



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA
DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

PROGRAMA DE COMPUTADORA PARA EL
ANALISIS DE INTERACCION DINAMICA
SUELO - PILOTE (CASO SISMICO)

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:

INGENIERO CIVIL

P R E S E N T A :

JUAN PAULIN AGUIRRE



MEXICO, D. F.

1996

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

720
a 21

Incluye



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL
AVENIDA DE
MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA
DIRECCION
60-1-092/95

Señor
JUAN PAULIN AGUIRRE
Presente.

En atención a su solicitud me es grato hacer de su conocimiento el tema que propuso el profesor **DR. RIGOBERTO RIVERA CONSTANTINO**, que aprobó esta Dirección, para que lo desarrolle usted como tesis de su examen profesional de **INGENIERO CIVIL**.

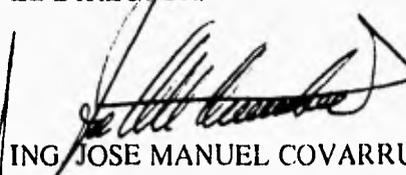
**"PROGRAMA DE COMPUTADORA PARA EL ANALISIS DE INTERACCION DINAMICA
SUELO-PILOTE (CASO SISMICO)"**

- I. ANTECEDENTES**
- II. PILAS Y PILOTES BAJO SOLICITACIONES ESTATICAS**
- III. PILAS Y PILOTES BAJO SOLICITACIONES SISMICAS**
- IV. FUSION DE LAS ECUACIONES MATRICIALES HEMAY HEMI EN HEMISE**
- V. EJEMPLO NUMERICO**
- VI. ANALISIS DE INTERACCION USANDO RIGIDECES (FORMA MATRICIAL)**
- VII. PROGRAMA DISP VER 2.0**
- VIII. CONCLUSIONES**

Ruego a usted cumplir con la disposición de la Dirección General de la Administración Escolar en el sentido de que se imprima en lugar visible de cada ejemplar de la tesis el título de ésta.

Asimismo le recuerdo que la Ley de Profesiones estipula que deberá prestar servicio social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito para sustentar Examen Profesional.

Atentamente
"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"
Cd. Universitaria, a 09 de junio de 1995.
EL DIRECTOR.


ING. JOSE MANUEL COVARRUBIAS SOLIS

JMCS/GMP*nil

A mis padres

Daniel y Guadalupe

CONTENIDO

| | Pag |
|--|------------|
| Introducción | |
| Capítulo I <i>Antecedentes</i> | 1 |
| ◦ Interacción estática suelo-estructura. | 1 |
| ◦ Interacción dinámica suelo-estructura. | 3 |
| Capítulo II <i>Pilas y pilotes bajo solicitaciones estáticas</i> | 6 |
| ◦ Ecuación matricial de interacción horizontal HEMI. | 7 |
| ◦ Rotación de la base. | 10 |
| ◦ Anexo II.1 Vigas estáticamente indeterminadas. | 12 |
| ◦ Anexo II.2 Teoremas del área de momentos. | 15 |
| Capítulo III <i>Pilas y pilotes bajo solicitaciones sísmicas</i> | 19 |
| ◦ Respuesta sísmica del suelo. | 19 |
| ◦ Comportamiento sísmico de pilas y pilotes. | 23 |
| ◦ Ecuación matricial de desplazamientos horizontales HEMA. | 29 |
| ◦ Intervención de las expresiones HEMIS y HEMAS. | 32 |
| ◦ Resistencia del suelo a la acción sísmica. | 33 |
| ◦ Anexo III.1 Caso V. | 35 |
| ◦ Anexo III.2 Cálculo de esfuerzos en la masa de suelo. | 44 |
| Capítulo IV <i>Fusión de las ecuaciones matriciales HEMA y HEMI en HEMISE</i> | 50 |
| ◦ Anexo IV.1 Caso VI. | 66 |
| Capítulo V <i>Ejemplo numérico</i> | 73 |
| Capítulo VI <i>Análisis de interacción usando rigideces (forma matricial)</i> | 85 |
| Capítulo VII <i>Programa DISP ver 2.0</i> | 92 |
| ◦ Manual. | 93 |
| ◦ Ejemplo de aplicación. | 100 |
| ◦ Anexo VII.1 Análisis del flujo del programa. | 112 |
| Capítulo VIII <i>Conclusiones</i> | 115 |
| Referencias | 117 |

INTRODUCCIÓN

Los objetivos de este trabajo son dos, principalmente proporcionar al ingeniero de la práctica herramientas de cálculo, que faciliten el análisis de interacción, entre la estructura de cimentación y la masa de suelo para el caso de pilotes sometidos a cargas estáticas o dinámicas (sismo) y servir de apoyo a las clases de Cimentaciones y Dinámica de suelos que se imparten en la Facultad de Ingeniería de la U. N. A. M..

El presente es una extensión de la tesis profesional de los señores Marcelo Morales Sánchez y Héctor Olvera de Jesús "*Programación de un método de análisis para el diseño de pilotes*", en donde el análisis se realiza para condiciones particulares de apoyo en los extremos del elemento y para solicitaciones estáticas únicamente. En el programa que ahora se presenta el análisis se realiza bajo cualquier condición de apoyo en los extremos del elemento y las cargas a las que se somete el pilote pueden ser estáticas o dinámicas (sismo), en las primeras, se considera que estas son transmitidas a la cabeza del pilote, por la estructura debido a cargas estáticas permanentes o transitorias y para las segundas, se considera la respuesta sísmica de la masa de suelo así como una fuerza horizontal en la cabeza del pilote provocada por la inercia de la estructura ante el movimiento sísmico.

Las teorías usadas para el caso dinámico, son las del Dr. Leonardo Zeevaert W., en capítulos posteriores se tratarán las mismas para complementar el contenido del presente trabajo.

En el capítulo 1 (*Antecedentes*) se esboza el problema en forma general de la interacción estática así como de la dinámica. El capítulo 2 (*Pilas y pilotes bajo solicitaciones estáticas*) aborda el caso estático y trata principalmente, cómo se obtiene la ecuación matricial HEMI y las consideraciones que se deben tomar cuando se presenta una rotación en la base de las pilas. El capítulo 3 (*Pilas y pilotes bajo solicitaciones sísmicas*) contiene la forma en que se calcula la respuesta sísmica de la masa de suelo y de la cimentación (pilas o pilotes), así como la solución mediante un proceso iterativo basado en el método de flexibilidades, considerando al suelo como un medio continuo. El capítulo 4 (*Fusión de las ecuaciones matriciales HEMA y HEMI en HEMISE*) trata la solución exacta al problema de interacción desde el punto de vista ingenieril. En el capítulo 5 (*Ejemplo numérico*) se resuelve en forma manual un problema de interacción por

matricial HEMISES. El capítulo 6 (*Análisis de interacción usando rigideces (forma matricial)*) trata la solución al caso estático de interacción, mediante el método matricial de rigideces. El capítulo 7 (*Programa DISP ver. 2*) contiene el manual del usuario y un ejemplo de aplicación, así como los comentarios pertinentes para la correcta aplicación del mismo; el capítulo 8 (*Conclusiones*) comenta los logros alcanzados así como las expectativas que se tienen para el mejoramiento de la versión que ahora se presenta.

Las figuras de los capítulos II, III y IV fueron tomadas de la referencia 2.

CAPÍTULO I

ANTECEDENTES

El problema de interacción entre la estructura y el suelo de desplante se empezó a estudiar desde hace más de dos décadas, fundamentalmente por el comportamiento sísmico de plantas nucleares desplantadas en sitios de materiales deformables. Actualmente, las técnicas desarrolladas con ese propósito se han extendido para considerar los efectos de interacción en construcciones muy esbeltas como chimeneas, estructuras de edificios sobre suelo muy compresible y en estructuras con gran masa en su parte superior como los tanques elevados, entre otras. A pesar de los grandes avances que se han logrado, las actuales disposiciones reglamentarias de interacción suelo-estructura no consideran explícitamente gran parte de los efectos de interacción y al hacerlo implícitamente resultan criterios de diseño conservadores que se reflejan en el valor de la obra civil.

El estudio de la interacción suelo-estructura se puede separar en dos problemas. Uno de ellos concerniente a la geotecnia, denominado interacción estática, es ocasionado por la diferencia en el comportamiento mecánico de los elementos que conforman los sistemas estructurales y la masa del suelo ante la acción de solicitaciones estáticas. El otro concerniente a la ingeniería sísmica, es conocido como interacción dinámica y se origina debido a la deformabilidad de los depósitos de suelo en los que se desplantan las estructuras, ante la acción de excitaciones dinámicas.

Interacción estática suelo-estructura

El problema de interacción estática no está limitado a estudiar la relación entre estructuras urbanas o industriales y suelos de cimentación.

El término estructura abarca, además de edificios y construcciones industriales, todos aquellos elementos, que son más resistentes que el suelo y pueden estar hechos de acero, concreto o material térreo compactado. La interacción estática describe la interrelación entre los elementos resistentes

y el suelo con que tienen contacto. Las obras civiles típicas relacionadas con el tema son: edificios o estructuras industriales, presas de concreto o de tierra y enrocamiento, túneles, muros de retención, sistemas de excavación, terraplenes y tuberías, entre otras.

El estudio de la interacción estática es complejo y se enfoca a evaluar, por un lado, la variación de los elementos mecánicos en la estructura generado por la diferencia de condiciones de terreno de un sitio a otro y por otro, la modificación de condiciones de carga del terreno por la presencia de estructuras. Por ejemplo, un cajón de cimentación está más cargado en el centro si el terreno donde se apoya cambia del tipo arcilloso al arenoso. La capacidad de carga del terreno es menor en una losa de geometría irregular que en otra con geometría regular, aunque las dos tengan la misma área de contacto, pues en aquel caso existen concentraciones de esfuerzo.

Aunque la consideración de cargas estáticas es más directa que las dinámicas, el análisis y diseño estático está lejos de ser simple por varias razones. En primer lugar, los materiales térreos se comportan bajo cargas estáticas en el intervalo no elástico incluso a un nivel de deformación bajo. La acumulación de deformaciones plásticas produce en la masa de suelo zonas de cedencia local, de tal modo que se incrementa la potencialidad de falla total ante cargas accidentales como las de viento y las de sismo.

Por último, pero no menos importante por tratarse de un material natural, es de recordar que la masa del suelo es heterogénea. Frecuentemente se encuentran lentes de arena en una formación arcillosa o cavernas en una masa aparentemente homogénea. Los detalles estratigráficos del sitio controlan factores críticos del comportamiento estático de las obras y tienen que considerarse debidamente.

La gran complejidad que prevalece en el problema, como la descrita anteriormente, requiere aparentemente de métodos de análisis sofisticados. De hecho, la tendencia actual es el uso creciente de herramientas computacionales, especialmente métodos con elementos finitos, los cuales tuvieron su primer aplicación en el área de geotecnia, hace dos décadas, en el problema estático de sistemas suelo-estructura.

Con base en resultados obtenidos de ciertas investigaciones, se comprueba que, en las cimentaciones superficiales, el uso de modelos convencionales como el de Winkler o el modelo desacoplado llevan a diseños onerosos en muchos casos. La distribución de presiones de contacto

entre suelo y cimentación depende de muchos factores; entre ellos están las rigideces y formas geométricas de la superestructura y cimentación, la estratigrafía y sobre todo, el intervalo de carga. La deficiencia de los métodos de diseño convencionales, hace que en ocasiones las cimentaciones estén sobrediseñadas en su conjunto y subdiseñadas en zonas locales, lo que implica tener una obra que no es económica ni alcanza el nivel de seguridad deseable. Por ejemplo, se reconoce que la presencia de zonas de cedencia local en las esquinas de cajones de cimentación fue uno de los factores que causaron severos daños en las cimentaciones durante el sismo de 1985 en la Ciudad de México.

Interacción dinámica suelo-estructura

La interacción dinámica suelo-estructura consiste en un conjunto de efectos cinemáticos e inerciales producidos en la estructura y el suelo como resultado de la flexibilidad de éste ante acciones dinámicas. La interacción modifica esencialmente los parámetros dinámicos de la estructura, así como las características del movimiento del terreno en la vecindad de la cimentación.

El fenómeno de interacción dinámica entre suelo y estructura puede descomponerse en una parte inercial y otra cinemática. El incremento del periodo fundamental de vibración, así como del amortiguamiento y la modificación de la ductilidad de la estructura desplantada sobre una supuesta base rígida e indeformable son producto de la interacción inercial, debido fundamentalmente a la inercia y flexibilidad del sistema suelo-estructura. En tanto que la interacción cinemática reduce el movimiento de la cimentación e induce torsión y cabeceo en la misma, a la vez que filtra los componentes de alta frecuencia de la excitación, debido esencialmente a la rigidez y geometría de la cimentación.

El periodo fundamental de una estructura apoyada sobre suelo deformable siempre se incrementa respecto al correspondiente a la condición de terreno firme; esto se debe a que el sistema suelo-estructura tiene una flexibilidad mayor que la de la estructura desplantada sobre suelo indeformable. El amortiguamiento de la estructura interactuando con el suelo generalmente se incrementa respecto al de la estructura con base rígida, ya que existe una disipación adicional de energía por el suelo de cimentación. Esta disipación es producto del amortiguamiento material por comportamiento histerético del suelo, así como del amortiguamiento geométrico por radiación de ondas dentro del suelo.

Usualmente, los criterios de interacción suelo-estructura para fines de diseño consideran los efectos de interacción solo en el periodo y amortiguamiento del modo fundamental de vibración de la estructura. A pesar de que pueden introducirse errores del lado de la inseguridad, los efectos de interacción en la ductilidad se acostumbra despreciarlos, puesto que no se conocen con certidumbre las implicaciones que tienen en la respuesta estructural.

En vista de que los efectos inerciales son los que controlan la respuesta sísmica de estructuras con cimentaciones superficiales, los efectos cinemáticos suelen despreciarse incorrectamente para todo tipo de cimentación, siendo estos, efectos importantes en estructuras esbeltas sobre cimentaciones profundas.

Las modificaciones por interacción del periodo y amortiguamiento pueden dar lugar a fuerzas inerciales sobre la estructura mayores o menores, dependiendo del nivel de amortiguamiento y la posición del periodo resonante del espectro de respuesta (curva de aceleraciones estructurales máximas, en función del periodo natural de vibración y el nivel de amortiguamiento de la estructura), el cual coincide con el periodo dominante de vibración del sitio. Así pues para estructuras con periodo fundamental menor que el periodo dominante del sitio los efectos de interacción pueden ser desfavorables, al acercarse a la zona de resonancia debido al alargamiento del periodo, mientras que en caso contrario siempre son favorables.

Las posibles reducciones por interacción de la fuerza sísmica y el momento de volteo totales que obran sobre una estructura se traducen en diseños estructurales con costos económicos menores. Sin embargo, se debe tener presente que debido a la deformabilidad del suelo se generarán en la cimentación tanto una traslación lateral producida por la fuerza cortante basal como una rotación vertical ocasionada por el momento de volteo basal. En consecuencia, la traslación y rotación de la cimentación aumentarán los desplazamientos de la estructura a pesar de que las sollicitaciones sísmicas se hayan reducido por efectos de interacción. Esta situación es necesario considerarla al evaluar los efectos debidos a las sollicitaciones adicionales provocadas por las cargas de gravedad que actúan sobre la estructura deformada (efectos P- Δ), así como al revisar los estados límite de servicio.

Finalmente, al evaluar los efectos de interacción es necesario considerar explícitamente la influencia de los parámetros más importantes del problema, tales como el periodo fundamental de la estructura, el nivel de desplante de la cimentación, la esbeltez de la estructura, la profundidad del

depósito de suelo y la velocidad de propagación de ondas de cortante del sitio. Asimismo, es recomendable incorporar en la rigidez y el amortiguamiento del suelo la condición dinámica de la excitación, mediante el uso de resortes y amortiguadores equivalentes dependientes de la frecuencia de excitación.

Después de un largo periodo de desarrollo analítico, de calibración con resultados de laboratorio y de confrontación con observaciones de campo, la metodología actual ha alcanzado una madurez tal que permite utilizarla para poder resolver problemas prácticos.

Debe destacarse que la construcción de modelos computacionales no es la única ni la mejor manera para resolver los problemas de interacción. El uso de herramientas computacionales tiene que conjugarse con las pruebas de laboratorio y las observaciones en las obras reales. Como los últimos dos aspectos no se pueden cubrir con facilidad porque demandan muchos más recursos que usar la computadora, la tendencia actual de investigación llega aún al abuso de herramientas computacionales. Ante ésta situación es oportuno recordar que en el pasado, inclusive antes de la era del cómputo, muchos ingenieros lograron gran éxito al resolver problemas complicados, fundamentalmente con base en buenos criterios ingenieriles y experiencias, pero no en técnicas de cómputo. Un ejemplo típico es el diseño de la Torre Latinoamericana en la Ciudad de México.

CAPÍTULO II

PILAS Y PILOTES BAJO SOLICITACIONES ESTÁTICAS

En numerosas ocasiones es necesario soportar cargas horizontales estáticas o transitorias sobre la cabeza de pilas o pilotes. Lo anterior induce, fuerzas cortantes y momentos flexionantes, que es necesario evaluar para efectuar un diseño racional de estos elementos que trabajan a flexocompresión. Además, resulta de vital importancia el determinar los desplazamientos horizontales, los cuales deberán ser compatibles con la funcionalidad de la estructura.

De acuerdo con Zeevaert (1973, 1982), la solución de estos problemas consistirá en encontrar las reacciones horizontales del suelo $R_a, X_1, X_2, \dots, X_i \dots R_b$, que ponen en equilibrio al pilote con la fuerza máxima P aplicada en la cabeza, Figura 1.11.

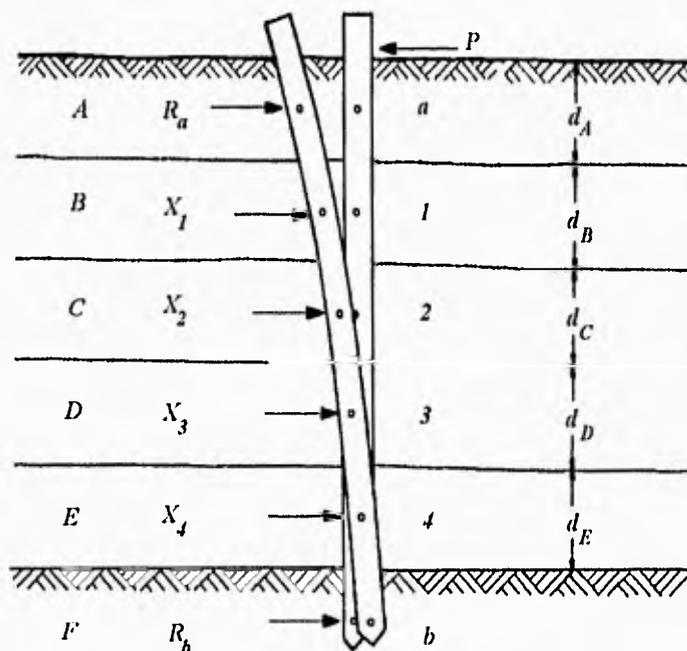


Figura 1.11

Ecuación matricial de interacción horizontal HEMI.

El cálculo se realizará por superposición de efectos (ver Anexo II.1), para la condición $X_i = 0$ se obtendrá una estructura estáticamente determinada, Figura 2.II, para la cual se pueden encontrar los desplazamientos horizontales; Δ_{i0} . En la condición unitaria, Figura 3.II, se considera aplicada una reacción $X_i = +1$ en el punto i y se calculan los desplazamientos unitarios en el mismo punto i así como en los demás puntos j , esto es: \bar{S}_{ii} y \bar{S}_{ji} respectivamente.

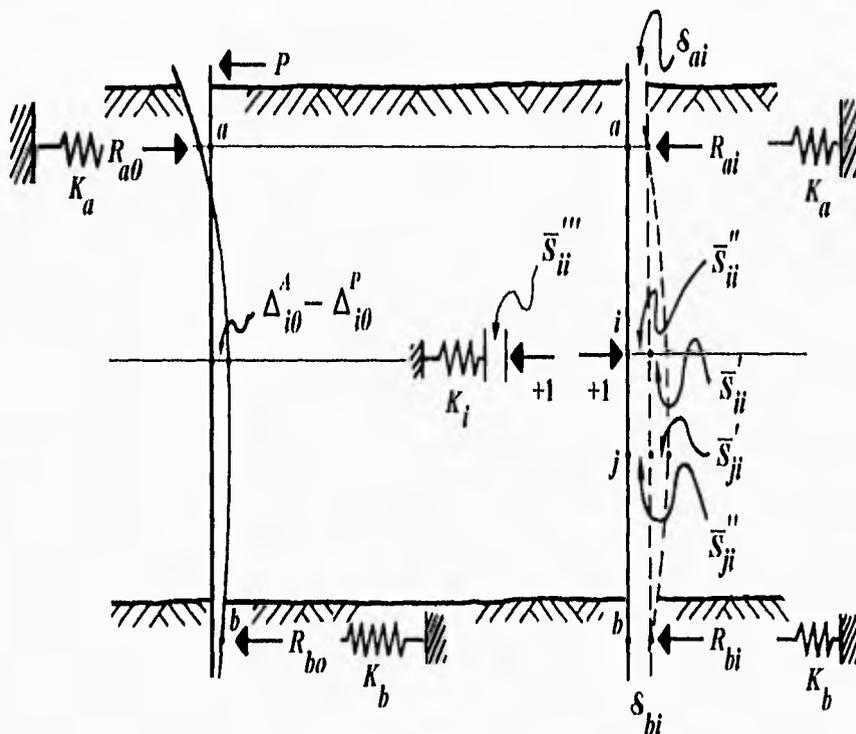


Figura 2.II

Figura 3.II

Conociendo los desplazamientos Δ_{i0} de la condición $X_i = 0$ y los desplazamientos de las condiciones $X_i = +1$ se puede establecer la compatibilidad de deformaciones para cada una de las secciones donde se aplican las reacciones incógnitas (ver Anexo II.1).

$$\begin{aligned}
 \bar{S}_{11} X_1 + \bar{S}_{12} X_2 + \bar{S}_{13} X_3 + \bar{S}_{14} X_4 &= \Delta_{10} \\
 \bar{S}_{21} X_1 + \bar{S}_{22} X_2 + \bar{S}_{23} X_3 + \bar{S}_{24} X_4 &= \Delta_{20} \\
 \bar{S}_{31} X_1 + \bar{S}_{32} X_2 + \bar{S}_{33} X_3 + \bar{S}_{34} X_4 &= \Delta_{30} \\
 \bar{S}_{41} X_1 + \bar{S}_{42} X_2 + \bar{S}_{43} X_3 + \bar{S}_{44} X_4 &= \Delta_{40}
 \end{aligned}
 \tag{1.II}$$

o bien

$$[\bar{S}_{ji}] \cdot \{X_i\} = \{\Delta_{i0}\} \tag{2.II}$$

La expresión anterior se llamará en adelante *Ecuación Matricial de Interacción Horizontal*, HEMI. Los desplazamientos horizontales dependerán de las condiciones de apoyo del pilote. Pueden presentarse cuatro casos principales.

- ◇ Caso I Pilote libre de girar en sus extremos con desplazamiento horizontal en la base.
- ◇ Caso II Pilote restringido al giro en la cabeza y libre de girar en la base con desplazamiento horizontal de la misma.
- ◇ Caso III Pilote libre de girar en la cabeza y restringido al giro en la base sin desplazamiento horizontal de la misma.
- ◇ Caso IV Pilote restringido al giro en ambos extremos sin desplazamiento horizontal en la base.

Para decidir la condición de apoyo deberá, considerarse lo siguiente:

Los casos I y II se aplican generalmente en pilotes de fricción donde la punta no alcanza un estrato resistente y por lo tanto la base puede girar libremente. La cabeza del pilote podrá diseñarse articulada o parcialmente empotrada en la estructura de cimentación.

Los casos III y IV se aplican a elementos apoyados firmemente en un estrato resistente que restringe su giro en la base. En el apoyo con la estructura de cimentación estos elementos podrán quedar articulados o parcialmente empotrados, respectivamente. En el caso de pilas, el diámetro es considerablemente mayor que para el caso de pilotes y, por tanto, la rigidez (EI) resulta un aspecto importante que se deberá considerar.

Se expondrá el Caso I para familiarizarnos con la notación.

En éste se permiten los giros y desplazamientos horizontales de los extremos.

Condición $X_i = 0$, Figura 2.II.

$$\Delta_{i0} = \Delta_{i0}^A - \Delta_{i0}^H \quad (3.II)$$

en donde

Δ_{i0}^H Deformaciones por flexión del pilote apoyado en a y b , debido a la carga horizontal P aplicada en la cabeza.

Δ_{i0}^A Desplazamiento horizontal del pilote como elemento rígido al ceder los apoyos a y b por deformación del suelo, estos valores son función del módulo horizontal de cimentación K_a y K_b respectivamente.

Condición $X_i = +1$, Figura 3.II.

en el punto i

$$\bar{S}_{ii} = \bar{S}_{ii}^i + \bar{S}_{ii}^j + \bar{S}_{ii}^H \quad (4.II)$$

en el punto j

$$\bar{S}_{ji} = \bar{S}_{ji}^i + \bar{S}_{ji}^j \quad (5.II)$$

en donde

\bar{S}_{ii}^i Deformación del pilote por flexión en el punto i , debido a la carga $X_i = +1$ aplicada en i .

\bar{S}_{ii}^j Deformación del pilote por flexión en el punto j , debido a la carga $X_i = +1$ aplicada en i .

\bar{S}_{ii}^H Deformación horizontal en el punto i del pilote como elemento rígido por deformación de los apoyos a y b debido a la carga $X_i = +1$ aplicada en i .

\bar{S}_{ji}'' Deformación horizontal en el punto j del pilote como elemento rígido por deformación de los apoyos a y b debido a la carga $X_i = +1$ aplicada en i .

$\bar{S}_{ii}''' = 1 / K_i$ Deformación del suelo por la carga $X_i = +1$ aplicada en el punto i , ver Anexo III.2.

Rotación de la base

En el caso de pilotes bien hincados en un estrato resistente, así como para el caso II, se puede suponer que la base se encuentra articulada en el suelo donde se apoya la punta del pilote. Sin embargo en el caso de pilas apoyadas sobre un estrato resistente, y debido a que estos elementos de cimentación por su gran diámetro son bastante rígidos, la restricción al giro de la base de apoyo puede ser importante en los cálculos de interacción.

Considerando el caso IV para una pila con ampliación en la base, si la base gira por deformación del suelo habrá que introducir una incógnita más que será representativa del momento que se genera en la base por la interacción de ésta con el material de apoyo, tomando en cuenta este efecto, la ecuación matricial de interacción horizontal HEMI, quedará definida como sigue:

$$\begin{bmatrix} \bar{S}_{11} & \bar{S}_{12} & \bar{S}_{13} & \cdot & \bar{S}_{1b} \\ \bar{S}_{21} & \bar{S}_{22} & \bar{S}_{23} & \cdot & \bar{S}_{2b} \\ \bar{S}_{31} & \bar{S}_{32} & \bar{S}_{33} & \cdot & \bar{S}_{3b} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \bar{\theta}_{b1} & \bar{\theta}_{b2} & \bar{\theta}_{b3} & \cdot & \bar{\theta}_{bb} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ \cdot \\ X_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Delta_{10} \\ \Delta_{20} \\ \Delta_{30} \\ \cdot \\ \theta_{b0} \end{Bmatrix} \quad (6. II)$$

en donde

Las condiciones $X_i = 0$ y $X_i = +1$ serán las mismas estudiadas anteriormente y la Condición $X_b = +1$ será la que es necesario adicionar para conocer los efectos unitarios a lo largo del vástago de la pila por el momento M_b aplicado en su base por efectos de la rotación. En los puntos i y j se inducirán los desplazamientos horizontales \bar{S}_{ib}' y \bar{S}_{jb}' , en la base de la pila un giro $\bar{\theta}_{bb}'$ y en el suelo $\bar{\theta}_{bb}''' = 1 / K_{0b}$, en donde K_{0b} es el módulo de cimentación por rotación en la base. Así mismo la condición $X_b = +1$ para la base será: $\bar{\theta}_{bb} = \bar{\theta}_{bb}' + \bar{\theta}_{bb}'''$.

Este caso se presenta con mayor frecuencia en problemas prácticos de cimentaciones sobre pilas y corresponde a los casos III y IV.

Para el cálculo del giro θ de la base de una pila utilizaremos la solución obtenida por Frohlich (1953) basada en la teoría de la elasticidad para el giro de una placa rígida en un medio elástico e isótropo:

$$\theta = \frac{3(1-\nu^2)M_0}{4ER_0^3} \quad (7.II)$$

aquí M_0 es el momento de rotación, R_0 el radio de la base de la pila, ν la relación de Poisson y E el módulo de elasticidad del medio continuo. De donde el módulo de cimentación por rotación será:

$$K_0 = \frac{M_0}{\theta}, \quad K_0 = \frac{4ER_0^3}{3(1-\nu^2)} \quad (8.II)$$

Sustituyendo E por el valor del módulo de deformación unitaria M_z para el sentido vertical y haciendo $(1-\nu^2)=1$ se obtiene:

$$K_{ob} = \frac{4R_0^3}{3M_z} \quad (9.II)$$

El valor de K_{ob} en la base es independiente de los valores K_i en puntos a lo largo del vástago de la pila; Si los valores de K_i se pudiesen considerar como parámetros de deformación independientes, la ecuación matricial de interacción HEMI proporcionaría al resolverla la solución final para las reacciones incógnitas. Sin embargo, los elementos de deformación del suelo no son independientes unos de los otros y varían de acuerdo con la distribución de reacciones sobre el pilote y suelo respectivamente. Por consiguiente, será necesario considerar al subsuelo como un medio continuo.

ANEXO II.1

VIGAS ESTÁTICAMENTE INDETERMINADAS

Consideraremos el análisis de vigas que presentan una mayor cantidad de reacciones que las que se pueden determinar por medio de las ecuaciones de equilibrio estático. Tales vigas se dice que son estáticamente indeterminadas, y su análisis requiere que se calculen las deflexiones.

Método de flexibilidades (Método de superposición)

El fundamento del método de superposición puede describirse en términos sencillos. Las ecuaciones diferenciales para la curva de deflexión de una viga, son ecuaciones diferenciales lineales (considerando las hipótesis respectivas), por tanto, la solución de las ecuaciones para varias condiciones de carga pueden superponerse. Luego, la deflexión de la viga causada por varias cargas diferentes que actúan simultáneamente, puede determinarse mediante la superposición de las deflexiones ocasionadas por cada carga actuando en forma separada.

Análisis

Empezamos por identificar las redundantes estáticas. Después se retiran las redundantes de la viga indeterminada, obteniéndose una estructura liberada y estáticamente determinada. Los desplazamientos de la estructura liberada pueden determinarse fácilmente. En particular se deben determinar los desplazamientos (traslaciones o rotaciones) correspondientes a las redundantes y causados por el sistema de cargas. Después las redundantes mismas se visualizan como cargas unitarias que actúan sobre la estructura liberada y se calculan los desplazamientos correspondientes. A partir del principio de superposición, sabemos que los desplazamientos finales debidos a las cargas reales como a las redundantes deben ser igual a la suma de tales desplazamientos calculados separadamente. En el caso de apoyos redundantes, los desplazamientos correspondientes serán cero o tendrán valores conocidos, por lo que podemos formular ecuaciones de superposición (compatibilidad de deformaciones) para estas relaciones. Finalmente, estas

ecuaciones se resuelven para los valores de las reacciones redundantes, después de lo cual se determinan las demás reacciones por equilibrio estático.

