



UNAM

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA
DE MEXICO

ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES
ARAGON

NUEVAS NORMAS DEL ACI PARA EL DISEÑO DE
ELEMENTOS DE CONCRETO SUJETOS A TORSION

T E S I S
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE
INGENIERO CIVIL
P R E S E N T A
ALFREDO AGUILAR AGUILAR

DIRECTOR DE TESIS:
Ing. Amílcar Galindo Solórzano



SAN JUAN DE ARAGON, EDO. DE MEXICO

1996

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL
AVENIDA DE
MEXICO

ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES

ARACÓN

DIRECCION

ALFREDO AGUILAR AGUILAR
PRESENTE.

En contestación a su solicitud de fecha 10 de enero del año en curso, relativa a la autorización que se le debe conceder para que el señor profesor, Ing. Amílcar Galindo Solórzano, pueda dirigirle el trabajo de Tesis denominado "NUEVAS NORMAS ACI PARA EL DISEÑO DE ELEMENTOS DE CONCRETO SUJETOS A TORSION", con fundamento en el punto 6 y siguientes, del Reglamento para Exámenes Profesionales en esta Escuela, y toda vez que la documentación presentada por usted reúne los requisitos que establece el precitado Reglamento; me permito comunicarle que ha sido aprobada su solicitud.

Aprovecho la ocasión para reiterarle mi distinguida consideración.

ATENTAMENTE
"POR MI RAZA HABLARA EL ESPÍRITU"
San Juan de Aragón, México., 17 de enero de 1996.
EL DIRECTOR


M. CLAUDIO C. MERRIFIELD CASTRO




c c p Jefe de la Unidad Académica.
c c p Jefatura de Carrera de Ingeniería Civil.
c c p Asesor de Tesis.

CCMC/AIR/11a





UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
CAMPUS ARAGÓN

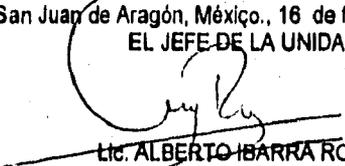
UNIDAD ACADÉMICA

Me n I DANIEL VELÁZQUEZ VÁZQUEZ
Jefe de la Carrera de Ingeniería Civil,
Presente.

En atención a la solicitud de fecha 14 de febrero del año en curso, por la que se comunica que el alumno ALFREDO AGUILAR AGUILAR, de la carrera de Ingeniería Civil, ha concluido su trabajo de investigación intitulado "NUEVAS NORMAS ACI PARA EL DISEÑO DE ELEMENTOS DE CONCRETO SUJETOS A TORSIÓN", y como el mismo ha sido revisado y aprobado por usted, se autoriza su impresión, así como la iniciación de los trámites correspondientes para la celebración del Examen Profesional.

Sin otro particular, le reitero las seguridades de mi distinguida consideración.

ATENTAMENTE
"POR MI RAZA HABLARA EL ESPÍRITU"
San Juan de Aragón, México., 16 de febrero de 1998.
EL JEFE DE LA UNIDAD


Lic. ALBERTO IBARRA ROSAS

c.c.p. Asesor de Tesis.
c.c.p. Interesado.

AIR/vr



Esta tesis la dedico con gran respeto y admiración a mis padres Sadot Aguilar y Sofía Aguilar, a quienes nunca podré agradecer los grandes sacrificios hechos para que mis hermanos y yo tengamos las oportunidades que ellos desearon. La responsabilidad de ustedes ha permitido que haya alcanzado una meta: una carrera profesional.

Gracias por confiar en mí; comparto con ustedes esta alegría porque sin su ayuda nunca hubiera podido lograrlo. Papá y Mamá, sus esfuerzos nunca dejarán de tener su gran valor. Los quiero mucho.

Antonio no sé como agradecerte la ayuda desinteresada que me has dado. Ten siempre presente que para llegar a superarse hay muchas formas y caminos. Continúa y no desistas. Cuida a tu familia. Te admiro demasiado.

Luis quisiera algún día llegar a ser tan responsable y dedicado en mis actividades como tú. Lucio, Joel y Elvia tengan presente que la constancia y el empeño en lo que uno haga ayudará a su superación, sigan el ejemplo de nuestros padres.

Ingeniero Amilcar Galindo Solórzano no tengo palabras para agradecerle el honor que me ha brindado al dirigirme esta tesis. Los grandes consejos y enseñanzas transmitidos por usted siempre los tendré presentes. Gracias por su gran ayuda en mi formación profesional. Usted es un gran ser humano, le aseguro que nunca podré conocer mejor ingeniero que usted. Muchas gracias por todo.

Gracias a la UNAM y a sus profesores por mi formación profesional.

Agradezco a mis amigos la convivencia, compañerismo y motivación durante nuestros años de estudio juntos. Su amistad siempre perdurará.

NUEVAS NORMAS DEL ACI PARA EL DISEÑO DE ELEMENTOS DE CONCRETO SUJETOS A TORSION

CONTENIDO

- I.- Introducción**
- II.- Generalidades sobre torsión en mecánica de materiales**
 - 2.1 Introducción
 - 2.2 Torsión de secciones transversales circulares
 - 2.2.1 *Deducciones básicas*
 - 2.2.2 *Fórmula de la torsión*
 - 2.2.3 *Elementos de sección circular hueca*
 - 2.2.4 *Angulo de torsión de secciones circulares*
 - 2.3 Torsión en secciones transversales no circulares
 - 2.3.1 *Solución analítica para esfuerzo cortante y ángulo de torsión*
 - 2.4 Analogía de la membrana
 - 2.5 Analogía del montón de arena
 - 2.6 Torsión de secciones transversales huecas y de pared delgada
- III.- Comportamiento a torsión de elementos de concreto**
 - 3.1 Introducción
 - 3.2 Torsión pura

3.2.1 Comportamiento de elementos de concreto simple

3.2.2 Resistencia en elementos de concreto simple

3.2.3 Comportamiento de elementos de concreto reforzado

3.2.4 Resistencia en elementos de concreto reforzado

3.3 Combinación de torsión y flexión

3.4 Combinación de torsión y cortante

*3.4.1 Efecto del espesor del recubrimiento del concreto sobre la interacción
de torsión y cortante*

3.5 Combinación de torsión y carga axial

IV.- Normas actuales del ACI para diseño por torsión

4.1 Introducción

4.2 Valor límite del momento torsionante para diseño

4.3 Condiciones en el diseño

4.4 Momento torsionante resistente

4.5 Refuerzo necesario por torsión

4.6 Diseño del refuerzo por torsión

4.7 Aplicación de las normas ACI a un ejemplo

V.- Normas actuales del Departamento del Distrito Federal

5.1 Introducción

5.2 Disposiciones de las NTC del DDF para diseño por torsión

5.3 Condiciones en el diseño

5.4 Valor límite para considerar el efecto de torsión

5.5 Refuerzo necesario por torsión

5.6 Aplicación a un ejemplo de las NTC

VI.- Normas del Comité Europeo del Concreto

6.1 Introducción

6.2 Alcance y suposiciones del CEB para diseño por torsión

6.2.1 Tipos de torsión

6.2.2 Consideraciones para torsión

6.3 Torsión circulante

6.3.1 Fuerza cortante y flujo cortante que actúan en las paredes de la sección

6.3.2 Diseño de las paredes de la sección transversal

6.3.3 Revisiones

6.4 Torsión de alabeo

VII.- Propuesta de nuevas normas del ACI

7.1 Introducción

7.2 Antecedentes teóricos

7.2.1 Esfuerzos cortantes en un tubo hueco de paredes delgadas

7.3 Deducción de las expresiones de diseño por torsión

7.3.1 Refuerzo transversal

7.3.2 Refuerzo longitudinal

7.4 Combinación de torsión y cortante

7.5 Combinación de torsión y momento flexionante

7.6 Cortante máximo de torsión

7.7 Valor límite del momento torsionante para diseño

7.8 Refuerzo mínimo por torsión

7.9 Comparación de resistencias calculadas y resistencias experimentales

7.10 Aplicación de las nuevas normas ACI a un ejemplo

VIII.- Conclusiones

Bibliografía

CAPITULO I
INTRODUCCION

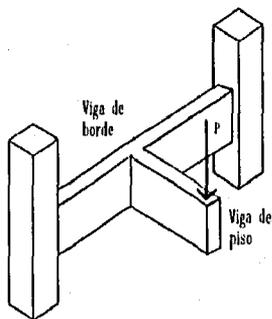
CAPITULO I

INTRODUCCION

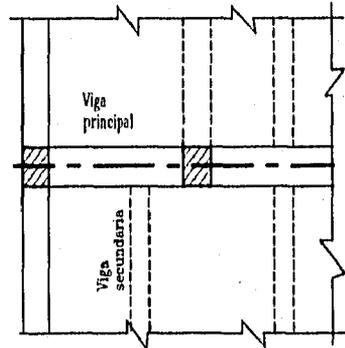
Dentro del comportamiento de las estructuras de concreto reforzado, los efectos de los momentos torsionantes, en comparación con los de otros elementos mecánicos, se han estudiado hasta la actualidad muy poco. La razón principal de la poca importancia dada a la torsión es que en la mayor parte de las estructuras sus efectos son despreciables. Además la investigación de los efectos de torsión ha sido más costosa y limitada que la de otros elementos mecánicos (momento flexionante, fuerzas cortante y axial).

Sin embargo, hay estructuras en las que los efectos de la torsión son predominantes y que por lo tanto rigen en el diseño. De estas estructuras se muestran en seguida algunos ejemplos:

Vigas de borde

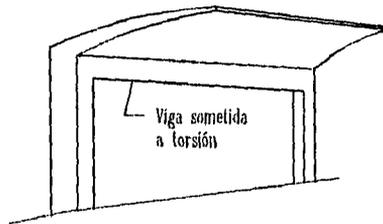


Viga de piso que se apoya en una viga de borde



Vigas secundarias fuera del eje de las columnas que se apoyan en una viga de borde en un sistema de piso.

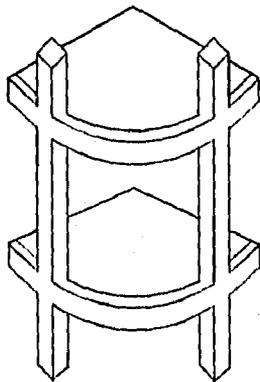
Vigas con marquesinas



Vigas con muros colocados excéntricamente

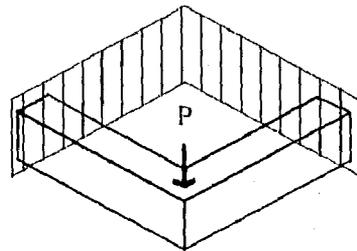


Vigas curvas



La resultante de las cargas externas no coincide con el plano de las reacciones de los apoyos

Unión de dos vigas de borde en una esquina



Cuando dos vigas de borde se unen en una esquina sin que haya una columna

Para el caso particular de puentes, se presenta el efecto de la torsión en los siguientes casos:

Puentes curvos. La resultante tanto de la carga muerta como de la carga viva no coincide con el plano de los apoyos del propio puente originándose momentos torsionantes de gran importancia.

INTRODUCCION

Puentes rectos. En puentes anchos, la resultante de la carga viva tiene una excentricidad respecto al eje longitudinal del puente originando efectos de torsión.

Los efectos de la torsión se empezaron a estudiar a partir del siglo XVIII, con el desarrollo de la mecánica de materiales, cuando Saint Venant encontró la solución para vigas de sección circular y dió aproximaciones para vigas de otros tipos de sección, considerando sólo torsión pura, esto es sin la concurrencia de otros efectos.

Estos resultados eran limitados, ya que la mayor parte de elementos estructurales no tienen una sección circular y en la mayoría de los casos hay una combinación con los efectos de flexión y cortante.

En concreto reforzado, el estudio de la torsión es más complicado por ser éste un material heterogéneo, lo que determina que su comportamiento sea distinto al de los materiales homogéneos.

Los métodos de diseño actuales para torsión sin duda alguna son menos desarrollados que los existentes para otros elementos mecánicos, ya que se requieren más investigaciones experimentales para mejorarlos.

En la actualidad, con las diversas y crecientes necesidades de estructuras cada vez más grandes y más complejas como es el caso de puentes, edificios, estadios, etcétera, la torsión tiene efectos más importantes y es por esto que se ha recurrido a impulsar las investigaciones al respecto.

El Instituto Americano del Concreto (ACI) ha decidido modernizar sus normas relativas a la torsión, haciéndolas más congruentes con las europeas y canadienses, entre otras.

El objetivo central de esta tesis es la presentación de estas nuevas normas del ACI, que son más fáciles de aplicar y más apegadas a los resultados reales que las normas vigentes. Para ello, se empezará por estudiar en el capítulo II la manera en que la Mecánica de Materiales aborda el problema de la torsión y la forma como se deducen las expresiones básicas para valuar los esfuerzos originados por este efecto. Posteriormente, en el capítulo III se expone el comportamiento y el modo de falla por torsión de elementos de concreto simple y reforzado, y se obtienen expresiones para determinar la resistencia de éstos ante momentos torsionantes.

En los capítulos IV al VI se exponen las disposiciones para diseño por torsión de las Normas técnicas complementarias del Departamento del Distrito Federal, del Reglamento ACI-89 vigente y del Comité Europeo del Concreto (CEB).

Por último, en el capítulo VII, se expone con detalle la nueva norma del Reglamento ACI-95 y la justificación del cambio, con base en los resultados de investigaciones experimentales.

Con la finalidad de ilustrar en forma más objetiva en las consideraciones teóricas, se desarrollan ejemplos numéricos en cada uno de los capítulos normativos, lo que permite establecer las comparaciones entre los diferentes métodos de diseño que se incluyen en las conclusiones del capítulo VIII.

CAPITULO II
GENERALIDADES SOBRE TORSION
EN MECANICA DE MATERIALES

CAPITULO II

GENERALIDADES SOBRE TORSION EN MECANICA DE MATERIALES

2.1 Introducción.

Una de las hipótesis básicas e importantes para la determinación de esfuerzos en un miembro estructural sujeto a un elemento mecánico determinado, como en el caso de la flexión pura, es la que indica que las secciones transversales del citado miembro son planas antes y después de la aplicación del efecto de ese elemento mecánico. Esto independientemente de la rotación del plano y del acortamiento o alargamiento de las "fibras" en la sección transversal.

En forma diferente, cuando se aplica un momento torsionante en torno al eje longitudinal de un miembro, las secciones transversales, originalmente planas, no se conservan así después de esta acción. Una sección plana sufre deformaciones en dirección axial y en consecuencia se alabea. Hay casos particulares en que no hay alabeo de las secciones transversales, por ejemplo en miembros de sección circular.

Los esfuerzos producidos por la torsión son esfuerzos cortantes; en este capítulo se expondrá la manera en que éstos actúan y se deducirán las expresiones correspondientes para evaluarlos. Además, se supondrá que los miembros estructurales están sometidos a torsión pura, esto es que ningún otro elemento mecánico actúa sobre ellos.

2.2 Torsión de secciones transversales circulares.

Con el fin de visualizar la acción del momento torsionante, se investigará la respuesta cinemática de un elemento cilíndrico de material homogéneo y de sección transversal circular en relación a su eje longitudinal.

Dentro del elemento cilíndrico, consideremos dos circunferencias normales al eje longitudinal y paralelas entre sí, separadas una distancia L , y una línea recta que coincida con el eje longitudinal del mismo. En la superficie curva longitudinal limitada por las circunferencias tracemos un elemento rectangular de lados paralelos y perpendiculares al eje longitudinal, notando que sus dimensiones son diminutas en relación a las dimensiones totales del elemento cilíndrico (fig. 2.1a), reduciendo con esto los efectos de curvatura. Así entonces, aplicamos en cada extremo un momento o par torsionante igual pero de sentido opuesto, designado por T . Obsérvense los efectos originados sobre el elemento rectangular (figura 2.1b).

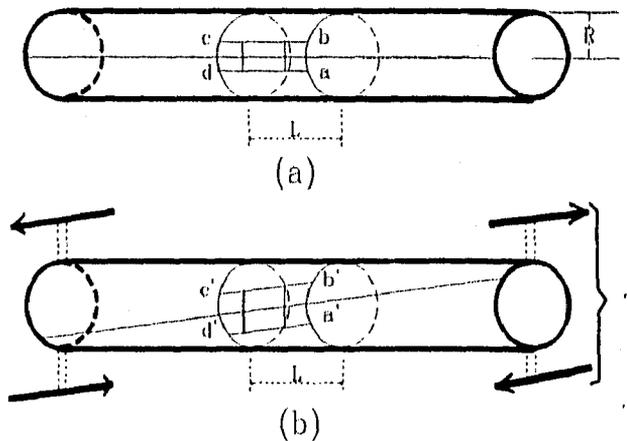


figura 2.1

GENERALIDADES SOBRE TORSION EN MECANICA DE MATERIALES

Las observaciones sobre esta simulación son las siguientes:

1.- La distancia L entre las circunferencias no cambia notablemente por la aplicación de los momentos, no obstante el elemento rectangular se transforma en romboide con lados de longitud igual a la original.

2.- Las circunferencias (que se comportan igual que las secciones transversales) no sufren distorsión. Esto es, no hay alabeo y permanecen en planos paralelos.

3.- Las líneas rectas del elemento rectangular que originalmente eran paralelas al eje longitudinal, como ad y bc , continúan paralelas entre sí, pero ya no lo son con respecto al eje longitudinal.

2.2.1 Deduciones básicas.

Partiendo de las observaciones realizadas en la sección anterior, podemos determinar las deducciones básicas que permitan establecer una relación entre el momento torsionante aplicado al miembro estructural y los esfuerzos cortantes resultantes de este elemento mecánico.

Estas deducciones son:

1.- Una sección transversal que es plana y perpendicular al eje geométrico de un elemento cilíndrico permanece plana después de aplicar los momentos torsionantes.

2.- Las deformaciones por cortante, γ , varían linealmente a partir del eje longitudinal (fig. 2.2), lo que significa que un plano como el AO_1O_3C se mueve

GENERALIDADES SOBRE TORSION EN MECANICA DE MATERIALES

a la posición $A'O_1C$ cuando se aplica el momento de torsión. Por otra parte, por consideraciones de simetría, en secciones rectas que giran como cuerpos rígidos alrededor del eje longitudinal, permanecen rectos los radios.

