

01174

**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO**

**DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO**

**FACULTAD DE INGENIERIA**

5  
2g

**SIMULACION DEL FENOMENO DE LEVANTAMIENTO DE LIQUIDOS  
EN POZOS DE BOMBEO NEUMATICO INTERMITENTE**

**Por:  
Ing. Carlos Oropeza Vázquez**

**Director de tesis:  
Ing. Horacio Zúñiga Puente**

**Un Trabajo Propuesto y Realizado de Acuerdo a los Requerimientos  
Para Obtener el Grado de Maestro en la Disciplina de  
Ingeniería Petrolera**

**Ciudad Universitaria  
México, D.F., 1996**

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**

1

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## RESUMEN

Se llevó a cabo una revisión exhaustiva de la literatura técnica respecto a la simulación del fenómeno de levantamiento de un bache de líquido en una tubería vertical mediante inyección de gas a alta presión y se seleccionó el modelo de Schmidt et al.<sup>1</sup>, debido a que presenta la mejor fundamentación teórica.

En este trabajo se programó en computadora el modelo de Schmidt et al.<sup>1</sup> usando el método de Newton-Raphson y descomposición matricial del tipo LU para resolver el sistema no lineal de ecuaciones diferenciales. Los resultados se verificaron reproduciendo las curvas de velocidad del bache contra tiempo que publicaron dichos autores<sup>1</sup>.

Una vez que se verificaron los resultados, el modelo se modificó para considerar la variación en la densidad del gas inyectado abajo del bache, debida a la inclusión de gotas arrastradas del líquido que resbala por la pared interna de la tubería. El modelo modificado se validó con pruebas de laboratorio reportadas en la literatura<sup>7</sup>, y se observó que predice la duración del fenómeno con mayor exactitud que el modelo original<sup>1</sup>.

El modelo original indica que al iniciar el movimiento, el bache adquiere una fuerte aceleración y después asciende con aceleración constante, mientras que el modelo modificado indica que después de

la aceleración inicial, el bache puede presentar aceleración positiva, nula e incluso negativa; siendo más común la aceleración nula. Esto último concuerda con observaciones reportadas por diversos investigadores<sup>2,3,4,7</sup>.

Por otra parte, el modelo modificado indica que el líquido producido después del bache no proviene únicamente de la película, ya que tal cantidad de líquido en la corriente de gas genera una contrapresión excesiva que frena el movimiento del bache. Por lo anterior, es probable la existencia de una zona de transición entre el bache de líquido y el gas, formada por una fase densa que se produce inmediatamente después del bache.<sup>2</sup>

El modelo modificado predice con buena exactitud el levantamiento del bache a lo largo de la tubería, pero habrá que considerar la formación y el comportamiento de una zona de transición entre el bache y el gas para mejorar la predicción del líquido producido, antes de usarlo para el diseño y la evaluación correctos de las instalaciones de bombeo neumático intermitente.

### **AGRADECIMIENTOS**

**Agradezco sinceramente la dirección del Ing. Horacio Zúñiga Puente y la valiosa colaboración del Dr. Fernando Rodríguez de la Garza en la elaboración de este trabajo.**

**Asimismo manifiesto mi agradecimiento a Pemex Exploración y Producción por la oportunidad de superación profesional que ofrece a su personal y en especial a las autoridades de la Región Norte y del Distrito Veracruz por el gran apoyo brindado.**

## CONTENIDO

	Pág.
<b>TITULO</b>	<b>i</b>
<b>RESUMEN</b>	<b>ii</b>
<b>AGRADECIMIENTOS</b>	<b>iv</b>
<b>LISTA DE FIGURAS Y TABLAS</b>	<b>viii</b>
<b>INTRODUCCION</b>	<b>1</b>
<b>CAPITULO I    BOMBEO NEUMATICO INTERMITENTE</b>	
<b>I.1 Descripción del bombeo neumático intermitente.</b>	<b>4</b>
<b>I.2 Resbalamiento de líquido.</b>	<b>7</b>
<b>I.3 Tipo de instalación de bombeo neumático intermitente.</b>	<b>8</b>
<b>I.4 Aplicación del bombeo neumático intermitente.</b>	<b>9</b>
<b>CAPITULO II    PROCESO DE LEVANTAMIENTO DE LIQUIDO MEDIANTE                   INYECCION DE GAS</b>	
<b>II.1 Descripción del fenómeno de levantamiento.</b>	<b>11</b>
<b>II.1.1 Descripción del fenómeno espacial en la primera etapa.</b>	<b>12</b>
<b>II.1.2 Mecanismo de formación de la película.</b>	<b>14</b>
<b>II.1.3 Descripción del fenómeno durante la segunda etapa.</b>	<b>15</b>
<b>II.1.4 Descripción de la tercera etapa.</b>	<b>16</b>

**CAPITULO III MODELOS PARA SIMULAR EL FENOMENO DE LEVANTAMIENTO  
DEL BACHE**

<b>III.1 Modelo de Brill.</b>	<b>18</b>
<b>III.2 Modelo de Neely.</b>	<b>20</b>
<b>III.3 Modelo de Schmidt.</b>	<b>23</b>
<b>III.3.1 Descripción del equipo de prueba.</b>	<b>24</b>
<b>III.3.2 Desarrollo del modelo matemático.</b>	<b>28</b>
<b>III.3.2.1 Ecuaciones que gobiernan el sistema físico antes de la producción del bache.</b>	<b>29</b>
<b>III.3.2.2 Ecuaciones que gobiernan el sistema durante la salida del bache.</b>	<b>37</b>
<b>III.3.2.3 Ecuaciones que gobiernan el sistema después de la expulsión del bache.</b>	<b>37</b>
<b>III.3.2.4 Procedimiento de cálculo.</b>	<b>38</b>

**CAPITULO IV PROGRAMACION DEL MODELO DE SCHMIDT et al.**

<b>IV.1 Revisión del modelo.</b>	<b>39</b>
<b>IV.2 Simplificaciones del modelo de Schmidt et al.</b>	<b>41</b>
<b>IV.3 Solución de sistemas de ecuaciones diferenciales no lineales.</b>	<b>42</b>
<b>IV.4 Método de Newton-Raphson.</b>	<b>43</b>
<b>IV.5 Descomposición de una matriz a su forma LU.</b>	<b>45</b>
<b>IV.6 Solución del modelo de Schmidt et al. aplicando el método de Newton-Raphson y descomposición LU.</b>	<b>47</b>
<b>IV.7 Cálculo de parámetros.</b>	<b>50</b>

<b>IV.8 Descripción del programa de cómputo.</b>	<b>53</b>
<b>IV.8.1 Valores de entrada.</b>	<b>53</b>
<b>IV.8.2 Procesamiento de datos.</b>	<b>55</b>
<b>IV.8.3 Valores de salida.</b>	<b>57</b>
<b>IV.9 Validación del simulador.</b>	<b>58</b>

**CAPITULO V EFECTO DEL INCREMENTO DE LA DENSIDAD DEL GAS POR LA  
PRESENCIA DEL LIQUIDO ARRASTRADO DE LA PELICULA**

<b>V.1 Densidad de la burbuja como una mezcla gas-líquido.</b>	<b>61</b>
<b>V.2 Efecto completo del incremento de la densidad de la burbuja por la presencia del líquido arrastrado.</b>	<b>64</b>
<b>V.3 Validación con datos de laboratorio.</b>	<b>68</b>
<b>V.4 Simulación con el modelo modificado.</b>	<b>73</b>
<b>V.4.1 La densidad de la burbuja.</b>	<b>73</b>
<b>V.4.2 La velocidad del bache.</b>	<b>75</b>
<b>V.4.3 El resbalamiento y el arrastre de líquido.</b>	<b>77</b>
<b>V.4.4 La producción de líquido.</b>	<b>79</b>
<b>V.4.5 Variación del tiempo total con el diámetro.</b>	<b>84</b>
<b>CONCLUSIONES</b>	<b>86</b>
<b>NOMENCLATURA</b>	<b>88</b>
<b>REFERENCIAS</b>	<b>90</b>



## LISTA DE FIGURAS Y TABLAS

	Pág.
Figura 1. Esquema de un ciclo de bombeo neumático intermitente.	5
Figura 2. Modelo experimental de Schmidt et al. <sup>1</sup>	25
Figura 3. Geometría del volumen de control para el bache.	27
Figura 4. Diagrama de bloques del simulador.	54
Figura 5. Resultados de Schmidt et al. <sup>1</sup>	59
Figura 6. Resultados del Modelo 1.	60
Figura 7. Resultados del Modelo 2.	63
Figura 8. Resultados del Modelo 3.	66
Tabla 1. Tiempo medido y tiempo calculado con los modelos.	69
Tabla 2. Comparación del error en el tiempo calculado con los tres modelos respecto al tiempo medido.	70
Figura 9. Comparación del tiempo medido con el tiempo calculado por los tres modelos.	72

<b>Figura 10. Comparación de las densidades de la burbuja calculadas con los modelos 1 y 3.</b>	<b>74</b>
<b>Figura 11. Velocidad del bache durante el levantamiento.</b>	<b>76</b>
<b>Figura 12. Resbalamiento y arrastre de líquido.</b>	<b>78</b>
<b>Figura 13. Resbalamiento de líquido en función del volumen de gas inyectado.</b>	<b>80</b>
<b>Figura 14. Porcentaje producido del bache de líquido original.</b>	<b>81</b>
<b>Figura 15. Variación de la velocidad del bache por incremento del líquido arrastrado.</b>	<b>83</b>
<b>Figura 16. Duración del levantamiento en función del diámetro del tubo.</b>	<b>85</b>

## INTRODUCCION

El bombeo neumático intermitente es un método de levantamiento artificial de líquidos en pozos petroleros que adquiere gran importancia en la etapa final de explotación de los yacimientos productores de aceite.

No obstante que este sistema se aplica ampliamente en la explotación artificial de pozos petroleros, el diseño de sus instalaciones aún se realiza aplicando reglas empíricas y su operación se optimiza por ensayo y error.

El diseño y la evaluación del bombeo neumático intermitente no se realizan de manera rigurosa debido, fundamentalmente, a que no se dispone de un modelo que represente con la suficiente precisión el fenómeno de levantamiento de un bache de líquido impulsado por gas.

Al ampliarse cada vez más su aplicación y siendo escasa la tecnología al respecto, es importante la búsqueda de modelos nuevos o el mejoramiento de los modelos existentes, para diseñar y operar en forma correcta las instalaciones de bombeo neumático intermitente.

El levantamiento de un bache de líquido mediante inyección de gas no se puede describir con modelos matemáticos sencillos debido a su naturaleza transitoria, que lo hace dependiente del tiempo, y al

gran número de variables que intervienen. Debido a esto es necesario recurrir a la simulación del fenómeno por medio de computadoras, ya que los modelos matemáticos que intentan representarlo son extremadamente complejos.

El primer intento importante para establecer un modelo matemático del fenómeno de levantamiento de un bache de líquido mediante inyección de gas, fue presentado por Brill et al.<sup>3</sup> en 1967. Estos investigadores encontraron una correlación para el resbalamiento de líquido y la combinaron con ecuaciones de flujo, obteniendo así un modelo cuyos resultados concordaron favorablemente con los datos reales; sin embargo, para usarlo en otro caso, sería necesario contar con datos medidos para crear la curva de resbalamiento de líquido correspondiente.

En 1974, Neely et al.<sup>4</sup> propusieron un modelo que utiliza una correlación para el resbalamiento de líquido, obtenida mediante correlaciones para flujo bifásico continuo. Sus resultados concuerdan razonablemente con los datos medidos, pero no aseguran que su correlación de resbalamiento pueda generalizarse.

Schmidt et al.<sup>1</sup> en 1984 presentaron un modelo hidrodinámico generado por balances de masa y cantidad de movimiento que consiste de un sistema no lineal de ecuaciones diferenciales que debe resolverse en etapas sucesivas de tiempo y que describe la evolución del fenómeno de levantamiento del bache. Este modelo

considera la existencia de una película de líquido de espesor no uniforme en la pared de la tubería, debajo del bache.

Estos autores, presentan también un modelo para simular la transferencia de masa de la película de líquido hacia la corriente gaseosa, el cual se resuelve en forma paralela al fenómeno de levantamiento del bache, pero que no afecta la dinámica de flujo del bache.

En este trabajo se modificó el modelo de Schmidt et al.<sup>1</sup> al considerar la presencia del líquido transferido de la película hacia la corriente de gas y determinar su efecto sobre la dinámica del levantamiento del bache de líquido.

Al simular procesos de levantamiento del bache considerando diversas condiciones de operación, el modelo modificado indica que el efecto del líquido en la burbuja de gas afecta de manera importante la dinámica del levantamiento, al reducir la velocidad del bache cuando se incrementa la densidad de la burbuja.

Por otro lado, este modelo modificado indica que el líquido que se presenta en el flujo de gas posterior al bache, no es únicamente líquido arrastrado de la película, sino que una parte de ese líquido producido debe provenir de una zona de transición entre el bache y la burbuja de gas, que hasta ahora no ha sido considerada.

## CAPITULO I BOMBEO NEUMATICO INTERMITENTE

### I.1 Descripción del bombeo neumático intermitente.

Dentro de los sistemas artificiales de producción del petróleo, el bombeo neumático es uno de los de mayor aplicación en la industria petrolera.

El bombeo neumático puede ser por flujo continuo o por flujo intermitente. Normalmente el bombeo neumático intermitente se aplica en una etapa posterior al bombeo neumático continuo. Debido al constante abatimiento en la presión del yacimiento, se llega a un valor tal que no es posible mantener la condición de flujo continuo en el pozo. Llegado ese momento, el sistema de bombeo neumático debe cambiarse de continuo a intermitente.

El bombeo neumático intermitente consiste en producir en forma cíclica, baches de líquido impulsados por gas a alta presión. Después de la descarga de un bache de líquido en la superficie, se tiene un tiempo de espera, lapso en el cual la formación productora aporta fluidos al pozo. Durante este tiempo se acumula en la tubería de producción una determinada columna de líquido (bache inicial), constituida tanto por el líquido aportado por la formación, como por el líquido resbalado del bache anterior (Fig. 1(a)).

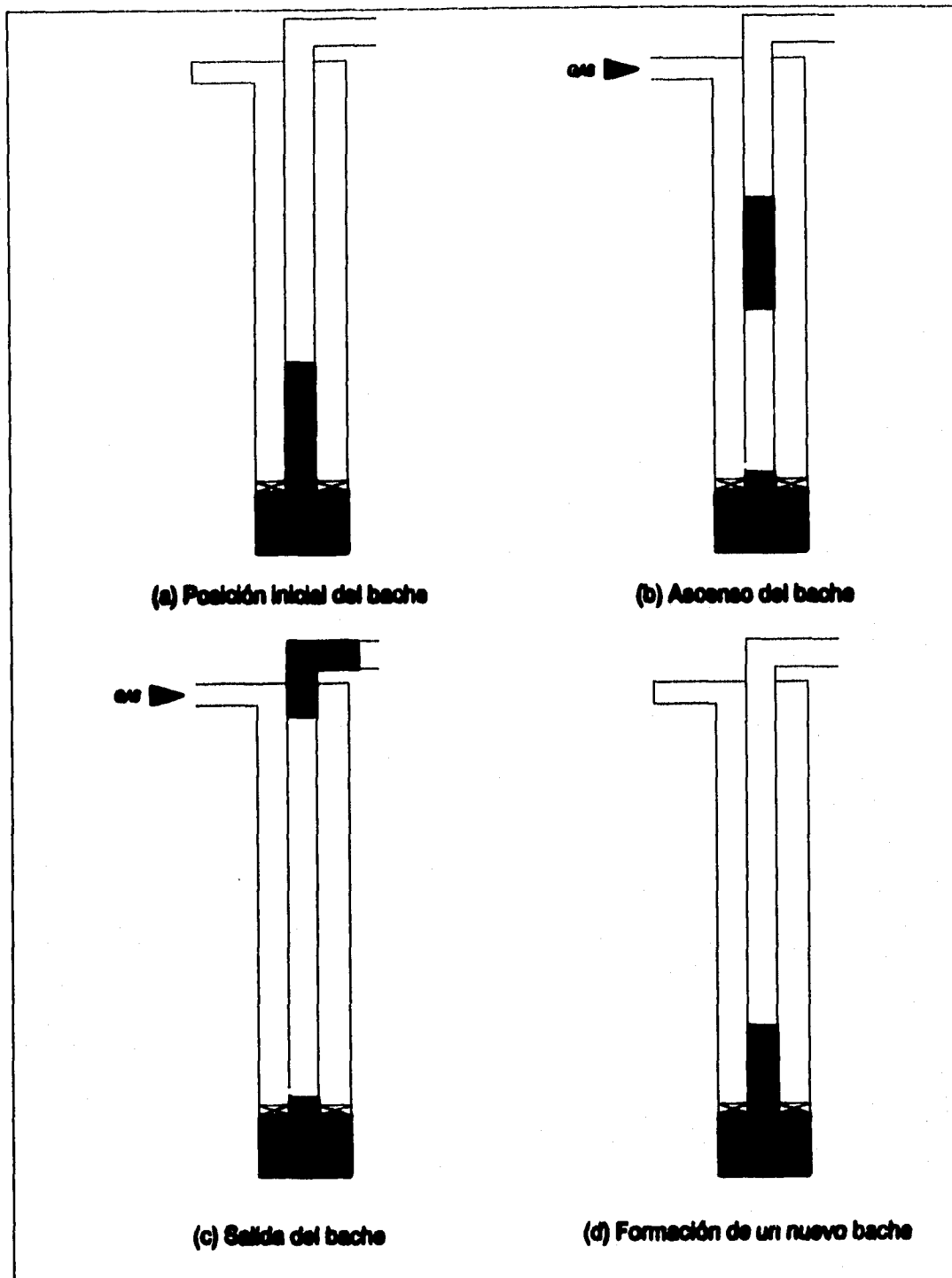


Fig. 1 Esquema de un ciclo de bombeo neumático intermitente.

Simultáneamente a la formación del bache inicial, en la superficie se inyecta en forma continua gas al espacio anular entre la tubería de producción y la de revestimiento. Una vez formado el bache inicial, por una combinación de las presiones existentes entre el espacio anular y la tubería de producción, la válvula operante (válvula de inyección) alcanza su presión de apertura.

Esta válvula abre en forma instantánea permitiendo que un gran volumen de gas pase rápidamente del espacio anular a la tubería de producción, a través de ella. El gas se inyecta en la base del bache inicial, impulsándolo a la superficie en forma balística (Fig. 1(b)).

En los primeros instantes de desplazamiento del bache, éste adquiere una alta aceleración hasta alcanzar una determinada velocidad, la cual depende de la presión diferencial que se establece entre el espacio anular y la tubería de producción.

El bache de líquido viaja a la superficie a una velocidad aproximadamente constante, hasta llegar a la cabeza del pozo. Durante la descarga del bache en la superficie, se reduce la carga hidrostática ejercida por el bache sobre el gas y éste se expande, acelerando la salida del bache, el cual adquiere una velocidad mayor, suficiente para llegar hasta la estación de recolección (Fig. 1(c)).



