



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

37  
2

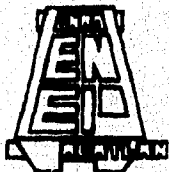
ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES  
ACATLAN

EL PAPEL DE LA DISTRIBUCION LOGNORMAL  
Y DE LA TEORIA DEL MUESTREO EN LA  
INVESTIGACION DE MERCADOS: HACIA UN  
ENFOQUE PRACTICO.

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE  
LICENCIADO EN MATEMATICAS  
APLICADAS Y COMPUTACION  
P R E S E N T A :

ROBERTO RAMIREZ HERNANDEZ



ASESORA DE TESIS: ING. ELVIRA BEATRIZ CLAVEL DIAZ

MEXICO, D.F.

1996

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

*Este trabajo tuvo contribuciones, consejos, preguntas y regaños de muchas personas, a quienes les estoy eternamente agradecido, es especial a mi tío, el Sr. Ricardo Arriaga por su gentil y desinteresada ayuda en la elaboración del trabajo, así como él, a todos les hago público mi reconocimiento, recordándoles que una tesis realmente es fruto de muchas mentes ... y muchas manos. Gracias a todos.*

*Dedico principalmente esta tesis:*

#### **A DIOS**

*Porque es EL la principal luz en mi camino, la brújula que dirige mis pasos hacia un destino en el cual confío, tal como EL me lo ha pedido.*

#### **A MIS PADRES**

*Por sus consejos, recordatorios, regaños y principalmente por su infinito amor, apoyo y confianza en mí. Gracias por darme la oportunidad de vivir y de retribuirles aunque sea un poquito, lo mucho que me han regalado.*

#### **A MI HERMANA CARO**

*Por todas esas palabras de aliento y confianza que me has brindado, han sido pilares esenciales en mi vida, gracias también por el demás apoyo que me has dado tan desinteresadamente.*

#### **A MI HERMANO ARTURO**

*Por tus consejos, regaños y por todos esos momentos de alegría que me has obsequiado, que logran recordarme a cada instante que la vida es en verdad, un regalo de Dios.*

#### **A JUDITH**

*Porque te has convertido en parte fundamental de mi vida, en el complemento que cualquier humano puede buscar, tus consejos y llamadas de atención me han ayudado a transformarme en un mejor hombre. Te amo.*

#### **A RAFAEL**

*Por tu confianza en mí y por tus comentarios y consejos que me han orientado en los momentos más difíciles. Gracias por tu fraternal amistad, sé que siempre contaré con ella.*

#### **A MI ASESORA DE TESIS, ING. BEATRIZ CLAVEL DIAZ**

*El presente trabajo no sería realidad sin su indispensable ayuda, su orientación fue magnífica, le agradezco también todas las horas que me ha dedicado sin que hayan sido todas necesariamente de trabajo, sus consejos y observaciones me serán siempre útiles en mi vida profesional y personal. Gracias en verdad.*

#### **A MI QUERIDA UNAM**

*Porque hoy, gracias a ti, me convierto en un profesionalista que ha de llevar en alto tu nombre, esperando así, contribuir en el desarrollo de México, así como en tu misión forjadora de hombres de bien.*

*"En ciertos momentos,  
la única forma de tener  
razón es perdiéndola."*

**José Bergamín.**  
**(1895-1983)**  
**Escritor español.**

*"La vida es el arte de  
sacar conclusiones  
suficientes a partir de  
datos insuficientes."*

**Samuel Butler.**  
**(1835-1902)**  
**Escritor inglés.**

*"Los locos abren los  
caminos que más tarde  
recorren los sabios."*

**Carlo Dossi.**  
**(1849-1910)**  
**Diplomático italiano.**



## INDICE

<b>INTRODUCCION</b>	<b>I</b>
<b>1. LOS METODOS ESTADISTICOS Y LA INVESTIGACION DE MERCADOS.</b>	
1.1 La investigación de mercados y algunos de sus fundamentos.	1
1.2 Conceptos de estadística.	4
1.3 La relación entre la estadística y la investigación de mercados.	9
1.4 La investigación de mercados en el consumo de productos de uso doméstico.	12
<b>2. EL DISEÑO DE MUESTRAS EN LA INVESTIGACION DE MERCADOS.</b>	
2.1 Elementos de la teoría de muestreo.	14
2.2 Diseños muestrales.	18
2.2.1 Muestreo probabilístico y no probabilístico.	19
2.2.2 Instrumentos para la recolección de datos.	23
2.2.3 El error en muestreo.	26
2.3 Técnicas de muestreo probabilístico.	27
2.3.1 Muestreo aleatorio simple.	28
2.3.2 Muestreo por conglomerados.	30
2.3.3 Muestreo aleatorio estratificado.	32
2.3.4 Otros diseños muestrales.	33
<b>3. RELACION DE LA DISTRIBUCION LOGNORMAL CON EL CONSUMO DE BIENES.</b>	
3.1 Principios básicos de la distribución lognormal.	38
3.1.1 Distribución lognormal con dos parámetros.	38
3.1.2 Distribución lognormal con tres parámetros.	41
3.1.3 Distribución lognormal con cuatro parámetros.	42
3.2 Aplicaciones a diversos campos, el caso para los productos de uso doméstico.	42
3.2.1 Aplicaciones en física y biología.	43
3.2.2 Aplicaciones en economía.	43
3.2.3 El uso en el consumo de bienes.	44
3.3 Pruebas de bondad de ajuste con muestras de datos reales.	45
3.3.1 Método gráfico.	47
3.3.2 Prueba $\chi^2$ de Pearson.	50
3.3.3 Prueba $A^2$ de Anderson-Darling.	50
<b>4. LA INVESTIGACION DE MERCADOS HACIA UN ENFOQUE DE SIMULACION.</b>	
4.1 Conceptos y objetivos de la simulación.	55
4.1.1 Concepto de sistema.	55
4.1.2 Pasos en el proceso de simulación.	56
4.2 La metodología de Montecarlo como alternativa en la investigación de mercados.	56
4.3 Generación de números aleatorios (muestras artificiales) para estudios.	59

**5. UN DISEÑO MUESTRAL EN INVESTIGACION DE MERCADOS PARA PRODUCTOS DE CONSUMO DOMESTICO.**

5.1 Comportamiento probabilístico de las ventas de productos de consumo doméstico.	65
5.1.1 Selección de productos a auditar.	66
5.2 Definición de estratos y universos.	67
5.3 Determnación de tamaños de muestra y asignación óptima.	69
5.4 Generación de números aleatorios.	81
5.5 Estimación de parámetros y límite del error de estimación.	82

<b>CONCLUSIONES.</b>	<b>84</b>
----------------------	-----------

<b>APENDICE 1.</b>	<b>87</b>
--------------------	-----------

<b>ANEXO 1.</b>	<b>90</b>
-----------------	-----------

<b>BIBLIOGRAFIA.</b>	
----------------------	--

## INTRODUCCION

En la actualidad, la gran diversificación de las actividades del ser humano le han obligado a valerse de técnicas, metodologías y primordialmente de todos los conocimientos acumulados a través de los siglos. En este aspecto, dichos conocimientos obtenidos con el método científico y la experiencia cotidiana han sido los dos pilares que sostienen la formulación de métodos y técnicas para la resolución de problemas.

Es precisamente en las actividades comerciales de las sociedades, que muchas ramas científicas se enfocan particularmente a realizar aplicaciones para éstas. Muchas de ellas ofrecen varios de sus métodos para su particular problemática. La investigación de operaciones ofrece por ejemplo técnicas para minimizar costos o maximizar utilidades, o bien, la teoría de juegos pretende el análisis de estrategias de dos o más competidores, normalmente comerciales.

La investigación de mercados es una de las actividades de este tipo, con mayor preponderancia en las sociedades actuales, enfáticamente las que tienen estructuras económicas que siguen patrones de economía de mercado, es decir, de libre competencia comercial, en las que se tiene la intención de respetar el juego de la oferta y la demanda. Esta actividad como muchas otras, ha venido demandando cada vez con mayor frecuencia de información confiable para su adecuado funcionamiento. La obtención de esa información no siempre es fácil, por el contrario, lo normal es que se dificulte mucho, lo que obliga a que se intensifique la investigación.

Dentro de la gama de técnicas empleadas por la investigación de mercados para sus propósitos, las que ofrece la estadística son particularmente importantes, pues se adaptan a las necesidades de esta actividad. La investigación de mercados en este sentido, mantiene una estrecha relación con las técnicas estadísticas, por ejemplo, el muestreo probabilístico es uno de los recursos que la investigación de mercados emplea con mayor frecuencia, sin embargo, es de cuestionarse la efectividad con que se diseñan muestras para obtener datos, ya que como en cualquier otra actividad, la realidad debe de tomarse en cuenta primero, por un lado los costos que implica la recolección de datos, o bien otros obstáculos como la cooperación en una entrevista, la lejanía geográfica de un elemento muestral, la efectividad o la habilidad para recolectar datos por parte del entrevistador, en fin, muchos factores que limitan, y en ocasiones con severidad, el trabajo muestral que desde su planeación en una mesa puede aparentar ser perfecto.

Uno de los objetivos del presente trabajo en este sentido, es mostrar la forma en que estas técnicas intervienen en las tareas de la investigación de mercados, dejando al descubierto su problemática con la intención de buscar algunas soluciones al respecto.

Otro de los temas con gran preponderancia en la actividad estadística y que al parecer, no se ha advertido totalmente su importancia, es la comprensión de la naturaleza de la distribución de probabilidad de una variable aleatoria de interés, es decir de lo que esté observando. Esto es equivalente a entender el comportamiento de la población en estudio, que nos traería grandes ventajas en los métodos empleados en la investigación de mercados, principalmente en lo que a costos se refiere. La distribución probabilística lognormal o logarítmica normal tiene a propósito, una importancia muy especial, pues en la actividad de la investigación de mercados, primordialmente la de los productos de consumo doméstico, de especial interés para este trabajo, será muy útil su conocimiento como se podrá ver en el desarrollo de la investigación. Para este propósito, se ha de realizar pruebas con técnicas de bondad de ajuste empleando datos reales que integran una serie de muestras con el objeto de poder conocer la naturaleza de la distribución, que se supone es precisamente lognormal.

Por otro lado y a modo propositivo, se enfatiza el uso de las técnicas de simulación, con el objeto de mostrar su efectividad en la investigación de mercados, que al menos en la actualidad no se observa relevancia en el uso de este recurso. La relación que mantiene el conocimiento de la distribución probabilística con el uso de técnicas de simulación es muy estrecha, como se podrá observar posteriormente. El objetivo de lo anterior será el entendimiento del importante papel que podrían jugar las técnicas de simulación, en las actividades de la investigación de mercados, y particularmente la de los productos de consumo doméstico.

De esta manera, el capítulo I nos da una descripción del trabajo de la investigación de mercados, tocando entre otros puntos, los estudios más comunes realizados, las técnicas más difundidas para la obtención de conclusiones en los mismos y los términos más generalizados en esta actividad.

El capítulo II nos introduce en el trabajo desempeñado por la estadística matemática y su relación con otras ramas, principalmente con la investigación de mercados, así como el uso directo de las técnicas de muestreo en los estudios realizados, se presenta además una descripción general de las técnicas más conocidas de muestreo probabilístico.

El capítulo III está dedicado al uso de la distribución probabilística lognormal o logarítmica normal y de cómo su importancia ha crecido con el tiempo, principalmente en la investigación para productos de consumo doméstico, de sumo interés para este trabajo.

El capítulo IV propone las técnicas empleadas en simulación como un recurso muy útil para la investigación de mercados, enfatizando su participación en el control y selección de elementos que conforman las muestras aleatorias en cualquier investigación.

El capítulo V nos presenta un resumen de lo expuesto en los anteriores, planteando un caso práctico en una investigación de mercados para un grupo de productos de consumo doméstico, mostrando entre otras cosas, la utilidad de las técnicas de simulación y la relación de la distribución lognormal con las mismas en este campo.

La Investigación de mercados representa en la actualidad una actividad llena de posibilidades profesionales, es un campo en el que participa una gama importante de personal con diversos niveles de preparación académica, que canaliza sus esfuerzos en pro del adecuado desarrollo de esta actividad. Debido a su naturaleza, se requiere principalmente de gente con carreras en mercadotecnia, matemáticas, actuaría, administración o economía.

En el presente trabajo, queda subrayado el trabajo formal que se requiere para la realización de una buena investigación de mercados, en la que ramas como la estadística matemática muestra su particular relación. Es aquí donde el trabajo de la gente que ha obtenido una formación académica en el área físico-matemática se hace presente de una manera especial.

El trabajo de quien ha obtenido una carrera como la de matemáticas aplicadas y computación en esta actividad es en un principio similar al de otras profesiones como las mencionadas anteriormente, pues la preparación en estadística, probabilidad y demás ramas de las matemáticas (aunadas a la computación aprendida) así lo pueden avalar, no obstante, y gracias al enfoque de esta carrera, es posible realizar aportaciones que en otras disciplinas no se pensaría, al menos por la formación académica original. Un ejemplo palpable es la investigación que se pudiese ofrecer en tópicos como la simulación de sistemas, aplicaciones con investigación de operaciones, diseño de sistemas expertos, etc.

Es precisamente que uno de los objetivos primordiales del presente trabajo, es el mostrar el potencial tan amplio que ofrece una disciplina como las matemáticas aplicadas, que valiéndose de la técnicas computacionales, agliza en gran medida una aplicación para la investigación de mercados o para cualquier otra actividad que así lo demande.

# **CAPITULO I**

## CAPITULO I

### LOS METODOS ESTADISTICOS Y LA INVESTIGACION DE MERCADOS.

#### 1.1 LA INVESTIGACION DE MERCADOS Y ALGUNOS DE SUS FUNDAMENTOS.

A lo largo de toda su historia, el ser humano como sabemos, ha realizado sus actividades para preservar su propia existencia: la alimentación, el vestido, la vivienda, su defensa y la de quien los rodea, etc.

Entre dichas actividades, el comercio ocupa un lugar preponderante, es a través del comercio que el hombre logra satisfacer muchas de sus más elementales necesidades. El comercio representa para las sociedades actuales una de las actividades principales para su subsistencia, de esta forma nos familiarizamos día a día con términos como comercio, economía de mercado, apertura comercial, mercadotecnia, mercadeo, etc.

La investigación de mercados representa precisamente uno de los recursos más eficaces en el desarrollo del comercio, pues su objetivo es precisamente el proveer de información de mercado. Definimos entonces a la investigación de mercados como *la actividad que tiene por objetivo el suministro de información de mercado, es decir, del movimiento comercial de un ámbito económico, con la intención de identificar situaciones y oportunidades a aprovecharse por grupos o instancias interesadas (empresas por ejemplo), que servirán posteriormente en la elaboración de programas de mercadotecnia, se vincula la organización con su medio ambiente involucrando la especificación, recolección, análisis e interpretación de datos para auxiliar el entendimiento del mismo.*<sup>1</sup>

Como toda actividad organizada, la investigación de mercados está regida por una metodología en la cual los pasos a seguir, expuestos en diferentes textos, no difieren sustancialmente de un autor a otro. En esencia los pasos van dirigidos a la identificación de lo que se desea observar, el diseño de alguna metodología para su posterior recolección de datos y por último la interpretación y análisis de los mismos, con la elaboración de conclusiones que se obtengan con el estudio. A modo de ilustración se exponen una serie de pasos para realizar una investigación de mercados típica.<sup>2</sup>

---

<sup>1</sup> David A. Aaker, *Investigación de Mercados*, p. 4

<sup>2</sup> Thomas C. Kinnear, *Investigación de Mercados*, p. 61-63



### a) Necesidad de información.

Desde el primer paso, resulta esencial establecer los motivos por los que se requiere de información de mercado, pues es a partir de aquí que el investigador realiza un diseño adecuado para coleccionar los datos pertinentes orientados a la correcta y oportuna toma de decisiones. En esta fase es principalmente indispensable la buena comunicación entre el investigador y la persona o personas que requieran del estudio (por ejemplo un gerente).

### b) Objetivos de la investigación.

Este punto va muy relacionado con el anterior, una vez que se establecieron los por qué del estudio a realizarse, se definen claramente los objetivos de la investigación, esto es, se establece perfectamente lo que se requiere alcanzar con este estudio. Por otro lado se determinan los mecanismos de recolección de datos, necesarios para llegar a dichos objetivos.

### c) Fuentes de datos y diseño de la investigación.

A esta fase corresponde la determinación de las fuentes de datos, es decir, los lugares y los medios que se requieren para la obtención de los mismos, es muy importante averiguar si las fuentes son internas o externas a la organización donde se realiza la investigación, de ello dependerán los costos por la obtención de la misma así como el diseño en sí de investigación. De la misma manera, es esencial conocer la dificultad para acceder a los datos requeridos, de ello también depende la metodología completa.

### d) Procedimiento para la recolección de datos.

Normalmente se realiza la recolección de datos a través de muestreo, sea probabilístico o no probabilístico. (las consideraciones sobre la teoría del muestreo se profundizan en el capítulo II) Sin embargo es importante destacar que el muestreo no siempre representa la opción más adecuada (sobre todo desde el punto de vista económico) para coleccionar datos, ocasionalmente es posible contar con información documental de gran apoyo en nuestros objetivos originales y que sintetice el trabajo que se pensaba realizar, por ejemplo estadísticas oficiales, estudios hechos previamente por nosotros o por otras personas (y con algún objetivo similar), información comercial (realizada por otras compañías), etc.

#### e) Diseño de la muestra.

El diseño de la muestra esto es, el tamaño de la misma y el tipo (estratificado, aleatorio simple, por cuotas, etc.) requiere en buena medida de los conocimientos y la experiencia de un estadístico, que se encargará además de calcular la medida de error atribuida al muestreo, controlando así la efectividad de la muestra. Otro aspecto muy importante que se debe de considerar es el presupuesto que se tiene para realizar el muestreo, ya que en muy buen grado es este factor el que determina finalmente el destino de nuestro diseño.

#### f) Recopilación de datos.

La fase de campo es también una de las más importantes, de aquí se desprenden al igual que en el párrafo anterior, muchas consideraciones a realizarse, por ejemplo la capacitación (y capacidad) de los encuestadores es vital para obtener la información correcta o simplemente para obtenerla pues la misión de este personal es precisamente poder conseguir datos de calidad, aún a expensas en ocasiones de la poca o mucha cooperación que puedan ofrecer las fuentes de interés, como las dificultades de acceso que representan por ejemplo, lugares muy privados, o geográficamente inaccesibles, etc.

#### g) Procesamiento de datos.

Esta parte comprende el tratamiento de los datos recopilados, normalmente nos auxiliaremos de computadoras para esta tarea debido a la complejidad que representa, por un lado el hecho de que los datos pueden hacerse muy voluminosos, y por otro la dificultad del manejo en la realización de cálculos. Ello considerando además las validaciones de la captura que se haga, el empleo adecuado de programas especializados (paquetes estadísticos), etc.

#### h) Análisis de datos.

Aquí encontramos una tarea que representa la extensión de la fase anterior, el análisis de datos debe de ir acorde a lo planteado en los objetivos de la investigación es decir, debemos de ser capaces de obtener conclusiones en función de lo que nos hayamos propuesto averiguar en un principio.

### l) Presentación de los resultados.

Los resultados obtenidos finalmente son producto de la efectividad con que se realicen las fases anteriormente descritas, la comunicación o presentación de dichos resultados generalmente es por vía oral y escrita, auxiliándose de dispositivos mecánicos, magnéticos o electrónicos, así como de tablas impresas, gráficas, diagramas, cuadros, etc., es imprescindible que la presentación de dichos resultados sea lo más legible y sencilla posible con el objeto de no permitir la posibilidad de malas interpretaciones.

En los últimos tiempos, la investigación de mercados ha cobrado una importancia creciente en las actividades comerciales del ser humano, y como tal es importante destacar que los requerimientos de información en esta actividad han exigido mayor precisión y rapidez a un menor costo. Es tal motivo el que exige el uso de nuevas técnicas de obtención de datos. Las nuevas tecnologías (como es el caso del desarrollo de computadoras más potentes) y los avances en la investigación de métodos y técnicas estadísticas más depuradas están permitiendo que se cumpla en buena medida la satisfacción de dicha necesidad. La estadística por tanto, es en este sentido uno de los recursos que en la actualidad se han hecho indispensables en el trabajo de la investigación de mercados.

El papel de la estadística no tiene dificultad en entenderse, menos aún su utilidad en la investigación de mercados, pues el tratamiento de un gran volumen de datos hacen de la estadística, la herramienta clásica y popular por excelencia entre un buen número de investigadores.

### **1.2 CONCEPTOS DE ESTADISTICA.**

Como se acaba de mencionar, la estadística representa un importante recurso en el tratamiento de datos. Es tal vez el mejor camino y en muchos casos el único cuando pretendemos obtener conclusiones válidas acerca de una serie de datos (que en la práctica suelen ser bastante voluminosos). Baste revisar el concepto de estadística:

*La estadística trata de la teoría y aplicación de métodos para coleccionar datos, analizarlos y hacer deducciones a partir de ellos. Estos datos pueden consistir de números arreglados de forma tabular o de representaciones gráficas.*<sup>3</sup>

La estadística comprende dos grandes ramas: Por un lado, la *estadística descriptiva* se encarga de ordenar (generalmente con representaciones tabulares y gráficas) los datos de interés, conformados en un grupo, para posteriormente calcular parámetros que nos describan el comportamiento del grupo de datos en sí, todo esto a través de calcular medidas como la media aritmética, moda, mediana, varianza, desviación estándar (medidas de tendencia central y de dispersión), etc.

La *inferencia estadística* por otro lado, se encarga del estudio del comportamiento de una población a través de la utilización de lo que denominamos estimación de parámetros que permite la obtención de conclusiones acerca de esa población empleando una o varias muestras de datos, mismas que son sometidas al tratamiento de diversos métodos estadísticos.

Existe una amplia gama de técnicas y métodos en la inferencia estadística que nos permite cumplir con diversos propósitos (todos orientados claro, a la observación y conclusiones acerca de la población de interés a través del empleo de muestras): estimaciones por intervalos, pruebas de hipótesis, pruebas de bondad de ajuste, muestreo, análisis de correlación, regresión lineal, etc. La investigación de mercados ha venido empleando éstas y otras técnicas con buenos resultados, lo que vale la pena destacar es que cada vez incorpora más y mejores recursos para el tratamiento de los datos muestrales.

Los parámetros mencionados juegan un papel fundamental, pues su conocimiento o bien, la estimación de su valor nos permite aprender sobre la naturaleza y características de la población bajo estudio. Los valores paramétricos se estiman a través de la aplicación de funciones o expresiones matemáticas, a estas expresiones se les conoce como *estimadores*. Los estimadores, estadísticas o estadísticos han de cumplir con ciertas características o atributos para asegurar que su funcionamiento es el adecuado, en la rama de la estimación de parámetros se encuentran ciertas técnicas que nos permiten concluir a este respecto. Un estimador es adecuado si cumple con las siguientes características:

---

<sup>3</sup> Erwin Kreyszig, *Introducción a la estadística matemática*, p. 17

- ◆ **Estimador insesgado:** Un estimador se considera insesgado si al aplicarle la función de esperanza matemática nos da como resultado el mismo parámetro, esto es:

Sea  $\theta$  un parámetro, se dice que un estimador  $g(X_1, \dots, X_n)$  para dicho parámetro es insesgado si

$$E(g(X_1, \dots, X_n)) = \theta,$$

y un valor correspondiente  $g(x_1, \dots, x_n)$  que se obtiene a partir de una muestra  $x_1, \dots, x_n$  se llama estimación insesgada

- ◆ **Estimador eficiente:** Tenemos un estimador eficiente, si encontramos que el estimador (que también es insesgado) es el que presenta *el menor grado de variación*, esto es, el que tiene la varianza más pequeña (comparativamente con otros estimadores).

Un estimador insesgado  $\hat{\theta} = g(X_1, \dots, X_n)$  para el parámetro  $\theta$  es eficiente si tiene varianza finita

$$E\{(\hat{\theta} - \theta)^2\}$$

y si además no existe otro estimador  $\hat{\theta}' = g'(X_1, \dots, X_n)$  para  $\theta$  cuya varianza sea menor que la de  $\hat{\theta}$ .

- ◆ **Estimador consistente:** Se dice que un estimador es consistente si al aumentar el tamaño de muestra, la aproximación del valor muestral (calculado por el estimador) al parámetro poblacional auténtico también mejora.

Si el estimador tiene la propiedad:

$$E\{(\hat{\theta} - \theta)^2\} \rightarrow 0 \quad \text{cuando } n \rightarrow \infty$$

entonces, para cada  $\varepsilon > 0$  fijo, la probabilidad establecida en:

$$P\{|\hat{\theta} - \theta| \geq \varepsilon\} \leq \frac{1}{\varepsilon^2} E\{(\hat{\theta} - \theta)^2\}.$$

se aproxima a 0 cuando  $n$  tiende a infinito ( $n$  crece). Para cada  $\varepsilon > 0$  fijo obtenemos

$$P\{|\hat{\theta} - \theta| < \varepsilon\} = 1 - P\{|\hat{\theta} - \theta| \geq \varepsilon\} \rightarrow 1 \quad \text{cuando } n \rightarrow \infty$$

- ◆ Estimador suficiente: Decimos que un estimador es suficiente, cuando la muestra de datos tomada utiliza toda la información para estimar el parámetro verdadero, lo que querría decir que si todo lo que podamos saber del parámetro poblacional auténtico proviene realmente de los valores de la muestra que se use, entonces el estimador es suficiente<sup>4</sup>.

*El estadístico  $\hat{\theta}$  es un estimador suficiente del parámetro  $\theta$  si y solo si para cada valor de  $\hat{\theta}$  la distribución condicional de la muestra aleatoria  $x_1, x_2, \dots, x_n$  dada  $\hat{\theta} = \theta$  es independiente de  $\theta$ .*

Uno de los objetivos más importantes cuando se estiman valores paramétricos, es el que sea posible garantizar la efectividad del estimador empleado, por lo que es deseable que se cumplan las características arriba descritas, sin embargo, encontrar estimadores que cumplan estas propiedades no es sencillo, la realidad es que con frecuencia no es posible, es por esta razón que algunos investigadores se han dedicado a diseñar métodos para obtener estimadores confiables. R. A. Fisher por tanto planteó en 1920 uno de los métodos más generalizados actualmente para este propósito, denominado *método de máxima verosimilitud*. Una de las ventajas de este procedimiento es que garantiza el producir estimadores suficientes (si existen), asintóticamente insesgados y de varianza mínima (estimador eficiente y por tanto insesgado).

El procedimiento de estimación de máxima verosimilitud consiste en definir la función de verosimilitud, esto es, dada una muestra de  $n$  elementos se tiene que:

*Si  $x_1, x_2, \dots, x_n$  son los valores de una muestra tomada al azar de una población con el parámetro  $\theta$  la función de verosimilitud de la muestra esta dada por:*

$$L(\theta) = f(x_1, x_2, \dots, x_n; \theta)$$

*Para valores de  $\theta$  contenidos en un dominio dado Aquel  $f(x_1, x_2, \dots, x_n; \theta)$  es el valor de la distribución de probabilidad conjunta o función de densidad conjunta de las variables aleatorias  $x_1, x_2, \dots, x_n$  es el punto de la muestra observado.*

<sup>4</sup> John E. Freund, *Estadística matemática con aplicaciones*, p. 350

Una vez definida la función la verosimilitud, lo que resta es maximizar la misma a través de su derivación con respecto al parámetro de interés<sup>5</sup> para igualar a cero y de esta forma, resolver la ecuación y la expresión resultante se denomina estimador de máxima verosimilitud.

Algunas técnicas estadísticas empleadas generalmente en la investigación de mercados son:

⇒ **Muestreo:** Siendo el uso del muestreo, el más generalizado en actividades como la investigación de mercados, el muestreo (probabilístico) consiste en el diseño de muestras aleatorias. Lo que implica determinar todo un marco de referencia (determinación de universos) selección del tamaño de muestra, tipo de muestreo (estratificado, aleatorio simple, por conglomerados, sistemático, etc.), cálculo de un error inherente al hecho de usar una muestra y no la población entera (error de estimación) y estimación de parámetros de interés. Se ha dedicado los capítulos II y V al estudio más detallado de un diseño muestral.

⇒ **Estimaciones puntual y por intervalos:** La estimación puntual consiste en calcular un valor único que suponemos se aproxima al parámetro de interés (con cierta probabilidad), dicha estimación tiene asociado un valor de error de estimación, por lo que diremos que calculamos que el parámetro de interés es igual a nuestro valor estimado, obteniendo también que nuestro error de estimación es igual al calculado en base a los procedimientos de estimación puntual que se estén empleando.

La estimación por intervalos o intervalos de confianza, obedece un objetivo similar, sin embargo, en este caso el procedimiento consiste en construir un intervalo donde asumimos que estará el valor paramétrico de interés, teniendo como en la estimación puntual, una probabilidad que garantiza lo anterior y al que traducimos como nivel de confianza (90%, 95%, 99%, etc.). Los límites con que se construye el intervalo referido son definidos mediante procedimientos bien establecidos, que dependen de la información con que se cuente, por ejemplo varianza conocida, media conocida, etc.

⇒ **Pruebas de hipótesis:** Constituyen una de las metodologías más potentes dentro de la inferencia estadística, de hecho otras técnicas se valen de las pruebas de hipótesis para su funcionamiento,

---

<sup>5</sup> Freund, op. cit., p. 360-361

como en el caso de las pruebas de bondad de ajuste, algunas técnicas de control de calidad, el análisis de varianza, etc.

La metodología de las pruebas o ensayos de hipótesis consiste en formular precisamente una hipótesis en función de lo que deseamos comprobar (hipótesis nula), ésta debe quedar planteada en términos del parámetro de interés, se formula una hipótesis que sea contraria a la primera (hipótesis alternativa) de tal manera que sea la antítesis de la primera y no haya cabida para otra opción. Se procede a calcular un valor crítico y un estadístico de prueba (estimador) previa selección de un nivel de significancia (1%, 5%, 10%, etc.) se compara el valor crítico y el estadístico, y en base a dicha comparación se acepta o rechaza la hipótesis nula (rechazando o aceptando según sea el caso la hipótesis alternativa).

⇒ **Pruebas de bondad de ajuste:** De la misma forma que el anterior, las técnicas de bondad de ajuste se utilizan para determinar si un grupo de datos es decir, una muestra, se comporta bajo una distribución de probabilidad determinada. Las distintas metodologías nos ofrecen la posibilidad de averiguar a qué distribución se ajustan mejor (en caso de no ajustarse a la que supusimos en un principio o bien a ninguna). La idea en todas ellas es más o menos similar (salvo en los métodos gráficos, donde la inspección visual juega el papel primordial) es decir, se genera o calcula un estadístico de prueba (en base a la metodología empleada sobre la muestra en cuestión) que se compara con un valor crítico previamente consultado en tablas bajo un nivel de significación (hemos de recordar que empleamos aquí también pruebas de hipótesis).

### **1.3 LA RELACION ENTRE LA ESTADISTICA Y LA INVESTIGACION DE MERCADOS.**

De manera muy general, se planteó que la relación entre la estadística y la investigación de mercados es muy estrecha. Esto es así principalmente porque la investigación de mercados como actividad que necesita de información, requiere (principalmente en la actualidad en que la investigación de mercados ha cobrado mucha importancia como ya se mencionó) cada vez de mayor veracidad y rapidez en esta información por un lado, y por otro de modos más económicos para conseguirla. Tales características hacen de la estadística la mejor (tal vez la única) opción que puede ofrecer, el tratamiento de los datos con rapidez y precisión aceptable a un costo razonable, cabe señalar sin embargo, que tales atributos (precisión, costo y rapidez) NO dependen estrictamente de la estadística



en sí, sino de la decisión que el investigador (o el cliente) tomen al respecto, es decir, tal vez es necesario ajustarse a un presupuesto, a un calendario o a una exigencia mínima en la credibilidad de las conclusiones, o a una combinación de éstas.

Entre los estudios más generalizados en la Investigación de mercados se tiene.<sup>6</sup>

#### **Investigación económica y corporativa de las empresas**

- Características y tendencias del mercado/industria
- Estudios de adquisición/diversificación
- Análisis de participación de mercado
- Estudios Internos de los empleados

#### **Determinación del precio**

- Análisis de costo
- Análisis de perfil
- Elasticidad del precio
- Análisis de demanda:
  - potencial del mercado
  - potencial de ventas
  - pronósticos de ventas
- Análisis de precios de la competencia

#### **Producto**

- Desarrollo y prueba del concepto
- Generación y prueba del nombre de la marca
- Mercado de prueba
- Prueba de productos existentes
- Estudios del diseño de empaques
- Estudios de productos competitivos

#### **Distribución**

- Estudios de localización de la planta/bodega
- Estudios del desempeño de los canales

<sup>6</sup> Kinneer, op. cit., p. 20

- Estudios de cobertura de los canales
- Estudios de exportaciones e internacionales

#### **Promoción**

- Investigación de motivaciones
- Investigación de medios de comunicación
- Investigación de la copia publicitaria
- Efectividad publicitaria
- Estudios publicitarios competitivos
- Estudios de imagen pública
- Estudios de compensación de la fuerza de ventas
- Estudios de cuota de la fuerza de ventas
- Estructura territorial de la fuerza de ventas
- Estudios de premios, cupones, transacciones, etc.

#### **Comportamiento de compra**

- Preferencia de marca
- Actitudes de marca
- Satisfacción del producto
- Comportamiento de compra
- Intenciones de compra
- Conocimiento de la marca
- Estudios de segmentación

**CUADRO 1.1**

Cada una de las modalidades de estos estudios, implican grandes cantidades de información las cuales no siempre están disponibles de un modo documental, el hecho de emplear técnicas estadísticas nos asegura de una manera razonablemente buena, la obtención de conclusiones acerca de los datos que recopilamos, cuidando siempre los tres factores que se mencionaron es decir, precisión, rapidez y bajo costo.

#### 1.4 LA INVESTIGACION DE MERCADOS EN EL CONSUMO DE PRODUCTO DE USO DOMESTICO.

El mercado de productos de consumo doméstico viene a ser uno de los más importantes en la sociedad actual, tal importancia es evidente pues difícilmente podríamos imaginarnos sin productos como alimentos procesados, abarrotes, productos para la higiene y belleza, bebidas, ropa, licores y otros. Sin embargo en caso de los países que han adoptado sistemas capitalistas (como el caso de nuestro país) donde el comercio de tales productos se convierte en materia de investigación en áreas como la mercadotecnia, dado que dichos productos tienen su mayor participación con capitales privados, por lo que el interés en mantenerse con participaciones de mercado competitivas, es también creciente. Como se ha planteado ya, la Investigación de mercados viene a ser algo así como "el brazo derecho" para la mercadotecnia, pues es la actividad que proporciona la información con que se toman decisiones e implantan programas mercadotécnicos orientados a mayores participaciones de sus respectivos mercados.

Los productos de consumo doméstico son en la actualidad, uno de los grupos donde la investigación de mercados tiene su más importante desarrollo. Muchas de las modalidades de los estudios planteadas en el cuadro 1.1 se han orientado precisamente a estos productos. Algunos ejemplos de ello son por mencionar algo las pruebas de sabor, de empaque, coberturas de canales, mercados de prueba para el lanzamiento de nuevos productos, etc.

Esta actividad resulta tan importante en la actualidad, que existen varias firmas de investigación muy serias dedicadas al reporte de dichos productos. Algunas de las más importantes compañías a nivel mundial (aunque con algunas particularidades) especializadas en investigación de mercados para éstos y otros productos de consumo lo son A.C. Nielsen, SAMI, I.M.S., etc. En el caso de nuestro país, encontramos empresas como el mismo Nielsen, BIMSA, Gamma Investigación, entre otras.

De modo ilustrativo, es importante comprender la manera de trabajar de compañías como las mencionadas, por ejemplo, algunas de ellas mantienen una muestra estratificada de tiendas que venden al menudeo, de donde se obtienen los datos a través de auditorías programadas periódicamente (previo acuerdo con los encargados o dueños de los establecimientos), debido a la gran dificultad de que se pueda obtener las ventas directamente (sea por la poca cooperación del establecimiento o por la dificultad de calcular las de las últimas semanas) A.C. Nielsen por ejemplo,

diseñó una fórmula para determinar las ventas de los productos auditados, que se expresa en términos de las compras de la mercancía en cuestión y de los inventarios previos (del período anterior) con lo encontrado en el actual.<sup>7</sup>

El diseño estratificado de tiendas diseñado por algunas compañías de investigación de mercados utilizan como criterio el dividir los establecimientos comerciales por el tamaño-servicio que ofrecen, así, consideran las tiendas de autoservicio, vinaterías o licorerías, tradicionales (tiendas de abarrotes y misceláneas, farmacias, eslanquillos o puestos de golosinas, cremerías, depósitos de refrescos, etc.) cada tipo en un estrato. Empleando estimadores para las ventas, como el de razón.

Un diseño muestral muy común empleado por este tipo de compañías es el de muestreo estratificado desproporcionado, donde la proporción muestral para cada estrato no es la misma, sino que se destina en mayor proporción la muestra, a tiendas más grandes ya que es en éstas que existe una mayor variación a la hora de auditar los diferentes productos reportados. Por ejemplo podría ser que en un diseño típico, se dedicara a muestrear 1 tienda de cada 49 siendo tiendas de autoservicio muy grande, 1 de cada 52 para autoservicios medianos, 1 de cada 85 para cadenas chicas, y 1 de cada 133 para tradicionales, etc. De esta forma se controla adecuadamente las medidas de variabilidad en los productos auditados.<sup>8</sup>

---

<sup>7</sup> Aaker, op. cit., p. 103

<sup>8</sup> Kinneer, op. cit., p. 422

## **CAPITULO II**

## CAPITULO II

### EL DISEÑO DE MUESTRAS EN LA INVESTIGACION DE MERCADOS

#### 2.1 ELEMENTOS DE LA TEORIA DE MUESTREO.

Tal como se expuso en el capítulo anterior, el muestreo representa uno de los recursos más útiles y por tanto, generalizados en la realización de investigaciones de mercado, cualquiera que sea su tipo.

La idea fundamental del muestreo para la investigación de mercados, como para cualquier actividad que pretenda utilizar este recurso, es que precisamente con tomar una o varias porciones o muestras de datos de una población (universo) es posible obtener conclusiones suficientemente válidas y precisas acerca de su comportamiento. La condición de *suficiente* viene a determinarse por el Investigador o quien diseñe el esquema de muestreo a través de la medición de un error (en el caso de muestreo probabilístico) o bien a juicio y experiencia en caso de muestreo no probabilístico.

Resulta muy importante resaltar las bondades que pueden ser aprovechadas con el empleo del muestreo, pues a pesar de que es evidente el ahorro en tiempo y dinero si comparamos el querer conocer todos los elementos del universo (censo), existen otras ventajas a describir.<sup>9</sup>

a) La precisión puede ser mayor contra un censo: Pese a lo poco que pueda creerse tal aseveración, resulta especialmente cierta si consideramos la cantidad de errores que normalmente se deben afrontar al levantar todo un censo, esto es, la cantidad tan importante de datos recolectados los hace poco manejables, que provoca por lo regular errores en captura, interpretación de datos, etc. Si bien es cierto que dichos errores (no muestrales) también se presentan con frecuencia usando una muestra, resulta importante decir que el grado de error para los mismos es significativamente menor, debido obviamente al volumen más manejable de los datos muestrales.

---

<sup>9</sup> Thomas C. Kinnear, *Investigación de Mercados*, p. 362

b) Una consideración interesante para la investigación de mercados concretamente, resulta el hecho de la contaminación o sesgo en el que se puede incurrir. Para aclarar este punto supongamos que se levanta un censo, y en éste se incluyen opiniones de lo que se esté midiendo, pueda resultar que las opiniones dadas por algunos de los elementos de la población, "contaminen" o bien hagan tendenciosas las de otros elementos, lo que podría provocar un sesgo. Empleando una muestra, dicho problema puede ser superado con mayor facilidad.

El muestreo se considera un área importante y en algunos casos es la parte medular de muchos negocios, en esencia en varias compañías investigadoras. El muestreo resulta ser el recurso de que se valen para la obtención de conclusiones de la población en estudio.

