desbalanceado, es decir, los totales de su oferta y los totales de su demanda no son iguales. Debido a éste detalle, el problema se tiene que balancear, como se mostró en apartados anteriores⁹. Entonces, puesto que

demanda > oferta

se debe añadir un origen artificial cuyos costos unitarios son todos cero. Cabe aclarar que los transbordos propuestos tiene la propiedad de ser orígenes y destinos a la vez, ya que así lo dice el algoritmo, además de que su oferta y su demanda será igual al total de la oferta y demanda del problema balanceado, a ésta cantidad se le llama reserva adicional (R.A.), particularmente R.A.= 650. En una forma tabular tenemos:

⁹ Ver página 41

		1	2	3	4	5	6	7	
		t1	t2	t3	t4	t5	t6	d1	oferta
1	o1	0.45	0.26	0.42	0.36	0.24	0.28	0.22	120
2	t1		0.21						R.A.
3	t2							0.19	R.A.
4	t3				0.22				R.A.
5	t4					0.21			R.A.
6	t5							0.15	R.A.
7	t6							0.27	R.A.
8	Artificial	0	0	0	0	0	0	0	530
demanda		RA	RA	RA	RA	RA	RA	dem	

Las cantidades están expresadas en centavos de dolar

es decir, la tabla anterior muestra que por ejemplo el costo unitario de pasar aceite de t3 a t4 va a ser 0.22 centavos de dolar, y así sucesivamente.

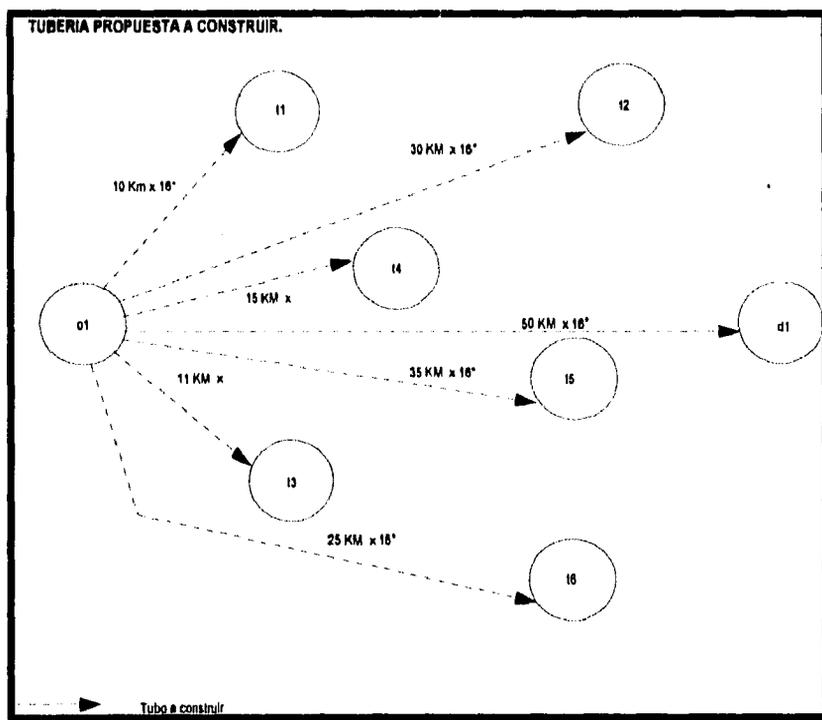
Ahora, usando un poco la intuición, y tomando el esquema 1 donde está la red original propuesta, se observa:

- Un solo origen del cual debe salir toda su producción, osea, los 120 MBD.
- Para que salga ésta producción se debe construir un oleoducto, satisfaciendo la premisa de costo mínimo.
- Puesto que ya se tiene una infraestructura en funcionamiento, ésta debe permanecer invariante.
- Los tres puntos anteriores se deducen ya que lo que debe calcular el modelo es cuáles tubos construir para que el hidrocarburo pueda fluir en la red en estudio, esto significa que ya no interesa la cantidad de hidrocarburo que se mandará a otros nodos, sino lo que interesa es decidir que tubos se construirán para que el hidrocarburo salga de su origen.

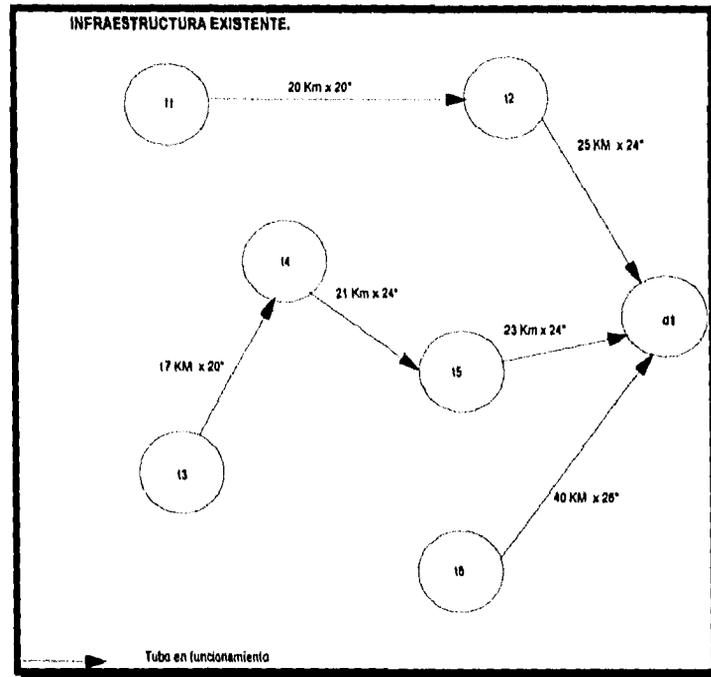
Considerando los puntos anteriores, podemos deducir que las ofertas y demandas de la última tabla, no son relevantes para nuestro caso. Lo que si es relevante, es la ruta que se debe seguir para sacar el hidrocarburo del origen,

es decir, hacia que transbordo sale el aceite. Entonces, lo que se debe considerar es:

- Las rutas que existen de los orígenes a los transbordos se suman y serán igualadas a uno, ya que solo se puede construir un oleoducto, o más bien, debe escogerse únicamente una ruta del origen hacia cualquier transbordo, en forma esquemática tenemos:



- Como la red propuesta considera el uso de una tubería existente, se deben dejar igual estos tubos, ya que éstos son fijos y de igual manera, se suman las rutas existentes y se igualan al número de tubos que se manejan en el trabajo.