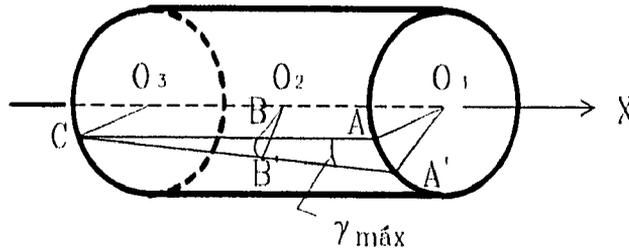


figura 2.2

3.- Se concluye que el esfuerzo cortante es directamente proporcional a la deformación angular.

2.2.2 Fórmula de la torsión.

En Ingeniería, la mayoría de los materiales que constituyen a los elementos estructurales, tienen comportamiento elástico-lineal, para el que hay una relación lineal entre esfuerzo y deformación. Con esto involucramos nuestro estudio, en particular la tercera deducción de la sección anterior, referente a que el esfuerzo cortante y la deformación angular son directamente proporcionales. Por lo que puede escribirse

$$\tau = G \gamma \quad (2.1)$$

donde G se define como el módulo de elasticidad al esfuerzo cortante.

En base a las deducciones anotadas y a la relación anterior, se demuestra la variación lineal de la deformación y de los esfuerzos cortantes a partir del eje longitudinal

GENERALIDADES SOBRE TORSION EN MECANICA DE MATERIALES

(centro) de un elemento cilíndrico de sección circular. Los esfuerzos inducidos por las deformaciones son esfuerzos cortantes, que actúan en el plano de la sección normal al eje de la barra (fig. 2.3).

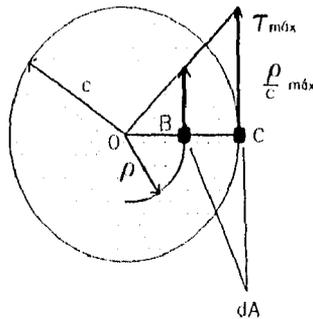


fig. 2.3

El esfuerzo cortante máximo se produce en los puntos más alejados del centro O y es representado por $\tau_{\text{máx}}$. Por consiguiente, el esfuerzo cortante es proporcional al radio; si $C = \tau_{\text{máx}}$, entonces en un punto arbitrario ρ desde O, el esfuerzo cortante es $(\rho/c)\tau_{\text{máx}}$.

Ya establecida la distribución de esfuerzos en una sección, se podrá expresar la resistencia al momento de torsión en función del esfuerzo. Esta resistencia es equivalente al momento torsionante interno. Por definición de momento tenemos la siguiente igualdad:

$$T = \int_{\text{área}} (\rho/C)\tau_{\text{máx}} dA \quad \rho$$

(esfuerzo) (área)

(fuerza) x (brazo de palanca)

(momento torsionante)

donde la integral indica que se deben sumar todos los momentos desarrollados en la sección transversal por las fuerzas infinitesimales que actúan a una distancia ρ desde el centro O (fig. 2.3), extendida dicha integral a toda el área A de la sección.

GENERALIDADES SOBRE TORSION EN MECANICA DE MATERIALES

En la sección transversal $\tau_{\text{máx}}$ y C son constantes, entonces la expresión anterior se escribe como:

$$\tau_{\text{máx}}/C \int_A \rho^2 dA = T \quad (2.2)$$

pero, por definición $\int_A \rho^2 dA$ es el momento polar de inercia de una sección transversal, que se puede designar por J .

Para el caso particular de una sección transversal circular, $dA = 2\pi\rho d\rho$, donde $2\pi\rho$ es la circunferencia de una corona circular de radio ρ y ancho $d\rho$. Por lo tanto,

$$J = \int_A \rho^2 dA = \int_0^c \rho^2 (2\pi\rho d\rho) = \int_0^c 2\pi\rho^3 d\rho$$

integrando

$$= 2\pi \rho^4 / 4 \Big|_0^c$$

$$J = \pi C^4 / 2$$

escribiendo la expresión en función del diámetro:

$$J = \pi d^4 / 32 \quad (2.3)$$

donde d es el diámetro de la sección transversal circular.

Sustituyendo J en la ecuación 2.2, se obtiene la expresión que permite evaluar el esfuerzo cortante máximo en una sección circular por efecto del momento torsionante:

$$\tau_{\text{máx}} = Tc / J \quad (2.4)$$

que muestra que el esfuerzo cortante máximo es directamente proporcional al momento torsionante T , e inversamente proporcional al momento polar de inercia de la sección transversal. Para determinar el esfuerzo cortante en otro punto, a una distancia ρ del centro se aplica:

$$\tau = T\rho / J \quad (2.5)$$

2.2.3 Elementos de sección circular hueca.

Las ecuaciones para determinar los esfuerzos cortantes, descritas en el capítulo anterior, se pueden aplicar a los elementos de sección circular hueca (tubos), en virtud de que los principios para su deducción son los mismos. Para esta variante, es necesario modificar únicamente el momento polar de inercia J , debido a que es la propiedad que cambia para esta situación. Apoyándonos en la figura 2.4, para el caso de este tipo de sección circular los límites entre los que debemos integrar para la ecuación del momento polar de inercia, $J = \pi d^4 / 32$, se extenderán de c hasta C , de manera que para calcular J se utiliza la diferencia entre los radios exterior C e interior c .

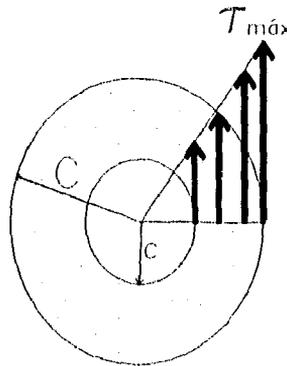


figura 2.4

Así entonces:

$$J = \int A \rho^2 dA = \int 2\pi\rho^3 d\rho$$

integrando y sustituyendo

$$J = \pi C^4 / 2 - \pi c^4 / 2 = \pi / 2 (C^4 - c^4)$$

dejando la expresión en función de los diámetros exterior D e inferior d , queda:

$$J = \pi D^4 / 32 - \pi d^4 / 32 = \pi / 32 (D^4 - d^4) \quad (2.6)$$

GENERALIDADES SOBRE TORSIÓN EN MECÁNICA DE MATERIALES

Para el caso particular de que el espesor sea demasiado delgado, en el que d es casi igual a D y $D - d = t$, el momento polar de inercia se obtiene mediante la expresión

$$J \approx 2 \pi D t \quad (2.7)$$

2.2.4 Ángulo de torsión de secciones circulares.

Un momento torsionante aplicado a un miembro estructural de sección circular induce, además de esfuerzos cortantes, una deformación por torcimiento. Esto es, hace girar a una sección recta respecto a otra un pequeño ángulo $d\phi$. Este efecto es el denominado ángulo de torsión.

En Ingeniería es importante el cálculo de este ángulo, ya que al diseñar elementos estructurales se debe procurar que no haya una deformación excesiva, además de que es necesaria la determinación de la deformación angular por torsión para la solución de problemas torsionales estáticamente indeterminados.

Retomando la hipótesis inicial de que las secciones transversales se mantienen planas, sin sufrir alabeo, antes y después de aplicado el momento torsionante, el elemento rectangular trazado en la barra cilíndrica (fig. 2.5a), cambia a la posición deformada después de aplicar el momento (fig. 2.5b). Aislándolo del conjunto y designando su longitud como dx (fig. 2.5c). Una línea longitudinal como la AB es paralela en un inicio al eje del elemento, después adquiere la posición AD . Conociendo que un radio, como el OB , permanecerá recto y con un giro de un ángulo $d\phi$ a la posición OD .

GENERALIDADES SOBRE TORSION EN MECANICA DE MATERIALES

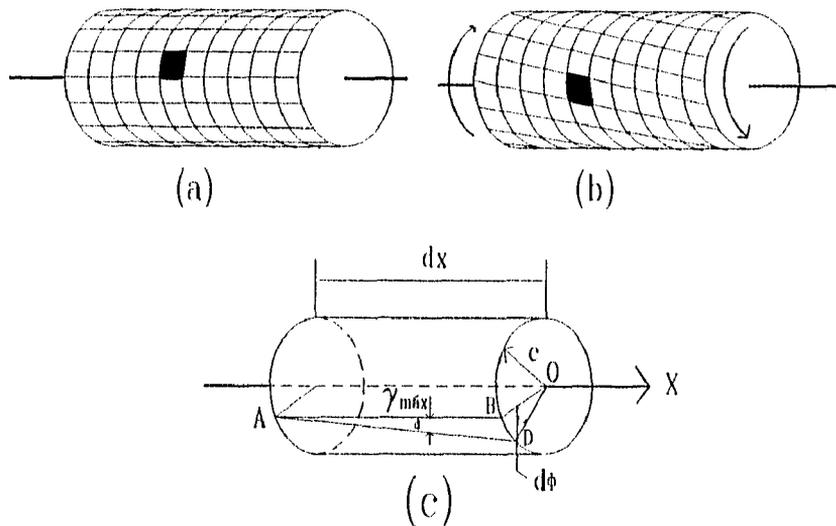


figura 2.5

Designando al ángulo pequeño DAB por $\gamma_{\text{máx}}$, por geometría tenemos que

$$\text{arc } BD = \gamma_{\text{máx}} dx \text{ o bien arco } BD = d\phi c$$

donde los ángulos son diminutos y se miden en radianes. Por lo tanto,

$$\gamma_{\text{máx}} dx = d\phi c \quad (2.8)$$

en que $\gamma_{\text{máx}}$ sólo es válida para una región infinitesimal de esfuerzo cortante máximo $\tau_{\text{máx}}$. Además al considerar un comportamiento elástico y recordando que el esfuerzo cortante es directamente proporcional a la deformación angular, $\tau = G\gamma$, se tiene que $\gamma_{\text{máx}} = \tau_{\text{máx}} / G$. Relacionando esta ecuación con la expresión para determinar el esfuerzo cortante máximo, $\tau_{\text{máx}} = Tc / J$, por consiguiente, $\gamma_{\text{máx}} = Tc / JG$. Sustituyendo esta última expresión en la ecuación 2.8, y eliminando c , queda:

$$d\phi / dx = T / JG \text{ o bien } d\phi = Tdx / JG$$

GENERALIDADES SOBRE TORSION EN MECANICA DE MATERIALES

La ecuación anterior nos sirve para determinar el ángulo relativo de torsión entre dos secciones transversales a una distancia infinitesimal dx . Para hallar el ángulo de torsión ϕ entre dos secciones a una distancia L , debemos de integrar la ecuación anterior en términos de los límites en que L está comprendida, esto es:

$$\phi = \int_0^L d\phi = \int_0^L Txdx / JG = Tx / JG \int_0^L dx$$

integrando,

$$\phi = TL / JG \quad (2.9)$$

que es la fórmula general para determinar el ángulo de torsión ϕ , que se expresa en radianes. El sentido del ángulo de torsión coincide con el del momento aplicado.

2.3 Torsión de secciones transversales no circulares.

En Ingeniería Civil la mayor parte de los elementos estructurales que constituyen los proyectos tienen secciones transversales diferentes a la circular; por lo tanto, como se mencionó al inicio de este capítulo, cuando se les aplica un momento de torsión en una sección transversal las líneas transversales no permanecen rectas, lo que hace que las secciones planas tengan alabeo. Por consiguiente, la deformación angular, producida por los esfuerzos cortantes, no varía linealmente a partir del eje central. La naturaleza de las distorsiones producidas por el momento torsionante se puede apreciar en la figura 2.6.

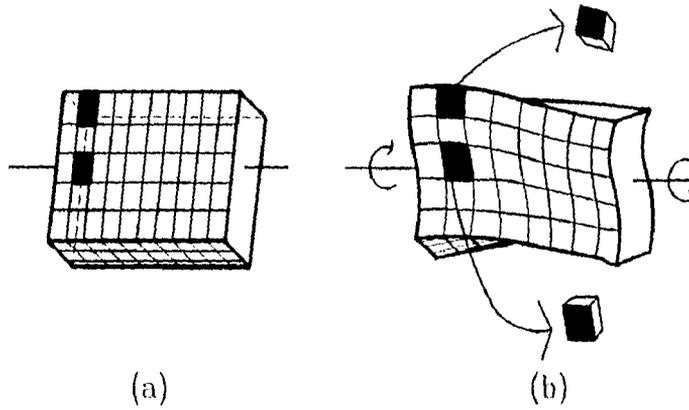


figura 2.6

En la figura 2.6, se observa que los elementos de esquina no se distorsionan. Los esfuerzos cortantes son nulos en los vértices de la sección y tienen un valor máximo en los puntos medios de los lados mayores. A diferencia de una sección circular en que el esfuerzo es máximo en el punto más alejado, en la sección rectangular el esfuerzo vale cero en ese punto. En la figura 2.7(a) se muestra la variación del esfuerzo cortante a lo largo de tres líneas radiales que tienen su origen en el centro.

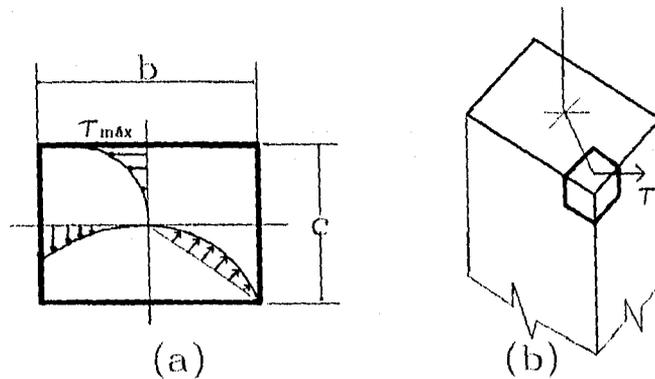


figura 2.7

GENERALIDADES SOBRE TORSION EN MECANICA DE MATERIALES

Para el caso de un elemento rectangular en una esquina o en un vértice, de acuerdo a un diagrama de cuerpo libre de dicho elemento, se tienen dos superficies libres perpendiculares entre sí y puesto que los esfuerzos cortantes se producen siempre en parejas, no puede haber esfuerzos cortantes en virtud de que las superficies están libres de todo efecto. Por consiguiente τ debe ser cero y al no haber esfuerzos en las esquinas o vértices, éstos no se distorsionan.

2.3.1 Solución analítica para esfuerzo cortante y ángulo de torsión.

Considerando que los esfuerzos cortantes en secciones rectangulares son máximos en los puntos medios de los lados mayores, se han propuesto expresiones para valuarlos en elementos constituidos por material de comportamiento elástico. Estas expresiones, para determinar el esfuerzo cortante y el ángulo de torsión respectivamente, son:

$$\tau_{\max} = T / \alpha b c^2 \quad (2.10)$$

$$\phi = TL / \beta b c^3 G \quad (2.11)$$

donde T es el momento torsionante, b el lado mayor, c el lado menor de la sección rectangular, α y β son parámetros cuyos valores dependen de la relación b/c . En la tabla 2.1 se dan los valores de α y β para algunos valores de la relación b/c . Para secciones delgadas, cuando b es mucho mayor que c , los valores de α y β tienden a $1/3$.

Tabla 2.1. Coeficientes para barras prismáticas rectangulares.

b/c	1.00	1.50	2.00	3.00	6.00	10.0	∞
α	0.208	0.231	0.246	0.267	0.299	0.312	0.333
β	0.141	0.196	0.229	0.263	0.299	0.312	0.333

2.4 Analogía de la membrana.

En los casos en que los problemas de torsión no se pueden resolver analíticamente se ha desarrollado un método de gran utilidad para su solución, llamado analogía de la membrana que fue introducido por L. Prandtl, ingeniero y científico alemán. Es un instrumento útil para visualizar esfuerzos y capacidades de momento torsionante de elementos estructurales. La solución de la ecuación diferencial parcial que se resuelve en el problema de la torsión elástica, es matemáticamente igual a la de la ecuación para una membrana.

Visualicemos una membrana delgada -como una película de jabón- y homogénea cuyos bordes deben de estar fijos sobre un contorno igual al de la sección transversal del elemento sujeto a torsión, que es sometida a tensión uniforme sobre sus bordes y a una presión uniforme sobre sus caras, en la que se puede observar lo siguiente:

- 1.- El esfuerzo cortante en un punto es proporcional a la pendiente en el mismo punto de la membrana estirada (figura 2.8).
- 2.- La dirección del esfuerzo cortante en un punto particular es perpendicular a la pendiente de la membrana en el mismo punto (figura 2.8).
- 3.- El doble del volumen encerrado por la membrana es proporcional al momento torsionante que resiste la torsión.

Mediante la representación de las curvas de nivel de la superficie deformada de la membrana se visualiza la distribución de esfuerzos cortantes de la sección. La acumulación de curvas de nivel en algún punto particular de una sección transversal de un elemento estructural, indica que en ese punto se producirán esfuerzos cortantes altos.

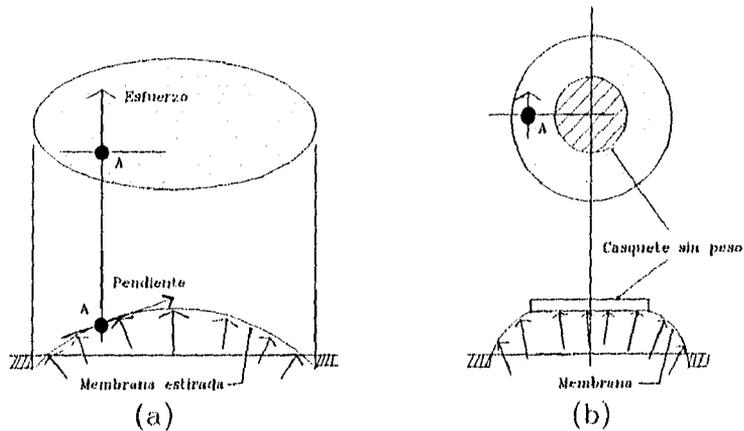


figura 2.8

En secciones en que el volumen limitado por las membranas es aproximadamente igual, el momento resistente de torsión es aproximadamente el mismo, con igual esfuerzo cortante máximo si se tiene la misma pendiente máxima de la membrana.

2.5 Analogía del montón de arena.

Otro método similar al descrito en la sección anterior, de igual sencillez y practicidad para la determinación de esfuerzos cortantes en secciones transversales diferentes a las circulares, es la analogía del montón de arena, aplicable a los elementos sujetos a torsión y en el límite plástico.