Para la comprensión del uso del muestreo, es importante conocer algunos de sus conceptos, que emplean en su cotidiano quehacer los diseñadores de muestras:

- **Elemento:** Es la unidad en la que se realiza la recolección de datos, esto es, donde propiamente hacemos el procedimiento, por ejemplo en una ciudad, si deseamos muestrear personas, los elementos los representan precisamente las personas.

- **Población:** La representa el conjunto completo de elementos muestreables, esto es, que los elementos que pueden ser incluidos en una muestra en su totalidad nos conforman una población o universo. Siguiendo el ejemplo del párrafo anterior, la ciudad referida nos define una población o universo. Para algunos autores, de la propia actividad de la investigación de mercados, el concepto de población puede ir más allá, es decir, la población o universo, abarca los factores mismos que nos ocupamos ahora de definir, esto es, que para dichos autores como el caso de Kinnear, el definir la población, implica identificar todos los factores que intervienen en el muestreo, o sea los elementos (anteriormente descritos), las unidades de muestreo (abajo explicadas), y se agregan dos conceptos a explicar a continuación: el alcance y el tiempo.

El alcance es lo que desde el punto de vista estadístico estricto representa la población o universo<sup>10</sup> es decir lo explicado al principio del presente párrafo, la idea de conocerlo como *alcance* consiste en familiarizarnos con las operaciones de campo, es decir, el alcance geográfico normalmente que deben abarcar las actividades de recolección de datos a muestrear.<sup>11</sup>

El tiempo se refiere simplemente al periodo que abarca toda la operación, por ejemplo puede ser de unos días, un mes, un año, etc.

- **Unidad de muestreo:** Significa la serie de conjuntos de elementos muestreables a seleccionar, si pensamos en un diseño donde sea necesario considerar elementos pequeños, es importante considerar las unidades de muestreo como elementos a ser seleccionados para muestra en una etapa previa. Por ejemplo si deseamos muestrear consumidores de algún producto en tiendas de autoservicio. Las unidades de muestreo las conforman una muestra previa de tiendas a seleccionar, para luego de éstas diseñar una muestra de consumidores. Como se puede ver, se puede tener tantas etapas, es decir distintos niveles de unidades de muestreo, como el investigador o diseñador de la muestra considere necesario. Para estos casos se designan dichos niveles de unidades como unidades primarias, secundarias, terciarias, etc. de muestreo.<sup>12</sup> Como también es de notarse, si sólo consideramos una etapa, las unidades de muestreo serán iguales a los elementos mismos, por ejemplo, en la ciudad (población) las unidades de muestreo y los elementos los pueden conformar los individuos.

---

<sup>10</sup> cfr. William Cochran, *Técnicas de Muestreo*, p. 24-25; Richard Scheaffer, *Elementos de Muestreo*, p. 20

<sup>11</sup> Kinnear, *op. cit.*, p. 363

<sup>12</sup> *Ibid.*, p. 364



- **Marco muestral:** Consiste en la lista de las unidades de muestreo disponibles para su selección, es decir las que están en condiciones de ser seleccionadas. Por lo regular se busca que un marco muestral coincida con la población misma (la población que equivale a los elementos de la unidad de muestreo que se esté considerando en esa etapa), aunque en la práctica ello es normalmente difícil, principalmente en diseños que conforman muchos elementos. Por ejemplos de marcos muestrales podemos mencionar, para una muestra de teléfonos, un directorio telefónico, para una muestra de tiendas de autoservicio en la capital, una lista (lo más completa posible) de los autoservicios mencionados, si deseamos muestrear zonas geográficas un mapa de dicha área representa un marco muestral. Si tomamos en cuenta un muestreo de varias etapas, es decir, con varias unidades de muestreo, debemos a su vez, definir el mismo número de marcos muestrales, o sea, que debemos disponer de una lista (marco muestral) para cada etapa o unidad de muestreo correspondiente.

Para llevar a cabo de forma adecuada la recolección de datos a través de técnicas de muestreo, como es claro, debemos seguir algún mecanismo o procedimiento que nos permita realizar el muestreo de manera ordenada. Los investigadores y autores al respecto, coinciden en definir una serie de pasos más o menos similares. A continuación se plantean los siguientes puntos como metodología a seguir:

- 1) **Definir los elementos planteados anteriormente**, es decir, elementos, unidades de muestreo, marcos muestrales y población (alcance y tiempo) o universo.
- 2) **Decidir el tamaño de muestra**, esto puede no ser tan sencillo como parece, pues hemos de recordar que uno de los objetivos del muestreo es obtener información a partir de muestras de datos, cuidando la precisión de tal información, y para ello, el tamaño de muestra es un factor básico. Dentro del muestreo probabilístico se contemplan métodos que permiten el control adecuado del tamaño de muestra en función de la variación de la

información inferida y en algunos casos del presupuesto contemplado. Sin embargo es necesario en estos casos tener datos previos similares que nos permitan obtener una varianza estimada o algún límite de error de estimación. Si deseamos llevar a cabo un estudio en el que no se cuenten con datos previos, será necesario estimar el tamaño de muestra por métodos empíricos. En este sentido, autores como Aaker realizan algunas consideraciones al respecto<sup>13</sup> en función del presupuesto con que se cuente, tasas de muestreo fijadas a juicio del experimentador, datos de estudios auxiliares, etc. Una de los métodos más generalizados, se refiere a realizar un muestreo previo (muestreo piloto), para ello se fija una tasa de muestreo a juicio, se realiza en base a ésta el muestreo piloto, se estima una varianza que sirve para obtener, ahora sí, un tamaño de muestra en base a métodos estadísticos.

**3) Seleccionar un procedimiento específico o técnica de muestreo**, esto es propiamente tomar la decisión de qué tipo de muestreo se va realizar, primero si será probabilístico o no probabilístico (aleatorio o no), y luego ya el método específico dentro de tales esquemas. El resto del presente capítulo se dedica precisamente a este respecto.

**4) Seleccionar proplamente los elementos que conformarán la muestra**, ello mediante los procedimientos pertinentes en la técnica de muestreo escogida.

## **2.2 DISEÑOS MUESTRALES.**

Dentro de las actividades que implican el uso de las técnicas de muestreo, la que tal vez sea la parte medular, la representa el diseño muestral es decir, la decisión de qué esquema o tipo de muestreo llevar a cabo, además de determinar el tamaño de muestra para el mismo. Otros dos aspectos importantes en el diseño de una muestra la representan por un lado, los instrumentos de que se vale un investigador para obtener los datos muestrales, y por otra parte la calidad que se espera

---

<sup>13</sup> David Aaker, Investigación de Mercados, p. 305-307

conseguir en la información que se genera con este procedimiento. Dicha calidad puede conocerse a través del método que se esté empleando. Si se decidió utilizar muestreo aleatorio, es posible determinar una medida de error asociado a el diseño muestral (así como otro no tan fácilmente cuantificable que es el error asociado a las actividades propias de campo, malas respuestas o fuentes de información con problemas, o bien, los atribuidos a captura y procesamiento de información. Estos errores se denominan errores no muestrales.

Se plantean a continuación los tipos de muestreo existentes:

### **2.2.1 MUESTREO PROBABILÍSTICO Y NO PROBABILÍSTICO.**

Como se ha venido comentando, las técnicas de muestreo se dividen en dos grupos básicos: el muestreo probabilístico o aleatorio y el muestreo no probabilístico.

**a) Muestreo probabilístico:** Como su nombre lo indica, este grupo de técnicas de muestreo tienen por característica el que la selección de los elementos que conformarán la muestra sea mediante un procedimiento aleatorio es decir, que involucre un método que escoja los elementos mencionados al azar, por lo que a cada unidad de la población se le puede conocer un valor de probabilidad de ser escogido para integrar la muestra. Dada esta situación, es posible también calcular un error de estimación, una varianza, o alguna otra medida de dispersión, o sea, un valor en base a parámetros estadísticos que nos permite darnos una idea de la precisión de las inferencias realizadas por el experimentador a través de los estimadores que éste haya escogido.

La serie de técnicas de muestreo probabilístico empleadas son actualmente muy conocidas, particularmente en el área de investigación de mercados, se han ido popularizando de manera

creciente (debido claro a la eficiencia y economía que han demostrado). Entre las más conocidas, tenemos las siguientes:

- Muestreo aleatorio simple ó Irrestricto aleatorio
  
- Muestreo aleatorio estratificado
  
- Muestreo por conglomerados
  
- Muestreo sistemático
  
- Muestreo multietápico

Existen otras técnicas de muestreo muy empleadas, sin embargo, representan variaciones de las anteriores o bien, son menos comunes. En los siguientes apartados se explican con detalle las tres primeras, y se hace mención del resto.

La idea de las técnicas de muestreo probabilístico, es tener la capacidad de realizar inferencias sobre la población en estudio, en base a los datos recolectados de la muestra. El poder realizar dichas inferencias implica siempre el uso de un estimador por un lado, y por otro de medir o conocer la precisión con que se realizan dichas conclusiones requiriéndose del cálculo de un error de estimación. Cada técnica de muestreo cuenta con sus propios métodos de estimación de parámetros y de obtención de errores de estimación, que se irán explicando más adelante.

**b) Muestreo no probabilístico:** La característica principal de este grupo de técnicas es precisamente el hecho de no emplear métodos de selección aleatoria de elementos para la muestra, por lo que no se asocia ningún valor de probabilidad de selección para cada elemento, y por tanto como ya se expuso, no se calcula errores de estimación.

La gente que normalmente tiene preparación académica que incluye el estudio de la estadística, prefiere con frecuencia el uso de la misma y por ende, el empleo de las técnicas probabilísticas que al menos corren con menor riesgo en las conclusiones finales debido precisamente a que la aleatoriedad puede garantizar con mayor eficiencia el que la información estimada no presente algún sesgo o bien que contenga alguna contaminación.

A pesar de que estas razones tienen un fundamento bien cimentado (precisamente dentro de la investigación de mercados es por ello que las técnicas referidas tienen una creciente popularidad actualmente), los motivos para emplear las técnicas de muestreo no probabilístico mantienen una ventaja fundamental: su carácter pragmático.

Cuando se planteó mediante un modelo matemático la resolución de un problema de la vida real, se corría el riesgo de excluir varios factores que pudiesen afectar (y en mucho) el diseño que hubiéramos planteado en un principio, con las consecuencias inherentes a ello. Por poner un ejemplo (que ocurre en la vida real), existen firmas de investigación de mercados con prestigio mundial que realizan sus actividades de manera periódica, para lo cual deben mantener una muestra de elementos de manera regular y constante, esto es, recolectar datos de dichos elementos (sea cual fuere lo que se esté investigando) periódicamente. En la práctica mantener la misma muestra referida siempre, es imposible (e inadecuado en casos específicos) pues puede acontecer (y acontece de hecho) que algunos de tales elementos desaparecen por causas propias de su naturaleza (si hablamos de personas, puede pasar que el sujeto referido y que pertenece a la muestra fallezca, se cambie de

domicilio muy lejos, o bien que ya no desee colaborar con el aporte de sus datos; si hablamos por ejemplo de tiendas o establecimientos comerciales, puede pasar que la tienda cierre por un tiempo prolongado o para siempre, que cambie de giro, etc.) o bien que el universo o población crezca con nuevos elementos, con lo que la muestra original pierde la precisión original.

Debido entonces, a que el movimiento natural en estos y otros casos de los elementos afectan la muestra, es evidente que debe renovarse la misma constantemente. Pero ello no es tan sencillo como puede parecer, hemos de recordar que una de las dificultades más comunes para la investigación de mercados es precisamente las relacionadas con la obtención de datos (esto en el campo práctico por supuesto), respuestas falsas, las no respuestas, o la falta misma de cooperación por parte de los elementos muestreados, etc.

Toda esta problemática es precisamente lo que justifica en gran parte el uso del muestreo no probabilístico, como se expuso al principio, la filosofía es seleccionar una o varias muestras en función del criterio y experiencia del diseñador de la muestra. Como vemos en ocasiones de la práctica, es más conveniente seleccionar determinados elementos que pudieran aportar más o mejor información, que sean más fácil entrevistarlos, más económicos, tenga más disposición de acceder a aportar datos, etc. Todo ello representan razones evidentemente prácticas.

Los tipos de muestreo no probabilístico son los siguientes:

- *Muestreo por juicio o criterio*: Está basado precisamente en el juicio del experimentador, esto es, que por su experiencia puede seleccionar determinados elementos, esperando que de éstos se pueda generar información de mayor calidad. Como en cualquier otra de las técnicas no probabilísticas, el riesgo es que se genere algún sesgo o alguna imprecisión importante.

- *Muestreo por conveniencia*: Consiste en seleccionar una o varias unidades de muestreo a conveniencia, por ejemplo un grupo de elementos que sea posible que todos los elementos de dicha unidad aporten los datos de interés. Por ejemplo un salón de clases, un grupo de empleados de la misma empresa, una congregación religiosa, etc. La ventaja de este método es principalmente que se obtiene los datos que requerimos de forma fácil y relativamente económica.

- *Muestreo por cuotas*: Este método es una variación del muestreo por juicio, con la variante de que una vez que dividimos la muestra total requerida en zonas (primordialmente geográficas) o áreas, hemos de especificar una proporción de muestra para cada una de éstas, ello por supuesto con el criterio del diseñador de la muestra. Se le llama por cuotas debido a que los recolectores de campo deben de cubrir el número de elementos o cuota en cada zona. Un ejemplo sería si dividimos el alcance del muestreo (la zona total donde se aplicará) en tres áreas, y el diseñador decide que de su tamaño de muestra es igual a 100 (decidido por él también, claro está) se recogerán los datos de interés de 30 elementos para la primer zona, 42 para la segunda, y 28 para la tercera, lo que obligará a la gente de campo a cubrir esas cuotas de muestreo.

## 2.2.2 INSTRUMENTOS PARA LA RECOLECCIÓN DE DATOS.

Es claro que para lograr la colección de los datos de un diseño muestral, es necesario contar con uno o varios instrumentos de recolección. Este punto resulta muy relevante tomando en cuenta que de ello depende en muchas ocasiones el diseño mismo de una muestra. No sería lo mismo realizar entrevistas telefónicas que levantar encuestas por escrito o por correo.

Uno de los conceptos más generalizados a este respecto es el de encuesta por muestreo, que se refiere efectivamente al levantamiento de datos a través de una serie de preguntas u opciones a contestar por el propio entrevistador (mediante la observación del mismo hacia el elemento en

cuestión), es decir, a través de la aplicación de un cuestionario previamente diseñado con la serie de preguntas que nos interesan. Este aspecto es uno de los que más deben de cuidarse, pues dependerá en gran medida de un adecuado diseño del cuestionario, el que las respuestas que se obtengan se aproximen en lo posible a lo real. Capítulos enteros a este respecto se dedican en libros de investigación de mercados.<sup>14</sup>

Las variantes de aplicación son las que se usan en diversos casos y con distintas justificaciones. Dichas variantes constan de:

- *Entrevistas personales*: Que consiste en la aplicación de un cuestionario por una persona a otra, es decir que los elementos muestrales en este caso son personas también. Este tipo de entrevista permite captar datos de apreciación por parte del encuestador, lo que redonda muchas veces en una ventaja extra al obtener conclusiones finales.

- *Entrevistas por teléfono*: Similar a las entrevistas personales, pero aplicadas como se indica en el nombre, a través del teléfono. Su principal ventaja la representa el hecho de que permite economizar mucho los recursos para el levantamiento. Una desventaja severa en muchas ocasiones es que, dado que el entrevistado no conoce regularmente a la persona que lo está entrevistando, tiende a mantener un comportamiento demasiado cauteloso a la hora de proporcionar datos, principalmente cuando éstos se refieren a cuestiones muy personales, como el ingreso que percibe, su situación civil, o con preguntas que sean en apariencia comprometedoras con alguna otra persona o instancia al respecto. Esta situación como es de comprenderse genera muchas veces datos falsos y difíciles de comprobar.

---

<sup>14</sup> cfr. Kinneer, op. cit., p. 312; Aaker, op. cit., p. 192-217



- *Cuestionarios por correos (autoaplicados)*: En este caso, los cuestionarios llegan a vuelta de correo y se aplican evidentemente a los mismos encuestados, generalmente se obsequia algún objeto a fin de que la persona implicada se motive a contestar y volver a enviar por correo el cuestionario, este método, al igual que el anterior permite un ahorro significativo en recursos, además permite realizar un número muy considerable de encuestas. La desventaja (al igual que las entrevistas por teléfono) es que por lo regular la proporción de personas que contestan es baja en comparación con las entrevistas personales.

- *Observación directa*: Consiste en plasmar en un cuestionario, las apreciaciones y cálculos de los mismos encuestadores (llamados en este caso auditores). Este método tiene la gran ventaja, por sobre los otros tipos de entrevista, que se puede aplicar no sólo a personas, sino también a cualquier otro tipo de elemento muestral, por ejemplo, camiones, establecimientos, productos industriales, servicios, bienes, etc. La única desventaja (que frecuentemente puede ser muy grande si no está lo suficientemente bien capacitado el auditor) es que los datos que se proporcionen estarán supeditados al criterio y experiencia del auditor si es que se trata de aplicar el juicio de éste. Esta situación puede provocar serias imprecisiones en la información final. La única forma de disminuir en lo posible dicho problema, es a través de capacitación a los auditores, con el objeto de que unifiquen su criterio a la hora del levantamiento.

Cabe mencionar que estos métodos no necesariamente deben de presentarse o aplicarse tal como se plantean arriba, pueden combinarse si así se requiere. Por ejemplo, si deseamos realizar una auditoría en inventarios a una muestra de establecimientos, hemos de echar mano de la observación directa en combinación con una serie de preguntas a los encargados del área en cuestión.

### 2.2.3 EL ERROR EN MUESTREO.

La precisión de la información que se obtiene una vez hecha la recolección de datos es tal vez la característica del empleo de muestras que más interesa, y ello resulta lógico si se toma en cuenta que ello nos confirma el grado de confiabilidad con que hemos de adoptar los resultados de la estimación.

El concepto del grado de confiabilidad en los resultados referidos se traduce en la medición del *error de muestreo*.<sup>15</sup> Pero como se afirmó en un principio, este concepto es aplicable sólo al grupo de técnicas de muestreo probabilístico. En las otras no se cuenta con un método formal para conocer si las estimaciones hechas son confiables o no, por lo que el experimentador se basará en su juicio para determinar la eficiencia de su diseño no probabilístico.<sup>16</sup>

El concepto de error en el caso de las técnicas de muestreo (sean del grupo que sean), va más allá de considerar un grado de imprecisión en nuestras estimaciones. Las fuentes de error, es decir, todas aquellas situaciones que nos generan fallas en los resultados finales son múltiples. Por un lado se agrupan las situaciones en que la calidad de los datos aportados por los elementos no es con mucho la óptima deseada (datos falseados, problemas de no respuesta, error en la interpretación de las preguntas hechas, etc.), además hemos de agregar los errores que surgen por mala interpretación o negligencia de los encuestadores, los errores de captura, también todos aquellos derivados del procesamiento de los datos y los que representan problemas en los diseños de los experimentadores. Todas estas modalidades de error las denominamos *errores de no muestreo* ó *errores no muestrales*.<sup>17</sup>

---

<sup>15</sup> Scheaffer, op. cit., p. 24

<sup>16</sup> Kinneer, op. cit., p. 367

<sup>17</sup> Ibid., p. 77

El error muestral se entiende como el grado de confiabilidad que una muestra nos ofrece a la hora de hacer estimación de parámetros, y que no entran en la categoría de errores antes mencionadas. Su definición nos dice que consisten en aquella diferencia entre el parámetro poblacional y el parámetro muestral estimado.<sup>18</sup> Este error siempre es producto del hecho de que, de una muestra no obtenemos los datos completos de una población. Debido a ello, las técnicas de muestreo probabilísticas, cuentan con fórmulas para el cálculo del error de estimación, y de esta manera poder fijarle un límite que nos permite mantener su control, y por tanto, el de la precisión del diseño muestral.

### 2.3 TÉCNICAS DE MUESTREO PROBABILISTICO.

Uno de los principales objetivos de este trabajo de investigación es finalmente mostrar la utilidad de las técnicas de muestreo probabilístico, que como se dijo en otra oportunidad, han cobrado un creciente auge en la actividad de la investigación de mercados, debido precisamente a su característica de aleatoriedad, lo que da mucha confiabilidad. Principalmente si el diseñador de la muestra no tiene la experiencia suficiente para el uso de muestreo no probabilístico (y aún tentándola, podría prestarse a algunas imprecisiones).

Este grupo de técnicas es muy variado si se compara con el otro. Cada método persigue la estimación de parámetros bajo su propia serie de pasos, enfocándose también a diversos tipos de casos. Para distinguir el esquema más adecuado para cada uno de ellos es necesario seguir una serie de criterios y condiciones (a revisar en cada esquema de muestreo). A continuación se exponen las características generales de las tres técnicas de muestreo probabilístico más generalizadas, y se mencionan, aunque de forma más sintalizada, otras técnicas importantes.

---

<sup>18</sup> Scheaffer, op. cit., p. 22

### 2.3.1 MUESTREO ALEATORIO SIMPLE.

Esta es, tal vez la técnica de muestreo probabilístico más empleada en la actualidad, su funcionamiento es muy sencillo, simplemente contempla el seleccionar  $n$  elementos de la población (tamaño de la muestra) que contiene  $N$  elementos. El proceso de selección debe ser al azar, de modo tal que consideramos que cada elemento de la población tiene la misma probabilidad de ser seleccionado.

El muestreo aleatorio simple o irrestricto aleatorio, tiene las siguientes características:

Para la realización de estimaciones de media poblacional:

*Estimador de la media poblacional  $\mu$ :*

$$\hat{\mu} = \bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}$$

*Varianza estimada de  $\bar{y}$ :*

$$\hat{V}(\bar{y}) = \frac{s^2}{n} \left( \frac{N-n}{N} \right)$$

*donde:*

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n-1} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i^2 - n\bar{y}^2}{n-1}$$

*Limite para el error de estimacion:*

$$2\sqrt{\hat{V}(\bar{y})} = 2\sqrt{\frac{s^2}{n} \left( \frac{N-n}{N} \right)}$$

Por otro lado, para realizar estimaciones de totales poblacionales:

*Estimador del total poblacional  $\tau$ :*

$$\hat{\tau} = N\bar{y} = \frac{N \sum_{i=1}^L y_i}{n}$$

*Varianza estimada de  $\hat{\tau}$ :*

$$\hat{V}(\hat{\tau}) = \hat{V}(N\bar{y}) = N^2 \left[ \frac{s^2}{n} \right] \left[ \frac{N-n}{N} \right]$$

*donde:*

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n-1} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i^2 - n\bar{y}^2}{n-1}$$

*Limite para el error de estimacion:*

$$2\sqrt{\hat{V}(N\bar{y})} = 2\sqrt{N^2 \left[ \frac{s^2}{n} \right] \left[ \frac{N-n}{N} \right]}$$

### 2.3.2 MUESTREO POR CONGLOMERADOS.

Consiste en considerar las unidades de muestreo como grupos completos o *conglomerados* de elementos, el muestreo aleatorio se aplica a los conglomerados es decir, se define un número de conglomerados a muestrear, y se seleccionan al azar (como en el muestreo aleatorio simple) los que se van a observar, una vez determinado ésto, se procede a la recolección de los datos de todos y cada uno de los elementos que conforman los conglomerados escogidos.

En esta técnica se deben contemplar los siguientes elementos:

$N$  = Número de conglomerados en la población

$n$  = Número de conglomerados seleccionados en una muestra irrestricta aleatoria

$m_i$  = Número de elementos en el conglomerado  $i$ ,  $i = 1, \dots, N$

$\bar{m} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n m_i$  = tamaño promedio del conglomerado en la muestra

$M = \sum_{i=1}^N m_i$  = número de elementos en la población

$\bar{M} = \frac{M}{N}$  = tamaño promedio del conglomerado en la población

$y_i$  = total de todas las observaciones en el  $i$ -ésimo conglomerado

El estimador de la media poblacional  $\mu$  es la media muestral  $\bar{y}$  la cual está dada por:

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{\sum_{i=1}^n m_i}$$

Donde el estimador para la media poblacional se define de la siguiente manera:

*Estimador de la media poblacional  $\mu$ :*

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{\sum_{i=1}^n m_i}$$

*Varianza estimada de  $\bar{y}$ :*

$$\hat{V}(\bar{y}) = \left( \frac{N-n}{Nn\bar{M}^2} \right) \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}m_i)^2}{n-1}$$

*Límite para el error de estimación:*

$$2\sqrt{\hat{V}(\bar{y})} = 2\sqrt{\left( \frac{N-n}{Nn\bar{M}^2} \right) \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}m_i)^2}{n-1}}$$

*donde  $\bar{M}$  puede ser estimado por  $\bar{m}$  si se desconoce  $M$*

De la misma forma, para estimar el total poblacional se tiene lo siguiente:

*Estimador del total poblacional  $\tau$ :*

$$M\bar{y} = M \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{\sum_{i=1}^n m_i}$$

*Varianza estimada de  $M\bar{y}$ :*

$$\hat{V}(M\bar{y}) = N^2 \left( \frac{N-n}{Nn} \right) \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}m_i)^2}{n-1}$$

*Límite para el error de estimación:*

$$2\sqrt{\hat{V}(M\bar{y})} = 2\sqrt{N^2 \left( \frac{N-n}{Nn} \right) \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}m_i)^2}{n-1}}$$

### 2.3.3 MUESTREO ALEATORIO ESTRATIFICADO.

La idea de este método es la separación de la población en dos o más grupos o estratos con el objeto de aplicar la técnica de muestreo aleatorio simple en cada estrato, por ejemplo si tenemos 10 estratos, aplicaremos la selección por aleatorio simple 10 veces, de la misma forma, los estimadores se aplicarán a cada estrato también, aunque se cuenta también con estimadores de parámetros poblacionales para todos los estratos en conjunto.

La ventaja de esta técnica es que puede reducir considerablemente el error de estimación, pues los datos muestrales muchas veces en la práctica tienen un grado de heterogeneidad muy considerable, por lo que otros métodos de muestreo no pueden reducir la varianza (y por tanto el error de estimación). Al clasificar los elementos en estratos, separamos éstos en subgrupos más homogéneos, y por tanto, sus variaciones particulares son menores.

El criterio de clasificación, es decir de formación de estratos, dependerá del juicio del diseñador. Pero por lo regular se recomienda que observe las características con que puedan separarse en grupos compactos, que sigan patrones muy similares entre todos los miembros (entre sí) de cada estrato, pero que exista una gran variación o diferencia entre un grupo al siguiente.

Para el muestreo aleatorio estratificado, se deben contemplar los siguientes datos:

<p><i>Estimador de la media poblacional <math>\mu</math>:</i></p> $\bar{y}_n = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^L N_i \bar{y}_i$ <p><i>Varianza estimada de <math>\bar{y}_n</math>:</i></p> $\hat{V}(\bar{y}_n) = \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^L N_i^2 \left[ \frac{N_i - n_i}{N_i} \right] \left[ \frac{s_i^2}{n_i} \right]$ <p><i>Límite para el error de estimación:</i></p> $2\sqrt{\hat{V}(\bar{y}_n)} = 2\sqrt{\frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^L N_i^2 \left[ \frac{N_i - n_i}{N_i} \right] \left[ \frac{s_i^2}{n_i} \right]}$
---



<p><i>Estimador del total poblacional <math>\tau</math>:</i></p> $N\bar{y}_n = \sum_{i=1}^L N_i \bar{y}_i$ <p><i>Varianza estimada de <math>N\bar{y}_n</math>:</i></p> $\hat{V}(N\bar{y}_n) = \sum_{i=1}^L N_i^2 \left[ \frac{N_i - n_i}{N_i} \right] \left[ \frac{s_i^2}{n_i} \right]$ <p><i>Límite para el error de estimación:</i></p> $2\sqrt{\hat{V}(N\bar{y}_n)} = 2\sqrt{\sum_{i=1}^L N_i^2 \left[ \frac{N_i - n_i}{N_i} \right] \left[ \frac{s_i^2}{n_i} \right]}$
--

### 2.3.4 OTROS DISEÑOS MUESTRALES.

Otros esquemas de muestreo muy empleados (aunque normalmente no tanto como los anteriores), y que en algunos casos representan variaciones de los expuestos arriba, o bien combinaciones entre sí, se mencionan dos a continuación con sus principales características:

Muestreo Sistemático: La idea del muestreo sistemático se refiere a tomar un elemento del marco muestral de cada  $k$  elementos, esto es, cada  $k$ -ésimo elemento será seleccionado para integrar la muestra. Este diseño se utiliza frecuentemente en investigaciones de mercado, principalmente cuando se trata de entrevistas personales. Por ejemplo si se desea conocer la opinión de los usuarios del metro sobre algún asunto particular, una estrategia frecuente es entrevistar 1 de cada  $k$  pasajeros que salgan de alguna o algunas estaciones del mismo.

Se manejan lo siguiente para este diseño:

*Estimador de la media poblacional  $\mu$ :*

$$\hat{\mu} = \bar{y}_{sy} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}$$

*Varianza estimada de  $\bar{y}_{sy}$ :*

$$\hat{V}(\bar{y}_{sy}) = \left[ \frac{s^2}{n} \right] \left[ \frac{N-n}{N} \right]$$

*Limite para el error de estimacion:*

$$2\sqrt{\hat{V}(\bar{y}_{sy})} = 2\sqrt{\left[ \frac{s^2}{n} \right] \left[ \frac{N-n}{N} \right]}$$

*Estimador del total poblacional  $\tau$ :*

$$\hat{\tau} = N\bar{y}_{sy} = N \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}$$

*Varianza estimada de  $N\bar{y}_{sy}$ :*

$$\hat{V}(N\bar{y}_{sy}) = N^2 \left[ \frac{s^2}{n} \right] \left[ \frac{N-n}{N} \right]$$

*Limite para el error de estimacion:*

$$2\sqrt{\hat{V}(N\bar{y}_{sy})} = 2\sqrt{N^2 \left[ \frac{s^2}{n} \right] \left[ \frac{N-n}{N} \right]}$$

Muestreo por conglomerados en dos etapas: Representa un concepto extensivo del muestreo por conglomerados, se denomina de dos etapas porque en la primera de éstas, se selecciona una muestra aleatoria de conglomerados previamente definidos, para que, posteriormente en la segunda etapa se muestreen (aleatoriamente también) un número de los elementos que conforman los conglomerados seleccionados.

La notación empleada es similar a la de el muestreo por conglomerados.

Se tiene que:

*Estimador insesgado de la media poblacional  $\mu$ :*

$$\hat{\mu} = \left[ \frac{N}{M} \right] \frac{\sum_{i=1}^n M_i \bar{y}_i}{n}$$

*Varianza estimada de  $\hat{\mu}$ :*

$$\hat{V}(\hat{\mu}) = \left[ \frac{N-n}{N} \right] \left[ \frac{1}{nNM^2} \right] s_b^2 + \frac{1}{nNM^2} \sum_{i=1}^n M_i^2 \left[ \frac{M_i - m_i}{M_i} \right] \left[ \frac{s_i^2}{m_i} \right]$$

*donde:*

$$s_b^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (M_i \bar{y}_i - M \bar{\mu})^2}{n-1}$$

*y:*

$$s_i^2 = \frac{\sum_{j=1}^{m_i} (y_{ij} - \bar{y}_i)^2}{m_i - 1} \quad i = 1, 2, \dots, n$$

*Limite para el error de estimacion:*

$$2\sqrt{\hat{V}(\hat{\mu})}$$

*Estimador insesgado del total poblacional  $\tau$ :*

$$\hat{\tau} = N \frac{\sum_{i=1}^n M_i \bar{y}_i}{n}$$

*Varianza estimada de  $\hat{\tau}$ :*

$$\hat{V}(\hat{\tau}) = \left[ \frac{N-n}{N} \right] \left[ \frac{N^2}{n} \right] s_b^2 + \frac{N}{n} \sum_{i=1}^n M_i^2 \left[ \frac{M_i - m_i}{M_i} \right] \left[ \frac{s_i^2}{m_i} \right]$$

*donde:*

$$s_b^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (M_i \bar{y}_i - \bar{M} \hat{\mu})^2}{n-1}$$

*y:*

$$s_i^2 = \frac{\sum_{j=1}^{m_i} (y_{ij} - \bar{y}_i)^2}{m_i - 1} \quad i = 1, 2, \dots, n$$

*Limite para el error de estimacion:*

$$2\sqrt{\hat{V}(\hat{\tau})} = 2\sqrt{M^2 \hat{V}(\hat{\mu})}$$

La aplicación específica en que se esté pensando, es decir el caso en particular, es la que determinará finalmente cual es el esquema de muestreo más adecuado a su necesidad, la experiencia del propio diseñador es en este caso importante para llevar a cabo con éxito esta tarea.

Entre los problemas cotidianos y reales que pueden enfrentar los que diseñan muestras y que es tal vez uno de los factores que conviene tomar en cuenta antes que algunos otros (curiosamente varios textos probablemente minimizan este aspecto) es el referente a los costos, el primordial asunto del dinero echa por tierra muchos de los diseños que se hacen en la realidad. Afortunadamente existen ya algunas técnicas que sí toman más en cuenta este problema, como en el caso (por mencionar uno) de la asignación para los diseños estratificados.

## **CAPITULO III**

## CAPITULO III

### RELACION DE LA DISTRIBUCION LOGNORMAL EN EL CONSUMO DE BIENES.

#### 3.1 PRINCIPIOS BÁSICOS DE LA DISTRIBUCIÓN LOGNORMAL.

Con respecto a otras distribuciones, la distribución lognormal no ha desarrollado aún un número comparable de aplicaciones. Las distribuciones clásicas como el caso de la normal, la Poisson, la Bernoulli, etc. cubrieron (y siguen haciéndolo) una gran parte de las aplicaciones a la realidad hasta ahora encontradas, abarcando así, mucha de la atención de los investigadores. Por otra parte, la distribución lognormal viene a ser relativamente nueva. Sus bases fueron presentadas casi a fines del siglo XIX, con lo que es de esperarse que su campo de acción esté actualmente con un potencial de investigación que valdría la pena tomarse en cuenta.

Dado lo anterior podremos encontrar fenómenos y hechos, tanto naturales como sociales en los que la distribución lognormal manifiesta una muy clara relación con respecto a los mismos.

#### 3.1.1 DISTRIBUCIÓN LOGNORMAL CON DOS PARÁMETROS.

*Definición.* Sea  $X$  una variable definida en  $0 < x < \infty$ , sea entonces  $Y$  otra variable, definida por  $Y = \ln(X)$ , decimos entonces que si  $Y$  es normal con  $\mu, \sigma^2$  es decir  $N(\mu, \sigma^2)$  entonces  $X$  es lognormal, o sea  $L(\mu, \sigma^2)$ .

El caso anteriormente planteado, se le conoce como distribución lognormal con dos parámetros, es decir  $\mu$  y  $\sigma^2$  como se observa, el rango de sus valores son estrictamente mayores que 0. La generalización de tales valores quedan definidas en las distribuciones lognormales de tres y cuatro parámetros, que se plantean en los siguientes incisos.

Con ambos parámetros, es posible definir la curva de densidad, que está dada de la siguiente forma:

$$\Lambda(x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln x - \mu)^2}{2\sigma^2}}$$

La media aritmética y la varianza de la distribución están dadas por:

$$\begin{aligned} \alpha &= e^{\mu + \frac{1}{2}\sigma^2} \\ \beta^2 &= e^{2\mu + 2\sigma^2} (e^{\sigma^2} - 1) \\ &= \alpha^2 \eta^2 \quad \text{donde} \\ \eta^2 &= e^{\sigma^2} - 1 \end{aligned}$$

Donde  $\alpha$  representa la media aritmética,  $\beta^2$  la varianza y  $\eta^2$  el coeficiente de variación para la distribución lognormal, otras medidas de tendencia central de interés son la mediana y la moda, que se definen:

$$\begin{aligned} \gamma &= e^{\mu} \\ M &= e^{\mu - \sigma^2} \end{aligned}$$

Es decir, con  $\gamma$  como mediana y  $M$  como moda de la distribución.

Tal como lo plantean nuevamente Alchison y Brown<sup>19</sup> la distribución lognormal posee momentos de algún orden, de donde el  $J$ -ésimo al origen lo denotamos como sigue:

$$\begin{aligned} \lambda_j &= \int_0^{\infty} x^j d\Lambda(x) \\ &= \int_0^{\infty} e^{jy} dN(y) \\ &= e^{j\mu + 1/2 j^2 \sigma^2} \end{aligned}$$

Los momentos como sabemos, son importantes en la definición de las características de la distribución, particularmente el tercero y cuarto momento de la media, resultan muy útiles en el cálculo de los coeficientes de sesgo y de kurtosis, que se definen como:

$$\begin{aligned} \text{Sean } \lambda_3 &= \alpha^3 (\eta^6 + 3\eta^4) \\ \text{y } \lambda_4 &= \alpha^4 (\eta^{12} + 6\eta^{10} + 15\eta^8 + 16\eta^6 + 3\eta^4) \end{aligned}$$

<sup>19</sup> J. Alchison, *The Lognormal Distribution*, p. 8



Donde tenemos:

$$\gamma_1(X) = \frac{\lambda_1}{\beta^3}$$

$$= \eta^3 + 3\eta$$

y tenemos:

$$\gamma_2(X) = \frac{\lambda_2}{\beta^4} - 3$$

$$= \eta^4 + 6\eta^2 + 15\eta^4 + 16\eta^2.$$

que representan el coeficiente de sesgo  $\gamma_1(X)$  y  $\gamma_2(X)$  el coeficiente de kurtosis respectivamente.

La observación directa de los parámetros  $\mu, \sigma^2$  obtenidos a través de la transformación hecha de la distribución lognormal con  $y = \ln(x)$ , nos puede arrojar, de entrada conclusiones que vale la pena meditar, acerca de la naturaleza de la distribución, esto es, que una vez obtenidos dichos parámetros, es posible entender como se están distribuyendo nuestros valores (si tenemos una muestra por ejemplo). Dicho de otra manera podríamos apreciar por ejemplo si existe una gran concentración de ventas de algún producto (visto con términos de investigación de mercados en un ejemplo planteado) en cierto o ciertos intervalos de ventas para un grupo de tiendas o bien si las ventas están distribuidas de modo muy uniforme en los diferentes tipos de tiendas. Esta información puede ser muy valiosa en la toma de decisiones en áreas como la investigación de mercados (véase capítulo I), o en otras áreas. La fig. 3.1 nos muestra la forma en que la curva de densidad de la distribución es modificada por sus parámetros.

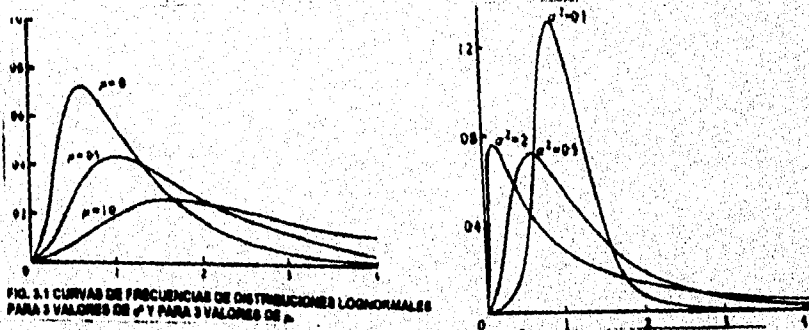


FIG. 3.1 CURVAS DE FRECUENCIAS DE DISTRIBUCIONES LOGNORMALES PARA 3 VALORES DE  $\sigma^2$  Y PARA 3 VALORES DE  $\mu$ .

### 3.1.2 DISTRIBUCIÓN LOGNORMAL CON TRES PARÁMETROS.

Esencialmente, las distribuciones lognormales con tres y cuatro parámetros, están sentadas bajo las mismas bases que la anterior. Esto significa, que representan una generalización del caso con dos parámetros como puede verse a continuación:

Sea  $X$  la variable definida anteriormente como lognormal, con  $\tau$  como un valor en el rango de  $X$ , en este caso el límite superior que denominamos extremo izquierdo, tenemos entonces que el rango de  $X$  se define en  $\tau < X < \infty$ , donde  $\tau$  asume cualquier valor (con  $\tau < \infty$ ).