Cabe hacer mención, que el costo mínimo de transporte estará dado por

$$\text{Costo total} = \text{Inversión del tubo} + \text{Costo de transporte}$$

y a su vez el costo de transporte será calculado por

$$\text{Costo de transporte} = \text{Volumen de Producción} * \text{Costo unitario de Transport}$$

De igual modo que el modelo de transbordo, el modelo que decide cuáles tubos construir para que fluya el hidrocarburo en la red propuesta está creado igualmente con el paquete MPL y expresado en términos de archivos, la forma en que se ve el modelo es:

```
{ Este es el modelo matemático que decide cuáles tubos }  
{     construir para que el hidrocarburo           }  
{     llegue a su destino final                   }
```

TITLE

Solución;

DATA

```
origen  = datafile( origen.csv );  
transbordo = datafile( transbor.csv );  
destino  = datafile( destino.csv );  
balance  = datafile( balance.csv );  
balance2 = datafile( balance2.csv );  
tubo_exis = datafile( tubos.csv );
```

INDEX

```
i = 1..origen+transbordo+balance;  
j = 1..transbordo+destino+balance2;
```

DATA

```
co_od[i,j] = datafile( costo_od.csv );  
ca_od[i,j] = datafile( cap_od.csv );  
  
oferta [i] = datafile( oferta.csv );  
demanda [j] = datafile( demanda.csv );  
flujo [i,j] = datafile( flujos.csv );  
construy[i,j] = datafile( construy.csv );  
tubo_const[i] = datafile( tubos2.csv );
```

DECISION

made[i,j] -> x

MODEL

Min Z = sum(i,j:co_od*made)

SUBJECT TO

infra_const[j] : sum(j:construy*made) = tubo_const;
 infra_hecha : sum(l,j:flujo*made) = tubo_exis;

END.

La forma en que se afecta el modelo anterior con la información proporcionada se escribe a continuación ¹⁰:

```
* solucion.xa
*
* Generated with the MPL Modeling System
* Copyright (c) 1988-1994 Maximal Software
*
* Date:          December 11, 1995
* Time:          14:02
*
* Constraints:    2
* Variables:     13
* Nonzeros:      13
* Density:       50 %
*
..TITLE
  Solución
..OBJECTIVE MINIMIZE
  357 x11 + 940.2 x12 + 383.7 x13 + 497.7 x14 + 1089.3 x15
  + 791.1 x16 + 1541.4 x17 + 36.75 x22 + 52.25 x37 + 39.6 x44
  + 52.5 x55 + 37.5 x67 + 94.5 x77
..CONSTRAINTS
  infra_c1: x11 + x12 + x13 + x14 + x15 + x16 + x17 = 1
  infra_he: x22 + x37 + x44 + x55 + x67 + x77 = 6
```

¹⁰ Cabe haer mención que en la función objetivo ya se incluye el Costo del tubo + Costo de transporte.

Se escribirá el equivalente de las variables que maneja el modelo de transporte descrito anteriormente:

- x_{11} = De o1 hacia t1
- x_{12} = De o1 hacia t2
- x_{13} = De o1 hacia t3
- x_{14} = De o1 hacia t4
- x_{15} = De o1 hacia t5
- x_{16} = De o1 hacia t6
- x_{17} = De o1 hacia d1
- x_{22} = De t1 hacia t2
- x_{37} = De t2 hacia d1
- x_{44} = De t3 hacia t4
- x_{55} = De t4 hacia t5
- x_{67} = De t5 hacia d1
- x_{77} = De t6 hacia d1

Una vez teniendo el modelo matemático en términos de la información, se procede a darle solución con el paquete de computadora de uso específico CPLEX, (que es un optimizador muy poderoso y que se usa actualmente en la Subgerencia de Análisis Económico. El CPLEX es mucho muy rápido y sin lugar a dudas, ha ahorrado mucho tiempo y esfuerzo a toda la Subgerencia) que da soluciones a problemas de programación lineal. La solución que da el CPLEX está contenida en un archivo, que contiene tres secciones: heading, rows and columns (encabezado, renglones y columnas respectivamente). A continuación se describe brevemente cada una de las partes.

Encabezado (heading).

En esta sección aparece lo siguiente:

- ◆ Problem name.- Se da el nombre que tiene el archivo correspondiente.
- ◆ Data name.- Es un nombre que se usa en el momento de editar el modelo.
- ◆ Objective Value.- Da el valor que tiene la función objetivo.
- ◆ Status.- Esta parte dice si el modelo tiene una solución óptimo o no óptima.
- ◆ Iteration.- Es el número de iteraciones que necesitó CPLEX para solucionar el problema.
- ◆ Objective Name.- Dice si el problema se maximiza o se minimiza.
- ◆ Range.- Esta parte es opcional, si se dan rangos en el modelo aparecen, si no se dan , no aparecen.
- ◆ Bounds.- Igual que el anterior, ésta parte es opcional.

Renglones y columnas (Rows and Columns).