Para obtención del esfuerzo cortante en un punto particular se procede a colocar en alto una superficie de igual forma que la sección transversal en estudio. Se vierte arena seca libremente sobre esa superficie. La superficie del montón de arena que queda encima de la sección transversal simulada toma una pendiente constante, ésta es proporcional al esfuerzo cortante como en la analogía de la membrana. El volumen del montón de arena, y

también su peso, son proporcionales al momento torsionante resistido por la sección completamente plastificada. Las demás particularidades referentes a la superficie de arena tienen la misma interpretación que las de la analogía de la membrana.

2.6 Torsión de secciones transversales huecas y de pared delgada.

El análisis de secciones transversales de pared delgada y huecas de forma arbitraria es mucho más fácil en comparación con el de las secciones sólidas de otro tipo. Consideremos un elemento con las características señaladas (figura 2.9a) cuyo espesor t puede variar en el perímetro de la sección, pero es diminuto en comparación con las demás dimensiones de la misma. Se somete este elemento a un momento torsionante T en cada extremo, por esta acción se producen esfuerzos cortantes τ en cada una de las secciones transversales del elemento (figura 2.9b). Se considera que los esfuerzos cortantes tienen la misma intensidad a lo largo del grosor del tubo, aunque pudieran variar a lo largo de la sección recta.

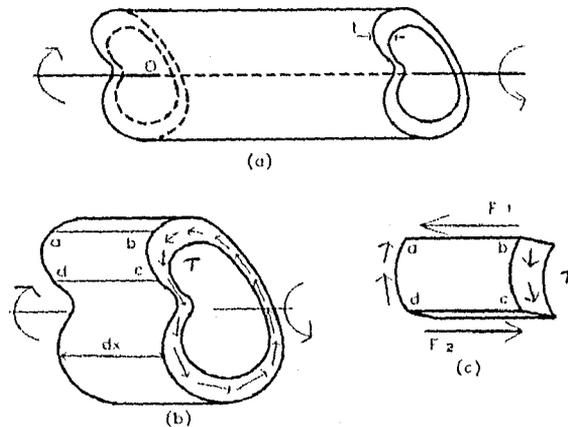


figura 2.9

GENERALIDADES SOBRE TORSION EN MECANICA DE MATERIALES

Para visualizar la magnitud de los esfuerzos cortantes, τ , consideremos un elemento aislado abcd de longitud dx (figura 2.9c). En los bordes longitudinales de este elemento habrá esfuerzos cortantes de la misma magnitud que los que actúan en la sección, puesto que los esfuerzos cortantes en planos perpendiculares son iguales en magnitud. De acuerdo con la definición de esfuerzo, fuerza (F) entre área ($t \, dx$), los esfuerzos cortantes en los planos longitudinales tienen las fuerzas resultantes F_1 y F_2 (figura 2.9c) que pueden expresarse como sigue:

$$F_1 = \tau_1 t_1 \, dx \qquad F_2 = \tau_2 t_2 \, dx$$

donde t_1 y t_2 representan los espesores cortantes en los puntos b y c, respectivamente, τ_1 y τ_2 son los espesores del tubo en dichos puntos. Del equilibrio del elemento, se nota que $F_1 = F_2$, o sea,

$$\tau_1 t_1 = \tau_2 t_2$$

Nótese que los cortes longitudinales ab y cd fueron localizados arbitrariamente en cualquier lugar; se deduce de acuerdo a la expresión anterior que el producto del esfuerzo cortante y el espesor del tubo es el mismo en todo punto de la sección recta. Este producto se llama flujo de cortante o flujo cortante, representado por q :

$$q = \tau t = \text{constante} \qquad (2.12)$$

El mayor esfuerzo cortante se produce donde se tiene el menor espesor, y si éste es uniforme, el esfuerzo cortante es constante alrededor del elemento estructural.

Para relacionar el flujo cortante con el momento torsionante, consideremos un elemento de longitud ds en la sección recta (figura 2.10). La fuerza cortante total que actúa

GENERALIDADES SOBRE TORSION EN MECANICA DE MATERIALES

sobre la superficie rayada es $q ds$, y el momento de esta fuerza con respecto a un punto cualquiera O es

$$dT = r q ds$$

donde r es la distancia de O a la tangente de la línea media del espesor del tubo. El momento de torsión total se halla integrando a lo largo de toda la longitud, L , de dicha línea de la sección transversal:

$$T = q \int_0^L r ds$$

La integral de esta expresión tiene una interpretación geométrica. La cantidad $r ds$ representa el doble del área del pequeño triángulo de la figura 2.10; obsérvese que tiene como base a la longitud ds y con una altura igual a r . Por lo tanto, la integral representa el doble del área encerrada por la línea media del espesor del elemento estructural. Designando esta área por A , se tiene que

$$T = 2 q A$$

o sea,

$$q = \tau t = T / 2A \quad (2.13)$$

Expresión con la cual se puede calcular el flujo cortante y el esfuerzo cortante para cualquier elemento estructural hueco y de pared delgada.

GENERALIDADES SOBRE TORSION EN MECANICA DE MATERIALES

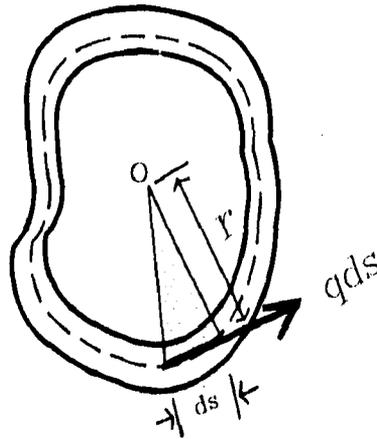


figura 2.10

Para el caso de un elemento estructural de material linealmente elástico, el ángulo de torsión se calcula aplicando el principio de conservación de la energía. Esta energía por unidad de volumen es $\tau^2 / 2G$, por lo tanto, la energía de deformación por unidad de longitud es

$$U = \int_0^L (\tau^2 t / 2G) ds = q^2 / 2G \int_0^L ds / t$$

Sustituyendo el flujo cortante por su expresión (2.13), e igualando luego la energía de deformación al trabajo efectuado por el momento torsionante, se tiene

$$T^2 / 8 GA^2 \int_0^L ds / t = T\theta / 2$$

De manera que el ángulo de torsión por unidad de longitud es

$$\theta = T / 4 GA^2 \int_0^L ds / t \quad (2.14)$$

Con esta expresión se calcula el ángulo de torsión cuando son conocidas las dimensiones de la sección recta. Cuando el espesor t es constante tenemos que

$$\theta = TL / GtA^2 = \tau L / 2 GA \quad (2.15)$$

CAPITULO III
COMPORTAMIENTO A TORSION
DE ELEMENTOS DE CONCRETO

CAPITULO III

COMPORTAMIENTO A TORSION DE ELEMENTOS DE CONCRETO

3.1 Introducción

Generalmente, el momento torsionante que se presenta en una estructura de concreto reforzado es un efecto secundario, ya que es el resultado de su carácter monolítico. Además es común la presencia de este elemento mecánico en combinación con flexión, fuerza cortante y fuerza normal. Como resultado de esto, son pocos los textos que estudian este efecto y muchos reglamentos no lo consideran. La atención hacia la resistencia a la torsión es muy escasa en comparación con la investigación teórica y experimental sobre el comportamiento del concreto sometido a flexión, compresión o fuerza cortante transversal.

Sin embargo, los efectos de los momentos torsionantes, en algunos casos, pueden determinar que el diseño sea regido por esta sollicitación. Tal es el caso de las vigas de borde que reciben vigas secundarias perpendiculares. Hay una situación más compleja en estructuras tridimensionales no rectangulares. Las escaleras sin apoyos intermedios y las escaleras en espiral son casos en que se presentan momentos torsionantes importantes. Así mismo, las torsiones son importantes en las superestructuras de puentes, por excentricidades en planta de la carga viva, especialmente en el caso de puentes curvos.

A pesar de que todavía se requiere mucha investigación sobre el comportamiento a torsión de elementos de concreto, la información actual no es tan limitada como para que este elemento mecánico se excluya en el diseño. Ha habido ocasiones que algunas fallas por cortante fueron causadas por torsión secundaria más que

por fuerza cortante transversal. Por consiguiente, es aconsejable tomar en cuenta la torsión, no importa que sea en forma aproximada.

El problema de la torsión tiene dos aspectos fundamentales en el diseño: el primero consistente en la determinación de los momentos torsionantes, y el segundo, en la determinación de la resistencia de los elementos de concreto reforzado.

En el análisis estructural la determinación de los momentos torsionantes no ha recibido la misma atención que otros elementos mecánicos. Esto es debido a la poca importancia de que se ha dado a la torsión y a que anteriormente no se disponía de medios para evaluar de forma precisa la rigidez torsionante de elementos de concreto reforzado, dato fundamental para el cálculo de estructuras continuas.

Por otra parte, en los métodos aproximados de análisis las estructuras se idealizan como planas con lo que se están implícitamente despreciando los efectos de torsión. Actualmente, la disponibilidad de computadoras y de programas de análisis tridimensional permiten determinar con mayor facilidad los efectos de torsión.

En lo que se refiere a la resistencia a torsión, desde hace poco tiempo, es posible determinarla con un grado de precisión alto, para fines prácticos, teniendo en cuenta el efecto de la combinación de momento torsionante con fuerza cortante y momento flexionante.

3.2 Torsión pura

La torsión, como ya se mencionó anteriormente, se presenta en la mayoría de los casos en combinación con otros elementos mecánicos (momento flexionante, fuerza cortante y fuerza normal). Sin embargo, es de capital importancia estudiar detenidamente

COMPORTAMIENTO A TOSION DE ELEMENTOS DE CONCRETO

la torsión pura en cuanto a sus efectos en el comportamiento de elementos de concreto simple y reforzado para después estudiar su relación con otras solicitaciones.

3.2.1 Comportamiento de elementos de concreto simple

En ensayos realizados en los laboratorios de la Asociación de Cemento Portland de los Estados Unidos, a partir del año de 1962, en elementos de concreto sometidos a torsión mediante un dispositivo especial con capacidad de aplicar momentos torsionantes hasta de 1 150 000 kg-cm (1'000,000 libras-plg), se ha observado que las vigas ensayadas de sección rectangular, sin excepción alguna, fallan tan pronto como se forma la primer grieta. La falla es súbita y sin aviso previo.

La falla ocurre para valores pequeños del ángulo de giro de la sección transversal; es una falla frágil. El investigador Thomas T. C. Hsu registró el proceso de falla con una cámara de cine de alta velocidad (figura 3.1). La superficie posterior de la

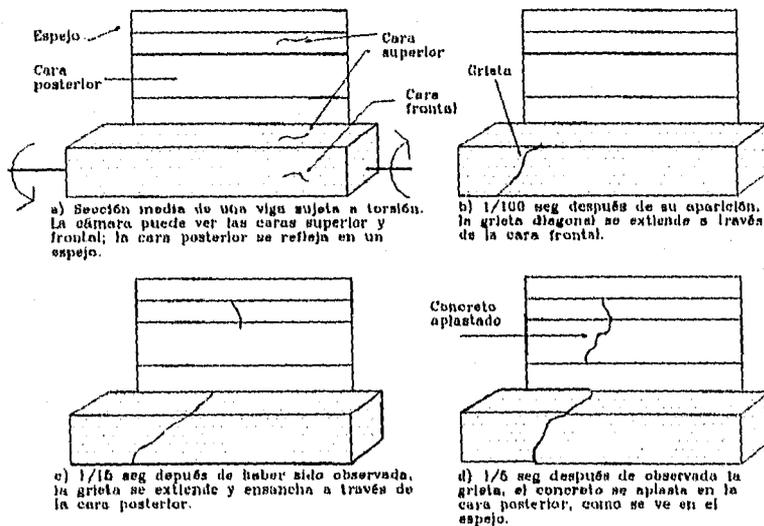
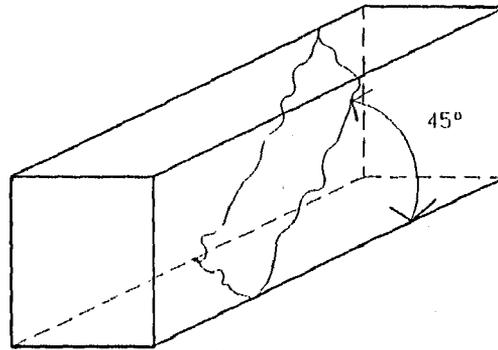


figura 3.1

viga fue tomada con el auxilio de un espejo colocado en la parte trasera de la viga.

El proceso de falla se inicia al formarse una grieta inclinada de tensión a 45° en torno a un eje paralelo a una de las caras más anchas de la viga, respecto al eje longitudinal de la misma. La grieta se abre con rapidez y se extiende a las caras menores de la viga. Así entonces, la falla ocurre por aplastamiento del concreto en la cara opuesta.

Esta forma de falla se puede comparar con la de una viga de las mismas características pero sujeta a flexión, en la que la grieta de tensión se inicia en la cara inferior, se extiende a las caras laterales, y después se aplasta el concreto de la cara superior. Por lo anterior, se asimila que la falla por torsión a una de flexión que ocurre en un plano inclinado a 45° con respecto al eje longitudinal de la viga (figura 3.2).



Falla por torsión

figura 3.2

A pesar de la ocurrencia de microgrietas con momentos torsionantes bajos, en estas pruebas el concreto siguió comportándose de manera aproximadamente elástica hasta alcanzar el momento torsionante elástico previsto por la teoría de Saint Venant.

Se ha encontrado también que el ángulo de torsión a la falla es casi independiente de las características del material.

3.2.2 Resistencia en elementos de concreto simple

Para evaluar la resistencia a momento torsionante de elementos de concreto simple, se han desarrollado diversas teorías que se derivan de suposiciones sobre el comportamiento del material. Dos de ellas, ya han sido tratadas en el capítulo anterior: la teoría elástica, desarrollada por Saint Venant en 1855 y substituida experimentalmente por la analogía de la membrana y la teoría plástica, cuyo análisis se facilita con la analogía del montón de arena. Hay una tercera teoría, desarrollada por Thomas T. C. Hsu que parte del comportamiento de vigas de concreto simple, en las que la falla ocurre por flexión en la superficie inclinada de la figura 3.2.

La teoría de Hsu se basa en que la superficie sobre la que ocurre la falla se idealiza como un plano inclinado a 45° respecto al eje longitudinal de la viga (fig. 3.3a) y supone que la falla es producida por una componente del momento torsionante, T_2 , en la

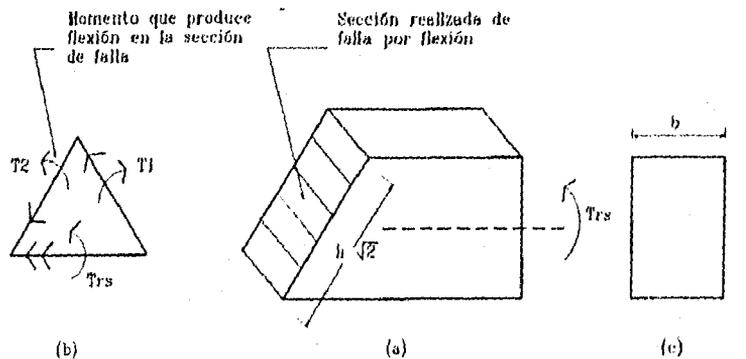


figura 3.3

figura 3.3b, que produce flexión en la sección de la falla. Por lo tanto, la resistencia a torsión del elemento se calcula a partir de la resistencia a momento flexionante de la

3.2.2 Resistencia en elementos de concreto simple

Para evaluar la resistencia a momento torsionante de elementos de concreto simple, se han desarrollado diversas teorías que se derivan de suposiciones sobre el comportamiento del material. Dos de ellas, ya han sido tratadas en el capítulo anterior: la teoría elástica, desarrollada por Saint Venant en 1855 y substituida experimentalmente por la analogía de la membrana y la teoría plástica, cuyo análisis se facilita con la analogía del montón de arena. Hay una tercera teoría, desarrollada por Thomas T. C. Hsu que parte del comportamiento de vigas de concreto simple, en las que la falla ocurre por flexión en la superficie inclinada de la figura 3.2.

La teoría de Hsu se basa en que la superficie sobre la que ocurre la falla se idealiza como un plano inclinado a 45° respecto al eje longitudinal de la viga (fig. 3.3a) y supone que la falla es producida por una componente del momento torsionante, T_2 , en la

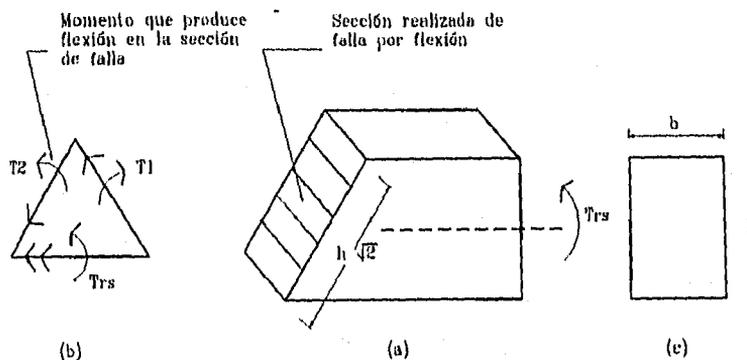


figura 3.3

figura 3.3b, que produce flexión en la sección de la falla. Por lo tanto, la resistencia a torsión del elemento se calcula a partir de la resistencia a momento flexionante de la

COMPORTAMIENTO A TOSION DE ELEMENTOS DE CONCRETO

sección indicada en la figura 3.3a, la que a su vez puede calcularse con la fórmula de la flexión:

$$M = fr S \quad (3.1)$$

donde M es la componente T2 que produce flexión en el plano inclinado, fr es el módulo de ruptura o resistencia a tensión del concreto simple y S es el módulo de sección del plano inclinado de falla, por lo tanto,

$$M = T2 = Trs \cos 45^\circ = Trs / \sqrt{2} \quad (3.2)$$

La base de este plano inclinado es $h\sqrt{2}$, y la altura es el lado menor b. Por consiguiente,

$$S = (h\sqrt{2} b^2) / 6 \quad (3.3)$$

Sustituyendo las ecuaciones 3.2 y 3.3 en la ecuación 3.1,

$$Trs = (b^2 h / 3) fr \quad (3.4)$$

También se observa que en el plano en que se inicia el agrietamiento, además de esfuerzos normales de tensión, existen esfuerzos normales de compresión perpendiculares a los de tensión y de igual magnitud (figura 3.3c). Experimentalmente se ha observado que para este estado de esfuerzos la resistencia a tensión del concreto se reduce a 85 por ciento aproximadamente. Con base en lo anterior, la ecuación 3.4 es modificada a:

$$Trs = (b^2 h / 3) 0.85 fr \quad (3.5)$$

Por practicidad es más conveniente expresar la ecuación anterior en términos de la resistencia a compresión del concreto, $f'c$. Para esto se necesita conocer la relación entre fr y $f'c$, que en forma aproximada se establece de la siguiente manera:

$$fr = 2 \sqrt{f'c} \quad (3.6)$$

Sustituyendo en la ecuación 3.5 se obtiene, aproximadamente,

$$Trs = 0.6 b^2 h \sqrt{f'c} \quad (3.7)$$

COMPORTAMIENTO A TORSION DE ELEMENTOS DE CONCRETO

En la figura 3.4 se muestra una comparación de los momentos torsionantes evaluados con la ecuación 3.7 con los medidos en varias series de ensayos por diversos investigadores. La gran mayoría de los resultados experimentales cae en un intervalo de $\pm 20\%$ del valor calculado, por lo que se considera que la correlación es satisfactoria.

