

47  
29

**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO**

**FACULTAD DE CIENCIAS**

**DISEÑO Y CONSTRUCCION DE UN ESPECTROMETRO  
MÖSSBAUER DE VELOCIDAD CONSTANTE**

**T E S I S**

Que para obtener el título de:

**F I S I C O**

p r e s e n t a

**FERNANDO VEGA VEJAR**

México, D. F.

1996



**FACULTAD DE CIENCIAS  
SECCION ESCOLAR**

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AVENIDA DE  
MEXICO

M. en C. Virginia Abrín Batule  
Jefe de la División de Estudios Profesionales de la  
Facultad de Ciencias  
Presente

Comunicamos a usted que hemos revisado el trabajo de Tesis:

"Diseño y Construcción de un Espectrómetro Mössbauer de Velocidad Constante".

realizado por VEGA VEJAR FERNANDO

con número de cuenta 7660101-3, pasante de la carrera de Física.

Dicho trabajo cuenta con nuestro voto aprobatorio.

Atentamente

Director de Tesis  
Propietario

FIS. ANGEL ARTURO NOGUEIRA JIMENEZ

Propietario

FIS. ELFEGO GUILLERMO RUIZ SCHNEIDER

Propietario

M. EN C. RAUL WAYNE GOMEZ GONZALEZ

Suplente

DR. FERNANDO ALBA ANDRADE

Suplente

FIS. MANUEL JESUS JIMENEZ JIMENEZ

Consejo Departamental de Física

p. a.   
DR. ROBERTO ALEJANDRO RUELAS MAYORGA  
Coordinador de Licenciatura  
DEPARTAMENTO DE FISICA

***A MIS PADRES:***

*Salvador Vega Vega*

*Alicia Estela Véjar Sánchez,*

*por su apoyo, consejos, comprensión y cariño.*

***A MI FAMILIA:***

*Maria del Carmen Muñoz Magaña*

*Ariadne, Isaac y Berenice*

*les regalo esto, esperando que sea un motivo para que ustedes sean mucho más de lo poquito que yo he podido ser.*

***A MIS HERMANOS Y AMIGOS:***

*por su gran afecto.*

## Agradecimientos

*Agradezco sinceramente la ayuda, el apoyo, la motivación y la amistad incondicional que me ha brindado el profesor Fis. Angel Arturo Nogueira Jiménez, director de la presente tesis, sin quien este trabajo no hubiera siquiera comenzado.*

*Mención especial debo hacer de los profesores : Dr. Fernando Alba Andrade, M. en C. Raúl Wayne Gómez González, Fis. Manuel Jesús Jiménez Jiménez y Dr. Élfego Guillermo Ruiz Schneider, por su minuciosa revisión del preliminar, sus aportaciones y sus valiosos y oportunos comentarios.*

# Índice



# Índice

---

	página
Índice .....	índice-1
<b>Introducción</b>	
i.1. Generalidades.....	i-2
i.2. Propósito del Trabajo .....	i-4
i.3. Rudolf Ludwig Mössbauer.....	i-5
<b>Capítulo 1</b>	<b>Desintegración radiactiva</b>
1.1. Radiactividad.....	1-2
1.2. Interacción de partículas con la materia.....	1-5
1.3. Absorción de fotones en la materia.....	1-10
<b>Capítulo 2</b>	<b>Resonancia</b>
2.1. Estados estacionarios.....	2-2
2.2. Evidencia de resonancia atómica.....	2-5
2.3. Probabilidades de emisión y absorción de cuantos de energía.....	2-6
2.4. Conservación de la energía e ímpetu en transiciones radiativas .....	2-9
2.5. Análisis de las ecuaciones de emisión y absorción .....	2-13
<b>Capítulo 3</b>	<b>Núcleos fijos en un cristal</b>
3.1. Núcleos fijos en una red cristalina .....	3-2
3.2. Destrucción de la resonancia .....	3-6
3.3. Sección eficaz para procesos resonantes .....	3-7
<b>Capítulo 4</b>	<b>Instrumentación</b>
4.1. Montajes experimentales.....	4-2
4.2. Modulación: dispositivos y características .....	4-5
4.3. Preparación de las fuentes .....	4-7
4.4. Detectores .....	4-9
4.5. Instrumentos de ionización de gas.....	4-11
4.6. Analizador monocanal.....	4-16
4.7. Analizador multicanal.....	4-18

*continúa...*

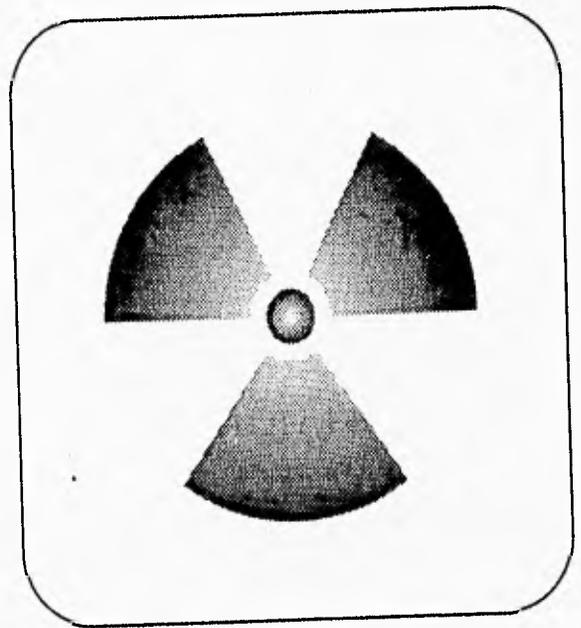
# Índice

---

	página
<b>Capítulo 5</b>	<b>Servomecanismo de velocidad constante</b>
5.1.	Sistemas de Control..... 5-2
5.2.	Retroalimentación..... 5-4
5.3.	Amplificadores operacionales..... 5-8
5.4.	Transductor de velocidad..... 5-9
5.5.	Servosistema..... 5-12
5.6.	Circuito conformador-excitador..... 5-16
5.7.	Temporizador LM555..... 5-20
5.8.	Oscilador TTL74121..... 5-22
<b>Capítulo 6</b>	<b>Implementación, resultados y conclusiones</b>
6.1.	Implementación..... 6-2
6.2.	Selección de gammas de 14.4 Kev..... 6-3
6.3.	Espectros de absorción..... 6-7
6.4.	Calibración de velocidades..... 6-12
6.5.	Aproximación lineal..... 6-14
6.6.	Conclusiones y mejoras..... 6-17
<b>Bibliografía</b>	..... b-1

## Capítulo 1

# Desintegración radiactiva





---

## Capítulo 1

### Desintegración radiactiva

---

#### Contenido

A continuación se presentan los temas que se cubren en el presente capítulo:

	<b>Tema</b>	<b>Página</b>
1.1	Radiactividad	1-2
1.2	Interacción de partículas con la materia	1-5
1.3	Absorción de fotones en la materia	1-10

---

## Radiactividad

---

**Introducción** Tal vez ningún fenómeno haya tenido tanta importancia en el desarrollo de la física tanto atómica como nuclear, como la radiactividad. Un núcleo que emprende una desintegración radiactiva, emite espontáneamente un núcleo partícula  $\alpha$  ( ${}^4_2\text{He}$ ), una partícula  $\beta$  (electrón) o un rayo  $\gamma$  (fotón), con lo que se libera de la energía de excitación nuclear o logra una configuración, que es o conducirá, a otra de mayor estabilidad.

---

**Actividad radiactiva** La actividad de una muestra de material radiactivo es la proporción en que los núcleos de sus átomos constituyentes se desintegran. Si  $N$  es el número de núcleos presentes en un determinado instante en una muestra, su actividad  $R$  viene dada por

$$R = -\frac{dN}{dt} \quad 1-1$$

El signo menos tiene por objeto hacer que  $R$  sea una cantidad positiva, ya que  $dN/dt$  es, intrínsecamente negativa. Puesto que las unidades de actividad natural son desintegraciones por segundo, se acostumbra expresar  $R$  en función del curie (Ci) y sus submúltiplos: el milicurie (mCi) y el microcurie ( $\mu\text{Ci}$ ). Por definición,

$$1\text{Ci} = 3.70 \times 10^{10} \text{ desintegraciones/segundo.}$$


---

**Ley empírica** Las medidas experimentales de las actividades de muestras radiactivas indican que, en todos los casos, disminuyen exponencialmente con el tiempo. Podemos expresar nuestra información empírica sobre la variación de la actividad con el tiempo en la forma

$$R = R_0 e^{-\lambda t} \quad 1-2$$

donde  $\lambda$ , llamada constante de desintegración, tiene un valor diferente para cada radio-isótopo.

---

*continúa...*

**Radiactividad** (continuación)**Ley empírica**  
continuación

La relación entre la constante de desintegración  $\lambda$  y la semivida  $\tau$  se establece fácilmente. Después de haber transcurrido una vida media, esto es, cuando  $t = \tau$ , la actividad  $R$  cae, por definición hasta  $1/2 R_0$ , por tanto,

$$\frac{1}{2}R_0 = R_0 e^{-\lambda\tau}$$

$$\Rightarrow e^{\lambda\tau} = 2$$

$$\Rightarrow \tau = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0.693}{\lambda} \quad 1-3$$

La vida media para el  $\text{Co}^{57}$  es de  $\tau = 1.4 \times 10^7$  seg, de aquí y la ecuación 1-3 se deduce que la constante de desintegración para este material es igual a  $4.95 \times 10^6 \text{ seg}^{-1}$ .

**Naturaleza estadística**

El hecho de que la desintegración radiactiva siga la ley exponencial de la ecuación 1-2, es una clara muestra de que este fenómeno es de naturaleza estadística; cada núcleo en un material radiactivo tiene una cierta probabilidad de desintegrarse, pero no hay manera de conocer por adelantado qué núcleos se desintegran realmente en un lapso determinado.

**Probabilidad de desintegración**

La ley empírica de actividad de la ecuación 1-2, se desprende directamente de la suposición de una constante de probabilidad  $\lambda$  por unidad de tiempo para la desintegración de cada núcleo de un isótopo dado.

Puesto que  $\lambda$  es la probabilidad por unidad de tiempo,  $\lambda dt$  es la probabilidad que tiene cualquier núcleo para desintegrarse en un intervalo  $dt$ . Si una muestra contiene  $N$  núcleos sin desintegrarse, el número  $dN$  de los que lo hacen en un tiempo  $dt$  es,

$$dN = -N\lambda dt \quad 1-4$$

en donde se requiere el signo menos, debido a que  $N$  disminuye al aumentar  $t$ .

continúa...

## Radiactividad (continuación)

---

**Probabilidad de desintegración**  
continuación

La ecuación 1-4, se puede escribir como

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N$$

e integrando ambos miembros de la ecuación,

$$\int_{N_0}^N \frac{dN}{N} = -\lambda \int_0^t dt$$

$$\Rightarrow N = N_0 e^{-\lambda t} \quad 1-5$$

Esta ecuación, da el número de núcleos no desintegrados en el tiempo  $t$ , en función de la probabilidad de desintegración por unidad de tiempo  $\lambda$ , del isótopo de que se trate y del número  $N_0$  de núcleos sin desintegrar para  $t = 0$ .

---

**Relación entre actividad  $R$  y probabilidad  $\lambda$**

Puesto que la actividad de una muestra radiactiva se define por la ecuación 1-1, de la ecuación 1-5, se obtiene

$$R = \lambda N_0 e^{-\lambda t}$$

Esto concuerda con la ley empírica de actividad si  $R_0 = \lambda N_0$ , ó en general si

$$R = \lambda N \quad 1-6$$


---

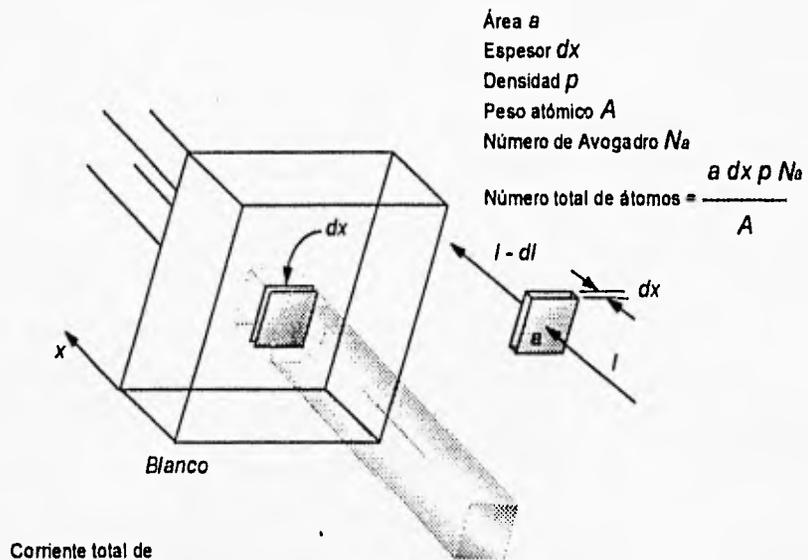
## Interacción de partículas con la materia

### Introducción

Es necesario un conocimiento de la interacción de la radiación con la materia, para entender no sólo el funcionamiento de los detectores, sino para calcular los resultados experimentales de los experimentos nucleares, cuando se tengan que aplicar correcciones a las partículas cargadas lentas y a la absorción de fotones en los materiales blanco y las paredes de la cámara blanco.

### Definiciones

A continuación se dan las definiciones de los parámetros básicos que se usan para describir las reacciones en los procesos de absorción, a partir de los datos que se muestran en la figura siguiente:



$$\text{Flujo} = I/a \text{ partículas/seg-cm}^2$$

figura 1-1 Flujo de partículas incidiendo en una superficie.

continúa...

## Interacción de partículas con la materia (continuación)

---

**Sección eficaz** Cuando la materia (material blanco) es irradiada (bombardeado) con un flujo de partículas incidentes (o fotones), se puede medir el producto de una reacción particular entre partículas incidentes (o fotones) y los átomos (o núcleos) del material blanco.

El resultado de una reacción dada es proporcional al flujo de partículas incidentes y al número total de átomos blanco expuestos al flujo incidente.

Considérese un flujo de partículas incidentes sobre una sección  $dx$  del blanco, figura 1-1. El número de partículas incidentes que producen una reacción particular por unidad de tiempo  $dN/dt$ , se expresa mediante la relación:

$$\frac{dN}{dt} = \frac{I}{a} \left( \frac{adx\rho N_a}{A} \right) \sigma$$

1-7

$$= \sigma I \frac{N_a}{A} \rho dx$$

donde  $\sigma$  se define como la sección eficaz para una reacción particular y tiene dimensiones de  $\text{cm}^2$ ; la cantidad  $(adx\rho N_a/A)\sigma$  puede pensarse como el área total efectiva que los átomos blanco exponen a las partículas incidentes.

En un modelo sencillo, uno puede imaginar que la sección eficaz para una reacción en la cual las partículas incidentes golpean el núcleo debe ser, aproximadamente igual al área geométrica del núcleo, es decir,

$$\pi r^2 \cong 6 \times 10^{-26} A^{2/3} \text{ cm}^2.$$

en donde el radio nuclear es aproximadamente

$$r \cong 1.4 A^{1/3} \times 10^{-13} \text{ cm}.$$

Para un peso medio del núcleo, el área geométrica es del orden de  $10^{-24} \text{ cm}^2$  y esta unidad se define como un **barn**.

---

*continúa...*

## Interacción de partículas con la materia (continuación)

### Sección eficaz diferencial

En casi todos los experimentos nucleares, una de las cantidades observables con un detector es el número de partículas dispersadas por un blanco y que caen en un área  $dA$ . Esta área está dentro de un elemento de ángulo sólido  $d\Omega$  a un ángulo  $(\theta, \phi)$ , respecto a el haz incidente de los proyectiles.

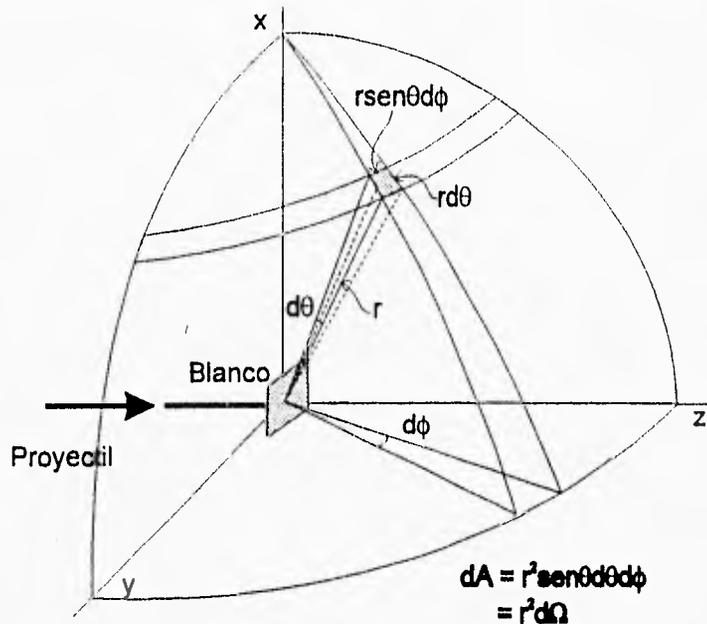


figura 1-2 Geometría de un sistema de laboratorio de partícula incidente, blanco y detector.

En este caso definimos la sección eficaz diferencial  $d\sigma(\theta, \phi)/d\Omega$  en unidades de  $\text{cm}^2 \text{ract}^{-1}$  por la relación:

$$\frac{dN}{dt} = \left( \frac{d\sigma(\theta, \phi)}{d\Omega} \right) I \frac{N_a}{A} \rho dx \quad 1-8$$

en donde  $d\Omega$  es el ángulo sólido subtendido por el detector desde el blanco. Nótese que si integramos sobre todos los ángulos, lo cual podríamos hacer experimentalmente rodeando el blanco con el detector, obtenemos

*continúa...*

## Interacción de partículas con la materia (continuación)

---

**Sección eficaz  
diferencial**  
*continuación*

$$\begin{aligned}\frac{dN}{dt} &= I \frac{N_a}{A} \rho dx \int_0^{4\pi} \frac{d\sigma(\theta, \varphi)}{d\Omega} d\Omega \\ &= \sigma I \frac{N_a}{A} \rho dx\end{aligned}$$

1-9

La sección eficaz es también una función de la energía de las partículas incidentes y entonces, de la pérdida de energía al atravesar el blanco.

---

**Coefficiente de  
absorción**

Se desea conocer ahora el decremento en la intensidad del haz de partículas después de haber pasado por el blanco. En la figura 1-1 la corriente de partículas incidentes sobre un elemento  $adx$  es  $I$  y esta decrece a un valor de  $I - dI$  cuando abandona el elemento.

De la ecuación 1-7 se sigue que

$$\frac{dN}{dt} = -dI = \sigma I \frac{N_a}{A} \rho dx$$

$$\Rightarrow \frac{dI}{I} = -\sigma I \frac{N_a}{A} \rho dx$$

así obtenemos

$$I(x) = I_0 e^{-\sigma \frac{N_a}{A} \rho x} \quad 1-10$$

en donde  $I_0$  es la intensidad inicial en  $x = 0$ .

---

*continúa...*

## Interacción de partículas con la materia (continuación)

---

**Coefficientes**  $\eta$ ,  $\mu$  y  $\mu_m$  En datos experimentales de absorción de radiación en la materia, los parámetros que se miden son:

- > densidad de partículas absorbedoras  $\eta$

$$I(x) = I_0 e^{-\eta x}, \quad \eta = \frac{N_a}{A} \rho \text{ partículas/cm}^3$$

- > coeficiente de absorción lineal  $\mu$

$$I(x) = I_0 e^{-\mu x}, \quad \mu = \sigma \frac{N_a}{A} \rho \text{ cm}^{-1}$$

- > coeficiente de absorción de masa  $\mu_m$

$$I(x) = I_0 e^{-\mu_m x}, \quad \mu_m = \sigma \frac{N_a}{A} \text{ cm}^2/\text{g}$$

---

**Probabilidad de absorción** La probabilidad de absorción  $P(x)$  a lo largo de una longitud  $x$ , estará dada por

$$P(x) = 1 - \frac{I(x)}{I_0} = 1 - \frac{I_0 e^{-\sigma \eta x}}{I_0}$$

$$\Rightarrow P(x) = 1 - e^{-\sigma \eta x} \qquad 1-11$$


---

## Absorción de fotones en la materia

---

**Absorción de rayos X y  $\gamma$**  Los tres principales mecanismos por los cuales los rayos gamma ( $\gamma$ ) y los rayos equis (X) son absorbidos en la materia son:

- ☒ Efecto Fotoeléctrico,
- ☒ Efecto Compton y
- ☒ Producción de Pares.

---

**Efecto Fotoeléctrico** Ocurre cuando un fotón es absorbido completamente y transfiere toda su energía a un electrón atómico. Los rayos gamma o rayos X originales desaparecen en este proceso y, subsecuentemente, el átomo se desexcita con la emisión de uno o más rayos X con una energía total igual a la energía de amarre del fotoelectrón.

---

**Efecto Compton** En este proceso, el fotón dispersado por un electrón atómico es deflectado un ángulo  $\theta$ , y pierde sólo parte de su energía. Compton mostró que la energía del fotón dispersado,  $E'_\gamma$ , está dada por

$$E'_\gamma = E_\gamma / \left[ 1 + (1 - \cos\theta) E_\gamma / mc^2 \right] E'_\gamma$$

así la energía del electrón es  $E_\gamma - E'_\gamma$ . Los electrones reculantes tienen un espectro de energías desde cero hasta un valor máximo que ocurre a el ángulo de retrodispersión ( $\theta = 180^\circ$ ). La energía máxima está dada por

$$E_{max} = 2E_\gamma^2 / (mc^2 + 2E_\gamma)$$

Distinto al efecto fotoeléctrico o producción de pares en los cuales el fotón primario desaparece, en dispersión Compton "*el fotón primario cambia energía en una interacción*".

---

*continúa...*

## Absorción de fotones en la materia *(continuación)*

---

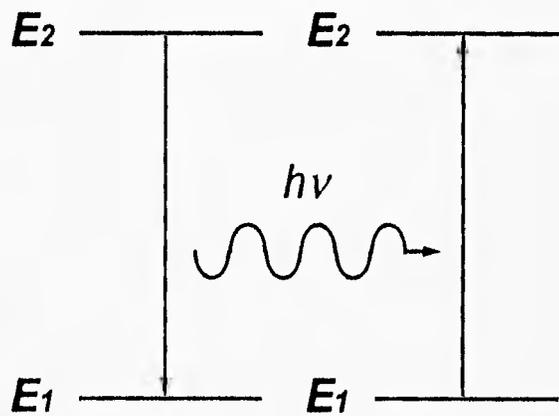
### Producción de Pares

Cuando el fotón tiene suficiente energía, éste puede ser aniquilado y se puede crear un par electrón-positrón. Este proceso debe tomar lugar en el campo de una tercer partícula, usualmente el núcleo atómico, de tal forma que se conserva el ímpetu. La energía del fotón debe exceder a  $2mc^2$  que es el total de la masa en reposo del electrón y del positrón, es decir 1.022 MeV. Arriba de esta energía el exceso aparece como energía cinética del par electrón-positrón y una muy pequeña energía de retroceso del núcleo.

---

## Capítulo 2

# Resonancia



---

## Capítulo 2

### Resonancia

---

#### Contenido

A continuación se enumeran los temas que se cubren en el presente capítulo:

<b>Tema</b>	<b>Página</b>
2.1 Estados estacionarios	2-2
2.2 Evidencia de resonancia atómica	2-5
2.3 Probabilidades de emisión y absorción de cuantos de energía	2-6
2.4 Conservación de la energía y del impetu en transiciones radiativas	2-9
2.5 Análisis de las ecuaciones de emisión y absorción	2-13

---

## Estados estacionarios

---

### Introducción

Cuando una onda electromagnética interactúa con un sistema de cargas tal como un átomo, una molécula o un núcleo, los campos eléctrico y magnético de la onda perturban el movimiento de las cargas. En el lenguaje de la física clásica, se dice que la onda imprime una oscilación forzada sobre el movimiento natural de las cargas.

Un oscilador clásico responde más fácilmente cuando la frecuencia de las oscilaciones forzadas es igual a su frecuencia natural, situación que se denomina resonancia. Cuando hay resonancia, es máxima la rapidez con que el oscilador absorbe energía.

---

### Espectro de emisión

Supongamos que inicialmente el sistema está en el estado más estable o de mínima energía, llamado estado base. Cuando el sistema absorbe radiación electromagnética, pasa a otro estado de energía más alta llamado estado excitado. En el caso de un dipolo eléctrico oscilante clásico, un estado excitado correspondería a una amplitud mayor de oscilación.

Evidentemente un sistema de cargas en un estado excitado puede liberar su exceso de energía en forma de radiación electromagnética. Las frecuencias que se observan en la radiación emitida constituyen el espectro de emisión del sistema de cargas.

---

### Espectro de absorción

Se ha encontrado experimentalmente que los átomos, las moléculas, los núcleos -en general cualquier grupo de partículas cargadas- tiene una serie de frecuencias de resonancia  $\nu_1$ ,  $\nu_2$ ,  $\nu_3$ , ... para las cuales es apreciable la absorción de radiación electromagnética. Para toda otra frecuencia la absorción es despreciable.

Las frecuencias de resonancia  $\nu_1$ ,  $\nu_2$ ,  $\nu_3$ , ... constituyen el espectro de absorción de la sustancia.

Los experimentos han demostrado que las frecuencias observadas en el espectro de absorción se observan también en el espectro de emisión.

---

*continúa...*

## Estados estacionarios *(continuación)*

---

**Ecuación de Bohr** La existencia de un espectro compuesto de frecuencias bien definidas fué un problema que intrigó a los físicos al final del siglo pasado y principios del actual. Para resolver este problema, el físico danés Niels Bohr (1885 - 1962) propuso en 1913, una idea revolucionaria. Bohr usó el concepto de fotón y extendió la hipótesis de Planck expresada por la ecuación

$$E = h\nu \qquad 2-01$$

donde  $h$  es la constante de proporcionalidad de Planck y tiene el valor

$$h = 6.6256 \times 10^{-34} \text{ joule-s.}$$

Supongamos que un átomo que se encuentra en un estado de energía  $E_1$  absorbe radiación de frecuencia  $\nu$  pasando así a otro estado de energía  $E_2$  mayor. El cambio en la energía del átomo es  $E_2 - E_1$ , por otra parte, la energía absorbida de la radiación en un sólo proceso debe ser la del fotón  $h\nu$ . La conservación de la energía exige que ambas cantidades sean iguales. En consecuencia

$$E_2 - E_1 = h\nu \qquad 2-02$$

que se denomina ecuación de Bohr. Análogamente, si el átomo pasa de un estado de energía  $E_2$  a otro estado de energía  $E_1$  menor, la frecuencia de la radiación emitida debe estar dada por la ecuación 2-02.

---

### Estados estacionarios

El hecho de que se observen solamente ciertas frecuencias  $\nu_1, \nu_2, \nu_3, \dots$  en la emisión y en la absorción, se puede explicar si suponemos que la energía del átomo sólo puede tener ciertos valores  $E_1, E_2, E_3, \dots$ . Cada valor permitido se denomina nivel de energía. Luego, las únicas frecuencias posibles que aparecen en la emisión o en la absorción de la radiación son las correspondientes a transiciones entre dos niveles de energía permitidos, es decir  $\nu = (E_i - E_j) / h$ . La hipótesis de Bohr puede entonces enunciarse como sigue:

*La energía de un sistema de cargas -un átomo, una molécula o un núcleo- sólo puede tener ciertos valores  $E_1, E_2, E_3, \dots$ ; esto es: la energía está cuantizada. Los estados del sistema correspondientes a estas energías se denominan estados estacionarios y los valores posibles de la energía se denominan niveles de energía.*

---

*continúa...*

## Estados estacionarios (continuación)

**Transiciones de estados** La absorción de radiación electromagnética, o de cualquier otra energía da lugar a una transición del átomo, molécula o núcleo de un estado estacionario a otro de mayor energía; la emisión de radiación electromagnética da lugar al proceso inverso. La frecuencia de la radiación involucrada en el proceso está dada por la ecuación 2-02. Las figuras 2-01 y 2-02 muestran esquemáticamente las transiciones.