Estas secciones aparecen en un formato tabular. Para cada renglón y columna, aparece la siguiente información:

- ◆ Number.- Es una numeración interna asignada por CPLEX.
- ◆ Row or Column.- Es el nombre que tiene asignado cada renglón o columna en el problema.
- ◆ At.- Es el status de cada renglón o columna, existen 5 diferentes status y son:

**** Infactible**

BS Básico y factible

EQ No básico, artificial o fijo

UL No básico, actividad en el límite superior

LL No básico, actividad en el límite inferior

- ◆ **Activity.-** Es el valor que tiene el renglón o columna en la solución final.
- ◆ **Slack Activity and Input Cost.-** Para el primero, es el valor que tienen asignados las restricciones del lado derecho; para el segundo, es el valor que tiene asignada la variable correspondiente en la función objetivo.
- ◆ **Lower Limit.-** Es el valor que tiene el límite inferior para un renglón o una columna en la solución mientras ésta sea factible.
- ◆ **Upper Limit.-** Es el valor que tiene el límite superior para un renglón o una columna en la solución mientras ésta sea factible.
- ◆ **Dual Activity and Reduced Cost.-** Para el primero es el valor final que tomarán las restricciones; para el segundo es el valor final que reducirá al máximo la variable correspondiente por lo regular ese valor será cero.

Ejecutando el CPLEX, tenemos:

PROBLEM NAME solucion.mps
 DATA NAME SOLUCI
OBJECTIVE VALUE 577.5 << **ESTA ES LA SOLUCION AL PROBLEMA** >>
 STATUS OPTIMAL SOLN
 ITERATION 0

OBJECTIVE Z (MIN)
 RHS RHS1
 RANGES
 BOUNDS

SECTION 1 - ROWS

NUMBERROWAT	...ACTIVITY	SLACK ACTIVITY	..LOWER LIMIT.	..UPPER LIMIT.	.DUAL ACTIVITY
1	Z	BS	577.5	577.5	NONE	NONE	1
2	INFRA_C1	EQ	1	0	1	1	-357
3	INFRA_HE	EQ	6	0	6	6	-36.75

SECTION 2 COLUMNS

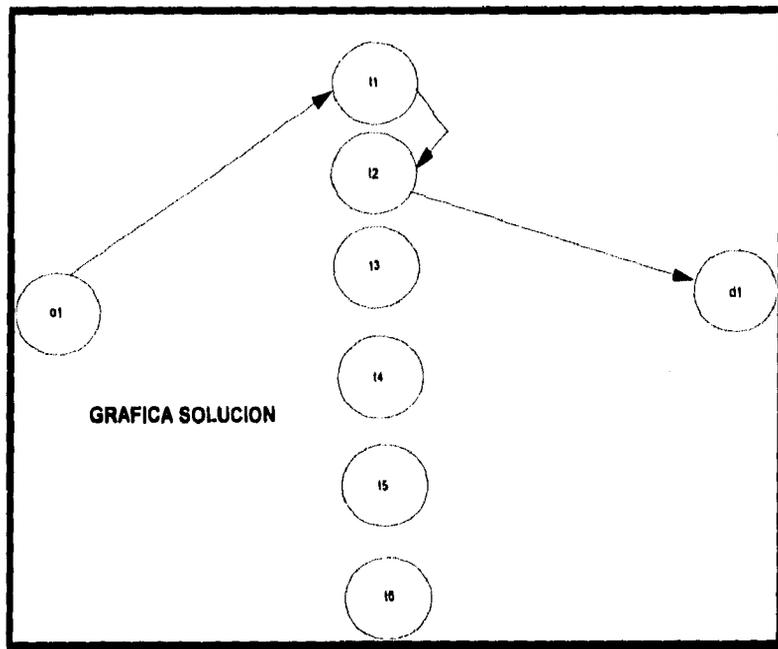
NUMBERCOLUMNAT	...ACTIVITY	..INPUT COST.	..LOWER LIMIT.	..UPPER LIMIT.	.REDUCED COST.
4	X11	BS	1	357	0	NONE	0
5	X12	LL	0	940.2	0	NONE	583.2
6	X13	LL	0	383.7	0	NONE	26.7
7	X14	LL	0	497.7	0	NONE	140.7
8	X15	LL	0	1089.3	0	NONE	732.3
9	X16	LL	0	791.1	0	NONE	434.1
10	X17	LL	0	1541.4	0	NONE	1184.4
11	X22	BS	6	36.75	0	NONE	0
12	X37	LL	0	52.25	0	NONE	15.5
13	X44	LL	0	39.6	0	NONE	2.85
14	X55	LL	0	52.5	0	NONE	15.75
15	X67	LL	0	37.5	0	NONE	0.75
16	X77	LL	0	94.5	0	NONE	57.75

La pregunta a contestar es, que dice la solución arrojada por el CPLEX?.

Lo que interesa esencialmente del modelo, es saber por cual transbordo va a salir el hidrocarburo del origen. Como en la restricción representativa de los

Matemáticas Aplicadas y Computación
ESTA TESIS NO DEBE
SALIR DE LA BIBLIOTECA

tubos a construir especificamos que debía ser igual a uno, ya que solo se tenía contemplada la construcción de un tubo, la solución que da CPLEX al modelo propuesto dice que se debe tomar la trayectoria x_{11} , (la solución que da CPLEX se refleja en la sección 2 en la columna de Activity) es decir, de o1 a t1, y a partir de aquí seguir la ruta por la tubería que existe con una reducción del costo de 577.5 miles de dolares. La solución se presenta graficamente:



VI. CONCLUSIONES.

Antes de proceder a dar las conclusiones se definirán los dos términos a emplear; se entiende por

- i. Modelo 1, como el modelo que representa al problema en estudio, es decir, el que contiene las restricciones representativas de los tubos a construir y los tubos hechos.
- ii. Modelo 2, como aquel modelo que resuelve cualquier problema de transporte (con orígenes y destinos solamente) y por tanto contiene las restricciones representativas de oferta y demanda.

A lo largo de este trabajo se menciona lo que se necesita para poder minimizar los costos del transporte de hidrocarburos. El modelo al que se llegó resulta ser eficiente y mediante un manejo diferente de la información con la que se cuenta (que es información que se tiene siempre) se pueden resolver 2 clases de problemas:

1. Cuando se tenga que decidir que tubos se deben construir para sacar el hidrocarburo de un campo, es decir, del origen, se debe utilizar el modelo 1 (anteriormente definido) que es el que soporta este tipo de problemas.
2. En caso de que el problema a estudiar sea un caso típico de transporte (con orígenes y destinos solamente), se debe utilizar el modelo 2 (anteriormente definido), que está ajustado a este tipo de problema.