Como se puede observar, la distribución lognormal con dos parámetros representa un caso particular de la distribución con tres parámetros siendo entonces  $\tau=0$ , es decir el extremo izquierdo se define como 0. Esta consideración es muy importante en la aplicación que se pretenda dar a la distribución, pues pueden presentarse casos en los que  $X$  asuma valores iguales a 0 como lo puede ser el ejemplo de medir ventas de algún producto en una tienda y que no existan ventas del mismo.

El hecho de asumir en la distribución con dos parámetros a  $\tau=0$ , nos permite prescindir de la mención de dicho parámetro. En el caso de la distribución con tres parámetros declimos por ejemplo que  $X$  es  $L(\tau, \mu, \sigma^2)$ .

La función de densidad para tres parámetros se define como:

$$f(x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln(x-\tau)-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad \text{con } x > \tau$$

### 3.1.3 DISTRIBUCIÓN LOGNORMAL CON CUATRO PARÁMETROS.

De la misma forma que en el planteamiento anterior, la distribución con cuatro parámetros, viene a ser una generalización de las dos anteriores, pues esencialmente, el cuarto parámetro introducido delimita el extremo derecho del rango de la variable  $X$ .

Sea  $X$  una variable distribuida lognormalmente, donde el rango de  $X$  queda definido como  $\tau < X < \theta$ . Es decir en  $(\tau, \theta)$ . Los parámetros  $\tau, \theta$  asumen entonces cualquier valor con  $\tau < \theta$ .

### 3.2 APLICACIÓN A DIVERSOS CAMPOS, EL CASO PARA LOS PRODUCTOS DE USO DOMÉSTICO.

Cuando se plantean modelos matemáticos con intención de resolver algún problema de carácter práctico, desde la aplicación misma de los modelos puede ser interesante el proceso, principalmente si se toma en cuenta que emplear modelos es uno de los mejores caminos para que la ciencia pueda sensibilizar a los que la abordan respecto a la problemática del quehacer científico. En ocasiones la aridez de un tema específico puede limitar severamente su comprensión, por ello es que son dichas aplicaciones las que pueden realizar mejor la tarea de divulgación científica, así como la de buscar nuevos caminos, que permitan el hallazgo de nuevas aplicaciones y resolución de problemas de carácter formal.

El caso de la distribución lognormal, que como se acaba de mencionar, cuenta todavía con un campo de acción por demás explorable, principalmente considerando el avance con que cuentan al respecto otras distribuciones como la normal (con la está íntimamente emparentada), la exponencial u otras ya mencionadas.

La pregunta casi inmediata que podría formularse un investigador que busca la distribución teórica que pudiese ajustarse mejor a partir de una muestra aleatoria real de datos y que no la encuentre, es evidentemente ¿cual es la distribución entonces?

Muchos fenómenos y hechos reales han sido estudiados y se ha identificado plenamente qué distribución se ajusta mejor a éstos. La distribución normal por ejemplo, es una de las más adecuadas para explicar una gran variedad de eventos de la vida real, y en menor escala otras tantas.

No obstante existen cosas de la misma realidad que no pueden describirse satisfactoriamente con ninguna de las mismas.

A pesar de ello, existen campos como el de la economía, la física, la sociología, la mercadotecnia o la biología que han encontrado en la distribución lognormal, un modelo adecuado para la explicación y/o resolución de algunos de sus particulares problemas. A continuación se mencionan algunos:

### 3.2.1 APLICACIONES EN FÍSICA Y BIOLOGÍA.

Existen casos de estudios interesantes, mencionados por ejemplo en **Altchison & Brown**<sup>20</sup> en estos campos del conocimiento científico, uno de los más reconocidos consiste en la aplicación de la distribución a las medidas que pueden tener pequeñas partículas (granos finos, polvo, etc.) de algunos materiales, donde el tamaño está asociado a una distribución lognormal. (**Hatch & Choate, Krumbein**).

Algunos autores como **Yuan** han realizado estudios sobre la distribución en pesos corporales de el ser humano utilizando la distribución lognormal, con resultados interesantes. Otros investigadores como **Camp** sugieren la lognormal para explicar otras relaciones de las dimensiones humanas (antropometría), que tradicionalmente empleaban la distribución normal, como en el caso de la estatura. Un problema interesante se refiere también a la propensión de abundancia de especies, gente como **Preston o Grundy** han realizado avances en dichas investigaciones.

### 3.2.2 APLICACIONES EN ECONOMÍA.

Indudablemente, el campo donde tal vez se registran avances más documentados, sea en éste, particularmente en el de la distribución de Ingresos de la gente, varios investigadores entre los cuales están algunos de los considerados como los padres de la distribución lognormal, como sucede con **Gibrat, Kaptelyn**, y otros más que han incursionado también en el estudio de tamaños (por número de habitantes) de hogares con resultados prometedores. En su libro, **Altchison y Brown** dedican un apartado completo para el estudio de la distribución del tamaño de los ingresos por persona y otro muy interesante, relacionado con el comportamiento de un consumidor, es decir, lo que deriva en

---

<sup>20</sup> **Altchison, op. cit., p. 100-103**

sus hábitos de compra y su propensión al gasto de diferentes satisfactores. Este último particularmente resulta de interés, por su directa relación con el consumo de bienes menores, como productos perecederos, de higiene, salud, etc.

### 3.2.3 EL USO EN EL CONSUMO DE BIENES DE CONSUMO DOMÉSTICO.

La aplicación directa en este campo es relativamente nueva y por complemento, potencialmente utilizable en el consumo de bienes.

Como se explica en el punto anterior, la propensión al gasto y la distribución de Ingresos *per capita* son variables directamente relacionadas con el consumo de bienes, en el capítulo mencionado de su libro, Aitchison y Brown<sup>21</sup> plantean desde una perspectiva estadística y particularmente con la distribución lognormal dichos puntos. En la reproducción de sus gráficas para un grupo de estudio, es posible observar como las personas con menor ingreso son más propensas al consumo de bienes menos durables (y de menor valor), como el caso de los alimentos, higiene, ropa, etc. contra los que tienen más posibilidades económicas que tienen mayor disposición en gastar en objetos como muebles, bienes inmuebles y otros de mayor inversión monetaria (fig. 3.2).

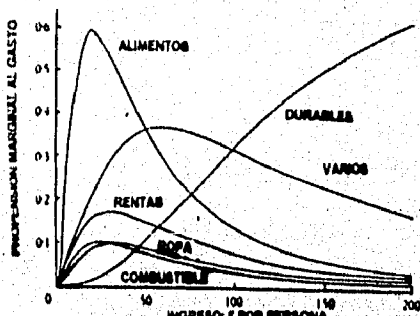


FIG. 3.2 PROPENSION MARGINAL AL GASTO EN BIENES FISICOS Y ECONOMICOS (TOMADO DE HOGARES DE LA CLASE TRABAJADORA BRITANICA 1837-1855)

Como se planteó con anterioridad, las aplicaciones al consumo de bienes de uso doméstico, que es de interés muy particular para la investigación de mercados orientada a tales productos, la distribución lognormal resulta muy útil principalmente por dos razones, primero porque el hecho de poder identificar una distribución teórica como la que ajusta bajo condiciones generales al movimiento

<sup>21</sup> Aitchison, op. cit., p. 107

de estos productos, nos permite la posibilidad realizar inferencias estadísticas de una manera confiable. Segundo, porque esta distribución como otras, nos permite también realizar pruebas de simulación, a través por ejemplo, de la generación de números aleatorios (muestras artificiales), principalmente si ahora se cuenta con herramientas para tal efecto como el uso de computadoras digitales y análisis de series de tiempo por ejemplo. Véase el capítulo IV para más detalles al respecto.

En el caso del presente trabajo, el interés se centra en los productos de consumo doméstico menores (sin incluir ropa). Debido a su gran variedad, delimitamos en dos grupos los mismos:

a) Abarrotes y alimentos como sopas, margarina, arroz, productos enlatados, limpiadores, grasas para zapatos, productos para limpieza del hogar como detergentes, jabones, fibras sintéticas, rollos de papel higiénico, platos y vasos desechables, servilletas de papel, etc.

b) Productos de higiene y belleza como jabones de baño, shampoos, enjuages, desodorantes, hojas de afeitar, rastrillos desechables, cremas faciales, lociones, cremas de afeitar, pastas dentales, etc.

Según las experiencias prácticas y algunos estudios hechos por firmas Investigadoras de mercados de prestigio para tales productos como el caso de I.R.I., A.C. Nielsen, IMS, etc. Indican que generalmente para estos grupos de productos, sus ventas a nivel de establecimientos al público común, se comportan como una distribución lognormal.

### 3.3 PRUEBAS DE BONDAD DE AJUSTE CON MUESTRAS DE DATOS REALES.

El propósito del presente apartado es pues, apoyar o rechazar en su caso, la afirmación de que tales productos siguen (por sus ventas al menudeo) el comportamiento de una distribución lognormal.

Para ello se parte los siguientes supuestos:

a) El procedimiento consistirá en tomar una muestra de establecimientos, en la que se recolectará (recolección de campo) las ventas totales de cada productos sucedidas en un período de sesenta días naturales (dos meses), para efectos del estudio, se considera muy importante realizar el

estudio con la información de aproximadamente un año, con el objeto de poder concluir que el comportamiento se debe no sólo a algún factor propio de la época (estacionalidad) por lo que se tomarán en todos los casos, seis períodos bimestrales por cada producto.

b) El comportamiento al que se hace mención, se refiere a ventas al menudeo de los establecimientos comerciales que manejen el o los productos de los grupos mencionados, es decir, que no se consideran marcas ni contenidos específicos (gramajes ni envasados), sólo como se dijo, el total de ventas de cada producto escogido incluyendo las ofertas al respecto.

c) Los establecimientos referidos consisten en tiendas que tengan el producto es decir, que en ese momento lo distribuyan, y se excluyen los que NO registren ventas del mismo en todo el período. Es importante también aclarar que no se consideran comercios NO establecidos por ejemplo, mercados sobre ruedas, puestos metálicos, tendidos sobre la vía pública, distribuidores en camiones u otro transporte que venden directamente al público, comerciantes de mermas, etc.

d) Partiendo del punto anterior, se consideran comercios establecidos, aquellos locales como autoservicios, farmacias, tiendas de abarrotes, misceláneas, y todo aquel que cuente con local físico de construcción fija en cuyo giro principal esté contemplado la compra-venta de productos (a nivel de menudeo) como los referidos. Se determinaron por tanto, tres grupos de establecimientos válidos descritos a continuación:

- Tiendas de autoservicio, que consisten en establecimientos comerciales en los que el cliente tiene acceso directo a la mercancía, esto es, que la puede tomar sin necesidad de un dependiente o despachador humano, además estas tiendas cuentan con carriles de salida para el registro y pago de los productos comprados.

- Convencionales o Tradicionales, que despachan su mercancía a través de un mostrador, que estará atendido estrictamente por uno o más dependientes humanos (puede ser el dueño también).

- Farmacias, que son aquellos establecimientos comerciales, cuyo principal giro consiste en la venta de medicamentos así como de productos de higiene y belleza, por ejemplo los citados en el segundo grupo de productos, o sea shampoo, cremas para la piel, cepillos, pastas dentales, etc., las secciones en tiendas de autoservicios de farmacia, se consideran farmacias independientes.

e) Debido a la considerable cantidad de información que significa el procedimiento, se escogieron sólo cuatro productos, dos de cada grupo, por lo que la recolección de información será realizada para los siguientes productos:

- Servilletas de papel.
- Fibras sintéticas para limpieza de trastes.
- Desodorantes.
- Cremas de afeitar.

f) La muestra aleatoria y real de tiendas se considera suficiente partiendo del hecho de que el muestreo es piloto, o sea, que es previo a cualquier otro, considerando una fracción de muestreo del 10% para cada tipo de tienda aproximadamente, de los universos de tiendas y muestra asignada a continuación dados:

	Universo	Muestra
<b>Autoservicios</b>	301	30
<b>Tradicional</b>	31,737	3,174
<b>Farmacias</b>	4,938	494

**TABLA 6.1**

Son considerados tres técnicas de bondad de ajuste para realizar la comprobación planteada, a continuación se describen brevemente:

### **3.3.1 METODO GRAFICO.**

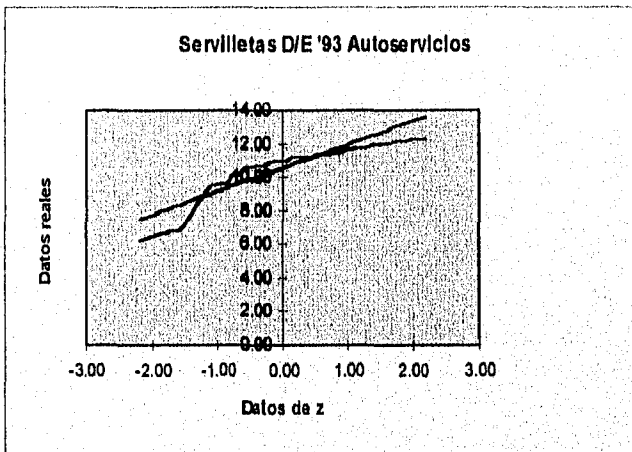
Con este método, se pretende simplemente una inspección visual a través de la transformación de los valores observados (de la muestra), de tal manera que en uno de los ejes empleados en la gráfica representa el logaritmo natural de los datos originales, y en el otro una transformación a una variable  $z$  a través de algunas expresiones o bien, del empleo de una tabla con valores  $z$  predefinidos para muestras hasta de tamaño 50.<sup>22</sup> Posteriormente se compara con la recta generada por  $\alpha + \mu$ , observando la "linealidad" mostrada por la transformación hecha de los datos, a

<sup>22</sup> Ralph B. D'Agostino, Goodness of fit techniques, p. 37-39



mayor similitud con la recta, mayor será la certeza para concluir que la distribución, en este caso, la lognormal es la correspondiente a la muestra de datos en estudio.

En realidad no existe un sólo método gráfico, se tiene otras formas de realizar una representación gráfica, por ejemplo a través de hojas con gráficas preimpresas adecuadas a distribuciones como la normal o la lognormal<sup>23</sup> (de hecho para el estudio de la distribución lognormal es posible usar el papel para graficar distribuciones normales empleando  $\ln x$ ). Considerando nuevamente el método empleado en nuestro caso véase por ejemplo la gráfica 3.1



GRAFICA 3.1

Es claro que los datos de ventas recolectados para servilletas en los meses de diciembre y enero de 1993 y en los autoservicios capitalinos no siguen una línea recta, por lo tanto y al menos para este caso, no se puede pensar que esta muestra presente lognormalidad.

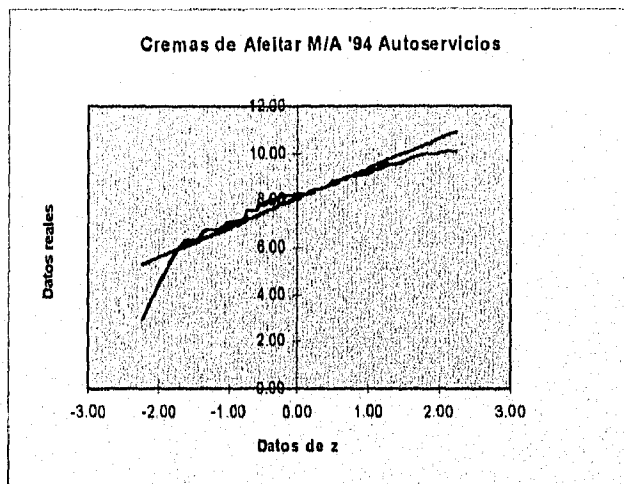
En las consideraciones que se plantean para análisis gráficos en el texto de Ralph B. D'Agostino en la página 53 figura 2.22<sup>24</sup>, es posible observar lo que puede estar ocurriendo con las muestras que como ésta, no sean lognormales, y de hecho por la forma de la gráfica 3.1, se sugiere que en ambos lados de la distribución muestral existen varias observaciones muy "extremas", es decir,

<sup>23</sup> D'Agostino, op. cit., p. 49

<sup>24</sup> Ibid., p. 53

muy grandes o muy pequeñas para incluirse en una auténtica distribución lognormal de esta naturaleza.

Obsérvese ahora la gráfica 3.2:

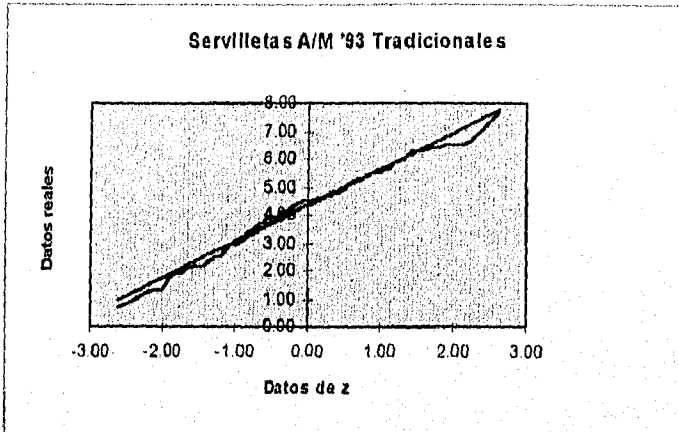


GRÁFICA 3.2

Para este caso, se presume lognormalidad en la mayoría de las observaciones hechas, sin embargo en lo que se puede denominar como "cola izquierda" es claro que esta fracción de ventas recolectadas no pertenecen a una distribución lognormal.<sup>25</sup>

<sup>25</sup> D'Agostino, op. cit., p. 53

Por último, en la gráfica 3.3 se presenta una muestra que sí se comporta bajo una distribución lognormal típica.



GRAFICA 3.3

### 3.3.2 PRUEBA $\chi^2$ DE PEARSON.

Que consiste en separar por intervalos los valores que se pretende probar, donde cada intervalo debe de tener preferentemente el mismo tamaño, y al menos cinco valores por intervalo, se genera posteriormente un valor esperado por cada intervalo en base a la probabilidad dada por la distribución a probar (en este caso la distribución lognormal), la suma del estadístico obtenido en cada intervalo es comparado con el valor crítico, y en base a eso se acepta o rechaza que la distribución muestral corresponde a la teórica.

### 3.3.3 PRUEBA DE ANDERSON - DARLING (A<sup>2</sup>).

La prueba consiste en realizar primero la transformación de los valores muestrales a su logaritmo en base natural (debido a que la prueba original es para la distribución normal), y estandarizarlos para posteriormente calcular un valor de probabilidad en, en la curva de densidad, se calcula el estadístico de Anderson - Darling A<sup>2</sup> en función de las probabilidades obtenidas, se ajusta el

estadístico con otra expresión del mismo método y se compara con los valores críticos constantes dados por el mismo algoritmo, para entonces aceptar o rechazar la hipótesis de normalidad de los datos transformados.

Las bases formales de los tres métodos se exponen en el apéndice 1, así como los resultados de su aplicación a través de tablas y gráficas de cada producto, canal y períodos correspondientes se presentan en el anexo 1, debido a la semejanza de los resultados en los diversos períodos (seis en cada caso) se consideró suficiente presentar sólo dos de ellos para cada producto, es decir el primero y el último.

Una vez que se ha concluido la recolección de los datos y hecho el análisis de los mismos, es posible observar los resultados completos en tabla 3.2. Para autoservicios:

	D/E '93			F/M '93			A/M '93			J/J '93			A/S '93			O/N '93		
	G	$\chi^2$	A'	G	$\chi^2$	A'	G	$\chi^2$	A'	G	$\chi^2$	A'	G	$\chi^2$	A'	G	$\chi^2$	A'
<b>Servilletas</b>	N	N	N	N	N	N	N	S	N	N	N	N	N	N	N	N	S	N
<b>Fibras Limpiadoras</b>	N	S	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N

	S/O '93			N/D '93			E/F '94			M/A '94			M/J '94			J/A '94		
	G	$\chi^2$	A'	G	$\chi^2$	A'	G	$\chi^2$	A'	G	$\chi^2$	A'	G	$\chi^2$	A'	G	$\chi^2$	A'
<b>Desodorantes</b>	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N
<b>Cremas de Afeitar</b>	N	S	N	N	S	N	S	S	S	S	S	S	N	N	N	N	S	N

**TABLA 3.2 (AUTOSERVICIOS)**

Mientras que para tradicionales (servilletas y fibras limpiadoras) y farmacias (desodorantes y cremas de afeitar) se tienen los siguientes resultados:

	D/E '93			F/M '93			A/M '93			J/J '93			A/S '93			O/N '93		
	G	$\chi^2$	A'	G	$\chi^2$	A'	G	$\chi^2$	A'	G	$\chi^2$	A'	G	$\chi^2$	A'	G	$\chi^2$	A'
<b>Servilletas</b>	S	S	N	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	N	S	S	S
<b>Fibras Limpiadoras</b>	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	N	S	N	S	S	S

	S/O '93			N/D '93			E/F '94			M/A '94			M/J '94			J/A '94		
	G	$\chi^2$	A <sup>2</sup>	G	$\chi^2$	A <sup>2</sup>	G	$\chi^2$	A <sup>2</sup>	G	$\chi^2$	A <sup>2</sup>	G	$\chi^2$	A <sup>2</sup>	G	$\chi^2$	A <sup>2</sup>
<b>Desodorantes</b>	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
<b>Cremas de Afeitar</b>	S	S	N	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	N	S	S

TABLA 3.2 (TRADICIONALES Y FARMACIAS)

A través de la tabla 3.2 se observa que en algunos casos, los métodos ofrecen un resultado en apariencia contradictorio, como en el caso de los autoservicios para servilletas en el período abril-mayo 1993. Ello se debe probablemente a que métodos como los gráficos o el de Pearson no disponen tal vez de la potencia que puede contar por ejemplo un método como el Anderson-Darling. Para el Anderson-Darling es suficiente una muestra pequeña para realizar alguna inferencia, esto es, con un cierto nivel de confianza relativamente alto, se obtiene una conclusión en base a una muestra pequeña. En otras palabras, el Anderson-Darling puede considerarse generalmente un método más potente.

Los resultados de las pruebas de bondad de ajuste nos indican que NO necesariamente en todos los casos se encuentra una distribución lognormal. Como se observa en el cuadro, el caso de las tiendas de autoservicio, los datos parecen comportarse bajo otra distribución, lo que se muestra con los métodos de Pearson en la mayoría de los casos, y prácticamente el 100% de los casos de la A<sup>2</sup>, con lo que nos sugiere que para los autoservicios la distribución es otra o bien está mezclada con otras.

Una cosa importante a considerar para este caso, es que, la fluctuación de ventas es mucho mayor en este canal, lo que se podría comprobar con una curva de concentración de ventas, que no es el propósito de este estudio.

Una situación a destacar en los autoservicios, es que a pesar de que se rechazó la hipótesis de lognormalidad para este canal, el nivel en varios de los períodos considerados estuvo en el límite del rechazo, (consúltese el anexo 1) con lo que se sugiere que la distribución lognormal podría estar distorsionada o contaminada<sup>26</sup> para este canal. De cualquier manera, el movimiento de ventas en las tiendas de autoservicio es generalmente un tanto distinto por la estructura con que funcionan y por otro lado su volumen de ventas es significativamente mayor.

<sup>26</sup> D'Agostino, op. cit., p. 42

Para el caso de los otros dos canales de distribución es decir farmacias y convencionales, el resultado es muy claro, esto es, que se apoya la afirmación de que las ventas para estos productos si se comportan bajo una distribución lognormal. Es importante señalar que algunos períodos para ciertos productos como el caso de las cremas de afeitarse, puede verse afectado por situaciones similares a lo planteado en el párrafo anterior, o sea, que puede presentarse contaminación o mezcla de distribuciones, ello es importante si se recuerda que las muestras obtenidas son con datos reales, por lo que, en estos casos (los autoservicios), rechazamos la hipótesis de lognormalidad. No obstante en otros períodos para el mismo producto y el mismo canal, aceptamos su condición de lognormalidad. Con lo que aún así, se apoya la afirmación de que el comportamiento en general si es bajo la distribución lognormal.

## **CAPITULO IV**

## CAPITULO IV

### LA INVESTIGACION DE MERCADOS HACIA UN ENFOQUE DE SIMULACION.

En los últimos años, la simulación ha cobrado mayor fuerza en las aplicaciones que requieren el tomar decisiones. Dentro del campo de la Investigación de operaciones, la simulación representa un recurso aún fresco, que ha tomado un gran impulso y mucho de ello se debe al desarrollo de computadoras que realizan los cálculos de manera más eficaz (desde el punto de vista de rapidez y precisión).

Es precisamente que esta situación, convierte a la simulación en un recurso con un potencial enorme en varios campos en los que, al menos en apariencia, no se observa aún un desarrollo significativo. Tal vez porque, como se dijo antes, su relativamente reciente desarrollo no alcanza todavía logros significativos, o bien, tal vez porque algunos Investigadores de las diversas ramas científicas no consideran la simulación como un recurso que posea características que se ajusten a sus específicas tareas científicas y de aplicación.

La Investigación de mercados es una de las actividades en que las que la simulación podría ofrecer aportaciones importantes. Algunos autores no obstante, han comentado la problemática inherente a la implantación de sistemas que emplean técnicas de simulación, por ejemplo Thomas C. Kinnear<sup>1</sup> en su libro, plantea esta dificultad en algunas aplicaciones específicas. Las características que destaca son principalmente la complejidad, la poca eficiencia con respecto a los resultados obtenidos y el alto costo que significan. Si bien es cierto que un modelo no es necesariamente sencillo se debe principalmente a lo complejo de la realidad misma del problema, que se da en cualquier campo o actividad donde se pretenda implementar, que además nos lleva por otro lado, a que precisamente aumente la confiabilidad de sus resultados.

Es muy importante tener presente que el manejo de la simulación puede volverse algo de complejidad considerable, por el hecho de que no es posible representar todos y cada uno de los aspectos que están asociados a la realidad que pretendemos observar, es por ello que se emplean regularmente las variables que tienen una relación más importante, directa o indirectamente con los rasgos que caracterizan el comportamiento de un sistema.

---

<sup>1</sup> Thomas C. Kinnear, Investigación de Mercados, p. 138-139



Otra cuestión muy importante a considerar, es el acelerado desarrollo de computadoras, que ha derivado en máquinas cada vez más rápidas, con mayor capacidad de almacenamiento de datos, más compactas y por tanto mucho más económicas. Lo que ha revertido paulatinamente en buena medida el alto costo que significaba el desarrollar un sistema de simulación.

Todos estos aspectos llevan a concluir que existen áreas de aplicación muy específicas dentro de la Investigación de mercados que merecen tomar en cuenta la existencia de técnicas de simulación, principalmente las que implican el uso de recursos como la investigación de operaciones y la estadística, que se explicarán posteriormente.

#### **4.1 CONCEPTOS Y OBJETIVOS DE LA SIMULACION.**

##### **4.1.1 CONCEPTO DE SISTEMA.**

Un sistema, se define como un conjunto de partes que interaccionan bajo un mismo propósito, que puede ser susceptible de alguna falla si alguno o algunos de los mismos dejan de funcionar conforme a su esquema original.

Podemos encontrar sistemas en prácticamente cualquier cosa, por lo que su estudio puede ser bastante simple, no obstante, muchos sistemas resultan muy complejos hasta en su concepción original.

La simulación representa el funcionamiento de las partes esenciales de un sistema bajo un modelo (que puede ser físico o matemático) esto es, que sólo en una mera representación con el objeto de observar su comportamiento sin que utilicemos el sistema original.

La intención para emplear modelos de simulación es de, tomar en cuenta el ahorro de recursos (es decir la reducción de costos) o simplemente porque la dificultad de observar y predecir algunas características del comportamiento de un sistema puede obligar a ello.

La realidad en sí misma, lógicamente, resulta ser muy compleja, por lo que las técnicas de simulación son aplicadas principalmente a sistemas que involucran probabilidades (sistemas estocásticos) es decir, que trabajan en un esquema de incertidumbre, y en los que es necesario por

tanto, el uso de números aleatorios que servirán como entrada y como parámetros en el funcionamiento de el (los) modelo (s) de simulación y así poder observar su comportamiento (métodos de Montecarlo).

#### **4.1.2 PASOS EN EL PROCESO DE SIMULACIÓN.**

Las técnicas de simulación llevan una serie de pasos, que los autores describen (cada uno bajo su propio esquema) con los siguientes pasos:

- a) Definición del problema.
- b) Plan del estudio.
- c) Formulación del modelo matemático.
- d) Construcción de un programa de computadora para dicho modelo.
- e) Validación del modelo.
- f) Diseño de experimentos.
- g) Ejecución de la corrida de simulación y análisis de resultados.

#### **4.2 LA METODOLOGIA DE MONTECARLO COMO ALTERNATIVA EN LA INVESTIGACION DE MERCADOS.**

Como se dijo en la Introducción, las aportaciones de la simulación al área de la investigación de mercados destacan aún poco, ya que básicamente algunos autores (como es el caso de Kinnear) nos mencionan sólo aplicaciones tales como *la simulación de mercadeo*.

Dado que el desarrollo para la investigación de mercados es aún mínimo como ya se mencionó, potencialmente podemos encontrar aplicaciones que puedan ser consideradas verdaderas aportaciones a este campo.

Como fue expuesto en el primer capítulo, la investigación de mercados contempla una considerable serie de técnicas y métodos específicos para poder determinar cierta información de interés, como el caso de medir actitudes del público, pruebas de nuevos productos, investigación publicitaria, diseños causales, etc. todos ellos como tales, representan o pueden ser representados mediante uno o varios sistemas, y como tales ser susceptibles de simularse con resultados prometedores. Las dificultades que pudiesen existir tal como se dijo en un principio, vienen a reducirse

considerablemente con el constante avance de la tecnología computacional, que representa tal vez la herramienta más útil en el proceso de simulación por el constante manejo de datos en la actualidad.

Un aspecto muy importante y que es donde resulta más comprensible el papel que puede jugar la simulación en esta actividad, es en esencia, en prácticamente cualquier método que implique investigación y manejo de datos cuantificables. En este sentido se ilustrará mediante un caso la utilidad de la simulación.

Consideremos entonces la situación de emplear muestreo probabilístico, como se plantea en los capítulos II y V (principalmente en este último). El muestreo, de gran aplicación no sólo en investigación de mercados sino en muchas ramas del conocimiento humano, nos ofrece una excelente perspectiva cuando empleamos técnicas de simulación si tomamos en cuenta el control específico de muestras, o bien si deseamos conocer el comportamiento probabilístico de una población (su función de distribución) ya que precisamente uno de los principales problemas al realizar encuestas o cuestionarios por muestreo es el alto costo que por lo regular representa (ver capítulo II), si de alguna forma conocemos la distribución probabilística y algunos parámetros poblacionales, es posible no recurrir a un muestreo "real" con el objetivo de verificar en muestreos posteriores mejoras en sus diseños o posibles fallas que afecten la información que se extraiga de sí.

Podemos pensar en los productos de consumo doméstico, que se han estudiado a lo largo de este trabajo, como un buen ejemplo para ilustrar la utilidad de la simulación. Si se considera un caso como el planteado en el capítulo anterior, donde se realizó el diseño de una muestra y posteriormente se hizo la recolección de datos en base a esa muestra para que, por último podamos estimar los parámetros de interés y el error correspondiente. Supongamos que deseamos observar por un periodo determinado el comportamiento de esa muestra esto es, que recolectamos la información de un modo periódico para todas y cada una de nuestras observaciones (en este caso tiendas) con el objeto de supervisar la calidad de éstas, tal planteamiento es algo que realmente ocurre con firmas investigadoras de prestigio que manejan y reportan información de modo regular.

El movimiento natural de tales observaciones (tiendas) tiende a sufrir alteraciones en el tiempo, puede suceder que algunas tiendas cierren, otras se abran, otras más se expandirán físicamente mientras que algunas más que originalmente no vendían el producto que estábamos auditando ahora sí lo manejen, en fin; cambios que en el tiempo van modificando el tamaño y estructura

en sí de nuestro universo de tiendas, con lo que la muestra puede ir perdiendo la representatividad que en un principio era la adecuada.

Un modelo que simule la recolección muestral y modificaciones al universo mencionadas puede servirnos para prever situaciones antes no consideradas. Otra cuestión práctica en que un modelo de simulación nos auxiliaría mucho sería por ejemplo en la posibilidad de realizar análisis de tendencias en las ventas de algún producto. O tal vez en la confiabilidad que podría tener una muestra por ejemplo, en fin, que las posibilidades de aplicaciones son potencialmente considerables.

Concebir un modelo de simulación que nos auxilie en situaciones como las anteriores (que de alguna forma pueden ser comprobadas realmente), implica que nuestro diseño sería necesariamente para un sistema estocástico esto es, que mantiene ciertos valores aleatorios (en este caso las ventas de los productos auditados), con ello la generación de números aleatorios se hace adecuada y necesaria.

La generación de números aleatorios es uno de los temas principales en las técnicas de simulación, pues representan como se planteó en un principio, los datos de entrada y en sí los parámetros con que funciona un sistema estocástico simulado, al empleo del grupo de técnicas que implican el uso de números aleatorios se le denomina técnicas de Montecarlo.<sup>2</sup>

Para lograr la generación de números de estas características, es decir emplear métodos de Montecarlo es vital conocer o al menos suponer una distribución de probabilidad, que nos marcaría el comportamiento que nuestro modelo estaría siguiendo. Los métodos para generar números aleatorios son variados y están fundamentados en algoritmos de generación (implementables desde luego en computadoras). Es importante destacar que dichos métodos y los comerciales que ofrecen paquetes computacionales, están basados usualmente en la distribución uniforme, y que si se requiere de otra distribución es necesario realizar una transformación.

En el caso que se ha planteado y que se trató en el capítulo anterior, es muy ilustrativo en este sentido, pues como fue posible comprobar en el capítulo III del presente trabajo, las ventas al menudeo de muchos productos de consumo doméstico se comportan en términos generales como una distribución lognormal. Si ahora pensamos en un modelo que simule la generación de ventas de una

---

<sup>2</sup> Víctor Gerez, El enfoque de sistemas, p. 236

muestra, tendremos que considerar en primera instancia, la generación de números aleatorios bajo una distribución lognormal.

### 4.3 GENERACION DE NUMEROS ALEATORIOS (MUESTRAS ARTIFICIALES) PARA ESTUDIOS.

Los números aleatorios para usarse como una muestra aleatoria no es un tema precisamente nuevo, en su texto Aitchison y Brown<sup>3</sup> nos plantean para ciertos propósitos la generación de muestras artificiales, por ejemplo para probar métodos de estimación de parámetros, aplicaciones en econometría, o bien, resulta adecuado si deseamos corroborar la lognormalidad de una muestra real a través de la comparación con una muestra artificial de parámetros similares.

Los métodos de generación de números aleatorios son muy variados en la actualidad, que van desde procedimientos manuales como lanzar dados, extraer fichas de urnas preparadas previamente y todo aquel que se auxilie de dispositivos mecánicos que aseguren auténtica aleatoriedad (como con los juegos de azar); hasta métodos más elaborados como el uso de tablas impresas y con recursos electrónicos (principalmente computadoras digitales).

Los métodos basados en computadoras digitales son los de uso más extendido en la actualidad, y ahora con el avance tecnológico sus ventajas prácticas se han acentuado considerablemente. Las razones principales para ello son la rapidez para su generación y el relativamente poco espacio de almacenamiento empleado (si lo comparamos con el uso de enormes tablas impresas) sobretodo si se desea generar una gran cantidad de números (que da una ventaja adicional con respecto a los métodos manuales ya que éstos resultan poco prácticos para este propósito). Tal vez la única limitante que presentan los métodos para computación digital es el hecho de que los números que se generan realmente no son aleatorios (se denominan números pseudoaleatorios).

Los números pseudoaleatorios se obtienen con procedimientos y funciones matemáticas, esto es, que trabajan por lo regular con series recurrentes, es decir que una vez obtenido un número, el siguiente se generará en función del anterior. Lo que necesariamente trae consigo un período o frecuencia de repetición, es decir, después de un cantidad determinada de números generados, se

---

<sup>3</sup> J. Aitchison, The Lognormal Distribution, p. 29

reperirá la sucesión con los mismos dígitos. Por tanto lo que se busca es controlar tal característica con la amplia gama de algoritmos de generación de aleatorios que existen en la actualidad como el caso del algoritmo de Wichmann-Hill, Payne, Kaplan, Ranmar, etc. además de otros métodos más generalizados como los congruenciales o multiplicativos congruentes, o bien el de cuadrados centrales propuesto por John von Neumann.

Todos estos métodos generan datos que se comportan como una distribución uniforme debido a que dichos números son obtenidos con una probabilidad similar, es decir, que surgen con las mismas posibilidades que cualquier otro en un intervalo (generalmente) de [0,1]. Tal característica hace necesaria para los diversos modelos de simulación, que se realice una transformación previa de dichos números aleatorios a la distribución de nuestro interés (de ser el caso) debido a que no se dispone por lo regular de un método de generación directo para otras distribuciones, ni siquiera para la uniforme en el intervalo [a,b],<sup>4</sup> aunque claro está, los recursos de software actual sí cuentan con generación de aleatorios en otras distribuciones.

Sin embargo la situación de no contar en ocasiones con computadoras digitales y por tanto emplear métodos manuales, nos lleva como ya se planteó, a realizar una transformación de los valores distribuidos uniformemente, de ello sí se dispone de métodos de obtención de la función inversa que nos genera una variable aleatoria con la distribución de nuestro interés. Por ejemplo para el caso de la distribución lognormal<sup>5</sup>, se tiene que:

Sea  $t$  una variable aleatoria positiva con distribución lognormal

Entonces:

$$x = \log t \quad y:$$

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad -\infty < x < \infty$$

con:

$$E(x) = e^{(\mu + \sigma^2/2)}$$

$$Var(x) = [e^{2\sigma^2} - 1]$$

La función inversa se obtiene de:

$$t = F^{-1}(r_1, r_2, \dots, r_n) = e^{\left[ \mu + \left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)^2 \sum_{i=1}^n \frac{r_i}{2} \right]}$$

recomendándose que  $n \geq 12$ .

Fórmula 4.1

<sup>4</sup> Gordon Geoffrey, Simulación de Sistemas, p. 114

<sup>5</sup> Juan Pawda, Métodos y Modelos de Investigación de Operaciones v. II, p. 339

Para el caso que nos ocupa, la distribución que nos interesa es la lognormal, por lo que se plantea ahora a modo de ilustración, un modelo de simulación sobre un diseño muestral estratificado (el mismo planteado en el capítulo anterior) para realizar varias "recolecciones de campo" debido a la falta de recursos para dicho levantamiento, es decir, planteamos el objetivo bajo la metodología descrita arriba.

Los pasos a continuación descritos, son los referentes a los presentados como metodología para realizar un modelo de simulación, sin embargo, no están planteados necesariamente de un modo "algorítmico" debido a que la resolución misma del problema o bien, la presentación del modelo de simulación lleva implícita esa serie de pasos, ante todo, el mostrar un modelo como el siguiente requiere, evidentemente, de conocer esta metodología para llegar a nuestro objetivo que es lo que consideramos primordial. Sin embargo, se procuró respetar la presentación de los pasos por separado para entender desde un punto de vista académico, el planteamiento del modelo en sí mismo:

- Definición del problema: Se pensó en una muestra aleatoria estratificada de tiendas con ventas al menudeo para el estudio de cuatro productos en el capítulo III, y se realizó la recolección de datos reales. Se sabe por las experiencias de importantes firmas de investigación de mercados, que cada estrato se comporta bajo una distribución lognormal, sin embargo al realizar distintas pruebas de bondad de ajuste, en algunos casos no pudo aceptarse la hipótesis de lognormalidad, principalmente en el caso de las tiendas de autoservicio. Una posible causa de este resultado podría suponerse que se deba al diseño muestral o bien a la cantidad de muestra que se utilizó o tal vez a que las tiendas empleadas en la muestra de este estrato no son las adecuadas para este nivel debido a su tamaño en ventas. Para averiguar lo anterior es necesario hacer una corrida "paralela" para observar que tan diferente es la muestra real de la artificial (simulada).

- Plan del estudio: Como se mencionó en el párrafo anterior, la idea es comparar una muestra artificial (bajo distribución lognormal) con una real, por experiencias previas, se conoce el valor estimado de los parámetros para cada estrato, por lo que, con ello es posible saber si la muestra está contaminada con observaciones que no es conveniente mantener en el estrato, o bien si hablamos definitivamente de una distribución diferente a la lognormal.

La idea simplemente es comparar las dos muestras con sus respectivos parámetros con el mismo tamaño de muestra, y de ser necesario, analizar cada observación.