**Emisión de un fotón** Es un proceso en el que un átomo en un estado excitado de energía  $E_2$ , designado por  $A^*$ , emite un fotón de energía  $h\nu$  y pasa a su estado fundamental de energía  $E_1$ , designado por  $A$ .

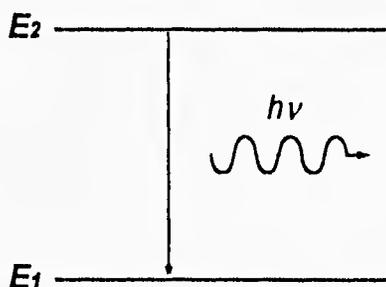


figura 2-01 Decaimiento por emisión de un fotón

**Absorción de un fotón** Es el proceso inverso, en el que un átomo en un estado de energía  $E_1$ , designado por  $A$ , absorbe un fotón de energía  $h\nu$  y se eleva al estado excitado  $A^*$  con energía  $E_2$ . Esto se puede expresar por

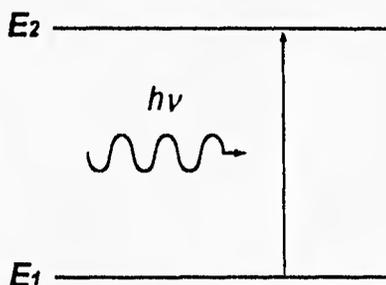


figura 2-02 Absorción de un fotón

## Evidencia de resonancia atómica

**Experimento de R. W. Wood**

En 1904, R. W. Wood observó la absorción resonante en vapor de sodio. Un esquema del montaje del experimento se muestra en la figura siguiente.

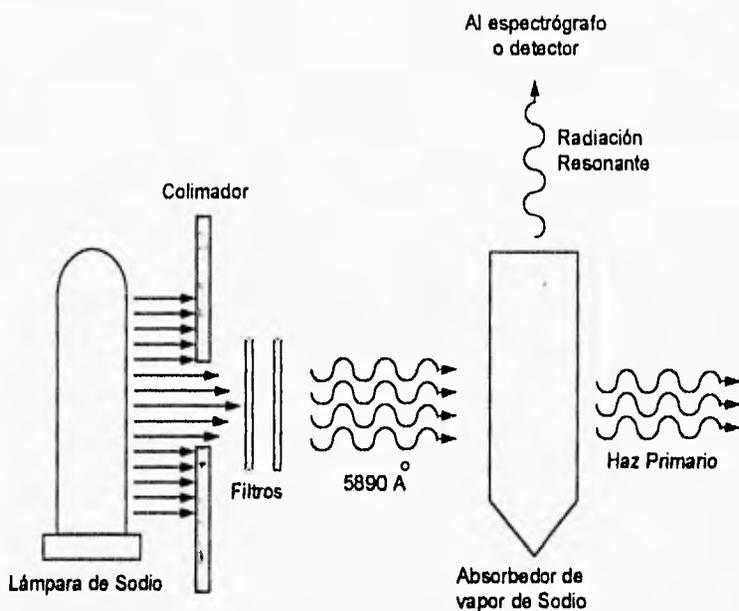


figura 2-03 Absorción resonante de radiación por átomos.

Una celdilla de absorción es iluminada con luz de sodio, y a ángulos rectos respecto del haz incidente se observa la línea D del sodio.

Los átomos de sodio presentan absorción preferencial de luz de frecuencia igual a  $5.0 \times 10^{14} \text{ Hz}$ , o sea longitud de onda igual a  $5.89 \times 10^{-7} \text{ m}$ . Estos son precisamente los valores de la frecuencia y longitud de onda de la luz amarilla emitida por el vapor de sodio incandescente (línea D del sodio).

**Búsqueda de la resonancia nuclear**

Puesto que la radiación resonante atómica depende esencialmente de la existencia de niveles cuantizados y estos también existen en los núcleos, en 1929 Kuhn inició la búsqueda de la resonancia fluorescente nuclear. Sin embargo, durante las siguientes dos décadas fueron infructuosos todos los esfuerzos por observarla.

## Probabilidades de emisión y absorción de cuantos de energía

### Principio de Incertidumbre

Heisenberg estableció que existe una incertidumbre en torno a la diferencia de energías  $E_2 - E_1$ , debido a que el nivel excitado tiene una vida media finita  $\Delta t = \tau$ , lo que ocasiona un ensanchamiento  $\Delta E$  en la energía del nivel excitado  $E_2$ , esto es,

$$\Delta t \Delta E \geq \hbar \quad 2-04$$

Para el estado base

$$\Delta t \rightarrow \infty \quad \Rightarrow \quad \Delta E \rightarrow 0 \quad 2-05$$

y para el estado excitado

$$\Delta t = \tau_{finito} \quad \Rightarrow \quad \Delta E = \Gamma_{finito} \quad 2-06$$

Lo anterior se visualiza en la siguiente figura:

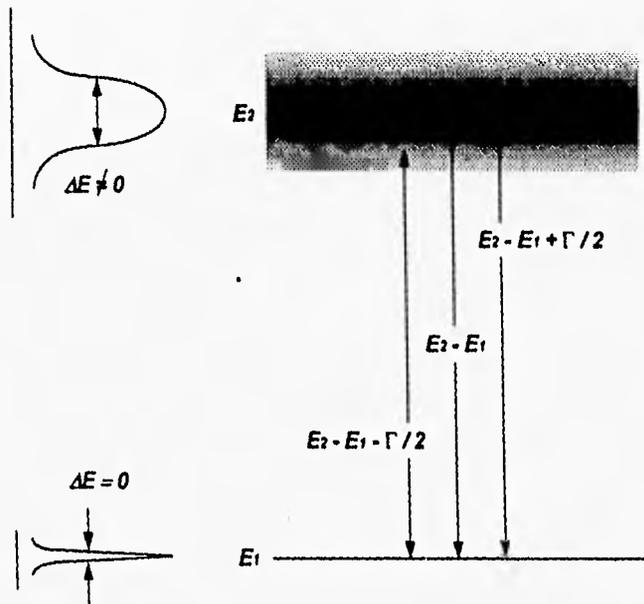


figura 2-04 Ensanchamiento de los estados estacionarios.

continúa...

## Probabilidades de emisión y absorción de cuantos de energía *(continuación)*

### Distribución de un estado excitado

En un sistema que consiste de un gran número de subsistemas cuánticos idénticos, excitados con la misma energía y estrictamente fijos en el espacio, el espectro de emisión (básicamente el de un estado excitado) será como el mostrado en la figura siguiente

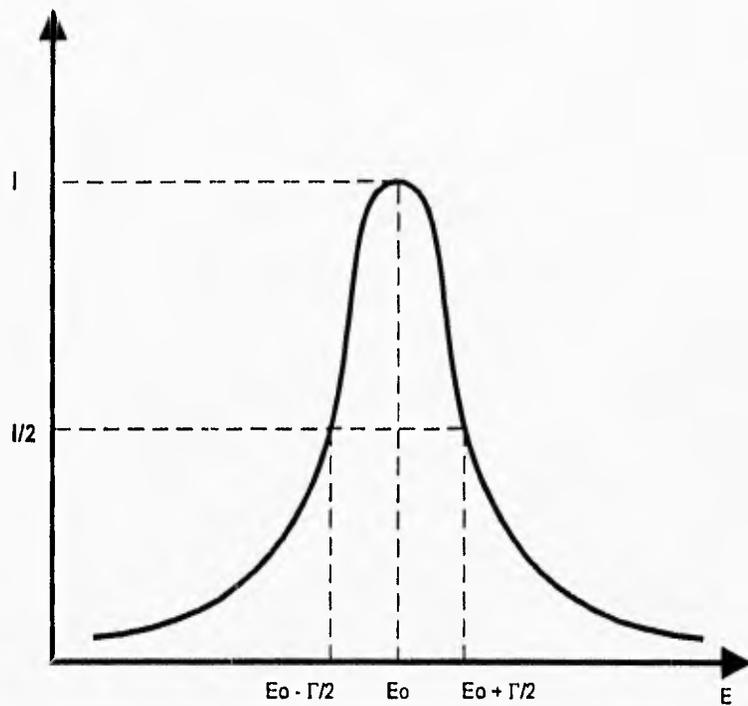


figura 2-05 Distribución de energía de un estado excitado.

### Probabilidad de emisión

La mecánica cuántica establece que la probabilidad relativa de emisión  $P_{em}$  de un cuanto de energía  $E$ , está dado por la relación <sup>1</sup>

$$P_{em}(E) = \frac{\Gamma^2}{4(E - E_0)^2 + \Gamma^2} \quad 2-07$$

que es una distribución de Lorentz alrededor de  $E_0 = E_2 - E_1$  y  $\Gamma = \Delta E$ .

*continúa...*

<sup>1</sup> Goldanski, V. I., Herber, R. H. "Chemical Applications of Mössbauer Spectroscopy", Academic Press, New York, 1968.

## Probabilidades de emisión y absorción de cuantos de energía (continuación)

---

**Probabilidad de emisión** Para que se cumpla la siguiente igualdad  
*continuación*

$$P_{em}(E) = \frac{1}{2} P_{em}(E_0) \quad 2-08$$

es necesario que se cumpla lo siguiente

$$E = E_0 \pm \Gamma / 2 \quad 2-09$$

en donde  $\Gamma$  se conoce como ancho natural de la línea de emisión y es igual al ancho de la línea de emisión a media altura, ver figura 2-05.

Su valor queda determinado, como se mencionó anteriormente por el principio de incertidumbre de Heisenberg

$$\Gamma = \hbar / \tau \quad 2-10$$

y es proporcional a la probabilidad total de transición del sistema de un estado  $E_2$  a un estado  $E_1$ .

**Probabilidad de absorción** La probabilidad relativa de absorción  $P_{ab}$  de un cuanto de energía  $E$ , o contorno de la línea de absorción, queda descrito también por la misma ecuación 2-07, es decir

$$P_{em}(E) = P_{ab}(E) = \frac{\Gamma^2}{4(E - E_0)^2 + \Gamma^2} \quad 2-11$$

**Conclusión** De lo anterior se puede concluir que, cualquier estado excitado queda caracterizado no solamente por la magnitud de la energía de excitación resonante, sino también por el ancho intrínseco de la línea  $\Gamma$ .

La razón de este ancho a la energía de transición resonante  $\Gamma / E_0$ , se define como: la precisión de entonación necesaria para que ocurra resonancia.

## Conservación de la energía y del ímpetu en transiciones radiativas

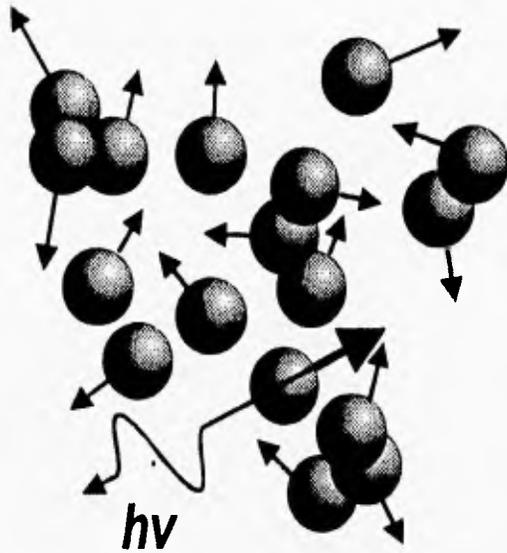
---

**Introducción** A primera vista, la ecuación 2-02 es correcta en lo que respecta a la conservación de la energía. Sin embargo, un exámen más detallado indica que necesita una ligera modificación. Un fotón tiene un ímpetu  $h/\lambda = h\nu/c$  y una energía  $h\nu$ .

Tanto la energía como el ímpetu se deben conservar en transiciones radiativas de un estado a otro.

---

**Conservación del ímpetu** En los materiales (gases en general), las partículas se encuentran en constante y azaroso movimiento como se esquematiza en la siguiente figura.



*figura 2-06* Movimiento de partículas en un gas y conservación del ímpetu por la emisión de un fotón

---

*continúa...*

## Conservación de la energía y del ímpetu en transiciones radiativas (continuación)

**Conservación del ímpetu** Considerese primero la emisión por una partícula (núcleo o átomo) inicialmente con ímpetu  $\vec{P}_2$ , ver figura 2-07  
*continuación*

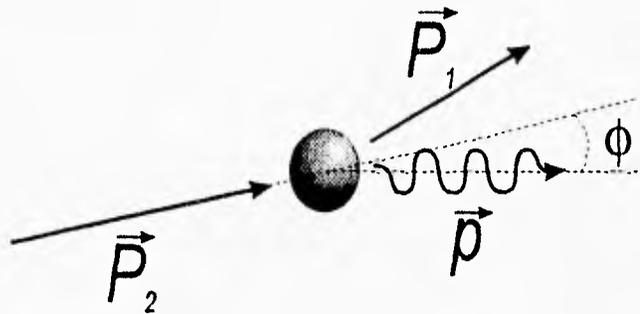


figura 2-07 Conservación del ímpetu en la emisión de un fotón por una partícula libre

Después de la transición, el fotón tiene un ímpetu  $\vec{p}$  y el sistema

$$\vec{P}_2 = \vec{P}_1 + \vec{p} \quad 2-12$$

**Conservación de la energía** Inicialmente se tiene una partícula en un estado estacionario de energía  $E_2$  y energía cinética  $P_2^2/2M$ . Después de la transición, se tiene una partícula en un estado estacionario de energía  $E_1$  y energía cinética  $P_1^2/2M$ , y un fotón de energía  $h\nu$ . La conservación de la energía exige en consecuencia que

$$E_2 + \frac{P_2^2}{2M} = E_1 + \frac{P_1^2}{2M} + h\nu \quad 2-13$$

*continúa...*

## Conservación de la energía y del ímpetu en transiciones radiativas *(continuación)*

---

Ecuación de emisión

De las ecuación 2-13 se obtiene

$$h\nu = E_2 - E_1 + \frac{1}{2M}(P_2^2 - P_1^2) \quad 2-14$$

y de la ecuación 2-12

$$\vec{P}_1 = \vec{P}_2 - \vec{p}$$

$$P_1^2 = P_2^2 + p^2 - 2\vec{P}_2 \cdot \vec{p}$$

$$P_2^2 - P_1^2 = -p^2 + 2\vec{P}_2 \cdot \vec{p} \quad 2-15$$

Sustituyendo 2-15 en 2-14 queda

$$h\nu = E_2 - E_1 - \frac{p^2}{2M} + \frac{\vec{P}_2 \cdot \vec{p}}{M} \quad 2-16$$

que es la ecuación de emisión. Sustituyendo el valor de  $P_2 = MV_2$  y el de  $p = h\nu/c$ , queda entonces como

$$h\nu = (E_2 - E_1) - \frac{(h\nu)^2}{2Mc^2} + \frac{V_2}{c} h\nu \cos\phi \quad 2-17$$

**Aproximación de la ecuación de emisión**

Si en la ecuación 2-17 se efectúa la siguiente aproximación:

$$E_0 = E_2 - E_1 \approx h\nu \quad 2-18$$

queda lo siguiente

$$h\nu \approx E_0 - \frac{E_0^2}{2Mc^2} + \frac{V_2}{c} E_0 \cos\phi \quad 2-19$$

*continúa...*

## Conservación de la energía y del ímpetu en transiciones radiativas (continuación)

Ecuación de absorción

Para el proceso de absorción se deben modificar las ecuaciones 2-12 y 2-13, escribiendo

$$\vec{P}_1 + \vec{p} = \vec{P}_2 \quad 2-20$$

para la conservación del ímpetu y,

$$E_1 + \frac{P_1^2}{2M} + hv = E_2 + \frac{P_2^2}{2M} \quad 2-21$$

para la conservación de la energía.

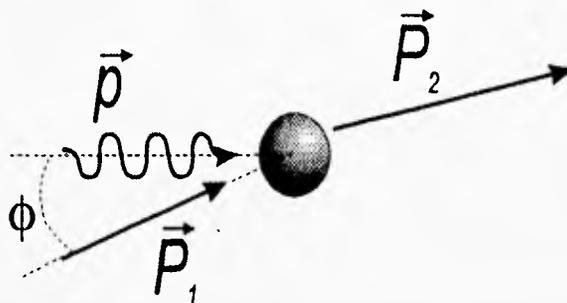


figura 2-08 Absorción de un fotón y conservación del ímpetu.

ya que ahora hay un fotón en el estado inicial y ninguno en el final. Estas ecuaciones son equivalentes a las 2-12 y 2-13, por lo que usando el mismo método que antes, las ecuaciones de absorción se transforman en

$$hv = (E_2 - E_1) + \frac{p^2}{2Mc^2} + \frac{\vec{P}_1 \cdot \vec{p}}{M} \quad 2-22$$

$$hv = (E_2 - E_1) + \frac{(hv)^2}{2Mc^2} + \frac{V_1}{c} hv \cos \phi \quad 2-23$$

$$hv \approx E_0 + \frac{E_0^2}{2Mc^2} + \frac{V_1}{c} E_0 \cos \phi \quad 2-24$$

## Análisis de las ecuaciones de emisión y absorción

**Energía de retroceso**

En las ecuaciones de emisión 2-16, 2-17 y 2-19 y en las ecuaciones de absorción 2-22, 2-23 y 2-24, el segundo término

$$R = \frac{p^2}{2M} = \frac{(hv)^2}{2Mc^2} \approx \frac{E_0^2}{2Mc^2} \quad 2-25$$

es esencialmente la energía de retroceso (recule) de la partícula.

Este término es el causante de que la línea de emisión se recorra hacia las bajas energías y la línea de absorción se recorra hacia las altas energías, como se aprecia en la figura siguiente.

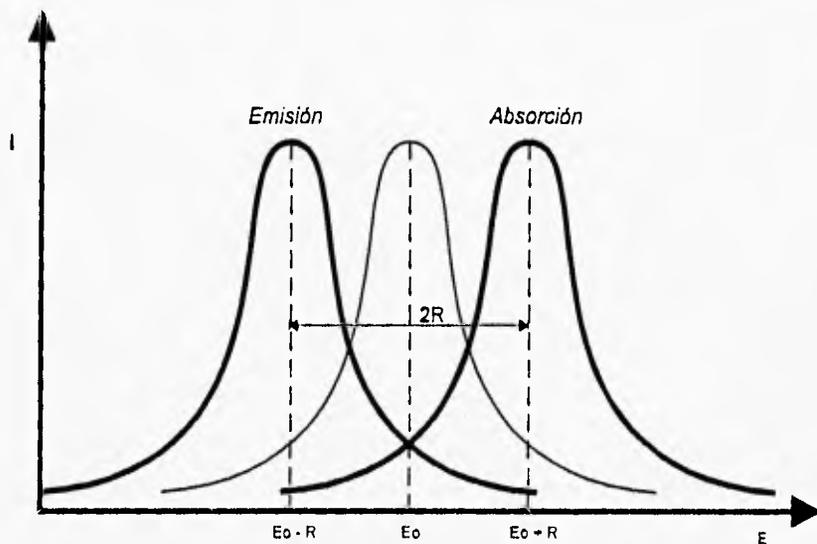


figura 2-09 Espectros de emisión absorción y del estado excitado.

*continúa...*

## Análisis de las ecuaciones de emisión y absorción

(continuación)

**Energía Doppler** El tercer término de las ecuaciones 2-16, 2-17, 2-19, 2-22, 2-23 y 2-24, es la energía Doppler, debida al movimiento de las partículas.

$$D \cos \phi = \frac{\vec{P} \cdot \vec{p}}{2M} = \frac{V}{c} h\nu \cos \phi \approx \frac{V}{c} E_0 \cos \phi \quad 2-26$$

Esta energía es linealmente dependiente de la velocidad de las partículas. Produce un ensanchamiento en las líneas de emisión y absorción; adicional al causado por la indeterminación  $\Gamma$ ; debido a que  $\phi$  puede variar desde 0 hasta  $2\pi$ .  $D$  se puede expresar en término de la energía cinética  $\varepsilon = P^2/2M$ , es decir,

$$D = 2(\varepsilon R)^{1/2} \quad 2-27$$

Los espectros ensanchados se muestran a continuación:

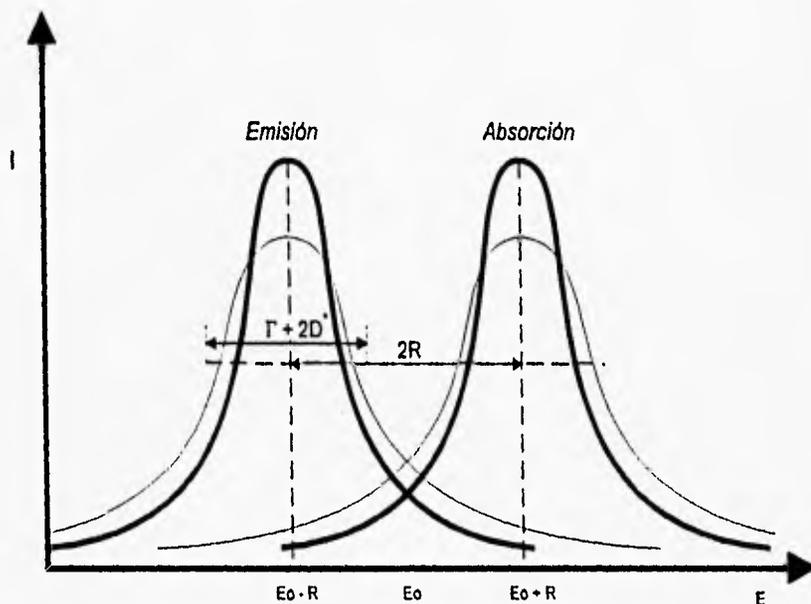


figura 2-10 Espectros de emisión y absorción con el ensanchamiento Doppler.

continúa...

## Análisis de las ecuaciones de emisión y absorción

(continuación)

**Forma simplificada de las ecuaciones**

En base a los resultados anteriormente expuestos se sigue que, las expresiones para la emisión y absorción, se pueden expresar como sigue:

$$h\nu_{em} = E_0 - R + D \cos \phi \quad (\text{emisión}) \quad 2-28$$

$$h\nu_{ab} = E_0 + R + D \cos \phi \quad (\text{absorción}) \quad 2-29$$

**Condición de absorción**

Una consecuencia de este análisis es que un fotón emitido por un sistema (átomo, molécula o núcleo) en la transición  $a \Rightarrow b$  no necesariamente es absorbido por otro sistema idéntico para efectuar la transición inversa  $b \Rightarrow a$ , dado que el espectro de emisión no es idéntico al espectro de absorción.

El espectro de emisión se encuentra dentro del conjunto

$$E = \{E_0 - R - D - \Gamma/2, E_0 - R + D + \Gamma/2\} \quad 2-30$$

y el espectro de absorción

$$A = \{E_0 + R - D - \Gamma/2, E_0 + R + D + \Gamma/2\} \quad 2-31$$

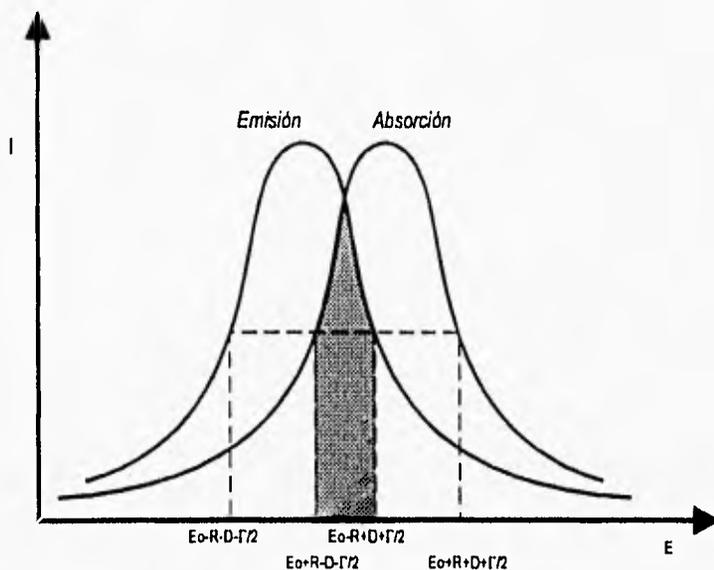


figura 2-11 Condición de absorción en la intersección de los espectros de emisión y absorción.

continúa...

## Análisis de las ecuaciones de emisión y absorción

(continuación)

**Condición de absorción**

Para que la absorción resonante tenga lugar, las líneas de emisión y absorción se deben de traslapar, es decir, se debe cumplir lo siguiente

$$E \cap A \neq \emptyset \quad 2-32$$

$$\Rightarrow E_0 + R - D - \Gamma/2 \leq E_0 - R + D + \Gamma/2$$

$$\therefore \boxed{2R \leq \Gamma + 2D} \quad 2-33$$

La energía de retroceso es proporcional al cuadrado de la energía de resonancia y ésta última aumenta considerablemente al pasar de la región óptica a la región del espectro gamma. Consecuentemente, la situación es completamente diferente para el caso atómico que para el caso nuclear, ya que en el primero  $\Gamma$  es mucho mayor que  $R$ , en tanto que en el último  $\Gamma$  es menor que  $R$ . Así, las líneas de emisión y de absorción atómicas se superponen y resulta un efecto observable, en tanto que en el caso nuclear estas líneas están generalmente separadas y no es posible observar la absorción resonante.

**Condición modificada**

Si se cumple que

$$2R \leq \Gamma \quad 2-34$$

entonces también se cumple la relación 2-33. Esta relación se puede expresar de la siguiente forma

$$\frac{(h\nu)^2}{Mc^2} \leq h\Delta\nu \quad 2-35$$

o bien

$$\frac{h\nu}{Mc^2} \leq \frac{\Delta\nu}{\nu} \quad 2-36$$

**Casos atómicos**

En el caso del átomo de hidrógeno,  $h\nu \approx 2 \text{ eV}$  y  $Mc^2 \approx 10^9 \text{ eV}$ , por lo que  $h\nu / Mc^2 \approx 10^{-9}$ . El ancho de las líneas espectrales, sin embargo, es del orden de  $\Delta\nu / \nu \approx 10^{-6}$ . Entonces

$$10^{-9} \approx \frac{h\nu}{Mc^2} \leq \frac{\Delta\nu}{\nu} \approx 10^{-6}$$

continúa...

## Análisis de las ecuaciones de emisión y absorción

(continuación)

### Casos atómicos continuación

En el caso del átomo de mercurio y la transición de  $E_2 - E_1 = 4.86 \text{ eV}$ , la vida media del estado excitado del mercurio es  $\tau = 10^{-8} \text{ seg}$ . La indeterminación de la energía del nivel excitado es:  $\Gamma \approx h/\tau = 4.14 \times 10^{-7} \text{ eV}$ . Un átomo de mercurio, cuya masa es de cerca de 200 uma o  $3.34 \times 10^{-25} \text{ Kg}$ , tiene una energía en reposo  $Mc^2 = 1.86 \times 10^{11} \text{ eV}$ . Por lo tanto el término que tiene en cuenta el retroceso atómico es

$$1.27 \times 10^{-10} \text{ eV} = 2R \leq \Gamma = 4.14 \times 10^{-7} \text{ eV}$$

Se puede concluir de estos ejemplos típicos, que los efectos de retroceso debidos a la conservación del ímpetu en transiciones atómicas no entorpecen la absorción resonante.

### Casos nucleares

Para rayos gamma nucleares  $h\nu = 10^4 \text{ a } 10^6 \text{ eV}$ ; además, en general, los tiempos de vida nucleares son más largos que para sistemas atómicos, así,  $\Delta\nu/\nu = 10^{-10} \text{ a } 10^{-15}$ . Se puede ver que, contrario a la situación para sistemas atómicos

$$10^{-7} \approx \frac{h\nu}{Mc^2} \geq \frac{\Delta\nu}{\nu} \approx 10^{-10}$$

haciendo imposible la radiación resonante.

