



01172
DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO

Facultad de Ingeniería
1
Ley

ESTIMACION DE AVENIDAS CON
PARAMETROS GEOMORFOLOGICOS

OSCAR DAVID SANTILLAN HERNANDEZ

TESIS

PRESENTADA A LA DIVISION DE ESTUDIOS DE
POSGRADO DE LA

FACULTAD DE INGENIERIA
DE LA
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

COMO REQUISITO PARA OBTENER
EL GRADO DE

MAESTRO EN INGENIERIA
(Aprovechamientos hidráulicos)

DIRIGIDA POR :
DR. CARLOS ESCALANTE SANDOVAL

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

CIUDAD UNIVERSITARIA
1996

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

A la memoria de mis padres Paquita y Oscar; a la de mis abuelos Chagüita y David; y a la de mis tíos David, Gustavo, Fernando, Julio y Ernesto; como un testimonio de cariño, respeto y gratitud infinitos por todo lo que me han legado.

Con todo mi amor para mi esposa Paty, compañera de mi destino, además de energía y alma de mis proyectos más gratos.

Con cariño para mis hijos Paty, Oscar y Ernesto, que son huella, motivo, anhelo y esperanza de mi vida y por quienes todo esfuerzo es poco.

A todos mis familiares a quienes me unen los más caros afectos.

A mis compañeros y amigos.

AGRADECIMIENTOS:

Al Dr. Carlos Escalante por su amable guía en la elaboración de esta tesis.

A los Drs. Rolando Springall, Victor Franco, Ernesto Vázquez y Oscar Fuentes, sinodales de este trabajo.

A mis maestros con mi reconocimiento más profundo por sus enseñanzas.

Al Instituto Mexicano de Tecnología del Agua por el apoyo brindado para la elaboración e impresión de esta tesis.

A mi gran amigo el Dr. José Ángel Raynal Villaseñor, como prueba de afecto y agradecimiento por su valioso apoyo y nobles consejos durante el transcurso de mis estudios superiores.

Como un pequeño testimonio de la gran admiración y respeto que les profeso, por su gran capacidad y profesionalismo, al Dr. Antonio Acosta y al M. en I. Vicente Castañeda, al lado de quienes inicié mi recorrido por el campo profesional.

A mi tío el Ing. Lamberto Santillán Victorica, estímulo permanente para mi realización profesional.

Sería difícil nombrar a todas las personas, entre profesores, investigadores, amigos, compañeros y familiares, que han contribuido al desarrollo de este trabajo. A todos ellos: ¡ Mil gracias !

***"Nunca consideres el estudio como un deber,
sino como una oportunidad para penetrar en el
maravilloso mundo del saber".***

Albert Einstein

***"Todo es perfecto cuando sale de las manos de
Dios: autor de la Naturaleza; pero sufre una
degeneración al contacto con las manos del ser
humano..., se perfeccionan las plantas por el
cultivo y los hombres por la educación".***

Jean-Jacques Rousseau
EMILIO O LA EDUCACIÓN

ESTIMACIÓN DE AVENIDAS CON PARÁMETROS GEOMORFOLÓGICOS

I	INTRODUCCIÓN	1
	I.1	Conceptos Generales
	I.2	Objetivos.
	I.3	Perfil del trabajo.
II	GEOMORFOLOGÍA	7
	II.1	Aspectos generales
	II.2	Morfología fluvial
	II.3	Parámetros geomorfológicos de una cuenca
	II.3.1	Ordenamiento de Strahler
	II.3.2	Leyes de Horton
III	HIDROGRAMA UNITARIO INSTANTÁNEO GEOMORFOLÓGICO (HUIG)	24
	III.1	Determinación geomorfológica del HUI de una cuenca
	III.1.1	Estructura del tiempo de retención
	III.2	Marco Estadístico
	III.3	Modelo formal
	III.4	El HUI geomorfológico. Tiempo y gasto pico
IV	APLICACIONES.	61
	IV.1	Selección de la cuenca
	IV.2	Parámetros geomorfológicos
V	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	84

BIBLIOGRAFÍA

TABLAS

I INTRODUCCIÓN

I.1 Conceptos Generales.

Para el planteamiento de soluciones confiables que resuelvan problemas el ingeniero moderno basa sus decisiones en el conocimiento de las leyes de la naturaleza o del mundo físico y de las metodologías o técnicas científicas existentes. Esto es, sin ser él exactamente un científico, procura perfeccionar el conocimiento de las leyes de la naturaleza que expliquen y definan su propio comportamiento, el ingeniero pretende, en la mayoría de los casos, proponer como solución la construcción de alguna estructura física que resuelva algún problema, que en la mayoría de las veces se basa en los conocimientos científicos.

En el caso de los problemas relacionados con el agua, en los cuales se deben proponer valores para diseñar estructuras que soportarán el paso de una creciente; el ingeniero y específicamente el hidrólogo, ha propuesto desde métodos empíricos, basados en la experimentación, hasta modelos que

describen y evalúan cada uno de los procesos que intervienen en el ciclo hidrológico como son, por ejemplo, los métodos hidrometeorológicos.

El hidrólogo ha basado sus soluciones en modelos denominados de caja negra, los cuales para una entrada o impulso se obtiene una salida o respuesta, para el hidrólogo el impulso es la lluvia y la respuesta es el escurrimiento. Un caso muy particular de estos métodos, por ejemplo, puede ser un método matemático.

Por otra parte existen los denominados métodos estadísticos, que incluyen funciones de distribuciones univariadas, bivariadas y multivariadas, que pueden abordar fenómenos aleatorios, como en el caso del fenómeno de la lluvia-escurrimiento, en el que tanto la lluvia como el escurrimiento son procesos aleatorios, a los cuales se les considera procesos estocásticos debido, principalmente, a que estos procesos se desarrollan en el tiempo y presentan fluctuaciones aleatorias [Parzen, 1966].

Para la elección de cualquier método de solución es de fundamental importancia analizar la calidad de la información disponible, como es, por ejemplo, la hidrométrica, climatológica, topográfica, uso de suelo y cobertura vegetal, que son las más importantes.

Hasta hace algunos años el ingeniero empleaba procedimientos empíricos para realizar análisis de datos hidrológicos y determinar la frecuencia de las inundaciones y las sequías. Estas formas fueron desapareciendo al reconocer la naturaleza estadística y extrema de los eventos analizados. Las consideraciones que se tuvieron al respecto se iniciaron al verificar que la descarga media diaria de un río a través de una estación medidora registra 365 datos diarios, donde solamente uno es el mayor, el cual no necesariamente debe provocar inundaciones. Este se conoce como gasto máximo anual. Así de

esta manera se puede generar una serie con muchos años de registro y darles un tratamiento estadístico, sin considerar los procesos físicos que intervengan en su generación [Gumbel, 1957]. En este proceso, se requiere identificar la función de distribución de probabilidad que mejor ajusta a la muestra analizada. Las distribuciones univariadas han sido ampliamente desarrolladas para los análisis de frecuencias de avenidas. Menor atención se le ha dado a las distribuciones bivariadas y multivariadas. Gumbel (1964, 1967) extendió su teoría a la distribución de valores extremos multivariada; Raynal (1985) y Escalante (1991) desarrollaron distribuciones bivariadas y multivariadas con marginales (Gumbel, General de Valores Extremos y mixtas). Las distribuciones marginales son las que describen el comportamiento de una variable aleatoria X , independientemente de otra variable aleatoria Y , las cuales intervienen en un análisis conjunto. La relación entre una distribución condicional con una marginal determinan que tanto una variable ayuda a definir el comportamiento de otra, de acuerdo con Benjamin and Cornell (1970), en Bras (1990).

En las últimas dos décadas uno de los enfoques más simples del problema de la modelación lluvia-escorrentamiento es por medio de la aplicación de las teorías lineales [Dooge, (1973) en Gupta (1980)]. Si se parte de la suposición de que la transformación de lluvia a escurrimiento es lineal e invariable en el tiempo, entonces la dificultad principal es la determinación del hidrograma unitario instantáneo (HUI), que es el elemento que permite consolidar esta transformación de lluvia a escurrimiento. Desde el punto de vista de una teoría con bases físicas, la determinación del HUI no sólo es un ejercicio de "ajustar a la curva" los flujos observados, sino la búsqueda de las leyes físicas que fijan la estructura del HUI. La importancia de este problema se fundamenta en el acuerdo encontrado entre la teoría lineal y las observaciones, en el caso de las cuencas grandes. Adicionalmente, la teoría lineal ofrece un primer paso de aliento en la síntesis de los datos estocásticos de lluvia, con una transformación de lluvia-escorrentamiento [Klems, 1978 y Gupta et al., 1980 en Gupta].

Los hidrólogos ya conocen una gran cantidad de formas y configuraciones que las redes de drenaje pueden adoptar, además de la variedad de maneras en que la naturaleza puede responder a las entradas de precipitación a una cuenca. Ahora se sabe que estas formas y configuraciones en una cuenca hidrológica surgen de la infinita variación sobre algunos temas básicos -las leyes geomorfológicas- que la naturaleza toca para interpretar las estructuras que encontramos en cuencas naturales. También deben existir algunos temas básicos en la estructura de la respuesta hidrológica de una cuenca. Estos temas se deben relacionar con la naturaleza de la estructura geomorfológica y contener la clave para la gran síntesis de lo que los hidrólogos siempre han soñado. Esto es, encontrar la fórmula o método que relacione las leyes geomorfológicas con la respuesta hidrológica.

En este sentido, desde 1979, Rodríguez-Iturbe y Valdés han desarrollado una metodología para obtener hidrogramas unitarios a través de la respuesta geomorfológica de la cuenca. Este enfoque se ha empleado en cuencas escasas de información hidrométrica, toda vez que encuentra el aprovechamiento de las características geomorfológicas obtenidas mediante las leyes de Horton (1945) y Strahler (1957) en Chow (1964). Los resultados obtenidos en este campo han atraído la atención de los hidrólogos, quienes han pretendido utilizar estas nuevas técnicas.

Para encontrar nuevas aplicaciones con este enfoque, en este trabajo se intenta hacer una síntesis unificadora de la respuesta hidrológica en una cuenca aportadora al escurrimiento superficial a través de la unión del HUI con los parámetros de una cuenca para conformar el hidrograma unitario instantáneo geomorfológico (HUIG). Se derivan algunas ecuaciones de naturaleza general que expresan el HUI como una función de los números de Horton, R_A , R_B y R_L ; un parámetro de escala interna, L_0 ; y la velocidad media de flujo, v . El HUI varía en el tiempo en diferentes momentos de una

misma tormenta como para diferentes tormentas. Cambios en la velocidad media de flujo explican esta variación. La unidad básica de la naturaleza de la estructura geomorfológica es así llevada a una gran variedad de respuestas hidrológicas que ocurren en el mundo físico.

La búsqueda para la unión entre las leyes de geomorfología y la respuesta hidrológica, requiere de alguna descripción de la estructura de esa respuesta de una cuenca. La descripción empleada aquí es el hidrograma unitario instantáneo que es el equivalente de la función de respuesta al impulso unitario sobre una cuenca.

1.2 Objetivos

Mostrar una metodología para obtener el hidrograma unitario instantáneo a través de una técnica que toma en cuenta el proceso físico de la respuesta de la cuenca y también presentar las bases teóricas de esta técnica, la cual tiene la particularidad de explicar la respuesta de la cuenca a través de un proceso markoviano anidado, definido por el hidrograma unitario instantáneo geomorfológico.

Además, ejemplificar con una aplicación a una cuenca nacional, para la cual se obtienen los parámetros geomorfológicos y los hidrogramas unitarios instantáneos correspondientes y se compararán con otros hidrogramas unitarios obtenidos con diferentes técnicas.

1.3 Perfil del trabajo

Una vez presentado en el capítulo I los conceptos generales sobre los cuales se basa este trabajo y los objetivos, en el capítulo II se presentan los conceptos de Geomorfología, las ramas de estudio, el enfoque con que esta ciencia aborda

el estudio de la tierra, la historia de su relieve, y de la evolución de las redes fluviales. Finalmente, se describen en este capítulo, los parámetros geomorfológicos y geomorfométricos que intervienen en la determinación del hidrograma unitario instantáneo geomorfológico, así como la relación de éstos con las cuencas de drenaje.

En el capítulo III se muestran las bases teóricas sobre las cuales esta sustentado el hidrograma unitario instantáneo geomorfológico; además la interpretación física y estadística de estos fundamentos. Se presenta una metodología para evaluar algunos parámetros necesarios para la obtención de este HUIG.

En el capítulo IV se presenta la aplicación a una cuenca hidrológica mexicana, desde el cálculo de los parámetros geomorfológicos hasta la obtención del hidrograma unitario instantáneo geomorfológico. Se lleva a cabo la convolución con lluvias registradas y se compara con un hidrograma observado.

Por último, en el capítulo V se muestran las conclusiones y recomendaciones obtenidas especialmente para los aspectos teóricos y de la aplicación. Se destacan los límites que se deben guardar al utilizar esta metodología, así como las ventajas de su empleo.

II. GEOMORFOLOGÍA

II.1 Aspectos generales

La Geología es el estudio de las formas de la tierra, incluye su descripción, origen, desarrollo e historia, además de la estructura de la tierra tal como aparece registrada en las rocas, así como de las fuerzas y procesos que actúan modificando éstas. Con base en esta descripción, son objeto de la Geología todos los estudios referentes a la atmósfera, hidrósfera y litósfera. Sin embargo, en la práctica los alcances de esta ciencia están limitados. La Geomorfología forma parte de esta ciencia. Los estudios que comprende son más específicos y se refieren a los elementos morfológicos de la tierra. Un elemento morfológico puede definirse como una porción de la superficie terráquea que difiere, por su forma y por otras características de su estructura, de la que las rodean. Las montañas, valles, llanuras e incluso pantanos y marismas son elementos morfológicos.

Durante los inicios del presente siglo, el estudio de la geomorfología regional se centro en la fisiografía (Salisbury 1907 en Bloom, 1963). Desafortunadamente, la fisiografía también se confunde o es un sinónimo de la geografía física y el

concepto general se presta a controversia. Algunos de los conceptos de la geomorfología ayudaron a las bases geológicas y enfatizaron el concepto de morfología regional. Después de la segunda guerra mundial, para entender los procesos climáticos, se realizaron estudios cuantitativos que permitieron preferir a muchos científicos que el término geomorfología sugería un acercamiento analítico a lo relacionado con las formas de la tierra y su descripción.

En la segunda mitad de este siglo el estudio de la geomorfología regional fue, generalmente, negado. Esta negación se atribuyó a que el estudio de la tierra se lleva a cabo por otras disciplinas como la Geología y la Geografía, entre otras, Russel (1958) en Bloom (1963). No obstante, los conceptos de fisiografía relacionaron entre los geólogos y geógrafos (Thornurrry, 1965 y Hunt, 1967 en Bloom, 1963) por lo que los estudios comenzaron a ser más interesantes en los detalles de los estudios de la interacción de estos temas y en la aplicación de modelos y sistemas de análisis a la geomorfología.

El desarrollo de la geomorfología puede trazarse desde la Geografía Física, a través del estudio denominado "Fisiografía" el cual fue propuesto por T. H. Huxley, a la geomorfología de W. M. Davis. Davis fue responsable de tres elementos básicos de la geomorfología, que son: la estructura, los procesos y los estados. En los últimos 20 años los geomorfólogos han concentrado mucha de su energía para desenredar los procesos con los cuales operan y sobre como medirlos (Bridges, 1963).

De aquí que el concepto se definió como el estudio de los fenómenos sobre grandes regiones, e incluso continentes. Esto también incluyó a largos periodos. Este mismo concepto se extendió al estudio de planetas.

Los geógrafos requieren el análisis de la geomorfología como una base para un entendimiento del desarrollo de las formas de la tierra. Luego de estos estudios los científicos han encontrado una clasificación de suelos y generado

mapas que muestran la distribución de los diferentes materiales que componen la tierra. Los ecólogos y los hidrólogos también encontraron una descripción de la evolución de las formas de la tierra como el entendimiento para sus propios estudios. Los ingenieros civiles, planificadores del uso de la tierra, han encontrado el conocimiento del origen, carácter y distribución de las formas de la tierra para economizar el desarrollo, de la planificación del crecimiento urbano y llevar a cabo proyectos de gran escala de ingeniería civil.

Como una explicación del pasado y presente de la distribución de continentes, la teoría de plataformas tectónicas proveen más de la disponible. Conjuntamente dada la explicación del relieve fundamental de la tierra y el porqué los continentes están en la posición que ocupan ahora, puede entonces explicar el origen de las cadenas montañosas, profundidades del mar y otros tópicos relacionados con la morfología de la tierra. En forma secundaria, los riesgos de temblores, y actividad volcánica no tienen una distribución aleatoria, pero están relacionados con las márgenes de los planos de la litósfera.

Una inspección del globo terráqueo revela el desequilibrio de áreas de tierras y mares y casi la infinita variación de formas y relieves los cuales caracterizan las áreas oceánicas y continentales (figuras 2.1a y 2.1b.). Esto es la consecuencia de los cambios a gran escala de la superficie de la tierra. Este tema es de particular interes para todos los geógrafos y científicos naturistas.



Figura 2.1.a.- Distribución de tierra y mar.

Existe una interrelación entre las escalas del tiempo y del espacio que han sido clasificadas para el estudio

de la tierra por la geomorfología. Por ejemplo, se tiene clasificado como estudio de orden uno, a aquellas áreas que contienen a continentes y cuencas oceánicas. El tamaño que a éstas se les asigna es 10 millones de kilómetros cuadrados (km^2). Mientras que la escala del tiempo de persistencia con la que se relaciona es de aproximadamente de 100 a 1000 millones de años. Como un segundo orden se tienen a las fisiografía de regiones con áreas de aproximadamente 2 millones de km^2 y escala de tiempos de relación de hasta 100 millones de años. Así, con esta idea se tiene clasificada hasta de órdenes de microescala, donde las áreas pueden ser de m^2 y tiempos menores a los 100 años.

En el caso de escalas pequeñas de erosión y de depósito en llanuras de inundación con material aluvial, en valles y cañones las áreas pueden variar desde una hectárea hasta 10 km^2 y tiempos comprendidos entre 10000 años y 100000 años (Short y Blair 1986). De acuerdo a esta clasificación los cambios en ríos pueden darse en áreas a partir de

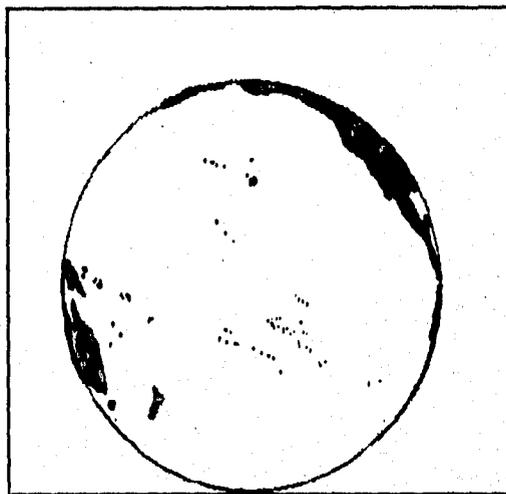


Figura 2.1.b.- Distribución de tierra y mar.

unas cuantas hectáreas y desde 100 años de tiempo. Sin ser ésta una clasificación aceptada, es el inicio para la construcción de una clasificación arbitraria de los fenómenos y los riesgos de cambios en la tierra. Un ejemplo claro de esta clasificación lo constituyen las plataformas tectónicas que sirven para explicar la evolución de la tierra. En consecuencia, la operación de las escalas temporal y espacial de los fenómenos geológicos se presentan en un inmenso rango.

Como un ejemplo se puede mencionar que el fenómeno fluvial (avenidas) ocupa una posición intermedia en la escala. Dentro de estos fenómenos se pueden

citar el impacto de los cráteres, los temblores, los tornados, tormentas tropicales, inundaciones, deslizamientos de tierra, sequías, flujo de lavas, glaciares, etc. Varios de estos fenómenos siguen una ecuación de tipo general de la forma siguiente:

$$F = aT^b \quad (2.1)$$

donde F es el tamaño del fenómeno, T es el tiempo y a y b son constantes, obtenidas para cada fenómeno a través de la experimentación y medición.

Las escalas de los tiempos son importantes para definir la naturaleza de las investigaciones geomorfológicas. El papel de la escala del tiempo ha sido ampliamente discutido por Schumm y Lichty (1965) y Cullingford et al. (1980) en Bridges (1963). La macroescala del tiempo geomorfológico es donde se presentan las mayores fases de la ocurrencia del depósito y erosión de material. Además, se considera que a través del tiempo es como se han formado los diferentes materiales de la tierra.

Actualmente, para elaborar los estudios geomorfológicos con los cuales se definen tiempo, forma, actividad geológica, material, dimensiones, así como, precisar las hipótesis del origen, evolución, tiempo y conformación de la tierra, etc., se utilizan herramientas técnicas entre otras la fotogrametría, el uso de satélites, análisis físico-químicos del material, procesos radioactivos, estatigráficos y litológicos.

De acuerdo a los estudios realizados sobre la tierra se han definido sus principales dimensiones: La tierra es una esfera, ligeramente achatada por los polos; tiene un radio de 6,380 km, un volumen 1083 mil millones de km^3 y una superficie de 510 millones de km^2 . El área de la masa de la tierra es de 149

millones de km² (29.2 % de la superficie de la tierra) y el área de los océanos es de 361 millones de km² (70.8 %). Dentro del contexto de la ubicación y movimiento de la tierra con respecto al resto de los elementos planetarios, muchas ideas y teorías han surgido. Hasta ahora se considera a la tierra como un planeta, el cual forma parte del Sistema Solar. Por otro lado, las teorías sobre el origen y edad de la tierra también han sido diversas. Se presentan a continuación las más aceptadas.

La formación geográfica y las evidencias de que la tierra contiene fósiles, flora y fauna, ha obligado a dividir a la edad de la tierra en cuatro etapas: Eozóica, en ésta se forman pequeñas formas de vida; le sigue la paleozóica, en la cual aparece una considerable variedad de fauna de invertebrados; la Mesozóica, caracterizada por la dominación de diferentes formas de reptiles, especialmente por los dinosaurios; finalmente se tiene la era Cenozoica, en la cual se desarrollan los mamíferos y otras formas de vida recientes y presentes. La tabla 2.1 muestra las diferentes etapas geológicas y los tiempos que abarcaron. De esta tabla se puede observar que a partir del origen de la tierra han transcurrido alrededor de 4,500 millones de años.

En cuanto al origen de la tierra se puede mencionar lo siguiente. Tanto la tierra como los planetas circundantes al sol, forman lo que se llama el Sistema Solar, comprendido dentro de una pequeña parte de una galaxia (Vía Láctea). El tamaño del sistema solar es 11 horas-luz (la luz viaja a una velocidad de 300000 km/s) mientras que la distancia de la galaxia es 80,000 años-luz (un año luz es casi 10 millones de millones $\cdot 10^{12}$ de km). Las estrellas y planetas que forman esta galaxia forman una espiral, la cual se asemeja a una espiral formada por polvo y estrellas .

Muchas teorías han sido propuestas para describir el origen del Sistema Solar. Éstas se pueden explicar en dos: "fundición caliente" y "Origen frío". La primera es una hipótesis propuesta por Kant (1755) y Laplace (1796). Se

establece en ésta que el Sistema Solar se formó a partir de una nebulosa gaseosa, muy caliente y rotando. El subsecuente desarrollo se dió a partir del enfriamiento de este material.

La segunda hipótesis ha sido gradualmente aceptada. Ésta se denomina teoría "Fría" o teoría de la nube de polvo . Esta segunda propuesta nace del astrónomo americano Urey (según el libro Geomorphology pure and applied de Hard Michael G). En ella se establece que los elementos químicos que componen la tierra comparados con otros conocidos que se presentan en otros planetas y en la luna son similares; además, establece que estos materiales circulan por el espacio para precipitarse sobre los cuerpos celestes. Como prueba de ello, se presentan los cráteres tanto en la luna, la tierra y otros planetas. Esta teoría refuta a la primera al establecer que si el origen del sistema solar se da por enfriamiento de material, el mineral denso debería localizarse debajo de los menos densos como es el caso de la costra de silicio. Las evidencias de Marte indican que si el material que lo forma es uniforme, entonces nunca surgió a partir de un estado de fundición. De las observaciones de los cráteres en la luna y en la tierra y por las cantidades de níquel-acero contenida en ellos se establece la posibilidad que el níquel-acero llegado en forma de meteoros precipitados deberá localizarse en la capa interior de la tierra y moverse hacia el interior.

De ser cierto, el momento de inercia de la tierra deberá cambiar muy lentamente de acuerdo a la rotación de la tierra. Mediciones astronómicas han demostrado que la longitud del día se ha

alargado miles de segundo en los últimos 2500 años. Esto puede ser un

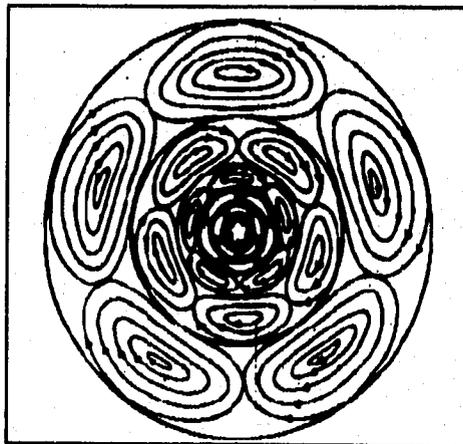


Figura 2.2.- Origen del sistema solar como una nube de polvo.

indicador de la veracidad de la hipótesis. En la figura 2.2 se muestran los remolinos individuales que asemejan al movimiento de los planetas, como lo establece la Teoría "Fría".