El caso que se representó es este estudio, fue el del primer inciso, y aunque la red propuesta resultó ser pequeña, el programa es capaz de soportar una red de mayor tamaño (de 73 orígenes, 25 destinos y 25 transbordos, lo anterior, porque así se definió en el programa de macros que se hizo en Excel), razón por la cual, en la última parte del trabajo se simularon otros problemas de diferente tamaño para probar la eficacia del modelo.

Con respecto a este punto, las simulaciones que se hicieron resultaron interesantes, ya que uno de los ejemplos que se presentaron, se tomó de un

libro¹¹ y el resultado que se maneja en éste fue mejorado, es decir, la información contenida en el libro se ejecutó en el modelo y se obtuvo una solución mucho mejor que la que se maneja en el libro, por tanto, la solución de éste no era la óptima, sino era una solución factible. Precisamente así fue como se pudo comprobar la validez del modelo, probando con ejemplos de los libros donde se conocía de antemano los resultados. Del ejemplo que representa un caso similar al que se está estudiando, su solución es efectiva y garantiza que se tiene el costo mínimo de transporte y de inversión para el oleoducto a construir.

Puesto que el problema es analizado para que funcione con redes más grandes, el modelo propuesto puede ser de utilidad a PEMEX, o en este caso, a la Subgerencia de Análisis Económico para el cálculo y optimización de los costos del transporte de hidrocarburos (de hecho ya es útil por que el modelo se ha utilizado con varios problemas similares al realizado en este estudio), ya que considerando las necesidades que tiene PEMEX por optimizar los recursos con los que cuenta, el modelo propuesto puede ayudar en esa búsqueda de lo óptimo.

Retomando el problema que se estudió, se observa que el modelo está ahorrando 577.5 miles de dolares por concepto de costo de transporte y de la inversión para el tubo. que es una cantidad muy considerable y tomando en cuenta que el tamaño del problema es pequeño, la reducción de los costos es importante que se tome en cuenta.

Finalmente, del objetivo señalado al inicio de éste estudio podemos decir que:

- a) Se propuso el modelo
- b) Se probó el modelo, y
- c) Se llegó a una solución óptima para el problema en estudio,

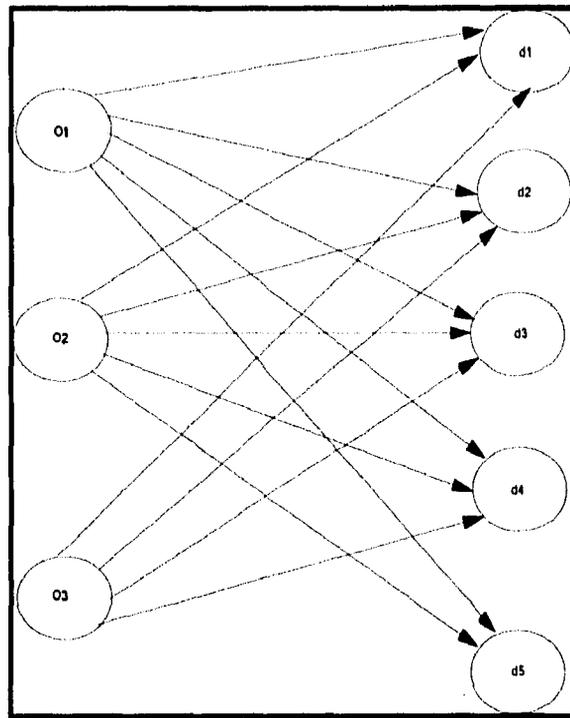
¹¹ Métodos y Modelos de Investigación de Operaciones, Vol. I Dr. Juan Prawda W.

lo cual conduce a afirmar que el objetivo planteado se alcanzó satisfactoriamente.

ANEXO A.

A continuación se muestran algunos ejemplos que fueron ejecutados en la computadora con ambos modelos para ilustrar la eficacia y funcionamiento de éstos y además tomando ejemplos donde se sabía el resultado.

Ejemplo 1.



Sus costos de transporte en forma tabular se tienen enseguida:

	d1	d2	d3	d4	d5	Oferta
o1	20	19	14	21	16	40
o2	15	20	13	19	16	60
o3	18	15	18	20	0	90
Artificial	0	0	0	0	0	50
Demanda	30	40	70	40	60	

El ejemplo ya corrido en la computadora con el modelo 2 se muestra de la siguiente manera:

```
* solucio.xa
*
* Generated with the MPL Modeling System
* Copyright (c) 1988-1994 Maximal Software
*
* Date:      July 24, 1995
* Time:      10:41
*
* Constraints:  9
* Variables:   20
* Nonzeros:    40
* Density:     22 %
*

..TITLE
  Solución

..OBJECTIVE MINIMIZE
  20 x11 + 19 x12 + 14 x13 + 21 x14 + 16 x15 + 15 x21 + 20 x22
  + 13 x23 + 19 x24 + 16 x25 + 18 x31 + 15 x32 + 18 x33 + 20 x34
  + 0 (x35 + x41 + x42 + x43 + x44 + x45)

..CONSTRAINTS
ofert1: x11 + x12 + x13 + x14 + x15 <= 40
ofert2: x21 + x22 + x23 + x24 + x25 <= 60
ofert3: x31 + x32 + x33 + x34 + x35 <= 90
ofert4: x41 + x42 + x43 + x44 + x45 <= 50
demand1: x11 + x21 + x31 + x41 >= 30
demand2: x12 + x22 + x32 + x42 >= 40
demand3: x13 + x23 + x33 + x43 >= 70
demand4: x14 + x24 + x34 + x44 >= 40
demand5: x15 + x25 + x35 + x45 >= 60
```

