UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

EL VIENTO SOLAR DURANTE EL MINIMO DE MAUNDER

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:

F I S I C O

P R E S E N T A :

JUAN GUADALUPE RAMIREZ SANCHEZ

MEXICO, D. F. 1996

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

VNIVERSIDAD NACIONAL
AVTONOMA DE
MEXICO

M. en C. Virginia Abrín Batule
Jefe de la División de Estudios Profesionales de la
Facultad de Ciencias
P r e s e n t e

Comunicamos a usted que hemos revisado el trabajo de Tesis: "El viento solar durante el mínimo de Maunder"

realizado por Juan Guadalupe Ramírez Sánchez

con número de cuenta 8524647-0, pasante de la carrera de Física

Dicho trabajo cuenta con nuestro voto aprobatorio.

Atentamente

Director de Tesis Propietario	DRA. BLANCA MENDOZA ORTEGA	
Propietario	DR. ROBERTO ALEJANDRO RUELAS MAYORGA	
Propietario	DR. JULIO MARTINELL BENITO	
Suplente	DR. JESUS GALINDO TREJO	Jesús Galindo Trejo
Suplente	M. EN C. HECTOR DURAND MANTEROLA	Héctor Durand

Consejo Departamental de Física

DR. ROBERTO ALEJANDRO RUELAS MAYORGA
Coordinador de Licenciatura

FACULTAD DE CIENCIAS

AGRADECIMIENTOS

GRACIAS A LA DOCTORA BLANCA MENDOZA ORTEGA POR EL APOYO BRINDADO, QUE NO FUE POCO.

A MIS PADRES, A MI ESPOSA E HIJO.

INDICE

CAPITULO 1
EL MINIMO DE MAUNDER

1.1 INTRODUCCION... 1
1.2 REGISTROS DIRECTOS DE LA ACTIVIDAD SOLAR................ 3
1.2.1. MANCHAS SOLARES..................................... 3
1.2.2. AUSENCIA DE LA CORONA EN ECLIPSES...................10
1.3 REGISTROS INDIRECTOS DE LA ACTIVIDAD SOLAR..............13
1.3.1 AURORAS..13
1.3.2 CARBONO CATORCE Y LA HISTORIA DEL SOL................14

CAPITULO 2
EL VIENTO SOLAR PRODUCIDO POR UNA CORONA ISOTERMICA

2.1 EVIDENCIAS INDIRECTAS DE LA EXISTENCIA DEL VIENTO SOLAR.21
2.2 CONDUCTIVIDAD TERMICA DE LA CORONA SOLAR................23
2.3 MODELO DE CHAPMAN.......................................24
2.4 MODELO DE PARKER PARA UNA CORONA ISOTERMICA.............29

CAPITULO 3
VIENTO SOLAR PRODUCIDO POR UNA CORONA NO ISOTERMICA

3.1 ECUACIONES HIDRODINAMICAS...............................40
3.1.1. RAMALES ASINTOTICOS DE LA VELOCIDAD.................48
3.1.2. PUNTOS CRITICOS DE LA ECUACION DE MOVIMIENTO.........51
3.1.3. ANALOGO DE LA TOBERA DE LAVAL.......................58
3.2 MODELO HIDRODINAMICO DE VIENTO SOLAR PARA INDICES
POLITROPICOS DIFERENTES DE UNO..........................62
3.3 TRANSPORTE DE ENERGIA EN LA CORONA......................69
3.4 MODELOS POLITROPICOS....................................70

CAPITULO 4
VIENTO SOLAR PRODUCIDO POR UNA CORONA EN LA QUE EL INDICE POLITROPICO ES IGUAL A 1 HASTA UNA CIERTA DISTANCIA Y 1.4 A PARTIR DE ESTE PUNTO

4.1 CORONA SOLAR EN LA REGION ADIABATICA....................77
4.2 SOLUCION DE LA ECUACION DE MOVIMIENTO EN LA ZONA
ADIABATICA..78

CAPITULO 5
EL VIENTO SOLAR DURANTE EL MINIMO DE MAUNDER

5.1 INTRODUCCION..83
5.2 DESCRIPCION DE NUESTRO MODELO CORONAL...................90
5.3 RESULTADOS DE LOS MODELOS DE VIENTO SOLAR DURANTE EL
MINIMO DE MAUNDER.......................................93
5.4 CONCLUSIONES...102
APENDICE 1...107
APENDICE 2...108
APENDICE 3...110
APENDICE 4...111
APENDICE 5...115
REFERENCIAS...119

CAPITULO 1

EL MINIMO DE MAUNDER

1.1 INTRODUCCION

Para el estudio de la actividad solar es necesario conocer cómo se comportó el Sol en el pasado.

Los conocimientos que tenemos de la variabilidad solar en tiempos remotos residen principalmente en registros de radiocarbón en anillos de árboles, los cuales nos proporcionan valiosa información al menos a partir de los últimos 1000 años. El carbono catorce se produce en la alta atmósfera como consecuencia de la interacción de los rayos cósmicos y el nitrógeno; este isótopo del carbono es posteriormente depositado en Tierra por acción de las precipitaciones pluviales y de esta manera es absorbido por los árboles y plantas en general.

Se han hecho intentos por extender estos registros hacia el pasado, tratando de cubrir hasta los últimos 7000 años. Existen alternativas, por ejemplo, se pueden estudiar isótopos de otros elementos que tengan un periodo de vida más largo o bien mediante el estudio de meteoritos o de materiales lunares los cuales guardan evidencias de la actividad solar en épocas pasadas.

La adecuada interpretación de estos registros nos puede ayudar a comprender por ejemplo, periodos importantes durante la evolución del Sol tales como el mínimo de Maunder. Este periodo se caracterizó por una profunda disminución en la actividad solar.

Comparando la información histórica de registros de radiocarbón con los registros documentados de manchas solares se encuentran bastantes evidencias de que en efecto en tal periodo sí pudo existir un comportamiento solar anómalo.

Los registros históricos de la actividad solar se pueden dividir en dos grupos:

1.- **OBSERVACIONES DIRECTAS** :Descripción y dibujos de manchas solares y otras características del Sol.

2.- **OBSERVACIONES INDIRECTAS** : Fenómenos que se producen a causa de la actividad solar, por ejemplo, ocurrencia de auroras.

Los registros de estas observaciones provienen de diversas fuentes, escritos dispersos, observaciones documentadas, documentos históricos, etc...Los registros históricos, particularmente aquéllos compilados antes de 1850 rara vez están explicados en detalle, les falta continuidad y su interpretación en ocasiones es subjetiva, pero son el único camino que se tiene para conocer el comportamiento del Sol en el pasado.

Cuando analizamos los registros de manchas solares de al menos los últimos 1000 años, se encuentran indicios de que el Sol pudo haber experimentado cambios significativos en su comportamiento y que dichos cambios pudieron repercutir en el clima terrestre.

Fueron Gustav Spörer y E. W. Maunder, ambos en 1890, quienes estableclerón que durante un período que comprende la segunda mitad del siglo XVII, aproximadamente de 1645 a 1715, casi no fueron vistas manchas solares. Comparando con otros registros y otro tipo de evidencias, que serán discutidas más adelante, se concluye que durante estos 70 años la actividad solar se vió fuertemente deprimida; tal comportamiento es completamente diferente del comportamiento reciente del Sol, al cual hoy en día llamamos normal.

1.2 REGISTROS DIRECTOS DE LA ACTIVIDAD SOLAR

1.2.1 MANCHAS SOLARES

los registros históricos del número de manchas solares es el indicador que abarca el más largo plazo con que se cuenta para estudiar la variabilidad solar. Las manchas solares comenzaron a ser observadas de manera más sistemática a partir de la invención del telescopio, aunque también existen observaciones documentadasdocumentadas que datan del primer siglo antes de Cristo, siendo estos registros una débil y tenue extensión hacia el pasado de las observaciones con telescopio.

En la actualidad se sabe que las manchas solares son regiones sobre la fotósfera del Sol donde el campo magnético es muy intenso (≥ 1000 Gauss). la fuerza del campo magnético aquí presente inhibe el movimiento del plasma lo que ocasiona que el transporte de calor no se lleve a cabo de manera eficiente. Por lo tanto, las manchas solares presentan una temperatura menor que el resto de la fotósfera, tal contraste de temperaturas se aprecia como un contraste en la luminosidad.

Modernas observaciones solares han establecido que el número, tamaño y posición de las manchas solares están correlacionados con fenómenos tales como ráfagas solares, prominencias, eyecciones de masa coronal, radiación ultravioleta, emisión de rayos x y ondas de radio ($\lambda \cong$ cm) y anticorrelacionados con hoyos coronales polares.

El promedio de vida de las manchas solares va de los pocos días hasta varias semanas. Esta variabilidad en la velocidad de decaimiento aunada a la rotación solar produce fluctuaciones diarias en el número que se registra, si bien es cierto que con la tecnología actual esta fuente de error ha sido eliminada, si está presente en los registros hechos en el pasado.

El número de manchas solares oscila entre un valor mínimo y un valor máximo. El tiempo promedio de un ciclo de actividad solar es de 11 años y recientes estudios consideran la posibilidad de que el ciclo de 11 años esté relacionado con el clima terrestre.

Aún no existe una explicación física completa del mecanismo del ciclo de 11 años, sin embargo, en 1974 Horace Babcok propuso un modelo fenomenológico el cualproporciona una razonable descripción cualitativa, aún cuando no explica las variaciones en la amplitud de los máximos ni otras caracteristicas.

El promedio anual del número de manchas solares en un mínimo típico es de 6. Durante los años de mínimo puede haber días incluso semanas en las cuales no se observan manchas solares, pero en el promedio anual es poco común encontrar un valor de cero. Sólo en el año de 1810 hubo cero manchas. En contraste, en los años de máximo rara vez las manchas solares están ausentes y frecuentemente se observan hasta 200.

a) REGISTRO DE MANCHAS SOLARES

En 1843, Heinrich Schwabe casi dos siglos después de la invención del telescopio, descubrió el ciclo de 11 años.

Un registro completo de manchas solares fue compilado por Waldmeier y Eddy (1976). El registro comprende desde 1610 hasta 1976. A partir del análisis de este registro podemos extraer las siguientes conclusiones (ver figura 1.1):

1.- El ciclo en promedio es de 11 años, pero la variación observada comprende entre 8 y 15 años.

2.- Dos ciclos sucesivos no tienen la misma amplitud.

3.- Se observa una aparente regularidad conocida como ciclo de Gleissberg, con una duración de aproximadamente 80 años; el cual presenta un mínimo en 1810 y otro quizás en 1700. Siscoe(1980) encuentra evidencias de este ciclo en la edad media a través del registro de auroras pero le asigna un periodo de 87 años; segun Wolf y Fritz el período es de 57 años.

4.- Uno de los periodos de severa depresión se encuentra entre 1645 y 1715 y es conocido como el mínimo de Maunder.

Actualmente existe más certeza sobre el número de manchas durante el mínimo de Maunder (Ribes y Nesme-Ribes, 1993) y se puede comprobar la existencia de la actividad solar. Asi lo indican también varias evidencias de tipo indirecto, tales como ocurrencia de auroras, alta concentración de ^{14}C en anillos de árbol, y efectos climáticos (pequeña edad de hielo en Europa). Evidencias más recientes del mínimo de Maunder salen a la luz a partir de la concentración de argon 39 en los meteoritos; tal concentración está regulada también por la intensidad de los rayos cósmicos.

5.- Se aprecian otros mínimos tipo Maunder, caracterizados también por la escaséz de las manchas solares: de aproximadamente 1790 a 1827, llamado el mínimo de Dalton y de aproximadamente 1880 a 1910.

Estos periodos también están afirmados a partir de los registros de radio carbón.

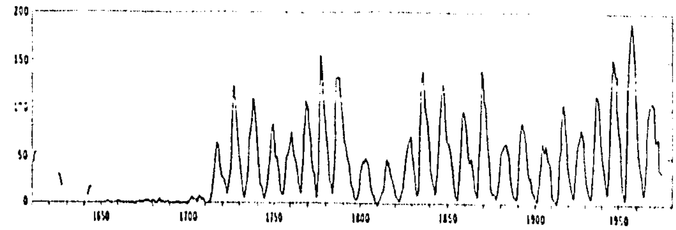


Fig.1.1 Promedio anual del número de manchas solares de 1610 a 1979

El registro de Waldmeier y Eddy está basado en los trabajos originales de Wolf.

Wolf organizó por primera vez un proyecto para registrar las manchas solares en varios observatorios de Europa. De manera que la información de la gráfica de la figura 1.1 antes de 1848 corresponde al trabajo de Wolf.

Las observaciones de Wolf están basadas en una relación empírica que él mismo estableció, y que se conoce como el número de Wolf:

$$R = k(10g + f)$$

donde f es el número de manchas individuales, g es el número de grupos de manchas y K es un factor de corrección que depende del método de observación. El número de manchas derivado de la relación de Wolf está sujeto a errores, ello se origina principalmente por dos razones; en primer lugar, una gran incertidumbre en el factor de corrección; en segundo lugar, la falta de continuidad en los conteos lo cual es esencial para establecer promedios anuales o mensuales.

Por lo tanto, los promedios de la figura 1.1 son inciertos hasta por un factor de 2 antes de 1820 y más aún antes de 1750.

b) OBSERVACIONES PRETELESCOPICAS DE MANCHAS SOLARES

Se tienen registros de observaciones de manchas solares 2000 años antes de la invención del telescopio.

Se han hecho numerosos intentos por compilar registros de manchas solares hechos en el remoto pasado para extrapolar hacia el pasado las observaciones telescópicas y tener así la posibilidad de estudiar el el ciclo de 11 años en esos tiempos.

Los primeros registros provienen del Oriente (China, Japón y Corea). Stephenson y Clark (1978), quienes se distinguen en esta especialidad, reportan 139 observaciones entre 28 a. C. y 160 d. C., promediando un avistamiento cada 12 años.

Los registros son de gran importancia porque podemos identificar prolongados periodos de alta o baja frecuencia en las observaciones, lo cual puede estar relacionado con cambios reales en el Sol; por ejemplo, de dichos registros se deduce que el periodo del mínimo de Maunder es un periodo de baja frecuencia en las observaciones.

Sin embargo, debemos tener en cuenta que factores de tipo social pudieron haber influido en el registro de las manchas solares, ya que antiguamente las observaciones de las manchas se realizaba sólo con fines de augurio y astrológicos. No podemos descartar por lo tanto, que los gobernantes en turno prohibiesen algunas observaciones por considerarlas perjudiciales para su trabajo.

Para descartar tal posibilidad Stephenson y Clark compararon registros de China y Corea de periodos que coincidían en el tiempo y también intentaron calibrar registros de manchas solares contra registros de fenómenos atmosféricos.

Como conclusión a sus investigaciones, Stephenson y Clark demostraron que para los anteriores 12 siglos si es posible detectar un periodo de 10 a 11 años en promedio.

Recientemente información proveniente de historias locales de China (información no proveniente de dinastias) ha ayudado en algo; Cullen (1980), ha usado esta nueva información para explicar que durante el minimo de Maunder, cuando no hubo registros hechos por las dinastias, las historias locales reportan 6 observaciones : en 1647, 1650, 1655, 1656, 1665, y 1684. Dos de estas observaciones están confirmadas por las observaciones telescópicas.

Los primeros cinco registros corresponden a la primera mitad del minimo de Maunder, donde los reportes de auroras y registros de radiocarbón indican más alta actividad solar que en la segunda mitad de dicho periodo. El registro de 1684 cae en el año en el cual se registró un mayor número de manchas solares.

c) UN PROLONGADO MINIMO DE MANCHAS SOLARES

La posibilidad de que el número de manchas decayeran antes de 1700 fue establecida por primera vez por Gustav Spörer en 1887. Spörer estudió la distribución de manchas en función de la latitud en los hemisferios norte y sur del Sol y encontró que el número de manchas nunca estaba balanceado. Para su investigación Spörer se basó en registros históricos y en los trabajos previos hechos por Wolf.

E. W. Maunder, resumiendo dos articulos de Spörer en 1890, publicó un articulo titulado "Un prolongado minimo de manchas solares."

En un segundo artículo Maunder proporcionaba más detalles sobre dicho periodo y sugería que para explicar tal suceso se debía admitir que el ciclo solar y el Sol mismo podrían haber sufrido cambios drásticos.

Maunder hacia hincapié en que la ocurrencia de tan prolongado mínimo de manchas tenía importantes implicaciones no sólo para el conocimiento del Sol sino también para los estudios de la relación Sol-Tierra.

De cinco artículos publicados por Spörer y Maunder se obtienen las siguientes conclusiones:

1.De 1672 a 1704 ni una sola mancha fue vista en el hemisferio norte del Sol.

2.- De 1645 a 1705 no más de un grupo de manchas fue visto en el Sol.

3.- En todo el periodo de 70 años solo un puñado de manchas solares fueron avistadas y por lo general a bajas latitudes durando una sola rotación solar o menos, además el número total de manchas observado en todo el periodo de 70 años fue menos que el que actualmente vemos en un sólo año activo bajo condiciones normales.

Maunder reforzaba sus afirmaciones con citas de las literatura científica de astrónomos de esa época que afirmaban que durante tal periodo, en efecto, las observaciones de manchas solares eran sumamente escasas. Por ejemplo, en el año de 1684 cuando el astrónomo Flamsteed (1894) observó una mancha en el Sol en Greenwich , comentó: "Estas apariciones en el Sol tan frecuentes en los tiempos de Galileo, han sido ya tan raras que ésta es la única que yo he visto desde diciembre de 1676."

Además, un articulo publicado por Agnes Clerke (1894), en tiempos en que Maunder publicó los suyos, establecía que también las auroras habían decaido de 1645 a 1715.

1.2.2 AUSENCIA DE LA CORONA EN ECLIPSES

Las descripciones históricas de la corona en eclipses totales ofrecen otra alternativa para rastrear el comportamiento del Sol. La forma de la corona varía con la actividad solar. Durante el máximo solar la corona parece estar formada de numerosas plumas y de los cascos coronales, que se extienden hacia afuera como pétalos de flor. En un mínimo normal del ciclo solar la corona a simple vista parece estar comprimida y vacía excepto por la presencia de cascos coronales a lo largo del ecuador.

En tiempos de actividad solar normal, la corona vista en los eclipses es una mezcla de la verdadera corona (corona K) y el débil resplandor de la corona falsa o luz zodiacal. La corona K es la emisión que viene de la fotósfera dispersada por los electrones coronales.

La luz zodiacal es un vasto resplandor simétrico alrededor del Sol que decrece en intensidad hacia el limbo y está extendida en el plano de los planetas donde el polvo está gravitacionalmente concentrado. En total ausencia de actividad solar es de esperarse la observación de un tenue y uniforme resplandor rojizo dando la apariencia de un anillo de luz uniforme, la luz zodiacal o corona falsa.

Los eclipses solares fueron observados rutinariamente durante el siglo XVII pero tales fenómenos sólo eran empleados para medir los tamaños relativos de los discos del Sol y la Luna o simplemente para fines mecanicistas y no para estudiar las características propias del Sol.

Ocurrieron 63 eclipses de Sol entre 1645 y 1715, pero sólo 8 de ellos fueron observados en las partes de Europa en donde los astrónomos realizaban su diario trabajo. Existe un eclipse reportado en 1698, en el continente americano (Oppolzer, 1962).

En Europa, fueron pocos los eclipses que, vistos en observatorios permanentes, alcanzaron la totalidad y los tres que mejor se observaron ocurrieron al final de nuestro periodo de interés; en 1706, 1708 y 1715 cuando las manchas solares comenzaban a reaparecer.

Sin embargo las descripciones de la corona durante éstos tres eclipses son las únicas y primeras descripciones de la corona de las cuales se tiene conocimiento en estos años; se hicieron a simple vista y no se describen los cascos coronales que se extienden hacia el exterior tal como se detecta hoy en día, incluso sin la ayuda de algún artefacto óptico.

En estas primeras descripciones se detalla a la corona como de una extensión muy limitada, apenas de 1 a 3 minutos de arco arriba del limbo solar y con una apariencia nublada y rojiza, no hay dibujos de la corona. La corona solar actual alcanza aproximadamente 12 minutos de arco.

En 1715, el número anual de manchas solares había sido 27 y en el eclipse total ocurrido en este año (1715), al final del mínimo de Maunder, se describen por primera vez los cascos coronales y se hacen también los primeros dibujos de la corona.

R. Cotes (Ranyard, 1879), de la Universidad de Cambridge, describe a la corona (en una carta dirigida a Isaac Newton) como un anillo de luz blanca alrededor de la Luna extendiéndose hasta 5 minutos de arco sobre el limbo solar.

En los registros históricos aparecen comunmente declaraciones acerca de los eclipses que describen a la corona tal y como la describimos nosotros hoy en dia. Entre ellas podemos comentar dos: La primera hecha por Plutarco (46 a 120 d.c.) y la segunda hecha por Filostratus (170 a 245 D. C.). Ambos reportes son ambiguos. Y ninguno distingue a la corona con una estructura bien definida.

La situación en todas las descripciones subsecuentes hasta antes del siglo XVIII parecen no ser diferentes. En el eclipse del 9 de abril de 1567 Clavius reportó haber visto un estrecho anillo de luz alrededor de la luna en un máximo de oscuración solar(aunque Clavius sugeria que ésto más bien podia tratarse de un eclipse anular). Jessenius,en el eclipse total de 1598 reportó "una luz brillante iluminando alrededor de la Luna". y Kepler reportó que en el eclipse de 1604: "el cuerpo completo del Sol estuvo cubierto por un corto tiempo, la superficie de la luna presentaba un aspecto totalmente negro, pero alrededor estaba iluminada de una brillante luz de tintes rojizos de ancho uniforme, el cual ocupaba una considerable parte del cielo."

Ninguna de estas descripciones, ni cualquiera otra descripción que se haya encontrado describen a la corona con cascos coronales Pero si es frecuente encontrar las palabras de "ancho uniforme". Más bien pareceria que estamos leyendo descripciones de la luz zodiacal (corona falsa).

Al margen de todo esto, también pudo suceder que hasta antes del siglo XVIII no se tuviera el interés científico de describir a la corona durante los eclipses; o también existe la posibilidad de que los rayos de la corona alrededor del Sol durante los eclipses fueran tan familiares al grado de que los observadores de ese tiempo juzgaran inútil su descripción. Otras excusas pueden presentarse.

Pero sin duda alguna, todas estas excusas serán difíciles de aceptar por quienquiera que haya observado a la corona a simple vista, realmente es poco probable que entre los miles de observadores no hubiera alguno o algunos que fascinados por tan impresionante espectáculo no hicieran alguna descripción de los cascos coronales.

Por lo tanto, parece más probable que através del periodo del mínimo de Maunder el Sol estuvo en un mínimo de actividad a tal grado que la corona K estuvo severamente deprimida o totalmente ausente.

1.3 REGISTROS INDIRECTOS DE LA ACTIVIDAD SOLAR

1.3.1 AURORAS

Las auroras son efectos luminosos que se producen por la interacción de electrones energéticos (1 - 10 Kev.) con los gases atmosféricos. El registro de auroras boreales y australes ofrece otra alternativa para estudiar al Sol en el pasado.

Existe una correlación en el número de manchas solares y el número de noches en que las auroras de altas latitudes geomagnéticas son vistas.

La conexión es indirecta, las auroras ocurren por la interacción de particulas provenientes del Sol con el campo magnético de la Tierra, resultando en la aceleración de las particulas y la consecuente colisión con las moléculas de los gases de la alta atmósfera terrestre.

La ocurrencia de auroras es función de la latitud terrestre, en regiones polares como Noruega, Suecia y Escocia existe un promedio entre 25 - 250 noches por año en las que se espera ver auroras. Este promedio decae a medida que nos movemos a latitudes más hacia el sur. En Inglaterra se esperan de 5 a 10 auroras por año, lo cual implica que en 70 años ocurren alrededor de 525, claro que durante tiempos actuales.

En Paris debieron ocurrir 350 auroras en 70 años y en Italia sólo 50. Sin embargo durante el mínimo de Maunder, unicamente 77 auroras fueron reportadas en el mundo entero. 20 de ellas fueron registradas entre 1707 y 1708 (años activos del mínimo de Maunder).En 37 años correspondientes al mínimo de Maunder ninguna aurora fue vista en ningún lado.

Prácticamente todos los registros de auroras fueron hechos en el norte de Europa (Noruega, Suecia, Alemania y Polonia). En el periodo de 1645 a 1715 ninguna aurora fue reportada en Inglaterra.