Una vez que el bache ha salido de la tubería de producción, el líquido que no logró salir resbala por las paredes de la tubería y cae al fondo del pozo uniéndose con el líquido aportado por la formación para formar el siguiente bache (Fig. 1(d)).

Dependiendo de las condiciones de operación de la instalación, la válvula operante puede cerrar antes de que el bache llegue a la superficie. Si esto sucede, el bache disminuye su velocidad, pero se mantiene en movimiento por la expansión del gas inyectado. De acuerdo a la experiencia se ha observado que el bache de líquido debe viajar a una velocidad promedio aproximada de mil pies por minuto para lograr una buena eficiencia de levantamiento.

El tiempo entre ciclos de inyección depende fundamentalmente de la capacidad de la formación para aportar fluidos y la producción del pozo depende, a su vez, de la frecuencia a la que opera la instalación.

## 1.2 Resbalamiento de líquido.

Durante el levantamiento del bache de líquido a la superficie, el gas, debido a su menor densidad y menor viscosidad, viaja a una velocidad mayor que la velocidad del líquido. Esto provoca que la fase gaseosa penetre continuamente al líquido todo el tiempo que dura el viaje del bache a la superficie. Una parte de la fase líquida que ha sido penetrada por el gas pierde cohesión, formando

partículas que pueden ser arrastradas por la fase gaseosa en su ascenso, mientras que otra parte se adhiere a las paredes de la tubería, formando así una película anular líquida. Este fenómeno, conocido como resbalamiento de líquido, es extremadamente importante en la eficiencia de levantamiento del bache de líquido.

La película anular y las partículas de líquido en forma de pequeñas gotas, pueden tener un movimiento ascendente o descendente, en función de la velocidad del gas y la densidad de la corriente.

### **I.3 Tipo de instalación de bombeo neumático intermitente.**

El equipo superficial está formado por instrumentos de control de inyección y de medición del gas. Para regular el volumen de gas que se inyecta al pozo se puede usar un estrangulador o un control cíclico de tiempo, mientras que para medir el volumen de gas que se inyecta al pozo se usa comúnmente un medidor de placa de orificio.

Cuando se usa un estrangulador como medio de control, el orificio debe seleccionarse cuidadosamente para permitir el paso del volumen de gas necesario en el tiempo deseado. Es más común el uso del control de tiempo debido a que permite ajustar fácilmente el tiempo de inyección necesario, así como el intervalo entre ciclos.

El equipo subsuperficial consiste en una serie de válvulas instaladas a lo largo de la tubería de producción calibradas para

operar a diferentes condiciones de presión. Las válvulas superiores se utilizan para descargar el fluido de control que se introduce al pozo durante la instalación del aparejo de producción. La última válvula, que se conoce como válvula operante, tiene como función controlar el paso de gas del espacio anular hacia la tubería de producción.

En este sistema de extracción de aceite, cuando la presión del pozo es muy baja, se recomienda usar un dispositivo en el fondo de la tubería de producción que se denomina "válvula de pie" para evitar el regreso del fluido a la formación.

El tipo de válvulas que se usan en el bombeo intermitente constan de dos secciones principales, una sección piloto que opera como un sensor para enviar la señal a la sección motriz, la cual es una válvula que abre o cierra completamente y tiene un orificio de inyección grande para permitir el paso de un gran volumen de gas en poco tiempo.

#### I.4 Aplicación del bombeo neumático intermitente.

A pesar del amplio uso del bombeo neumático intermitente en la industria petrolera, la tecnología al respecto ha tenido un desarrollo muy pobre a consecuencia de la complejidad del fenómeno que ocurre durante el levantamiento de la columna de líquido impulsada por gas. Debido a las dificultades para establecer un

modelo matemático que represente el fenómeno físico, se ha recurrido a la experiencia de campo, por lo cual el diseño y evaluación del bombeo neumático intermitente es una tecnología regida por el empirismo.

El principal obstáculo que se presenta es que el proceso de levantamiento es un fenómeno dependiente del tiempo, que ocurre en un cierto periodo durante el cual varían los parámetros del sistema tales como la presión de inyección del gas, la velocidad de ascenso del bache y su longitud por la pérdida de líquido original al resbalarse por las paredes de la tubería.

De observaciones y pruebas de campo, diversos autores coinciden en señalar que el sistema opera mejor cuando se usan válvulas con orificios grandes, alta presión del gas y la inyección de gas a la tubería de producción se mantiene hasta que el bache haya llegado a la superficie.

## **CAPITULO II PROCESO DE LEVANTAMIENTO DE LIQUIDO MEDIANTE INYECCION DE GAS**

### **II.1 Descripción del fenómeno de levantamiento.**

El proceso de levantamiento del bache comienza en el momento en que el gas entra a la tubería de producción y termina después de que el líquido es expulsado del pozo. El gas que queda en la tubería de producción deja de moverse, permitiendo que el líquido adherido a la pared, así como las gotas suspendidas en la fase gaseosa caigan al fondo.

Schmidt et al.<sup>1</sup> dividen el proceso mencionado en tres etapas para su estudio y éstas son:

1. La etapa desde que inicia la inyección de gas y el bache adquiere impulso desplazándose hacia arriba, hasta que el frente llega a la superficie.

2. La etapa desde que el bache alcanza la superficie e inicia su paso a la tubería de descarga del pozo durante la cual cambia su dirección vertical a una dirección horizontal, hasta que sale totalmente de la tubería de producción.

3. La etapa desde el momento en que el bache pasa completamente a la tubería de descarga, hasta que el líquido que no fue expulsado

del pozo cae al fondo.

Como puede observarse, el levantamiento de un bache de líquido en una tubería vertical mediante inyección de gas es un fenómeno que varía tanto en el espacio como en el tiempo. Una forma de trabajar con este tipo de problemas es determinar todas las variables espaciales en niveles de tiempo sucesivos para conocer la evolución del sistema hasta el momento deseado.

#### II.1.1 Descripción del fenómeno espacial en la primera etapa.

Observando la Fig. 1 se puede describir el fenómeno para un nivel de tiempo dado en la siguiente forma:

Empezando por la tubería de revestimiento, ésta funciona como una fuente de gas a alta presión, tiene un volumen conocido y su presión en la superficie normalmente se registra en un medidor de flujo. La comunicación de la tubería de revestimiento con la tubería de producción se establece mediante el orificio de una válvula para bombeo neumático intermitente, que se encuentra a una profundidad determinada.

La presión a la profundidad de la válvula se puede determinar usando la ecuación de estado de los gases reales, si se considera una temperatura media constante entre las temperaturas del fondo y la superficie.

Las ecuaciones para flujo de gas a través de orificios, relacionan tres variables: Las presiones antes y después del orificio y el gasto de gas; la presión antes del orificio es la presión en la tubería de revestimiento a la profundidad de la válvula y es conocida, por lo cual quedan como incógnitas el gasto y la presión después del orificio (que es la presión en la tubería de producción a la profundidad de la válvula).

Por otro lado, se conoce la presión en el cabezal de la tubería de producción y se tiene una columna de gas hasta el frente del bache. Con esa presión se puede calcular la presión en el frente del bache, aplicando la ecuación de estado de los gases reales, si se conoce la profundidad hasta dicho frente y se toma una temperatura media en la tubería de producción.

Continuando hacia abajo, se encuentra el bache de líquido. La presión en su extremo inferior (que corresponde al frente de la burbuja) será la suma algebraica de la presión en su frente más una presión generada por el peso del líquido, su fricción con la pared y su aceleración. Para determinar esta presión en el frente de la burbuja se requiere conocer la longitud, velocidad y aceleración del bache en el momento del cálculo.

A continuación se tiene la burbuja formada por el gas que ha entrado del espacio anular. La presión en su frente es conocida y para calcular la presión en su extremo inferior, debe tenerse en

cuenta que el bache, en su ascenso, deja una película de líquido adherida a la pared y la corriente de gas fricciona con dicha película, arrastrando gotas que se integran a la burbuja.

En la zona de la burbuja se tiene un flujo tipo niebla anular y es difícil determinar la transferencia de masa de la película hacia el gas, así como las dimensiones de la película, el peso de la columna de gas incluyendo las gotas arrastradas y la fricción en la interfase película-gas.

Resolviendo de alguna forma los problemas anteriores, se tiene la presión en la tubería de producción a la profundidad de la válvula o bien, el gasto de gas necesario para lograr esas condiciones de flujo, que son incógnitas en la ecuación del orificio.

#### II.1.2 Mecanismo de formación de la película.

En el flujo de dos fases se presenta el fenómeno conocido como resbalamiento, que consiste en la existencia de velocidades distintas de las fases por sus diferentes movilidades.

El ejemplo más sencillo de este fenómeno es la liberación de una burbuja de gas en el seno de un líquido sin movimiento, en donde se observa que la burbuja asciende a través del líquido debido a la fuerza resultante entre la flotación y el arrastre viscoso. Es decir, la burbuja adquiere una cierta velocidad de ascenso aun



cuando el líquido permanezca sin moverse. A esta velocidad se le conoce como "velocidad terminal".

En el caso del bombeo neumático intermitente se tiene una burbuja grande de gas debajo del bache de líquido y debido a la fuerza de flotación, la burbuja intentará ascender a través del líquido dando como resultado una mayor velocidad en el frente del gas que en el frente del líquido.

En el proceso de transferencia de cantidad de movimiento, las capas de líquido del bache que están en contacto con la pared de la tubería adquieren una velocidad menor debido a esfuerzos moleculares y tienden a frenar a las capas de líquido vecinas, presentándose la mayor movilidad en el centro de la tubería. Es por esto que el gas penetra en el bache por la parte central dando lugar a una película de líquido que queda adherida a la pared interna de la tubería una vez que el bache ha pasado en su viaje ascendente.

El líquido que ha sido rebasado por el frente del gas, forma la película y queda sujeto entre dos fuerzas, una es la gravedad que pretende hacerlo caer y la fuerza de arrastre en la interfase con el gas que trata de moverlo hacia arriba.

II.1.3 Descripción del fenómeno durante la segunda etapa.

En esta etapa, el bache de líquido ha llegado al extremo superior de la tubería de producción y se encuentra pasando hacia la tubería de descarga del pozo. El paso gradual de líquido a la tubería horizontal ocasiona una fuerte reducción de la presión hidrostática ejercida sobre la burbuja de gas, por lo cual ésta se expande más rápido que en la primera etapa provocando un incremento en la aceleración del bache.

Durante esta etapa el gas, al expanderse más rápidamente, adquiere una velocidad mayor que en la etapa anterior y la fricción entre la burbuja y la película líquida que recubre la tubería se incrementa; esto hace que una mayor cantidad de líquido de la película ingrese al seno del gas.

#### II.1.4 Descripción de la tercera etapa.

Los investigadores que trataron este tema antes del trabajo de Schmidt et al.<sup>1</sup>, mencionan un periodo de estabilización del pozo después de la salida del bache de la tubería de producción y lo definen como el tiempo necesario para que el pozo retome sus condiciones estáticas.

Schmidt et al.<sup>1</sup> consideran que una vez que el bache ha salido de la tubería de producción, el gas que ya se encuentra acelerado por la reducción de presión, sale hacia la línea de descarga llevando consigo el líquido arrastrado de la película en forma de gotas o

espuma. Según mediciones reportadas en la literatura<sup>1,3,4</sup> el líquido arrastrado puede llegar a ser en algunas ocasiones más del 50% del líquido total recuperado.

Esta tercera etapa, que corresponde a la salida del gas después de la producción del bache, dura hasta que la presión del gas en la tubería alcanza su valor mínimo y cesa el flujo, alcanzándose el equilibrio estático.

### CAPITULO III MODELOS PARA SIMULAR EL FENOMENO DE LEVANTAMIENTO DEL BACHE

Los trabajos iniciales que se refieren al bombeo neumático intermitente solamente presentan observaciones que ayudan a comprender la operación del sistema. Así tenemos, por ejemplo, que en 1962 Brown y Jessen<sup>2</sup> efectuaron experimentos en un pozo y observaron que al usar orificios de inyección grandes, se recupera más líquido, se reduce el tiempo de levantamiento y se requiere menos energía del gas para levantar el bache.

#### III.1 Modelo de Brill.

En 1967 Brill et al.<sup>3</sup> presentaron el primer intento de simular el sistema de bombeo neumático intermitente mediante un modelo semianalítico. El trabajo experimental lo realizaron en un pozo de 1500 pies, equipado con varios transductores de presión a lo largo de la tubería de producción.

Para describir la dinámica del levantamiento, consideraron las principales variables que intervienen en el fenómeno, formando grupos adimensionales que pudieran correlacionarse entre sí. La idea fue encontrar una correlación general para calcular el resbalamiento de líquido, pero no tuvieron éxito. Únicamente obtuvieron correlaciones específicas para las pruebas realizadas por ellos mismos.

La aportación principal de Brill et al.<sup>3</sup> es la concepción física del fenómeno. Entre sus observaciones más importantes se tienen:

a) En este fenómeno las fronteras del sistema se están moviendo y existe transferencia de masa a través de ellas.

b) El desplazamiento de un bache de líquido mediante gas no es un proceso eficiente.

c) El gas se eleva más rápido que el líquido por la fuerza de flotación debida a la diferencia de densidades.

d) Los esfuerzos de corte en la interfase película-burbuja tienden a impedir la caída del líquido y la película puede alcanzar un espesor inestable, rompiéndose y formando partículas de líquido suspendidas en la fase de gas.

e) Si la velocidad del gas disminuye, se reducen los esfuerzos de corte y el líquido cae pudiendo formar otros baches por puenteo.

f) Cuando el bache viaja a alta velocidad se obtienen altas recuperaciones de líquido que parecen confirmar la existencia de un flujo anular debajo del bache debido a altos esfuerzos de corte que tienden a arrastrar la película hacia arriba.

g) Es razonable considerar que entre la burbuja y el bache no

exista una interfase gas-líquido bien definida, sino que haya una zona de transición formada por líquido mezclado con gas.

De los resultados que obtuvieron, Brill et al.<sup>3</sup> concluyen que al iniciar el levantamiento, el bache adquiere una alta aceleración, alcanza luego una velocidad constante (aceleración nula) y se acelera nuevamente al salir a la superficie. Mencionan también que el bache puede alcanzar condiciones estáticas y ser atravesado por el gas antes de llegar a la superficie, en cuyo caso la mayor parte del líquido caerá al fondo del pozo.

### III.2 Modelo de Neely.

En 1974 Neely et al.<sup>4</sup> realizaron una serie de experimentos controlados en un pozo instrumentado. El pozo se equipó con varios transductores de presión a lo largo de la tubería de producción, de tal manera que se pudo monitorear el bache durante su ascenso desde el fondo del pozo hacia la superficie.

En el fondo del pozo se instaló una válvula controlada desde la superficie, que al cerrar aislaba el sistema de prueba después de permitir la formación de una columna en la tubería de producción, pudiéndose estudiar el comportamiento de baches individuales en forma independiente del comportamiento de la formación productora.

En las pruebas realizadas observaron que una parte importante del

líquido obtenido en la superficie (algunas veces hasta el 50%) se debe al flujo de gas posterior a la salida del bache, por lo que anotan que aquellos métodos de predicción que no tomen en cuenta este flujo posterior tendrán discrepancias entre los valores calculados y los resultados reales.

Neely et al.<sup>4</sup> observaron que la recuperación de líquido de las pruebas individuales no se correlacionó con ninguno de los parámetros medidos; sin embargo, indican que la cantidad de líquido del bache no producido puede correlacionarse con la velocidad promedio del gas.

Para predecir el comportamiento del bombeo neumático intermitente, se requiere determinar las variaciones de volumen y presión del gas del espacio anular en función del tiempo, el gasto de gas a través de la válvula subsuperficial, la velocidad del bache, la cantidad de líquido que se recuperará en la superficie y la cantidad de líquido resbalado, los gradientes de presión durante el proceso y la curva de reducción de la presión del gas después de que el bache alcanza la superficie. Ninguna de estas funciones es independiente de las otras y todas deben considerarse en forma simultánea.

Más que intentar modificar los métodos existentes para incluir el arrastre de aceite en el flujo posterior de gas, Neely et al.<sup>4</sup> dirigieron el problema en otra dirección. Para calcular la cantidad de líquido que cae al fondo hicieron el siguiente análisis: Una

columna ascendente de gas puede contener y estar en equilibrio con una cierta cantidad de líquido arrastrado siendo capaz de mantenerlo suspendido, pero no de elevarlo más. Si tal condición prevalece en la tubería de producción después de que el bache y el flujo posterior han salido a la superficie, el líquido suspendido caerá al fondo cuando el flujo de gas termine.

Neely et al.<sup>4</sup> tomaron correlaciones de colgamiento de líquido obtenidas para flujo continuo y generaron una curva de correlación para el colgamiento en el bombeo neumático intermitente. Para calcular el comportamiento del bombeo neumático intermitente sugieren el siguiente procedimiento:

Dados una presión en la tubería de revestimiento, una contrapresión, un diámetro de la tubería de producción, una longitud de bache, una profundidad de inyección y un diámetro de orificio, se calculan por ensayo y error, la velocidad de ascenso, la presión en la tubería de producción, el resbalamiento de líquido y el gasto de inyección de gas.

Suponiendo una velocidad de llegada del bache a la superficie, se toma un valor de colgamiento de la curva de correlación y se calculan las velocidades y presiones inmediatamente abajo del bache y en el fondo de la tubería de producción. Con estos datos se calcula el gasto de gas correspondiente. Usando la presión calculada en el fondo y la presión conocida en el espacio anular,



se calcula el gasto de gas a través de la válvula. Este gasto se compara con el gasto anterior calculado con la velocidad del bache. Si no son razonablemente iguales, se toma un nuevo valor de velocidad de llegada del bache y se repite el procedimiento las veces necesarias hasta obtener concordancia entre ambos cálculos.

Entre las simplificaciones que hicieron se tienen: Despreciaron los efectos de aceleración del bache, consideraron que todo el líquido, excepto el resbalado, se está moviendo como un bache completo, sin tomar en cuenta que la recuperación de líquido se presenta parcialmente en un bache y parcialmente en un flujo posterior de gas y líquido. Además, despreciaron la fricción debajo del bache y todo el líquido resbalado se consideró suspendido en el gas porque las proporciones del líquido en la pared de la tubería y en el gas son desconocidas.

En sus conclusiones destacan que después de la aceleración inicial, la velocidad del bache fue generalmente constante; que el líquido resbalado puede correlacionarse con la velocidad del gas y se puede predecir con correlaciones para flujo continuo y que una parte importante del líquido producido se obtiene después del bache.

### III.3 Modelo de Schmidt.

En 1984 Schmidt et al.<sup>1</sup> desarrollaron un modelo hidrodinámico para bombeo neumático intermitente realizando balances de masa y

cantidad de movimiento en un sistema con fronteras móviles. Los resultados de su modelo fueron verificados con pruebas realizadas en un tubo de 3 pg. de diámetro, usando aire y aceite.