- **Formulación del modelo matemático:** El modelo a emplear para este caso corresponde simplemente a el diseño muestral original con los siguientes datos:

- universos (por estrato)
- tamaño de la muestra para cada estrato
- ventas reales y simuladas de los productos para cada estrato

Para la generación de números aleatorios (pseudocaleatorios) que se comporten como una distribución lognormal existen varias alternativas. La primera, que es la más directa, es optar por el uso de un paquete para manejo de datos numéricos, por lo regular uno de tipo estadístico, por ejemplo el Statgrafics, el SAS o algún otro del mismo género. Estos paquetes cuentan con rutinas generadoras de números aleatorios bajo las distribuciones más generalizadas.

A pesar de ello, no siempre se cuenta con un método que genere tales números de manera directa. Así que otras alternativas se refieren a realizar una transformación desde las distribuciones uniforme y normal (de hecho la normal también sufre una transformación previa desde la misma distribución uniforme). La expresión de transformación desde la uniforme a una lognormal corresponde a la fórmula 4.1, en cuanto a emplear aleatorios previos de una distribución normal, se plantea en un procedimiento que se refiere a transformar dichos datos a través de la fórmula 4.2<sup>6</sup>; como sabemos (ver capítulo III) la distribuciones normal y lognormal están íntimamente relacionadas, por lo tanto es posible recurrir a la definición original de distribución lognormal para la realización de dicha transformación.

*Si suponemos que se desea construir una muestra de tamaño  $n$  de población  $\Lambda(\mu, \sigma^2)$ , empleando una tabla de datos aleatorios con distribución normal. Si denotamos como  $u_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) los valores consecutivos de la tabla, entonces la transformación  $x_i = e^{\mu + \sigma u_i}$  nos da una muestra de tamaño  $n$  de  $\Lambda(\mu, \sigma^2)$ .*

**Fórmula 4.2**

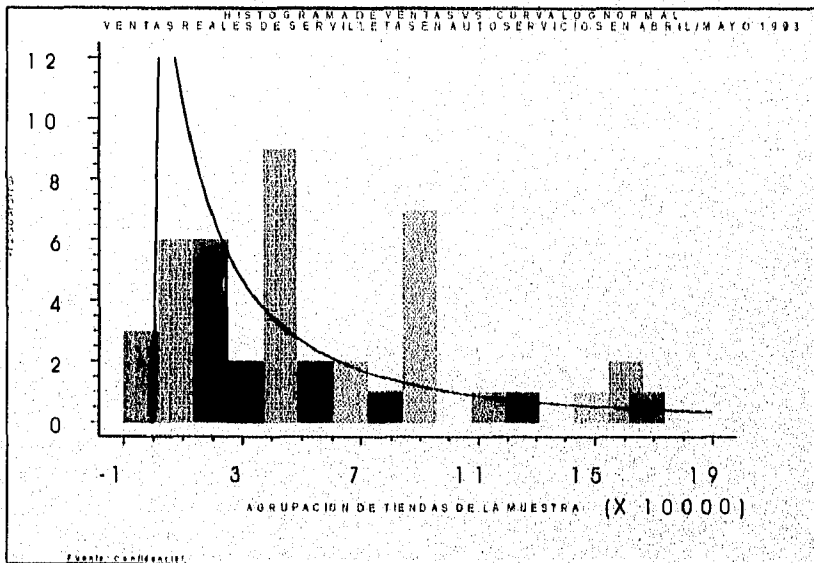
<sup>6</sup> Aitchison, op. cit., p. 28

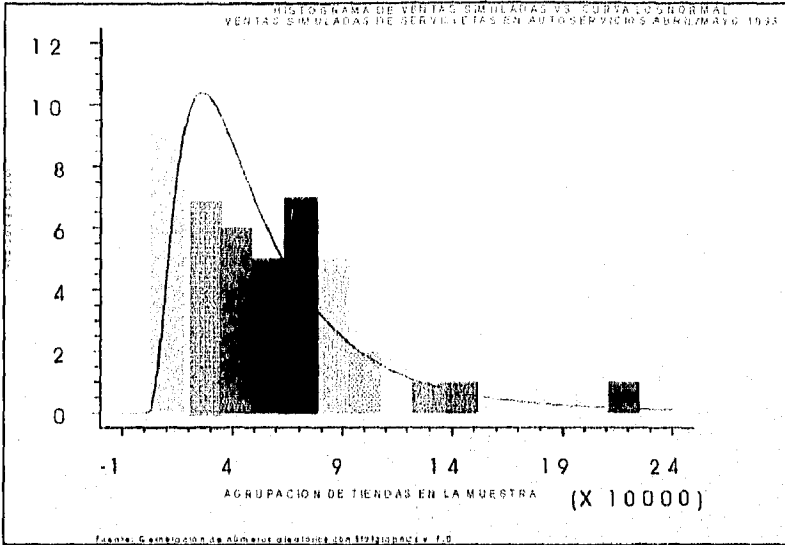


Para generar datos con este método es necesario contar con alguna manera de obtener, claro, números que tengan distribución normal, para ello por lo regular se emplean paquetes numéricos que cuenten con esta posibilidad, por ejemplo el Excel de Microsoft, cuenta con una rutina generadora de datos bajo varias distribuciones conocidas, entre ellas la normal.

Para nuestro caso se optará por realizar la generación de ventas aleatorias mediante el uso de un paquete estadístico (el Statgraphics v. 7.0), esto es, empleando un método para generar números con distribución lognormal de forma directa.

- Análisis de resultados: En las siguiente gráficas pueden compararse los resultados de la generación de una muestra artificial (bajo distribución lognormal) con parámetros similares a la muestra real, y que resultó no ser lognormal en base al análisis con técnicas de bondad de ajuste del capítulo anterior. Como se puede observar, se generaron datos para Servilletas en Abril/Mayo '93 para tiendas de autoservicio. La muestra empleado fue de tamaño 44.





**Figura 4.4 Muestra de ventas con datos simulados**  
con  $x=55,879.56$   $s=47,899.02$

En base a estos resultados, podrá mejorarse el diseño muestral que se esté utilizando, es decir, al emplear muestras artificiales se está en la posibilidad de controlar el error estándar, o la medida de precisión que nos interesa a través de sucesivas simulaciones de recolección de muestras, evitando claro la recolección de datos reales que siempre implica un costo y que casi siempre es considerable.

Otra posibilidad es la comparación como se planteó originalmente, de muestras reales como la anterior y que hemos supuesto bajo una distribución determinada, con muestras artificiales de las cuales claro, se tiene la absoluta certeza que sí se comportan bajo la distribución de interés (que para este caso es la lognormal). Cuestionando de esta manera si los diseños muestrales empleados son los más adecuados, o si tenemos alguna falla en algún otro factor, o bien si sólo se trata de alguna contaminación de datos, mezcla de distribuciones o algún otra característica de este tipo.

## **CAPITULO V**

## CAPITULO V

### UN DISEÑO MUESTRAL EN INVESTIGACION DE MERCADOS PARA PRODUCTOS DE CONSUMO DOMESTICO.

El objetivo del presente capítulo es ilustrar los planteamientos hechos en los capítulos anteriores mediante, por un lado, la elaboración de un diseño para una muestra probabilística con el fin de obtener información concerniente a las ventas de algunos productos de consumo doméstico, en las diversas tiendas del Valle de México. Por otro lado se pretende enfatizar la efectividad de emplear muestras artificiales para diversos propósitos.

#### 5.1 COMPORTAMIENTO PROBABILISTICO DE LAS VENTAS DE PRODUCTOS DE CONSUMO DOMESTICO.

El diseño de muestras, implica por un lado, el conocimiento de un marco muestral, esto es, conocer la naturaleza de los elementos a muestrear, definir su población, optar por uno o varios tipos de muestreo, etc. por otra parte es necesario decidir acerca del estimador a utilizarse, el tamaño de muestra, la precisión mínima aceptable, en fin, una serie de factores que conforman el plan y el proceso del muestreo.

El comportamiento de la población en estudio por otro lado, nos proporciona ciertas características en las que vale la pena poner especial atención, ya que nos permitirá tomar decisiones por ejemplo con respecto al tipo de muestreo a ocupar, la concentración de algunas observaciones, los valores de los parámetros estimados que podríamos esperar. Para la generación de muestras artificiales (números aleatorios) es indispensable el conocimiento de dicho comportamiento (función de distribución).

En el capítulo III se apoyó la afirmación de que las ventas (al menudeo) de algunos productos de consumo doméstico se comportan en general como una distribución lognormal. Sin embargo para este caso, se generarán varias muestras artificiales (con los mismos parámetros de los ya observados) para evitar la recolección de los datos ya que no se cuenta con los recursos para hacerlo.

Debido a que los niveles de comercialización de productos como los consumo doméstico, son muy variables en los diferentes tipos de tiendas, esto principalmente causado por el tamaño de la tienda y del tipo de servicio en sí que ofrecen (autoservicio, tradicional o convencional, farmacia, etc.), se ha pensado en estratificar la muestra, es decir que se optará por utilizar una muestra aleatoria estratificada. Es claro que no es posible comparar por ejemplo las ventas de una tienda de autoservicio con las de una miscelánea pequeña, de cualquier producto escogido (y que ambas vendan desde luego). Esta característica nos marca el que será nuestro criterio de estratificación, es decir, el tipo de tienda.

### **5.1.1 SELECCION DE PRODUCTOS A AUDITAR.**

Existen muchos productos que pueden ser útiles en este sentido, y como se recordará, los artículos que son de interés en este caso son los que pertenecen a los grupos de productos de abarrotes, alimentos, higiene y belleza entre otros. Dicho esto, lo más recomendable es escoger productos que sean auditables en los canales que podemos medir, o sea aquellos en los que sea posible recabar sus datos, con cierta accesibilidad y cooperación de parte del (os) responsable (s) del establecimiento.

Dado lo anterior, se pensó en los siguientes productos:

- Servilletas
- Fibras Limpiadoras
- Cremas de Afeitar
- Desodorantes

Tales productos son de fácil manejo en la recabación de datos, es importante destacar, que muchos de los artículos, éstos u otros, no se distribuyen en todos los canales a la vez, por ejemplo será muy poco frecuente encontrar shampoo en una licorería, o pasta para sopa en una farmacia. Si formamos una matriz que relacione los productos escogidos con los tipos de tienda, quedarían celdas vacías. Por otra parte, considerando estos "huecos" y si pensamos en usar una muestra que emplee el mismo universo para todos y cada uno de los productos, y en el momento de estimar parámetros para los mismos, es probable que los resultados del muestreo pudieran ser más imprecisos de lo aceptable.

En este sentido es conveniente pensar para un diseño muestral, el considerar los productos por separado, esto es, que una vez definidos los estratos, se emplearán los que sí tengan una participación importante de cada producto. Por ejemplo, para el caso de estudiar servilletas, se considerarán sólo tiendas de autoservicio y tiendas tradicionales, y no farmacias u otro canal que carezca de ventas de este producto, ello pensando en una farmacia típica, a menos que sea muy grande y de autoservicio, como las existentes en el centro histórico de la Ciudad de México, sin embargo sus ventas para un producto como las servilletas no son muy significativas, por lo que no es recomendable orientar el estudio a este tipo de establecimiento.

PRODUCTO	ESTRATO		
	1	2	3
	Autoservicios	Tradicionales	Farmacias
Servilletas	X	X	
Fibras limpiadoras	X	X	
Crema de afeitar	X		X
Desodorantes	X		X

## 6.2 DEFINICION DE ESTRATOS Y UNIVERSOS.

Los tipos de tienda a considerar, tal como se acaba de plantear, representarán el criterio de estratificación a seguir, así pues, los siguientes son los tipos de tienda a definir:

**Autoservicios:** Son aquellos establecimientos comerciales, en los que el cliente tiene acceso directo a la mercancía, es decir que la puede tomar sin necesidad de un dependiente, además, estas tiendas emplean carriles de salida, para el registro y pago de los productos que el cliente va a comprar. Que definimos como **ESTRATO 1**.

**Tradicionales ó Convencionales:** Son los establecimientos que despachan su mercancía a través de un mostrador, el cual es atendido por 1 ó más dependientes (que frecuentemente es el mismo dueño). Que definimos como **ESTRATO 2**.

**Farmacias:** Son aquellos establecimientos, cuyo giro principal es la venta de medicamentos y productos de higiene y belleza, llámense éstos shampoo, jabones para la piel y el pelo, productos para afeitarse, lociones, cremas para la piel, pastas dentales, cepillos, etc. Que definimos como **ESTRATO 3**.

La determinación de los universos, en este caso para todos y cada uno de los estratos, se puede realizar de varias formas, de hecho, se dedican muchos textos estadísticos que ofrecen técnicas de estimación de universos, varios de ellos orientados a poblaciones de naturaleza biológica y en las que no existe posibilidad de contar o de alguna otra manera rápida de conocer estos datos. Estos métodos están basados en técnicas de muestreo de varias formas, muestreo directo, muestreo inverso, muestreo por cuadros, etc.<sup>7</sup>

En el caso de la investigación de mercados, el método para estimar tamaños de población dependerá mucho de lo que esté definido como elementos de muestreo, pueden utilizarse los anteriormente descritos, o bien algún otro. Para este caso, la población está definida por tiendas que venden al menudeo (tiendas al detalle o tiendas detallistas), y los métodos más comunes para este propósito se refieren a levantamiento de censos completos o de "censos muestrales" que se refieren a realizar un censo, pero en partes, actualizando periódicamente cada bloque, aunque el censo es si sea continuo, basándose en procedimientos de muestreo probabilístico.

Finalmente, a veces es posible remitirse a información de fuentes secundarias, es decir estadísticas oficiales, cifras reportadas por diversas cámaras, asociaciones, secretarías de estado, y estudios hechos con anterioridad por empresas de Iniciativa privada entre otros. La utilidad de la información de estos medios es variable, dependiendo entre otras cosas de los objetivos con que se realizaron los estudios, su nivel de desagregación, la vigencia de los mismos, etc.

Dado que en el presente trabajo, no es objetivo la estimación de los universos de tiendas a través de algún método estadístico, los datos fueron obtenidos de fuentes confidenciales.

Los universos de cada tipo de tienda en el Valle de México entonces se definen a continuación:

1	Autoservicios	301
2	Tradicional	31.737
3	Farmacias	4.938
	<b>TOTAL</b>	<b>36.976</b>

FUENTE: CONFIDENCIAL

<sup>7</sup> Richard Scheaffer, Elementos de Muestreo, p. 286

De esta manera, han quedado definidos los estratos, de la misma forma que los universos estimados para cada uno de los mismos, sea entonces que:

Número de estratos  $L = 3$

Número de unidades muestrales en el estrato  $i$ , donde  $i=1, \dots, 3$

$$N_1 = 301$$

$$N_2 = 31,737$$

$$N_3 = 4,938$$

Luego entonces  $N = 36,976$  (gran total de tiendas)

### 5.3 DETERMINACION DE TAMAÑOS DE MUESTRA Y ASIGNACION OPTIMA.

El tamaño de  $n$  para una muestra estratificada queda planteado como sigue:<sup>8</sup>

$$n = \frac{\sum_{i=1}^L N_i^2 \hat{\sigma}_i^2 / w_i}{N^2 D + \sum_{i=1}^L N_i \hat{\sigma}_i^2}$$

Fórmula 5.1

Donde  $w_i$  representa la fracción de observaciones asignadas al estrato  $i$ ,  $\hat{\sigma}_i^2$  es la varianza poblacional estimada para el estrato  $i$ , donde además:

$$D = \frac{B^2}{4} \quad \text{para estimar } \mu$$

$$D = \frac{B^2}{4N^2} \quad \text{para estimar } r$$

Fórmula 5.2

<sup>8</sup> Scheaffer, op. cit., p. 86



B representa el límite para el error de estimación, que puede ser fijado de modo arbitrario, ello dependerá de que se desee determinar un tamaño de muestra  $n$  fijando entonces la precisión o cantidad de información que deseamos que contenga la muestra. Se dice entonces que la estimación de  $y_{st}$  debe estar dentro de B unidades de la media poblacional, con una probabilidad de 0.95, en otras palabras, se desea que:

$$B = 2\sqrt{\hat{V}(N\bar{y}_{st})}$$

De la misma manera que B, otros valores deben ser estimados o determinados arbitrariamente en la práctica. Cuando no se cuenta con información previa que auxilie en la determinación del tamaño de muestra  $n$  (con la expresión 5.1) es preciso realizar un muestreo denominado piloto que servirá para conocer valores como varianzas muestrales y medias muestrales entre otros (ver capítulo I).

En este procedimiento de muestreo de tipo piloto, se ha decidido fijar una tasa de muestreo del 10% de la población de tiendas, dado que  $N=32,038$  entonces  $n=3,204$  (para el caso de servilletas y de fibras limpiadoras) y  $N=5,239$  con  $n=524$  para desodorantes y para cremas de afeitar, fijando también el 10% para cada tamaño de muestra por estrato, es decir:

$$n_1 = 30$$

$$n_2 = 3,174$$

$$n_3 = 494$$

La fracción de observaciones asignadas a cada estrato puede determinarse de manera arbitraria, para efectos de este estudio, se decidió que dichas fracciones valieran los siguiente:

*Para servilletas, fibras limpiadoras, cremas de afeitar y desodorantes:*

$$w_1 = 0.1$$

$$w_2 = 0.9$$

donde:

$$w_i = \frac{n_i}{n}$$

Una vez que se efectuó el levantamiento de encuestas correspondiente a las tiendas contempladas para cada muestra, se procedió a obtener sus medias, desviaciones estándar y coeficientes de variación, agrupándolas claro, en su respectivo estrato, los datos resultantes se muestran a continuación:

<b>SERVILLETAS</b>		
	<b>Autoservicios</b>	<b>Tradicionales</b>
<b>Media muestral</b>	55,879.56	163.31
<b>Dev. Estándar muestral</b>	47,899.02	256.15
<b>Muestra</b>	30	3,174
<b>Universo estimado</b>	301	31,737
<b>Coefficiente de variación</b>	0.857	1.568
<b>FIBRAS LIMPIADORAS</b>		
	<b>Autoservicios</b>	<b>Tradicionales</b>
<b>Media muestral</b>	18,206.97	77.03
<b>Dev. Estándar muestral</b>	14,704.53	88.86
<b>Muestra</b>	30	3,174
<b>Universo estimado</b>	301	31,737
<b>Coefficiente de variación</b>	0.807	1.153
<b>DESODORANTES</b>		
	<b>Autoservicios</b>	<b>Farmacias</b>
<b>Media muestral</b>	82,878.27	13,019.57
<b>Dev. Estándar muestral</b>	80,263.48	12,898.36
<b>Muestra</b>	30	494
<b>Universo estimado</b>	301	4938
<b>Coefficiente de variación</b>	0.970	0.990
<b>CREMAS DE AFEITAR</b>		
	<b>Autoservicios</b>	<b>Farmacias</b>
<b>Media muestral</b>	5,646.76	2,630.37
<b>Dev. Estándar muestral</b>	5,443.43	2,613.64
<b>Muestra</b>	30	494
<b>Universo estimado</b>	301	4938
<b>Coefficiente de variación</b>	0.964	0.994

**TABLA 6.1**

El límite para el error de estimación de estimación B puede determinarse mediante la siguiente expresión:

$$B = 2\sqrt{\hat{V}^2(N\bar{y}_{..})}$$

$$= 2\sqrt{\sum_{i=1}^I N_i^2 \left[ \frac{N_i - n_i}{N_i} \right] \left[ \frac{s_i^2}{n_i} \right]}$$

Fórmula 5.3

Sin embargo, y de la misma forma que con las fracciones de muestreo, B puede fijarse de modo arbitrario a conveniencia del estudio, a través de las fórmulas 5.1 y 5.2, puede determinarse el tamaño n de cada muestra (para cada producto), por ejemplo para servilletas, dados los datos de la tabla 5.1, y fijando el límite B en N\$ 1,620,000, se determinará primero el valor de D, dado que lo que se desea es estimar el total de ventas de la ciudad de México de servilletas en los establecimientos ya definidos, se emplea entonces la siguiente expresión, posteriormente se calculará el tamaño de muestra n:

$$D = \frac{B^2}{4N^2} \text{ para estimar } \tau$$

$$D = \frac{(1,620,000)^2}{4(32,038)^2} = 639.204$$

Se asume ahora las desviaciones estándar estimadas para cada muestra, como las poblacionales (por estrata) es decir:

$$s_1 = \hat{\sigma}_1$$

$$s_2 = \hat{\sigma}_2$$

$$\vdots$$

$$s_i = \hat{\sigma}_i$$

$$N_1^2 \sigma_1^2 / w_1 = (301)^2 (47,899.02)^2 / 0.1$$

$$= 2.0786733E15$$

$$N_2^2 \sigma_2^2 / w_2 = (31,737)^2 (256.15)^2 / 0.9$$

$$= 7.3430748E13$$

$$N^2 D = (32038)^2 (639.20365)$$

$$= 6.5610036E11$$

$$N_1 \sigma_1^2 = (301)(47,899.02)^2$$

$$= 6.9058915E11$$

$$N_2 \sigma_2^2 = (31,737)(256.15)^2$$

$$= 2,082,354,148$$

$$n = \frac{2.0786733E15 + 7.3430748E13}{6.5610036E11 + 6.9058915E11 + 2,082,354,148}$$
$$\frac{2.1521040E15}{1.3487718E12}$$
$$= 1595.603 \approx 1596 \text{ tiendas.}$$

De la misma forma, la asignación de muestra para cada estrato se obtiene del producto del tamaño de muestra  $n$  con la fracción de muestreo de cada estrato, para este caso, el tamaño de muestra para cada estrato queda así:

$$n_1 = n w_1$$

$$n_1 = (1596)(0.1)$$

$$= 159.6 \approx 160$$

$$n_2 = (1596)(0.9)$$

$$= 1436.4 \approx 1436$$

De esta manera, para estimar las ventas de servilletas de papel totales en la Ciudad de México, para los establecimientos previamente definidos, se requiere de una muestra total de 1596 tiendas, empleando con ello un error de estimación hasta de N\$ 1,620,000 con una probabilidad de 0.95, de esta muestra, se requerirá de 160 tiendas de autoservicio, y las restantes 1436 serán tiendas tradicionales.

De igual forma que con las servilletas, los valores de B, D, el tamaño de muestra n y la asignación de cada estrato resultante para cada uno del resto de los productos, calculado todo esto de la misma manera, se muestran en la tabla 5.2, como puede verse aquí, la asignación de cada estrato es más o menos la misma en todos los casos por lo que el límite para el error de estimación B varía en cada producto.

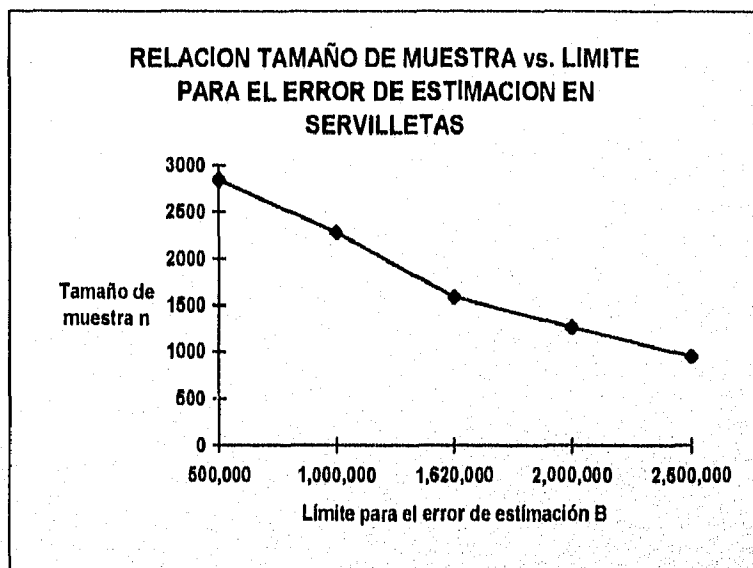
Todo esto tiene un fin práctico: al tener una asignación en todos los artículos muy parecida, se aprovecha mejor los recursos de auditoría y campo que tengan que invertirse, si por ejemplo el artículo 1 requiere de 100 tiendas de autoservicio (y lo cual se acepta debido a su límite para el error de estimación B), y el artículo 2 necesita 60 tiendas de autoservicio, será más provechoso auditar las 100 tiendas de autoservicio para ambos, ya que el costo será el mismo (se auditarán juntas) y de paso se mejorará el límite B para el artículo 2. Todo esto, claro, estando conscientes de hasta que punto los costos de auditoría por cada producto lo permitan.

	SERVILLETAS	FIBRAS LIMPIADORAS	DESODORANTES	CREMAS DE AFEITAR
$n_1$	160	160	160	160
$n_2$	1436	1441	1440	1438
B	1,620,000	500,000	3,850,000	600,000
D	639.204	60.890	135009.806	3279.032
n	1596	1602	1600	1598

**TABLA 5.2**

**$n_2$  PARA SERVILLETAS Y FIBRAS LIMPIADORAS SE REFIERE A TIENDAS TRADICIONALES,  
MIENTRAS QUE PARA DESODORANTES Y CREMAS DE AFEITAR SE REFIERE A  
FARMACIAS.**

La relación inversa entre el límite para el error de estimación B y el tamaño de muestra n, se puede ver de manera muy clara en la gráfica 5.1 y en la tabla 5.3, si agregamos más elementos a la muestra, el error de estimación disminuirá y viceversa.



**GRAFICA 5.1**

<b>Comparativo de B y n</b>	
<b>Límite de error de estimación B</b>	<b>Tamaño de muestra n</b>
500,000	2850
1,000,000	2283
1,620,000	1596
2,000,000	1271
2,500,000	954

**TABLA 5.3**

Una limitación importante e inherente a la utilización de fracciones de muestreo  $W_i$ , es que precisamente con cada determinación arbitraria de estas fracciones, se obtienen diferentes tamaños de muestra, y en ocasiones pueden ser muy grandes, con los costos que esto puede acarrear.

Una manera de evitar las fracciones de muestreo, es a través de su sustitución por valores de costo, es decir el gasto de los recursos implicados en las auditorías (recolección de los datos de cada elemento muestral). Para un diseño aleatorio estratificado, los costos pueden ser distintos para cada estrato. Por otro lado, el usar costos en lugar de fracciones de muestreo tiene además como objetivo, precisamente el implicar los costos que significa el levantamiento de encuestas o auditorías de tiendas (en este caso). Por tanto, es importante ahora, emplear expresiones que nos permitan la minimización de los costos de obtener los datos de interés, además de tomar en cuenta la variación de los mismos y el tamaño de muestra.

En textos típicos de muestreo, se ofrecen métodos para la determinación de tamaños de muestra  $n$ , fijando la variación  $V(y_{st})$  y minimizando los costos, o bien, realizando una transformación, se puede determinar el tamaño  $n$ , fijando los costos y minimizando  $V(y_{st})$ . En este caso lo que se fijará es la varianza, dado que lo que nos interesa es la minimización de los costos, para ello, en la fórmula 5.4 se plantea la expresión:

$$n = \frac{\left[ \sum_{k=1}^L N_k \sigma_k / \sqrt{c_k} \right] \left[ \sum_{i=1}^L N_i \sigma_i \sqrt{c_i} \right]}{N^2 D + \sum_{i=1}^L N_i \sigma_i^2}$$

donde  $c_i$  representa el costo por observación muestral en el estrato  $i$ .

**FORMULA 5.4**

De la misma forma, la asignación muestral para cada estrato en base al empleo de costos por estrato se define como:

$$n_i = n \frac{N_i \sigma_i / \sqrt{c_i}}{\sum_{k=1}^L N_k \sigma_k / \sqrt{c_k}}$$

FORMULA 5.5

Los costos deben de ser por observación individual realizada, muchas veces estos costos son los mismos en todos y cada uno de los estratos, en este caso las expresiones 5.4 y 5.5 sufren una modificación y la asignación resultante se denomina asignación de Neyman.<sup>9</sup>

Sin embargo para este caso, los costos si son diferentes para cada estrato, pues evidentemente resulta más caro levantar datos en una tienda de autoservicio que en una tienda de abarrotes pequeña, o en una pequeña farmacia. Los costos por lo regular están asociados a términos monetarios, pero pueden ser vistos como tiempo invertido, hombres invertidos en el trabajo, etc.

Según *fuentes confidenciales* el promedio en la capital mexicana, de tiempo para realizar la auditoría de los productos de interés, en una tienda de abarrotes pequeña (tienda tradicional) sería de alrededor de media hora, mientras que para una un poco más grande (que contaría con más de una cortina metálica, dos o más dependientes y hasta caja registradora) sería de una y media horas. Para unificar el criterio, diremos que el costo por auditar estos productos en tiendas tradicionales es de una hora en promedio. Por otro lado, para realizar la auditoría de un autoservicio promedio (esto es, ni muy chico, ni muy grande, por ejemplo la tienda Aurrerá que está sobre la avenida Insurgentes Norte, en Buenavista) requiere de ocho auditores (o un auditor que emplee todo el día, es decir ocho horas). El costo por auditar una farmacia típica es aproximadamente igual al de visitar una tienda tradicional, dado su tamaño y los productos que se buscan aquí, no obstante, existen farmacias muy grandes (casi tanto como un autoservicio mediano) que requerirían de al menos cuatro horas en auditarlas. Por lo tanto para unificar, diremos que el costo promedio para una farmacia es de dos horas.

<sup>9</sup> Scheaffer, op. cit., p. 81



Si a todos estos costos le agregamos el tiempo de traslado que requeriría la gente de campo en llegar a los elementos a muestrear (las tiendas), en promedio se considera que para trasladarse a cualquier punto de la ciudad, es de dos horas.

Por tanto los costos para cada estrato se determinan de la siguiente manera:

$$\begin{array}{l} c_1 = 10 \\ c_2 = 3 \\ c_3 = 4 \end{array}$$

Por tanto, empleando la fórmula 5.4, el tamaño de muestra para las servilletas, con los mismos datos, será el siguiente:

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^2 \frac{N_k \sigma_k}{\sqrt{c_k}} &= \frac{(301)(47,899.02)}{\sqrt{10}} + \frac{(31,737)(256.15)}{\sqrt{3}} \\ &= 4,559,247.03 + 4,693,530.07 \\ &= 9,252,777.10 \\ \sum_{k=1}^2 N_k \sigma_k \sqrt{c_k} &= (301)(47,899.02)\sqrt{10} + (31,737)(256.15)\sqrt{3} \\ &= 45,592,470.27 + 14,080,590.21 \\ &= 59,673,060.48 \\ N^2 D &= (32,038)^2 (639.204) = 6.5610036E11 \\ \sum_{i=1}^2 N_i \sigma_i^2 &= (301)(47,899.02)^2 + (31,737)(256.15)^2 \\ &= 6.9267150E11 \\ n &= \frac{(9,252,777.10)(59,673,060.48)}{6.5610036E11 + 6.9267150E11} \\ &= \frac{5.5214152E14}{1.3487718E12} \\ &= 409.366 \approx 409 \text{ tiendas.} \end{aligned}$$

De la misma forma, la asignación para cada estrato resulta ser:

$$\sum_{i=1}^k \frac{N_i \sigma_i}{\sqrt{c_i}} = \frac{(301)(47,899.02)}{\sqrt{10}} + \frac{(31,737)(256.15)}{\sqrt{3}}$$

$$= 4,559,247.03 + 4,693,530.07$$

$$= 9,252,777.10$$

$$N_1 \sigma_1 / \sqrt{c_1} = 4,559,247.03$$

$$N_2 \sigma_2 / \sqrt{c_2} = 4,693,530.07$$

$$n_1 = (409) \left\{ \frac{4,559,247.03}{9,252,777.10} \right\}$$

$$= (409)(0.493)$$

$$= 201.53 \approx 202 \text{ autoservicios.}$$

$$n_2 = (409) \left\{ \frac{4,693,530.07}{9,252,777.10} \right\}$$

$$= (409)(0.507)$$

$$= 207.468 \approx 207 \text{ tradicionales.}$$

Esto quiere decir, que dados los costos anteriores, se puede realizar el levantamiento para servilletas, obteniendo el mismo límite para el error de estimación (N\$ 1,620,000) y por tanto la misma varianza, con solamente 409 tiendas, de éstas, se emplearán 202 tiendas de autoservicio y las restantes 207 serán tiendas tradicionales.

A primera vista puede parecer engañoso el hecho de que empleando costos, se utilicen más tiendas de autoservicios, y por tanto sea más caro (pues este estrato cuesta el triple que el de las tradicionales), sin embargo el tamaño de muestra con este método (costos) es mucho menor. Tomando los costos referidos, y empleando fracciones de muestreo, el costo total sería de 5,908 horas de trabajo, mientras que usando el segundo método, el costo total será sólo de 2,641 horas, con el significativo ahorro monetario que ello implicará (en horas el ahorro es del 65.30% aprox.).

En la siguiente tabla, puede verse la asignación realizada con la incorporación de los costos para los cuatro productos seleccionados, en todos los casos se logra un ahorro de horas de auditoría, pero para desodorantes y cremas de afeitar, es decir, los que involucran farmacias, éste no es tan espectacular como con los otros dos artículos, esto es básicamente porque la variación de los datos (principalmente en los autoservicios) es considerable, con lo que es importante considerar la posibilidad de otro esquema de muestreo o alguna otra acción para corregir esta particularidad.

	SERVILLETAS	FIBRAS LIMPIADORAS	DESODORANTES	CREMAS DE AFEITAR
$n_1$	202	207	241	121
$n_2$	207	240	1003	1508
$n$	409	447	1244	1629
% de ahorro	55.30	52.69	12.74	1.50

**TABLA 5.4**

#### 6.4 GENERACION DE NUMEROS ALEATORIOS.

El capítulo anterior (IV) es, en este sentido, una proposición para utilizar la técnica de la simulación en un área como la de la investigación de mercados.

No obstante, el emplear números aleatorios como muestra artificial no es una propuesta reciente<sup>4</sup> y por el contrario, tiene actualmente muchas aplicaciones, principalmente cuando se recurre a la simulación para realizar algún estudio.

Para el presente trabajo, dado que no se cuenta con los recursos suficientes para realizar las auditorías por muestreo necesarias para continuar con este proceso, y dado también que se conoce la distribución de estos productos, se emplearán muestras artificiales que sustituyan las auténticas que deberían de hacerse.

Los métodos más generales para generar datos bajo cualquier distribución de probabilidad se plantearon en el capítulo anterior, y para este caso, simplemente se utilizará la rutina de generación de datos aleatorios contenida en el programa Statgraphics v. 7.0. Los parámetros para alimentar el programa (media y desviación estándar muestrales) son los mismos que se obtuvieron en la muestra piloto realizada (que sí son datos reales) y que se exponen en la tabla 5.1, además de los tamaños de muestra para cada estrato calculados en el apartado anterior (tabla 5.4).

En el apéndice, se muestran los datos artificiales generados para cada artículo, así como la gráfica con la distribución lognormal correspondiente.

Al igual que en la tabla 5.1, se exponen en la tabla 5.5 las medias y desviaciones estándar resultantes de este procedimiento.

	Servi Netas		Fibras Imp.		Desodo rantes		Cremas de afeit	
	$\bar{x}$	s	$\bar{x}$	s	$\bar{x}$	s	$\bar{x}$	s
<b>Autoservicios Tradicionales Farmacias</b>	58,087.	49,919.	18,335.	13,568.	79,190.	78,055.	5,122.8	4,062.4
	165.03	254.36	78.05	83.37	13,915.	13,744.	2,688.2	2,773.7

**TABLA 5.5**

<sup>4</sup> J. Aitchison, *The Lognormal Distribution*, p. 28-29

## 5.5 ESTIMACION DE PARAMETROS Y LIMITE PARA EL ERROR DE ESTIMACION.

La finalidad de un diseño muestral probabilístico, es el poder estimar uno o más parámetros de interés en el estudio, lo que se hace a través de funciones (ver capítulo I y capítulo II) y a las que se les asocia un valor de error, que tiene como finalidad la medición de la precisión de las estimaciones hechas, o dicho de otra manera, de la precisión del estimador o estimadores utilizados en el diseño.

Debido a que el interés en este caso en particular, es el conocer el total de ventas en la ciudad de México de los productos seleccionados, requerimos de un estimador del total poblacional, es decir:

*Estimador del total poblacional  $\tau$ :*

$$\begin{aligned} N\bar{y}_n &= N_1\bar{y}_1 + N_2\bar{y}_2 + \dots + N_L\bar{y}_L \\ &= \sum_{i=1}^L N_i\bar{y}_i \end{aligned}$$

*Varianza estimada de  $N\bar{y}_n$ :*

$$\begin{aligned} \hat{V}(N\bar{y}_n) &= N^2\hat{V}(\bar{y}_n) \\ &= \sum_{i=1}^L N_i^2 \left[ \frac{N_i - n_i}{N_i} \right] \left[ \frac{s_i^2}{n_i} \right] \end{aligned}$$

*Limite para el error de estimacion:*

$$2\sqrt{\hat{V}(N\bar{y}_n)} = 2\sqrt{\sum_{i=1}^L N_i^2 \left[ \frac{N_i - n_i}{N_i} \right] \left[ \frac{s_i^2}{n_i} \right]}$$

**FORMULA 5.6**

De esta forma, para servilletas se tiene lo siguiente:

$$\begin{aligned}
 N\bar{y}_n &= (301)(58,087.70) + (31,737)(165.03) \\
 &= 22,721,954.81 \\
 \\ 
 \hat{V}(N\bar{y}_n) &= (301)^2 \left[ \frac{301-202}{301} \right] \left[ \frac{(49,919.9)^2}{202} \right] + (31,737)^2 \left[ \frac{31,737-207}{31,737} \right] \left[ \frac{(254.36)^2}{207} \right] \\
 &= 3.6761881E11 + 3.1276426E11 \\
 &= 6.8038307E11 \\
 \\ 
 B &= 2\sqrt{\hat{V}(N\bar{y}_n)} \\
 &= 1,649,706.73
 \end{aligned}$$

Por tanto, la estimación de ventas totales de servilletas en la ciudad de México resulta ser N\$ 22,721,954.81 ± 1,649,706.73 con una probabilidad de 0.95, es decir entre N\$ 21,072,248.08 y N\$ 24,371,661.54.

Finalmente en la tabla 5.6 se dan los resultados finales de las estimaciones para todos los productos seleccionados.

	<b>SERVILLETAS</b>	<b>FIBRAS LIMPIADORAS</b>	<b>DESODORANTES</b>	<b>CREMAS DE AFEITAR</b>
<b>Ventas totales e.</b>	22,721,954.81	7,996,172.60	92,552,681.30	14,816,713.52
<b>B</b>	1,649,706.73	465,214.77	4,057,668.00	812,652.44
<b>Límite inferior</b>	21,072,248.07	7,530,957.84	88,495,013.30	14,204,161.08
<b>Límite superior</b>	24,371,661.55	8,461,387.37	96,610,349.30	15,429,265.96

**TABLA 5.6**

**VENTAS TOTALES EN UN MES (EN N\$) EN LA CIUDAD DE MEXICO SEGUN ESTIMACIONES.**

## CONCLUSIONES FINALES

### EL PAPEL DE LA DISTRIBUCION LOGNORMAL Y DE LA TEORIA DE MUESTREO EN LA INVESTIGACION DE MERCADOS: HACIA UN ENFOQUE PRACTICO.

Se pudo comprobar a través de diferentes metodologías y aplicaciones, que la investigación de mercados teniendo en la actualidad un campo de acción muy amplio, ofrece excelentes perspectivas en la aplicación de una diversidad considerable de técnicas y conceptos en matemáticas aplicadas, particularmente en el campo de la estadística aplicada. El muestreo probabilístico se ha convertido con el tiempo en una actividad muy importante en nuestro país. De la misma forma, es claro que el conocimiento de las posibilidades de la simulación nos permite la mejor planeación en nuestras actividades, sean éstas académicas, empresariales o de investigación.

Una primer conclusión obtenida en el desarrollo de este trabajo, es la referente a la naturaleza de la distribución probabilística de las ventas a nivel de menudeo en productos de consumo doméstico. Efectivamente, la distribución lognormal o logarítmica normal presenta una clara relación a este respecto. Esto es muy importante porque nos permite identificar y claro, lograr una mejor planeación de nuestros esquemas de muestreo en la actividad mercadológica, con los beneficios inherentes a la hora de su realización, por ejemplo el ahorro significativo de recursos, o la mejor orientación de los planes de levantamiento de auditorías de tiendas.