1.3.2 CARBONO CATORCE Y LA HISTORIA DEL SOL

El carbono y sus isótopos radiactivos son abundantes constituyentes de la atmósfera terrestre. Principalmente como dióxido de carbono (CO_2). Cuando el dióxido de carbono es asimilado por árboles sufre una desintegración espontánea a velocidades bien conocidas. Por lo tanto, mediante una técnica conocida es posible determinar la edad de las muestras de carbono que están en la madera. Dicha técnica consiste en comparar la cantidad de ^{14}C en el presente con la cantidad de ^{14}C en el pasado.

El método requiere conocer la abundancia de carbono catorce contenido en la atmósfera en el pasado lo cual se hace analizando los anillos de árbol de edad conocida.

La historia del carbono catorce es muy útil para desentrañar la actividad solar en el pasado. El isótopo del carbono catorce se forma continuamente en la atmósfera de la Tierra por efecto de la acción de los rayos cósmicos. La incidencia de los rayos cósmicos en la atmósfera terrestre está modulada por la actividad solar. Cuando el Sol está activo y el campo magnético interplanetario tiene una topologia muy compleja los rayos cósmicos son dispersados por las inhomogeneidades de manera que muchos de ellos no alcanzan a nuestro planeta. Esto trae como consecuencia que en la atmósfera terrestre se produzcan bajas cantidades de carbono catorce y por lo tanto también es baja la concentración de carbono catorce encontrado en los anillos de árbol.

Cuando el Sol está quieto, es decir, en un mínimo del ciclo de las manchas solares, el campo magnético interplanetario es muy homogéneo y los rayos cósmicos son menos dispersados, por lo tanto el bombardeo de éstos sobre la Tierra se incrementa y con ello la formación de carbono catorce en la atmósfera. Si en verdad existió un prolongado mínimo de manchas solares en el pasado entonces es de esperarse una alta abundancia en la concentración de carbono catorce comparada con la actual.

La primera gran anomalia encontrada en los primeros estudios de la historia de carbono catorce fue un marcado y prolongado incremento de este isótopo que alcanzaba su máximo entre 1650 y 1700 en extraordinaria concordancia con el mínimo de Maunder. Este fenómeno es conocido en registros de radiocarbón como "fluctuaciones de Devries" Dichas fluctuaciones corresponden a desviaciones de hasta 20 partes por mil respecto de la concentración normal en 1690.

Posteriores estudios han revelado que las "fluctuaciones de Devries" son un efecto a nivel mundial. La figura 1.2 muestra curvas de la desviación relativa en la concentración de carbono catorce basada en medidas recientes en los anillos de los árboles. También aparece el número promedio anual de manchas solares y las primeras observaciones de manchas solares a simple vista. Las tres cantidades mostradas en la gráfica parecen sustentar la ocurrencia del mínimo de Maunder.

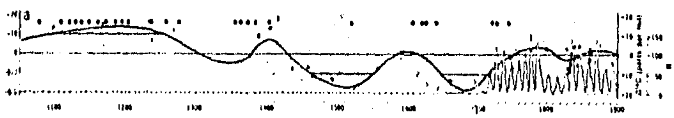


Fig.1.2. Historia de las desviaciones relativas en la concentración de carbono catorce en anillos de árbol de 1050 a 1900 (círculos abiertos), avistamientos de manchas solares a simple vista (círculos cerrados). La línea continua a partir de 1610 muestra el número promedio anual de manchas solares derivado de los trabajos de Waldmeier. Los períodos en donde la concentración relativa excede las 10 partes por mil definen probables anomalías en el ciclo solar: 1100 a 1250 el gran máximo, 1460 a 1550 el mínimo de Spörer, y 1645 a 1715 el mínimo de Maunder.

En la figura 1.2 notamos también que existen observaciones de manchas solares a simple vista en tiempos en los cuales el registro de carbono catorce indica una alta actividad solar. También se aprecia una ausencia general de observaciones a simple vista cuando los registros de carbono catorce indican menos actividad que la normal.

A partir de 1610, la curva de carbono catorce parece envolver a la curva del número de manchas solares.

La curva de carbono catorce se puede calibrar notando que en los años del mínimo de Maunder la desviación relativa excede las 10 partes por mil, de esta manera si eliminamos otros factores en la producción y equilibrio del carbono catorce podemos inferir que en donde quiera que las desviaciones excedan en $\mp$ 10 partes por mil existe un indicador de que la actividad solar fue anomalamente alta o baja. De esta manera el periodo del mínimo de Maunder corresponde a nuestra definición de "anomalía".

Las señal del carbono catorce tiende a rezagarse entre 10 y 50 años respecto de los cambios reales en el Sol; debido a que el intercambio del isótopo entre la atmósfera y la superficie terrestre tiene más o menos esta duración.

A partir de los registros de carbono 14 se identifican tres posibles periodos de marcada anomalía en la actividad solar durante los últimos 1000 años: el mínimo de Maunder, el mínimo de Spörer entre (1450 y 1560), y un periodo de alta actividad solar anómala entre 1100 y 1200 conocido como el gran máximo. La información analizada hasta el momento sólo nos permite resaltar estos tres periodos como etapas especiales en la evolución del Sol, pero no podemos concluir que dichas etapas formen parte de un ciclo en la actividad solar.

Presumiblemente el mínimo de Spörer fue más pronunciado que el mínimo de Maunder, en efecto, durante el mínimo de Spörer fueron vistas pocas manchas en el Sol, al parecer este periodo alcanzó su punto más critico en los primeros años del siglo XVI cuando también pocas auroras fueron reportadas.

Sobre el gran máximo podemos comentar que la primera posibilidad de una intensificación en la actividad solar entre los siglos XII y XIII fue notada originalmente en los registros de manchas solares a simple vista provenientes del Oriente. Evidencias del mismo máximo se encuentran en los registros históricos de auroras. El número de auroras en el catálogo de Fritz (1873) permanece constante en los siglos IX, X y XI (23, 27, y 21 respectivamente) y se eleva abruptamente en el siglo XII (53 auroras) y posteriormente cae en los próximos tres siglos (16, 21, y 7 respectivamente). La concentración de ^{14}C durante el gran máximo también sufre un decremento, lo cual pudo ser debido a una intensa actividad solar.

Debemos tomar en cuenta otros factores diferentes de la actividad solar, que influyen en las variaciones de ^{14}C . El efecto más importante a largo plazo en la producción de ^{14}C es debido al cambio secular en la intensidad del campo magnético terrestre. Estudios arqueomagnéticos han mostrado que en los últimos 10000 años el momento magnético terrestre ha variado en intensidad hasta por un factor de 2 siguiendo una aparente envoltura senoidal con un periodo de 9000 años, de manera que los cambios en la intensidad del momento magnético terrestre en tiempos actuales son despreciables. El momento magnético terrestre alcanzó un máximo en intensidad aproximadamente en el año 100 después de Cristo, por lo tanto en esta época es de esperarse una disminución en la producción de ^{14}C debido al escudo magnético que la Tierra presenta contra los rayos cósmicos. La figura 1.3 muestra la variación del momento magnético desde hace 5000 años antes de Cristo.

El periodo aparente de cambio del momento magnético es de 9000 años, por lo cual no está fuera de la realidad pensar que las fluctuaciones de radiocarbón contenidas en la atmósfera en los últimos 8000 años han sido moduladas por efectos puramente geomagnéticos; mientras que las fluctuaciones a corto plazo han sido moduladas por cambios en la actividad solar. Lo anterior se aprecia claramente en la figura 1.3, al final de la curva se aprecian el mínimo de Maunder(M) y el mínimo de Spörer(s) como desviaciones de la envolvente sinusoidal que corresponde a los cambios geomagnéticos. En el año 1200 aproximadamente se aprecia una ancha desviación en la dirección en que disminuye la concentración de ^{14}C (negativo en la gráfica), la cual corresponde bien con el máximo número de manchas solares y gran número de auroras reportadas en los siglos XII y XIII.

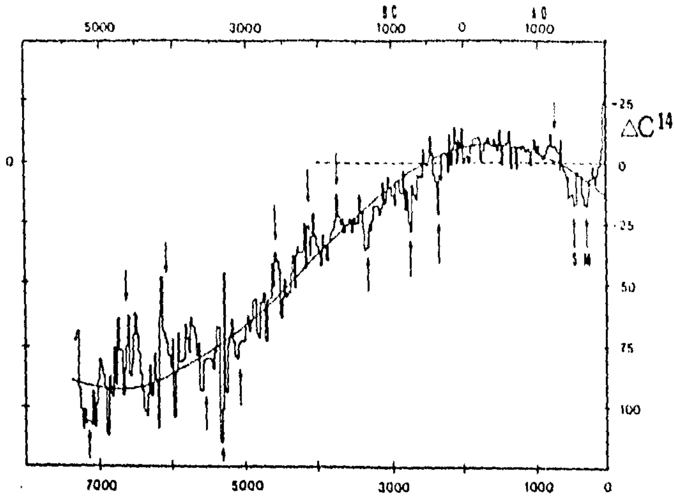


Fig.1.3.Desviaciones de ^{14}C (partes por mil) desde 5000 años antes de Cristo, la curva sinusoidal representa las variaciones del campo geomagnético. En el año 100 antes de Cristo el momento geomagnético alcanzó un máximo de aproximadamente 10^{24} gauss por cm^3. Las variaciones de ^{14}C a corto plazo atribuidas a la actividad solar estan marcadas con flechas: M, mínimo de Maunder; S, mínimo de Spörer; GM, gran máximo. El pico negativo de las desviaciones de ^{14}C al final de la curva en tiempos modernos se debe tambien a la combustion de combustibles fosiles.

CAPITULO 2

EL VIENTO SOLAR PRODUCIDO POR UNA CORONA ISOTERMICA

El viento solar juega un importante y unificante papel en la investigación espacial moderna. Domina nuestra atención por su relevancia en la explicación de fenómenos astrofísicos y geomagnéticos.

La aceptación universal de la existencia del viento solar se logró sólo después de las observaciones interplanetarias "in situ" durante la década de los sesentas.

2.1 EVIDENCIAS INDIRECTAS DE LA EXISTENCIA DEL VIENTO SOLAR

El estudio de las relaciones Sol-Tierra llevados a cabo durante la primera mitad de este siglo suministró evidencias considerables para sospechar la presencia de material solar en el espacio interplanetario. La idea de radiación solar fue ampliamente usada para explicar fenómenos como auroras polares, actividad geomagnética y modulación de rayos cósmicos.

Chapman y Ferraro en 1930 desarrollaron un modelo cuantitativo para describir la relación de las ráfagas solares con el campo geomagnético, con objeto de explicar el comienzo repentino y las subsecuentes fases de las tormentas geomagnéticas.

El modelo de Chapman y Ferraro establece las bases para la comprensión de las interacciones del viento solar y los fenómenos geomagnéticos.

Entre las evidencias observacionales que proporcionan indicios de la presencia permanente de un gas interplanetario están:

1.- Primero, la luz zodiacal, tradicionalmente atribuida a la dispersión de la luz solar por partículas de polvo interplanetario, posee una fuerte polarización, y tal efecto no puede ser provocado por polvo. Behr Y Siedentopf (1953) sugirieron que tal polarización en la luz zodiacal podría ser ocasionada por la dispersión con electrones con una densidad de 10^3 part/cm^3 cerca de la Tierra.

2.- La orientación de la cola de los cometas es antisolar, independientemente de la dirección orbital del núcleo del cometa. Tal orientación era atribuida en un principio a la presión de radiación solar.

Biermann (1951) detectó una fuerte aceleración y gran ionización en las moléculas de la cola de los cometas, y sugirió que tales efectos podrían ser debidos a su interacción con un flujo continuo de iones fluyendo al espacio exterior desde el Sol. Biermann encontró que la densidad de tal flujo en la vecindad de la Tierra era del orden de 10^{10} iones $cm^{-2}seg^{-1}$ ya que sólo así se podía explicar la aceleración e ionización observadas.

La combinación de los valores encontrados por Biermann, Behr y Siedentopf permitieron estimar en 10^7 cm/seg. la velocidad de los iones.

Las observaciones de naves espaciales en el espacio interplanetario han encontrado densidades de electrones más bajas que las inferidas por Behr y Siedentopf.

Las interacciones viento solar-cometas son en realidad muy diferentes de la propuesta por Biermann; aunque la aceleración de las moléculas y la orientación de la cola de los cometas sí son resultado de tal interacción. La densidad del flujo que proponía Biermann es dos ordenes de magnitud más baja que las estimadas por él mismo.

Sin embargo, a pesar de los errores de los modelos originales, el estudio de la luz zodiacal y la cola de los cometas durante 1950 jugaron un papel clave en la conceptualización del viento solar. Tales estudios fueron sin duda alguna la base en la que se apoyaron las nuevas teorias que intentan explicar la dinámica de la expansión de la corona solar.

2.2 LA CONDUCTIVIDAD TERMICA DE LA CORONA SOLAR

En 1950, las evidencias observacionales habían dado resultados importantes, por ejemplo, el hecho de que la corona solar exhibía una temperatura promedio de 10^6 K. El físico suizo Emden en 1940 ya había presentado una explicación completa al respecto. El detectó que las líneas de emisión del espectro de la corona correspondían a elementos como el hierro y el calcio altamente ionizados y que tal grado de ionización sólo es posible si estan expuestos a temperaturas de 1×10^6 K.

A tan altas temperaturas el hidrógeno está en un estado de ionización casi completa. Por lo cual se espera que la corona sea un gas de protones y electrones con pequeñas impurezas de iones de otros elementos mucho menos abundantes.

Los electrones componentes de este gas dispersan la radiación fotosférica con lo cual se produce la luz blanca que vemos en la corona durante un eclipse total. La intensidad de la luz dispersada implica una densidad de electrones 10^8 - 10^9 part./cm^3. en la base de la corona.

La conductividad térmica k de un gas de protones-electrones es debida en gran parte a la mayor movilidad de los electrones, y está dada por (chapman, 1954):

$$k = k_0\, T_e^{5/2} \qquad (2.1)$$

donde T_e es la temperatura del electrón, y $k_0 \cong 8\times10^{-7}$ erg $cm^{-1} seg^{-1}\, K^{-7/2}$

En presencia de un gradiente de temperatura, el flujo de calor del plasma es:

$$f_c = -k\, \nabla T_e \qquad (2.2)$$

En las condiciones de temperatura que prevalecen en la corona, la conductividad de los electrones es extremadamente alta:

$$T_e = 10^6\ K. \quad \Rightarrow \quad k = 8\times10^8\ \text{erg cm}^{-1}\ \text{seg}^{-1}\ K^{-1}$$

Las implicaciones de esta alta conductividad respecto a la estructura de la corona fueron estudiadas por Chapman (1957).

2.3 MODELO CORONAL DE CHAPMAN

El modelo de Chapmann supone que la corona solar es simétricamente esférica y estática. De esta manera, en ausencia de fuentes y sumideros de energía la ecuación de transferencia de calor se reduce a la forma:

$$- \nabla\cdot f_c = \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 k_0\, T_e^{5/2} \frac{dT_e}{dr} \right) = 0 \qquad (2.3)$$

Esta ecuación se deduce fácilmente tomando la divergencia de (2.2) e igualando a cero.

Ahora bien, la ecuación (2.3) implica que la expresión entre paréntesis debe ser constante, es decir;

$$r^2 k_0\, T_e^{5/2} \frac{dT_e}{dr} = cte \qquad (2.4)$$

separando variables e integrando:

$$\int_{T_{e(r_0)}}^{T_e} T_e^{5/2}\, dT_e = \int_{r_0}^{r} \frac{cte}{r^2}\, dr$$

realizando las integrales y evaluando en los limites tenemos:

$$T_e^{7/2} = cte\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0}\right) + T_{e(r_0)}^{7/2} \qquad (2.5)$$

pero aplicando la condición de frontera de que:

$$T_e\,(r = \infty) = 0$$

de (2.5) resulta que:

$$cte = r_0\, T_{e(r_0)}^{7/2}$$

de manera que sustituyendo la constante en (2.5), tenemos:

$$T_e = T_{e(r_0)}\left(\frac{r}{r_0}\right)^{2/7} \qquad (2.6)$$

donde r_0 es la base de la corona y $T_{e(r_0)}$ es la temperatura medida en r_0.

Si tomamos $r_0 = 1.0575\ R_\odot$ y $T_{e(r_0)} = 10^6$ K, la temperatura del electrón a la altura de la órbita de la Tierra (1 unidad astronómica = 1.5×10^{13} cm) es: $T_e = 2.19 \times 10^5$ K.

La alta conductividad del material coronal implica un pequeño gradiente de temperatura en el espacio interplanetario.

En equilibrio estático, la fuerza de gravedad sobre un fluido es balanceada por la fuerza de presión ejercida por el gas en dirección contraría, por lo tanto:

$$\frac{dP}{dr} = - \frac{G\, M_{o}\, \rho}{r^2} \qquad (2.7)$$

Donde, P es la presión del gas, ρ la densidad del gas coronal, M_o la masa solar y G la constante gravitacional.

Las fuerzas electrostáticas entre protones y electrones son tales que el número de protones es igual al número de electrones, de manera que:

$$\rho = n\ (m_e + m_p) \cong n\ m_p$$

donde n es la densidad de los protones o de los electrones y m_p es la masa del proton.

Si consideramos una misma temperatura para el protón y el electrón, la presión está dada por:

$$P = 2\ n\ k\ T$$

Ahora bien, sustituyendo en (2.7) el valor de la presión tenemos que:

$$\frac{d}{dr}\ (2\ n\ k\ T) = \frac{-\ G\ M_o\ \rho}{r^2}$$

y sustituyendo el valor de T dado por (2.6) en esta ecuación obtenemos:

$$\frac{d}{dr}\left(n\, r^{-2/7}\right) = \frac{-\, G\, M_\odot\, m_p}{2k\, T_\odot\, r_o^{2/7}} \quad \frac{n}{r^2}$$

desarrollando la derivada del lado izquierdo recordando que n es también función de r, esta ecuación se puede reescribir como:

$$\frac{dn}{n} = \left(- \frac{G\, M_\odot\, m_p}{2k\, T_\odot\, r_o^{2/7}} \; r^{-12/7} + \frac{2}{7}\, r^{-1}\right) dr \qquad (2.8)$$

Integrando (2.8) de r_o a r y suponiendo que $n(r_o) = n_o$, obtenemos:

$$n = n_o \left(\frac{r}{r_o}\right)^{2/7} \exp\left\{\frac{7}{5}\, \frac{G\, M_\odot\, m}{2\, k\, T_\odot\, r_o} \left[\left(\frac{r_o}{r}\right)^{5/7} - 1\right]\right\} \qquad (2.9)$$

Una implicación de la solución a la ecuación (2.9) es un alto valor de la densidad cerca de la Tierra, ya que una elección razonable de n_o y $T_\odot$ en la corona conduce a densidades electrónicas de 10^2 a 10^3 part/cm^3 a la altura de la órbita de la Tierra.

Cabe señalar que la densidad encontrada por Chapman concuerda con la que se deduce de la interpretación de la luz zodiacal propuesta por Behr y Siedentopf, lo cual sustentaba de alguna manera el modelo de Chapman.

El modelo de Chapman conduce a dificultades fundamentales cuando es llevado al límite de distancias heliocéntricas suficientemente grandes; sin embargo no podemos subestimar su importancia ya que demostró que la corona solar no termina en las cercanías del Sol, sino que se extiende en el espacio interplanetario.

Analicemos algunas de las imprecisiones del modelo de Chapman. La presión P(r) implicada por el modelo de Chapman para la corona estática se obtiene sustituyendo el valor de la temperatura dado por (2.6) y el valor de n(r) dado por (2.9) en la ecuación para la presión

$$P = 2\ n\ k\ T \qquad (2.10)$$

de esta manera tenemos:

$$P(r) = P_o \exp\left\{ \frac{7}{5} \frac{G\ M_o\ m}{2\ k\ T_o\ r_o} \left[\left(\frac{r_o}{r} \right)^{5/7} - 1 \right] \right\} \qquad (2.11)$$

donde $P_o = 2\ n_o\ k\ T_o$.

OBSERVACIONES:

De (2.11) vemos que P(r) decrece monótonamente cuando se incrementa r, aproximándose al valor finito:

$$P(\infty) = P_o \exp\left\{ \frac{-7}{5} \frac{G\ M_o\ m}{2k\ T_o\ r_o} \right\}$$

Esta presión finita a grandes distancias heliocéntricas es consecuencia directa de la variación de la densidad dada por (2.9). La densidad alcanza un valor mínimo en $r = \left(\frac{7}{4} \frac{G\ M_o\ m_p}{r_o\ k\ T_o} \right)^{7/5} r_o$ y se incrementa lejos de esta distancia variando como $r^{2/7}$.

Para valores de la densidad y la temperatura consistentes con los valores observados (aproximadamente 10^6 K y 10^8 part/cm^{-3}), el modelo de Chapman da una presión de 10^{-5}dinas/cm^2 a grandes distancias heliocéntricas. Por lo tanto, uno debe esperar que la corona se expanda en el espacio interplanetario si no existe presión que la contrarreste.

Por otra parte, la presión combinada del campo magnético galáctico, gas interestelar y rayos cósmicos se estima en 10^{-12}- 10^{-13} dinas/cm^2; de manera que el modelo coronal de Chapman no puede explicar una corona en equilibrio estástico con tal desbalance en las presiones. Las implicaciones de este hecho fueron hechas por Parker (1958), quien argumentaba que el modelo de Chapman sólo podría ser válido si existiera una excesiva presión en el espacio interplanetario que contrarrestase a la presión de la corona.

Parker concluía finalmente que no es posible para la corona solar ni para la atmósfera de cualquier estrella estar en estado de equilibrio hidrostático a grandes distancias heliocéntricas. De esta manera quedaba abierta la posibtlidad teórica de que la corona experimentara una constante expansión.

2.4 MODELO DE PARKER PARA UNA CORONA ISOTERMICA

Consideremos ahora una corona simétricamente esférica expandiéndose de manera radial, de manera que las variables físicas que la describen sean sólo función de la distancia heliocéntrica y no del tiempo.

La ecuación (2.7), usada en el modelo de Chapman debe ser reemplazada entonces por la ecuación de movimiento para un fluido; es decir :

$$\rho\, v\, \frac{dv}{dr} = -\frac{dP}{dr} - \rho\, \frac{G\, M_\odot}{r^2} \qquad (2.12)$$

donde v es la velocidad de expansión supuesta puramente radial.

La ecuación de conservación del flujo en coordenadas esféricas es:

$$\frac{1}{r^2}\, \frac{d}{dr}\, (r^2\, \rho\, v\,) = 0 \qquad (2.13)$$

y la ecuación de conservación de la energía es:

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\{r^2\rho\ \ v(\frac{1}{2}\ v^2\ + \frac{3}{2}\ \frac{p}{\rho})\}\ = \frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}(r^2\ \ P\ \ v) - \rho v\frac{G\ M_\odot}{r^2} + S(r)$$

(2.14)

El término S(r) representa cualquier fuente o sumidero de energía (radiación, conducción de calor). En el modelo de Chapman, se considera que la única fuente de energía es debida a la conducción de calor, de manera que:

$$S(r) = \frac{1}{r^2}\, \frac{d}{dr}\, (r^2\, f_c\,);$$

donde f_c es la densidad de flujo de calor. Si nuevamente consideramos a la corona como un gas de protones y electrones, la densidad está dada por:

$\rho = n(m_p + m_e\,) \cong n\, m_p$; y la presión está dada por

$P = n\,k\,(T_e + T_p)$; con T_e y T_p la temperatura del electrón y del protón respectivamente.

En la formulación inicial Parker supone una simplificación adicional respecto a la ecuación de energía, suponiendo que la presión y la densidad están relacionadas mediante una ley politrópica dada por la ecuación (2.15) y usando ésta en lugar de (2.14) :

$$P = P_o \left(\frac{\rho}{\rho_o} \right)^{\alpha} \qquad (2.15)$$

donde α es el índice politrópico, que es la razón de los calores específicos a presión y volumen constantes.