A diferencia de los trabajos anteriores, los resultados de este estudio indican que inicialmente el bache de líquido adquiere una gran aceleración y después viaja con una aceleración constante hasta alcanzar la superficie, donde se acelera nuevamente.

Este estudio establece que una parte importante del líquido producido se obtiene en el flujo de gas posterior al bache de líquido. También se demostró que incrementando la presión de inyección se puede lograr una mayor recuperación de líquido, pero sólo a expensas de incrementar la cantidad de gas inyectado.

### III.3.1 Descripción del equipo de prueba.

La instalación de prueba consistió en un tubo de acrílico transparente con transductores de presión, un tanque de almacenamiento de aire con un transductor de presión y un separador para recibir el líquido de la sección de prueba y liberar el aire. El gasto de inyección de aire se controló mediante un estrangulador instalado entre el tanque y el tubo de acrílico.

Además, se instaló una válvula con solenoide en el extremo superior del tubo y otra en la línea de inyección de aire. Lo anterior

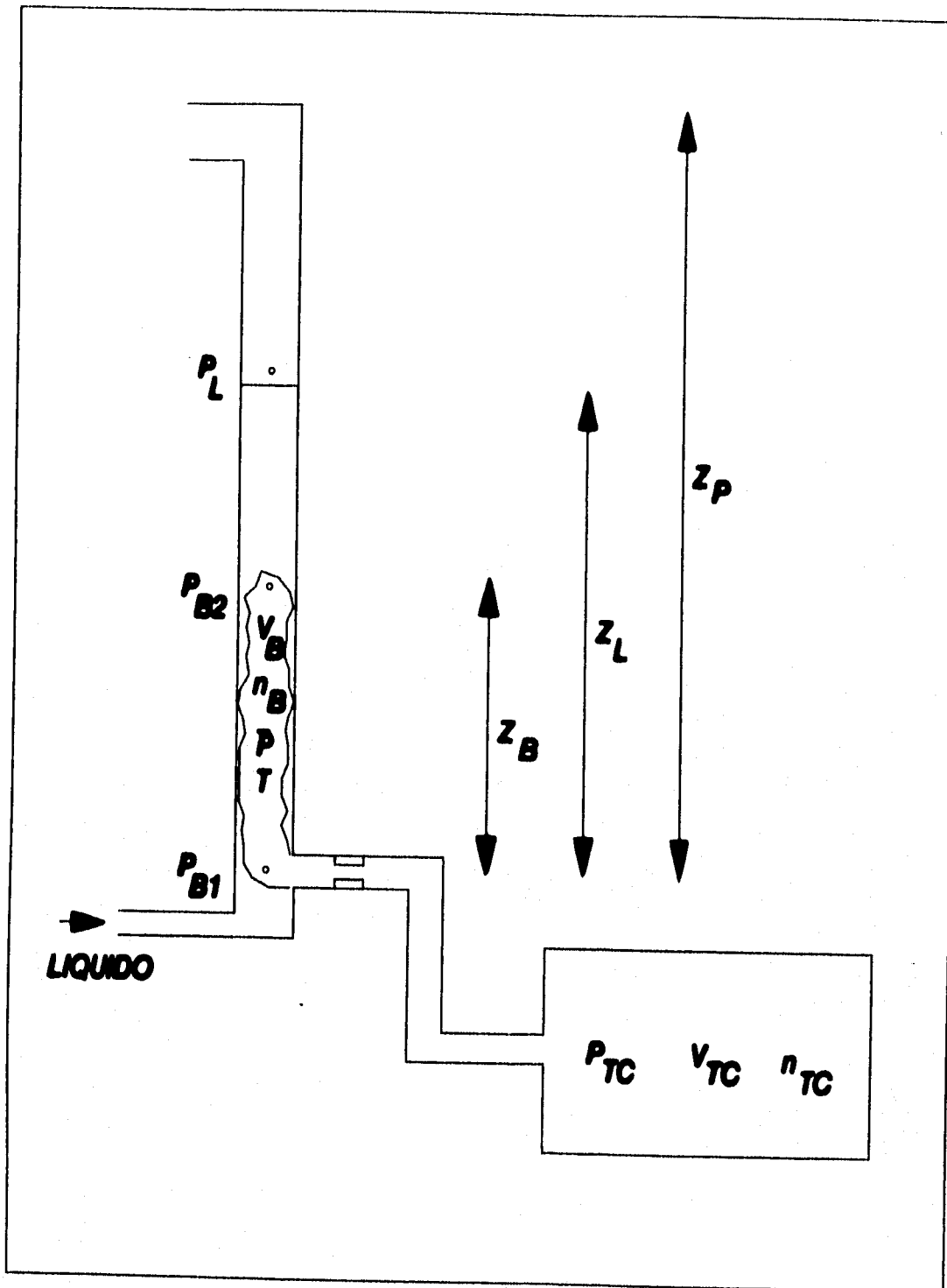


Fig. 2 Modelo experimental de Schmidt et al.<sup>1</sup>

permitía suspender la inyección en el momento en que salía el bache y atrapar el líquido que quedaba dentro de la tubería en ese momento. La Fig. 2 muestra un esquema del modelo experimental.

A partir de los datos medidos, Schmidt et al.<sup>1</sup> desarrollaron la siguiente correlación para el factor de fricción de la burbuja.

$$f_B = 0.059 (1 + 55.9 \frac{Y}{r}) \quad (1)$$

Y para el gasto másico de arrastre de líquido  $W_s$ ,

$$\frac{W_s \bar{\rho}_B}{W_s \rho_L} = 1.202 \times 10^{-5} (y_B^*)^{1.51} \quad (2)$$

donde:

$$y_B^* = y \frac{[(\tau_w + \tau_i) \bar{\rho}_B g_c / 2]^{\frac{1}{2}}}{\mu_B} \quad (3)$$

La correlación para  $W_s$  fue desarrollada usando (2) y (3) con el esfuerzo de corte en la pared, dado por:

$$\tau_w = - \left[ \frac{P_{B2} - P_{B1}}{z_B} + \frac{g}{g_c} \rho_L \left( 1 - \frac{A_B}{A} \right) + \frac{g}{g_c} \bar{\rho}_B \frac{A_B}{A} \right] \frac{r}{2} \quad (4)$$

Y el esfuerzo de corte interfacial:

$$\tau_i = - \left( \frac{P_{B2} - P_{B1}}{z_B} + g \bar{\rho}_B \right) \frac{r - Y}{2} \quad (5)$$

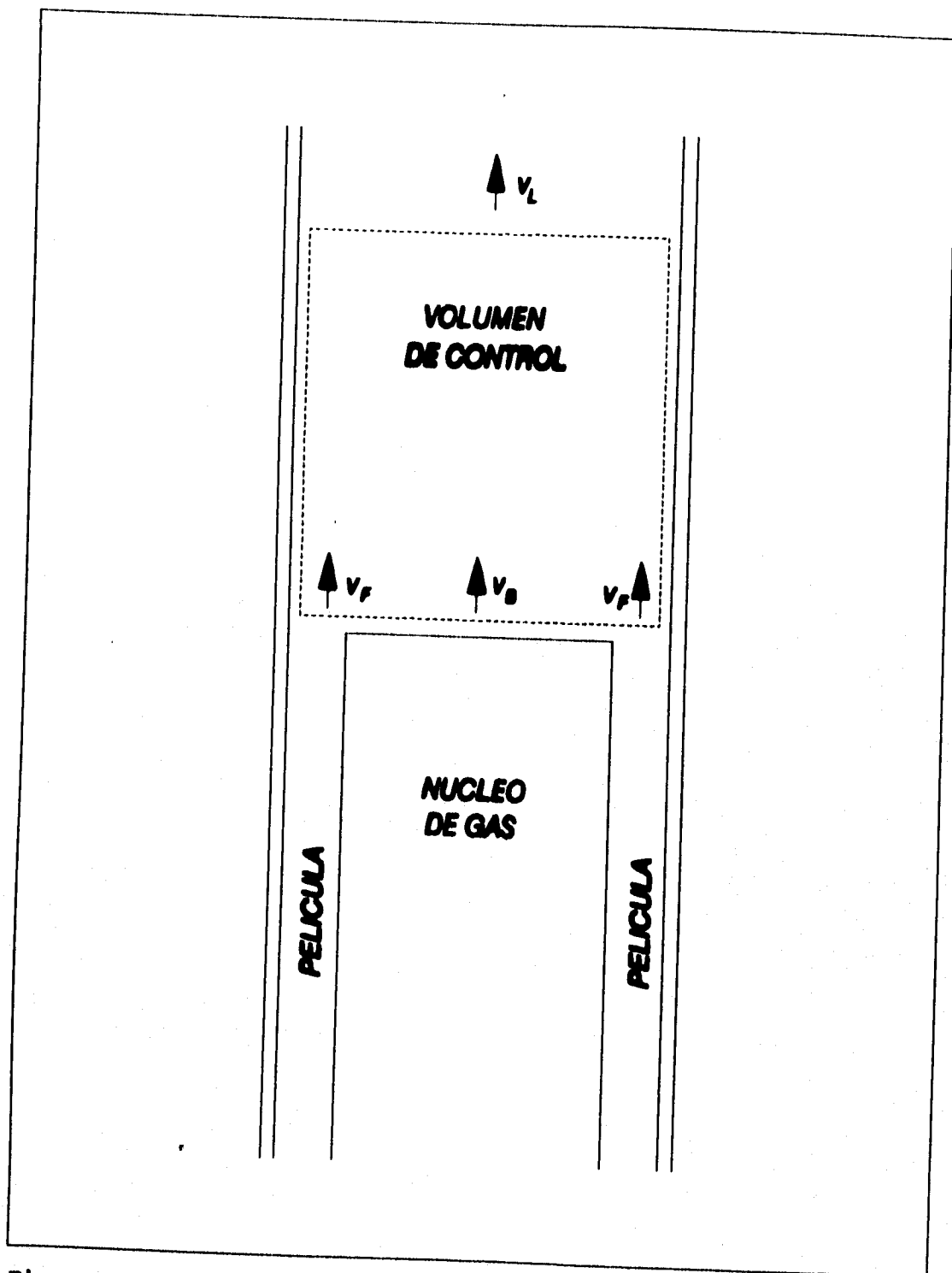


Fig. 3 Geometría del volumen de control para el bache.

Al realizar el balance de cantidad de movimiento en el volumen de control de la Fig. 3 se obtiene:

$$\iiint_{V(t)} \frac{\partial(\rho \vec{v})}{\partial t} dV + \iint (\rho \vec{v}) (\vec{v} \cdot d\vec{A}) =$$

$$- \iint_{s(t)} p d\vec{A} - \iint_{s(t)} (\vec{n} \cdot \vec{\tau}) dA + \iiint_{V(t)} \rho \vec{g} dV \quad (6)$$

### III.3.2 Desarrollo del modelo matemático.

Como ya se mencionó, estos autores señalan que la producción de líquido mediante gas se realiza en varias etapas que son: (1) inyección de gas debajo del bache antes de que éste llegue a la superficie; (2) inyección de gas debajo del bache mientras este último sale a la superficie y (3) inyección de gas después de la producción del bache con salida del líquido arrastrado en el núcleo de gas.

El modelo matemático está diseñado para generar un sistema simple de ecuaciones que describen el comportamiento de este sistema físico a su paso a través de las tres etapas antes mencionadas. Para lograr esto se consideró que la mayoría de las variables físicas como la densidad, la velocidad y la presión pueden reemplazarse por sus promedios espaciales y reflejar todavía el sistema físico con razonable exactitud. Esta consideración elimina

la necesidad de resolver un sistema simultáneo de ecuaciones diferenciales parciales.

III.3.2.1 Ecuaciones que gobiernan el sistema físico antes de la producción del bache.

La conservación de masa para el gas en el espacio anular formado entre las tuberías de revestimiento y de producción resulta:

$$V_{TC} \frac{d\bar{\rho}_{TC}}{dt} = \frac{dm_{TC}}{dt} \quad (7)$$

donde:

$$\iint_{S_{TC}} \rho_{TC} v_{TC} \cdot d\vec{A} = - \frac{dm_{TC}}{dt} \quad (8)$$

representa el gasto neto de pérdida de masa en  $V_{TC}$  y se usa la aproximación:

$$\iiint_{V_{TC}} \frac{\partial \rho_{TC}}{\partial t} dV = V_{TC} \frac{d\bar{\rho}_{TC}}{dt} \quad (9)$$

La ecuación de estado para gases reales proporciona la relación entre la presión promedio del gas y la densidad:

$$\bar{p}_{TC} = \frac{\bar{\rho}_{TC} \bar{Z} R T}{M} \quad (10)$$

El gasto a través de la válvula se aproxima con la siguiente ecuación de orificio:

$$\frac{dm_{TC}}{dt} = -76.035 \left( \frac{K_o Y D^2 F_a}{\sqrt{1 - \beta^4}} \right) \sqrt{\rho_{TC} (P_{TC} - P_{at})} \quad (11)$$

El signo negativo indica que el gas sale del espacio anular.

En cuanto a la burbuja de gas, varios estudios<sup>1</sup> han mostrado una caída de presión relativamente grande asociada con el movimiento de gas transportando líquido arrastrado. Se ha observado que si la velocidad del gas aumenta, algunas gotas de líquido pasan de la película al núcleo de gas. La transferencia de cantidad de movimiento del gas fluyente al líquido arrastrado origina una pérdida de presión mayor que la que existiría sin el arrastre del líquido. Esta observación justifica la eliminación de los siguientes términos de la ecuación (6) para la burbuja de gas:

$$\iiint_{V(\pi)} \frac{\partial(\rho_s \vec{v}_s)}{\partial t} dV = \vec{0} \quad (12)$$

$$\iint_{S_s} (\rho_s \vec{v}_s) (\vec{v}_s \cdot d\vec{A}) = \vec{0} \quad (13)$$

$$\iiint_{V_s} \rho_s \vec{g} dV = \vec{0} \quad (14)$$



Los cuales son muy pequeños comparados con los términos que quedan:

$$\iint_{S_B} p_B dA = (p_{B2} - p_{B1}) A_B \quad (15)$$

$$\iint_{S_B} (\vec{n} \cdot \tau) dA = \frac{f_B \bar{\rho}_B \bar{v}_B |\bar{v}_B| A_B z_B}{2 g_c d} \quad (16)$$

Sustituyendo (12), (13), (14), (15) y (16) en la ecuación (6) se obtiene:

$$p_{B2} - p_{B1} = \frac{-f_B \bar{\rho}_B \bar{v}_B |\bar{v}_B| z_B}{2 g_c d} \quad (17)$$

Donde la velocidad promedio de la burbuja se calcula con:

$$-\frac{dm_{TC}}{dt} = \bar{\rho}_B A_B \bar{v}_B \quad (18)$$

$$\frac{dz_B}{dt} = \bar{v}_B \quad (19)$$

La sección transversal de la burbuja no tiene exactamente un área uniforme desde el fondo hasta el frente, sin embargo se usa  $A_B$  como un valor representativo.

La ecuación de los gases reales proporciona una relación entre la presión promedio de la burbuja y la densidad:

$$\frac{P_{B1} + P_{B2}}{2} = \frac{\bar{\rho}_B Z R T}{M} \quad (20)$$

Varios investigadores han observado que para producir el líquido de la película es mejor mecanismo el arrastre de gotas en el núcleo de gas que el movimiento ascendente de la película. Las observaciones realizadas por Schmidt et al.<sup>1</sup> confirman que la velocidad de la película es realmente muy pequeña después del paso del bache, sin embargo, no es cero en el extremo inferior del bache.

Si se hace un balance de masa en la película desde una elevación  $z'$  hasta la elevación  $z_2$ , donde  $z'$  es menor que  $z_2$ , se obtiene la siguiente relación entre la velocidad promedio de la película y la rapidez de cambio de su espesor:

$$\rho_l \bar{v}_p (A - A_2) + \rho_L \frac{dy}{dt} 2\pi [r - y(z_2, t)] (z_2 - z') = 0 \quad (21)$$

Esta ecuación resulta porque la densidad del líquido es constante, la velocidad de la película en  $z'$  es cero, la velocidad de la película en  $z_2$  es  $v_p$  promedio, la velocidad de la película en la pared del tubo es cero y la velocidad radial de la película es  $dy/dt$ .

En el desarrollo de un modelo de arrastre se requiere conocer la pérdida de presión asociada con el arrastre de líquido y los gastos máxicos de arrastre. Schmidt et al.<sup>1</sup> desarrollaron correlaciones

para el factor de fricción de la burbuja y para el gasto másico de arrastre usando datos experimentales:

$$f_b = 0.059 \left(1 + 55.9 \frac{Y}{r}\right) \quad (22)$$

en donde Y es el espesor de la película y r es el radio de la tubería de producción.