Como ejemplo de una transición nuclear, consideremos el caso del rayo gamma de 1.3 MeV emitido por el  $\text{Ni}^{60}$ . Un átomo de níquel, cuya masa es de 60 uma o  $1.0 \times 10^{-25} \text{ Kg}$ , tiene una energía en reposo  $Mc^2 = 5.6 \times 10^{10} \text{ eV}$ . Además  $E_2 - E_1 = 1.3 \times 10^6 \text{ eV}$ . Por lo tanto el término correctivo que tiene en cuenta el retroceso nuclear es  $R = 15 \text{ eV}$ . La vida media del estado excitado es  $\tau = 10^{-14} \text{ s}$ . La indeterminación de la energía es entonces  $\Gamma = 0.41 \text{ eV}$ .

$$30 \text{ eV} = R \geq \Gamma = 0.41 \text{ eV}$$

Por lo tanto, los efectos de retroceso debidos a la conservación del ímpetu son importantes en las transiciones nucleares. Estos efectos hacen imposible, en muchos casos, que un núcleo absorba el fotón gamma emitido por otro núcleo similar.

continúa...

## Análisis de las ecuaciones de emisión y absorción

(continuación)

---

En particular... Para la línea de 14.4 KeV del  $\text{Fe}^{57}$ , el tiempo de vida media es  $1.4 \times 10^{-7}$  s y su energía en reposo  $Mc^2 = 57 \text{ uma} = 5.3 \times 10^7 \text{ KeV}$ , por lo que el término correctivo del retroceso (recole) es

$$R = \frac{(E_2 - E_1)^2}{2Mc^2} = \frac{(14.4)^2}{2(5.3 \times 10^7)} = 1.9 \times 10^{-6} \text{ KeV}$$

y el ancho  $\Gamma$  es

$$\Gamma = \frac{h}{\tau} = \frac{6.58 \times 10^{-19}}{1.4 \times 10^{-7}} = 4.7 \times 10^{-12} \text{ KeV}$$

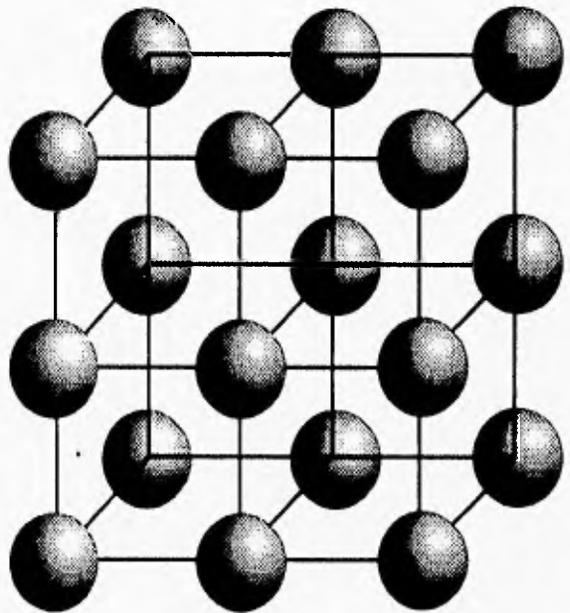
$$\Rightarrow 3.8 \times 10^{-6} \text{ KeV} = 2R \geq \Gamma = 4.7 \times 10^{-12} \text{ KeV}$$

$\therefore$  No hay absorción

---

## Capítulo 3

# Núcleos fijos en un cristal



---

## Capítulo 3

### Núcleos fijos en un cristal

---

#### Contenido

A continuación se presentan los temas que se cubren en el presente capítulo:

	<b>Tema</b>	<b>Página</b>
3.1	Núcleos en una red cristalina	3-2
3.2	Destrucción de la resonancia	3-6
3.3	Sección eficaz para procesos resonantes	3-7
3.4	Detección de absorción resonante	3-9

---

## Núcleos en una red cristalina

---

### Absorción de energía en un cristal

La absorción nuclear resonante puede ocurrir si el emisor y el absorbedor son muy masivos, para que la energía del sistema reculante sea ignorable; esto es, si el denominador  $Mc^2$  en la energía  $R$  (ecuación 2-25) tendiese a infinito. De hecho, R.L. Mössbauer mostró, en 1958, que para átomos que se encuentran en un cristal, el recule de algunos núcleos es cedido al cristal completo. Esto es posible debido a que los valores de la energía de recule son siempre menores a 1 eV.

El núcleo es parte de un gran sistema mecánico-cuántico (un sólido), existe la posibilidad de que las energías disponibles para la desexcitación del núcleo  $E_2 \rightarrow E_1$  no todas puedan proporcionar un rayo gamma, sin embargo, pueden ser compartidas entre el rayo gamma y el cristal, en forma de energía vibracional.

---

### Fonón

Todos los movimientos internos de la red cristalina pueden describirse en términos de una superposición de un gran número de vibraciones características, llamados modos normales de vibración, con niveles de energía cuantizados. Un cuanto de energía de vibración de cada uno de estos modos recibe el nombre de fonón.

El estado dinámico de un cristal está determinado cuando se describen todos sus modos normales y cuando se dan los llamados números de ocupación, que corresponden al número de fonones existentes en cada estado.

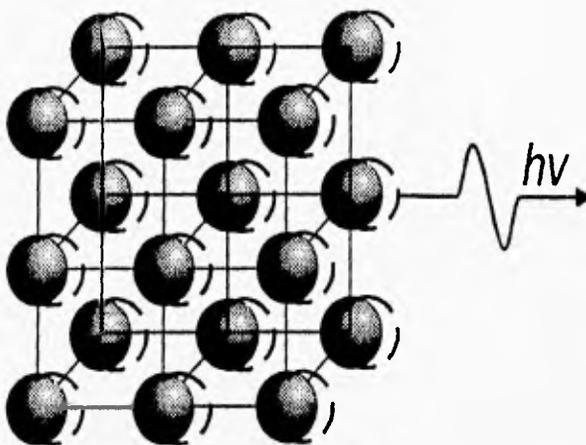
---

*continúa...*

## Núcleos en una red cristalina *(continuación)*

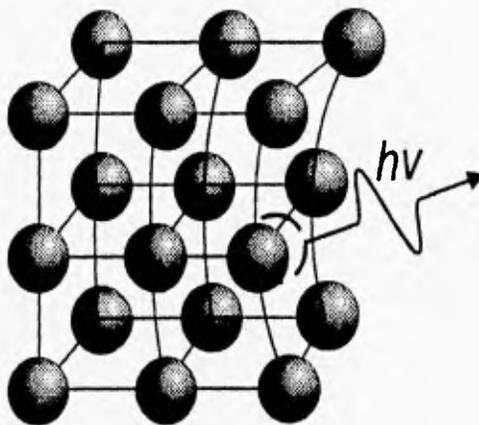
**Transferencia de energía al cristal** La energía de retroceso recibida por el núcleo de un átomo ligado a una red cristalina en un proceso de emisión o absorción gamma, es transferida a la red por dos mecanismos básicos.

- > El primero sólo incrementa la energía cinética del cristal como un todo, siendo este incremento despreciable, dada la enorme masa del cristal en comparación con la masa del núcleo.



*figura 3-01* retroceso de un cristal como un todo.

- > El segundo mecanismo transforma la energía cinética en energía interna de vibración por medio de un cambio en los números de ocupación de los modos normales.



*figura 3-02* absorción de energía de fonón..

*continúa...*

## Núcleos en una red cristalina (continuación)

---

**Cuantización de fonón** Debido a la cuantización de los niveles de cada modo, el cristal sólo puede absorber cantidades determinadas y finitas de energía y por lo tanto, existe la posibilidad de que se efectúe un proceso de emisión gamma sin variación de ningún número de ocupación.

En un proceso de este tipo, la energía del fotón emitido corresponde a la energía de la transición y no hay corrimiento de energía en la línea de emisión. Este proceso y el análogo en la absorción son el fundamento del efecto Mössbauer.

---

**Definición de efecto Mössbauer** De acuerdo a lo visto en los párrafos anteriores, este efecto puede ser definido como la dispersión resonante de rayos gamma emitidos y absorbidos sin corrimiento de energía causado por los retrocesos de los núcleos.

---

**Factor de Debye-Waller** El mínimo de energía de fonón que un núcleo simple puede emitir es<sup>2</sup>

$$E = k\Theta_D \quad 3-01$$

adónde  $\Theta_D$  es la temperatura característica del cristal, llamada temperatura de Debye. Así, si la energía de recule del núcleo es  $R < k\Theta_D$  no es posible para el cristal excitarse dentro de un modo vibracional, y la energía total de transición es tomada por el rayo gamma.

En forma general, la probabilidad de que ocurra un proceso del tipo Mössbauer (fonón cero) viene dada por el factor de Debye-Waller<sup>3</sup>

$$f = \exp\left[-\frac{3R}{2k\Theta_D}\left(1 + \frac{2\pi^2 T^2}{3\Theta_D^2}\right)\right] \quad 3-02$$

dónde  $T$  es la temperatura absoluta del sistema.

---

*continúa...*

<sup>2</sup>Frauenfelder, H. "The Mössbauer effect", W. A. Benjamin, Inc. 16, 1963.

<sup>3</sup>Wertheim, G. K. "The Mössbauer effect", Nucleonics, 19, 1961.

## Núcleos en una red cristalina (continuación)

---

**Factor de Debye-Waller a cero absoluto** Si el sistema se mantiene a cero absoluto, la anterior expresión se reduce a

$$f = \exp\left(-\frac{3R}{2k\Theta_D}\right) \quad 3-03$$


---

**Ejemplo de aplicación**

Para la línea de 14.4 KeV del  $\text{Fe}^{57}$ ,  $R = 0.002$  eV (ver página 2-18) y  $\Theta_D = 490^\circ$  K, de aquí

$$f = e^{-0.08} \approx 80 \% \quad \text{para } T = 300^\circ \text{ K}$$

$$f = e^{-0.08} \approx 92 \% \quad \text{para } T = 0^\circ \text{ K}$$

Del resultado anterior, se ve que en ciertos materiales (en este caso el  $\text{Fe}^{57}$ ) las condiciones Mössbauer están dadas; emisión y absorción reculada pueden tomar lugar, y consecuentemente la radiación nuclear resonante puede ser observada.

---

## Destrucción de la resonancia

### Explicación

El fenómeno básico de resonancia ha sido explicado en el capítulo 2. Entonces, se puede compensar la energía de recule del núcleo mediante el movimiento del absorbedor en dirección opuesta al rayo gamma entrante (para hacer que el ímpetu total del sistema núcleo más rayo gamma sea cero). Se sigue entonces que si la absorción es reculada, tal movimiento del absorbedor podría generar o destruir la condición de resonancia.

En la emisión (absorción) reculada, el rayo gamma tiene energía  $h\nu$  en el sistema, el cual está en reposo con respecto del núcleo; si el núcleo se está moviendo en el laboratorio con una velocidad  $V$  en la dirección del rayo gamma, la energía del rayo gamma en el laboratorio  $h\nu'$  está dada a través de la transformación de Lorentz

$$h\nu' = \frac{h\nu - Vp}{\sqrt{1 - \left(\frac{V}{c}\right)^2}} = h\nu \frac{1 - \beta}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad 3-04$$

en donde  $\beta = V/c$ .

Para  $\beta \ll 1$  obtenemos a primer orden

$$\begin{aligned} \Delta E &= h\nu' - h\nu = \beta h\nu \\ \text{o} & \\ \frac{\Delta E}{E} &= \beta = \frac{V}{c} = \frac{\Delta\nu}{\nu} \end{aligned} \quad 3-05$$

que es el cambio en el efecto Doppler de una onda emitida (absorbida) por el absorbedor en movimiento.

### Ejemplo

Para obtener una cantidad estimada considérese nuevamente la línea 14.4 KeV del  $\text{Fe}^{57}$ , el cual tiene un tiempo de vida  $\tau \approx 10^{-7}$  seg y aquí  $\Delta\nu/\nu = 4.5 \times 10^{-13}$ . Así, velocidades del orden de  $V = c(\Delta\nu/\nu) \approx 1.5 \times 10^{-2}$  cm/seg serán suficientes para generar o destruir la absorción resonante. Tales velocidades se pueden obtener y controlar en el laboratorio.

## Sección eficaz para procesos resonantes

**Secciones eficaces de absorción y emisión** Los procesos resonantes son *absorción* y *dispersión*. Las secciones eficaces para esos dos procesos, para un rayo gamma incidente de energía  $E$  y longitud de onda  $\lambda$ , están dadas por los siguientes términos<sup>4</sup>:

$$\sigma_{abs}(E) = \sigma_0 \frac{\Gamma \Gamma_\gamma}{4(E - E_0)^2 + \Gamma^2} \quad 3-06$$

$$\sigma_{disp}(E) = \sigma_0 \frac{\Gamma_\gamma^2}{4(E - E_0)^2 + \Gamma^2} \quad 3-07$$

en estas expresiones,  $\Gamma$  es el ancho total de la línea de absorción,  $\Gamma_\gamma$  es el ancho del rayo gamma y  $\sigma_0$  es la sección eficaz para máxima resonancia dada por

$$\sigma_0 = \frac{\lambda^2}{2\pi} \frac{2I_1 + 1}{I_2 + 1} \quad 3-08$$

Aquí  $I_1$  es el espín del estado base e  $I_2$  es el espín del estado excitado.

### Criterios de derivación

Ya que las expresiones 3-06 y 3-07 son fundamentales para el efecto Mössbauer, es importante conocer que ellas son derivadas bajo las siguientes suposiciones:

- a) Sólo existe un nivel de absorción o dispersión. Si mas de un estado aparece en o cerca de la energía  $R$ , o si el estado en  $R$  se desdobra dentro de subniveles -por ejemplo, mediante un campo magnético-, entonces las expresiones deben ser modificadas (Margulies, 1962).

*continúa...*

<sup>4</sup>J. D. Jackson, Can. J. Phys. 33, 575 (1955)

## Sección eficaz para procesos resonantes (continuación)

---

Criterios de derivación  
continuación

- b) El ancho del nivel es dado enteramente por proceso de decaimiento. En el núcleo, en todos los casos interesantes, los dos modos que compiten son emisión de rayos gamma y conversión interna. El ancho total y el ancho de los rayos gamma están relacionados por la ecuación

$$\Gamma_{\gamma} = \frac{1}{1+\alpha} \Gamma \quad 3-09$$

en donde  $\alpha$  es el coeficiente de conversión interna. Si el nivel es ensanchado por otras influencias, la curva es no necesariamente lorentziana.

- c) El fotón entrante es monoenergético. Sin embargo, una fuente real posee un espectro de energía  $I(E)$ , en donde  $I(E)dE$  denota el número de rayos gamma emitidos con energías entre  $E$  y  $E + dE$ .
-

## Detección de absorción resonante

Variación de  
energía  
Doppler

Supóngase que la energía  $E_0$  del fotón emitido se puede variar de forma controlada en una cantidad  $\varepsilon$  (energía Doppler). En este caso, el contorno de la línea de emisión queda descrito por

$$P_{em}(E, \varepsilon) = \frac{(\Gamma/2)^2}{(E - E_0 + \varepsilon)^2 + (\Gamma/2)^2} \quad 3-10$$

mientras que la línea de absorción es

$$P_{em}(E) = \frac{(\Gamma/2)^2}{(E - E_0)^2 + (\Gamma/2)^2} \quad 3-11$$

En el experimento de absorción resonante no se miden los contornos de las líneas de absorción, sino las curvas de absorción  $\eta(\varepsilon)$ , esto es, lo que se mide realmente es la dependencia de la probabilidad de absorción de un fotón con el corrimiento de la energía  $\varepsilon$ .

En términos del parámetro  $\varepsilon$ , la probabilidad de absorción resonante  $\eta(\varepsilon)$ , del cuanto emitido es

$$\eta(\varepsilon) = \frac{\int P_{em}(E, \varepsilon) \{1 - \exp[-\sigma(E)n]\} dE}{\int P_{em}(E, \varepsilon) dE} \quad 3-12$$

donde el número de átomos o núcleos que se absorben de manera resonante por  $\text{cm}^2$  de absorbedor es tal que  $n\sigma(E)$ , por lo que

$$\begin{aligned} \eta(\varepsilon) &\approx \frac{\int P_{em}(E, \varepsilon) \sigma(E) n dE}{\int P_{em}(E, \varepsilon) dE} \\ &\approx n\sigma_0 \frac{\int P_{em}(E, \varepsilon) P_{abs}(E) dE}{\int P_{em}(E, \varepsilon) dE} \\ &\approx n\sigma_0 \frac{1}{2[1 + (\varepsilon/\Gamma)^2]} \end{aligned} \quad 3-13$$

*continúa...*

## Detección de absorción resonante (continuación)

---

**Máxima  
absorción  
resonante**

Del resultado anterior, es inmediato que el máximo en la probabilidad de absorción resonante

$$\eta(\varepsilon)_{\max} = \eta(0) = \frac{n\sigma(E_0)}{2}$$

3-14

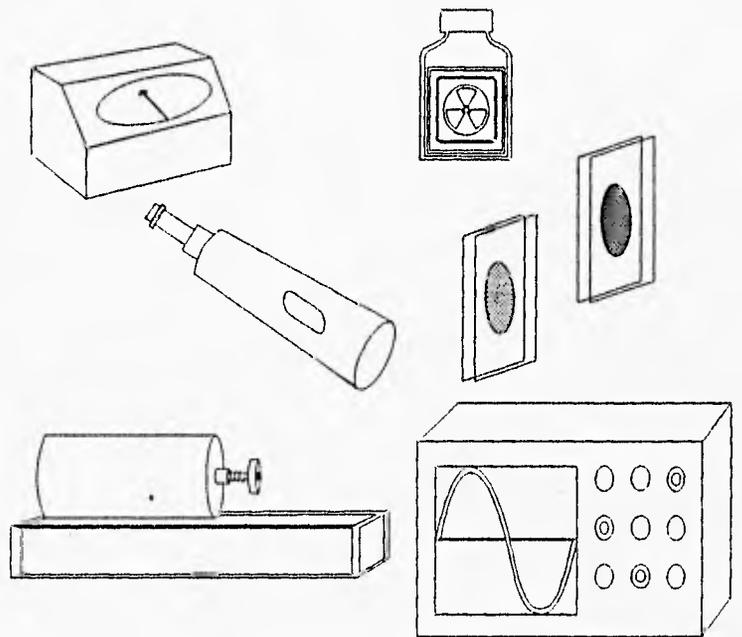
se alcanza cuando las bandas de emisión y absorción se superponen completamente, esto es, cuando  $\varepsilon = 0$ .

Esta probabilidad disminuye por un factor de dos cuando el centro de la banda de emisión se desplaza en  $\varepsilon_{1/2} = \Gamma$ , en la dirección en que aumenta o disminuye  $E_0$ .

---

## Capítulo 4

# Instrumentación



---

## Capítulo 4

### Instrumentación

---

#### Contenido

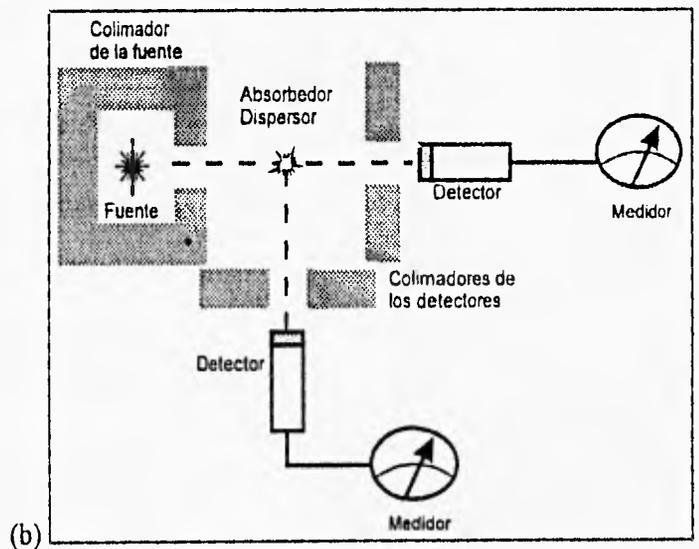
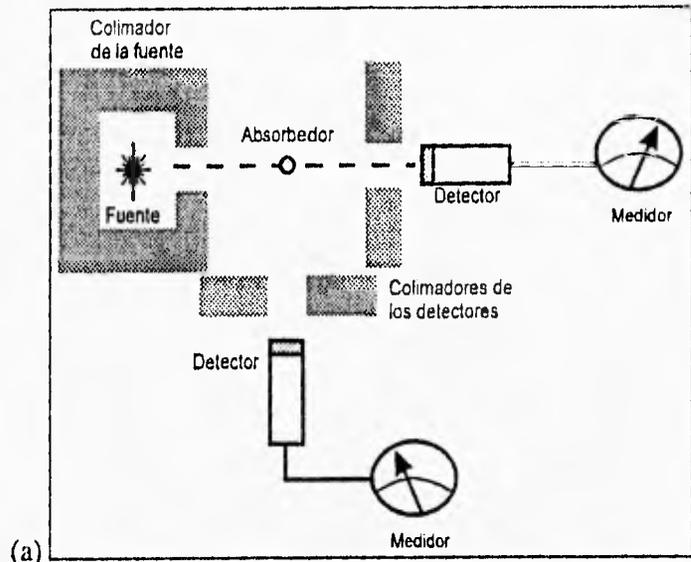
A continuación se presentan los temas que se cubren en el presente capítulo:

<b>Tema</b>	<b>Página</b>
4.1 Montajes experimentales	4-2
4.2 Modulación: dispositivos y características	4-5
4.3 Preparación de las fuentes	4-7
4.4 Detectores	4-9
4.5 Instrumentos de ionización de gas	4-11
4.6 Analizador monocanal	4-16
4.7 Analizador multicanal	4-18

---

## Montajes experimentales

**Montajes básicos** Una forma muy simple de verificar si efectivamente se está llevando a cabo la absorción resonante, es mediante disposiciones como las mostradas a continuación.



figuras 4-01 a y b Detección simplificada de absorción resonante

*continúa...*

## Montajes experimentales (continuación)

### Montajes básicos continuación

La resonancia se manifiesta al dirigir un haz de rayos gamma del núcleo excitado a un núcleo que sirve de blanco. Los detectores que están sobre la misma línea del haz, miden la transmisión y aquellos que están a un ángulo recto del haz, miden la dispersión. Los medidores representan esquemáticamente los valores de transmisión y dispersión fuera de resonancia (figura 4-01a) y en resonancia (figura 4-01b).

### Arreglos experimentales

El equipo requerido para la observación del efecto Mössbauer es, fundamentalmente, el mismo que se utiliza en espectrografía de rayos gamma. Muchos experimentos se realizan con la disposición de absorción y dispersión resonante, tal y como se muestra en las figuras siguientes.

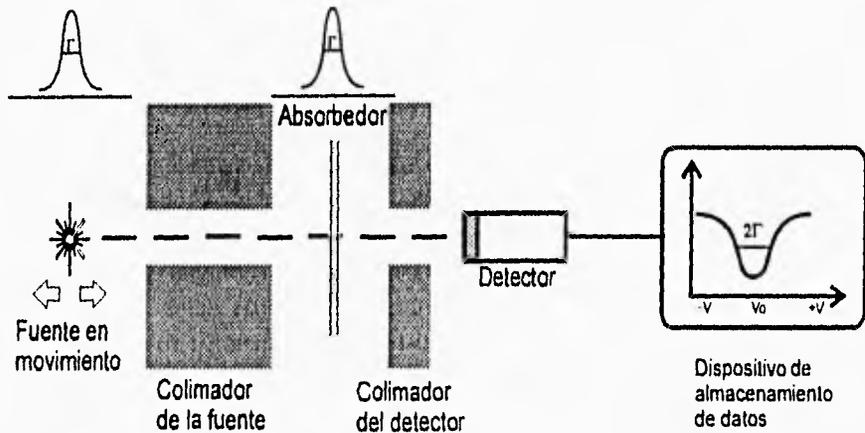


figura 4-02 Montaje experimental para la obtención de espectros de absorción

continúa...

## Montajes experimentales (continuación)

### Arreglos experimentales continuación

En la figura anterior se muestra el espectro de absorción y en la siguiente figura se muestra el espectro de dispersión.

Cuando los núcleos del absorbedor capturan un cuanto, estos pasan del estado base de energía a un estado excitado y después de un tiempo  $\tau$ , se emite un cuanto a un ángulo arbitrario relativo a la dirección del cuanto absorbido; esto es, el absorbedor actúa como un dispersor, lo que permite utilizar al sistema tanto en experimentos de transmisión como de dispersión. El primer caso corresponde a un conteo mínimo de cuantos absorbidos mientras que, el segundo caso corresponde a un conteo máximo de los cuantos dispersados.

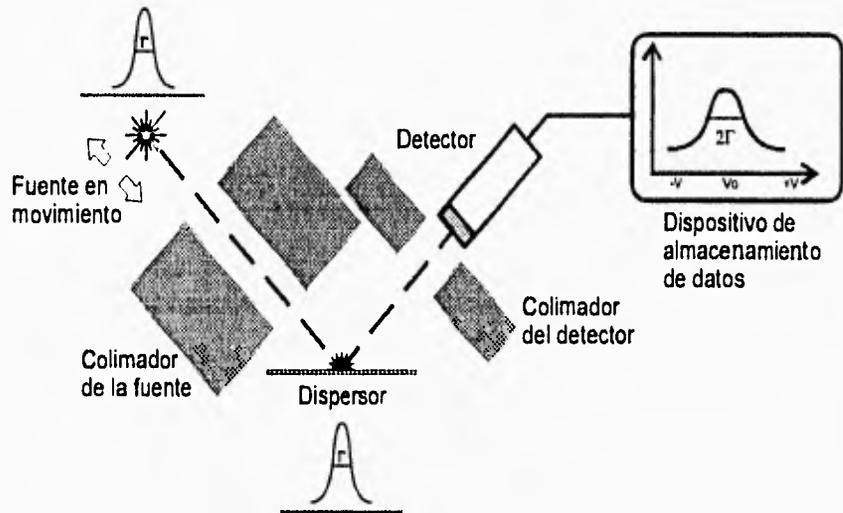


figura 4-03 Arreglo experimental para la obtención de espectro de dispersión

## Modulación: dispositivos y características

### Modulación

Si la fuente se mueve con velocidad  $V$  respecto al absorbedor, el rayo gamma sufre un desplazamiento Doppler  $(V/c)E$  (ecuación 2-26), donde  $E$  es la energía del rayo gamma. La velocidad  $V$  es definida positiva si la fuente se mueve hacia el absorbedor. La intensidad de absorción  $I_D$  registrada en el detector, se determina como una función de la velocidad  $V$ .

Los sistemas de movimiento mecánico basados en levas, balancines y ruedas excéntricas (como se muestra en la figura 4-04) han tenido un éxito limitado, ya que requieren de un acabado con poca tolerancia y aún así, no es posible eliminar las vibraciones y el desgaste paulatino.