Al poder conocer la distribución de probabilidad de las ventas de artículos referidos, nos fue posible también plantear y experimentar modelos de simulación que cuestionaron en su momento la efectividad de los esquemas muestrales empleados. Sentando la posibilidad en su caso, de corrección a modo de prevención de costos tanto en recursos monetarios y humanos como de tiempo de trabajo.

A propósito de las técnicas de simulación, una segunda conclusión se refiere al poder afirmar que la simulación representa actualmente, un recurso que ofrece muy buenas perspectivas de utilización con éxito, ello se verá acrecentado en la medida de su conocimiento y difusión. La investigación de mercados es particularmente un área de aplicación prácticamente potencial para la simulación. De la misma forma que el muestreo probabilístico ha sido fundamental en el desempeño de la investigación de mercados, la situación de la simulación irá cambiando en la misma dirección, hasta saber y comprender su efectividad al respecto, por ejemplo, retomando el empleo de las muestras

artificiales, al simular una situación (la de la recolección de datos de una muestra de tiendas) podemos detectar limitantes y posibles mejoras a los diseños muestrales que estemos usando, es decir "probamos" el modelo con datos ficticios pero razonablemente buenos con respecto a los reales, abatiendo considerablemente los costos de tiempo y dinero de recabar datos auténticos, resumiendo: existen dos claras ventajas en el empleo de este tipo de muestras y de su empleo en simulación, primero la importante disminución de costos, y segundo la posibilidad de probar nuestros modelos (en este caso esquemas de muestreo) hasta considerar los óptimos. La única limitación que tal vez existe al respecto, es que las muestras artificiales nos arrojarán datos ideales, excluyendo así los casos extremos y que aparecen con frecuencia en la realidad como se verificó por ejemplo en los autoservicios para productos como los desodorantes, este tipo de factores pueden ser controlados dependiendo de la sofisticación de nuestros modelos, pero ello podría aumentar el costo (principalmente en tiempo) de la investigación empleando técnicas de simulación.

Es importante destacar por otro lado, que el uso del muestreo probabilístico en México ha ido acrecentando su uso, de tal suerte que cada vez más dependencias, empresas e instituciones se valen de tal como recurso de investigación en sus particulares campos. Aquí se enfatiza la necesidad de profundizar y diversificar aún más la aplicación de la teoría de muestreo al campo práctico, y particularmente en combinación con otros recursos como en el caso de la simulación, pensando principalmente en que el acelerado desarrollo tecnológico de los recursos de cómputo permitiría cada vez con mayor claridad esta posibilidad.

Con respecto al diseño aleatorio estratificado empleado para este particular trabajo, mostró su efectividad, pues el nivel de ventas de los establecimientos capitalinos sugería que se trataran por separado, apuntando entonces a emplear un diseño por estrato (usando las tiendas como criterio de estratificación).

Las técnicas de estadística son fundamentales en todo tratamiento voluminoso de datos, esto no es nuevo, sin embargo en la investigación de mercados se clarifica cada vez más su utilización, en este sentido, se hace presente el trabajo de la gente que labora directamente con la estadística, entre ellos el egresado de matemáticas aplicadas y computación.



No obstante, el carácter y la formación académica que recibe particularmente este profesionalista puede ir más allá de la aplicación de técnicas y métodos bien conocidos, pues está en la posibilidad de tocar con profundidad el campo de la mercadotecnia mediante propuestas concretas de aplicación de las matemáticas a problemas reales a través de la investigación y de la experimentación, la capacidad manifiesta de nexo con otras disciplinas, dinamiza más este aspecto de su trabajo.

Debido a que la mercadotecnia y particularmente la investigación de mercados ofrece un campo por explorar muy amplio, ofrece también la oportunidad de realizar aportaciones interesantes, y en conjunción con las características del egresado de esta carrera, aumentan en mucho las posibilidades de desarrollo de esta profesión.

Por último, se considera que dado lo anterior, el trabajo del matemático aumentará y se diversificará en la medida que se comprenda paulatinamente su trabajo y por tanto se abran mayores posibilidades en otras áreas (y en esta misma), para de esta forma, cumplir con la misión fundamental para la que ha sido instruido: la generación de propuestas y soluciones a problemas mediante aplicaciones específicas valiéndose de una serie de técnicas de investigación, y de recursos tan importantes como el de la computación.

# APENDICE 1

## I. PRUEBA $\chi^2$ DE PEARSON.

En el siguiente algoritmo se presentan los pasos para determinar si una muestra de datos tiene comportamiento de alguna distribución en particular, que corresponden a la prueba  $\chi^2$  de Pearson:

1er Paso. Subdividimos el eje  $x$  en  $K$  intervalos  $I_1, I_2, \dots, I_K$  de tal manera que cada intervalo contenga al menos 5 valores de la muestra dada  $x_1, \dots, x_n$ . Determinamos  $b_j$  de los valores en la muestra en el intervalo  $I_j$  ( $j = 1, \dots, K$ ). Si un valor muestral se localiza en un punto frontera común de dos intervalos, sumamos 0.5 a cada uno de los 2  $b_j$  correspondientes.

2o. paso. Usando  $F(x)$ , se calcula la probabilidad  $p_j$  de que la variable aleatoria  $X$  que se considera tome cualquier valor en el intervalo  $I_j$  ( $j = 1, \dots, K$ ). Se calcula  $e_j = np_j$ .

(Este es el número de valores de la muestra teóricamente esperados en  $I_j$  si la hipótesis es cierta.)

3er paso. Se calcula la desviación

$$\chi_0^2 = \sum_{j=1}^K \frac{(b_j - e_j)^2}{e_j}.$$

4o. paso. Escogemos un nivel de significancia  $\alpha$  (5%, 1% o alguno semejante).

5o. paso. Se determina la solución  $c$  de la ecuación

$$P(\chi^2 \leq c) = 1 - \alpha$$

mediante alguna tabla de distribución ji-cuadrada con  $K - 1$  grados de libertad. Si  $\chi_0^2 \leq c$ , no se rechaza la hipótesis. Si  $\chi_0^2 > c$ , se rechaza la hipótesis.

## II. METODO GRAFICO.

La serie de métodos gráficos basan su utilización en la inspección y apreciación visual de los trazos realizados en un plano por los valores de una muestra (a través de una serie de transformaciones matemáticas), de tal manera que siendo mayor la semejanza con una recta, mayor es también la probabilidad de que dichos datos provengan de la distribución de interés.

Tenemos que para el particular caso de la distribución lognormal, se tiene que:

Dada una muestra de valores  $x_i$ , con  $i = 1, \dots, n$  se tiene entonces que para el eje de las abscisas se empleara  $\ln(x_i)$  y para el eje de las ordenadas emplearemos  $z$ , donde  $z$  si  $n \leq 50$  utilizaremos la tabla presentada en D' Agostino pag. 37 - 39 para valores de  $z$ .

Si  $n > 50$  entonces tenemos que:

$$z = \text{sign}(F_n(x) - 0.5)(1.238t(1 + 0.0262t))$$

donde:

$$t = \sqrt{\{-\ln[4F_n(x)(1 - F_n(x))]\}}$$

$$\text{sign}(F_n(x) - 0.5) = \begin{cases} +1 & \text{si } F_n(x) - 0.5 > 0 \\ -1 & \text{si } F_n(x) - 0.5 < 0 \end{cases}$$

$$\text{empleando } F_n(x) = \frac{i - 0.5}{n}, \text{ donde } i = 1, \dots, n.$$

La recta con que es comparada esta grafica, es igual a  $\hat{\mu} + z\hat{\sigma}$ , donde  $\hat{\mu}$  y  $\hat{\sigma}$  representan la media y la desviacion estandar de la muestra empleada.

### III. METODO A<sup>2</sup> DE ANDERSON-DARLING:

1. Se arregla la muestra en orden ascendente,

$$x_1 \leq \dots \leq x_n$$

2. Calcular valores estandarizados  $y_i$ , donde

$$y_i = \frac{x_i - \bar{x}}{S} \text{ para } i = 1, \dots, n$$

3. Calcular  $P_i$  para  $i = 1, \dots, n$  donde

$$P_i = \Phi(y_i) = \int_{-\infty}^{y_i} \frac{e^{-t^2}}{\sqrt{2\pi}} dt$$

$\Phi(y_i)$  representa la función de distribución acumulada de la distribución normal estandar y  $P_i$  es la probabilidad acumulada correspondiente a  $y_i$ .  $P_i$  puede ser encontrado en tablas comunes de distribución normal, o bien emplear la aproximación hecha por Hastings (1955) que dice que para  $y_i$  definida en  $0 \leq y_i \leq \infty$  y teniendo que  $y = y_i$ :

$$Q_i = 1 - \frac{1}{2}(1 + C_1 y + C_2 y^3 + C_3 y^5 + C_4 y^7)^{-1}$$

donde:

$$C_1 = 0.196854 \quad C_2 = 0.000344$$

$$C_3 = 0.115194 \quad C_4 = 0.019527$$

y aquí,  $P_i$  es igual a  $Q_i$ . Para  $y_i$  definida en

$-\infty < y_i \leq 0$  se define  $y = -y_i$  calculando ahora  $Q_i$ .

Y aquí  $P_i$  es igual a  $1 - Q_i$ .

4. Calcular el estadístico Anderson-Darling:

$$A^2 = -\sum_{i=1}^n [(2i-1)\{\log P_i + \log(1 - P_{n-i+1})\} / n] - n$$

donde  $\log$  es logaritmo en base  $e$  (logaritmo natural).

5. Calcular el estadístico modificado:

$$A^* = A^2 \left[ 1.0 + \frac{0.75}{n} + \frac{2.25}{n^2} \right]$$

6. Rechazar la hipótesis nula de normalidad

si  $A^*$  excede de 0.631, 0.752, 0.873, 1.035 y

1.159 para el nivel de significancia correspondiente al escogido de 0.10, 0.05, 0.025, 0.01 y 0.005.

El procedimiento es válido para muestras de tamaño  $n \geq 8$ .

**ANEXO 1**

## Método $\chi^2$ de Pearson

Cremas de Afeitar en Autoservicios S/O '93

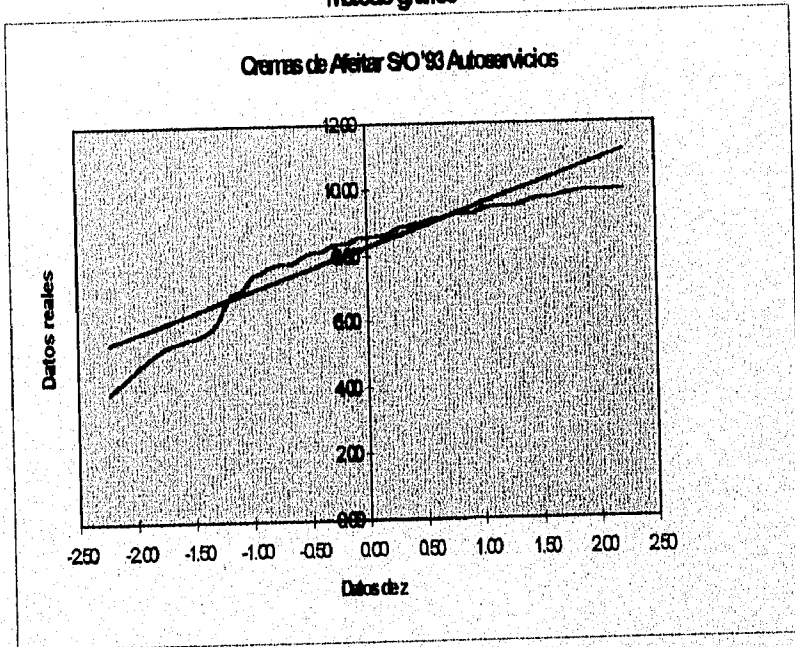
INTERVALOS	$h_j$	$p_j$	$q_j = 2p_j$	$(h_j - q_j)^2 / q_j$
0-3114	14	0.4237	20.34	1.974
3114-6228	14	0.2120	10.18	1.436
6228-9342	8	0.1105	5.30	1.370
9342-12456	5	0.0661	3.17	1.050
12456-21768	7	0.0946	4.54	1.331

48

meda= 8.2910769  
desv. std= 1.2846536

$\chi^2 = 7.162$   
c con 1 gl. a 99.9% = 13.02  
Si es lognormal

## Método gráfico



Prueba de Anderson-Darling Af para Cremas de Afeitar S/O '93 en Autoservicios

original	x(i)	y(i)	F(i)	1-F(i)	log F(i)	log (1-F(i))	Invertido	(2-1)(log F(i)+log(1-F(i)))		
52.17	3.9545076	-3.37512	0.0004	0.9996	-7.904794	1	-0.000399	40	-2.25061561	-10.2044
171.00	5.1416636	-2.451165	0.0071	0.9929	-4.944895	2	-0.007146	47	-2.25069699	-21.6107
241.71	5.4877397	-2.181818	0.0148	0.9854	-4.223378	3	-0.014869	46	-2.03376403	-31.3157
282.90	5.6450936	-2.05905	0.0187	0.9813	-3.925593	4	-0.018939	45	-1.95312624	-41.1511
415.50	6.0294826	-1.780182	0.0302	0.9698	-3.233374	5	-0.030577	44	-1.759721740	-44.9919
908.11	6.8448326	-1.125524	0.1302	0.8698	-2.039109	6	-0.130473	43	-1.724520193	-41.3969
1101.61	7.004528	-1.001312	0.1593	0.8417	-1.843023	7	-0.172377	42	-1.72258718	-43.3535
1675.90	7.4241058	-0.674757	0.2469	0.7531	-1.309335	8	-0.287599	41	-1.629811849	-45.2487
1929.80	7.5851716	-0.564857	0.2880	0.7140	-1.251935	9	-0.33984	40	-1.484410029	-48.5121
2289.02	7.7358791	-0.432108	0.3328	0.6672	-1.100117	10	-0.404713	39	-1.400228952	-49.0279
2442.46	7.800761	-0.381609	0.3514	0.6486	-1.045999	11	-0.432302	38	-1.480220624	-53.0485
2445.60	7.8003458	-0.380030	0.3517	0.6483	-1.044646	12	-0.433474	37	-1.401178228	-56.2505
2530.31	7.8000971	-0.354107	0.3518	0.6384	-1.017133	13	-0.448036	36	-1.345702226	-59.0361
2830.15	7.8003009	-0.238923	0.4052	0.5948	-0.803337	14	-0.519522	35	-1.313056951	-59.8939
3069.30	8.0923312	-0.154692	0.4306	0.5615	-0.820314	15	-0.577207	34	-1.26940993	-60.7179
3525.21	8.1678953	-0.098027	0.4617	0.5383	-0.772733	16	-0.619431	33	-1.210465491	-61.4791
3533.80	8.1701291	-0.094133	0.4625	0.5375	-0.771105	17	-0.62083	32	-1.180992935	-64.6832
3628.21	8.2754239	-0.012178	0.4651	0.5049	-0.702811	18	-0.683478	31	-1.12975334	-64.1433
4300.85	8.3665569	0.0597542	0.5234	0.4766	-0.67359	19	-0.741132	30	-1.123265276	-65.5131
4387.63	8.3889655	0.078109	0.5303	0.4697	-0.654249	20	-0.755733	29	-1.094530628	-68.2524
4483.30	8.4081147	0.0910997	0.5363	0.4637	-0.623091	21	-0.788466	28	-0.993571387	-69.6538
4793.64	8.475087	0.1432136	0.5569	0.4431	-0.585239	22	-0.814049	27	-0.936623051	-65.4092
5180.09	8.5525777	0.2035242	0.5803	0.4194	-0.543629	23	-0.869019	26	-0.912037349	-65.5372
5217.97	8.5689937	0.2091948	0.5829	0.4171	-0.539822	24	-0.874314	25	-0.897935547	-67.8920
5401.95	8.5945183	0.2261639	0.5903	0.4097	-0.521876	25	-0.909798	24	-0.874313683	-68.4182
5491.70	8.6109391	0.2490985	0.5983	0.4017	-0.513638	26	-0.912097	23	-0.869019113	-70.5155
5595.87	8.6423922	0.2734262	0.6077	0.3923	-0.498013	27	-0.935823	22	-0.814049802	-69.5593
5874.79	8.6784258	0.3014707	0.6185	0.3815	-0.483038	28	-0.963571	21	-0.789494597	-68.0940
6960.41	8.8003938	0.3981648	0.6651	0.3349	-0.422952	29	-1.064631	20	-0.756733184	-67.1850
7139.00	8.873328	0.4531618	0.6748	0.3252	-0.360363	30	-1.123265	19	-0.741132494	-69.9362
7192.86	8.8803441	0.4580116	0.6769	0.3231	-0.3600251	31	-1.129753	18	-0.683477061	-65.4974
7693.91	8.9481844	0.511422	0.6955	0.3045	-0.363184	32	-1.188993	17	-0.620929606	-61.5916
7879.70	8.9720451	0.5299526	0.7019	0.2981	-0.353005	33	-1.210465	16	-0.619431224	-63.2699
8401.30	9.0361417	0.5799786	0.7160	0.2810	-0.329091	34	-1.209407	15	-0.577207376	-60.7766
8606.54	9.0932499	0.6165425	0.7312	0.2696	-0.313025	35	-1.313906	14	-0.5195221872	-57.4457
9111.68	9.1179124	0.6430631	0.7399	0.2601	-0.301293	36	-1.343709	13	-0.488935036	-53.2540
9830.59	9.1728967	0.6881593	0.7837	0.2463	-0.28277	37	-1.401178	12	-0.433473644	-52.2959
10411.15	9.2503268	0.7488153	0.7724	0.2276	-0.258237	38	-1.480221	11	-0.432931649	-51.8354
10411.94	9.2507035	0.7469743	0.7724	0.2276	-0.258213	39	-1.480229	10	-0.404713465	-51.0454
10453.45	9.2546973	0.749871	0.7734	0.2265	-0.257005	40	-1.48441	9	-0.33999754	-46.9217
11890.92	9.3910707	0.8581172	0.8040	0.1993	-0.218114	41	-1.628612	8	-0.287598579	-40.9903
13017.99	9.4740876	0.9207286	0.8214	0.1786	-0.19674	42	-1.723629	7	-0.1723629	-30.6367
13039.84	9.4757492	0.9220219	0.8217	0.1783	-0.193329	43	-1.72452	6	-0.139473203	-28.5432
13448.41	9.5094874	0.9499296	0.8279	0.1721	-0.189854	44	-1.789725	5	-0.039978939	-19.9092
15813.69	9.6895243	1.0721352	0.8592	0.1418	-0.152993	45	-1.993128	4	-0.016827554	-15.3963
18660.00	9.7302329	1.1224195	0.8932	0.1039	-0.14023	46	-2.003764	3	-0.0148895	-14.0069
20037.58	9.6053648	1.2553885	0.8955	0.1045	-0.110369	47	-2.250687	2	-0.007145194	-10.9279
20651.05	9.9365214	1.2789592	0.8907	0.1003	-0.105691	48	-2.239616	1	-0.000399039	-10.0757

A= 1.9717223

-238.6427

A= 2004458

No es lognormal



## Método X<sup>2</sup> de Pearson

Cremas de Afeitar en Autoservicios MJ '94

INTERVALOS	$t_j$	$p_j$	$e_j = E \cdot p_j$	$(t_j - e_j)^2 / e_j$
0-3114	15	0.4954	25.28	4.170
3114-6228	18	0.1510	7.70	13.771
6228-9342	10	0.0800	4.08	8.577
9342-21,768	8	0.1325	6.76	0.229

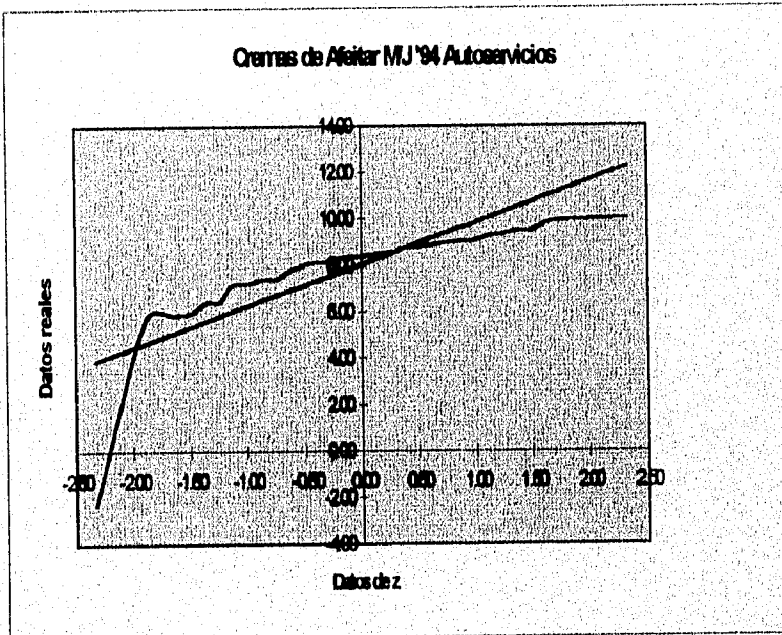
51

$\chi^2 = 28.747$   
 con 1 g.l. al 99.9% = 10.83  
 no es lognormal

media = 8.0544282

desv. std = 1.7902561

## Método Gráfico



Prueba de Anderson-Darling A' para Cremas de Afeitar M.J.'94 en Autoservicios

original	X(i)	Y(i)	F(i)	1-F(i)	log F(i)	I	log (1-F(i))	Invertido	(Z - 1)(log F(i) + log(1-F(i)))	
0.10	-2.302586	-5.709002	0.0000	1.0000	-19.48600	1	-3.51E-09	51	-1.064419160	-21.4311
268.40	5.6573004	-1.344523	0.0004	0.9106	-2.414749	2	-0.00064	50	-1.622110538	-13.0103
363.52	5.8679401	-1.223914	0.1009	0.8991	-2.207833	3	-0.116452	49	-1.851936275	-20.2005
393.20	5.6919191	-1.163247	0.1224	0.8776	-2.10075	4	-0.130524	48	-1.548947435	-25.5479
615.00	6.4220396	-0.916921	0.1706	0.8304	-1.718022	5	-0.197005	47	-1.516632975	-29.1230
633.80	6.4517334	-0.900818	0.1838	0.8162	-1.693976	6	-0.203148	46	-1.427054901	-34.3330
1223.65	7.1036905	-0.533351	0.2069	0.7931	-1.214378	7	-0.352249	45	-1.418487709	-34.2274
1354.75	7.2113722	-0.4765	0.3169	0.6831	-1.140298	8	-0.391054	44	-1.323692099	-37.0049
1400.78	7.2447702	-0.457844	0.3235	0.6765	-1.129457	9	-0.39007	43	-1.252144618	-40.4702
1555.69	7.3403745	-0.369247	0.3449	0.6551	-1.094629	10	-0.4229	42	-1.23443713	-43.6823
1605.67	7.3014832	-0.381470	0.3514	0.6486	-1.045732	11	-0.432976	41	-1.215545224	-47.4875
1625.60	7.3039323	-0.374063	0.3539	0.6461	-1.036815	12	-0.43687	40	-1.190046541	-51.4432
1836.07	7.5634154	-0.277033	0.3009	0.6991	-0.93939	13	-0.405717	39	-1.151033307	-52.2503
2410.86	7.7677398	-0.154553	0.4369	0.5631	-0.824197	14	-0.577208	38	-1.132204003	-52.0228
2694.88	7.699109	-0.032344	0.4832	0.5168	-0.76957	15	-0.622153	37	-1.102995736	-54.3041
3148.00	8.0541731	-0.005728	0.4977	0.5023	-0.697728	16	-0.689587	36	-1.072052497	-54.0335
3315.24	8.1032053	0.0229305	0.5003	0.4997	-0.674693	17	-0.711977	35	-1.039509134	-57.9508
3445.09	8.1447053	0.0448411	0.5179	0.4821	-0.658008	18	-0.723959	34	-1.059603758	-59.8333
3445.71	8.1448953	0.0448417	0.5179	0.4821	-0.657908	19	-0.723952	33	-1.027698145	-62.3798
3814.84	8.1927475	0.0716788	0.5283	0.4714	-0.637579	20	-0.751999	32	-0.958227338	-62.1585
3973.85	8.2630239	0.1103763	0.5439	0.4561	-0.609008	21	-0.785141	31	-0.93794073	-63.4208
4143.24	8.3282334	0.1478148	0.5568	0.4412	-0.581973	22	-0.818248	30	-0.930007303	-65.0237
4271.40	8.3569690	0.1843011	0.5665	0.4345	-0.570043	23	-0.839561	29	-0.90720137	-69.4700
4305.30	8.3578021	0.1693467	0.5672	0.4328	-0.568076	24	-0.837557	28	-0.883997417	-68.1807
4320.53	8.3711334	0.1713192	0.5680	0.4320	-0.565561	25	-0.839361	27	-0.877839079	-70.7220
4441.82	8.3688195	0.1687841	0.5741	0.4259	-0.554978	26	-0.853518	26	-0.85351559	-71.8332
4854.68	8.4456714	0.2129547	0.5843	0.4157	-0.537309	27	-0.877837	25	-0.839391223	-72.8935
4708.63	8.4571523	0.2193979	0.5869	0.4132	-0.533004	28	-0.883987	24	-0.837567465	-75.3934
4923.08	8.5010801	0.2436048	0.5983	0.4037	-0.518031	29	-0.907201	23	-0.839391379	-78.0781
5134.04	8.5439482	0.2878925	0.6055	0.3945	-0.501054	30	-0.930007	22	-0.818248265	-77.8741
5207.20	8.5577976	0.2755851	0.6068	0.3931	-0.498468	31	-0.937941	21	-0.785140923	-78.1891
5362.70	8.5939454	0.2941018	0.6157	0.3843	-0.485031	32	-0.950227	20	-0.751999523	-77.9339
6103.15	8.7170517	0.3645422	0.6423	0.3577	-0.442741	33	-1.027068	19	-0.720651754	-78.2055
6401.90	8.7643501	0.3609821	0.6521	0.3479	-0.427577	34	-1.055804	18	-0.726699359	-77.5287
6485.37	8.7773041	0.368198	0.6548	0.3452	-0.423449	35	-1.033609	17	-0.711976932	-78.3472
6578.82	8.7918107	0.4091993	0.6577	0.3423	-0.418009	36	-1.072032	16	-0.693697073	-78.6363
6923.72	8.8427085	0.4347315	0.6691	0.3319	-0.403298	37	-1.102999	15	-0.622152829	-74.8570
7259.90	8.8601213	0.4612153	0.6777	0.3223	-0.388093	38	-1.132204	14	-0.577296137	-72.4788
7481.04	8.8922474	0.4760431	0.6837	0.3163	-0.380025	39	-1.151033	13	-0.495711703	-67.4465
8055.18	8.9640982	0.5182770	0.6982	0.3018	-0.369228	40	-1.190048	12	-0.438809818	-62.6916
8275.63	8.9210582	0.534354	0.7095	0.2905	-0.351758	41	-1.215545	11	-0.439295698	-63.6633
8517.77	8.9490098	0.5504699	0.7000	0.2910	-0.343968	42	-1.234437	10	-0.422899751	-63.8442
8748.08	8.9769301	0.5654209	0.7141	0.2859	-0.33872	43	-1.252145	9	-0.390670409	-61.8452
9724.81	9.1804358	0.6244961	0.7338	0.2662	-0.309452	44	-1.323992	8	-0.391054314	-60.0740
11125.05	9.3189548	0.6698357	0.7570	0.2421	-0.277174	45	-1.418408	7	-0.362240337	-58.0187
11257.68	9.3269041	0.7032546	0.7600	0.2400	-0.274458	46	-1.427056	6	-0.203147803	-43.4820
12761.20	9.4541846	0.7782784	0.7812	0.2188	-0.248914	47	-1.518933	5	-0.197695403	-41.3757
13394.25	9.4928277	0.7978748	0.7875	0.2125	-0.238858	48	-1.548947	4	-0.130524124	-35.0911
19293.17	9.8675084	1.0071827	0.8431	0.1569	-0.170703	49	-1.851993	3	-0.118452484	-27.8541
20922.62	9.9485814	1.0524485	0.8537	0.1463	-0.159172	50	-1.822119	2	-0.069840393	-24.0094
21661.00	9.988568	1.0762530	0.8698	0.1402	-0.151009	51	-1.864419	1	-3.513308E-09	-19.2810

A= 3.0175169

A' = 3.8785153

NO es lognormal

-2800.7833

## Método $\chi^2$ de Pearson

Cremas de Aléitar en Farmacias S/O'93

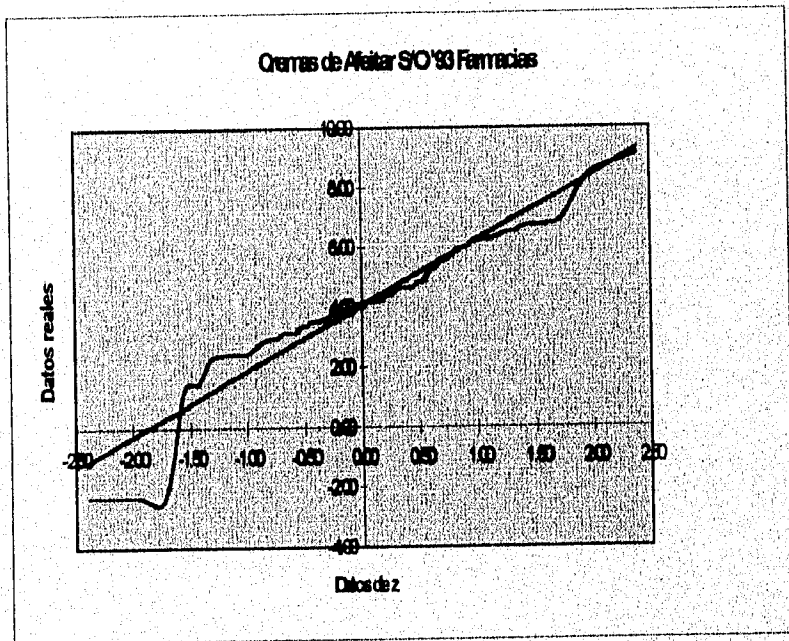
INTERVALOS	$h_j$	$f_j$	$e_j = 0,05 n_j$	$(h_j - e_j)^2 / e_j$
0-65	36	0,5803	34,24	0,091
65-130	7	0,1182	6,97	0,000
130-195	6	0,1275	7,52	0,309
195-260	5	0,0494	2,92	1,491
260-325	5	0,1125	6,64	0,403

59

media = 41023612  
desv. std = 21809777

$\chi^2 = 2,203$   
con 2 g.l. al 95% = 3,82  
Histograma

## Método Gráfico



Prueba de Anderson-Darling A' para Cremas de Afeitar S/O '93 en Farmacias

original	x(i)	y(i)	P(i)	1-P(i)	log P(i)	i	log (1-P(i))	Invertida	(2 - 1)(log P(i)log(1-P(i)))	
0.10	-2.302566	-2.936823	0.0017	0.9983	-6.402123	1	-0.001669	69	-4.557160367	-10.9583
0.10	-2.302566	-2.936823	0.0017	0.9983	-6.402123	2	-0.001669	68	-3.736859349	-30.4169
0.10	-2.302566	-2.936823	0.0017	0.9983	-6.402123	3	-0.001669	67	-2.40818145	-44.0515
3.63	12802326	-1.289309	0.0626	0.9015	-2.317334	4	-0.103735	66	-2.19449716	-31.5828
4.42	14861397	-1.109656	0.1151	0.8849	-2.181635	5	-0.122322	65	-2.186372117	-39.1321
9.90	22926348	-0.829015	0.2033	0.7967	-1.593105	6	-0.227209	64	-2.034915692	-39.9082
11.50	2442347	-0.761225	0.2233	0.7767	-1.499412	7	-0.252661	63	-1.982015217	-46.2566
11.74	24630018	-0.751754	0.2261	0.7739	-1.486781	8	-0.256312	62	-1.881002616	-60.6168
11.90	24620995	-0.749417	0.2269	0.7732	-1.483674	9	-0.257221	61	-1.8306663764	-68.3776
11.90	2.4765384	-0.745546	0.2280	0.7720	-1.478584	10	-0.258732	60	-1.8115325056	-62.5114
15.10	27146947	-0.636351	0.2823	0.7177	-1.336348	11	-0.304183	49	-1.700897674	-63.8245
18.00	2.8903718	-0.565801	0.2882	0.7108	-1.240729	12	-0.341327	48	-1.6418694	-60.2955
19.80	2.9866819	-0.5121	0.3043	0.6957	-1.189773	13	-0.362823	47	-1.583545479	-69.3300
20.13	3.0022112	-0.504521	0.3069	0.6931	-1.181079	14	-0.366605	46	-1.419570901	-70.2178
23.84	3.1713648	-0.426933	0.3347	0.6653	-1.094511	16	-0.407522	45	-1.403681940	-72.6274
23.95	3.1769683	-0.424852	0.3355	0.6645	-1.092216	16	-0.408679	44	-1.250000997	-72.9159
24.00	3.1780538	-0.423936	0.3368	0.6642	-1.091177	17	-0.409203	43	-1.193267912	-75.3962
30.00	3.4014974	-0.321682	0.3739	0.6261	-0.983808	18	-0.468221	42	-1.026339958	-70.3662
30.38	3.4137045	-0.315811	0.3761	0.6239	-0.977972	19	-0.471722	41	-1.005690329	-73.3918
34.79	3.54933	-0.253662	0.3899	0.6001	-0.916595	20	-0.510523	40	-0.927484052	-71.9101
35.40	3.5667118	-0.245682	0.4030	0.5970	-0.908917	21	-0.515772	39	-0.92330074	-75.1221
37.48	3.6239075	-0.219513	0.4131	0.5869	-0.884005	22	-0.532344	38	-0.918938016	-77.5255
39.76	3.6573888	-0.204118	0.4191	0.5809	-0.869571	23	-0.543231	37	-0.909613372	-79.7933
47.38	3.8656643	-0.113205	0.4549	0.5451	-0.787803	24	-0.606840	35	-0.818117173	-76.4688
48.00	3.871201	-0.106061	0.4578	0.5422	-0.781412	25	-0.612046	35	-0.812691964	-78.1111
48.00	3.871201	-0.106061	0.4578	0.5422	-0.781412	26	-0.612045	34	-0.753017918	-78.2569
53.21	3.9742463	-0.068834	0.4765	0.5235	-0.741199	27	-0.647239	33	-0.74243740	-80.6327
64.04	3.9897245	-0.051737	0.4794	0.5206	-0.735284	28	-0.652714	32	-0.737972973	-81.6291
68.62	4.0710759	-0.014436	0.4942	0.5058	-0.704732	29	-0.681695	31	-0.731652464	-81.8682
64.45	4.1658897	0.020368	0.5118	0.4884	-0.670247	30	-0.716596	30	-0.711658451	-81.8200
67.06	4.2336877	0.0472387	0.5188	0.4812	-0.658182	31	-0.731552	29	-0.681834847	-81.8033
69.20	4.2224448	0.0549677	0.5219	0.4781	-0.650245	32	-0.737973	28	-0.652714057	-82.0864
69.00	4.2341065	0.0603148	0.5240	0.4760	-0.646173	33	-0.742437	27	-0.647239942	-84.0767
70.92	4.2618525	0.0728991	0.5291	0.4709	-0.636669	34	-0.753018	26	-0.612044748	-83.6932
82.40	4.4115854	0.1416907	0.5563	0.4437	-0.586379	35	-0.812692	25	-0.612044748	-82.6913
83.60	4.4248468	0.1477711	0.5587	0.4413	-0.582074	36	-0.818117	24	-0.606848553	-84.4135
102.14	4.6263444	0.2401898	0.5949	0.4051	-0.519367	37	-0.903613	23	-0.543230813	-77.5697
105.76	4.6610778	0.2560354	0.6011	0.3989	-0.509095	38	-0.918933	22	-0.532933684	-78.1606
106.80	4.6709579	0.2608156	0.6028	0.3972	-0.508161	39	-0.923329	21	-0.515771833	-78.6388
107.60	4.6802777	0.2646888	0.6045	0.3955	-0.507432	40	-0.927484	20	-0.510622297	-80.1104
127.80	4.8504866	0.3422921	0.6342	0.3658	-0.455436	41	-1.006549	19	-0.471722002	-76.0986
133.51	4.8941784	0.3629635	0.6417	0.3583	-0.444366	42	-1.026334	18	-0.468220665	-76.6861
188.15	5.2265628	0.5163814	0.6969	0.3032	-0.361185	43	-1.193627	17	-0.408203478	-66.4831
210.60	5.3408908	0.5710451	0.7163	0.2837	-0.333628	44	-1.259911	16	-0.408678713	-64.5907
274.20	5.6138578	0.6929445	0.7558	0.2442	-0.279942	45	-1.409882	15	-0.407182001	-61.1843
278.74	5.6302784	0.700474	0.7582	0.2418	-0.276829	46	-1.419563	14	-0.365649529	-68.6566
384.15	5.8975659	0.8230275	0.7948	0.2052	-0.229723	47	-1.583545	13	-0.362822981	-66.1088
398.74	5.8883098	0.8646344	0.8064	0.1936	-0.2152	48	-1.641869	12	-0.34132882	-62.8700
438.20	6.0781009	0.9058908	0.8175	0.1825	-0.201528	49	-1.700898	11	-0.304182871	-60.0540
513.45	6.2411627	0.9805565	0.8366	0.1634	-0.178413	50	-1.811533	10	-0.258722243	-43.2774
529.30	6.2715564	0.9846054	0.8400	0.1600	-0.17434	51	-1.832654	9	-0.257721279	-43.5877
566.98	6.340324	1.0280368	0.8478	0.1524	-0.166339	52	-1.881003	8	-0.256311763	-43.4393
662.28	6.4804739	1.0902067	0.8622	0.1378	-0.148258	53	-1.982015	7	-0.226261351	-42.0965
700.70	6.6620798	1.1231287	0.8693	0.1307	-0.140057	54	-2.034916	6	-0.227289703	-39.3099
864.78	6.7508441	1.2142641	0.8877	0.1123	-0.119148	55	-2.186372	5	-0.122322006	-38.3302
863.73	6.7612602	1.211904	0.8886	0.1114	-0.118124	56	-2.194497	4	-0.103735124	-24.8264
1126.65	7.0270303	1.3408861	0.9103	0.0900	-0.084267	57	-2.408181	3	-0.001669408	-10.8420
4545.01	8.4217882	1.8804072	0.9782	0.0238	-0.024117	68	-3.736859	2	-0.001669409	-2.8643
9291.85	9.1368714	2.3082814	0.9935	0.0105	-0.010547	69	-4.657189	1	-0.001669409	-1.4282

A\* = 1.2234947

-3663.1862

A\* = 1.2368384

No es lognormal

### Método $\chi^2$ de Pearson

Cremas de Afeitador en Farmacias MJ '94

INTERVALOS	$t_j$	$f_j$	$e_j = \frac{e \cdot f_j}{n}$	$(t_j - e_j)^2 / e_j$
0-80	34	0.5732	33.25	0.017
80-160	8	0.1057	6.13	0.559
160-320	5	0.0824	5.36	0.024
320-640	6	0.0746	4.33	0.645
640-7,120	5	0.1266	7.34	0.747