Consideraremos $\alpha = 1$, lo cual corresponde a una corona isotérmica (o más precisamente a la suma constante de la temperatura del proton y el electrón). La ecuación de estado es entonces:

$$P = 2\,n\,k\,T \; ; \; \text{con } T = \frac{1}{2} (T_e + T_p)$$

Las ecuaciones de conservación de flujo y momento pueden escribirse entonces como:

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2\, n\, V) = 0 \qquad (2.16)$$

$$n\, m\, v \frac{dv}{dr} = -\, 2\, k\, T \frac{dn(r)}{dr} - n\, m\, \frac{G\, M_o}{r^2} \qquad (2.17)$$

Integrando (2.16) obtenemos:

$$4 \pi n v r^2 = I = cte. \qquad (2.18)$$

Este resultado simplemente establece la conservación del flujo a través de cualquier superficie esférica centrada en el Sol.

Ahora bien, despejando n de (2.18) y sustituyendo en (2.17), resulta:

$$\frac{1}{v} \frac{dv}{dr} [v^2 - \frac{2 k T}{m}] = \frac{4 k T}{m r} - \frac{G M_o}{r^2} \qquad (2.19)$$

Esta ecuación tiene un punto crítico cuando el lado derecho se anula; es decir cuando:

$$\frac{4 k T}{m r} - \frac{G M_o}{r^2} = 0$$

condición que se satisface si:

$$r_c = \frac{G M_o m}{4 k T} \qquad (2.20)$$

donde r_c recibe el nombre de radio crítico. Físicamente, lo que sucede cuando se alcanza el radio crítico es que el plasma alcanza la velocidad del sonido.

Por otra parte, en $r = r_c$, existen dos posibilidades para el lado izquierdo de (2.19), primera:

$$v^2 - \frac{2 k T}{m} = 0$$

o lo que es lo mismo:

$$v_c = \left(\frac{2\,k\,T}{m} \right)^{1/2} \qquad (2.21)$$

expresión que corresponde a la velocidad del sonido.

La otra posibilidad sería que:

$$\frac{1}{v} \left. \frac{dv}{dr} \right|_{r = r_c} = 0 \qquad (2.22)$$

Por razones físicas obvias, las soluciones que nos interesan son aquéllas en las que $v(r)$ y $\frac{dv}{dr}$ son continuas.

Si (2.21) se satisface, entonces $\frac{dv}{dr}$ tiene el mismo signo para toda r, por lo tanto, $v(r)$ es monótonamente creciente o monótonamente decreciente. Si (2.22) se satisface, entonces $v^2 - \frac{2\,k\,T}{m}$ tiene el mismo signo para toda r, $v(r)$ tiene un máximo en $r = r_c$ si $v^2\,(r_c) < 2\,k\,T/m$ o bien, un mínimo en $r = r_c$ si $v^2(r_c) > 2kT/m$. Todas estas posibilidades conducen a cuatro diferentes clases de soluciones para la ecuación (2.20) como lo ilustra la figura 2.1.

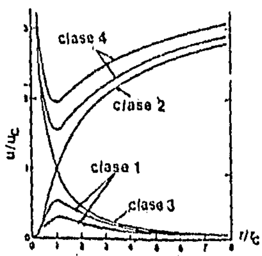


Fig.2.1.Familias de soluciones de la ecuación (2.19)

Clase 1: Familia de soluciones para las cuales $v(r)$ se incrementa con r en $r_o \leq r \leq r_c$, alcanza un valor máximo menor que $(2kT/m)^{1/2}$

para r muy cercano a r_c y decrece con r en $r_c < r < \infty$.

Clase 2: Una única solución para la cual v(r) crece monotonamente y $v_c^2 = 2kT/m$.

Clase 3: Una única solución para la cual v(r) decrece monotónamente y v(r) = 2kT/m.

Clase 4: Familia de soluciones para las cuales v(r) decrece monotónamente en $r_o \leq r < r_c$, alcanza un valor mínimo más grande que $(2kT/m)^{1/2}$ cuando $r = r_c$ y se incrementa en $r_c < r < \infty$.

La solución físicamente aceptable será aquélla que cumpla con las condiciones de frontera para grandes y pequeñas distancias heliocéntricas.

Las clases tres y cuatro predicen velocidades de expansión del orden de 10^7 cm/seg. para temperaturas del orden de 10^6 K en $r = r_0$ (baja corona). Estas soluciones no son físicamente aceptables porque tales velocidades no se observan.

La clase uno y dos, presentan similar comportamiento en $r = r_o$, ambas predicen bajas velocidades en la baja corona lo cual sí está de acuerdo con la observación. Sin embargo, las soluciones de las clases uno y dos exhiben comportamientos totalmente diferentes en r ∞ y la aceptabilidad de estas dos clases depende de esta diferencia.

Para ver el comportamiento de las soluciones de la ecuación (2.19), hacemos uso de la identidad :

$$\frac{dv}{dr} = \frac{1}{2v}\left(\frac{dv^2}{dr}\right) \qquad (23)$$

Usando esta identidad, la ecuación (2.19) se puede reescribir como :

$$\frac{1}{2}\,\frac{dv^2}{dr}\left(1-\frac{2kT}{m}\,\frac{1}{v^2}\right)=\frac{4kT}{mr}-\frac{G\,M_o}{r^2} \qquad (2.24)$$

La solución de (2.24) la obtenemos integrando directamente, resultando ser :

$$\frac{1}{2}\,v^2-\frac{kT}{m}\ln\left(v^2\right)=\frac{4kT}{m}\ln(r)+\frac{G\,M_o}{r}+C \qquad (2.25)$$

donde C es una constante de integración.

Usando el resultado de que $v_c^2 = 2kT/m$, (2.25) se puede reescribir en la forma:

$$v^2-\frac{2kT}{m}\ln(v^2)=4\,\frac{2kT}{m}\ln(r)+\frac{2\,G\,M_o}{r}+C' \qquad (2.26)$$

Agregando un cero de la forma $\ln(v_c^2) - \ln(v_c^2)$, (2.26) implica:

$$\left(\frac{v}{v_c}\right)^2-\ln\left(\frac{v}{v_c}\right)^2=4\,\ln(r)+\frac{G\,M_o\,m}{kTr}+C'+\ln(v_c^2) \qquad (2.27)$$

Ahora, recordemos que para la familia de soluciones de la clase 1, $\frac{v}{v_c} < 1$ y que v decrece cuando $r \longrightarrow \infty$, por lo tanto:

$$\left(\frac{v}{v_c}\right)^2 \ll \left|-\ln\left(\frac{v}{v_c}\right)^2\right|$$

de manera que (2.27) se reduce a:

$$\ln\left(\frac{v}{v_c}\right)^2 \cong -4\ln(r)$$

de donde:

$$v \cong v_c \frac{1}{r^2}$$

Y sustituyendo el valor de v en la ecuación de conservación del flujo (2.18), encontramos que la densidad n tiene un valor constante y finito en $r \longrightarrow \infty$. Por lo tanto, al ser n constante, la presión $P = 2n_\infty kT$ también sería no nula y constante; es decir las soluciones de clase uno conducen a las mismas dificultades que aparecieron en el modelo de Chapman al proponer una corona estacionaria.

Para la solución de clase dos, se tiene que:

$\frac{v}{v_c} > 1$ y v(r) se incrementa cuando $r \longrightarrow \infty$, de manera que:

$$\left(\frac{v}{v_c}\right)^2 \gg \left| \ln\left(\frac{v}{v_c}\right)^2 \right|$$

y por lo tanto (2.27) se reduce a:

$$\left(\frac{v}{v_c}\right)^2 \cong 4 \ln(r)$$

de donde:

$$v \cong 2 v_c \, [\ln(r)]^{1/2}$$

Lo cual implica que la expansión continúa aún cuando cuando r ∞. Al sustituir este valor de la velocidad en la ecuación de conservación de flujo (2.18) se tiene que $n \longrightarrow 0$ cuando $r \longrightarrow \infty$; es decir las soluciones de clase dos predicen que $P \rightarrow 0$ cuando $r \rightarrow \infty$.

Las consideraciones de Parker en las ecuaciones de movimiento de una corona isotérmica expandiéndose revelan la existencia de una única solución en la cual v(r) se incrementa desde un bajo valor, en concordancia con las observaciones coronales en pequeñas distancias heliocéntricas.

Esta única solución predice también una expansión supersónica y presiones que tienden a cero a grandes distancias heliocéntricas, lo cual también coincide con las observaciones del medio interplanetario.

la constante de integración C' en (2.27) se puede determinar evaluando en las coordenadas del punto crítico :

$$C' = 1 - 4 \ln (r_c) - \frac{G M_\odot m}{r_c k T}$$

De manera que si sustituimos C' en (2.27) encontramos que:

$$v^2 - v_c^2 - v_c^2 \ln\left(\frac{v}{v_c}\right)^2 = 4 v_c^2 \ln\left(\frac{r}{r_c}\right) + 2 G M_\odot \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_c}\right) \qquad (2.28)$$

La ecuación (2.28) expresa de manera explicita la relación funcional de la velocidad del viento solar y la distancia heliocéntrica. En la figura 2.2 de la página siguiente aparecen los perfiles de velocidad que se obtienen de la ecuación (2.28) para diferentes temperaturas coronales, con $r_o = 0.6980 \times 10^{11}$ cm. (1.003 R⊙). Las soluciones de (2.28) predicen flujo supersónico para $r \geq r_c$ Parker llamó a esta expansión supersónica continua de la corona " el viento solar ".

La suposición de una corona isotérmica , es decir $\alpha = 1$, es sólo una buena aproximación únicamente en las cercanías del Sol, donde la alta temperatura coronal impera gracias a un mecanismo de calentamiento que a la fecha está bajo intenso estudio.

Los próximos capítulos están destinados a proponer otros modelos del viento solar que describan de una manera más real las características físicas del mismo.

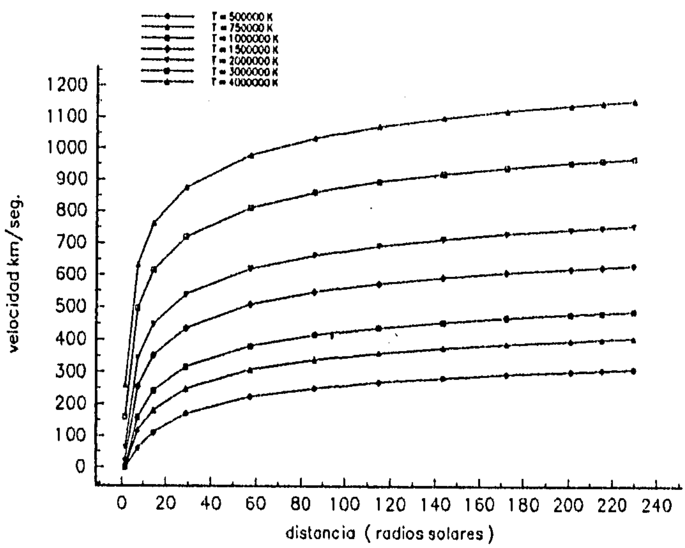


Fig.2.2 Velocidad del viento solar en función de la distancia heliocéntrica en una corona isotérmica. La gráfica muestra perfiles para varias temperaturas.

CAPITULO 3

VIENTO SOLAR PRODUCIDO POR UNA CORONA NO ISOTERMICA

La expansión magnetohidrodinámica de la corona solar es sin duda alguna la causa que origina el viento solar que se observa a la altura de la órbita de la Tierra y que se extiende más allá ocupando todo el espacio interplanetario.

La expansión magnetohidrodinámica de la corona es corona es tratada mediante la integración de las ecuaciones hidrodinámicas a lo largo de la linea de flujo del viento solar.

El viento solar ocurre de tal manera que en la base de la corona alcanza velocidades observables del orden de 0.1 Km/seg y la densidad observada alcanza un valor aproximado de 10^9part/cm^3 .

La velocidad del flujo se incrementa hacia el espacio exterior a partir de la base de la corona. El viento solar es subsónico hasta una distancia heliocéntrica de algunos cuantos radios solares (radio critico) y a partir de dicha distancia el viento solar se expande a velocidades supersónicas, alcanzando a la altura de la órbita de la Tierra velocidades del orden de varios cientos de kilometros por segundo. Desde el punto de vista de la hidrodinámica la expansión del viento solar en el espacio interplanetario es análoga a la expansión de un gas a través de una tobera de Laval y su descripción resulta un tanto complicada por la cantidad de diferentes soluciones que tiene la ecuación de movimiento. La elección de la solución correcta es el primer problema a resolver y para ello emplearemos algunos criterios que esencialmente tienen que ver con que las soluciones cumplan o no ciertas condiciones a la frontera derivadas de observaciones directas.

En lo sucesivo la discusión estará enfocada a analizar las posibles soluciones y a elegir la que mejor describa la expansión del viento solar en régimen no-isotérmico.

3.1 ECUACIONES HIDRODINAMICAS

Observaciones próximas al Sol y a la Tierra indican que el viento solar no se expande adiabáticamente en esta región, lo cual implica que el calentamiento del plasma se da cuando se propaga a través del espacio interplanetario. Una aproximación alternativa para modelar un fluido no-adiabático, al margen de utilizar una ecuación de energía, es utilizar una aproximación politrópica con un exponente no-adiabático.

Recordemos que un proceso cuasiestático es aquél que se da de una manera infinitamente lenta de modo que en cualquier tiempo el sistema se encuentra en equilibrio térmico. Para un proceso cuasiestático la primera ley de la termodinámica se puede escribir como sigue:

$$dQ = dU + P\, dV \ldots\ldots (3.1)$$

Q representa la cantidad de calor por unidad de masa, U la cantidad de energía por unidad de masa del sistema, P la presión y V el volumen. Para un gas ideal, U es función sólo de la temperatura. Por lo tanto $dU = c_v\, dT$ donde c_v es calor específico del gas a volumen constante. Por definición un proceso politrópico es un cambio cuasiestático en el cual la capacidad calorífica, $c = dQ/dT$, se mantiene constante (Chandrasekhar, 1957). También para un gas ideal, $PV = RT$, donde $R = (c_p - c_v)$ es la constante del gas. C_p es el calor específico a presión constante.

Ahora bien, como $dU = c_v\ dT$, podemos sustituir en la ecuación (3.1) y obtenemos:

$$dQ = c_v\ dT + pdV \qquad (3.1.1)$$

pero de la ley general de los gases implica que $P = RT/V$, y además para un proceso adiabático $dQ = 0$, de manera que (3.1.1) se puede reescribir como :

$$c_v\ dT + (RT/V)\ dV = 0 \qquad (3.1.2)$$

pero $R = c_p - c_v$, eliminando R en (3.1.2), separando variables e integrando obtenemos :

$$c_v\ \ln T + (\ c_p - c_v\ )\ln V = cte \qquad (3.1.3)$$

pero $cp/cv = \alpha$, de manera que (3.1.3) se puede escribir como:

$$C_v \ln T + (\alpha - 1)\ln V = cte. \qquad (3.1.4)$$

de donde se obtiene que :

$$TV^{\alpha-1} = cte. \qquad (3.1.5)$$

pero $T = PV/R$ y $V = m/\rho$, si sustituimos en (3.1.5) obtenemos la ecuación politrópica :

$$\frac{P}{Po} = \left(\frac{\rho}{\rho o}\right)^{\alpha} \qquad (3.2)$$

donde α es el llamado indice politrópico, y se puede escribir en terminos de los calores especificos como:

$$\alpha = (c_p - c)/ (c_v - c) \qquad (3.3)$$

En resumen, una expansión o compresión politrópica se define como un proceso en el cual la presión y la densidad varian de acuerdo a la ecuación (3.2).

Para una expansión isotérmica , $\alpha = 1$, lo cual implica que la capacidad calorifica es infinita. La aproximación politrópica más común empleada en modelos hoy en dia es el caso adiabático $\alpha = c_p / c_v$ con $c = 0$. Si α es más grande que 1, la temperatura decrece cuando el gas se expande y se incrementa si el gas se comprime.

Observaciones del plasma de viento solar realizadas por los satélites Helios 1 y 2 (Totten y Freeman, 1994)entre 0.3 y 1 unidades astronómicas implican un indice politrópico con un valor más grande que uno pero menor que el valor adiabático. El plasma de viento solar tiene tres grados de libertad, implicando $\alpha = 5/3$. Por lo tanto $1 < \alpha < 5/3$ para el viento solar.

El indice politrópico en la corona se comporta de tal manera que en la base tiene un valor cercano a uno (caso isotérmico) y a medida que se incrementa la distancia redial heliocéntrica este valor tiende al limite adiabático de $\alpha = 5/3$.

En cualquier lugar alrededor del Sol se observa la presencia del campo magnético que surge en la fotósfera con una magnitud en las regiones quietas de aproximadamente un gauss o fracción de gauss (Priest, 1988). El gas coronal es un fluido altamente conductor por lo cual gas y campo están "congelados" mutuamente. Además a partir de cierta distancia, 2.5 radios solares aproximadamente, la presión del gas es tal que domina a la presion magnética provocando que el gas arrastre consigo al campo magnético (el parámetro $\beta = P/(B^2/8\pi)$, que es el cociente de la presión del gas y la presión magnética, es mayor que 1).

La fuerza volumétrica ejercida por el campo magnético sobre el fluido es $(\nabla \times B) \times B/4\pi$ dinas $/cm^3$, la cual no tiene componente a lo largo de la linea de flujo. Por lo tanto la velocidad del flujo varia con la distancia de acuerdo a la ecuación (coordenadas cilíndricas) :

$$\frac{v\partial v}{\partial r} + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial P}{\partial r} \right) + \nabla\phi = 0 \qquad (3.4)$$

donde ϕ es el potencial gravitacional, ρ es la densidad del gas y P es la presión del gas.

Las fuerzas de viscosidad del gas no han sido consideradas porque son más pequeñas que los efectos de conducción térmica a lo largo de las lineas de flujo. Los efectos de calentamiento coronal y conducción térmica se tomarán en cuenta suponiendo que la presión y la densidad están relacionadas mediante la ley politrópica dada por la ecuación (3.2). Estamos interesados en valores de α en el intervalo $1 \leq \alpha < 5/3$. Por lo tanto alfa puede tomar valores entre el límite isotérmico ($\alpha = 1$) y el límite adiabático ($\alpha = 5/3$).

Despejemos ahora P(r) de la ecuación (3.2):

$$P(r) = P(a)\ [\rho(r)/\rho(a)]^{\alpha}$$

donde consideramos que : $P_o = P(a)$, $P = P(r)$, $\rho_o = \rho(a)$ y $\rho = \rho(r)$.

Si sustituimos P(r) en la ecuación (3.4) obtenemos:

$$\frac{v\partial v}{\partial r} + \frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial}{\partial r}\left\{ P(a) \left\{\frac{\rho(r)}{\rho(a)}\right\}^{\alpha}\right\}\right) + \frac{\partial \phi}{\partial r} = 0 \qquad (3.5)$$

integremos ahora la ecuación (3.5):

$$\int \frac{v\partial v}{\partial r} dr + P(a)\ [1/\ \rho(a)\ ]^{\alpha} \int \frac{1}{\rho(r)} \frac{\partial}{\partial r}(\rho(r))dr^{\alpha} + \int \frac{\partial \phi}{\partial r} dr = 0 \qquad (3.6)$$

El integrando del segundo miembro se puede reducir de la siguiente manera :

$$\frac{1}{\rho(r)} \frac{\partial}{\partial r}(\rho(r))^{\alpha} = \frac{1}{\rho(r)\partial r}\left[\alpha\ (\rho(r))\right]^{\alpha-1} \frac{\partial \rho(r)}{\partial r} = \alpha\ [\ \rho(r)]^{\alpha-2}\ \frac{\partial \rho(r)}{\partial r}$$

De modo que la ecuación (3.6) queda como:

$$\int v dv \quad \alpha \left\{ \frac{P(a)}{\rho(a)^{\alpha}} \right\} \int [\rho(r)]^{\alpha-2}\ \partial\rho(r) + \int \partial\phi \ = 0$$

Realizando las integrales obtenemos:

$$v^2/2 - v_0^2/2 + \frac{\alpha P(a)}{[\rho(a)]^{\alpha}}\left(\frac{[\rho(r)]^{\alpha-1}}{\alpha-1} - \frac{[\rho(a)]^{\alpha-1}}{\alpha-1} \right) + \phi - \phi_0 = 0$$

Reescribiendo obtenemos finalmente:

$$\frac{v^2}{2} + \frac{\alpha}{\alpha-1} P_0\rho_0^{-\alpha} [\rho(r)]^{\alpha-1} + \phi(r) = \frac{v_0^2}{2} + \frac{\alpha}{\alpha-1}\frac{P_0}{\rho_0} + \phi_0$$

(3.7)

donde hemos convenido que:

Haciendo uso de la igualdad $\rho_0^{\alpha} = \rho_0^{\alpha-1}\ \rho_0$, la ecuación (3.7) puede escribirse como:

$$\frac{v^2}{2} + \frac{\alpha P_0}{(\alpha-1)\rho_0} [\frac{\rho}{\rho_0}]^{\alpha-1} + \phi = \frac{v_0^2}{2} + \frac{\alpha}{\alpha-1}\frac{P_0}{\rho_0} + \phi_0 \qquad (3.8)$$

donde el subindice cero nos indica que el valor de la velocidad, la densidad y una sección de área transversal estan medidos en algún punto de referencia a lo largo de la linea de flujo del viento solar.

Ahora bien, imaginemos un tubo de flujo (fig. 3.1a). Si $A(l)$ es el area de la cección transversal del tubo de flujo, la conservación del flujo requiere que :

$$\rho\ v\ A = \rho_0\ v_0\ A_0 \qquad (3.9)$$

Definamos la función $F \equiv A(l)/A(l_0)$. la función $F(r)$ esta determinada por el equilibrio lateral de la linea de flujo donde estan involucrados el balance de la fuerza centrifuga del flujo y la tensión del campo magnético alrededor de cualquier curvatura de la linea de flujo, como sabemos la condición de equilibrio es que $P + B^2/8\pi$ sea la misma dentro y fuera del tubo de flujo.

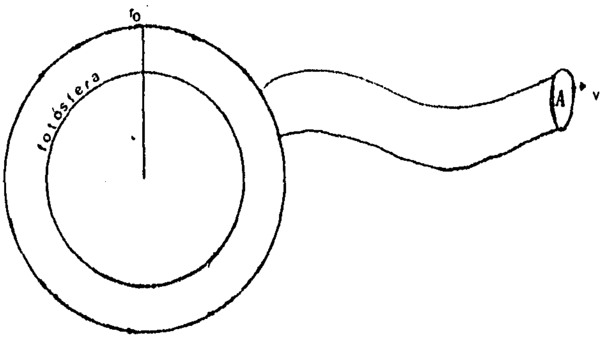


Figura 3.1a. esquematización de un tubo de flujo simple, a lo largo del cual la ecuación hidrodinámica es integrada durante la expansión de la corona. El nivel de referencia que elegiremos mas adelante sera r_0= 1.003 radios solares a partir del centro del sol.

Con la ayuda de la ecuación (3.9), la ecuación (3.8) puede escribirse como:

$$\frac{v^2}{2} + \frac{\alpha}{\alpha-1}\,\frac{P_0}{\rho_0}\left[\frac{v_0}{v\,F(r)}\right]^{\alpha-1} + \phi = \frac{v_0^2}{2} + \frac{\alpha}{\alpha-1}\,\frac{P_0}{\rho_0} + \phi_0$$

(3.10)

Si hacemos la aproximación de que el tubo de flujo es basicamente radial, entonces a primera aproximación la distancia l a lo largo del tubo de flujo coincide con la distancia radial r.

Supongamos también que $F = (r/r_0)^s$, donde r_0 es la baja corona. El valor de s = 2 corresponde a un movimiento radial, s > 2 corresponde aun movimiento que diverge más rapido que el radial (Fig.3.1b).

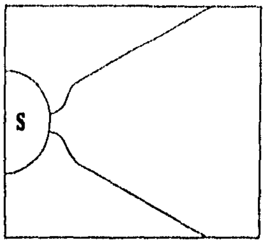


Fig.3.1b Esquematización de la expansión en donde la geometría diverge mas rapidamente que una geometría radial.

El potencial ϕ es de la forma:

$$\phi = -G\, M_0/r$$

Introduzcamos ahora las variables adimensionales:

$$U^2 = \rho_0 v^2/2P_0 \qquad (3.11)$$

Y el potencial gravitacional adimensional:

$$H = GM_0\rho_0\,/r_0P_0 \qquad (3.12)$$

y definamos también el cociente de la distancia heliocéntrica y la distancia al nivel de referencia como:

$$\xi = r/r_0$$

En términos de estas variables la ecuación (3.10) puede reescribirse como:

$$U^2 + \frac{\alpha}{\alpha-1}\left(\frac{U_0}{U\xi^s}\right)^{\alpha-1} - \frac{H}{\xi} = U_1^2 \qquad (3.13)$$

donde : $U_1^2 = U_0^2 + \frac{\alpha}{\alpha-1} - H$ (3.15)

cuando $\alpha \neq 1$.