Para entender la morfología de la tierra primero es necesario comenzar a conocer la estructura y propiedades internas de la tierra. Su estudio se ha basado sobre información de temblores, a través de las ondas que éstos producen, así como de los efectos de refracción y reflexión. Con todo esto ha sido posible establecer las dimensiones de la tierra y su conformación. La figura 2.3 nos muestra un esquema de sus dimensiones y su conformación.

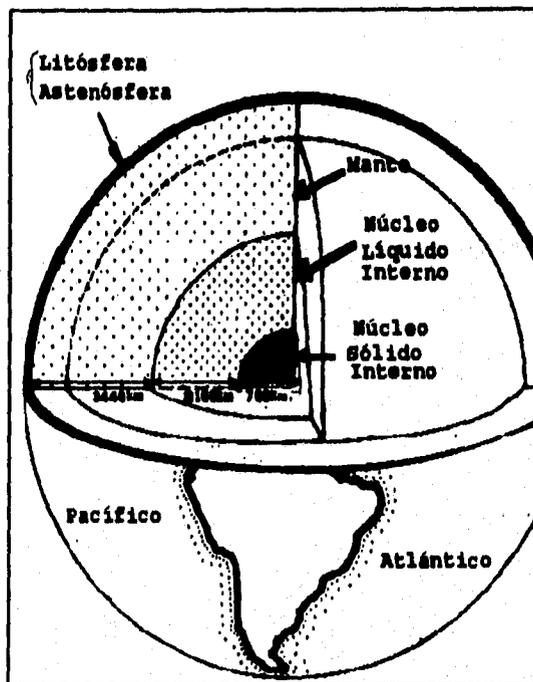


Figura 2.3.- Estructura interna de la tierra.

Los cambios en la tierra a través del tiempo se deben a cambios en la atmósfera y la hidrósfera. La atmósfera provee una importante cantidad de sistemas geomorfológicos como es la humedad y el control del régimen de temperatura sobre la tierra. El agua toma parte en las reacciones del clima produciendo el ciclo hidrológico. Esto tiene que ver también como la alteración o rompimiento de la masa rocosa de la tierra, al ser llevada esta a través de medios fluviales y ser depositada como sedimentos a otros medios geológicos.

La atmósfera tiene una altura de aproximadamente 300 km y esta compuesta por 78.1% de nitrógeno, 20.9 % de oxígeno y pequeñas cantidades de otros gases. Una de las más importantes pequeñas cantidades lo constituye el dióxido

de carbono, aproximadamente el 0.03%. Este material con la presencia de agua se disuelve como ácido carbónico, el cual es un agresivo factor en la transformación de materiales y clima.

La tierra es más grande en el tamaño del corazón de material condensado que el envuelto por una capa gaseosa. La nebulosa esta compuesta por vapor de agua, nitrógeno, hidrógeno, metano y dióxido de carbono.

Después de este estado, esta nebulosa se ha reducido a una atmósfera dominada por el hidrógeno, agua y monóxido de carbono.

La atmósfera original se ha modificado a través del proceso que se ha denominado "escape de gases". El hidrógeno así como el metano y el amonio, considerados gases muy ligeros, han escapado hacia el espacio exterior de la tierra. Esto provoca que circule un aire más denso y efectivo para el incremento del oxígeno, además de permitir el desarrollo de la vida vegetal.

Por otro lado la presencia de oxígeno ocasiona la oxidación de los materiales y da paso a la presencia de otros elementos. En particular se puede mencionar que en el período precámbrico se presentaron los mayores cambios en la atmósfera. Los fragmentos localizados de este mismo período indican la presencia de pirita en los depósitos de ríos. Esta pirita es estable solamente en presencia de oxígeno libre de otros componentes atmosféricos. De manera similar la presencia de uranio en esta etapa provocó una atmósfera anaeróbica. Los cambios en la atmósfera están muy ligados a la evolución de los océanos, éstos han cambiado en su contenido de materiales químicos, modificando su PH y consecuentemente su contenido de oxígeno. De esta manera se da lugar a modificaciones en los materiales sólidos de la tierra.

II.2 Morfología fluvial

Los diversos procesos que continuamente actúan sobre la superficie de la tierra son el aplanamiento del relieve, la gradación, la erosión, el diastrofismo y el vulcanismo. La gradación es la demolición de los elementos morfológicos existentes (inclusive montañas), el aplanamiento del relieve pueda darse a través de la gradación. La erosión, por ejemplo, es un caso particular del arrasamiento llevado a cabo por la acción del agua, del aire o del hielo. Diastrofismo es un término que se emplea para designar los procesos según los cuales determinadas porciones sólidas de la tierra, por lo general grandes, se mueven unas respecto a las otras. El término vulcanismo se refiere a la acción que ejercen las rocas fundidas tanto en el interior como en la superficie de la tierra. Con excepción del vulcanismo y, a veces, la erosión, estos procesos pueden necesitar cientos, e incluso millones de años para alterar la faz de la tierra en grado trascendente.

La formación de arroyos, ríos y valles se debe al continuo proceso de erosión que los factores externos provocan. El más importante modificador es el de la precipitación. que aunada al material y pendiente de los terrenos determina la velocidad de estos cambios. A pendientes más pronunciadas y terrenos más blandos como calizas, los cambios morfológicos son más grandes y pronunciados, dando lugar a la formación de cañones y profundas gargantas.

El material que arrastran los ríos producto de estas erosiones sobre las laderas de los muros encajantes del valle es transportado bajo la forma de los denominados sedimentos, para quedar finalmente depositados. Los ríos y los valles a lo largo de los cuales transcurren pueden ser juveniles, maduros y viejos. A cada una de estas etapas en la vida de un río o valle corresponden cambios graduales en su perfil longitudinal, su corte transversal y su rizado o curso. En su etapa juvenil, el perfil longitudinal es irregular y contiene rápidos, cascadas e incluso lagos, como consecuencia de obstrucciones locales, tales

como movimientos de tierra, y su corte transversal tiende a la forma de V (figura 2.4). La planta o trazado de un río o valle juvenil es algo angular o en zigzag. Conforme avanza la erosión, el río alcanza la madurez. Desaparecen gradualmente las irregularidades y adquiere una forma de una curva suavemente sinusoidal.

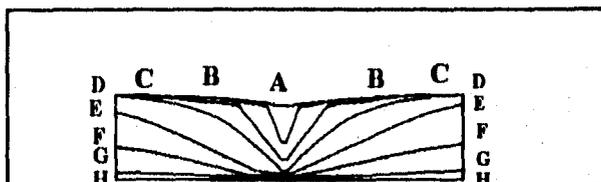


Figura 2.4.- Evolución de la sección transversal de un río.

También el perfil longitudinal reduce su gradiente, el cual decrece en forma gradual hacia la desembocadura del río. El valle es amplio cuando alcanza su etapa de madurez, sus flancos son más tendidos que durante su juventud y a menudo aparecen cubiertos por taludes.

Inundaciones periódicas contribuyen al ensanchamiento gradual del valle hasta que, en su senectud, éste llega a convertirse en una amplia zona de planicie o llanura. Entre las inundaciones el viejo río dibuja meandros, cambia su trazado; pero, se desarrolla siempre dentro de determinada "banda de meandros", su curso mayor, está situado en la parte central de la llanura.

Esta evolución corresponde a un solo río o valle; sin embargo, la erosión se da no sólo en un río sino en una región entera en la que los ríos son los principales agentes erosivos. El esquema del torrente se compone entonces de los cursos de agua principales y de sus tributarios. En el caso de un río considerado aisladamente, la región que lo contenga pasa también por las etapas de juventud, madurez y senectud. Un curso de agua tributario puede ser juvenil, mientras que en el curso mayor al que fluye puede haber alcanzado ya su madurez. En la figura 2.5 se representa en forma esquemática el corte transversal de una región en la que el proceso de erosión se presenta en su etapa juvenil. Amplias zonas divisorias señaladas por "D" en la figura referida anteriormente, separan valles en forma de V. Conforme avanza la erosión, las

divisoria se hacen más estrechas y más agudas o afiladas, de manera que gradualmente se convierten en crestas que separan los cursos de agua (R en la figura 2.5). El relieve r_a o diferencia media entre las altitudes de la región aumenta en forma gradual (de r_a a r_b (b)), En planta se aprecia como los cursos de agua que se asemejan a formas digitas o de dedos abiertos, o bien dentríticas o ramificadas. En la última etapa (c) de madurez la región aparece rebajada a una pendiente de ladera común y uniforme con forma denominada Estadio. Aquí, el relieve decrece de (desde r_b hasta r_c) y toda la región aparece rebajada a una pendiente de ladera común y uniforme.

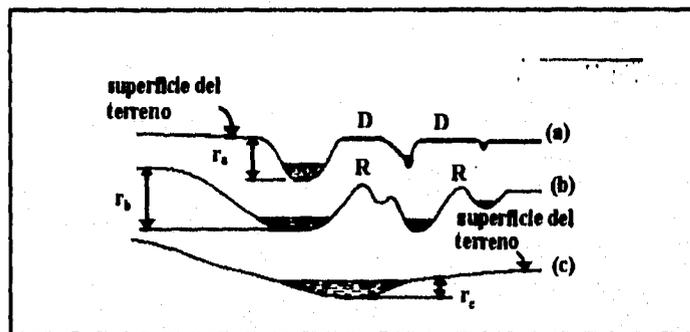


Figura 2.5.- Evolución de valles y ríos. a) joven; b) maduro, y ;c) viejo.

A causa de los diferentes tipos y circunstancias del material que caracterizan la

fluencia, tales como pendiente, material del lecho, los cursos vecinos no erosionan siempre sus respectivos valles al mismo ritmo. En consecuencia, el barranco de mayor intensidad de erosión hace retroceder la división D o la cresta R (figura 2.5) en dirección a su vecino más débil. De esta manera las separaciones experimentan erosión vertical, al mismo tiempo que son desplazadas lateralmente por los cursos de agua, la división entre los dos torrentes puede llegar a desaparecer por completo, de tal modo que lleguen a unirse las aguas de ambos cursos vecinos; entonces la cabecera del torrente más débil llega a ser desviada a la zona de alimentación del torrente más activo. Este es un fenómeno que se conoce como captura fluvial. En la figura 2.6 se presenta esquemáticamente este fenómeno. La formación, crecimiento o ampliación y alargamiento se inicia por la cabecera de una zona, o sea por la destrucción de material por el que circula el escurrimiento con más alta

velocidad, debido a la mayor pendiente del propio terreno.

Con el transcurso del tiempo la erosión que se inició en un punto se traslada hacia aguas abajo de estas partes altas. Se inicia así la erosión de las partes medias y bajas.

De aquí que se conozca como valles y ríos jóvenes, maduros y viejos. Además la variabilidad de la cantidad de escurrimiento y el continuo erosionar del terreno hace que los cauces de muchos ríos aun jóvenes se modifiquen dando paso a mayores secciones.

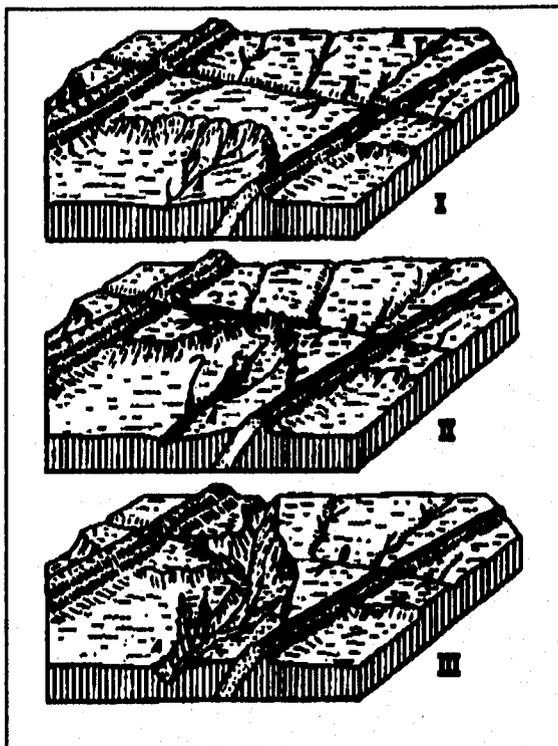


Figura 2.6.- Captura fluvial.

Con el tiempo las secciones de varios ríos pueden unirse. Así, se forma paso a paso una sección más grande o más amplia, además de modificar las características de sus taludes. En la figura 2.6 puede verse este proceso.

II.3 Parámetros geomorfológicos de una cuenca

II.3.1 Ordenamiento de Strahler

Con base en los trabajos de Horton (1945), Strahler (1957) dio otro enfoque al ordenamiento de corrientes de una cuenca hidrológica. Strahler propuso, a

diferencia de Horton, un ordenamiento puramente topológico referido sólo a la interconexión de ríos y no a la orientación, longitud y forma de los tramos de los cauces de la red de corrientes de una cuenca. A continuación, se presenta el planteamiento del ordenamiento de corrientes de este autor.

En una red fluvial, las 'fuentes' son los puntos más lejanos río arriba, mientras que la 'salida' es el punto más lejano río abajo. El punto en que dos canales o ríos se combinan para formar uno solo se denomina 'confluencia'. Se pueden enumerar (ordenar) los canales o ríos en la red según el esquema de Horton o de Strahler, porque hay una correspondencia de uno a uno entre los dos esquemas [Smart, 1972]. Por conveniencia en la formulación matemática, principalmente, adoptaremos el esquema de Strahler. Los criterios de este sistema se resumen como sigue:

1. Los canales que se originan en la fuente se denominan 'canales de primer orden'.
2. Cuando dos canales de orden i se unen, se crea un canal de orden $i+1$.
3. Cuando dos canales de distintos órdenes se unen, el canal inmediatamente río abajo de la unión retiene al de orden más alto de los dos confluentes.

En la figura 2.7 se presenta un sistema de corrientes fluviales que, de acuerdo a los principios de Strahler se le asigna un orden de 3 o de tercer orden.

Se asigna a Ω para representar el orden superior de la red en la cuenca. Si $N_i, i=1,2,\dots,\Omega$, representa el número de corrientes de orden i y si $L_{ji}, j=1,2,\dots,N_i, i=1,2,\dots,\Omega$, representan la longitud de la corriente j de orden i , entonces la longitud media del río de orden i , \bar{L}_i , se determina según la ecuación:

$$\bar{L}_i = \frac{1}{N_i} \sum_{j=1}^{N_i} L_{ij}, \quad i = 1, 2, \dots, \Omega \quad (2.2)$$

II.3.2. Leyes de Horton

Horton (1945) en Chow (1964) fué el primero en sugerir dos leyes empíricas fundamentales: La ley de numeración de corrientes y la ley de Longitud de corrientes. Más adelante Schumm (1956) en Chow (1964) propuso una ley de las áreas de corrientes, similar a las de Horton. A continuación se describen estas leyes.

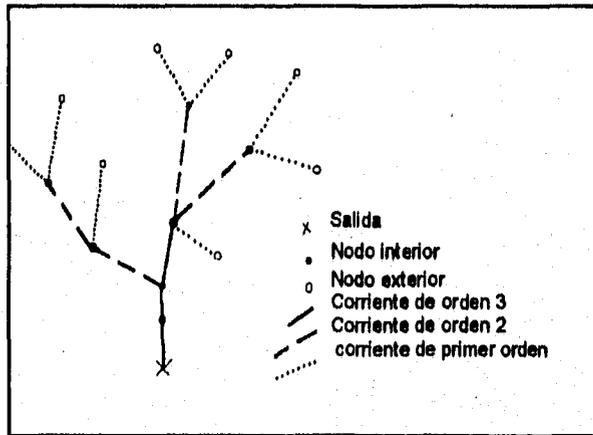


Figura 2.7.- Ordenamiento de corrientes con el sistema de Strahler.

Con el empleo del esquema de ordenamiento de Strahler (en Chow 1964), se pueden expresar las leyes de drenaje de Horton, como sigue: la ley de numeración de corrientes indica que el número de corrientes de un orden dado sigue una relación geométrica con el orden de la corriente. De manera simplificada puede expresarse de la siguiente manera:

$$N_{i-1} / N_i = R_B, \quad i = 2, 3, \dots, \Omega \quad (2.3)$$

donde R_B se denomina la relación de bifurcación de Horton. La ley de longitud

de río se da en la ecuación siguiente:

$$\bar{L}_i / \bar{L}_{i-1} \sim R_L \quad i = 2, 3, \dots, \Omega \quad (2.4)$$

donde R_L es la relación de longitud de río de Horton. Para cuencas naturales, los valores de R_b varían de 3 a 5, y los de R_L de 1.5 a 3.

Con el mismo espíritu, Schumm (1956) propuso una ley para áreas de drenaje [Smart, 1972]. esta se determina con la ecuación 2.5, donde \bar{A}_i es el área media de la región de la cuenca de orden i .

$$\bar{A}_i / \bar{A}_{i-1} \sim R_A \quad i = 2, 3, \dots, \Omega \quad (2.5)$$

Específicamente, según ecuación 2.5

$$\bar{A}_i = \frac{1}{N_i} \sum_{j=1}^{N_i} A_{ji} \quad i = 1, 2, \dots, \Omega \quad (2.6)$$

La constante R_A es la relación de área de cuenca de Strahler. Se debe notar que A_{ji} en la 2.5, se refiere al área total que drena la corriente j de orden i y no al área de la región superficial que drena directamente la corriente de orden i , solamente. Como consecuencia, $\bar{A}_i > \bar{A}_{i-1}$. En cuencas naturales, se han observado valores de R_A de 3 a 6.

A partir del análisis de la formulación de las leyes de Horton, Shreve (1966, 1967) en Rodríguez-Iturbe (1979) mostró que éstas, efectivamente son parámetros de aplicación estándares para cualquier conjunto de cauces naturales. en el ejemplo de aplicación del capítulo IV se muestra la

determinación de estos parámetros.

En la formulación matemática de la obtención de parámetros geomorfológicos se plantea que en una cuenca la precipitación que en ella incide puede caer en dos zonas: en las áreas o en los canales. En las áreas, para su estudio se establecen como regiones, r_i ; mientras que para los canales c_i .

En los siguientes desarrollos usaremos, genéricamente, el símbolo c_i para representar el estado de canal de Strahler de orden i , esto es, el conjunto de canales de orden i . Del mismo modo, r_i representa un estado de región superficial de Strahler de orden i , es decir, un conjunto de áreas de flujo superficial y de riachuelos más pequeños que los canales de primer orden como se definen arriba, que fluyen directamente a canales de orden i .

Existen otros parámetros geomorfológicos y geomorfométricos como son, entre los más importantes, la pendiente de la cuenca y del cauce, la densidad de drenaje y densidad de corriente, elevación media, además del tipo y forma de la cuenca; así también existe una clasificación de la forma de la red de drenaje y un elemento que Horton introdujo como el concepto de frecuencia de corriente. Para los hidrólogos, todos estos elementos se utilizan como indicadores del grado de la respuesta de la cuenca ante estímulos principalmente como la lluvia. Las técnicas o mecanismos de identificación y cálculo de los elementos anteriores están difundidos ampliamente en la literatura hidrológica -por ejemplo Springall (1970) y Campos (1984)-.

Cabe mencionar que, para fines de la determinación del hidrograma unitario instantáneo geomorfológico, no es necesario evaluar a todos estos parámetros, sin embargo, se mencionan de manera general por que tienen importancia en la hidrología.

III. HIDROGRAMA UNITARIO INSTANTÁNEO GEOMORFOLÓGICO (HUIG)

Relacionar al escurrimiento de una cuenca con sus características físicas ha sido una preocupación que se ha abordado de diferentes maneras. En 1930 El Comité de la Sociedad de Boston de Ingenieros Civiles (Chow, 1964), trabajó con la idea de que un hidrograma producto de una tormenta debe involucrar un indicador de las características de la cuenca de drenaje. Posteriormente y con el mismo espíritu en 1949 Linsley et. al. propuso una ecuación para determinar el tiempo de recesión de un hidrograma, la cual estableció como una función del área elevada al exponente de 0.2. Snyder en 1938, y finalmente en 1959 en Viessman et al. (1977), relacionó el tiempo del centro de una tormenta al pico de un hidrograma como una función de las características de la cuenca. Estas características quedaron involucradas en el producto de la longitud de la corriente principal por la longitud comprendida entre el cauce principal y un punto cercano al centroide, todo ello elevado al exponente de 0.3. Esto da una idea de la magnitud del área de la cuenca al representar el producto de un ancho por un largo de la cuenca. Adicionalmente, el resultado de esta operación se afectaba por el producto de un factor que representa las variaciones de la pendiente y el almacenamiento. De esta manera se dió comienzo a la obtención

de los hidrogramas unitarios sintéticos.

A partir de estos trabajos, y con la idea de Clark (1945) en Viessman et al. (1977), se han desarrollado los denominados modelos conceptuales para la delimitación del hidrograma unitario instantáneo. Estos modelos pueden ser de analogía física o de simulación matemática, todos formados por componentes como almacenamientos lineales, canales lineales o diagramas de área-tiempo.

El análisis de la respuesta hidrológica de una cuenca de drenaje ante un estímulo unitario de lluvia efectiva distribuida uniformemente en tiempo y en espacio para una duración específica fue abordado por la teoría del hidrograma unitario, Si este tiempo o duración se reduce de manera infinitesimal el resultado de este hidrograma unitario se le conoce como hidrograma unitario instantáneo.

Una manera de observar a este hidrograma unitario es considerar una curva "S" para una duración de 1 hora, a partir de la cual se puede obtener una diferencial del tiempo:

$$\frac{S(t) - S(t - dt)}{dt} \quad (3.1)$$

Si suponemos que $dt \rightarrow 0$ entonces la ecuación anterior tiende a dS/dt la cual define la respuesta de un volumen unitario instantáneo de una tormenta ocurrida en un área. Esta respuesta es el llamado hidrograma unitario instantáneo.

En el caso del hidrograma unitario instantáneo geomorfológico, es un modelo que representa el fenómeno físico a través de una interpretación probabilística.

La idea básica de la unificación del hidrograma unitario instantáneo de una

cuenca con su geomorfología por medio del enfoque probabilístico, se presenta en la teoría de Rodríguez Iturbe-Valdés (1979). La importancia de esta técnica es que se fundamenta entre la concordancia encontrada entre la teoría lineal y las observaciones realizadas, especialmente, en cuencas grandes. Adicionalmente, la teoría lineal y las observaciones ofrece un paso de aliento en la síntesis de los datos estocásticos de lluvia, con una transformación de lluvia-escurrimiento.

En este capítulo se presentan los enfoques más sobresalientes del hidrograma unitario instantáneo geomorfológico. A partir de un enfoque teórico general de la obtención de las ecuaciones fundamentales del hidrograma unitario, se aborda el enfoque probabilístico y el enfoque semimarkoviano, deducidos con base en la representación del fenómeno del escurrimiento en la cuenca con las funciones de distribución y su comparación.

III.1 Determinación geomorfológica del HUI de una cuenca

La idea de enlazar un hidrograma de escurrimiento superficial de una cuenca fluvial con la geomorfología de su red de corrientes relacionados con un enfoque físico y uno probabilístico, ha ganado mucho impetu durante las últimas décadas [Surkan, 1969; Rogers, 1972; Kirkby, 1976; Lee and Delleur, 1976; Boyd et al., 1979; Rodríguez Iturbe-Valdés, 1979]. Estos enfoques demuestran que la geomorfología de la red de canales de la cuenca influye en los componentes de un hidrograma. El desarrollo del enfoque físico general hacia la unificación de la geomorfología de una cuenca con su respuesta hidrológica, parece factible. Un gran paso hacia la unificación del enfoque probabilístico lo ha dado la teoría de Rodríguez-Iturbe y Valdés [1979], conocido como la teoría R-V. A continuación se señalarán los aspectos comunes y las diferencias sobresalientes entre estos dos enfoques, así como, se presenta una discusión resumida de la comparación de ellos.

La red de canales y las regiones de escurrimiento superficial en una cuenca fluvial, satisfacen las leyes geomorfológicas empíricas de Horton cuando se clasifican según el esquema de ordenamiento de Strahler. Actualmente, se usa este fondo en un marco teórico-cinético para obtener una representación matemática explícita, para el hidrograma unitario instantáneo de una cuenca hidrológica. Se presentan dos modos que conducen a fórmulas explícitas para el hui. Estas dos maneras de obtener el HUI son análogas, en forma, a las soluciones que resultarían si la cuenca se representara en términos de embalses y canales lineales, respectivamente, en serie y en paralelo (enfoque físico). Sin embargo, esta analogía es sólo de forma y no se lleva a la práctica y permite obtener todos, menos uno, de los parámetros que aparecen en las fórmulas del HUI en términos de las relaciones de bifurcación de Horton, de longitud de río y de área de corriente. El único parámetro desconocido se obtiene a través de la especificación independiente del tiempo de retraso medio de la cuenca, definido como el intervalo de tiempo medio que existe entre el centroide de de la lluvia efectiva y el tiempo pico del hidrograma de escurrimiento.