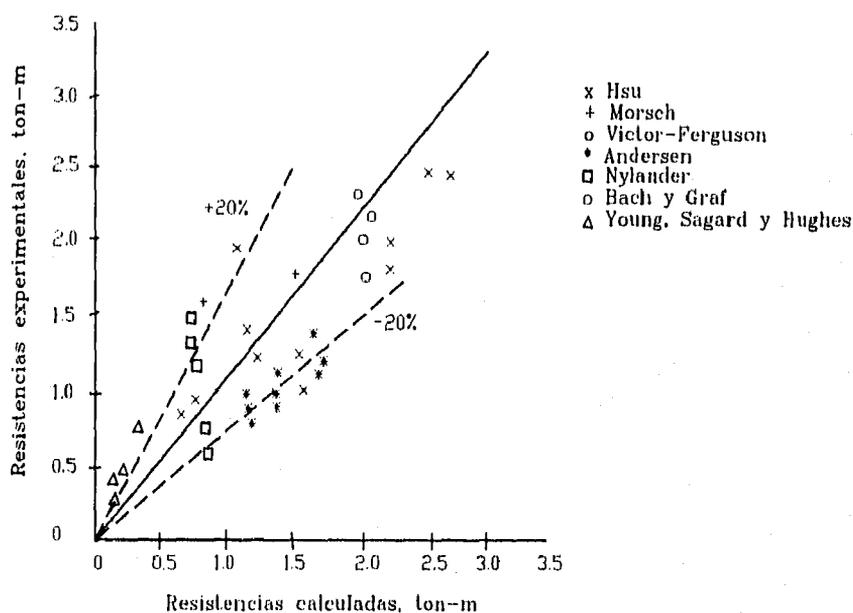


figura 3.4

Esta teoría también puede aplicarse al cálculo de resistencia de secciones circulares. Por un desarrollo similar al descrito se llega a la expresión:

$$T_{rs} = 0.1 \pi d^3 \sqrt{f'_c} \quad (3.8)$$

donde d es el diámetro de la sección.

Las expresiones anteriores 3.7 y 3.8 tienen la ventaja de ser sencillas y obtenerse a partir de un razonamiento claramente comprensible. Sin embargo, suponen que la resistencia a torsión se debe exclusivamente a la resistencia a torsión del concreto. Thomas T. C. Hsu realizó diversas pruebas para investigar el efecto de otras variables y encontró

COMPORTAMIENTO A TOSION DE ELEMENTOS DE CONCRETO

que aparte de la resistencia del concreto a tensión, era significativa la influencia de las dimensiones de la sección transversal. Experimentalmente obtuvo la siguiente expresión:

$$T_u = 0.85 (b^2 + 64.5) h^3 \sqrt{f_t^2}$$

Sustituyendo f_t igual a $1.3\sqrt{f'_c}$ se llega a

$$T_u = (b^2 + 64.5) h^3 \sqrt{f'_c} \quad (3.7a)$$

Comparemos con un ejemplo los resultados de aplicar la ecuación 3.7 (González Cuevas) con la 3.7a (Thomas T. C. Hsu).

Sea una viga de sección rectangular de 30 x 60 cm de concreto simple con una $f'_c = 250 \text{ kg/cm}^2$. Determinar su resistencia a torsión:

La resistencia según 3.7 es:

$$T_{rs} = 0.6 b^2 h \sqrt{f'_c}$$

$$T_{rs} = 0.6 (30)^2 (60) \sqrt{250} = 512\,289 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

La resistencia según 3.7a es:

$$T_u = (b^2 + 64.5) h^3 \sqrt{f'_c}$$

$$T_u = [(30)^2 + 64.5] (60)^3 \sqrt{250} = 364\,558 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

La discrepancia se explica porque en el primer caso se sustituye f_t por $2\sqrt{f'_c}$ en tanto que el segundo por $1.3\sqrt{f'_c}$.

El primer caso corresponde al módulo de ruptura del concreto, o sea a una falla de tensión por flexión (veáanse Normas Técnicas Complementarias para el Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto del DDF para concreto clase I). Por lo que parece ser excesivo, ya que de acuerdo con los razonamientos del mecanismo de falla descrito debía tomarse la resistencia del concreto a tensión directa (determinada por ejemplo mediante la prueba brasileña). Según las mismas normas para concreto clase I

COMPORTAMIENTO A TOSION DE ELEMENTOS DE CONCRETO

este valor es $1.5\sqrt{f_c}$ que se acerca más al valor propuesto por Hsu. Pero, adicionalmente, las mismas normas indican sustituir con fines de diseño f_t por f^*t donde

$$f^*t = 0.75 f_t$$

quedando

$$f^*t = 1.13\sqrt{f_c}$$

Llevando este valor a la expresión 3.5, 3.7 se modifica como sigue:

$$T_{rs} = 0.32 b^2 h \sqrt{f_c} \quad (3.7')$$

Haciendo la misma sustitución para la propuesta de Hsu se tiene:

$$T_u = 0.75 (b^2 + 64.5) h^3 \sqrt{f_c} \quad (3.7a')$$

Aplicando estas expresiones al ejemplo anterior se obtiene:

$$T_{rs} = 0.32 b^2 h \sqrt{f_c}$$

$$T_{rs} = 0.32 (30)^2 (60) \sqrt{250} = 273\ 220 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

$$T_u = 0.75 (b^2 + 64.5) h^3 \sqrt{f_c}$$

$$T_u = 0.75 [(30)^2 + 64.5] (60)^3 \sqrt{250} = 273\ 418 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

Valores que se aproximan más entre sí y que resultan más razonables por las consideraciones expuestas.

3.2.3 Comportamiento de elementos de concreto reforzado

El comportamiento así como la resistencia a momento torsionante de vigas de concreto con refuerzo longitudinal únicamente, es análogo al de vigas de concreto simple, pero con un pequeño aumento en la resistencia, que se explica de manera fácil considerando el momento torsionante resistente adicional debido al módulo de elasticidad al esfuerzo cortante más elevado del acero que reemplaza un área igual de concreto.

Se puede lograr un aumento considerable en la resistencia a torsión simplemente colocando el refuerzo en la dirección de los esfuerzos principales de tensión.

COMPORTAMIENTO A TOSION DE ELEMENTOS DE CONCRETO

Al someter una viga a torsión, falla a lo largo de una línea inclinada a 45° con respecto al eje de giro o eje longitudinal, cuando la tensión diagonal máxima excede la resistencia a tensión del material.

La falla de una viga sujeta a torsión puede diferirse empleando refuerzo en el alma que cruce las líneas de grietas potenciales. El refuerzo más efectivo está formado por una serie de espirales a 45° . Sin embargo, este tipo de refuerzo en espiral tiene dos desventajas; no es fácil elaborar espirales rectangulares y se requieren dos series de espirales para miembros sujetos a cambios de dirección del momento torsionante. En la práctica, el refuerzo de cortante por torsión se proporciona de manera más adecuada a través de barras horizontales y estribos verticales, como en el caso para el refuerzo por cortante transversal. Los estribos resisten la componente vertical de la tensión diagonal y las barras longitudinales resisten la componente horizontal (figura 3.5).

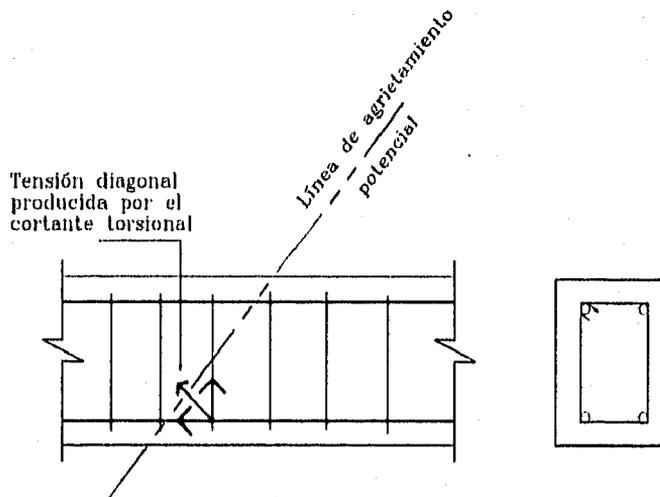
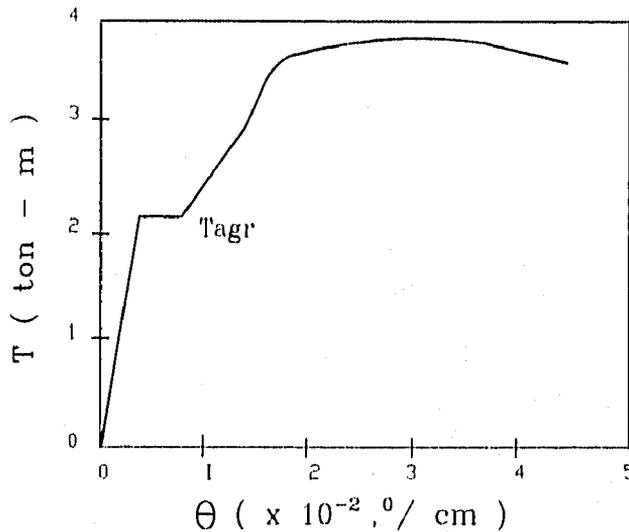


figura 3.5

El comportamiento de una viga de concreto reforzado sujeta a torsión es muy diferente antes y después del agrietamiento. Por lo anterior, en vigas con refuerzo longitudinal y transversal, el comportamiento puede dividirse en dos etapas: una anterior

COMPORTAMIENTO A TOSION DE ELEMENTOS DE CONCRETO

al agrietamiento y otra posterior a él. El comportamiento anterior al agrietamiento es similar al de una viga de concreto simple. La gráfica momento torsionante-giro es casi lineal en esta etapa (figura 3.6) y los esfuerzos en el acero tanto longitudinal y transversal son muy pequeños. Las primeras grietas que aparecen se forman en una de las caras más anchas de la viga. Cuando esto sucede, el momento torsionante, T_{agr} , es igual o ligeramente mayor que el momento resistente de una viga de concreto simple, T_r .



Gráfica momento torsionante-giro de un elemento con refuerzo transversal sujeto a torsión pura.

figura 3.6

Cuando se agrieta el elemento de concreto reforzado, el giro, θ , aumenta súbitamente bajo un momento, T_{agr} , como indica la rama horizontal de la figura 3.6. Los esfuerzos en ambos refuerzos aumentan también de manera rápida. La representación del agrietamiento es muy diferente en vigas sometidas a flexión que a torsión. En las

COMPORTAMIENTO A TOSION DE ELEMENTOS DE CONCRETO

primeras, los esfuerzos en el refuerzo aumentan de manera proporcional antes y después del agrietamiento y la pendiente de la gráfica carga-deflexión se modifica muy ligeramente (figura 3.7a). Por el contrario, en vigas sujetas a torsión, el estado interno de equilibrio se modifica marcadamente (figura 3.7b) y el momento torsionante que era resistido sólo por el concreto, es resistido conjuntamente por el concreto y el acero.

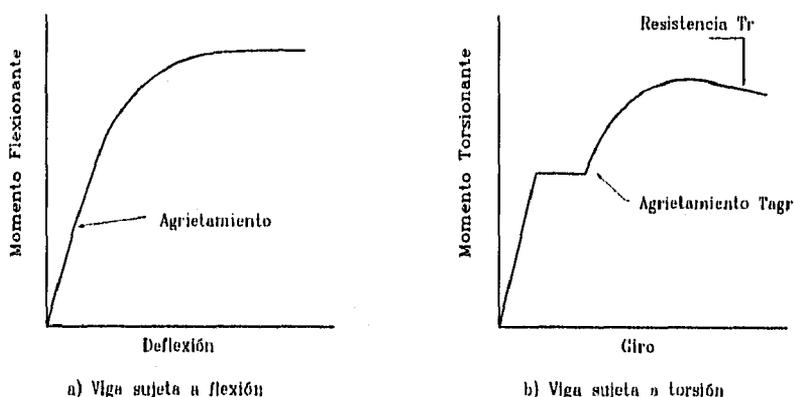


figura 3.7

Cuando se presenta este cambio en el estado interno de equilibrio hay una transferencia de carga del concreto hacia el acero. A raíz de que el momento externo permanece constante mientras ocurre esta transferencia, la fracción del momento total, resistida por el concreto después del agrietamiento, T_c , es menor que el momento de agrietamiento, T_{agr} , y menor que el momento resistente de un elemento de concreto simple, T_{rs} .

Al momento de concluir la etapa de transferencia de carga del concreto hacia el acero, el momento torsionante vuelve a aumentar, pero la rigidez del elemento es menor que antes del agrietamiento. Tanto la rigidez como el momento resistente, T_r , dependen notablemente de los refuerzos longitudinal y transversal. Una vez que se ha alcanzado el

COMPORTAMIENTO A TORSION DE ELEMENTOS DE CONCRETO

momento máximo, T_r , la gráfica momento-giro tiene una rama descendente que en los ensayos se desarrolla en pocos segundos.

Cuando se alcanza la resistencia, T_r , el concreto de la cara mayor del elemento, opuesta a la cara con grietas de tensión, se aplasta, y el acero de refuerzo puede fluir o no, dependiendo de su cuantía.

En virtud de lo anterior, las vigas de concreto reforzado pueden clasificarse en subreforzadas y sobreforzadas. En las primeras el refuerzo fluye antes del aplastamiento por compresión del concreto y en las segundas el concreto falla antes de que fluya el acero. Mediante una ecuación empírica se puede determinar el porcentaje máximo que asegura que la viga será subreforzada, teniendo que el porcentaje de acero longitudinal, p_l , está dado por la expresión

$$p_l = m p_s \quad (3.9)$$

sustituyendo en la ecuación para el porcentaje de refuerzo, p_t , se tiene:

$$p_t = p_l + p_s = (1 + m) p_s \quad (3.10)$$

donde p_s es el porcentaje de refuerzo transversal y m es la proporción de refuerzo longitudinal a refuerzo transversal.

La relación balanceada entre el volumen de barras longitudinales y el volumen de estribos es la que asegura que los dos tipos de refuerzo fluirán simultáneamente en el momento de la falla. Esta relación no siempre será igual a uno. Si se tiene una relación diferente a la relación balanceada, se presentará un tercer tipo de viga llamada parcialmente sobreforzada, en el que sólo alguno de los refuerzos, barras longitudinales o estribos, no fluirá durante la falla.

Se observa que después del agrietamiento el comportamiento de una viga de concreto reforzado es totalmente diferente por el previsto en base a la teoría de Saint Venant. La deformación principal de compresión es mucho mayor que la prevista.

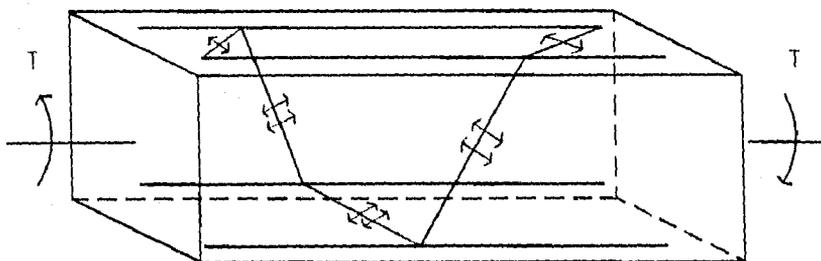
COMPORTAMIENTO A TOSION DE ELEMENTOS DE CONCRETO

Además, la longitud de la viga aumenta al incrementarse el momento torsionante debido al alargamiento de las barras longitudinales.

Por otra parte, el núcleo de una viga de concreto reforzado no contribuye, de ninguna manera, a resistir el momento torsionante aplicado a una viga sólida.

3.2.4. Resistencia en elementos de concreto reforzado

Para la evaluación de la resistencia en concreto simple, se había señalado que la componente T2 (figura 3.3) del momento torsionante aplicado a una viga produce esfuerzos de tensión por flexión en una de las caras más anchas de ella. Estos esfuerzos tienen una inclinación a 45° con respecto al eje longitudinal. De manera similar en las demás caras del elemento existen esfuerzos inclinados producidos por las componentes del momento torsionante como se indica en la figura 3.8.



Dirección de los esfuerzos de tensión producidos por el momento torsionante, T.

figura 3.8

La dirección de los esfuerzos en la cara anterior es perpendicular a la dirección de los esfuerzos en la cara posterior y la dirección en la cara superior es perpendicular a la dirección en la cara inferior.

COMPORTAMIENTO A TORSION DE ELEMENTOS DE CONCRETO

Como ya ha sido expuesto, son dos las alternativas para reforzar una viga de concreto sujeta a torsión. La primera consiste en colocar el refuerzo en dirección paralela a los esfuerzos de tensión, con la finalidad de que cada grieta potencial quede cortada por una barra de refuerzo, y la segunda alternativa consiste en colocar refuerzo longitudinal y transversal. Así, este tipo de refuerzo resiste las componentes longitudinales y transversales de los esfuerzos de tensión.