En el apéndice 1 se demuestra que cuando $\alpha = 1$ (caso isotérmico), la ecuación (3.13) se puede escribir como:

$$U^2 - \ln U - s\ln\xi - \frac{H}{\xi} = U_2^{\,2} \qquad (3.14)$$

donde : $U_2^2 = U_0^2 - \ln U_0 - H$ (3.16)

y U_0 es el valor de U en el nivel de referencia, es decir en $\xi = 1$.

3.1.1 RAMALES ASINTOTICOS DE LA VELOCIDAD

Para elegir correctamente la solución que describe al viento solar en régimen no isotérmico, es necesario discutir primero el comportamiento asintótico de las soluciones de la ecuación (3.13) para grandes y pequeñas distancias heliocéntricas. Nos interesan valores de α en el intervalo $1< \alpha <5/3$, el límite inferioro corresponde a una corona isotérmica y el límite superior a una corona adiabática(α = 5/3).

En el apéndice 2 se detalla el desarrollo en serie de la ecuación (3.13) para grandes distancias heliocéntricas. A partir de estos desarrollos se concluye que los ramales superior e inferior de la ecuación (3.13) para grandes distancias y $\alpha > 1$ son respectivamente :

$$U \cong U_1 + \frac{H}{2\xi} - \frac{\alpha}{2(\alpha - 1)} \left(\frac{U_0}{U\xi^{s}}\right)^{\alpha - 1} + \ldots \qquad (3.17)$$

$$U \cong \frac{U_0}{\xi^{s}} \left[\frac{\alpha}{-(\alpha - 1)U_1^2}\right]^{1/(\alpha-1)} \left[1 - \frac{H}{(\alpha - 1)U_1^2\ \xi} + \ldots\right] \qquad (3.18)$$

Observemos que en el ramal inferior la velocidad decrece como ξ^{-s}, mientras que en el ramal superior la velocidad llega a ser constante cuando $\alpha > 1$. Estamos interesados en valores de $\alpha > 1$ porque representa condiciones físicas más reales en la corona y y $\alpha = 1$ es sólo una primera aproximación.

Cuando $\alpha > 1$, la existencia de las soluciones dadas por las ecuaciones (3.17) y (3.18) dependen de si U_1^2 es más grande que cero, de aquí que U_1 debe ser real y positivo.

Analizemos ahora cómo varía la densidad en los dos ramales a distancias lo suficientemente grandes y en base a esto podremos decidir cuál de los ramales satisface la condición de frontera de que la presión tienda a cero en $\xi \rightarrow \infty$. Se sigue de la ecuación de conservación del flujo que:

$$\rho = \rho_0 U_0 / U\ \xi^{s} \qquad (3.19)$$

de manera que sustituyendo las velocidades dadas por (3.17) y (3.18) en (3.19) obtenemos:

$$\rho \simeq \rho_0 U_0 / U_1 \xi^{s} \qquad (3.20)$$

para el ramal superior y

$$\rho \approx \rho_0 (U_1^2 \, (\alpha-1)/\alpha)^{1/(\alpha-1)} \qquad (3.21)$$

para el ramal inferior.

La densidad y por lo tanto la presión tienden a cero en infinito en el ramal superior (3.21), mientras que en el ramal inferior, la presión y la densidad se aproximan a un valor finito en $\xi = \infty$, el cual para la corona solar sería únicamente unos cuantos órdenes de magnitud más pequeño que en la base de la corona. De manera que para que la expansión de la corona se diera en el ramal inferior sería necesario ejercer en infinito una presión hacia el interior del orden de:

$$P_0 \, U_1^2 \, \{(\alpha-1)/\alpha\}^{1/(\alpha-1)}$$

como tal presión no existe se concluye que el ramal inferior no satisface las condiciones de frontera. Por lo tanto, el ramal superior para grandes distancias es el físicamente aceptable, para representar un viento solar supersónico.

Ahora consideremos U para ξ pequeñas. Análogos desarrollos en serie de (3.13) (apéndice 3) pero ahora para $\xi \to 0$ implican que los ramales superior e inferior son respectivamente :

$$U \cong \frac{H^{1/2}}{\xi^{1/2}} \left[1 + \frac{U_1^{\,2}\xi}{2H} - \ldots \right] \qquad (3.22)$$

$$U \cong \frac{U_0}{\xi^{1/(\alpha-1)-s}} \left(\frac{\alpha}{H(\alpha-1)}\right)^{1/(\alpha-1)} \left(1 + \frac{U_1 \, \xi}{H \, (\alpha - 1)} + \ldots \right) \qquad (3.23)$$

La densidad en el ramal inferior se incrementa asintóticamente hacia adentro como en una atmósfera estática, $\rho \approx 1/\xi^{\alpha-1}$. Si $\alpha <$ s+1/s, la velocidad decrece hacia adentro tendiendo a cero. Por lo tanto es obvio que para ξ pequeñas el ramal inferior (3.18) es el que cumple con las condiciones de frontera y por lo tanto el físicamente aceptable.

Es importante notar que no existe solución que satisfaga la condición de frontera de que U decrezca cuando decrece ξ si $\alpha > (s+1)/s$; o sea si $\alpha > 3/2$ para un flujo radial. En la corona se observa que $\alpha \approx 1.1$ de aquí que la condición de frontera en U queda automáticamente satisfecha.

3.1.2 PUNTOS CRITICOS DE LA ECUACION DE MOMENTO

Por supuesto que la ecuación (3.14) expresada en las variables adimensionales H, ξ, U es equivalente a la ecuación que se usó en el capitulo 2 donde se analizó una corona isotérmica:

$$1/2(v^2 - v_c^2) = (2kT/m)\,\mathrm{Ln}(v/v_c) + (4kT/m)\,\mathrm{Ln}\, r/r_c + GM_0(1/r - 1/r_c)$$

Diferenciando la ecuación (3.14) respecto de la variable ξ obtenemos:

$$2U\frac{dU}{d\xi} - \frac{1}{U}\frac{dU}{d\xi} - s\frac{1}{\xi} + \frac{H}{\xi^2} = 0 \qquad (3.24)$$

factorizando el término $dU/d\xi$ se tiene que:

$$\frac{dU}{d\xi}\left(2U - \frac{1}{U} \right) = \frac{s}{\xi} - \frac{H}{\xi^2} \qquad (3.25)$$

Esta ecuación tiene un punto crítico en el plano U, ξ cuando el lado derecho se anula; es decir, cuando :

$$s/\xi_c - H/\xi^2 = 0$$

de donde :

$$\xi_c = H/s$$

una posibilidad para el lado izquierdo es, por lo tanto que :

$$2U_c - 1/U_c = 0$$

de donde

$$U_c = 1/(2)^{1/2}$$

Ahora, la velocidad v_c del sonido la podemos obtener de la ecuación:

$$U^2 = \rho_0 v^2/2P_0$$

la cual si es evaluada en las coordenadas críticas resulta:

$$U_c^2 = \rho_0 v_c^2/2P_0 = 1/(2)^{1/2} \quad \text{con } \rho_0 = nm \text{ y } P_0 = 2nkT$$

de donde :

$$v_c^2 = 2kT/m \qquad (3.26)$$

que es la velocidad del sonido.

Para obtener el radio crítico r_c recordemos que:

$\xi_c = H/s$ con s = 2 para una expansión radial.

De (3.12) sabemos que : $H = (GM_0 \rho_0)/(r_0 P_0)$, sustituyendo el valor de H, P_0, y ρ_0 tenemos:

$$\xi_c = r_c/r_0 = H/2 = GM_0 m/4kTr_0$$

de donde:

$$r_c = GM_0 m/4kT \qquad (3.27)$$

Ahora sustituyendo las coordenadas del punto crítico en la ecuación (3.14) se tiene:

$$\{1/(2)^{1/2}\}^2 + \ln 2^{-1/2} - s\ln(H/s) - H/\xi_c = U_2^2$$

Reescribiendo tenemos:

$$U_2^2 = (1/2)\{\ln 2 + 1\} - s\{\ln(H/s) + 1\}, \text{ con } s = 2$$

Finalmente sustituyendo el valor de U_2^2 en la ecuación (3.14) resulta:

$$U^2 - \ln U - 2\ln\xi - H\xi/ = (1/2)\ln 2 + 1/2 - 2\ln(H/2) - 2$$

si en esta ecuación sustituimos las variables U, ξ, P_0, ρ_0, v_c, r_c, y H por sus respectivos valores definidos anteriormente es fácil mostrar que se obtiene la ecuación en la forma equivalente:

$$1/2\{v^2 - v_c^2\} - v_c^2 \operatorname{Ln}(v^2/v_c^2) = 4v_c^2 \operatorname{Ln}(r/r_c) - GM_0(1/r - 1/r_c)$$

que es la ecuación que describe la velocidad del viento solar como función de la distancia heliocéntrica en una corona isotermica, que fue usada en el capitulo 2.

Discutamos a continuación los puntos criticos de la ecuación de movimiento considerando que el indice politrópico es diferente de uno.

Retomemos la ecuación (3.13) que describe la velocidad del viento solar para este caso:

$$U^2 + \left[\alpha/(\alpha-1)\right]\{U_0/U\xi^s\}^{\alpha-1} - H/\xi = U_1^2$$

Diferenciando esta ecuación con respecto a la variable ξ obtenemos:

$$2U\frac{dU}{d\xi} + \frac{\alpha}{\alpha-1}U_0^{\alpha-1}\left\{\frac{d}{d\xi}\left(U^{-(\alpha-1)}\xi^{-s(\alpha-1)}\right)\right\} + \frac{H}{\xi^2} = 0 \qquad (3.29)$$

después de diferenciar el producto de la llave y reagrupando términos tenemos:

$$\frac{dU}{d\xi}\left\{2U - \alpha U_0^{\alpha-1}/U^{\alpha}\xi^{s(\alpha-1)}\right\} = s\alpha U_0^{\alpha-1}/U^{\alpha-1}\xi^{s(\alpha-1)+1} - H/\xi^2 \qquad (3.30)$$

Esta ecuación tiene sus puntos criticos (U_c, ξ_c) cuando el lado derecho de (3.30) se anula, es decir cuando :

$$s\alpha U_0^{\alpha-1}/U_c^{\alpha-1}\xi_c^{s(\alpha-1)+1} - H/\xi^2=0$$

otra posibilidad es que el coeficiente de de $dU/d\xi$ se anule, de donde

$$2U_c - \alpha U_0^{\alpha-1}/U_c^{\alpha-1}\ \xi_c^{s(\alpha-1)} = 0$$

estas dos condiciones son equivalentes a :

$$2U_c = \alpha U_0^{\alpha-1}/U_c^{\alpha}\ \xi_c^{s(\alpha-1)}$$
$$H/\xi_c^2 = s\alpha U_0^{\alpha-1}/U_c^{\alpha-1}\ \xi_c^{s(\alpha-1)+1}$$

Dividiendo estas dos ecuaciones obtenemos:

$$U_c^2\ \xi_c = H/2s$$

de donde :

$$U_c = (H/2s\xi_c)^{1/2} \qquad (3.31)$$

Finalmente sustituyendo el valor de U_c en cualquiera de las ecuaciones del sistema, encontramos una expresión para ξ_c, dicha expresión es:

$$\xi_c = (H/2s)^{(\alpha+1)/\mu}\ \left[2/\alpha U_0^{\alpha-1}\right]^{2/\mu} \qquad (3.32)$$

$$\text{donde } \mu(\alpha, s) = \alpha + 1 - 2s(\alpha - 1)$$

Es fácil ver de (3.32) que el punto crítico no existe en el caso límite en el cual $\alpha = 5/3$.

Se puede ver claramente que el valor de la coordenada ξ_c depende del valor de U_0.

El valor U_0 , que es el valor medido en la base de la corona, se puede determinar fácilmente con la ayuda de la ecuación (3.13), esta ecuación evaluada en las coordenadas del punto crítico queda como:

$$U_c^2 + \left[\alpha/(\alpha-1)\right](U_0/U_c\ \xi_c^s)^{\alpha-1} - H/\xi_c = U_0^2 + \alpha/(\alpha-1) - H$$

ahora, sustituyendo los valores de las variables U_c, ξ_c dados por las ecuaciones (3.31) y (3.32) esta ecuación puede escribirse como:

$$U_0^2 + \alpha/(\alpha-1) - H - \left[\mu/(\alpha-1)\right](2s/H)^{2s(\alpha-1)/\mu} \quad (\alpha/2)^{2/\mu}\ U_0^{2(\alpha-1)/\mu} = 0 \qquad (3.33)$$

La ecuación (3.33) proporciona el valor de U_0 en la base de la corona y además dicha ecuación está en función explícita del parámetro α, lo cual permite calcular U_0 en la base de la corona para varios valoros del índice politrópico.

Ahora bien, el análisis matématico de las soluciones de la ecuación de movimiento nos conduce a numerosas cuestiones físicas.

Primero, para que exista una solución la cual proporcione velocidades relativamente bajas en la base de la corona y presiones bajas en infinito (distancias heliocéntricas suficientemente grandes) es necesario que el valor efectivo de α sea sea menor que $(s + 1)/s$, para una expansión esférica $s= 2$, por lo tanto los valores de α con los cuales debemos proponer nuestro modelo coronal deben ser tales que $\alpha < 1.5$.

Por otra parte, para que α sea menor que 1.5 en un gas monoatómico expandiéndose al exterior, es necesario suministrar calor al gas que se expande. Aparentemente el calentamiento coronal es adecuado para suministrar tal calor; actualmente es bien conocido que las temperaturas coronales decrecen muy lentamente con la altura, y de este hecho se infiere que el valor de α en las cercanías del Sol es del orden de 1.1 .Es claro que a distancias heliocéntricas suficientemente grandes el calentamiento coronal debe decrecer y es de esperarse que el valor de α se incremente, y que eventualmente se aproxime al valor adiábatico de 5/3.

Presumiblemente ésto ocurre lejos del punto critico. Los satélites Helios han mostrado que α se aproxima al valor 5/3 más allá de la órbita de la Tierra.

Clauser (1960), presentó una explicación alternativa para describir la expansión coronal; propuso en su momento que la expansión de la corona en el vacio interestelar de acuerdo con la ecuación de movimiento (3.10) con F incrementándose monotonamente con ξ es análoga a la expansión de un gas a través de una tobera de De Laval en el vacío. La boquilla de la tobera, donde s debería de ser mínima juega el mismo papel que el término gravitacional en la ecuación (3.10).

El punto critico corresponde al punto de transición sónica en la boquilla de la tobera.

3.1.3 ANALOGO DE LA TOBERA DE LAVAL

La ecuación de conservación de flujo establece que:

$$\rho \; v \; A = cte,$$

tomando logaritmos en ambos lados de ésta ecuación :

$$\ln\rho + \ln V + \ln A = cte$$

diferenciando obtenemos que:

$$d\rho/\rho \; + \; dv/v \; + \; dA/A \; = 0 \qquad (3.34)$$

La ecuación de movimiento para un fluido establece que:

$$\rho(\partial v/\partial t \; + \; (v.\nabla \,)v \,) = -\nabla.P \qquad (3.35)$$

para un flujo estacionario unidireccional la ecuación se reduce a:

$$\rho \; v \; dv = -dP \;\; \Rightarrow \;\; dv/v \; = -(1/\rho v^2) \; dP \qquad (3.36)$$

Combinando (3.34) y (3.36), obtenemos:

$$dA/A = (v^2/C_s^2 \; - 1) \; dv/v \qquad (3.37)$$

con C_s la velocidad del sonido.

Si el tubo es de sección decreciente $(v^2/C_s^2 \; - \; 1) < 0$, $v < C_s$ y por lo tanto la velocidad crece.

Si el tubo es de sección creciente $(v^2/C_s^2 - 1)\, dv/v > 0$, si $v < c_s$ entonces v decrece y si $v > C_s$ entonces la velocidad aumenta (flujo supersónico).

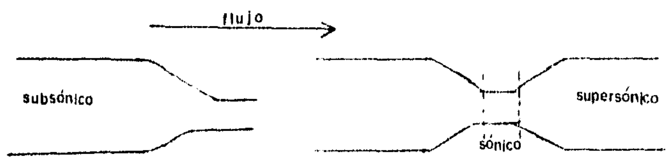


Fig. 3.2. Tobera De de laval. la línea punteada es la línea sónica.

En el caso de la corona, la fuerza gravitacional del Sol actúa como el cuello de la tobera De Laval, al restringir el flujo del gas solar y permitir el desarrollode un flujo supersónico.

El hecho de encontrar analogía entre la expansión coronal en el vacío y la expansión de un gas a través de una tobera de De Laval, sugiere inmediatamente la posibilidad de estudiar la expansión coronal a nivel de laboratorio, sin embargo, existe una dificultad básica; resulta que cualquier plasma que se puede crear en los laboratorios es de baja conductividad térmica. A tan bajos niveles de conductividad térmica el valor efectivo del índice politrópico α no puede ser mantenido tan bajo como efectivamente sí ocurre en las proximidades del Sol, debido a la alta conductividad térmica del plasma y el calentamiento coronal. Además para describir un plasma de laboratorio es necesario un gran número de grados de libertad. En el proceso de expansión coronal debemos considerar ciertas restricciones sobre el campo solar gravitacional. Para que el ramal superior exista y se extienda hasta el infinito es necesario que $U_1 > 0$.

Por lo tanto, de la ecuación (3.15) que establece que:

$U_1^2 = U_0^2 + \alpha/(\alpha-1) - H$, se sigue que:

$$U_0^2 + \alpha/(\alpha-1) - H > 0$$

por lo tanto : $H < U_0^2 + \alpha/\alpha-1$

El nivel de referencia en el cual H y U_0 son calculadas es en la base de la corona. Basándonos en observaciones hechas de la corona se sabe que $U_0 << 1$, de manera que la condición de que:

$H < U_0^2 + \alpha/(\alpha-1)$, se reduce a:

$$H < \alpha/(\alpha-1)$$

Esta restricción en el campo gravitacional tiene un significado físico fácilmente explicable; La condición $H < \alpha/(\alpha-1)$ es el requerimiento de que el campo gravitacional del Sol no sea tan fuerte como para contener a la corona semejando una atmósfera estática. Por otro lado, para que la velocidad de expansión del plasma coronal se incremente desde el nivel de referencia hacia el exterior es necesario que el lado derecho de la ecuación (3.30) sea negativo, ya que el coeficiente de $dU/d\xi$ es negativo.

De esta forma tenemos que:

$s\alpha U_0^{\alpha-1}/U^{\alpha-1}\ \xi^{s(\alpha-1)+1} - H/\xi^2 < 0$, lo cual implica que:

$$H > s\,\alpha$$

Esta condición es necesaria para que el campo gravitacional del Sol simule la boquilla de una tobera de De Laval , evitando de esta manera que la expansión coronal se de de manera explosiva. Si $H < s\alpha$ la corona semejaría un chorro , el gas se expandería en el vacio de manera incontrolada, análogamente a la expansión libre de un gas a través de un tubo de escape, cuando $H = s\,\alpha$, el punto crítico ocurre en $\xi = 1$ y la raíz de (3.33) es $U_0 = (1/2)^{1/2}$.

Para que ambos requerimientos ($s\alpha < H < \alpha/(\alpha - 1)$) sean satisfechos simultáneamente es necesario que:

$$\alpha < (s + 1)/s$$

En resumen tenemos entonces dos requerimientos;

$$\alpha < (s + 1)/s \quad \text{y} \quad s\alpha < H < \alpha/(\alpha-1) \qquad (3.38)$$

Estas dos condiciones resultan necesarias y suficientes para una expansión hidródinamica y estacionaria de la corona solar politrópica en el vacío. Ahora consideremos el parámetro s el cual sirve para medir la divergencia del tubo de flujo en consideración. Notamos de la ecuación (3.18) que a distancias radiales pequeñas la velocidad crítica (ramal inferior) tiende a incrementarse menos rápidamente con ξ para valores grandes de s. La condición que simula a la tobera se vuelve más necesaria, como deberíamos esperar por el hecho de que el campo gravitacional, el cual simula la tobera, debe compensar el más rápido acampanamiento del tubo de flujo.

Notamos tambien de las ecuaciones (3.17) y (3.15) que el valor de s no tiene efecto alguno sobre el valor asintótico de la velocidad del flujo a grandes distancias radiales, por lo tanto la velocidad del viento solar observada en el espacio interplanetario lejos del Sol debería ser independiente del párametro de divergencia, asumiendo desde luego, que dicho parámetro está dentro de los límites impuestos por la ecuación (3.38). Por otra parte, notamos de la ecuación (3.20) que el valor asintótico de la densidad del viento solar es fuertemente sensible al parámetro s.

3.2 MODELO HIDRODINAMICO DEL VIENTO SOLAR PARA INDICES POLITROPICOS DIFERENTES DE UNO.

Recordemos que iniciamos este capítulo deduciendo, a partir de la ecuación de movimiento, la ecuación que describe la velocidad del viento solar como función de la distancia heliocéntrica.

Tal ecuación la presentamos esencialmente en dos formas:
La primera describe al viento solar suponiendo que $\alpha = 1$, es decir, considerando una corona isotérmica.

En la segunda forma se asume que en la corona solar el índice politrópico tiene valores diferentes de uno. Y como ya lo mencionamos antes estamos interesados en valores de α en el intervalo $1 < \alpha < 5/3$. El flujo de calor en la corona depende de que tanto el valor de α sea menor que 5/3 (límite adiabático).

El gradiente de temperatura observado en la baja corona se sabe que es del orden de 3 grados K/km, por lo cual se deduce que α tiene un valor en sus vecindades de 1.1. Los satélites Helios 1 y 2 han ayudado a determinar que el índice politrópico del viento solar tiene un valor promedio de 1.4 en en las cercanías de la Tierra (entre 0.3 y 1 unidades astronómicas). En particular en este capítulo se presentan modelos coronales para $\alpha = 1.1$, y $\alpha = 1.4$, es decir, en los puntos extremos del intervalo.

A continuación especificaremos el valor de las variables que usaremos en los cálculos de nuestro modelo coronal:

a) El nivel de referencia $r = 1.003\ R_{\odot}$.

b) La densidad de partículas n en este nivel de referencia es aproximadamente 10^8 part/cm^3. Además supondremos que el gas coronal se compone completamente de hidrógeno ionizado, por lo que la presión está dada por:

$P = 2nkT$, donde k es la constante de Boltzmann, y T la temperatura absoluta, y también:

$$P/\rho = 2kT/m_p \quad \Rightarrow \quad \rho = n\, m_p$$

con m_p la masa del protón.

c) Supondremos además que el gas se expande de manera radial, es decir $s = 2$.

No debemos olvidar como ya lo discutimos que H debe estar en el intervalo $s\alpha < H < \alpha/(\alpha-1)$, condición que es indispensable para que la corona se expanda a velocidades subsónicas próximo a su base y a velocidades supersónicas a distancias lo suficientemente grandes. La condición $H < \alpha/(\alpha-1)$ es indispensable para que el campo gravitacional no sea tan fuerte al grado de no permitir la expansión, si $H > \alpha/\alpha-1$, la corona semejaría una atmósfera estática. La condición $H > s\alpha$, es necesaria para que el campo gravitacional del Sol se comporte tal y como una tobera de Laval y de esta manera permitir una transición de flujo subsónico a flujo supersónico; si $H < s\alpha$, la corona se expandería hacia el espacio exterior de una manera violenta, y una expansión estacionaria únicamente sería posible si el gas se mantiene a velocidades supersónicas incluso en la base de la corona, cosa que no se observa.