Aplicación

Considerando a la estructura liberada y estáticamente determinada como la condición $X_i = 0$, la deformación en un punto i debida a todas las cargas que obran sobre la estructura la llamaremos Δ_{i0} . Esta deformación podrá incluir también cambios de temperatura y el efecto de la deformación de los apoyos.

Considerando a la estructura sometida a la acción de una de las reacciones redundantes, como la condición $X_i = +1$ (estáticamente determinada), llamaremos S_{ji} a la deformación lineal o angular en un punto j producida en la estructura por la sollicitación unitaria aplicada en el punto i de la estructura, ya sea que ésta represente una fuerza o un momento. Así también designamos por $S_1, S_2, \dots, S_i, \dots, S_n$, a las deformaciones totales en los puntos $1, 2, \dots, i, \dots, n$ originadas cuando todas las sollicitaciones $X_1, X_2, \dots, X_i, \dots, X_n$, obran sobre la estructura, incluyendo las cargas externas y demás reacciones.

Por el principio de superposición dentro del rango elástico para el punto i

$$\Delta_{i0} + S_{i1}X_1 + S_{i2}X_2 + \dots + S_{ii}X_i + \dots + S_{in}X_n = S_i \quad (1. AII.1)$$

Debido a que la suma de las deformaciones producidas por las cargas reales y las redundantes es una suma algebraica tenemos:

$$\Delta_{i0} - S_i = S_{i1}X_1 + S_{i2}X_2 + \dots + S_{ii}X_i + \dots + S_{in}X_n \quad (2. AII.1)$$

Si aplicamos la ecuación anterior a los n puntos de interés obtenemos un sistema de ecuaciones que representa las ecuaciones de condición de un sistema estáticamente indeterminado compatible con n ecuaciones y el mismo número de incógnitas.

En forma matricial la ecuación de interacción estructural se puede escribir como:

$$[S_{ij}] \cdot \{X_i\} = \{\Delta_{i0}\} - \{S_i\} \quad (3. AII.1)$$

En el caso particular en que los apoyos cedan proporcionalmente a las reacciones en la forma $S_i = X_i / K_i$, en donde K_i representa el módulo de cimentación para el punto i y el valor $1 / K_i$ el coeficiente de proporcionalidad de la deformación con la carga de reacción, sustituyendo en la ecuación matricial se tiene:

$$\begin{aligned} [S_{ij}] \cdot \{X_i\} + \left\{ \frac{X_i}{K_i} \right\} &= \{\Delta_{i0}\} \\ \therefore \\ \left([S_{ij}] + \left[\frac{1}{K_i} \right] \right) \cdot \{X_i\} &= \{\Delta_{i0}\} \quad (4. AII.1) \end{aligned}$$

en donde $\left[\frac{1}{K_i} \right]$ es una matriz diagonal.

De los razonamientos anteriores se observa que una vez conocidos los valores de las incógnitas se podrán calcular los elementos mecánicos en una sección cualquiera de la estructura por estática.

ANEXO II.2

TEOREMAS DEL ÁREA DE MOMENTOS

Este método, utiliza las propiedades del área del diagrama de momentos flexionantes. El método es especialmente adecuado cuando únicamente se requiere la deflexión o el ángulo de rotación en un punto de la viga, porque es posible determinar tales cantidades sin encontrar primero la ecuación completa de la curva de deflexión.

Para explicar el método, consideremos un segmento AB de la curva de deflexión de una viga en una región donde la curvatura es positiva Figura 1.AII.2 En el punto A la tangente AB' a la curva de deflexión tiene un ángulo de rotación positivo θ_a a partir del eje x , y en el punto B la tangente $C'B$ tiene un ángulo θ_b . El ángulo entre las tangentes, denotado por θ_{ba} , es igual a la diferencia entre θ_b y θ_a :

$$\theta_{ba} = \theta_b - \theta_a \quad (1.AII.2)$$

Luego θ_{ba} , representa el ángulo relativo de rotación de la tangente en B con respecto a la tangente en A . El ángulo relativo θ_{ba} es positivo cuando θ_b es mayor que θ_a , como se muestra en la Figura 1.AII.2

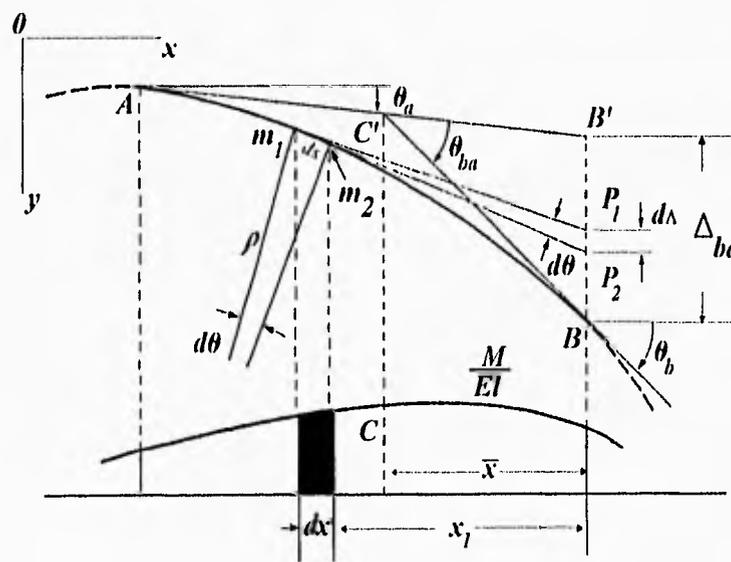


Figura 1.AII.2

Enseguida, considérense dos puntos m_1 y m_2 sobre el eje de la viga separados por una distancia ds . Las tangentes a la curva de deflexión en tales puntos se muestran en la figura como las líneas m_1p_1 y m_2p_2 . Las normales a esas tangentes se intersectan en el centro de curvatura con un ángulo $d\theta$, que es igual a ds/ρ , donde ρ es el radio de curvatura. Por lo cual el ángulo entre las dos tangentes también es igual a $d\theta$. El ángulo $d\theta$ puede obtenerse a partir de la ecuación:

$$\frac{d\theta}{dx} = \frac{d^2\delta}{dx^2} = -\frac{M}{EI}$$

∴

$$d\theta = -\frac{M}{EI} dx \dots\dots (a)$$

donde M es el momento flexionante en la viga y EI es la rigidez a flexión.

La cantidad Mdx/EI tiene una interpretación geométrica simple. Directamente abajo de la viga en la Figura 1.AII.2, se dibuja el diagrama M/EI (esto es, un diagrama en el cual la ordenada en cualquier punto es igual al momento flexionante M dividido por la rigidez a flexión EI en tal punto). Luego, el diagrama M/EI tiene el mismo perfil que el diagrama de momento flexionante únicamente cuando EI es constante. El término Mdx/EI representa el área de la franja sombreada Figura 1.AII.2 incluida en el diagrama M/EI .

Integremos ahora la Ec. (a) entre los puntos A y B :

$$\int_A^B d\theta = -\int_A^B \frac{M}{EI} dx \dots\dots (b)$$

la integral de la izquierda es igual a $\theta_b - \theta_a$ que es el ángulo relativo θ_{ba} entre las tangentes en B y A . La integral de la derecha es igual al área del diagrama M/EI entre los puntos A y B . Obsérvese que el área del diagrama M/EI es una cantidad algebraica y que puede ser positiva o negativa, dependiendo del signo del momento flexionante.

Podemos plantear ahora la Ec. (b) como sigue:

$$\theta_{ba} = -\int_A^B \frac{M}{EI} dx = -\left[\text{área del diagrama } \frac{M}{EI} \text{ entre } A \text{ y } B \right] \quad (2. \text{AII.2})$$

Esta ecuación puede expresarse como teorema:

Primer teorema del área de momentos: El ángulo θ_{ba} entre las tangentes a la curva de deflexión en dos puntos A y B es igual al negativo del área del diagrama M/EI entre tales puntos.

El primer teorema del área de momentos se emplea en el cálculo de deflexiones para relacionar los ángulos de rotación entre puntos seleccionados a lo largo del eje de la viga.

Como siguiente paso en el análisis, consideremos la desviación vertical Δ_{ba} entre el punto B sobre la curva de deflexión y el punto B' sobre la tangente en A (Figura 1.AII.2). Recordando que los ángulos de rotación θ_a y θ_b son cantidades muy pequeñas (y, en consecuencia, las tangentes A y B son casi líneas horizontales), observamos de la figura que la distancia vertical $d\Delta$ (igual a $p_1 p_2$) es $x_1 d\theta$, donde x_1 es la distancia horizontal desde el elemento $m_1 m_2$ hasta el punto B . Dado que $d\theta = -M/EI$, podemos escribir:

$$d\Delta = x_1 d\theta = -x_1 \frac{M}{EI} dx \dots\dots (c)$$

La distancia $d\Delta$ representa la contribución de la flexión del elemento $m_1 m_2$ a la desviación total Δ_{ba} . La expresión $x_1 M dx/EI$ puede interpretarse geométricamente como el primer momento del elemento sombreado de área ($M dx/EI$) del diagrama M/EI tomado respecto a una línea vertical a través de B . Integrando la EC. (c) entre los puntos A y B , obtenemos:

$$\int_A^B d\Delta = - \int_A^B x_1 \frac{M}{EI} dx \dots\dots (d)$$

La integral de la izquierda es igual a Δ_{ba} , que es la desviación vertical del punto B desde la tangente en A . La integral de la derecha representa el primer momento del área del diagrama M/EI entre A y B con respecto al punto B , por lo que podemos escribir la EC. (d) como sigue:

$$\begin{aligned} \Delta_{ba} &= - \int_A^B x_1 \frac{M}{EI} dx \\ &= - \left[\text{primer momento del área del diagrama } \frac{M}{EI} \text{ entre } A \text{ y } B, \text{ con respecto a } B \right] \end{aligned} \quad (3.AII.2)$$

Esta ecuación representa el segundo teorema:

Segundo teorema del área de momentos: La desviación Δ_{ba} del punto B desde la tangente en A es igual al negativo del primer momento del área del diagrama M/EI entre A y B , tomado con respecto a B .

Nótese que la desviación Δ_{1a} es positiva en la dirección y . Si, según se recorre desde A hasta B en la dirección x , el área del diagrama M/EI es negativa, entonces el primer momento también es negativo y la desviación es positiva, lo que significa que el punto B está por debajo de la tangente en A . Cuando se calcula el primer momento, la distancia x_1 es positiva desde B hacia A .

El primer momento del área del diagrama M/EI puede obtenerse tomando el producto del área del diagrama y la distancia x desde el punto B al centroide C del área Figura I.A11.2 Este procedimiento comúnmente es más conveniente que la integración, porque el diagrama usualmente consiste en figuras geométricas conocidas tales como rectángulos, triángulos y segmentos parabólicos.

Los teoremas del área de momentos son aplicables únicamente a vigas linealmente elásticas.

CAPÍTULO III

PILAS Y PILOTES BAJO SOLICITACIONES SÍSMICAS

Respuesta sísmica del suelo

La respuesta sísmica del subsuelo así como sus propiedades dinámicas son importantes para el cálculo de la interacción entre la superficie de apoyo de la estructura de cimentación y el suelo. En éste caso interesa conocer el periodo fundamental de vibración libre y los desplazamientos máximos probables de la masa de suelo producidos por las ondas de esfuerzo cortante que se trasladan en sentido vertical del estrato firme hacia la superficie del suelo con una velocidad.

$$v_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \dots\dots (1.III)$$

En donde μ es el módulo de elasticidad al esfuerzo cortante o módulo de rigidez del suelo definido por τ/γ , τ es el esfuerzo cortante, γ la distorsión angular y ρ la masa unitaria del suelo. Si se conocen los valores μ_i representativos de los estratos del subsuelo desde la base firme hasta la superficie se podrá calcular el tiempo que tarda la onda de cortante en atravesar cada estrato con módulo de rigidez dinámica μ_i y espesor d_i

$$\Delta t_i = \frac{d_i}{v_{s_i}} \quad (2.III)$$

El tiempo que tarda la onda de cortante en atravesar todos los estratos es $\frac{1}{4}$ del periodo fundamental del suelo T_{s1} por consiguiente

$$T_{s1} = 4 \sum_{i=1}^n \frac{d_i}{v_{s_i}} \quad (3.III)$$

Conociendo el periodo fundamental del suelo por medio de la (3.III) se podrá afinar éste periodo y calcular la configuración de desplazamientos horizontales relativos y esfuerzos cortantes en la masa de suelo para el periodo considerado, usando el modelo de la viga de cortante (Zeevaert 1973, capítulo XII), Figura 1.III

$$\delta_{i+1} = A_i \delta_i - B_i \tau_i \quad (4.III)$$

$$\tau_{i+1} = C_i (\delta_i + \delta_{i+1}) + \tau_i \quad (5.III)$$

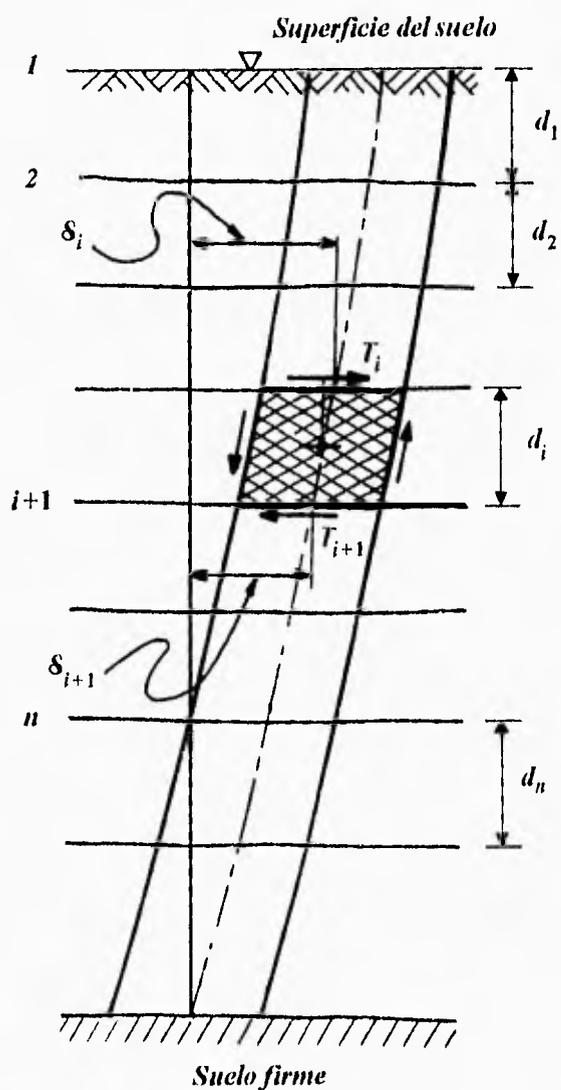


Figura 1.III

en donde

$$A_i = \frac{1 - N_i}{1 + N_i}, \quad B_i = \frac{1 - d_i}{1 + N_i \mu_i} \quad (6.III)$$

$$C_i = \frac{1}{2} \rho d_i \omega_i^2, \quad N_i = \frac{\rho d_i^2 \omega_i^2}{4 \mu_i}$$

Para efectuar el cálculo se supone la frecuencia circular $\omega_1 = 2\pi / T_{s1}$ obtenida de (3.III), y asignando una aceleración horizontal G_a a la superficie del suelo se obtiene un desplazamiento máximo de $\delta_{s0} = G_a / \omega_1^2$, el esfuerzo cortante en la superficie es $\tau_{s0} = 0$. Con estos valores se entra en la (4.III) y se calcula el próximo valor del desplazamiento horizontal $\delta_{i+1} = \delta_2$. Con éste valor y el de $\tau_1 = 0$ se entra en la (5.III) y se calcula τ_2 . Con los valores de δ_2 y τ_2 , se entra en la (4.III) y se calcula δ_3 luego de la (5.III) se obtiene τ_3 . En ésta forma paso a paso se calcula la configuración δ_i y τ_i . Al llegar a la base firme se debe confirmar el valor de $\delta_b = 0$ y $\tau_b = \tau_{max}$. Si $\delta_b \neq 0$ será necesario efectuar una corrección a la frecuencia circular supuesta ω_1 hasta lograr el ajuste necesario y satisfacer las condiciones de frontera en la base firme. Otros periodos del subsuelo pueden encontrarse por el mismo procedimiento.

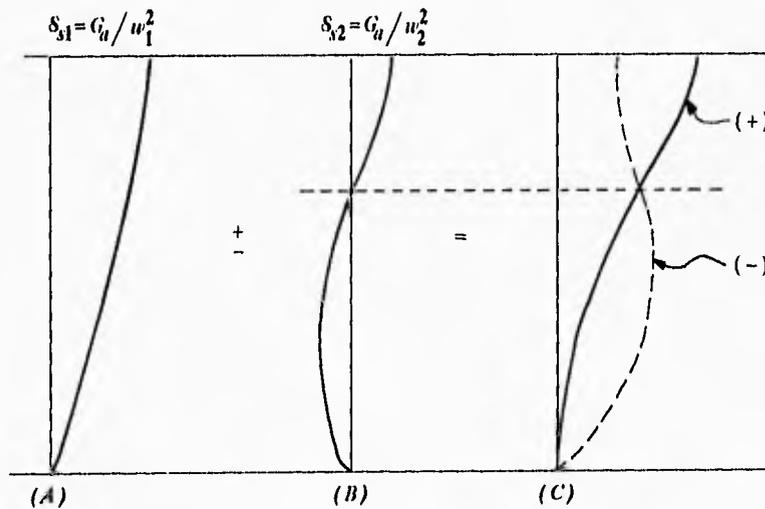


Figura 2.III

Pueden estudiarse configuraciones producidas por el primer y segundo modo superpuestos en la forma más desfavorable. En la Figura 2.III se muestran esquemáticamente dos modos de vibrar del suelo, el fundamental o primer modo y el segundo modo, ya que algunas investigaciones han demostrado que para propósitos prácticos son los que en general pueden influir en forma más considerable en los desplazamientos y esfuerzos cortantes en la masa de suelo. Así pues, la excitación de la masa de suelo dependerá de la longitud y periodo de las ondas sísmicas.

No obstante la respuesta total se obtendrá por adición de las respuestas individuales de cada forma modal. Considerando que $\sum C_{pm} \approx 1$, podemos generalizar para los desplazamientos horizontales y esfuerzos cortantes a un nivel i respectivamente.

$$\delta_i = \left[C_{p1} \delta_{s1} + C_{p2} \delta_{s2} + \dots + \left(1 - \sum_1^{n-1} C_{pn-1} \right) \delta_{sn} \right]_i \quad (7.III)$$

$$\tau_i = \left[C_{p1} \tau_{s1} + C_{p2} \tau_{s2} + \dots + \left(1 - \sum_1^{n-1} C_{pn-1} \right) \tau_{sn} \right]_i$$

El valor de C_{pm} es el coeficiente de participación (Zeevaert 1973, capítulo XII), el cual se determina por medio de la siguiente expresión:

$$C_{pm} = \frac{\left(\sum_A^N \rho_i d_i \delta_{mi} \right)^2}{\left(\sum_A^N \rho_i d_i \delta_{mi}^2 \right) \left(\sum_A^N \rho_i d_i \right)} \quad (8.III)$$

aquí para un estrato

ρ_i masa unitaria

d_i espesor del estrato

δ_{mi} desplazamiento medio del estrato para el periodo de vibración T_{sm}

\sum_A^N suma de los estratos de A a N

Suponiendo que el suelo sea excitado por trenes de ondas cuya longitud y periodo corresponden al primer y segundo modo de vibrar, existiría la posibilidad de combinarlas en dos formas, esto es, sumándolas o restándolas. Por ejemplo, la configuración mostrada con línea llena en la Figura 2c.III correspondería a la suma.

$$\delta_{s1} = C_{p1}\delta_1 + (1 - C_{p1})\delta_2 \quad (9.III)$$

y la configuración mostrada con línea interrumpida correspondería a la diferencia en donde δ_1 y δ_2 son las configuraciones para el primer y segundo modo de vibración respectivamente.

En esta forma se obtiene la configuración compuesta del primer y segundo modo de vibración del suelo, la cual se puede normalizar para una aceleración unitaria en la superficie en la forma

$$\psi_i = \frac{\delta_{si}}{G_u \delta_{s0}} \quad (10.III)$$

Comportamiento sísmico de pilas y pilotes.

Durante movimientos fuertes en la masa de suelo debido a sismos, se producen reacciones laterales a lo largo del vástago de la pila. Las fuerzas involucradas en el movimiento del suelo se traducen en reacciones desconocidas sobre el vástago que llamaremos de X_1 a X_i y X_n , Figura 3.III. Estas se consideran como fuerzas concentradas interactuantes representativas de las reacciones lineales unitarias desarrolladas en cada una de las secciones consideradas sobre el vástago de la pila. Las fuerzas exteriores sobre la pila y las reacciones laterales desconocidas actúan en el vástago de la pila y suelo haciendo que el sistema de cimentación se encuentre en equilibrio. Sin embargo, la compatibilidad de deformaciones deberá lograrse en la interfase del suelo con el vástago de la pila en su longitud total y en la base.

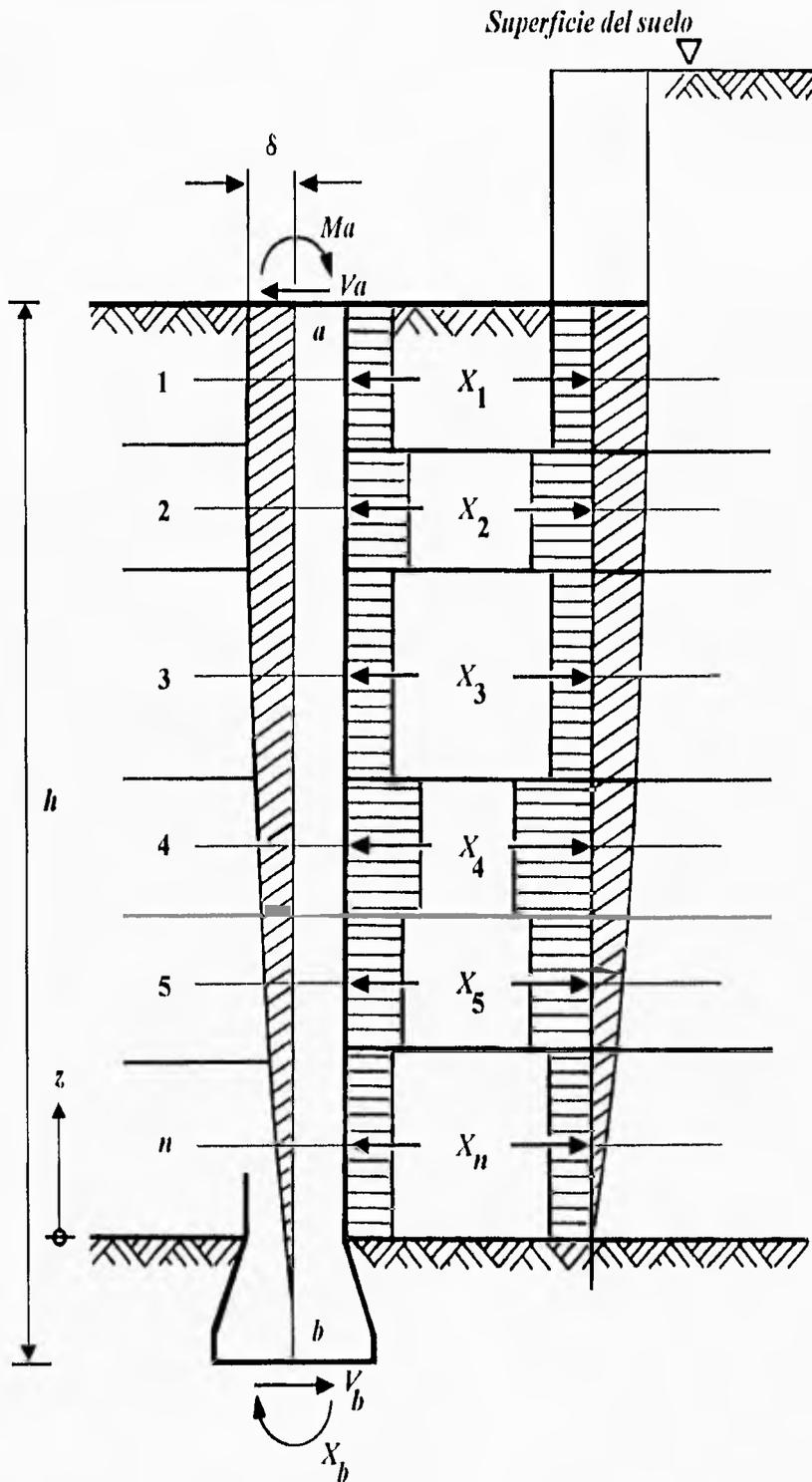


Figura 3.III

Para resolver el problema se debe establecer la compatibilidad de deformaciones en cada punto o sección del suelo Δ_{s_i} sobre el vástago de la pila, con las propiedades dinámicas del suelo que corresponden a la sección considerada y que deben conocerse a través del módulo dinámico de rigidez μ . Esto puede lograrse por el método que se usa para la resolución de estructuras estáticamente indeterminadas (ver Anexo II.1). Si las reacciones desconocidas X_1 a X_i y X_n se suponen nulas, se obtiene un sistema estructural estáticamente determinado en donde los desplazamientos horizontales pueden calcularse. Ésta condición se designa, como ya se ha discutido, $X_i = 0$. Los desplazamientos horizontales del vástago de la pila son únicamente debidos a la fuerza horizontal conocida aplicada en la cabeza bajo ciertas condiciones de restricción en sus extremos. Las deflexiones de la pila en ésta condición se llamarán Δ'_{i0} a Δ'_{n0} y O_{h0} , Figura 4.III. Para la misma condición los desplazamientos horizontales máximos debidos al movimiento sísmico del subsuelo se muestran en la misma Figura 4.III y se designan por δ_{s1} y δ_{sn} en donde los índices 1 a n representan la acción en el punto medio del estrato de suelo considerado.

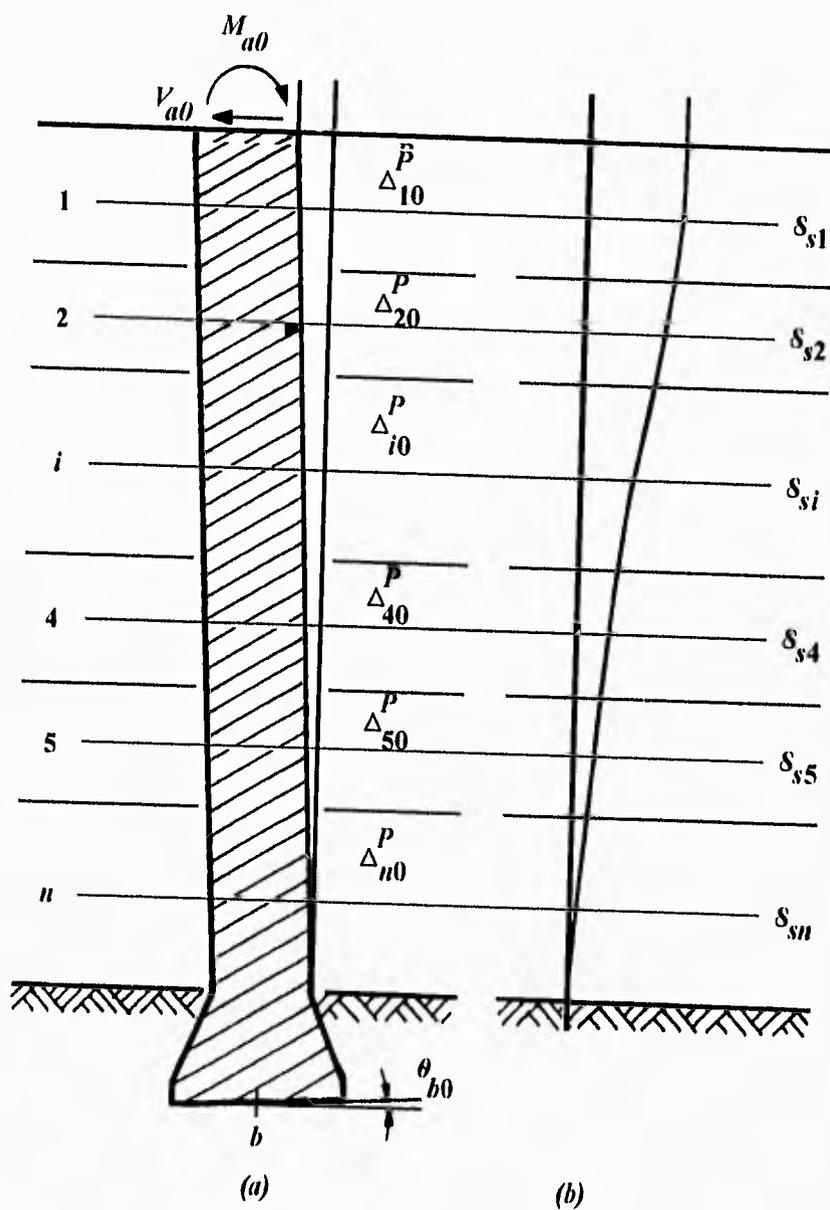


Figura 4.III

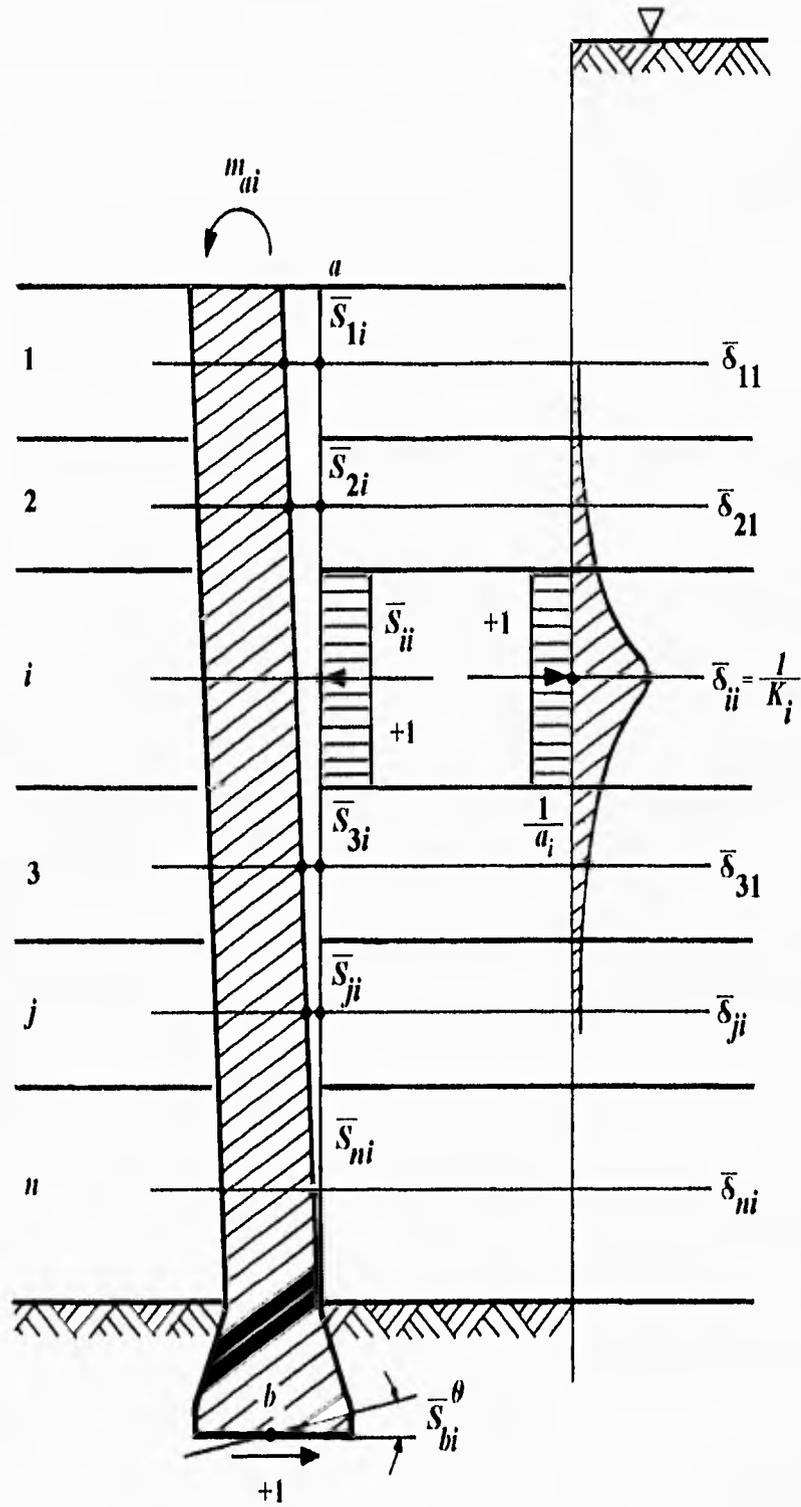


Figura 5.III

El desplazamiento horizontal total $(\Delta'_{i0} + \delta_{si})$ en cualquier punto obtenido de la Condición $X_i = 0$, deberá ser igual a la suma de los desplazamientos en el mismo punto i debido a cada una de las reacciones X_1 a X_i y X_n aplicadas en todos los puntos considerados, respectivamente. Los coeficientes unitarios de influencia para calcular esta acción deberán determinarse como muestra la Figura 5.III, estableciendo las Condiciones $X_i = +1$. Esto es, se supone una carga unitaria aplicada en un punto i actuando sobre el suelo y al mismo tiempo sobre el vástago de la pila con las mismas condiciones de apoyo como se supusieron para la Condición $X_i = 0$. La pila será desplazada por ésta fuerza unitaria en una dirección y el suelo en dirección opuesta. El coeficiente de influencia \bar{S}_{ji}' representa el desplazamiento en un punto j de la pila debido a la carga unitaria aplicada en el punto i y se calcula suponiendo que la pila es una viga con rigidez (EI) , en donde (E) es el módulo de elasticidad dinámico del material de la pila e (I) el momento de inercia de su sección transversal. Así también se calculan los desplazamientos horizontales en los puntos i de la pila debido a un momento unitario $X_b = +1$ aplicado en la base de la pila. La influencia de los desplazamientos horizontales en la masa de suelo se calculan aplicando la misma reacción unitaria en el punto i en cuestión, y considerando la masa de suelo como un medio continuo semi-infinito, Figura 5.III. De los valores de los desplazamientos del suelo \bar{S}_{ii}'' para cada condición en particular puede calcularse el módulo de cimentación K_i para la sección considerada

$$\bar{S}_{ii}'' = \frac{1}{K_i} \quad (11.III)$$

$$\bar{\theta}_{bb}'' = \frac{1}{K_{0b}} \quad (12.III)$$

En la misma forma se calcula para todos los demás puntos considerados, de donde la compatibilidad de deformación en los puntos i y b puede establecerse en términos de las deflexiones unitarias y reacciones desconocidas como sigue:

$$\Delta'_{i0} + \Delta\delta_{si} = \bar{S}_{i1}' X_1 + \bar{S}_{i2}' X_2 + \dots + \left(\bar{S}_{ii}' + \bar{S}_{ii}'' \right) X_i + \dots + \bar{S}_{ib}' X_b \quad (13.III)$$

$$\theta_{i0} - \psi_0^{\delta} = \bar{\theta}_{i1} X_1 + \bar{\theta}_{i2} X_2 + \dots + \bar{\theta}_{ii} X_i + \dots + \left(\bar{\theta}_{bb} + \frac{1}{K_{0b}} \right) X_b \quad (14.III)$$