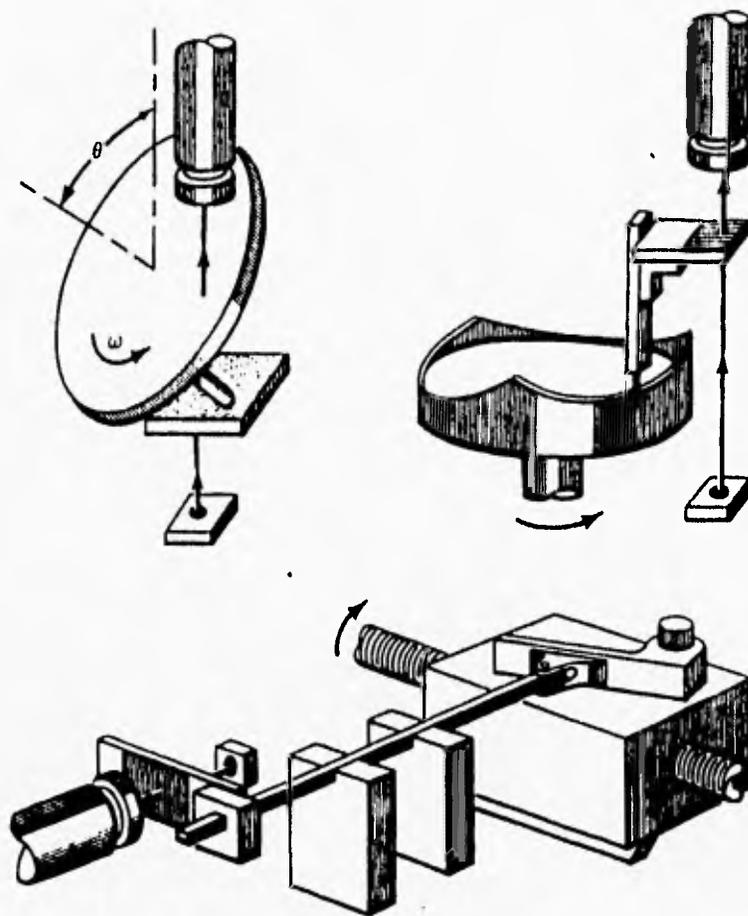


figura 4-04 Antecedentes de montajes experimentales mecánicos.

*continúa...*

**Modulación: dispositivos y características** (continuación)

**Características** Las características que se piden para un buen dispositivo son:

- Que el espectro resultante sea horizontal en ausencia de absorción resonante.
- Que el eje horizontal sea lineal en la energía.

Una manera de conseguir estas características es contando en intervalos de tiempo fijo e iguales, que correspondan a valores igualmente espaciados de la velocidad. Esto se logra sincronizando el barrido de canales de un analizador multicanal con un movimiento escalonado linealmente ascendente (ver figuras 4-12 y 4-13).

**Consideraciones experimentales**

La velocidad en la cual se desvanece la absorción resonante, depende del espesor y del desdoblamiento de la línea. En cada experimento uno usualmente selecciona una velocidad de salvaguarda que se denota como  $V_\infty$ . Se grafica  $I(V) = I_D - B$ , adonde  $B$  es debido a radiación de otros rayos gamma y a rayos X. Más conveniente es el espectro normalizado  $I(V)/I(V_\infty)$ , o la desviación de la absorción no resonante,

$$i(V) = \frac{I(V_\infty) - I(V)}{I(V_\infty)}$$

$$= \frac{I_D(V_\infty) - I_D(V)}{I_D(V_\infty) - B}$$

4-01

Las figuras 2-09, 2-10, 2-11, 4-02 y 4-03 muestran solamente el caso más simple, una línea sencilla de la fuente y una línea sencilla del absorbedor, ambas muestran el ancho natural. En los experimentos reales, el espectro puede ser mucho más complicado. Las líneas de absorción y emisión pueden mostrar diferentes anchos  $\Gamma_{abs}$  y  $\Gamma_{em}$ , y ambas pueden estar desplazadas del centro de las líneas de emisión y absorción.

Sólo en el caso ideal las líneas debidas a la absorción y emisión muestran la forma de la línea natural. En los experimentos, las líneas se ensanchan debido a que el tamaño de las fuentes es finito, al espesor del absorbedor y usualmente también por la velocidad finita de resolución de los aparatos. Además efectos de estado sólido, tales como campos externos, imperfecciones, e impurezas ensanchan la línea y cambian su forma.

## Preparación de las fuentes

---

**Introducción** Se hace un énfasis especial en la preparación cuidadosa de la fuente, ya que las propiedades físicas y químicas de los alrededores del núcleo son factores esenciales en el experimento.

---

**Propiedades de las fuentes** Una fuente ideal para el estudio de espectros de absorción debe tener las siguientes propiedades<sup>5</sup>:

- Una línea de emisión única con ancho cercano al ancho natural caracterizado por la vida media del nivel.
  - No debe contener isótopos capaces de presentar efecto Mössbauer, para evitar así la autoabsorción.
  - Que no existan rayos X cercanos a la línea de emisión.
  - Que tenga una alta temperatura de Debye.
  - Que sea mecánicamente rígida para poder manipularla.
  - Que la fuente radiactiva sea delgada, para evitar el ensanchamiento de la línea por autoabsorción.
  - Que no haya desdoblamiento cuadrupolar eléctrico. Para esto la matriz debe tener simetría cúbica.
  - Que no haya desdoblamiento dipolar magnético; la matriz debe ser paramagnética.
  - Que haya una rápida reacomodación de los electrones después de la captura electrónica para que cuando el núcleo emita radiación Mössbauer, encuentre al átomo en su estado normal. Por esto, es conveniente que la matriz sea metálica.
- 

*continúa...*

---

<sup>5</sup>DANON, J., "Mössbauer effect and its applications", Escuela Latinoamericana de Física, 1965, p.p. 19-25

## Preparación de las fuentes *(continuación)*

---

### Técnicas de preparación

En la práctica se procura que estas fuentes tengan todos los requisitos mencionados, para lo cual existen técnicas especiales de preparación y se llevan a cabo de las siguientes formas:

- Depositando la sustancia activa sobre un soporte metálico y luego difundiéndola por calentamiento.
- Irradiando un compuesto y luego, si existen daños en la estructura cristalina, recociendo la fuente.
- Haciendo la fuente con material activo.

Dado que la fracción Mössbauer aumenta al disminuir la temperatura, es conveniente que los materiales de las fuentes radiactivas soporten bajas temperaturas; por ejemplo, las matrices comunes utilizadas en la fabricación de fuentes de  $\text{Co}^{57}$  son: Pd, Cr, Cu, Au, Pt y acero inoxidable. De estas matrices, las que presentan el menor ancho de la línea de emisión son las de Pt y Pd, aunque la primera también emite rayos X en las vecindades de los 14 KeV; el Cr tiene el inconveniente de ser magnético; el Cu y el acero presentan líneas ensanchadas y el Au, rayos X intensos.

---

### Fuente experimental



En las experiencias que aquí se tratan, se utilizó una fuente<sup>6</sup> de  $\text{Co}^{57}$  depositada en Paladio, cuya actividad  $R$  en el año de 1988 era de  $10\mu\text{Ci}$ .

El tiempo de vida media del estado excitado para la emisión de gammas de 14.4 KeV es de  $1.4 \times 10^{-7}$  seg, por lo que, aplicando la ecuación 1-3 se obtiene el valor de la constante de desintegración del radioisótopo, que es de  $4.9 \times 10^6$  desintegraciones/seg.

---

<sup>6</sup>Prestada por el laboratorio de Física Atómica y Molecular de la Facultad de Ciencias.

## Detectores

---

### Origenes

Durante los últimos días nublados de febrero de 1886 en París, Henry Becquerel vio una radiación penetrante de las sales de aluminio y potasio, la cual según su hipótesis, podía ser producida después de exponerlas a la luz del sol. Puso las sales en la placa fotográfica envuelta en papel negro, excluyéndola de la luz, con la intención de exponer las sales a la luz del sol. Después de varios días sin sol decidió revelar la placa y cuál fue su sorpresa, la imagen de las sales sobresalían claramente. Experimentos posteriores confirmaron que Becquerel había observado un nuevo proceso atómico (después llamado radiactividad por Mme. Curie) que produce radiación penetrante: esto es, rayos beta de las sales que ennegrecían las placas. He aquí el mero principio del estudio de la física nuclear que era acompañado del primer detector de radiación; la placa fotográfica.

Desde entonces, cuando una interacción entre radiación y materia es descubierta, los físicos usan el proceso como un detector de radiación: esto ha producido una multitud de diferentes detectores.

---

### Tipos de detectores

Dos de los detectores más directos son la placa fotográfica y la lámina de mica en los cuales ciertas partículas dejan trazas permanentes de su paso a través del material. Otros tipos de detectores utilizados para la detección de la energía nuclear son: los de ionización de gas, los de centelleo y los de estado sólido. Éstos producen un pulso de corriente eléctrica que es subsecuentemente amplificada y analizada.

Supuestamente un detector ideal puede diferenciar entre varios tipos de radiación y partículas y debe suministrar una señal proporcional a la energía de éstas. En realidad, no existe un detector universal, pero sí un gran número de ellos que funcionan adecuadamente en distintas regiones del espectro de energía.

**Contador de centelleo.** Utilizados para energías mayores a 10 o 15 KeV; consisten de un cristal de centelleo montado sobre un fotomultiplicador; su resolución aumenta con la energía. El fotomultiplicador forma aproximadamente un par electrónico con 200 eV, o sea que por cada gamma de 14 KeV se obtienen 70 electrones. Sin embargo, su resolución es inferior a la del contador proporcional.

---

*continúa...*

## Detectores (continuación)

---

### Tipos de detectores

continuación

**Detector de gas.** En una gran variedad de instrumentos el material detector es el gas; los potenciales de ionización son del orden de 10 eV, pero en promedio, por ejemplo en el aire, la partícula cargada pierde 30 a 35 eV por cada par ión-electrón formado. Colectando las cargas libres que son así creadas, es posible obtener una señal de pulso eléctrico al paso de la partícula cargada.

**Estado sólido.** En estos detectores, el gamma produce electrones y huecos que migran debido a una diferencia de potencial aplicada en sus extremos. Se crea un par con 3 eV, o sea, que el gamma de 14 KeV produce 4000 electrones. La resolución es muy buena, pero tiene el problema de que no hay métodos para amplificar en el mismo semiconductor como en los casos anteriores por lo que se necesita de una buena electrónica. Además se deben conservar y trabajar a temperaturas de nitrógeno líquido.

En los tres casos, los electrones son colectados en un tiempo menor que  $10^{-6}$  segundos, generando una carga a disposición de la electrónica para su amplificación.

La salida del detector es un pequeño pulso de carga; para que esta señal sea útil, es necesario conformarla y amplificarla. Generalmente se conecta inmediatamente después del detector un preamplificador y a continuación se conecta éste a un amplificador utilizado para proporcionar al monocanal una señal del tamaño requerido y con las impedancias igualadas.

---

## Instrumentos de ionización de gas.

**Importancia** Debido a que se utilizó un detector gaseoso en este trabajo, a continuación se describen las principales características de los mismos, así como su funcionamiento.

**Arquitectura básica** El tipo más simple de detector gaseoso consiste de una cámara cilíndrica con un alambre estirado a través del centro, como se ilustra a continuación. La pared de la cámara es el cátodo y el alambre es el ánodo. Se utiliza una ventana de mica porque esta es transparente a la radiación de energía ionizante y puede soportar la evacuación anterior a la introducción del gas.

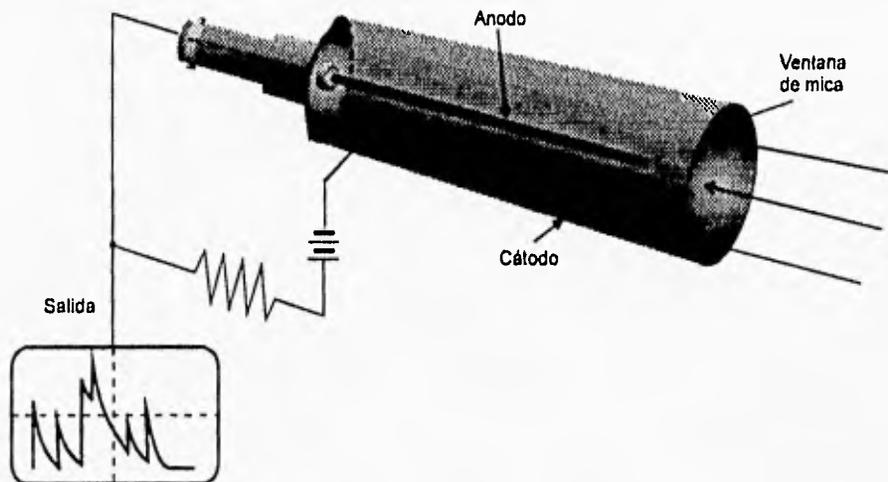


figura 4-04 Contador de ionización de gas

**Funcionamiento** Cuando la radiación entra al tubo, causa la ionización de las partículas del gas. Bajo la influencia del campo eléctrico, los electrones son colectados en el centro mientras los iones positivos se mueven hacia la pared.

Para que las cargas se colecten antes de que se recombinen en el gas, la presión del gas y el voltaje aplicado son parámetros importantes. Sin embargo, si el voltaje es suficientemente elevado, los electrones ganan suficiente energía para ionizar a través de las colisiones más átomos del gas, así que hay una multiplicación apreciable de las cargas libres creadas originalmente por el paso de las partículas.

*continúa...*

## Instrumentos de ionización de gas (continuación)

### Funcionamiento

continuación

Los pulsos de corriente en el circuito externo son una medida del número de partículas que entran. El movimiento de los electrones al ánodo es mucho más rápido que el movimiento de los iones positivos a las paredes; esto quiere decir que cada pulso tiene asociado consigo un tiempo de decaimiento, como se muestra en la salida, figura 4-04.

### Regiones de operación

El tubo se opera en una amplia gama de voltajes aplicados. La respuesta del tubo a la radiación bajo estas condiciones se ilustra a continuación.

1. Cuando se incrementa por primera vez el voltaje, se alcanza una meseta que corresponde a la colección de iones antes de que se verifique cualquier recombinación. Esta es la región donde el dispositivo funciona como *cámara de ionización*. Las corrientes son demasiado pequeñas por que no hay ionización secundaria.
2. Los aumentos de voltaje ocasionan aceleración de los iones a los electrodos; pronto se alcanza una energía en la que ocurre ionización adicional. Entonces la corriente es proporcional al número inicial de iones, de aquí que el dispositivo funciona como *contador proporcional*; las amplificaciones en esta región son del orden de  $10^2$  a  $10^4$ .

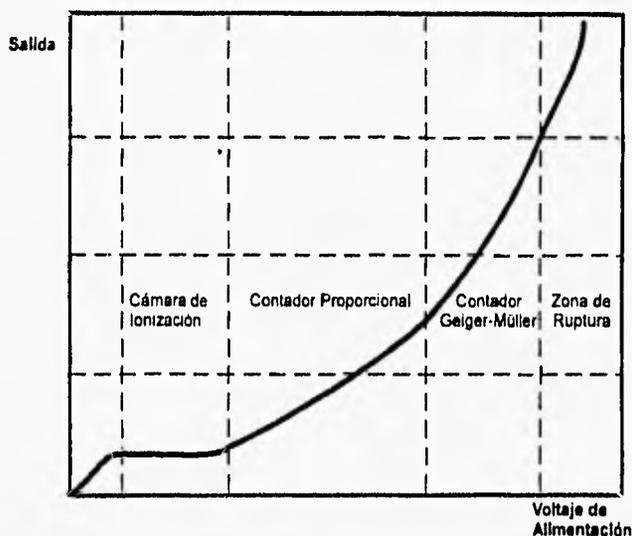


figura 4-05 Curva de respuesta de un detector de ionización de gas

continúa...

## Instrumentos de ionización de gas *(continuación)*

---

### Regiones de operación *continuación*

3. Finalmente, incrementando más el voltaje se llega a la región en que hay tanta aceleración de los iones que ocurre un efecto de avalancha; el número de pares ión-electrón es independientemente de la ionización original; esta es la región del *contador Geiger-Müller*.
  4. Si el voltaje llega a ser demasiado alto, ocurrirá ionización espontánea y destruirá el dispositivo.
- 

### Ventaja

Su uso es probablemente el más difundido ya que si bien es cierto que su eficiencia no es tan buena como la de los de centelleo, la resolución es mucho mayor y la relación de señal a ruido es grande. Están compuestos por una mezcla de gases raros, por ejemplo Kr o Xe con metano o CO<sub>2</sub> a una presión de una o dos atmósferas y en una proporción de 90 % del primero por 10 % del segundo. Dentro del tubo se forma un par electrónico cada 30 o 35 eV, o sea que para el gamma de 14 KeV, aparecen unos 400 electrones.

La ventaja del contador proporcional yace en la detección de rayos gamma o rayos X de muy baja energía que difícilmente pueden penetrar un cristal de centelleo, y cuando además se requiere de una buena resolución de energía.

---

*continúa...*

**Instrumentos de ionización de gas** (continuación)

**Contador**  
RS-P3-0803-287

El contador utilizado para los experimentos efectuados, es el RS-P3-0803-287 el cual es un contador de larga vida ( $> 10^{13}$  cuentas) para rayos-X y gammas de baja energía. Las dimensiones y características se dan a continuación.

reuter **RS** stokes



figura 4-06a

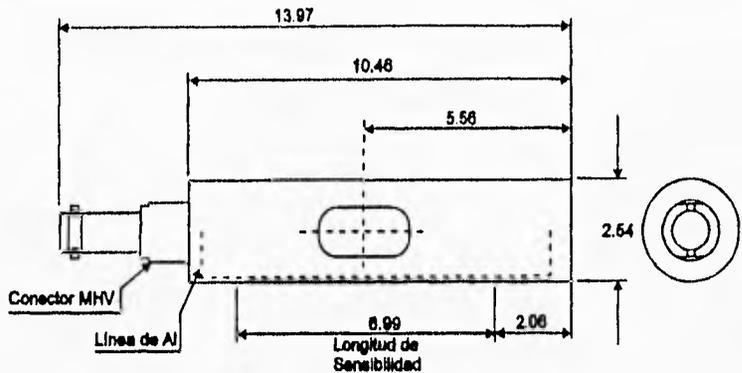


figura 4-06b

**Características**

Mecánicas

Diámetro.....	2.54 cm
Largo.....	13.97 cm
Ventana de Berilio.....	2.54x1.27 cm
Conector.....	MHV
Peso.....	0.1 Kg

Material

Capa externa.....	Acero inoxidable
Capa interna.....	Aluminio
Ventana.....	Berilio 5 mil
Densidad de ventana.....	23 mg/cm <sup>3</sup>
Aislamiento: Detector.....	Cerámica Alumina
Conector.....	Teflon
Gas.....	97 % kriptón - 3 % CO <sub>2</sub>
Presión de llenado.....	76 cm Hg

Eléctricas y de operación

Capacitancia.....	6 pf
Resistencia (25° C).....	10 <sup>12</sup> ohms (mínimo)
Voltaje: Típico.....	1700-2200 volts
Máximo.....	3000 volts
Resolución.....	11 % a 14 % FWHM

continúa...

## Instrumentos de ionización de gas (continuación)

### Espectros

Con el detector Reuter Stokes, se obtuvieron los siguientes espectros de  $\text{Co}^{57}$ . En el segundo y tercero, se utilizaron absorbedores de Al de una y dos unidades de espesor. Se aprecia la fuerte absorción de los rayos-X por el Al.

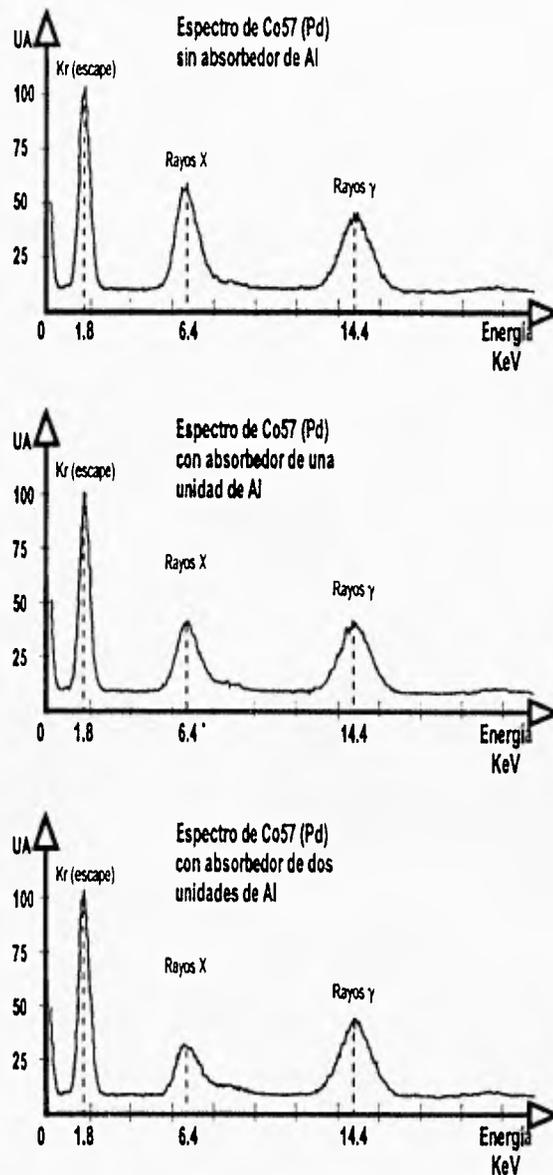


figura 4-07 Espectros de  $\text{Co}^{57}$  sin y con absorbedores de Al

## Analizador monocanal

### Función

La aplicación de restricciones de amplitud en la salida de un amplificador, es equivalente a la aplicación de restricciones energéticas a eventos nucleares. Esta función permite el análisis de energías y presentación de información (espectroscopía). Esta función permite también, que sean contados solamente los eventos de interés, excluyendo cualquiera otro que se haya detectado. Al reducir los eventos de entrada se aumenta la eficiencia de procesamiento. Así, aplicando lo anterior, se pueden seleccionar solamente los pulsos de interés generados por una muestra radiactiva, los cuales producen efecto Mössbauer y eliminar el parámetro B de la ecuación 4-01.

### Modos de operación

Existen dos modos de operación: Normal y Ventana.

- ☒ En el modo *Normal*, se genera un pulso de salida del analizador monocanal cuando la amplitud de la señal de entrada es más grande que la *línea base*, pero menor que la selección de la *línea superior*.
- ☒ En el modo *Ventana*, se genera un pulso de salida del analizador monocanal, cuando la amplitud de la señal de entrada está entre la *línea base* y la *línea base más la ventana* seleccionada.

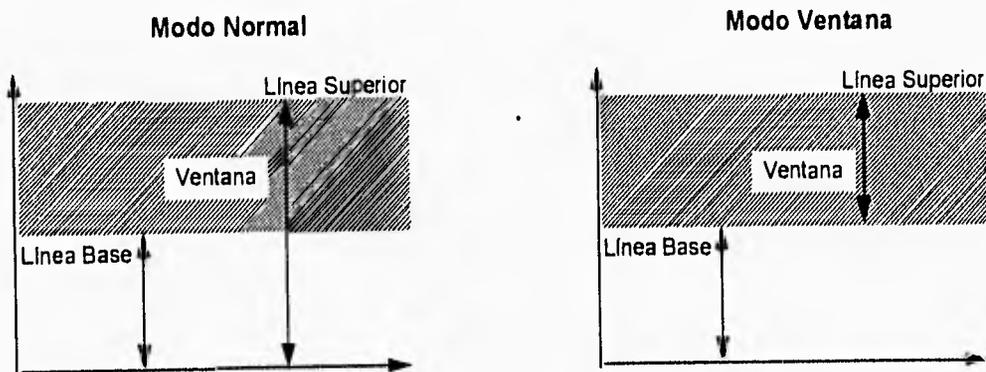


figura 4-08 Ventanas de operación de un monocanal.

## Analizador Monocanal *(continuación)*

**Analizador  
Monocanal  
CANBERRA 830**

En esta parte se dan las características del SCA Canberra 830, el cual fue utilizado para la elaboración del presente trabajo.



figura 4-09

### Señal de entrada

Amplitud.....0.05 a 10 volts  
 Tiempo de subida..... < 10 microseg.  
 Ancho de pulso..... > 75 nanoseg.  
 Impedancia..... > 1000 ohms

### Señal de salida

Amplitud..... 8 volts  
 Ancho de pulso..... 400 a 2 microseg.  
 Tiempo de subida y bajada..... < 50 nanoseg.  
 Impedancia..... <25 ohms

Linealidad ..... mejor al 0.25 %  
 (escala total)

Conectores..... BNC UG-1094/U

Alimentación..... + 24 V 7 ma  
 - 24 V 1 ma  
 + 12 V 100 ma  
 - 12 V 35 ma

## Analizador multicanal

**Multicanal** El analizador multicanal es un dispositivo estadístico que procesa información eléctrica (pulsos). En este trabajo se utilizó un analizador marca **INO-TECH 5300**, cuyo funcionamiento se describe a continuación.

**Análisis de Altura de Pulsos PHA** La técnica de Análisis de Altura de Pulsos es usada para la clasificación de eventos aleatorios de energía dentro de un histograma de energía versus intensidad de conteo.

Un detector típico convierte la energía absorbida en pulsos eléctricos con una amplitud proporcional a la energía detectada. Este es el punto en el cual el analizador INO-TECH 5300 toma lugar para el análisis.

Primeramente, cada pulso del detector debe ser amplificado y conformado para ser aceptado por el analizador. Una vez amplificado y conformado el pulso, el propósito del Sistema es convertir el pulso de energía a una representación precisa de la energía. Esta es llamada resolución de la energía y es definida como energía por canal. Típicamente, entre más canales disponibles se tengan en un analizador, mayor es la resolución del mismo.

En esta función, el tren de pulsos se proyecta en la línea de conversión de ganancia, de tal forma que a cada amplitud corresponde una dirección específica en la memoria. Cada canal almacena el número de pulsos que han sido proyectados en él durante el análisis.

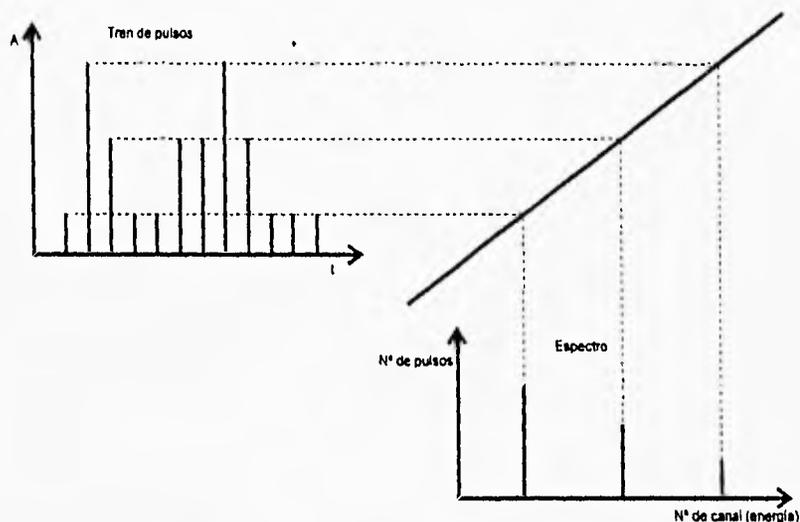


figura 4-10 Ejemplo de análisis de altura de pulsos

*continúa...*

## **Analizador multicanal** *(continuación)*

---

**Análisis de Altura de Pulsos PHA** *continuación* El tren de pulsos se conecta al convertidor analógico digital (ADC), donde la amplitud de cada pulso del tren se convierte en un número proporcional a su amplitud. Este número es la dirección del canal de la memoria usado por el instrumento de control.

El instrumento de control hace que el número almacenado en el canal de la memoria, identificado por la conversión analógica-digital, se incremente en uno. En cada canal de la memoria puede ser almacenado un número de cuentas entre 0 y  $10^6-1$ .

---

**Multiescalación** La multiescalación (MCS) es un barrido temporal de los canales, con cada canal dentro de un intervalo de tiempo igual a

$$\text{tiempo total de barrido/número de canales}$$

Durante el intervalo de tiempo de cada canal, el contenido de la memoria de ese canal ( $10^6-1$ ) está disponible para el conteo de pulsos digitales con frecuencias aleatorias hasta por arriba de 10 MHz. Así, el resultado es un histograma de frecuencias. El analizador IT-5300 dispone de tiempos por canal desde 10  $\mu$ seg hasta 8 seg.