La restricción sobre H conlleva automáticamente a una restricción sobre la temperatura, en efecto, consideremos la ecuación (3.38):

$$s\alpha < H < \alpha/(\alpha-1)$$

sustituyendo el valor de H dado por la ecuación (3.12), tenemos que:

$$s\alpha < GM_0\rho_0/r_0P_0 < \alpha/(\alpha-1)]$$

además, como $P_0 = 2nkT_0$, $\rho_0 = nm$, entonces:

$$s\alpha < GM_0 m/2r_0 kT_0 < \alpha/(\alpha-1)$$

sustituyendo el valor de las constantes, y con $\alpha = 1.1$, encontramos que la temperatura queda restringida al intervalo:

$$1.045\times10^6\ {}^\circ K < T_0 < 5.26\times10^6\ {}^\circ K$$

Para $\alpha = 1.4$, la temperatura queda acotada por el intervalo

$$3.27\times10^6\ {}^\circ K < T_0 < 4.08\times10^6\ {}^\circ K$$

La velocidad del viento solar la calculamos de la siguiente manera:

Primero calculamos el valor de U_0 mediante la ecuación (3.33):

$$U_0^2 + \alpha/(\alpha-1) - H - [\mu/(\alpha-1)](2s/H)^{2s(\alpha-1)/\mu}\ (\alpha/2)^{2/\mu}\ U_0^{2(\alpha-1)/\mu} = 0$$

dicha ecuación sólo tiene solución numérica, y para resolverla se ha empleado el método de Newton.

Una vez que se tiene el valor de U_0 (en la base de la corona), es posible determinar el valor de U_1^2 dado por (3.15):

$$U_1^2 = U_0^2 + \alpha/(\alpha-1) - H$$

finalmente se encuentra el valor de U, que está determinado por la ecuación(3.13):

$$U^2 + \frac{\alpha}{\alpha-1}[U_0/U\xi^s]^{\alpha-1} - H/\xi = U_1^2$$

La velocidad del viento solar se obtiene de la ecuación(3.11):

$$U^2 \equiv \rho_0 v^2/2P_0$$

despejando v se tiene que:

$$v = (2\ U^2\ P_0/\rho_0)^{1/2}$$

Para α = 1.1 y α =1.4, hemos graficado la velocidad del viento solar contra la distancia heliocéntrica, con temperaturas coronales iguales a los límites de los intervalos en los que toma valores.

Las gráficas se muestran en las figuras 3.3 y 3.4, para distancias de 1 unidad astronómica aproximadamente (215 radios solares).

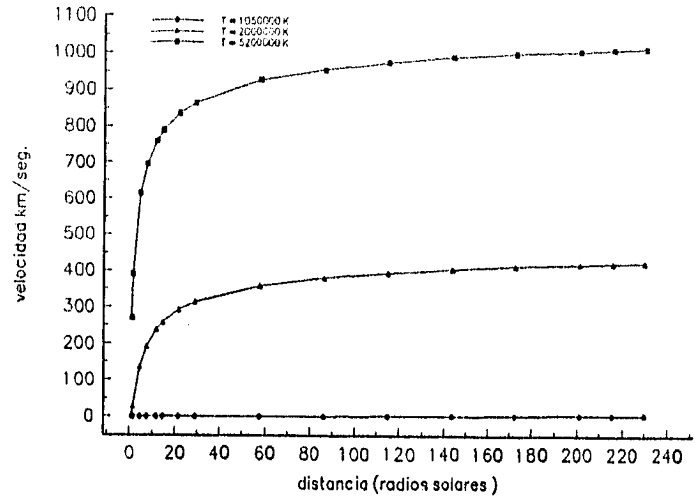


fig.3.3 α = 1.1 determina el intervalo 1.04×10^6 K < T $<5.2\times10^6$ K en el cual puede variar la temperatura. La gráfica muestra la velocidad del viento solar para temperaturas que corresponden a los

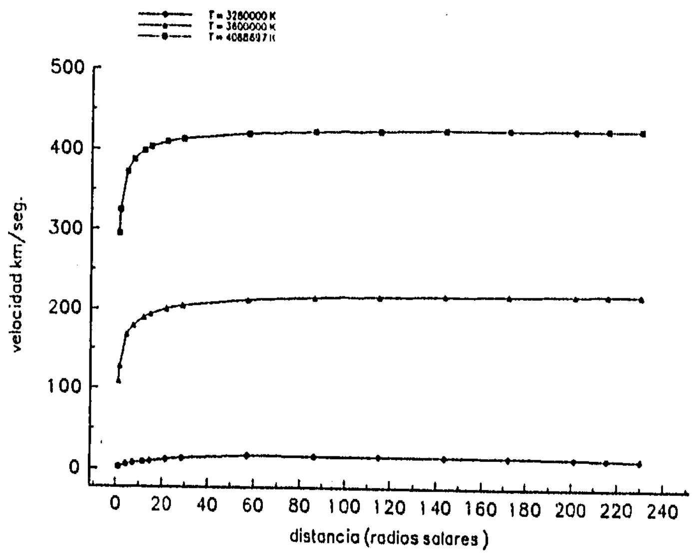


Fig.3.4 α = 1.4 determina el intervalo 3.27×10^6 K < T < 4.08×10^6 K en el cual puede variar la temperatura. La gráfica muestra la velocidad del viento solar para temperaturas correspondientes a los límites del intervalo y a una temperatura intermedia.

Los efectos de incrementar α arriba del valor isotérmico tienen algunas consecuencias; en primer lugar, el rango de temperatura sobre el cual la expansión estacionaria es posible, definido por (3.38) decrece cuando incrementamos α y prácticamente desaparece cuando α está próximo a 5/3.

Los perfiles de velocidades tienen valores menores cuando T_0 se aproxima al límite inferior para cualquier valor de α; tal comportamiento se aprecia claramente en las figuras 3.5 a, b, c, y d, donde se ha graficado la velocidad del viento solar como función de la distancia para vario valores de α y para varias temperaturas dentro del intervalo determinado por cada valor de α.

la velocidad del viento solar a la órbita de la Tierra (215 radios solares) se incrementa monótonamente cuando To aumenta y decrece cuando se incrementa α. En la figura 3.6 se ha graficado la velocidad del viento solar como función de la distancia heliocéntrica para varios valores de α y una temperatura con un valor fijo (3×10^6 K).

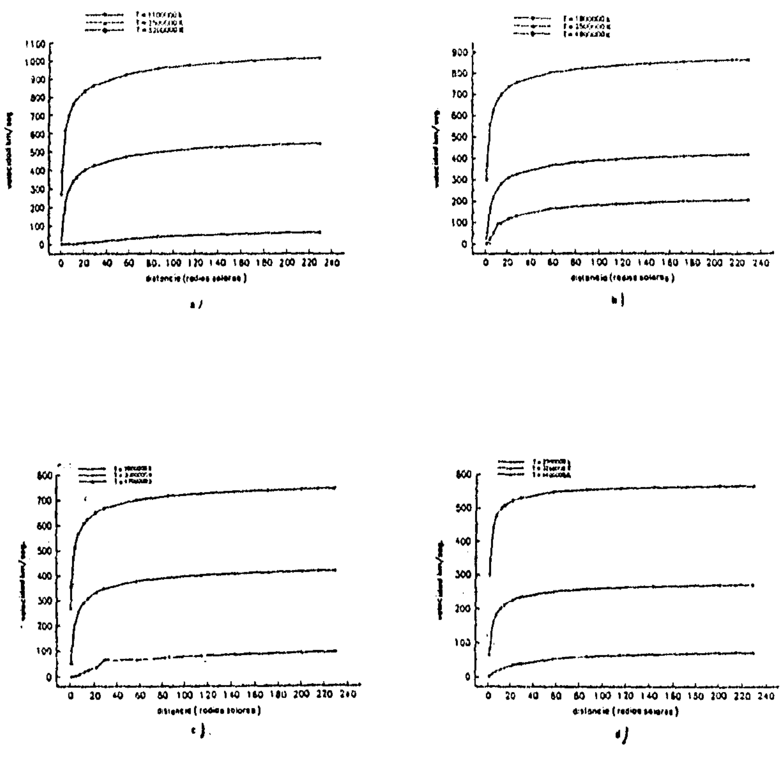


Fig 3.5. Velocidad del viento solar para varios valores de α. Cada valor de α determina un intervalo de temperatura, a) $\alpha = 1.1$ implica que 1.04×10^{6} K $< T <$ 5.2×10^{6} K; b) $\alpha = 1.15$ implica que 1.4×10^{6} K $< T <$ 4.9×10^{6} K; c) $\alpha = 1.2$ implica que 1.9×10^{6} K $< T <$ 4.7×10^{6} K; d) $\alpha = 1.3$ implica que 2.6×10^{6} K $< T <$ 4.4×10^{6} K. Las gráficas muestran perfiles de velocidad para varias temperaturas dentro del intervalo correspondiente.

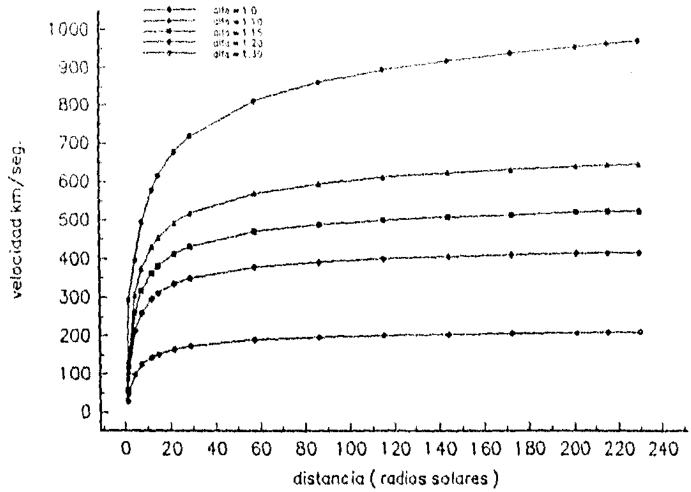


Fig.3.6. Velocidad del viento solar como función de la distancia heliocéntrica para varios valores del índice politrópico α: 1.1, 1.15, 1.2 y 1.3 y una temperatura fija T = 3000000 K. Claramente se aprecia que la velocidad disminuye cuando se incrementa α.

3.3 TRANSPORTE DE ENERGIA EN LA CORONA

la energia suministrada a la corona solar para mantener una temperatura de aproximadamente $2x10^6$llmK y permitir su expansión supersónica se cree originada por alguno de los siguientes fenómenos : a) Disipación de ondas hidromagéticas e hidrodinámicas generadas por movimientos convectivos en la zona de convección, b) Disipación de campos magnéticos coronales, c) Disipación de corrientes eléctricas coronales en hojas de corriente.

En la actualidad aún no existe un modelo que explique tal fenómeno, debido a que la teoría no reproduce las observaciones. La pérdida de radiación por emisión libre - libre de los electrones en las capas más bajas de la corona se calcula que es del orden de 1×10^{27} erg/seg. El transporte de calor por conducción es más grande que esta pérdida de radiación, quizás del orden de 6×10^{27} erg/seg (para una temperatura coronal observada de 2×10^{6} K y un gradiente de temperatura medio de 3 K/km). La energía consumida en la expansión de la corona que se transforma en energía cinética y en energía potencial del viento solar, es del orden de 6×10^{27} erg/seg.

La concordancia entre la cantidad de energía suministrada por conducción térmica y la energía que consume la corona en su expansión sugiere que el calor suministrado a la corona proviene principalmente de la conducción térmica. La conclusión es sólo tentativa, ya que en realidad existe una discrepancia hasta en un factor de dos entre ambas,conducción térmica y energía que consume la corona. Si es verdad que la energía térmica es la principal fuente de energía de la corona en expansión, entonces el calentamiento coronal se puede explicar en términos de calor proveniente de disipación de ondas en capas de la baja corona. Por otro lado, si la conducción térmica no es suficiente entonces se requiere de un mejor modelo de calentamiento coronal en el cual se tendría que explicar la disipación de ondas a una distancia de varios radios solares.

3.4 MODELOS POLITROPICOS

El calentamiento coronal depende de qué tanto el valor efectivo de α es menor que el valor adiabático de 5/3. Para un flujo radial, el flujo de energía por unidad de ángulo sólido en unidades de erg/seg stereoradian (ver apéndice 4) es:

$$F = r^2nv \;\; \{2kT/(\alpha-1) \;\; + 2kT + mv^2/2 - GM_0/r\} \qquad (3.39)$$

a una distancia r.

El primer término del paréntesis representa el transporte convectivo de energía térmica equivalente a $2/(\alpha-1)$ grados de libertad por cada componente del gas, protones y electrones. El segundo término representa la cantidad de trabajo que la presión hidrostática realiza sobre el gas al cruzar la posición r, el tercer término representa la energía cinética y el cuarto término la energía potencial gravitacional. El término $2kT/(\alpha-1)$ es sólo una representación , ya que en realidad está formado por la convección de energía térmica 3kT, más el término de transporte de energía, de manera que podemos escribir:

$$F = r^2 nv \ \{3kT + 2kT + mv^2/2 - GM_0/r\} + F_t \qquad (3.40)$$

donde F_t representa el transporte de energía, una expresión para F_t, la obtenemos restando (3.39) de(3.40), quedando:

$$F_t(r) = r_0^2 n_0 v_0 kT_0 \left(\frac{5 - 3\alpha}{\alpha - 1}\right) T/T_0 \qquad (3.41)$$

Ahora, consideremos nuevamente la ley politrópica dada por:

$$p(r)/p(a) = [\rho(r)/\rho(a)]^{\alpha} = [n(r)/n(r_0)]^{\alpha}$$

$$\text{con } P(a) = p_0 = 2nkT_0$$

$$\text{y } n(a) = n(r_0) = n_0$$

despejando T tenemos:

$$T = P_0\, n^{\alpha}/2nkn_0^{\alpha} = P_0\, n^{\alpha-1}/2kn_0^{\alpha}$$

sustituyendo T en la ecuación (3.41) y usando la ecuación de conservación de flujo (ecuación 3.9), la ecuación (3.41) se puede escribir como:

$$F_t(r) = r_0^2 n_0 v_0 kT_0/2k\ (5-3\alpha/\alpha-1)2n_0 kT_0 n^{\alpha-1}/n_0^{\alpha}\ 1/T_0$$

o también:

$$F_t(r) = r_0^2 v_0 kT_0\ [(5-3\alpha)/(\alpha-1)]\ n_0^{2-\alpha}\ n^{\alpha-1}$$

La divergencia de $F_t(r)$ esta dada por:

$$dF_t(r)/dr = r_0^2\ v_0\ k\ T_0\ (5-3\alpha)\ (n_0/n)^{2-\alpha}\ dn/dr \qquad (3.42)$$

La energía consumida por la expansión entre r_0 (la base de la corona) y una distancia arbitraria r, se obtiene integrando la ecuación de la divergencia:

$$F_t(r) - F_t(r_0) = r_0^2\ v_0\ k\ n_0\ T_0\ [(5-3\alpha)/(\alpha-1)]\ (n/n_0)^{\alpha-1}\ \Big|_{r_0}^{r}$$

de donde :

$$F_t(r) - F_t(r_0) = r_0^2\ v_0\ k\ n_0\ T_0\ [(5-3\alpha)/(\alpha-1)]\{(n/n_0)^{\alpha-1} - (n_0/n_0)^{\alpha-1}\}$$

finalmente podemos reescribir:

$$F_t(r) = r_0^2\ v_0\ k\ n_0\ T_0\ ((5-3\alpha)/(\alpha-1)]\{(n/n_0)^{\alpha-1} - 1\} \qquad (3.44)$$

Ahora, si consideramos un modelo en el cual $\alpha = 5/3$ a partir de una cierta distancia r_1 donde $n = n_1$; el transporte de energía es reducido en $r < r_1$ por la cantidad que se hubiese consumido más allá de r_1 si α hubiese permanecido abajo de 5/3.

Ahora, cuando r tiende a infinito, n tiende a cero, de manera que la energía consumida de r_1 a ∞ esta dada por:

$$F_t(r_1) - F_t(\infty) = r_0^2 \; v_0 k \; n_0 T_0 \; [(5-3\alpha)/(\alpha-1)]\{[n(r_1)/n_0]^{\alpha-1} -$$

$$[n(\infty)/n_0]^{\alpha-1} \}$$

pero n   0 cuando r ∞, de manera que si hacemos

$n(r_1) = n_1$, podemos escribir:

$$F_t(r_1) - F_t(\infty) = r_0^2 \, v_0 \, k \, n_0 \, T_0 \; [(5-3\alpha)/(\alpha-1)]\{[n_1/n_0]^{\alpha-1}$$

El flujo de transporte de energía para $r < r_1$ es:

$$F_t(r_1) = r_0^2 \, v_0 \, k \, n_0 \, T_0 \, [(5-3\alpha)/(\alpha-1)]\{[n/n_0]^{\alpha-1} - [n_1/n_0]^{\alpha-1} \} \qquad (3.45)$$

y $F_t(r) = 0$ para $r > r_1$.

Resulta de interés comparar el transporte de energía $F_t(r_0)$ a través del nivel de referencia $r = r_0$, con la energía cinética del viento solar en $r = \infty$.

El flujo en la base de la corona está dado por la ecuación (3.41), haciendo $T = T_0$ y es:

$$F_t(r_0) = r_0^2 n_0 v_0 k T_0 \; [(5 - 3\alpha)/(\alpha-1)] \qquad (3.46)$$

y $F_t(\infty)$ esta dado por (3.39), haciendo T = 0:

$$F_t(\infty) = r^2 vn\,(m\, v^2(\infty)\ /2\ )$$

comparando, estas dos cantidades tenemos :

$$F_t(r_0)/F_t(\infty) = [(5-3\alpha)/2(\alpha-1)]\ \{2kT_0/(1/2)mv^2(\infty)\}$$

pero de la ecuación (3.11), tenemos que:

$$1/U^2 = 4kT/mv^2$$

de donde:

$$F_t(r_0)/F_t(\infty) = [(5-3\alpha)/(2(\alpha-1)]U^2 \qquad (3.47)$$

Al comparar $F_t(r_0)$ con la energía térmica transportada por convección, más el trabajo hecho por la presión hidrostática en $r = r_0$ se obtiene:

$$E_t + W = r_0^2\ n_0 v_0(3kT_0 + 2kT_0)$$

$$F_t(r_0)/(E_t + W) = (5 - 3\alpha)/(5(\alpha - 1)) \qquad (3.48)$$

Ahora bien, podemos comentar que como U^2 es casi 2, los cocientes obtenidos en (3.47) y en (3.48) son casi iguales, de lo cual deducimos que la energía cinética en infinito es comparable con la energía térmica transportada por convección más el trabajo hecho por la presión hidrostática en $r = r_0$.

Si α = 1.1 a 1.2, dichos cocientes son más grandes que 1.0 , físicamente lo que sucede es que la energía de escape (2.2×10^{-9} ergs ó 1.4 kev /protón) es considerablemente mayor que la energía térmica (100 ó 200 ev) de la corona o del viento solar quieto(≅ 400ev/protón). De manera que la mayor parte de la energía consumida en la expansión de la corona es transportada a través de F_t y es empleada en vencer el campo gravitacional del Sol.

Veamos ahora porqué la ley politrópica (3.2) proporciona una representación razonable del transporte de energía en la base de la corona. La ley politrópica implica que el transporte de energía dado por(3.41), el cual decrece hacia afuera con T/T_0 y que obviamente satisface el requerimiento básico de ser una función monótonamente decreciente de la distancia heliocéntrica , tiende a cero a grandes distancias radiales.

El transporte de energía (3.41) del modelo, el cual es proporcional a T/T_0, se puede comparar con la conducción térmica del modelo politrópico el cual es proporcional a $r^2\ T^{5/2}\ dT/dr$ (Capman, 1954); en la figura 3.7 aparece graficado el transporte de energía F_t y el flujo de conducción térmica para $T = 2\times10^6$ K y α= 1.1, 1.2, y 1.25.

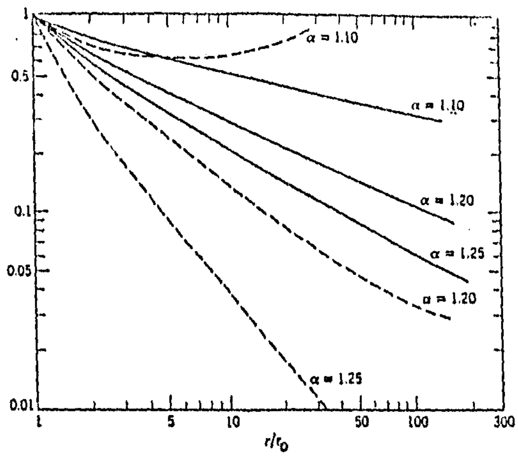


Fig. 3.7. La línea sólida representa el transporte de energía proporcional a T/T_0, implícita en el modelo politrópico de la expansión de la corona, para α=1.1, 1.20 y 1.25. La línea punteada representa la conducción térmica en el modelo politrópico proporcional a $r^2\ T^{5/2}\ dT/dr$.

Notamos de la figura 3.7 que con α = 1.1 el modelo politrópico se aproxima bastante al modelo de conducción térmica cerca del Sol (hasta 10^6 km del Sol). Después de r = $10r_0$, el flujo politrópico dependiente del gradiente de temperatura se incrementa, lo cual no es posible físicamente para una corona en expansión.

De la figura 3.7 podemos apreciar que el flujo de conducción térmica decrece muy rápido cerca del Sol, mientras que F_t decae más lentamente. Es claro que el modelo politrópico con un simple valor de α no es exactamente el análogo a una corona en la que la principal fuente de calor es la conducción térmica en su base. Un modelo más realista de la corona lo obtenemos suponiendo que α = 1.1 hasta una distancia heliocéntrica dada ($r \leq b$), y α = 1.4 para r >b. De esto nos ocuparemos en el próximo capítulo.

CAPITULO 4

VIENTO SOLAR PRODUCIDO POR UNA CORONA EN LA QUE α = 1.1 HASTA UNA DISTANCIA b Y α = 1.4 A PARTIR DE ESTE PUNTO.

4.1 CORONA SOLAR EN LA REGION ADIABATICA

De la discusión del capítulo 3 y en particular de la gráfica de la figura 3.7, notamos que el valor de α en la corona baja parece estar cercano a 1.1 ó 1.2, por otro lado, el valor real de α debe ser más grande mucho más allá del Sol que su valor próximo al Sol.

Como lo hemos mencionado ya anteriormente, el valor de α cercano a 1.1 es debido a una conducción térmica muy eficiente.

La conducción térmica se vuelve ineficiente a grandes distancias del Sol, dando como resultado que el valor real de α se aproxime al valor adiabático de 1.66.

Por otra parte, las propiedades del flujo para $\alpha = 5/3$ son desde luego diferentes de las de un flujo con $\alpha = 1.1$.

Para construir un modelo simple del incremento de α lejos del Sol , asignemos a α un valor fijo de 1.1 en la base de la corona hasta una distancia $r = b$. Para $r > b$ dejemos que α tome el valor adiabático de 5/3.

En la región $r > b$ donde $\alpha = 5/3$, y $s = 2$, no es posible para el campo gravitacional simular la boquilla de una tobera (requerimiento de que $H > s\alpha$) ni el campo gravitacional es tan fuerte como para mantener a su atmósfera estática (requerimiento de que $H > \alpha/(\alpha -1)$).

Por lo tanto, la transición de un flujo subsónico a uno con características supersónicas no puede tener lugar en la región para $r > b$.

Cuando $\alpha = 5/3$ no existe un punto critico que permita ir de flujo subsónico a supersónico. Recordemos de la ecuación 3.32, del capitulo 3 que:

$$\xi_c = (H/2s)^{(\alpha-1)/\mu} (2/(\alpha U_0^{\alpha-1}))^{2/\mu}$$

De manera que cuando $\alpha = 5/3 \rightarrow \mu = 0$ Por lo tanto ξ_c queda indefinido.

Por lo tanto, si el flujo es supersónico en $r = \infty$, debe de ser supersónico incluso en $r = b$.

La situación coronal que simularemos es la de una corona dividida espacialmente en dos regiones, la primera región se caracteriza por tener un indice politrópico $\alpha = 1.1$, desde la base de la baja corona hasta una distancia promedio de 0.3 unidades astronómicas(4.48×10^{12} cm.).

La segunda región se caracteriza por un indice politrópico $\alpha = 1.4$ a partir de 0.3 unidades astronómicas.

4.2 SOLUCION DE LA ECUACION DE MOVIMIENTO EN LA ZONA ADIABATICA

Elijamos $r = b = 0.3$ U.A. como un nuevo nivel de referencia y hagamos ahora:

$$\eta = r/b$$

y definamos tambien las variables adimensionales:

$$V^2 = \rho_b\, v^2 /2\, P_b \qquad (4.1)$$

$$H' = G\, M_o\, \rho_b /b\, P_b \qquad (4.2)$$

donde el subindice b en las variables indica que éstas están valuadas en $r = b$.