Ecuaciones similares a la (13.III) pueden formarse para otras secciones, tantas como reacciones sea necesario conocer para lograr la precisión necesaria, que adicionada a la (14.III) forman un sistema de ecuaciones simultáneas que en forma matricial HEMIS se leen como sigue:

$$[\bar{S}_{ij}, \bar{O}_{ib}] \cdot \{X_i, X_b\} = \{(\Delta'_{i0} + \Delta\delta_{si}) (0_{b0} - \psi_0^{\delta})\} \quad (15.III)$$

del anterior sistema de ecuaciones podrán determinarse las incógnitas X_i y X_b

$$\{X_i, X_b\} = [\bar{S}_{ij}, \bar{O}_{ib}]^{-1} \cdot \{(\Delta'_{i0} + \Delta\delta_{si}) (0_{b0} - \psi_0^{\delta})\} \quad (16.III)$$

Una vez encontrados los valores finales de las incógnitas X_i se calculan las fuerzas cortantes y momentos flexionantes en los extremos y secciones intermedias de la pila.

Ecuación matricial de desplazamientos horizontales HEMAS.

Varios autores usan la hipótesis de Winkler (1867), en la cual se establece que el suelo queda representado bajo el área cargada por una serie de resortes independientes, para resolver problemas sobre cimentaciones elásticas, omitiendo el considerar a la masa de suelo como un medio continuo. Para obtener resultados más precisos y reales en la solución de estos problemas es necesario establecer una ecuación de desplazamientos horizontales basada en el estudio de la masa de suelo como un medio continuo.

Para el cálculo de desplazamientos horizontales de la masa de suelo, donde apoya un pilote, es necesario dividir pilote y suelo en dovelas horizontales con longitudes d_i . En una dovela se aplica un esfuerzo unitario $q_i = 1/\bar{a}_i$, donde $\bar{a}_i = (2r_0)d_i$, es el área tributaria de la dovela en estudio, siendo la reacción total de la misma $X_i = +1$. Con el esfuerzo unitario se determinan los valores de influencia I_{ji}^N en la masa de suelo para cada uno de los estratos considerados, Figura 6.III. Consecuentemente, los desplazamientos horizontales al eje del pilote por el efecto del esfuerzo unitario $q_i = +1$ en la sección i serán:

$$\bar{\delta}_{ii} = (I_{ii}^I M_i \Delta x + I_{ii}^{II} M_i \Delta x + I_{ii}^{III} M_i \Delta x + \dots)$$

$$\bar{\delta}_{ii} = (M_i \Delta x) \sum_1^n I_{ii}^n$$

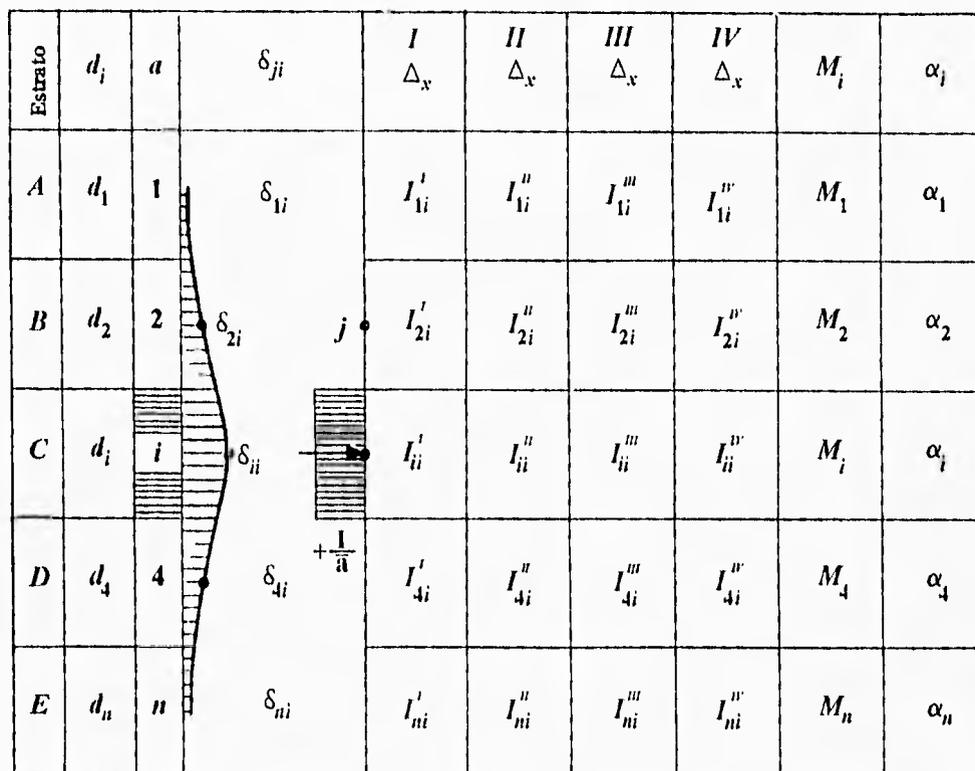


Figura 6.III

Por lo que para los demás puntos de estudio tendremos:

$$\begin{aligned} \bar{\delta}_{1i} &= (M_1 \Delta x) \sum_1^n I''_{1i} \\ \bar{\delta}_{2i} &= (M_2 \Delta x) \sum_1^n I''_{2i} \\ \bar{\delta}_{3i} &= (M_3 \Delta x) \sum_1^n I''_{3i} \\ &\vdots \\ \bar{\delta}_{ji} &= (M_j \Delta x) \sum_1^n I''_{ji} \end{aligned} \quad (20.III)$$

Donde Δx es el incremento de distancia en dirección horizontal desde el vástago del pilote, elegido para llevar a cabo la integración.

El módulo dinámico medio de deformación unitaria está dado por la siguiente expresión:

$$M_c = \frac{1}{2(1+\nu)\mu} \quad (23.III)$$

en donde μ es el módulo dinámico de rigidez del suelo.

Intervención de las expresiones HEMIS y HEMAS

La ecuación (22.III) HEMAS, deberá satisfacer a la ecuación de compatibilidad (15.III) HEMIS. Esto se logra considerando como liga entre estas dos ecuaciones el valor K_i definido para cada sección como el módulo de cimentación.

$$K_i = \frac{X_i}{\delta_i} \quad (24.III)$$

Nótese que el valor del módulo de cimentación por rotación de la base K_{0b} es independiente de K_i y se calcula separadamente.

Para resolver el problema se asignan valores aproximados de K_i para cada estrato haciendo consideraciones mecánicas simples. Con la rigidez (EI) del vástago de la pila se usa la ecuación (15.III), obteniéndose un primer juego de valores para las reacciones desconocidas X_i , X_b , con las reacciones así obtenidas, se entra en la ecuación (22.III) de desplazamientos horizontales δ_i , calculando estos para cada una de las secciones. Con nuevos valores de $K_i' = X_i / \delta_i$ se entra nuevamente en la ecuación (15.III) encontrando reacciones mejoradas. El proceso es iterativo hasta que los valores X_i , ya no cambian substancialmente.

Una vez obtenidos los valores de las reacciones desconocidas, las fuerzas en los extremos de la pila se calculan por estática, así también los elementos mecánicos a lo largo del vástago.

Se pueden presentar cuatro casos de respuesta de la cimentación sobre pilas o pilotes dependiendo de la restricciones que presentan estos elementos en sus extremos, mismos casos que ya se han discutido en el capítulo II.

En la mayoría de los casos de cimentaciones con pilas, la base se amplía para obtener mayor capacidad de carga, como se ha discutido en la sección II. En éste caso el módulo de rotación de la base es:

$$K_{ob} = \frac{4}{3} \frac{R_0^3}{M_c} \quad (25.III)$$

el cual deberá calcularse con el módulo dinámico de deformación unitaria, esto es

$$M_c = \frac{1}{2(1+\nu)\mu}$$

$$\therefore$$

$$K_{ob} = \frac{8}{3} (1+\nu)\mu R_0^3 \quad (26.III)$$

en donde μ es el módulo dinámico de rigidez del suelo resistente donde apoya la base, como se discute en la sección II.

Resistencia del suelo a la acción sísmica

Para obtener una respuesta satisfactoria de la pila o pilote durante el movimiento del subsuelo a la acción sísmica, los esfuerzos de contacto entre suelo y pilote deberán de quedar bajo el esfuerzo cortante máximo inducido en el suelo por el pilote con un factor de seguridad mínimo de 2. Si q es el esfuerzo de contacto, el esfuerzo cortante s_m es máximo cuando $s_m = q / \pi$ (Nádai, 1931, p. 246). En condiciones dinámicas la resistencia de un suelo cohesivo es aproximadamente $s_m = q_n / 2$ en donde q_n representa la consistencia natural del suelo, por consiguiente:

$$q_{max} = \frac{\pi}{2} q_n \quad (27.III)$$

pero $q = R_t / (2r_0)$, en donde R_t es la reacción por unidad de longitud del pilote y $(2r_0)$ el diámetro. La reacción límite para considerar respuesta elástica, con factor de seguridad de 2 sería:

$$(R_t)_{max} \approx \frac{\pi}{2} r_0^2 q_n \quad (28.III)$$

de la expresión anterior se ve la necesidad de investigar si todas las dovelas supuestas en el cálculo tienen reacciones menores a $(R_l)_{max}$. Las reacciones que sobrepasen la siguiente condición

$$R_l \geq (R_l)_{max} \quad (29.III)$$

deberán tomarse como reacciones plásticas en el cálculo. En esta forma el cálculo proporcionará valores más reales y conservadores. En la práctica este fenómeno se presenta generalmente en la primera dovela del pilote cerca de la superficie donde la resistencia del suelo es menor y las reacciones son mayores.

Supongamos que se ha planteado el sistema de ecuaciones HEMIS para la solución del problema en cuestión, y se encuentra que la reacción R_a en el apoyo (a) rebasa la resistencia del suelo según (29.III). Para resolver el sistema de ecuaciones simultáneas se supondrá como conocida $R_a = (R_l)_{max}$ en la Condición $X_i = 0$ de tal manera que el nuevo apoyo para ésta condición será la dovela siguiente. El sistema de ecuaciones a resolver quedará como sigue:

$$\begin{bmatrix} \bar{\theta}_{aa} & \bar{\theta}_{a2} & \bar{\theta}_{a3} & \bar{\theta}_{a4} & \cdot & \bar{\theta}_{ai} & \bar{\theta}_{ab} \\ \bar{S}_{2a} & \bar{S}_{22} & \bar{S}_{23} & \bar{S}_{24} & \cdot & \bar{S}_{2i} & \bar{S}_{2b} \\ \bar{S}_{3a} & \bar{S}_{32} & \bar{S}_{33} & \bar{S}_{34} & \cdot & \bar{S}_{3i} & \bar{S}_{3b} \\ \bar{S}_{4a} & \bar{S}_{42} & \bar{S}_{43} & \bar{S}_{44} & \cdot & \bar{S}_{4i} & \bar{S}_{4b} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \bar{S}_{ia} & \bar{S}_{i2} & \bar{S}_{i3} & \bar{S}_{i4} & \cdot & \bar{S}_{ii} & \bar{S}_{ib} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \bar{\theta}_{ba} & \bar{\theta}_{b2} & \bar{\theta}_{b3} & \bar{\theta}_{b4} & \cdot & \bar{\theta}_{bi} & \bar{\theta}_{bb} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_a \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ \cdot \\ X_i \\ \cdot \\ X_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0_{a0} - \psi_s - \theta_{a0}^{R_a} \\ \Delta_{20} + \Delta\delta_{s2} - \Delta_{20}^{R_a} \\ \Delta_{30} + \Delta\delta_{s3} - \Delta_{30}^{R_a} \\ \Delta_{40} + \Delta\delta_{s4} - \Delta_{40}^{R_a} \\ \cdot \\ \Delta_{i0} + \Delta\delta_{si} - \Delta_{i0}^{R_a} \\ \cdot \\ \Delta_{b0} - \psi_s - \theta_{b0}^{R_a} \end{bmatrix} \quad (30.III)$$

El resultado de esta consideración será un incremento en las reacciones restantes $X_a, X_2, X_3, X_4, \dots, X_i, \dots, X_k$ las que pondrán a la pila o pilote en equilibrio con la fuerza horizontal sísmica aplicada en su extremo superior.

ANEXO III.1

Caso V

Cuando se diseñan pilas con rigidez (EI) comparable con la de las vigas de cimentación en las que se apoyan, es importante el tomar en cuenta en el cálculo de la interacción el giro de la cabeza de la pila y el de su base de apoyo. Durante el movimiento sísmico, la masa de suelo empuja a las pilas, Figura I.AIII.1, originándose una fuerza horizontal en la cabeza de las pilas por la inercia que ofrece la masa del edificio al movimiento sísmico. Para formar la ecuación matricial de interacción, HEMIS para este caso, podrá utilizarse como base el caso I, adicionando el efecto del giro en la cabeza y base de la pila respectivamente.

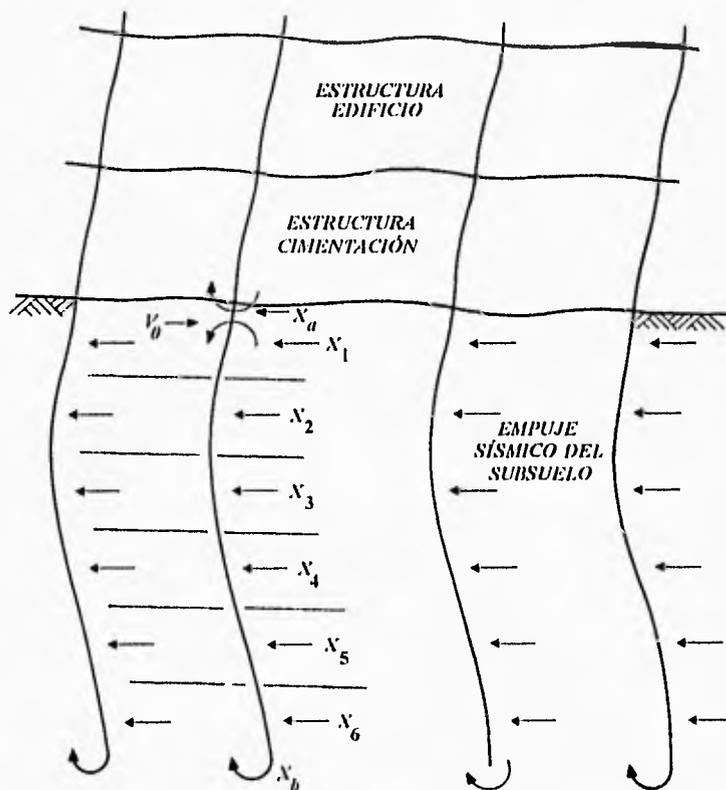


Figura I.AIII.1

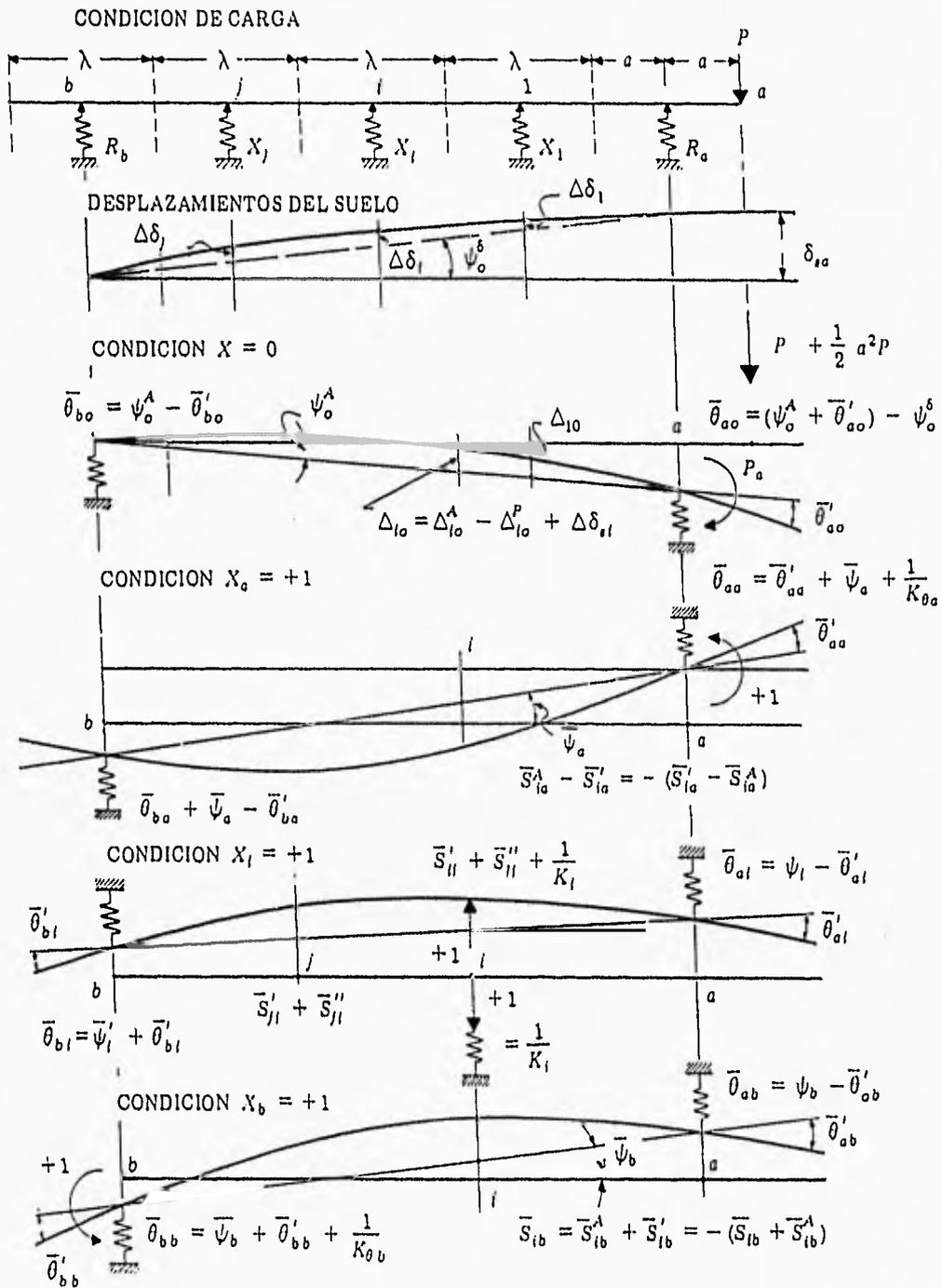


Figura 2.AIII.1

La Condición $X_i = 0$, $X_a = 0$, $X_b = 0$ es estáticamente determinada manteniendo apoyos libres en (a) y (b) con reacciones estáticamente determinadas R_{a0} y R_{b0} en los extremos de la pila., Figura 2.AIII.1 Los módulos de rotación de la cabeza y punta de la pila se designarán por K_{0a} y K_{0b} respectivamente éstos son independientes de los módulos restantes por lo que se supondrán constantes en el proceso de cálculo. Los valores de δ_{st} son representativos, de los desplazamientos de la masa de suelo al centro de los estratos considerados originados por el movimiento sísmico, de tal manera que los términos independientes de HEMIS se cuantificarán como sigue:

1. Giro en (a) por la fuerza horizontal P aplicada en la cabeza de la pila:

a) Flexión $EI\theta_{a0}^P$

$$EI\theta_{a0}^P = \left\{ \frac{a^2}{2} + \frac{ah}{3} \right\} P$$

b) Deformación de los apoyos $EI\psi_0^A$

$$EI\psi_0^A = \frac{EI}{h^2} \left(\frac{h+a}{K_a} + \frac{a}{K_b} \right) P$$

c) Giro ocasionado por el desplazamiento sísmico $EI\psi_s$

$$EI\psi_s = -EI\frac{\delta_{st}}{h}$$

de donde el giro total $EI\theta_{a0}$ para el punto a será:

$$EI\theta_{a0} = EI \left(\theta_{a0}^P + \psi_0^A - \psi_s \right) \quad (1.AIII.1)$$

2. Desplazamientos horizontales para un punto i de la pila por la fuerza P .

a) Por flexión $EI\Delta_{i0}^P$

$$EI\Delta_{i0}^P = \frac{ah^2}{6} \left(\frac{z_i}{h} - \left(\frac{z_i}{h} \right)^3 \right) P$$

b) Por deformación de los apoyos $EI\Delta_{i0}^A$

$$EI\Delta_{i0}^A = \frac{EI}{h^2} \left(\frac{h+a}{K_a} z_i - \frac{a}{K_b} (h-z_i) \right) P$$

c) Por desplazamiento sísmico del suelo $EI\Delta\delta_{si}$

$$EI\Delta\delta_{si} = EI \left(\delta_{si} - \delta_{si} \frac{z_i}{h} \right)$$

de donde el desplazamiento total $EI\Delta_{i0}$ para el punto i será:

$$EI\Delta_{i0} = EI \left(\Delta_{i0}^A - \Delta_{i0}^P + \Delta\delta_{si} \right) \quad (2.AIII.1)$$

3. Giro en el apoyo (b) por la fuerza horizontal P aplicada en la cabeza de la pila.

a) Por flexión EIO_{b0}^P

$$EIO_{b0}^P = \frac{ah}{6} P$$

b) Por deformación de los apoyos $EI\psi_0^A$

$$EI\psi_0^A = \frac{EI}{h^2} \left(\frac{h+a}{K_a} + \frac{a}{K_b} \right) P$$

c) Por giro ocasionado por desplazamiento sísmico $EI\psi_s$

$$EI\psi_s = \frac{EI\delta_{si}}{h}$$

de donde el giro total EIO_{b0} para el punto b será:

$$EIO_{b0} = EI \left(\psi_0^A - O_{b0}^P - \psi_s \right) \quad (3.AIII.1)$$

Condición $X_a = +1$ momento unitario aplicado en la junta del pilote con las vigas de cimentación.

1. Giro en el apoyo (a) por el momento unitario en (a)..

a) Por flexión $E\bar{\theta}_{aa}^+$

$$E\bar{\theta}_{aa}^+ = a + \frac{h}{3}$$

b) Por desplazamientos de los apoyos $E\bar{\psi}_a^-$

$$E\bar{\psi}_a^- = \frac{EI}{h^2} \left(\frac{1}{K_a} + \frac{1}{K_b} \right)$$

c) Por giro de la junta con la estructura de cimentación $\frac{EI}{K_{0a}}$

de donde el giro total $E\bar{\theta}_{aa}$ será:

$$E\bar{\theta}_{aa} = EI \left(\bar{\theta}_{aa}^+ + \bar{\psi}_a^- + \frac{1}{K_{0a}} \right) \quad (4.AIII.1)$$

2. Desplazamientos horizontales en un punto i por el momento unitario aplicado en (a).

a) Por flexión $E\bar{S}_{ia}^+$

$$E\bar{S}_{ia}^+ = \frac{h^2}{6} \left(\frac{z_i}{h} - \left(\frac{z_i}{h} \right)^3 \right)$$

b) Por desplazamiento de los apoyos $E\bar{S}_{ia}^{**}$

$$E\bar{S}_{ia}^{**} = \frac{EI}{h^2} \left(\frac{z_i}{K_a} - \frac{h}{K_b} \frac{z_i}{h} \right)$$

de donde el desplazamiento total $EI\bar{S}_{ia}$ será:

$$EI\bar{S}_{ia} = EI(\bar{S}_{ia}'' - \bar{S}_{ia}') \quad (5.AIII.1)$$

3. Giro en el apoyo (b) por el momento unitario en (a).

a) Por flexión $EI\bar{\theta}_{ba}'$

$$EI\bar{\theta}_{ba}' = \frac{h}{6}$$

b) Por desplazamiento de los apoyos $EI\bar{\psi}_a$

$$EI\bar{\psi}_a = \frac{EI}{h^2} \left(\frac{1}{K_a} + \frac{1}{K_b} \right)$$

de donde el giro total $EI\bar{\theta}_{ba}$ será:

$$EI\bar{\theta}_{ba} = EI(\bar{\psi}_a - \bar{\theta}_{ba}') \quad (6.AIII.1)$$

Condición $X_i = +1$ fuerza unitaria en la sección i considerada.

1. Giro en el apoyo (a) por la fuerza unitaria aplicada en el punto i

a) Por flexión $EI\bar{\theta}_{ai}'$

$$EI\bar{\theta}_{ai}' = \frac{h^2}{6} \left(\frac{z_i}{h} - \left(\frac{z_i}{h} \right)^3 \right)$$

b) Por desplazamiento de los apoyos $EI\bar{\psi}_i$

$$EI\bar{\psi}_i = \frac{EI}{h^2} \left(\frac{z_i}{K_a} - \frac{h}{K_b} \frac{z_i}{h} \right)$$

de donde el giro total $EI\bar{\theta}_{ai}$ será:

$$EI\bar{\theta}_{ai} = EI(\bar{\psi}_i - \bar{\theta}'_{ai}) \quad (7.AIII.1)$$

2. Desplazamientos horizontales en los puntos j por la fuerza unitaria aplicada en un punto i .

a) Por flexión para $z_j \leq z_i$ $EI\bar{S}'_{ji}$

$$EI\bar{S}'_{ji} = \frac{h}{6} z_j (h - z_i) \left\{ 1 - \frac{(h - z_i)^2}{h^2} - \frac{z_j^2}{h^2} \right\}$$

En caso de que $z_j > z_i$ se deberán intercambiar los índices.

b) Por desplazamiento de los apoyos $EI\bar{S}''_{ji}$

$$EI\bar{S}''_{ji} = \frac{EI}{h^2} \left(\frac{z_i z_j}{K_a} + \frac{(h - z_i)(h - z_j)}{K_b} \right)$$

de donde el desplazamiento total $EI\bar{S}_{ji}$ será:

$$EI\bar{S}_{ji} = EI(\bar{S}'_{ji} + \bar{S}''_{ji}) \quad (8.AIII.1)$$

El desplazamiento total $EI\bar{S}_{ii}$ para el punto i por la fuerza unitaria aplicada en i , usando ecuaciones anteriores donde $i = j$ será:

$$EI\bar{S}_{ii} = EI\left(\bar{S}'_{ii} + \bar{S}''_{ii} + \frac{1}{K_i}\right) \quad (9.AIII.1)$$

3. Giro en el apoyo (b) por una fuerza unitaria aplicada en el punto i :

a) Por flexión $EI\bar{\theta}_{bi}$

$$EI\bar{\theta}_{bi} = \frac{hz_i}{6} \left(1 - \frac{z_i}{h} \right) \left(2 - \frac{z_i}{h} \right)$$

b) Por desplazamiento de los apoyos $EI\bar{\psi}_i$

$$EI\bar{\psi}_i = \frac{EI}{h^2} \left(\frac{z_i}{K_a} - \frac{h - z_i}{K_b} \right)$$

de donde el giro total $EI\bar{\theta}_{bi}$ será:

$$EI\bar{\theta}_{bi} = EI \left(\bar{\theta}_{bi}' + \bar{\psi}_i \right) \quad (10.AIII.1)$$

Condición $X_b = +1$ momento unitario aplicado en la punta del pilote.