El gasto másico de líquido arrastrado está dado por:

$$\frac{W_B \rho_B}{W_B \rho_L} = 1.202 \times 10^{-5} (y_B^*)^{1.51} \quad (23)$$

desarrolladas para una viscosidad de 101 cp, donde el gasto másico de la burbuja es:

$$W_B = - \frac{dm_{TC}}{dt} \quad (24)$$

El gasto másico de arrastre se relaciona con el gasto de pérdida de la película por medio de un balance másico para un segmento cualquiera de una elevación  $z_1$ , a otra elevación mayor  $z_2$ , mediante la ecuación:

$$\frac{d}{dt} \left[ \frac{W_B(z_2, t)}{V_B(z_2, t)} \right] (z_2 - z_1) + W_B(z_2, t) -$$

$$W_B(z_1, t) + \frac{dm_F}{dt} = 0 \quad (25)$$

Debido a que:

$$\iiint_{V_p} \frac{\partial \rho_p}{\partial t} dV = \frac{d\bar{\rho}_p(z_2, t)}{dt} A_p (z_2 - z_1) \quad (26)$$

$$\bar{\rho}_p(z_2, t) = \frac{W_p(z_2, t)}{V_p(z_2, t) A_p} \quad (27)$$

$$\iint_{A_p} \rho_p \vec{v} \cdot d\vec{A} = W_p(z_2, t) + \frac{dm_p}{dt} \quad (28)$$

La masa en la película desde una elevación  $z_1$  hasta una elevación  $z_2$ , se relaciona con su espesor mediante:

$$m_p = \rho_L [\pi r^2 - \pi (r - y(z_2, t))^2] (z_2 - z_1) \quad (29)$$

El modelo de Schmidt et al.<sup>1</sup> incluye las consideraciones siguientes:

1. No hay deslizamiento entre el núcleo de gas y el líquido arrastrado, dando la relación:

$$\bar{v}_g = \bar{v}_p \quad (30)$$

2. No entra líquido de la formación durante la inyección de gas, lo cual puede escribirse como:

$$W_p(0, t) = 0 \quad (31)$$

3. El espesor de la película en el fondo del bache puede calcularse con:

$$A_B = \pi [r - y(z_B, t)]^2 \quad (32)$$

Antes de que alcance la superficie, el balance de masa para el bache resulta:

$$\rho_L \bar{v}_L A - \rho_L \bar{v}_B A_B - \rho_L \bar{v}_F (A - A_B) = 0 \quad (33)$$

Como la densidad del líquido es constante, la ecuación (6) da:

$$\rho_L \frac{d\bar{v}_L}{dt} A (z_L - z_B) + \rho_L \bar{v}_L^2 A - \rho_L \bar{v}_B^2 A_B -$$

$$\rho_L \bar{v}_F^2 (A - A_B) = - (p_L - p_{B2}) A g_c$$

$$- \frac{f_L \bar{v}_L |\bar{v}_L| A (z_L - z_B) \rho_L}{2d} - \rho_L g A (z_L - z_B) \quad (34)$$

donde  $p_L$  es la presión en el frente del bache y además:

$$\bar{v}_L = \frac{dz_L}{dt} \quad (35)$$

El factor de fricción  $f_L$  es el factor de Moody dado por:

$$f_L = f_L(N_{ReL}, \frac{\epsilon}{d}) \quad (36)$$

donde:

$$N_{ReL} = \frac{\rho_L \bar{v}_L d}{\mu_L} \quad (37)$$

La velocidad a la que el gas inyectado penetra en el bache es muy importante para determinar la cantidad de líquido que queda sobre la pared del tubo. Varios investigadores han encontrado que existe una relación lineal entre la velocidad del frente de la burbuja y la velocidad del bache:

$$\bar{v}_B = a \bar{v}_L + b \quad (38)$$

Schmidt et al.' usaron las siguientes ecuaciones para calcular los coeficientes a y b:

$$a = \frac{\log N_{ReL} + 0.089}{\log N_{ReL} - 0.74} \quad (39)$$

$$b = (gd)^{1/2} \left( \frac{\bar{v}_L}{(gd)^{1/2}} \frac{0.083}{\log N_{ReL} - 0.74} \right)$$

$$+ \frac{1}{3} \left( \frac{\bar{v}_L}{(gd)^{1/2}} \frac{5.84}{\log N_{ReL} - 0.74} \right)^{1/2} \quad (40)$$

III.3.2.2 Ecuaciones que gobiernan el sistema durante la salida del bache.

Las ecuaciones (7) a (40) son válidas para esta parte del ciclo con excepción de la ecuación (34) que debe modificarse por el ángulo recto de la tubería en la superficie, es decir:

$$\begin{aligned} \rho_L \frac{d\bar{V}_L}{dt} V_L + \rho_L \bar{V}_L^2 A - \rho_L \bar{V}_B^2 A_B - \rho_L \bar{V}_P^2 (A - A_B) = \\ - (P_L - P_{B2}) Ag_c - \frac{f_L \bar{V}_L |\bar{V}_L| A_L \rho_L}{2d} \\ - \rho_L g A (z_P - z_B) - \frac{0.6 \bar{V}_L |\bar{V}_L| \rho_L}{2} \end{aligned} \quad (41)$$

donde  $V_L$  es el volumen actual del bache, el último término representa la caída de presión causada por el codo recto de la TP en la superficie considerando que no hay cambio de diámetro y  $z$ , es la longitud total de la tubería.

III.3.2.3 Ecuaciones que gobiernan el sistema después de la expulsión del bache.

Sólo se usan las ecuaciones (7) a (31) para esta parte del ciclo y

se requieren las siguientes modificaciones:

$$z_p = Z_p \quad (42)$$

$$P_{D2} = P_L \quad (43)$$

#### III.3.2.4 Procedimiento de cálculo.

Las Ecs. (7), (10), (11), (17)-(22) y (32)-(40) forman un sistema no lineal de ecuaciones diferenciales de primer orden que se integra usando técnicas estándar en cada nivel de tiempo.

El arrastre se encuentra integrando (25) para cada nivel de tiempo. Para esto se divide la tubería de producción en determinado número de segmentos; comenzando en  $z=0$ , se calcula el espesor de película para cada segmento y se termina en  $z^*$ , exactamente abajo del bache. El valor de  $z^*$  se usa en (21). Este procedimiento permite simular una película no uniforme en la tubería de producción, abajo del bache.



## CAPITULO IV PROGRAMACION DEL MODELO DE SCHMIDT et al.

### IV.1 Revisión del modelo.

El artículo publicado por Schmidt et al.<sup>1</sup> se revisó cuidadosamente en el planteamiento de sus ecuaciones y la consistencia dimensional de las mismas.

Durante esta revisión se encontró que la constante de 76.035 de la ecuación (11) para calcular el flujo de gas a través de un orificio no corresponde con la teoría al respecto. A continuación se presenta el desarrollo de la misma. Kumar<sup>2</sup> establece que la velocidad del gas pasando por un orificio es:

$$v = C_d \left[ \frac{2g_c(P_{TC} - P_{BI})}{\rho_{TC}} \right]^{0.5} \quad (44)$$

y como

$$Q = vA, \quad Q_m = Q\rho_{TC}, \quad A = \frac{\pi d^2}{4} \quad (45)$$

se obtiene:

$$Q_m = \frac{\pi d^2}{4} \sqrt{2g_c} C_d [\rho_{TC}(P_{TC} - P_{BI})]^{0.5} \quad (46)$$

como  $g_c$  en el sistema inglés es 32.2 se tiene:

$$q_b = 6.3028d^2 C_d [\rho_{TC}(P_{TC} - P_{B1})]^{0.5} \quad (47)$$

Es decir, que la constante debe ser 6.3028 y no 76.035. Ambas constantes son proporcionales por un factor de 12 que se usa para convertir pies a pulgadas.

En el artículo presentan su ecuación (17), de la caída de presión en la burbuja, como:

$$P_{B2} - P_{B1} = - \frac{f_B \rho_B v_B |v_B| A_B z_B}{2g_c d} \quad (48)$$

La cual presenta en el miembro izquierdo unidades de fuerza entre área mientras que en el miembro derecho presenta unidades de fuerza, por lo que la variable  $A_b$  debe ser eliminada.

Otra ecuación dimensionalmente inconsistente es (41), del balance de cantidad de movimiento del bache en su etapa de salida, la cual en el segundo término del miembro derecho carece de una longitud que corresponde a la longitud del bache.

La misma ecuación (41) en su último término, que representa la caída de presión por fricción en un codo recto, carece del factor de fricción. De acuerdo con Arnold<sup>6</sup>, el coeficiente de resistencia por una desviación o una reducción es igual al factor de fricción

dividido entre el diámetro del conducto. Asimismo, el segundo término del miembro derecho de la ecuación (5), no presenta el factor  $g$ , que la hace dimensionalmente consistente.

#### IV.2 Simplificaciones del Modelo de Schmidt et al.<sup>1</sup>

Estos autores consideran que el sistema está formado por cuatro elementos que son: El gas del espacio anular entre las tuberías de revestimiento y de producción, la burbuja de gas en la tubería de producción debajo del bache, el bache de líquido y la película de líquido adherida a la pared del tubo.

Su modelo se basa en balances de masa y de cantidad de movimiento en los elementos que forman al sistema. Entre las simplificaciones que usan para resolver el problema de la evolución del fenómeno en el tiempo se tiene:

1. El proceso es isotérmico.
2. El líquido es incompresible.
3. No entra líquido al pozo durante la elevación del bache.
4. Existe una interfase definida entre la burbuja y el bache.
5. La tubería de descarga es del mismo diámetro que la tubería de

producción.

6. Las variables pueden reemplazarse por sus promedios espaciales y reflejar el fenómeno con razonable exactitud.

7. Calcula la cantidad de líquido arrastrado de la película por el flujo de gas, pero desprecia su efecto sobre la densidad del gas.

8. En el cálculo de la caída de presión en la burbuja de gas, que se obtiene del balance de cantidad de movimiento, desprecian los términos que involucran los cambios de densidad del gas y la fuerza de gravedad actuando sobre la burbuja, por ser pequeños. (Ecs. (12), (13) y (14))

#### IV.3 Solución de sistemas de ecuaciones diferenciales no lineales.

En 1982 Fernández' en su tesis de grado "A Comprehensive Model for intermittent gas lifting of viscous oil", presenta la obtención del sistema de ecuaciones que describen el fenómeno de levantamiento de un bache de líquido mediante inyección de gas; en ese trabajo se menciona que el sistema de ecuaciones se resolvió utilizando el método de integración de Euler de primer grado.

Posteriormente, en 1984, Schmidt et al.<sup>3</sup> presentan una extensión del trabajo de Fernández', en el que se incluye el cálculo del líquido arrastrado de la película por el flujo de gas, indicando

únicamente que el sistema de ecuaciones se resuelve por métodos de integración comunes.

Al investigar acerca de los métodos para resolver sistemas de ecuaciones diferenciales no lineales, se encontró que el método de Euler<sup>9</sup>, aunque es la base sobre la que se desarrollaron los demás métodos, no es recomendable para ningún caso práctico. Se probó el método de Runge-Kutta<sup>9</sup>, sin éxito debido a que se requieren los valores iniciales de las variables un instante después de iniciado el movimiento. Como dichos valores no se conocen, deben suponerse, por lo cual los resultados no son confiables.

Investigando más sobre este tema, se encontró que Runge-Kutta pertenece al grupo de métodos llamados explícitos porque las variables al final de la etapa de cálculo se expresan como funciones de sus valores al inicio de la etapa, por lo cual estos últimos deben ser conocidos. Este problema se evita usando métodos implícitos, por lo que finalmente se usó el método de Newton-Raphson.

#### IV.4 Método de Newton-Raphson.<sup>9</sup>

El método de Newton-Raphson se utiliza para localizar raíces de funciones en la cercanía de un punto y se origina de la expansión de la función en series de Taylor en la vecindad del punto:

$$f(x^v + \delta x^{v+1}) = 0 = f(x)^v + f'(x)^v \delta x^{v+1} + \frac{f''(x)^v}{2} (\delta x)^{2^{v+1}} + \dots \quad (49)$$

para valores pequeños de  $\delta x$  el tercer término y los posteriores se vuelven despreciables, quedando:

$$\delta x^{v+1} = -\frac{f(x)^v}{f'(x)^v} \quad (50)$$

Geoméricamente consiste en extender una línea, tangente a la función en el punto considerado, hasta el eje de las abcisas, con lo que se define el siguiente punto de cálculo y así sucesivamente hasta acercarse a la raíz con la exactitud deseada. Puntos lejanos de la raíz (valores grandes de  $\delta x$ ) generan inexactitud porque los términos eliminados de la serie de Taylor cobran importancia e inclusive el método puede alejarse de la solución. Si se inicia en un punto cercano a la raíz el método converge rápidamente.

Para un sistema de N ecuaciones no lineales este método se generaliza fácilmente usando N dimensiones y se resuelve de manera eficiente si la raíz existe cerca del punto inicial supuesto.

Si se tiene un sistema de N funciones con N variables:

$$f_j(x_1, x_2, \dots, x_N) = 0 \quad (51)$$

al desarrollarlo en series de Taylor y despreciar los términos

mencionados antes se obtiene:

$$-f_i^v = \sum_{j=1}^N \left[ \frac{\partial f_i}{\partial x_j} \right]^v \delta x_j^{v+1} \quad i=1,2,\dots,N \quad (52)$$

Lo cual se puede escribir matricialmente como

$$A^v \cdot \Delta X^{v+1} = -F^v \quad (53)$$

donde  $A$  es la matriz de derivadas (llamada matriz jacobiana),  $\Delta X$  es el vector de incrementos de las variables y  $F$  es el vector de funciones de residuos que se busca que sea nulo.

Es importante señalar que el sistema original de ecuaciones es un sistema no lineal y el sistema matricial generado por el método de Newton-Raphson es un sistema lineal que puede resolverse fácilmente con métodos sencillos, tal como la descomposición LU.

El método encuentra el vector de incrementos  $\Delta X$  que deberán sumarse a las variables para avanzar al siguiente punto hasta acercarse a la solución con la aproximación deseada.

#### IV.5 Descomposición de una matriz a su forma LU

Si se tiene un sistema lineal de la forma:

$$A \cdot x = b \quad (54)$$

La matriz  $A$  puede descomponerse en dos matrices  $L$  y  $U$  que al multiplicarse den como resultado la misma matriz  $A$ , es decir:

$$A = L \cdot U \quad (55)$$

De tal manera que  $L$  sea una matriz triangular inferior y  $U$  sea una matriz triangular superior. Entonces, nuestro sistema original puede escribirse como:

$$A \cdot x = L \cdot (U \cdot x) = b \quad (56)$$

Si hacemos

$$U \cdot x = y \quad (57)$$

el sistema nos queda como:

$$L \cdot y = b \quad (58)$$

El cual se puede resolver fácilmente por sustitución directa, y una vez que se conoce el vector " $y$ " se resuelve el sistema:

$$U \cdot x = y \quad (59)$$

El cual puede resolverse también directamente por sustitución dando el vector " $x$ " que se busca.

Como se observa, realmente el problema inicial se divide en dos problemas sencillos que se resuelven fácilmente y se obtiene la



solución buscada. Este método es rápido y eficiente, por lo cual es muy adecuado para resolver el sistema lineal generado por la aplicación de Newton-Raphson al problema en cuestión.

#### IV.6 Solución del modelo de Schmidt et al.' aplicando el método de Newton-Raphson y descomposición LU.

Las variables que intervienen en el sistema de ecuaciones son:

$Z_0$  = Altura de la interfase gas-líquido

$Z_1$  = Altura del extremo superior del líquido

$v_0$  = Velocidad del gas en la tubería

$v_1$  = Velocidad del líquido

$v_2$  = Velocidad de la película cerca del bache

$A_0$  = Área transversal de la burbuja cerca del bache

$y$  = Espesor de la película

$P_{TC}$  = Presión del gas en el espacio anular

$P_{B1}$  = Presión de la burbuja en el fondo

$P_{B2}$  = Presión de la burbuja en su extremo superior

$\rho_{TC}$  = Densidad del gas en el espacio anular

$\rho_0$  = Densidad del gas de la burbuja

$f_0$  = Factor de fricción entre la burbuja y la película

$f_1$  = Factor de fricción entre el líquido y la tubería

$N_{ReL}$  = Número de Reynolds del líquido

$A, B$  = Coeficientes de la relación entre  $v_1$  y  $v_0$

$Z_{TC}$  = Factor de desviación del gas en el espacio anular

$Z_{B0}$  = Factor de desviación del gas en la burbuja

Analizando las ecuaciones del modelo, se determinó que de las diecinueve variables anteriores, las siguientes once se pueden expresar como funciones de las ocho restantes, por lo cual se consideran como variables dependientes o secundarias:

$$v_2 = v_2(v_1)$$

$$\lambda_2 = \lambda_2(y)$$

$$\rho_{TC} = \rho_{TC}(P_{TC})$$

$$\rho_2 = \rho_2(P_{21}, P_{22})$$

$$f_2 = f_2(y)$$

$$f_L = f_L(v_1)$$

$$N_{22L} = N_{22L}(v_1)$$

$$A = A(v_1)$$

$$B = B(v_1)$$

$$z_{TC} = z_{TC}(P_{TC})$$

$$z_{22} = z_{22}(P_{21}, P_{22})$$

De esta manera se determinó que las variables independientes o primarias son las siguientes ocho:

$$z_2, z_L, v_1, v_2, y, P_{TC}, P_{21}, P_{22}$$

Como se observa, se tienen diecinueve variables de las cuales solamente ocho son independientes. Si del grupo de ecuaciones que conforman el modelo eliminamos aquellas que definen a las variables dependientes, nos quedan ocho funciones que ordenadas

convenientemente son:

$$F1 = \rho_{TC} - \rho_{TC0} - C_0 \delta t / V_{TC} \text{SQR}(\rho_{TC} (P_{TC} - P_{B1})) = 0$$

$$F2 = P_{B2} - P_{B1} + f_b \rho_b v_b \text{ABS}(v_b) Z_b / (64.4 D_{TP}) = 0$$

$$F3 = \rho_{TC} - \rho_{TC0} + \rho_b \Lambda_b v_b \delta t / V_{TC} = 0$$

$$F4 = v_b \delta t - Z_b + Z_{B2} = 0$$

$$F5 = \delta t v_r (\Lambda - \Lambda_b) + 6.2832 (D_{TP} / 2 - y)(Z_b - Z^*) (Y - Y_b) = 0$$

$$F6 = v_r \Lambda - v_b \Lambda_b - v_r \Lambda + v_r \Lambda_b = 0$$

$$F7 = (v_r - v_{r0}) \Lambda (Z_L - Z_b) + v_r^2 \Lambda - v_b^2 \Lambda_b - v_r^2 (\Lambda - \Lambda_b) + \\ 32.2 (P_L - P_{B2}) \Lambda / \rho_L + F_L v_r \text{ABS}(v_r) \Lambda (Z_L - Z_b) / 2 / D_{TP} + \\ 32.2 \Lambda (Z_L - Z_b) = 0$$

$$F8 = Z_L - Z_{L0} - v_r \delta t = 0 \tag{60}$$

Quedando establecido así un sistema no lineal de ecuaciones diferenciales de ocho ecuaciones con ocho incógnitas que debe resolverse para etapas sucesivas de tiempo.

Para resolver este sistema no lineal se recurrió al método de Newton-Raphson, el cual genera en cada iteración un sistema lineal

de ecuaciones que, a su vez, se resuelve descomponiendo la matriz jacobiana a su forma LU y usando sustitución hacia adelante y hacia atrás.

#### IV.7 Cálculo de parámetros.

Para resolver el modelo matemático, se requiere hacer uso de correlaciones y métodos adicionales para calcular algunos parámetros como son:

a) El factor de desviación de los gases reales, para el cual se utilizó el método de Gopal<sup>10</sup>, que mediante una base de datos de cuarenta y ocho puntos interpola, obteniendo el resultado en poco tiempo y con un buen grado de exactitud.

b) El número de Reynolds<sup>n</sup>, que es un valor adimensional característico de la dinámica de fluidos y que para el sistema inglés y con la viscosidad en centipoises se define como:

$$N_{RR} = \frac{1488\rho v d}{\mu} \quad (61)$$

c) El factor de fricción se calcula haciendo uso de las ecuaciones de Colebrook-White<sup>9</sup>, que son:

Para flujo laminar (número de Reynolds menor de 2300):

$$F = \frac{64}{N_{RR}} \quad (62)$$

Para flujo de transición (número de Reynolds entre 2300 y 3100):

$$F = \frac{(N_{RR}-2300)}{2300} \frac{1.351}{\left[ \ln \left[ \frac{\epsilon}{3.715d} + 2 \cdot \frac{514}{3100\sqrt{F}} \right] \right]^2} + 0.032 \quad (63)$$

Para flujo turbulento (número de Reynolds mayor de 3100):

$$F = \left[ -2 \log \left( \frac{\epsilon}{3.715d} + \frac{2.514}{\sqrt{FN_{RR}}} \right) \right]^{-2} \quad (64)$$

d) La viscosidad del gas se calcula con el método propuesto por Lee<sup>9</sup>, que se resume en las siguientes ecuaciones:

$$\mu_g = K e^{X(1.401846E-02 \rho_g)^Y} \quad (65)$$

$$K = \frac{0.0001(9.4+0.2M)T^{1.5}}{209+19MT} \quad (66)$$

$$X = 3.5 + \frac{986}{T} + 0.01M \quad (67)$$

$$Y = 2.4 - 0.2X \quad (68)$$

e) La viscosidad del aceite se calcula con la correlación que presentan Schmidt et al.<sup>1</sup> y que obtuvieron en laboratorio para el aceite hidráulico de sus experimentos:

$$\mu_L = e^{(6.627 - 0.02608667T)} \quad (69)$$

En donde la temperatura está en grados Fahrenheit y la viscosidad en centipoises.

f) En la ecuación de flujo a través del orificio, aparece un factor de descarga del orificio; al investigar en la literatura acerca de este factor se encontró que es un valor que se debe de medir en laboratorio y algunos autores<sup>o</sup> indican que es cercano a 0.828 para orificios mayores de media pulgada (en su estudio, Schmidt et al.<sup>1</sup> utilizaron un orificio de una pulgada).