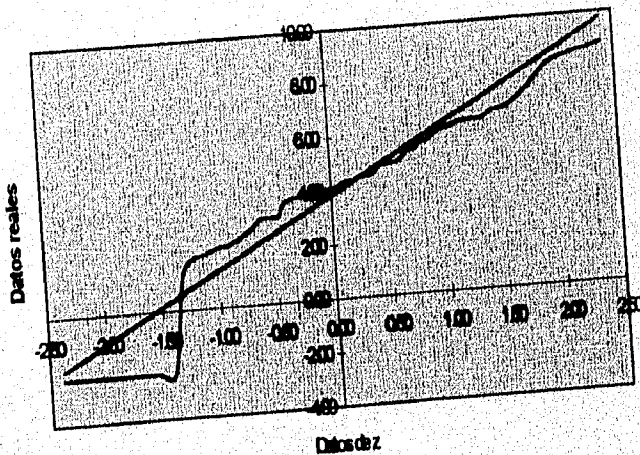
$n = 68$

meda = 3.8606572  
 desv. std = 2.4611571

$\chi^2 = 2.008$   
 con 2 gl. a 99.9% = 13.82  
 Si es lognormal

### Método Gráfico

Cremas de Afeitador MJ '94 Farmacias



Prueba de Anderson-Darling A' para Cremas de Afeitar MJ '94 en Farmacias

original	x(i)	y(i)	P(i)	1-P(i)	log P(i)	i	log (1-P(i))	Invertido	(2 - 1/X)log(1-P(n+1))	
0.10	-2.302585	-2.516358	0.0059	0.9941	-5.127942	1	-0.005946	58	-3.637441209	-8.9654
0.10	-2.302585	-2.516358	0.0059	0.9941	-5.127942	2	-0.005946	57	-3.316753538	-25.3341
0.10	-2.302585	-2.516358	0.0059	0.9941	-5.127942	3	-0.005946	56	-2.828189338	-38.2807
0.10	-2.302585	-2.516358	0.0059	0.9941	-5.127942	4	-0.005946	55	-2.114037789	-50.6930
0.10	-2.302585	-2.516358	0.0059	0.9941	-5.127942	5	-0.005946	54	-2.044446991	-64.5515
3.91	1.3635374	-1.026765	0.1523	0.8477	-1.682129	6	-0.155189	53	-1.881731287	-61.1825
6.66	1.9257074	-0.798348	0.2123	0.7877	-1.549394	7	-0.238391	52	-1.651646539	-44.2161
7.50	2.014903	-0.762107	0.2230	0.7770	-1.500592	8	-0.252312	51	-1.816078980	-49.7501
8.71	2.1644718	-0.701335	0.2415	0.7585	-1.420691	9	-0.276474	50	-1.731847987	-53.5302
9.70	2.2721259	-0.657594	0.2554	0.7446	-1.364926	10	-0.294308	49	-1.678189345	-57.8192
10.32	2.3340838	-0.632419	0.2635	0.7364	-1.333488	11	-0.305923	48	-1.600511176	-61.6140
11.86	2.4731714	-0.575606	0.2823	0.7177	-1.264646	12	-0.331758	47	-1.458406739	-62.6302
13.71	2.8181255	-0.51701	0.3028	0.6974	-1.195427	13	-0.380036	46	-1.451357783	-66.1606
16.20	2.7851112	-0.449002	0.3265	0.6734	-1.118687	14	-0.395448	45	-1.330197653	-66.1253
20.00	2.9957323	-0.363583	0.3581	0.6419	-1.028989	15	-0.443299	44	-1.309220916	-67.7500
24.48	3.1975655	-0.281457	0.3892	0.6106	-0.943714	16	-0.492263	43	-1.166073279	-66.4034
25.20	3.226844	-0.269079	0.3937	0.6063	-0.932157	17	-0.500366	42	-1.107372877	-67.3045
26.00	3.2580965	-0.256981	0.3988	0.6014	-0.919805	18	-0.508449	41	-1.095254011	-70.5201
26.00	3.2580965	-0.256981	0.3988	0.6014	-0.919806	19	-0.508449	40	-1.074224743	-73.7792
40.00	3.6889795	-0.081948	0.4673	0.5327	-0.76009	20	-0.629879	39	-1.069395179	-71.3956
45.50	3.8177123	-0.029602	0.4982	0.5118	-0.717045	21	-0.660805	38	-0.959090835	-68.7552
48.48	3.8811513	-0.002626	0.4965	0.5015	-0.696204	22	-0.690039	37	-0.935070679	-70.1451
48.80	3.8836235	-0.002821	0.4989	0.5011	-0.696401	23	-0.690899	36	-0.934536002	-73.3472
54.50	3.9982007	0.0437329	0.5174	0.4826	-0.668859	24	-0.728563	35	-0.900174479	-73.2746
56.36	4.0136787	0.050021	0.5169	0.4801	-0.664028	25	-0.733859	34	-0.893414828	-74.3547
56.60	4.0181832	0.051852	0.5207	0.4793	-0.662626	26	-0.735338	33	-0.882134257	-77.2529
56.96	4.0423469	0.061871	0.5240	0.4764	-0.645143	27	-0.743573	32	-0.839238121	-78.6721
58.09	4.0619035	0.0666527	0.5278	0.4722	-0.639104	28	-0.750279	31	-0.790917956	-78.6512
59.50	4.0869783	0.0769373	0.5316	0.4684	-0.631785	29	-0.758222	30	-0.781394973	-79.4000
69.88	4.0941779	0.0827297	0.5330	0.4670	-0.629296	30	-0.761356	29	-0.758221774	-81.8813
65.27	4.1785325	0.117004	0.5468	0.4534	-0.604000	31	-0.790918	28	-0.750278629	-82.6166
74.58	4.3118174	0.1711818	0.5690	0.4320	-0.655705	32	-0.839236	27	-0.743572776	-82.4845
79.30	4.3732381	0.1661155	0.5777	0.4223	-0.648631	33	-0.862134	26	-0.735339117	-83.4607
79.57	4.3786371	0.1974935	0.5783	0.4217	-0.647696	34	-0.863416	25	-0.733859247	-85.8642
87.60	4.472781	0.230561	0.5935	0.4065	-0.621716	35	-0.900174	24	-0.728952926	-86.2755
96.61	4.6027774	0.2721119	0.6072	0.3928	-0.498844	36	-0.934536	23	-0.690986633	-84.4716
96.74	4.5816362	0.272564	0.6074	0.3928	-0.498496	37	-0.935077	22	-0.690989291	-86.7074
101.85	4.6235011	0.2978008	0.6171	0.3829	-0.482789	38	-0.959509	21	-0.669004161	-83.4432
132.35	4.8954489	0.4042338	0.6570	0.3430	-0.420102	39	-1.039565	20	-0.628879116	-80.8486
133.65	4.8952244	0.4062053	0.6584	0.3416	-0.417884	40	-1.074227	19	-0.608486635	-73.1835
140.20	4.94307	0.4278468	0.6655	0.3345	-0.407148	41	-1.095254	18	-0.508489635	-74.1667
144.08	4.9703687	0.4387373	0.6698	0.3304	-0.401114	42	-1.107373	17	-0.500966206	-74.8245
164.00	5.0986664	0.491354	0.6884	0.3116	-0.373369	43	-1.166073	16	-0.482962771	-73.6373
221.09	5.3985699	0.612721	0.7300	0.2700	-0.314752	44	-1.309221	15	-0.443299014	-66.9506
230.66	5.4405111	0.6297623	0.7358	0.2644	-0.307103	45	-1.330198	14	-0.39547878	-62.5299
291.40	5.6746969	0.724915	0.7657	0.2343	-0.286902	46	-1.451358	13	-0.380359916	-57.0608
295.28	5.6879241	0.7302894	0.7674	0.2326	-0.284750	47	-1.458407	12	-0.331758279	-56.4758
382.30	5.9462056	0.8352325	0.7982	0.2018	-0.226388	48	-1.600511	11	-0.305922699	-50.4745
437.65	6.061191	0.8900788	0.8133	0.1867	-0.20687	49	-1.678189	10	-0.294076331	-48.6530
479.20	6.172118	0.9270237	0.8230	0.1770	-0.194747	50	-1.731848	9	-0.276474966	-48.6509
550.76	6.3112991	0.9835748	0.8373	0.1627	-0.177628	51	-1.816079	8	-0.262312449	-43.4139
583.38	6.3688388	1.0069539	0.8430	0.1570	-0.170793	52	-1.851647	7	-0.238681427	-42.1728
592.90	6.3680258	1.0135308	0.8448	0.1554	-0.168896	53	-1.861731	6	-0.165187893	-35.0788
787.75	6.6691808	1.1289987	0.8705	0.1295	-0.138532	54	-2.044447	5	-0.005946396	-15.4698
874.10	6.7731848	1.1712489	0.8793	0.1207	-0.128695	55	-2.114038	4	-0.005946396	-14.6749
1559.20	7.3519281	1.4063958	0.9202	0.0798	-0.083168	56	-2.52819	3	-0.005946396	-9.8917
4084.87	8.310878	1.7957085	0.9637	0.0363	-0.038946	57	-3.316754	2	-0.005946396	-4.8467
7107.51	8.8689073	2.0227841	0.9785	0.0215	-0.021784	58	-3.837441	1	-0.005946396	-3.1890

A\* 1.8865447

-3473.4254

A ≈ 1.9123028

No es lognormal

### Método $\chi^2$ de Pearson

Desodorantes en Autoservicios S/O '93

INTERVALOS	$t_j$	$p_j$	$e_j = E_j$	$(t_j - e_j)^2 / e_j$
0-47,341	16	0.5447	26.69	4.283
47,342-94,683	14	0.1321	6.47	8.756
94,684-142,025	12	0.0660	3.38	21.955
142,026-331,368	7	0.1152	5.64	0.326

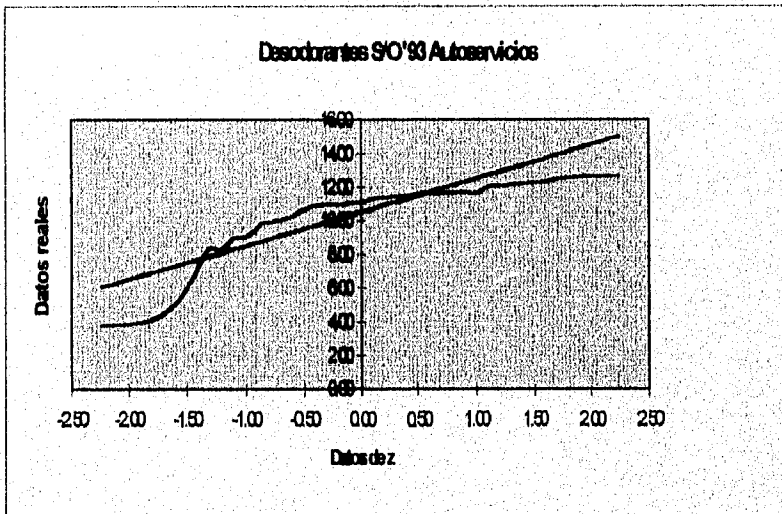
49

$\chi^2 = 33.320$   
 con 1 g.l. a 99.9% = 10.83  
 NO es lognormal

media = 10.54025

desv. std = 2.0003248

### Método Gráfico



Prueba de Anderson-Darling A\* para Desodorantes SO 93 en Autoservicios

original	x(i)	y(i)	F(i)	1-F(i)	log F(i)	i	log (1-F(i))	Invertido	(2i-1)(log F(i)log(1-F(i)))	
45.90	3.8264851	-3.355844	0.0004	0.9996	-7.834828	1	-0.000396	49	-1.929003702	-9.7639
59.46	4.0653038	-3.226485	0.0005	0.9995	-7.375025	2	-0.000527	48	-1.910075863	-7.8653
150.05	5.016236	-2.781119	0.0029	0.9971	-5.849882	3	-0.002894	47	-1.700365378	-3.7392
725.00	6.5651717	-1.976422	0.0241	0.9759	-3.727477	4	-0.024347	46	-1.644484812	-9.7603
3942.23	8.2795018	-1.130021	0.1282	0.8718	-2.046132	5	-0.130362	45	-1.589036529	-32.7156
4053.50	8.307336	-1.116109	0.1322	0.8678	-2.022493	6	-0.141778	44	-1.515134218	-39.9253
7980.80	8.9847899	-0.777495	0.2184	0.7816	-1.521281	7	-0.246459	43	-1.489460845	-39.1264
8650.00	9.0537587	-0.743014	0.2287	0.7713	-1.475185	8	-0.239725	42	-1.277232992	-41.2893
11818.68	9.3772674	-0.58131	0.2605	0.7395	-1.271125	9	-0.329221	41	-1.277043684	-43.3109
19948.22	9.9008952	-0.319577	0.3746	0.6254	-0.901778	10	-0.460435	40	-1.268529229	-42.7178
20440.14	9.9252559	-0.307401	0.3783	0.6217	-0.906609	11	-0.476958	39	-1.257792405	-46.7733
22571.77	10.042021	-0.248036	0.4017	0.5983	-0.912133	12	-0.513907	38	-1.2569872	-49.8831
25278.21	10.137688	-0.201213	0.4203	0.5797	-0.866887	13	-0.546193	37	-1.25029019	-52.9278
29275.43	10.284504	-0.127833	0.4491	0.5509	-0.800419	14	-0.596278	36	-1.246627705	-65.5657
36841.83	10.502875	0.0232045	0.5105	0.4895	-0.672457	15	-0.714275	35	-1.241832476	-55.5005
43821.00	10.687884	0.0737942	0.5284	0.4716	-0.636866	16	-0.753774	34	-1.197029741	-58.8226
53289.30	10.883378	0.1718007	0.5891	0.4109	-0.565374	17	-0.830872	33	-1.146201508	-60.4820
55981.13	10.932413	0.193202	0.5777	0.4223	-0.549896	18	-0.862048	32	-1.135797884	-68.5923
56987.99	10.948488	0.2040563	0.5803	0.4197	-0.543272	19	-0.866514	31	-1.131162307	-61.6541
58258.67	10.972648	0.2181318	0.5868	0.4132	-0.535191	20	-0.880821	30	-1.112111875	-64.2448
58497.50	10.978226	0.2178202	0.5903	0.4107	-0.534002	21	-0.882834	29	-1.078056184	-68.1353
58984.82	10.993339	0.2214752	0.5878	0.4122	-0.531643	22	-0.885856	28	-1.073287249	-69.0120
63683.72	11.051684	0.2603350	0.6028	0.3972	-0.508148	23	-0.922349	27	-1.088397921	-70.4037
64833.00	11.081111	0.2703463	0.6089	0.3911	-0.499663	24	-0.932809	26	-1.006726037	-70.8144
67562.31	11.120356	0.2901133	0.6141	0.3859	-0.48754	25	-0.952289	25	-0.952289789	-70.5605
75245.93	11.228517	0.3440262	0.6346	0.3654	-0.454781	26	-1.008726	21	-0.932839343	-70.7671
83055.53	11.327265	0.3683846	0.6530	0.3470	-0.426205	27	-1.058379	23	-0.923348736	-71.6284
85405.39	11.355164	0.4073301	0.6581	0.3419	-0.418372	28	-1.073287	22	-0.888555511	-71.7325
89328.31	11.385399	0.412891	0.6601	0.3399	-0.416380	29	-1.079055	21	-0.888203805	-73.9759
91732.56	11.426533	0.443053	0.6711	0.3289	-0.398783	30	-1.112112	20	-0.880820771	-75.4965
94949.01	11.461005	0.483279	0.6773	0.3227	-0.388579	31	-1.131162	19	-0.888514125	-78.0047
95914.87	11.471216	0.4853379	0.6782	0.3218	-0.386608	32	-1.138788	18	-0.862045655	-78.6839
97541.25	11.488331	0.4737424	0.6822	0.3178	-0.382494	33	-1.146202	17	-0.836672049	-79.4403
106863.68	11.57737	0.518384	0.6979	0.3021	-0.369865	34	-1.19703	16	-0.753774394	-74.6005
115125.59	11.653779	0.5665907	0.7111	0.2889	-0.340947	35	-1.241652	15	-0.71427499	-72.8103
118723.23	11.687581	0.563795	0.7134	0.2866	-0.337649	36	-1.249828	14	-0.59627555	-66.3095
116903.62	11.688248	0.5638232	0.7136	0.2864	-0.337465	37	-1.250236	13	-0.645185973	-64.4360
118078.10	11.67911	0.5682523	0.7154	0.2846	-0.334603	38	-1.256987	12	-0.61360767	-63.6382
118296.28	11.680948	0.5701708	0.7157	0.2843	-0.334457	39	-1.257792	11	-0.476957773	-62.4720
120039.62	11.685568	0.574787	0.7182	0.2818	-0.331018	40	-1.265629	10	-0.469434844	-63.2358
122158.69	11.713078	0.5862301	0.7211	0.2789	-0.326623	41	-1.277044	9	-0.32922091	-63.1476
122197.04	11.71339	0.586387	0.7212	0.2788	-0.326849	42	-1.277230	8	-0.259725992	-48.6957
170544.93	12.046754	0.750169	0.7743	0.2257	-0.255621	43	-1.498461	7	-0.246458506	-42.6608
177480.14	12.086614	0.7729408	0.7802	0.2198	-0.248178	44	-1.515134	6	-0.141780131	-33.9283
197717.83	12.194506	0.8289149	0.7969	0.2031	-0.228335	45	-1.588957	6	-0.138381713	-32.6378
214118.09	12.274274	0.8687412	0.8070	0.1930	-0.214484	46	-1.644846	4	-0.024347464	-21.7338
234238.81	12.384088	0.9116343	0.8180	0.1810	-0.199648	47	-1.700395	3	-0.002884394	-18.6355
305713.61	12.654004	1.0447508	0.8519	0.1481	-0.16025	48	-1.910076	2	-0.006289307	-15.2833
313193.28	12.654585	1.0583378	0.8547	0.1453	-0.159936	49	-1.920004	1	-0.000395749	-15.2670

A\* = 4.1655711

-2805.1179

A\* = 4.2333351

No es lognormal



## Método $\chi^2$ de Pearson

### Desodorantes en Autoservicios MJ '94

INTERVALOS	$h_j$	$p_j$	$e_j=54p_j$	$(h_j-e_j)^2/e_j$
0-47,341	21	0,5556	30,00	2,702
47,342-94,683	13	0,1286	6,94	5,284
94,684-142,025	12	0,0670	3,62	19,445
142,026-331,363	8	0,1117	6,03	0,642

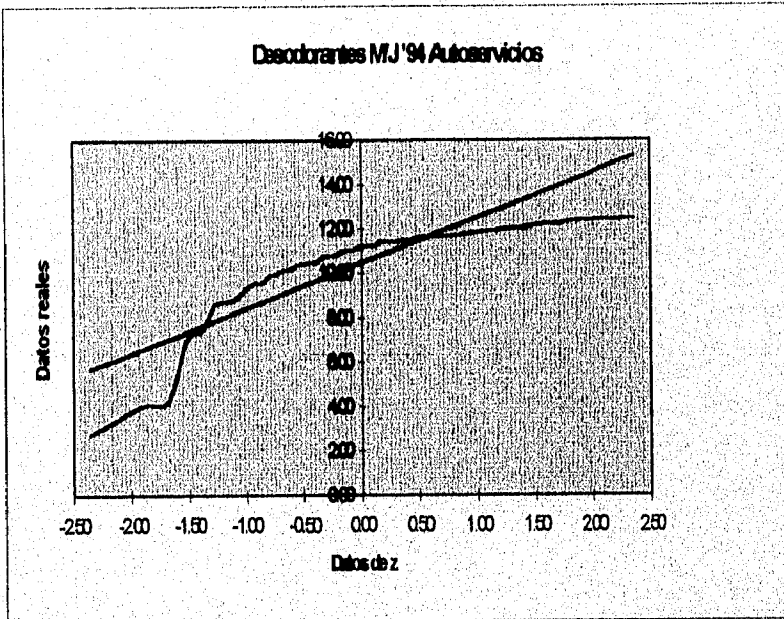
54

$\bar{X} = 28,073$   
 con 1 g.l. el 99,9% = 10,83  
 NO es lognormal

media = 10,479627

desv. std = 2,0410225

## Método Gráfico



Prueba de Anderson-Darling A\* para Desodorantes M/J '94 en Autoservicios

original	x(i)	y(i)	P(i)	1-P(i)	log P(i)	i	log (1-P(i))	Invertido	$2 \cdot 1(\log P(i) \log (1-P(i)))$		
15	30	2.7278528	-3.797937	0.0001	0.9999	-9.525362	1	-7.3E-05	54	-1.766722186	-11.3121
56	10	4.0271358	-3.161352	0.0008	0.9992	-7.140498	2	-0.000706	53	-1.745038058	-20.6836
71	40	4.2682979	-3.043195	0.0012	0.9988	-6.750347	3	-0.001171	52	-1.6520469	-42.0120
1153	39	7.0504607	-1.680073	0.0465	0.9535	-3.068915	4	-0.047586	51	-1.623104821	-32.8441
1754	92	7.4701786	-1.474432	0.0702	0.9298	-2.656663	5	-0.072767	50	-1.505427464	-37.4587
5400	07	8.5941672	-0.923733	0.1778	0.8222	-1.727025	6	-0.195787	49	-1.501380521	-35.5125
6142	20	8.7229383	-0.860541	0.1947	0.8053	-1.636204	7	-0.218562	48	-1.451837358	-40.1445
7165	49	8.8770317	-0.785143	0.2162	0.7838	-1.531622	8	-0.243582	47	-1.434455693	-44.4912
11011	41	9.3068873	-0.574633	0.2828	0.7172	-1.263123	9	-0.332358	46	-1.38693137	-45.0339
14339	61	9.5707009	-0.44524	0.3281	0.6719	-1.114519	10	-0.397606	45	-1.361275487	-47.0401
14068	00	9.5946561	-0.433543	0.3323	0.6677	-1.101696	11	-0.400392	44	-1.318995567	-50.8343
20625	88	9.9294418	-0.269514	0.3938	0.6062	-0.931096	12	-0.500481	43	-1.289769322	-51.1006
21560	38	9.9786127	-0.245423	0.4031	0.5969	-0.908659	13	-0.518946	42	-1.270916232	-54.7144
2489	1	10.122272	-0.176537	0.4305	0.5695	-0.842749	14	-0.563041	41	-1.273281469	-57.1328
26586	88	10.189173	-0.142749	0.4432	0.5568	-0.813634	15	-0.586629	40	-1.269632258	-60.3857
3007	3	10.311394	-0.082377	0.4672	0.5328	-0.781055	16	-0.629559	39	-1.256676658	-62.5497
32577	09	10.391365	-0.043196	0.4828	0.5172	-0.728209	17	-0.659273	38	-1.243800205	-65.0698
34880	94	10.469696	-0.009716	0.4961	0.5039	-0.70093	18	-0.685425	37	-1.197061059	-68.4237
35051	48	10.464573	-0.007327	0.4971	0.5029	-0.69901	19	-0.687318	36	-1.178028496	-69.4504
41253	00	10.627455	0.0724775	0.5269	0.4711	-0.636977	20	-0.752692	35	-1.175136451	-70.6724
47338	68	10.765041	0.139877	0.5556	0.4444	-0.58768	21	-0.811088	34	-1.136894278	-70.8585
47713	73	10.772974	0.1437749	0.5572	0.4428	-0.584901	22	-0.814549	33	-1.135303689	-73.9721
61638	97	10.862032	0.1825091	0.5724	0.4276	-0.557903	23	-0.849687	32	-1.125450509	-75.7611
69397	78	10.982012	0.2510925	0.5991	0.4009	-0.512279	24	-0.914115	31	-1.124386517	-70.9237
62033	67	11.035433	0.2723863	0.6073	0.3927	-0.498683	25	-0.934785	30	-1.041571239	-75.4725
62367	97	11.040807	0.2749998	0.6083	0.3917	-0.497019	26	-0.937365	29	-1.036138868	-78.1910
70375	78	11.161604	0.3341842	0.6309	0.3691	-0.46084	27	-0.995633	28	-1.025624685	-78.7720
74528	97	11.218943	0.3622775	0.6414	0.3586	-0.444059	28	-1.026255	27	-0.996632522	-79.2380
7607	4	11.239469	0.3723343	0.6452	0.3548	-0.438229	29	-1.038139	26	-0.937365423	-78.4089
76881	46	11.239002	0.3776338	0.6471	0.3529	-0.435254	30	-1.041571	25	-0.934785121	-80.8323
89908	47	11.406525	0.4541834	0.8762	0.3248	-0.392818	31	-1.124397	24	-0.914114703	-79.7229
90081	94	11.408475	0.4551387	0.6765	0.3245	-0.392309	32	-1.125455	23	-0.849886698	-78.2394
91738	60	11.426599	0.4640573	0.6787	0.3213	-0.387576	33	-1.135381	22	-0.814548777	-78.1381
91959	39	11.429102	0.465245	0.6791	0.3209	-0.386954	34	-1.136894	21	-0.811088009	-80.2688
95682	68	11.496551	0.4993204	0.6912	0.3068	-0.369293	35	-1.175135	20	-0.752661754	-77.4148
99093	77	11.503822	0.5018539	0.6921	0.3079	-0.369003	36	-1.178028	19	-0.697318485	-74.9279
102502	74	11.537645	0.5184235	0.6979	0.3021	-0.359662	37	-1.197061	18	-0.685424771	-78.2906
111177	82	11.618888	0.5892297	0.7117	0.2893	-0.34018	38	-1.243602	17	-0.658273309	-74.9675
113703	37	11.641348	0.5982351	0.7154	0.2846	-0.334911	39	-1.256877	16	-0.629559315	-74.2642
116047	40	11.661754	0.5792328	0.7188	0.2812	-0.330194	40	-1.268632	15	-0.595828632	-72.3500
116967	94	11.689695	0.583104	0.7201	0.2799	-0.328381	41	-1.273281	14	-0.563040932	-72.2052
118290	41	11.680898	0.5898124	0.7219	0.2781	-0.325814	42	-1.279918	13	-0.515946154	-69.8661
120273	58	11.697524	0.5987584	0.7247	0.2763	-0.322045	43	-1.280769	12	-0.500480864	-69.9155
126292	77	11.746358	0.6206847	0.7328	0.2674	-0.31116	44	-1.318997	11	-0.403931865	-62.2130
135369	55	11.815784	0.65468	0.7437	0.2563	-0.296163	45	-1.381275	10	-0.397605591	-61.7454
140889	91	11.855592	0.6742039	0.7469	0.2501	-0.287803	46	-1.389391	9	-0.332358183	-58.4347
152154	40	11.932651	0.711959	0.7618	0.2382	-0.27213	47	-1.434456	8	-0.243561903	-47.9612
150348	43	11.969842	0.7262814	0.7659	0.2341	-0.266756	48	-1.451838	7	-0.216662422	-45.9162
168755	48	12.036205	0.7626968	0.7772	0.2228	-0.252086	49	-1.501381	6	-0.195787028	-43.4437
169798	14	12.042371	0.7687168	0.7781	0.2219	-0.250929	50	-1.505427	5	-0.0727672	-32.0459
202231	33	12.217158	0.851358	0.8027	0.1973	-0.219756	51	-1.623105	4	-0.047586932	-27.0015
210849	81	12.258901	0.8718055	0.8063	0.1917	-0.212789	52	-1.652047	3	-0.001171159	-22.0358
240364	01	12.39891	0.9389931	0.8254	0.1746	-0.191894	53	-1.745038	2	-0.000706567	-20.2355
254634	45	12.447191	0.9640563	0.8325	0.1675	-0.183332	54	-1.786722	1	-7.295E-05	-19.6243

A\* = 4.4509315

-3156.3503

A\* = 4.5181843

No es lognormal

## Método $\chi^2$ de Pearson

### Desodorantes en Farmacias S/O '93

INTERVALOS	$t_j$	$f_j$	$e_j=73t_j$	$(t_j-e_j)^2/e_j$
0-95	11	0.1921	14.03	0.663
95-190	8	0.1105	8.07	0.001
190-475	17	0.1775	12.95	1.280
475-760	9	0.0651	6.94	0.609
760-9310	28	0.3535	25.81	0.187

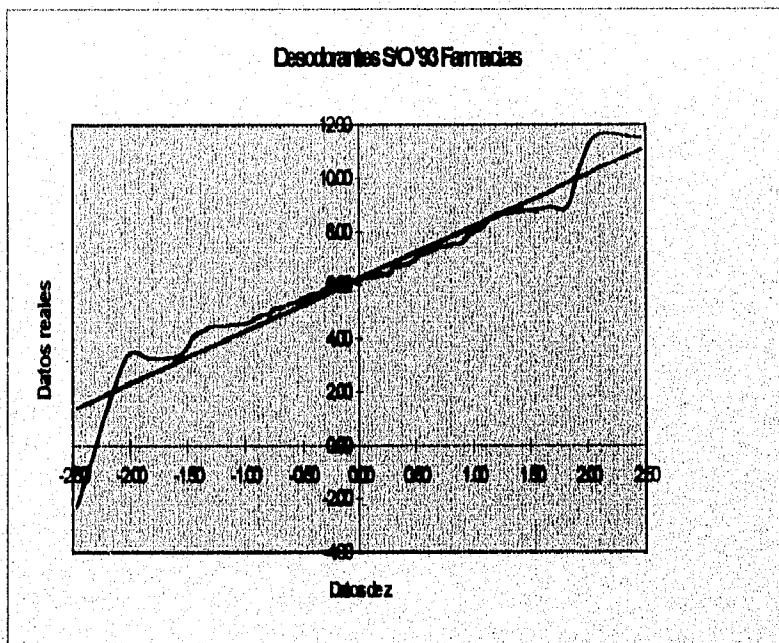
73

$\chi^2 = 2.709$   
 con 2 gl. al 99.9% = 13.82  
 Si es lognormal

media= 6.2806309

desv. std= 1.9517677

## Método Gráfico



Prueba de Anderson-Darling A² para Desodorantes S/O '93 en Farmacias										
original	x(i)	y(i)	P(i)	1-P(i)	log P(i)	1	log (1-P(i))	Invertido	(2i-1)(log P(i)+log(1-P(i+1)))	
0.10	-2.302585	-4.365052	0.0000	1.0000	-11.66555	1	-0.346708	73	-5.621443683	-17.5097
25.18	3.22605	-1.54881	0.0009	0.9991	-2.977729	2	-0.062885	72	-5.690080998	-25.1334
26.15	3.2038492	-1.527594	0.0033	0.9967	-2.756783	3	-0.053309	71	-5.623636456	-26.4170
26.64	3.2024130	-1.516113	0.0045	0.9955	-2.741233	4	-0.046604	70	-2.408435397	-30.4677
32.06	3.4078091	-1.423728	0.0773	0.9227	-2.560545	5	-0.090411	60	-2.3532828757	-44.2240
61.05	4.1118932	-1.09541	0.1387	0.8613	-1.990199	6	-0.140937	67	-2.339141399	-47.6227
77.44	4.3495034	-0.974187	0.1850	0.8150	-1.801921	7	-0.190302	87	-2.27942025	-53.0575
68.72	4.4854853	-0.904871	0.1028	0.8972	-1.696545	8	-0.201831	86	-2.239983827	-50.0799
69.80	4.4953553	-0.899864	0.1841	0.8159	-1.892282	8	-0.203467	85	-2.269823085	-68.3379
92.77	4.5301233	-0.862117	0.1899	0.8101	-1.866767	10	-0.209351	84	-2.029201374	-70.2234
94.83	4.5409746	-0.871998	0.1910	0.8090	-1.852322	11	-0.212704	83	-1.770671618	-71.8829
87.87	4.5848813	-0.854317	0.1905	0.8095	-1.827273	12	-0.218734	82	-1.704718914	-76.8358
104.05	4.8448716	-0.823625	0.2051	0.7949	-1.584374	13	-0.228909	81	-1.876791806	-78.0291
122.83	4.8091717	-0.739974	0.2287	0.7713	-1.471033	14	-0.26090	60	-1.366342514	-77.4191
135.54	4.6002688	-0.886851	0.2455	0.7545	-1.404828	15	-0.281845	59	-1.357163056	-80.0928
137.30	4.0211693	-0.882275	0.2475	0.7525	-1.388213	16	-0.284398	57	-1.347855490	-85.0692
166.38	5.117934	-0.584685	0.2784	0.7216	-1.275875	17	-0.327895	57	-1.283181534	-84.7510
173.61	5.1568114	-0.682687	0.2866	0.7134	-1.240863	18	-0.339037	56	-1.282534604	-88.5869
188.75	5.2404234	-0.520046	0.3016	0.6984	-1.198933	19	-0.358843	55	-1.248028889	-80.8376
209.26	5.3387873	-0.469909	0.3192	0.6808	-1.141902	20	-0.384503	54	-1.188780111	-80.8698
213.21	5.3922778	-0.457832	0.3235	0.6765	-1.128554	21	-0.389284	53	-1.186589277	-84.1820
231.80	5.4483082	-0.415080	0.3390	0.6610	-1.081882	22	-0.414054	52	-1.136488344	-85.1354
253.60	5.5357852	-0.389501	0.3559	0.6441	-1.033169	23	-0.438888	51	-1.039527576	-83.4982
269.82	5.9981280	-0.337709	0.3879	0.6122	-1.002124	24	-0.456638	50	-0.888458877	-82.5289
288.59	5.8943137	-0.330387	0.3970	0.6030	-0.998071	25	-0.479864	49	-0.820282556	-82.6588
294.76	5.8581815	-0.307834	0.3848	0.6152	-0.954967	26	-0.435848	49	-0.913465237	-85.2901
308.64	8.7321785	-0.289378	0.3938	0.6062	-0.831863	27	-0.400577	47	-0.889388921	-96.5116
348.00	5.6288456	-0.22005	0.4129	0.5871	-0.884811	28	-0.432649	48	-0.977700448	-88.9210
352.80	5.8459013	-0.281212	0.4203	0.5797	-0.858867	29	-0.454168	45	-0.733249521	-83.4998
396.23	5.9819444	-0.14206	0.4435	0.5565	-0.813021	38	-0.508117	44	-0.755834144	-82.8624
404.27	8.002893	-0.131784	0.4478	0.5522	-0.803915	31	-0.593435	43	-0.760874213	-84.8421
426.65	8.0272381	-0.100870	0.4596	0.5402	-0.777691	32	-0.618981	42	-0.732546818	-85.0857
435.35	8.0781503	-0.094039	0.4625	0.5375	-0.771024	33	-0.620899	41	-0.718235251	-86.8819
451.62	8.1135052	-0.074988	0.4701	0.5299	-0.754792	34	-0.635083	40	-0.707871489	-88.0052
466.40	8.1450438	-0.059921	0.4745	0.5255	-0.741272	35	-0.647232	38	-0.689377748	-89.8085
468.56	8.1453986	-0.058740	0.4788	0.5234	-0.741128	36	-0.647365	39	-0.782285532	-102.4818
502.44	8.2194782	-0.020979	0.4918	0.5082	-0.710027	37	-0.678548	37	-0.878547722	-101.2169
635.37	8.2820581	0.113801	0.5045	0.4955	-0.684108	38	-0.782280	38	-0.847385497	-89.8906
541.14	8.293870	0.0108445	0.5087	0.4913	-0.678787	39	-0.768878	35	-0.847232477	-102.1813
542.84	8.2881146	0.018434	0.5074	0.4926	-0.678539	40	-0.787871	34	-0.835082593	-103.7761
566.44	8.3219553	0.0310569	0.5124	0.4879	-0.668873	41	-0.718235	33	-0.838508145	-184.4554
675.74	8.3598962	0.0484378	0.5193	0.4807	-0.655242	42	-0.732548	32	-0.815981173	-105.5018
801.04	8.3988815	0.0703583	0.5280	0.4720	-0.638571	43	-0.750874	31	-0.69343478	-104.7205
608.00	8.4101749	0.0762282	0.5304	0.4686	-0.634189	44	-0.758834	30	-0.889117422	-106.1841
932.88	8.4582808	0.0868719	0.5385	0.4615	-0.618958	45	-0.773289	29	-0.5461888	-183.8086
764.82	8.8781167	0.2128895	0.5843	0.4157	-0.837405	46	-0.8777	20	-0.632587501	-97.3684
813.91	8.7818499	0.2240078	0.5890	0.4110	-0.829372	47	-0.8881	27	-0.800577323	-95.7853
855.88	8.7818965	0.2604108	0.5989	0.4011	-0.812714	49	-0.913465	28	-0.449848081	-84.8934
986.59	8.7860712	0.2888521	0.6018	0.3982	-0.8007803	49	-0.920843	25	-0.478904149	-95.7164
954.82	8.9818278	0.3063536	0.6203	0.3797	-0.4776	50	-0.688450	24	-0.48853552	-82.8975
1897.87	8.9917931	0.3727047	0.6453	0.3547	-0.438018	51	-1.936528	23	-0.438880044	-88.8668
1308.28	7.1704633	0.4688342	0.6787	0.3203	-0.386117	62	-1.138469	22	-0.414054338	-82.4177
1378.06	7.2888873	0.493582	0.6862	0.3108	-0.37224	63	-1.188589	21	-0.390824052	-80.1217
1427.33	7.2838808	0.5112369	0.6954	0.3046	-0.383257	64	-1.188878	20	-0.3884503216	-80.9104
1576.69	7.3630788	0.5819844	0.7129	0.2871	-0.339372	65	-1.248029	18	-0.358842813	-78.8904
1686.38	7.4108084	0.6907812	0.7227	0.2773	-0.324807	68	-1.262538	18	-0.338038874	-73.5757
1897.34	7.4368178	0.9886535	0.7288	0.2744	-0.328789	67	-1.293182	17	-0.327884956	-73.2742
1952.17	7.6241132	0.8440519	0.7482	0.2608	-0.300795	68	-1.347956	16	-0.384397927	-87.2972
1678.28	7.6380814	0.8914372	0.7428	0.2574	-0.297874	69	-1.357184	16	-0.291844827	-87.7688
1898.79	7.5982982	0.882376	0.7525	0.2478	-0.284385	80	-1.368343	14	-0.280898789	-84.8925
2808.18	7.8958447	0.8161458	0.7934	0.2066	-0.231474	61	-1.578792	15	-0.228590933	-85.7790
3111.24	8.0427788	0.9084377	0.8182	0.1819	-0.200877	82	-1.704719	12	-0.218734084	-81.5878
3397.48	8.1307893	0.9533016	0.8298	0.1702	-0.185582	63	-1.770672	11	-0.212703851	-80.9121
4708.12	8.457044	1.1196801	0.8888	0.1314	-0.140919	64	-2.028281	10	-0.20931042	-84.4782
5822.54	8.8884919	1.2279022	0.8903	0.1097	-0.118244	85	-2.269624	9	-0.203486862	-81.2427
8021.10	8.7030252	1.2449957	0.8934	0.1086	-0.112694	68	-2.238984	8	-0.28183089	-81.2014
8382.96	8.7497746	1.2883181	0.8977	0.1023	-0.107987	87	-2.279429	7	-0.18039188	-80.3387
6737.23	8.8184041	1.3922802	0.8938	0.8994	-0.18138	88	-2.338141	0	-0.148895848	-33.6284
8643.87	8.8310794	1.3102705	0.9049	0.0951	-0.098978	89	-2.353329	0	-0.898410048	-24.8988
7785.42	8.8861472	1.3740232	0.9153	0.0847	-0.088922	70	-2.488435	4	-0.088884296	-21.8980
8224.30	9.0148485	1.4839458	0.9198	0.0802	-0.083564	71	-2.529538	3	-0.865398437	-21.0038
9882.12	11.502088	2.6719021	0.9862	0.0038	-0.993779	72	-8.69007	2	-0.862684787	-8.5330
101627.91	11.531939	2.8885584	0.9984	0.0038	-0.993818	73	-8.624144	1	-8.3598E-06	-0.5283

### Método $\chi^2$ de Pearson

Desodorantes en Farmacias MJ '94

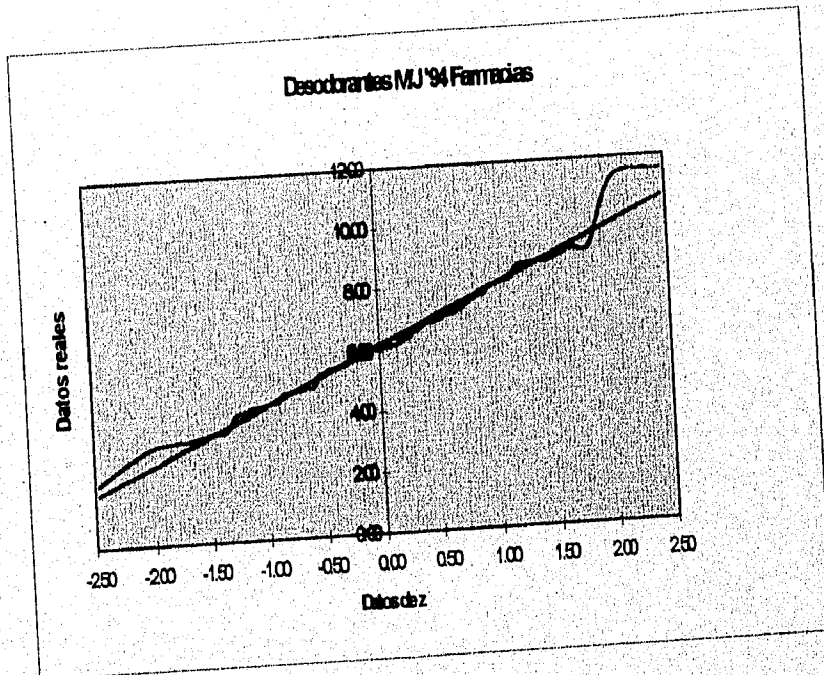
INTERVALOS	$h_j$	$p_j$	$e_j = 73 p_j$	$(h_j - e_j)^2 / e_j$
0-95	14	0.178	13.05	0.039
95-190	7	0.1168	8.53	0.274
190-475	18	0.1921	14.02	1.128
475-760	7	0.1028	7.50	0.034
760-103.455	27	0.4079	29.77	0.258