1. Giro en el apoyo (a) por el momento unitario aplicado en (b)

a) Por flexión $EI\bar{\theta}_{ab}'$

$$EI\bar{\theta}_{ab}' = \frac{h}{6}$$

b) Por desplazamiento de los apoyos $EI\bar{\psi}_b$

$$EI\bar{\psi}_b = \frac{EI}{h^2} \left(\frac{1}{K_a} + \frac{1}{K_b} \right)$$

de donde el giro total $EI\bar{\theta}_{ab}$ será:

$$EI\bar{\theta}_{ab} = EI \left(\bar{\psi}_b - \bar{\theta}_{ab}' \right) \quad (11.AIII.1)$$

2. Desplazamientos horizontales en los puntos i por el giro aplicado en (b)

a) Por flexión EIS_{ib}'

$$EIS_{ib}' = \frac{hz_i}{6} \left(1 - \frac{z_i}{h} \right) \left(2 - \frac{z_i}{h} \right)$$

b) Por desplazamiento de los apoyos EIS_{ib}''

$$EIS_{ib}'' = \frac{EI}{h^2} \left(\frac{z_i}{K_a} - \frac{h - z_i}{K_b} \right)$$

de donde el desplazamiento total $EI\bar{S}_{ib}$ será:

$$EI\bar{S}_{ib} = EI(\bar{S}'_{ib} + \bar{S}''_{ib}) \quad (12.AIII.1)$$

3. Giro en el apoyo (b) por un momento unitario aplicado en (b) y en el suelo

a) Por flexión $\bar{\Theta}'_{hb}$

$$EI\bar{\Theta}'_{hb} = \frac{h}{3}$$

b) Por desplazamiento de los apoyos $\bar{\Psi}_b$

$$EI\bar{\Psi}_b = \frac{EI}{h^2} \left(\frac{1}{K_a} + \frac{1}{K_b} \right)$$

c) Por deformación del suelo $\frac{EI}{K_{0b}}$

de donde el giro total $EI\bar{\Theta}_{hb}$ será:

$$EI\bar{\Theta}_{hb} = EI \left(\bar{\Theta}'_{hb} + \bar{\Psi}_b + \frac{1}{K_{0b}} \right) \quad (13.AIII.1)$$

Conociendo las deformaciones unitarias y las ocasionadas por la Condición $X = 0$, se pueden establecer las siguientes ecuaciones de condición:

$$\begin{bmatrix} \bar{\Theta}_{a1} & \bar{\Theta}_{a2} & \bar{\Theta}_{a3} & \bar{\Theta}_{a4} & \cdot & \bar{\Theta}_{ai} & \cdot & \bar{\Theta}_{ab} \\ \bar{S}_{2a} & \bar{S}_{22} & \bar{S}_{23} & \bar{S}_{24} & \cdot & \bar{S}_{2i} & \cdot & \bar{S}_{2b} \\ \bar{S}_{3a} & \bar{S}_{32} & \bar{S}_{33} & \bar{S}_{34} & \cdot & \bar{S}_{3i} & \cdot & \bar{S}_{3b} \\ \bar{S}_{4a} & \bar{S}_{42} & \bar{S}_{43} & \bar{S}_{44} & \cdot & \bar{S}_{4i} & \cdot & \bar{S}_{4b} \\ \cdot & \cdot \\ \bar{S}_{ia} & \bar{S}_{i2} & \bar{S}_{i3} & \bar{S}_{i4} & \cdot & \bar{S}_{ii} & \cdot & \bar{S}_{ib} \\ \cdot & \cdot \\ \bar{\Theta}_{ba} & \bar{\Theta}_{b2} & \bar{\Theta}_{b3} & \bar{\Theta}_{b4} & \cdot & \bar{\Theta}_{bi} & \cdot & \bar{\Theta}_{bb} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_a \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ \cdot \\ X_i \\ \cdot \\ X_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0_{a0} - \psi_s \\ \Delta_{20} + \Delta\delta_{s2} \\ \Delta_{30} + \Delta\delta_{s3} \\ \Delta_{40} + \Delta\delta_{s4} \\ \cdot \\ \Delta_{i0} + \Delta\delta_{si} \\ \cdot \\ 0_{b0} - \psi_s \end{bmatrix} \quad (14.AIII.1)$$

En la matriz de influencias $\bar{\Theta}_{ai} = \bar{S}_{ia}$, $\bar{\Theta}_{bi} = \bar{S}_{ib}$ y $\bar{S}_{ji} = \bar{S}_{ij}$. Por consiguiente, los valores de X se obtienen resolviendo el sistema de ecuaciones así planteado.

ANEXO III.2

CÁLCULO DE ESFUERZOS EN LA MASA DE SUELO.

Por cargas verticales

La distribución de esfuerzos verticales en la masa de suelo debidos a cargas aplicadas en la superficie se puede calcular por medio de la siguiente expresión para una carga concentrada Q en la superficie, según Fröhlich (1942), Figura 1.AIII.2.

$$\sigma_z = \frac{Q}{z^2} I_{fh} \quad (1.AIII.2)$$

en donde

$$I_{fh} = \frac{x}{2\pi} \cos^{x+2} \psi \quad (2.AIII.2)$$

o bien

$$I_{fh} = \frac{x}{2\pi} \left(\frac{1}{1 + \left(\frac{r}{z}\right)^2} \right)^{\frac{x+2}{2}} \quad (3.AIII.2)$$

En las expresiones anteriores x , es el factor de distribución de esfuerzos de Fröhlich. Dicho factor depende de las condiciones estratigráficas y mecánicas de compresibilidad del suelo, por lo que su valor varía de acuerdo con lo siguiente:

$x = 1.5$ aproximadamente la solución de Westergaard para un suelo fuertemente estratificado reforzado por estratos horizontales múltiples e indeformables, $\nu = 0$.

$x = 2$ suelo estratificado, con estratos de diferentes deformabilidades.

$x = 3$ solución de Boussinesq, suelo homogéneo e isótropo.

$x = 4$ suelo homogéneo en que la compresibilidad se reduce con la profundidad, como en el caso de las arenas.

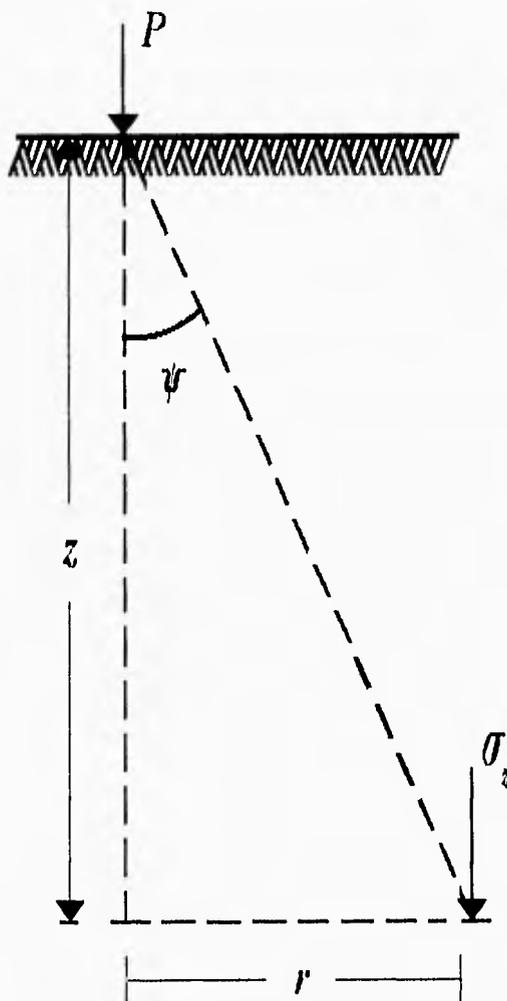


Figura I.AIII.2

Haciendo uso de la expresión 1.AIII.2 se pueden construir redes de esfuerzos por medio de las cuales se determinan las influencias unitarias I_{σ} en el subsuelo en áreos cualesquiera cargadas con $q = +1$. La distribución de esfuerzos en la masa de suelo puede determinarse con suficiente precisión por medio de las redes de esfuerzos (Zeevaert 1973), o bien calcular las influencias I_{σ} por medio de las siguientes fórmulas, de acuerdo con la Figura 2.AIII.2.

Para $x=2$

$$I_{ji} = \frac{1}{\pi} \left(\alpha_0 + \frac{1}{2} \sin 2\alpha_0 \right) (\sin \psi_1 - \sin \psi_2) \quad (4.AIII.2)$$

Para $x=3$

$$I_{ji} = \frac{3}{2\pi} \left(\sin \alpha_0 - \frac{\sin^3 \alpha_0}{3} \right) \left\{ (\psi_1 - \psi_2) + \sin(\psi_1 - \psi_2) \cos(\psi_1 + \psi_2) \right\} \quad (5.AIII.2)$$

Para $x=4$

$$I_{ji} = \frac{1}{\pi} \left(\frac{3}{2} \alpha_0 + \frac{3}{4} \sin 2\alpha_0 + \sin \alpha_0 \cos^3 \alpha_0 \right) \left\{ (\sin \psi_1 - \sin \psi_2) - \frac{1}{3} (\sin^3 \psi_1 - \sin^3 \psi_2) \right\} \quad (6.AIII.2)$$

Los argumentos angulares en las fórmulas anteriores son:

$$\begin{aligned} \alpha_0 &= \tan^{-1} \frac{B}{\sqrt{x^2 + z^2}} \\ \psi_1 &= \tan^{-1} \frac{x + \frac{\lambda}{2}}{z} \\ \psi_2 &= \tan^{-1} \frac{x - \frac{\lambda}{2}}{z} \end{aligned} \quad (7.AIII.2)$$

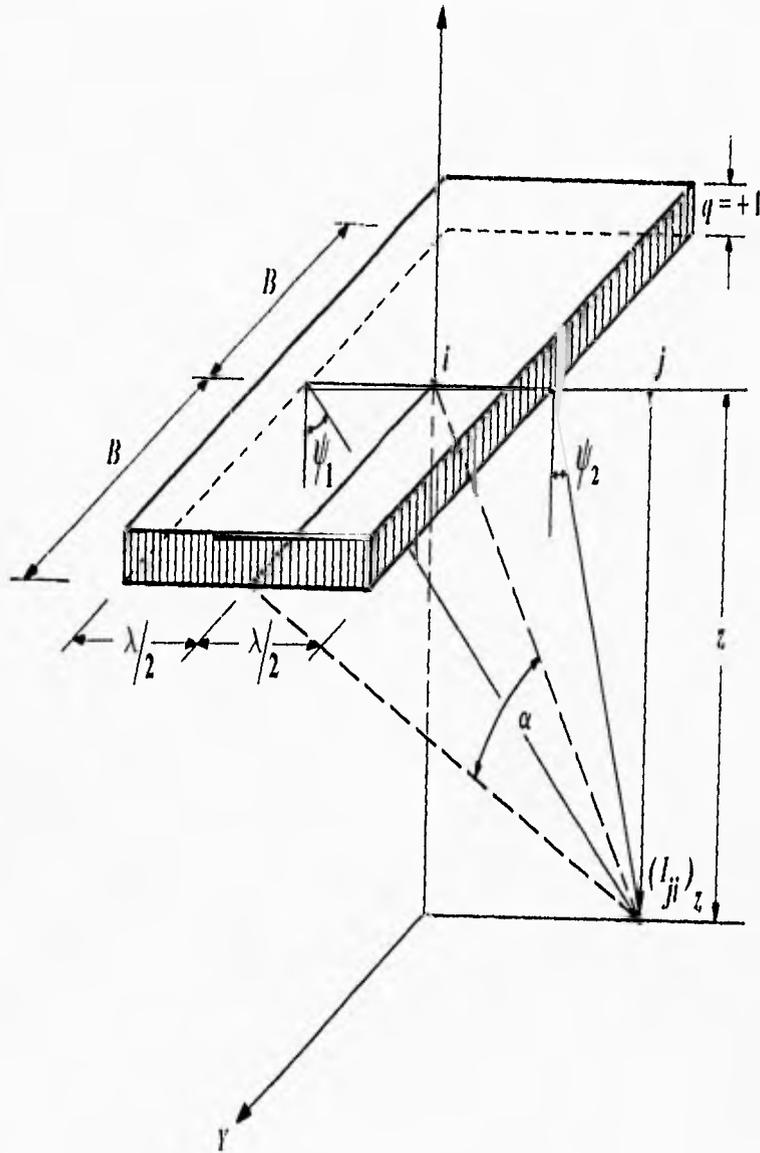


Figura 2.AIII.2

Por cargas horizontales

En el caso de pilas o pilotes para el cálculo de los valores de influencia en sentido horizontal se puede aplicar la solución de Mindlin (1936), para una carga horizontal concentrada dentro de un medio semi-infinito elástico, isótropo y homogéneo para $\nu = 0.5$, o bien se puede deducir un

procedimiento basado en la imagen de cargas con respecto a la superficie libre de la masa semi-infinita, Figura 3.AIII.2, evitando así los altos esfuerzos que ocasionaría la carga concentrada en sus cercanías. Se supone que la carga horizontal sobre el suelo abarca una longitud λ del pilote (con diámetro $(2r_0)$) y que está uniformemente repartida por unidad de superficie, siendo igual a $q_i = +1$. Dicha carga dará una influencia I_{xz} en el punto de coordenadas x, z . Se supone una carga unitaria igual aplicada simétricamente a la carga real sobre la superficie libre como si la masa se prolongara, y se calcula la influencia de ésta en el mismo punto en la masa real, Figura 3.AIII.2. Sumando estas dos influencias se obtiene en forma aproximada la influencia que la carga horizontal ocasiona en la masa semi-infinita. De tal manera que las influencias a lo largo de una línea horizontal que pasa por el punto j de la interfase pilote-suelo a una profundidad z_j debido a la carga aplicada en el punto i como centro y a la profundidad z_i es:

$$I_{ji} = \frac{3}{2\pi} \left[\left(\operatorname{sen} \alpha_0 - \frac{\operatorname{sen}^3 \alpha_0}{3} \right) \{ \psi_1 - \psi_2 \} + \operatorname{sen}(\psi_1 - \psi_2) \cos(\psi_1 + \psi_2) \right] + \left[\left(\operatorname{sen} \alpha_0^* - \frac{\operatorname{sen}^3 \alpha_0^*}{3} \right) \{ \psi_1^* - \psi_2^* \} + \operatorname{sen}(\psi_1^* - \psi_2^*) \cos(\psi_1^* + \psi_2^*) \right] \quad (8.AIII.2)$$

Los argumentos angulares son:

$$\begin{aligned} \alpha_0 &= \tan^{-1} \frac{r_0}{\sqrt{(z_i - z_j)^2 + x^2}}, & \alpha_0^* &= \tan^{-1} \frac{r_0}{\sqrt{(z_i + z_j)^2 + x^2}} \\ \psi_1 &= \tan^{-1} \frac{(z_i - z_j) + \frac{\lambda}{2}}{x}, & \psi_1^* &= \tan^{-1} \frac{(z_i + z_j) + \frac{\lambda}{2}}{x} \\ \psi_2 &= \tan^{-1} \frac{(z_i - z_j) - \frac{\lambda}{2}}{x}, & \psi_2^* &= \tan^{-1} \frac{(z_i + z_j) - \frac{\lambda}{2}}{x} \end{aligned} \quad (9.AIII.2)$$

En la mayoría de los casos se obtendrá suficiente precisión haciendo $n = 5$ y $\Delta x = 1.5(2r_0)$.

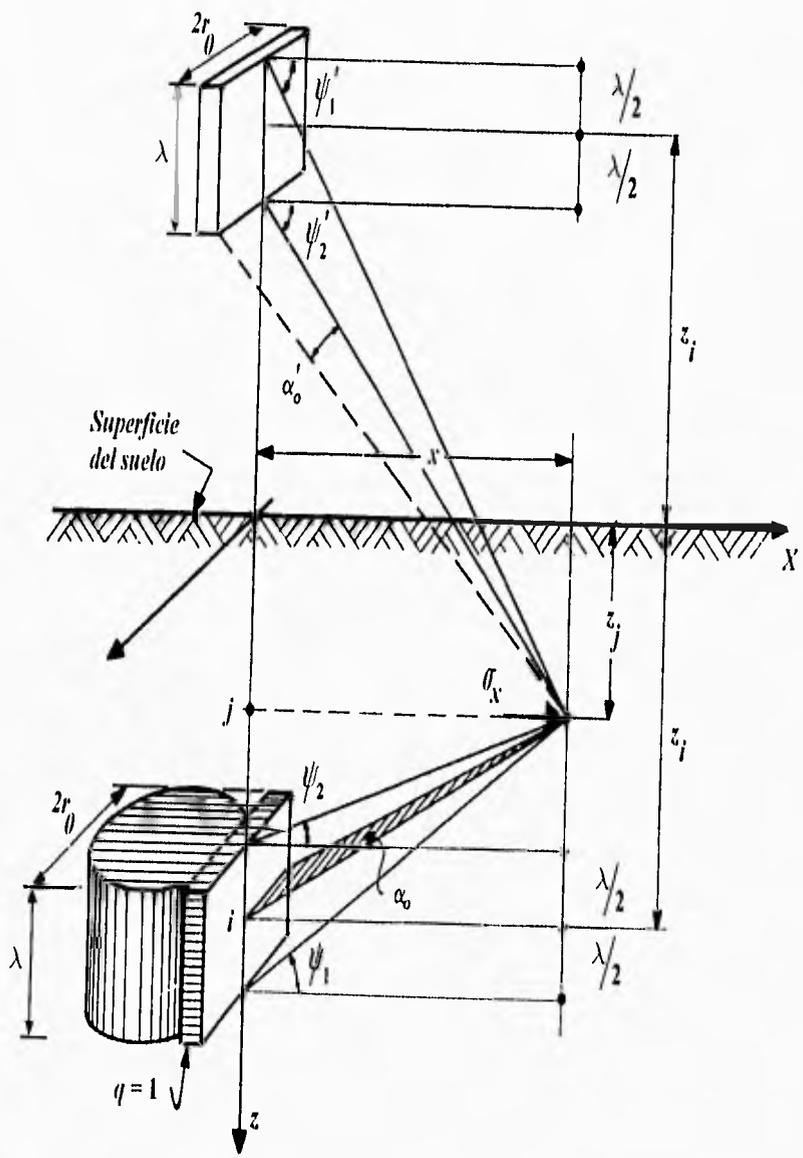


Figura 3.AIII.2

CAPÍTULO IV

FUSIÓN DE LAS ECUACIONES MATRICIALES HEMA Y HEMI EN HEMISE.

La experiencia de estudios realizados con las ecuaciones matriciales HEMA de desplazamientos horizontales del subsuelo y de interacción HEMI, para resolver problemas de interacción entre un pilote o pila con la masa de suelo, indican que las expresiones anteriores pueden fundirse en una expresión única, evitando así las iteraciones en la solución de estos problemas. Se obtendrá entonces un sistema matricial, y sólo uno, que es función de las propiedades de flexibilidad del pilote y de la deformación del subsuelo considerado como un medio continuo. Para lo anterior estudiemos separadamente las ecuaciones matriciales HEMA y HEMI utilizadas en capítulos anteriores. Supongamos un pilote en las condiciones que muestra la Figura 1.IV. Para su estudio dividiremos su longitud en un número determinado de dovelas. Los apoyos extremos los designaremos por (a) y (b) respectivamente. Haciendo; $X_a = 0$, $X_i = 0$ y $X_b = 0$, se obtiene una estructura estáticamente determinada. Al centro de las dovelas 1, 2, 3, i , j se encuentran aplicadas las reacciones incógnitas $X_1, X_2, \dots, X_i, \dots, X_j$ y los momentos incógnitos X_a y X_b se consideran aplicados en los apoyos, puntos (a) y (b), respectivamente.

En estas condiciones examinaremos HEMA (22.III):

$$\begin{bmatrix} \bar{\delta}_{aa} & \bar{\delta}_{ai} & \bar{\delta}_{aj} & \bar{\delta}_{ab} \\ \bar{\delta}_{ia} & \bar{\delta}_{ii} & \bar{\delta}_{ij} & \bar{\delta}_{ib} \\ \bar{\delta}_{ja} & \bar{\delta}_{ji} & \bar{\delta}_{jj} & \bar{\delta}_{jb} \\ \bar{\delta}_{ba} & \bar{\delta}_{bi} & \bar{\delta}_{bj} & \bar{\delta}_{bb} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} R_a \\ X_i \\ X_j \\ R_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{\delta}_a \\ \bar{\delta}_i \\ \bar{\delta}_j \\ \bar{\delta}_b \end{Bmatrix} \quad (1.IV)$$

consideremos aquí que $\bar{\delta}_{ji}$ es el desplazamiento unitario producido en j por un esfuerzo unitario $1/\bar{a}_i$ / \bar{a}_i aplicado en la sección i de la pila o pilote de área tributaria $\bar{a}_i = (2r_0)l_i$. Conocidas las reacciones en los extremos R_a y R_b respectivamente y los valores intermedios X_i , X_j , por la expresión (1.IV) se podrán calcular los desplazamientos de la pila al centro de las áreas tributarias \bar{a}_a , \bar{a}_i , \bar{a}_j y \bar{a}_b , respectivamente. Obviamente cuanto más dovelas se consideren se obtendrá

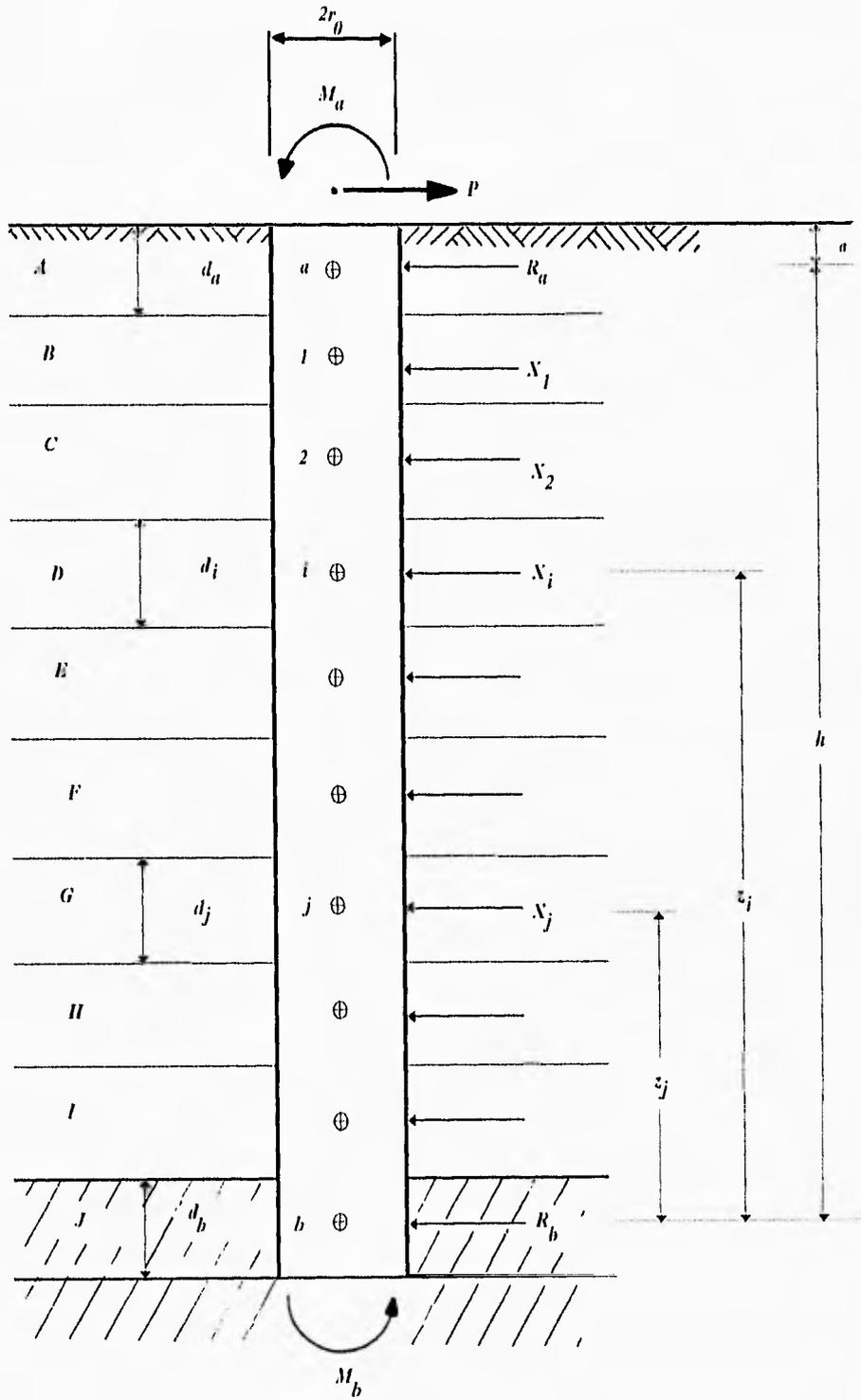


Figura 1.IV

mayor precisión. Si se conocen bien las propiedades del suelo se puede obtener suficiente precisión práctica con 8 dovelas. Nótese, en los problemas de pilotes que en HEMA generalmente se puede considerar que $\bar{\delta}_{ab} \approx 0$ y $\bar{\delta}_{ba} \approx 0$, cuando las secciones extremas están alejadas aproximadamente cuatro dovelas entre sí. La expresión (1.IV) proporcionará la forma de calcular los desplazamientos horizontales en el medio continuo con precisión práctica en ingeniería de cimentaciones.

Examinemos ahora la ecuación matricial HEMIS (15.III) la cual se puede escribir en la forma que muestra la Figura 2.IV. Las matrices que la forman tienen el siguiente significado físico:

- 1 $\begin{bmatrix} \bar{S}_{ij} \end{bmatrix}$ Matriz de flexibilidades de la pila para las *Condiciones* $X = +1$.
- 2 $\begin{bmatrix} \bar{S}_{ij} \end{bmatrix}$ Matriz de desplazamientos del suelo producidos por el pilote considerado como un cuerpo rígido. Es función de la deformabilidad del suelo para las *Condiciones* $X = +1$
- 3 $\begin{bmatrix} 1 \\ K_i \end{bmatrix}$ Matriz de deformaciones del suelo al aplicar sobre él los esfuerzos unitarios $1/\bar{a}_i$ en cada una de las dovelas consideradas.
- 4 $\{\Delta_{i0}^p\}$ Vector de desplazamientos del pilote por flexión para las *Condiciones* $X_a = 0, X_i = 0$ y $X_b = 0$.
- 5 $\{\Delta_{i0}^d\}$ Vector de desplazamientos del suelo producidos por el pilote como elemento rígido al ceder los apoyos, *Condiciones* $X_a = 0, X_i = 0$ y $X_b = 0$.
- 6 $\{\Delta\delta_{si}\}$ Vector de desplazamientos horizontales relativos producidos en la masa de suelo por el fenómeno sísmico.

$$(1) \begin{bmatrix} \bar{\theta}_{aa} & \bar{\theta}_{ai} & \bar{\theta}_{bj} & \bar{\theta}_{ab} \\ \bar{\theta}_{ia} & \bar{S}_{ii} & \bar{S}_{ij} & \bar{S}_{ih} \\ \bar{\theta}_{ja} & \bar{S}_{ji} & \bar{S}_{jj} & \bar{S}_{jh} \\ \bar{\theta}_{ba} & \bar{\theta}_{bi} & \bar{\theta}_{bj} & \bar{\theta}_{bb} \end{bmatrix} \cdot \{X_i\} +$$

$$(2) \begin{bmatrix} \bar{\Psi}_{aa} & \bar{\Psi}_{ai} & \bar{\Psi}_{aj} & \bar{\Psi}_{ab} \\ \bar{S}_{ia} & \bar{S}_{ii} & \bar{S}_{ij} & \bar{S}_{ih} \\ \bar{S}_{ja} & \bar{S}_{ji} & \bar{S}_{jj} & \bar{S}_{jh} \\ \bar{\Psi}_{ba} & \bar{\Psi}_{bi} & \bar{\Psi}_{bj} & \bar{\Psi}_{bb} \end{bmatrix} \cdot \{X_i\} +$$

$$(3) \begin{bmatrix} \frac{1}{K_a} & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \frac{1}{K_i} & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \frac{1}{K_j} & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \frac{1}{K_b} \end{bmatrix} \cdot \{X_i\} =$$

$$= \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ \Delta_{i0}^p \\ \Delta_{j0}^p \\ 0 \end{bmatrix}}_{(4)} + \underbrace{\begin{bmatrix} \Psi_0^A \\ \Delta_{i0}^A \\ \Delta_{j0}^A \\ \Psi_0^A \end{bmatrix}}_{(5)} + \underbrace{\begin{bmatrix} -\frac{\delta_{sa}}{h} \\ \left(\delta_{si} - \frac{\delta_{sa}}{h} z_i \right) \\ \left(\delta_{sj} - \frac{\delta_{sa}}{h} z_j \right) \\ -\frac{\delta_{sa}}{h} \end{bmatrix}}_{(6)}$$

Figura 2.IV

De acuerdo con las definiciones anteriores podemos escribir:

$$\left\{ \left[\bar{S}'_{ji} \right] + \left[\bar{S}''_{ji} \right] + \left[\frac{1}{K_i} \right]_D \right\} \cdot |X_i| = |\Delta'_{i0}| + |\Delta^A_{i0}| + |\Delta\delta_{si}| \quad (3.IV)$$

de la (3.IV) vemos que las matrices

$$\left[\bar{S}'_{ji} \right] \quad \text{y} \quad |\Delta'_{i0}|$$

son independientes de las propiedades del suelo, por tanto se pueden calcular en forma independiente y sumar respectivamente a las anteriores cuando se considera la estructura flexible. Sin embargo, para investigar las matrices restantes consideremos la pila o pilote como un cuerpo rígido, entonces se puede escribir:

$$\left[\bar{S}''_{ji} \right] |X_i| + \left[\frac{1}{K_i} \right]_D \cdot |X_i| = |\Delta^A_{i0}| \quad (4.IV)$$

En ésta ecuación matricial se puede hacer interferir al suelo como un medio continuo en el segundo término del primer miembro sustituyendo su valor por HEMA, o sea que los desplazamientos del pilote quedarán como sigue:

$$\left[\Delta^A_{i0} \right] - \left[\bar{S}''_{ji} \right] |X_i| = |\delta_i| \quad (5.IV)$$

en donde HEMA es

$$|\delta_i| = \left[\bar{\delta}''_{ji} \right] \cdot |X_i| \quad (6.IV)$$

Así también cuando el apoyo inferior (*b*) no se desplaza como se considera para el caso IV, Capítulo II o Capítulo III, se puede escribir a la ecuación (3.IV) en base a lo anterior y sin considerar en estos momentos los efectos sísmicos como:

$$|\Delta'_{i0}| - \left[\bar{S}'_{ji} \right] |X_i| = |\delta_i|$$

sustituyendo la (6.IV) y arreglando términos queda

$$\left[\bar{S}'_{ji} \right] |X_i| + \left[\bar{\delta}''_{ji} \right] \cdot |X_i| = |\Delta'_{i0}|$$

o bien

$$\left[\bar{S}_{ji}^* + \bar{\delta}_{ji} \right] |X_i| = |\Delta_{i0}^*| \quad (8.IV)$$

A esta expresión la llamaremos HEMISE para el caso IV y servirá únicamente cuando el apoyo en (b) no se desplaza. Por consiguiente, en la ecuación matricial HEMA, (1.IV), $\bar{\delta}_{bi} = 0$, $\bar{\delta}_{bb} = 0$, $\bar{\delta}_{ab} = 0$, $\bar{\delta}_{ba} = 0$.