La resistencia a torsión de una viga de concreto reforzado puede expresarse como la sumatoria de las resistencias del concreto, T_c , y del acero, T_s ,

$$T_r = T_c + T_s \quad (3.11)$$

Existen diversas teorías para la determinación de T_c y T_s . En cuanto a la evaluación de T_c , el Reglamento australiano considera que la resistencia de un elemento es similar a un elemento de concreto simple, $T_c = T_{rs}$, en cambio, el Reglamento alemán considera que la contribución del concreto es nula una vez iniciado el agrietamiento, $T_c = 0$. En la mayoría de las teorías, la contribución del acero se calcula con la expresión:

$$T_s = \alpha_t (A_t f_s / s) b_1 h_1 \quad (3.12)$$

donde:

α_t = parámetro que se determina experimentalmente

A_t = área de una rama del estribo

f_s = esfuerzo en el estribo

b_1 = lado menor de un estribo, medido centro a centro

h_1 = lado mayor de un estribo, medido centro a centro

s = separación de los estribos

COMPORTAMIENTO A TOSION DE ELEMENTOS DE CONCRETO

Los valores de T_c y α_t se obtienen de manera experimental, en que el término faltante en T_s , $(A_t f_s / s) b_1 h_1$, es la variable principal. Para la determinación de T_c y α_t , Hsu analizó los resultados experimentales obteniendo los siguientes valores:

$$T_c = (b^2 h / \sqrt{b}) \sqrt{f'_c} \quad (3.13)$$

$$\alpha_t = 0.66 + 0.33 h_1/b_1 \leq 1.5 \quad (3.14)$$

La contribución del concreto, T_c , obtenida es menor que la resistencia de un elemento de concreto simple; para vigas de dimensiones usuales esta contribución es del orden del cuarenta por ciento.

La resistencia de un elemento de concreto con refuerzo transversal se determina al sustituir la ecuación 3.14 en la 3.12, y ésta a su vez con la ecuación 3.13 en la ecuación

3.11. El resultado se representa por

$$T_r = (b^2 h / \sqrt{b}) \sqrt{f'_c} + [0.66 + 0.33 h_1/b_1] (A_t f_s / s) b_1 h_1 \quad (3.15)$$

Con el fin de aplicar esta ecuación es necesario conocer el esfuerzo en los estribos, f_s . Este esfuerzo es igual al de fluencia, f_y , en vigas subreforzadas, esto es, cuando fluye el acero de los estribos antes de que el elemento alcance su resistencia. Para asegurar que esto suceda, debe limitarse tanto la relación total del acero, ρ_{lt} , como la relación entre el acero longitudinal y acero transversal, ψ . Hsu propone los siguientes límites:

$$\rho_{lt} < 6.40 \sqrt{f'_c} / f_y \quad (3.16)$$

$$0.7 < \psi < 1.5 \quad (3.17)$$

Las relaciones ψ y ρ_{lt} se calculan con las expresiones

$$\psi = A_{ls} / [2A_t (b_1 + h_1)] \quad (3.18)$$

$$\rho_{lt} = (A_l / bh) (1 + l / y) \quad (3.19)$$

donde A_l es el área total del acero longitudinal.

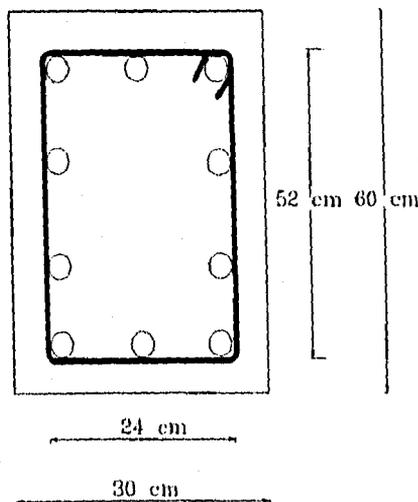
COMPORTAMIENTO A TOSION DE ELEMENTOS DE CONCRETO

Si los límites expresados en las ecuaciones 3.16 y 3.17 son cumplidos, la resistencia a torsión de un elemento de concreto reforzado puede calcularse cambiando f_s por f_y en la ecuación 3.15, con lo que se tiene:

$$T_r = [(b^2 h / \sqrt{b}) \sqrt{f'_c}] + [0.66 + 0.33 h_1/b_1] [(A_t f_y / s) b_1 h_1] \quad (3.20)$$

Este enfoque es meramente experimental. Además, se han desarrollado otras teorías para determinar la resistencia a torsión de elementos de concreto reforzado, pero la ecuación 3.20 es la que emplean algunos Reglamentos, como el ACI y las Normas Técnicas Complementarias para el diseño de Estructuras de Concreto del DDF, para basarse en el diseño por torsión de elementos de concreto.

Para ejemplificar lo expuesto se determinará la resistencia de una viga de concreto reforzado, con una sección transversal rectangular de 30 x 60 cm y con $f'_c = 250$ kg/cm².



10 varillas de 1/2"
 Estribos de 1/2" a cada 15 cm
 $f_y = 4\ 200$ kg/cm²
 $f'_c = 250$ kg/cm²

$$A_l = \text{área total de acero longitudinal} = (10) (1.27 \text{ cm}^2) = 12.7 \text{ cm}^2$$

$$A_t = \text{área de una rama de los estribos} = 1.27 \text{ cm}^2$$

$$S = \text{separación de los estribos} = 15 \text{ cm}$$

$$b_1 = \text{lado menor de un estribo} = 24 \text{ cm}$$

COMPORTAMIENTO A TORSION DE ELEMENTOS DE CONCRETO

h_1 = lado mayor de un estribo = 52 cm

Cálculo para las limitaciones ψ y ρ_{lt} que deben cumplirse para la aplicación de la expresión 3.20

$$\psi = A_l s / [2 A_t (b_1 + h_1)]$$

$$\psi = [(12.7)(15)] / [2(1.27)(24 + 52)] = 0.986$$

$$0.7 < 0.986 < 1.5 \quad \text{O. K.}$$

$$\rho_{lt} = (A_l / b h) (1 + 1/\psi)$$

$$\rho_{lt} = [12.7 / (30)(60)] [1 + 1 / 0.986] = 0.0142$$

$$\rho_{lt} \leq 6.40 \sqrt{f'_c} / f_y$$

$$0.0142 \leq 6.4 \sqrt{250} / 4200$$

$$0.0142 < 0.024 \quad \text{O. K.}$$

La resistencia a torsión será:

$$T_r = [(b^2 h / \sqrt{b}) \sqrt{f'_c}] + [0.66 + 0.33 h_1 / b_1] [(A_l f_y / s) b_1 h_1]$$

$$T_r = [(30)^2 (60) / \sqrt{30}] \sqrt{250} + [0.66 + 0.33 (52 / 24)] [(1.27)(4200) / 15] [(24)(52)]$$

$$T_r = 766\,094 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

3.3 Combinación de torsión y flexión

En la actualidad, se han desarrollado diversas teorías para evaluar el efecto originado en elementos de concreto por la combinación de torsión con flexión.

La información disponible así como los ensayos realizados sustentan teorías, mediante las que se obtienen diagramas de interacción, en los que se muestra el lugar geométrico de las diversas combinaciones de momento torsionante y momento flexionante que producen la falla del elemento de concreto.

Con la finalidad de realizar un estudio apropiado de la combinación de los elementos mecánicos en cuestión, se considerarán a los elementos de concreto reforzado

COMPORTAMIENTO A TOSION DE ELEMENTOS DE CONCRETO

con refuerzo longitudinal únicamente y elementos con refuerzo tanto longitudinal como transversal.

Para elementos con sólo refuerzo longitudinal, se muestra un diagrama de interacción adimensional de vigas de sección T, resultado de ensayos realizados bajo distintas combinaciones de flexión y torsión, fig 3.9. En el eje de las ordenadas se señala la relación entre el momento torsionante bajo carga combinada, T , y el momento torsionante en torsión pura, T_{rs} ; en el eje de las abscisas, la relación entre el momento flexionante bajo carga combinada, M , y el momento flexionante en flexión pura, M_r . De estos ensayos, se observa que esta interacción entre torsión y flexión, de ninguna manera disminuye la resistencia de los elementos, sino que cuando se aplica el momento flexionante próximo a la flexión pura, esta presencia incrementa la capacidad a torsión del elemento.

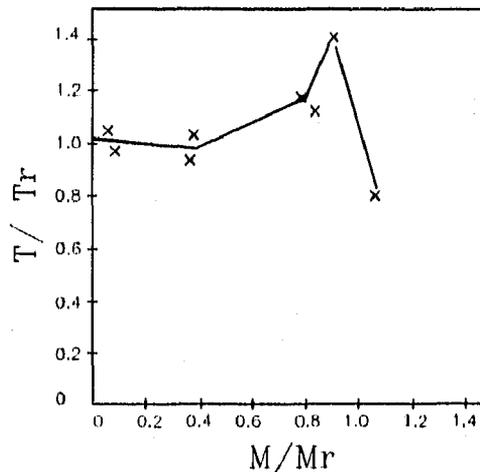


Diagrama de interacción adimensional torsión - flexión

figura 3.9

Por otro lado, para secciones transversales cuadrada y rectangular, el diagrama de interacción, en el que el momento torsionante en torsión pura, T_{rs} , y el momento flexionante en flexión pura, M_r , se calculan con las fórmulas tradicionales, indica que para

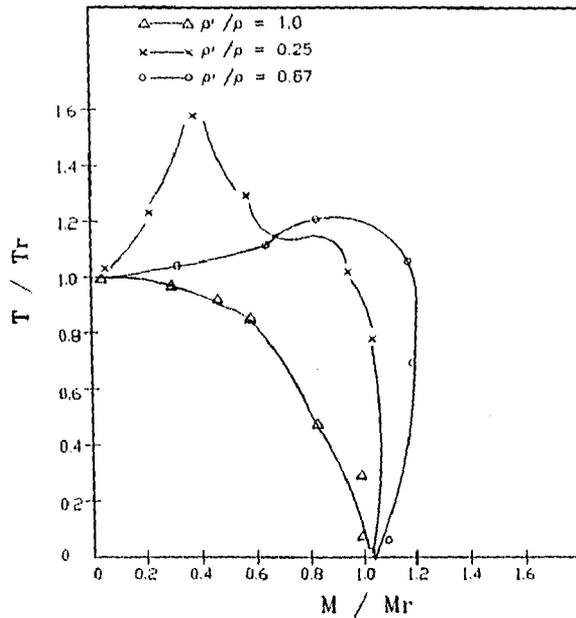
COMPORTAMIENTO A TORSION DE ELEMENTOS DE CONCRETO

algunas secciones, la resistencia del elemento a torsión si disminuye cuando actúa un momento flexionante simultáneamente con el momento torsionante. Esto ocurre principalmente en secciones cuadradas con un porcentaje de refuerzo muy reducido, pero si éste es mayor que uno por ciento no hay ninguna reducción.

Se deduce de manera preliminar que excepto para elementos con porcentajes de refuerzo bajos y tal vez para los de sección transversal cuadrada, no hay interacción entre flexión y torsión.

Para elementos con refuerzo tanto longitudinal como transversal, la forma de los diagramas de interacción torsión-flexión depende principalmente de la relación entre los porcentajes del refuerzo de compresión y de tensión ρ'/ρ (figura 3.10). Cuando la cuantía de acero de tensión es mayor que la de compresión, $\rho'/\rho < 1$, la resistencia del elemento a torsión bajo la combinación de cargas es mayor que la resistencia a torsión pura, como en la pruebas en las que $\rho'/\rho = 0.25$ y $\rho'/\rho = 0.67$. Por otra parte, cuando la cuantía del acero de tensión es igual a la de compresión, $\rho'/\rho = 1$, la presencia de momento flexionante influye para que se reduzca la resistencia a torsión y viceversa.

COMPORTAMIENTO A TOSION DE ELEMENTOS DE CONCRETO



Efecto de ρ' / ρ en la interacción torsión - flexión

figura 3.10

El efecto de la relación entre los porcentajes de refuerzo de compresión y de tensión sobre la forma de los diagramas de interacción se explica porque si la distribución y cuantía del refuerzo longitudinal es tal que este acero fluye en torsión pura, cualquier momento flexionante adicional disminuye de manera considerable el momento torsionante resistente del elemento, debido a que el acero de tensión, usado para resistir la torsión, es ahora empleado para resistir también la flexión. En cambio, si el refuerzo longitudinal no fluye en torsión pura, el momento torsionante resistente del elemento aumenta al actuar un momento flexionante externo. Este incremento del momento torsionante resistente es a raíz de que los esfuerzos de compresión en el concreto, originados por el momento flexionante, aumentan en el concreto la resistencia a torsión.

De la combinación de torsión y flexión en elementos con refuerzo longitudinal y transversal, se observa que la resistencia a torsión no disminuye considerablemente por

COMPORTAMIENTO A TORSION DE ELEMENTOS DE CONCRETO

el efecto de la flexión, siempre que haya una cantidad suficiente de acero longitudinal distribuido en su mayoría en la zona de tensión del elemento.

3.4 Combinación de torsión y cortante

En ningún elemento de concreto se puede presentar la fuerza cortante como único elemento mecánico actuante sin la presencia de momento flexionante. En consecuencia, la interacción torsión-cortante se estudia con la acción simultánea del momento flexionante; en realidad este análisis es una interacción torsión-flexión-cortante.

Para ejemplificar lo anterior citaremos casos reales en los que se presenta la interacción de los tres elementos mecánicos, como son las vigas cargadas excéntricamente o las vigas curvas en un plano horizontal. Rara es la situación en que la torsión se presenta con fuerza cortante transversal únicamente. A pesar de esto, la combinación de cortante y torsión se presenta de forma más significativa en puentes de vigas compuestas en cajón cargadas excéntricamente, vigas de carga entre columnas exteriores prefabricadas y/o coladas en el lugar y vigas de puentes con cubiertas de paso superior (figura 3.11).

Con frecuencia, los momentos torsionantes y las fuerzas cortantes alcanzan sus valores máximos en la misma sección transversal de una viga, como ocurre en los apoyos empotrados.

COMPORTAMIENTO A TOSION DE ELEMENTOS DE CONCRETO

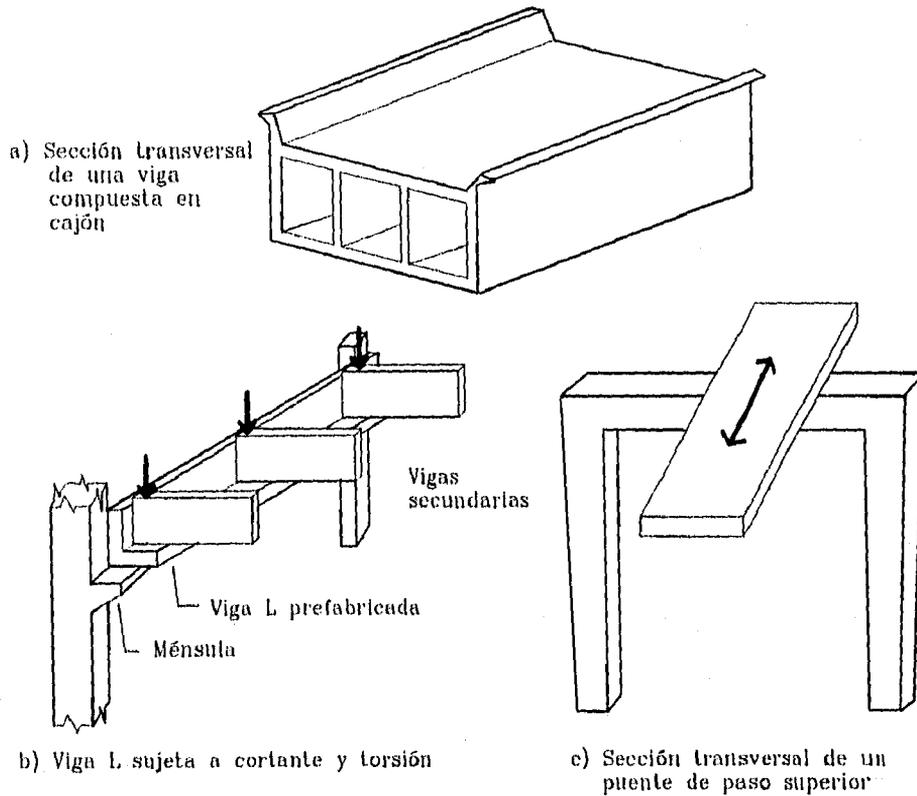


figura 3.11

En una viga, a pesar de que la tensión diagonal producida por la torsión y la debida a la fuerza cortante forman un ángulo de 45° con respecto al eje longitudinal, para el caso de la torsión su línea de acción gira alrededor de la viga, mientras que en el caso de la fuerza cortante es paralela en ambas caras verticales. Por consiguiente, los esfuerzos cortantes producidos se suman en una cara vertical y se restan en la otra (figura 3.12). En las caras horizontales la tensión es producida únicamente por la torsión.

En elementos de concreto es muy difícil determinar la distribución real de esfuerzos bajo la acción combinada de torsión y cortante, ya que no se conoce con exactitud la distribución para cada efecto aislado. En virtud de esto, la manera apropiada

COMPORTAMIENTO A TOSION DE ELEMENTOS DE CONCRETO

de estudiar esta relación es en forma experimental determinando diagramas de interacción momento torsionante-fuerza cortante.

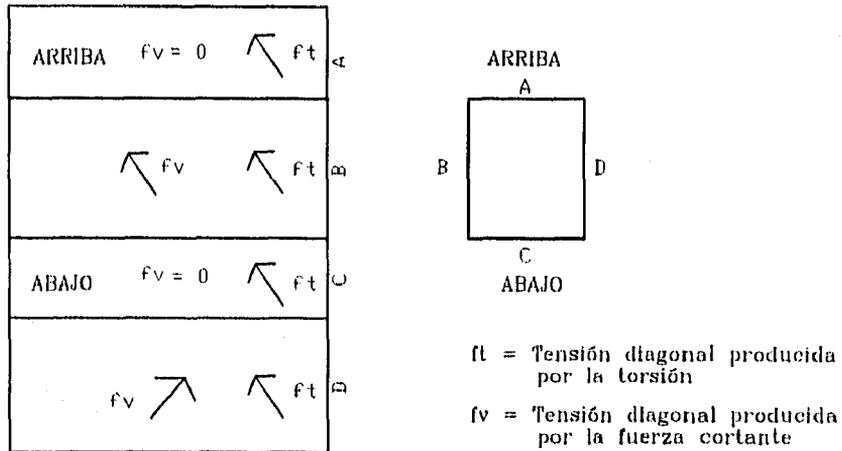


figura 3.12

Para el caso de elementos de concreto con refuerzo longitudinal únicamente, diversos investigadores proponen diagramas de interacción en forma circular, que indican los resultados teóricos y experimentales de la interacción de momento torsionante y fuerza cortante, pero con la incertidumbre de que la dispersión de los resultados aumenta considerablemente al tener en cuenta que la fuerza cortante de falla no se puede calcular con exactitud porque desafortunadamente no se dispone de algún método confiable para calcularla.