Entonces la ecuación de movimiento en forma diferencial se puede escribir como:

$dV/d\eta \ \{ \ 2V - \alpha \ V_b^{\alpha-1} \ / \ (V^{\alpha} \ \eta^{s(\alpha-1)})\} = s \ \alpha \ V_b^{\alpha-1} \ / \ (V^{\alpha-1} \ \eta^{S(\alpha-1)+1} \ ) - H'/\eta^2$ (4.3)

La integración de esta ecuación da:

$$V^2 + [\alpha/(\alpha-1)]\{ \ V_b \ /(V \ \eta^s \ )\}^{\alpha-1} - H'/\eta = V_1^2 \qquad (4.4)$$

donde V_1^2 es análoga a U_1^2, es decir;

$V_1^2 = V_b^2 + [\alpha/(\alpha-1)] - H'$ (4.5)

En analogía con el flujo a través de la tobera de Laval, el gas que llega a r= b puede ser sobreexpandido o subexpandido. Por sobreexpandido se entiende que el gas se ha expandido tanto que su energía térmica contenida es más pequeña comparada con su energía potencial gravitacional, por lo tanto, el gas se desliza hacia el espacio exterior con velocidad decreciente aproximándose al valor asintótico V_1 determinado por (4.5).

Nuestro modelo de viento solar en el cual α =1.1 próximo al Sol cae bien dentro de la categoría de viento solar subexpandido.

La velocidad V_b en el nuevo nivel de referencia r = b, puede ser obtenida de una manera análoga a como se obtuvo U_0 en el capítulo 3.

En efecto, consideremos nuevamente la ecuación:

$dV/d\eta \ \{ \ 2V - \alpha \ V_b^{\alpha-1} \ / \ (V^{\alpha} \ \eta^{s(\alpha-1)})\} = s \ \alpha \ V_b^{\alpha-1} \ / \ (V^{\alpha-1} \ \eta^{S(\alpha-1)+1} \ ) - H'/\eta^2$ (4.3)

Integrando obtenemos:

$$V^2 + [\alpha/(\alpha-1)]\{ \ (V_b \ /(V \ \eta^s))^{\alpha-1} \ \} - H'/\eta = V_1^2 \qquad (4.6)$$

donde:

$$V_1^2 = V_b^2 + \alpha/(\alpha-1) - H'$$

De manera que V_b en el nuevo nivel de referencia puede ser calculada como U_0 mediante la ecuación (3.33), que en términos de las nuevas variables queda como :

$$V_b \;+\; \alpha/(\alpha-1) \;-\; H' \;(\mu/(\alpha-1))(2s/H')^{2s(\alpha+1)/\mu} \;(\alpha/2)^{2/\mu} \;V_b^{2(\alpha-1)/\mu} = 0 \qquad (4.7)$$

De manera que conociendo V_b podemos resolver la ecuación (4.6), la cual nos da el valor de V, claro que usando el valor apropiado de α.

En las figuras 4.1, 4.2, 4.3 y 4.4 se ha graficado la velocidad del viento solar suponiendo que $\alpha = 1.1$ para una distancia $r \leq b$ y $\alpha = 1.4$ para distancias $r > b$. Además se muestran perfiles de velocidad para varias distancias b: 0.1, 0.3, 0.5 y 0.8 unidades astronómicas.

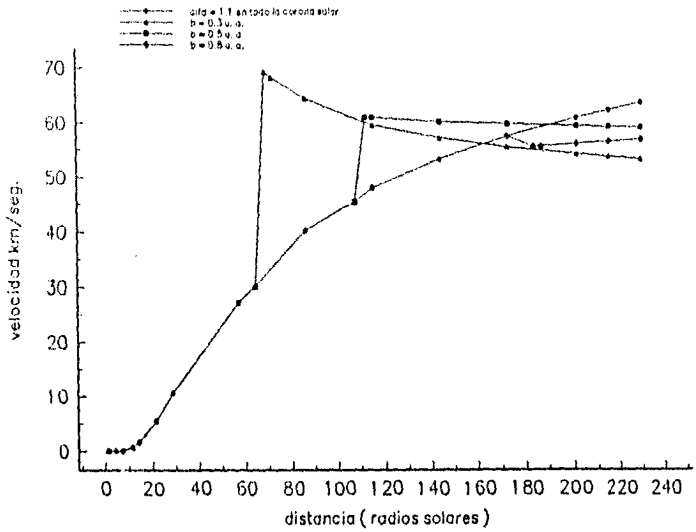


Fig.4.1 Corona solar con dos índices politrópicos, $\alpha = 1.1$ para $r \leq b$ y $\alpha = 1.4$ para $r > b$. La gráfica muestra valores para b = 0.3, 0.5 y 0.8 unidades astronómicas. $T = 1.1\times10^{6}$ K. La curva de puntos cerrados corresponde a $\alpha = 1.1$ en toda la corona solar.

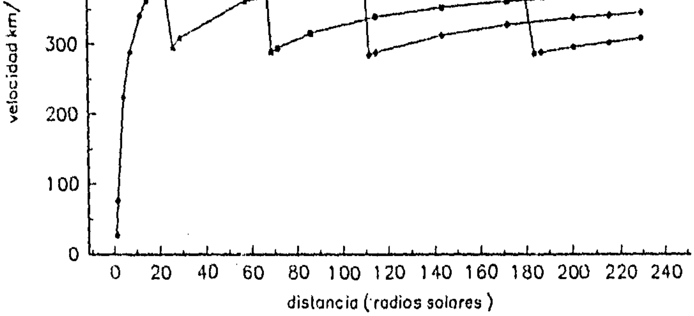


Fig.4.2 Corona solar con dos índices politrópicos, $\alpha = 1.1$ para $r \leq b$ y $\alpha = 1.4$ para $r > b$. La gráfica muestra valores para b = 0.1, 0.3, 0.5 y 0.8 unidades astronómicas. $T = 2.5\times10^{6}$ K. La curva de puntos cerrados corresponde a $\alpha = 1.1$ en toda la corona solar.

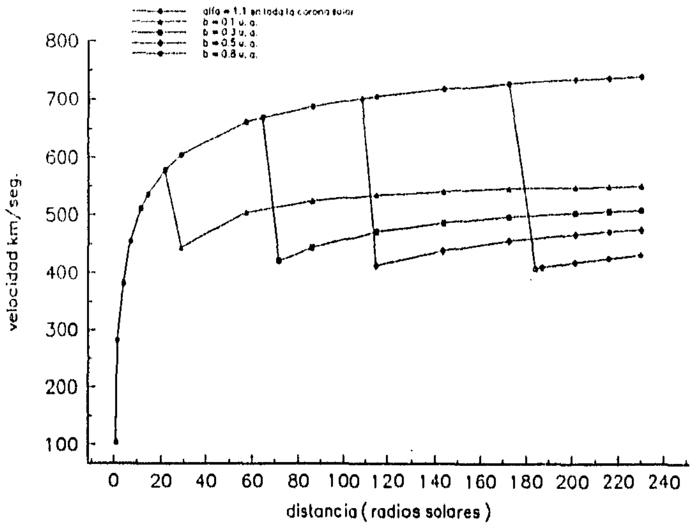


Fig.4.3 Corona solar con dos índices politrópicos, α = 1.1 para r $\leq$ b y α =1.4 para r > b. La gráfica muestra valores para b = 0.1, 0.3, 0.5 y 0.8 unidades astronómicas.T = 3.5×10^{6} K. La curva de puntos cerrados corresponde a α = 1.1 en toda la corona solar.

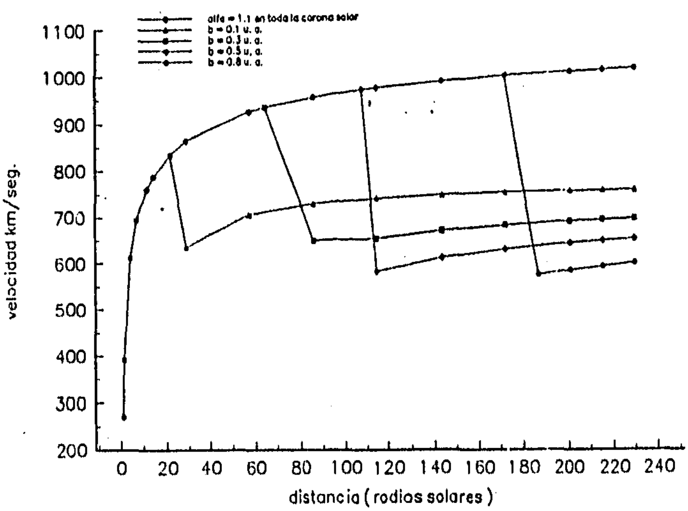


Fig.4.4 Corona solar con dos índices politrópicos, α = 1.1 para r $\leq$ b y α =1.4 para r > b. La gráfica muestra valores para b = 0.1, 0.3, 0.5 y 0.8 unidades astronómicas.T = 5.2×10^{6} K. La curva de puntos cerrados corresponde a α = 1.1 en toda la carona solar.

CAPITULO 5

EL VIENTO SOLAR DURANTE EL MINIMO DE MAUNDER

5.1 INTRODUCCION

La expansión de la corona es un proceso que incluye méltiples fenómenos, por ejemplo las interacciones entre ráfagas de distinta velocidad media, y de éstas con asteroides y cometas, así como también el paso de ondas y rayos cósmicos. Estos últimos constan de núcleos de flujos atómicos de alta energía, fundamentalmente protones, que arriban desde el espacio exterior.

Es ampliamente sabido que el Sol es la principal fuente de energía de la tierra, proveyendo las condiciones necesarias para la existencia de vida en la misma. La energía de nuestra estrella proviene principalmente de fusiones nucleares y una parte de la misma es liberada hacia el espacio exterior, ya sea a través de la emisión en todo el espectro electromagnético o a través de la expulsión de materia (por ejemplo el viento solar). La energía invertida cada segundo en la radiación electromagnética y en la emisión del viento es respectivamente de unos $4x10^{26}$ Jy $4x10^{20}$ J y sólo $2x10^{17}$ J y $4x10^{10}$ J llegan respectivamente a nuestro planeta. El menor de estos dos últimos montos es un orden de magnitud inferior a la energía gastada en ese mismo lapso de tiempo en la tierra por 5, 000, 000, 000 de máquinas térmicas de características muy particulares, las cuales tienen una potencia media de 100 W yreciben usualmente el nombre de homo sapiens. No obstante que la expansión de la corona parece ser poco significativa en términos energéticos, tiene efectos considerables en el sisteme terrestre como lo demuestran las auroras y en ciertas circunstancias los inconvenientes producidos en las comunicaciones p r radio o satélite, en la distribución de corriente eléctrica y en algunos sistemas de defensa. Inclusive se ha intentado establecer correlaciones entre la actividad solar, que está intimamente relacionada con la cantidad de materia que emite el Sol a través del viento y que varia con un periodo típico de 11 años y algunos fenómenos biosféricos (producción de granos y miel, patologias humanas, plagas, epidemias, etc.). Podemos considerar entonces considerar al viento solar como un mensajero de nuestra estrella con relativamente poco contenido energético, pero cuyos reiterados envios provocan pequeñas punzadas que podrían estar afectando al sistema terrestre a través de procesos altamente no lineales. La conexión entre la actividad solar y el comportamiento de nuestro clima tiene aún demasiadas incógnitas, pero no obstante destacan algunas coincidencias las cuales se mencionan en el capítulo 1.La investigación del viento solar resulta de gran importancia no sólo para comprender su influencia sobre la tierra, sino también para adquirir conocimientos de gases a alta o totalmente ionizados en condiciones que no podrían obtenerse actualmente en los laboratorios. Es de destacar que el tema ha influido en áreas como astronomía, astrofísica, física espacial, física solar, geofísica, relatividad y teoría de plasmas.

Estamos aún muy lejos de un adecuado conocimiento y una buena descripción del viento solar en varios puntos. Actualmente deben hallarse respuestas a varios temas. En primer lugar, es necesaria una adecuada descripción del flujo de calor que permita calcular valores acordes a los medidos en la zona de pocas colisiones. Una segunda dificultad ha sido la precicción de velocidades de velocidad no radial a 1 UA mucho menores que los medidos, pero ha este punto no se le ha otorgado mucha atención debido a la poca relevancia que tiene la magnitud en cuestión en el fenómeno. En tercer lugar, será necesario contar con mediciones de viento solar cerca y lejos del Sol porque las mediciones a 1 UA, que es de dónde proviene la gran mayoria de las mismas, no son suficientes para dar respuestas más contundentes sobre la validez de los modelos. Pero sin duda alguna, el gran tema a debatir en los próximos años es la fuente energética que imprime a la corona tan elevadas temperaturasy que permite a partir de la base de la misma alcanzar a las ráfagas rápidas tan altas velocidades. Todas estas interrogantes muestran que una gran parte de la historia del estudio de la expansión de la corona solar aún debe se escrita.

El presente capitulo está dedicado a proponer y a discutir un modelo de la corona solar que sea capaz de describir las caracteristicas del viento solar durante una etapa crucial del desarrollo evolutivo del Sol, nos referimos al periodo conocido como el minimo de Maunder.

Ya mencionamos en el capitulo 1 todas las evidencias que hasta el momento sustentan la posible ocurrencia de tan polémico periodo. Mencionamos también las posibles consecuencias, sobre todo de tipo climático que pudieron haber traido consigo tal comportamiento anómalo del Sol.

Es interesante ahora avocarnos a la tarea de estudiar, analizar y tratar de cuantificar las caracteristicas fisicas del viento solar durante el minimo de Maunder.

Seguramente ilustraremos mejor nuestra discusión si recordamos que gracias a las fotografías de la corona solar hechas durante eclipses totales, nos hemos dado cuenta de que ésta presenta dos formas con aspectos geométricos diferentes y bien definidos dependiendo de si se trata de un mínimo o de un máximo solar. Durante un mínimo solar la corona tiene una forma análoga al alineamiento magnético de un imán de barra, figura 5.1, las plumas ecuatoriales se conocen como cascos coronales. Mientras que durante las épocas de máximo solar la corona presenta una forma totalmente irregular, de la base de la corona parecen emerger varios cascos coronales los cuales se extienden de manera radial arriba de la superficie solar, figura 5.2.

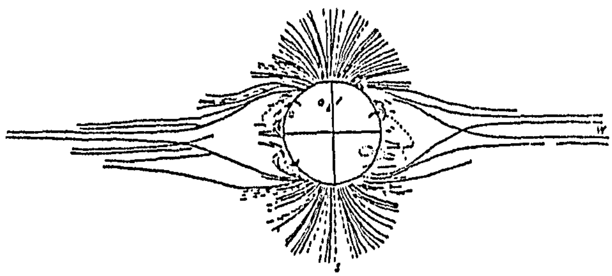


Fig.5.1. Aspecto de la corona solar durante epoca de mínimo solar (evans, 1963)

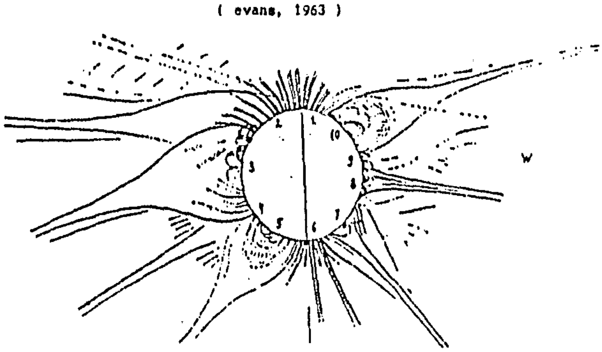


Fig.5.2. Aspecto de la corona solar durante epoca de máximo solar. (evans, 1963)

Por lo tanto, es de esperarse que la configuración de la corona durante el mínimo de Maunder haya tenido la forma aproximada de un dipolo magnético.

El plasma en la alta corona es lo suficientemente caliente, de manera que no es posible para el campo gravitacional del Sol tenerlo confinado en una atmósfera estática, sino que fluye hacia el espacio exterior formando el viento solar.

Además, la alta conductividad eléctrica de este plasma provoca que el campo magnético esté congelado al plasma.

En la baja corona, el parámetro β que es el cociente de la presión del gas y la presión magnética es menor que la unidad, es decir;

$$\beta = \text{presión del gas} \,/\, \text{presión magnética} < 1$$

donde:

$$\text{presión del gas} = P_{\text{térmica}} + P_{\text{dinámica}} = nkT + mv^2/2$$

$$\text{presión magnética} = B^2/8\pi$$

El hecho de que β sea menor que la unidad implica que la topología del campo magnético dirige los movimientos del plasma y por tanto la mayor parte de la corona baja del Sol, aproximadamente el 80 % aparece cubierta con una configuración de campo magnético en donde las líneas de fuerza están cerrradas (geometría de un dipolo). El resto posee un campo magnético con líneas abiertas.

A medida que incrementamos la distancia heliocéntrica la velocidad del viento solar aumenta cada vez más, lo que trae como consecuencia que el término que representa a la presión dinámica aumente también y esto se refleje en un aumento neto en la presión total del gas; por lo tanto, conforme nos alejamos de la baja corona se espera que en algún momento la presión del gas iguale a la presión magnética (β = 1). Cuando β = 1, el plasma alcanza lo que se conoce como la velocidad de Alfvén que está dada por:

$$V_a = B/(4\pi\rho)^{1/2} \qquad (5.1)$$

A la distancia a la cual se alcanza la velocidad de Alfvén se le llama el radio de Alfvén, en la actualidad tal distancia se encuentra a 2.5 radios solares aproximadamente.

Cuando β > 1, el exceso de la presión del gas sobre la presión magnética provoca que el plasma domine sobre el campo magnético obligándolo a seguir su trayectoria, casi radial, hacia el exterior (líneas magnéticas abiertas) y formando así el viento solar, la figura 5.3 ilustra esta situación.

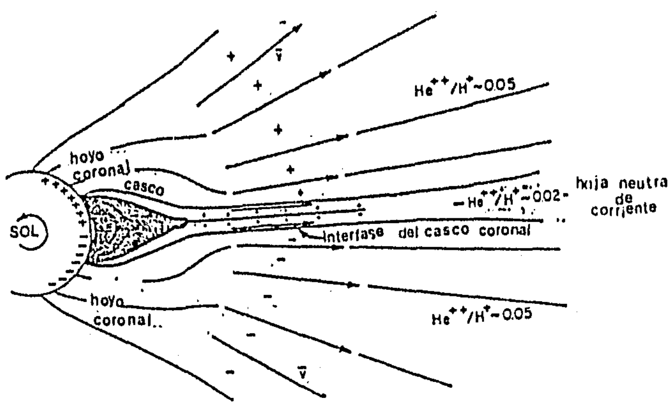


Fig. 5.3. Esquematización de la corona solar en expansión. Las regiones unipolares representan los hoyos coronales y además se aprecia un casco coronal que nace a la altura del acuador solar y se expande de manera radial.

Los hoyos coronales son la fuente de viento solar de alta velocidad el cual tiene velocidades características que oscilan entre los 700 y los 1000 km/seg. Aunque existe otra clase de viento solar, que es el que nos ocupa en este momento, conocido como viento solar lento, cuyas velocidades son del orden de 400 km/seg. El viento solar lento en la actualidad promedia entre los 330 km/seg. y los 400 km/seg. La fuente de viento solar lento no ha sido del todo identificada, pero se cree que este viento se origina de los cascos coronales y sus interfaces con los hoyos coronales. En la figura 5.3 aparece un casco coronal y su interface bien delimitada. Además se propaga a lo largo de la llamada hoja neutra de corriente, la cual se encuentra confinada entre lineas de campo magnético con polaridad opuesta.

Existe una tercera fuente de viento solar. Esta clase de viento generalmente se origina de eventos transitorios en el Sol tales como eyecciones de masa coronal y tienen un amplio rango de velocidades.

Recordemos que en el capitulo 3 partimos de la hipótesis de que la corona solar se expande siguiendo una geometría radial; en donde la forma de un tubo de flujo está dada por la expresión:

$$F(r) = (r/r_0)^2 \qquad (5.2)$$

El objetivo principal de este capitulo es proponer un modelo coronal que reproduzca las velocidades del viento solar durante el minimo de Maunder. Suponemos que este viento fue de baja velocidad debido a que la temperatura coronal durante este periodo fue menor que la actual.

Además para el Sol en mínimo de actividad, la Tierra muy probablemente estuvo inmersa en la hoja neutra de corriente, la cual no se distorsiona en épocas de mínimo. La topología magnética de esta hoja puede ser muy compleja, pero en este trabajo tomamos la aproximación radial.

5.2 DESCRIPCION DE NUESTRO MODELO CORONAL

En el capítulo 3, dedujimos la ecuación que describe al viento solar en régimen no-isotérmico (ecuación 3.13). Es una ventaja que dicha ecuación esté expresada en términos de los parámetros α y s, porque haciendo s = 2 dicha ecuación queda como:

$$U^2 + \frac{\alpha}{\alpha-1}\left(\frac{U_o}{U\,\xi^2}\right)^{\alpha-1} - \frac{H}{\xi} = U_1^2 \qquad (5.3)$$

Nosotros no sabemos a ciencia cierta las condiciones físicas del Sol durante el periodo del mínimo de Maunder, lo único de lo que estamos seguros es de que dicho periodo se caracterizó por una mínima actividad solar tal como lo indica el casi nulo número de manchas solares. Las manchas solares son manifestaciones de campo magnéticos toroidales que se encuentran en la zona convectiva y que suben a la superficie por fuerzas de flotación. La rotación, por otra parte, es una de las características de las teorías de dinamo que tratan de explicar la generación de campos toroidales a partir de campos poloidales (Krause y Radler, 1980): cuanto más rápido rote un cuerpo, en este caso el Sol, será mayor la deformación de su campo poloidal y mayor la generación del campo toroidal asociado a las manchas solares.

Durante el mínimo de Maunder se ha probado que la razón de rotación del Sol fue menor que la actual (Ribes y Nesme - Ribes, 1993

) entonces el campo poloidal, y por tanto el toroidal, fueron más débiles y la producción de manchas solares fue menor que la actual.

Por otro lado, los campos poloidales son de gran escala y se extienden hasta la corona. Hoy en día se acepta que el calentamiento de la atmósfera solar es magnético (Kuperes et al, 1981). Por tanto, un campo poloidal más débil producirá un calentamiento más reducido de la atmósfera solar que redundará en menores temperaturas coronales.

En el capitulo 1 se menciona que durante el mínimo de Maunder muy probablemente la corona verdadera estaba muy deprimida.Esto implica la existencia de una densidad coronal menor que la actual, tal vez hasta por un orden de magnitud.

Por lo tanto, si lo que se quiere es reproducir las propiedades del viento solar en dicho período debemos considerar valores más bajos, comparados con los que se miden actualmente, para la temperatura, densidad y campo magnético en la base de los cascos coronales.

Los resultados presentados en este capitulo se obtienen de resolver la ecuación (5.3) para temperatruras menores que 1×10^6K y densidades entre 10^7y 10^8part./cm.^{3}

El problema se aborda a la inversa, es decir, construimos modelos de viento solar haciendo varias combinaciones de los parámetros α, temperatura y densidad asignándoles valores más bajos que los actuales, y de toda esta gama de modelos se elige aquél o aquéllos que reproduzcan velocidades probables del viento solar en la órbita de la Tierra durante el mínimo de Maunder.

Mendoza (1995) calcula la velocidad promedio del viento solar en el mínimo de Maunder y esencialmente encuentra dos valores promedios:

224.73 km/seg para los años de 1657 a 1690 y 586.3 km/seg para los años de 1700 a 1723, figura 5.4. Seguramente en estos últimos años el Sol ya había comenzado a recobrar sus características actuales de manera que la velocidad del viento solar ya se asemeja a la velocidad medida en nuestra época.

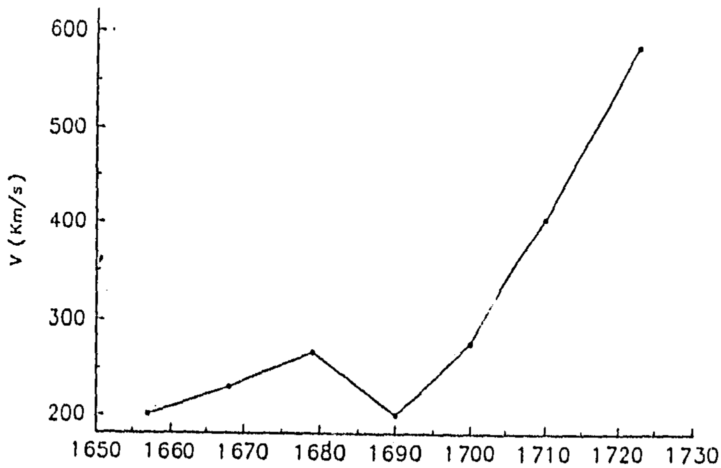


Fig.5.4 Velocidad del viento solar durante el período del mínimo de Maunder. 224.73 km/seg en promedio de los años 1657 a 1690 y 586.3 km/seg en promedio de 1700 a 1723 (Mendoza 1995).