Sin embargo, como se requiere investigar la forma en que intervienen las reacciones de los apoyos en la masa de suelo para formar la ecuación matricial general como la estudiada para el caso V, Capítulo III, escribimos:

$$\left[\bar{S}_{ji}^* \right] |X_i| + \left[\bar{\delta}_{ji} \right] |X_i| = |\Delta_{i0}^*|$$

a bien

$$\left[\bar{S}_{ji}^* + \bar{\delta}_{ji} \right] |X_i| = |\Delta_{i0}^*| \quad (9.IV)$$

Consideremos en (9.IV) como incógnitos los valores \bar{S}_{ji}^* , $\bar{\delta}_{ji}$ y $|\Delta_{i0}^*|$ e investiguémolos. Así pues haciendo $\bar{\delta}_{ab} = \bar{\delta}_{ba} = 0$ considerando que los extremos del elemento se encuentran lo suficientemente alejados, de HEMA se obtiene

$$\begin{aligned} \delta_a &= \bar{\delta}_{aa} R_a + \bar{\delta}_{ai} X_i + \bar{\delta}_{aj} X_j \\ \delta_b &= \bar{\delta}_{bi} R_i + \bar{\delta}_{bj} X_j + \bar{\delta}_{bb} X_b \end{aligned} \quad (10.IV)$$

denominando al término general con el índice i se puede escribir

$$\begin{aligned} \delta_a &= \bar{\delta}_{aa} R_a + \sum \bar{\delta}_{ai} X_i \\ \delta_b &= \bar{\delta}_{bb} R_b + \sum \bar{\delta}_{bi} X_i \end{aligned} \quad (11.IV)$$

De las condiciones de equilibrio del pilote se obtiene de la Figura 1.IV

$$R_a = \left(1 + \frac{a}{h}\right) \cdot P - \sum \frac{z_i}{h} X_i - \frac{X_a + X_b}{h}$$

$$R_b = -\frac{a}{h} P - \sum \left(1 - \frac{z_i}{h}\right) X_i + \frac{X_a + X_b}{h}$$

Pero en la Condición $X = 0$ se tiene que $R_{a0} = (1 + a/h)P$ y $R_{b0} = -(a/h)P$. Por consiguiente, se pueden escribir las reacciones reales en función de aquellas obtenidas en la Condición $X = 0$, esto es:

$$R_a = R_{a0} - \sum \frac{z_i}{h} X_i - \frac{X_a + X_b}{h}$$

$$R_b = R_{b0} - \sum \left(1 - \frac{z_i}{h}\right) X_i + \frac{X_a + X_b}{h}$$

(12.IV)

Sustituyendo estos valores en las (11.IV) se obtiene

$$\delta_a = \bar{\delta}_{aa} R_{a0} - \sum \left(\bar{\delta}_{ai} \frac{z_i}{h} - \bar{\delta}_{ai} \right) X_i - \bar{\delta}_{aa} \frac{X_a + X_b}{h}$$

$$\delta_b = \bar{\delta}_{bb} R_{b0} - \sum \left(\bar{\delta}_{bi} \left(1 - \frac{z_i}{h}\right) - \bar{\delta}_{bi} \right) X_i + \bar{\delta}_{bb} \frac{X_a + X_b}{h}$$

(13.IV)

Por otro lado del renglón j de HEMA se obtiene

$$\delta_j = \bar{\delta}_{ja} R_a + \sum \bar{\delta}_{ji} X_i + \bar{\delta}_{jb} R_b$$

y sustituyendo los valores de R_{a0} y R_{b0} , y arreglando términos se encuentra:

$$\delta_j = \bar{\delta}_{ja} R_{a0} + \bar{\delta}_{jb} R_{b0} - \sum \left\{ \bar{\delta}_{ji} \frac{z_i}{h} + \bar{\delta}_{jb} \left(1 - \frac{z_i}{h}\right) \right\} X_i +$$

$$+ \sum \bar{\delta}_{ji} X_i - (\bar{\delta}_{ja} - \bar{\delta}_{jb}) \frac{X_a + X_b}{h}$$

(14.IV)

Tomando en cuenta el giro de la pila como un cuerpo rígido, el desplazamiento horizontal para un punto (j) se puede calcular por medio de la siguiente expresión:

$$\delta_j = \delta_a \frac{z_j}{h} + \delta_b \left(1 - \frac{z_j}{h}\right)$$

(15.IV)

En la (15.IV) se sustituyen los valores de δ_a y δ_b de las (13.IV) en función de los desplazamientos unitarios del suelo y de los valores de X_i , por consiguiente:

$$\begin{aligned} \delta_j = & \bar{\delta}_{aa} \frac{z_j}{h} R_{a0} - \sum \bar{\delta}_{aa} \frac{z_j z_i}{h h} X_i + \sum \bar{\delta}_{ai} \frac{z_j}{h} X_i + \\ & + \bar{\delta}_{bb} \left(1 - \frac{z_j}{h}\right) R_{b0} - \sum \bar{\delta}_{bb} \left(1 - \frac{z_j}{h}\right) \left(1 - \frac{z_i}{h}\right) X_i + \\ & + \sum \bar{\delta}_{bi} \left(1 - \frac{z_j}{h}\right) X_i - \left\{ \bar{\delta}_{aa} \frac{z_j}{h} - \bar{\delta}_{bb} \left(1 - \frac{z_j}{h}\right) \right\} \frac{X_a + X_b}{h} \end{aligned}$$

arreglando términos

$$\begin{aligned} \delta_j = & \bar{\delta}_{aa} \frac{z_j}{h} R_{a0} + \bar{\delta}_{bb} \left(1 - \frac{z_j}{h}\right) R_{b0} - \\ & - \sum \left\{ \bar{\delta}_{aa} \frac{z_j z_i}{h^2} + \bar{\delta}_{bb} \left(1 - \frac{z_j}{h}\right) \left(1 - \frac{z_i}{h}\right) - \bar{\delta}_{ai} \frac{z_j}{h} - \bar{\delta}_{bi} \left(1 - \frac{z_i}{h}\right) \right\} X_i - \\ & - \left\{ \bar{\delta}_{aa} \frac{z_j}{h} - \bar{\delta}_{bb} \left(1 - \frac{z_j}{h}\right) \right\} \frac{X_a + X_b}{h} \end{aligned} \quad (16.IV)$$

Igualando los valores de la (14.IV) y (16.IV) y ordenando términos se obtiene

$$\begin{aligned} & - \sum \left\{ \bar{\delta}_{ja} \frac{z_j}{h} + \bar{\delta}_{jb} \left(1 - \frac{z_j}{h}\right) \right\} X_i + \sum \bar{\delta}_{ji} X_i + \\ & + \sum \left\{ \bar{\delta}_{aa} \frac{z_j z_i}{h^2} + \bar{\delta}_{bb} \left(1 - \frac{z_j}{h}\right) \left(1 - \frac{z_i}{h}\right) - \bar{\delta}_{ai} \frac{z_j}{h} - \bar{\delta}_{bi} \left(1 - \frac{z_i}{h}\right) \right\} X_i - \\ & - \left\{ \bar{\delta}_{ja} - \bar{\delta}_{jb} - \bar{\delta}_{aa} \frac{z_j}{h} + \bar{\delta}_{bb} \left(1 - \frac{z_j}{h}\right) \right\} \frac{X_a + X_b}{h} = \\ & = \left(\bar{\delta}_{aa} \frac{z_j}{h} - \bar{\delta}_{ja} \right) R_{a0} + \left\{ \bar{\delta}_{bb} \left(1 - \frac{z_j}{h}\right) - \bar{\delta}_{jb} \right\} R_{b0} \end{aligned}$$

Finalmente, para el renglón (j) se obtiene lo siguiente:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{h} \left\{ \bar{\delta}_{aa} \frac{z_j}{h} - \bar{\delta}_{bb} \left(1 - \frac{z_j}{h} \right) - (\bar{\delta}_{ja} - \bar{\delta}_{jb}) \right\} (X_a + X_b) + \\ & + \sum \left\{ \begin{array}{l} \bar{\delta}_{aa} \frac{z_j z_i}{h^2} + \bar{\delta}_{bb} \left(1 - \frac{z_j}{h} \right) \left(1 - \frac{z_i}{h} \right) - \bar{\delta}_{ja} \frac{z_j}{h} - \\ - \bar{\delta}_{jb} \left(1 - \frac{z_j}{h} \right) - \bar{\delta}_{ai} \frac{z_i}{h} - \bar{\delta}_{bi} \left(1 - \frac{z_i}{h} \right) \end{array} \right\} X_i + \sum \bar{\delta}_{ji} X_i = \quad (17.IV) \\ & = \left(\bar{\delta}_{aa} \frac{z_j}{h} - \bar{\delta}_{jb} \right) R_{ja} + \left\{ \bar{\delta}_{bb} \left(1 - \frac{z_j}{h} \right) - \bar{\delta}_{jb} \right\} R_{jb} \end{aligned}$$

De la (17.IV) se puede reconocer que los coeficientes del renglón (*j*) para el caso de la pila actuando como elemento rígido (9.IV), son:

1. Coeficientes de la Condición $X_a = +1$ y $X_b = +1$

$$\bar{S}_{ja}'' = \bar{S}_{jb}'' = \frac{1}{h} \left\{ \bar{\delta}_{aa} \frac{z_j}{h} - \bar{\delta}_{bb} \left(1 - \frac{z_j}{h} \right) - (\bar{\delta}_{ja} - \bar{\delta}_{jb}) \right\} \quad (18.IV)$$

2. Coeficientes de la Condición $X_i = +1$

$$\begin{aligned} \bar{S}_{ji}'' + \bar{\delta}_{ji} &= \bar{\delta}_{aa} \frac{z_j z_i}{h^2} + \bar{\delta}_{bb} \left(1 - \frac{z_j}{h} \right) \left(1 - \frac{z_i}{h} \right) - \bar{\delta}_{ja} \frac{z_j}{h} - \\ & - \bar{\delta}_{jb} \left(1 - \frac{z_j}{h} \right) - \bar{\delta}_{ai} \frac{z_i}{h} - \bar{\delta}_{bi} \left(1 - \frac{z_i}{h} \right) + \bar{\delta}_{ji} \quad (19.IV) \end{aligned}$$

3. Términos independientes de la Condición $X_a = 0$, $X_i = 0$ y $X_b = 0$

$$\Delta_{j0}^A = \left\{ \left(\bar{\delta}_{aa} \frac{z_j}{h} - \bar{\delta}_{jb} \right) \left(1 + \frac{a}{h} \right) - \left\{ \bar{\delta}_{bb} \left(1 - \frac{z_j}{h} \right) - \bar{\delta}_{jb} \right\} \frac{a}{h} \right\} P \quad (20.IV)$$

Para el caso de pilotes la ecuación matricial HEMA, $\bar{\delta}_{ji}$ se puede considerar como una matriz bandeda porque los términos $\bar{\delta}_{ji}$, son muy pequeños a partir de la tercera dovela de la cargada en (*i*) con $1/\bar{a}_i$, por tanto, el cálculo de los coeficientes para X_a , X_i y X_b así como los términos independientes pueden calcularse fácilmente.

Cuando existe empotramiento del pilote en sus extremos será necesario emplear la matriz HEMISE para el caso general a semejanza del caso V y valorizar los coeficientes y términos independientes producidos por los giros que corresponden a los renglones (a) y (b) de la matriz 2. Figura 2.IV, esto es ψ_{aa} , ψ_{ai} , ψ_{bb} , ψ_{bi} , θ_{a0} y θ_{b0} respectivamente.

Con los resultados de (17.IV) como orientación se procederá físicamente a encontrar los valores de los coeficientes utilizando las *Condiciones* $X = 0$, $X_a = +1$, $X_i = +1$ y $X_b = +1$ respectivamente; Además se empleara el criterio establecido en el Capítulo III para el caso general V. La deducción de las fórmulas es por sí sola explicativa, la Figura 3.IV muestra la *Condición* $X_a = 0$, $X_i = 0$ y $X_b = 0$, la Figura 4.IV muestra la *Condición* $X_a = +1$ del momento unitario en la cabeza de la pila donde la rigidez de la estructura de cimentación está dada por K_{0a} : En la Figura 5.IV se establece la *Condición* $X_i = +1$ y finalmente la *Condición* $X_b = +1$ del momento unitario en la base de la pila se muestra en la Figura 6.IV, donde se considera que la rigidez del suelo en la base de la pila de radio R_0 es K_{0b} .

Condición $X_a = 0$, $X_i = 0$ y $X_b = 0$, Figura 3.IV

Por desplazamiento de los apoyos (a) y (b)

Giro en (a)

$$(EI)\psi_0^A = \left\{ \bar{\delta}_{aa} \left(1 + \frac{a}{h} \right) + \bar{\delta}_{bb} \frac{a}{h} \right\} \frac{(EI)P}{h} \quad (21.IV)$$

Desplazamiento en (i)

$$(EI)\Delta_{i0}^A = \left\{ \left(\bar{\delta}_{ai} \frac{z_i}{h} - \bar{\delta}_{ia} \right) \left(1 + \frac{a}{h} \right) - \left\{ \bar{\delta}_{bb} \left(1 + \frac{z_i}{h} \right) - \bar{\delta}_{ib} \right\} \frac{a}{h} \right\} (EI)P \quad (22.IV)$$

Giro en (b)

$$(EI)\psi_0^A = - \left\{ \bar{\delta}_{aa} \left(1 + \frac{a}{h} \right) + \bar{\delta}_{bb} \frac{a}{h} \right\} \frac{(EI)P}{h} \quad (23.IV)$$

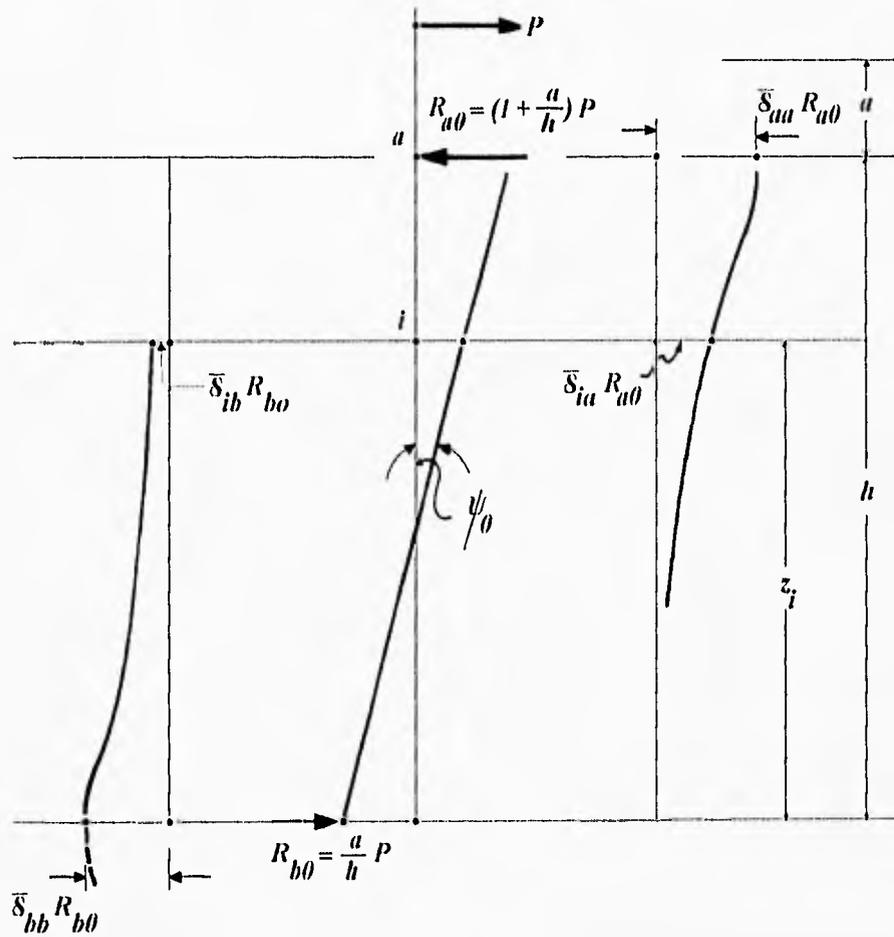


Figura 3.IV

Condición $X_a = +1$, Figura 4.IV

Giro en (a)

$$(EI)\bar{\psi}_{aa} = \frac{EI}{h^2}(\bar{\delta}_{aa} + \bar{\delta}_{bb}) + \frac{EI}{K_{qa}} \quad (24.IV)$$

Desplazamiento en (i)

$$(EI)S_{ia}'' = \left\{ \bar{\delta}_{aa} \frac{z_i}{h} - \bar{\delta}_{bb} \left(1 - \frac{z_i}{h}\right) - (\bar{\delta}_{ia} - \bar{\delta}_{ib}) \right\} \frac{EI}{h} \quad (25.IV)$$

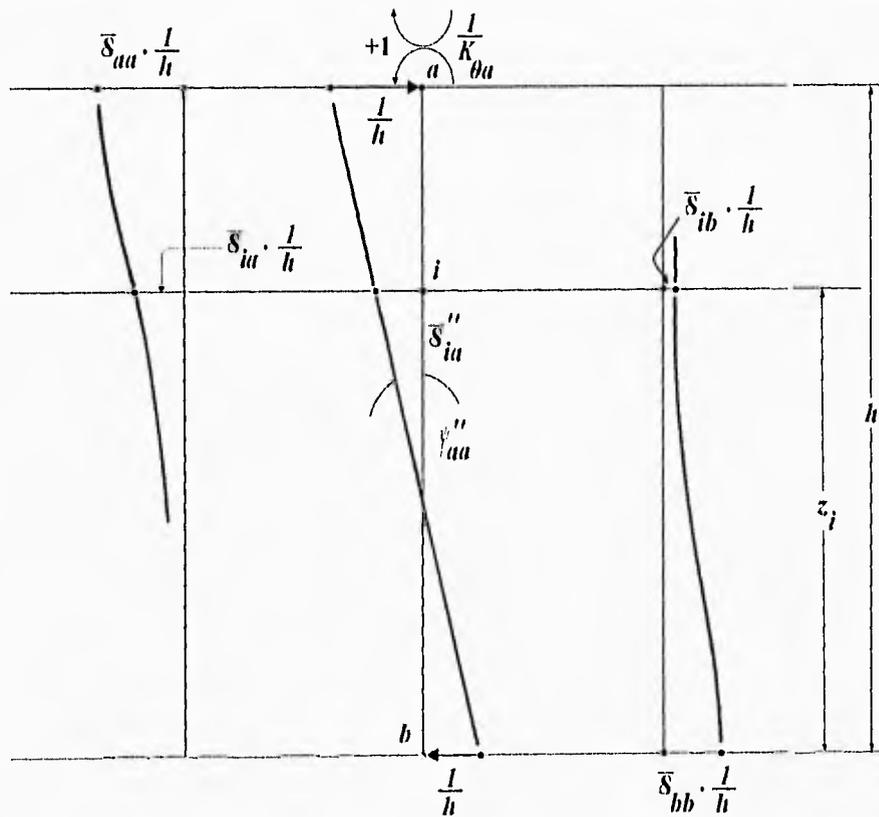


Figura 4.IV

Giro en (b)

$$(EI)\bar{\psi}''_{ba} = \frac{EI}{h^2} (\bar{\delta}_{aa} + \bar{\delta}_{bb}) \quad (26.IV)$$

Condición $X_i = +1$, Figura 5.IV

Giro en (a)

$$(EI)\bar{\psi}''_{ai} = - \left\{ \bar{\delta}_{aa} \frac{z_i}{h} - \bar{\delta}_{bb} \left(1 - \frac{z_i}{h} \right) - (\bar{\delta}_{ai} - \bar{\delta}_{bi}) \right\} \frac{EI}{h} \quad (27.IV)$$

Condición $X_b = +$, Figura 6.IV

Giro en (a)

$$(EI)\bar{\psi}_{ab}'' = \frac{EI}{h^2}(\bar{\delta}_{aa} + \bar{\delta}_{bb}) \quad (30.IV)$$

Desplazamiento en (i)

$$(EI)S_{ib}'' = \left\{ \bar{\delta}_{aa} \frac{z_i}{h} - \bar{\delta}_{bb} \left(1 - \frac{z_i}{h} \right) - (\bar{\delta}_{ia} - \bar{\delta}_{ib}) \right\} \frac{EI}{h} \quad (31.IV)$$

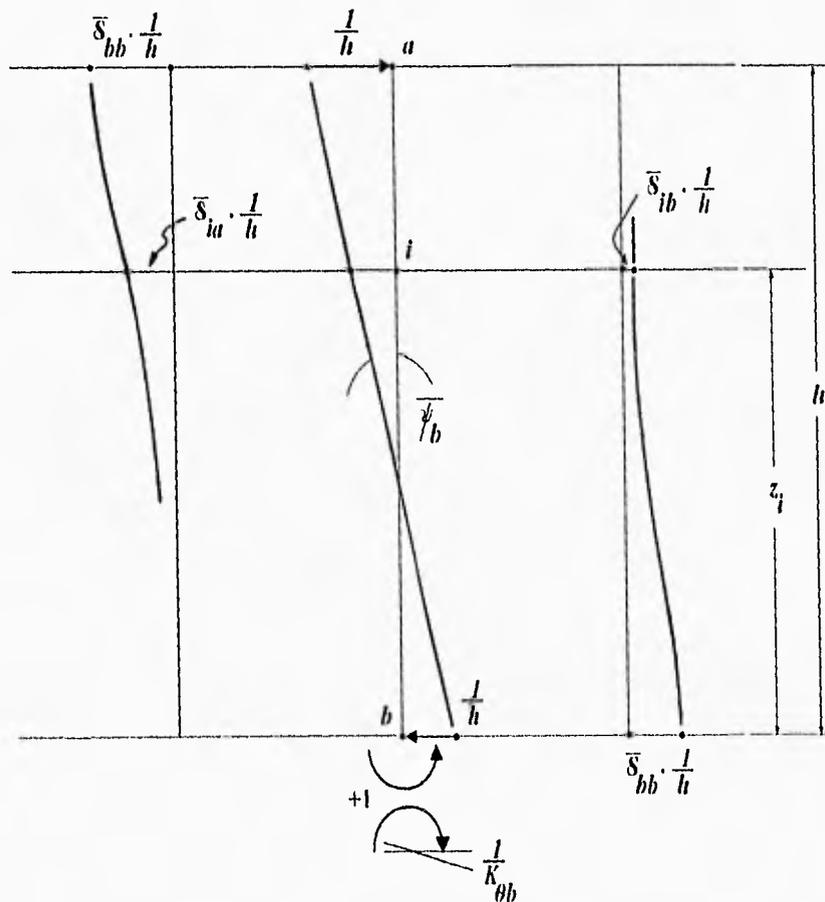


Figura 6.IV

Giro en (b)

$$(EI)\bar{\psi}_{bb} = \frac{EI}{h^2} (\bar{\delta}_{aa} + \bar{\delta}_{bb}) + \frac{EI}{K_{qb}} \quad (32.IV)$$

Para expeditar el cálculo de los coeficientes y términos independientes para formar las matrices $[\bar{S}_{ji} + \bar{\delta}_{ji}]$ y $[\Delta_{i0}^t]$ ecuación (9.IV) respectivamente, se procede a colocar los valores de $\bar{\delta}_{ia}, \bar{\delta}_{ja}, \bar{\delta}_{ji}, \bar{\delta}_{ib}, \bar{\delta}_{jb}$, etc., y las coordenadas de los puntos como muestra el formato de la Figura 7.IV, y se efectúa el cálculo por columnas. Se observa que el cálculo de los coeficientes y términos independientes es algo más laborioso que para el uso de HEMI, sin embargo, el tiempo extra está justificado ya que podrá obtenerse el valor de las incógnitas directamente de la ecuación matricial HEMISE evitando el procedimiento laborioso de las iteraciones.

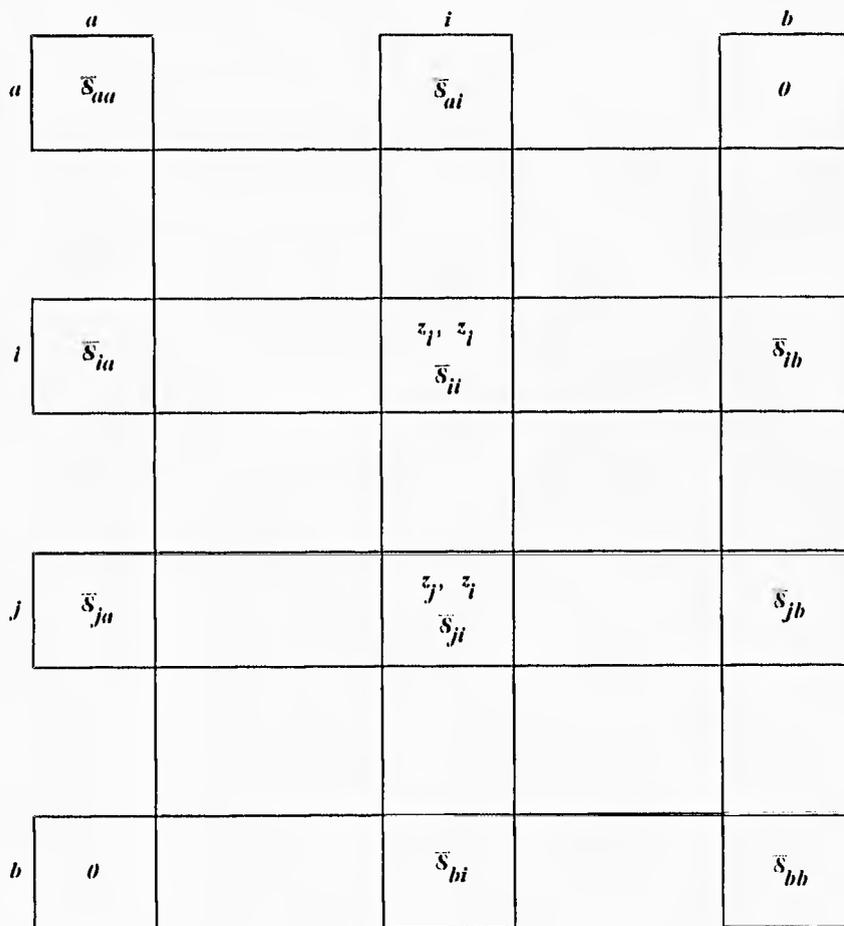


Figura 7.IV

De acuerdo con lo expuesto anteriormente la ecuación matricial de interacción suelo pilote para análisis sísmico, HEMISES, queda como sigue:

$$\left[\bar{S}_{ji}^r + \bar{S}_{ji}^n + \bar{\delta}_{ji} \right] \cdot \{X_{a,i,b}\} = \{ \Delta_{i0}^p + \Delta_{i0}^t + \Delta \delta_{si} \} \quad (33.IV)$$

la anterior representa un sistema de ecuaciones simultáneas de donde se pueden calcular las incógnitas:

1. Momento en la cabeza de la pila: X_a
2. Reacciones en las secciones intermedias: X_i
3. Momento en la base de apoyo de la pila: X_b

Conocidos los elementos X así como R_u y R_b se podrán calcular los corrimientos horizontales del pilote igual a los del suelo por medio de HEMAS; así también podrán conocerse las distorsiones y el estado de esfuerzos inducidos en la masa de suelo a lo largo del fuste del pilote y verificar si los parámetros de esfuerzo-deformación han sido bien elegidos. Los algoritmos para el cálculo del caso VI (caso general) para HEMISES se proporcionan en el Anexo IV.1

Lo anterior es especialmente importante de verificar para el caso de cargas estáticas o transitorias que se apliquen al pilote, ya que el valor de los módulos de deformación unitaria en estos casos son función del nivel de esfuerzos.

ANEXO IV.1

Caso VI

Los valores de la matriz de coeficientes y del vector de términos independientes de la ecuación matricial HEMISES, *ecuación matricial de interacción suelo estructura para cargas horizontales sísmicas*, se pueden calcular mediante los algoritmos que se presentan a continuación.

1. Giro en (a) por la fuerza horizontal P aplicada en la cabeza de la pila:

a) Por flexión $EI\theta_{a0}^P$

$$EI\theta_{a0}^P = \left\{ \frac{a^2}{2} + \frac{ah}{3} \right\} P$$

b) Por el desplazamiento de los apoyos (a) y (b) $EI\psi_0^d$

$$EI\psi_0^d = \frac{EI}{h} \left\{ \bar{\delta}_{aa} \left(1 + \frac{a}{h} \right) + \bar{\delta}_{bb} \frac{a}{h} \right\} P$$

c) Giro ocasionado por el desplazamiento sísmico $EI\psi_s$

$$EI\psi_s = EI\bar{\delta}_{aa}^s$$

de donde el giro total $EI\theta_{a0}$ para el punto a será:

$$EI\theta_{a0} = EI \left(\theta_{a0}^P + \psi_0^d - \psi_s \right) \quad (1.AIV.1)$$

2. Desplazamientos horizontales para un punto i de la pila por la fuerza P .

a) Por flexión $EI\Delta_{i0}^P$

$$EI\Delta_{i0}^P = \frac{ah^2}{6} \left(\frac{z_i}{h} - \left(\frac{z_i}{h} \right)^3 \right) P$$

b) Por el desplazamiento de los apoyos (a) y (b) $EI\Delta_{i0}^A$

$$EI\Delta_{i0}^A = EI \left[\left(\bar{\delta}_{aa} \frac{z_i}{h} - \bar{\delta}_{ia} \right) \left(1 + \frac{a}{h} \right) - \left\{ \bar{\delta}_{bb} \left(1 - \frac{z_i}{h} \right) - \bar{\delta}_{ib} \right\} \frac{a}{h} \right] P$$

c) Por el desplazamiento sísmico del suelo $EI\Delta\delta_{st}$

$$EI\Delta\delta_{st} = EI \left(\delta_{st} - \delta_{st} \frac{z_i}{h} \right)$$

de donde el desplazamiento total $EI\Delta_{i0}$ para el punto i será:

$$EI\Delta_{i0} = EI \left(\Delta_{i0}^A - \Delta_{i0}^P + \Delta\delta_{st} \right) \quad (2.AIV.1)$$

3. Giro en el apoyo (b) por la fuerza horizontal P aplicada en la cabeza de la pila.

a) Por flexión $EI\theta_{b0}^P$

$$EI\theta_{b0}^P = \frac{ah}{6} P$$

b) Por el desplazamiento de los apoyos (a) y (b) $EI\psi_0^A$

$$EI\psi_0^A = \frac{EI}{h} \left\{ \bar{\delta}_{aa} \left(1 + \frac{a}{h} \right) + \bar{\delta}_{bb} \frac{a}{h} \right\} P$$

c) Giro ocasionado por el desplazamiento sísmico, $EI\psi_s$

$$EI\psi_s = EI \frac{\delta_{st}}{h}$$

de donde el giro total $EI\theta_{b0}$ para el punto b será:

$$EI\theta_{b0} = EI \left(\psi_0^A - \theta_{b0}^P - \psi_s \right) \quad (3.AIV.1)$$

Condición $X_a = +1$ momento unitario aplicado en la junta del pilote con las vigas de cimentación.