A continuación se desarrolla el enfoque probabilístico para determinar la forma funcional y los parámetros del hui, con base en la geomorfología de una cuenca fluvial. La idea fundamental de este enfoque es la siguiente: supóngase que un número n de partículas de agua que no interactúan entre sí (en términos formales), se inyectan instantáneamente en una cuenca. Se supone, también, que cada una de las partículas permanece en la cuenca un tiempo aleatorio, T_B^i , $1 \leq i \leq n$, llamado tiempo de retención. Los tiempos de retención son independientes y distribuidos en forma idéntica (como T_B) porque se supone que las partículas de agua no interactúan entre sí y son idénticas. De acuerdo a la ecuación de continuidad aplicada a toda la cuenca, y a la ley de números grandes [Feller, 1971], el hui de la cuenca es igual a la función de densidad de probabilidad (fdp) del T_B , como se demostrará posteriormente. La equivalencia entre el HUI y la fdp de T_B , constituye la idea básica en la cual se fundamenta este enfoque (Rodríguez Iturbe-Valdés [1979]).

En una cuenca natural, una partícula de agua inyectada al azar seguirá una cierta trayectoria por las regiones del área de captación superficial y por los cauces, antes de llegar a la vertiente de la cuenca. La función probabilística de esta trayectoria, esto es, la probabilidad de que la partícula siga una cierta trayectoria de entre todas las posibles, se cuantifica con base en el esquema de ordenamiento de los cauces de Strahler.

Cada trayectoria tiene su propio tiempo de retención aleatorio. La fdp del tiempo de retención de la cuenca, es decir el HUI, se obtiene por la determinación de la probabilidad de que una partícula siga una trayectoria dada, entre todas las posibles, para llegar a la vertiente, multiplicar el resultado por la fdp del tiempo de retención aleatorio para esta trayectoria y, posteriormente, sumar estos productos sobre todas las posibles trayectorias. Este procedimiento lleva a una representación matemática general del HUI de la cuenca, en términos de su geomorfología.

Las fórmulas explícitas del HUI se basan en que exista la fdp para el tiempo de retención de cualquier estado de orden de Strahler. Cada estado de orden de Strahler, representa un conjunto de todos los canales o regiones superficiales de ese orden de Strahler. Aunque el enfoque físico para derivar la forma funcional de las densidades probabilísticas de los tiempos de retención de los diferentes estados de orden de Strahler, queda en el futuro, existe una analogía formal entre un estado de orden de Strahler y un elemento de almacenaje lineal para canales (Chow, 1964).

Dicho de otra forma, el HUI derivado del arreglo de los embalses de almacenamiento o canales lineales, en serie y en paralelo, es análogo al HUI obtenido de la geomorfología de la cuenca. No obstante, esta analogía es sólo de forma y no se lleva a la práctica.

Si se considera una cuenca natural, B , y se supone que el agua contenida en

la cuenca no sufre pérdidas debidas a infiltración, evaporación, etcétera. De este modo, la discusión se restringe a la determinación del hidrograma de escurrimiento superficial directo. Si en algún tiempo $t > 0$, $S_b(t)$ representa el volumen de agua almacenado dentro de la cuenca, $Q_b(t)$ el gasto a la salida de la cuenca, e $i_b(t)$ el ingreso (por ejemplo la lluvia) a la cuenca, entonces la ecuación de continuidad para la cuenca se puede expresar como (Dooge, 1973 en Chow, 1964)

$$dS_b(t)/dt = i_b(t) - Q_b(t) \quad t > 0 \quad (3.2)$$

La ecuación 3.2 puede expresarse como una representación del principio de balance másico en escala macroscópica, esto es, en una escala que represente promedios con respecto a las coordenadas espaciales. La ecuación 3.2 puede acomodar cualquier promedio con respecto al tiempo.

Más específicamente, se supone que inicialmente la cuenca está seca y se asigna i_0 al volumen de agua debido a una aplicación instantánea y uniforme de agua sobre la cuenca en el momento, 0. Si el volumen total de agua consta de un número grande, n , de partículas idénticas con una interacción débil, (estadísticamente independientes) cada una con un volumen u_0 , tal que $nu_0 = i_0$. Las consideraciones en esta sección son generales, y no dependen de las dinámicas precisas que gobiernan la evolución de estas partículas, siempre y cuando se pueda seguir con la suposición de una interacción débil entre las partículas. Este enfoque ofrece la flexibilidad necesaria para incorporar al modelo una evolución física realista de estas partículas. Si T_B^i , $1 \leq i \leq n$, representa el tiempo aleatorio durante el cual la partícula i permanece en la cuenca después de ser inyectado en el tiempo 0, entonces, sólo aquellas partículas contribuirán al almacenaje $S_b(t)$ cuyos tiempos de retención en la cuenca, T_B^i , $1 \leq i \leq n$, excede a t . De aquí se encuentra que

$$S_B(t) = \frac{i_0}{n} \sum_{i=1}^n I_{(t, \infty)}(T_B^i) \quad (3.3)$$

donde $S_B(t)$ es el almacenaje en el tiempo $I_{(t, \infty)}(T_B^i) = 1$ si $T_B^i > t$ es el coeficiente participativo que puede tomar cualquiera de dos valores un valor unitario o un valor nulo: $I_{(t, \infty)}(T_B^i) = 0$ de otro modo

Dado que n es grande y que T_B^i son independientes y distribuidos de modo idéntico como T_B (se debe recordar que las partículas son idénticas y no interactúan), se sigue de la ley de números grandes [Feller, 1971] que

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I_{(t, \infty)}(T_B^i) = E[I_{(t, \infty)}(T_B)] = P(T_B > t) \quad (3.4)$$

donde $E[]$ representa la esperanza matemática. Después de substituir la 3.4 en la 3.3, y diferenciarla con respecto a t , se obtiene

$$(d/dt) S_B(t) = -i_0 f_B(t) \quad (3.5)$$

donde $f_B(t)$ representa la fdp de T_B . Si (3.2), la ecuación de continuidad, se aplica al caso de una unidad de lluvia instantánea, y si en la 3.5, i_0 se toma como la unidad, entonces, de una comparación de la 3.2 y la 3.5 sigue que $f_B(t)$ es igual a la descarga en la salida, $Q_B(t)$, para todo tiempo $t > 0$. Sin embargo, por definición, el flujo debido a una unidad de lluvia instantánea es el hui representado por $h(t)$, o

$$h(t) = f_B(t) \quad (3.6)$$

La equivalencia entre el hui $h(t)$ de una cuenca y la fdp del tiempo de

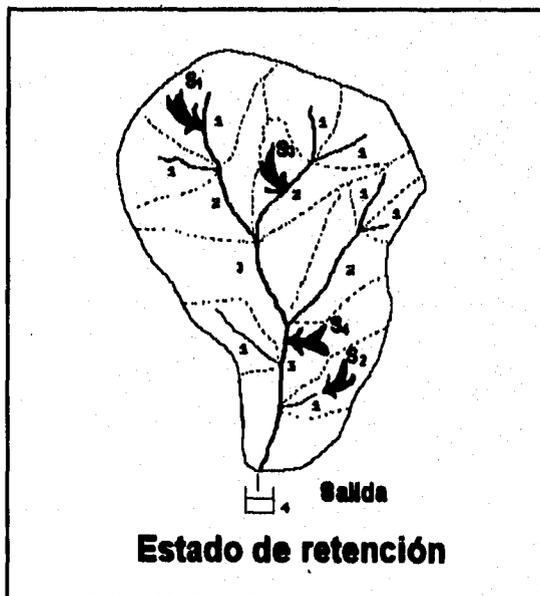
retención aleatorio de una partícula, $f_B(t)$ es precisamente lo que la perspectiva teórico-cinética ofrece. Ahora, sigue la determinación de $f_B(t)$ de un análisis detallado del movimiento de las partículas en el espacio y en el tiempo sobre la red de canales.

Debe recordarse que el máximo orden de drenaje de una corriente es Ω y también se interpreta como el orden de una cuenca; c_i , $1 \leq i \leq \Omega$, representa un cauce de orden i ; y r_i , $1 \leq i \leq \Omega$ representa un estado de región superficial de la cuenca. Se supone, sobre bases físicas, que inicialmente las partículas sólo se ubicarán en una de las regiones superficiales r_i , tal que la cantidad de lluvia que cae inicialmente en los canales c_i , $1 \leq i \leq \Omega$, es despreciada. Con base en la suposición de que las n partículas interactúan débilmente, es suficiente considerar la ley de evolución de sólo una de estas partículas. Dado que una partícula puede encontrarse en cualquiera de las regiones r_i , ella sufre transiciones de acuerdo con las reglas siguientes:

Regla 1. Las únicas transiciones posibles fuera del estado r_i son aquellas de forma $r_i \rightarrow c_i$, $1 \leq i \leq \Omega$.

Regla 2. Las únicas transiciones posibles fuera del estado c_i son aquellas de forma $c_i \rightarrow c_j$ por algún valor de $j > i$, $i = 1, 2, \dots, \Omega$.

Regla 3. Define un estado $c_{\Omega+1}$ como etapa o estado de atrapado o de captura; transiciones fuera del estado $c_{\Omega+1}$ son imposibles.



Se puede observar que las reglas 1 a 3 definen una colección

Figura 3.1.- Trayectorias en una cuenca de tercer orden

$S = \{s\}$ de trayectorias s que una partícula puede seguir hasta el estado atrapado $\Omega + 1$, esto es, la desembocadura de la cuenca. Como ejemplo, se considera una red de tercer orden. El espacio de trayectoria $S = \{s_1, s_2, s_3, s_4\}$ consiste de las cuatro trayectorias siguientes:

Trayectoria s_1 : $r_1 \rightarrow c_1 \rightarrow c_2 \rightarrow c_3 \rightarrow c_4$

Trayectoria s_2 : $r_1 \rightarrow c_1 \rightarrow c_3 \rightarrow c_4$

Trayectoria s_3 : $r_2 \rightarrow c_2 \rightarrow c_3 \rightarrow c_4$

Trayectoria s_4 : $r_3 \rightarrow c_3 \rightarrow c_4$

Las reglas anteriores sólo especifican la evolución espacial de una partícula a través de una red geomórfológica de canales y regiones superficiales. Durante el viaje de la partícula a lo largo de cualquiera de estas trayectorias, pasa cierto tiempo en cada uno de los estados que forman esa trayectoria. Se ve el tiempo T_x que una partícula pasa en el estado x ($x=r_i$ ó c_i , para alguna i como una variable aleatoria. T_x puede tener una función de densidad de probabilidad arbitraria y para los diferentes estados x y T_x además de T_y pueden tener diferentes fdp. No obstante, suponemos (regla 4) que T_x y T_y , son independientes para $x \neq y$.

Aunque no es enteramente necesario para que pase la construcción matemática, parece válido desde un punto de vista físico. Ahora, se definen las siguientes cantidades que se pueden calcular a partir de una red de canales ordenados:

- (1) π_{r_i} es la relación que representa un área de r_i del área total de la cuenca; (2) p_{c_i, c_j} es la relación de canales de orden i que se unen con un canal de orden j , $1 < j \leq \Omega$; (3) $p_{c_\Omega, c_{\Omega+1}} = 1$; (4) $p_{r_i, c_i} = 1$.

Para una trayectoria $s \in S$ de la forma $s = \langle x_1, \dots, x_k \rangle$, donde $x_1, \dots, x_k \in \{c_1, \dots, c_\Omega, r_1, \dots, r_\Omega\}$ define la ecuación 3.7

$$p(s) = \pi_{x_1} \cdot p_{x_1, x_2} \cdot \dots \cdot p_{x_{k-1}, x_k} \quad (3.7)$$

Además, si T_s representa el tiempo para viajar por la trayectoria s , dado arriba, entonces, lleva a

$$T_s = T_{x_1} + T_{x_2} + \dots + T_{x_k} \quad (3.8)$$

Si se deja que f_x represente la fdp de T_x y F_x , su función de distribución acumulada. Ya que T_B representa el tiempo aleatorio que una partícula pasa en la cuenca, entonces, con base en las consideraciones previas, se puede representar con:

$$T_B = \sum_{s \in S} T_s I_s \quad (3.9)$$

donde $I_s = 1$, si la partícula sigue la trayectoria s de otra forma $I_s = 0$. Debe señalarse que todas las trayectorias $s \in S$ son distintas; de las reglas 1 a 3, se obtiene de la 3.9 que

$$\begin{aligned} P(T_B < t) &= \sum_{s \in S} P(T_s < t) \cdot p(s) \\ &= \sum_{s \in S} F_{x_1} * F_{x_2} * \dots * F_{x_k} \cdot p(s) \end{aligned} \quad (3.10)$$

donde los asteriscos representan la operación de convolución. La diferenciación de la ecuación 3.10 con respecto a t de las dos mitades de la igualdad en conjunto con la 3.6, ofrece una representación explícita para el HUI:

$$h(t) = \sum_{s \in S} f_{x_1} * \dots * f_{x_k}(t) \cdot p(s) \quad s = \langle x_1, \dots, x_k \rangle \quad (3.11)$$

Los desarrollos previos se pueden extender, de manera directa, para tratar con datos continuos de ingreso de lluvia dependientes del tiempo, $i(\tau)$, $\tau > 0$, a la cuenca. Si se considera un intervalo de tiempo pequeño $(\tau, \Delta\tau + \tau)$, $\Delta\tau > 0$. Entonces $i(\tau)\Delta\tau$ representa el número de partículas que se inyectan a la cuenca dentro de este pequeño intervalo de tiempo. De las partículas inyectadas en el tiempo τ , la proporción de partículas que llegan a la desembocadura en un tiempo $t > \tau$ es simplemente $f_h(t-\tau)i(\tau)\Delta\tau = h(t-\tau)i(\tau)\Delta\tau$. Debido a que las partículas se desplazan independientemente y que el flujo total para un tiempo t consta de la contribución de todas las partículas que fueron inyectadas en el intervalo comprendido entre los tiempos 0 y t , se sigue que:

$$Q_B(t) = \int_0^t h(t-\tau)i(\tau)d\tau \quad (3.12)$$

La ecuación 3.12 es la transformación de convolución lineal entre la entrada y la salida, también conocida como integral de Duhamel, en la cual $h(t-\tau)$ es una función de Kernel también conocida como función Delta-Dirac, e $i(\tau)$ es una función de entrada. Se debe enfatizar que esta ecuación es una consecuencia de la suposición que las partículas interactúan débilmente.

III.1.1 Estructura del tiempo de Retención.

En la representación del HUI dada por la 3.11, las funciones probabilísticas de

trayectoria, $p(s)$, se pueden especificar totalmente con base en la geomorfología de la cuenca, como se explica en la siguiente sección. No obstante, las fdp f_{x_i} de los tiempos de retención aleatorios que aparecen en la 3.11 no se pueden determinar en su totalidad de las consideraciones geomorfológicas. Una solución con significado físico a este problema requiere que la evolución estocástica de estas partículas sea específica a partir de las consideraciones dinámicas. Se consideran dos ejemplos que se basan en las formas supuestas para la f_{x_i} de las fdp en la 3.11.

Para el primer ejemplo, se supone que la f_{x_i} de la fdp es exponencial con algún parámetro $\lambda_{x_i} > 0$. Entonces $f_{x_1} * \dots * f_{x_k}$ en la 3.11 se vuelve la convolución k -veces de las variables exponenciales aleatorias independientes pero no idénticamente distribuidas. lo anterior se puede expresar en la forma siguiente

$$f_{x_1} * \dots * f_{x_k}(t) = \sum_{j=1}^k C_{jk} \exp(-\lambda_{x_j} t) \quad (3.13)$$

donde las C_{jk} se dan con [Feller, 1971].

$$C_{jk} = \lambda_{x_1} \dots \lambda_{x_{k-1}} [(\lambda_{x_1} - \lambda_{x_j}) \dots (\lambda_{x_{j-1}} - \lambda_{x_j}) \cdot (\lambda_{x_{j+1}} - \lambda_{x_j}) \dots (\lambda_{x_k} - \lambda_{x_j})]^{-1} \quad (3.14)$$

Así es que en este caso el HUI se da con

$$h(t) = \sum_{s \in S} \sum_{j=1}^k C_{j,k} \exp(-\lambda_{x_j} t) \cdot p(s) \quad S = \langle x_1 \dots x_k \rangle \quad (3.15)$$

Se debe notar que la expresión 3.15 para $h(t)$ se obtuvo al emplear métodos más especializados, ver Rodríguez Iturbe-Valdés [1979].

Específicamente, en vista del postulado Markoviano planteado en la teoría R-V, es preciso que se considere que los tiempos de retención se tomen como distribuidos exponencialmente, en cuanto que no hay otra elección consistente con este postulado [Feller, 1971]. Dentro de la construcción general desarrollada previamente, hay la flexibilidad de incorporar distribuciones probabilísticas arbitrarias para los tiempos de retención. Como ejemplo, suponemos que f_{x_i} es la fdp uniforme sobre el intervalo $[0, \Delta_{x_i}]$,

donde las dimensiones del parámetro α_{x_i} se dan en unidades de tiempo. En ese caso la relación de convolución que aparece en la ec. 3.11 se transforma en

$$f_{x_1} * \dots * f_{x_k}(t) = \left[\prod_{i=1}^k \alpha_{x_i} (k-1)! \right]^{-1} (t_+)^{k-1} + \sum_{\gamma=1}^k (-1)^\gamma \left[\sum_{X_\gamma \subset \{x_1, \dots, x_k\}} (t - \beta(X_\gamma))_+^{k-1} \right] \quad (3.16)$$

donde

$$x_+ = (x + |x|) / 2 \quad (3.17)$$

es la parte positiva de x y para $X_\gamma \subset \{x_1, \dots, x_k\}$, por ejemplo, $X_\gamma = \{x_{i_1}, \dots, x_{i_\gamma}\}$, el parámetro γ representa la cardinalidad (tamaño) de X_γ y

$$\beta(X_\gamma) = \sum_{j=1}^{\gamma} \alpha_{x_{i_j}} \quad (3.18)$$

La ecuación 3.16 se obtuvo por extensión del teorema 1 de Feller [1971]. Si se

aplica ésta a la 3.11, se observa que el HUI esta construido de lengüetas polinomiales de grados no mayores al orden de la cuenca.

Resulta interesante observar que los ejemplos citados, aunque no tienen un apoyo físico dentro del contexto actual, ofrecen una forma para obtener el HUI de una cuenca en términos de respuesta de embalses lineales o de canales lineales [p. ej. Chow, 1964].

Se debe recordar que físicamente un estado $x \in \langle c_1, \dots, c_n, r_1, \dots, r_n \rangle$, se refiere al conjunto de todos los canales o regiones superficiales de un cierto orden de Strahler. No obstante, con bases formales se puede inferir de la 3.15 que una respuesta de cuenca consiste en las respuestas de los elementos de almacenamiento (ficticias) en serie y en paralelo (en el sentido de Nash), porque la suposición de una función exponencial para f_x , formalmente corresponde al HUI de un embalse lineal. De la misma manera, la suposición que f_x es uniforme, corresponde al HUI de un canal lineal debido a la entrada uniforme instantánea a lo largo de sus costados.

Por lo tanto (3.16), para este caso, es simplemente equivalente al HUI de los canales lineales en serie y en paralelo. Sin embargo, deseamos enfatizar que la analogía arriba presentada es formal y no física. Por ejemplo, en el caso actual, no tiene significado físico anotar la relación almacenaje-descarga para un estado arbitrario $x \in \langle c_1, \dots, c_n, r_1, \dots, r_n \rangle$, ya que un estado no representa un elemento físico único, sino un conjunto de elementos.

III.2 Marco Estadístico

Como plataforma de presentación de este enfoque se emplea la definición del tiempo de recorrido de una gota de precipitación efectiva. Si se considera una cuenca hidrológica, con una cubeta a la salida interesa determinar la rapidez con que la cubeta se llena cuando un volumen de lluvia en exceso de ciertas

características temporales y espaciales, se imponen en una cuenca. Para facilitar el estudio y generalizar los resultados, suponga que el abastecimiento es un volumen unitario de precipitación efectiva distribuida uniformemente sobre la cuenca e impuesto instantáneamente sobre ella. La cubeta a la salida estará vacía al principio y alcanzará un volumen final igual al volumen total del exceso de lluvia sobre la cuenca. Una gráfica de este volumen a través del tiempo es la respuesta cumulativa de la cuenca, o lo que es lo mismo, el volumen total dado como efluente hasta un cierto momento t , es:

$$V(t) = \int_0^t q(t) dt \quad (3.19)$$

La derivada del volumen observado $V(t)$, da el hidrograma de las descargas $q(t)$ que resultan de la lluvia. Este hidrograma es el HUI de la cuenca. Otra forma de tratar esta situación, es buscar la probabilidad de que una gota de lluvia escogida aleatoriamente del total llegue a la cubeta en un tiempo t . De acuerdo a algunos conceptos abordados en el capítulo II, se tiene una serie de reglas que vamos a aplicar.

1. Estado es el orden de la corriente en el cual la gota se encuentra en el tiempo t . Cuando la gota está aún en la fase superficial, el estado es el orden del río al cual el terreno drena directamente.
2. Transición es el cambio de estado.
3. N es el número de estados, por ejemplo, $\Omega + 1$, donde Ω es el orden de la cuenca y el estado adicional es la cubeta receptora o estado de trampa. Una gota puede empezar en cualquier estado, pero todas las gotas eventualmente terminan en el estado con el número más elevado, $\Omega + 1$ o N .

La descripción probabilística de la red de drenaje se realiza a través de su matriz de probabilidad de transición,

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} & \dots & p_{1N} \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} & & p_{2N} \\ \vdots & & & & \\ p_{N1} & p_{N2} & p_{N3} & \dots & p_{NN} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & p_{12} & p_{13} & \dots & p_{1N} & 0 \\ 0 & 0 & p_{23} & \dots & p_{2N} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & & p_{3N} & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

donde p_{ij} es la probabilidad de que la gota haga una transición de estado i al estado j . Esta es igual a la proporción de gotas que, una vez en estado i pasan al estado j . El estado N es la cubeta, que es el estado de trampa.

La matriz P no es suficiente para describir la cuenca para los propósitos, porque no toma en cuenta las características dinámicas que influyen en el tiempo en el que una gota pasa de un estado a otro en su recorrido hacia la vertiente.

Si el proceso en que una gota atraviesa la cuenca fuera uno donde, en cada incremento de tiempo la gota hiciera una transición (o, en otras palabras, preocupa el número de transiciones y no el de la dimensión tiempo como tal), entonces P sí sería suficiente para describir la situación. Pero las transiciones ocurren en diferentes momentos, no simultáneamente. De hecho, porque hay un número infinito de gotas y porque se maneja el tiempo como continuo, los conceptos simples de las cadenas de Markov no se aplican sin modificación a este problema. Si se supone, aún así y por el momento, que en cada incremento de tiempo la gota hace una transición, y también que la transición de un estado al siguiente sólo depende del estado donde la gota se encuentra en ese momento (hipótesis Markoviana, que es razonable), entonces nuestro

problema se reduce a encontrar la matriz probabilística del estado:

$$\Theta(\delta) = \Theta(0) \cdot \Phi(\delta) = \Theta(0) \cdot P^\delta \quad (3.21)$$

donde $\Theta(\delta)$ es el vector-fila cuyos elementos $\theta_i(\delta)$ dan la probabilidad de que el proceso (la gota) se encuentra en estado i , hacia el estado δ . La matriz $\Phi(\delta)$ es una matriz de transición de probabilidad multiestados, cuyos elementos $\phi_{ij}(\delta)$, dan la probabilidad que el proceso pase del estado i al j después de δ transiciones. Los elementos, $\theta_i(0)$ del vector probabilístico del estado inicial, $\Theta(0)$ (un vector-renglón), dan la probabilidad de que el proceso se inicie en el estado i , o en otras palabras, que las gotas empiezan su viaje en un río de orden i .

Desafortunadamente, el esquema simple, arriba descrito, no se aplica al problema planteado porque el estado, en un tiempo dado, depende del tiempo entre transiciones y el número de pasos, o transiciones, para alcanzar un estado dado. En una cuenca, el tiempo entre transiciones depende de la ubicación de la gota porque diferentes riachuelos en una misma cuenca aportadora poseen diferencias características dinámicas, esto es responden con diferentes velocidades de escurrimiento ante un mismo impulso de lluvia. Si se adopta este mecanismo como un proceso semi-Markoviano cuyas posiciones de estado sucesivas están regidas por las probabilidades de transición de un proceso Markov, pero de residencia en cualquier estado está descrito por una variable aleatoria que depende del estado actualmente ocupado y del estado al que se hace la siguiente transición. Así, en los momentos de transición, el proceso semi-markoviano se comporta justo como un proceso de Markov. Llamemos a este proceso, el de Markov anidado. No obstante, los tiempos para los cuales las transiciones ocurren son regidos por un mecanismo probabilístico diferente.