Esta función de multiescalación, es la que permite utilizar al analizador para espectroscopía Mössbauer. El número de pulsos de cada canal se convierte en un voltaje proporcional a éstos y la ordenada de la pantalla del osciloscopio muestra un punto cuya altura sobre la línea base es proporcional a la cantidad de pulsos en el canal.

La dirección secuencial de los canales se convierte en un voltaje analógico, que se utiliza para dirigir el servomecanismo de velocidad constante para el movimiento de la fuente radiactiva.

---

## Analizador multicanal (continuación)

Arquitectura y características A continuación se muestran el panel frontal del analizador y los conectores utilizados, además de las características de funcionamiento.

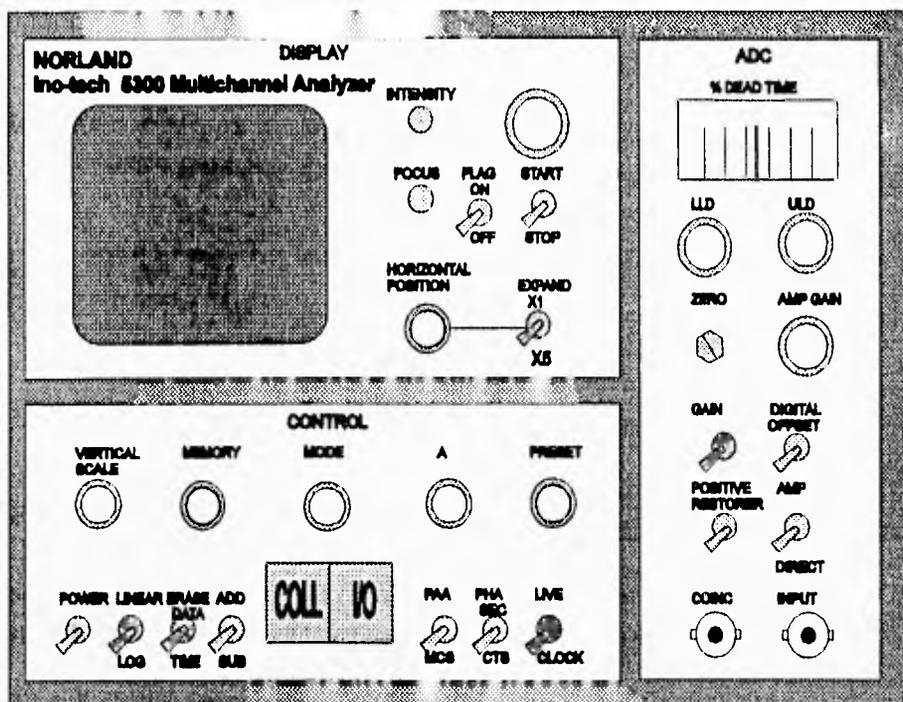


figura 4-11a Panel frontal del analizador multicanal

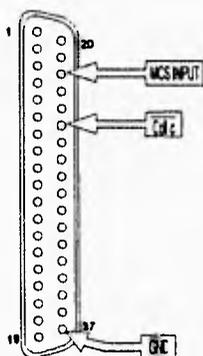


figura 4-11b Conector I/O

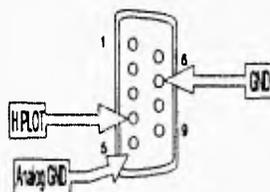


figura 4-11c Conector del Plotter

continúa...

# Analizador multicanal *(continuación)*

**Arquitectura y características**  
*continuación*

## Características

### ADC

Entrada:  
 pulsos ..... unipolares o bipolares  
 tiempo de subida ..... 0.1 a 20  $\mu$ seg  
 tiempo de bajada ..... 0.1 a 20  $\mu$ seg  
 duración ..... 0.5  $\mu$ seg mínimo  
 impedancia ..... 1K $\Omega$   
 velocidad de digitalización ..... 50 MHz, controlada por cristal  
 resolución ..... 512, 1024 y 2048 canales

### Memoria

canales ..... 1024  
 capacidad de conteo .....  $10^6$  - 1  
 ciclo de memoria ..... 700 ns  
 control ..... adición o sustracción de datos

### Salida

X - Y Plotter ..... salida analógica 0 - 5 V escala total

## Señal de barrido del eje X

En las siguientes gráficas, se puede apreciar la variación de la señal de barrido horizontal  $V_x$  generada por el multicanal. Esta señal se obtiene de la pata 4 del conector Plotter de la parte trasera del equipo (ver figura 4-11c).

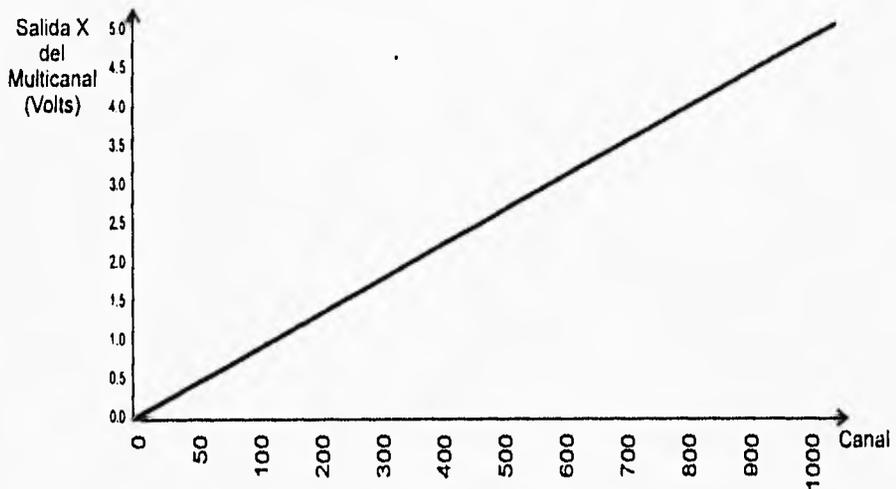


figura 4-12 gráfica de la salida X del multicanal, canal vs. voltaje

*continúa...*

## Analizador multicanal (continuación)

**Señal de barrido del eje X** En el detalle, se puede apreciar como la señal crece en forma de escalón.  
*continuación*

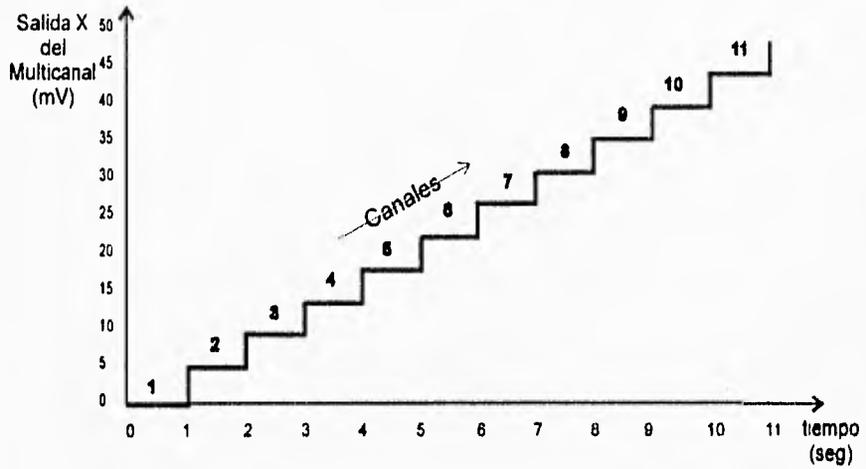
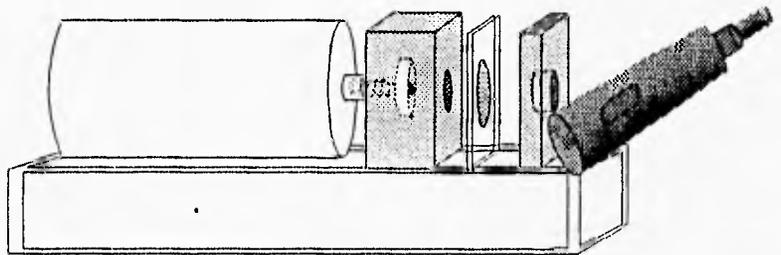


figura 4-13 gráfica aumentada de los primeros 10 canales de la salida X del multicanal, canal vs. voltaje

## Capítulo 5

# Servomecanismo de velocidad constante



---

## Capítulo 5

### Servomecanismo de velocidad constante

---

#### Contenido

A continuación se presentan los temas que se cubren en el presente capítulo:

<b>Tema</b>	<b>Página</b>
6.1 Sistemas de control	5-2
6.2 Retroalimentación	5-4
6.3 Amplificadores operacionales	5-8
6.4 Transductor de velocidad	5-9
6.5 Servosistema	5-12
6.6 Circuito conformador-excitador	5-16
6.7 Temporizador LM555	5-20
6.7 Oscilador TTL74121	5-22

---

## Sistemas de control

---

**¿Qué es un sistema de control?**

Un sistema de control es un arreglo de componentes físicos conectados de tal manera que el arreglo pueda comandar, dirigir o regular otro Sistema o asimismo.

Los sistemas de control se clasifican en dos grandes categorías, a saber:

- de lazo abierto
- de lazo cerrado.

La distinción determina la acción de control, que es la cantidad que activa al Sistema para producir la salida.

---

**Sistema de control de lazo abierto**

Un Sistema de control de lazo abierto es aquel en el cual la acción de control es independiente de la salida.

Los sistemas de control de lazo abierto tienen dos rasgos sobresalientes y son:

- 1 La habilidad que estos tienen para ejecutar una acción con exactitud está determinada por su calibración\* .
  - 2 Estos sistemas no tienen problemas de estabilidad.
- 

**Sistema de control de lazo cerrado**

Un Sistema de control de lazo cerrado es aquel en el cual la acción de control es, en cierto modo, dependiente de la salida. Los sistemas de control de lazo cerrado se llaman comúnmente sistemas de control por retroalimentación.

---

**Nota:**

Para clasificar un Sistema de control como de lazo a abierto o cerrado, se deben distinguir claramente los componentes del sistema de los componentes que interactúan con él, pero no forman parte del mismo; por ejemplo, un operador humano puede o no ser un componente del Sistema.

---

*continúa...*

---

\* Calibrar significa establecer o reestablecer una relación entre la entrada y la salida, con el fin de obtener del sistema la exactitud deseada.

---

## Sistemas de control *(continuación)*

---

**Servomecanismo** Para este trabajo se utiliza el sistema de control por retroalimentación llamado servomecanismo y es el que puede ofrecernos el movimiento preciso requerido para la construcción del espectrómetro.

Un servomecanismo es un sistema de control por retroalimentación con amplificación de potencia en el cual la variable controlada  $\chi$ , es una posición mecánica o derivada de posición con respecto al tiempo, tal como la velocidad o la aceleración.

---

### **Regulador**

Un regulador o sistema regulador es un sistema de control por retroalimentación en el cual la entrada de referencia u orden es constante para largos periodos de tiempo, a menudo para el intervalo de tiempo completo durante el cual el sistema está en operación.

Un regulador se diferencia de un servomecanismo en que la función primordial de un regulador es generalmente mantener constante una salida, que es controlada, mientras que la función de un servomecanismo consiste muy a menudo en hacer que la salida del sistema siga una entrada variable.

---

## Retroalimentación

---

**Definición** La retroalimentación es la característica de los sistemas de control de lazo cerrado que los distingue de los de lazo abierto.

La retroalimentación es la propiedad de un sistema de lazo cerrado que permite que la salida (o cualquier otra variable controlada del sistema) sea comparada con la entrada del sistema (o con una entrada a cualquier componente interno del sistema o con un subsistema de este), de tal manera que pueda establecer la acción de control apropiada como función de la entrada y la salida.

Más generalmente, se dice que existe retroalimentación en un sistema cuando existe una secuencia cerrada de relaciones de causa y efecto entre las variables del sistema.

---

**Características** Los rasgos más importantes que la presencia de retroalimentación imparte a un sistema son:

1. Aumento de exactitud; por ejemplo, la habilidad de reproducir la entrada fielmente.
2. Sensibilidad reducida de la razón de la salida a la entrada, en las variaciones características del sistema.
3. Efectos reducidos de la no linealidad y de la distorsión.
4. Aumento del ancho de banda. El ancho de banda de un sistema es ese intervalo de frecuencias (de la entrada), en el cual el sistema responde satisfactoriamente.
5. Tendencia a la oscilación o a la inestabilidad.

---

*continúa...*

**Retroalimentación** (continuación)

Fundamentos de La ganancia de voltaje intrínseca  $A$ , de un amplificador como el de la retroalimentación figura 5-01, es la razón de la salida,  $v_o$ , respecto a la entrada,  $v_i$ .

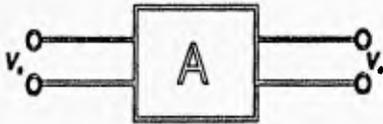


figura 5-01 Esquema de un amplificador con ganancia  $A$

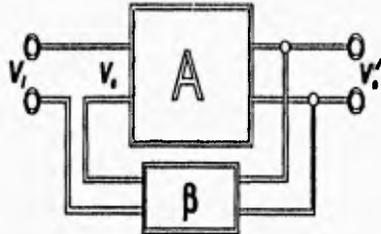


figura 5-02 Esquema de un amplificador con retroalimentación

Si el circuito se modifica, como en la figura 5-02, de modo que una fracción  $\beta$ , de la salida se retroalimenta a la entrada, entonces la nueva salida,  $v'_o$ , es

$$v'_o = Av_i \tag{5-01}$$

En vista de que  $v_i = v_i + \beta v'_o$ , tenemos

$$v'_o = A(v_i + \beta v'_o) \tag{5-02}$$

Si se le da otro arreglo a esto, se puede definir  $A'$ , la ganancia del amplificador con retroalimentación:

$$A' = \frac{v'_o}{v_i} = \frac{A}{1 - \beta A} \tag{5-03}$$

Al substituir los valores de esta ecuación, se puede ver que  $A'$  tiende a infinito cuando  $\beta A$  se aproxima a la unidad. A esta situación se le designa retroalimentación positiva, porque  $\beta$  es positiva. En la práctica, la ganancia infinita del amplificador con retroalimentación positiva resulta en oscilación.

Si por otro lado,  $\beta$  se hace negativa, sucede el fenómeno conocido como retroalimentación negativa. En esta condición,  $A'$  siempre es menor que  $A$ , porque  $\beta A$ , es menor que cero y el denominador es mayor que la unidad. A medida que  $A$  se hace más grande,  $A'$  se aproxima a  $-1/\beta$  como límite y es independiente de  $A$ . Por tanto, cualquier variación en  $A$  que pueda ocurrir a causa de temperatura, efectos de envejecimiento y análogos, no afectarán a  $A'$ .

continúa...

## Retroalimentación (continuación)

### Distorsión

El efecto de la retroalimentación negativa, que reduce pero no elimina, variaciones en la ganancia con variaciones en los componentes, es exactamente una de las ventajas de este procedimiento. Consideremos el problema de la distorsión. Supóngase que en la entrada de un amplificador sin retroalimentación negativa se aplica una señal sin distorsión, como en la figura 5-01, La distorsión,  $D$ , aparece en la salida.

Si ahora incorporamos la retroalimentación, como en la figura 5-03, entonces una fracción de la salida igual a  $\beta(v_o+D)$  es retroalimentada a la entrada, y ahora, la nueva distorsión en la salida es

$$D' = D + A\beta D' \quad 5-04$$

o bien

$$D' = \frac{D}{1 - \beta A} \quad 5-05$$

Cuando la ganancia del amplificador es grande, la distorsión también se reduce grandemente.

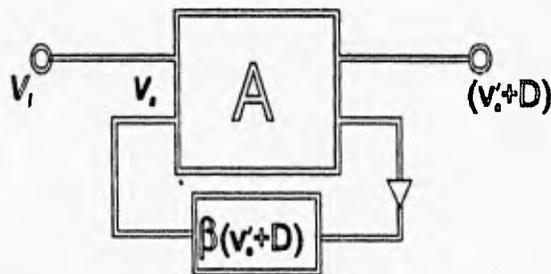


figura 5-03 Esquema de un amplificador con distorsión

continúa...

**Retroalimentación** (continuación)

**Impedancias** También deben considerarse los efectos de la retroalimentación sobre las impedancias de entrada y salida del amplificador. La impedancia de entrada sin retroalimentación es

$$Z_i = \frac{v_i}{i_i} \quad 5-06$$

y así por el estilo

$$v_s = v_i + \beta v_o \quad 5-07$$

Esto puede escribirse como

$$v_i = v_s - \beta A v_s = v_s(1 - \beta A) \quad 5-08$$

Entonces, la impedancia de entrada con retroalimentación,  $Z_i'$  es

$$\boxed{Z_i' = \frac{v_i}{i_i} = Z_i(1 - \beta A)} \quad 5-09$$

En consecuencia, como  $\beta A$  es menor que uno, se incrementa la impedancia de entrada. De igual manera, se puede demostrar que la impedancia de salida se reduce del valor de  $Z_o$ , sin retroalimentación, a

$$\boxed{Z_o' = \frac{Z_o}{1 - \beta A}} \quad 5-10$$

## Amplificadores operacionales

**Características** El amplificador operacional cumple con las siguientes características: Impedancia de entrada muy alta, impedancia de salida muy baja, amplificación alta, bajo consumo de energía.

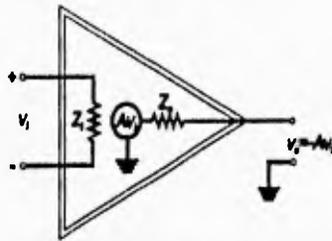


figura 5-04 circuito equivalente de un amplificador operacional.

**Configuraciones** A continuación se muestran las configuraciones más utilizadas para los amplificadores operacionales.

figuras 5-05 a 5-08	Nombre	Descripción	Salida (ec. 5-11 a 5-14)
	Seguidor de voltaje	Se utiliza para acoplar impedancias y/o para atenuar señales.	$v_o = -v_i$
	Sumador	Se usa para sumar varios voltajes con diferentes amplificaciones	$v_o = -R \left( \frac{v_1}{R_1} + \frac{v_2}{R_2} \right)$
	Integrador	Proporciona la señal integral de $v_i$	$v_o = -\frac{1}{RC} \int_0^t v_i dt$
	Diferenciador	Proporciona la derivada de $v_i$	$v_o = -RC \frac{dv_i}{dt}$

## Transductor de velocidad

### Transductor

Los transductores son los dispositivos que convierten la energía de un tipo a otra forma. Los transductores electromecánicos pueden considerarse formados por partes que son eléctricas y de partes que pueden clasificarse como mecánicas. Esto no implica que las partes mecánicas o eléctricas puedan ser físicamente separadas y operadas independientemente unas de otra.

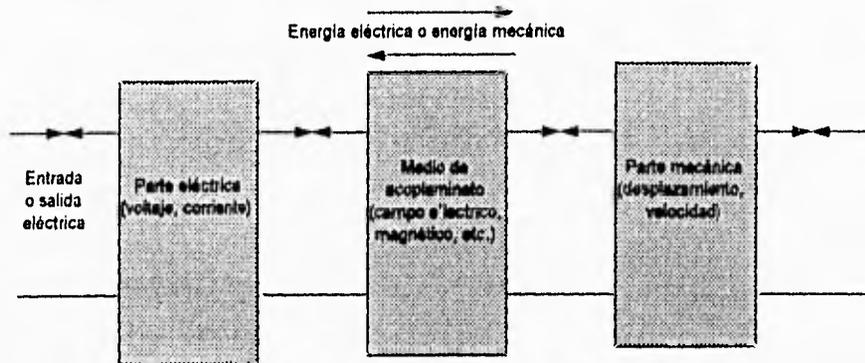


figura 5-09 Representación de un transductor electrónico.

### Motor Ranger VT-700

Para producir el movimiento se utilizó un motor lineal marca Ranger VT-700 . Consta esencialmente de un amplificador de potencia y dos bobinas unidas rigidamente por un eje común, dentro de imanes independientes. De tal forma que: se produce un desplazamiento aproximadamente proporcional a la magnitud de la excitación en una de ellas (1 cm), y la otra genera una señal proporcional a la velocidad (1 volt/cm/seg). Tiene incorporado un amplificador de potencia para excitar la bobina de arrastre que utiliza +12 y -12 volts a 1.5 amperes.

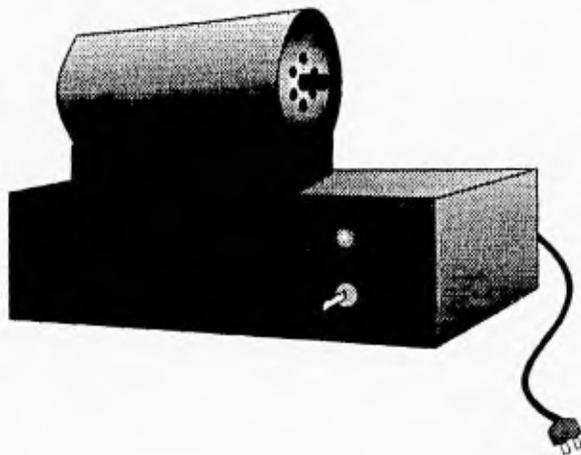


figura 5-10 Servosistema (motor Ranger y caja del circuito conformador-excitador)

continúa...

## Transductor de velocidad *(continuación)*

### Especificaciones Mecánicas

Diámetro exterior ..... 3.25" diámetro exterior  
 Largo ..... 7" longitud  
 Montaje: ...el transductor se aloja en un canal de aluminio de 3"  
 Desplazamiento .....  $\pm 1$  cm  
 Frecuencia de resonancia ..... 12 Hz  
 Ambas puntas roscadas ..... 10-32 NF

### Eléctricas

Impedancia de entrada ..... 500 ohms  
 Monitoreo de la velocidad -LVsyn- ..... salida: 1 volt/cm/seg  
 Impedancia: 5200 ohms  
 1 henry  
 Alimentación .....  $\pm 12$  volts @ 1.5 amps  
 Conector ..... Amphenol hexagonal miniatura de 9 patas

### Circuitos del VT-700

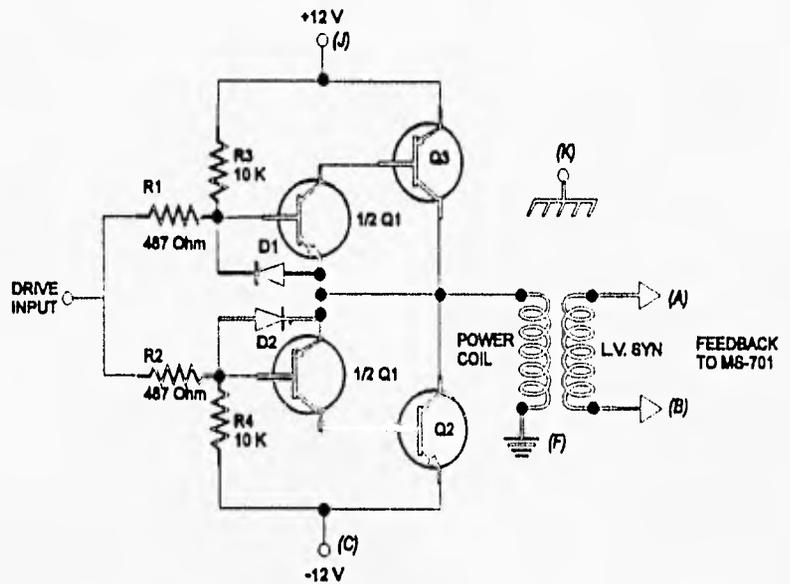


figura 5-11 Amplificador de potencia

*continúa...*

# Transductor de velocidad *(continuación)*

## Circuitos del VT-700 *continuación*

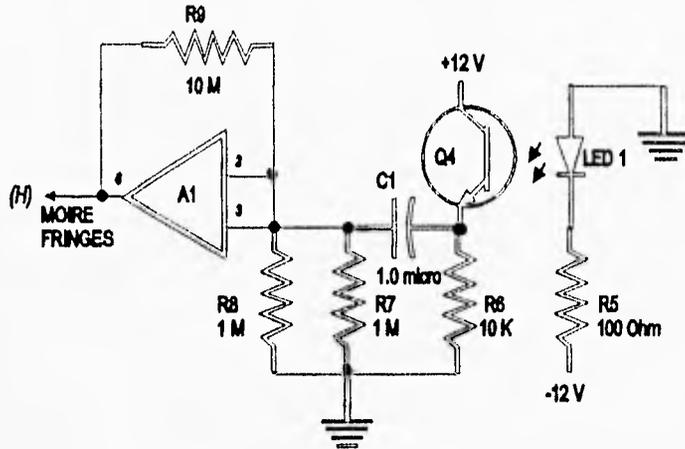


figura 5-12 Circuito Interferómetro Moiré

### Código de cableado del conector

Pata (pin)	Color de cable	Descripción
A	Verde claro	Salida LVsyn
B	Verde oscuro	Tierra LVsyn
C	Negro	-12 volts
D	Anaranjado claro	Salida de reinicio de la fotocelda. Pulso negativo de aprox. 7 volts
E	Rojo	Entrada de la señal de control de velocidad
F	Café	Tierra de alimentación
H	Azul	Salida Moiré
J	Gris	+12 volts
K	Anaranjado oscuro	Tierra de chasis

## Servosistema

### Restricciones

Para lograr un diseño adecuado del servosistema que nos ocupa, se debe considerar que ningún sistema físico es completamente lineal. Sin embargo, si se limita el intervalo de operación, muchos sistemas funcionan dentro de un dominio lineal. A pesar de ello, pueden existir una serie de factores adicionales, tales como la masa del sistema, las fuerzas internas o externas, las resonancias mecánicas, etc., que hacen que la respuesta de un transductor que trabaja en el dominio lineal, no lo sea.

Como se explicó anteriormente, la retroalimentación cancela en su mayor parte la distorsión provocada por la alinealidad; por lo tanto, la retroalimentación es el factor más importante en el diseño del servosistema.

### Ecuaciones del sistema

Considérese el sistema de control de la figura siguiente:

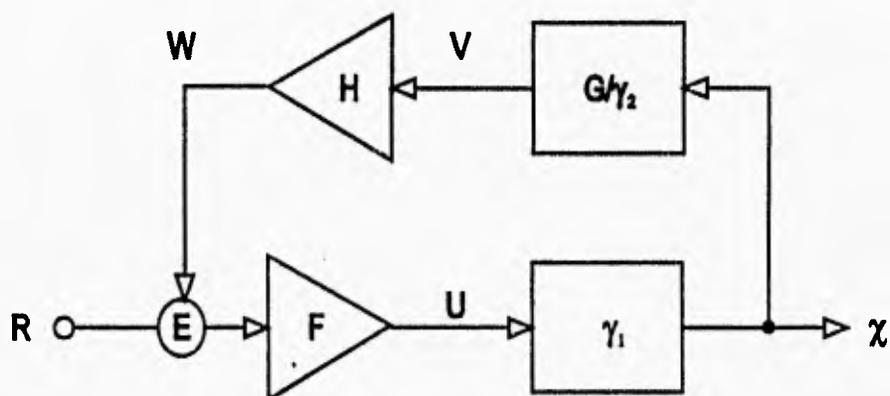


figura 5-13 Sistema de control

La salida  $\chi$  está dada por

$$\chi = EF\gamma_1 \quad 5-15$$

que es la respuesta del Sistema en circuito abierto. Si ahora ponemos la condición de retroalimentación

$$E = R + W = R + \frac{1}{\gamma_2} GH\chi \quad 5-16$$

*continúa...*

**Servosistema** (continuación)

Ecuaciones del sistema  
continuación

obtenemos, de la ecuación 5-15

$$\frac{\chi}{F\gamma_1} = R + \frac{1}{\gamma_2} GH\chi \quad 5-17$$

entonces

$$\chi = \frac{\gamma_1 \gamma_2 F}{\gamma_2 - \gamma_1 FGH} R = \frac{\gamma_2}{\gamma_1 F - GH} R \quad 5-18$$

que es la respuesta total del sistema. Consecuentemente, la función de transferencia total es

$$T(s) = \frac{\chi}{R} = \frac{\gamma_2}{\gamma_1 F - GH} \quad 5-19$$

**Respuesta del transductor**

Considérese ahora al transductor electromecánico representado por  $\gamma_1$ , al que se le suministra una señal eléctrica  $U$  en la entrada y cuya salida es un desplazamiento  $\chi$ , que depende de la entrada  $U$ ; esto es,  $\gamma_1$  tiene dimensiones de [cm/volt].  $\chi$  no es estrictamente proporcional a  $U$ , debido a alinealidades en la respuesta del transductor causadas por las razones citadas anteriormente.