La solución al problema es:

PROBLEM NAME 3x5.mps
 DATA NAME SOLUCI
OBJECTIVE VALUE 1850
 STATUS OPTIMAL SOLN
 ITERATION 15

OBJECTIVE Z (MIN)
 RHS RHS1
 RANGES
 BOUNDS

SECTION 1 - ROWS

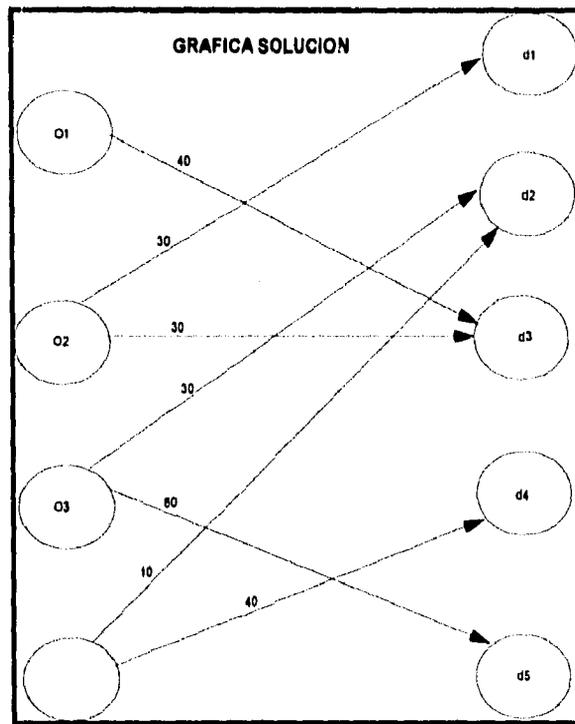
NUMBERROW AT	...ACTIVITY	SLACK ACTIVITY	..LOWER LIMIT	..UPPER LIMIT	.DUAL ACTIVITY
1	Z	BS	1850	-1850	NONE	NONE	1
2	OFERT1	BS	40	0	NONE	40	0
3	OFERT2	UL	60	0	NONE	60	1
4	OFERT3	UL	90	0	NONE	90	1
5	OFERT4	UL	50	0	NONE	50	16
6	DEMAND1	LL	30	0	30	NONE	-16
7	DEMAND2	LL	40	0	40	NONE	-16
8	DEMAND3	LL	70	0	70	NONE	-14
9	DEMAND4	LL	40	0	40	NONE	-16
10	DEMAND5	LL	60	0	60	NONE	-1

SECTION 2 - COLUMNS

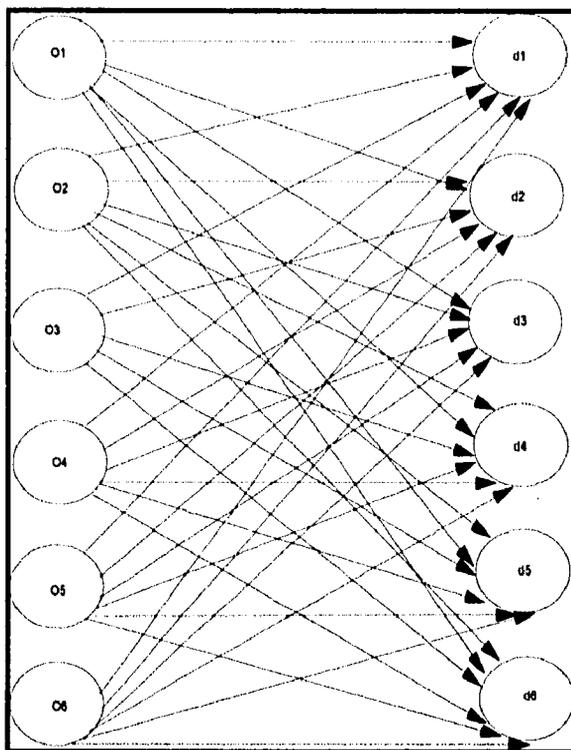
NUMBERROW AT	...ACTIVITY	...INPUT COST	..LOWER LIMIT	..UPPER LIMIT	REDUCED COST
11	X11	LL	0	20	0	NONE	4
12	X12	LL	0	19	0	NONE	3
13	X13	BS	40	14	0	NONE	0
14	X14	LL	0	21	0	NONE	5
15	X15	LL	0	16	0	NONE	15
16	X21	BS	30	15	0	NONE	0
17	X22	LL	0	20	0	NONE	5
18	X23	BS	30	13	0	NONE	0
19	X24	LL	0	19	0	NONE	4
20	X25	LL	0	16	0	NONE	16
21	X31	LL	0	18	0	NONE	3
22	X32	BS	30	15	0	NONE	0

23	X33	LL	0	18	0	NONE	5
24	X34	LL	0	20	0	NONE	5
25	X35	BS	60	0	0	NONE	0
26	X41	BS	0	0	0	NONE	0
27	X42	BS	10	0	0	NONE	0
28	X43	LL	0	0	0	NONE	2
29	X44	BS	40	0	0	NONE	0
30	X45	LL	0	0	0	NONE	15

La solución del problema está dada en la sección 2, la que se refiere a las columnas. El resultado se mostrará en forma gráfica:



Ejemplo 2:



Los costos de transporte están representados por la siguiente tabla:

	d1	d2	d3	d4	d5	d6	Artif.	Oferta
o1	16	16	33	22	17	19	0	375
o2	14	14	13	19	15	23	0	425
o3	19	19	20	23	12	21	0	300
o4	10	10	21	19	18	21	0	400
o5	21	18	19	10	7	13	0	280
o6	13	17	9	31	23	20	0	400
Dem.	200	375	280	290	265	210	360	