III.3 Modelo formal

El orden de los ríos ocupados por la gota en las transiciones sucesivas, es regido por las probabilidades de transición p_{ij} del proceso de Markov anidado. Pero el tiempo τ_{ij} en que la gota permanece en el estado i , antes de hacer la transición al estado j , es una variable aleatoria que puede tomar cualquier valor positivo, con una función de densidad probabilística $z_{ij}(\tau)$. Se define ahora un tiempo de espera incondicional en el estado i , τ_i , como el tiempo que pasa la gota en el estado i , cuando se desconoce su estado sucesor. El τ_i es una variable aleatoria descrita por la función de densidad del tiempo de espera,

$$w_i(\tau) = \sum_{j=1}^N p_{ij} z_{ij}(\tau) \quad (3.22)$$

Según Howard [1971], se define

$Z(\)$ matriz de las funciones de densidad del tiempo de espera, ($N \times N$);

$W(\)$ matriz diagonal $N \times N$, cuyo elemento diagonal i es la función de densidad del tiempo de espera incondicional $w_i(\)$;

$\gamma W(\)$ matriz diagonal $N \times N$ cuyo elemento diagonal i es la distribución cumulativa complementaria $\gamma w_i(t) = \sum_{j=1}^N p_{ij} \cdot \text{Prob}[\tau_{ij}]$.

En este modelo general del proceso semi-markoviano de tiempo continuo, las probabilidades de transición de intervalos son dadas por Howard [1971]:

$$\phi_{ij}(t) = \delta_{ij} \gamma w_i(t) + \sum_{\alpha=1}^N p_{i\alpha} \int_0^t d\tau \cdot z_{i\alpha}(\tau) \phi_{\alpha j}(t-\tau) \quad (3.23)$$

$i = 1, 2, \dots, N \quad j = 1, 2, \dots, N$

donde $\phi_{ij}(t)$ representa la probabilidad de que la gota pase del estado i al j en el intervalo t y δ_{ij} es

$$\delta_{ij} = 1 \quad i = j$$

$$\delta_{ij} = 0 \quad i \neq j$$

En notación matricial,

$$\Phi(t) = W(t) + \int_0^t d\tau [P \square Z(\tau)] \Phi(t-\tau) \quad (3.24)$$

donde la operación $P \square Z(\tau)$ representa la multiplicación de los elementos correspondientes.

La ecuación 3.24 no lleva lejos porque es muy difícil resolverla, y es imposible generalizar los resultados. No obstante, se pueden hacer dos suposiciones para simplificar las cosas:

1. Los tiempos de retención, τ_{ij} , son independientes del estado destino. Entonces:

$$\begin{aligned} z_{ij}(\tau) &= w_i(\tau) \\ P \square Z(\tau) &= W(\tau) \cdot P(\tau) \end{aligned} \quad (3.25)$$

2. Los tiempos entre los eventos están bien descritos por la función de densidad exponencial. Así, el tiempo de retención de la gota en un río de orden i se da por

$$w_i(\tau) = \lambda_i e^{-\lambda_i \tau} \quad \text{y} \quad w_j(\tau) = e^{-\lambda_i \tau} \quad (3.26)$$

donde λ_i es un tiempo de espera medio diferente para cada orden de río.

La primera suposición es realista para el viaje de la gota; la segunda se plantea como una hipótesis razonable.

La matriz de tiempo medio de espera es Λ^{-1} , donde

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & & 0 \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

λ_i , es el inverso del tiempo medio de espera en un rfo de orden i .

Las dos hipótesis previas permiten una simplificación drástica de la 3.24. Si se define la matriz de relación de transición como, $A = \Lambda(P-I)$

$$A = \begin{bmatrix} -\lambda_1 \sum_{j>1} p_{1j} & \lambda_1 p_{12} & \lambda_1 p_{13} & \dots & 0 \\ 0 & -\lambda_2 \sum_{j>2} p_{2j} & \lambda_2 p_{23} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

la matriz probabilística para el intervalo de transición es [Howard, 1971]

$$\Phi(t) = e^{At} \quad (3.29)$$

donde el segundo término de la ecuación anterior se define como $I + At + (A^2 t^2 / 2!) + \dots$.

La meta final es la matriz probabilística de estado, $\theta(t)$, cuyos elementos, $\theta_i(t)$, dan la probabilidad de que la gota ocupe el estado i en el tiempo t ,

$$\theta(t) = \theta(0) \cdot \Phi(t) \quad (3.30)$$

donde $\theta(0)$ representa el vector-renglón probabilístico del estado inicial con la misma interpretación que se dió en la 3.21. $\theta(t)$ depende del carácter espacial de la precipitación, pero bajo nuestra suposición de una precipitación uniforme, es fácil de calcular.

Realmente, interesa sólo el último término del vector-renglón $\theta(t)$, que de la probabilidad que la gota está en la cubeta, o en la salida de la cuenca o vertiente, en el tiempo t . Howard [1971] demuestra que la transformación exponencial de la 3.29 está dada por

$$\Phi'(t) = [sI - A]^{-1} \quad (3.31)$$

Así, con fin de encontrar $\Phi(t)$, se necesita solamente la ecuación 3.31 y, posteriormente, hacer una inversión directa de la transformación matemática.

Esta ecuación se puede representar a través de una forma de expansión fraccional parcial:

$$[sI - A]^{-1} = \frac{1}{s} [a_{ij}] + \frac{1}{s + \lambda_1} [b_{ij}] + \frac{1}{s + \lambda_2} [c_{ij}] + \frac{1}{s + \lambda_3} [d_{ij}] + \dots \quad (3.32)$$

Esta ecuación es la expresión de $\Phi'(t)$ y la matriz de la probabilidad de transición del intervalo se obtiene por la transformación exponencial inversa,

$$\Phi(t) = [a_{ij}] + e^{-\lambda_1 t} [b_{ij}] + e^{-\lambda_2 t} [c_{ij}] + e^{-\lambda_3 t} [d_{ij}] + \dots \quad (3.33)$$

Como se expuso anteriormente de la expresión 3.30, sólo interesan los términos de la última columna de esta expresión matricial $\Phi(t)$, o sean los términos $\Phi_{iN}(t)$, $i=1,2,\dots,N$. Esta columna cuando se multiplica por el vector renglón $\theta(0)$ de la ecuación 3.30 lleva a $\theta_N(t)$, o sea la probabilidad de estado para el estado N .

Se obtienen directamente las siguientes términos para una cuenca de tercer grado, se deducen las siguientes ecuaciones (Rodríguez-Valdés, 1979):

$$a_{14} = 1 ; a_{24} = 1 ; a_{34} = 1 ; a_{44} = 1$$

$$b_{14} = \frac{\lambda_3 (\lambda_2 - \lambda_1 p_{13})}{(\lambda_2 - \lambda_1) (\lambda_1 - \lambda_3)} ; b_{24} = b_{34} = b_{44} = 0$$

$$c_{14} = \frac{\lambda_1 \lambda_3 p_{12}}{(\lambda_2 - \lambda_1) (\lambda_3 - \lambda_2)} ; c_{24} = \frac{\lambda_3}{\lambda_2 - \lambda_3} ; c_{34} = c_{44} = 0 \quad (3.34)$$

$$c_{34} = c_{44} = 0$$

$$d_{14} = \frac{\lambda_1 \lambda_2 - \lambda_1 \lambda_3 p_{13}}{(\lambda_3 - \lambda_1) (\lambda_2 - \lambda_3)} ; d_{24} = \frac{\lambda_2}{\lambda_3 - \lambda_2}$$

$$d_{34} = -1 ; d_{44} = 0$$

De acuerdo a los valores de los coeficientes nulos y de acuerdo a los términos

que interesan, la ecuación 3.33 resulta:

$$\begin{aligned}
 \phi_{14}(t) &= 1 + b_{14} e^{-\lambda_1 t} + c_{14} e^{-\lambda_2 t} + d_{14} e^{-\lambda_3 t} \\
 \phi_{24}(t) &= 1 + c_{24} e^{-\lambda_2 t} + d_{24} e^{-\lambda_3 t} \\
 \phi_{34}(t) &= 1 - e^{-\lambda_3 t} \\
 \phi_{44}(t) &= 1
 \end{aligned}
 \tag{3.35}$$

Donde el último elemento ϕ_{44} es el estado de retención.

Es fácil verificar que en todos los casos, cuando $t \rightarrow \infty$, $\phi_{iN} \rightarrow 1$, y cuando $t \rightarrow 0$, $\phi_{iN} \rightarrow 0$, lo cual tiene que ser cierto desde un punto de vista físico.

La probabilidad que una gota escogida aleatoriamente alcance la salida de la cuenca en el tiempo t (o antes), está dada por

$$\begin{aligned}
 \theta_N(t) &= \theta_1(0) \cdot \phi_{1N}(t) + \\
 &\quad \theta_2(0) \cdot \phi_{2N}(t) + \\
 &\quad \theta_3(0) \cdot \phi_{3N}(t) + \dots + \\
 &\quad \theta_{N-1}(0) \cdot \phi_{(N-1),N}(t)
 \end{aligned}
 \tag{3.36}$$

Aquí se ha considerado que $\theta_N(0) = 0$. Hasta este punto se debe agregar la irrelevancia de la entrada aleatoria, como un proceso continuo markoviano o

semimarkoviano.

Se ha definido $\theta_i(0)$ como la probabilidad de que el proceso se inicie en el estado i o, dicho de otra forma, que la gota empiece su viaje en un río de orden i . Así entonces se puede escribir

$$\theta_1(0) = \frac{A_1^*}{A_T} \quad \theta_2(0) = \frac{A_2^*}{A_T} \quad \dots \quad \theta_N(0) = \frac{A_N^*}{A_T} \quad (3.37)$$

donde A_i^* ($i=1,2,\dots,N$) representa el área total de orden i que drena directamente al río de orden i y A_T es el área total de la cuenca.

El HUI de la cuenca de orden Ω es ahora

$$\begin{aligned} HUI(t) = \frac{d\theta_N(t)}{dt} = & \theta_1(0) \cdot \frac{d\phi_{1N}(t)}{dt} + \\ & \theta_2(0) \cdot \frac{d\phi_{2N}(t)}{dt} + \dots + \\ & \theta_{N-1}(0) \cdot \frac{d\phi_{(N-1),N}(t)}{dt} \end{aligned} \quad (3.38)$$

donde N representa el estado de atrapado, $\Omega + 1$.

La meta es relacionar los términos $\theta_i(0)$ y los de $d\phi_{iN}(t)/dt$ con los números geomorfológicos de Horton.

Para una cuenca de cualquier orden, hay dos tipos de términos que conforman $d\phi_{iN}(t)/dt$, a decir, los términos de λ_i y los de p_{ij} . Estos últimos se pueden relacionar directamente con los parámetros geomorfológicos. Representan la probabilidad que una gota vaya de un río de orden i a otro de orden j . Puede surgir la interrogante, dado que se puede calcular directamente en cada caso de los mapas topográficos los términos anteriores. Esta es una de las metas principales, la de determinar si el orden geomorfológico de las cosas está relacionado a la respuesta hidrológica. Así, en vez de usar la ecuación 3.37 sólo como una herramienta para una derivación sintética del HUI en cada caso particular, es importante escribirla como una función de aquellos parámetros que expresan el origen geomorfológico como resultado de los dictados estructurales del espacio. De esta forma este hecho se ve como una manera de traer armonía y explicación a los infinitos patrones de la respuesta hidrológica que la naturaleza crea. Así que,

$$p_{1i} = \frac{\text{número de corrientes de orden 1 que drenan hacia las de } i}{\text{número total de corrientes de orden 1}} \quad (3.39)$$

$$i = 2, 3, \dots, (N - 1)$$

Hay un número N_1 , de ríos de orden 1, de los cuales $2N_2$ componen los ríos de orden 2. Los ríos restantes $(N_1 - 2N_2)$, de primer orden drenan hacia ríos de órdenes 2, 3, hasta de orden Ω , o bien $(N - 1)$. Según Smart [1968], se supone que las longitudes de las conexiones inferiores en una red dada son variables independientes aleatorias tomadas de una población común. Esta suposición implica que la distribución de las longitudes de las conexiones interiores son independientes del orden, magnitud o de cualquier otra característica topográfica, entonces se puede escribir que las $(N_1 - 2N_2)$ corrientes de orden 1 se unen con ríos de órdenes mayores de acuerdo con

$$(N_1 - 2N_2) \cdot \frac{\text{número de enlaces de orden } i}{\text{Total de enlaces de órdenes } 2, 3, \dots, \text{ y } (N-1)} \quad (3.40)$$

$$i = 1, 2, \dots, (N-1)$$

El número medio de conexiones de orden ω en una red finita de orden Ω es [Smart, 1971]

$$E(\omega, \Omega) = N_\omega \prod_{\alpha=2}^{\omega} \frac{N_{\alpha-1} - 1}{2N_\alpha - 1} \quad (3.41)$$

Por ejemplo, en promedio, el número de ríos de orden 1 que drenan a ríos de orden 2 es:

$$2N_2 + \frac{N_2}{2N_2 - 1} \cdot (N_1 - 2N_2) \quad (3.42)$$

La cual se puede escribir de acuerdo con las leyes geomorfológicas como:

$$p_{12} = \frac{R_B^2 + 2R_B - 2}{2R_B^2 - R_B} \quad (3.43)$$

De la misma manera, se estima

$$p_{13} = \frac{R_B^2 - 3R_B + 2}{2R_B^2 - R_B} \quad (3.44)$$

Igualmente se deben deducir los elementos p_{ij} como función de los parámetros geomorfológicos de Horton. Se hace lo mismo con las

probabilidades iniciales $\theta_i(0)$. La ecuación 3.44 representa

$$\theta_i(0) = \frac{\text{(total de área que drena a la corriente de orden } i)}{\text{el área total de la cuenca}} \quad (3.45)$$

$$\theta_\omega(0) = \frac{N_\omega}{A_\omega} * [A_\omega - \sum_{j=1}^{\omega-1} A_j (N_j * \frac{P_{j\omega}}{N_\omega})] ; \quad \omega = 2, 3, \dots, \Omega \quad (3.46)$$

Así también se puede encontrar una relación con los números de Horton:

$$\begin{aligned} \theta_1(0) &= \frac{A_1^*}{A_T} = \frac{N_1 \bar{A}_1}{A_T} = R_B^2 R_A^{-2} \\ \theta_2(0) &= \frac{A_2^*}{A_T} \quad \dots \quad \theta_N(0) = \frac{A_N^*}{A_T} \end{aligned} \quad (3.47)$$

que requiere un poco de análisis para reescribir $A_2^*, A_3^*, \dots, A_N^*$.

Con un análisis similar se establece que el área promedio que drena directamente a ríos de orden 2 y las correspondientes relaciones con los números de Horton son:

$$\bar{A}_2 - \bar{A}_1 \left[\frac{N_1 - 2N_2}{2N_2 - 1} + 2 \right] \quad (3.48)$$

y

Del mismo modo, se obtiene

$$\theta_2(0) = \frac{N_2}{A_T} \left[A_2 - A_1 \left(\frac{N_1 - 2N_2}{2N_2 - 1} + 2 \right) \right] \quad (3.49)$$

$$= \frac{R_B}{R_A} - \frac{R_B^3 + 2R_B^2 - 2R_B}{R_A^2(2R_B - 1)}$$

$$\theta_3(0) = 1 - \frac{R_B}{R_A} - \frac{1}{R_A^2} \left[\frac{R_B(R_B^2 - 3R_B + 2)}{2R_B - 1} \right] \quad (3.50)$$

Hay algunas restricciones matemáticas que imponen los valores que R_B y R_A pueden tomar. Obviamente, todos los valores de $\theta_i(0)$ tienen que quedar entre 0 (cero) y 1, además también $\sum_i \theta_i(0) = 1$. Una de estas restricciones es que para cualquier orden de Ω se requiere que $R_A > R_B$. Similarmente otra restricción aparece para R_A/R_B en $\theta_i(0)$ de orden superior. De una simple evaluación de las ecuaciones, y de algunos pruebas experimentales se concluye que se debe cumplir que $R_A/R_B > 1.2$. Aun para valores más pequeños, en la mayoría de los casos la generalización sigue válida. Este problema matemático -que para valores inusualmente altos de R_B y R_A se puede obtener un valor negativo de $\theta_i(0)$ (que no tiene significado)- no parece imponer mayores limitaciones para el estudio de las cuencas hidrológicas. En cualquier caso, estas restricciones siguen de la suposición básica del desarrollo topográfico aleatorio de las redes de drenaje. Si se regresa a la ecuación 3.34 para observar los parámetros λ_i ($i=1,2,3\dots$) se tiene lo siguiente. Se supone que el tiempo de espera de una gota en un estado de orden i es una variable aleatoria con una distribución exponencial con respecto a λ_i . Por lo tanto

$$E[\text{ tiempo de espera en el estado } i] = \lambda_i^{-1} \quad (3.51)$$

De esta manera, λ_i^{-1} es el tiempo medio pasado por la gota en el estado i cuando se considera tanto el tiempo pasado en el escurrimiento superficial como el transcurrido en el caudal. La importancia del tiempo de espera del escurrimiento superficial parece ser menor a la del tiempo de espera en el río.

Cuando se consideran las gotas que viajan por un río de orden i , la mayoría de ellas vendrán de dos ríos de orden $i-1$ que forman el río bajo estudio, o de ríos tributarios que desagüen a lo largo del río de orden i . Las únicas gotas que se ven afectadas por el tiempo de espera superficial, son aquellas que se vierten directamente por flujo superficial al río de orden i . Estas gotas son en número muy inferiores, en general, al de las del grupo arriba descrito; por lo tanto se considera que, en términos promedios, el tiempo de espera medio en el estado i será el tiempo de espera en el caudal. Sólo para los ríos de orden 1, se esperaría ver que la mayoría de las gotas, con excepción de la precipitación al canal, son afectadas por el tiempo de espera superficial; debido al menor tamaño de las áreas de orden 1, se considera que este tiempo es de una importancia menor en el HUI global.

Las ecuaciones para las probabilidades iniciales, $\theta_i(0)$, y para las probabilidades de transición, p_{ij} , como una función de los números de Horton, permanecen sin cambio ya que no se ven afectados por el estado de cuencas de orden mayor.

Las λ_i deben contener tanto un efecto por tamaño o escala como el componente dinámico de la respuesta. Se requiere un número de λ_i igual al orden Ω de la cuenca; no obstante, se puede abordar este problema de manera sencilla dejando que v represente la velocidad de caudal en la cuenca aportadora. Entonces, de acuerdo a la ecuación 2.2

$$\lambda_i = v / \bar{L}_i \quad (3.52)$$

que implica, al tomar en cuenta a la ecuación 2.4 definida anteriormente

$$\lambda_1 = v/\bar{L}_1 \quad \lambda_2 = \lambda_1 \cdot R_L^{-1} \quad \lambda_3 = \lambda_1 \cdot R_L^{-2} \quad \dots \quad (3.53)$$

En este planteamiento se supone que para un evento precipitación-escurrimiento dado, la velocidad en cualquier momento es aproximadamente la misma en toda la red de drenaje.

La suposición previa se basa en el estudio pionero de Leopold and Maddock [1953] que se ha validado muchas veces en otros estudios, de los cuales el más reciente es de Pilgrim [1977]. Leopold y Maddock demostraron que el cambio de velocidad en dirección río abajo, cuando se considera una descarga de una frecuencia dada a través de la cuenca, es muy pequeño. Cambios en la anchura, profundidad y posiblemente en la rugosidad, compensan los efectos de pendientes que producen, en teoría, un incremento muy pequeño en la velocidad cuando se avanza río abajo durante una descarga de frecuencia fija. Pilgrim (1977) encontró en experimentos usando trazadores, que la velocidad promedio tiende a ser virtualmente constante en la dirección río abajo.

La ecuación 3.47 ahora define todas las λ_i como una función sólo de un parámetro dinámico v , de la relación de longitud de Horton R_L y un factor de escala o tamaño \bar{L}_1 (o cualquier otra \bar{L}_i). Debido a que es más fácil medir con alta precisión \bar{L}_1 , es mejor usar \bar{L}_0 como un factor de escala y escribir la \bar{L}_i como función de \bar{L}_0 .

Es importante señalar que los HUI dependen de los distintos valores de los parámetros geomorfológicos para una velocidad fija o bien, para los mismos parámetros geomorfológicos con velocidad variable.

III.4 El HUI geomorfológico. Tiempo y gasto pico

Si se expresa el HUI en función de R_A , R_B , R_L , la velocidad v y el parámetro de escala L_Q . La velocidad v en este caso indica que el HUI varía tanto entre tormenta y tormenta como durante la misma. Esto da la clave para el análisis del HUI con variación de tiempo. Cuando se usan métodos del hidrograma unitario, la dependencia del HUI sobre la velocidad, tiene serias implicaciones en las maneras de plantear un problema de diseño o, en general, la estimación del gasto pico y el tiempo asociado al gasto pico de una tormenta real. Este tema fue discutido por Rodríguez-Iturbe et al [1979]. De los análisis del HUI, los cuales se basan en el hecho de que se obtienen diferentes HUIS para distintas tormentas y la variación se atribuye comúnmente a las no-linealidades del sistema que, claro es, pueden existir, se pueden contestar en términos de un HUI con variación de tiempo. El efecto de v sobre el HUI se demostrará a continuación. Lo que quiere decir, es que los resultados indican que los efectos no-lineales anidados en la respuesta de una cuenca, se manifiestan en la velocidad de la descarga; así un marco lineal con variación en tiempo, que evoluciona con la velocidad, es válido con respecto al problema.

El marco matemático propuesto también hace posible estudiar con bases sistemáticas:

- (1) algunos de los efectos de una precipitación no-uniforme en una función de respuesta derivada. El estudio puede llevarse a cabo si se varían las probabilidades del estado inicial $\theta_i(0)$ e iluminaría la importancia relativa de las diferentes estructuras que componen la cuenca en su respuesta hidrológica.
- (2) el efecto de la infiltración y otras pérdidas en las distintas sub-unidades geomorfológicas de la cuenca en su respuesta hidrológica. Este estudio se realizó con otro estado adicional a la representación de la cuenca. Este estado explica la transformación de precipitación a lluvia efectiva, y hay una probabilidad de transición de cada orden de río a este nuevo estado. Un punto importante es que este análisis se puede hacer de forma general, sin

subscribirse a ninguna cuenca.

Las ecuaciones para cuencas de cualquier orden se pueden derivar con el mismo marco. Aunque la derivación es sencilla, los procedimientos son prolongados. Aun así, esta consideración es irrelevante porque las ecuaciones para todos los órdenes se relacionan, como se demostrará en la siguiente sección. Es importante notar aquí, que diferentes hidrólogos asignarán distintos valores al Ω para la misma cuenca, con base en su juicio y a la escala del mapa. Por otro lado, R_A , R_B , y R_L no dependen de la escala del mapa. Claramente, el HUI debe ser igual para todos los hidrólogos, pero las ecuaciones son diferentes en su estructura funcional porque representan diferentes valores de Ω .

El pico y el tiempo al pico del HUI: Una síntesis geomorfológica

Las características más importantes de un HUI son el gasto pico, q_p , y el tiempo asociado a este gasto pico, t_p . Desafortunadamente, la suma de las funciones exponenciales en la expresión del HUI no se presta a la manipulación matemática para obtener el máximo de la función. Así, se ha empleado una aproximación precisa que abarca los valores de q_p y t_p , obtenidos con computadora de las expresiones del HUI para diferentes velocidades en el rango de 0.5-6 m/s y para $\Omega = 3, 4$ y 5 con un \bar{L}_1 (el factor de escala) que varía de 125 a 2000 m. Rodríguez Iturbe y Valdés (1979) realizan cálculos para 126 combinaciones de valores de R_A , R_B , y R_L en los rangos de 3.0 - 6.0, 2.5-5.0 y 1.4-4.1. Para valores fijos de R_A , R_B , y R_L , \bar{L}_1 y Ω , se nota que q_p y t_p están relacionadas sencillamente con la velocidad v .

De acuerdo a Rodríguez y Valdés q_p y t_p de las ecuaciones del HUI para un cálculo típico se pueden ajustar extremadamente bien, a través de una dependencia funcional simple con v . Las relaciones seleccionadas son

$$q_p = \Delta \cdot v \quad (3.54)$$

$$t_p = k/v \quad (3.55)$$

donde Δ y k dependen de $R_A, R_B, y R_L$ y Ω Y las ecuaciones 3.54 y 3.55 ajustan extremadamente bien la dependencia de q_p y t_p sobre v , y se obtienen valores del coeficiente de correlación R^2 indistinguibles de la unidad.

La dependencia funcional de q_p y t_p sobre el término de v , incluido en las 3.54 y 3.55, es por esperarse; si se aproxima el HUI con un triángulo, entonces

$$\frac{(q_p \cdot t_b)}{2} = 1 \quad (3.56)$$

donde t_b representa el tiempo base, o la duración total del HUI. El t_b es el tiempo que tarda la última gota de la precipitación unitario de estímulo, en llegar a la vertiente de la cuenca. Así t_b es alguna longitud sobre una cierta velocidad, y q_p será una velocidad sobre una longitud. Por lo tanto, Δ y k tienen dimensiones de L^{-1} y de L , respectivamente.

La tarea ahora es de encontrar la dependencia geomorfológica de, Δ y k .

Con valores fijos de \bar{L}_1 y Ω , se realizó un análisis de regresión entre las 126 combinaciones de $R_A, R_B, y R_L$ contra Δ y k . Las regresiones, con mejor ajuste, son del tipo multiplicativo. Por ejemplo

$$k = \alpha R_B^{\beta_1} R_A^{\beta_2} R_L^{\beta_3} \quad (3.57)$$

Con todos los coeficientes de regresión, R^2 , superiores al 0.97 y la mayoría arriba del 0.99, están reportados por Rodríguez-Iturbe et al [1979].