Considérese también ahora al sensor de velocidad como un segundo transductor sujeto rigidamente al eje del primer transductor, de tal forma que a la salida suministre una señal eléctrica  $V$ , cuya intensidad sea proporcional a la velocidad de dicho eje (esto es,  $V = \frac{1}{\gamma_2} \frac{d\chi}{dt}$ ) y si  $F$  y  $H$  son amplificadores de los voltajes  $E$  y  $V$  respectivamente, de tal forma que la amplificación  $F$  sea muy grande ( $F \gg 1$ ), tendremos por substitución directa de la ecuación 5-19

$$\lim_{F \rightarrow \infty} T(s) = \lim_{F \rightarrow \infty} \frac{\gamma_2}{(\gamma_2 / \gamma_1 F) - Hs} = -\frac{\gamma_2}{Hs} \quad 5-20$$

continúa...

**Servosistema** (continuación)

**Respuesta del  
transductor**  
continuación

esto es

$$\chi = -\frac{\gamma_2 R}{H s} \quad 5-21$$

por lo tanto

$$\chi(t) = -\frac{\gamma_2}{H} \int_0^t R dt \quad 5-22$$

además, de la figura 5-15

$$V = \frac{1}{\gamma_2} G \chi \quad 5-23$$

entonces

$$V(t) = \frac{1}{\gamma_2} \frac{d}{dt} \chi(t) = \frac{1}{\gamma_2} \left( -\frac{\gamma_2}{H} \right) \frac{d}{dt} \int_0^t R dt \quad 5-24$$

Por lo tanto

$$V(t) = -\frac{1}{H} R(t) \quad 5-25$$

análogamente

$$W(t) = -R(t) \quad 5-26$$

Debe notarse que en la ecuación 5-22 no se especifica la forma de la onda de la señal  $R$ , ni la frecuencia de operación para producir el desplazamiento  $\chi$ . Esto permite controlar de manera precisa movimientos de velocidad constante, o de aceleración constante, o de cualquier otra variación eléctrica, con solo introducir la derivada de la señal a la entrada del servomecanismo.

*continúa...*

## Servosistema *(continuación)*

---

### Sensor de velocidad

La principal restricción en el diseño del servomecanismo para el espectrómetro, radica en la condición de que el sensor de velocidad trabaje en una región estrictamente lineal, pues el voltaje proporcionado por este es el que realmente integra la señal de entrada  $R$  del multicanal. Además, el voltaje del sensor se utiliza para una verificación electrónica del movimiento, de tal forma que cualquier alinealidad en él, tiene como consecuencia un incremento de velocidad alineal.

Sabemos que el voltaje inducido en el sensor, que en este caso es una segunda bobina unida mecánicamente a la primera, es proporcional a la derivada del desplazamiento respecto al tiempo, ya que

$$\begin{aligned}\varepsilon &= \frac{d\phi_B}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{A} \cdot \vec{B}) = B \frac{dA}{dt} \\ &= 2\pi n B \frac{dx}{dt}\end{aligned}$$

5-27

donde  $2\pi n dx$  es el área barrida por la bobina en el desplazamiento  $dx$  y por lo tanto, proporcional a la velocidad.

---

## Circuito conformador-excitador

Diagrama a bloques

A continuación se muestra a bloques el circuito excitador de velocidad constante para motor Ranger VT-700.

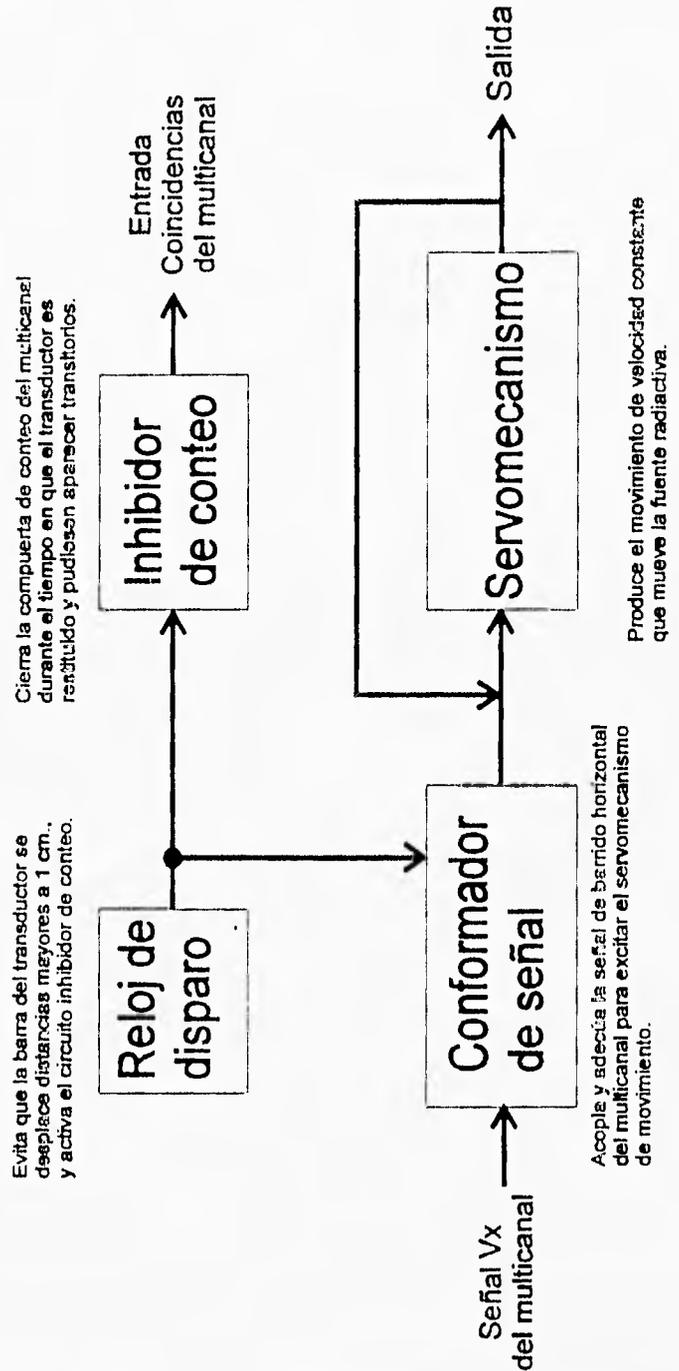


figura 5-14 Diagrama a bloques del circuito excitador de velocidad constante para motor Ranger VT-700

continúa...

## Circuito conformador-excitador *(continuación)*

**Circuito Electrónico**

A continuación se muestran los componentes electrónicos del circuito excitador de velocidad constante para motor Ranger VT-700.

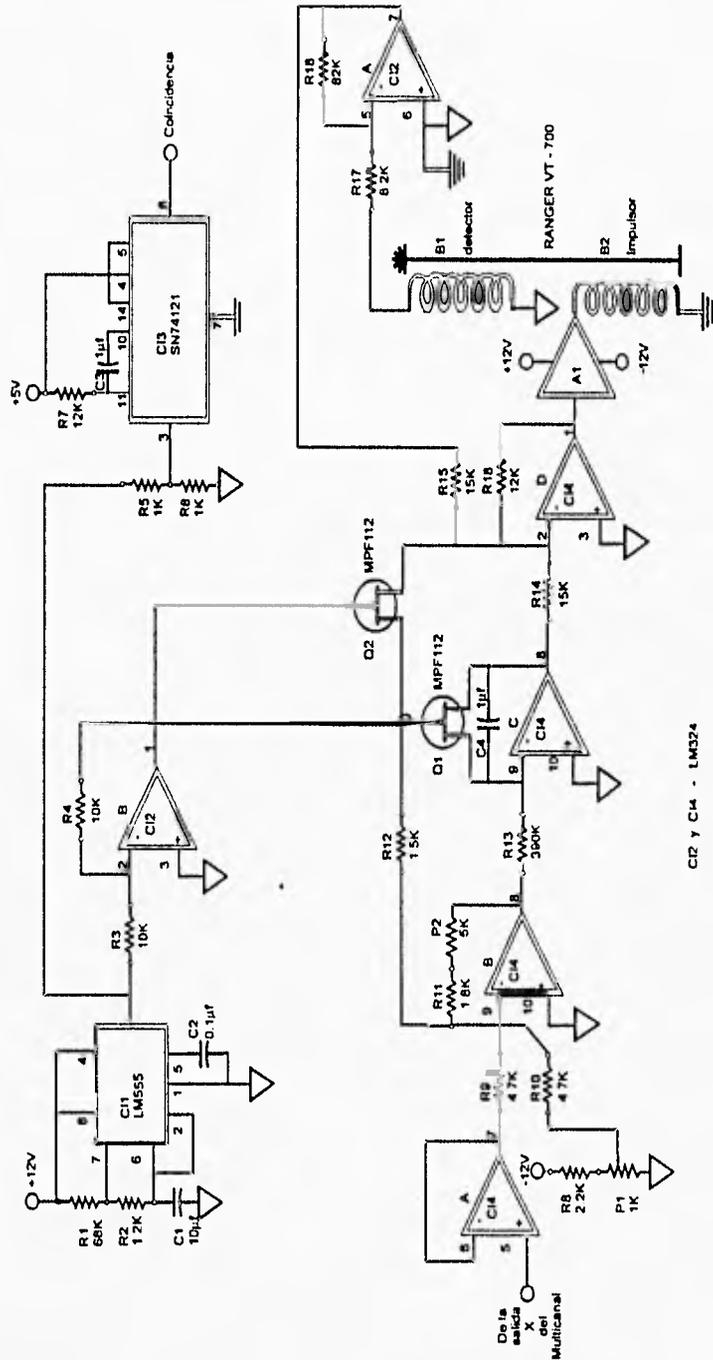


figura 5-15 Diagrama electrónico del circuito excitador de velocidad constante para motor Ranger VT-700

*continúa...*

**Circuito conformador-excitador** (continuación)

**Conformador** La señal de barrido del eje "x" del multicanal ( $V_x$ ), es conformada por  $CI4A$  y  $CI4B$ , para obtener un voltaje negativo con los primeros canales, aumentando hasta obtener 0 volts con el canal 512 y continuar aumentando hasta llegar al canal 1024, con el que se obtiene un voltaje máximo positivo.

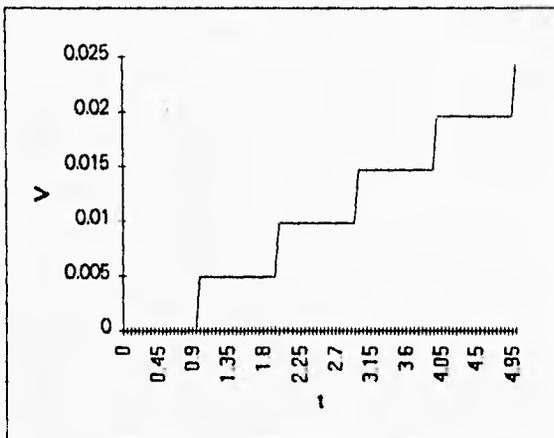


figura 5-16 señal de barrido horizontal del multicanal  $V_x$

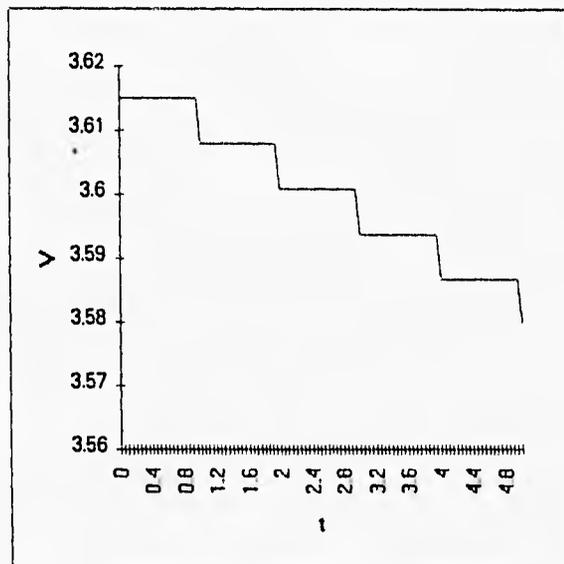


figura 5-17 señal conformada con un voltaje negativo  $V_-$

continúa...

**Circuito conformador-excitador** (continuación)**Conformador**  
continuación

Este potencial es integrado por *CI4C* mismo que proporciona una rampa cuya pendiente es proporcional al número de canal. Cada 0.488 seg, la rampa es inicializada por *CI1*, *CI2B* y *Q1*. *CI4D* proporciona la excitación al amplificador *A1* para generar los ciclos de velocidad constante.

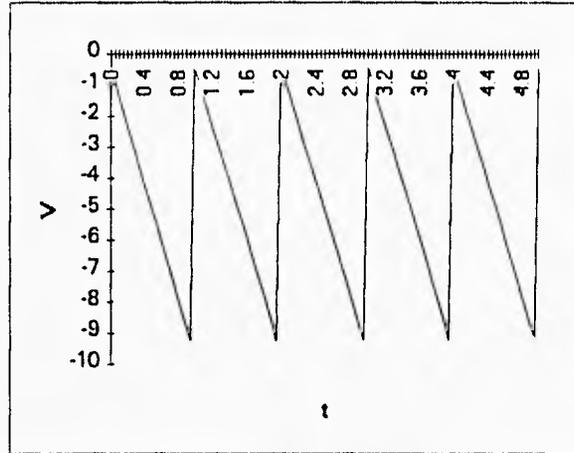
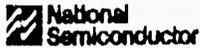


figura 5-18 señal escalón integrada  $V_1$

Al terminar un ciclo de velocidad constante, la restitución del motor es débil, por lo que es necesario sumarle a la rampa en el momento del retorno, una señal proporcional, que aumente electrónicamente esta restitución con *CI1*, *CI2B* y *Q2*; finalmente la corrección se hace con *CI2A*; cuenta además con *CI3*, que proporciona una salida de pulsos sincronizados con el retorno de la rampa, para inhibir durante 0.12 seg, el conteo hacia el multicanal mientras el motor recobra su estado de velocidad constante.

## Temporizador LM555

### Descripción general



El LM555 es un dispositivo muy estable para la generación exacta de retrasos de tiempo u oscilación. Se proveen terminales adicionales para su activación o reinicialización si se desea. En el modo de operación de retardo de tiempo como en el de oscilación, la frecuencia de carrera libre y el ciclo de trabajo son controladas con precisión con dos resistores externos y un capacitor. El circuito puede ser activado o reinicializado con formas de onda en descenso, y la salida del circuito puede drenar 200 mA o manejar circuitos TTL.

### rasgos

- Temporiza desde microsegundos hasta horas.
- Opera en ambos modos a estable y monoestable.
- Ciclo de trabajo ajustable
- La salida puede drenar 200 mA
- Salida y suministro compatible con TTL
- Estabilidad de temperatura mejor que 0.005% por °C
- Salida normalmente en on y en off

### aplicaciones

- Temporizador de precisión
- Generación de pulsos
- Temporizador secuencial
- Generación de retardo de tiempo
- Modulación de amplitud de pulso
- Modulación de la posición del pulso
- Generador de rampa lineal

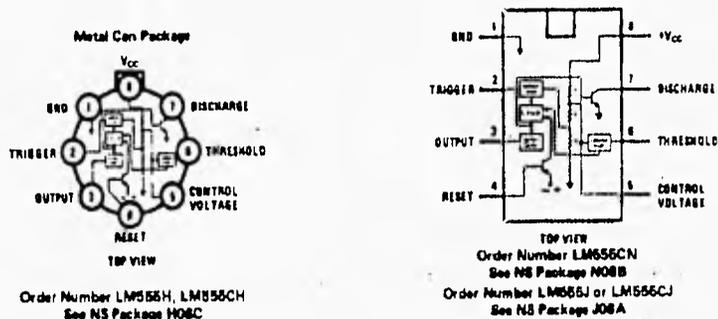


figura 5-19 Diagrama de conexiones

continúa...

**Temporizador LM555** (continuación)

<b>Rangos de operación del LM555</b>	Voltaje de alimentación _____	+5 a +15V
	Corriente de entrada _____	3 a 12 mA
	Disipación máxima de potencia _____	600 mW
	Temperatura de operación _____	-55°C a +125°C
	Temperatura de almacenamiento _____	-65°C a +150°C

**Operación  
aestable**

Si el circuito se conecta como en la figura 4-18, éste se disparará así mismo y correrá libremente como un multivibrador. El capacitor externo se carga a través de  $R_a + R_b$  y se descarga a través de  $R_b$ . Así el ciclo de trabajo será la razón entre esas resistencias

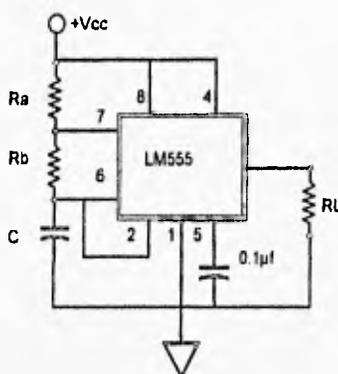


figura 5-20 circuito aestable

Tiempo de carga

$$t_1 = 0.693(R_a + R_b)C \quad 4-02$$

Tiempo de descarga

$$t_2 = 0.693R_b C \quad 4-03$$

Frecuencia de oscilación

$$f = \frac{1}{t_1 + t_2} = \frac{1}{0.693(R_a + 2R_b)C} \quad 4-04$$

## Oscilador TTL74121

### Descripción

Es un generador de pulsos monoestable. En respuesta a un disparo, la salida Q se levanta y la salida Q'cae, permaneciendo ahí por un tiempo predeterminado y entonces regresa al estado inicial.

Un capacitor conectado entre las patas 10 y 11 determina el ancho del pulso en combinación con un resistor entre las patas 11 y 14. El resistor puede estar en un intervalo de 2 a 40 K $\Omega$  y el capacitor de 10 pF en adelante. La figura 4-19 (pag siguiente) muestra las curvas de constante de tiempo.

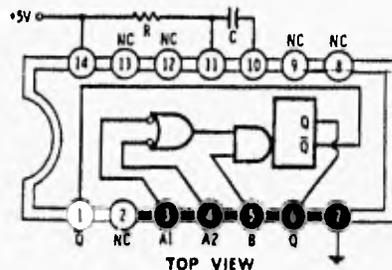


figura 5-21 (74121)

Hay varias formas de disparar el multivibrador monoestable, determinadas por lo que se le inyecte en las entradas A1, A2 y B.

*Asegurarse de terminar apropiadamente todas las entradas de disparo.* El circuito no puede ser activado durante el ciclo de encendido y se recomienda un ciclo de trabajo de al menos 75%. Algunos tipos de multímetros digitales [clip-on] pueden alterar el funcionamiento de esta fase, particularmente en las entradas del capacitor y el resistor.

Si se requieren tiempos muy cortos o salidas complementarias, el 555 es la mejor selección

Corriente por paquete.....23 miliamperes.

*continúa...*

# Oscilador TTL74121 (continuación)

## Curvas de constante de tiempo (74121)

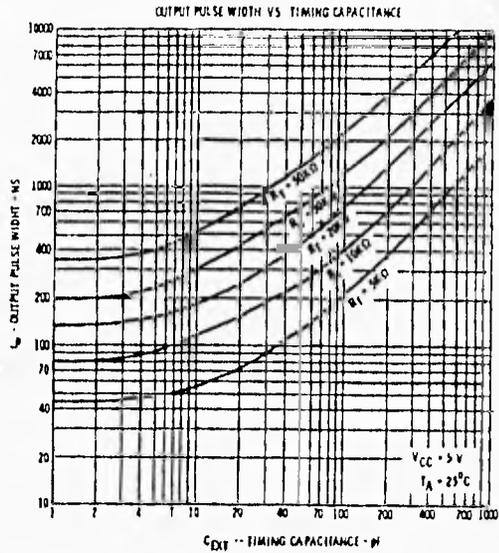
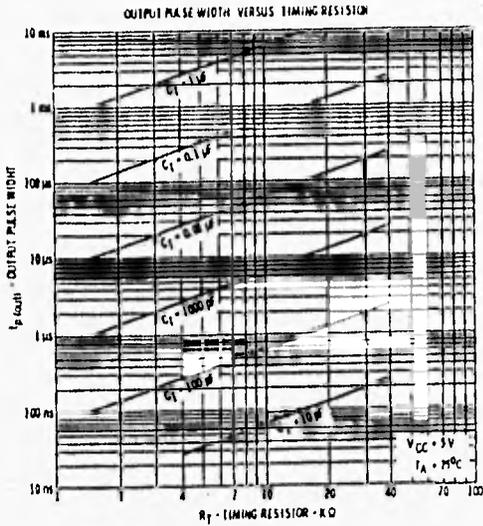


figura 22 Curvas de constantes de tiempo para el circuito 74121

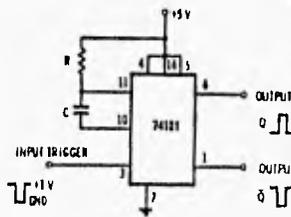
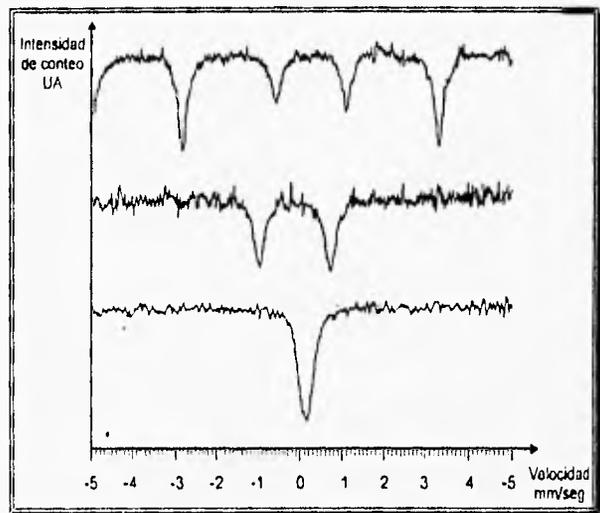


figura 5-23 Circuito monoestable

## Capítulo 6

# Implementación, resultados y conclusiones



---

## Capítulo 6

### Implementación, resultados y conclusiones

---

#### Contenido

A continuación se presentan los temas que se cubren en el presente capítulo:

<b>Tema</b>	<b>Página</b>
6.1 Implementación	6-2
6.2 Selección de gammas de 14.4 KeV	6-3
6.3 Espectros de absorción	6-7
6.4 Calibración de velocidades	6-12
6.5 Aproximación lineal	6-14
6.6 Conclusiones y mejoras	6-17

---

## Implementación

### Espectrómetro

Para la obtención de los espectros Mössbauer de diferentes materiales, se implementó el dispositivo que se muestra en la figura, con elementos tomados del Laboratorio de Física Moderna de la Facultad de Ciencias y la fuente de  $Co^{57}$  prestada por el Laboratorio de Física Atómica y Molecular de la misma Facultad.

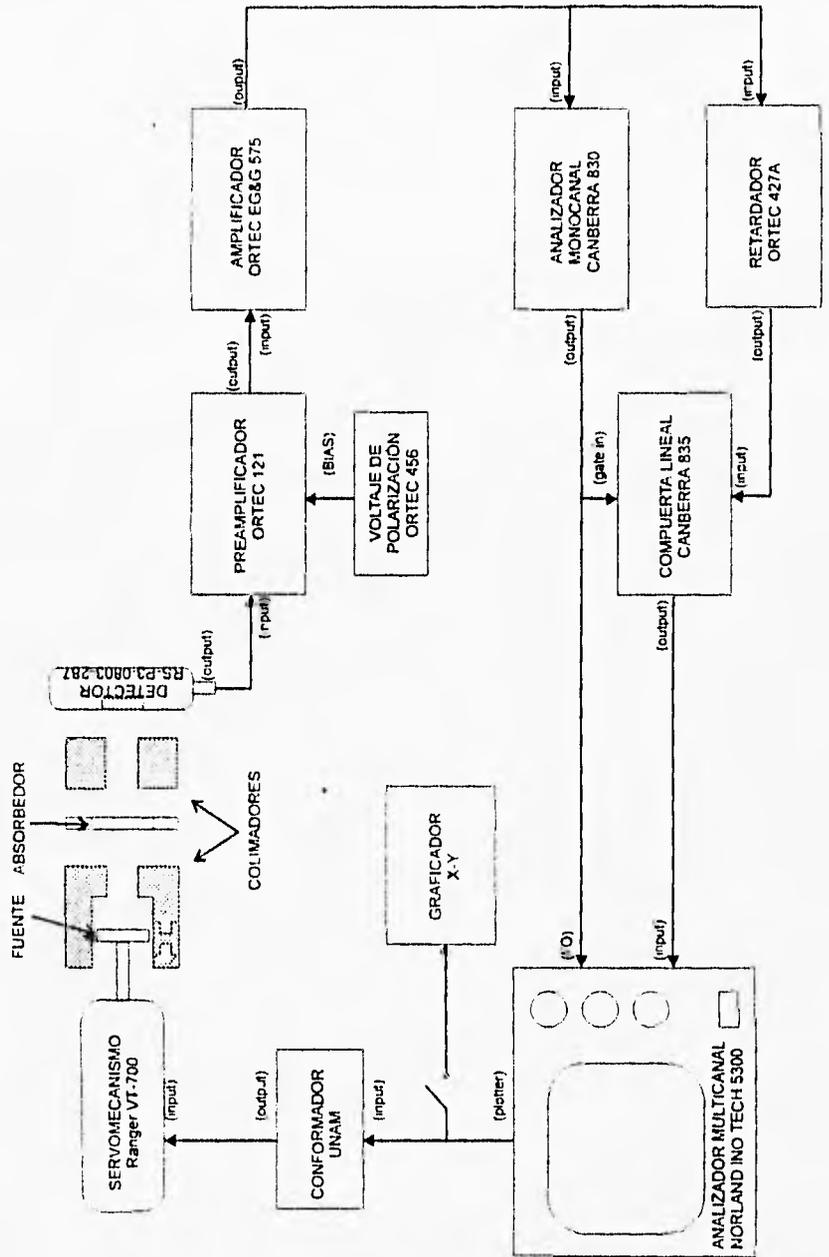


figura 6-01 Equipos utilizados en el experimento

## Selección de gammas de 14.4 KeV

### Discriminación de pulsos

En esta parte del experimento se seleccionan los pulsos eléctricos generados por los rayos gamma de 14.4 KeV de un espectro de  $Co^{57}$ . Al seleccionarse los pulsos adecuados, se aprovecha más la electrónica y se eliminan de los datos, aquellos generados por el ruido de fondo (rayos cósmicos, rayos X y otros rayos gamma).