73

meda= 6.2190163  
desv. std= 1.809974

$\chi^2 = 1.763$   
con 2 gl. al 99.9% = 13.82  
Si es lognormal

### Método Gráfico



Prueba de Anderson-Darling A<sup>1</sup> para Desodorantes MJ '84 en Farmacias

original	x(i)	y(i)	P(i)	1-P(i)	log P(i)	1	log (1-P(i))	invertido	(z) - (log P log(1-Pn+1))	
800	2.0784415	-2.287091	0.0111	0.9889	-4.50124	1	-0.011167	73	-8.422794081	-18.0240
23.06	3.1354942	-1.703828	0.0442	0.9558	-3.118456	2	-0.045233	72	-8.073058191	-27.5773
29.75	3.588376	-1.580342	0.0578	0.9430	-2.864454	3	-0.058704	71	-2.84535026	-29.0491
28.92	3.0895272	-1.558304	0.0596	0.9404	-2.820424	4	-0.081429	70	-2.879781587	-30.9016
33.00	3.4985676	-1.50417	0.0653	0.9337	-2.714036	5	-0.068587	69	-2.814154024	-47.0537
36.50	3.5973123	-1.448478	0.0737	0.9283	-2.807182	6	-0.078802	68	-2.488195422	-55.8202
38.45	3.8493587	-1.419721	0.0778	0.9222	-2.553041	7	-0.081041	87	-2.447203252	-66.0032
82.10	4.120748	-1.154862	0.1241	0.8759	-2.988981	8	-0.132473	66	-2.41311741	-87.5004
68.73	4.2301858	-1.099087	0.1359	0.8641	-1.80590	9	-0.148084	65	-2.33083281	-73.5504
75.74	4.3273864	-1.046159	0.1480	0.8529	-1.816713	10	-0.160139	84	-1.947327422	-73.3028
79.18	4.3714711	-1.028758	0.1537	0.8463	-1.872953	11	-0.168893	63	-1.828965343	-79.8382
83.52	4.2506801	-0.991138	0.1608	0.8392	-1.827534	12	-0.175318	62	-1.924819341	-83.9995
89.61	4.4943504	-0.852888	0.1703	0.8297	-1.770026	13	-0.198725	81	-1.779958893	-88.7497
94.21	4.5455283	-0.824593	0.1778	0.8224	-1.728285	14	-0.199515	80	-1.599884807	-88.8627
117.18	4.7837112	-0.804047	0.2187	0.7893	-1.597393	15	-0.236589	59	-1.578426258	-90.8808
119.30	4.7819413	-0.794141	0.2158	0.7884	-1.543054	16	-0.249234	58	-1.488110852	-83.3089
128.86	4.843426	-0.780187	0.2236	0.7784	-1.467816	17	-0.253601	57	-1.395893878	-95.4882
131.40	4.8782481	-0.748788	0.2284	0.7788	-1.472214	18	-0.260609	58	-1.287285355	-95.8829
138.00	4.8126548	-0.721757	0.2352	0.7648	-1.447228	19	-0.26817	55	-1.23218217	-98.1351
139.00	4.8344739	-0.707072	0.2389	0.7811	-1.431525	20	-0.273049	54	-1.183631316	-102.3011
141.42	4.8528077	-0.688971	0.2428	0.7580	-1.41993	21	-0.277038	53	-1.184873185	-108.7477
202.20	3.8692573	-0.502836	0.3078	0.6924	-1.178823	22	-0.367808	52	-1.114231768	-98.8056
218.11	5.3478312	-0.481435	0.3151	0.6846	-1.154854	23	-0.378488	51	-1.887838788	-100.8211
234.44	4.5671897	-0.420899	0.3389	0.6631	-1.087028	24	-0.410451	58	-1.943786434	-108.1805
241.88	4.887145	-0.484095	0.3431	0.6590	-1.048917	25	-0.42018	49	-1.030832855	-102.9387
251.81	8.5254628	-0.381688	0.3589	0.6482	-1.047545	26	-0.432011	48	-1.81373782	-105.1248
259.64	5.6479743	-0.370072	0.3854	0.6148	-1.834648	27	-0.430905	47	-0.85308204	-185.3497
274.51	8.148887	-0.333722	0.3883	0.6107	-0.89816	29	-0.480916	46	-0.885318835	-103.4812
365.00	5.7202118	-0.275531	0.3815	0.6085	-0.837887	20	-0.496863	45	-0.877884828	-103.4830
365.48	8.5845163	-0.148135	0.4419	0.5581	-0.818855	30	-0.48323	44	-0.78122034	-94.2747
388.89	5.8812373	-0.142421	0.4434	0.5586	-0.813343	31	-0.485881	43	-0.77752551	-97.8446
382.73	8.5768854	-0.13445	0.4485	0.5935	-0.800284	32	-0.591536	42	-0.727913755	-98.5778
486.05	8.0880863	-0.118204	0.4537	0.5483	-0.792912	33	-0.60487	41	-0.881100885	-95.8356
428.14	8.8917832	-0.088897	0.4854	0.5148	-0.764885	34	-0.628213	40	-0.874845555	-98.4828
446.38	8.101183	-0.085097	0.4748	0.5280	-0.764446	35	-0.642548	39	-0.884588238	-97.3808
447.98	8.1827375	-0.084243	0.4744	0.5258	-0.745729	36	-0.643182	38	-0.843192	-98.4178
454.38	8.189338	-0.055295	0.4780	0.5220	-0.732848	37	-0.649995	37	-0.849895111	-181.3416
458.27	8.1288383	-0.048381	0.4803	0.5187	-0.733328	38	-0.654519	36	-0.843192309	-103.2390
470.25	8.1532648	-0.036327	0.4055	0.6148	-0.722554	39	-0.66458	35	-0.842548174	-185.1127
481.80	8.1771139	-0.823151	0.4908	0.5092	-0.71170	40	-0.874846	34	-0.828212586	-105.7822
488.58	8.1915237	-0.815189	0.4830	0.5081	-0.70534	41	-0.881181	33	-0.884878191	-108.1108
541.27	8.2838182	-0.841828	0.5105	0.4835	-0.688087	42	-0.728714	32	-0.891835742	-103.9331
803.82	8.0294448	-0.101619	0.8405	0.1595	-0.615315	43	-0.777553	31	-0.885886825	-102.0888
808.27	8.4188188	-0.105693	0.5422	0.4578	-0.812287	44	-0.78122	30	-0.883238188	-104.0030
738.05	8.0048118	0.2127876	0.5842	0.4158	-0.537473	45	-0.877805	29	-0.886882835	-82.0389
748.08	8.188458	0.228034	0.5874	0.4126	-0.532022	46	-0.888316	28	-0.888018474	-90.3674
850.31	8.745801	0.280935	0.6144	0.3858	-0.487829	47	-0.853083	27	-0.439048938	-88.1253
947.84	8.8539747	0.3508108	0.6371	0.3629	-0.450774	48	-1.813724	26	-0.432811823	-83.8648
878.48	8.8839338	0.381293	0.6433	0.3587	-0.441104	49	-1.030833	25	-0.428179883	-83.8445
988.34	8.9898939	0.3786983	0.6478	0.3521	-0.434048	50	-0.843788	24	-0.410881884	-83.8438
1048.18	8.8487821	0.4022488	0.8582	0.3438	-0.421215	51	-1.087837	23	-0.378487781	-80.7705
1123.74	7.0244177	0.4488795	0.8718	0.3282	-0.387748	52	-0.114232	22	-0.387888785	-78.8312
1258.74	7.1378985	0.587893	0.8842	0.3058	-0.435082	53	-1.184873	21	-0.277898954	-67.4287
1278.82	7.1819712	0.5184521	0.8898	0.3031	-0.381114	54	-1.183851	20	-0.273048825	-87.8682
1358.28	7.2117634	0.840888	0.7083	0.2917	-0.344888	55	-1.232102	19	-0.288189519	-86.8200
1428.88	7.2853848	0.578118	0.7184	0.2816	-0.338718	58	-1.287295	18	-0.280880833	-65.8372
1728.34	7.4531784	0.8181878	0.7823	0.2477	-0.284888	57	-1.388884	17	-0.283081171	-80.7854
1828.44	7.5811481	0.7381441	0.7892	0.2308	-0.282432	58	-1.408111	16	-0.240234488	-87.8087
2208.94	7.8888822	0.8178824	0.7833	0.2087	-0.231888	59	-1.578428	15	-0.238894431	-84.7745
2278.73	7.5005882	0.8348888	0.7881	0.2819	-0.228828	60	-1.588868	14	-0.195814887	-80.1898
2881.82	7.958747	0.9585339	0.8314	0.1888	-0.184888	61	-1.77989	13	-0.188725483	-84.9423
3088.32	8.0094884	0.8982148	0.8387	0.1815	-0.188877	62	-1.824810	12	-0.17831788	-83.1970
3408.08	8.1318218	1.088818	0.8547	0.1483	-0.187003	63	-1.828888	11	-0.18888188	-88.4832
3473.48	8.1528181	0.8988377	0.8573	0.1427	-0.183918	64	-1.847327	10	-0.180139282	-88.8848
5258.57	8.587814	1.297888	0.9028	0.0872	-0.182271	65	-2.338833	9	-0.18808488	-82.0381
5718.85	8.8988333	1.348384	0.9105	0.8889	-0.089398	68	-2.413147	8	-0.132473114	-88.8415
5913.14	8.8848323	1.3824811	0.9135	0.8885	-0.08051	67	-2.447203	7	-0.081041471	-82.8184
8037.38	8.705254	1.338822	0.8183	0.0847	-0.088845	68	-2.488195	6	-0.878024887	-82.2848
8898.18	8.8473743	1.4521823	0.8289	0.8732	-0.878048	69	-2.814155	5	-0.888888887	-80.8124
8894.58	8.0231851	0.887888	0.8438	0.8581	-0.807785	78	-2.878764	4	-0.081428188	-18.5708
9430.74	8.1517288	1.803307	0.8474	0.8528	-0.854018	71	-2.845358	3	-0.088704188	-18.8938
84781.78	11.3475898	2.8335118	0.8977	0.8623	-0.002305	72	-0.073888	2	-0.046233052	-8.7079
183381.89	11.346183	2.8432284	0.8984	0.0016	-8.001825	73	-8.422784	1	-0.011187244	-1.8535

## Método $\chi^2$ de Pearson

### Servilletas en Autoservicios DE '93

INTERVALOS	$h_j$	$p_j$	$e_j = 4h_j$	$(h_j - e_j)/e_j$
0-31,171	12	0.4344	19.11	2.648
31,172-62,343	11	0.1949	8.58	0.684
62,344-93,515	11	0.1030	4.53	9.237
93,516-124,687	5	0.0531	2.78	1.780
124,688-218,203	5	0.0943	4.15	0.174

n  
desa

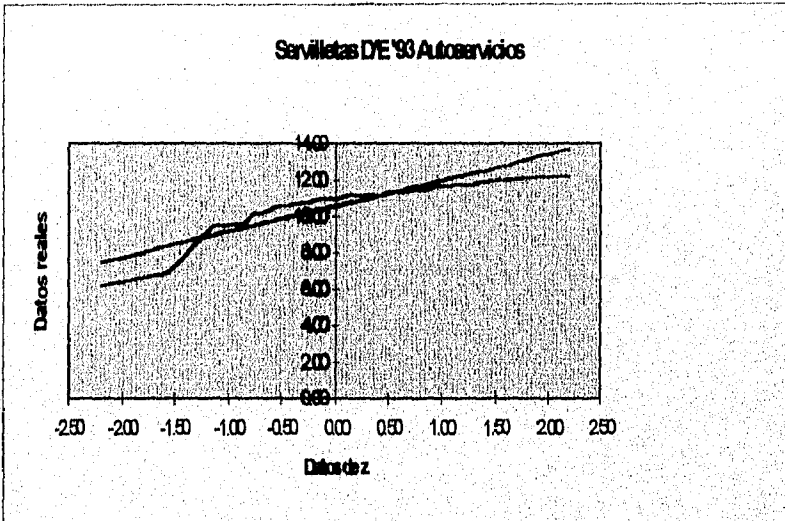
44

$\chi^2 = 14.53$   
con 2 gl. a 99.9% = 13.82  
no es lognormal

media = 10.57839

desv. std = 1.3694477

## Método Gráfico



Prueba de Anderson-Darling A' para Servilletas DE 93 en Autoservicios

original	X(i)	Y(i)	F(i)	1-F(i)	kgP(i)	i	kg(1-F(i))	inventario	(2-1)(kgP(i)+F(i+1))	
46508	6.184338	-3.13664	0.008	0.992	-7.075941	1	-0.00846	44	-2.11311289	-8.1873
79780	6.661859	-2.784336	0.027	0.973	-6.921217	2	-0.00866	43	-2.01140518	-23.730
1032.40	6.9366415	-2.60132	0.047	0.953	-6.768882	3	-0.00467	42	-1.871511939	-33.2019
2717.24	7.9373719	-1.938923	0.082	0.918	-6.570019	4	-0.00669	41	-1.70364225	-37.5216
6334.41	8.753782	-1.333827	0.091	0.909	-2.341894	5	-0.10108	40	-1.591971939	-35.407
13004.25	9.4746833	-0.788755	0.2151	0.7849	-1.536604	6	-0.242234	39	-1.580026579	-34.2821
13303.65	9.4894	-0.78871	0.2180	0.7820	-1.523133	7	-0.246928	38	-1.513913127	-33.4003
14437.14	9.5778933	-0.715161	0.2373	0.7627	-1.438321	8	-0.270831	37	-1.483381141	-33.8265
14697.70	9.5886183	-0.707268	0.2397	0.7603	-1.428355	9	-0.274016	36	-1.35040446	-47.2404
25303.64	10.136941	-0.314016	0.3769	0.6231	-0.976162	10	-0.472815	35	-1.318773104	-41.6338
25947.74	10.16384	-0.288224	0.3835	0.6165	-0.968339	11	-0.483746	34	-1.265113762	-47.1125
28467.89	10.258255	-0.239804	0.4390	0.5610	-0.866922	12	-0.633021	33	-1.25919339	-40.4519
36048.24	10.40813	-0.081293	0.4753	0.5244	-0.743286	13	-0.64543	32	-1.224807578	-40.1993
38974.18	10.588385	-0.07333	0.4971	0.5029	-0.686039	14	-0.667269	31	-1.217347028	-51.7397
41012.48	10.621632	0.0308982	0.5123	0.4877	-0.668798	15	-0.718106	30	-1.097804363	-61.2265
46740.72	10.704832	0.0603518	0.5360	0.4640	-0.622628	16	-0.767863	29	-1.089132293	-63.0966
46018.04	10.735789	0.1131867	0.5451	0.4549	-0.608892	17	-0.787587	28	-1.084048055	-55.8066
46989.73	10.780351	0.1232382	0.5480	0.4510	-0.606655	18	-0.798376	27	-1.080748855	-68.8117
58288.01	10.920311	0.244328	0.5855	0.4145	-0.516688	19	-0.907805	26	-1.077008872	-68.9661
59883.55	10.984854	0.291805	0.6142	0.3858	-0.487511	20	-0.982315	25	-1.074755412	-60.9284
59468.60	10.983036	0.2929294	0.6165	0.3835	-0.483703	21	-0.98407	24	-1.069759411	-63.2835
59878.10	11.00008	0.3013173	0.6184	0.3816	-0.480368	22	-0.983418	23	-0.986675484	-62.3144
60311.54	11.007279	0.3084701	0.6204	0.3796	-0.477469	23	-0.986675	22	-0.863418106	-64.8351
68238.35	11.130777	0.3947177	0.6836	0.3164	-0.425482	24	-1.089798	21	-0.988408825	-66.0414
68687.43	11.180339	0.4086685	0.6886	0.3114	-0.41781	25	-1.074765	20	-0.862314892	-67.1263
68782.82	11.153385	0.4108025	0.6894	0.3106	-0.416438	26	-1.077021	19	-0.807808623	-67.5382
70131.88	11.158128	0.4142822	0.6907	0.3093	-0.414518	27	-1.080778	18	-0.788376772	-64.1773
70463.17	11.162881	0.4178012	0.6918	0.3082	-0.412725	28	-1.084048	17	-0.787587057	-66.0172
70988.25	11.168873	0.4220115	0.6936	0.3064	-0.410239	29	-1.089132	16	-0.78789288	-67.1518
71673.63	11.179877	0.4288031	0.6963	0.3037	-0.406889	30	-1.097804	15	-0.718108276	-66.3205
83135.88	11.328231	0.5388125	0.7040	0.2960	-0.361039	31	-1.217247	14	-0.687289472	-63.3381
83871.21	11.337038	0.5421082	0.7081	0.2919	-0.34795	32	-1.224808	13	-0.64540881	-62.6536
89385.80	11.448751	0.6203031	0.7325	0.2675	-0.311242	35	-1.318773	10	-0.472814579	-64.0889
97007.88	11.482547	0.6480818	0.7409	0.2591	-0.289807	36	-1.38049	9	-0.274016137	-40.7807
112065.08	11.628748	0.7491212	0.7731	0.2289	-0.257337	37	-1.483381	8	-0.270831087	-38.5882
119394.27	11.688703	0.7718592	0.7789	0.2201	-0.24885	38	-1.513813	7	-0.246928194	-37.0865
123844.28	11.728919	0.8048571	0.7940	0.2060	-0.230833	39	-1.580028	6	-0.242233982	-36.4108
125325.77	11.738872	0.8082889	0.7966	0.2034	-0.227858	40	-1.591972	5	-0.101087797	-25.9830
151934.44	11.981204	0.9886775	0.8331	0.1669	-0.182546	41	-1.780644	4	-0.08668272	-17.0084
163880.19	12.00387	1.018888	0.9481	0.1519	-0.167107	42	-1.871512	3	-0.004670322	-14.2576
186321.87	12.128948	1.1088228	0.8892	0.1138	-0.148635	43	-2.011405	2	-0.00866638	-12.4373
201833.31	12.215197	1.188037	0.8789	0.1211	-0.12805	44	-2.111311	1	-0.000846854	-11.3018

A= 2.928288

-2064685

A= 2.970548

Neskyraml



## Método $X^2$ de Pearson

Servilletas en Autoservicios O/N '93

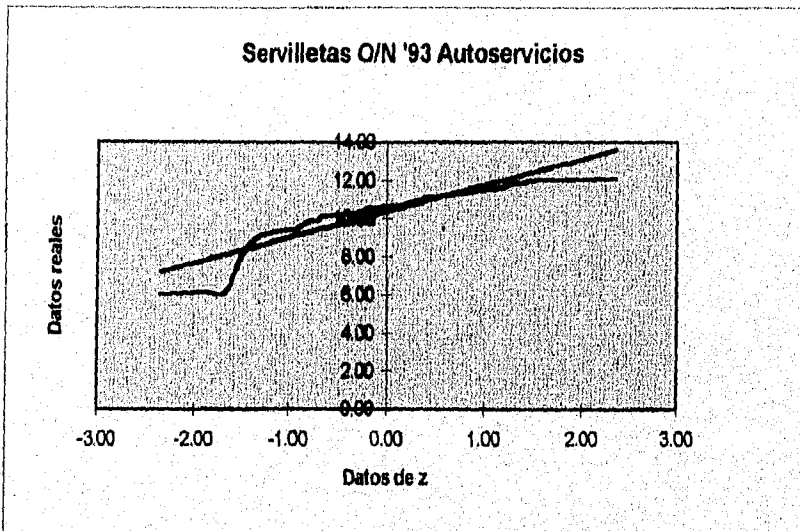
INTERVALOS	$b_j$	$p_j$	$e_j=54p_j$	$(b_j-e_j)^2/e_j$
0 - 27,436	18	0.4479	24.19	1.582
27,437 - 54,873	15	0.1981	10.70	1.728
54,874 - 82,310	8	0.1027	5.54	1.088
82,311 - 109,747	6	0.0619	3.34	2.108
109,748 - 192,058	7	0.0906	4.89	0.910

54

media= 10.39914  
desv. std.= 1.370809

$X^2= 7.417$   
c con 2 g.l. al 99.9%= 13.82  
si es lognormal

## Método Gráfico



Prueba de Anderson-Darling A<sup>2</sup> para Servilletas C/N°93 en Autoservicios

original	x(i)	y(i)	F(i)	1-F(i)	log F(i)	i	log (1-F(i))	Invertido	(2i-1)(log F(i)log(1-F(i)))	
409.28	6.0143906	-3.198632	0.0007	0.9993	-7.278306	1	-0.000391	54	-2.272222812	-9.5504
463.02	6.1377702	-3.108663	0.0009	0.9991	-6.969966	2	-0.00094	53	-2.175747331	-27.4364
465.99	6.1441642	-3.103999	0.0010	0.9990	-6.954002	3	-0.000955	52	-2.168784243	-43.5644
2971.23	7.9967313	-1.762548	0.0308	0.9692	-3.222289	4	-0.040666	51	-2.16249283	-37.6277
7234.30	8.8265889	-1.1034	0.1349	0.8651	-2.003023	5	-0.144941	50	-1.956819989	-35.7410
9568.87	9.1652704	-0.893374	0.1842	0.8158	-1.691568	6	-0.203619	49	-1.911749517	-39.6367
10673.45	9.2765146	-0.81968	0.2062	0.7938	-1.578913	7	-0.230923	48	-1.694121331	-42.5494
11306.26	9.3331118	-0.777664	0.2184	0.7816	-1.521502	8	-0.246391	47	-1.641676328	-47.4477
12031.52	9.3952852	-0.732308	0.2320	0.7680	-1.46106	9	-0.263953	46	-1.599491237	-52.0294
12255.11	9.4136983	-0.718876	0.2361	0.7639	-1.443463	10	-0.26933	45	-1.630743069	-56.0099
16076.50	9.6851139	-0.520879	0.3012	0.6988	-1.198907	11	-0.358427	44	-1.488377963	-56.4538
19075.64	9.8561674	-0.396006	0.3400	0.6600	-1.081267	12	-0.424674	43	-1.41937919	-57.0549
19449.85	9.875844	-0.381932	0.3513	0.6487	-1.04624	13	-0.432717	42	-1.397454842	-61.0024
24249.49	10.096161	-0.221029	0.4125	0.5875	-0.885436	14	-0.519338	41	-1.358117047	-60.5759
25390.03	10.142112	-0.187601	0.4256	0.5744	-0.854176	15	-0.554488	40	-1.283162945	-61.9828
29043.10	10.167598	-0.169376	0.4329	0.5671	-0.837229	16	-0.567234	39	-1.269628525	-66.3126
26535.13	10.186225	-0.155321	0.4383	0.5617	-0.824898	17	-0.576769	38	-1.217904934	-67.4142
26634.53	10.189964	-0.152933	0.4394	0.5606	-0.822437	18	-0.578676	37	-1.209361415	-71.1130
27952.84	10.238274	-0.117351	0.4533	0.5467	-0.791221	19	-0.603836	36	-1.193957308	-73.4518
28618.89	10.261752	-0.100224	0.4601	0.5399	-0.776348	20	-0.61634	35	-1.099147929	-73.1443
28996.34	10.274925	-0.090914	0.4639	0.5361	-0.769088	21	-0.623433	34	-1.062653825	-76.0598
31836.61	10.368382	-0.022438	0.4910	0.5090	-0.711211	22	-0.676404	33	-0.984106657	-72.8966
36700.44	10.510544	0.0812688	0.5324	0.4676	-0.630397	23	-0.760112	32	-0.934835241	-70.4350
37960.39	10.544825	0.1062768	0.5423	0.4577	-0.611901	24	-0.781582	31	-0.870395841	-69.6975
38825.24	10.561681	0.1186688	0.5472	0.4528	-0.602964	25	-0.792277	30	-0.864152013	-71.8687
39180.14	10.575925	0.1286014	0.5513	0.4487	-0.595463	26	-0.801416	29	-0.863421017	-74.4031
41778.21	10.64013	0.1768014	0.5698	0.4302	-0.562614	27	-0.843447	28	-0.845161165	-74.6068
41895.70	10.642702	0.1776775	0.5705	0.4295	-0.561221	28	-0.846161	27	-0.843447015	-77.2568
43039.74	10.669879	0.1875032	0.5783	0.4217	-0.547892	29	-0.863421	26	-0.801416465	-78.8992
43088.24	10.670959	0.1892909	0.5785	0.4214	-0.547159	30	-0.864152	25	-0.792277197	-79.0267
43483.74	10.680142	0.2049002	0.5812	0.4188	-0.542643	31	-0.870386	24	-0.781582197	-80.7777
47694.65	10.772572	0.2724176	0.6073	0.3927	-0.496661	32	-0.934836	23	-0.760112071	-79.3021
51040.29	10.840371	0.3218781	0.6262	0.3738	-0.468043	33	-0.984106	22	-0.675403886	-74.3240
56621.93	10.944162	0.3975839	0.6545	0.3465	-0.423836	34	-1.062964	21	-0.62343473	-70.1870
69293.68	10.990258	0.4312184	0.6803	0.3332	-0.405197	35	-1.099143	20	-0.616340391	-70.4861
66579.98	11.108114	0.515735	0.6970	0.3030	-0.369008	36	-1.109367	19	-0.603833391	-68.6034
67902.68	11.124357	0.5290431	0.7016	0.2984	-0.354374	37	-1.209361	18	-0.578675402	-68.1126
68487.67	11.134409	0.536376	0.7042	0.2958	-0.350763	38	-1.217805	17	-0.576759217	-69.5642
72714.43	11.194298	0.5800632	0.7191	0.2809	-0.329805	39	-1.269629	16	-0.567234297	-69.0720
73843.33	11.209701	0.5913012	0.7228	0.2772	-0.324566	40	-1.283163	15	-0.554488209	-69.4453
80269.54	11.293146	0.6521738	0.7429	0.2571	-0.297254	41	-1.358117	14	-0.531938264	-67.1848
83782.51	11.335741	0.6832468	0.7528	0.2472	-0.283990	42	-1.397455	13	-0.43271711	-59.4666
85745.86	11.359143	0.7003185	0.7561	0.2419	-0.278893	43	-1.419379	12	-0.424673887	-59.6332
92161.43	11.431297	0.7629948	0.7743	0.2257	-0.265846	44	-1.498378	11	-0.358427029	-53.4417
95233.57	11.474534	0.7844955	0.7836	0.2184	-0.243824	45	-1.530744	10	-0.269329624	-45.6707
103061.56	11.543082	0.8345012	0.7990	0.2020	-0.225646	46	-1.599491	9	-0.26392691	-44.5535
107388.85	11.584212	0.8645053	0.8063	0.1937	-0.215244	47	-1.641676	8	-0.246391237	-42.9321
112917.38	11.634412	0.901128	0.8162	0.1838	-0.203048	48	-1.694121	7	-0.230923295	-41.2272
137890.37	11.832783	1.0489224	0.8822	0.1478	-0.169969	49	-1.911176	6	-0.203618883	-35.2871
144817.03	11.881951	1.0816318	0.8903	0.1367	-0.150484	50	-1.9682	5	-0.144941057	-29.2470
168764.57	12.006201	1.1942296	0.8838	0.1182	-0.129518	51	-2.152493	4	-0.040666202	-16.6915
168630.86	12.041321	1.1979648	0.8845	0.1165	-0.126994	52	-2.158784	3	-0.000955177	-12.7358
171970.84	12.055508	1.2090021	0.8895	0.1135	-0.1206	53	-2.175747	2	-0.000940221	-12.7513
185737.42	12.132089	1.2641759	0.8969	0.1031	-0.108792	54	-2.272223	1	-0.000900662	-11.7148

A= 2.2222041

A= 2.2547827

No es lognormal

-3036.000

## Método $\chi^2$ de Pearson

Servilletas en Tradicionales D/E '93

INTERVALOS	$b_j$	$p_j$	$e_j=114p_j$	$(b_j - e_j)^2/e_j$
0 - 158	79	0.6518	74.3035	0.2968
159 - 317	18	0.1649	18.8003	0.0341
318 - 476	6	0.0683	7.7863	0.4098
477 - 1,907	11	0.1000	11.4049	0.0144

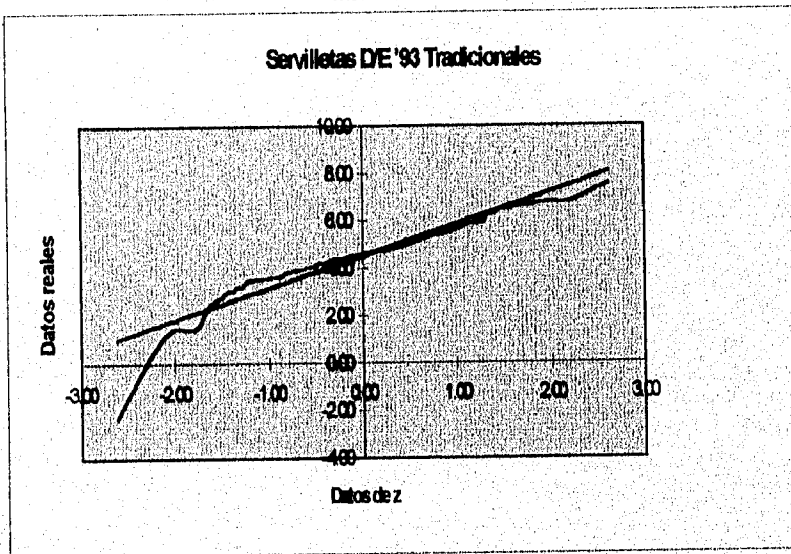
114

$\chi^2 = 0.755$   
 c con 1 g.l. al 95 % = 3.841  
 si es lognormal

media = 4.5395

desv. std. = 1.3408949

## Método Gráfico



Prueba de Anderson-Darling A* para Servilletas DJE '93 en Tradicionales										
original	x(i)	y(i)	P(i)	1-P(i)	log P(i)	J	log (1-P(i))	Inv(tido)	(2i - 1)log P(i)log(1-P(i+1))	
0.10	-2.302505	-5.102589	0.0000	1.0000	-15.80043	1	-1.6781E-07	114	-4.391727008	-19.8922
1.70	0.5308283	-2.898682	0.0014	0.9986	-6.573767	2	-0.001397408	113	-3.182013327	-29.2074
4.14	1.4206958	-2.325878	0.0100	0.9900	-4.603916	3	-0.01006302	112	-3.054499012	-30.1421
4.14	1.4206958	-2.325878	0.0100	0.9900	-4.603916	4	-0.01006302	111	-3.018285983	-53.3556
4.60	1.5280563	-2.247301	0.0123	0.9877	-4.397315	5	-0.01236675	110	-2.988105505	-65.3708
10.00	2.3825851	-1.688189	0.0476	0.9524	-3.044102	6	-0.04981121	109	-2.057259285	-64.0150
13.58	2.8028897	-1.444338	0.0743	0.9257	-2.689437	7	-0.07722749	108	-2.744065604	-89.4014
16.20	2.785812	-1.30841	0.0854	0.9146	-2.35002	8	-0.10022822	107	-2.832395098	-74.7301
20.40	3.0155349	-1.136492	0.1279	0.8721	-2.056699	9	-0.13682288	106	-2.589341846	-78.9317
21.85	3.0942009	-1.085283	0.1389	0.8611	-1.974014	10	-0.14954259	105	-2.35857312	-82.3389
26.50	3.2386785	-0.970078	0.1660	0.8340	-1.795745	11	-0.18152841	104	-2.238430763	-86.8178
28.40	3.273304	-0.844211	0.1725	0.8275	-1.757178	12	-0.18938364	103	-1.958258643	-85.4551
32.00	3.4857350	-0.800745	0.2118	0.7884	-1.652871	13	-0.23779958	102	-1.937540516	-87.2803
34.00	3.5283806	-0.759533	0.2280	0.7720	-1.481813	14	-0.25484641	101	-1.857053737	-80.4184
35.19	3.580702	-0.728878	0.2327	0.7673	-1.457988	15	-0.26491988	100	-1.829440918	-95.3319
35.28	3.581041	-0.729686	0.2328	0.7672	-1.457680	16	-0.28050408	99	-1.812081917	-101.5591
39.82	3.8785084	-0.719644	0.2369	0.7631	-1.445553	17	-0.27023084	98	-1.726219814	-104.3505
36.00	3.5835189	-0.712806	0.2380	0.7620	-1.435667	18	-0.27174552	97	-1.628812599	-87.8075
37.50	3.4243409	-0.682482	0.2475	0.7525	-1.396453	19	-0.28431874	96	-1.678999339	-110.0128
37.88	3.6323891	-0.87652	0.2484	0.7509	-1.388877	20	-0.28892276	95	-1.568139842	-115.3028
36.00	3.6375862	-0.872684	0.2508	0.7494	-1.383874	21	-0.28948011	94	-1.471281589	-117.0619
39.33	3.8719878	-0.848929	0.2589	0.7412	-1.361549	22	-0.2895373	93	-1.457182424	-120.7750
42.08	3.7376986	-0.867945	0.2749	0.7251	-1.391209	23	-0.32148841	92	-1.381857893	-120.7020
48.00	3.8289414	-0.830181	0.3080	0.7020	-1.210592	24	-0.34585186	91	-1.372588648	-121.4886
47.81	3.8650428	-0.804445	0.3070	0.6930	-1.180802	25	-0.38868901	90	-1.357718537	-124.3987
48.38	3.887824	-0.478432	0.3162	0.6838	-1.151471	26	-0.38034782	89	-1.545504742	-127.3458
50.19	3.9158158	-0.485649	0.3209	0.6791	-1.138527	27	-0.39703889	88	-1.34432911	-131.4850
56.40	3.9189912	-0.481978	0.3220	0.6780	-1.13305	28	-0.38688117	87	-1.295409735	-133.5652
51.30	3.9378909	-0.448775	0.3288	0.6712	-1.118418	29	-0.39570924	86	-1.283518858	-136.8103
51.85	3.9502917	-0.439385	0.3302	0.6698	-1.109883	30	-0.40076301	85	-1.198643270	-138.0869
54.50	3.8982007	-0.403949	0.3432	0.6568	-1.089339	31	-0.42042688	84	-1.188643228	-139.3489
56.70	4.8377742	-0.374138	0.3542	0.6458	-1.03803	22	-0.43719054	83	-1.191408381	-138.8260
57.00	4.0430513	-0.3782	0.3550	0.6444	-1.039002	33	-0.43948141	82	-1.155116534	-142.2861
58.88	4.080443	-0.35723	0.3605	0.6395	-1.028375	34	-0.44700579	81	-1.128388989	-143.8872
58.58	4.0703933	-0.34881	0.3632	0.6366	-1.012889	35	-0.45138383	80	-1.068428862	-143.4508
65.00	4.1743873	-0.272254	0.3927	0.6073	-0.834765	36	-0.49875451	79	-1.034762774	-139.8361
68.00	4.1806547	-0.280986	0.3971	0.6029	-0.823574	37	-0.50559936	78	-1.018179909	-141.7480
69.40	4.2253728	-0.23420	0.4874	0.5126	-0.897952	38	-0.52324887	77	-1.008145665	-142.9573
68.48	4.2253728	-0.23420	0.4874	0.5126	-0.897952	39	-0.52324887	76	-0.94815912	-142.1908
70.00	4.2484952	-0.214898	0.4141	0.6858	-0.681825	40	-0.53462236	75	-0.838311353	-143.8107
71.34	4.2874572	-0.202845	0.4198	0.5804	-0.886987	41	-0.54409881	74	-0.923810427	-140.8540
74.00	4.3040851	-0.175544	0.4393	0.5697	-0.843212	42	-0.66289117	73	-0.805194521	-145.1189
74.88	4.3148179	-0.187525	0.4335	0.5685	-0.933583	43	-0.58824027	72	-0.887441859	-147.3352
78.00	4.3387333	-0.155658	0.4362	0.5618	-0.826183	44	-0.87852431	71	-0.884078879	-148.7881
78.80	4.3412046	-0.147848	0.4412	0.5589	-0.918185	45	-0.68202893	70	-0.878101442	-150.7025
77.50	4.3502778	-0.14108	0.4439	0.5561	-0.812148	46	-0.58681328	69	-0.842673182	-152.4088
78.20	4.3592866	-0.134374	0.4480	0.5534	-0.808198	47	-0.659158991	68	-0.838353185	-152.7571
79.31	4.3733642	-0.123863	0.4587	0.5483	-0.789827	48	-0.56813224	67	-0.829701002	-154.6287
83.80	4.4280435	-0.084578	0.4683	0.5337	-0.762828	49	-0.82781976	66	-0.823018339	-163.8369
86.70	4.4624530	-0.057422	0.4771	0.5229	-0.74002	50	-0.64837320	65	-0.813673514	-153.8187
90.30	4.5031378	-0.027082	0.4882	0.5108	-0.71489	51	-0.67177173	64	-0.805447970	-153.5642
80.30	4.6031375	-0.027082	0.4882	0.5108	-0.71489	52	-0.67177173	63	-0.795898188	-155.8311
01.00	4.5108508	-0.021333	0.4815	0.5085	-0.718308	53	-0.6782783	62	-0.784218185	-157.9744
91.48	4.5152458	-0.018952	0.4928	0.5072	-0.707855	54	-0.87884727	61	-0.787077914	-157.7994
92.35	4.6258857	-0.01834	0.4858	0.5041	-0.701432	55	-0.88493082	60	-0.783931345	-160.7248
95.22	4.55810	0.0124833	0.5050	0.4950	-0.683238	56	-0.70316715	59	-0.783802738	-158.8224
98.20	4.5664284	0.0281195	0.5080	0.4920	-0.877223	57	-0.70932946	58	-0.712488598	-167.0351
94.70	4.5718134	0.0238858	0.5098	0.4904	-0.874192	58	-0.71248858	57	-0.709329458	-169.1050
103.48	4.638605	0.0739848	0.5293	0.4785	-0.835872	59	-0.75390273	56	-0.703167148	-168.8683
104.03	4.6544304	0.0857828	0.5342	0.4658	-0.827044	60	-0.79393134	55	-0.884930821	-158.1250
103.57	4.6593742	0.0894351	0.5358	0.4644	-0.824308	61	-0.78707791	54	-0.878847278	-157.8818
118.10	4.701380	0.1207895	0.5481	0.4519	-0.801365	62	-0.78421213	63	-0.878278909	-167.1502
110.40	4.7041101	0.1227978	0.5488	0.4511	-0.8099	63	-0.78590182	62	-0.871771728	-158.8590
112.00	4.7184889	0.1335285	0.5531	0.4469	-0.821084	64	-0.80544788	61	-0.871771728	-160.5237
113.48	4.7389214	0.1427828	0.5568	0.4432	-0.838952	65	-0.81367351	60	-0.849337891	-158.1822
116.00	4.7449321	0.1532416	0.5608	0.4391	-0.87022	66	-0.82301834	59	-0.827819782	-160.0042
116.16	4.7548825	0.1606023	0.5638	0.4382	-0.87302	67	-0.828781	58	-0.896132236	-165.8982
117.30	4.7647346	0.1680098	0.5687	0.4333	-0.858704	68	-0.93835319	49	-0.8188891	-158.6318
121.80	4.803201	0.1809688	0.8780	0.4220	-0.848237	69	-0.88287318	48	-0.888812250	-158.5018
124.18	4.8120877	0.2100382	0.8932	0.4188	-0.838258	70	-0.87010144	45	-0.882020831	-158.8578

## Método $X^2$ de Pearson

Servilletas en Tradicionales O/N '93

INTERVALOS	$b_j$	$p_j$	$e_j=111p_j$	$(b_j-e_j)^2/e_j$
0 - 71	49	0.4572	52.5775	0.2434
72 - 143	28	0.2309	26.5545	0.0787
144 - 215	17	0.1102	12.6688	1.4808
216 - 287	7	0.0608	6.9870	0.0000
288 - 1,872	14	0.1293	14.8645	0.0503