Los cálculos de Mendoza están basados en trabajos de Simon y Legrand (1986, 1987) y Legrand y Simon (1985) quienes clasifican la actividad geomagnética de acuerdo con su fuente interplanetaria. Ellos consideran que los días geomagnéticamente quietos son aquéllos relacionados con el impacto en el medio terrestre de viento solar de baja velocidad (v $\leq$ 400km/seg) proveniente de la hoja de corriente Los autores han dividido la actividad geomagnética en tres clases: Actividad de choque, producida por choques que viajan en el medio interplanetario producidos, la gran mayoría de ellos, por eyecciones de masa coronal de masa. Actividad recurrente, generada por viento solar de alta velocidad ($v > 800$ km/seg) que proviene de hoyos coronales. Actividad fluctuante, producida por viento solar de mediana velocidad (400km/seg $< v <$800km/seg) asociada con el cruce terrestre de los sectores magnéticos (Pérez-Enríquez y Mendoza, 1993).

Mendoza (1995) encuentra varias expresiones que relacionan a cada una de las tres clases de actividad geomagnética con el número promedio anual de manchas solares (R_z).

Adaptando estas expresiones para el mínimo de Maunder y conociendo R_z para este mismo periodo, ella (1995) encuentra las velocidadesprobables que tuvo el viento solar a la altura de la órbita terrestre.

5.3 RESULTADOS DE LOS MODELOS DE VIENTO SOLAR DURANTE EL MINIMO DE MAUNDER

En esta sección nos avocaremos a discutir algunos modelos deviento solar destinados todos ellos a reproducir la velocidad del viento solar durante el mínimo de Maunder. En todos ellos usaremos $r_0 = 1.003$ radios solares, y $n_0 = 10^8$ part/cm^3 en r_0 y supondremos además expansión radial. A continuación presentamos una descripción de ellos:

1.- Comencemos por proponer un modelo simple haciendo $\alpha = 1$ en toda la corona solar. Los resultados se muestran en las gráfica de la la figura 5.5

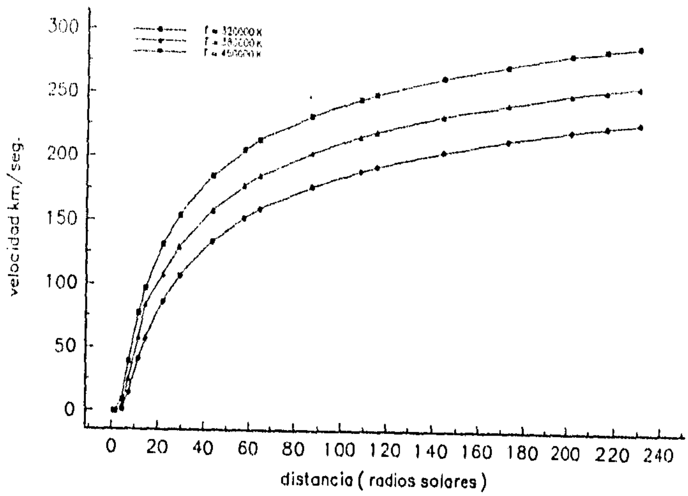


Fig. 5.5 Velocidad del viento solar para $\alpha = 1$ en toda la corona. La gráfica muestra perfiles de velocidad para varias temperaturas.

Con este modelo obtenemos velocidades de 224.5 Km/seg en la órbita de la Tierra para una temperatura de $3.2\text{x}10^5$ K y 253.5 km/seg para una temperatura de $3.8\text{x}10^5$ K. Estas velocidades se aproximan bien a las calculadas por Mendoza.

Pensemos ahora en obtener perfiles de velocidad para valores de α mayores que 1, probaremos con valores menores que 1.1 porque la mínima temperatura que permite este valor de α es de $1.04\text{x}10^6$ K y nosotros estamos interesados en temperaturas menores que 10^6 K. Debemos tener cuidado en asignar a α valores ligeramente menores que 1.1 ya que como vimos en el capitulo 3 (fig. 3.6) la velocidad del viento solar es muy sensible a cambios en el valor de α.

2.- Modelo de viento solar con $\alpha = 1.02$ en toda la corona solar. Cuando $\alpha = 1.02$ la temperatura puede variar entre $2.2\text{x}10^5$ K y $5.6\text{x}10^6$

K. Los resultados se muestran en la figura 5.6.

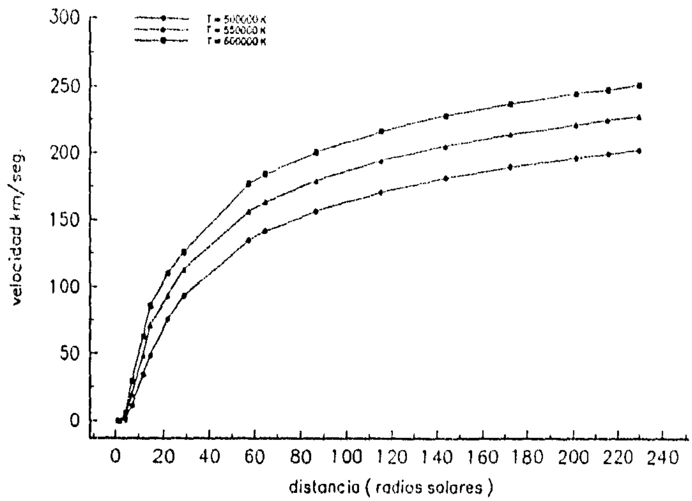


Fig. 5.6 Velocidad del viento solar para α = 1.02 en toda la corona solar. La gráfica muestra perfiles de velocidad para varias temperaturas.

Este modelo predice las siguientes velocidades:

200 km/seg para $T = 5\text{x}10^5$ K , 225 km/seg para $T = 5.5\text{x}10^5$ K y 248 km/seg para $T = 6\text{x}10^5$ K. La velocidad de 225 km/seg es la que mejor se ajusta a las calculadas por Mendoza.

3.- Modelo de viento solar con $\alpha = 1.04$ en toda la corona solar. Los resultados se muestran en la figura 5.7.

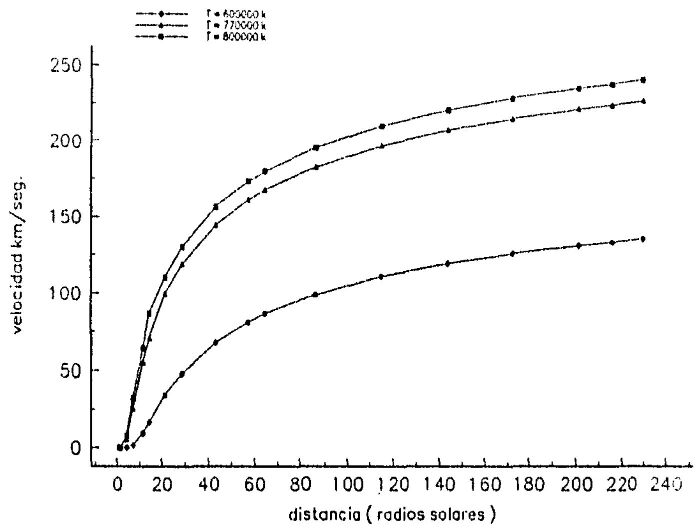


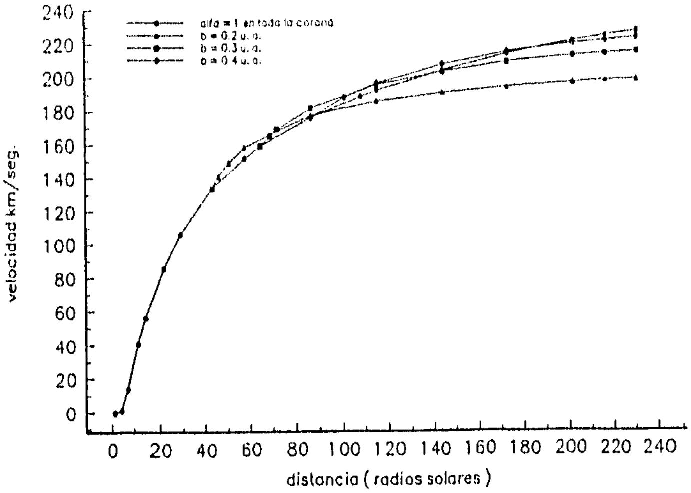
Fig. 5.7 Velocidad del viento solar con α = 1.04 en toda la corona solar. La gráfica muestra perfiles para diferentes temperaturas.

Con este modelo se obtienen las siguientes velocidades: 134.1 km/se para T = 6×10^5 K, 225.4 km/seg para T = 7.7×10^5 K y 239.1 km/seg para T = 8×10^5 K. Este modelo también reproduce las velocidades buscadas pero para temperaturas más altas que los modelos anteriores.

Pensemos ahora en una corona dividida en dos regiones, caracterizadas cada una por un indice politrópico diferente, el comportamiento de esta corona se aprecia en los siguientes modelos:

4.- Modelo de viento solar con α = 1 para r $\geq$ b y α = 1.4 para r >b. Además vamos a variar la distancia b a la cual se da el cambio de indice politrópico: usaremos b = 0.2, 0.3 y 0.4 unidades astronómicas.

Los resultados se muestran en las gráficas de la figura 5.8 a, b.



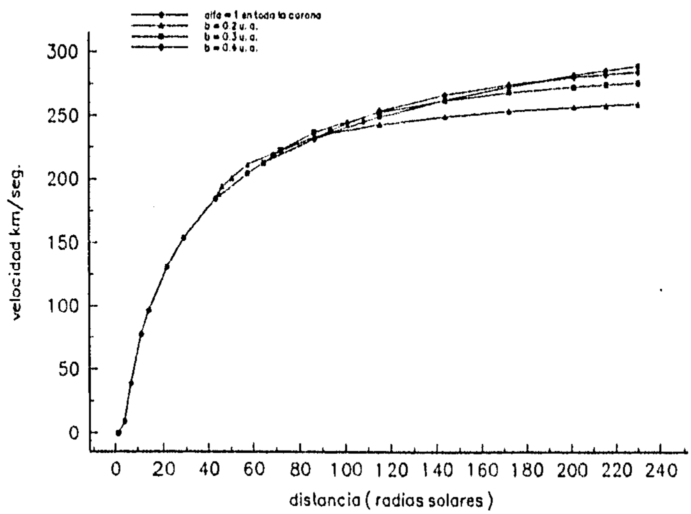


Fig.5.8 La curva de puntos cerrados corresponde a una situación en la que $\alpha = 1$ en toda la corona solar. La línea con triángulos representa una situación en la que $\alpha = 1.4$ para $r > 0.2$ u. a. La línea con cajas corresponde a $\alpha = 1.4$ para $r > 0.3$ u. a. La línea con diamantes corresponde a $\alpha = 1.4$ para $r > 0.4$ u. a. a) $T = 3.2\times10^5$ K. b) $T = 4.5\times10^5$ K.

Resulta interesante recalcar que según este modelo los perfiles correspondientes a 0.3 y 0.4 unidades astronómicas parecieran ser una continuación del perfil que corresponde a $\alpha = 1$ desde la base de la corona; es decir, no existe mayor diferencia en suponer una corona con $\alpha = 1$ en toda la región a una corona partida en dos índices politrópicos.

Para $b = 0.3$ unidades astronómicas y $T = 3.2\times10^5$ K se obtiene una velocidad de 213.9 km/seg y para la misma temperatura pero con $b = 0.4$ unidades astronómicas se obtienen 221.5 km/seg en la órbita de la tierra (1 UA).

Los perfiles para $T = 4.5\times10^5$ K predicen velocidades mayores que las que nos interesan.

5.- Modelo coronal con $\alpha = 1.02$ para $r \leq b$ y $\alpha = 1.4$ para $r > b$. Hemos procedido exactamente como en el modelo 4, es decir, hemos tomado $b = 0.2$, 0.3 y 0.4 unidades astronómicas. Los resultados se muestran en la figura 5.9 a, b,c.

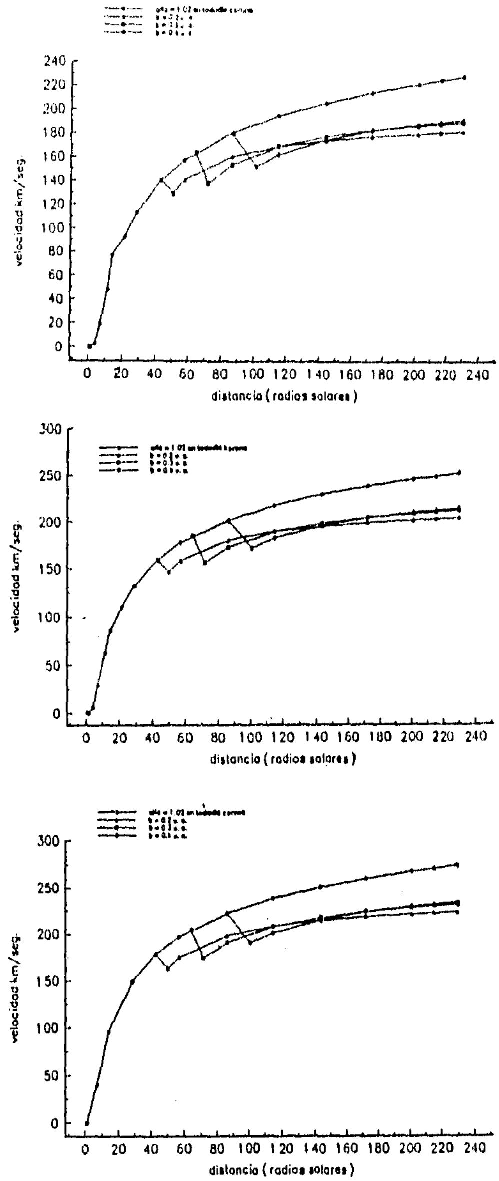


Fig.5.9 La curva de puntos cerrados corresponde a una situación en la que α = 1.02 en toda la corona solar. La línea con triángulos representa una situación en la que α = 1.4 para r > 0.2 u. a. La línea con cajas corresponde a α = 1.4 para r > 0.3 u. a. La línea con diamantes corresponde a α = 1.4 para r > 0.4 u. a. a) T = 5×10^5 K b)6×10^5 K. c)T = 6.5×10^5 K.

Las velocidades que mejor se ajustan a las buscadas corresponden a los perfiles de $T = 6.5\times10^5$ K, para b = 0.2 u.a. se obtienen 222.6 km/seg, para b = 0.3 u. a. se obtienen 230.2 km/seg y para b = 0.4 u. a. se obtienen 232.0 km/seg todas ellas en la órbita de la Tierra (1 UA).

6.- Modelo de viento solar con $\alpha = 1.04$ para $r \leq b$ y $\alpha = 1.4$ para $r > b$. Los resultados se muestran en la figura 5.10 a, b, c.

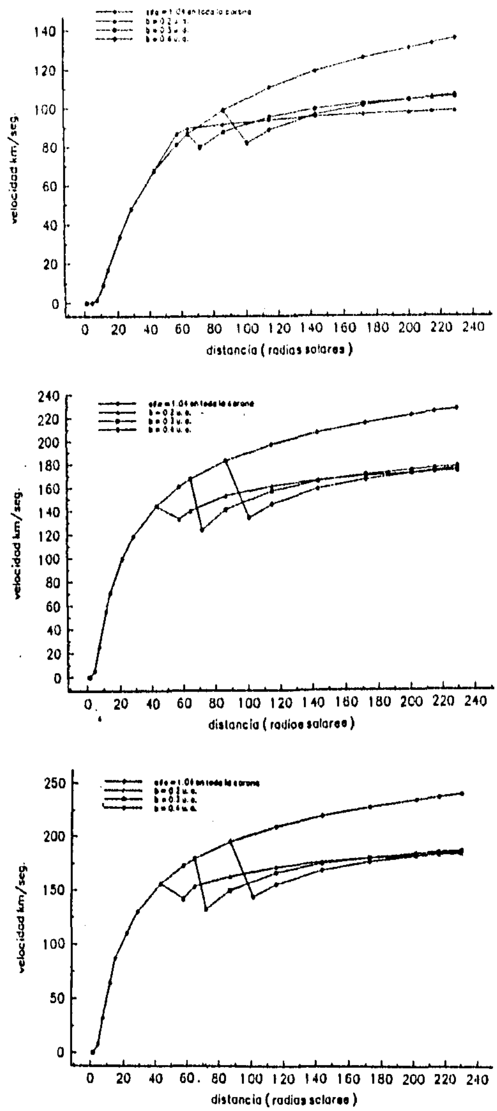


Fig. 5.10 La curva de puntos cerrados corresponde a una situación en la que $\alpha = 1.04$ en toda la corona solar. La línea con triángulos representa una situación en la que $\alpha = 1.4$ para $r > 0.2$ u. a. La línea con cajas corresponde a $\alpha = 1.4$ para $r > 0.3$ u. a. La línea con diamantes corresponde a $\alpha = 1.4$ para $r > 0.4$ u. a. a) $T = 6\times10^5$ K. b) $T = 7.7\times10^5$ K c) 8×10^5 K.

5.4 CONCLUSIONES

La prolongada ausencia de manchas solares entre 1645 y 1715, la cual Maunder y Spörer describen, está sustentada por relatos directos en la literatura contemporánea y citada en diversos trabajos de Astronomía de la época.

Podemos concluir que la ausencia de manchas solares no es meramente una limitación de los métodos de observación de ese tiempo, porque para esas fechas ya se habían realizado importantes logros en la observación astronómica; además, los dibujos de las manchas solares que fueron realizados una vez que éstas volvieron a aparecer, muestran detalles de las manchas que son observados hoy en día. En definitiva, los métodos de observación no tenían las limitantes como para que las manchas solares pasaran desapercibidas.

Podemos citar algunos avances en materia de Astronomía en ese tiempo: La mayoría de los libros escritos por Hevelius y Scheiner, publicados justo antes del mínimo de Maunder describen métodos detallados para observar las manchas solares.

También podemos descartar que los 70 años que duró el mínimo de Maunder fueran en su totalidad años nublados; ya que no existen evidencias metereológicas de tal anomalía, que por supuesto no hubiera pasado desapercibida en tan largo periodo.

Son muchas las evidencias que confirman la realidad del mínimo de Maunder: La casi total ausencia de manchas en ese periodo (apéndice 5), pruebas documentadas de la escasez en la ocurrencia de auroras y los contundentes registros de ^{14}C, además de la ausencia de la corona en las descripciones de eclipses totales ocurridos en ese periodo.

Dado que no existen hechos que puedan contradecir la existencia del mínimo de Maunder y por el contrario si existen indiciosdocumentados que lo sustentan, podemos concluir que el mínimo de Maunder fue un comportamiento real del Sol caracterizado por una baja actividad solar.

Para algunos estudios, la distinción entre cero manchas y pocas manchas solares(de 1 a 5) es crucial. Es importante conocer si durante la gran depresión del mínimo de Maunder el ciclo solar continuó operando, aunque a un nivel casi imperceptible, con tan pocas manchas que éstas terminaron por perderse en nuestra borrosa definición de "cero." Maunder sostuvo que existían las suficientes pruebas de observaciones de manchas solares a través del período para hacer esto muy probable y que las observaciones aisladas de pocas manchas hacían posible identificar la cresta correspondiente a un valle en la curva de manchas solares.

Los años de mínimo de Maunder definen un tiempo en los registros de ^{14}C en el cual las desviaciones de la abundancia isotópica normal exceden las diez partes por mil. Si tomamos esta medida como un criterio de mayor cambio en la actividad solar, podemos deducir de la historia de ^{14}C la existencia de al menos otros dos cambios mayores del comportamiento solar en el último milenio:

Primero, un periodo de prolongada quietud solar análogo al mínimo de Maunder entre aproximadamente 1460 y 1550 el cual se conoce como el mínimo de Spörer.

Segundo, un prolongado máximo de manchas solares entre 1100 y 1250. Si este máximo y el prolongado mínimo entre los siglos XVI y XVII son extremos de un ciclo de cambio solar entonces, el ciclo tendría un periodo completo de aproximadamente 1000 años. Además, si este cambio es periódico, podemos especular que el Sol puede estar progresando en este momento encaminándose hacia un gran máximo que podría ser alcanzado entre los siglos XXII y XXIII.

Además todas las medidas de la irradiancia solar parecen indicar que está presenta un continuo crecimiento el cual hasta 1920 - 1952 tuvo un aumento de 0.5 % por siglo.

Además, estudios en los anillos de árboles han mostrado cierta correlación entre el índice de lluvias y el ciclo solar, aun en el mínimo de Maunder (Noyes, 1979).

Por otra parte, coincidencia o no, el gran máximo coincide con otro periodo climático conocido como "el óptimo clima medieval" ocurrido entre los siglos XI y XIII.

Sin embargo, la posible relación entre la actividad solar y el clima terrestre es aún un problema abierto y por el momento sólo se menciona como una evidencia más de que el mínimo de Maunder fue en realidad una etapa de baja actividad solar.

El objetivo principal de este trabajo es el de construir un modelo que describa al viento solar durante el mínimo de Maunder. En el capitulo cinco se han elaborado algunos de ellos y los resultados se resumen en las tablas: 5.1, 5.2, 5.3, 5.4 y 5.5.

$\alpha = 1.0$

TEMPERATURA (K)	VELOCIDAD (KM/SEG)
3.2×10^5	224.5
3.8×10^5	253.5

TABLA 5.1

$\alpha = 1.02$

TEMPERATURA (K)	VELOCIDAD (KM/SEG)
5×10^5	200
5.5×10^5	225
6×10^5	248

TABLA 5.2

$\alpha = 1.04$

TEMPERATURA (K)	VELOCIDAD (KM/SEG)
6×10^5	134.1
7.7×10^5	225.4
8×10^5	239.1

TABLA 5.3

$\alpha = 1$ y $\alpha = 1.4$

b	TEMPERATURA (K)	VELOCIDAD (km/seg)
0.3	3.2×10^5	213.9
0.4	3.2×10^5	221.5

TABLA 5.4

$\alpha = 1.02$ y $\alpha = 1.4$

b	TEMPERATURA (K)	VELOCIDAD (km/seg)
0.2	6×10^5	202.7
0.3	6×10^5	210.1
0.4	6×10^5	210.1
0.2	6.5×10^5	222.6
0.3	6.5×10^5	230.2
0.4	6.5×10^5	232

TABLA 5.5

Todos los modelos aquí presentados reproducen razonablemente la velocidad del viento solar durante el mínimo de Maunder deducida a partir de calculos de Mendoza (1995), excepto el último en donde se supone una corona dividida con α = 1.04 y α =1.4. Este modelo predice velocidades por abajo de las esperadas, siendo $\cong$ 185 Km/seg en el mejor de los casos.

Se concluye a partir de los modelos que la temperatura en la corona solar durante el mínimo de Maunder debió de dos a tres veces menor que la temperatura medidad actualmente.

En la mejor de las aproximaciones se tienen velocidades que son 0.44% de las calculadas por Mendoza (1995).