Sin embargo, al probar el programa con este valor no se tuvo éxito. Se encontró que con valores menores de 0.4 el simulador proporciona una curva de velocidad del bache contra el tiempo similar en su forma a las curvas que presentan Schmidt et al. Se realizaron varias pruebas y se determinaron los valores adecuados para las curvas de presión de inyección de 20, 30, 40 y 50 psig. Los valores del factor se encuentran en el rango de 0.2 a 0.26 y mediante un análisis de regresión exponencial se obtuvo la siguiente ecuación con un factor de correlación de 1.

$$C_d = 0.0821667609 P_{iny}^{0.20947} \quad (70)$$

En la misma ecuación aparece el factor de corrección por expansión térmica del orificio,  $F_s$ , que se usó como:

$$F_g = 1 + 0.0000185(T-528) \quad (71)$$

Para el factor de corrección por compresibilidad del gas (Y) se usó un valor de 0.85 ya que es siempre menor a la unidad.<sup>10</sup>

#### IV.8 Descripción del programa de cómputo.

El programa de cómputo es un simulador que calcula las variables del sistema en etapas continuas de tiempo, de tal manera que los valores que dichas variables asumen, van describiendo la evolución del fenómeno espacial en el tiempo desde el momento en que inicia la inyección de gas, hasta que el bache sale totalmente de la tubería. Se denominó "Modelo 1"

El programa de cómputo se realizó en lenguaje Basic. En la Fig. 4 se presenta el diagrama de bloques que indica la secuencia de operación.

##### IV.8.1 Valores de entrada.

El programa requiere como datos la geometría del sistema antes de iniciar el proceso, es decir: Diámetro y longitud de la tubería de producción; el volumen y la presión inicial de la fuente de suministro de gas; la altura inicial del bache de líquido; la temperatura del sistema y las densidades del gas y del líquido, así como el diámetro del orificio de inyección.





Además se debe indicar el número de segmentos en que se dividirá la tubería para el cálculo del arrastre y si se desea graficar en pantalla y/o grabar resultados en un archivo.

#### IV.8.2 Procesamiento de datos.

Una vez que se tienen los datos, el programa inicializa las variables y calcula valores supuestos para el final de la primera etapa, luego divide la tubería en segmentos e inicia el ciclo iterativo principal.

Dentro del ciclo iterativo principal se calculan las variables secundarias haciendo uso de los valores iniciales y los valores finales supuestos. Se determina en qué segmento se encuentra el extremo inferior del bache, se construye la matriz jacobiana y el vector de funciones de residuos y haciendo uso de la descomposición LU se encuentra el vector de incrementos, los cuales se suman a las variables.

Se revisan las tolerancias y si no se cumplen se repite este ciclo las veces necesarias; si en diez iteraciones no se encuentra la solución, se reduce el tamaño de la etapa de tiempo y se reinicia el cálculo. Si la solución se encuentra en menos de tres iteraciones se incrementa el tamaño de la etapa de cálculo.

Una vez que termina el ciclo principal, asigna el espesor de

película calculado en esa etapa a los segmentos que haya avanzado el extremo inferior del bache, con lo cual almacena un espesor de película para cada segmento de tubería.

Realizado lo anterior, inicia el cálculo de la cantidad de líquido arrastrado de la película por el gas. Esto lo hace usando el método de Newton-Raphson para una sola ecuación mediante un proceso iterativo en cada uno de los segmentos iniciando en el fondo y terminando en el segmento que se encuentra inmediatamente abajo del bache en ese momento. Con esto, se va calculando la cantidad de líquido que se integra a la corriente gaseosa y el espesor de la película remanente en cada segmento.

Ya terminado el cálculo de la etapa, se presentan los resultados y se usa la velocidad actual para determinar si en la próxima etapa ocurrirá alguna de las condiciones siguientes:

a) Que el extremo superior del bache llegue a la superficie, en cuyo caso cambiará el sistema de ecuaciones para el balance de cantidad de movimiento del bache (Ec. (41)).

b) Que el gas atraviese el líquido. Esto se considera cuando la longitud del bache se reduce a dieciséis veces el diámetro de la tubería, lo cual es necesario para la existencia de un bache estable."

c) Que el bache salga de la tubería. Si esto ocurre el programa finaliza el cálculo por haber concluido el fenómeno.

d) Que el bache se detenga por insuficiencia de gas, que se determina cuando la velocidad actual es negativa o nula. Si esto ocurre, el cálculo finaliza.

Además revisa que la presión corriente abajo del orificio sea menor que la presión corriente arriba, ya que de lo contrario se generarían problemas de consistencia matemática. Si ocurre lo contrario se cambia la presión corriente abajo por el promedio entre su valor del cálculo anterior y la presión corriente arriba. Usando este procedimiento se evitan los problemas ya mencionados y el método de cualquier manera converge a la solución.

Si el proceso no ha concluido en este punto, copia los valores de las variables del final de esta etapa en las variables del inicio de la siguiente etapa y reinicia el ciclo principal.

#### IV.8.3 Valores de salida.

A cada etapa que se resuelve, los valores de las variables se presentan por pantalla y se pueden observar como una lista de valores o bien como una gráfica en función del tiempo. Alternamente se pueden almacenar estos valores en un archivo y, debido al gran volumen de información, se puede establecer cada cuántas etapas de

tiempo se grabarán dichos valores.

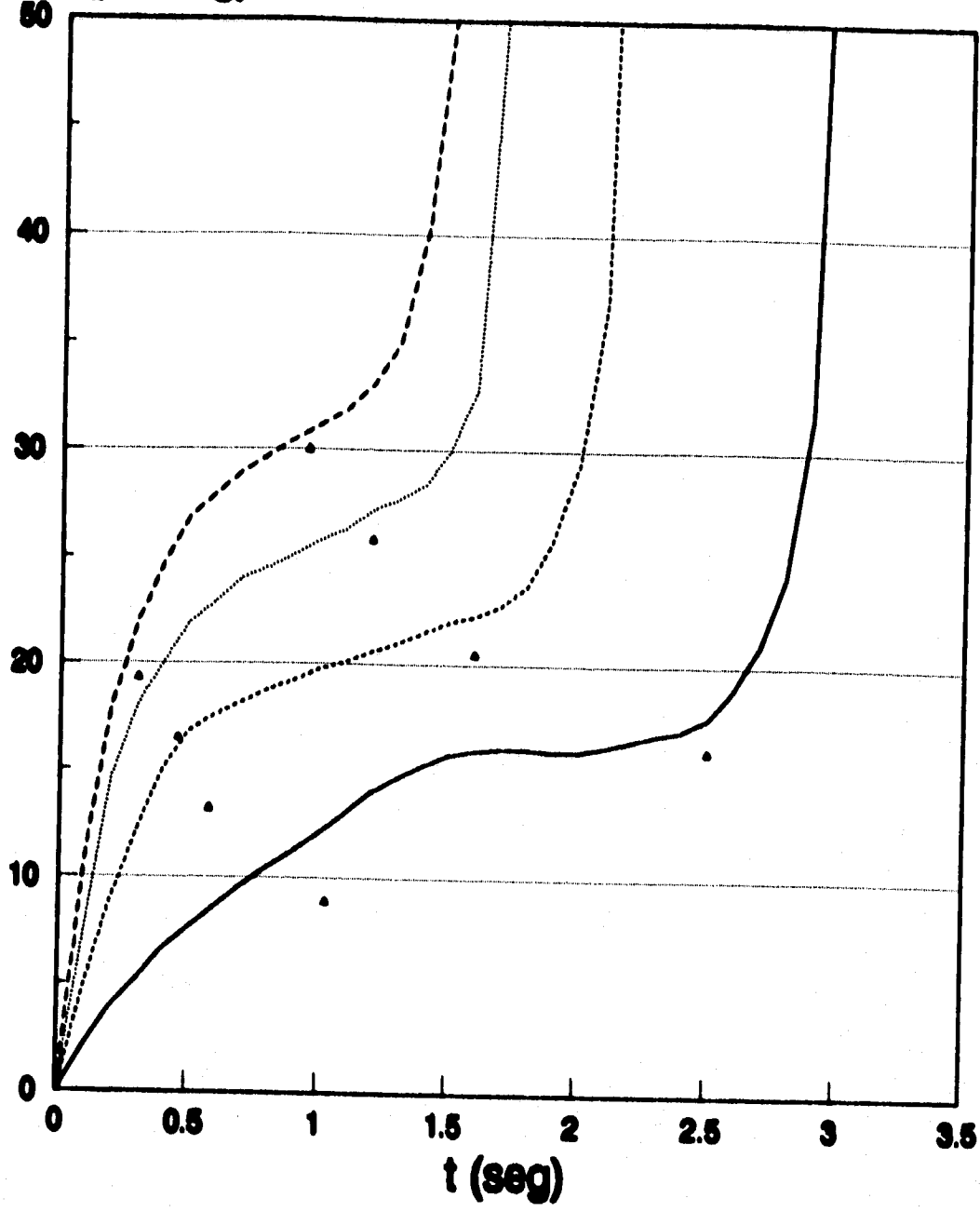
#### IV.9 Validación del simulador.

Como se mencionó anteriormente, Schmidt et al.<sup>1</sup> presentan los resultados de su modelo como curvas de velocidad del bache contra tiempo para presiones de inyección de 20, 30, 40 y 50 psig en una tubería de 3 pg. Sus curvas se reproducen en la Fig. 5, donde también se muestran dos puntos medidos para cada presión. (Se observa que todas las curvas pasan arriba de sus puntos medidos).

Se corrió el simulador "Modelo 1" para estos casos y los resultados se muestran en la Fig. 6. Se puede observar que las curvas del Modelo 1 se sobreponen con gran exactitud a los datos calculados por Schmidt et al. a excepción de la curva de 20 psig. La curva de 20 psig en la parte inicial presenta un comportamiento promedio, y coincide con la curva de Schmidt al final del viaje del bache y durante su salida de la tubería. Esto se debe, seguramente, a haber usado aquí un método de solución más potente y estable.

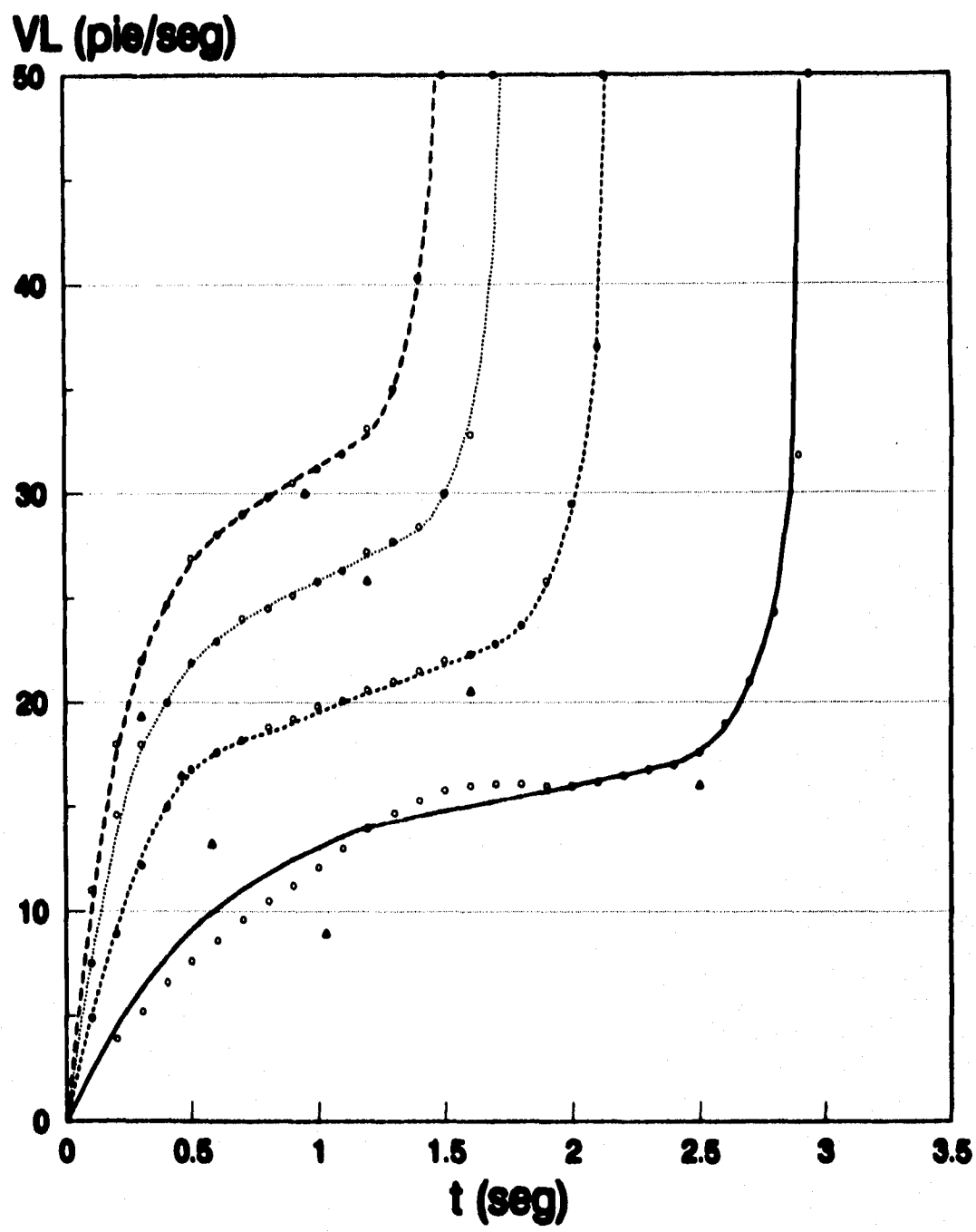
Al ser capaz el simulador de reproducir estas curvas, se considera que está listo para realizar las modificaciones deseadas.

VL (pie/seg)



20 pieg 30 pieg 40 pieg 50 pieg Medido

Fig. 5 Resultados de Schmidt et al.<sup>1</sup>



20 psig 30 psig 40 psig 50 psig Medido Schmidt

Fig. 6 Resultados del Modelo 1.

## CAPITULO V EFECTO DEL INCREMENTO DE LA DENSIDAD DEL GAS POR LA PRESENCIA DEL LIQUIDO ARRASTRADO DE LA PELICULA

De las ocho simplificaciones que se hicieron en el trabajo de Schmidt et al.<sup>1</sup> para desarrollar su modelo y que se presentaron en el capítulo anterior, en este trabajo se eliminaron las dos últimas.

### V.1 Densidad de la burbuja como una mezcla gas-líquido.

Una de las simplificaciones hechas consiste en calcular la cantidad de líquido arrastrado de la película por el flujo de gas en función del tiempo, pero sin incluirla en el cálculo de la densidad de la burbuja. Para incluir este líquido en la densidad de la burbuja se hizo lo siguiente:

La densidad de la burbuja, que realmente está conformada por la masa de gas que ha entrado a la tubería de producción y por el líquido que ha sido arrastrado de la película, se define como:

$$\rho_B = \frac{m_g + m_L}{V_B} \quad (72)$$

Donde  $m_g$  y  $m_L$  son respectivamente la masa de gas y la masa de líquido que forman la burbuja abajo del bache y  $V_B$  es el volumen de la burbuja. Estas tres variables son conocidas durante la evolución

del fenómeno. Usando la ley de los gases reales para el primer término del miembro derecho que corresponde a la densidad del gas se tiene:

$$\rho_b = \frac{MP}{zRT} + \frac{m_L}{V_b} \quad (73)$$

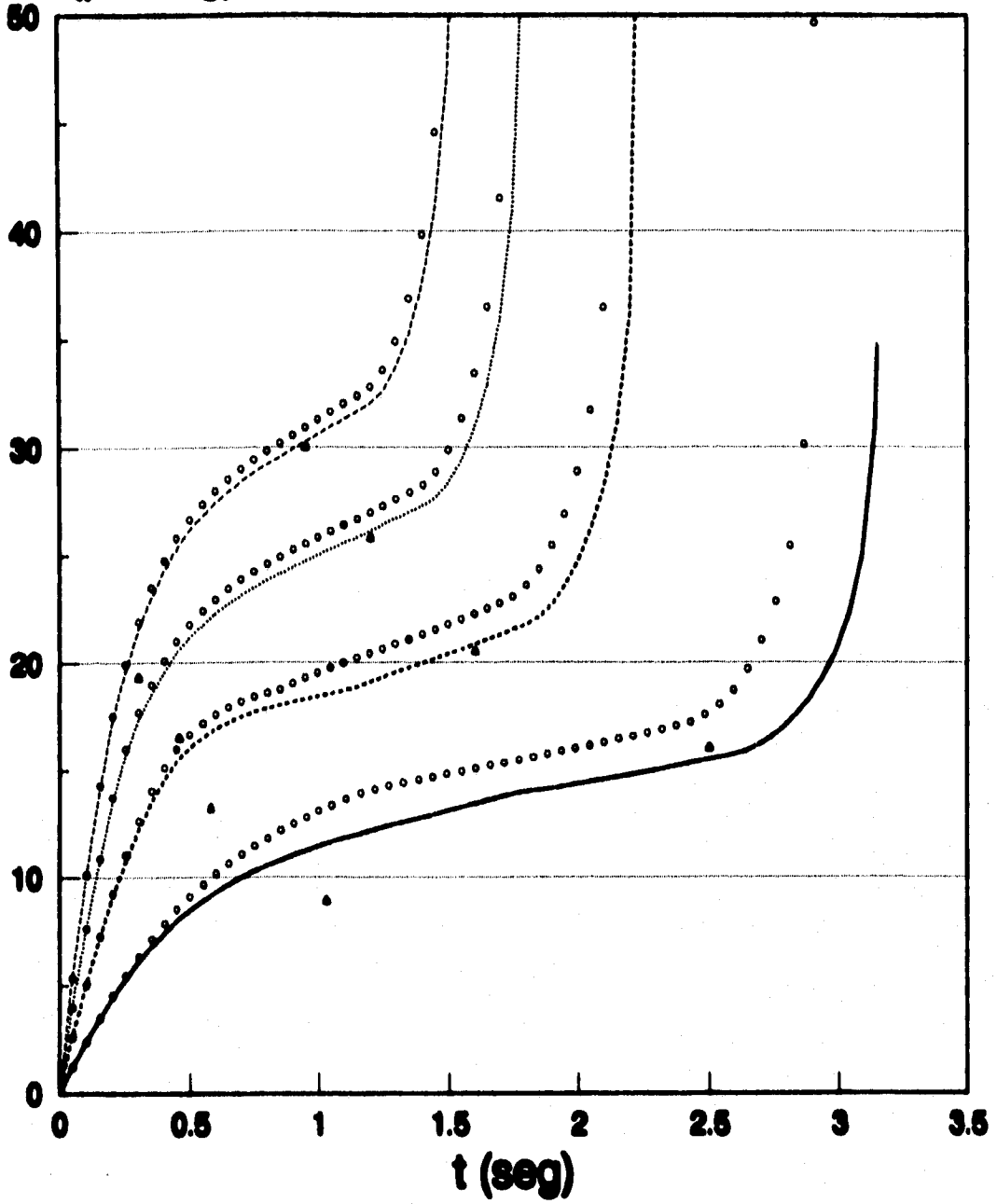
En el simulador se sustituyó esta definición de la densidad de la burbuja en un programa de cómputo que se denominará "Modelo 2", con el cual se obtuvieron los resultados que se muestran en la Fig. 7. En esta figura las líneas indican los resultados del Modelo 2, mientras que los círculos indican las curvas del Modelo 1 y los triángulos los puntos medidos reportados por Schmidt et al.<sup>1</sup>

Se observa que todas las gráficas en la parte inicial de gran aceleración se superponen a las del Modelo 1, y al final de este periodo se separan quedando abajo y siguen la misma tendencia pero con una inclinación menor, de tal manera que en la parte final se observa un desplazamiento a la derecha que da como resultado una mayor duración del fenómeno.