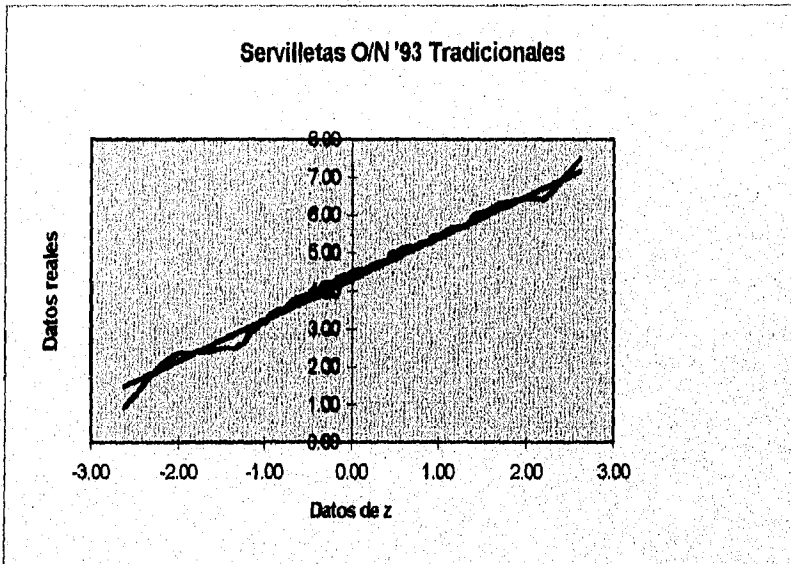
115

$X^2 = 1.853$   
 c con 1 g.l. al 95 % = 3.841  
 si es lognormal

media = 4.3857

desv. std. = 1.1445401

## Método Gráfico



Prueba de Anderson-Darling A <sup>2</sup> para Servilletas O/N '93 en Tradicionales										
original	x(i)	y(i)	F(i)	F*(i)	log P(i)	i	log (1-P(i))	Invertida	(2i - 0.5)log P(i)log(1-P(i)+1)	
2.50	0.9182907	-3.141222	0.0008	0.9992	-7.050576	1	-0.0008184	115	-8.421889895	-13.5022
7.28	1.0651309	-2.154855	0.0158	0.9844	-4.1816	2	-0.01570529	114	-3.77589358	-23.8170
10.28	2.3223877	-1.843753	0.0328	0.9674	-3.423152	3	-0.0315302	113	-7.35272114	-35.7921
10.50	2.3513753	-1.817005	0.0346	0.9654	-3.383668	4	-0.03522114	112	-3.58908622	-48.6124
10.95	2.3433395	-1.778283	0.0377	0.9623	-3.278062	5	-0.03840693	111	-4.437540049	-60.4459
10.95	2.3933395	-1.778283	0.0377	0.9623	-3.278062	6	-0.03840693	110	-3.35880065	-73.0132
11.20	2.4159138	-1.757453	0.0394	0.9606	-3.233475	7	-0.04021831	109	-3.089344185	-82.1968
11.80	2.4785384	-1.701512	0.0444	0.9556	-3.113988	8	-0.0454404	108	-2.823002828	-90.5549
12.00	2.4849006	-1.69378	0.0452	0.9548	-3.097708	9	-0.04620372	107	-2.897689434	-90.3214
12.00	2.4849006	-1.69378	0.0452	0.9548	-3.097708	10	-0.04620372	106	-2.746568346	-111.0418
12.00	2.4849006	-1.69378	0.0452	0.9548	-3.097708	11	-0.04620372	105	-2.395930351	-115.3665
13.30	2.387784	-1.598879	0.0548	0.9451	-2.901808	12	-0.05848689	104	-2.284405103	-119.2829
13.80	2.8180989	-1.578298	0.0572	0.9428	-2.860348	13	-0.05895286	103	-2.278835548	-128.4788
17.20	2.8449084	-1.361589	0.0987	0.9013	-2.445737	14	-0.09064954	102	-2.232059887	-128.3127
18.80	2.844438	-1.286789	0.1021	0.8979	-2.381064	15	-0.10700025	101	-2.220492617	-130.5707
19.50	2.8704145	-1.24578	0.1084	0.8938	-2.240354	16	-0.11252831	100	-2.174605404	-138.8637
22.50	3.1135153	-1.113745	0.1327	0.8673	-2.018704	17	-0.14238394	99	-2.836718008	-133.8820
24.09	3.1817846	-1.050736	0.1467	0.8533	-1.919437	18	-0.15883175	98	-1.923045393	-134.4860
24.20	3.1803528	-1.048534	0.1477	0.8523	-1.912882	19	-0.15978854	97	-1.912274256	-141.5300
27.50	3.314189	-0.828577	0.1788	0.8234	-1.734127	20	-0.18425759	96	-1.083117553	-141.8603
30.00	3.4011974	-0.846287	0.1881	0.8019	-1.818787	21	-0.22081901	95	-1.858404034	-142.5648
31.20	3.4404181	-0.812027	0.2084	0.7918	-1.684449	22	-0.23365487	94	-1.712585067	-141.0650
32.50	3.4812491	-0.774429	0.2193	0.7807	-1.57138	23	-0.24781398	93	-1.881044009	-143.8182
32.98	3.4934727	-0.763141	0.2227	0.7773	-1.501078	24	-0.25191566	92	-1.664913324	-149.8391
34.00	3.5283605	-0.732784	0.2318	0.7682	-1.461689	25	-0.26737589	91	-1.848298313	-152.4389
35.84	3.5568003	-0.704862	0.2404	0.7588	-1.425419	26	-0.27497335	90	-1.589804884	-152.7193
38.08	3.8375882	-0.630161	0.2843	0.7157	-1.330891	27	-0.30892553	89	-1.556811898	-152.9848
48.08	3.8898785	-0.582893	0.2800	0.7200	-1.272952	28	-0.32950827	88	-1.513387657	-153.7487
42.10	3.783523	-0.613953	0.3038	0.6964	-1.191905	29	-0.38189183	87	-1.592687036	-153.5800
43.80	3.7798338	-0.489087	0.3889	0.6911	-1.17497	30	-0.38941143	86	-1.602838738	-157.8730
45.30	3.813307	-0.488015	0.3109	0.6801	-1.139788	31	-0.38548866	85	-1.403287158	-160.4178
45.88	3.828424	-0.454088	0.3248	0.6781	-1.124287	32	-0.38280852	84	-1.487515161	-164.8423
46.80	3.8458812	-0.431954	0.3387	0.6803	-1.109518	33	-0.4015388	83	-1.488878945	-167.3871
47.50	3.8887287	-0.424258	0.3357	0.6843	-1.081649	34	-0.40909586	82	-1.387489789	-168.0918
48.08	3.871281	-0.414584	0.3392	0.6808	-1.081108	35	-0.41433378	81	-1.354184338	-168.8351
48.38	3.8724138	-0.408845	0.3413	0.6857	-1.074815	36	-0.41752783	80	-1.332817967	-170.9490
48.40	3.8784998	-0.408838	0.3420	0.6880	-1.072864	37	-0.41856205	79	-1.318899121	-174.8053
50.00	3.912023	-0.376826	0.3531	0.6409	-1.040993	38	-0.43588593	78	-1.292683247	-175.8221
52.00	3.9512437	-0.340735	0.3687	0.6333	-1.003343	39	-0.45873465	77	-1.148888808	-185.7040
55.20	4.010963	-0.285829	0.3876	0.6124	-0.94783	40	-0.48033871	76	-1.118854664	-183.2889
58.80	4.0253917	-0.272352	0.3927	0.6073	-0.893471	41	-0.48868231	75	-1.112187098	-185.8044
62.08	4.1271344	-0.178433	0.4292	0.5708	-0.845852	42	-0.56070163	74	-1.073519875	-195.3079
65.00	4.1743873	-0.134883	0.4464	0.5536	-0.8088	43	-0.58126482	73	-1.873519875	-198.8102
67.30	4.2091802	-0.102744	0.4591	0.5406	-0.778524	44	-0.61448959	72	-1.061823303	-160.0638
67.50	4.2121276	-0.100008	0.4802	0.5398	-0.77616	45	-0.6185007	71	-1.046952087	-162.2589
67.50	4.2121276	-0.100008	0.4802	0.5398	-0.77616	46	-0.6185007	70	-1.81213811	-162.7351
67.89	4.2179887	-0.09489	0.4823	0.5377	-0.771583	47	-0.62041844	69	-1.00918887	-165.8118
68.08	4.2195977	-0.893186	0.4829	0.5371	-0.7703	48	-0.6215225	68	-0.868920289	-165.2280
68.00	4.2195977	-0.893186	0.4820	0.5371	-0.7783	49	-0.6215225	67	-0.825327359	-164.4788
76.00	4.3073333	0.0084371	0.5038	0.4982	-0.8885848	50	-0.70070534	66	-0.825327359	-158.4863
77.50	4.3582778	0.0274718	0.5110	0.4890	-0.871487	51	-0.71538759	65	-0.807321819	-158.4577
78.86	4.3587088	0.0334056	0.5133	0.4887	-0.868847	52	-0.72018789	64	-0.809465847	-160.6080
78.88	4.3780188	0.0930894	0.8212	0.4788	-0.851885	53	-0.7389242	63	-0.880078143	-160.8382
81.83	4.3948195	0.0685723	0.5273	0.4727	-0.839919	54	-0.74838842	62	-0.878424087	-182.2487
81.80	4.405488	0.8784287	0.5313	0.4687	-0.832512	55	-0.757699	61	-0.857158314	-182.3738
82.80	4.4184281	0.0889115	0.5353	0.4647	-0.824903	56	-0.7682870	60	-0.856235263	-184.4164
85.80	4.452018	0.1213528	0.5489	0.4517	-0.800943	57	-0.79472433	59	-0.834032791	-182.1523
86.20	4.478697	0.1468885	0.5584	0.4416	-0.828753	58	-0.81725785	68	-0.812375848	-161.0013
90.00	4.988807	0.1854314	0.5857	0.4343	-0.856981	59	-0.83403279	67	-0.79472433	-158.4586
92.48	4.828127	0.1887358	0.5752	0.4248	-0.852965	60	-0.85823629	66	-0.768287387	-188.8811
92.50	4.8272088	0.1807337	0.6756	0.4244	-0.852285	61	-0.85715831	65	-0.787688425	-188.3850
94.80	4.5489578	0.214482	0.6817	0.4183	-0.838315	62	-0.8784241	64	-0.736382417	-189.0137
95.00	4.8538765	0.2183417	0.8582	0.4148	-0.838717	63	-0.88007814	63	-0.736382417	-189.3931
98.38	4.8688812	0.2284578	0.8804	0.4089	-0.827032	64	-0.89248395	62	-0.720187891	-158.3931
88.00	4.8848875	0.2440304	0.8684	0.4038	-0.81685	65	-0.90732182	61	-0.71538759	-158.9453
100.00	4.8951782	0.2882723	0.8038	0.3984	-0.804848	66	-0.82532734	60	-0.70070534	-157.8273
104.00	4.8051702	0.2828723	0.8038	0.3984	-0.804848	67	-0.82532734	49	-0.821522602	-148.8070
104.98	4.8530075	0.308814	0.8205	0.3785	-0.477218	68	-0.88882028	49	-0.821522602	-145.3298
189.50	4.8989245	0.3484154	0.8355	0.3845	-0.453367	69	-1.00818887	47	-0.820418438	-147.1088
189.84	4.8980246	0.3492781	0.8358	0.3834	-0.451879	70	-1.01213811	48	-0.8185007	-148.4789

### Método $\chi^2$ de Pearson

Fibras Limpiadoras en Autoservicios D/E '93

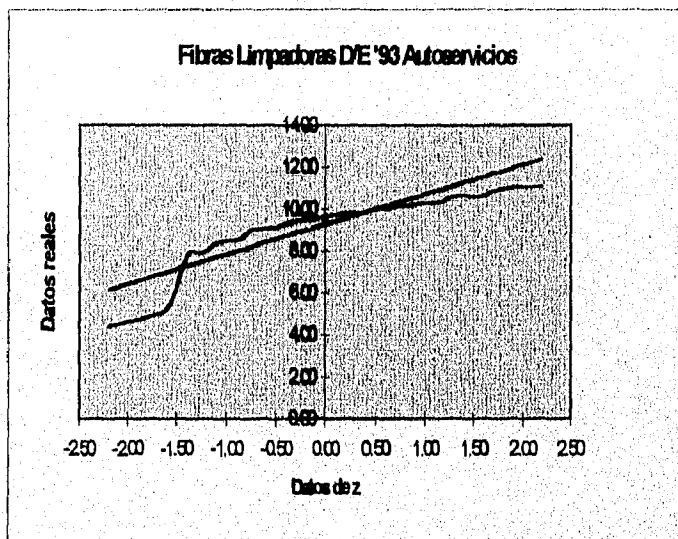
INTERVALOS	$t_j$	$p_j$	$e_j = 44p_j$	$(t_j - e_j)^2/e_j$
0-10,478	15	0.4897	21.55	1.989
10,479-20,957	15	0.1877	8.26	5.500
20,958-31,436	9	0.0944	4.15	5.650
31,437-73,352	5	0.1379	6.07	0.188

44

media= 9.2938325  
desv. std= 1.425175

$\chi^2 = 13.327$   
con 2 g.l. a 99.0%  $\chi^2 = 13.82$   
si es lognormal

### Método Gráfico



Prueba de Anderson-Darling A\* para Fibras Limpadoras D'E'93 en AutoceVols

original	X(i)	Y(i)	F(i)	1-F(i)	log F(i)	1	log(1-F(i))	insertado	(2-1)(log F(i)+log(1-F(i)))	
78.70	4.366432	-3.457054	0.0003	0.9997	-8.209669	1	-0.000272	44	-2.30699	-10.5159
127.80	4.860465	-3.117769	0.0009	0.9991	-7.000792	2	-0.000912	43	-2.14839	-27.4472
228.22	5.400101	-2.710911	0.0034	0.9966	-5.697309	3	-0.003361	42	-1.76303	-37.2397
2441.17	7.801493	-1.04715	0.1465	0.8535	-1.913124	4	-0.1593	41	-1.74637	-35.6143
2092.45	7.694408	-0.981877	0.1631	0.8369	-1.813513	5	-0.178327	40	-1.69257	-31.6548
3653.22	8.256694	-0.727748	0.2334	0.7666	-1.468071	6	-0.265709	39	-1.44435	-31.8306
4673.99	8.447694	-0.662253	0.2703	0.7297	-1.29314	7	-0.334125	38	-1.42423	-35.2110
4746.94	8.460448	-0.581534	0.3504	0.6496	-1.271366	8	-0.329163	37	-1.42339	-40.4217
5408.26	8.666627	-0.49957	0.3121	0.6879	-1.16499	9	-0.374131	36	-1.33465	-42.4222
6001.10	9.495390	-0.21506	0.4149	0.5851	-0.878914	10	-0.538005	35	-1.33201	-41.4543
6370.80	9.000604	-0.18336	0.4273	0.5727	-0.893373	11	-0.657916	34	-1.28803	-45.1174
6933.67	9.099397	-0.18323	0.4367	0.5633	-0.839414	12	-0.574017	33	-1.23602	-47.4706
9031.03	9.109472	-0.13003	0.4462	0.5538	-0.800412	13	-0.594654	32	-1.21166	-50.3394
9156.45	9.126491	-0.117437	0.4633	0.5367	-0.791266	14	-0.609776	31	-1.20946	-54.0005
10439.15	9.233184	-0.029427	0.4967	0.5033	-0.740087	15	-0.670722	30	-1.11758	-53.1765
11233.80	9.338934	0.0230497	0.5002	0.4998	-0.674825	16	-0.711703	29	-1.05381	-63.9307
11767.66	9.373104	0.0566267	0.5222	0.4778	-0.640742	17	-0.736522	28	-1.03265	-65.6556
12549.91	9.495391	0.1007291	0.5401	0.4599	-0.616669	18	-0.767694	27	-1.02222	-57.3365
13266.46	9.494603	0.1438025	0.5593	0.4407	-0.593701	19	-0.811902	26	-1.01712	-59.3306
13631.64	9.512765	0.1536275	0.5690	0.4310	-0.577948	20	-0.823366	25	-0.99465	-61.3394
14163.72	9.569792	0.1669136	0.5737	0.4263	-0.565572	21	-0.862745	24	-0.96252	-62.2419
14703.60	9.566628	0.2121673	0.5840	0.4160	-0.537894	22	-0.877069	23	-0.93651	-63.3669
16039.81	9.684610	0.2741233	0.6000	0.3999	-0.491757	23	-0.936503	22	-0.8771	-61.8301
16690.29	9.721931	0.3004189	0.6181	0.3819	-0.481151	24	-0.933322	21	-0.86271	-62.6917
17469.24	9.767824	0.3334416	0.6332	0.3668	-0.461681	25	-0.994656	20	-0.82337	-62.6673
18006.16	9.769492	0.3540075	0.6394	0.3606	-0.448948	26	-1.017115	19	-0.8118	-64.2382
18132.75	9.805475	0.3690032	0.6402	0.3598	-0.446699	27	-1.022217	18	-0.77678	-64.0059
18339.07	9.830001	0.3691957	0.6440	0.3560	-0.440048	28	-1.03085	17	-0.73652	-64.6211
18623.91	9.848934	0.3690093	0.6544	0.3456	-0.428644	29	-1.038803	16	-0.71171	-65.0001
20936.48	9.8932913	0.4480213	0.6729	0.3271	-0.399112	30	-1.117589	15	-0.67072	-62.9402
23103.04	10.049396	0.5291304	0.7016	0.2984	-0.364391	31	-1.209463	14	-0.60378	-63.4445
23178.94	10.060399	0.5312799	0.7024	0.2976	-0.36307	32	-1.211963	13	-0.59465	-69.7192
23654.27	10.060138	0.5617263	0.7094	0.2906	-0.346391	33	-1.236917	12	-0.57402	-69.6350
26666.26	10.154061	0.6066633	0.7239	0.2761	-0.318808	34	-1.266077	11	-0.55732	-68.7089
26813.63	10.158868	0.6066635	0.7230	0.2770	-0.317494	35	-1.300003	10	-0.53959	-63.8803
26906.88	10.166377	0.6338865	0.7367	0.2633	-0.305698	36	-1.334663	9	-0.37413	-41.2305
26823.74	10.226391	0.7094216	0.7391	0.2609	-0.276917	37	-1.423368	8	-0.32912	-44.1456
29651.13	10.297238	0.70407	0.7559	0.2441	-0.276361	38	-1.424227	7	-0.33413	-44.9007
30912.67	10.319321	0.7195827	0.7641	0.2359	-0.263067	39	-1.448497	6	-0.26577	-41.1816
33035.37	10.576899	0.9000654	0.8160	0.1840	-0.203966	40	-1.662673	5	-0.17803	-30.1325
41278.88	10.638106	0.9362175	0.8264	0.1736	-0.191894	41	-1.740363	4	-0.1596	-28.4999
41947.07	10.644164	0.9474845	0.8283	0.1717	-0.189375	42	-1.76333	3	-0.00336	-15.9141
63413.78	10.992281	1.1917477	0.8833	0.1167	-0.124088	43	-2.148319	2	-0.00091	-10.6233
67762.15	11.123759	1.2840013	0.9004	0.0996	-0.104894	44	-2.306995	1	-0.00027	-9.1466

A\* = 2918763

-204.425

A\* = 29718660

Noesigma



## Método $\chi^2$ de Pearson

Fibras Limpiadoras en Autoservicios QN '93

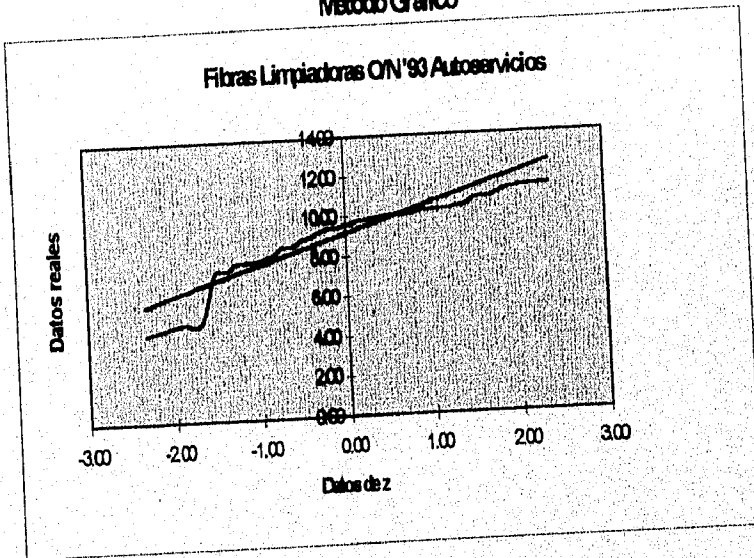
INTERVALOS	$b_j$	$f_j$	$e_j = 54j$	$(b_j - e_j)^2 / e_j$
0 - 10,037	19	0.4883	26.91	2.324
10,038 - 20,075	15	0.1860	10.04	2.448
20,076 - 30,113	14	0.0929	5.02	16.079
30,114 - 90336	6	0.1350	7.29	0.228

54

media = 9.2202159  
 desv. std = 1.4322606

$\chi^2 = 21.079$   
 c con 1 gl. al 99.9% = 10.63  
 NO es lognormal

## Método Gráfico



Prueba de Anderson-Darling A² para Fibras Limpiadoras O/N '93 en Autoservicios

original	x(i)	y(i)	F(i)	1-F(i)	log F(i)	i	log (1-F(i))	Invertido	(2i-1)/(log Pi+log(1-Pi+1))	
83.60	4.4248466	-3.348112	0.0004	0.9996	-7.807003	1	-0.000407	54	-2.771181	-10.5782
134.01	4.8979144	-3.017818	0.0013	0.9987	-6.666317	2	-0.001274	53	-2.568895	-7.6936
141.55	4.9526563	-2.979699	0.0014	0.9986	-6.540094	3	-0.001444	52	-2.069218	-43.0506
1579.98	7.3651675	-1.295109	0.0076	0.9924	-2.326595	4	-0.102728	51	-1.998879	-30.2783
1802.80	7.4970563	-1.203077	0.1145	0.8855	-2.167413	5	-0.121573	50	-1.633767	-34.2106
2591.60	7.8600307	-0.949677	0.1711	0.8289	-1.765284	6	-0.187702	49	-1.568029	-36.5773
2617.53	7.8096664	-0.942726	0.1729	0.8271	-1.754981	7	-0.189842	48	-1.489538	-42.1268
2833.95	7.9515417	-0.885784	0.1879	0.8121	-1.672022	8	-0.208091	47	-1.478865	-47.2633
2932.46	7.9839969	-0.863404	0.1940	0.8060	-1.640115	9	-0.219919	46	-1.451783	-52.5623
3178.73	8.064237	-0.807101	0.2098	0.7902	-1.561581	10	-0.235474	45	-1.420302	-56.8672
3597.07	8.1878749	-0.720777	0.2365	0.7645	-1.445946	11	-0.269564	44	-1.417357	-60.1294
4452.25	8.4145512	-0.563513	0.2869	0.7131	-1.24868	12	-0.33811	43	-1.360586	-60.0131
5630.58	8.618048	-0.420432	0.3371	0.6629	-1.08742	13	-0.411109	42	-1.326615	-60.4309
5633.62	8.6188975	-0.420048	0.3372	0.6628	-1.087004	14	-0.41132	41	-1.302973	-64.5294
5659.30	8.6757864	-0.38012	0.3519	0.6481	-1.044328	15	-0.433764	40	-1.273847	-67.2271
6606.48	8.7806508	-0.306973	0.3794	0.6206	-0.96808	16	-0.47712	39	-1.261795	-69.1671
7694.30	8.9351532	-0.19903	0.4211	0.5789	-0.864038	17	-0.54666	38	-1.254531	-69.9302
8303.94	9.0244854	-0.136558	0.4467	0.5543	-0.808221	18	-0.58996	37	-1.243143	-71.7977
8900.07	9.0938144	-0.088253	0.4618	0.5352	-0.768067	19	-0.625185	36	-1.210027	-73.1165
10276.66	9.2376309	0.0121569	0.5049	0.4951	-0.683493	20	-0.702896	35	-1.166968	-72.1691
11090.82	9.312971	0.0647813	0.5258	0.4742	-0.6429	21	-0.748184	34	-1.140188	-73.1018
12093.10	9.4001629	0.1263384	0.5500	0.4500	-0.697853	22	-0.798468	33	-1.110934	-73.4628
12653.03	9.446662	0.1573988	0.5625	0.4376	-0.675302	23	-0.826758	32	-1.089934	-74.8379
12720.48	9.4509686	0.1611108	0.5640	0.4360	-0.672708	24	-0.830108	31	-1.071955	-77.2001
12803.20	9.4574504	0.1656364	0.5658	0.4342	-0.669563	25	-0.8342	30	-1.038842	-78.8113
13521.10	9.5120067	0.2037274	0.5807	0.4193	-0.643492	26	-0.869209	29	-0.976567	-77.5230
14639.45	9.5914752	0.2802121	0.6023	0.3977	-0.607069	27	-0.921967	28	-0.924382	-75.8648
14691.05	9.5949937	0.2816887	0.6032	0.3968	-0.605487	28	-0.924382	27	-0.921967	-78.6100
15843.98	9.6705449	0.3144183	0.6234	0.3766	-0.47257	29	-0.976567	26	-0.869209	-78.4814
17277.88	9.7571823	0.3749083	0.6461	0.3539	-0.436746	30	-1.038842	25	-0.8342	-74.9858
18060.99	9.8018416	0.4050894	0.6577	0.3423	-0.419066	31	-1.071955	24	-0.830106	-76.1994
18504.54	9.8287714	0.422797	0.6638	0.3362	-0.409807	32	-1.089984	23	-0.825758	-77.9036
19011.37	9.8527925	0.441663	0.6706	0.3294	-0.399633	33	-1.110934	22	-0.798468	-77.8713
19752.19	9.8910197	0.4683531	0.6802	0.3198	-0.386319	34	-1.140188	21	-0.748184	-75.8003
20437.62	9.9251277	0.4921873	0.6887	0.3113	-0.37295	35	-1.166996	20	-0.702896	-74.2334
21563.62	9.9787829	0.5298152	0.7018	0.2982	-0.364092	36	-1.210027	19	-0.625185	-69.5287
22453.25	10.019191	0.5578417	0.7115	0.2885	-0.340346	37	-1.243143	18	-0.58996	-67.0123
22763.65	10.032929	0.5674338	0.7140	0.2852	-0.335768	38	-1.264931	17	-0.54666	-66.1819
22963.23	10.04165	0.5735224	0.7169	0.2831	-0.332882	39	-1.281795	16	-0.47712	-62.3702
23298.23	10.066047	0.5835746	0.7202	0.2799	-0.328161	40	-1.273847	15	-0.433754	-60.1913
24112.19	10.080473	0.6078107	0.7283	0.2717	-0.317074	41	-1.302973	14	-0.41132	-58.9699
24878.44	10.121757	0.6284531	0.7365	0.2645	-0.30724	42	-1.329815	13	-0.411109	-59.6230
25773.88	10.157116	0.6541408	0.7435	0.2565	-0.296401	43	-1.360586	12	-0.33811	-53.9334
27474.39	10.221101	0.6987611	0.7578	0.2424	-0.277839	44	-1.417357	11	-0.269564	-47.6109
27682.70	10.224944	0.7014961	0.7585	0.2418	-0.276407	45	-1.420302	10	-0.235474	-45.5676
28538.76	10.258948	0.7252396	0.7658	0.2342	-0.266772	46	-1.451783	9	-0.219919	-43.8978
29389.28	10.288385	0.7467926	0.7721	0.2279	-0.258636	47	-1.478865	8	-0.208091	-43.4058
29601.68	10.295586	0.7508199	0.7736	0.2284	-0.256876	48	-1.489538	7	-0.189842	-42.4182
32031.35	10.37447	0.8058960	0.7898	0.2102	-0.236914	49	-1.568029	6	-0.187702	-41.0907
34658.55	10.45041	0.8569179	0.8048	0.1962	-0.217153	50	-1.633767	5	-0.121573	-33.5338
48868.10	10.79688	1.1008221	0.8645	0.1369	-0.145589	51	-1.998879	4	-0.102728	-26.0800
51995.44	10.856911	1.1441321	0.8737	0.1263	-0.135	52	-2.069218	3	-0.001444	-14.0638
77980.68	11.264215	1.427114	0.9232	0.0768	-0.079881	53	-2.568895	2	-0.001274	-8.6212
90803.36	11.416462	1.533405	0.9374	0.0628	-0.064632	54	-2.771181	1	-0.000407	-6.9562

A²= 2.3571769

A²= 2.3917333

No es lognormal

-3043.2875

### Método $\chi^2$ de Pearson

Fibras Limpiadoras en Tradicionales D/E '93

INTERVALOS	$b_j$	$p_j$	$e_j=25p_j$	$(b_j-e_j)^2/e_j$
0-31	5	0.2909	7.2716	0.7093
32-63	7	0.2226	5.5658	0.3696
64-95	5	0.1307	3.2683	0.9176
96-383	8	0.2835	7.0882	0.1173

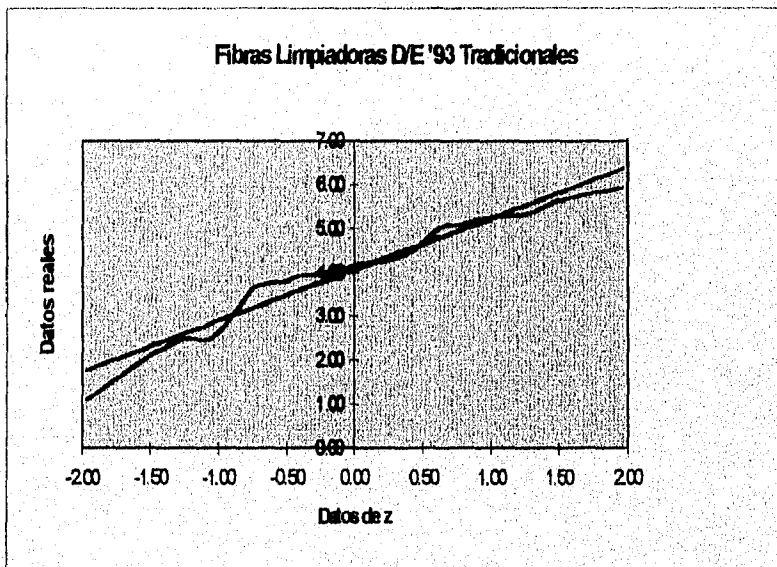
25

media= 4.0762  
desv. std.= 1.1657997

$\chi^2 = 2.114$   
c con 1 g.l al 90% = 2.706  
el es lognormal

### Método Gráfico

Fibras Limpiadoras D/E '93 Tradicionales



Rutack Anderson Dring A para Fibras Limpas DE 90 en Tradicionales										
original	x)	y)	f)	1/f)	lg(f)	i	lg(1/f)	lna f/b	(2 - 10)lg(f)lg(1/fv1))	

301	110901	-25023	0054	096	-52248	1	-005345	25	-2908023	-81291
800	2079415	-17272	0061	0966	-3138	2	-004371	24	-24484531	-16749
1200	249606	-13682	0061	0913	-24588	3	-0000576	23	-1982169	-22004
1200	249606	-13682	0061	0913	-24588	4	-0000576	22	-19592317	-30506
1820	2954903	-086102	01681	0889	-178398	5	-0180239	21	-17203665	-32188
3780	3632301	-036043	0357	0963	-10485	6	-0433973	20	-16169193	-39435
4240	3747484	-028226	0369	08111	-094481	7	-0426421	19	-16163263	-33201
4440	3793235	-027	0401	0889	-080046	8	-0577432	18	-12554973	-32009
5046	3821809	-013264	0471	0829	-08064	9	-0820486	17	-10301747	-30938
5100	389826	-012383	0467	0548	-07882	10	-0891355	16	-0828489	-31902
5500	4007332	-009164	0465	0525	-074038	11	-0877304	15	-08285306	-32893
5566	4017435	-008085	0499	0501	-073445	12	-0889346	14	-08123841	-34857
6400	4188831	007092	0828	0477	-068132	13	-0750653	13	-07506526	-34735
6666	4198051	0108826	0542	0458	-062197	14	-0782384	12	-0886446	-34160
7064	4259885	016885	0818	0482	-05682	15	-08284871	11	-08770392	-35488
7596	430089	0278002	0882	0438	-054015	16	-08828489	10	-08918054	-35124
8882	4484576	030126	0889	0361	-045178	17	-10301775	9	-08828482	-34448
11668	4782854	057887	0765	0285	-033818	18	-12554917	8	-08774324	-29816
15797	5082051	084885	0802	0188	-022197	19	-16163283	7	-04264209	-25424
18010	5075986	0854641	0804	0186	-021685	20	-1681892	6	-04339733	-25390
18209	5204011	085885	0834	0186	-018212	21	-1720365	5	-01802383	-15044
1888	5291885	104882	0854	0148	-018022	22	-1905921	4	-0000928	-10788
20640	538816	107882	0889	01411	-018215	23	-1982145	3	-0000928	-10888
28800	5882805	138111	0913	0087	-000734	24	-2448489	2	-0043703	-6388
37800	588848	158443	0940	0050	-008541	25	-290802	1	-0008146	-3082

A=0483054

63708

A=0488877

Sesquimal d 90%

## Método $\chi^2$ de Pearson

Fibras Limpiadoras en Tradicionales ON '93

INTERVALOS	$h_j$	$p_j$	$e_j = 0.1 p_j$	$(h_j - e_j)^2 / e_j$
0-24	12	0.3114	9.6541	0.5701
25-49	6	0.2481	7.6925	0.3724
50-124	8	0.2758	8.5468	0.0352
125-400	5	0.1269	3.9327	0.2897

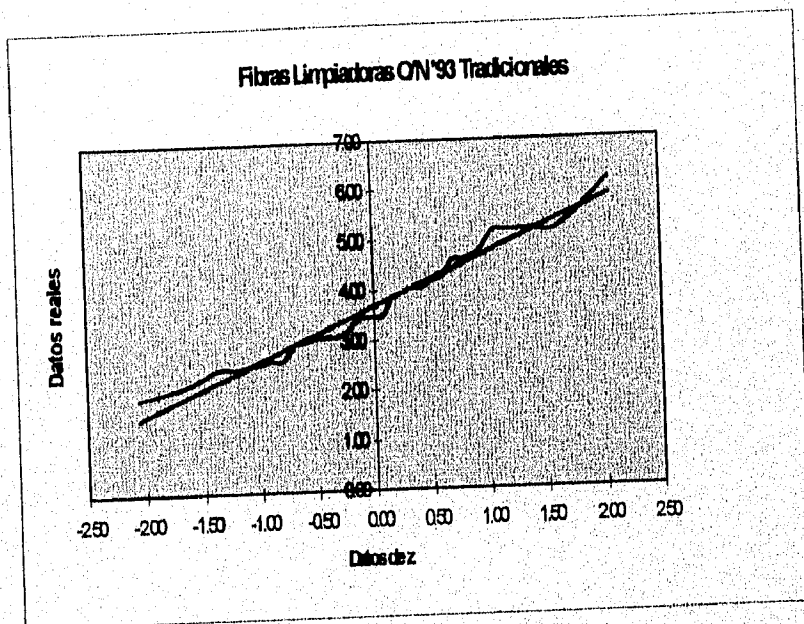
de

31

meda= 3.6957  
desv. std= 1.0546144

$\chi^2 = 1.287$   
con 1 gl al 97% = 4.709  
si es lognormal

## Método Gráfico



Plata de Anderson Daling A para Fibras Limpas ON 5 en Tradicionales

orig	X	Y	F	FR	kgF	i	kg(FR)	inestab	(2 - 1)kg(FR)	
600	1918226	-163698	0057	0950	-308435	1	-0098889	31	-47084389	-7887
900	2187226	-142182	0075	0925	-255018	2	-0087038	30	-26472026	-15628
1200	2468866	-118877	0128	0874	-207347	3	-0138807	29	-25983882	-23289
1214	2488866	-118879	0125	0875	-208825	4	-0136484	28	-25800035	-32051
1300	2564864	-107818	0116	0884	-185483	5	-0135857	27	-25114228	-40183
1400	2638873	-100891	0130	0880	-185482	6	-0179188	26	-18888888	-47212
1400	2638873	-100891	0130	0880	-185482	7	-0179188	25	-16588828	-65386
1950	2970446	-088872	0265	0756	-140446	8	-0287088	24	-16182787	-63408
2040	3018888	-068888	0282	0748	-138089	9	-0288874	23	-12388887	-89280
2160	3078888	-058873	0270	0728	-128888	10	-0348873	22	-11488886	-80000
2210	3088878	-050881	0283	0757	-128882	11	-0348888	21	-09588888	-47346
2220	3100888	-038875	0288	0742	-128888	12	-0388887	20	-09488878	-51878
2450	3188873	-042274	0384	0886	-114886	13	-0388879	19	-09088886	-61380
3000	3401874	-028028	0386	0904	-094233	14	-0488875	18	-08488876	-47782
3221	347277	-020889	0487	0888	-087728	15	-0588882	17	-05788889	-42082
3225	347388	-021882	0482	0888	-088825	16	-0588875	16	-05888882	-48887
3404	3528888	-018042	0488	0887	-088882	17	-0578888	15	-05888886	-451073
4740	3888882	0188874	0887	0488	-058878	18	-0888882	14	-04888882	-374573
5178	394004	0288886	0888	0482	-052828	19	-0888887	13	-03888879	-33482
5720	4088889	0388884	0889	0370	-048289	20	-0948887	12	-03888884	-311481
5728	4088885	0388884	0884	0388	-048835	21	-0958886	11	-03888885	-32886
6609	418074	0488885	0884	0388	-038848	22	-1148888	10	-03888884	-30301
7200	4288881	0588887	0788	0282	-034478	23	-1238888	9	-02888848	-28888
9859	4388888	0848889	0888	0182	-028847	24	-16182787	8	-02870885	-28628
10152	4888888	0888882	0884	0188	-021481	25	-1658888	7	-01788888	-18788
11698	478888	1008889	0888	0182	-018889	26	-1888885	6	-01788888	-17482
17586	5178887	1382887	0988	0082	-00888	27	-2511428	5	-01888887	-12580
17685	5178889	1408886	0985	0085	-00888	28	-2580008	4	-01888882	-12178
18288	5208882	1488886	0982	0078	-007886	29	-2598888	3	-01388887	-12125
18880	5208886	1488884	0982	0078	-007888	30	-2647228	2	-00888886	-8081
48735	6188886	2388888	0988	0081	-008801	31	-4708867	1	-00888888	-34111

A= 0380884

-8278

A= 0380882

Sesigramal 90%

## BIBLIOGRAFIA

- ♦ AAKER, David A. y George S. Day: Investigación de mercados, México, Ed. McGraw-Hill, 1993.
  
- ♦ AITCHISON J. and J.A.C. Brown: The lognormal distribution, Great Britain, Cambridge University Press, 1976.
  
- ♦ COCHRAN William G.: Técnicas de muestreo, México, Ed. C.E.C.S.A., 1992.
  
- ♦ D'AGOSTINO, Ralph B. and Michael A. Stephens: Goodness of fit Techniques, U.S.A., Marcel Dekker Inc., 1986.
  
- ♦ FREUND, John E. and Ronald E. Walpole: Estadística matemática con aplicaciones, México, Ed. Prentice-Hall Hispanoamericana, 1990.
  
- ♦ GEOFFREY Gordon: Simulación de sistemas, México, Ed. Diana, 1980.
  
- ♦ GEREZ Víctor y Manuel Grijalva: El enfoque de sistemas, México, Ed. LIMUSA, 1987.
  
- ♦ KINNEAR Thomas C. y James R. Taylor: Investigación de mercados (Un enfoque aplicado), México, Ed. McGraw-Hill, 1993.

- ◆ KREYSZIG Erwin: Introducción a la estadística matemática, México, Ed. LIMUSA, 1989.
  
- ◆ PRAWDA W. Juan: Métodos y modelos de investigación de operaciones, (Modelos estocásticos), México, Ed. LIMUSA, 1988, vol. II.
  
- ◆ SCHEAFFER Richard L. y otros: Elementos de muestreo, México, Ed. Iberoamérica, 1993.