La contribución del acero y del concreto a la resistencia de un elemento de concreto tanto con refuerzo longitudinal como transversal no se puede determinar por separado porque en los ensayos a torsión y cortante sólo se mide la resistencia total del elemento, pero no la contribución de cada uno de ellos. La interacción entre los dos elementos mecánicos en cuestión para secciones con refuerzo longitudinal y transversal es por lo tanto mayor, denotándose que la presencia de la fuerza cortante reduce de manera rápida e importante la resistencia a torsión del elemento. Esta interacción se indica en un

COMPORTAMIENTO A TOSION DE ELEMENTOS DE CONCRETO

diagrama obtenido experimentalmente (figura 3.13), los valores de T_r y V_r se obtuvieron ensayando especímenes en torsión pura y en cortante sin torsión, respectivamente.

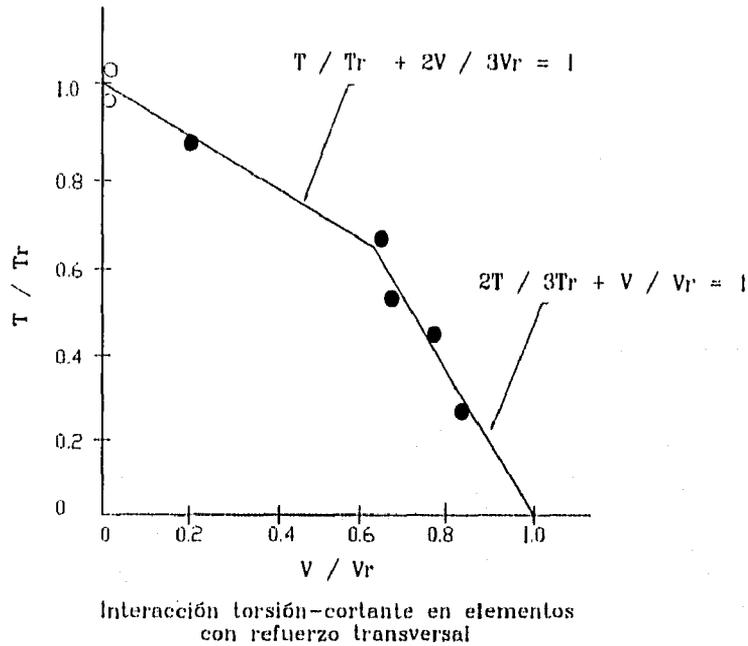


figura 3.13

También la interacción puede explicarse como la combinación de las interacciones de la contribución del concreto y de la contribución del acero (figura 3.14). Para la interacción de la contribución del concreto se puede suponer que es similar a la interacción en elementos sin refuerzo transversal (figura 3.14a). La interacción para la contribución del acero es como se muestra en la figura 3.14b. Esta interacción señala que una parte del refuerzo transversal trabaja sólo para resistir torsión y otra parte únicamente para resistir fuerza cortante. La distribución depende de la relación entre torsión y

COMPORTAMIENTO A TORSION DE ELEMENTOS DE CONCRETO

cortante, T/V . Cuando se suman las dos interacciones se obtiene un diagrama como el de la figura 3.14c.

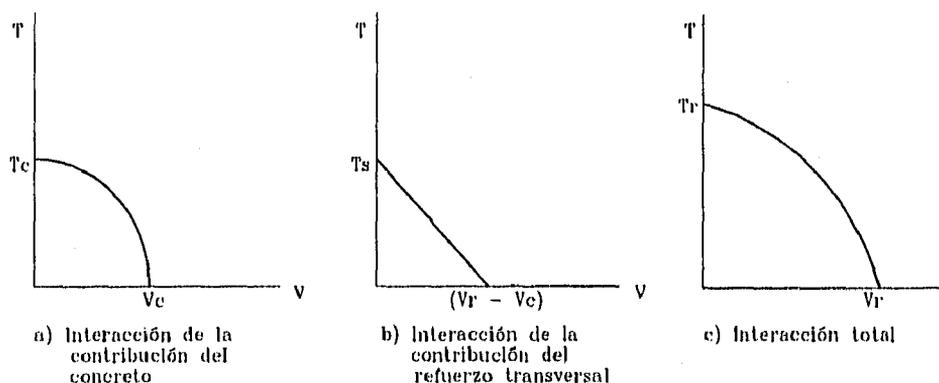


figura 3.14

Se deduce que cuando mayor sea el porcentaje de refuerzo transversal, mayor será la contribución de la interacción del refuerzo y por lo tanto la interacción total.

3.4.1 Efecto del espesor del recubrimiento del concreto sobre la interacción torsión y cortante.

Dada la escasez de datos experimentales sobre el comportamiento del concreto reforzado en la combinación de cortante y torsión, no es sorprendente que permanezcan dudas sobre los procedimientos de diseño existentes. Una duda tal es la referente al efecto del recubrimiento del concreto. Las disposiciones del A.C.I. suponen que el recubrimiento del concreto contribuye a la resistencia torsional de un elemento. Esta suposición se basa en ensayos de vigas con recubrimientos relativamente pequeños (1.3 a 1.5 cm). Sin embargo, estudios posteriores demuestran que miembros sometidos a torsión pura con recubrimientos grandes presentan desprendimiento del mismo bajo altos esfuerzos de

COMPORTAMIENTO A TOSION DE ELEMENTOS DE CONCRETO

torsión. En virtud de esto, el Código de Concreto Canadiense no toma en consideración el recubrimiento del concreto en la resistencia torsional.

Los recubrimientos de espesores grandes son necesarios para proteger el refuerzo de un elemento contra las amenazas del fuego y la corrosión. Es importante poder conocer la efectividad del recubrimiento del concreto en la resistencia a la aplicación de fuerzas cortantes y momentos torsionantes, y su efecto sobre la funcionalidad de la estructura. A la vez, es necesario obtener más conocimientos sobre la interacción entre cortante y torsión, ya que estos elementos mecánicos es común que se presenten simultáneamente en la mayoría de las estructuras.

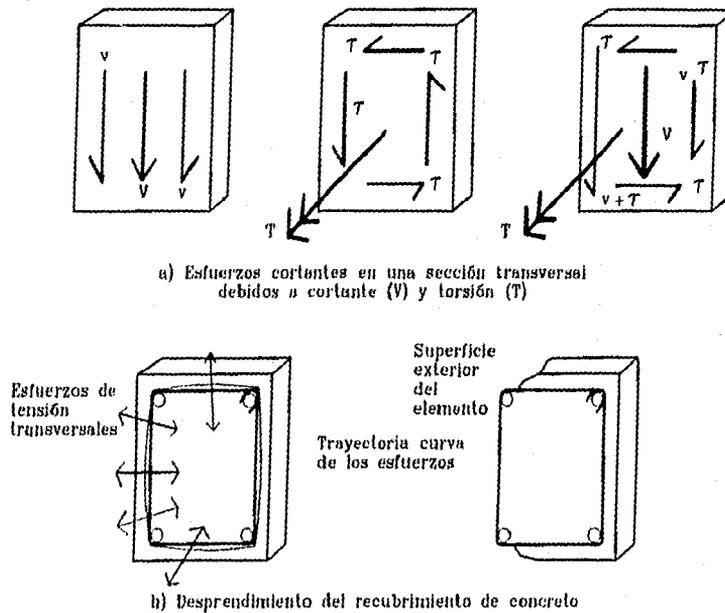


figura 3.15

En una sección transversal, la fuerza cortante y el momento torsionante originan esfuerzos cortantes alrededor de ella (figura 3.15a). Los esfuerzos cortantes debidos a fuerzas cortantes verticales V tienen la misma dirección de V, mientras que los esfuerzos cortantes por torsión τ originados por el momento torsionante T, se distribuyen

COMPORTAMIENTO A TORSION DE ELEMENTOS DE CONCRETO

alrededor de la sección en diferentes direcciones. El lado de la sección donde los esfuerzos cortantes se suman ($v + \tau$) será el crítico para el diseño. Esto, debido a la alta concentración de esfuerzos cortantes, que incrementan los esfuerzos en el concreto y en el acero de refuerzo. Hay también la posibilidad de que se desprenda el recubrimiento del elemento en ese lado donde se presentan los mayores esfuerzos (figura 3.15b). Para satisfacer el equilibrio, los esfuerzos resistentes a compresión del concreto, que principalmente resisten cortante y torsión, después del agrietamiento tienen un cambio de dirección cerca de las esquinas de la viga. Esto origina esfuerzos de tensión perpendiculares a las direcciones de sus trayectorias. Si los esfuerzos cortantes y el recubrimiento son suficientemente grandes, los esfuerzos de tensión excederán la resistencia a tensión del concreto, originando cuarteaduras sólo en el recubrimiento del elemento, fuera del concreto confinado por los estribos. Las cuarteaduras generalmente aparecen alrededor de los estribos, zonas poco resistentes. Con la pérdida del recubrimiento se reduce considerablemente la resistencia de la sección.

Para realizar los ensayos que permitieran evaluar al efecto del espesor del recubrimiento en la resistencia a torsión de un elemento, el ACI consideró dos series de especímenes rectangulares con recubrimiento diferente: una con espesor de 2.3 cm y otra con 4.3 cm, este espesor es el mismo en los cuatro lados de la sección transversal. Los especímenes de la primera serie tienen dimensiones de 30 cm de ancho por 60 cm de peralte total, los de la segunda serie tienen 34 cm de ancho por 64 cm de peralte total. Ambas series tienen armados similares, tanto de refuerzo longitudinal como transversal. Las secciones fueron diseñadas para fallar después de que los estribos fluyeran, pero antes de que el acero longitudinal fluyera.

Cada espécimen fue cargado de manera que se presentara con mayor intensidad la fuerza cortante y el momento torsionante, evitando la presencia en lo más mínimo, de momento flexionante. La carga se aplicó por etapas hasta llegar a la falla, anticipando la relación que se presentaría entre torsión y cortante.

Después de realizar las etapas de carga en los especímenes, para las secciones de la primera serie (espesor menor del recubrimiento) el desprendimiento del recubrimiento no se presentó sino hasta después de que se habían alcanzado las cargas últimas. Se observó que el incremento del recubrimiento no tuvo un efecto significativo en la fluencia del acero de refuerzo de los elementos a excepción de los especímenes ensayados bajo gran relación de torsión a cortante.

En los especímenes con recubrimientos grandes, el desprendimiento de éste se presentó antes de que se alcanzara la capacidad última. En el lado de la sección transversal donde los esfuerzos cortantes por torsión y fuerza cortante transversal se sumaban ($\tau + v$), se presentaron desprendimientos del recubrimiento un poco mayores que en el otro extremo ($\tau - v$). Esto principalmente cuando la relación torsión-cortante se acercaba al caso de cortante puro o de torsión pura.

Quedó demostrado que para mayores espesores de recubrimiento se origina un incremento en el espaciamiento promedio de las grietas en él. También para especímenes con una relación torsión-cortante tanto grande como pequeña, la abertura de las grietas es menor que en elementos sujetos a una relación intermedia. Los extremos de las secciones transversales expuestos a mayores esfuerzos cortantes originaron deformaciones longitudinales y éstas a su vez curvatura lateral, alrededor del eje vertical.

Se puede concluir que el recubrimiento de concreto de los elementos sujetos a torsión y fuerza cortante transversal puede contribuir significativamente en la resistencia de ellos. En esta investigación, en las vigas con recubrimientos pequeños (2.3 cm) no hubo desprendimiento del recubrimiento hasta después de que las cargas máximas habían sido alcanzadas. Por otra parte, las vigas con recubrimientos grandes (4.3 cm) presentaron el desprendimiento del recubrimiento antes de que las cargas máximas se alcanzaran. En estos casos, la capacidad posterior al desprendimiento del recubrimiento fue mayor cuando el desprendimiento ocurrió sólo en el lado donde los esfuerzos cortantes por torsión y cortante se suman.

3.5 Combinación de torsión y carga axial

La combinación de la torsión con carga axial se presenta con frecuencia en dos tipos de elementos estructurales: las columnas y los miembros presforzados. De ensayos realizados a diversos especímenes se derivan resultados que se representan en un diagrama de interacción (figura 3.16).

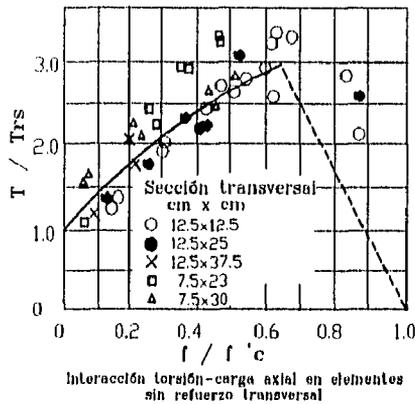


figura 3.16

En el eje de las ordenadas se señalan los valores de la relación entre el momento torsionante medido bajo carga axial y torsión combinadas, T , y el momento torsionante medido en torsión pura, Tr_s . En el eje de las abscisas se han marcado valores de la relación entre el esfuerzo promedio en la sección, f , y la resistencia del concreto, $f'c$. El esfuerzo promedio, f , es el cociente de la carga axial, P , entre el área de la sección transversal. La relación $f/f'c$ es equivalente a la relación P/P_u , exclusivamente para elementos sin refuerzo longitudinal. Del diagrama de interacción se puede observar que la carga axial aumenta el momento torsionante resistente del elemento, para valores de la relación $f/f'c$, hasta de 0.7 aproximadamente. Con valores mayores el momento resistente empieza a disminuir. Se han propuesto dos expresiones para evaluar la resistencia de elementos sujetos a la combinación de torsión y carga axial, por los investigadores Thomas T. C. Hsu y Bishara y Pier, siendo respectivamente:

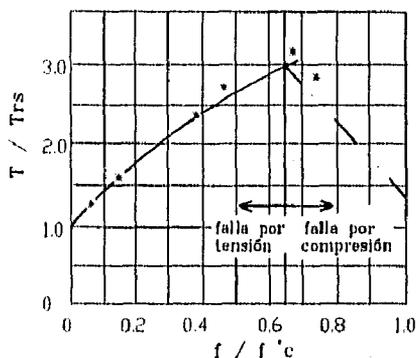
$$T = Tr_s \sqrt{1 + 10 f/f'c} \quad (3.21)$$

$$T = Tr_s \sqrt{1 + 12 f/f'c} \quad (3.22)$$

COMPORTAMIENTO A TOSION DE ELEMENTOS DE CONCRETO

La ecuación 3.21 ha sido propuesta para valores de la relación $f/f'c$ hasta de 0.7 y la 3.22 para valores cuya relación sea hasta de 0.65. Para valores mayores, la resistencia se determina uniendo con una línea recta el valor de T/Tr_s correspondientes a la relación $f/f'c$ igual a 0.65 con el punto 0 correspondiente a carga axial pura.

En el caso de pruebas experimentales realizadas a elementos con refuerzo longitudinal conjunto con refuerzo transversal es muy limitado. Los ensayos realizados, obviamente representativos, muestran que la interacción entre torsión y carga axial es semejante a la que se obtuvo para elementos sin refuerzo en el alma (figura 3.17), y la resistencia se calcula con expresiones similares para el cálculo de la resistencia de elementos con únicamente refuerzo longitudinal.



Interacción torsión-carga axial para elementos con refuerzo transversal

figura 3.17

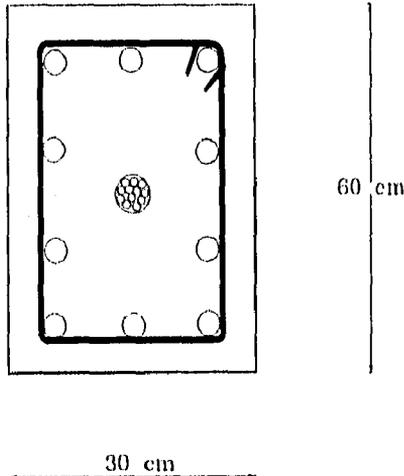
Sustituyendo Tr_s de la ecuación 3.22 por la resistencia a torsión pura de un elemento con refuerzo transversal, Tr , se llega a:

$$T = Tr \sqrt{(1 + 12 f/f'c)} \quad (3.23)$$

El valor de Tr se obtiene con la expresión 3.20, ecuación con la cual se determina la resistencia a torsión pura para elementos de concreto reforzado. La ecuación 3.23 está limitada para valores de la relación $f/f'c$ hasta de 0.65. En el caso de valores superiores, es conveniente emplear el procedimiento descrito para elementos sin refuerzo transversal.

COMPORTAMIENTO A TOSION DE ELEMENTOS DE CONCRETO

Con la finalidad de ejemplificar lo anterior, se determinará la resistencia a torsión de la sección de concreto reforzado analizada con anterioridad, pero sometida a un presfuerzo con una carga axial de 40 toneladas, proporcionada por un cable de 12 alambres de 7 milímetros de diámetro:



12 alambres de 7 mm de diámetro

$$A_{sp} = 4.62 \text{ cm}^2$$

$$f'_{s} = 15\ 000 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_e = 0.6 f'_{s} = 9\ 000 \text{ kg/cm}^2$$

$$P = \text{carga axial} = 40\ 000 \text{ kg}$$

$$f'_{c} = 250 \text{ kg/cm}^2$$

$$\text{Area del cable de presfuerzo} = A_{sp} = 4.62 \text{ cm}^2$$

$$\text{Esfuerzo de ruptura del acero de presfuerzo} = f'_{s} = 15\ 000 \text{ kg/cm}^2$$

$$\text{Esfuerzo efectivo permisible} = f_e = 0.6 f'_{s} = 0.6 (15\ 000) = 9\ 000 \text{ kg/cm}^2$$

$$\text{Carga axial que proporciona el cable} = T \approx 40 \text{ ton} \approx 40\ 000 \text{ kg}$$

$$\text{Esfuerzo promedio en la sección} = f_{cp} = T / A$$

$$A = \text{área total de la sección transversal} = 1\ 800 \text{ cm}^2$$

$$f_{cp} = 40\ 000 \text{ kg} / 1\ 800 \text{ cm}^2 = 22.22 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_{cp} / f'_{c} = 22.22 \text{ kg/cm}^2 / 250 \text{ kg/cm}^2 = 0.088$$

$T_r =$ resistencia de la sección de concreto reforzado sometida a torsión (valor obtenido previamente) = 766 094 kg - cm

Sustituyendo valores en la expresión 3.23

$$T = T_r \sqrt{1 + 12 f / f'_{c}}$$

COMPORTAMIENTO A TOSION DE ELEMENTOS DE CONCRETO

$$T = 766\ 094 \text{ kg} \cdot \text{cm} \sqrt{[1 + 12 (0.088)]}$$

$$T = 1\ 098\ 484 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

Con lo anterior, queda demostrado que con la aplicación de una carga axial a una sección, sometida a torsión, se presenta un incremento considerable en la resistencia a este elemento mecánico.