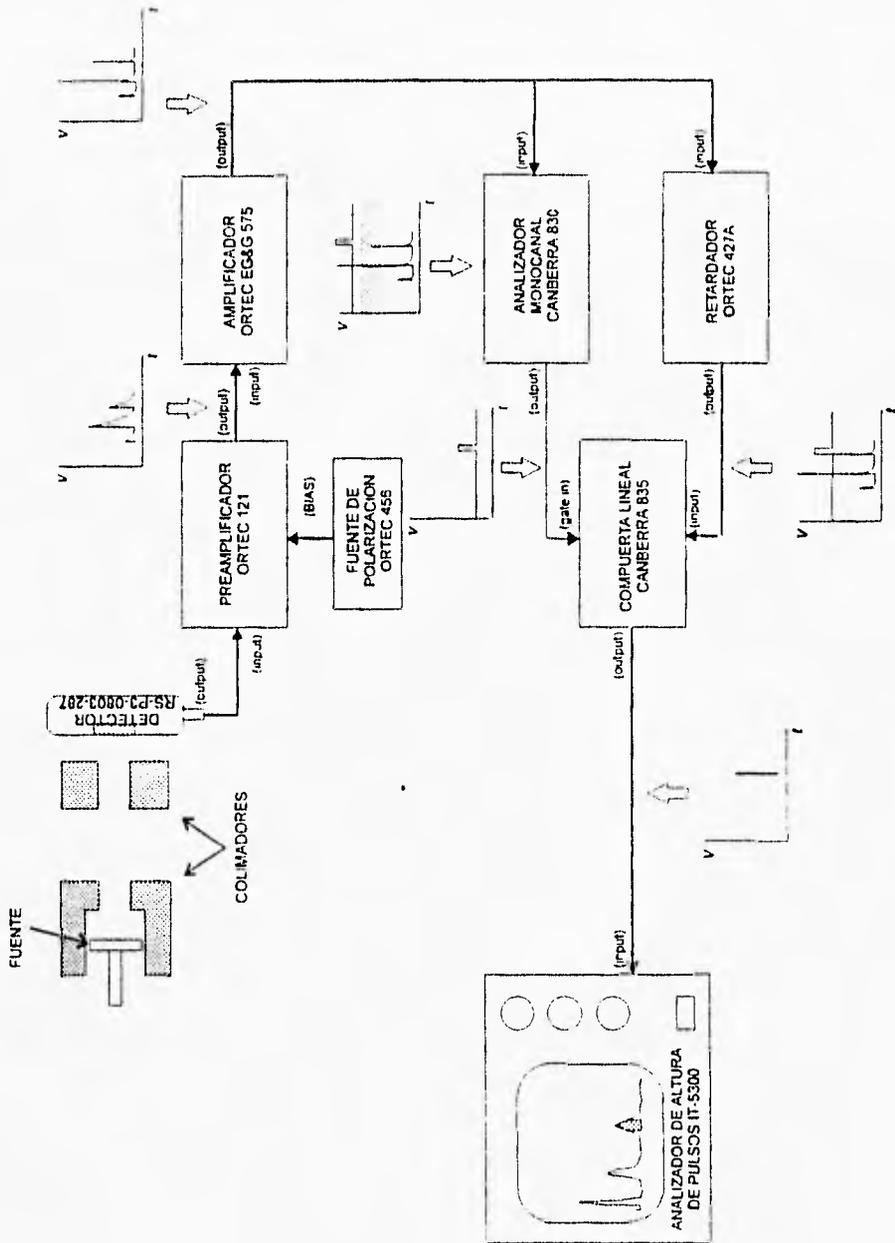
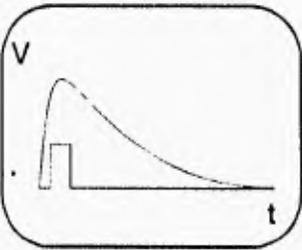


figura 6-02 Espectrografo de rayos X y rayos gamma

continúa...

## Selección de gammas de 14.4 KeV (continuación)

**Discriminación de gammas** Con el montaje que se muestra en la figura 6-02, se efectúa la selección de los pulsos deseados utilizando la técnica de coincidencias en el tiempo y como herramienta adicional un osciloscopio.

Paso	Acción
1	Efectuar las conexiones como en la figura 6-01, tomando especial atención en los componentes mostrados en la figura 6-02
2	Verificar que la fuente de polarización (alto voltaje) esté en ceros, así como el amplificador
3	Encender el multicanal y la repisa de la electrónica (BIN).
4	Polarizar el detector con ~2000 Volts
5	Esperar a que los equipos estén en temperatura de operación (~30 min)
6	Ajustar el amplificador con una ganancia de ~60
7	Utilizando el osciloscopio, ajustar en tiempo los pulsos de salida del retardador con los pulsos de salida del analizador monocanal (~2 $\mu$ seg)
	
	<i>figura 6-03</i> Ajuste en fase de los pulsos del monocanal y el retardador
8	Obtener un espectro de $\text{Co}^{57}$ (ver figura 6-04)
9	Seleccionar los pulsos de 14.4 KeV con el monocanal de acuerdo al conteo máximo del pico seleccionado.(ver figura 6-04)
10	Graficar el espectro

*continúa...*

## Selección de gammas de 14.4 KeV (continuación)

**Espectro de  $\text{Co}^{57}$**  En base a la información y a la implementación anteriormente expuesta, se obtuvo el siguiente espectro del cual se seleccionaron los pulsos marcados como se ilustra.

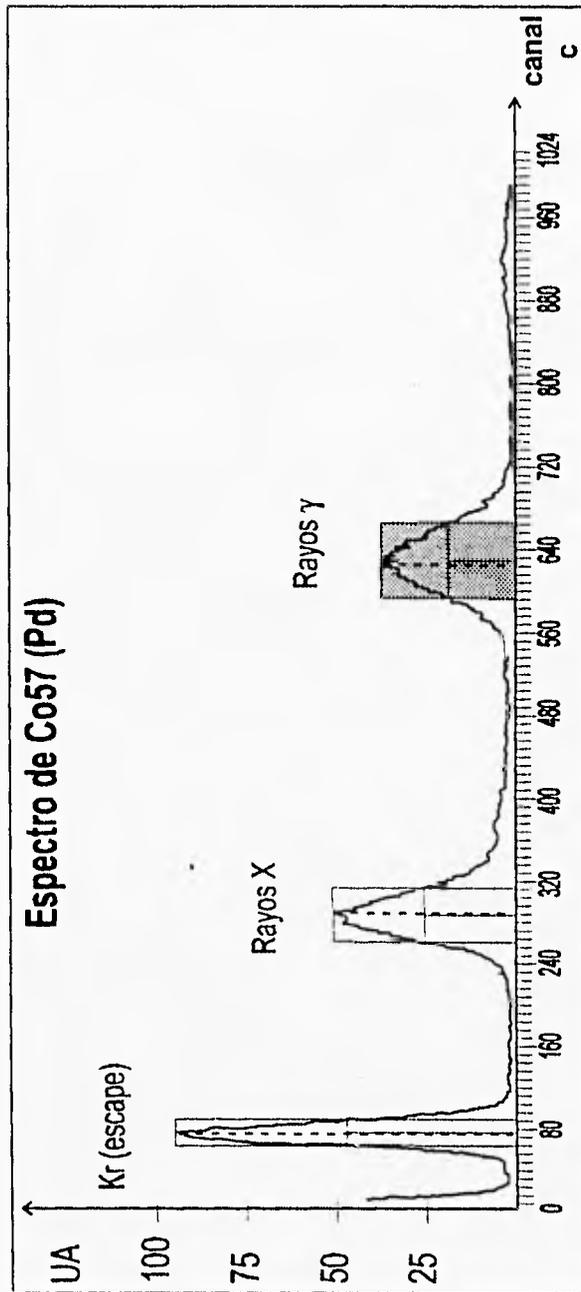


figura 6-04 Espectro de  $\text{Co}^{57}$

continúa...

## Selección de gammas de 14 KeV *(continuación)*

**Calibración de energías** En base a los datos obtenidos del espectro de la figura-04, se obtiene la curva de calibración, por el método de mínimos cuadrados, con la que se verifica la linealidad de la electrónica asociada y se puede calcular el ancho  $\Gamma$  de los picos de energía.  
*Análisis de Altura de Pulsos*

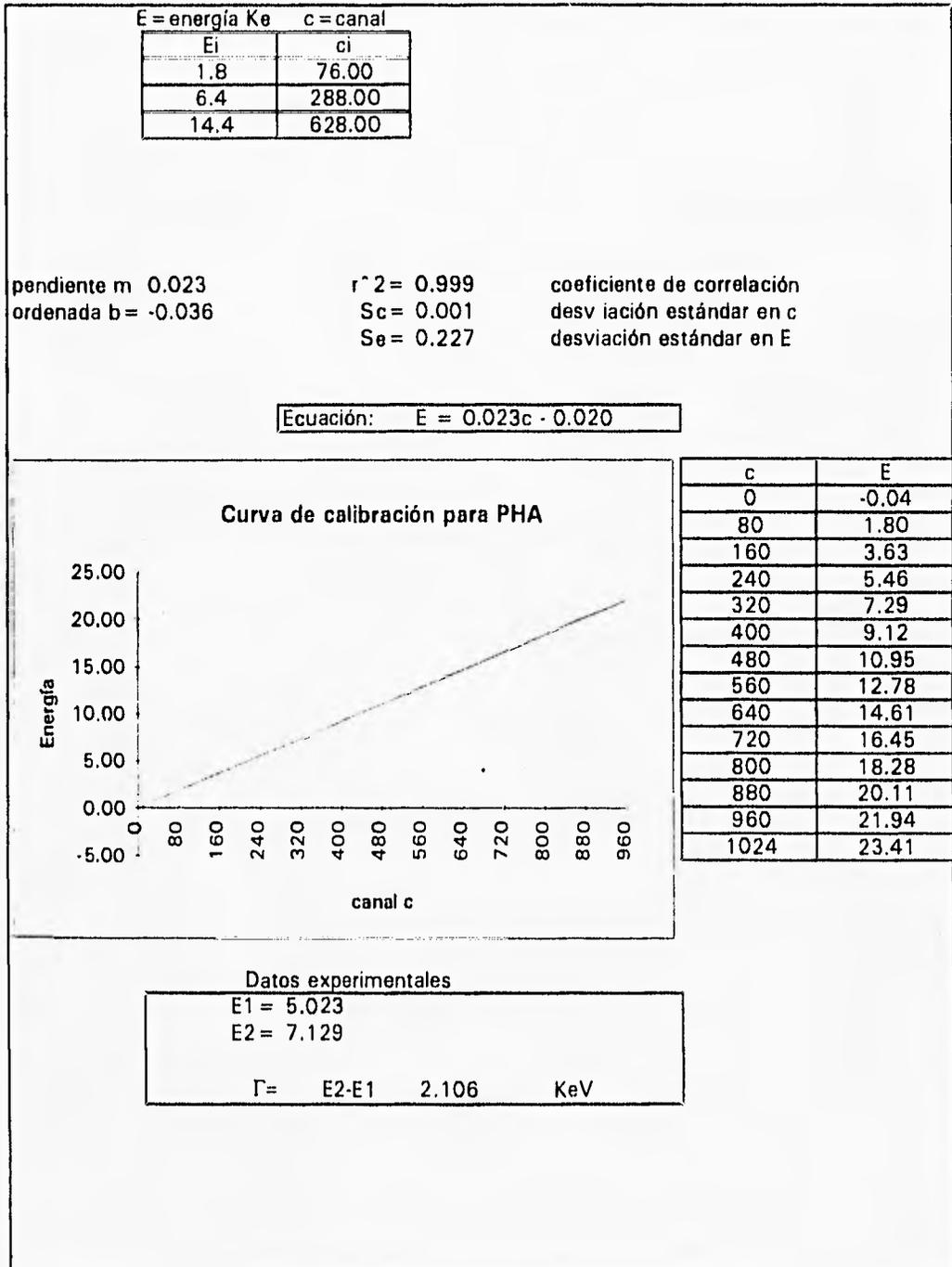


figura 6-05 datos y gráfica de calibración de energías

## Espectros de absorción

**Procedimiento** Para obtener espectros de absorción con los dispositivos mencionados, se deben efectuar los pasos siguientes.

Paso	Acción
1	Efectuar el procedimiento de selección de gammas de 14.4 KeV
2	Poner especial atención en los elementos mostrados en la figura 6-05
3	Encender el servomecanismo y el conformador (ver figura 6-06)
4	Seleccionar el tiempo de recolección de datos en el multicanal (este tiempo depende de la actividad de la fuente utilizada)
5	Colocar el absorbedor deseado (acero inoxidable, Fe, nitroferrocianuro de sodio)
6	Obtener un espectro de absorción (ver figuras 6-06 a 6-08)
7	Graficar el espectro

---

*continúa...*

## Espectros de absorción *(continuación)*

**Espectrómetro** Con el montaje mostrado se efectúa la 2ª parte del experimento en la cual se obtienen los espectros de absorción nuclear resonante.

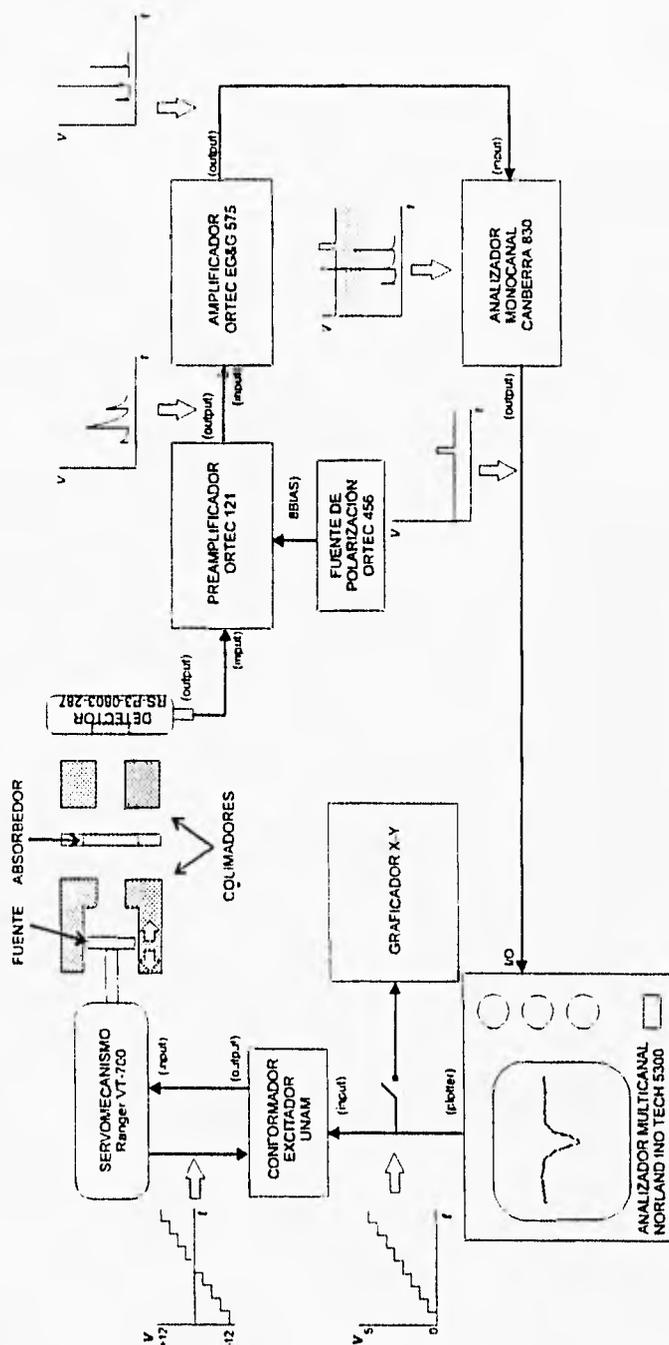


figura 6-06 espectrómetro Mössbauer

*continúa...*

## Espectros de absorción *(continuación)*

### Espectro de Acero Inoxidable

El espectro más fácil de obtener por su rápida formación y debido a que presenta un solo pico, es el de Acero inoxidable. Es bueno para efectos de verificación del funcionamiento del montaje, obtenerlo primeramente.

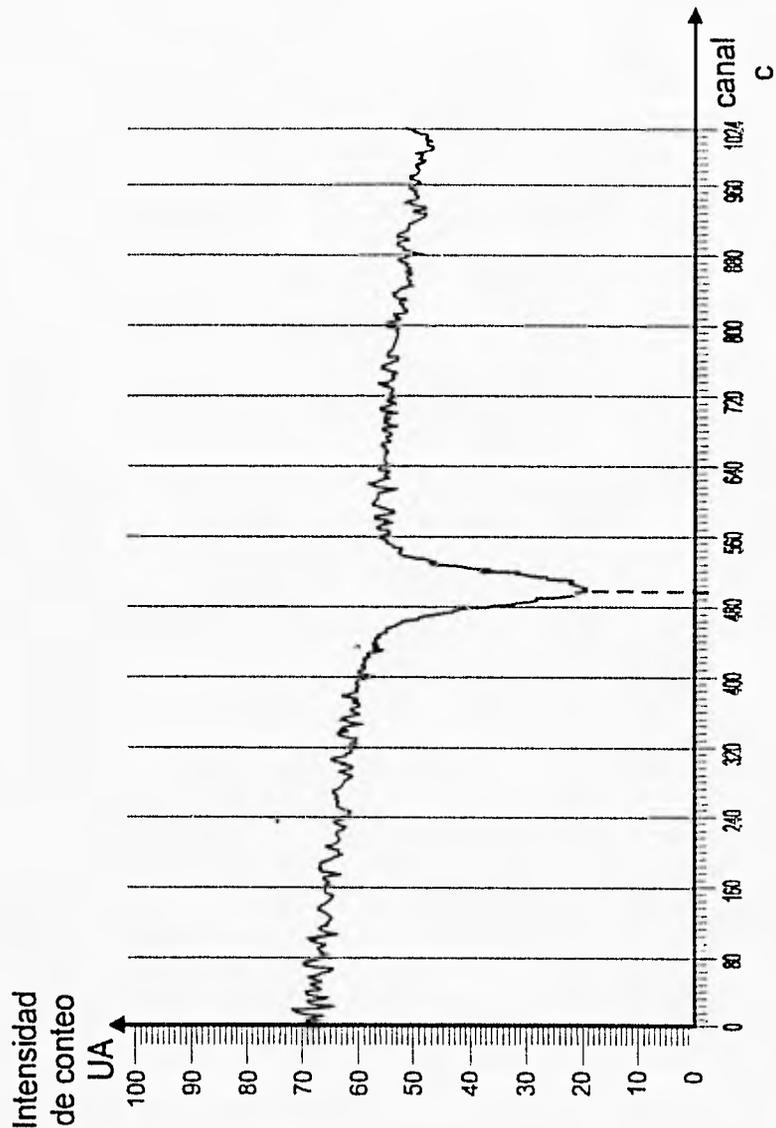


figura 6-07 espectro de acero inoxidable

*continúa...*

**Espectros de absorción** *(continuación)*

**Espectro de Fe** Efectuando el procedimiento anterior y utilizando como absorbedor una lámina de hierro de 0.001" de espesor y como fuente de gammas  $Co^{57}(Pd)$

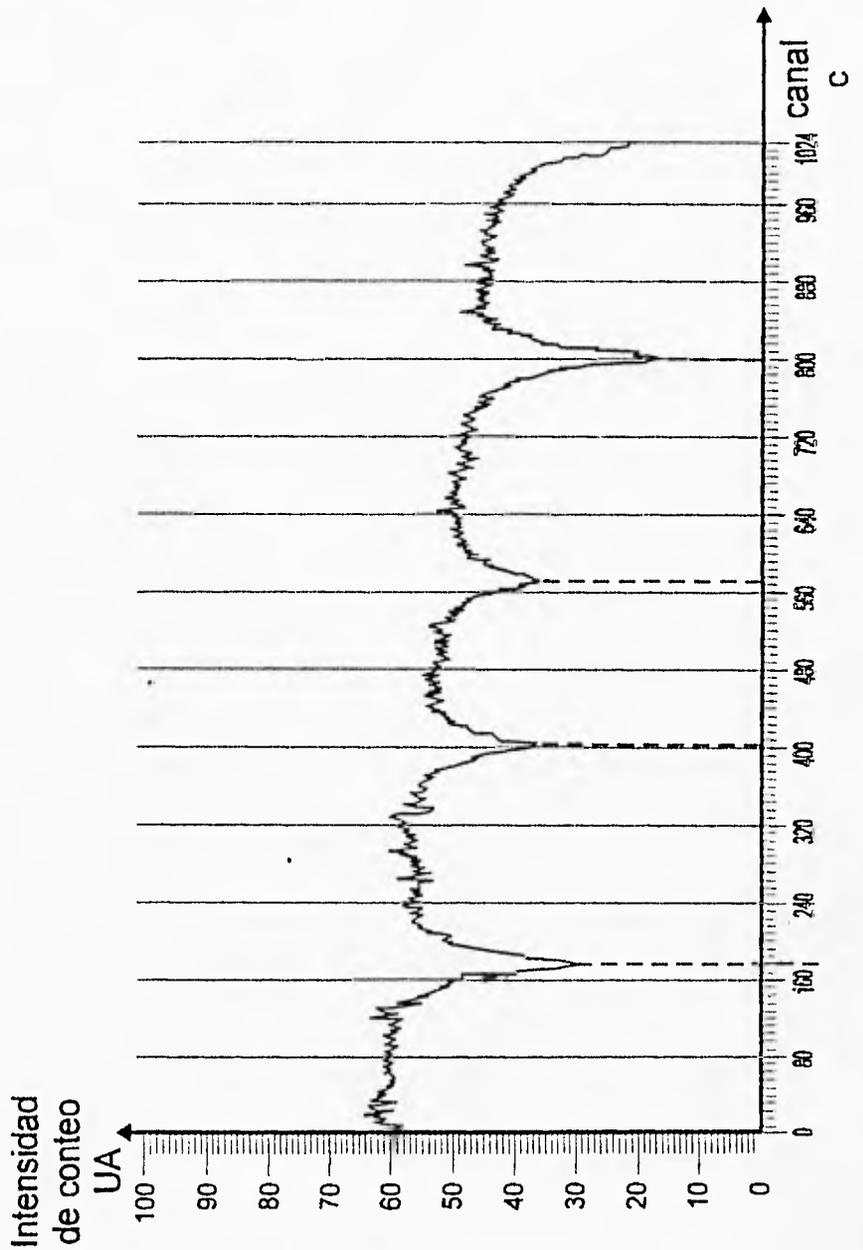


figura 6-08 espectro de Fe

*continúa...*

**Espectros de absorción** (continuación)

Espectro de Nitroferrocianuro de sodio Se utilizó para la obtención del siguiente espectro Nitroferrocianuro de Sodio pegado en la base con E-Poxy.

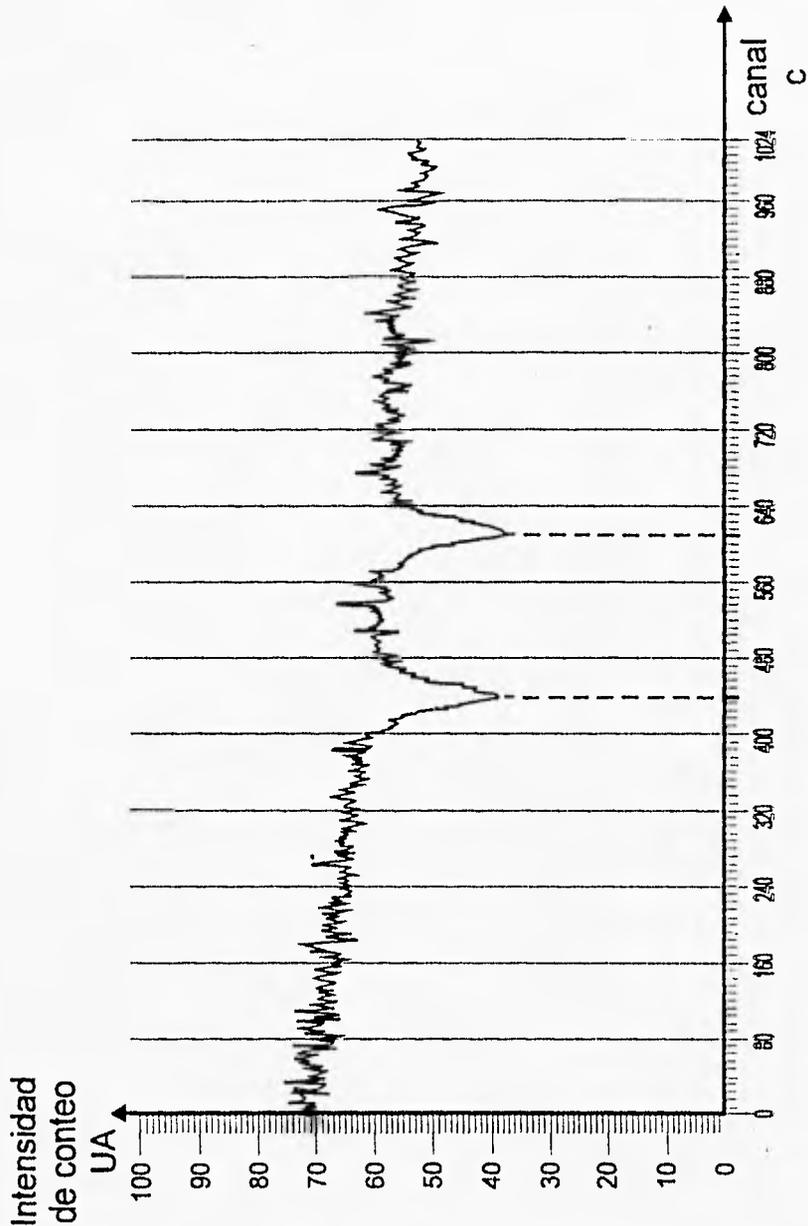


figura 6-09 espectro de nitroferrocianuro de sodio

## Calibración de velocidades

**Calibración** Utilizando los valores de corrimiento isomérico aceptados por la NBS (National Bureau of Standards) para el Fe, se efectúa una calibración por medio del método de mínimos cuadrados para encontrar la relación lineal entre la longitud  $\lambda$  de los espectros de las gráficas de las figuras 6-07 a la 6-09 y la velocidad de la fuente.

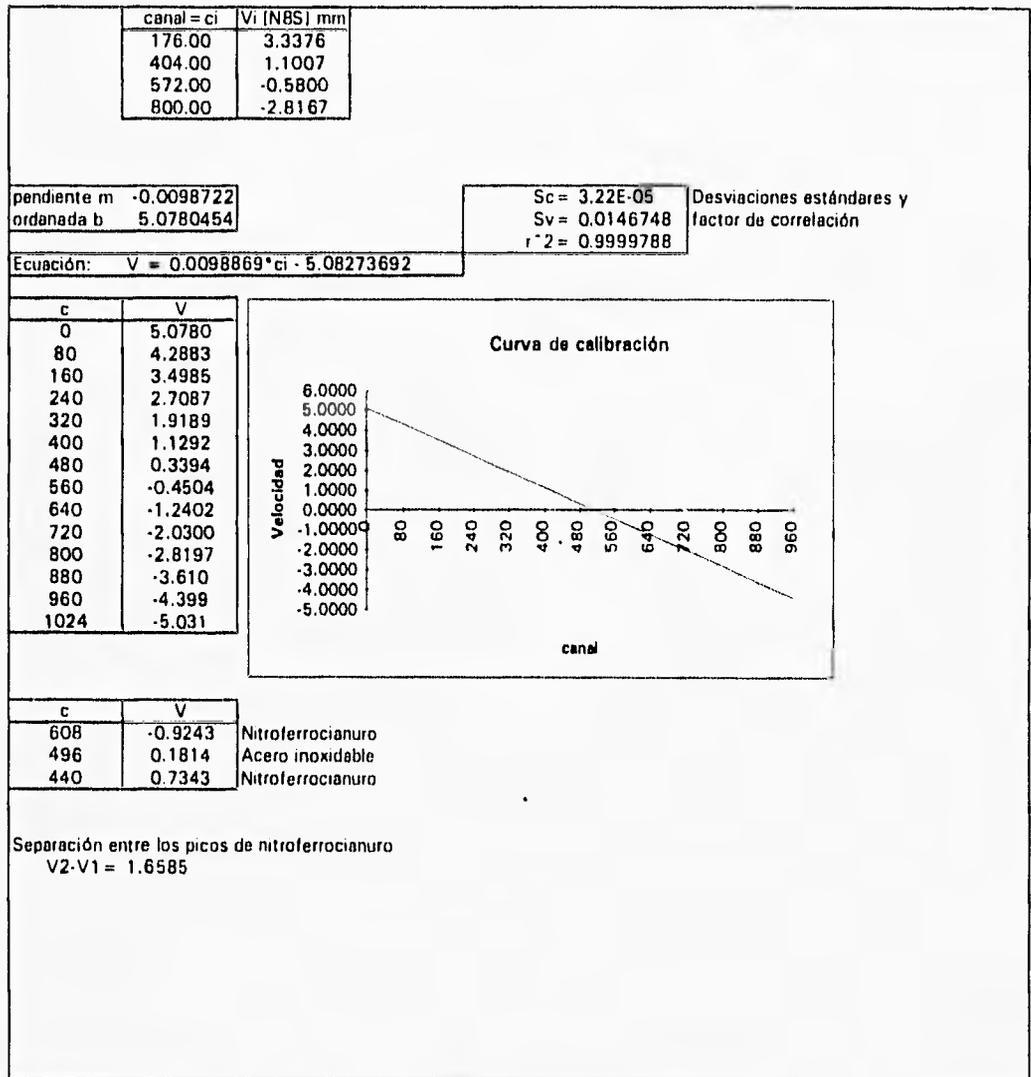


figura 6-10 Calibración de velocidades

continúa...