Como se mencionó anteriormente, para cada caso se cuenta con dos puntos de velocidad medida del bache y las curvas del Modelo 1 pasan siempre arriba de tales puntos. Las curvas generadas por el Modelo 2 se comportan de la manera siguiente con respecto a estas mediciones:



VL (pie/seg)



20 pieg 30 pieg 40 pieg 50 pieg Medido Modelo 1

Fig. 7 Resultados del Modelo 2.

Para el caso de 20 psig de presión inicial de inyección, la curva pasa arriba del primer punto, pero más cercana que la de Schmidt, para el segundo punto pasa por abajo y más cerca que del primero.

Para 30 psig la curva pasa arriba de ambos puntos medidos, acercándose mucho al segundo punto. La curva para 40 psig se comporta de manera similar.

En el caso de 50 psig de inyección la curva es más cercana a la del Modelo 1 que en los otros casos, por lo que se puede decir que a presiones mayores las curvas tienden a acercarse.

Resumiendo, se observa que la respuesta del Modelo 2 tiende más hacia los puntos de medición que la del Modelo 1, acercándose más al segundo que al primero. También se observa que la inclinación en el período de aceleración constante (entre la aceleración inicial y la salida del bache) es menor y que los tiempos de duración del fenómeno se incrementan. Se hace notar también que la diferencias entre las curvas del Modelo 2 y las curvas del Modelo 1 se hacen mayores a presiones bajas, disminuyendo conforme aumenta la presión.

V.2 Efecto completo del incremento de la densidad de la burbuja por la presencia del líquido arrastrado.

Al considerar la densidad de la burbuja como la densidad de una

mezcla gas-líquido e involucrarla en los cálculos, es conveniente eliminar también la simplificación que se refiere a despreciar los términos que involucran dicha densidad (Ecs. (14), (15) y (16)) en el balance de cantidad de movimiento de la burbuja.

Dichas ecuaciones quedan como:

$$\iiint_{V_b} \frac{\partial \rho_b v_b}{\partial t} dV = \frac{\partial \rho_b v_b}{\partial t} Z_b A_b \quad (74)$$

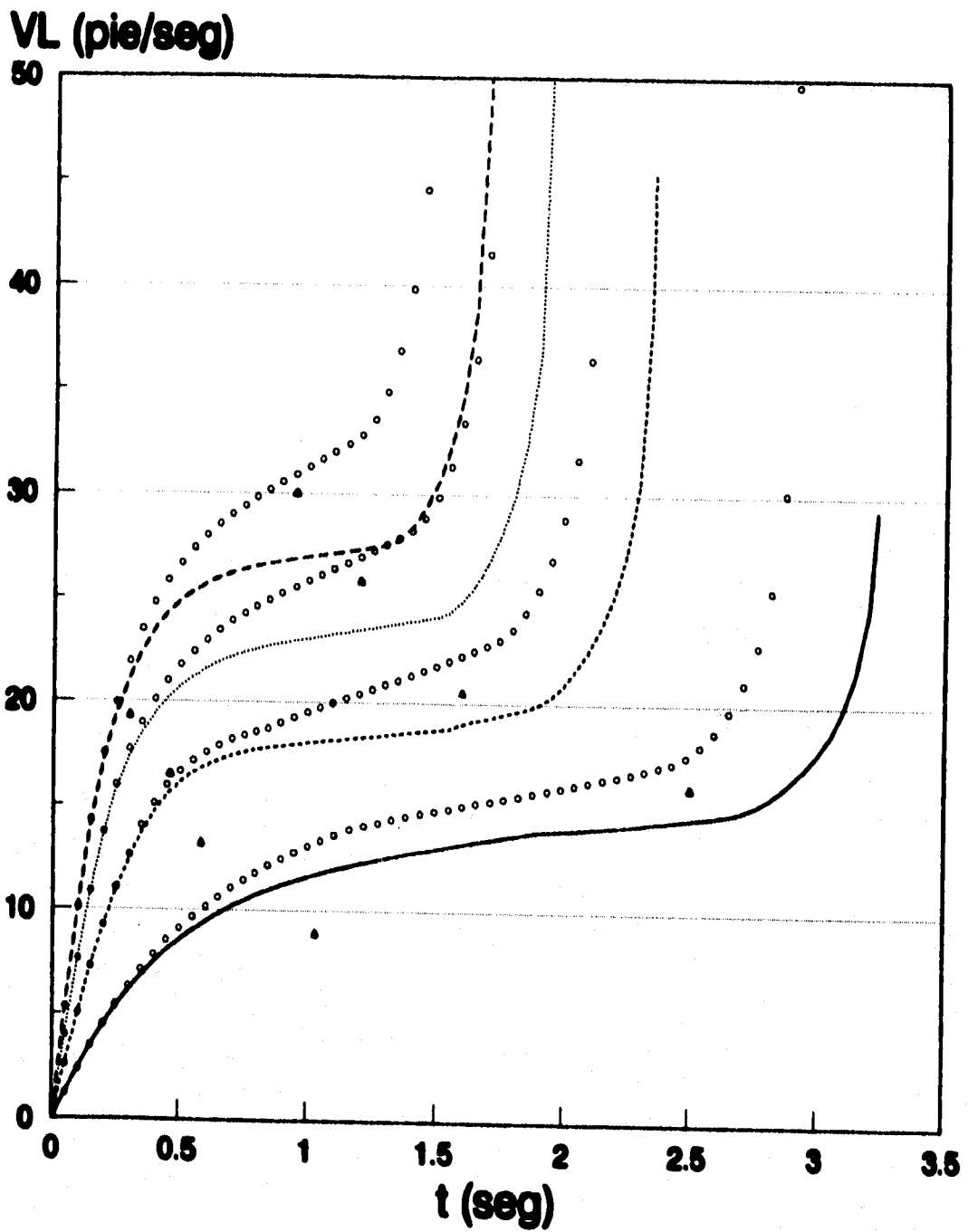
$$\iint_{S_b} (\rho_b v_b) \cdot (v_b \cdot dA) = \rho_b v_b^2 A_b \quad (75)$$

$$\iiint_{V_b} \rho_b g dV = -\rho_b g Z_b A_b \quad (76)$$

Para tomar en cuenta los términos anteriores en el modelo es necesario modificar la segunda función de residuos, quedando:

$$\frac{(\rho_b v_b - \rho_{mv} v_{mv})}{\Delta t} Z_b + \rho_b v_b^2 + g_c (P_{b2} - P_{b1}) + \frac{F_b \rho_b v_b |v_b| Z_b}{2d} + \rho_b g Z_b = 0 \quad (77)$$

Modificando asimismo todas las derivadas de la función de residuos 2 en la matriz jacobiana se obtuvo el simulador denominado "Modelo 3" que contempla la eliminación de las simplificaciones 7 y 8 del Modelo de Schmidt et al.<sup>1</sup>. Los resultados del Modelo 3 para los casos presentados por Schmidt et al.<sup>1</sup> se muestran en la Fig. 8.



20 psig 30 psig 40 psig 50 psig Medido Modelo 1

Fig. 8 Resultados del Modelo 3.

Para fines de comparación, de manera similar a la Fig. 7, en la Fig. 8 se presentan las curvas del Modelo 1 indicadas con círculos y los puntos medidos indicados por triángulos.

Como se observa, las curvas del Modelo 3 se superponen a las del Modelo 1 en la parte inicial del fenómeno, después se separan quedando abajo y continúan con una inclinación mucho menor que las del Modelo 1, de tal forma que la salida del bache queda desplazada a la derecha terminando el fenómeno en un tiempo mayor. En este caso, es notable cómo la curva de 50 psi se separa de la curva del Modelo 1 indicando una aceleración constante muy pequeña.

En cuanto a los puntos medidos, las cuatro curvas pasan arriba del primer punto y abajo del segundo, es decir, las curvas tienden hacia los puntos indicando un comportamiento promedio.

Resumiendo, se puede decir que las curvas generadas por el Modelo 3 indican que el valor de la aceleración en la zona media de inclinación constante es menor que la del Modelo 1 y la del Modelo 2, asimismo el tiempo de duración del fenómeno se incrementa y se observa una tendencia central de las curvas con respecto a los puntos medidos.

Comparando con las curvas presentadas por Schmidt et al.<sup>1</sup>, se observa que las curvas generadas por los modelos 2 y 3 tienden más que las de Schmidt hacia los valores medidos, pero no es posible

afirmar cuál de los modelos 2 y 3 es mejor. Solamente puede decirse que el Modelo 3 se desvía más que el modelo 2 de las curvas dato.

### V.3 Validación con datos de laboratorio.

Debido a que los resultados de las simulaciones presentados anteriormente no permiten asegurar plenamente cuál de los tres programas tiene mayor confiabilidad se recurrió a datos de laboratorio.

Fernández<sup>7</sup> presenta las mediciones de treinta y cinco pruebas físicas realizadas para tuberías de dos y tres pulgadas de diámetro. Estas pruebas se simularon con los tres modelos para calcular el tiempo de duración del fenómeno desde que inicia el movimiento hasta que el bache sale de la tubería de producción hacia la tubería de descarga.

En la Tabla 1 se encuentran los tiempos calculados con los tres modelos y los tiempos medidos para las treinta y cinco pruebas realizadas en tubos de dos y tres pulgadas de diámetro con un bache inicial de 33 pies para diferentes presiones y temperaturas. En la Tabla 2 se presentan los errores de los tiempos calculados con respecto a los medidos. El error se calculó con la ecuación:

$$ERR = \frac{t_{\text{calculado}} - t_{\text{medido}}}{t_{\text{medido}}} \quad (78)$$

Prueba No.	Diámetro pg	Presión del gas psia	Temperatura grados F	Tiempo medido seg	Modelo 1 seg	Modelo 2 seg	Modelo 3 seg
1	2	30	60.0	2.41	2.08	2.11	2.27
2	2	40	60.0	2.08	1.88	1.70	1.78
3	2	50	60.0	1.88	1.80	1.51	1.62
4	2	60	60.8	1.67	1.38	1.38	1.80
5	2	20	68.0	3.38	3.00	3.04	3.28
6	2	25	68.0	2.88	2.97	2.38	2.88
7	2	20	74.0	3.97	2.80	2.88	3.15
8	2	30	74.0	2.30	2.08	2.11	2.22
9	2	40	75.0	1.84	1.78	1.78	1.82
10	2	50	75.0	1.88	1.54	1.55	1.88
11	2	60	75.0	1.54	1.38	1.38	1.88
12	2	30	78.0	2.40	2.13	2.13	2.28
13	2	40	78.0	1.82	1.78	1.78	1.84
14	2	50	78.0	1.84	1.54	1.88	1.88
15	2	60	78.8	1.80	1.37	1.38	1.82
16	2	30	82.4	2.27	2.18	2.18	2.30
17	2	40	82.4	1.88	1.78	1.78	1.82
18	2	50	82.4	1.88	1.88	1.54	1.87
19	2	60	82.4	1.48	1.38	1.37	1.80
20	2	30	88.0	2.30	2.13	2.14	2.28
21	2	40	88.0	1.81	1.78	1.78	1.80
22	2	50	88.0	1.80	1.80	1.51	1.88
23	2	60	88.1	1.42	1.38	1.34	1.47
24	2	25	102.0	2.40	2.42	2.45	2.81
25	2	30	102.0	2.30	2.11	2.11	2.28
26	3	20	78.0	3.30	3.17	3.44	3.88
27	3	30	75.0	2.82	2.38	2.38	2.48
28	3	40	75.0	2.00	1.88	1.80	2.08
29	3	50	78.5	1.67	1.88	1.82	1.77
30	3	60	75.5	1.88	1.40	1.43	1.80
31	3	20	73.8	3.28	3.18	3.44	3.82
32	3	30	73.8	2.54	2.38	2.38	2.80
33	3	40	73.8	2.18	1.88	1.80	2.08
34	3	50	73.8	1.88	1.80	1.82	1.78
35	3	60	73.8	1.88	1.41	1.43	1.61

Tabla 1. Tiempo medido y tiempo calculado con los modelos.

<b>Prueba No.</b>	<b>Modelo 1 (%)</b>	<b>Modelo 2 (%)</b>	<b>Modelo 3 (%)</b>
1	-13.28	-12.45	-5.81
2	-18.75	-18.27	-14.42
3	-17.37	-17.37	-11.48
4	-18.58	-17.37	-10.18
5	-11.24	-10.08	-2.88
6	-10.87	-9.81	-3.40
7	-13.85	-13.08	-8.83
8	-9.13	-8.28	-3.48
9	-7.73	-7.73	-1.08
10	-7.23	-8.83	1.81
11	-10.39	-8.74	-0.85
12	-11.25	-11.25	-5.83
13	-7.29	-8.77	1.04
14	-8.10	-5.49	2.44
15	-8.87	-8.00	1.33
16	-4.85	-4.85	1.32
17	-8.88	-8.82	1.59
18	-3.18	-2.53	5.70
19	-8.11	-7.43	1.35
20	-7.39	-8.88	-0.43
21	-8.42	-8.38	-0.82
22	0.00	0.87	10.00
23	-8.34	-8.83	3.62
24	0.83	2.08	8.75
25	-8.38	-8.28	-1.74
26	-3.84	4.24	8.70
27	-8.13	-8.18	-1.19
28	-7.80	-8.00	1.80
29	0.84	3.18	12.74
30	-8.88	-7.74	3.23
31	-3.85	4.58	7.00
32	-8.84	-8.91	-1.57
33	-14.35	-12.04	-8.02
34	0.00	1.88	11.85
35	-8.82	-8.33	3.21

Tabla 2. Comparación del error en el tiempo calculado con los tres modelos respecto al tiempo medido.



Para analizar estadísticamente la Tabla 2, se eliminaron las pruebas 2, 3 y 4 ya que se consideraron como errores de medición porque ningún modelo reproduce valores similares a los medidos; analizando para cada modelo resulta:

Modelo	Error promedio (%)	Desviación estándar
1	-7.4	3.94
2	-5.8	4.75
3	+1.4	4.96

Al revisar estos resultados se observa que el Modelo 2 es mejor que el 1 y el Modelo 3 es el que presenta el menor error de todos.

Para apoyar las observaciones anteriores, en la Fig. 9 se graficaron los valores calculados contra los valores medidos para cada una de las pruebas y para cada simulador, de tal manera que los mejores valores son aquellos que se acercan a la línea central. Para dar una mejor idea, también se trazaron las líneas para errores de  $-5\%$  y  $+5\%$ . La mayoría de los puntos definidos por el Modelo 3 caen dentro de esta banda, mientras que los puntos de los Modelos 1 y 2 quedan afuera. En esta figura se observa claramente que el Modelo 3 presenta los valores más cercanos a la línea central que los otros dos modelos.

De las observaciones anteriores se puede concluir que el Modelo 2, que incluye la eliminación de la simplificación 8, aporta mejores

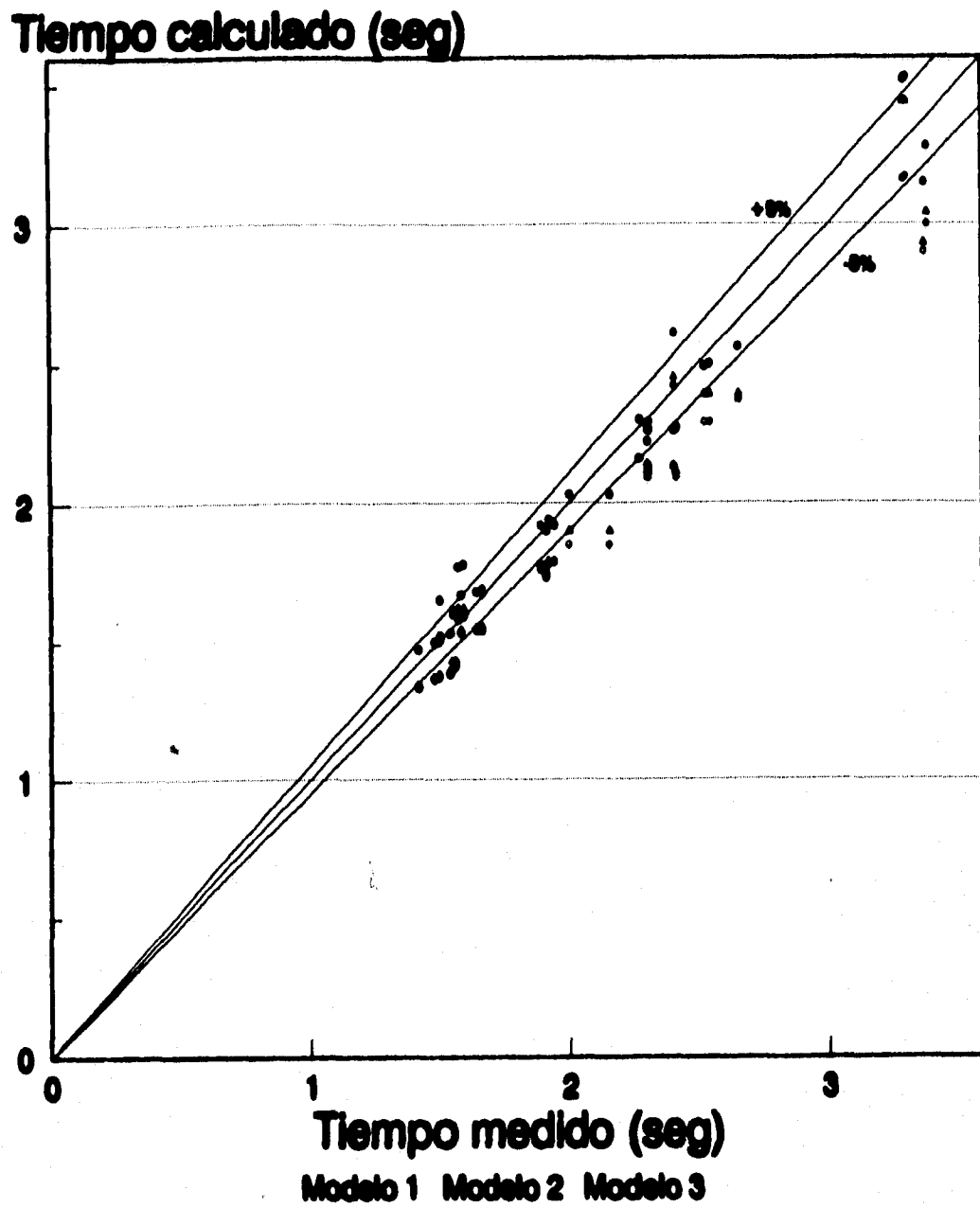


Fig. 9 Comparación del tiempo medido con el tiempo calculado por los tres modelos.

resultados que el Modelo 1. Mientras que el Modelo 3, que incluye la eliminación de las simplificaciones 7 y 8, da resultados más cercanos a los datos medidos que los programas 1 y 2. Por lo tanto es posible afirmar que el Modelo 3 es el mejor.