El ejemplo ya corrido en la computadora con el modelo 2 se ilustra de la siguiente manera:

```
* solucio.xa
*
* Generated with the MPL Modeling System
* Copyright (c) 1988-1994 Maximal Software
*
* Date:       July 24, 1995
* Time:       10:32
*
* Constraints: 13
* Variables:  42
* Nonzeros:   84
* Density:    15 %

..TITLE
  Solución

..OBJECTIVE MINIMIZE
  16 (x11 + x12) + 13 x13 + 22 x14 + 17 x15 + 19 x16
  + 14 (x21 + x22) + 13 x23 + 19 x24 + 15 x25 + 23 x26
  + 19 (x31 + x32) + 20 x33 + 23 x34 + 12 x35 + 21 x36
  + 10 (x41 + x42) + 21 x43 + 19 x44 + 18 x45
  + 21 (x46 + x51) + 18 x52 + 19 x53 + 10 x54 + 7 x55
  + 13 (x56 + x61) + 17 x62 + 9 x63 + 31 x64 + 23 x65 + 20 x66
  + 0 (x17 + x27 + x37 + x47 + x57 + x67)

..CONSTRAINTS
ofert1: x11 + x12 + x13 + x14 + x15 + x16 + x17 <= 375
ofert2: x21 + x22 + x23 + x24 + x25 + x26 + x27 <= 425
ofert3: x31 + x32 + x33 + x34 + x35 + x36 + x37 <= 300
ofert4: x41 + x42 + x43 + x44 + x45 + x46 + x47 <= 400
ofert5: x51 + x52 + x53 + x54 + x55 + x56 + x57 <= 280
ofert6: x61 + x62 + x63 + x64 + x65 + x66 + x67 <= 400
demand1: x11 + x21 + x31 + x41 + x51 + x61 >= 200
demand2: x12 + x22 + x32 + x42 + x52 + x62 >= 375
demand3: x13 + x23 + x33 + x43 + x53 + x63 >= 280
demand4: x14 + x24 + x34 + x44 + x54 + x64 >= 290
demand5: x15 + x25 + x35 + x45 + x55 + x65 >= 265
demand6: x16 + x26 + x36 + x46 + x56 + x66 >= 210
demand7: x17 + x27 + x37 + x47 + x57 + x67 >= 560
```

La solución arrojada por CPLEX es:

PROBLEM NAME 6x6.mps
 DATA NAME SOLUCI
OBJECTIVE VALUE 19010
 STATUS OPTIMAL SOLN
 ITERATION 25

OBJECTIVE Z (MIN)
 RHS RHS1
 RANGES
 BOUNDS

SECTION 1 - ROWS

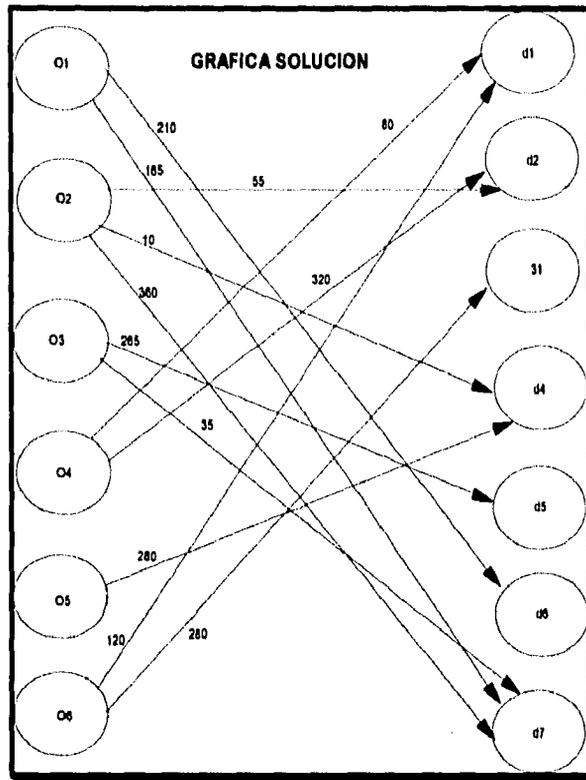
NUMBERROW AT	...ACTIVITY	SLACK ACTIVITY	..LOWER LIMIT	..UPPER LIMIT	.DUAL ACTIVITY
1	Z	BS	19010	-19010	NONE	NONE	1
2	OFERT1	UL	375	0	NONE	375	0
3	OFERT2	BS	425	0	NONE	425	0
4	OFERT3	UL	300	0	NONE	300	0
5	OFERT4	UL	400	0	NONE	400	4
6	OFERT5	UL	280	0	NONE	280	9
7	OFERT6	UL	400	0	NONE	400	1
8	DEMAND1	LL	200	0	200	NONE	-14
9	DEMAND2	LL	375	0	375	NONE	-14
10	DEMAND3	LL	280	0	280	NONE	-10
11	DEMAND4	LL	290	0	290	NONE	-19
12	DEMAND5	LL	265	0	265	NONE	-12
13	DEMAND6	LL	210	0	210	NONE	-19
14	DEMAND7	LL	560	0	560	NONE	0

SECTION 2 - COLUMNS

NUMBERROW AT	...ACTIVITY	...INPUT COST	..LOWER LIMIT	..UPPER LIMIT	REDUCED COST
15	X11	LL	0	16	0	NONE	2
16	X12	LL	0	16	0	NONE	2
17	X13	LL	0	13	0	NONE	3
18	X14	LL	0	22	0	NONE	3
19	X15	LL	0	17	0	NONE	5
20	X16	BS	210	19	0	NONE	0
21	X17	BS	165	0	0	NONE	0