La generalización de estos resultados, se puede entender mejor en términos de un ejemplo. Para una cuenca de tercer orden $\Omega = 3$, con un parámetro de tamaño, $\bar{L}_1 = 500$ m. se obtienen las siguientes ecuaciones de regresión para Δ y k :

$$\Delta = 2.61 R_L^{-1.57} \quad R^2 = 0.997 \quad (3.58)$$

$$k = 0.22 R_B^{0.56} R_A^{-0.55} R_L^{1.62} \quad R^2 = 0.993 \quad (3.59)$$

Para $\Omega = 3$, con $\bar{L}_1 = 1000$ m se obtienen las siguientes ecuaciones de regresión para Δ y k :

$$\Delta = 1.31 R_L^{-1.57} \quad R^2 = 0.997 \quad (3.60)$$

$$k = 0.44 R_B^{0.56} R_A^{-0.55} R_L^{1.62} \quad R^2 = 0.992 \quad (3.61)$$

El punto clave es que, para Ω fija, los exponentes de las variables R_A , R_B , y R_L queden prácticamente sin cambio para todos los valores de \bar{L}_1 . El coeficiente al inicio de la ecuación, para ambos Δ y k , es casi exacta

proporción al tamaño de \bar{L}_1 en todos los casos analizados. De esta manera, para $\Omega = 3$, podemos escribir las ecuaciones generales:

$$\Delta = 1.31 / \bar{L}_1 \cdot R_L^{-1.57} \quad (3.62)$$

$$k = 0.44 \bar{L}_1 R_B^{0.55} R_A^{-0.55} R_L^{1.62} \quad (3.63)$$

donde \bar{L}_1 se expresa en kilómetros, porque usamos los coeficientes obtenidos para $\bar{L}_1 = 1000$ m.

El papel de Ω se detecta cuando se nota que, para el mismo \bar{L}_1 se encuentra

$$\Delta_{\Omega+1} = \theta_{\Omega} / (R_L)^i \quad (3.64)$$

$$k_{\Omega+1} = k_{\Omega} \cdot (R_L)^i \quad (3.65)$$

Cabe señalar que mientras Ω depende de la escala del mapa y el juicio subjetivo, no es así con los números de Horton, y las ecuaciones 3.57 y 3.58 dan los mismos valores de Δ y k para una cuenca, que dos hidrólogos pueden identificar con diferentes valores de Ω . Esta es una característica conveniente y necesaria para que el marco tenga un valor práctico.

Las ecuaciones 3.64 y 3.65 soportan bien para todos los casos individuales. Se puede re-escribir la 3.62 y la 3.63 para un valor de $\Omega = 3$, como una pareja de ecuaciones:

$$\Delta = \frac{1.31}{L_Q R_L^{1-Q}} R_L^{-1.57} \quad (3.66)$$

$$k = 0.44 L_Q R_L^{1-Q} R_B^{0.55} R_A^{-0.55} R_L^{1.62}$$

y para cualquier Q y cualquier \bar{L}_1 , se obtiene

$$\Delta = \frac{1.31}{L_Q R_L^{1-Q}} R_L^{-1.57} \frac{1}{R_L^{Q-3}} \quad (3.67)$$

$$k = 0.44 L_Q R_L^{1-Q} R_B^{0.55} R_A^{-0.55} R_L^{1.62} R_L^{Q-3}$$

que se simplifica a

$$\Delta = \frac{1.31}{L_Q \cdot R_L^{0.43}} \quad (3.68)$$

$$k = 0.44 L_Q R_B^{0.55} R_A^{-0.55} R_L^{-0.38} \quad (3.69)$$

Las ecuaciones 3.68 y 3.69 son las ecuaciones generales básicas que permiten la estimación del gasto pico y el tiempo al gasto pico del HUI por medio de las relaciones

$$q_p = \Delta \cdot v \quad t_p = k/v \quad (3.70)$$

En la ecuación 3.68, Δ representa la pendiente de la línea q_p (h^{-1}) versus v (m/s); así, con L_0 en kilómetros, se estima Δ por medio de la ecuación 3.68, y se multiplica su valor por la velocidad en metros por segundo para obtener q_p (h^{-1}). De la misma forma, el k deducido por la ecuación 3.69, cuando se divide por v (m/s), se obtiene un estimado de t_p en horas.

Es interesante notar que el producto, $q_p \cdot t_p$, es independiente de la velocidad v y de la variable de escala L_0 . y se designa como el producto IR adimensional, se puede escribir

$$IR = q_p \cdot t_p = 0.58 (R_B / R_A)^{0.85} \cdot R_L^{0.05} \quad (3.71)$$

Para el rango de valores que se puede encontrar en la naturaleza, IR se simplifica a

$$IR = 0.58 (R_B / R_A)^{0.85} \quad (3.72)$$

La proporción IR es una constante para cada cuenca, e indica que la descripción del HUI se puede lograr, en términos prácticos, con un sólo parámetro (en este caso, q_p o t_p).

IV APLICACIONES

Una vez que se ha descrito las bases sobre las cuales se sustenta la teoría del hidrograma unitario instantáneo geomorfológico, es necesario mostrar su aplicación; además, comparar el resultado con registros reales o calculados con otros métodos. Esta técnica está encaminada para emplearse en cuencas no controladas, que pueden ser grandes o pequeñas. Para llevar a cabo estos planteamientos es necesario seleccionar una cuenca que disponga de datos hidroclimatológicos registrados.

Con este propósito se eligió la cuenca del río Grijalva. En particular se escogió la porción no controlada de esta cuenca, que corresponde a la cuenca del río

de la Sierra con sus correspondientes afluentes: Puyacatengo, Teapa y Pichucalco.

La cuenca del río Grijalva pertenece a la vertiente del Golfo de México. en la parte sureste de la República Mexicana. Se localiza en los estados de Tabasco y Chiapas, principalmente. Forma parte de la Región Hidrológica Núm. 30 (llamada Grijalva-Usumacinta) la cual comprende los estados mencionados así como el de Campeche y parte del vecino país de Guatemala (figura 4.1).

El río Grijalva se origina en los arroyos que nacen en los repliegues de la falda

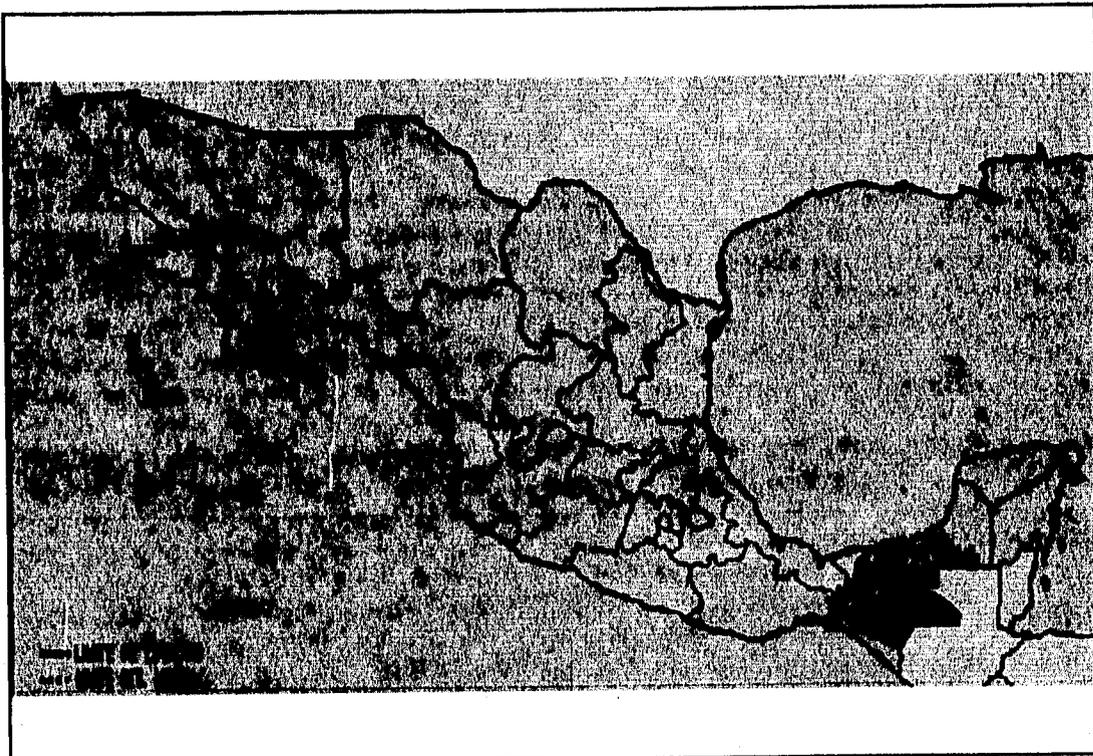


Figura 4.1.- Ubicación de la cuenca del río Grijalva

este de los montes Cuchumatanes de Guatemala y después de recorrer 600 km aproximadamente de tierras chiapanecas entra en el estado de Tabasco.

Tres de los principales formadores son los ríos Lagartero, Dolores y Salegua que al unirse en el territorio mexicano cerca de la frontera forman el río San Gregorio. Aguas abajo se le une el río San Miguel, el cual tiene la mayor parte de su cuenca en territorio de Guatemala, dando origen al río Grijalva; en este tramo el río corre en dirección noroeste y recibe por su margen derecha al río Blanco, el cual se forma en el altiplano central de Chiapas; y por su margen izquierda recibe a los ríos Santo Domingo, Salinas Grande y La Concordia, los cuales bajan de la Sierra Madre de Chiapas. Después de cruzar el estado de Chiapas entra al estado de Tabasco.

En la zona denominada de "La Chontalpa", el río se divide o sufre una separación dando origen a los ríos Carrizal y Samaria. Este último se mueve hacia una zona lagunaria y el primero de éstos cruza la ciudad de Villahermosa, Tab. para finalmente unirse a la corriente del río Usumacinta. Este río Carrizal recibe por su margen derecha, a la altura de la ciudad de Villahermosa, los escurrimientos de la cuenca libre del río de la Sierra. En la figura 4.2 se puede apreciar a mayor detalle de la cuenca del río Grijalva.

La parte alta del río Grijalva cuenta con infraestructura de control de avenidas como son las presas La Angostura, Chicoasén, Netzahualcóyotl y Peñitas (figura

4.2). Por otro lado, la parte no controlada del río Grijalva está formada por el sistema fluvial que comprende los ríos Mezcalapa, Samaria, Carrizal y de la Sierra. Aguas abajo de la presa Peñitas, última del sistema de presas, se localiza la zona denominada "Hoya de la Chontalpa", donde se encuentran las ciudades de Cárdenas y Villahermosa. En la figura 4.3 se muestra el sistema fluvial mencionado. Aguas abajo de esta presa, la corriente Grijalva cambia al

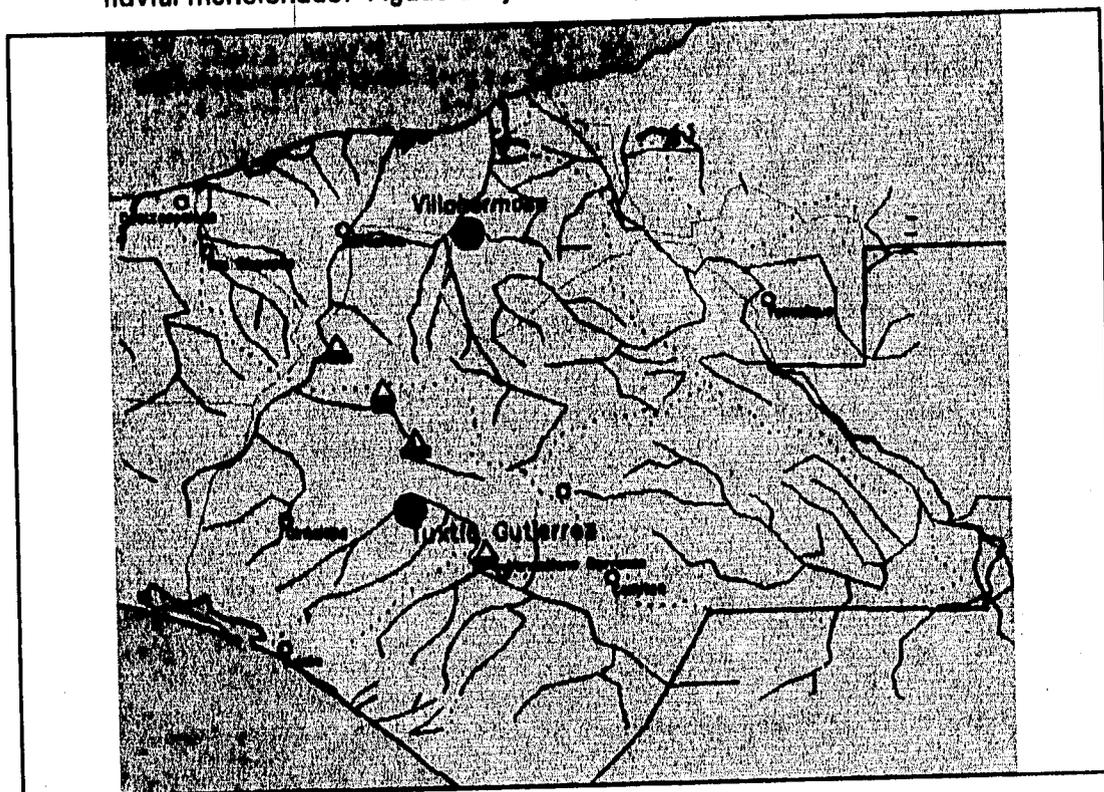


Figura 4.2.- Cuenca del río Grijalva

nombre de Mezcalapa. En dirección del flujo se encuentra la bifurcación de los ríos Samaria y Carriza, la cuenca del río de la Sierra con sus cuencas generadoras y sus estaciones hidrométricas. Todos ellos forman una planicie de inundación alrededor de la ciudad de Villahermosa.

La cuenca del río de la Sierra, elegida para este estudio, se dividió en sus cuatro subcuencas formadoras: río Pichucalco, río Teapa, río Puyacatengo y río Tacotalpa o de la Sierra (figura 4.4). Estas subcuencas se limitaron hasta el sitio de sus respectivos controles hidrométricos: estaciones Pichucalco, Teapa,

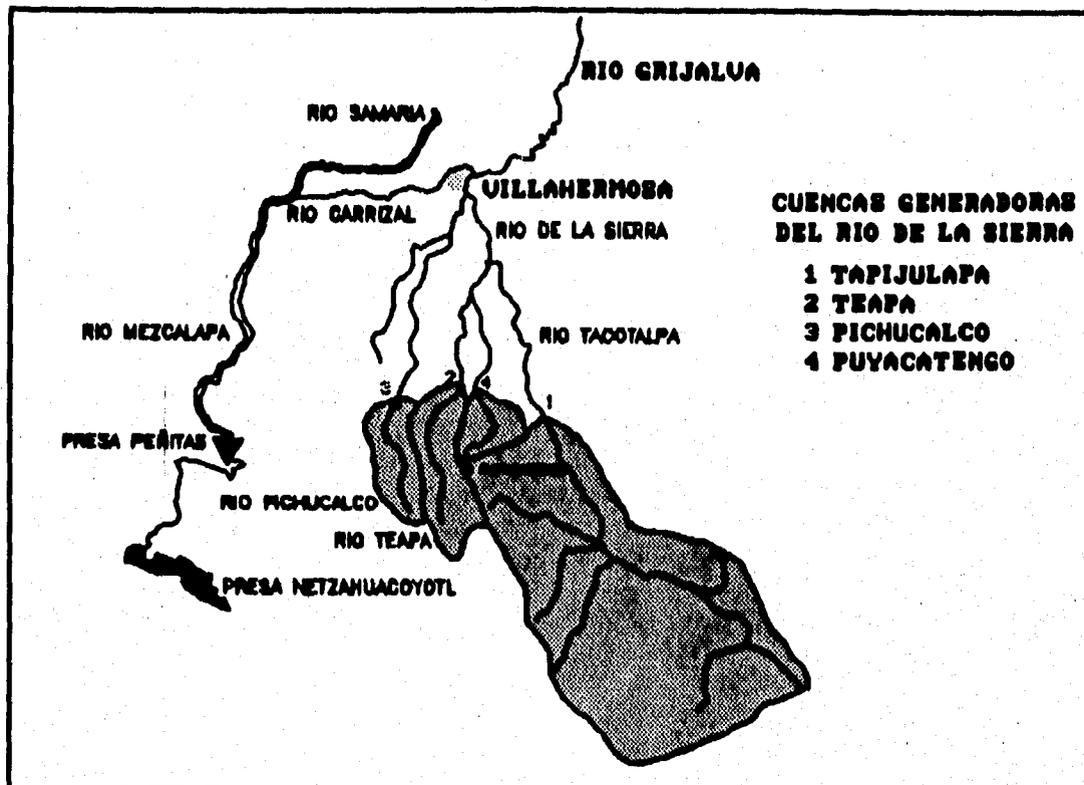


Figura 4.3.- Cuenca del río de la Sierra. Subcuenca no controlada del río Grijalva.

Puyacatengo y Tapijulapa, respectivamente (figura 4.4). Las áreas de estas subcuencas son menores a 5,000 km² (Pichucalco 411 km², Teapa 476 km², Puyacatengo 169 km² y Tapijulapa 3219 km²).

El cauce principal de la cuenca del río de la Sierra nace a unos 2100 msnm en

un punto situado a 12 km al noroeste de San Cristóbal de las Casas, Chis.

Los nombres que toma esta corriente desde su nacimiento son Chacté, Oxolotán, Tacotalpa y finalmente De la Sierra. Este río en general corre de sur a norte. Aproximadamente a 17 km antes de llegar a la ciudad de Villahermosa recibe las aportaciones de su último afluente, el río Pichucalco. En su recorrido

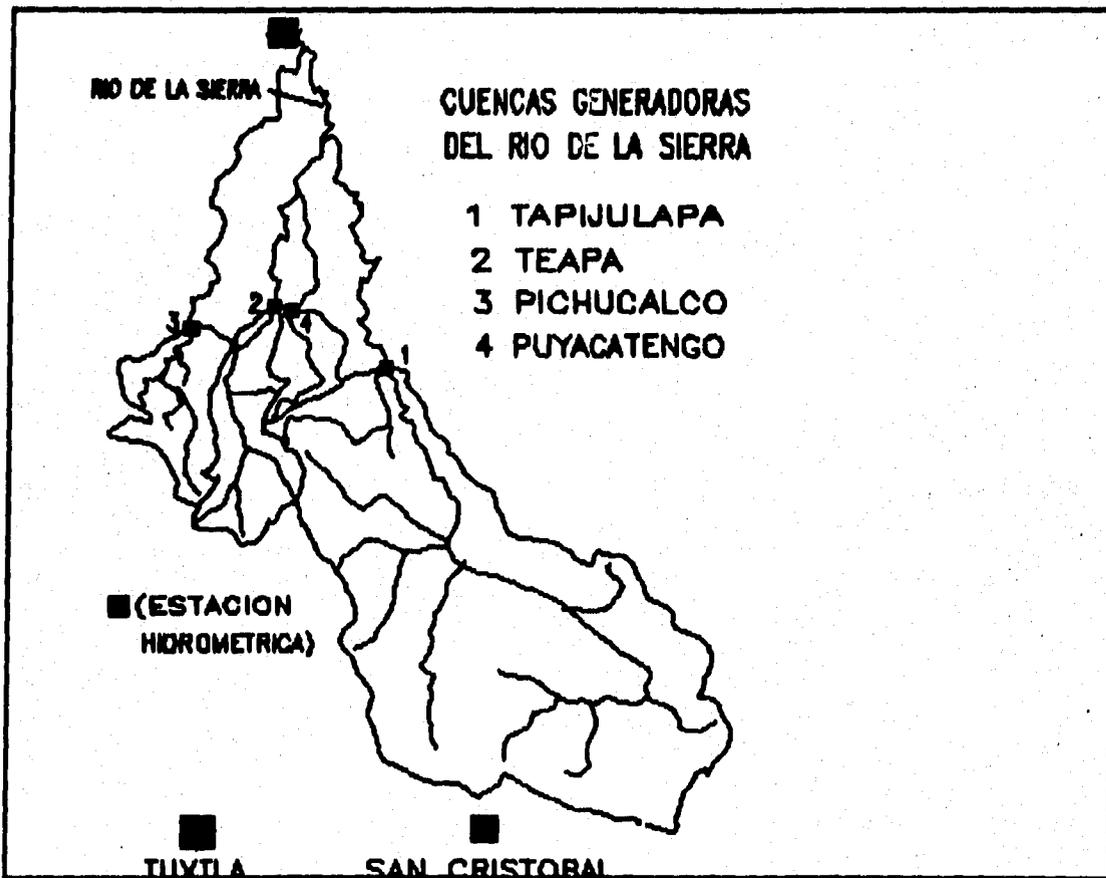


Figura 4.4.- Cuenca del río de la Sierra.

hasta la estación hidrométrica en estudio tiene una longitud de 122 km. Por

otro lado los ríos de Teapa y Pichucalco nacen dentro de la meseta central de Chiapas, en el cerro de Tzucicquixmé de 1715 msnm.

Desde el punto de vista geológico, la cuenca del río de la Sierra se origina en la Sierra Madre de Chiapas y de la Sierra del Soconusco, las cuales tienen su origen en el período Mesozoico, en correspondencia con el relieve definido de máxima antigüedad y a medida que se consideran puntos cada vez más cercanos al litoral se pasa por zonas con predominio de formaciones geológicas del Jurásico y Cretácico. Cerca de la costa el material que forma la zona corresponde a los períodos Paleoceno, Eoceno, Oligoceno y Pleistoceno.

IV.2 Parámetros geomorfológicos

Para definir el ordenamiento de orden de ríos de acuerdo a Strahler (1957) y aplicar las leyes de Horton (1945), así como para obtener los parámetros geomorfológicos, se cuenta con los planos de Detenal escala 1:100,000 y 1:250,000. En los planos de esta última escala se delimitaron las cuencas hidrográficas de los ríos de la Sierra, Puyacatengo, Teapa y Pichucalco, de acuerdo al ordenamiento que ha propuesto por Strahler. De acuerdo a este ordenamiento se calcularon las áreas, longitudes de los ríos y el número de corrientes para cada orden de corriente. En la figura 4.5 se muestra las cuencas hidrográficas de estos ríos.

En las tablas 4.1 a 4.4, (ubicadas en la parte final de este trabajo) se muestran los valores obtenidos con una primera aproximación. Como puede observarse en las tablas 4.1 y 4.1.b, la cuenca del río De la Sierra contiene el número mayor de corrientes de todos los órdenes. En el caso de las corrientes de orden uno se obtuvo para este río un número total de 18, para las de segundo orden 12 y, finalmente, para las de tercer orden sólo 2. De la misma manera, las longitudes y áreas también corresponden a las más grandes que el resto; por ejemplo para la suma de longitudes de orden uno se tienen cerca de los 303 km y suma de áreas de 2260 km²; para el orden segundo 112 y cerca de 800 suma de longitudes y áreas; finalmente para las de orden tercero se tienen 43 km de suma de longitudes de río y 280 km² de suma de áreas. En los casos de las cuencas de los ríos Teapa y Pichucalco, también los órdenes de las corrientes resultaron de grado

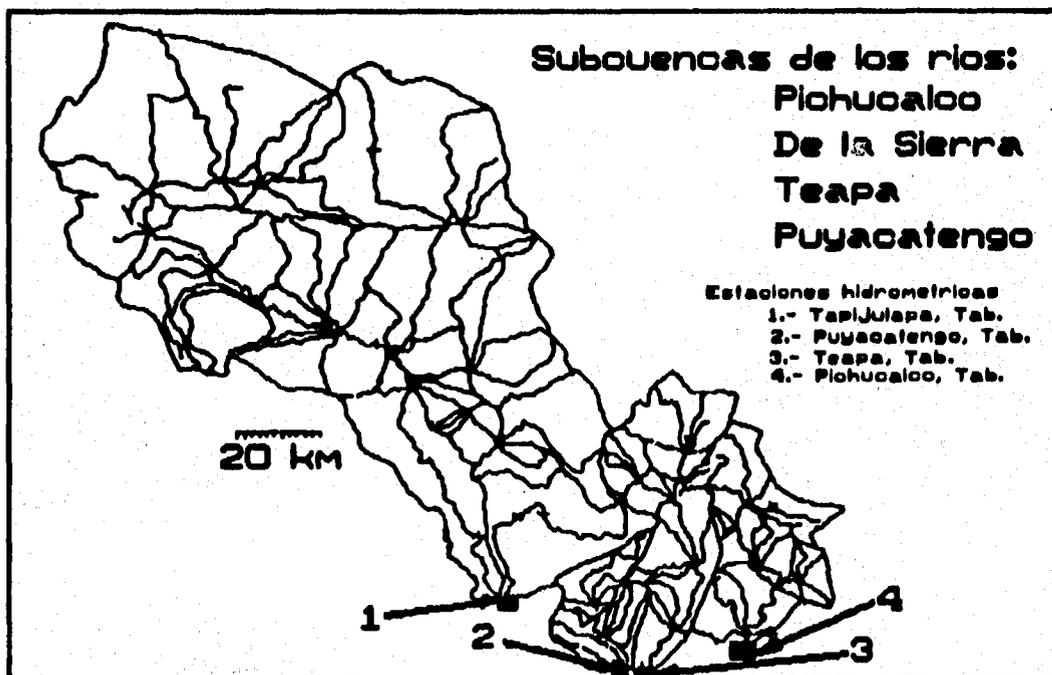


Figura 4.5.- Subcuencas hidrográficas del río De la Sierra

tercero. El río Puyacatengo, debido a su pequeña dimensión y los planos que se utilizaron, resultó de segundo orden.