CAPITULO IV
NORMAS ACTUALES DEL ACI
PARA DISEÑO POR TORSION

CAPITULO IV

NORMAS ACTUALES DEL ACI PARA DISEÑO POR TORSION

4.1 Introducción.

Las disposiciones para diseño por torsión del Reglamento vigente ACI - 89 fueron adoptadas por el Comité ACI - 438 en 1971 y son el resultado de investigaciones realizadas en la década de los 60. Estas investigaciones produjeron un avance considerable en el conocimiento del comportamiento real de estructuras de concreto reforzado sujetas a torsión. Antes de ellas el diseño por torsión se basaba en conceptos del comportamiento de materiales elásticos, isotrópicos y homogéneos. Es bien sabido que el concreto reforzado no cumple con ninguna de estas condiciones por lo que esos conceptos conducían a diseños erróneos.

Las normas adoptadas en 1971, aunque ahora requieren actualizarse, en su momento representaron un avance considerable al apegarse al comportamiento real de estructuras de concreto reforzado y se basan en la premisa de que la transmisión del momento torsionante en una pieza de concreto reforzado se lleva a cabo parcialmente por mecanismos ajenos al refuerzo del alma. No se tenía en ese entonces una idea clara de como se establecían dichos mecanismos, pero si podía cuantificarse la contribución de los mismos mediante expresiones empíricas basadas en pruebas experimentales. A esta contribución convencionalmente se le llama "contribución del concreto". Igualmente en forma experimental se establecieron los valores límites del momento torsionante que amerita ser considerado en el diseño y los valores límites del momento torsionante que puede tomarse con refuerzo sin modificar la sección.

4.2 Valor límite del momento torsionante para diseño.

Las disposiciones del ACI del año de 1989 consideran que los efectos del momento torsionante se deben incluir en el diseño de elementos de concreto reforzado en combinación con otros elementos mecánicos (cortante y flexión), sólo cuando éste exceda el valor obtenido de la expresión:

$$\phi (0.13 \sqrt{f'c} \sum x^2 y) \quad (4.1)$$

donde:

ϕ = factor de reducción (se considera de 0.85)

x = lado menor del elemento

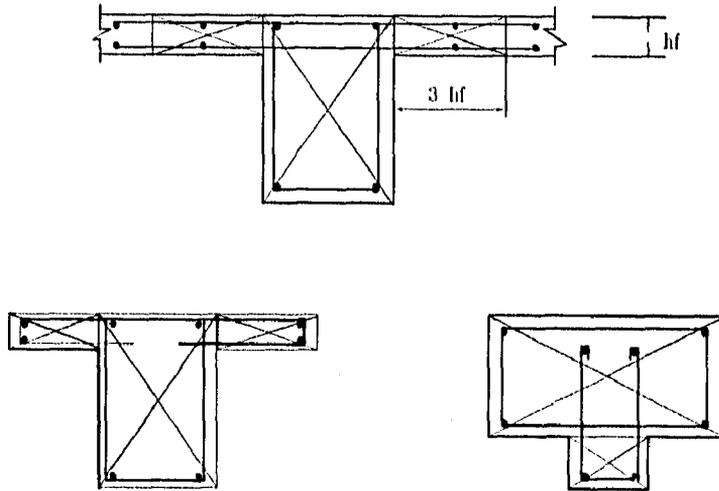
y = lado mayor del elemento

En caso de no exceder el valor determinado por la expresión (4.1), no se considera este efecto.

Este momento torsionante límite es obtenido en base a un esfuerzo torsionante máximo de $0.4\sqrt{f'c}$. Este esfuerzo corresponde aproximadamente al 25% de la resistencia a torsión pura de un elemento que no contenga refuerzo por torsión. La simplificación es posible a raíz de que una torsión de tal magnitud no produce una reducción significativa en la resistencia última a flexión o cortante.

Para los elementos de sección rectangular o secciones que contengan patines, la sumatoria $\sum x^2 y$ se debe emplear para todos los rectángulos que compongan a la sección. Sin embargo, para el caso de una sección con patines, el ancho de éstos no excederá 3 veces el espesor de ellos.

La selección de los rectángulos que componen a la sección, será de una manera tal que no se traslapen y que a la vez contribuyan a que la cantidad $\sum x^2 y$, sea la mayor posible (figura 4.1).



Selección de rectángulos que componen a la sección.

figura 4.1

En el caso de una sección rectangular en cajón, se considerará como maciza, siempre y cuando el espesor de sus paredes sea al menos la cantidad resultante del lado menor dividido entre 4, $x/4$. En caso contrario, pero mayor que $x/10$, se considerará también como sección maciza, excepto que Σx^2y se multiplicará por $4h/x$, siendo h el espesor de las paredes del elemento. Cuando se tenga que h sea una cantidad menor que $x/10$, se considera la rigidez de la pared. Se colocarán chaflanes en las esquinas de la parte interior de la sección.

Por razones de resistencia, el espesor de la pared, h , de una sección en cajón no debe ser menor que $x/4$, de lo contrario su resistencia a torsión será menor que la de una sección maciza. Por otra parte, las vigas con paredes delgadas tienen mayor posibilidad de fallar de una manera frágil, comparadas con el modo de falla dúctil de las vigas macizas. También, la relación del par de agrietamiento al par máximo decrece al disminuir el espesor de las paredes.

El espesor mínimo de la pared con valor $s/10$ evita la flexibilidad excesiva y el pandeo de ella.

Para este tipo de secciones en cajón, con refuerzo longitudinal por torsión menor de 8 varillas distribuidas alrededor del perímetro, debe haber un chaffán en cada esquina interior con una base mínima de $s/6$. Cuando el refuerzo longitudinal sea de 8 varillas o más, los chaffanes serán de un tamaño mínimo de $s/12$, pero no estrictamente mayor de 10 cm.

4.3 Condiciones en el diseño.

El Reglamento del ACI propone dos condiciones particulares en el diseño:

- Cuando el momento torsionante factorizado T_u de un elemento estructural se toma sin ninguna reducción, ya que debe contribuir al equilibrio. Este momento torsionante no es reducible mediante la redistribución de la fuerzas internas. Esta torsión se conoce como "torsión de equilibrio", en virtud de la necesidad de este momento para conseguir que la estructura este en equilibrio. Para este caso, como el que se muestra en la figura 4.2, es necesario proporcionar refuerzo para resistir la torsión total de una manera adecuada.

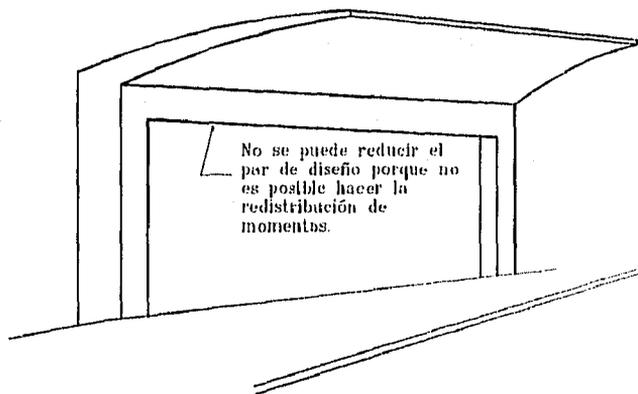


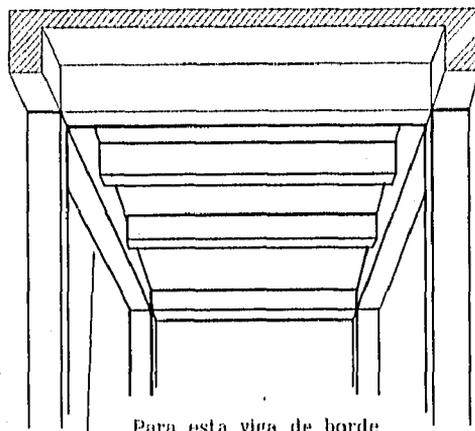
figura 4.2

- Cuando se presenta una estructura estáticamente indeterminada en que la reducción del momento torsionante en un elemento estructural es posible en virtud de la distribución de las fuerzas internas, este momento torsionante factorizado T_{fr} se reduce al valor obtenido de la expresión:

$$\phi (1.1 \sqrt{f'c} \Sigma x^2 y / 3) \quad (4.2)$$

Este momento se reduce porque hay redistribución de las fuerzas internas después del agrietamiento, esto sí es que la torsión se origina por la torcedura del elemento, a fin de mantener la compatibilidad de las deformaciones. Esta torsión se conoce como "torsión de compatibilidad".

En este tipo de condición, figura 4.3, la rigidez a torsión antes de que se presente el agrietamiento corresponde a la de la sección no agrietada de acuerdo a la teoría de St. Venant. No obstante, en el agrietamiento a causa de la torsión hay una gran distorsión bajo este efecto que permanece constante, se tiene así una gran redistribución de las fuerzas en la estructura. El momento de torsión de agrietamiento tiene un valor correspondiente a un esfuerzo de torsión próximo a $1.1 \sqrt{f'c}$.



Para esta viga de borde el par de diseño si se puede reducir, ya que la redistribución del momento es posible.

figura 4.3

Cuando el momento torsionante exceda el par de torsión que provoca el agrietamiento, en la sección se puede suponer un valor de un momento torsionante factorizado de valor máximo al dado por la expresión (4.2). También, con la finalidad de garantizar la suficiente ductilidad y tener un control del ancho del agrietamiento, hay que proporcionar un refuerzo por torsión a fin de desarrollar un momento de torsión último igual al momento de torsión del agrietamiento.

Si tenemos que el momento torsionante factorizado determinado por una análisis elástico se encuentra entre $\phi (0.13 \sqrt{f'c} \Sigma x^2 y)$ y $\phi (1.1 \sqrt{f'c} \Sigma x^2 y / 3)$, el refuerzo se puede diseñar usando los momentos torsionantes reales.

El Reglamento ACI dispone que en un caso así, los momentos flexionantes y las fuerzas cortantes, ajustados de igual manera en los elementos estructurales adyacentes se deben emplear en el diseño. En el caso de que el momento torsionante sea derivado por la carga de una losa a una viga de borde, en lugar de un análisis preciso, la carga torsionante puede considerarse uniformemente distribuida a lo largo del elemento.

4.4 Momento torsionante resistente.

El Reglamento del ACI señala que el diseño de los elementos estructurales con secciones transversales sujetas al efecto de la torsión está basado en la expresión:

$$T_u \leq \phi T_n \quad (4.3)$$

donde T_u es el momento torsionante factorizado de la sección y T_n es el momento torsionante resistente nominal que se determina por

$$T_n = T_c + T_s \quad (4.4)$$

donde T_c es el momento torsionante resistente nominal proporcionado únicamente por el concreto y T_s es el momento resistente nominal proporcionado por el acero de refuerzo proveniente del diseño por torsión.

En secciones transversales que contengan patines, la resistencia a la torsión es proporcionada por la suma de las resistencias del alma y de los patines, siempre y cuando el ancho sobresaliente de los patines no exceda 3 veces el espesor de ellos.

El momento torsionante resistente que es proporcionado por el concreto, T_c , se debe de determinar por medio de la expresión

$$T_c = [0.2 \sqrt{f'_c} \Sigma x^2 y] / [\sqrt{1 + (0.4V_u / C_t T_u)^2}] \quad (4.5)$$

donde:

V_u = fuerza cortante factorizada de la sección

C_t = factor que relaciona a las propiedades de esfuerzo cortante y torsión

= $b_w d / \Sigma x^2 y$, siendo b_w el ancho del alma o diámetro en sección circular

T_u = momento torsionante factorizado en la sección

Esta expresión se basa en un esfuerzo cortante por torsión límite de $0.64 \sqrt{f'_c}$.

Para el caso de torsión pura, es la contribución del concreto a este esfuerzo para alcanzar la resistencia a torsión última de una viga con refuerzo en el alma. Este esfuerzo es correspondiente a un par de torsión del 40% del momento torsionante que origina el agrietamiento. Esto se justifica ya que la resistencia a torsión de una viga sin refuerzo transversal puede reducirse hasta la mitad debido a la aplicación conjunta de un momento flexionante y uno torsionante. Cuando se especifica un esfuerzo cortante por torsión límite que corresponde al 40 % del momento que provoca el agrietamiento, puede despreciarse el efecto del momento flexionante sobre la resistencia a torsión de una viga con estas características.

4.5 Refuerzo necesario por torsión.

El refuerzo necesario por torsión de un elemento de concreto reforzado se debe proporcionar además del necesario para las solicitaciones de momento flexionante y

fuerzas tanto cortantes como axiales. Es evidente la combinación del acero de refuerzo por torsión con el requerido por las otras acciones, si es que esta área es la sumatoria de las áreas individuales requeridas y si además se cumplen los requisitos para la separación y la colocación.

El acero de refuerzo necesario para resistir a la torsión consiste en estribos cerrados, anillos cerrados o espirales, combinados con barras longitudinales. Este refuerzo es necesario para proporcionar resistencia al elemento ante los esfuerzos diagonales de tensión debidos a la torsión. Los estribos serán cerrados, ya que el agrietamiento inclinado debido a la torsión puede aparecer en todas las caras del elemento.

La resistencia a la fluencia del acero no excederá a $4\ 200\text{ kg/cm}^2$. Al limitarse esta resistencia de diseño, se proporciona un control sobre el ancho de las grietas diagonales.

Es necesario que el refuerzo por torsión (y cortante) se ancle de manera adecuada en los extremos para que sea completamente efectivo en los lados de cualquier grieta potencial. Para esto se requiere un gancho o doblez en el extremo del refuerzo. El refuerzo transversal, estribos, se debe anclar doblándose dentro del núcleo de concreto contenido por los estribos. No obstante, la rama exterior de un estribo en una viga que sea de borde se puede extender dentro de la losa para su desarrollo.

El acero por torsión se colocará por lo menos a una distancia $(bt + d)$, posterior al que es requerido teóricamente, siendo bt el ancho de la sección y d el peralte efectivo de la misma. Esta distancia es mayor que la requerida en los casos de refuerzo por cortante y por flexión, debido a que las grietas por tensión diagonal originadas de la torsión se desarrollan en forma helicoidal.

La separación de los estribos no debe exceder la menor cantidad de 30 cm o de $(x_1 + y_1)/4$, donde x_1 es el lado menor de un estribo y y_1 es su lado mayor, ambas dimensiones medidas centro a centro. Esto se limita para asegurar el desarrollo de la

resistencia máxima a la torsión de la viga, evitando así pérdidas excesivas de la rigidez a torsión después del agrietamiento y para controlar el ancho del agrietamiento.

El refuerzo longitudinal debe ser por lo menos del No 3, no debe exceder su separación de 30 cm alrededor del perímetro. Además, se colocará por lo menos una varilla longitudinal en cada esquina de la sección.

4.6 Diseño del refuerzo por torsión

Las disposiciones del Reglamento ACI sugieren que cuando el momento torsionante factorizado T_u exceda al momento torsionante resistente de la sección ϕT_c , debe proporcionarse acero de refuerzo para satisfacer los requisitos de las expresiones (4.3) y (4.4), donde el momento torsionante resistente nominal proporcionado por el acero T_s , se determinará por medio de

$$T_s = [A_t \alpha_t x_1 y_1 f_y] / s \quad (4.6)$$

donde A_t es el área de una rama de un estribo cerrado que resiste a la torsión en una distancia s , y $\alpha_t = [0.66 + 0.33 (y_1/x_1)]$, pero que no sea mayor que 1.5.

El área necesaria para que una rama de un estribo resista la torsión A_t y con una correspondiente separación s , se determina por:

$$A_t / s = [(T_u - \phi T_c) / (\phi f_y \alpha_t x_1 y_1)] \quad (4.7)$$

Para secciones que contengan patines, los estribos cerrados se pueden colocar en el rectángulo mayor o en todos los rectángulos componentes de la sección.

El área mínima de estribos que se requiere para fuerza cortante será la misma para torsión, igual a

$$A_v + 2A_t = 3.5 b s / f_y \quad (4.8)$$

donde A_v representa el área de todas las ramas verticales del estribo.

Para el refuerzo longitudinal, el área de varillas longitudinales A_l requerida en la sección, se determinará por:

$$A_l = 2 A_t (x_1 + y_1) / s \quad (4.9)$$

o por:

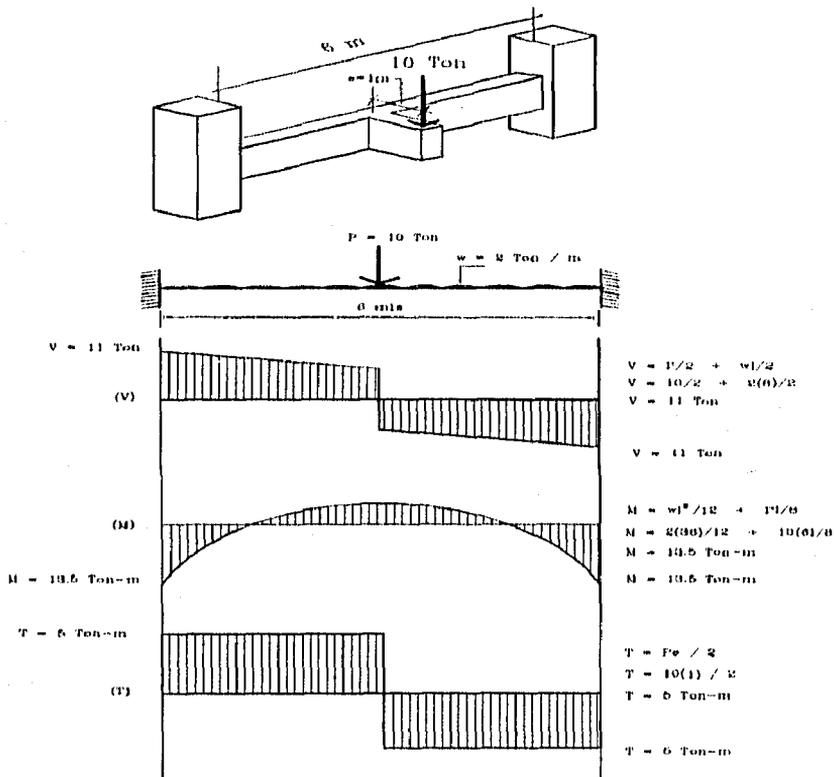
$$A_l = \{ (28 x s / f_y) [T_u / (T_u + V_u / 3 C_t)] - 2 A_t \} \{ [x_1 + y_1] / s \} \quad (4.10)$$

el valor que sea mayor.