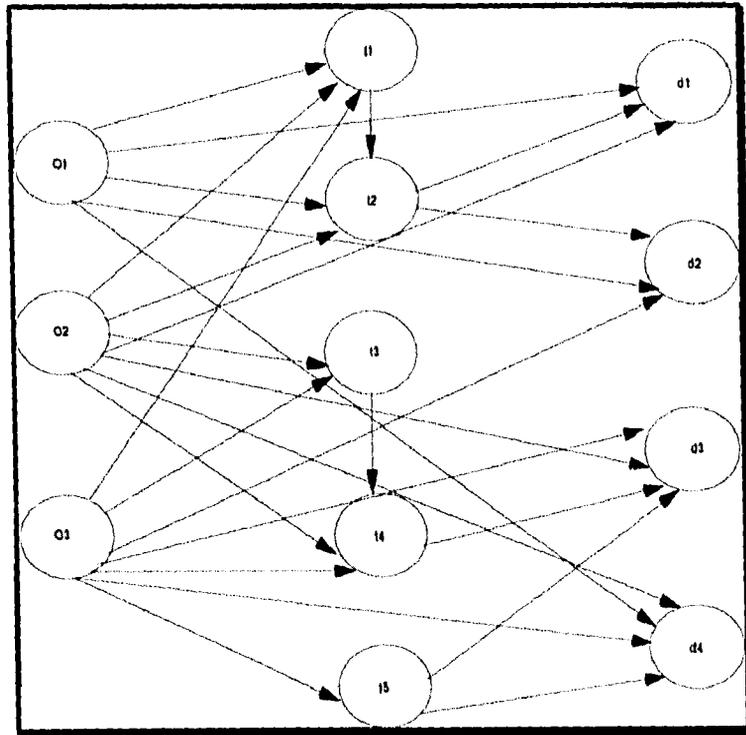
22	X21	LL	0	14	0	NONE	0
23	X22	BS	55	14	0	NONE	0
24	X23	LL	0	13	0	NONE	3
25	X24	BS	10	19	0	NONE	0
26	X25	LL	0	15	0	NONE	3
27	X26	LL	0	23	0	NONE	4
28	X27	BS	360	0	0	NONE	0
29	X31	LL	0	19	0	NONE	5
30	X32	LL	0	19	0	NONE	5
31	X33	LL	0	20	0	NONE	10
32	X34	LL	0	23	0	NONE	4
33	X35	BS	265	12	0	NONE	0
34	X36	LL	0	21	0	NONE	2
35	X37	BS	35	0	0	NONE	0
36	X41	BS	80	10	0	NONE	0
37	X42	BS	320	10	0	NONE	0
38	X43	LL	0	21	0	NONE	15
39	X44	LL	0	19	0	NONE	4
40	X45	LL	0	18	0	NONE	10
41	X46	LL	0	21	0	NONE	6
42	X47	LL	0	0	0	NONE	4
43	X51	LL	0	21	0	NONE	16
44	X52	LL	0	18	0	NONE	13
45	X53	LL	0	19	0	NONE	18
46	X54	BS	280	10	0	NONE	0
47	X55	LL	0	7	0	NONE	4
48	X56	LL	0	13	0	NONE	3
49	X57	LL	0	0	0	NONE	9
50	X61	BS	120	13	0	NONE	0
51	X62	LL	0	17	0	NONE	4
52	X63	BS	280	9	0	NONE	0
53	X64	LL	0	31	0	NONE	13
54	X65	LL	0	23	0	NONE	12
55	X66	LL	0	20	0	NONE	2
56	X87	LL	0	0	0	NONE	1

El resultado se mostrará en forma gráfica:



Ejemplo 3:

El ejemplo que a continuación se presenta utiliza el modelo 1 para su solución. Su gráfica y su información son los siguientes:



Costos

		Destino			
		1	2	3	4
Origen	1	.45	.50	0	.87
	2	.33	0	.68	.78
	3	0	.68	.35	.67

		Transbordo				
		1	2	3	4	5
Origen	1	.32	.28	0	0	0
	2	.37	.21	.57	.60	0
	3	.65	0	.40	.41	.15

		Transbordo				
		1	2	3	4	5
Transb.	1	0	.26	0	0	0
	2	0	0	0	0	0
	3	0	0	0	.27	0
	4	0	0	0	0	0
	5	0	0	0	0	0

		Destino			
		1	2	3	4
Transb.	1	0	0	0	0
	2	0	.40	0	0
	3	0	0	0	0
	4	0	0	.21	0
	5	0	0	0	.28

Su capacidad de producción se presenta a continuación:

Origen	Oferta
1	75
2	150
3	100

Los centros consumidores piden lo siguiente:

Destino	Demanda
1	80
2	65
3	70
4	85

Las capacidades de los nodos está ilustrada en la siguiente tabla:

	t1	t2	t3	t4	t5	d1	d2	d3	d4
o1	130	140	0	0	0	100	120	0	90
o2	135	150	130	150	0	115	0	130	120
o3	140	0	150	140	145	0	113	125	120
t1	0	150	0	0	0	0	0	0	0
t2	0	0	0	0	0	0	135	0	0
t3	0	0	0	140	0	0	0	0	0
t4	0	0	0	0	0	0	0	150	0
t5	0	0	0	0	0	0	0	0	140

Las producciones de los nodos que actuan como transbordos se muestran a continuación:

	t1	t2	t3	t4	t5
1	50	30	70	200	25

Los costos de los oleoductos a construir está representado por la siguiente tabla:

	t1	t2	t3	t4	t5	d1	d2	d3	d4
o1	303	909	0	0	0	757.5	1505	0	800.2
o2	454.5	600	333.3	550.4	0	551.6	0	789.8	1658
o3	909	0	757.4	1505	569.1	0	569.2	987.5	1515

La información anterior en términos del modelo1 se ve de la siguiente manera:

```

* solucion.xa
*
* Generated with the MPL Modeling System
* Copyright (c) 1988-1994 Maximal Software
*
* Date:      September 1, 1995
* Time:      14:32
*
* Constraints:  4
* Variables:   24
* Nonzeros:    24
* Density:     25 %

..TITLE
  Solución

..OBJECTIVE MINIMIZE
  327 x101 + 930 x102 + 791.25 x106 + 1542.5 x107 + 865.45 x109
  + 510 x201 + 681.5 x202 + 418.8 x203 + 640.4 x204 + 601.1 x206
  + 891.8 x208 + 1775 x209 + 974 x301 + 797.4 x303 + 1546 x304
  + 584.1 x305 + 637.2 x307 + 1022.5 x308 + 1582 x309 + 13 x402
  + 12 x507 + 18.9 x604 + 42 x708 + 7 x809

..CONSTRAINTS
infra_c1: x101 + x102 + x106 + x107 + x109 = 1
infra_c2: x201 + x202 + x203 + x204 + x206 + x208 + x209 = 1
infra_c3: x301 + x303 + x304 + x305 + x307 + x308 + x309 = 1
infra_he: x402 + x507 + x604 + x708 + x809 = 5