1. Giro en el apoyo (a) por el momento unitario en (a).

a) Por flexión $EI\bar{\theta}_{aa}$

$$EI\bar{\theta}_{aa} = a + \frac{h}{3}$$

b) Por el desplazamiento de los apoyos (a) y (b) $EI\bar{\psi}_{aa}$

$$EI\bar{\psi}_{aa} = \frac{EI}{h^2} (\bar{\delta}_{aa} + \bar{\delta}_{bb})$$

c) Por giro de la junta con la estructura de cimentación $\frac{EI}{K_{0a}}$

de donde el giro total $EI\bar{\theta}_{aa}$ será:

$$EI\bar{\theta}_{aa} = EI \left(\bar{\theta}_{aa} + \bar{\psi}_{aa} + \frac{1}{K_{0a}} \right) \quad (4.AIV.1)$$

2. Desplazamientos horizontales en un punto i por el momento unitario aplicado en (a).

a) Por flexión $EI\bar{S}_{ia}$

$$EI\bar{S}_{ia} = \frac{h^2}{6} \left(\frac{z_i}{h} - \left(\frac{z_i}{h} \right)^3 \right)$$

b) Por el desplazamiento de los apoyos (a) y (b) $EI\bar{S}_{ia}$

$$EI\bar{S}_{ia} = \frac{EI}{h} \left\{ \bar{\delta}_{aa} \frac{z_i}{h} - \bar{\delta}_{bb} \left(1 - \frac{z_i}{h} \right) - (\bar{\delta}_{ia} - \bar{\delta}_{ib}) \right\}$$

de donde el desplazamiento total $EI\bar{S}_{ia}$ será:

$$EI\bar{S}_{ia} = EI(\bar{S}_{ia}'' - \bar{S}_{ia}') \quad (5.AIV.1)$$

3. Giro en el apoyo (b) por el momento unitario en (a).

a) Por flexión $EI\bar{\theta}_{ba}'$

$$EI\bar{\theta}_{ba}' = \frac{h}{6}$$

b) Por el desplazamiento de los apoyos (a) y (b) $EI\bar{\psi}_{ba}$

$$EI\bar{\psi}_{ba} = \frac{EI}{h^2} (\bar{\delta}_{aa} + \bar{\delta}_{bb})$$

de donde el giro total $EI\bar{\theta}_{ba}$ será:

$$EI\bar{\theta}_{ba} = EI(\bar{\psi}_{ba} - \bar{\theta}_{ba}') \quad (6.AIV.1)$$

Condición $X_i = +1$ fuerza unitaria horizontal aplicada en la sección i considerada.

1. Giro en el apoyo (a) por la fuerza unitaria aplicada en el punto i

a) Por flexión $EI\bar{\theta}_{ai}'$

$$EI\bar{\theta}_{ai}' = \frac{h^2}{6} \left(\frac{z_i}{h} - \left(\frac{z_i}{h} \right)^3 \right)$$

b) Por el desplazamiento de los apoyos (a) y (b) $EI\bar{\psi}_{ai}''$

$$EI\bar{\psi}_{ai}'' = \frac{EI}{h} \left\{ \bar{\delta}_{aa} \frac{z_i}{h} - \bar{\delta}_{bb} \left(1 - \frac{z_i}{h} \right) - (\bar{\delta}_{ai} - \bar{\delta}_{bi}) \right\}$$

de donde el giro total $EI\bar{\theta}_{ai}$ será:

$$EI\bar{\theta}_{ai} = EI\left(\bar{\psi}_{ai}'' - \bar{\theta}_{ai}'\right) \quad (7.AIV.1)$$

2. Desplazamientos horizontales en los puntos j por la fuerza horizontal unitaria aplicada en el punto i .

a) Por flexión para $z_j \leq z_i$ $EI\bar{S}_{ji}'$

$$EI\bar{S}_{ji}' = \frac{h}{6} z_j (h - z_i) \left\{ 1 - \frac{(h - z_i)^2}{h^2} - \frac{z_j^2}{h^2} \right\}$$

En caso de que $z_j > z_i$ se deberán intercambiar los índices.

b) Por desplazamiento de los apoyos $EI(\bar{S}_{ji}'' + \bar{\delta}_{ji})$

$$EI(\bar{S}_{ji}'' + \bar{\delta}_{ji}) = EI \left\{ \begin{array}{l} \bar{\delta}_{ai} \frac{z_j z_i}{h^2} + \bar{\delta}_{bi} \left(1 - \frac{z_j}{h}\right) \left(1 - \frac{z_i}{h}\right) - \\ - \bar{\delta}_{aj} \frac{z_j}{h} - \bar{\delta}_{bi} \left(1 - \frac{z_j}{h}\right) - \\ - \bar{\delta}_{ji} \frac{z_i}{h} - \bar{\delta}_{jb} \left(1 - \frac{z_i}{h}\right) + \bar{\delta}_{ji} \end{array} \right\}$$

de donde el desplazamiento total $EI\bar{S}_{ji}$ será:

$$EI\bar{S}_{ji} = EI(\bar{S}_{ji}' + \bar{S}_{ji}'' + \bar{\delta}_{ji}) \quad (8.AIV.1)$$

El desplazamiento total $EI\bar{S}_{ii}$ para el punto i por la fuerza unitaria aplicada en i , usando las ecuaciones anteriores donde $i = j$ será:

$$EI\bar{S}_{ii} = EI(\bar{S}_{ii}' + \bar{S}_{ii}'' + \bar{\delta}_{ii}) \quad (9.AIV.1)$$

3. Giro en el apoyo (b) por una fuerza horizontal unitaria aplicada en el punto i :

a) Por flexión $EI \bar{\theta}_{bi}'$

$$EI \bar{\theta}_{bi}' = \frac{hz_i}{6} \left(1 - \frac{z_i}{h}\right) \left(2 - \frac{z_i}{h}\right)$$

b) Por el desplazamiento de los apoyos (a) y (b) $EI \bar{\psi}_{bi}''$

$$EI \bar{\psi}_{bi}'' = \frac{EI}{h} \left\{ \bar{\delta}_{ai} \frac{z_i}{h} - \bar{\delta}_{bb} \left(1 - \frac{z_i}{h}\right) - (\bar{\delta}_{ai} - \bar{\delta}_{bi}) \right\}$$

de donde el giro total $EI \bar{\theta}_{bi}$ será:

$$EI \bar{\theta}_{bi} = EI \left(\bar{\theta}_{bi}' + \bar{\psi}_{bi}'' \right) \quad (10.AIV.1)$$

Condición $X_b = +$ momento unitario aplicado en la punta del pilote.

1. Giro en el apoyo (a) por el momento unitario aplicado en (b).

a) Por flexión $EI \bar{\theta}_{ab}'$

$$EI \bar{\theta}_{ab}' = \frac{h}{6}$$

b) Por el desplazamiento de los apoyos (a) y (b) $EI \bar{\psi}_{ab}''$

$$EI \bar{\psi}_{ab}'' = \frac{EI}{h^2} (\bar{\delta}_{ai} + \bar{\delta}_{bb})$$

de donde el giro total $EI \bar{\theta}_{ab}$ será:

$$EI \bar{\theta}_{ab} = EI \left(\bar{\psi}_{ab}'' - \bar{\theta}_{ab}' \right) \quad (11.AIV.1)$$

2. Desplazamientos horizontales en los puntos i por el giro aplicado en (b)

a) Por flexión EIS_{ib}'

$$EIS_{ib}' = \frac{hz_i}{6} \left(1 - \frac{z_i}{h}\right) \left(2 - \frac{z_i}{h}\right)$$

b) Por el desplazamiento de los apoyos (a) y (b) $EI\bar{S}_{ib}''$

$$EI\bar{S}_{ib}'' = \frac{EI}{h} \left\{ \bar{\delta}_{aa} \frac{z_i}{h} - \bar{\delta}_{bb} \left(1 - \frac{z_i}{h} \right) - (\bar{\delta}_{aa} - \bar{\delta}_{bb}) \right\}$$

de donde el desplazamiento total $EI\bar{S}_{ib}$ será:

$$EI\bar{S}_{ib} = EI(\bar{S}_{ib}' + \bar{S}_{ib}'') \quad (12.AIV.1)$$

3. Giro en el apoyo (b) por un momento unitario aplicado en (b) y en el suelo

a) Por flexión $EI\bar{\theta}_{bb}'$

$$EI\bar{\theta}_{bb}' = \frac{h}{3}$$

b) Por el desplazamiento de los apoyos (a) y (b) $EI\bar{\psi}_{bb}''$

$$EI\bar{\psi}_{bb}'' = \frac{EI}{h^2} (\bar{\delta}_{aa} + \bar{\delta}_{bb})$$

c) Por deformación del suelo $\frac{EI}{K_{ob}}$

de donde el giro total $EI\bar{\theta}_{bb}$ será:

$$EI\bar{\theta}_{bb} = EI \left(\bar{\theta}_{bb}' + \bar{\psi}_{bb}'' + \frac{1}{K_{ob}} \right) \quad (13.AIV.1)$$

CAPÍTULO V

EJEMPLO NUMÉRICO

En lo siguiente se presentará la solución de un problema de interacción suelo-pilote ante cargas laterales provocadas por sismo, usando el algoritmo de HEMISES, tratado en el Capítulo IV.

Pasos a seguir

- 1.- Determinación de la respuesta sísmica de la masa de suelo (Cap. III, pag. 19)
 - Cálculo de la configuración de desplazamientos y esfuerzos cortantes para el primer modo.
 - Cálculo de la configuración de desplazamientos y esfuerzos cortantes para el segundo modo.
 - Cálculo de factores de participación para formas modales.
 - Cálculo de combinaciones modales.
- 2.- Cálculo de HEMAS (Cap. III, pag. 29).
 - Cálculo de los módulos dinámicos medios de deformación unitaria (Cap III, pag. 33).
 - Cálculo de los valores de influencia (Anexo III.2, pag. 47).
 - Cálculo de la matriz de desplazamientos horizontales unitarios.
- 3.- Cálculo de HEMISES (Anexo IV.1, pag. 66).
 - Cálculo de la matriz de coeficientes.
 - Cálculo del vector de términos independientes.
- 4.- Solución de la ecuación matricial HEMISES.
- 5.- Revisión de los esfuerzos de contacto ante la acción sísmica (Cap. III, pag 33).
 - Redistribución de esfuerzos en caso de ser rebasada la resistencia del suelo.

Datos del problema

Diámetro del pilote: 35 cm, Diámetro de la base "punta del pilote": 35 cm.

Profundidad de desplante con respecto a la superficie (cabeza del pilote): 6.00 m.

Profundidad de la punta con respecto a la superficie: 37.40 m.

Aceleración en la superficie del suelo: 50 cm / seg².

Carga horizontal provocada por la inercia del edificio ante solicitaciones sísmicas, en la cabeza del pilote: 6.5 ton.

Módulo de elasticidad estático del material del pilote para un concreto con $f'c = 300 \text{ kg/cm}^2$: $E = 173,205 \text{ kg/cm}^2$.

Módulo de elasticidad dinámico del material del pilote: $E = 259,807 \text{ kg/cm}^2$.

Condiciones de apoyo en los extremos del elemento:

- Cabeza: Libre de desplazarse horizontal y verticalmente, restringido al giro.
- Punta: Libre al giro y restringido en los dos desplazamientos.

Tipo de distribución de esfuerzos usada en el cálculo de valores de influencia: Horizontal.

Número de dovelas en las que se discretiza la masa de suelo horizontalmente: 5.

Ancho de las dovelas descritas anteriormente: 50 cm.

Datos de los estratos:

| Estrato | Profundidad m | Espesor m | γ_m ton/m ³ | μ ton/m ² | q_u ton/m ² |
|---------|------------------|--------------|----------------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| 1 | 0-2.90 | 2.90 | 1.70 | 700 | 5 |
| 2 | 2.90-6.00 | 3.10 | 1.26 | 195 | 5 |
| 3 | 6.00-9.60 | 3.60 | 1.14 | 200 | 5 |
| 4 | 9.60-14.00 | 4.40 | 1.17 | 195 | 5 |
| 5 | 14.00-18.30 | 4.30 | 1.14 | 160 | 5 |
| 6 | 18.30-21.00 | 2.70 | 1.18 | 335 | 5 |
| 7 | 21.00-26.60 | 5.60 | 1.20 | 180 | 5 |
| 8 | 26.60-30.00 | 3.40 | 1.19 | 270 | 5 |
| 9 | 30.00-35.50 | 5.50 | 1.15 | 235 | 5 |
| 10 | 35.50-37.40 | 1.90 | 1.80 | 3800 | 5 |
| 11 | 37.40-43.60 | 6.20 | 1.14 | 320 | 5 |
| 12 | 43.60-51.00 | 7.40 | 1.21 | 490 | 5 |
| 13 | 51.00-55.70 | 4.70 | 1.24 | 835 | 5 |

donde:

μ .- módulo de rigidez al cortante.

γ_m .- peso volumétrico.

q_u .- consistencia natural del suelo, obtenida de una prueba de compresión simple.

Solución

Determinación del periodo fundamental de vibración de la masa de suelo.

| Estrato | ρ <i>ton seg² / m⁴</i> | v_s <i>m / seg</i> | ΔT_i <i>seg</i> |
|---------|--|-------------------------|----------------------------|
| 1 | 0.1733 | 63.56 | 0.1825 |
| 2 | 0.1284 | 38.97 | 0.3182 |
| 3 | 0.1162 | 41.49 | 0.3471 |
| 4 | 0.1193 | 40.43 | 0.4353 |
| 5 | 0.1162 | 37.11 | 0.4635 |
| 6 | 0.1203 | 52.77 | 0.2047 |
| 7 | 0.1223 | 38.36 | 0.5839 |
| 8 | 0.1213 | 47.18 | 0.2883 |
| 9 | 0.1172 | 44.78 | 0.4913 |
| 10 | 0.1835 | 143.90 | 0.0528 |
| 11 | 0.1162 | 52.48 | 0.4726 |
| 12 | 0.1233 | 63.04 | 0.4695 |
| 13 | 0.1264 | 81.28 | 0.2313 |

$\sum \Delta T = 4.541 \text{ seg}$

Determinación de la primera forma modal de la masa de suelo.

Para:

$$T = 4.5410 \text{ seg} \quad \omega = 1.384$$

$$a_s = 50 \text{ cm / seg}^2$$

$$\delta_{sup.} = \frac{a_s}{\omega^2} = 26.103 \text{ cm}$$

| Estrato | Ni | Ai | Bi | Ci | δ_i <i>m</i> | τ_i <i>ton / m²</i> |
|---------|------------|------------|------------|------------|------------------------|--|
| 1 | 0.00099639 | 0.99800920 | 0.00413873 | 0.48101658 | 0.26067081 | 0.25102409 |
| 2 | 0.00302930 | 0.99395969 | 0.01584942 | 0.38110563 | 0.2551177 | 0.44759400 |
| 3 | 0.00360381 | 0.99281824 | 0.01793536 | 0.40042435 | 0.24525774 | 0.64795651 |
| 4 | 0.00566682 | 0.98873021 | 0.02243695 | 0.50228668 | 0.22795557 | 0.88564526 |
| 5 | 0.00642695 | 0.98722818 | 0.02670337 | 0.47828464 | 0.20139444 | 1.09099678 |
| 6 | 0.00125270 | 0.99749773 | 0.00804961 | 0.31085574 | 0.19210839 | 1.21331940 |
| 7 | 0.01019924 | 0.97980746 | 0.03079700 | 0.65566560 | 0.15086263 | 1.43819371 |
| 8 | 0.00248556 | 0.99504120 | 0.01256137 | 0.39476533 | 0.13204885 | 1.54987736 |
| 9 | 0.00722168 | 0.98566018 | 0.02323644 | 0.61712574 | 0.09414165 | 1.68946534 |
| 10 | 8.34217E-0 | 0.99983317 | 0.00049995 | 0.33368696 | 0.09328128 | 1.75200593 |
| 11 | 0.00668069 | 0.98672728 | 0.01924642 | 0.68961972 | 0.05832334 | 1.85655547 |
| 12 | 0.00659683 | 0.98689278 | 0.01500306 | 0.87363539 | 0.02970486 | 1.93346003 |
| 13 | 0.00160034 | 0.99680442 | 0.00561974 | 0.56863380 | 0.01874437 | 1.96100990 |

obteniendo los siguientes resultados:

$$\delta_{sup.} - \delta_{13} = 0.24244642 \text{ m}$$

$$\omega_{corr.} = \sqrt{\frac{a_1}{\delta_{sup.} - \delta_{13}}} = 1.43607497$$

$$T_{corr.} = \frac{2\pi}{\omega_{corr.}} = 4.3752488 \text{ seg}$$

Se realizó iterativamente éste procedimiento hasta cumplir con las condiciones de frontera $\delta_{13} \approx 0$, $\tau_{sup.} = 0$; Después de cuatro iteraciones obtenemos la aproximación buscada:

| Estrato | Ni | Ai | Bi | Ci | δ_i m | τ_i ton/m ² |
|---------|-------------|-------------|-------------|-------------|-----------------|--------------------------------|
| 1 | 0.001097505 | 0.997807397 | 0.004138315 | 0.529829836 | 0.236607349 | 0.250998738 |
| 2 | 0.003336713 | 0.993348768 | 0.015844567 | 0.419779988 | 0.231056652 | 0.447314726 |
| 3 | 0.003969532 | 0.992092325 | 0.017928831 | 0.441059158 | 0.221209701 | 0.646790943 |
| 4 | 0.00624189 | 0.987593659 | 0.022424134 | 0.553258417 | 0.203961571 | 0.882020528 |
| 5 | 0.007079153 | 0.985941219 | 0.026686085 | 0.526820661 | 0.177556445 | 1.083012101 |
| 6 | 0.001379826 | 0.997244151 | 0.008048596 | 0.342401188 | 0.1683504 | 1.201451016 |
| 7 | 0.011234255 | 0.977781102 | 0.030765484 | 0.72220213 | 0.127646618 | 1.415220693 |
| 8 | 0.002737792 | 0.994539365 | 0.012558211 | 0.434825866 | 0.109176946 | 1.518197704 |
| 9 | 0.007954536 | 0.984216479 | 0.023219555 | 0.67975126 | 0.072201875 | 1.641490187 |
| 10 | 9.18873E-04 | 0.999816242 | 0.000499954 | 0.367549298 | 0.071367938 | 1.694259171 |
| 11 | 0.007358643 | 0.985390222 | 0.019233468 | 0.759601883 | 0.037738789 | 1.777136846 |
| 12 | 0.007266282 | 0.985572273 | 0.014993097 | 0.962291349 | 0.01054952 | 1.823604268 |
| 13 | 0.001762749 | 0.996480706 | 0.005618838 | 0.626338395 | 0.000265856 | 1.830378353 |

$$\delta_{sup.} = 0.2371273 \text{ m} \quad \delta_{13} = 0.000265856 \text{ m}$$

$$\delta_{sup.} - \delta_{13} = 0.236861419 \text{ m}$$

$$\omega_{corr.} = 1.452907077$$

$$T_{corr.} = 4.324561018 \text{ seg}$$

Para la segunda combinación modal, la frecuencia se supone tres veces la correspondiente al primer modo por tanto:

$$\omega_2 = 3\omega_1 = 4.358721231$$

$$\delta_{sup.} = 0.026317935 \text{ m}$$

Aplicando el mismo procedimiento del primer modo:

| Estrato | Ni | Ai | Bi | Ci | δ_i m | τ_i ton/m ² |
|---------|-------------|-------------|-------------|-------------|-----------------|--------------------------------|
| 1 | 0.009888629 | 0.980416398 | 0.004102291 | 4.773820707 | 0.025802535 | 0.248813783 |
| 2 | 0.030064121 | 0.9416267 | 0.015433443 | 3.782260381 | 0.020456303 | 0.423776755 |
| 3 | 0.035765891 | 0.930938273 | 0.017378444 | 3.973987866 | 0.011678975 | 0.551481957 |
| 4 | 0.056240062 | 0.893508939 | 0.021362665 | 4.984914604 | -0.001345856 | 0.60299167 |

| | | | | | | |
|----|-------------|-------------|-------------|-------------|--------------|--------------|
| 5 | 0.063783885 | 0.880081122 | 0.02526359 | 4.746707729 | -0.016418197 | 0.518670902 |
| 6 | 0.01243237 | 0.975440592 | 0.007960731 | 3.085069528 | -0.020143975 | 0.405874059 |
| 7 | 0.101221783 | 0.816164582 | 0.028251449 | 6.507114635 | -0.027907329 | 0.093198712 |
| 8 | 0.024667789 | 0.951852124 | 0.012289439 | 3.91782527 | -0.027709011 | -0.12469639 |
| 9 | 0.071671179 | 0.866244087 | 0.021839027 | 6.124627986 | -0.021279519 | -0.424732909 |
| 10 | 0.000827914 | 0.998345541 | 0.000499586 | 3.311656555 | -0.021032122 | -0.564854532 |
| 11 | 0.066302124 | 0.875641017 | 0.018170272 | 6.844090214 | -0.008153028 | -0.764600332 |
| 12 | 0.065469936 | 0.87710599 | 0.014174066 | 8.670342922 | 0.003686426 | -0.803327306 |
| 13 | 0.015882546 | 0.968731531 | 0.005540741 | 5.643372632 | 0.008022186 | -0.737251251 |

$$\delta_{sup.} = 0.02631793 \text{ m} \quad \delta_{13} = 0.008022186 \text{ m}$$

$$\delta_{sup.} + \delta_{13} = 0.034340121 \text{ m}$$

$$\omega_{corr.} = 3.815786715$$

$$T_{corr.} = 1.646629064 \text{ seg}$$

La aproximación descada se obtuvo después de 20 iteraciones:

| Estrato | Ni | Ai | Bi | Ci | δ_i m | τ_i ton/m ² |
|---------|-------------|-------------|-------------|-------------|-----------------|--------------------------------|
| 1 | 0.008321634 | 0.983494088 | 0.004108666 | 4.017340484 | 0.0307575 | 0.249200455 |
| 2 | 0.025300031 | 0.950648532 | 0.015505155 | 3.182907085 | 0.025375681 | 0.427867153 |
| 3 | 0.030098273 | 0.941562326 | 0.017474061 | 3.344252606 | 0.016416208 | 0.567629786 |
| 4 | 0.047328019 | 0.909621401 | 0.021544447 | 4.194983531 | 0.002703265 | 0.647835659 |
| 5 | 0.053676416 | 0.89811594 | 0.025505933 | 3.994523945 | -0.014095808 | 0.602327873 |
| 6 | 0.010462283 | 0.979292086 | 0.007976252 | 2.596196102 | -0.018608232 | 0.517421773 |
| 7 | 0.085181743 | 0.843009259 | 0.028669033 | 5.475969179 | -0.030520894 | 0.248392197 |
| 8 | 0.020758825 | 0.959326681 | 0.012336501 | 3.296989776 | -0.032343798 | 0.041127951 |
| 9 | 0.060313854 | 0.88623396 | 0.022072951 | 5.154093014 | -0.029571988 | -0.277991767 |
| 10 | 0.000696719 | 0.998607532 | 0.000499652 | 2.786877171 | -0.02939191 | -0.442316908 |
| 11 | 0.055795603 | 0.894306051 | 0.01835109 | 5.759546154 | -0.018168366 | -0.716242515 |
| 12 | 0.055095288 | 0.895563389 | 0.014313438 | 7.29640298 | -0.006019031 | -0.892723508 |
| 13 | 0.013365729 | 0.973621115 | 0.005554503 | 4.74909946 | -0.00090162 | -0.925590368 |

$$\delta_{sup.} = 0.0312737 \text{ m} \quad \delta_{13} = -0.00090162 \text{ m}$$

$$\delta_{sup.} + \delta_{13} = 0.03037209 \text{ m}$$

$$\omega_{corr.} = 4.057399117$$

$$T_{corr.} = 1.548574623 \text{ seg}$$

Se considerarán los siguientes puntos de estudio, a lo largo del fuste del pilote para el análisis de interacción:

- Cabeza del pilote.
- Mitad de cada estrato.
- Punta del pilote.

Los desplazamientos relativos de la masa de suelo provocados por sismo que se considerarán en el análisis como casos independientes, son los siguientes:

- a) Desplazamientos horizontales debidos al primer modo de vibración de la masa de suelo "M1".
- b) Desplazamientos horizontales obtenidos de la combinación modal "M1+M2" afectando las formas modales por sus respectivos factores de participación.
- c) Desplazamientos horizontales obtenidos de la combinación modal "M1-M2" afectando las formas modales por sus respectivos factores de participación.

Cálculo de factores de participación.

| Est. | d m | ρ $t s^2 / m^4$ | δ relativos a la punta del pilote | | | | | | | | |
|------|--------|-------------------------|--|------------------------|--------------------------|----------------------------|--------------|---------------------------------------|---------------------------------------|--------|--------|
| | | | $(\delta_i)_{M1}$ m | $(\delta_i)_{M2}$ m | $\rho_i d_i \delta_{1i}$ | $\rho_i d_i \delta_{1i}^2$ | $\rho_i d_i$ | $(\delta_i - \delta_{npp})_{M1}$ m | $(\delta_i - \delta_{npp})_{M2}$ m | | |
| 1 | 2.9 | 0.173292 | 0.237 | 0.031 | 0.119 | 0.028 | 0.503 | | | | |
| 2 | 3.1 | 0.128440 | 0.234 | 0.028 | 0.093 | 0.022 | 0.398 | 0.160* | 0.055* | | |
| 3 | 3.6 | 0.116207 | 0.226 | 0.021 | 0.095 | 0.021 | 0.418 | 0.155 | 0.050 | | |
| 4 | 4.4 | 0.119266 | 0.213 | 0.010 | 0.112 | 0.024 | 0.525 | 0.141 | 0.039 | | |
| 5 | 4.3 | 0.116207 | 0.191 | -0.006 | 0.095 | 0.018 | 0.500 | 0.119 | 0.024 | | |
| 6 | 2.7 | 0.120285 | 0.173 | -0.016 | 0.056 | 0.010 | 0.325 | 0.102 | 0.013 | | |
| 7 | 5.6 | 0.122324 | 0.148 | -0.025 | 0.101 | 0.015 | 0.685 | 0.077 | 0.005 | | |
| 8 | 3.4 | 0.121304 | 0.118 | -0.031 | 0.049 | 0.006 | 0.412 | 0.047 | -0.002 | | |
| 9 | 5.5 | 0.117227 | 0.091 | -0.031 | 0.058 | 0.005 | 0.645 | 0.019 | -0.002 | | |
| 10 | 1.9 | 0.183486 | 0.072 | -0.029 | 0.025 | 0.002 | 0.349 | 0.000 | -0.000 | | |
| 11 | 6.2 | 0.116207 | 0.055 | -0.024 | 0.039 | 0.002 | 0.720 | 0.000* | 0.000* | | |
| 12 | 7.4 | 0.123343 | 0.024 | -0.012 | 0.022 | 0.000 | 0.913 | | | | |
| 13 | 4.7 | 0.126401 | 0.005 | -0.003 | 0.003 | 0.000 | 0.594 | | | | |
| | | | $\sum_1^{13} =$ | | | | | | 0.8681 | 0.1536 | 6.9864 |

En la tabla anterior los desplazamientos son al centro del estrato considerado.

* Indica que el desplazamiento es en la cabeza del pilote o la punta respectivamente.

$$C_{p1} = 0.7024 = 70.24\%$$

$$C_{p2} = 1 - C_{p1} = 0.2976 = 29.76\%$$

Por lo que los desplazamientos que se considerarán en el análisis serán los siguientes:

| Punto de estudio | Z m | Zi m | δ_{M1} m | $\delta_{M1} + \delta_{M2}$ m | $\delta_{M1} - \delta_{M2}$ m |
|------------------|-------|------|-----------------|-------------------------------|-------------------------------|
| N. C. P. | 6.00 | 0 | 0.160 | 0.128 | 0.096 |
| Est. 3 | 7.80 | 1.80 | 0.155 | 0.123 | 0.094 |
| Est. 4 | 11.80 | 5.80 | 0.141 | 0.111 | 0.088 |

Resolviendo el sistema obtenemos:

$$Ma = 7.685 \text{ t}\cdot\text{m}$$

| Est. | R _i |
|------|----------------|
| 4 | -0.279 ton |
| 5 | -0.570 ton |
| 6 | 0.235 ton |
| 7 | 0.067 ton |
| 8 | -0.004 ton |
| 9 | -0.268 ton |

Calculo de las reacciones horizontales en los extremos

Suma de momentos de las reacciones horizontales con respecto a b:

$$R_i z_i = 3.7(-0.268) + 8.15(-0.004) + 12.65(0.067) + 16.80(0.235) + 20.30(-0.570) + 24.65(-0.279) + 28.65R_a = -14.677 + 28.65 R_a$$

$$\sum Mb = 0 \text{ (suma total)}$$

$$R_i z_i + Ma + P(h+a) = 0$$

$$-14.677 + 28.65 R_a + 7.685 - 6.5(28.65+1.8) = 0$$

Despejando R_a

$$R_a = 204.917/28.65 = 7.152 \text{ ton}$$

De suma de fuerzas horizontales R_b = 0.167 ton

una vez calculadas las reacciones en los extremos se hacen intervenir en la ecuación HEMAS, así se obtienen los desplazamientos finales, posteriormente con ambos datos son calculados los módulos de reacción.

$$Ma = 7.685 \text{ T}\cdot\text{m}$$

$$Mb = 0.000 \text{ T}\cdot\text{m}$$

| Est. | Z (m) | δE-4 (m) | R _y (T) | K (T/m) | |
|------|-------|----------|--------------------|----------|---------------------------------|
| 3 | 7.80 | 71.171 | 7.152 | 1004.904 | |
| 4 | 11.80 | -1.866 | -0.279 | 1495.177 | |
| 5 | 16.15 | -5.937 | -0.570 | 960.081 | |
| 6 | 19.65 | 1.731 | 0.235 | 1357.597 | |
| 7 | 23.80 | 0.497 | 0.067 | 1348.089 | |
| 8 | 28.30 | -0.039 | -0.004 | 1025.641 | |
| 9 | 32.75 | -1.516 | -0.268 | 1767.810 | |
| 10 | 36.45 | 0.000 | 0.166 | >>> | (restringido al desplazamiento) |

Revisión de la resistencia del suelo a la acción sísmica (ver Cap. III pag. 33)

Cálculo de la resistencia del suelo a la acción sísmica:

| Estrato | Espesor (m) | Área (m ²) | q_u (ton/m ²) | $R_{m\acute{a}x}$ (ton) | R_y (ton) |
|---------|-------------|------------------------|-----------------------------|-------------------------|-------------|
| 3 | 3.6 | 1.260 | 5 | 4.948 | 7.152 |
| 4 | 4.4 | 1.540 | 5 | 6.048 | 0.279 |
| 5 | 4.3 | 1.505 | 5 | 5.910 | 0.570 |
| 6 | 2.7 | 0.945 | 5 | 3.711 | 0.235 |
| 7 | 5.6 | 1.960 | 5 | 7.697 | 0.067 |
| 8 | 3.4 | 1.190 | 5 | 4.673 | 0.004 |
| 9 | 5.5 | 1.925 | 5 | 7.559 | 0.268 |
| 10 | 1.9 | 0.665 | 5 | 2.611 | 0.166 |

De lo anterior se observa que la resistencia del suelo en el primer estrato es rebasada por tanto, será necesario hacer una redistribución de esfuerzos considerando $R_a = 4.948$ ton para el estrato 3 como una reacción plástica lo que modificará mi ecuación matricial HEMISES, de la siguiente manera:

En el vector de términos independientes se deberán restar los efectos provocados por R_a (ver Anexo IV.1, pag. 69).