Adicionalmente, para el río de la Sierra se calculó su perfil y su pendiente media, la cual resultó de 0.0078, aproximadamente la mitad si se considera el desnivel total (figura 4.6). De manera similar también se obtuvieron los perfiles y pendientes del cauce de los ríos Pichucalco, Teapa y Puyacatengo, los cuales se muestran en las figuras 4.7 a 4.9

Una vez que se definieron el número de orden de las corrientes y se midieron la longitud y el área de cada corriente y cuenca, se calcularon los números o relaciones de Horton. Este mismo proceso se llevó a cabo para los ríos Pichucalco, Teapa y Puyacatengo.

Los parámetros de Horton calculados de acuerdo al empleo de toda la información de los órdenes de corrientes se muestran en las tablas 4.5 a la 4.7. Para el cálculo de estos valores se realizó un análisis de regresión entre el número de corrientes y los parámetros de longitud del cauce del río, y también, en forma independiente, el del número de corrientes y el área de cuenca. De ésta manera se obtuvieron los tres parámetros de Horton como son la relación de áreas, de longitud y de bifurcación. Por ejemplo, en la tabla 4.5, para el río de la Sierra se tiene: los primeros renglones de las columnas continen los valores de características fisiográficas de los ordenes de río; los siguientes renglones los resultados de las regresiones y el último los valores de los parámetros de Horton.

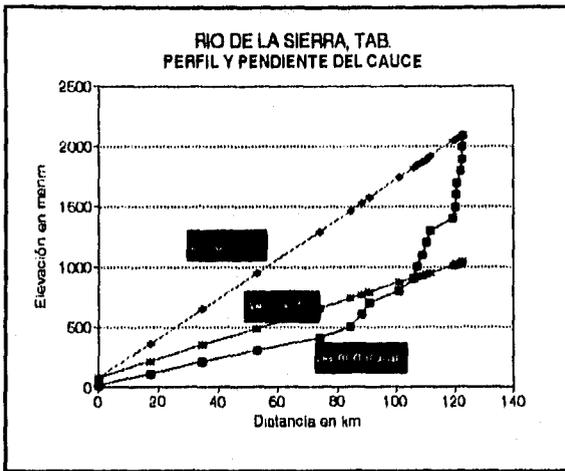


Figura 4.6.- Perfil y pendiente del río De la Sierra, Tab.

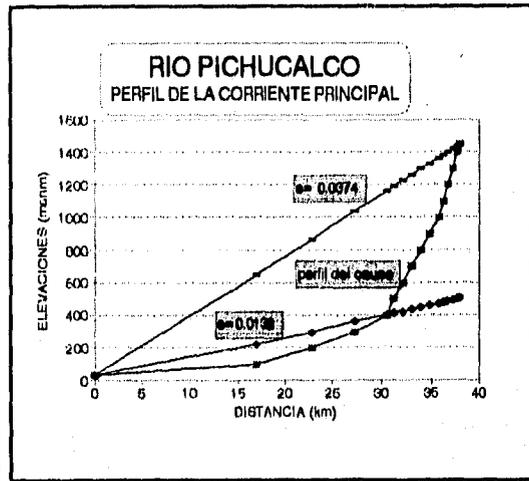


Figura 4.7.- Perfil y pendiente del río Pichucalco, Tab.

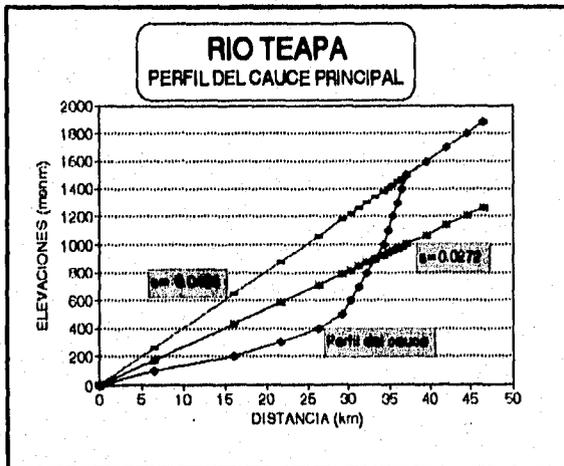


Figura 4.8.- Perfil y pendiente del río Teapa, Tab.

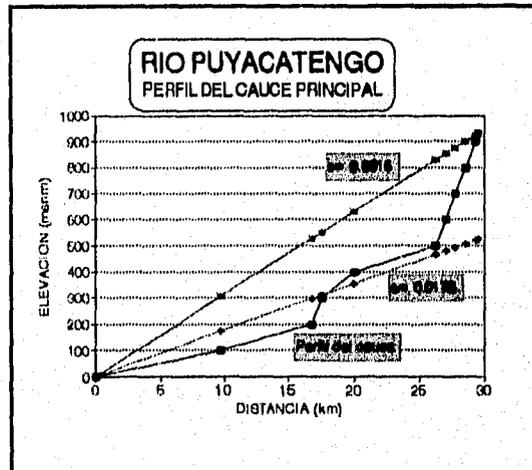


Figura 4.9.- Perfil y pendiente del río Puyacatengo, Tab.

Como puede observarse en las figuras 4.10 a 4.12 no hay linealidad, especialmente en la relación de longitudes de río y en la de áreas. Para fines de la aplicación de esta metodología se dedujeron otros valores de los parámetros mencionados. En este nuevo enfoque se consideró a sólo dos puntos de cada una de las relaciones que emplea

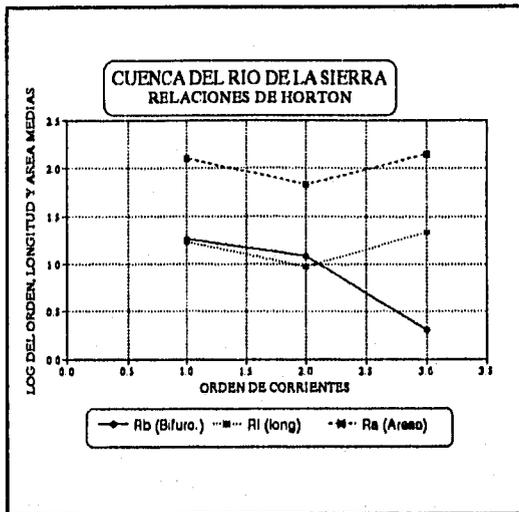


Figura 4.10.- Log del número de corrientes y de la media de la longitud y del área contra el orden de corrientes.

Horton: relación número de orden-longitud de río y número de orden relación de áreas. De esta forma se obtuvieron resultados más congruentes con los que ofrece la teoría de Rodríguez. En la tabla 4.8, ubicada al final del trabajo, se presentan los valores originales y en la tabla 4.9 los obtenidos con el criterio señalado. Asimismo, Para el río de la Sierra

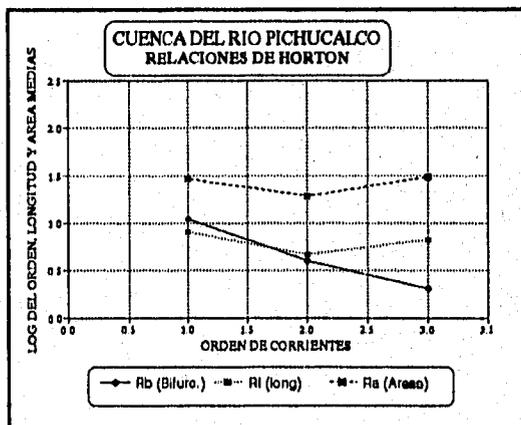


Figura 4.11.- Log del orden de corrientes, y de las medias de la longitud y área con respecto al orden de corrientes.

los parámetros de Horton, las áreas y el resto de éstos valores se presentan en la tabla 4.10.

Posteriormente, con los parámetros de Horton, con las características fisiográficas y con un procedimiento planteado en una hoja de cálculo se

evaluaron las ecuaciones 3.38 y las que se le relacionan. Esto es se calcularon las ecuaciones 3.52, 3.53, 3.47, 3.49, 3.50, así como las ecuaciones 3.35 y 3.34. Con este procedimiento se determinaron los hidrogramas unitarios instantáneos geomorfológicos para diferentes velocidades. En la tabla 4.10 se presentan los parámetros utilizados para el cálculo del huig, deducidos en las ecuaciones mencionadas.

En la tabla 4.11 se muestran los hidrogramas unitarios instantáneos geomorfológicos (huig) deducidos para la cuenca del río De la Sierra

considerando diferentes velocidades: 1.0, 1.5, 2.0., 2.5, 3.0, 3.5, 4, 4.5 y 5.0 m/s; y en la figura 4.13 se muestran los correspondientes hidrogramas unitarios instantáneos geomorfológicos.

Ahora bien para llevar a cabo la convolución de cualquiera de estos huig, se requiere de los datos de lluvia. En este sentido se dispone de hietogramas calculados para la cuenca del río De la Sierra durante julio a septiembre de 1995. Así también, se ha generado un hidrograma que corresponde a un lapso del período mencionado. A continuación se especifica la obtención de las lluvias y de los gastos.

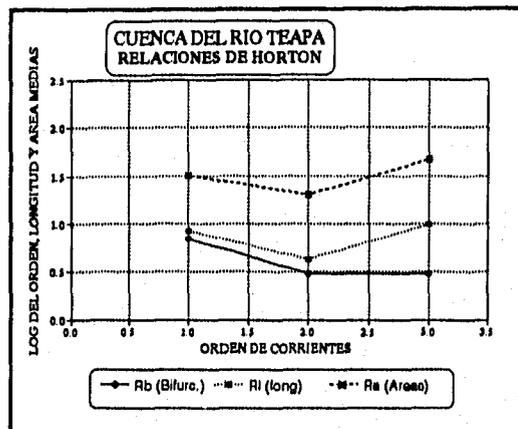


Figura 4.12.- Variación de los logs del orden de corrientes, y de la media de las longitudes y áreas con respecto al orden de las corrientes.

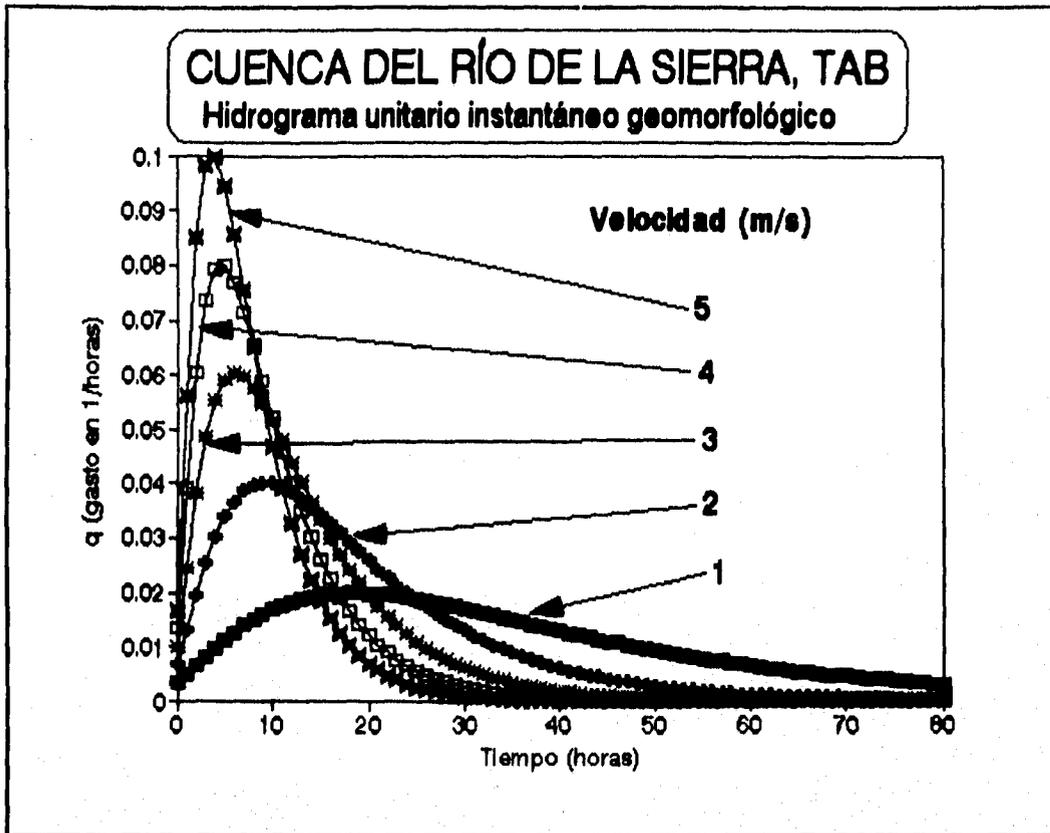


Figura 4.13.- Hidrogramas unitarios instantáneos geomorfológicos. Cuenca del río De la Sierra, Tab. Deducidos para diferentes velocidades.

En efecto, con respecto a datos de lluvia en la cuenca correspondientes el hidrograma registrado se tiene los hietogramas producto de una campaña de medición llevada a cabo en el verano de 1995 con 10 equipos pluviográficos digitales automáticos instalados en la cuenca del río de la Sierra. Con estas mediciones se efectuó un análisis global y se calculó la lluvia media en la cuenca, deduciendo hietogramas horarios para cada una de las cuatro subcuencas que se han mencionado. Se muestran en las figuras 4.14 a 4.17 los hietogramas señalados, que corresponden a las lluvias ocurridas durante el 24 de agosto de 1995.

A la vez se dispone del hidrograma registrado en esta misma fecha (figura 4.18). Con esto se completan los datos requeridas para un análisis: el hidrograma y las correspondientes lluvias que lo generaron. Se procedió a llevar a cabo la convolución de este HUIG con los datos de lluvia registrados.

De las lluvias medias calculadas, se tiene que la duración aproximada de la tormenta es del orden de las 9 horas. Para la cuenca del río De la Sierra se tienen hasta 9 horas de lluvia; en cambio, para el Pichucalco la duración efectiva es del orden de 3 horas; similar a Teapa y al Puyacatengo; no obstante que existen valores de lluvias en el inicio y en el final. Con respecto a la lluvia total es necesario mencionar que para las últimas tres cuencas los valores casi se duplican, con respecto a la total del río De la Sierra.

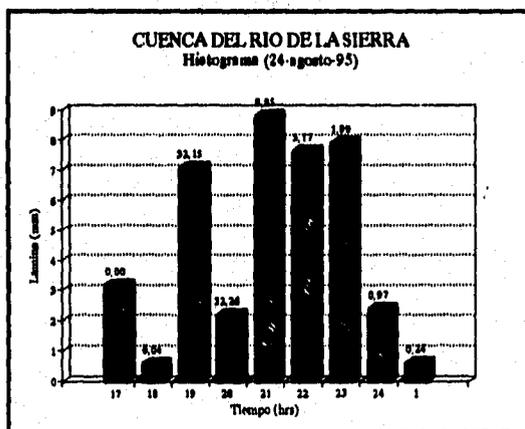


Figura 4.14.- Histograma medio de la cuenca del río De la Sierra.

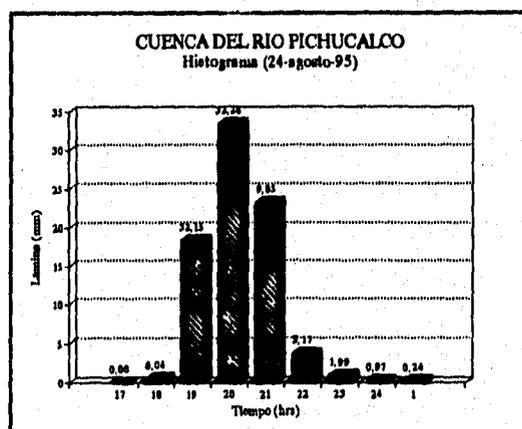


Figura 4.15.- Histograma medio de la cuenca del río Pichucalco, Tab.

Para la determinación de la lluvia efectiva se tomaron los resultados del modelo lluvia-escorrimento del estudio que se realiza en el Instituto Mexicano de Tecnología del Agua (Santillán, 1996). En este modelo se empleó el método tradicional del volumen

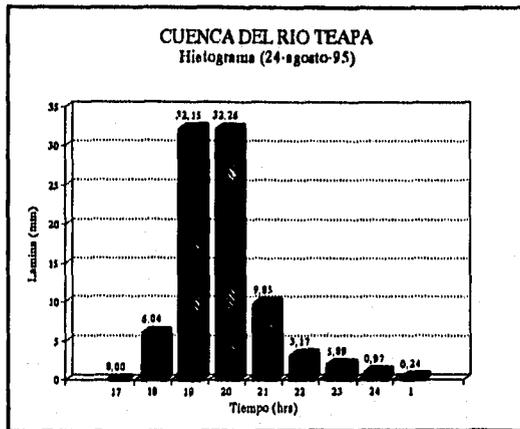


Figura 4.16.- Hietograma medio de la cuenca del río Teapa, Tab.

escorrido, calculado en el hidrograma de escurrimiento directo, entre el área de cuenca. Con esta lluvia efectiva y el hietograma de lluvia total se determinó un coeficiente de infiltración del orden de 5 mm/h y el hietograma de lluvia efectiva. La lluvia efectiva total resultó de 12 mm. También se aplicó el método del HEC (Hydrological Engineering Center) con el que se obtuvo una lluvia efectiva de 17 mm.

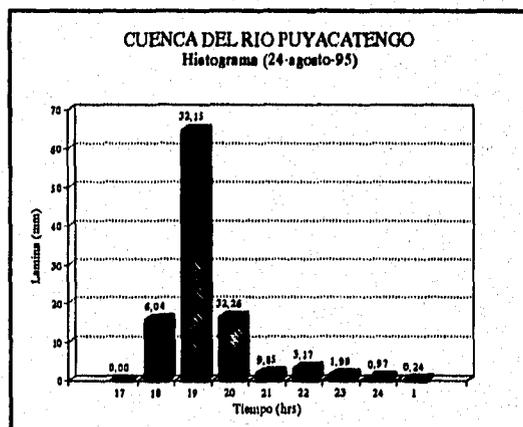


Figura 4.17.- Hietograma medio de la cuenca del río Puyacatengo.

A través de la convolución de los datos de la lluvia media en cada cuenca y con el hidrograma unitario instantáneo geomorfológico se llevó a cabo

la obtención del hidrograma de escurrimiento directo. En las figuras 4.19 y 4.20 se muestran los hidrogramas de escurrimiento directo de la cuenca del

río De la Sierra para lluvias en exceso de 17 y 12 mm, respectivamente. Se consideraron velocidades del escurrimiento desde 1 a 5 m/s.

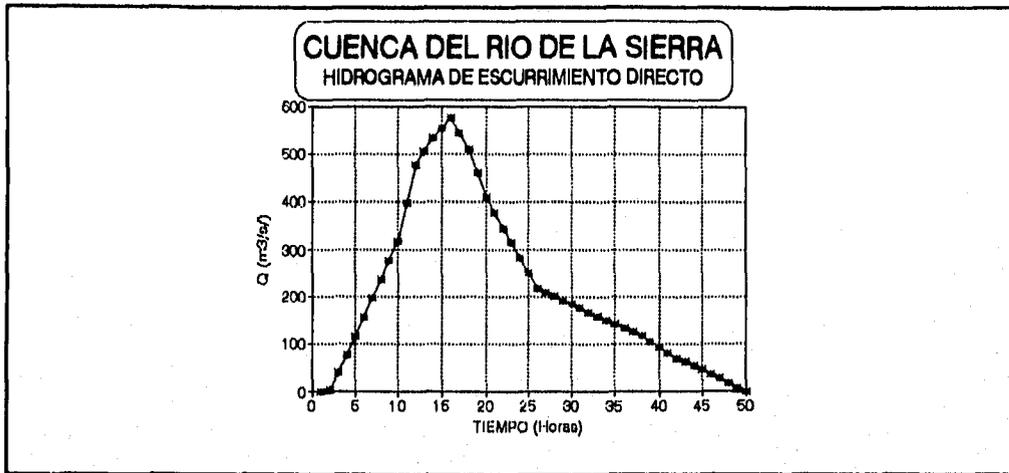


Figura 4.18.- Hidrograma de escurrimiento directo. Estación Tapijulapa, Tab.

En las lluvias analizadas se incluyeron también el de la lluvia en exceso del valor promedio que corresponde a una lluvia efectiva del orden de 15 mm.

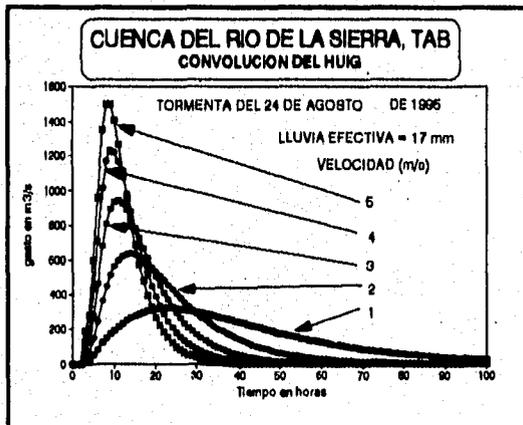


Figura 4.19.- Hidrograma unitario de escurrimiento directo. Lluvia efectiva de 17 mm. cuenca del río De la Sierra, Tab.

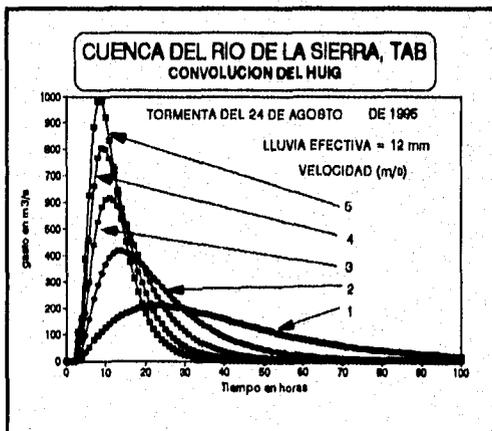


Figura 4.20.- Hidrograma de escurrimiento directo. Cuenca del río De la Sierra, Tab. Lluvia efectiva de 12 mm.

Posteriormente se compararon los hidrogramas obtenidos con el HUIG y el registrado. En esta comparación se utilizaron las velocidades de 3, 3.5 y 2.5 m/s. En las figuras 4.21 a 4.23 se presentan esta comparación. Se incluye aquí la lluvia efectiva de 15 mm.

En cuanto a la selección de la velocidad para elegir el huig, se utilizaron tres criterios, por un lado el que corresponde a los aforos y en particular al que se tiene en la avenida del 24 de agosto de 1995, que corresponde

a una velocidad de aproximadamente 2.0 m/s; el otro criterio es el de manning. Su aplicación puede hacerse a través de parámetros teóricos o calibrados de la "n"; con valores de pendiente del cauce deducidos mediante compensación de áreas en el perfil del cauce o según se disponga de secciones transversales en el tramo terminal de la cuenca; el tercer criterio corresponde a análisis de tiempos de concentración.

Para evaluar la velocidad en la avenida del 24 de agosto de

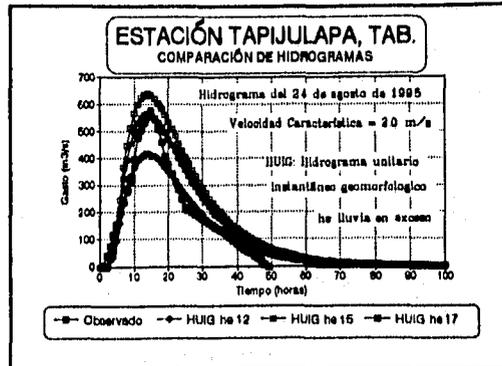


Figura 4.21.- Comparación de hidrogramas. Cuenca del río De la Sierra, Tab.

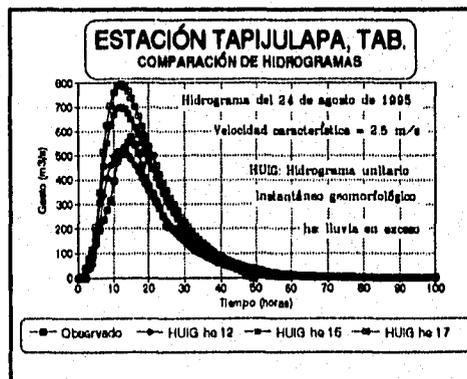


Figura 4.22.- Comparación de hidrogramas. Cuenca del río De la Sierra, Tab.

1995 se recopiló información de aforos de la estación hidrométrica Tapijulapa. En esta estación, principalmente, se registran los niveles del escurrimiento durante el transcurso del día y se lleva a cabo un aforo diario a las primeras horas de la mañana. Se llevó a cabo un análisis de los aforos, deduciendo una curva de velocidad-gasto, la cual se muestra en la figura 4.24.