#### V.4 Simulación con el Modelo Modificado.

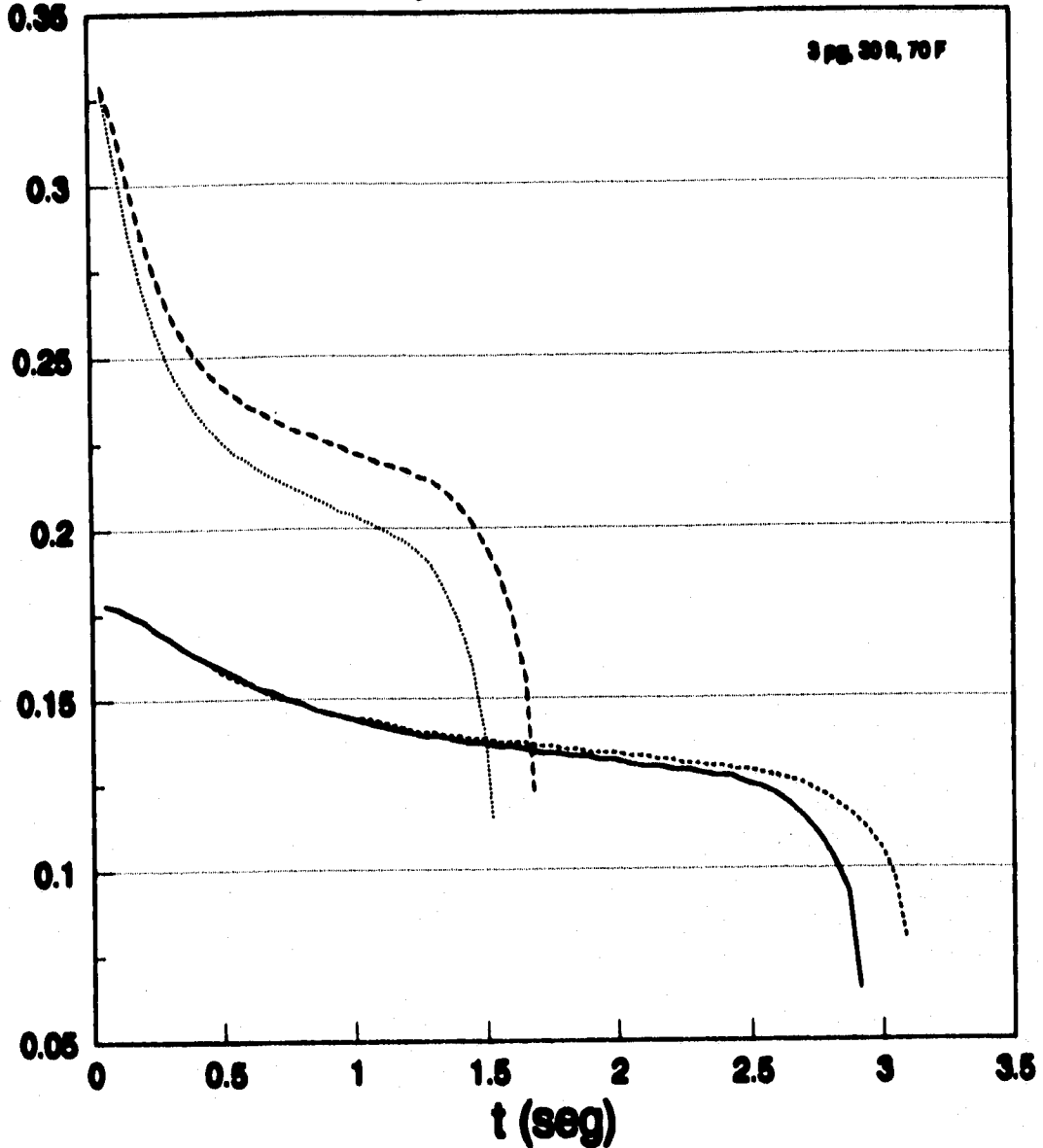
##### V.4.1 La densidad de la burbuja.

Como las modificaciones realizadas al Modelo 1 recaen directamente sobre la densidad de la burbuja, se realizaron corridas con el modelo 1 y con el modelo 3 para un tubo de 3 pg y 60 pies, con un bache inicial de 30 pies y 70 grados Fahrenheit y presiones de inyección de 20 y 50 psig.

La Fig. 10 muestra las curvas de densidad de la burbuja en función del tiempo, las cuales indican que durante el desarrollo del fenómeno la densidad disminuye, siendo más rápido el cambio en las etapas de alta aceleración al principio y al final.

Para el caso de 20 psig la densidad calculada con el Modelo 3 diverge de la densidad calculada con el Modelo 1 en la parte final acentuándose en la etapa de salida del bache, mientras que para 50 psig, las curvas divergen desde el inicio del fenómeno y se van separando más cada vez.

# Densidad de la burbuja (lb/pla3)



Modelo 1    Modelo 3    Modelo 1    Modelo 3  
 20 Paig    20 Paig    50 paig    50 Paig

Fig. 10 Comparación de las densidades de la burbuja calculadas con los Modelos 1 y 3.

En ambos casos la densidad de la burbuja del Modelo 3 permanece con valores mayores que los del Modelo 1, lo cual es debido a la presencia del líquido arrastrado. Se puede observar además que el efecto es mucho mayor a 50 psig que a 20, lo cual es un indicativo de que a mayores presiones de inyección la cantidad de líquido arrastrado de la película se incrementa.

#### V.4.2 La velocidad del bache.

En la Fig. 11 se muestran las curvas de velocidad contra tiempo para un rango de presiones de inyección entre 30 y 270 psig. Como mencionan muchos autores, al iniciar el movimiento se da una aceleración alta y al final del fenómeno, mientras el bache sale del tubo, se presenta otra etapa de alta aceleración.

Para la parte central de las curvas, la mayoría de los autores<sup>3,4</sup> menciona que el bache se mueve a velocidad constante, mientras que Schmidt et al.<sup>1</sup> encontraron con su simulador que dicho movimiento ocurre a aceleración constante.

Las curvas de la Fig. 11 en esa parte del fenómeno muestran que para presiones bajas (30 y 40 psig) el bache viaja con una aceleración constante pero pequeña; para el caso de 60 psig se observa una velocidad constante (aceleración nula) y para los casos arriba de 60 psig se observa que el bache, una vez que alcanzó una velocidad alta, comienza a disminuirla indicando un proceso de

VL (pie/seg)

100

2 pg. 30 R. 70 F

80

60

40

20

0

0

0.5

1

1.5

2

2.5

t (seg)

Piny = 30

60

90

120

150

200

270

psig

Fig. 11 Velocidad del bache durante el levantamiento.

desaceleración que es más fuerte conforme se incrementa la presión.

Al simular las pruebas de Fernández<sup>7</sup> con el Modelo 3 se observó que la mayoría de las curvas indican una aceleración muy pequeña, lo cual confirma las observaciones de aquellos investigadores<sup>3,4</sup> que midieron velocidades constantes en su experimentación, ya que esto depende de la geometría, condiciones de operación y fluidos del sistema.

#### V.4.3 El resbalamiento y el arrastre de líquido.

Para este análisis se tomó el caso de un tubo de 3 pg y 60 pies con un bache inicial de 30 pies y 70 grados Fahrenheit para diversas presiones de inyección. Los resultados se presentan en las Figs. 12(a) y 12(b).

En la Fig. 12(a) se presenta el resbalamiento de líquido, como un porcentaje del bache inicial en función de la presión de inyección del gas. La curva indica que el resbalamiento es grande a bajas presiones y se reduce al incrementarse la presión.

La pendiente de la curva indica que a bajas presiones se dan grandes cambios en el resbalamiento para un cambio de presión dado, mientras que para altas presiones el cambio del resbalamiento, con respecto al cambio de presión se reduce.

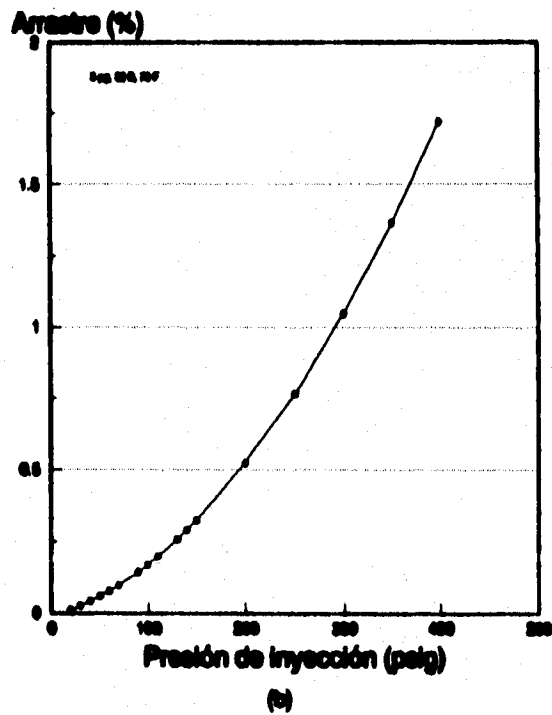
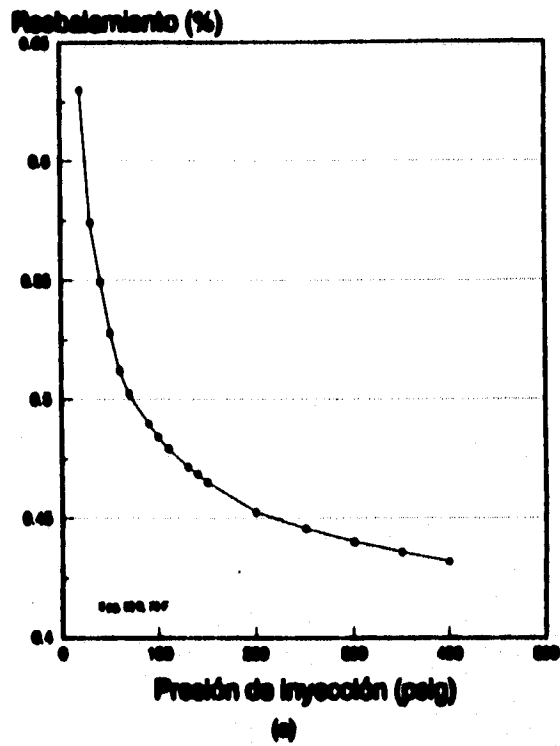


Figura 12. Resbalamiento y arrastre de líquido.



En la Fig. 12(b) se presenta la curva del volumen de líquido arrastrado de la película, como un porcentaje del bache original, en función de la presión de inyección del gas. La curva muestra un gran incremento del arrastre al incrementar la presión, esto confirma la observación de la Fig. 10 y explica la mayor divergencia entre las curvas de los Modelos 1 y 3 para 50 psig en la Fig. 8.

En la Fig. 13 se presenta una gráfica del resbalamiento de líquido en función del volumen de gas inyectado. Se observa que el resbalamiento se reduce al incrementar el volumen de gas, pero a un cierto volumen ya no disminuye mucho aún cuando se inyecte más gas.

#### V.4.4 La producción de líquido.

En la Fig. 14 se presentan las curvas de líquido producido, como un porcentaje del bache original, en función de la relación gas inyectado-líquido. Se observa de la curva de producción total que al incrementar la relación gas-líquido se incrementa la cantidad de líquido producido.

Asimismo se puede ver que con bajas relaciones gas-líquido el arrastre es casi nulo y se vuelve importante al incrementarse dicha relación.

Es muy importante hacer notar que los valores del líquido arrastrado

## Resbalamiento (%)

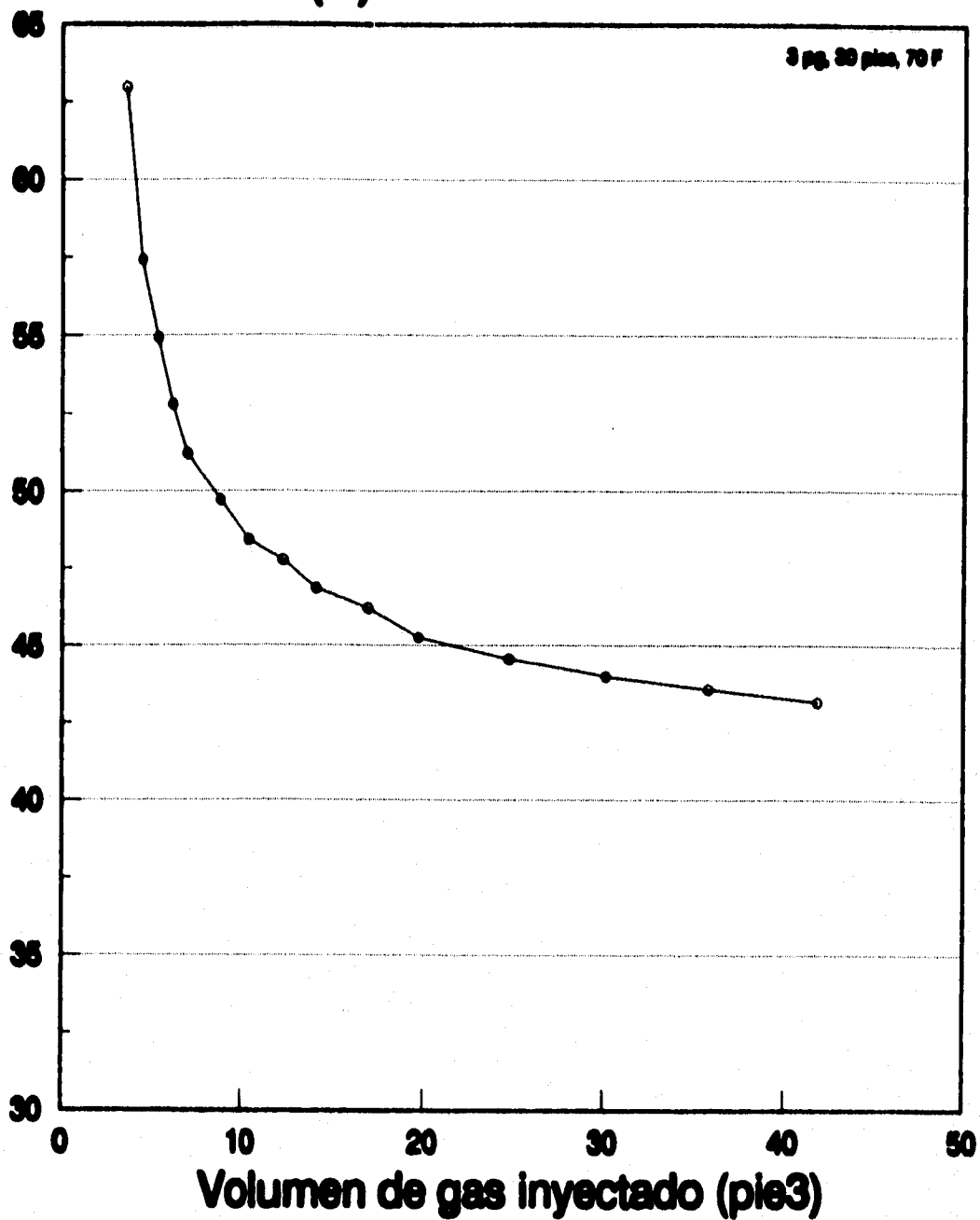


Fig. 13 Resbalamiento de líquido en función del volumen de gas inyectado.