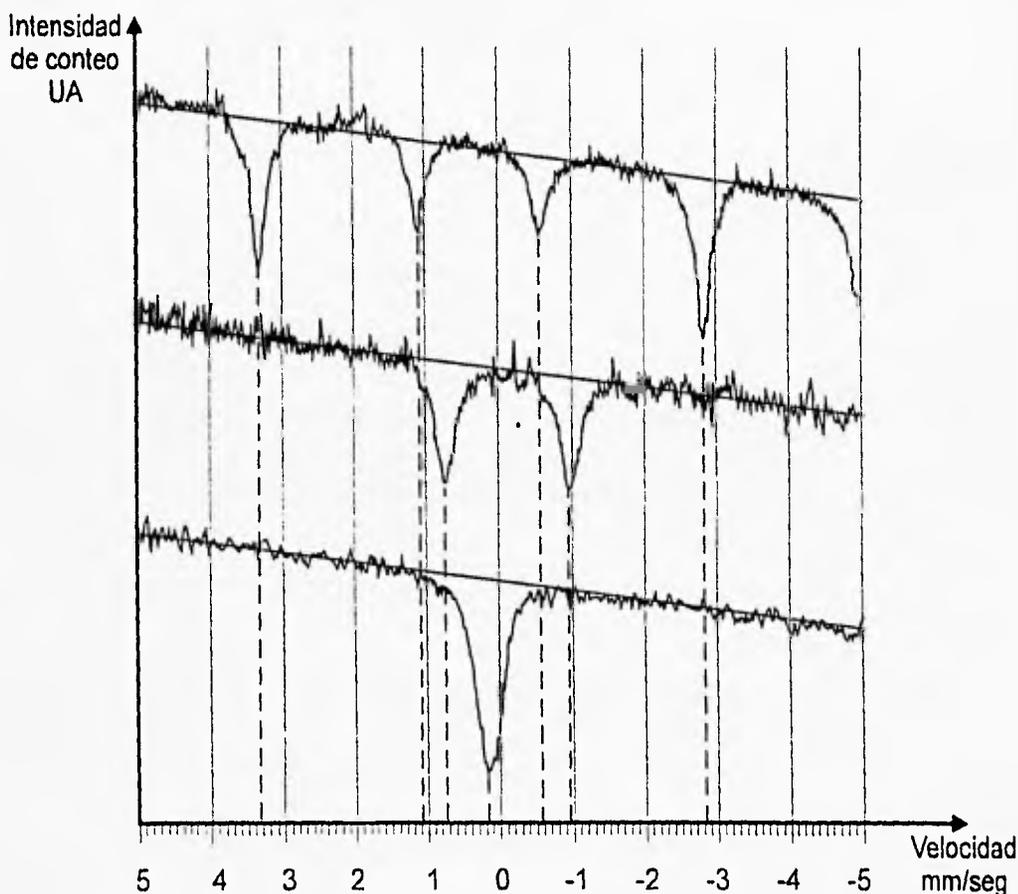
## Calibración de velocidades *(continuación)*

**Calibración** Con la calibración efectuada, se obtiene lo siguiente:

- los valores de los picos de absorción de ambos picos del Nitroferrocianuro de Sodio y el pico de absorción del Acero Inoxidable.
- la separación entre los picos de absorción del Nitroferrocianuro de Sodio, dando el resultado de 1.6585 que en relación con el valor de  $1.7015 \pm 0.0002$  mm/seg dado por la NBS es

$$\Delta = \frac{|1.7015 - 1.6585|}{1.7015} \times 100 = 2.52\%$$

- la gráfica conjunta de los espectros con datos de velocidades en mm/seg.



## Aproximación lineal

**Pendiente negativa**

Se puede observar en todos los espectros obtenidos, una clara disminución en el conteo de las partículas dependiente de la velocidad de la fuente. ¿A qué se debe esta dependencia? ¿Cuál es esa dependencia?

En la figura 6-10 se observa que la fuente se mueve en forma de vaivén a lo largo de la trayectoria " $\Delta x$ " (exagerada para notar u cambio visual. Con lo cual, el ángulo sólido que se cubre entre la fuente emisora de gammas y el absorbedor, varía debido a que el colimador del absorbedor tiene un diámetro " $d$ " fijo.

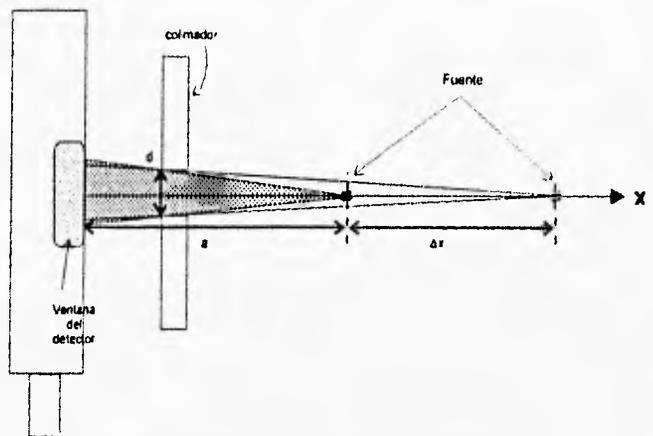


figura 6-10 geometría del flujo incidente en el detector

**Explicación**

Considérese lo siguiente: sea  $I$  la intensidad de la fuente (gammas/segundo). La variación del flujo  $\phi$  de partículas a través de la superficie  $s$  (constante), separada de la fuente una distancia  $x$ , disminuye inversamente con el cuadrado de la distancia, es decir,

$$\phi \propto \frac{I}{x^2}$$

6-01

Esta es la razón por la cual el conteo varía al alejarse o acercarse la fuente al detector.

*continúa...*

**Aproximación lineal** (continuación)

**Aproximación** Por serie de Taylor, se puede expandir una función de la siguiente manera

$$\phi(x) = \phi(a) + \phi'(a)(x-a) + \phi''(a)\frac{(x-a)^2}{2!} + \dots + \phi^n(a)\frac{(x-a)^n}{n!} + R_{n+1}(x) \quad 6-02$$

con el residuo  $R_{n+1}(x) \leq \phi^n(x)$

Si la función a desarrollar es  $\phi = \frac{1}{x^2}$  entonces,

$$\begin{aligned} \phi(x) &= \frac{1}{a^2} - \frac{2}{a^3}(x-a) + \frac{6}{a^4}\frac{(x-a)^2}{2} - \frac{24}{a^5}\frac{(x-a)^3}{6} + \dots \\ &= \frac{1}{a^2} - \frac{2}{a^3}(x-a) + \frac{3}{a^4}(x-a)^2 - \frac{4}{a^5}(x-a)^3 + \dots \end{aligned} \quad 6-03$$

En nuestro caso, deseamos saber cómo son las variaciones de  $\phi$  alrededor de  $x = a$ , donde se cumpla lo siguiente,

$$|x-a| \leq \frac{1}{10}a \quad 6-04$$

La separación entre la fuente sin moverse y el detector es  $a = 10$  cm y el máximo desplazamiento de la fuente es  $\approx 0.5$  cm, por lo tanto

$$\begin{aligned} \phi(10) &= \frac{1}{10^2} \\ \phi'(10) &= -\frac{2}{10^3} \\ \phi''(10) &= \frac{6}{10^4} \\ \phi'''(10) &= -\frac{24}{10^5} \end{aligned} \quad 6-04$$

---

*continúa...*

## Aproximación lineal (continuación)

**Aproximación**  
*continuación*

Si tomamos hasta el segundo término de la serie, el residuo es un término del orden de  $10^{-4}$ . Para la precisión del experimento es suficiente que tomemos hasta el segundo término, así que:

$$\phi(x) = \frac{1}{a^2} - \frac{2}{a^3}(x-a)$$

$$\phi(x) = -\frac{2}{a^3}x + \frac{3}{a^2}$$

6-05

Esta última ecuación, es la ecuación de una recta que sirve como aproximación en el intervalo para  $|x - a| \leq a/10$ , ver las figuras siguientes.

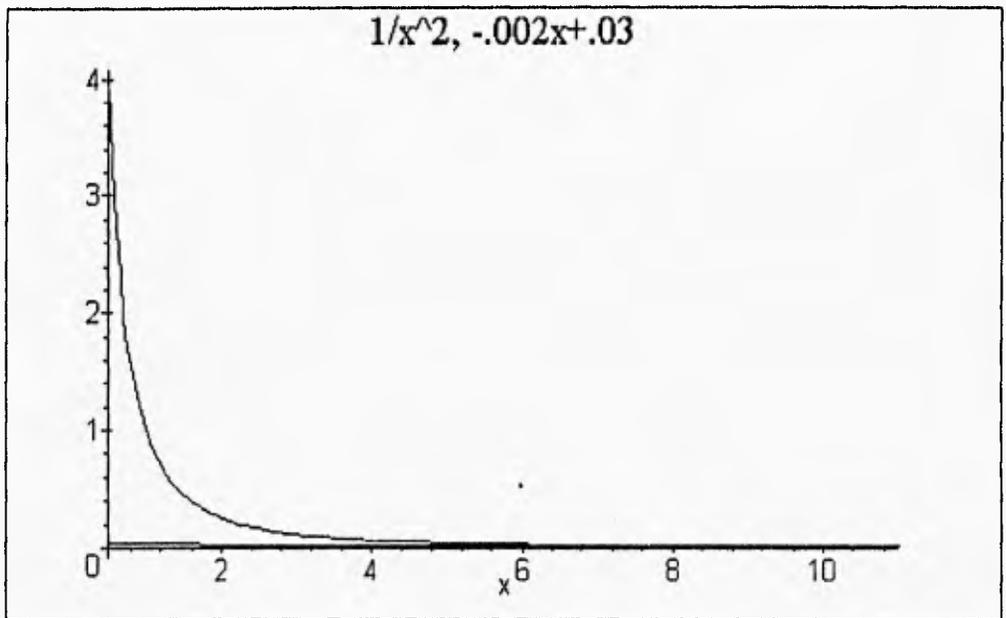
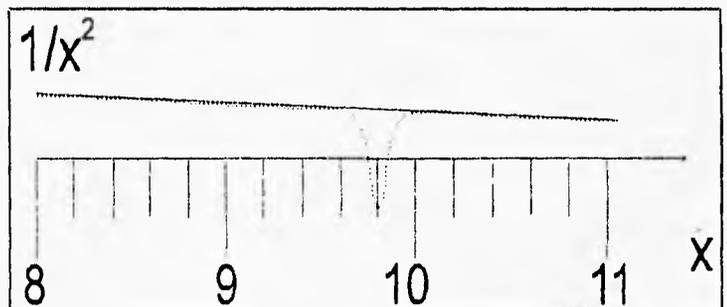


figura 6-11 gráfica del flujo  $\phi = 1/x^2$  y espectro de absorción



*continúa...*

## Aproximación lineal (continuación)

### Error en la aproximación

Al ver las curvas de la gráfica 6-11 se aprecia visualmente que el error de aproximación lineal es bastante pequeño. Pero ¿cuánto vale ese error? La diferencia la podemos apreciar con mayor detalle en la siguiente gráfica, en la cual se alcanza a ver la separación entre las dos funciones dentro del intervalo que nos interesa [9.5, 10.5]. Esa diferencia se evalúa de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} E(x) &= \phi(x) - y(x) \\ &= \frac{1}{x^2} + 0.002x - 0.03 \end{aligned}$$

6-06

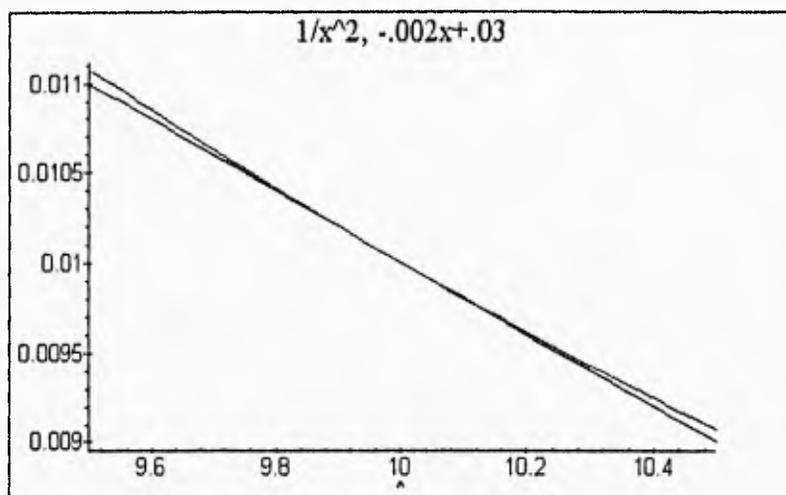


figura 6-12 detalle de la función  $1/x^2$  y la aproximación  $y=mx+b$

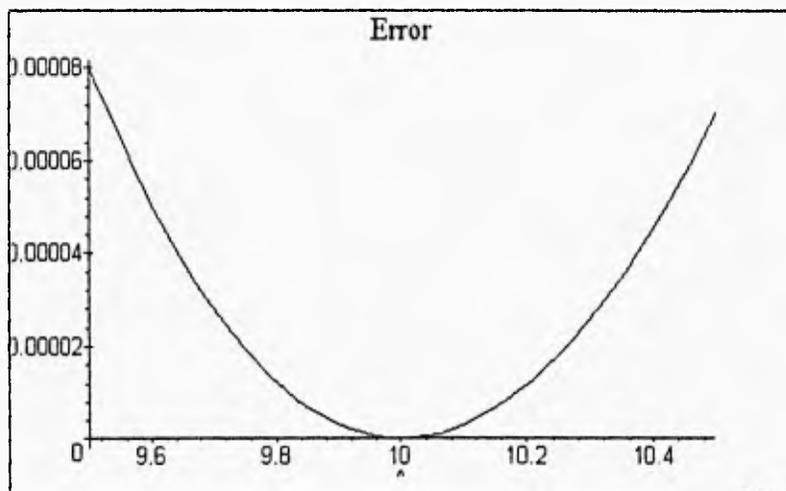


figura 6-13 gráfica de la función error  $E(x)$  de la aproximación.

## Conclusiones y mejoras

---

**Conclusiones** De los resultados expuestos, se puede decir que se cumple plenamente con el propósito planteado al inicio (ver Introducción, *Propósito del trabajo*). Ya que mediante las gráficas de los espectros y el análisis de las mismas, se obtuvieron resultados con una diferencia menor al 2% con respecto a los valores de la NBS.

De las características requeridas para un buen dispositivo mencionadas en el Capítulo 4, *Modulación: dispositivos y características*

1. Que el espectro resultante sea horizontal en ausencia de absorción resonante,
2. Que el eje horizontal sea lineal en la energía,

solamente se cumple la segunda (ver *Calibración de velocidades* del presente Capítulo).

---

**Horizontalidad** Para lograr que se cumpla el punto uno de las características mencionadas arriba, se puede hacer lo siguiente: alejar la fuente del detector (y su colimador) y así minimizar la pendiente de conteo causada por las variaciones del ángulo sólido, ya que los haces son más colimados. La desventaja que se genera es que se deberá aumentar el tiempo de muestreo para la misma fuente, o bien se deberá de trabajar con fuentes muy potentes, aumentando el riesgo personal.

---

*continúa...*

## Conclusiones y mejoras (continuación)

### Horizontalidad continuación

El ajuste para la horizontalidad de los espectros, se puede hacer también de la siguiente forma. Como se sabe que los espectros muestran una pendiente lineal, se pueden sumar las diferencias entre la línea horizontal que pasa por el punto inicial del espectro menos el valor de la recta ajustada (por algún método estadístico, de preferencia *mínimos cuadrados*). Por ejemplo, tómesse el espectro  $f(x)$  de la figura 6-07 y ajústese una línea (en este caso a ojo)  $y(x) = mx + b$ .

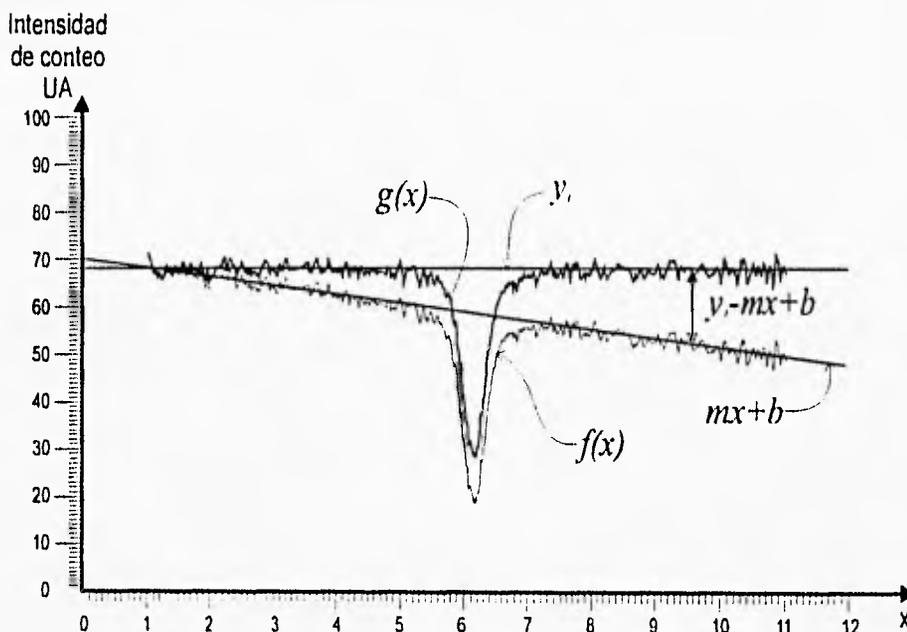


figura 6-14 Ajuste de la pendiente causada por variaciones de ángulo sólido.

Después trácese una línea horizontal  $y_1$  que pase por la línea de ajuste y con la misma abscisa  $x_1$  del primer punto del espectro (canal inicial). Ahora tómesse las diferencias punto a punto (canal a canal)  $y_1 - y(x)$  y sùmense al espectro  $f(x)$ , es decir, el espectro horizontal resultante quedará de la forma:

$$g(x) = f(x) + [y_1 - y(x)]$$

o bien, 
$$g(x) = f(x) + [y_1 - mx + b]$$

6-07

continúa...

ESTA TESIS NO DEBE  
SALIR DE LA BIBLIOTECA

## Conclusiones y mejoras (continuación)

### Horizontalidad continuación

Los espectros ya mejorados quedarán como se muestra en la siguiente imagen.

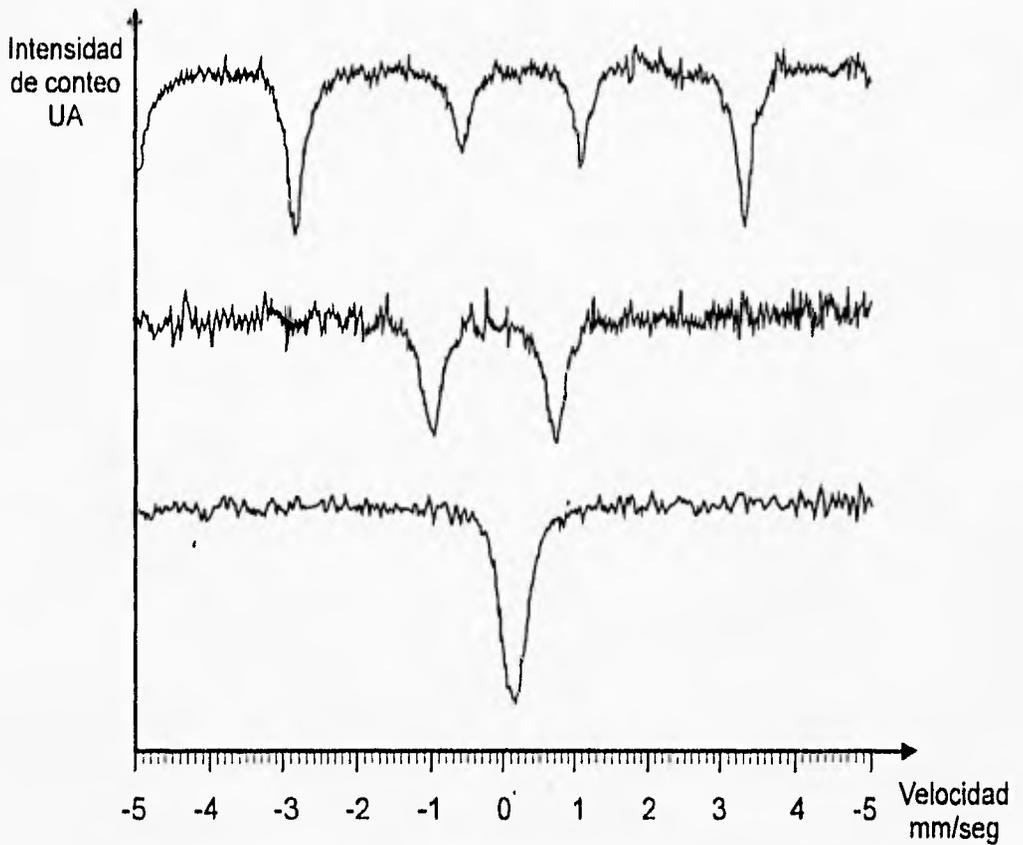


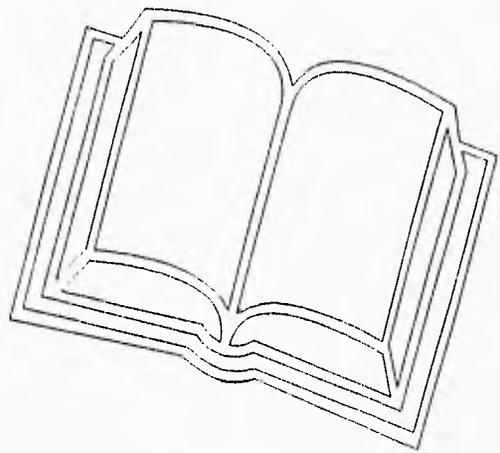
figura 6-15 Espectros de absorción ajustados horizontalmente.

### Resolución

Para aumentar la resolución de los picos de absorción, se deben tomar tiempos de muestreo lo suficientemente grandes para poder apreciar una buena definición visual de los mismos picos.

Otra forma de disminuir el error por apreciación visual, es conectando la salida I/O del multicanal a una PC, para así guardar los datos ASCII y estos analizarlos con algún programa estadístico de ajuste de curvas y análisis de datos.

# Bibliografía



## Bibliografía

---

- Alonso, Marcelo & Finn, Edward J.* "Física vol. III Fundamentos Cuánticos y Estadísticos", Fondo Educativo Interamericano, México D. F., 1976.
- Baird, D. C.* "Experimentation: An Introduction to Measurement Theory and Experiment Design", Prentice-Hall Inc., 1962
- Beiser, Arthur* "Conceptos de Física Moderna", Mc. Graw-Hill,, México D. F., 1983.
- Brophy, J. J.* "Basic Electronics for Scientists", International Student Edition, Mc. Graw-Hill Book Co., New York, 1966.
- Canberra* "Spectroscopy Amplifier Model 816",  
"Single Channel Analyzer Model 830",  
"Linear Gate Model 835",  
Canberra Industries, Meriden, Coneticut.
- Diefenderfer, A. James* "Instrumentación Electrónica", 2ª ed., Editorial Interamericana, México D. F., 1984.
- Enciclopedia Britanica*
- Espinosa, Francisco* "Dispersión Compton", Laboratorio de Física Moderna, Facultad de Ciencias, U.N.A.M., 1982.
- FAM* "Parámetros Mössbauer del  $^{57}\text{Fe}$ . Calibración y Corrimientos Isoméricos". Laboratorio de Física Atómica y Molecular, Facultad de Ciencias, U.N.A.M.
- Frauenfelder, H.* "The Mössbauer Effect", W. A. Benjamin, Inc., New York, 1963.
- Goldanski, V. I., Herber, R. H.* "Chemical Applications of Mössbauer Spectroscopy", Academic Press, New York, 1968.
- Gourishankar, Vembu* "Conversión de Energía Electromecánica", Representaciones y Servicios de Ingeniería, S. A., México, 1975.
- Jackson, J. D.* "Canadian Journal Physics", 1955.
- Kreyszig, Erwin* "Introducción a la Estadística Matemática". Editorial Limusa, México D. F., 1973.
- L. W. McKeehan* "Magnetismo", Editorial Reverté Mexicana, S. A., México D. F., 1971.

---

*continúa...*

**Bibliografía** *(continuación)*

---

- Lancaster, Don* "TTL Cookbook", Howard W. Sams & Co, Inc., Indiana, U.S.A., 1979.
- Mellisinos, A. C.* "Experiments in Modern Physics", Academic Press, New York, 1966.
- National Semiconductor* "Linear Databook", National Semiconductor Corporation, Santa Clara California, 1978.
- Nogueira Jiménez, Angel Arturo* "Diseño y Construcción de un Espectrómetro Mössbauer", Tesis Profesional, U.N.A.M., México D. F., 1973.
- Norland* "IT-5300 Instruction Manual", FT. Atkinson, Wisconsin, U.S.A.
- Ortec* "High Voltage Power Supply Model 45, Operating and Service Manual", EG & G ORTEC U.S.A.  
"Delay Model 427, Operating and Service Manual"
- Ranger* VT-700 Circuit Description. Specifications
- Reuter - Stokes* "Long Life, X-Ray Proportional Counter", RS-P3-0803-287. For Industrial Calibration and Spectrometry. Engineering data sheet 3.02.
- Wertheim, G. K.* "The Mössbauer Effect", Nucleonics, 1961.
-

### Factores de conversión

A°	$10^{-10}$ m
barn	$10^{-24}$ cm <sup>2</sup>
joule	$6.242 \times 10^{18}$ eV
uma	$1.492 \times 10^{-10}$ joule
Ci	$3.70 \times 10^{10}$ desintegraciones/seg

### Constantes

$h$	$6.6256 \times 10^{-34}$ joule-seg
$c$	$2.9979 \times 10^8$ m/seg
$N_a$	$6.0225 \times 10^{23}$ mol <sup>-1</sup>

### Valores importantes del Fe<sup>57</sup>

Energía de transición	$E_\gamma = 14.4 \times 10^3$ eV
Coefficiente de conversión interna	$\alpha = e/\gamma = 15$
Tiempo de vida	$\tau = 1.4 \times 10^{-7}$ seg
Espesor relativo	$\Delta\nu/\nu = 3 \times 10^{-13}$
Energía de retroceso de un núcleo libre	$R = 0.19 \times 10^{-2}$ eV
Temperatura de Debye	$\Theta = 490^\circ$ K
Probabilidad para una transición sin retroceso a temperatura ambiente	$f = 80$ %
Sección eficaz para absorción resonante	$\sigma_0 = 15 \times 10^{-19}$ cm <sup>2</sup>
Abundancia del isótopo Fe <sup>57</sup>	2.17 %