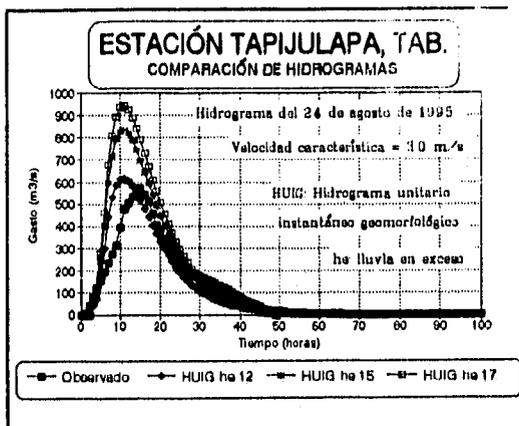


Figura 4.23.- Comparación de hidrogramas. Cuenca del río De la Sierra, Tab.

Además, con los aforos también se dedujo una curva de elevaciones-gastos y con los datos de elevaciones registrados a lo largo de cada día del período, se logró obtener al menos un hidrograma en el lapso mencionado. Este hidrograma correspondió al del 24 de agosto. En la figura 4.18 se muestra el hidrograma de escurrimiento directo de la fecha mencionada.

Para obtener la velocidad con la ecuación de manning, se utilizaron las pendientes media, total, y de un tramo final del cauce definido en dos secciones

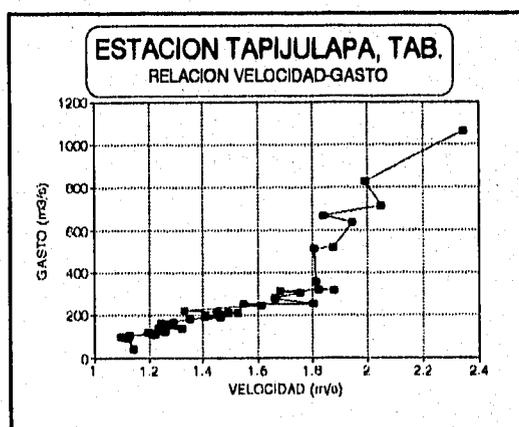


Figura 4.24.- Velocidades y gastos registrados. Estación Tapijulapa, Tab.

transversales cercanas a la estación hidrométrica Tapijulapa, Tab. Se consideró un coeficiente de manning de 0.045, que corresponde a zonas montañosas con fondo rocoso, sección variable y con vegetación a lo largo de las márgenes (Chow,1964). En la figura 4.25 se presenta la relación tirante-gasto para la estación Tapijulapa, deducida con el criterio mencionado.

Finalmente se calculó el tiempo de concentración de cada cuenca con las fórmulas de Kirpich, Rowe y Temez (Campos, 1984). Con los resultados se eligió una velocidad para cada una de ellas, calculada como la longitud

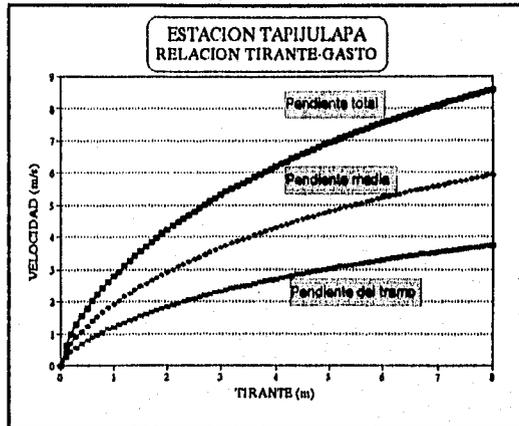


Figura 4.25.- Relación tirante-gasto deducida con Manning. Estación Tapijulapa, Tab.

del cauce principal entre el tiempo de concentración. En la tabla 4.12 se presentan los resultados y las ecuaciones aludidas. En ésta puede observarse en los primeros renglones las fórmulas empleadas; en los subsecuentes los valores utilizados; por ejemplo para el río De la Sierra, se empleó un longitud del cauce de 122000 m, un desnivel de 2140 m y una pendiente de 0.0078. De aquí que los resultados son 12.72 h, tanto para Kirpich como para Rowe; mientras que para Temez, 22 h. El tiempo elegido resultó de 13 h y una velocidad de 2.61 m/s, calculada como distancia entre tiempo. Para los ríos Pichualco y Teapa, se obtuvieron velocidades de 2.8 y 2.6 m/s, respectivamente.

Ahora bien, para elegir la velocidad en la cuenca del río De la Sierra se tiene que se debe elegir cual de las lluvias es la conveniente. En este sentido, de acuerdo a las lluvias de 12 y 17 mm se pueden elegir velocidades de entre 2.5 y 3 m/s para la primera y entre 2 y 2.5 m/s para la segunda. En las tablas 4.13 y 4.14 se presentan resúmenes de los valores consignados.

Con respecto a la deducción de los HUIG de las cuencas de los ríos Pichucalco, Teapa y Puyacatengo se tiene lo siguiente:

Una calibración como en el caso del río De la Sierra para inferir una velocidad en los ríos Pichucalco, Teapa y Puyacatengo no es factible, debido a que no se tiene información hidrométrica registrada en las estaciones correspondientes. Tampoco se dispone de secciones transversales. Sólo se

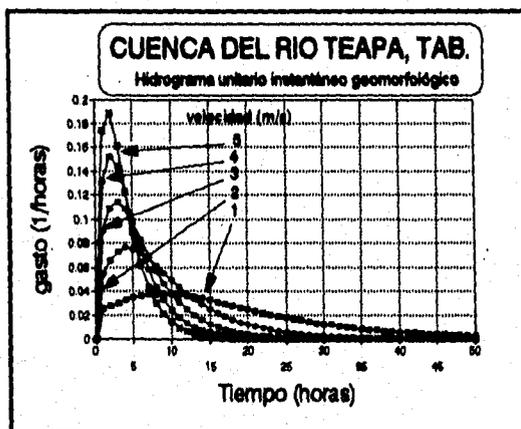


Figura 4.26.- Hidrograma unitario instantáneo geomorfológico. Cuenca del río Teapa, Tab.

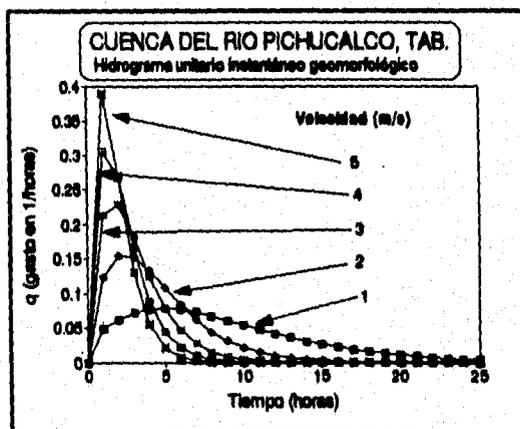


Figura 4.27.- Hidrograma unitario instantáneo geomorfológico. Cuenca del río Pichucalco, Tab.

tiene el tiempo de concentración. Esto es, no es posible establecer una comparación del hidrograma registrado con el deducido con HUIG o bien

calibrar una velocidad, como es el caso del hidrograma de la estación Tapijulapa.

Adicionalmente se debe señalar que, en la cuenca del río Puyacantego debido a que el orden máximo de corrientes es de 2, valor para el cual no se recomienda el empleo de esta metodología.

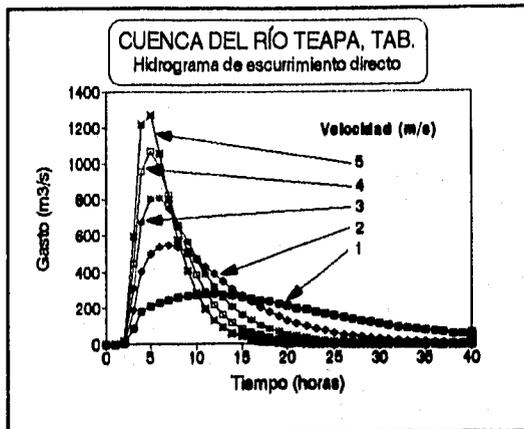


Figura 4.28.- Hidrograma de escurrimiento directo. Cuenca del río Pichucalco, Tab.

Sin embargo se pueden deducir los hidrogramas unitarios

instantáneos geomorfológicos para diferentes velocidades y para su convolución emplear los hietogramas medios en las cuencas.

Para las cuencas de los ríos Pichucalco y Teapa se realizó un proceso similar al aplicado en la cuenca del río De la Sierra (Estación Tapijulapa), Con los valores de parámetros de Horton propuestos se procedió a obtener los huig para diferentes velocidades. En las figuras 4.26

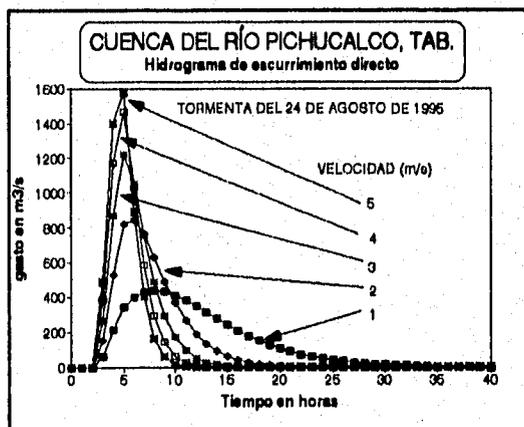


Figura 4.29.- Hidrograma de escurrimiento directo. Cuenca del río Pichucalco, Tab.

y 4.27 se muestran los resultados obtenidos para estas dos cuencas.

Para deducir los hidrogramas de escurrimiento directo de estas dos corrientes se procedió como en el río De la Sierra. A los registros de lluvia del 24 de agosto se les aplicó un coeficiente de infiltración de 5 mm/h; de ahí se obtuvo el hietograma de lluvia efectiva. Con éste y los HUIG para diferentes velocidades se llevo a cabo la convolución. Para ello se utilizó el mismo programa elaborado para el río De la Sierra. Los hidrogramas de escurrimiento directo obtenidos se muestran en las figuras 4.28 y 4.29.

Como se presentó en el capítulo III, el método también propone definir los gastos y tiempos pico para estos hidrogramas unitarios (ecuaciones 3.54 y posteriores). Sin embargo, en el empleo para las cuencas de este trabajo los resultados arrojados para estos parámetros resultaron demasiado pequeños. Como ejemplo se debe mencionar que para la cuenca del río De la Sierra se obtuvieron valores menores a la unidad. En la tabla 4.10 se muestran el gasto y el tiempo pico obtenido para una velocidad de 5 m/s. Igualmente para las cuencas restantes, los valores resultaron, demasiado pequeños.

Cabe señalar que para deducir la velocidad también se abordó un cuarto criterio. Éste, elaborado por Sorman (Sorman 1995), propone que esta velocidad es también una función de los parámetros geomorfológicos, así como una intensidad de lluvia. Interesante en su concepto y en su deducción, donde hace intervenir ecuaciones similares a las de Chezy. Este criterio requiere de una calibración de las intensidades de lluvia con respecto

a los tiempos de duración de las tormentas, conjuntamente con registros de hidrogramas. Dado que sólo se dispone de un hidrograma, no fué posible aplicarlo en toda su extensión.

V CONCLUSIONES

Los intentos por generar modelos estocásticos con bases físicas para definir el escurrimiento en una cuenca, se han enfocado hacia el desarrollo de relaciones simples, pero físicamente significativas, entre la lluvia y los escurrimientos, además de los parámetros que intervienen. Las expectativas que motivan estos intentos y el adelanto actual, muestran que estas relaciones no sólo conducirían a un entendimiento más profundo y unificado del ciclo hidrológico, sino, también, ayudarían a resolver algunos de los problemas clásicos de la Hidrología, como la dificultad de la predicción en cuencas no aforadas.

Para casos en los cuales no exista una buena concordancia de la teoría aquí

expuesta con una calibración práctica, es válido compensar esta falta de concordancia, a través de relajar la suposición de linealidad entre la lluvia y el escurrimiento que se anida implícitamente en esta teoría. Además, es también válido llevar a cabo una calibración en cuanto a definir con mayor veracidad la velocidad del flujo.

Se puede establecer finalmente que:

La estructura de la respuesta hidrológica esta íntimamente unida a los parámetros geomorfológicos de una cuenca. Cuando se representa una respuesta hidrológica en un hui, se encuentra que se puede expresar en una forma general dependiente R_A, R_B, R_L , una variable de escala L_0 y un parámetro dinámico v . El HUI varía en función con la velocidad v que ocurren en diferentes momentos, a través de la cuenca.

La ecuaciones 3.54 y posteriores empleadas para estimar el gasto y el tiempo pico del hui de una cuenca, de acuerdo a la teoría deben resultar adecuadas para cualquier tipo de cuenca. En esta aplicación, para el caso del río De la Sierra, resultaron demasiado pequeños con respecto a los valores reales medidos.

La proporción adimensional, IR , es una variable característica, constante para cada cuenca, e independiente de las características de tormenta además de relacionarse íntimamente a la geomorfología de la cuenca, en esta aplicación no resultó válido. Debido a que los resultados arrojados en las

cuencas analizadas no se asemejan a los registros disponibles.

Para la estación Tapijulapa en el río De la Sierra, el gasto máximo obtenido en la convolución para una velocidad de 3.5 m/s es similar al registrado. Con respecto al tiempo pico y al tiempo base, los resultados para esta misma corriente fueron aún más similares.

En el caso de los hidrogramas de escurrimiento directo para los ríos Pichucalco y Teapa, pueden aceptarse los correspondientes a velocidades de 3 m/s, dado que las velocidades del análisis de tiempos de concentración resultaron del mismo orden.

En cuanto a los gastos máximos obtenidos para estas mismas corrientes, éstos resultaron de magnitud considerable, no obstante las pequeñas magnitudes de sus cuencas; sin embargo los valores de lluvia resultan realmente altos, casi el doble de los registrados para el río De la Sierra.

Para los casos en los cuales se disponga del registro de un gasto pico, se debe señalar que es posible realizar una calibración con un parámetro de ajuste. Para los casos en que se desconozca o no sea posible calibrar una velocidad, es conveniente al menos utilizar la pendiente de la cuenca y conocer un sección transversal. De preferencia se recomienda calcular una relación velocidad-gasto y una relación tirante-gasto. De este modo elegir en un rango de velocidad adecuado a una avenida máxima.

Por otro lado, no obstante que no se aplicó, la metodología propuesta por Sorman, resulta adecuada si se dispone de registros suficientes climatológicos e hidrométricos para calibrar una variedad de intensidades de lluvia, definiendo para cada una la velocidad característica del HUIG.

Es importante mencionar que, en esta aplicación, los valores de los parámetros de Horton no resultaron tan lineales como aparece en la teoría. Sin embargo, al tomar en forma aislada cada orden de corriente es posible tener un valor de aplicación. A la vez, el intervalo teórico de los parámetros de Horton, al menos en esta aplicación, no se cumplió. Sin embargo, es posible emplear este método como establece Rodríguez-Valdés, debido a la flexibilidad del método y sus restricciones. Además, para este caso, no se obtuvieron valores negativos en los HUIG, que es parte de los inconvenientes señalados en la teoría R-V.

En cuanto a la aplicación a cuencas mayores, en teoría, la técnica aquí mostrada puede aplicarse sin ningún inconveniente. Además, para cualquier magnitud de área esta metodología es aceptable. Los resultados no dependen de las escalas de los planos que se utilicen.

Finalmente, es importante mencionar, que en el ejercicio aquí presentado, el orden de corrientes resultó de 3. Para este orden de corrientes, en la literatura aparecen fórmulas que no requieren gran cantidad de análisis. Sin embargo, es necesario que, para aplicaciones a corrientes de órdenes mayores a 3, el manejo de las matemáticas y de la teoría aquí planteadas

requiere de análisis más sofisticados; como por ejemplo: soluciones con laplaceanos, análisis de optimización; además de teorías de procesos estocásticos.

BIBLIOGRAFÍA

- Aguilar, R., "**Aplicación de los estudios geomorfológicos a la hidrología superficial**", Tesis de licenciatura, Facultad de Ingeniería, UNAM, abril 1978.
- Allam, M., "**Case study evaluation of geomorphologic rainfall-runoff model, incorporating linear infiltration expresion**", Hydrological processes, 4 (1), 71-84, 1990.
- Aparicio, F., "**Hidrología de superficie**", Limusa Noriega Editores, cuarta reimpresión, 1996.
- Bloom, A., "**Geomorphology: a systematic analysis of late cenozoic landforms**", Englewood Cliff, New Jersey, Prentice Hall, 1991.
- Boyd, M., "**A storage-routing model relating drainage basin hydrology and geomorphology**", Water Resourcer research. Vol 14, Núm. 5, october 1978.
- Bras, R., "**Random funtions and hydrology**", Addisson Wesley, 1984.
- Bras, L., "**Hydrology: an introduction to hudrologic science**", Addisson Wesley, 1990.
- Bridges, E., "**World geomorphology**". Cambridges University, 1990.
- Campos, D., "**Procesos del ciclo hidrológico**" Vol. I. Universidad Autónoma de San Luis Potosí, 1984.
- Campos, D., "**Manual para la estimación de avenidas en cuencas menores de 15 km²**", Secretaría de Agricultura y Recursos Hidráulicos, Subdirección Regional Noreste de Obras Hidráulicas e Ingeniería Agrícola para el Desarrollo Rural, febrero 1984.
- Comisión Del Plan Nacional Hidráulico, Secretaria de Agricultura y Recursos Hidráulicos, "**Recomendaciones para el diseño y revisión de estructuras para el control de avenidas**". Consultores S.A., sin fecha.
- Comisión Federal de Electricidad, "**Avenida de Diseño**", Publicación A.1.10, Instituto de Investigaciones Eléctricas, CFE, 1980.
- Comisión Federal de Electricidad, "**Datos hidrológicos y geológicos, sección A.**", Instituto de Investigaciones Eléctricas, CFE, 1980.
- Chang-Xing J., "**A Deterministic Gamma-Type geomorphologic instantaneous unit hydrograph based on the path types**", Water Resourcer Research, Vol. 28

Núm. 2, 479-486. febrero 1995.

Chow, V., "**Handbook of applied hydrology**", Mc. Graw Hill, 1964.

Chutha, P. and Dooge, J., "**The shape parameters of the geomorphologic unit hydrograph**", Journal of Hydrology, 117, (1-4), 81-97, 1990

Chutha, P. and Dooge, J., "**The shape parameters of the geomorphologic unit hydrograph**", Journal of Hydrology, 117, 81-97, 1990.

Díaz, M., Valdez J. and Bras, R., "**A derived flood frequency distributions based on the geomorphoclimatic IUH and the density function of rainfall excess**", Cambridge, Massachusetts Institute of Technology, Department of Civil Engineering, 1983.

Díaz, M., Valdez J., and Bras, R., "**Incorporations of channel losses in the geomorphologic IUH**", Cambridge, Massachusetts Institute of Technology, Department of Civil Engineering, 1983.

Díaz M., et al., "**El hidrograma unitario instantáneo geomorfológico gamma. Derivación y estimación de parámetros**", XV Congreso Latinoamericano de Hidráulica, Cartagena, Colombia.....

Escalante, C., "**Distribución trivariada de valores extremos y sus aplicaciones en hidrología**", Tesis doctoral, División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México, 1991.

Feller, W., "**Introducción a la teoría de probabilidades y sus aplicaciones**", Vol I. y Vol. II. Limusa; Vol. I 1980 segunda reimpresión y Vol. II, 1985 primera reimpresión.

Gerogakakaos, K. and Bras, R., "**A precipitation model and its user in real-time river flow forecasting**", Cambridge, Massachusetts Institute of Technology, Department of Civil Engineering, 1982.

Gumbel, E., and Goldca

Gumbel, E., and Mustafi, C., "**Some analytical properties of bivariate extreme value distributions**", Journal of American Statistics Associations, Núm 62, 1967.

Gumbel, E., "**Estadistics of extrens**", Columbia University Press, 1958.

Gumbel, E., and Goldstein, N., "**Analysis of empirical bivariate extremal distributions**", Journal American Statistics Association, Núm 59, 1964.

- Gumbel, E., and Mustafi, C. "**Some analytic proprieties of bivariate extreme value distributions**", Journal American Statistics Associations, Núm. 62, 1967.
- Gupta, V., Waymire, E. and Wang C., "**A representation of an instataneous unit hydrograph from geomorphology**", Water Resourcer Research, Vol. 16, pages 855-862, octuber 1980.
- Haan C., "**Statistical methods in hydrology**", The Iowa State University Press, 1977.
- Hjeimfelt, A: I., and Cass J., "**Hydrology for engineers and planners**", Iowa State University Press.....
- Howard, R., "**Dinamic probabilistic systems. Vol. I: Markov models**". John Wiley and Sons, Inc.. 1971.
- Howard, R., "**Dynamic probabilistic systems. Vol. II: Semi-Markov and decision processes**", John Wiley and Sons, Inc. 1971.
- Jakeman, A., Littlewood W. and Whitehead P., "**Computation of the instataneous unit hydrograph and identifiable component flows with application to two small upland catchments**", Journal of Hydrology, 275-300, 1990.
- Karlinger M. and Trotman B., "**Assessmente of the instantaneous unit hydrograph derived from theory of topologically random network**", Water Resources Research, 21 (11), 1963-1702, 1985.
- Koroliuk, V., "**Manual de la teoría de probabilidades y estadística matemática**", Mir-Moscu, 1984.
- Krynine, D., y Judd W., "**Principios de geología y geotécnia para ingenieros**", Ediciones Omega, S. A., 1961.
- Laglaine, V., Berod, D., Devred, D., and Musy, A., "**Modélisation déterministe de la crue extreme d'un bassin versant de montagne avec application de la description géomofphologique du réseau hudrographique**", Reveu des sciences de l'eau 7, 285-308, 1994.
- Lewis, J., "**Geomorphology techniques**". British Geomorphologycal Research, Group By Andrew Goudie, 1990.
- Linsley, R., Koller, M. y Paulus J., "**Hidrología para ingenieros**", Mc. Graw Hill, 1980.
- López de Haro, G., "**Una aplicación de la distribución gamma para la determinación de hidrogramas**", V Congreso Nacional de Hidráulica, Guadalajara, Jal, noviembre 1978.

- Miller, I y Freund . J., "**Probabilidad y estadística para ingenieros**", Reverte Mexicana S. A., 1967.
- Mood, M. et al, "**Introduction to the theory of statistics**", Mc. Graw Hill,
- Moreno, B. y Jauffred M., "**Elementos de probabilidad y estadística**", Representaciones y Servicios de Ingeniería S. A., 1969.
- Parzen, E., "**Procesos estocásticos**", Paraninfo, 1972.
- Raudkivi, A., "**Hydrology**", University of Auckland, New Zealand, Pergamon Press, 1979.
- Raynal, J. "**Bivariate extreme value distributions applied to flood frequency analysis**", Ph. D. dissertation Civil Engineering Department, Colorado State University, Fort Collins, Colorado, 1985.
- Rodríguez-Iturbe, I. and Valdés, J., "**The geomorphologic structure of hydrologic response**": Water Resources Research, Vol. 15, Núm 6., december 1979.
- Rodríguez-Iturbe, I., Devoto, G. y Valdés, J., "**Discharge response analysis and hydrologic similitary**: The interrelation between the geomorphologic IUH and the storm characteristics", Water Resourcer Research, Vol. 15 Núm. 6, december 1979.
- Santillán, O., y Magaña, J. "**Modelo de inundaciones en el río Grijalva (segunda etapa) modelo lluvia-escorrentamiento de la cuenca libre del río Grijalva, Tab.**" Informe final, Instituto Mexicano de Tecnología del Agua, enero 1996.
- Schulz, E., "**Problems in applied hydrology**", Water Resources Publication. Fort Collins, Colorado, USA.
- Sorgan, A., "**Stimation of peak discharge using GIUH model in Saudi Arabia**", Jorunal of Water Resources Planning and Management, Vol. 121, Núm 4, jul-ago 1995.
- Springall, R., "**Drenaje en cuencas pequeñas**", Instituto de Ingeniería, UNAM, publicación Núm. 143, enero 1969.
- Springall G. Rolando, "**Hidrología. Primera parte**", Instituto de Ingeniería, UNAM., publicación D7, abril 1979.
- Sutcliffe, J., "**Methods of floods estimations: a guide to the flood studies report**", Institute to Hydrology, Report Núm. 49, Wallingford, Oxon England, 1980.
- Troutman, B. and Karlinger, M., "**Unit hydrograph aproximations assuming linear flow trough topology random channel networks**", Water Resources Research, 21

(5), 743-754, 1985.

Valdés, J., Fiallo, Y. and Rodríguez-Iturbe, I., "***A rainfall-runoff analysis of the geomorphologic IUH.***", Water Resources Research, Vol. 15 Núm 6, december 1979.

Van-der-Tak L. and Bras, R., "***Incorporating hillslope effects into the geomorphologic instantaneous unit hydrograph***", Water Resources Research. Vol. 26 Núm 10. october 1990.

Viessman, W. y Knapp, J., et al, "***Introduction to hydrology***", Harper and Row publishers, segunda edición 1977.

Winston, R., "***Models of the geomorphology, hydrology, and development of domed peat bodies***", Geological Society of América Bulletin. V. 106. p 1594-1604.16.

Woodroffe, M., "***Probability with aplicaciones***", Mc. Graw Hill, 1975.

Wylie, R., "***Advanced engineering mathematics***", Mc Graw-Hill, 1961.

Yevjevich, V., "***Probability and statistics in hydrology***", Water Resources publications, Fort Collins, Colorado, USA. 1972.