```

La solución que da el optimizador CPLEX para este problema es:

```

PROBLEM NAME  solucion.mps
DATA NAME     SOLUCI
OBJECTIVE VALUE 1378.9
STATUS        OPTIMAL SOLN
ITERATION     4

OBJECTIVE     Z          (MIN)

```

RHS RHS1
 RANGES
 BOUNDS

SECTION 1 - ROWS

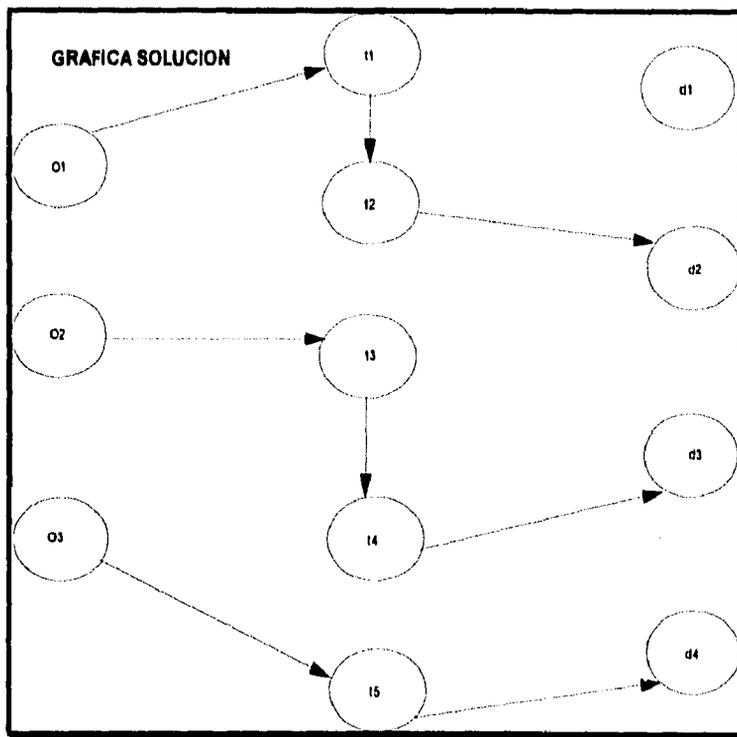
NUMBERROW AT	...ACTIVITY	SLACK ACTIVITY	..LOWER LIMIT	..UPPER LIMIT	.DUAL ACTIVITY
1		BS	1378.9	-1378.9	NONE	NONE	1
2	NFRA_C1	EQ	1	0	1	1	-327
3	NFRA_C2	EQ	1	0	1	1	-418.8
4	NFRA_C3	EQ	1	0	1	1	-584.1
5	NFRA_HE	EQ	7	0	7	7	-7

SECTION 2 - COLUMNS

NUMBERROW AT	...ACTIVITY	...INPUT COST	..LOWER LIMIT	..UPPER LIMIT	REDUCED COST
6	X101	BS	1	327	0	130	0
7	X102	LL	0	930	0	140	603
8	X106	LL	0	791.25	0	100	464.25
9	X107	LL	0	1542.5	0	120	1215.5
10	X109	LL	0	865.45	0	90	538.45
11	X201	LL	0	510	0	135	91.2
12	X202	LL	0	681.5	0	150	262.7
13	X203	BS	1	418.8	0	130	0
14	X204	LL	0	640.4	0	150	221.6
15	X206	LL	0	601.1	0	115	182.3
16	X208	LL	0	891.8	0	130	473
17	X209	LL	0	1775	0	120	1356.2
18	X301	LL	0	974	0	140	389.9
19	X303	LL	0	797.4	0	150	213.3
20	X304	LL	0	1546	0	140	961.9
21	X305	BS	1	584.1	0	145	0
22	X307	LL	0	637.2	0	113	53.1
23	X308	LL	0	1022.5	0	125	438.4
24	X309	LL	0	1582	0	120	997.9
25	X402	LL	0	13	0	150	6

26	X507	LL	0	12	0	135	5
27	X604	LL	0	18.9	0	140	11.9
28	X708	LL	0	42	0	150	35
29	X809	BS	5	7	0	140	0

La solución en forma gráfica es la siguiente:



BIBLIOGRAFIA.

- ◆ **Métodos y Modelos de Investigación de Operaciones. Vol. 1 Modelos Determinísticos**
Autor: Juan Prawda
Edit. Limusa

- ◆ **Introducción a la Investigación de Operaciones**
Autor(es): Frederick Hillier y Gerald J. Lieberman
Edit. Mc Graw Hill

- ◆ **Investigación de Operaciones. Un enfoque fundamental**
Autor(es): James E. Shamblyn y G.T. Stevens Jr.
Edit. Mc Graw Hill

- ◆ **Introducción a la Teoría de Decisiones**
Autor: Jean Paul Rheault
Edit. Limusa

- ◆ **Investigación de Operaciones**
Autor: Hamdy A. Taha
Edit. Alfaomega

- ◆ **Programación Lineal y No Lineal**
Autor: David E. Luenberg
Edit. Limusa

- ◆ **Optimización del Portafolio de Inversiones para Exploración y Producción**
Autor: Subgerencia de Análisis Económico, PEP

- ◆ **El Petróleo. 50 Aniversario**
Autor: Petróleos Mexicanos

- ◆ **El Petróleo en México y en el Mundo**
Autor: Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología

- ◆ **Manual de Usuario de Excel ver. 4.0**
Autor: Microsoft México