Giro en el apoyo (α) por la fuerza unitaria aplicada en el punto α

a) Por flexión $EI \bar{\theta}_{\alpha\alpha} = 0$

b) Por el desplazamiento de los apoyos (α) y (β) $EI \bar{\psi}_{\alpha\alpha} = 0$

por tanto, el giro total $EI \bar{\theta}_{\alpha\alpha} = 0$

Desplazamientos horizontales en los puntos j por la fuerza horizontal R_a aplicada en el punto α .

a) Por flexión para $z_j \leq z_i$ $EI \bar{S}_{ji} = 0$

b) Por desplazamiento de los apoyos $EI (\bar{S}_{ji} + \bar{\delta}_{ji})$

para $z_5 = 20.30$ m = 0

para $z_6 = 16.80$ m = 0

para $z_7 = 12.65$ m = 0

para $z_8 = 8.15$ m = 0

para $z_9 = 3.70$ m = 0

de donde el desplazamiento total $EI \bar{S}_{ji}$ será:

para $z_5 = 20.30$ m = 0

para $z_6 = 16.80$ m = 0

para $z_7 = 12.65$ m = 0

para $z_8 = 8.15$ m = 0

para $z_9 = 3.70$ m = 0

Matriz de coeficientes y vector de términos independientes de HEMISES modificados.

| Est. | | | | | | | | |
|------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|-----------|--|
| 3 | 11.35 | -48.22 | -52.60 | -48.60 | -35.75 | -17.36 | 112.39-0 | |
| 5 | -48.22 | 337.25 | 383.43 | 363.80 | 271.44 | 132.71 | -536.79-0 | |
| 6 | -52.60 | 383.42 | 463.22 | 454.29 | 345.27 | 170.20 | -587.40-0 | |
| 7 | -48.60 | 363.80 | 454.29 | 478.39 | 378.32 | 189.91 | -547.26-0 | |
| 8 | -35.75 | 271.44 | 345.27 | 378.33 | 326.39 | 170.79 | -408.95-0 | |
| 9 | -17.36 | 132.71 | 170.20 | 189.91 | 170.79 | 100.27 | -202.84-0 | |

Resolviendo el sistema, calculando las reacciones restantes y sustituyendo en la ecuación matricial HEMAS para obtener los desplazamientos finales y así los módulos de reacción, tenemos:

$$M_a = 7.897 \text{ T}\cdot\text{m}$$

$$M_b = 0.000 \text{ T}\cdot\text{m}$$

| Est. | Z (m) | $\delta E-4$ (m) | Ry (T) | K (T/m) | |
|------|-------|------------------|--------|---------|---------------------------------|
| 3 | 7.80 | 49.353 | 4.948 | 1002.57 | |
| 4 | 11.80 | 9.912 | 1.141 | 1150.88 | |
| 5 | 16.15 | -7.759 | -0.753 | 970.32 | |
| 6 | 19.65 | 2.076 | 0.283 | 1361.38 | |
| 7 | 23.80 | 0.543 | 0.073 | 1343.98 | |
| 8 | 28.30 | -0.052 | -0.006 | 1060.34 | |
| 9 | 32.75 | -1.515 | -0.267 | 1765.16 | |
| 10 | 36.45 | 0.000 | 1.081 | >>> | (restringido al desplazamiento) |

De lo anterior podemos observar que hay un incremento en las reacciones restantes debido a la plastificación del estrato 3, como las reacciones finales son menores a las resistentes no es necesario realizar otra corrección.

CAPÍTULO VI

ANÁLISIS DE INTERACCIÓN USANDO RIGIDECES (FORMA MATRICIAL)

Introducción

El método de rigideces también conocido como método de los desplazamientos, es usado en análisis matricial de estructuras. Una de las ventajas que tiene respecto al método de flexibilidades es la facilidad de programar los algoritmos de cálculo y una vez que el modelo analítico ha sido definido no son necesarias más decisiones ingenieriles fuera del análisis, en este respecto difiere del método de flexibilidades, aunque los dos métodos tienen una forma matemática similar. En el método de flexibilidades las cantidades desconocidas son las reacciones redundantes del sistema, las cuales pueden ser escogidas arbitrariamente; pero en el método de rigideces las incógnitas son los desplazamientos de los nudos en la estructura, que son automáticamente especificados, ya que una estructura tendrá tantos grados de libertad como sean necesarios para definir la configuración deformada de la misma; por lo que el número de incógnitas, será el mismo que el número de grados de libertad.

El método de rigideces será desarrollado en base a establecer las ecuaciones de equilibrio en los nudos en términos de los coeficientes de rigidez y los desplazamientos desconocidos. Una versión cinemáticamente determinada de la estructura original (con los desplazamientos de los nudos restringidos) puede ser útil para los propósitos de caracterizar tales condiciones de equilibrio como ecuaciones de superposición.

Método de rigideces

En el método de flexibilidades una estructura estáticamente determinada es obtenida por alteración de la estructura original en la manera de que las acciones redundantes seleccionadas sean cero. La operación análoga en el método de rigideces es el obtener una estructura cinemáticamente determinada por alteración de la estructura original en la manera de que los desplazamientos desconocidos sean cero; ya que los desplazamientos desconocidos son las traslaciones y rotaciones de los nudos, estos podrán ser igualados a cero por restricciones imaginarias de los nudos en contra del

desplazamiento, la estructura obtenida por restricción de todos los nudos de la estructura original es llamada estructura restringida.

Cuando las cargas externas actúan en la estructura restringida, exceptuando las correspondientes a los desplazamientos nodales desconocidos, se generan fuerzas reactivas en los extremos restringidos de cada elemento (las cargas externas correspondientes a los desplazamientos nodales desconocidos se tomarán en cuenta posteriormente); estas acciones corresponden a los desplazamientos desconocidos del análisis; debido a que en la estructura original no existen tales fuerzas reactivas, será necesario realizar en forma ordenada tantas correcciones como grados de libertad (desplazamientos) se hallan restringido, considerando que la estructura restringida está sujeta a fuerzas de igual magnitud pero de sentido opuesto, correspondientes a cada fuerza reactiva. Así, el análisis de la estructura se realiza como la superposición de los efectos ocasionados en la estructura empotrada, por las cargas externas actuantes y las correspondientes correcciones para cada grado de libertad restringido, igualando ambos efectos a las acciones nodales externas correspondientes a cada desplazamiento (en caso de existir serán diferentes de cero).

Definiendo al coeficiente de rigidez S_{ij} como la fuerza que se produce en un punto i bajo un desplazamiento unitario en j y S_{ii} como la fuerza que se produce en i dado un desplazamiento unitario en i , podemos plantear las siguientes ecuaciones de superposición.

$$\begin{aligned} A_{D1} &= A_{DL1} + S_{11}D_1 + S_{12}D_2 + \dots + S_{1n}D_n \\ A_{D2} &= A_{DL2} + S_{21}D_1 + S_{22}D_2 + \dots + S_{2n}D_n \\ &\vdots \\ A_{Dn} &= A_{DLn} + S_{n1}D_1 + S_{n2}D_2 + \dots + S_{nn}D_n \end{aligned} \quad (1.VI)$$

La convención de signos adoptada en estas ecuaciones es: los momentos serán positivos cuando los desplazamientos desconocidos correspondientes tengan sentido contrario al giro de las manecillas del reloj.

Expresando el sistema de ecuaciones anterior en forma matricial

$$A_D = A_{DL} + SD \quad (2.VI)$$

Donde el vector A_D representa las acciones en la estructura original, asociadas a los desplazamientos nodales desconocidos D ; el vector A_{DL} representa las acciones en la estructura restringida asociadas a los desplazamientos nodales desconocidos causados por las cargas externas (eso es, todas las cargas excepto aquellas que corresponden a los desplazamientos desconocidos); S

es la matriz de rigideces correspondiente a los desplazamientos desconocidos y n representa el número de incógnitas, igual al grado de indeterminación cinemática de la estructura.

Resolviendo la ecuación (2.VI) para D en términos matriciales tenemos:

$$D = S^{-1}(A_D \cdot A_{DL}) \quad (3.VI)$$

Después de haber obtenido los desplazamientos desconocidos de la estructura es posible calcular otras cantidades tales como acciones en los extremos de los elementos y reacciones. Existen dos formas para determinar estas cantidades: la primera es obteniendo cada cantidad mediante cálculos realizados en forma separada una vez que los desplazamientos nodales han sido determinados, y la segunda consiste en un conjunto de cálculos realizados de manera sistemática que permiten valorar ambas cantidades de manera paralela. En este trabajo se utilizará la segunda forma únicamente.

Los vectores que contienen las acciones en los extremos de los elementos y las reacciones de la estructura original serán denotados como A_M y A_R , respectivamente; en la estructura restringida sujeta a las cargas externas los vectores que contienen las acciones en los extremos de los elementos y las reacciones, correspondientes a A_M y A_R serán denotados por A_{ML} y A_{RL} , respectivamente; cabe señalar una vez más que cuando se hace referencia a las cargas externas sobre la estructura restringida, se asume que todas las cargas son tomadas en cuenta, exceptuando aquellas que corresponden a los desplazamientos desconocidos. El grado de los vectores A_M y A_{ML} es " m " igual al número de acciones en los extremos de los elementos a ser determinado, similarmente el grado de los vectores A_R y A_{RL} " r " será igual al número de reacciones a ser determinado.

En la estructura restringida, sujeta a los desplazamientos unitarios, las matrices que contienen las acciones en los extremos de los elementos y las reacciones de la estructura serán denotados como A_{MD} y A_{RD} , respectivamente; cada columna de las matrices A_{MD} y A_{RD} deberá contener las acciones derivadas del respectivo giro unitario; así mismo el orden de las matrices A_{MD} y A_{RD} será de $m \times n$ y $r \times n$, respectivamente, siendo n el número de desplazamientos desconocidos.

Las ecuaciones de superposición para las acciones en los extremos de los elementos y las reacciones, para la estructura original, pueden ser expresadas en forma matricial por:

$$A_M = A_{ML} + A_{MD}D \quad (4.VI)$$

$$A_R = A_{RL} + A_{RD}D \quad (5.VI)$$

Las ecuaciones (4.VI) (5.VI) y (2.VI) constituyen las tres ecuaciones de superposición del método de rigideces; la solución completa de una estructura consiste en obtener de (2.VI) el vector de desplazamientos D y sustituir éste en las ecuaciones (4.VI) y (5.VI) para determinar A_M y A_R .

Cambios de temperatura, presfuerzos y desplazamiento de los apoyos

Los efectos de cambio de temperatura, presfuerzos y desplazamiento de los apoyos pueden ser fácilmente incorporados dentro del análisis de una estructura por el método de rigideces. Un procedimiento conveniente es el considerar que todos estos efectos ocurren en la estructura restringida y agregar las acciones resultantes a las acciones producidas por las cargas externas. Por ejemplo, en la estructura restringida sujeta únicamente a cargas externas, es necesario calcular las acciones A_{DL} correspondientes a los desplazamientos desconocidos (ver ecuación 2.VI); cuando se consideran cambios de temperatura en la estructura restringida, aparecen acciones adicionales asociadas a los desplazamientos desconocidos. Estas acciones serán denotadas por A_{DT} lo cual es consistente con el símbolo A_{DL} , excepto que esta vez las causas son efectos de temperatura y no cargas externas. La misma idea puede ser aplicada a presfuerzos y a desplazamientos de los apoyos; lo cual producirá en la estructura restringida las acciones A_{DP} y A_{DR} , respectivamente. Cuando todas estas acciones han sido determinadas para la estructura restringida, los vectores A_{DL} , A_{DT} , A_{DP} y A_{DR} podrán ser formados. Estos vectores son de orden $n \times 1$, donde n denota el número de desplazamientos desconocidos. La suma de estos vectores representa la combinación de todas las acciones asociadas a los desplazamientos desconocidos y es denotada como A_{DC} , siendo:

$$A_{DC} = A_{DL} + A_{DT} + A_{DP} + A_{DR} \quad (6.VI)$$

El vector A_{DC} es introducido en la primera de las tres ecuaciones de superposición, en lugar de A_{DL} únicamente (ver ecuación 2.VI).

$$A_D = A_{DC} + SD \quad (7.VI)$$

Esta ecuación es más general que la anterior y puede ser usada en su lugar cuando son incluidos efectos adicionales a las cargas externas.

Cambios de temperatura, presfuerzos y desplazamientos de los soportes también afectan la determinación de las acciones en los extremos de los elementos así como de las reacciones en una estructura. Los vectores de las acciones en los extremos de los elementos de la estructura restringida

debido a estas causas son denotados A_{MT} , A_{MP} , y A_{MR} , respectivamente, y la combinación de tales acciones incluyendo cargas externas, es el vector

$$A_{MC} = A_{ML} + A_{MT} + A_{MP} + A_{MR} \quad (8.VI)$$

De manera análoga, la combinación de todas las reacciones debidas a estas causas en la estructura restringida dará el vector A_{RC}

$$A_{RC} = A_{RL} + A_{RT} + A_{RP} + A_{RR} \quad (9.VI)$$

Donde los cuatro vectores en el lado derecho de la ecuación representan las reacciones debidas a cargas externas, cambios de temperatura, presfuerzos y desplazamientos de los apoyos, respectivamente. Las ecuaciones de superposición para las acciones en los extremos y reacciones ahora serán

$$A_M = A_{MC} + A_{MD}D \quad (10.VI)$$

$$A_R = A_{RC} + A_{RD}D \quad (11.VI)$$

Estas ecuaciones pueden ser consideradas como formas generalizadas de las ecuaciones (4.VI) y (5.VI).

Método directo de rigideces

La clave para simplificar el proceso de ensamble para matrices nodales, es usar matrices de rigidez de elementos para acciones y desplazamientos en ambos extremos. Así la matriz general y el vector de cargas podrán ser ensamblados por adición directa.

La matriz de rigideces para un elemento viga con dos grados de libertad por nudo, está definida por:

$$S_{Mi} = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix} \begin{matrix} \Delta_i \\ \theta_i \\ \Delta_j \\ \theta_j \end{matrix} \quad (12.VI)$$

Donde:

S_{Mi} - Matriz de rigidez de un elemento viga.

E - Módulo de elasticidad del material que conforma al elemento.

I .- Momento de inercia de la sección transversal del elemento.

L .- Longitud del elemento.

EI .- rigidez a flexión del elemento.

Soportes elásticos

Pueden existir casos en que las condiciones de restricción de los soportes sean intermedias entre libre y totalmente restringido. Si tales restricciones, en contra de cualquier translación o rotación son linealmente elásticas, estas podrán ser incluidas fácilmente dentro del método de análisis.

Un soporte elástico deberá ser considerado como un grado de libertad. La estructura restringida será la misma, pero la matriz de rigideces general será alterada por la adición de las rigideces de los resortes elásticos S_R a los elementos de la diagonal principal. Las reacciones en los resortes elásticos podrán ser calculadas como los negativos de los productos de las constantes de los resortes por el desplazamiento del nudo calculado.

Modelo de interacción suelo - estructura de cimentación usando el método de rigideces

Se modelará al pilote como una viga continua soportada por resortes elásticos, considerando a la masa de suelo como un medio continuo, usando la ecuación matricial de desplazamientos HEMAS; únicamente se considerarán cargas estáticas aplicadas en la cabeza del pilote.

Procedimiento de cálculo:

1. Se obtienen las matrices de rigidez individuales de cada segmento del pilote (ecuación 12.VI) en función de las características geométricas del pilote así como de la rigidez a flexión EI del mismo.
2. Se ensamblan las matrices individuales para formar la matriz general del sistema, considerando las condiciones de frontera (restricciones de los apoyos).
3. Se forma el vector de cargas con los datos del problema.
4. Se propone una distribución inicial de esfuerzos de contacto unitarios a lo largo del fuste del pilote.
5. Se calculan las reacciones a lo largo del fuste del pilote con los esfuerzos supuestos.

6. Se hacen intervenir las reacciones calculadas en la ecuación matricial HEMAS obteniéndose los respectivos desplazamientos.
7. Se calculan los primeros módulos de reacción del suelo como el cociente entre las reacciones y las deformaciones calculadas.
8. Se suma la rigidez obtenida (módulos de reacción) a los elementos de la diagonal principal de la matriz de rigideces general, que corresponda al grado de libertad asociado.
9. Se resuelve el sistema de ecuaciones obteniendo los desplazamientos horizontales del pilote.
10. Con las deformaciones obtenidas de los apoyos elásticos y los módulos de rigidez, se calculan las nuevas reacciones sobre la masa de suelo.
11. Se hacen intervenir las reacciones calculadas en HEMAS para obtener nuevas deformaciones corregidas, y así calcular los nuevos módulos de reacción.
12. Se repite desde el punto 8 hasta que la diferencia entre los resultados de dos iteraciones consecutivas estén dentro de la tolerancia fijada.
13. Después de que se ha logrado la precisión buscada se revisa que los esfuerzos de contacto obtenidos no sobrepasen la resistencia del suelo en cada una de las dovelas adoptadas (ver Cap. III pag. 33), en caso de que esto suceda, se hará una redistribución de esfuerzos limitando los esfuerzos de contacto a valores que no superen la resistencia del suelo en dichas dovelas. Así, en las ecuaciones de compatibilidad se manejarán como valores conocidos los desplazamientos provocados por las reacciones límite, reduciendo así el número de incógnitas y por tanto, el número de ecuaciones.

CAPÍTULO VII

PROGRAMA D I S P ver. 2.0

La finalidad de este programa es proporcionar al ingeniero de la práctica herramientas de cálculo que faciliten el análisis de la interacción entre la estructura de cimentación y la masa de suelo, para el caso de pilotes sometidos a cargas laterales estáticas o dinámicas (sismo), así como apoyo a clases del área de geotecnia que se imparten en la Facultad de Ingeniería. La versión que ahora se presenta se caracteriza fundamentalmente por lo siguiente:

◊ El manejo de los datos de entrada y salida se realiza mediante archivos tipo texto, en el que se lee un archivo de datos y se crean archivos específicos de resultados en los que se puede revisar el proceso de cálculo en función de los datos arrojados.

◊ El análisis se realiza bajo cualquier condición de apoyo en los extremos del elemento.

◊ Las cargas sobre el pilote pueden ser estáticas o dinámicas (sismo). En las primeras se considera que éstas son transmitidas a la cabeza del pilote por la estructura debido a condiciones permanentes, y para las segundas, se considera la respuesta sísmica de la masa de suelo, así como una fuerza horizontal en la cabeza del pilote provocada por la inercia de la estructura ante el movimiento sísmico.

◊ Los algoritmos usados en el proceso de cálculo son:

I. Resolver iterativamente las ecuaciones matriciales HEMAS y HEMIS Caso V.

II. Resolver la ecuación matricial HEMISES y comparar con la resistencia del suelo.

III. Usando el método de rigideces (matricial) para resolver la parte correspondiente al análisis estructural del problema.

Los dos primeros resuelven la interacción dinámica (Zeevaert 1973) y el tercero la interacción estática.

◊ El suelo es considerado como un medio continuo.

◊ En el cálculo de los desplazamientos horizontales, es posible controlar el ancho y número de dovelas que discretizan la masa de suelo, así como el tipo de distribución de esfuerzos usada (horizontal o vertical).

El programa ha sido desarrollado utilizando fundamentalmente las teorías del Dr. Leonardo Zeevaert W. (1973) referentes al tema, las cuales han sido tratadas en capítulos anteriores. Ha sido escrito en lenguaje Turbo Pascal ver. 7.0 separando el problema general mediante módulos; las necesidades del programa para poder funcionar correctamente en una computadora personal son mínimas.

MANUAL

La instalación del programa en un disco duro se realiza copiando el archivo ejecutable en el mismo; se recomienda crear un directorio específico para el programa y sus archivos. Para poder acceder a él, sólo es necesario escribir DISP2 y presionar ENTER, posteriormente en la pantalla se pedirá el nombre del archivo de datos (deberá de estar ubicado en el mismo directorio que el archivo ejecutable, y haber sido creado con anterioridad) el cual deberá ser proporcionado sin extensión y con un máximo de ocho caracteres, inmediatamente después se iniciara el proceso de cálculo y la escritura de los archivos de resultados.

Archivo de datos

El archivo puede ser creado y modificado mediante cualquier editor de texto, los datos deberán definirse por líneas no siendo necesario trabajar con campos de ancho limitado; sólo con colocar blancos entre ellos es suficiente.

Formato general

CABECERA

NEST TSEC PARAF PARAP E ACEL

NDOV INCH DISTESF

PAGUA

"NAF" NCP NPP

| $\Delta y1$ | $\Delta z1$ | $\theta x1$ | $\Delta y2$ | $\Delta z2$ | $\theta x2$ | | |
|-------------|---------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------|----------|
| Z_1 | "PIEZ" ₁ | | γ_1 | μ_1 | | G_1 | q_{u1} |
| Z_2 | "PIEZ" ₂ | | γ_2 | μ_2 | | G_2 | q_{u2} |
| Z_3 | "PIEZ" ₃ | | γ_3 | μ_3 | | G_3 | q_{u3} |

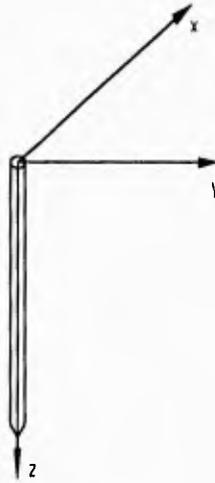
·
·
·

Z_{NEST} "PIEZ"_{NEST} γ_{NEST} μ_{NEST} G_{NEST} q_{uNEST}

Fys

Fye

Ejes de referencia



•Primera línea:

CABECERA

Identificación de la estructura analizada (máx. 80 caracteres), ésta línea aparecerá en todos los archivos de resultados.

•Segunda línea:

NEST TSEC PARAF PARAP E ACEL

donde:

NEST: Número de estratos que intervienen en el análisis.

TSEC: Tipo de sección transversal del pilote.

1 Circular.

2 Cuadrada.

PARAF: Diámetro o lado de la sección transversal en el fuste del pilote, que se usará para la determinación de las propiedades geométricas del mismo (m).

PARAP: Diámetro o lado de la sección transversal en la punta del pilote (m).

E: Módulo de elasticidad del pilote (kg / cm^2).

ACEL: Aceleración en la superficie del suelo (cm / seg^2) provocada por sismo; en caso de que el valor definido sea igual a cero los resultados obtenidos por los algoritmos I y II corresponderán a condiciones estáticas (respuesta del suelo a la acción sísmica = 0, F_{ys} = estática).

•Tercera línea:

NDOV INCH DISTESF

donde:

NDOV: Número de dovelas horizontales que intervendrán en la determinación de los valores de influencia, para el cálculo de la matriz HEMAS (número entero).

INCH: Incremento horizontal (ancho) de las dovelas definidas anteriormente (m).

DISTESF: Define el tipo de ecuación a usar para calcular la distribución de esfuerzos:

1 Horizontal

2 Vertical

•Cuarta línea:

PAGUA

donde:

PAGUA: Tipo de distribución de esfuerzos neutros en la masa de suelo. Es importante que la letra que define la distribución a usar comience en la primera columna para evitar un error en la ejecución del programa (letra mayúscula o minúscula):

P La distribución de la presión de poro no es hidrostática. Si se cumple éste caso, en las líneas de propiedades (a partir de la séptima línea), deberá definirse una presión de poro (piezométrica) en el punto medio de cada estrato.

H La distribución de la presión de poro es hidrostática. Si se cumple éste caso, deberá definirse al inicio del siguiente renglón el nivel de aguas freáticas.

•Quinta línea:

"NAF" NCP NPP

donde:

NAF: Nivel de aguas freáticas con respecto a la superficie, si y sólo si $PAGUA = H (m)$.

NCP: Profundidad de la cabeza del pilote con respecto a la superficie (m).

NPP: Profundidad de la punta del pilote con respecto a la superficie (m).

•Sexta línea:

Grados de libertad asociados a la cabeza y punta del pilote, con respecto a ejes de referencia (número entero).

$\Delta y_1 \quad \Delta z_1 \quad \theta x_1 \quad \Delta y_2 \quad \Delta z_2 \quad \theta x_2$

donde:

Δy_1 : Grado de libertad en y asociado a la cabeza del pilote (traslación).

Δz_1 : Grado de libertad en z asociado a la cabeza del pilote (traslación).

θx_1 : Grado de libertad en x asociado a la cabeza del pilote (rotación).

Δy_2 : Grado de libertad en y asociado a la punta del pilote (traslación).

Δz_2 : Grado de libertad en z asociado a la punta del pilote (traslación).

θx_2 : Grado de libertad en x asociado a la punta del pilote (rotación).

1 Restringido.

0 Libre.

•Propiedades; a continuación se deberán escribir tantas líneas como número de estratos se hayan definido ($i=1, \dots, \text{NEST}$).

$Z_i \quad \text{"PIEZ}_i" \quad \gamma_i \quad \mu_i \quad G_i \quad q_{u_i}$

donde:

Z_i : Cota inferior del estrato i con respecto a la superficie (m).

"PIEZ _{i} ": En el caso de que la distribución de la presión de poro en la masa de suelo no sea hidrostática (cuarta línea) se deberá definir una presión de poro (piezométrica), en el punto medio del estrato i ; en el caso de que la distribución definida haya sido hidrostática no se deberá dar éste valor (t/m^2).

γ_i : Peso volumétrico del estrato i (t/m^3).

μ_i : Relación de Poisson del estrato i .

G_i : Módulo de rigidez al cortante del estrato i (t/m^2) "necesario para calcular la velocidad de propagación de ondas de cortante en la masa de suelo".

q_{u_i} : Consistencia natural del suelo (t/m^2) "necesaria para calcular la resistencia del suelo a la acción sísmica", generalmente obtenida de una prueba de compresión simple.

•Penúltima línea:

F_{ys}

donde:

F_{ys} : Fuerza horizontal en la cabeza del pilote debida a la inercia de la estructura ante el movimiento sísmico; en caso de que la aceleración en la superficie del suelo sea cero (segunda línea) éste valor será considerado como una carga estática (t).

•Última línea:

F_{ye}

donde:

F_{ye} : Fuerza horizontal en la cabeza del pilote debida a condiciones estáticas (t).

Archivos de resultados

Son archivos tipo texto los cuales pueden ser editados y mandados a impresión por medio de cualquier editor, estos tendrán el mismo nombre que el archivo de datos pero con extensiones diferentes dependiendo del tipo de resultados que contengan; serán ubicados en el mismo directorio donde se encuentre el archivo de datos.

Los archivos que se crearán son:

- NOMBRE.ESF
- NOMBRE.DIN
- NOMBRE.HMA
- NOMBRE.SA1
- NOMBRE.SA2
- NOMBRE.SA3

Contenido de los archivos:

NOMBRE.ESF

Esfuerzos en la masa de suelo; los esfuerzos neutros corresponderán a una distribución hidrostática o piezométrica, en lo puntos medios de cada estrato:

- Totales .- σ
- Neutros .- U
- Efectivos .- $\bar{\sigma} = \sigma - U$

NOMBRE.DIN

Respuesta sísmica del suelo:

- Periodo natural del suelo
- Primer modo de vibrar
- Segundo modo de vibrar
- Combinaciones modales

NOMBRE.HMA

Ecuación matricial de desplazamientos horizontales sísmicos en la masa de suelo:

- Propiedades dinámicas.
- Matriz de valores de influencia para una distribución de esfuerzos horizontal o vertical, donde j indica el punto de estudio e i el punto de aplicación de la carga.

$$[I_{ji}] = \begin{bmatrix} I_{11} & I_{12} & I_{13} & \cdot & I_{1n} \\ I_{21} & I_{22} & I_{23} & & I_{2n} \\ I_{31} & I_{32} & I_{33} & & I_{3n} \\ \cdot & & & & \cdot \\ I_{n1} & I_{n2} & I_{n3} & \cdot & I_{nn} \end{bmatrix} \quad n = NEST$$

- Matriz de desplazamientos unitarios horizontales (HEMAS).

$$[\bar{\delta}_{ji}] = \begin{bmatrix} \bar{\delta}_{11} & \bar{\delta}_{12} & \bar{\delta}_{13} & \cdot & \bar{\delta}_{1n} \\ \bar{\delta}_{21} & \bar{\delta}_{22} & \bar{\delta}_{23} & & \bar{\delta}_{2n} \\ \bar{\delta}_{31} & \bar{\delta}_{32} & \bar{\delta}_{33} & & \bar{\delta}_{3n} \\ \cdot & & & & \cdot \\ \bar{\delta}_{n1} & \bar{\delta}_{n2} & \bar{\delta}_{n3} & \cdot & \bar{\delta}_{nn} \end{bmatrix}$$

NOMBRE.SAI

Resultados del análisis de interacción bajo sollicitaciones dinámicas (sismo) usando las ecuaciones matriciales HEMAS y HEMIS Caso V; se analizan tres casos: para el primer modo de vibrar del suelo, para la primera combinación modal (Modo 1 + Modo 2) y para la segunda combinación modal (Modo 1 - Modo 2). En el caso de que la aceleración en la superficie del suelo sea igual a cero los resultados arrojados corresponderán a condiciones estáticas.

- Desplazamientos horizontales.
- Reacciones en la masa de suelo.
- Módulos de reacción.

NOMBRE.SA2

Resultados del análisis de interacción bajo sollicitaciones dinámicas (sismo) usando la ecuación matricial HEMISES; se analizan tres casos: para el primer modo de vibrar del suelo, para la primera combinación modal (Modo 1 + Modo 2) y para la segunda combinación modal (Modo 1 - Modo 2). En el caso de que la aceleración en la superficie del suelo sea igual a cero los resultados arrojados corresponderán a condiciones estáticas; se revisa que las reacciones resultantes sean menores a la resistencia del suelo, en caso de que la reacción en el primer estrato sea mayor a la resistente, se hace una redistribución de esfuerzos, limitando la reacción excedente a la resistente.

- Desplazamientos horizontales.
- Reacciones en la masa de suelo.
- Módulos de reacción.

NOMBRE.SA3

Resultados del análisis de interacción debido a la carga horizontal estática (F_{ye}) aplicada en la cabeza del pilote, usando el método de rigideces en lo correspondiente al análisis estructural del problema.

- Desplazamientos horizontales.
- Reacciones en la masa de suelo.
- Módulos de reacción.

Ejemplo de aplicación

Se resolverá el mismo problema planteado en el Cap. V (revisar datos).