TABLAS

Tabla 2.1.- LA ESCALA DEL TIEMPO GEOLÓGICA

ERA	ÉPOCA	PERÍODO	TIPO	EDAD (ma')
Eozoica o Precámbrica	Origen de la tierra			4,500
	Katarcheano			3,000
	Archeano			2,000
	Bajo proterozoico			1,000
	Alto proterozoico			570
Paleozoica	Cambriano			500
	Ordoviciano			430
	Siluriano			395
	Devoniano			345
	Carbonífero			280
	Permian			225
Mezozoica	Triásico			190
	Jurásico			135
	Cretásico			65
Cenozoica	Terciario	Palaeogeno	Palaeoceno	63
			Eoceno	38
			Oligoceno	26
	Neogeno	Mioceno	7	
		Pleoceno	2	
	Cuaternario	Pleistoceno		
Holoceno				

ma': millones de años.

Tabla 4.1.- Cuenca del río de la Sierra, Tab.
Características fisiográficas

NÚMERO DE CORRIENTES	ORDEN DE CORRIENTES					
	1		2		3	
	LONG. km	ÁREA km ²	LONG. km	ÁREA km ²	LONG. km	ÁREA m ²
1	14.50	281.14	10.75	118.80	5.5	43.19
2	15.75	221.62	6.00	23.23	37.50	238.19
3	17.50	79.00	4.50	14.55		
4	13.50	55.60	10.75	86.43		
5	29.25	342.26	8.25	74.84		
6	10.25	93.56	14.0	39.80		
7	9.00	51.68	3.25	65.82		
8	17.25	98.78	9.75	92.07		
9	10.75	84.35	22.50	182.06		
10	20.25	84.11	7.75	28.80		
11	23.00	104.43	7.75	31.24		
12	13.50	73.36	6.75	38.02		
13	21.25	131.69				
14	14.75	95.16				
15	20.25	156.99				
16	9.25	44.91				
17	38.50	250.37				
18	4.25	8.79				
Suma	302.75	2257.80	112.0	795.66	43.25	281.38
Media	16.82	125.43	9.33	66.305	21.625	140.69

Tabla 4.1.B.- Valores originales para la obtención de parámetros de Horton de las subcuencas del río De la Sierra.

PARÁMETROS DE HORTON						
Cuenca del río De la Sierra						
Rb			Rl		Ra	
u	Nu	Log Nu	Lu	Log Lu	Au	Log Au
1	18	1,255273	16,82	1,225826	125,43	2,098401
2	12	1,079181	9,33	0,969882	66,305	1,821546
3	2	0,30103	21,625	1,334956	140,69	2,148263
Cuenca del río Pichucalco						
Rb			Rl		Ra	
u	Nu	Log Nu	Lu	Log Lu	Au	Log Au
1	11	1,041393	8,11	0,909021	29,42	1,468643
2	4	0,60206	4,56	0,658965	19,09	1,280806
3	2	0,30103	6,63	0,821514	30,59	1,485579
Cuenca del río Teapa						
Rb			Rl		Ra	
u	Nu	Log Nu	Lu	Log Lu	Au	Log Au
1	7	0,845098	8,43	0,925828	31,88	1,503518
2	3	0,477121	4,25	0,628389	20,14	1,304059
3	3	0,477121	10	1	46,25	1,665112

**Tabla 4.2.- Cuenca del río Pichucalco, Tab.
Características fisiográficas**

NÚMERO DE CORRIENTES	ORDEN DE CORRIENTES					
	1		2		3	
	LONG. km	ÁREA km²	LONG. km	ÁREA km²	LONG. km	ÁREA m²
1	11.00	59.82	3.50	24.37	10.50	52.69
2	5.00	8.32	6.75	21.61	2.75	8.49
3	10.50	42.35	4.50	22.99		
4	7.75	19.19	3.50	7.37		
5	5.50	13.42				
6	6.00	22.28				
7	11.00	40.53				
Suma	56.75	205.91	18.25	76.34	13.25	61.18
Media	8.11	29.42	4.56	19.09	6.63	30.59

**Tabla 4.3.- Cuenca del río Teapa, Tab.
Características fisiográficas**

NÚMERO DE CORRIENTES	ORDEN DE CORRIENTES					
	1		2		3	
	LONG. km	ÁREA km ²	LONG. km	ÁREA km ²	LONG. km	ÁREA m ²
1	11.00	71.28	4.25	29.82	10.00	49.01
2	10.25	35.61	5.50	24.65	11.75	50.55
3	7.00	25.19	3.00	5.94	8.25	39.20
4	6.50	19.25				
5	7.00	13.42				
6	11.00	41.34				
7	6.25	17.05				
Suma	59.00	223.17	12.75	60.31	30.00	138.76
Media	8.43	31.88	4.25	20.14	10.00	46.25

**Tabla 4.4.- Cuenca del río Puyacatengo, Tab.
Características fisiográficas**

NÚMERO DE CORRIENTES	ORDEN DE CORRIENTES			
	1		2	
	LONG. km	ÁREA km ²	LONG. km	ÁREA km ²
1	17.25	48.23	2.25	4.68
2	4.50	10.87	3.50	18.53
3	8.00	14.26	2.25	5.45
4	9.00	22.46	2.50	4.17
5	3.25	7.02		
6	10.00	30.83		
Suma	52.00	133.67	10.50	32.83
Media	8.67	22.28	2.63	8.21

Tabla 4.5.- Parámetros de Horton del río De la Sierra, Tab.

Río De la Sierra, Tab.								
Orden	Número	Longitud del río		Área de la cuenca		Log Núm.	Log Long	Log Área
		Suma	Media	Suma	Media			
1	18	302.75	16.82	2257.8	125.43	1.2552725	1.225826	2.0984014
2	12	112	9.33	795.66	66.305	1.0791812	0.9698816	1.8215463
3	2	43.25	21.625	281.38	140.69	0.30103	1.3349561	2.1482632
Salida de Regresión:		Orden		Long.		Área		
Constante		1.8327371		1.0677578		1.9728752		
Err Estándar Est Y		0.24579		0.2535299		0.2464073		
R Cuadrado		0.8828535		0.0847859		0.0200631		
N° de Observaciones		3		3		3		
Grados de Libertad		1		1		1		
Coeficiente(s) X		-0.477121		0.0545651		0.0249309		
Err Estándar de Coef.		0.1737997		0.1792727		0.1742363		
		Rb= 3		RL= 1.1338747		Ra= 1.0590852		

Tabla 4.6.- Parámetros de Horton del río Pichucalco, Tab.

Río Pichucalco, Tab.									
Orden	Número	Longitud del río		Área de la cuenca		Log Núm.	Log Long	Log Área	
		Suma	Media	Suma	Media				
1	7	56.75	8.11	205.91	29.42	0.845098	0.9090209	1.4686427	
2	4	18.25	4.56	76.34	19.09	0.60206	0.6589648	1.2808059	
3	2	13.25	6.63	61.18	30.59	0.30103	0.8215135	1.4855795	
Salida de Regresión:		Orden		Long.		Área			
Constante		1.1267974		0.8840071		1.3947392			
Err Estándar Est Y		0.0236751		0.1684452		0.1602825			
R Cuadrado		0.9962272		0.1188964		0.0055519			
N° de Observaciones		3		3		3			
Grados de Libertad		1		1		1			
Coeficiente(s) X		-0.272034		-0.043754		0.0084684			
Err Estándar de Coef.		0.0167408		0.1191087		0.1133368			
		Rb= 1.8708287		RL= 1.1059963		Ra= 1.0196906			

Tabla 4.7.- Parámetros de Horton del río Teapa, Tab.

Rio Teapa; Tab.								
Orden	Número	Longitud del río		Área de la cuenca		Log Núm.	Log Long	Log Área
		Suma	Media	Suma	Media			
1	7	59	8.43	223.17	31.88	0.845098	0.9258276	1.5035183
2	3	12.75	4.27	60.31	20.14	0.4771213	0.6304279	1.3040595
3	3	30	10	138.76	46.25	0.4771213	1	1.6651117
Salida de Regresión:		Orden		Long.		Área		
Constante		0.967757		0.7779127		1.3293031		
Err Estándar Est Y		0.1502259		0.2714736		0.2288277		
R Cuadrado		0.75		0.035982		0.1995804		
N° de Observaciones		3		3		3		
Grados de Libertad		1		1		1		
Coeficiente(s) X		-0.183988		0.0370862		0.0807967		
Err Estándar de Coef.		0.1062257		0.1919608		0.1618056		
		Rb= 1.5275252		RL= 1.0891463		Ra= 1.204472		

**Tabla 4.8.- Subcuencas del río De la Sierra.
Resumen de parámetros de Horton originales.**

Análisis de regresión total			
Parámetro	De la Sierra	Pichucalco	Teapa
Rb	3.0000	2.3452	1.5275
RI	1.1339	0.9042	1.0891
Ra	1.0591	1.0197	1.2045

**Tabla 4.9.- Subcuencas del río De la Sierra.
Resumen de parámetros de Horton propuestos.**

Análisis individual de datos			
Parámetro	De la Sierra	Pichucalco	Teapa
Rb	3.0000	2.3452	1.5275
RI*	2.3206	1.4538	2.3529
Ra*	2.1223	1.6022	2.2961

Tabla 4.11.- Hidrogramas unitarios instantáneos geomorfológicos. Cuenca del río de la Sierra, Tab.

Hidrogramas unitarios instantáneos geomorfológicos (1/h)									
tiempo horas	Velocidad característica (m/s)								
	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5
0	0.0034	0.0050	0.0067	0.0084	0.0101	0.0117	0.0134	0.0151	0.0168
1	0.0049	0.0086	0.0131	0.0185	0.0246	0.0315	0.0392	0.0475	0.0565
2	0.0066	0.0123	0.0196	0.0282	0.0381	0.0489	0.0605	0.0726	0.0851
3	0.0082	0.0158	0.0254	0.0364	0.0484	0.0609	0.0736	0.0862	0.0983
4	0.0098	0.0190	0.0302	0.0425	0.0552	0.0677	0.0795	0.0903	0.0999
5	0.0113	0.0218	0.0340	0.0467	0.0590	0.0702	0.0799	0.0881	0.0946
6	0.0127	0.0242	0.0368	0.0491	0.0602	0.0695	0.0768	0.0822	0.0857
7	0.0140	0.0261	0.0387	0.0501	0.0596	0.0667	0.0716	0.0744	0.0755
8	0.0151	0.0276	0.0397	0.0500	0.0576	0.0627	0.0654	0.0660	0.0652
9	0.0161	0.0287	0.0401	0.0489	0.0548	0.0579	0.0587	0.0577	0.0555
10	0.0170	0.0295	0.0400	0.0473	0.0514	0.0528	0.0521	0.0500	0.0468
11	0.0178	0.0299	0.0394	0.0452	0.0478	0.0477	0.0459	0.0429	0.0392
12	0.0184	0.0301	0.0384	0.0429	0.0440	0.0428	0.0401	0.0366	0.0327
13	0.0189	0.0300	0.0372	0.0403	0.0403	0.0382	0.0349	0.0311	0.0271
14	0.0193	0.0298	0.0358	0.0377	0.0367	0.0339	0.0303	0.0263	0.0224
15	0.0197	0.0294	0.0343	0.0351	0.0333	0.0300	0.0261	0.0222	0.0185
16	0.0199	0.0288	0.0327	0.0326	0.0301	0.0265	0.0225	0.0187	0.0153
17	0.0200	0.0282	0.0310	0.0301	0.0271	0.0233	0.0194	0.0157	0.0126
18	0.0201	0.0274	0.0294	0.0278	0.0244	0.0205	0.0166	0.0132	0.0103
19	0.0201	0.0266	0.0277	0.0255	0.0219	0.0179	0.0143	0.0111	0.0085
20	0.0200	0.0257	0.0261	0.0234	0.0196	0.0157	0.0122	0.0093	0.0070
21	0.0199	0.0248	0.0245	0.0214	0.0175	0.0137	0.0104	0.0078	0.0057

22	0.0197	0.0239	0.0229	0.0196	0.0157	0.0120	0.0089	0.0065	0.0047
23	0.0195	0.0230	0.0215	0.0179	0.0140	0.0105	0.0076	0.0055	0.0039
24	0.0192	0.0220	0.0201	0.0163	0.0125	0.0091	0.0065	0.0046	0.0032
25	0.0189	0.0211	0.0187	0.0149	0.0111	0.0080	0.0056	0.0038	0.0026
26	0.0186	0.0202	0.0175	0.0136	0.0099	0.0070	0.0048	0.0032	0.0021
27	0.0183	0.0192	0.0163	0.0123	0.0088	0.0061	0.0041	0.0027	0.0017
28	0.0179	0.0184	0.0151	0.0112	0.0078	0.0053	0.0035	0.0022	0.0014
29	0.0175	0.0175	0.0141	0.0102	0.0070	0.0046	0.0030	0.0019	0.0012
30	0.0171	0.0167	0.0131	0.0093	0.0062	0.0040	0.0025	0.0016	0.0010
31	0.0167	0.0158	0.0121	0.0084	0.0055	0.0035	0.0022	0.0013	0.0008
32	0.0163	0.0150	0.0113	0.0076	0.0049	0.0030	0.0018	0.0011	0.0006
33	0.0159	0.0143	0.0104	0.0069	0.0044	0.0026	0.0016	0.0009	0.0005
34	0.0155	0.0136	0.0097	0.0063	0.0039	0.0023	0.0013	0.0008	0.0004
35	0.0151	0.0129	0.0090	0.0057	0.0034	0.0020	0.0011	0.0006	0.0004
36	0.0147	0.0122	0.0083	0.0052	0.0030	0.0017	0.0010	0.0005	0.0003
37	0.0143	0.0116	0.0077	0.0047	0.0027	0.0015	0.0008	0.0004	0.0002
38	0.0138	0.0109	0.0071	0.0042	0.0024	0.0013	0.0007	0.0004	0.0002
39	0.0134	0.0104	0.0066	0.0038	0.0021	0.0011	0.0006	0.0003	0.0002
40	0.0130	0.0098	0.0061	0.0035	0.0019	0.0010	0.0005	0.0003	0.0001
41	0.0126	0.0093	0.0056	0.0032	0.0017	0.0009	0.0004	0.0002	0.0001
42	0.0122	0.0088	0.0052	0.0029	0.0015	0.0008	0.0004	0.0002	0.0001
43	0.0119	0.0083	0.0048	0.0026	0.0013	0.0007	0.0003	0.0002	0.0001
44	0.0115	0.0078	0.0045	0.0023	0.0012	0.0006	0.0003	0.0001	0.0001
45	0.0111	0.0074	0.0041	0.0021	0.0010	0.0005	0.0002	0.0001	0.0000
46	0.0107	0.0070	0.0038	0.0019	0.0009	0.0004	0.0002	0.0001	0.0000
47	0.0104	0.0066	0.0035	0.0017	0.0008	0.0004	0.0002	0.0001	0.0000
48	0.0100	0.0062	0.0033	0.0016	0.0007	0.0003	0.0001	0.0001	0.0000
49	0.0097	0.0059	0.0030	0.0014	0.0006	0.0003	0.0001	0.0001	0.0000
50	0.0094	0.0056	0.0028	0.0013	0.0006	0.0002	0.0001	0.0000	0.0000
51	0.0090	0.0052	0.0026	0.0012	0.0005	0.0002	0.0001	0.0000	0.0000
52	0.0087	0.0049	0.0024	0.0011	0.0005	0.0002	0.0001	0.0000	0.0000
53	0.0084	0.0047	0.0022	0.0010	0.0004	0.0002	0.0001	0.0000	0.0000

54	0.0081	0.0044	0.0020	0.0009	0.0004	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000
55	0.0078	0.0042	0.0019	0.0008	0.0003	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000
56	0.0076	0.0039	0.0017	0.0007	0.0003	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000
57	0.0073	0.0037	0.0016	0.0006	0.0002	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000
58	0.0070	0.0035	0.0015	0.0006	0.0002	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000
59	0.0068	0.0033	0.0014	0.0005	0.0002	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000
60	0.0065	0.0031	0.0013	0.0005	0.0002	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000
61	0.0063	0.0029	0.0012	0.0004	0.0002	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000
62	0.0061	0.0028	0.0011	0.0004	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
63	0.0058	0.0026	0.0010	0.0004	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
64	0.0056	0.0024	0.0009	0.0003	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
65	0.0054	0.0023	0.0008	0.0003	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
66	0.0052	0.0022	0.0008	0.0003	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
67	0.0050	0.0021	0.0007	0.0002	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
68	0.0048	0.0019	0.0007	0.0002	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
69	0.0047	0.0018	0.0006	0.0002	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
70	0.0045	0.0017	0.0006	0.0002	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
71	0.0043	0.0016	0.0005	0.0002	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
72	0.0042	0.0015	0.0005	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
73	0.0040	0.0014	0.0005	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
74	0.0038	0.0014	0.0004	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
75	0.0037	0.0013	0.0004	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
76	0.0036	0.0012	0.0004	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
77	0.0034	0.0011	0.0003	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
78	0.0033	0.0011	0.0003	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
79	0.0032	0.0010	0.0003	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
80	0.0031	0.0009	0.0003	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
81	0.0029	0.0009	0.0002	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
82	0.0028	0.0008	0.0002	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
83	0.0027	0.0008	0.0002	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
84	0.0026	0.0007	0.0002	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
85	0.0025	0.0007	0.0002	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

86	0.0024	0.0007	0.0002	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
87	0.0023	0.0006	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
88	0.0022	0.0006	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
89	0.0021	0.0006	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
90	0.0021	0.0005	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
91	0.0020	0.0005	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
92	0.0019	0.0005	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
93	0.0018	0.0004	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
94	0.0018	0.0004	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
95	0.0017	0.0004	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
96	0.0016	0.0004	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
97	0.0016	0.0003	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
98	0.0015	0.0003	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
99	0.0015	0.0003	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
100	0.0014	0.0003	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

Tabla 4.12.- Tiempos de concentración.

FORMULA DE KIRPICH (1949)			FORMULA DE ROWE		
C. E. Ramser, P. Z. Kirpich			TC = $[3.618 \cdot 10^{-5}] \cdot (L^3/H)^{0.385}$		
TC = $0.0195 (k)^{0.77}$			FORMULA DE TEMEZ		
k = swrt (L ³ /H)			TC = $0.0661 \cdot [L/S^{0.25}]^{0.76}$		
en donde: tc en min; L en m.; H en m					
APLICACIÓN	CORRIENTES				
	De la Sierra	Pichucalco	Teapa		
L	122000	38500	47500		
H	2140	1400	1830		
S	0,0078	0,0132	0,0272		
TC KIRP (MIN)	763,08	237,13	272,63		
(h)	12,72	3,95	4,54		
TCROW3 (MIN)	763,04	237,11	272,61		
(h)	12,72	3,95	4,54		
TC TEMEZ (HR)	1327,49	552,52	648,16		
(h)	22,12	9,21	10,80		
TC ELEGIDO (h)	13	4	5		
VEL (m/s)	2,61	2,67	2,64		

TABLA 4.13.- CUENCA DEL RÍO DE LA SIERRA. GASTOS MAXIMOS CALCULADOS PARA LA TORMENTA DEL 24 DE AGOSTO DE 1975.

CONVOLUCION DEL HIDROGRAMA UNITARIO INSTANTANEO GEOMORFOLOGICO										
Gastos maximos (m³/s)										
		velocidad característica (m/s)								
Φ	he	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0
0,0	40	745	1109	1463	1807	2135	2451	2739	3032	3281
1,0	32	594	884	1169	1447	1713	1974	2217	2457	2662
2,0	25	465	693	917	1137	1348	1556	1753	1946	2114
3,0	20	359	537	712	884	1052	1217	1374	1532	1667
3,5	17	322	482	638	793	944	1092	1233	1375	1496
4,0	15	322	482	638	793	944	1092	1233	1375	1496
5,0	12	211	316	419	520	619	717	810	904	984

Φ : Coeficiente de infiltración (mm/h)

he: lluvia efectiva o en excesos (mm)

Tabla 4.14.- Convolución del HUIG. Cuenca del río De la Sierra, Tab.

TORMENTA DEL 24 DE AGOSTO DE 1995. Gastos en m3/s										
tiempo h	LLUVIA EFECTIVA									hidrograma registrado (M3/s)
	12 mm			15 mm			17 mm			
	Vel en m/s			Vel en m/s			Vel en m/s			
	2.0	2.5	3.0	2.0	2.5	3.0	2.0	2.5	3.0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	40
3	25	35	47	37	53	70	43	61	81	77
4	38	54	73	56	80	108	65	93	126	117
5	95	135	180	131	186	247	149	211	281	157
6	159	226	300	217	309	409	246	350	464	197
7	237	336	442	323	456	600	365	516	678	237
8	291	408	530	395	553	717	447	625	810	277
9	336	462	586	454	624	792	514	706	895	317
10	370	496	614	500	671	829	565	758	936	397
11	394	515	619	533	696	836	602	786	944	476
12	409	520	608	553	702	820	625	793	926	505
13	417	515	584	563	695	788	637	785	890	534
14	419	502	553	565	677	746	638	764	842	555
15	415	483	518	560	651	698	632	735	788	577
16	407	460	480	549	620	646	620	701	730	544
17	396	435	441	534	586	594	603	662	671	511
18	382	408	403	516	551	543	583	622	613	460
19	367	381	367	495	514	494	559	580	558	409

20	351	355	332	473	478	447	534	540	505	377
21	334	328	300	450	443	404	508	500	456	345
22	316	303	270	427	409	364	482	461	411	315
23	299	279	243	403	376	327	455	425	369	284
24	282	256	218	380	346	293	429	390	331	251
25	265	235	195	357	317	262	404	358	296	218
26	249	215	174	335	290	235	379	327	265	210
27	233	197	156	314	265	210	355	299	237	201
28	218	180	139	294	242	187	332	273	211	193
29	203	164	124	274	221	167	310	249	188	184
30	190	149	110	256	201	149	289	227	168	176
31	177	136	98	238	183	132	269	207	149	168
32	165	124	87	222	166	118	251	188	133	159
33	153	112	78	206	151	105	233	171	118	151
34	142	102	69	192	138	93	217	155	105	143
35	132	93	61	178	125	83	201	141	93	134
36	123	84	55	165	113	74	187	128	83	126
37	114	76	49	154	103	65	173	116	74	117
38	106	69	43	142	93	58	161	105	66	105
39	98	63	38	132	85	52	149	96	58	93
40	91	57	34	122	77	46	138	87	52	81
41	84	52	30	113	70	41	128	79	46	70
42	78	47	27	105	63	36	118	71	41	63
43	72	42	24	97	57	32	110	65	36	55
44	67	38	21	90	52	29	101	59	32	46
45	62	35	19	83	47	25	94	53	29	38
46	57	32	17	77	43	22	87	48	25	28
47	53	29	15	71	39	20	80	44	23	18
48	49	26	13	66	35	18	74	39	20	9
49	45	23	12	61	32	16	69	36	18	0

50	42	21	10	56	29	14	64	32	16	
51	39	19	9	52	26	12	59	29	14	
52	36	17	8	48	24	11	54	27	12	
53	33	16	7	44	21	10	50	24	11	
54	30	14	6	41	19	9	46	22	10	
55	28	13	6	38	17	8	43	20	9	
56	26	12	5	35	16	7	40	18	8	
57	24	11	5	32	14	6	37	16	7	
58	22	10	4	30	13	5	34	15	6	
59	21	9	4	28	12	5	31	13	5	
60	19	8	3	26	11	4	29	12	5	
61	18	7	3	24	10	4	27	11	4	
62	16	6	2	22	9	3	25	10	4	
63	15	6	2	20	8	3	23	9	3	
64	14	5	2	19	7	3	21	8	3	
65	13	5	2	17	6	2	19	7	3	
66	12	4	2	16	6	2	18	7	2	
67	11	4	1	15	5	2	17	6	2	
68	10	4	1	14	5	2	15	5	2	
69	9	3	1	13	4	1	14	5	2	
70	9	3	1	12	4	1	13	4	1	
71	8	3	1	11	4	1	12	4	1	
72	7	2	1	10	3	1	11	4	1	
73	7	2	1	9	3	1	10	3	1	
74	6	2	1	8	3	1	10	3	1	
75	6	2	1	8	2	1	9	3	1	
76	5	2	0	7	2	1	8	2	1	
77	5	1	0	7	2	1	7	2	1	
78	5	1	0	6	2	0	7	2	1	
79	4	1	0	6	2	0	6	2	0	

80	4	1	0	5	1	0	6	2	0
81	4	1	0	5	1	0	5	1	0
82	3	1	0	4	1	0	5	1	0
83	3	1	0	4	1	0	5	1	0
84	3	1	0	4	1	0	4	1	0
85	3	1	0	4	1	0	4	1	0
86	2	1	0	3	1	0	4	1	0
87	2	1	0	3	1	0	3	1	0
88	2	0	0	3	1	0	3	1	0
89	2	0	0	3	1	0	3	1	0
90	2	0	0	2	1	0	3	1	0
91	2	0	0	2	0	0	2	1	0
92	1	0	0	2	0	0	2	0	0
93	1	0	0	2	0	0	2	0	0
94	1	0	0	2	0	0	2	0	0
95	1	0	0	2	0	0	2	0	0
96	1	0	0	1	0	0	2	0	0
97	1	0	0	1	0	0	2	0	0
98	1	0	0	1	0	0	1	0	0
99	1	0	0	1	0	0	1	0	0
100	1	0	0	1	0	0	1	0	0