# Columna producida (%)

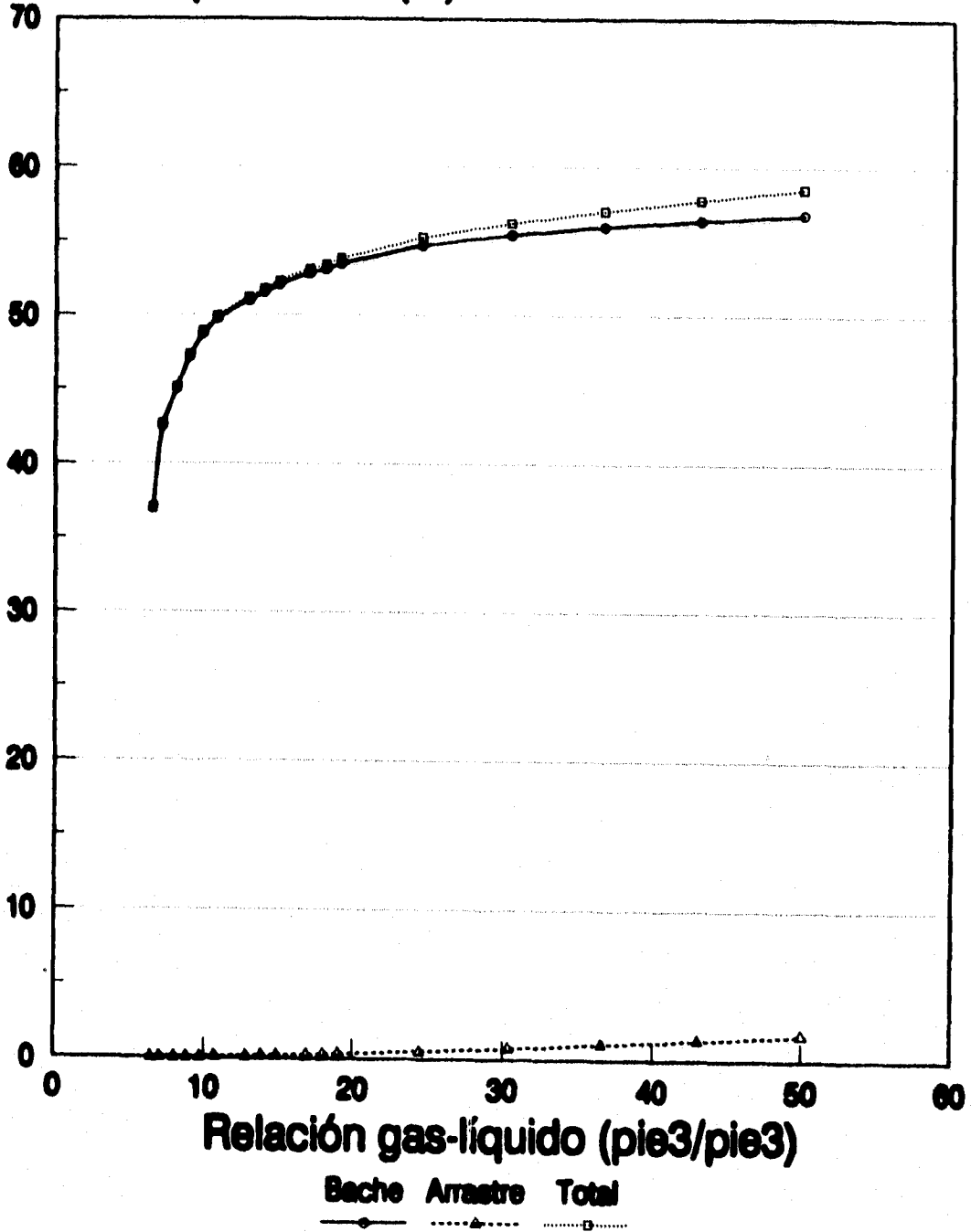


Fig. 14 Porcentaje producido del bache de líquido original.

de la película son muy pequeños, del orden de 1% del bache inicial, mientras que las mediciones reportadas por Schmidt et al.<sup>1</sup> y por Fernández<sup>7</sup> indican producciones después del bache del orden del 15%. Otros<sup>3,4</sup> autores mencionan que hasta el 50% de la producción de líquido se obtiene en forma de gotas o espuma en el flujo de gas posterior al bache.

Para probar el efecto de una cantidad de líquido en la burbuja, mayor al arrastre calculado, se colocó un factor multiplicador en el Modelo 3. El Modelo 3 se corrió para un caso de 30 pies de bache inicial en un tubo de 3 pg y 70 grados Fahrenheit y 50 psig con factores de 1, 5, 10 y 15 multiplicando el volumen arrastrado. Los resultados obtenidos se muestran en la Fig. 15.

Para un factor de 1 se obtiene la curva normal de velocidad contra tiempo, para los otros factores las curvas se desplazan hacia abajo indicando menores velocidades del bache. Para la curva del factor 10 el arrastre es de 1.7% del bache original y para el factor 15 el bache se detiene debido a que la burbuja se vuelve muy densa.

De estas observaciones se desprende que la burbuja no puede contener cantidades de líquido tan grandes como las que se han reportado en la literatura. Por lo tanto, no siendo la película de líquido la que aporta cantidades tan grandes del líquido producido, debe tomarse en cuenta la observación de Brill et al.<sup>3</sup> en cuanto a que es razonable que no exista una interfase bien definida entre el

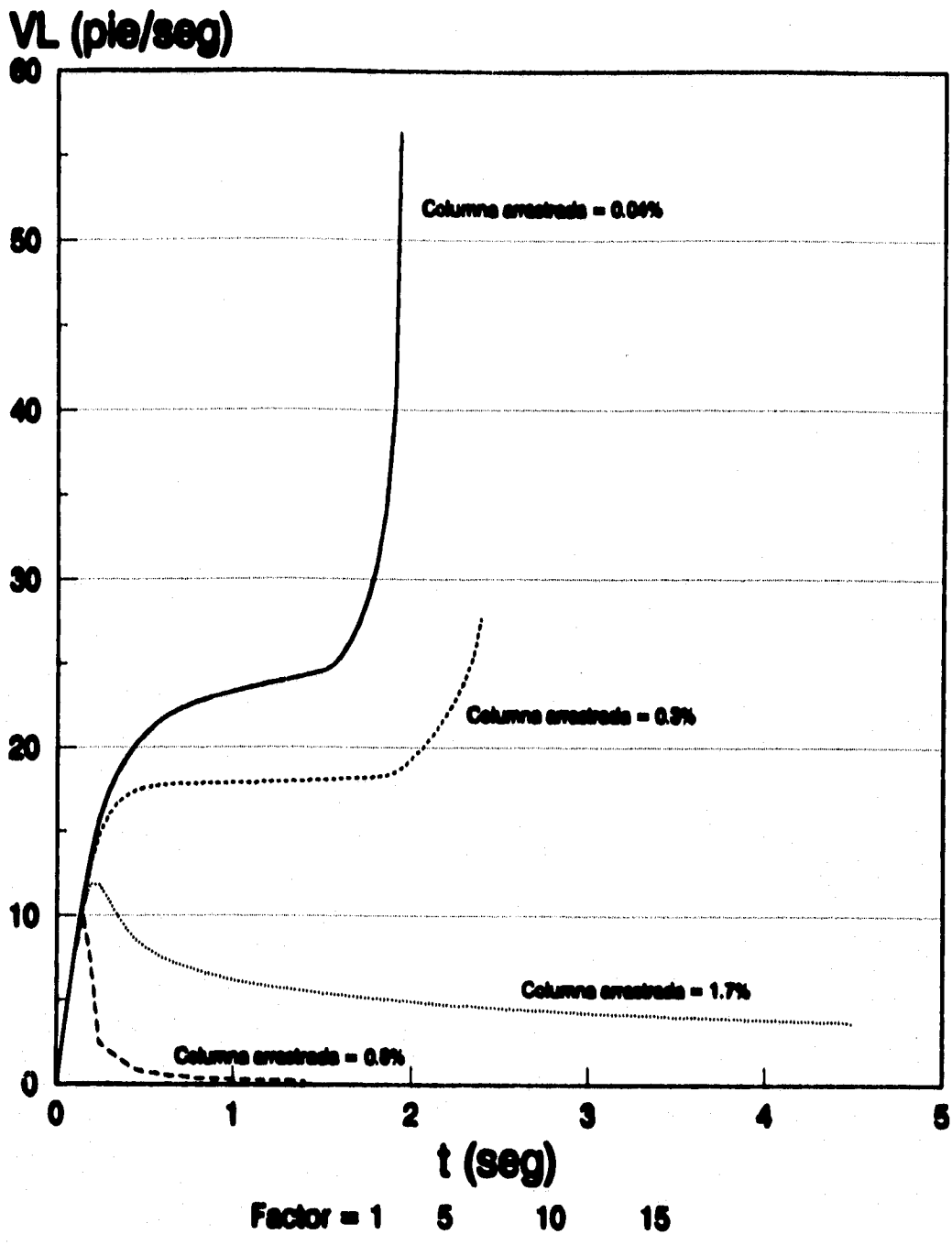


Fig. 15 Variación de la velocidad del bache por incremento del líquido arrastrado.

bache y la burbuja, sino que exista una zona de transición formada por una mezcla de gas y líquido generada por turbulencia, cuya longitud se incrementa a mayores velocidades.

#### V.4.5 Variación del tiempo total con el diámetro.

Para conocer cómo varía el tiempo de producción para diferentes diámetros de tubería manteniendo constantes las otras variables, se realizaron corridas para un bache inicial de 30 pies en un tubo de 60 pies de altura a una temperatura de 70 grados Fahrenheit, para 30, 40 y 60 psig de presión inicial de inyección y diámetros entre 0.5 y 6 pg. (A mayores diámetros el gas atraviesa el bache).

En la Fig. 16 se muestran las curvas del tiempo total del fenómeno en función del diámetro del tubo. Las tres curvas muestran el mismo comportamiento, es decir, a diámetros pequeños el tiempo es grande, se reduce conforme aumenta el diámetro hasta un punto mínimo y a diámetros mayores se vuelve a incrementar.

# Tiempo del fenómeno (seg)

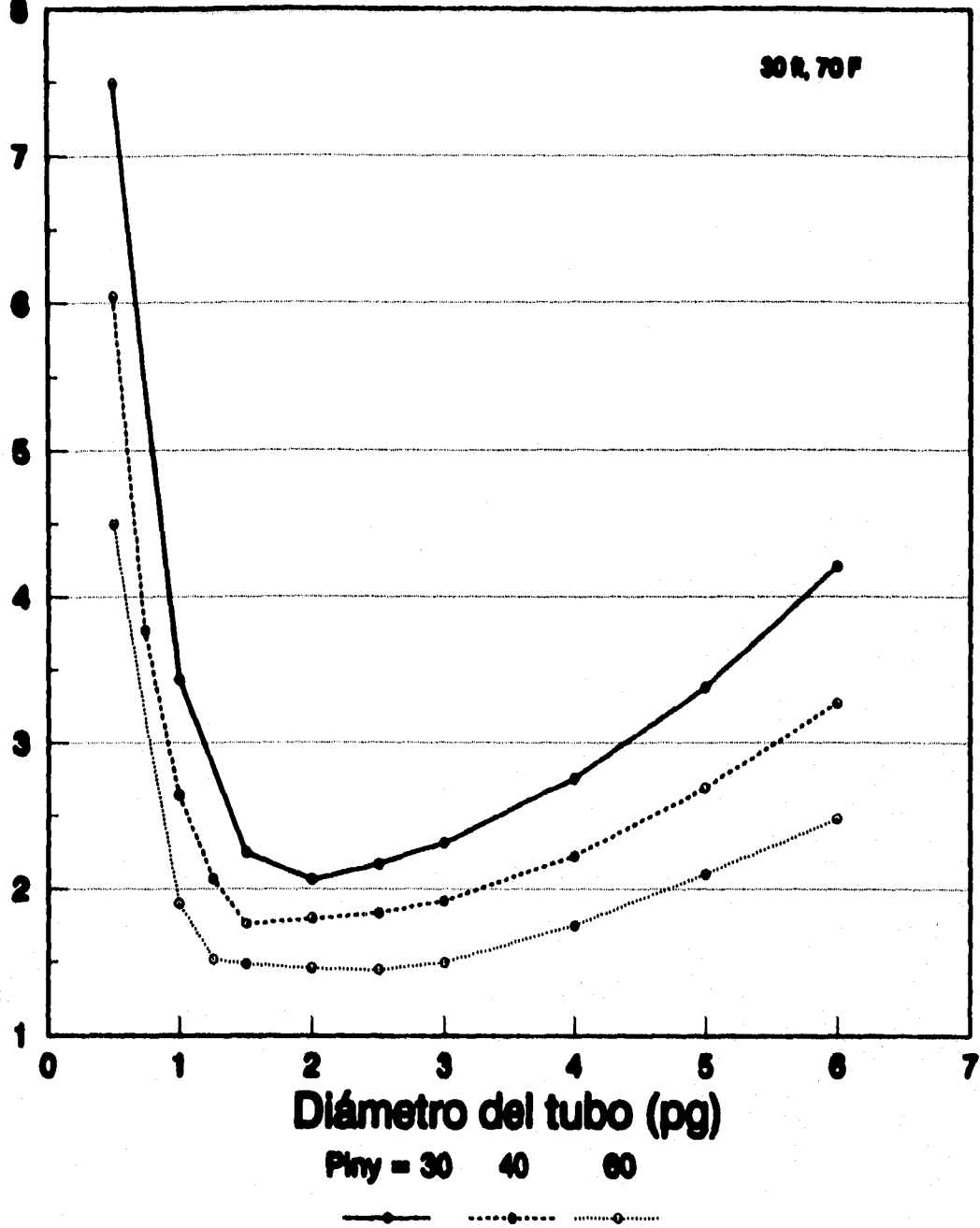


Fig. 16 Duración del levantamiento en función del diámetro del tubo.

## CONCLUSIONES

1. Se modificó el modelo de Schmidt et al.<sup>1</sup> al integrar la variación de la densidad del gas de la burbuja por inclusión del líquido arrastrado de la película por la corriente de gas, obteniendo mejores resultados en la simulación de pruebas físicas reportadas en la literatura.
2. El modelo modificado indica que la densidad del gas de la burbuja, durante el ascenso del bache, declina a un ritmo menor que el calculado por el modelo de Schmidt et al.<sup>1</sup> debido a la presencia del líquido arrastrado.
3. Entre la alta aceleración inicial y el arribo del frente de líquido a la superficie, el bache no siempre viaja con aceleración constante, como indica el modelo de Schmidt et al.<sup>1</sup>. Al simular con el modelo modificado se encontró que en dicha etapa del fenómeno, el bache puede moverse con aceleración constante, con aceleración nula e inclusive puede sufrir un proceso de desaceleración.
4. Se confirmó que a altas presiones del gas inyectado, el resbalamiento de líquido se reduce y el arrastre se incrementa dando lugar a una mayor recuperación de líquido, pero se requiere un mayor volumen de gas.
5. El modelo modificado indica que la burbuja de gas no puede



contener cantidades de líquido tan grandes como las que han medido diversos autores en el flujo de gas posterior al bache, por lo tanto, dicho líquido no proviene únicamente de la película adherida a la pared del tubo, sino que debe de existir una zona importante de gas y líquido mezclados entre el bache y la burbuja. Es decir, realmente no existe una interfase bien definida entre el líquido y el gas, sino una zona de transición que puede ser generada por la turbulencia del flujo.

6. El modelo modificado predice la dinámica del levantamiento con mayor exactitud que el modelo de Schmidt et al.<sup>1</sup>; sin embargo, deberá tomarse en cuenta la formación y el comportamiento de una zona de transición entre la burbuja y el bache, para mejorar la predicción del líquido producido.

7. El uso del modelo modificado para simular el levantamiento de un bache de líquido mediante inyección de gas, podrá mejorar el diseño y evaluación del bombeo neumático intermitente, pero se debe tener presente que aún predice una cantidad de líquido producido menor a la real.

## **NOMENCLATURA**

**A = Area, pie<sup>2</sup>**

**d = Diámetro de TP, pie**

**D = Diámetro de orificio, pie**

**f = Factor de fricción**

**F<sub>e</sub> = Coeficiente de expansión del orificio**

**g = Aceleración de la gravedad, pie/seg<sup>2</sup>**

**g<sub>c</sub> = 32.2 lb<sub>m</sub> pie / lb<sub>m</sub> seg<sup>2</sup>**

**K<sub>e</sub> = Coeficiente de orificio**

**m = Masa, lb<sub>m</sub>**

**M = Peso molecular, lb<sub>m</sub>/lbmole**

**p = Presión, lbf/pie<sup>2</sup>**

**r = Radio de la TP, pie**

**R = Constante del gas**

**S = Superficie**

**t = Tiempo, seg**

**T = Temperatura, °R**

**v = Velocidad, pie/seg**

**V = Volumen, pie<sup>3</sup>**

**W = Gasto másico, lb<sub>m</sub>/seg**

**y = Espesor de película, pie**

**Y = Factor de expansión**

**z = Elevación, pie**

**Z = Factor de compresibilidad del gas**

**ε = Rugosidad de la tubería, pie**

$\mu$  = Viscosidad, cp

$\rho$  = Densidad lbm/pie<sup>3</sup>

$\tau_i$  = Esfuerzo de corte interfacial, lbf/pie<sup>2</sup>

$\tau_w$  = Esfuerzo de corte en la pared, lbf/pie<sup>2</sup>

$B$  = Relación de diámetros de tubo y orificio

#### Subíndices

$B$  = Burbuja de gas inyectado

$B_1$  = Fondo de la burbuja de gas

$B_2$  = Frente de la burbuja

$E$  = Arrastre

$F$  = Película de líquido

$L$  = Líquido

$o$  = Aceite

$TC$  = Espacio anular TR-TP

## REFERENCIAS

1. Schmidt, Z., Doty, D. R., Lukong, P. B., Fernández, O. F., and Brill, J. P.: "Hydrodynamic Model for Intermittent Gas Lifting of Viscous Oil", JPT (March 1984) 475-485
2. Brown, K. E. and Jessen, F. W.: "Evaluation of Valve Port Size, Surface Chokes and Fluid Fall-back in Intermittent Gas Lift Installation", JPT (March 1962) 315-322; Trans. AIME 225
3. Brill, J. P., Doerr, T. C. and Brown, K. E.: "An Analytical Description of Liquid Slug Flow in Small-Diameter Vertical Conduits", JPT (March 1967) 419-32, Trans. AIME 240
4. Neely, A. B., Montgomery, J. W. and Vogel, J. V.: "A Field Test and Analytical Study of Intermittent Gas Lift", SPEJ (Oct. 1974) 502-12, Trans. AIME 257
5. Kumar, S.: "Gas Production Engineering", Gulf Publishing Co., Houston, Texas. 1987
6. Arnold, K.: "Surface Production Operation. Volume 1. Design of Oil-Handling Systems and Facilities." Gulf Publishing Co., Houston, Texas. 1986, 257-258
7. Fernández, O. E.: "Hydrodynamic Model for Intermittent Gas

**Lifting of Viscous Oil", University of Tulsa. Msc. 1982**

**8. Press, W. H., Flannery, B. P., Teukolsky, S. A., and Vetterling, W. T.: "Numerical Recipes. The art of Scientific Computing", Cambridge University Press. 1986, 31-37, 254-259**

**9. Garaicochea, F., Bernal, C. y López, O.: "Transporte de Hidrocarburos por Ductos", Colegio de Ingenieros Petroleros de México, A. C. 1991.**

**10. Brill, J. P. and Beggs, H. D.: "Two-Phase Flow in Pipes", University of Tulsa, 1991.**

**11. Taitel, Y. and Bornea, D. and Dukler, A. E.: "Modelling Flow Pattern Transitions for Steady Upward Gas-Liquid Flow in Vertical Tubes", AIChE Journal (Vol. 26), May, 1980. 345-355**

01174

6  
2y

Universidad Nacional Autónoma de México

Facultad de Ingeniería

División de Estudios de Posgrado

"Evaluación de las características de fracturas usando  
registros geofísicos en agujero descubierto"

Por: Ing. Angel Ortiz Pineda

Director de tesis: Dr. Francisco Fernando Castrejón Vácio

Un trabajo propuesto y realizado de acuerdo a los requerimientos  
para obtener el grado de Maestro en la disciplina de Ingeniería  
Petrolera.

Ciudad Universitaria, México D. F., 1996.

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**