APENDICE 1

Consideremos la ecuación :

$$U^2 + \frac{\alpha}{\alpha-1}\left[\frac{Uo}{U\xi^s}\right]^{\alpha-1} - \frac{H}{\xi} = U_1^2 \qquad (1)$$

donde : $U_1^2 = U_0^2 + \frac{\alpha}{\alpha-1} - H$

sustituyendo el valor de U_1^2 en (1) obtenemos :

$$U^2 - \frac{H}{\xi} - U_0^2 + H = \frac{\alpha}{\alpha-1}\left[1 - \beta^{\alpha-1}\right]$$

donde hemos definido : $\beta = \left[\frac{U_0}{U\xi^s}\right]$

Ahora, vamos a calcular el limite del lado derecho de (2) cuando α tiende a 1. Para calcular éste limite aplicamos la regla de L Hôpital. El lado derecho de (2) puede escribirse como :

$$\frac{\alpha\left[1 - \beta^{\alpha-1}\right]}{\alpha - 1}$$

Derivando el numerador y el denominador respecto de α, aplicando la identidad: $\frac{d\,a^u}{d\,x} = a^u \ln a \frac{du}{dx}$, obtenemos :

$$\left[1 - \beta^{\alpha-1}\right] + \alpha\left[-\beta^{\alpha-1}\ln\beta\right]$$

de manera que el limite de ésts expresión cuando α tiende a 1 es : $-\ln\beta$. Por lo tanto finalmente tenemos que :

$$U^2 - \frac{H}{\xi} - U_0^2 + H = -\ln\beta = -\ln\left[\frac{U_0}{U\xi^s}\right]$$

aplicando propiedades de los logaritmos podemos escribir :

$$U^2 - \ln U - s\ln\xi - \frac{H}{\xi} = U_2^2$$

donde : $U_2^2 = U_0^2 - \ln U_0$

APENDICE 2

La ecuación que describe la velocidad del viento solar en régimen no isotérmico es:

$$U^2 = U_1^{\,2} + \frac{H}{\xi} - \frac{\alpha}{\alpha -1} \left(\frac{U_0}{U\xi^s}\right)^{\alpha-1} \qquad (1)$$

si hacemos $\tau = \frac{H}{\xi} - \frac{\alpha}{\alpha -1} \left(\frac{U_0}{U\xi^s}\right)^{\alpha-1}$

la ecuación (1) se puede reescribir como:

$$U^2 = U_1^{\,2} + \tau \text{ , por lo tanto:}$$

$$U = U_1 \left(1 + \frac{\tau}{U_1^{\,2}}\right)^{1/2} \qquad (2)$$

para ξ grande τ <<1,por lo tanto podemos usar la serie binomial que establece :

$$(1 + x)^m \cong 1 + mx + \frac{m(m -1)}{2!} x^2 + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

la serie binomial de (2) queda como:

$$U \cong U_1 + \frac{\tau}{2U_1} - \frac{\tau^2}{8\, U_1^3} + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

y reemplazando a τ por las variables originales y despreciando potencias de orden mayor o igual qie 2 obtenemos :

$$U \cong U_1 + \frac{H}{2\xi U_1} - \frac{\alpha}{2(\alpha -1)U_1} \left(\frac{U_0}{U\xi^s}\right)^{\alpha-1} + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

ésta es la aproximación de U en el ramal superior (capitulo 3).

para el ramal inferior tenemos que para ξ grande $U^2 \cong 0$, por lo tanto la ecuación (1) queda como:

$$\frac{\alpha}{\alpha-1}\left(\frac{U_o}{U\xi}\right)^{\alpha-1} - \frac{H}{\xi} = U_1^2$$

dejando $U^{1-\alpha}$ del lado izquierdo tenemos :

$$U^{1-\alpha} = \frac{U_o^{1-\alpha}}{\xi^s}\frac{(\alpha-1)}{\alpha} - U_1^2\,\xi^{s\alpha}\left[1+\frac{H}{U_1^2\,\xi}\right]$$

si elevamos a la $1/(1-\alpha)$ podemos escribir :

$$U \cong \frac{U_o}{\xi^s}\left[\frac{\alpha}{(\alpha-1)U_1^2}\right]^{1/(\alpha-1)} \left[1+\frac{H}{U_1^2\ \xi}\right]$$

desarrollando nuevamente el factor derecho como una serie binomial

obtenemos y aproximando a primer orden:

$$U \cong \left[\frac{U_o}{\xi^s}\ \frac{\alpha}{(\alpha-1)U_1^2}\right]^{1/(\alpha-1)} \left[1 - \frac{H}{(\alpha-1)U_1^2\ \xi} + \ldots\right]$$

APENDICE 3

Consideremos nuevamente la ecuacuón :

$$U^2 = U_1^2 + \frac{H}{\xi} - \frac{\alpha}{\alpha - 1} \left(\frac{U_0}{U\xi^s}\right)^{\alpha-1} \qquad (1)$$

esta ecuación se puede escribir como :

$$U = \left(\frac{H}{\xi}\right)^{1/2} \left[1 + \frac{U_1^2 \xi}{H} - \frac{\alpha}{\alpha - 1} \left(\frac{U_0}{U \xi^s}\right)^{\alpha-1} \frac{\xi}{H}\right]$$

sea $x = \frac{U_1^2 \xi}{H} - \frac{\alpha}{\alpha - 1} \left(\frac{U_0}{U\xi^s}\right)^{\alpha-1} \frac{\xi}{H}$, para ξ pequeño $x \ll 1$, por lo

tanto podemos nuevamente desarrollar el término entre corchetes como una serie binomial :

$$(1 + x)^m \cong 1 + mx + \frac{m(m-1)}{2!} x^2 + \ldots$$

haciendo el algebra obtenemos :

$$U \cong \frac{H^{1/2}}{\xi^{1/2}} \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{U_1^2 \xi}{H} - \frac{\alpha}{\alpha-1} \left(\frac{U_0}{U\xi^s}\right)^{\alpha-1} \frac{\xi}{H} \frac{1}{U^{\alpha-1}} + \ldots\right]$$

despreciado potencias de orden mayor o igual a 2 tenemos .

$$U \cong \frac{H^{1/2}}{\xi^{1/2}} \left[1 + \frac{U_1^2 \xi}{2H} + \ldots\right]$$, para el ramal superior.

Desarrollos en serie análogos conducen al ramal inferior.

APENDICE 4

El principio de conservación de la energía es la generalización de la primera ley de la termodinámica a un elemento de fluido en movimiento. La primera ley de la termodinámica es aplicable a un sistema que originalmente está en reposo y que después de algun evento vuelve a estar en reposo. Bajo estas condiciones, se establece, que el cambio en la energía interna, debido a un evento, es igual a la suma total del trabajo hecho sobre el sistema durante el curso del evento y de cualquier cantidad de calor añadido al sistema. Esto se puede expresar de una manera más simple diciendo que la variación de la energía de un sistema durante cualquier transformacuón es igual a la cantidad de energía que recibe o cede al entorno. Si bien es cierto que un fluido en general nunca está en reposo, sin embargo, ésta dificultad puede ser resuelta, considerando que la energía instantánea de un fluido consiste de dos partes : energía interna y energía cinética. Esto hace que la primera ley de la termodinámica quede como : la razón de cambio de la energía total (cinética más interna) del fluido conforme se mueve , es igual a la suma de la razón a la que se hace trabajo sobre el sistema por fuerzas externas, más el calor que es añadido por conducción o por otros mecanismos; es decir :

$$\frac{d}{dt} \int_{-} (\rho e + \frac{1}{2} \rho\, u \cdot v) dV = \dot{W} + \dot{Q} \qquad (1)$$

donde e es la energía interna por unidad de masa, $\dot{W}$ es la razón a la cual se hace trabajo sobre el sistema y $\dot{Q}$ es la razón a la cual se añade o se quita calor al sistema. $\dot{W}$ es la suma de la razón de los trabajos hechos por las fuerzas de superficie y de volumen, la primera es :

$$\int_s \mathbf{u} \cdot \mathbf{p} \, ds \qquad (2)$$

y la segunda es :

$$\int_V \mathbf{u} \cdot \rho \mathbf{f} \, dV \qquad (3)$$

donde **p** es la fuerza por unidad de área y **f** es la resultante de las fuerzas por unidad de masa.

Finalmente, se requiere una expresión para el calor añadido al fluido.

Si $-q$ es el flujo de calor que entra al volumen de control, entonces la cantidad de calor que entra al fluido por unidad de masa, es $-q \cdot \mathbf{n}$, donde n es un vector unitario normal a la superficie, que es positivo cuando apunta hacia afuera. Enyonces la cantidad de calor que entra al sistema es :

$$\int_s \mathbf{q} \cdot \mathbf{n} \, ds \qquad (4)$$

sustituyendo (2) en (4) se obtiene :

$$\frac{d}{dt} \int_{-} (\rho e + \frac{1}{2} \rho \, \mathbf{u} \cdot \mathbf{v}) dV = -\int_s \mathbf{u} \cdot \mathbf{p} \, ds + \int_V \mathbf{u} \cdot \rho \mathbf{f} \, dV - \int_s q \cdot \mathbf{n} \, ds \qquad (5)$$

Utilizando los teoremas de Reynolds y de Gauss y quitando las integrales porque el volumen de integración es el mismo, esta expresión se puede escribir como :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho e + \frac{1}{2} \rho \, \mathbf{u} \cdot \mathbf{u}) + \nabla \cdot \left[(\rho e + \frac{1}{2} \rho \mathbf{u} \cdot \mathbf{u}) \mathbf{u} \right] = -\nabla (P\mathbf{u}) + \mathbf{u} \cdot \rho \mathbf{f} - \nabla \cdot \mathbf{q} \qquad (6)$$

Finalmente, reacomodando algunos términos y utilizando la ecuación de conservación de la masa, se obtiene la forma más general de la ecuación de energia :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho e + \frac{1}{2} \rho \, u^2 + \rho \phi_V) = -\nabla \cdot \left[\rho u \, (e + \frac{1}{2} u^2 + \frac{P}{\rho} + \phi_V) \right] - \nabla \cdot \mathbf{q} \qquad (7)$$

donde ϕ_V es el potencial de la fuerza de volumen **f**. El lado izquierdo representa el cambio en el tiempo de la energia total del sistema, atraviesan la superficie del elemento de volumen. El primer término es la convección de energía interna, el segundo es la convección de energía cinética, el tercero es el trabajo hecho por la presión, el cuarto es el trabajo hecho por las fuerzas de volumen y el último es el flujo de calor. Es muy común, que el primer y tercer término se reduzcan a uno solo, al cual se le llama entalpia:

$$\eta = e + \frac{P}{\rho} \qquad (8)$$

Para el caso del viento solar cada uno de los términos de convección está dado por :

Energia térmica por unidad de masa = $\rho u \frac{3kT}{2M/2}$; donde $M/2$ es la masa promedio de las particulas y $\rho = nM$.

Energía cinética por unidad de masa = $\rho u^2/2$

Trabajo hecho por la presión = $\rho uP/\rho$, con ($P = 2nkT$)

Trabajo hecho por la gravedad = $\rho u \frac{GM_\odot}{r}$

Flujo de calor = $\mathbf{q}$

Si se considera que la expansión es estacionaria, el lado izquierdo de la ecuación de energia vale cero y sustituyendo cada término se obtiene :

$$\nabla\cdot\left[nu\left(3kT + \frac{M}{2}u^2 + 2kT - \frac{GM_\odot M}{r}\right) + \mathbf{q}\right] = 0$$

Si se integra esta ecuación, considerando que la expansión tiene simetría esférica, la ecuación de energía que se obtiene para el viento solar es :

$$F = 4\pi r^2 \left[nu\left(5kT + \frac{M}{2}u^2 - \frac{GM_\odot M}{r}\right) + \mathbf{q}\right] \qquad (10)$$

en donde F es el flujo de energia total que es constante.

En el caso politrópico la expresión que describe al flujo de energía es similar a (10), sólo que se considera que puede existir algún otro mecanismo que suministre energía al viento solar, además de la conducción térmica. Entonces la expresión que se tiene para el flujo de energía por unidad de ángulo sólido es :

$$F = r^2 nu \left(3kT + \frac{M}{2} u^2 + 2kT - \frac{GM_\odot M}{r} \right) + F_t \qquad (11)$$

donde F_t es la densidad de flujo de energía suministrada al viento solar por conducción térmica y otro mecanismo. En el caso adiabático. F_t debe valer cero, una manera de hacer que esto ocurra incluyendo al coeficiente politrópico en (11), es sumar el término de convección de energía interna con F_t e igualarlo a una expresión dada por :

$$r^2 nu\, 3kT + F_t = r^2 nu \frac{2kT}{\alpha - 1} \qquad (12)$$

en la que si $\alpha = 5/3$, se tiene $F_t = 0$. Al sustituir (12) en (11) se obtiene :

$$F = r^2 nu \left(\frac{2kT}{\alpha - 1} + \frac{M}{2} u^2 + 2kT - \frac{GM_\odot M}{r} \right) \qquad (13)$$

la cual es la expresión que se usa en el tratamiento politrópico de parker (1963).

APENDICE 5

NUMERO DE MANCHAS SOLARES

La Tabla A.1 muestra una recopilación del número promedio de manchas solares de 1610 a 1715. Las fuentes principales de donde proviene dicha información son las compilaciones de Wolf (1856); los boletines son en su mayor parte los mismos que fueron usados por Lalande , Spörer y Maunder, por lo tanto, excepto para la información numérica directa de Wolf, Scheiner y Hevelius el número de manchas es simplemente una cuantificación literal de los informes descriptivos de Maunder.

El número de manchas de la Tabla A.1 es incierto hasta por un factor de 2. Cuando la tabla indica como promedio anual cero, en realidad pueden ser cero o quizás hasta 5 manchas. El hecho de que los telescopios de Flamsteed y Cassini fueran de baja calidad pudieron haber provocado que los observadores de ese tiempo no registraran manchas solares minúsculas aisladas, las cuales hubieran sido observadas mejorando un poco la tecnología.

El número de manchas solares que aparece en la columna izquierda de la Tabla A.1 corresponde a un registro hecho por John Eddy (1976). En el periodo de 1700 a 1715 el número de manchas de J. Eddy es ligeramente más bajo que los números presentados por Waldmeier(1961) durante el mismo periodo. Waldmeier tomó los datos principalmente de los registros de Wolf. Ambos valores estan mostrados en la tabla A.1 y en la figura A.2.

El acuerdo entre los números es bueno. El periodo comprendido entre 1700 y 1715 es la parte menos creíble de los registros de Wolf, pero el gradual aumento a partir de 1700 parece razonable ya que en

Los registros de auroras y observaciones de eclipses durante el periodo de 1700 a 1715 proporcionan elementos para creer que la curva que corresponde a los circulos abiertos en la figura A.2 es la que más se acerca a la realidad en ese periodo.

Wolf no tenia confianza en mucha de la información de 1700 a 1749 y su número hacia el comienzo del periodo parece ser más que cualquier otra cosa una extrapolación ilusoria.

La Tabla A.1 y la figura A.2 muestran también las estimaciones de Schove de promedios por década.

Los números dados de 1625 a 1627 y 1642 a 1644 (de Scheiner y Hevelius) son probablemente más creibles que cualquier subsecuente información de la Tabla A.1 ya que ellos están basados en dibujos que se realizaron dia con dia. La información de 1611 a 1613 proviene de los registros de Galileo.

Waldmeier y Schove aparentemente han secundado a Wolf al pensar que los tres periodos de observaciones antes de 1650 son los extremos de un posible ciclo de manchas solares: Galileo y Scheiner creyeron que se trataba de un máximo y Hevelius un minimo. Si estos tres periodos son todos parte de un máximo, ya que existen evidencias para creerlo, entonces esto ayudaria a comprender la disminución en el número de manchas solares, previendo de alguna manera el gran minimo que se avecinaba.

Recientemente Ribes y Nesme-Ribes (1993) llevaron a cabo la reconstrucción del número de manchas solares durante un periodo dentro del minimo de Maunder (1666-1719) tomando los registros diarios hechos por el astrónomo francés La Hire.

El número de manchas durante este periodo de baja actividad aparece en la figura A.3, y coincide aproximadamente con los números de la Tabla A.1.

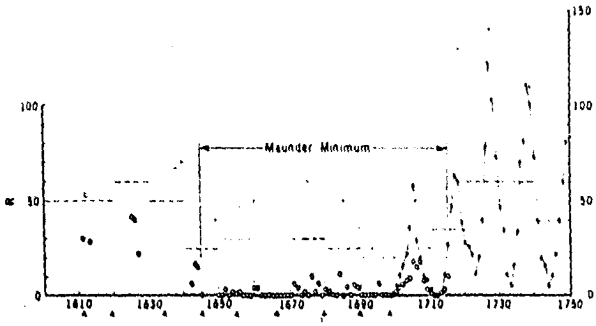


Fig. A.2 Número promedio anual de manchas solares de 1610 a 1750: Los circulos abiertos son información de la Tabla 1, los circulos cerrados conectados son números de Waldmeier. Las líneas punteadas son máximos por decada estimados por Schöve.

Year	R	Waldmeier	Schove	Year	R	Waldmeier	Schove	Year	R	Waldmeier	Schove
1610	X			1646				1681	2		
1611	30	Min		1647				1682	8		
1612	31			1648				1683	0		
1613	45			1649		Max.	40	1684	11		
1614				1650	0			1685	0	Max.	50
1615	X			1651	0			1686	4		
1616	X	Max.	90	1652	3			1687	0		
1617	X			1653	0			1688	5		
1618	(X)			1654	2			1689	4		
1619		Min		1655	1	Min		1690	0	Min	
1620				1656	1			1691	0		
1621	X			1657	0			1692	0		
1622	X			1658	0			1693	8	Max.	30
1623	X			1659	0			1694	0		
1624	X			1660	4	Max	58	1695	6		
1625	41			1661	4			1696	0		
1626	40	Max	100	1662	0			1697	0		
1627	22			1663	0			1698	0	Min	
1628				1664	0			1699	0		
1629	(X)			1665	0			1700	2	5	
1630				1666	0	Min		1701	4	11	
1631				1667	0			1702	6	16	
1632	(X)			1668	0			1703	8	23	
1633											
1634	(X)	Min		1669	0			1704	9	36	
1635	(X)			1670	0			1705	18	39	50
1636				1671	6			1706	15	39	
1637				1672	4			1707	18	20	
1638	X			1673	0			1708	8	10	
1639	XX			1674	2			1709	3	8	
1640		Max	70	1675	0	Max	60	1710	2	3	
1641				1676	10			1711	0	0	
1642	5			1677	2			1712	0	0	
1643	16			1678	8			1713	2	2	
1644	15			1679	0			1714	3	11	
1645	0	Min		1680	6	Min		1715	10	27	

Tabla A.1.Número promedio anual de manches solares, R de 1610 a 1715; x, manchas solares notadas pero no contadas; xx, número inusual de manchas notadas pero no contadas; (x) número pequeño inusual de manchas notadas pero no contadao. Los valores de Schove corresponden a valores en máximo del ciclo solar.

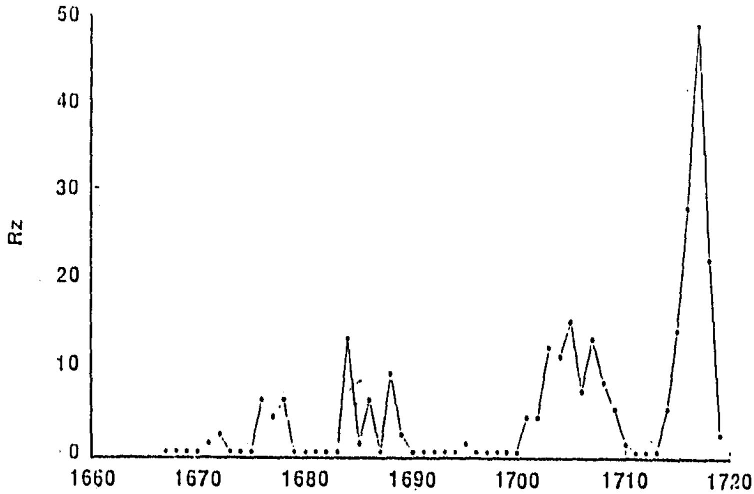


Fig.A.3.Números de manchas solares durante un período dentro del mínimo de Maunder (1666-1719).

REFERENCIAS

1.- S. I Akasofu. The solar wind and the Earth. Geophisical Institute, University of Alaska, Fairbanks, U.S.A. and Y. Kamide, Faculty of Sciecces, Kioto sangio University, Kioto, Japan. D. Reidei publishing company. 21-23.1987.

2.- Behr, A. y Siedentopf, H. Untersuchungen über Zodiakallicht und Gegenschein nach Lichtelektrischen Messungen auf dem Jungfraujoch, Zeitsch. Astrophys. 32, 19 (1953).

3.- Biermann, L. Kometenschschweife und solare Korpuskularsttrahlung. Z. Astrophys. 29, 274-286 (1951).

4.- S. Chandrasekhar. An Introduction to study of stellar structure. Yerkes Observatory. Dover publications, inc. 38-43. 1967.

5.-Chapman, S. Notes on the solar corona and the terrestrial ionosphere. Smithsonian Contrib. Astrophys. 2, 1-11 (1957).

6.- Chapman, S. The viscosity and thermal conductivity of a completely ionized gass. Astrpphys. Jr. 120, 151-155, 1954.

7.- Clauser, Francis H. The Aerodynamics of mass lass and mass gain of stars. John Hopkins Univ. Lab. Rep. 1960.

8.- Cullen C. Was Therea Maunder minimum ? Nature, 283, 427-428, 1980.

9.- A. M. Clerke, Knowledge. 17-206. (1894).

10.- John A. Eddy. The Maunder minimum. The Aamerican Association for the Advancement of Science. Reprinted from Science 192: 1189-1202. 1976.

11.- John A. Eddy. The historical record of solar activity. Proc. Conf. Ancient Sun (1980) p. 119-134.

12.- Giovanelli. The secrets of the Sun. Cambridge University Press. 1984

13.- John W. Evans. The Solar Corona. Sacrament Peak observatorysunspot, New Mexico. Precedings of International Astronomical Union Symposium No. 16. Held at Claudcroft, New Mexico, U. S. A. 28 - 30 August 1961.

14.-H. Fritz. Verzeichniss Beobachter Polarichter (C. Gerold's Sohn, Vienna 1873).

15.- R. Grant Athay.T he Solar Chromosphere and Corona: Quiet Sun. Volume 53.D. Reidel publishing Company. Dordrecht - Holland/Boston- U. S. A. 328-335, 424-428. 1976.

16.- Kari Hufbawer. Exploring The Sun. Solar Slence since Galileo.
The John Hopkins University press Baltimore and London. 213-240. 1991

17.- Knowledge. 17, 173 (1894).

18.- Krause and K. Radler. Mean Field Magnetohydrodynamics and dynamo Theory, Pergamon Press Oxford. 1980.

19.- Kuperus, M. J. A. Ionson and D. S. Spicer. On The Theory of coronal heating mechanisms, Ann. Astron. Astrophys. **19**, 7-40 1981.

20.- J. P. Legrand and P. A. Simon. Some solar cycle phenomena to the geomagnetic activity from 1868 to 1980. Astron. Astrophys. **152**, 199-204 (1985).

21.- Mendoza. Enviado a Annales Geophysical para su publicación.

22.- Noyes. The Sun, our star. Ed. Harvard Books, on Astronomy, 1982.

23.- Pérez E. and Mendoza. Journal of Geophysical research, Vol. 98, **A11**, 19, 349-353, November 1, 1993.

24.- E. R. Priest. Solar system Magnetic Fields. St. Andrews university, Scotland. D. Reidel Pullishing Company. 190-192, 194. 1985.

25.- E. N. Parker. Interplanetary dinamical processes. Enrico Fermi Institute for nuclear studies and departament of phisics university of Cicago, Chicago, Illinois. Intersience Publishers a division of John Wiley and sons New York- London. 1963. 51- 91. 1963.

26.- Cited in A. C. Ranyard [Mem. R. Astron. Soc, 41, 503. (1879).

27.- Ana Leonor Rivera López. El viento solar. Comunicaciones Técnicas, Instituto de Geofisica UNAM. 4-18. 1992.

28.-Ribes and E. Nesme-Ribes. The solar cycle in the minimum AD 1645 to AD 1715. Astron. Astrophys. 276 549-563 (1993).

29.- P. A. Simon and J. P. Legrand. Some solar cycle phenomena related to the geomagnetic activity from 1868 to 1980. Astron. Astrophys. 182, 329-336 (1987).

30.- Schove. J. Geophys. Res. 60, 127 (1955).

31.- Clark D. H. and Stephenson F. R. An Interpretation of the pre-telescopic sunspot records from the Orient Q. J. Roy. Astron. Soc. 19, 387-410, 1978.

32.- T. L. Totten and J. W. Freeman. An empirical determination of the politropyc index for the free-streaming solar wind using Helios data. Journal of Geophysical Research, vol. 100. no. A1. pages 13-17. January 1, 1995.

33.-M. Waldmeyer. The Sunspost-Activity in the years 1610-1960 (Schulthess, Zurich, 1961).

34.- George L. withbroe. The solar Wind and its origen coronal. Harvard - Smithsonian center for Astrophysics. William C. Feldman. Los Alamos National Laboratory. andHarjit S.Ahluwalia University of New Mexico. 1088 - 1089. 1991.