Archivo de datos: **EJEMPLO1**

EJEMPLO 1, DISP2

13 1 0.35 0.35 259807.62 50

5 50 1

H

1.5 6.0 37.40

0 0 1 1 1 0

| | | | | |
|--------------|-------------|------------|-------------|----------|
| <i>2.90</i> | <i>1.70</i> | <i>0.5</i> | <i>700</i> | <i>5</i> |
| <i>6.00</i> | <i>1.26</i> | <i>0.5</i> | <i>195</i> | <i>5</i> |
| <i>9.60</i> | <i>1.14</i> | <i>0.5</i> | <i>200</i> | <i>5</i> |
| <i>14.00</i> | <i>1.17</i> | <i>0.5</i> | <i>195</i> | <i>5</i> |
| <i>18.30</i> | <i>1.14</i> | <i>0.5</i> | <i>160</i> | <i>5</i> |
| <i>21.00</i> | <i>1.18</i> | <i>0.5</i> | <i>335</i> | <i>5</i> |
| <i>26.60</i> | <i>1.20</i> | <i>0.5</i> | <i>180</i> | <i>5</i> |
| <i>30.00</i> | <i>1.19</i> | <i>0.5</i> | <i>270</i> | <i>5</i> |
| <i>35.50</i> | <i>1.15</i> | <i>0.5</i> | <i>235</i> | <i>5</i> |
| <i>37.40</i> | <i>1.80</i> | <i>0.5</i> | <i>3800</i> | <i>5</i> |
| <i>43.60</i> | <i>1.14</i> | <i>0.5</i> | <i>320</i> | <i>5</i> |
| <i>51.00</i> | <i>1.21</i> | <i>0.5</i> | <i>490</i> | <i>5</i> |
| <i>55.70</i> | <i>1.24</i> | <i>0.5</i> | <i>835</i> | <i>5</i> |
| <i>6.50</i> | | | | |
| <i>6.50</i> | | | | |

Archivos de resultados creados:

- EJEMPLO1.ESF
- EJEMPLO1.DIN
- EJEMPLO1.HMA
- EJEMPLO1.SA1
- EJEMPLO1.SA2
- EJEMPLO1.SA3

EJEMPLO1.ESF

EJEMPLO 1, DISP2

Esfuerzos en la masa de suelo

Distribución de la presión de poro en la masa de suelo : Hidrostática

NAF = 1.50 (m)

| <i>Z (m)</i> | <i>Totales (T/m²)</i> | <i>Neutros (T/m²)</i> | <i>Efectivos (T/m²)</i> |
|--------------|----------------------------------|----------------------------------|------------------------------------|
| <i>1.45</i> | <i>2.465</i> | <i>0.000</i> | <i>2.465</i> |
| <i>4.45</i> | <i>6.883</i> | <i>2.950</i> | <i>3.933</i> |
| <i>7.80</i> | <i>10.888</i> | <i>6.300</i> | <i>4.588</i> |
| <i>11.80</i> | <i>15.514</i> | <i>10.300</i> | <i>5.214</i> |
| <i>16.15</i> | <i>20.539</i> | <i>14.650</i> | <i>5.889</i> |
| <i>19.65</i> | <i>24.583</i> | <i>18.150</i> | <i>6.433</i> |
| <i>23.80</i> | <i>29.536</i> | <i>22.300</i> | <i>7.236</i> |
| <i>28.30</i> | <i>34.919</i> | <i>26.800</i> | <i>8.119</i> |
| <i>32.75</i> | <i>40.105</i> | <i>31.250</i> | <i>8.855</i> |
| <i>36.45</i> | <i>44.977</i> | <i>34.950</i> | <i>10.027</i> |
| <i>40.50</i> | <i>50.221</i> | <i>39.000</i> | <i>11.221</i> |
| <i>47.30</i> | <i>58.232</i> | <i>45.800</i> | <i>12.432</i> |
| <i>53.35</i> | <i>65.623</i> | <i>51.850</i> | <i>13.773</i> |

EJEMPLO1.DIN

EJEMPLO 1, DISP2

Respuesta sísmica del suelo

Periodo natural del suelo

| Est. | Masa (T/m ⁴) | G (T/m ²) | Vel. (m/s) | INCT (s) |
|------|--------------------------|-----------------------|------------|----------|
| 1 | 0.173 | 700 | 63.556 | 0.183 |
| 2 | 0.128 | 195 | 38.964 | 0.318 |
| 3 | 0.116 | 200 | 41.486 | 0.347 |
| 4 | 0.119 | 195 | 40.435 | 0.435 |
| 5 | 0.116 | 160 | 37.106 | 0.464 |
| 6 | 0.120 | 335 | 52.774 | 0.205 |
| 7 | 0.122 | 180 | 38.360 | 0.584 |
| 8 | 0.121 | 270 | 47.178 | 0.288 |
| 9 | 0.117 | 235 | 44.773 | 0.491 |
| 10 | 0.183 | 3800 | 143.910 | 0.053 |
| 11 | 0.116 | 320 | 52.476 | 0.473 |
| 12 | 0.123 | 490 | 63.029 | 0.470 |
| 13 | 0.126 | 835 | 81.277 | 0.231 |

Periodo 4.541 seg

Frecuencia 1.384 rad/seg

Primer modo

| Z (m) | DESP. (m) | CORT. (T/m ²) |
|-------|-----------|---------------------------|
| 2.90 | 0.237 | 0.251 |
| 6.00 | 0.231 | 0.447 |
| 9.60 | 0.221 | 0.647 |
| 14.00 | 0.204 | 0.882 |
| 18.30 | 0.178 | 1.083 |
| 21.00 | 0.168 | 1.201 |
| 26.60 | 0.128 | 1.415 |
| 30.00 | 0.109 | 1.518 |
| 35.50 | 0.072 | 1.641 |
| 37.40 | 0.071 | 1.694 |
| 43.60 | 0.038 | 1.777 |
| 51.00 | 0.011 | 1.824 |
| 55.70 | 0.000 | 1.830 |

Desplazamiento en la superficie del terreno 0.237 m

Periodo 4.325 seg

Frecuencia 1.453 rad/seg

Segundo modo

| Z (m) | DESP. (m) | CORT. (T/m ²) |
|-------|-----------|---------------------------|
| 2.90 | 0.030 | 0.249 |
| 6.00 | 0.025 | 0.428 |
| 9.60 | 0.016 | 0.567 |
| 14.00 | 0.002 | 0.645 |
| 18.30 | -0.014 | 0.598 |

| | | |
|-------|--------|--------|
| 21.00 | -0.019 | 0.511 |
| 26.60 | -0.030 | 0.240 |
| 30.00 | -0.032 | 0.031 |
| 35.50 | -0.029 | -0.287 |
| 37.40 | -0.029 | -0.451 |
| 43.60 | -0.018 | -0.721 |
| 51.00 | -0.005 | -0.891 |
| 55.70 | -0.000 | -0.918 |

Desplazamiento en la superficie del terreno 0.031 m

Periodo 1.556 seg

Frecuencia 4.039 rad/seg

Combinaciones modales

Coefficiente de participación para primer modo 0.7024

Coefficiente de participación para segundo modo 0.2976

| Z (m) | D(M1+M2) (m) | C(M1+M2) (T/m ²) | D(M1-M2) (m) | C(M1-M2) (T/m ²) |
|-------|--------------|------------------------------|--------------|------------------------------|
| 0.00 | 0.176 | 0.000 | 0.157 | 0.000 |
| 2.90 | 0.175 | 0.250 | 0.157 | 0.102 |
| 6.00 | 0.170 | 0.441 | 0.155 | 0.187 |
| 9.60 | 0.160 | 0.623 | 0.151 | 0.286 |
| 14.00 | 0.144 | 0.812 | 0.143 | 0.427 |
| 18.30 | 0.120 | 0.939 | 0.129 | 0.583 |
| 21.00 | 0.113 | 0.996 | 0.124 | 0.692 |
| 26.60 | 0.081 | 1.065 | 0.099 | 0.923 |
| 30.00 | 0.067 | 1.076 | 0.086 | 1.057 |
| 35.50 | 0.042 | 1.067 | 0.059 | 1.239 |
| 37.40 | 0.042 | 1.056 | 0.059 | 1.324 |
| 43.60 | 0.021 | 1.034 | 0.032 | 1.463 |
| 51.00 | 0.006 | 1.016 | 0.009 | 1.546 |
| 55.70 | 0.000 | 1.012 | 0.000 | 1.559 |

EJEMPLO1.SA1

EJEMPLO 1, DISP2

Análisis de interacción por medio de HEMAS y HEMIS "Caso V"

Desplazamientos relativos del suelo por sismo (m)

| Est. | Z (m) | Zi (m) | Modo 1 | M1+M2 | M1-M2 |
|------|-------|--------|--------|-------|-------|
| NCP | 6.00 | 0.00 | 0.160 | 0.128 | 0.096 |
| 3 | 7.80 | 1.80 | 0.155 | 0.123 | 0.094 |
| 4 | 11.80 | 5.80 | 0.141 | 0.111 | 0.088 |
| 5 | 16.15 | 10.15 | 0.119 | 0.091 | 0.077 |
| 6 | 19.65 | 13.65 | 0.102 | 0.075 | 0.068 |
| 7 | 23.80 | 17.80 | 0.077 | 0.055 | 0.053 |
| 8 | 28.30 | 22.30 | 0.047 | 0.032 | 0.034 |
| 9 | 32.75 | 26.75 | 0.019 | 0.013 | 0.014 |
| 10 | 36.45 | 30.45 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| NPP | 37.40 | 31.40 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |

Datos necesarios para la primera iteración

| Est. | Z (m) | Di E-4 (m) | Ry (T) | K (T/m) |
|------|-------|------------|--------|---------|
| 3 | 7.80 | 12.680 | 1.260 | 993.69 |
| 4 | 11.80 | 13.135 | 1.540 | 1172.48 |
| 5 | 16.15 | 15.998 | 1.505 | 940.72 |
| 6 | 19.65 | 7.404 | 0.945 | 1276.32 |
| 7 | 23.80 | 14.358 | 1.960 | 1365.08 |
| 8 | 28.30 | 9.330 | 1.190 | 1275.40 |
| 9 | 32.75 | 10.948 | 1.925 | 1758.33 |
| 10 | 36.45 | 0.000 | 0.665 | >>> |

Análisis de interacción para el Modo 1

Ecuación matricial HEMIS

| Est. | | | | | | | | | | |
|------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|------|---------|--|
| 3 | 11.35 | -30.51 | -48.22 | -52.60 | -48.60 | -35.75 | -17.36 | 0.00 | 112.39 | |
| 4 | -30.51 | 115.81 | 186.69 | 205.26 | 190.53 | 140.51 | 68.33 | 0.00 | -330.82 | |
| 5 | -48.22 | 186.69 | 337.25 | 383.42 | 363.80 | 271.44 | 132.71 | 0.00 | -536.68 | |
| 6 | -52.60 | 205.26 | 383.42 | 463.19 | 454.29 | 345.27 | 170.20 | 0.00 | -587.31 | |
| 7 | -48.60 | 190.53 | 363.80 | 454.29 | 478.42 | 378.32 | 189.91 | 0.00 | -547.19 | |
| 8 | -35.75 | 140.51 | 271.44 | 345.27 | 378.32 | 326.91 | 170.78 | 0.00 | -408.91 | |
| 9 | -17.36 | 68.33 | 132.71 | 170.20 | 189.91 | 170.78 | 100.27 | 0.00 | -202.82 | |
| 10 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | |

Número de iteraciones realizadas: 3

Ma = 7.698 T·m

Mb = 0.000 T·m

| Est. | Z (m) | Si E-4 (m) | Ry (T) | K (T/m) |
|------|-------|------------|--------|---------|
| 3 | 7.80 | 71.108 | 7.146 | 1004.88 |
| 4 | 11.80 | -1.787 | -0.269 | 1507.69 |

Número de iteraciones realizadas: 3

Ma = 8.716 T·m

Mb = 0.000 T·m

| Est. | Z (m) | δ_i E-4 (m) | Ry (T) | K (T/m) | |
|------|-------|--------------------|--------|---------|-------------------------------|
| 3 | 7.80 | 69.332 | 6.966 | 1004.78 | |
| 4 | 11.80 | -1.110 | -0.188 | 1695.78 | |
| 5 | 16.15 | -4.679 | -0.450 | 961.80 | |
| 6 | 19.65 | 1.749 | 0.237 | 1354.63 | |
| 7 | 23.80 | -0.314 | -0.045 | 1443.27 | |
| 8 | 28.30 | 0.812 | 0.108 | 1325.41 | |
| 9 | 32.75 | -1.353 | -0.240 | 1769.85 | |
| 10 | 36.45 | 0.000 | 0.112 | >>> | |
| 10 | 37.40 | ----- | ----- | 81.46 | "Rigidez angular de la punta" |

EJEMPLO 1.SA2
EJEMPLO 1, DISP2

Análisis de interacción por medio de HEMISES

Resistencia del suelo a la acción sísmica

| Estrato | Área (m ²) | q _u (T/m ²) | R _{máx} (T) |
|---------|------------------------|------------------------------------|----------------------|
| 3 | 1.26 | 5 | 4.948 |
| 4 | 1.54 | 5 | 6.048 |
| 5 | 1.50 | 5 | 5.910 |
| 6 | 0.95 | 5 | 3.711 |
| 7 | 1.96 | 5 | 7.697 |
| 8 | 1.19 | 5 | 4.673 |
| 9 | 1.92 | 5 | 7.559 |
| 10 | 0.67 | 5 | 2.611 |

Análisis de interacción para el Modo 1

Ecuación matricial HEMISES

| Est. | | | | | | | | | |
|------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|------|---------|
| 3 | 11.35 | -30.52 | -48.22 | -52.60 | -48.60 | -35.75 | -17.36 | 0.00 | 112.39 |
| 4 | -30.52 | 116.11 | 186.68 | 205.24 | 190.52 | 140.50 | 68.32 | 0.00 | -331.04 |
| 5 | -48.22 | 186.68 | 337.25 | 383.43 | 363.80 | 271.44 | 132.71 | 0.00 | -536.79 |
| 6 | -52.60 | 205.24 | 383.42 | 463.22 | 454.29 | 345.27 | 170.20 | 0.00 | -587.40 |
| 7 | -48.60 | 190.52 | 363.80 | 454.29 | 478.39 | 378.32 | 189.91 | 0.00 | -547.26 |
| 8 | -35.75 | 140.50 | 271.44 | 345.27 | 378.33 | 326.39 | 170.79 | 0.00 | -408.95 |
| 9 | -17.36 | 68.32 | 132.71 | 170.20 | 189.91 | 170.79 | 100.27 | 0.00 | -202.84 |
| 10 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |

Ma = 7.897 T·m

Mb = 0.000 T·m

| Est. | Z (m) | δi E-4 (m) | Ry (T) | K (T/m) | |
|------|-------|------------|--------|---------|-------------------------------|
| 3 | 7.80 | 71.171 | 7.152 | 1004.89 | |
| 4 | 11.80 | -1.866 | -0.279 | 1494.47 | |
| 5 | 16.15 | -5.937 | -0.570 | 959.41 | |
| 6 | 19.65 | 1.731 | 0.235 | 1358.09 | |
| 7 | 23.80 | 0.497 | 0.067 | 1346.78 | |
| 8 | 28.30 | -0.039 | -0.004 | 965.25 | |
| 9 | 32.75 | -1.516 | -0.268 | 1765.22 | |
| 10 | 36.45 | 0.000 | 0.166 | >>> | |
| 10 | 37.40 | ----- | ----- | 81.46 | "Rigidez angular de la punta" |

Es sobrepasada la resistencia del suelo en el estrato 3

Considerando la reacción excedida como plástica, tenemos:

Ma = 7.897 T·m

Mb = 0.000 T·m

| Est. | Z (m) | δi E-4 (m) | Ry (T) | K (T/m) |
|------|-------|------------|--------|---------|
| 3 | 7.80 | 49.353 | 4.948 | 1002.57 |
| 4 | 11.80 | 9.912 | 1.141 | 1150.88 |

| | | | | | |
|----|-------|--------|--------|---------|-------------------------------|
| 5 | 16.15 | -7.759 | -0.753 | 970.32 | |
| 6 | 19.65 | 2.076 | 0.283 | 1361.38 | |
| 7 | 23.80 | 0.543 | 0.073 | 1343.98 | |
| 8 | 28.30 | -0.052 | -0.006 | 1060.34 | |
| 9 | 32.75 | -1.515 | -0.267 | 1765.16 | |
| 10 | 36.45 | 0.000 | 1.081 | >>> | |
| 10 | 37.40 | ----- | ----- | 81.46 | "Rigidez angular de la punta" |

Análisis de interacción para primera combinación modal
Ecuación matricial HEMISES

| | | | | | | | | | | |
|------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|------|---------|--|
| Est. | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | | |
| | 11.35 | -30.52 | -48.22 | -52.60 | -48.60 | -35.75 | -17.36 | 0.00 | 114.48 | |
| | -30.52 | 116.11 | 186.68 | 205.24 | 190.52 | 140.50 | 68.32 | 0.00 | -338.14 | |
| | -48.22 | 186.68 | 337.25 | 383.43 | 363.80 | 271.44 | 132.71 | 0.00 | -549.20 | |
| | -52.60 | 205.24 | 383.42 | 463.22 | 454.29 | 345.27 | 170.20 | 0.00 | -603.02 | |
| | -48.60 | 190.52 | 363.80 | 454.29 | 478.39 | 378.32 | 189.91 | 0.00 | -561.95 | |
| | -35.75 | 140.50 | 271.44 | 345.27 | 378.33 | 326.39 | 170.79 | 0.00 | -420.02 | |
| | -17.36 | 68.32 | 132.71 | 170.20 | 189.91 | 170.79 | 100.27 | 0.00 | -207.06 | |
| | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | |

$Ma = 7.764 \text{ T}\cdot\text{m}$

$Mb = 0.000 \text{ T}\cdot\text{m}$

| | | | | | |
|------|-------|--------------------|--------|---------|-------------------------------|
| Est. | Z (m) | δ_i E-4 (m) | Ry (T) | K (T/m) | |
| 3 | 7.80 | 71.312 | 7.166 | 1004.93 | |
| 4 | 11.80 | -2.119 | -0.310 | 1461.33 | |
| 5 | 16.15 | -4.980 | -0.477 | 956.93 | |
| 6 | 19.65 | 0.755 | 0.104 | 1380.67 | |
| 7 | 23.80 | 1.052 | 0.145 | 1375.97 | |
| 8 | 28.30 | -0.873 | -0.114 | 1303.39 | |
| 9 | 32.75 | -0.776 | -0.136 | 1757.16 | |
| 10 | 36.45 | 0.000 | 0.121 | >>> | |
| 10 | 37.40 | ----- | ----- | 81.46 | "Rigidez angular de la punta" |

Es sobrepasada la resistencia del suelo en el estrato 3
Considerando la reacción excedida como plástica, tenemos:

$Ma = 7.999 \text{ T}\cdot\text{m}$

$Mb = 0.000 \text{ T}\cdot\text{m}$

| | | | | | |
|------|-------|--------------------|--------|---------|-------------------------------|
| Est. | Z (m) | δ_i E-4 (m) | Ry (T) | K (T/m) | |
| 3 | 7.80 | 49.353 | 4.948 | 1002.57 | |
| 4 | 11.80 | 9.897 | 1.139 | 1150.31 | |
| 5 | 16.15 | -7.011 | -0.680 | 969.93 | |
| 6 | 19.65 | 1.139 | 0.157 | 1379.91 | |
| 7 | 23.80 | 1.103 | 0.151 | 1373.13 | |
| 8 | 28.30 | -0.887 | -0.116 | 1303.92 | |
| 9 | 32.75 | -0.775 | -0.136 | 1757.02 | |
| 10 | 36.45 | 0.000 | 1.037 | >>> | |
| 10 | 37.40 | ----- | ----- | 81.46 | "Rigidez angular de la punta" |

Análisis de interacción para segunda combinación modal
Ecuación matricial HEMISES

| Est. | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 10 |
|------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|------|---------|
| | 11.35 | -30.52 | -48.22 | -52.60 | -48.60 | -35.75 | -17.36 | 0.00 | 116.45 |
| | -30.52 | 116.11 | 186.68 | 205.24 | 190.52 | 140.50 | 68.32 | 0.00 | -333.13 |
| | -48.22 | 186.68 | 337.25 | 383.43 | 363.80 | 271.44 | 132.71 | 0.00 | -535.46 |
| | -52.60 | 205.24 | 383.42 | 463.22 | 454.29 | 345.27 | 170.20 | 0.00 | -584.11 |
| | -48.60 | 190.52 | 363.80 | 454.29 | 478.39 | 378.32 | 189.91 | 0.00 | -542.01 |
| | -35.75 | 140.50 | 271.44 | 345.27 | 378.33 | 326.39 | 170.79 | 0.00 | -401.32 |
| | -17.36 | 68.32 | 132.71 | 170.20 | 189.91 | 170.79 | 100.27 | 0.00 | -197.86 |
| | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |

$Ma = 8.714 T \cdot m$

$Mb = 0.000 T \cdot m$

| Est. | Z (m) | δ E-4 (m) | Ry (T) | K (T/m) | |
|------|-------|------------------|--------|---------|-------------------------------|
| 3 | 7.80 | 69.344 | 6.968 | 1004.79 | |
| 4 | 11.80 | -1.126 | -0.190 | 1688.87 | |
| 5 | 16.15 | -4.672 | -0.449 | 961.78 | |
| 6 | 19.65 | 1.749 | 0.237 | 1354.59 | |
| 7 | 23.80 | -0.314 | -0.045 | 1443.23 | |
| 8 | 28.30 | 0.812 | 0.108 | 1325.41 | |
| 9 | 32.75 | -1.353 | -0.240 | 1769.85 | |
| 10 | 36.45 | 0.000 | 0.112 | >>> | |
| 10 | 37.40 | ----- | ----- | 81.46 | "Rigidez angular de la punta" |

Es sobrepasada la resistencia del suelo en el estrato 3

Considerando la reacción excedida como plástica, tenemos:

$Ma = 8.858 T \cdot m$

$Mb = 0.000 T \cdot m$

| Est. | Z (m) | δ E-4 (m) | Ry (T) | K (T/m) | |
|------|-------|------------------|--------|---------|-------------------------------|
| 3 | 7.80 | 49.340 | 4.948 | 1002.84 | |
| 4 | 11.80 | 8.579 | 0.981 | 1143.70 | |
| 5 | 16.15 | -5.901 | -0.574 | 973.12 | |
| 6 | 19.65 | 1.984 | 0.269 | 1357.21 | |
| 7 | 23.80 | -0.283 | -0.041 | 1457.51 | |
| 8 | 28.30 | 0.803 | 0.106 | 1325.30 | |
| 9 | 32.75 | -1.353 | -0.239 | 1769.81 | |
| 10 | 36.45 | 0.000 | 1.050 | >>> | |
| 10 | 37.40 | ----- | ----- | 81.46 | "Rigidez angular de la punta" |

EJEMPLO1.SA3

EJEMPLO 1, DISP2

Resultado del análisis de interacción para solicitaciones estáticas.

$Ma = 9.545 \text{ T}\cdot\text{m}$

$Mb = 0.000 \text{ T}\cdot\text{m}$

| <i>Est</i> | <i>Z (m)</i> | $\delta i \text{ E-4 (m)}$ | <i>Ry (T)</i> | <i>K (T/m)</i> | |
|------------|--------------|----------------------------|---------------|----------------|-------------------------------|
| 3 | 7.80 | 68.339 | 6.866 | 1004.77 | |
| 4 | 11.80 | -1.046 | -0.181 | 1733.35 | |
| 5 | 16.15 | -2.205 | -0.211 | 958.42 | |
| 6 | 19.65 | 0.122 | 0.018 | 1508.50 | |
| 7 | 23.80 | 0.067 | 0.009 | 1357.61 | |
| 8 | 28.30 | -0.010 | -0.001 | 1374.43 | |
| 9 | 32.75 | 0.000 | 0.000 | 861.54 | |
| 10 | 36.45 | 0.000 | 0.000 | >>> | |
| 10 | 37.40 | ----- | ----- | 81.46 | "Rigidez angular de la punta" |

ANEXO VII.1**ANÁLISIS DEL FLUJO DEL PROGRAMA**

El programa fue estructurado mediante módulos, los cuales a su vez, están formados por procedimientos (subprogramas), mismos que son llamados al momento de ser utilizados; a continuación se presenta el flujo del programa tal y como se presenta al momento de ser ejecutado.

DISP2.PAS

→ **INICIO.PAS**

→ **CALC1.PAS**

- **CONTDAT.PAS**
- **CALCESF.PAS**
- **RDSUELO.PAS**
 - ◊ **PFUNDAM.PAS**
 - ◊ **MODOSU1.PAS**
 - ◊ **MODOSU2.PAS**
 - ◊ **RESPMAX.PAS**

→ **CALC2.PAS**

- **VALINFLU.PAS**
 - ◊ **ECU1.PAS**
 - ◊ **ECU2.PAS**
- **MHEMAS.PAS**

→ **CALC3.PAS**

- **MATCOEF1**
- **HEMIS.PAS**
 - ◊ **ELIGAUSS.PAS**
 - ◊ **CALCRy**
- **MATCOEF2**
- **HEMISES.PAS**
 - ◊ **ELIGAUSS.PAS**
 - ◊ **CALCRy**
- **RIGIDEZ.PAS**
 - ◊ **ELIGAUSS.PAS**

Descripción:

DISP2.PAS Control central de todo el proceso de cálculo.

→ *INICIO.PAS* Procedimiento que controla la pantalla inicial de presentación del programa.

→ *CALC1.PAS* Procedimiento para el control de la lectura de datos, creación de los archivos de salida, cálculo de los diagramas de esfuerzo en la masa de suelo así como de la respuesta sísmica de la misma.

- *CONTDAT.PAS* Subprocedimiento para la lectura de los datos de entrada y creación de archivos de salida.
- *CALCESF.PAS* Subprocedimiento para el cálculo de los diagramas de esfuerzo en la masa de suelo.
- *RDSUELO.PAS* Subprocedimiento que controla el cálculo de la respuesta sísmica de la masa de suelo.
- ◊ *PFUNDAM.PAS* Subprocedimiento para el cálculo del periodo natural de vibración del suelo.
- ◊ *MODOSU1.PAS* Subprocedimiento para el cálculo de los desplazamientos y esfuerzos cortantes correspondientes al primer modo de vibrar de la masa de suelo.
- ◊ *MODOSU2.PAS* Subprocedimiento para el cálculo de los desplazamientos y esfuerzos cortantes correspondientes al segundo modo de vibrar de la masa de suelo.
- ◊ *RESPMAX.PAS* Subprocedimiento para el cálculo de combinaciones modales.

→ *CALC2.PAS* Procedimiento para control del cálculo de la ecuación matricial HEMAS.

- *VALINFLU.PAS* Subprocedimiento para el cálculo de la matriz de valores de influencia considerando una distribución de esfuerzos horizontal o vertical.
- ◊ *ECU1.PAS* Subprocedimiento que contiene la ecuación para una distribución de esfuerzos horizontal.
- ◊ *ECU2.PAS* Subprocedimiento que contiene la ecuación para una distribución de esfuerzos vertical.

- *MHEMAS.PAS* Subprocedimiento para ensamblar la ecuación matricial de desplazamientos horizontales HEMAS.
- *CALC3.PAS* Procedimiento para el control de los distintos algoritmos de análisis.
- *ELIGAUSS.PAS* Subprocedimiento para la solución de sistemas de ecuaciones por medio de eliminación Gaussiana con sustitución hacia atrás.
- *CALCRy* Subprocedimiento para el cálculo de las reacciones en los extremos.
- *MATCOEF1* Subprocedimiento para el cálculo de la matriz de coeficientes de la ecuación matricial HEMIS.
- *HEMIS.PAS* Subprocedimiento para el cálculo y solución de la ecuación matricial HEMIS en conjunto con la ecuación matricial HEMAS (Primer algoritmo).
- *MATCOEF2* Subprocedimiento para el cálculo de la matriz de coeficientes de la ecuación matricial HEMISES.
- *HEMISES.PAS* Subprocedimiento para el cálculo y solución de la ecuación matricial HEMISES (Segundo algoritmo).
- *RIGIDEZ.PAS* Subprocedimiento para el control del tercer algoritmo.

Gerarquia = ◦ ◦ • ◦ → ◦ *DISP2.PAS*

Anexo a la tesis se presenta un disquete conteniendo:

- Archivo ejecutable.
- Ejemplos de aplicación.

CAPÍTULO VIII

CONCLUSIONES

Debido a la laboriosidad del análisis de interacción, entre el suelo y la estructura de cimentación, no es común en la práctica profesional el hacer uso de tales herramientas de cálculo, lo que nos lleva a aplicar criterios que pueden ser muy conservadores y que influyen directamente en el costo del proyecto o criterios que pueden subestimar los requisitos mínimos de resistencia; esto además del servir de apoyo a clases del área de geotécnica que se imparten en la Facultad de Ingeniería ha sido lo que motivó el desarrollo del presente trabajo.

Las principales características del programa desarrollado son:

- El manejo de los datos de entrada y salida se realiza mediante archivos tipo texto, en el que se lee un archivo de datos y se crean archivos específicos de resultados.
- El suelo es considerado como un medio continuo.
- En el cálculo de los desplazamientos horizontales, es posible controlar el ancho y número de dovelas que discretizan la masa de suelo, así como el tipo de distribución de esfuerzos usada (horizontal o vertical).
- El análisis se realiza bajo cualquier condición de apoyo en los extremos del elemento.
- Las cargas sobre el pilote pueden ser estáticas o dinámicas (sismo). En las primeras se considera que estas son transmitidas a la cabeza del pilote por la estructura debido a cargas permanentes, y para las segundas, se considera la respuesta sísmica de la masa de suelo, así como una fuerza horizontal en la cabeza del pilote provocada por la inercia de la estructura ante el movimiento sísmico.
- El análisis de interacción para el caso dinámico se realiza resolviendo las ecuaciones matriciales HEMAS y HEMIS Caso V en forma iterativa hasta lograr la compatibilidad de deformaciones en la interfase suelo-pilote, así como mediante la solución de la ecuación matricial HEMISES; para el caso estático es usado el método de rigideces para resolver la parte correspondiente al análisis estructural del problema que en conjunto con la ecuación matricial HEMAS y mediante un proceso iterativo se da solución al problema de interacción.

- En caso de ser excedida la resistencia del suelo a la acción sísmica se redistribuyen los esfuerzos considerando las reacciones plásticas.

Las expectativas que se tienen son las de seguir mejorando la versión que ahora se presenta, en función de nuevos algoritmos que cada vez se apeguen más a la realidad calibrando los resultados que estos deriven con pruebas de campo, así como la programación de un postprocesador gráfico de resultados.

Quisiera agradecer al Dr. Rigoberto Rivera Constantino por su tiempo y dedicación brindados en la dirección de este trabajo; así como a la Facultad de Ingeniería e implícitamente a la Universidad Nacional Autónoma de México, por la preparación que se me dio para poder pertenecer al grupo de profesionales que tienen como fin participar activamente en el desarrollo de nuestro país; México.

REFERENCIAS

1. *Foundation Engineering for Difficult Subsoil Conditions (1973)*, Leonardo Zeevaert.
3a. reimpresión. Van Nostrand Reinhold Co., Nueva York.

2. *Interacción Suelo - Estructura de Cimentación (1991)*, Leonardo Zeevaert.
2a. reimpresión. Limusa, México.

3. *Matrix Analysis of Framed Structures (1990)*, William Weaver, Jr. James M. Gere
3a. edición. Van Nostrand Reinhold Co., Nueva York.