El momento torsionante resistente T_s por ningún motivo debe exceder de $4 T_c$. El refuerzo por torsión se diseña para que se alcance el esfuerzo de fluencia antes del aplastamiento del concreto en el elemento. Datos experimentales indican que para el caso de torsión pura el esfuerzo máximo se debe limitar a $3.2 \sqrt{f'c}$.

4.7 Aplicación de las normas ACI a un ejemplo.

Para ilustrar el procedimiento de diseño por torsión de las normas del ACI, se propone una viga doblemente empotrada de un claro de 6 m, con una carga uniformemente distribuida de 2 toneladas por metro lineal y una carga concentrada de 10 toneladas en el centro del claro, teniendo ésta una excentricidad de 1 metro. Al realizar un análisis elástico se obtienen los siguientes elementos mecánicos:



NORMAS ACTUALES DEL ACI

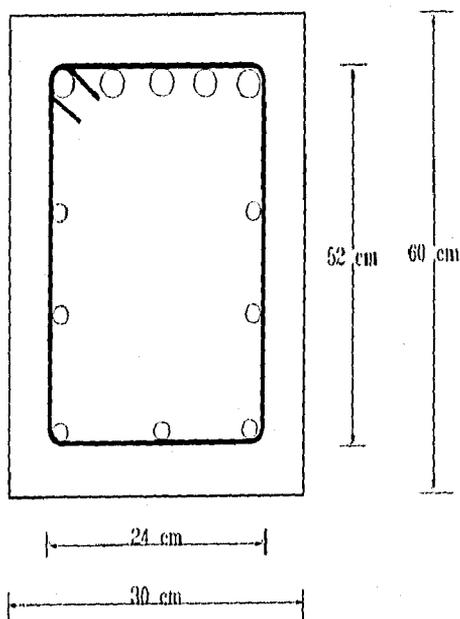
Una vez obtenidos los elementos mecánicos se afectan por el factor de carga correspondiente (para cargas permanentes el ACI considera $FC = 1.4$), obteniendo así los de diseño:

$$V_u = 11 \text{ Ton} (1.4) = 15.4 \text{ Ton}$$

$$M_u = 13.5 (1.4) = 18.9 \text{ Ton} \cdot \text{m}$$

$$T_u = 5(1.4) = 7 \text{ ton} \cdot \text{m}$$

Para esta viga se propone una sección transversal de 30 x 60 cm, con características de refuerzo como se muestra en la figura, la cual se revisará si cumple los requisitos de las normas ACI para diseño por torsión, así como su combinación con los otros elementos mecánicos, y de ser necesario se realizarán las correcciones pertinentes.



$$5 \text{ varillas de } 3/4'' = 14.25 \text{ cm}^2$$

$$7 \text{ varillas de } 1/2'' = 8.89 \text{ cm}^2$$

Estribos de $3/8'' @ 20 \text{ cm}$

$$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$f'_c = 250 \text{ kg/cm}^2$$

Se cumplen los requisitos de refuerzo del Reglamento ACI.

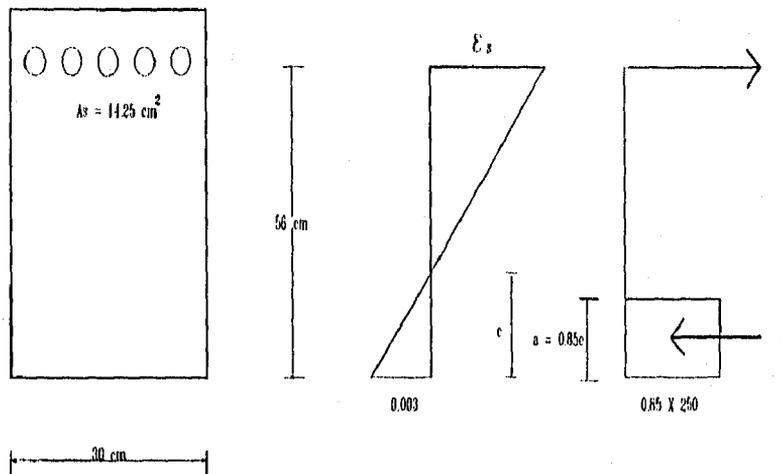
Separación de estribos @ 20 cm, no excede de 30 cm o de $(x_1 + y_1)/4 = (24 + 52)/4 = 19 \text{ cm} \cong 20 \text{ cm}$.

Refuerzo longitudinal mayor del No 3, su separación es menor que 30 cm. Hay una barra en cada esquina. La resistencia a la fluencia del acero no es mayor de 4 200 kg/cm².

A raíz de que el refuerzo por torsión se debe de combinar con el necesario para otras acciones actuantes, se calculará el refuerzo necesario para flexión y cortante, el cual se descontará del refuerzo propuesto de la sección y se verificará que el restante sea igual o mayor que el requerido por torsión.

Determinación del refuerzo por flexión.

Usando las hipótesis del ACI:



Se propone un valor de la profundidad del eje neutro, $c = 20 \text{ cm}$

Por lo tanto la fuerza a la compresión C , resulta:

$$C = (0.85)(250)(0.85)(20)(30) = 108\,375 \text{ kg.}$$

Por triángulos semejantes

$$\epsilon_s / 36 = 0.003 / 20, \quad \epsilon_s = (0.003)(36) / 20 = 0.0054$$

$$\epsilon_y = f_y / E_s = 4\,200 / 2\,100\,000 = 0.002$$

$$\epsilon_s > \epsilon_y, \text{ por lo tanto } f_s = f_y = 4\,200 \text{ kg/cm}^2$$

Fuerza a la Tensión T:

$$T = A_s f_y = (14.25)(4\,200) = 59\,850 \text{ kg} \\ = 59.850 \text{ Ton}$$

$$C \gg T,$$

por lo tanto hay que ajustar el valor de c

$$c = (59\,850) / [(0.85)(0.85)(250)(30)] = 11.045 \text{ cm}$$

$$a = 0.85 c = 0.85(11.045) = 9.38 \text{ cm}$$

$$\epsilon_s = (0.003)(44.955) / 11.045 = 0.012$$

$$\epsilon_s > \epsilon_y, \text{ por lo tanto } f_s = f_y$$

Entonces,

$$C = (0.85)(250)(9.38)(30) = 59\,850 \text{ kg}$$

$$T \cong C$$

Ahora, calculando el acero de refuerzo necesario por flexión:

$$M_u = \phi A_s f_y (d - a/2)$$

$$1\,890\,000 = 0.9 A_s (4\,200) (56 - 9.38/2)$$

$$1\,890\,000 = A_s (193\,951.8)$$

$$A_s = 9.74 \text{ cm}^2$$

$$14.25 \text{ cm}^2 > 9.74 \text{ cm}^2$$

Por lo tanto se dispone de $14.25 - 9.74 = 4.51 \text{ cm}^2$ para torsión en la cara superior.

Determinación del armado por cortante.

Se tiene que la contribución del concreto a la resistencia de una viga de concreto reforzado, V_c , está dada por:

$$V_c = \phi (0.53 \sqrt{f'_c} b d)$$

$$V_c = 0.85 (0.53)(\sqrt{250})(30)(56) = 11\,966.69 \text{ kg}$$

$$= 11.966 \text{ Ton}$$

Ahora, la contribución del acero es:

$$V_s = V_u - V_c = 15\,400 - 11\,966.69 = 3\,434 \text{ kg}$$

pero como $V_s = A_v f_y d / s$

sustituyendo valores

$$3\,434 = [A_v (4\,200)(56)] / 20$$

$$3\,434 = A_v (11.76)$$

$A_v = 0.29 \text{ cm}^2$, acero necesario para resistir cortante

Como se proponen estribos de 3/8", por dos ramas, 1.42 cm^2 . Se resta a esta área la requerida por cortante

$$1.42 - 0.29 = 1.13 \text{ cm}^2$$

Para torsión se dispone de 1.13 cm^2 por dos ramas de estribo, siendo 0.565 cm^2 por cada rama de estribos @ 20 cm

Revisión por torsión.

En acero longitudinal, se dispone de 4.51 cm^2 para torsión en la cara superior y de 8.89 cm^2 en el resto de la sección. Acero longitudinal disponible = 13.4 cm^2

En acero transversal, se dispone de 0.565 cm^2 en una rama de estribos @ 20 cm.

Valor límite para considerar el efecto de torsión

$$\phi (0.13 \sqrt{f'_c} \sum x^2 y)$$

$$0.85 (0.13)(\sqrt{250})(30^2)(60) = 94\ 346.55 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

$$= 0.943 \text{ Ton} \cdot \text{m}$$

$$0.943 \text{ Ton} \cdot \text{m} < 7 \text{ Ton} \cdot \text{m};$$

por lo tanto hay que considerar el efecto de torsión.

Cálculo de la contribución del concreto a la resistencia a torsión.

$$T_c = [0.2 \sqrt{f'_c} \sum x^2 y] / \sqrt{[1 + (0.4V_u / CtT_u)^2]}$$

$$Ct = bd / \sum x^2 y = 30(56) / (30)^2(60) = 0.0311$$

$$T_c = [0.2 \sqrt{250} (900)(60)] / \sqrt{[1 + (0.4)(15\ 400) / (0.0311)(700\ 000)]}$$

$$T_c = 1.643$$

$$\phi T_c = 0.85 (1.643) = 1.39$$

Ahora la contribución del acero, T_s , está dada por:

$$T_s = T_u - \phi T_c$$

$$= 7 - 1.39 = 5.61 \text{ Ton} \cdot \text{m}$$

$$= 561\ 000 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

De lo anterior, T_s no excede 4 veces T_c (6.572 Ton-m), cumpliéndose otra previsión del ACI.

De la expresión (4.7) para calcular el área transversal de acero necesaria por torsión en una rama de estribos @ 20 cm

$$A_t / s = (T_u - \phi T_c) / (\phi f_y \alpha_t x_1 y_1)$$

$$\alpha_t = (0.66 + 0.33 y_1/x_1)$$

$$= [0.66 + 0.33 (52/54)] = 1.375$$

$$A_t / s = 5\ 610\ 000 / [0.85(4\ 200)(1.375)(24)(52)]$$

$$A_t / s = 0.09157$$

$$A_t = 1.83 \text{ cm}^2; \text{ área necesaria de una rama de estribos @ 20 cm.}$$

De lo anterior, se tiene:

Área de acero necesaria de una rama de estribos por cortante = 0.145 cm²

Área de acero necesaria de una rama de estribos por torsión = 1.83 cm²

Área de acero necesaria por torsión y cortante = 1.975 cm²

Debido a que el acero transversal propuesto de 3/8" (0.71 cm²) no cubre el área necesaria para la combinación de torsión y cortante se cambiará a estribos de 5/8" (1.99 cm²) que es de área mayor a la calculada.

$$1.99 \text{ cm}^2 > 1.975 \text{ cm}^2$$

Para determinar el área de acero longitudinal el ACI propone dos expresiones, (4.9 y 4.10), escogiéndose la que dé el área mayor:

Primera expresión:

$$A_l = 2 A_t (x_1 + y_1) / s$$

$$A_l = 2 (1.83) (24 + 52) / 20$$

$$A_l = 13.908 \text{ cm}^2$$

o

Segunda expresión:

$$A_l = \left\{ \left(28 x_s / f_y \right) \left[T_u / (T_u + V_u / 3 C_t) \right] - 2 A_t \right\} \left\{ \left[x_1 + y_1 \right] / s \right\}$$

$$A_l = \left\{ \left[(28)(30)(20) / 4200 \right] \left[700000 / (700000) + (15400 / 3(0.311)) \right] \right\}$$

$$- 2 (1.83) \left\{ (24 + 52) / 20 \right\}$$

$$A_l = -1.6112 \text{ cm}^2$$

De acuerdo a lo anterior, la mayor área de acero fue la determinada con la expresión (4.9), $A_l = 13.908 \text{ cm}^2$

Se tiene que el área de acero disponible para torsión es de 13.4 cm², pero la requerida es mayor, faltando:

$$13.908 \text{ cm}^2 - 13.4 \text{ cm}^2 = 0.508 \text{ cm}^2$$

NORMAS ACTUALES DEL ACI

Por lo tanto se debe adicionar una barra de 1/2" (1.27 cm²) de acero longitudinal con lo cual se cubre el área requerida para flexión y torsión (23.648 cm²).

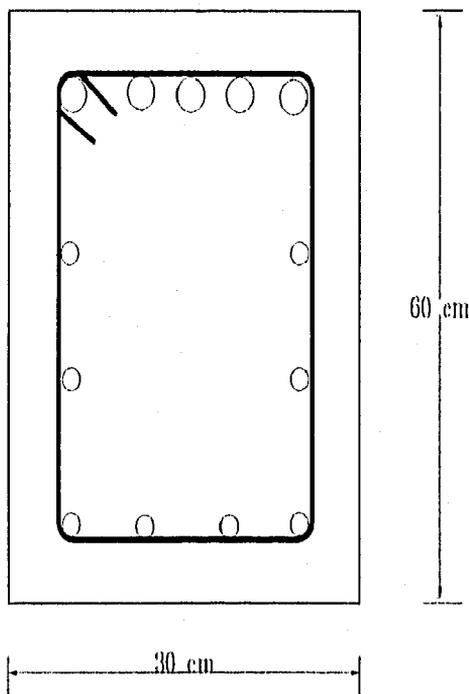
Área de acero necesaria para flexión y torsión = 23.648 cm²

Área de acero ya ajustada para flexión y torsión = 24.41 cm²

De lo anterior:

24.41 cm² > 23.648 cm²

De la revisión, se concluye que la sección óptima para resistir los efectos de torsión en combinación con flexión y cortante es la siguiente:



5 varillas de 3/4" = 14.25 cm²

8 varillas de 1/2" = 10.16 cm²

Estribos de 5/8" @ 20 cm

CAPITULO V
NORMAS ACTUALES DEL
DEPARTAMENTO DEL
DISTRITO FEDERAL

CAPITULO V

NORMAS ACTUALES DEL DEPARTAMENTO DEL DISTRITO FEDERAL

5.1 Introducción

El Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal, RCDF, que rige la normatividad de las edificaciones en la Ciudad de México, en su artículo 182, del capítulo III, referente a los criterios de diseño estructural, hace referencia a que toda estructura y cada una de las partes que la forman deberán ser diseñadas para tener seguridad adecuada para evitar la ocurrencia de un estado límite de falla, ante las combinaciones más desfavorables de carga que puedan presentarse durante la vida esperada. Esto tiene por objeto evitar cualquier situación de agotamiento de la capacidad de carga de la estructura o de cualesquiera de sus componentes, induciendo daños irreversibles que afecten la resistencia de la estructura.

Las Normas Técnicas Complementarias para el Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto, NTC, incluyen recomendaciones detalladas para cumplir con este propósito y asegurar que mediante el diseño adecuado de las estructuras de concreto, se evite la aparición de todo estado límite de falla.

5.2 Disposiciones de las NTC del DDF para diseño por torsión.

Las Normas Técnicas Complementarias para el Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto del Departamento del Distrito Federal disponen que en el diseño de las estructuras de concreto, se considere la torsión en elementos cuya longitud no sea menor que el doble de su peralte total. Las secciones transversales, sujetas a este efecto, que se sitúen a menos de un peralte efectivo de la cara del apoyo, pueden diseñarse para la torsión actuante a un peralte efectivo de dicha cara.

Estas previsiones no se aplican a miembros muy cortos, en virtud de que en éstos el mecanismo de falla por torsión es diferente del considerado para el desarrollo del procedimiento de diseño.

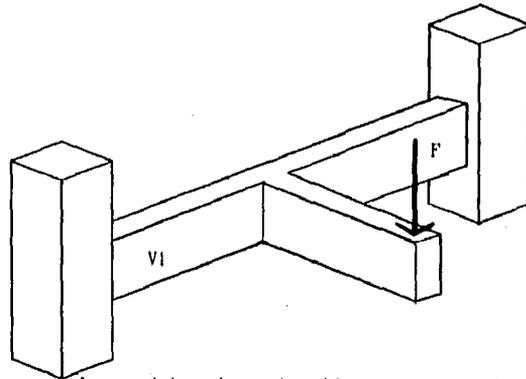
5.3 Condiciones en el diseño.

Las NTC, en forma similar a los Reglamentos Europeo e Inglés, consideran dos casos diferentes para el diseño por torsión:

- Torsión en miembros cuya resistencia a torsión es directamente necesaria para el equilibrio de la estructura o de parte de ella (fig. 5.1). En este caso se supone nulo el momento con que contribuye el concreto a la resistencia por torsión, $T_{CR} = 0$, para calcular las áreas de acero. Pero para determinar el refuerzo mínimo por torsión y el valor máximo admisible del momento torsionante de diseño, T_u , el valor de T_{CR} se determina mediante la ecuación (5.3). Para este caso, el refuerzo por torsión será suministrado de acuerdo a los requisitos establecidos en la sección 5.5, considerando $T_{CR} = 0$.

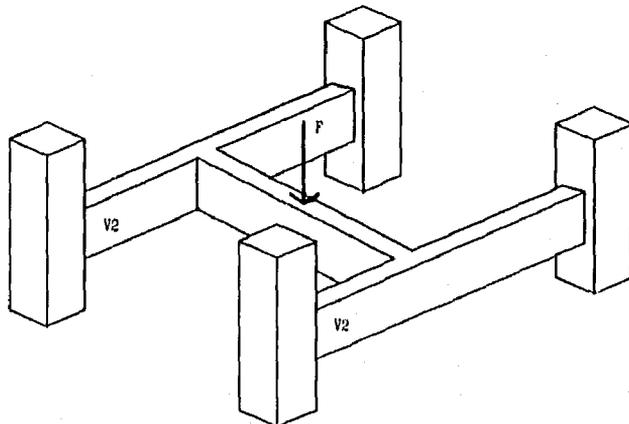
- Torsión en miembros que conformen estructuras hiperestáticas donde la falta de resistencia a torsión de ellos no afecte directamente el equilibrio de la estructura, el cual puede mantenerse por redistribución (fig. 5.2). Sin embargo, los momentos torsionantes que permanezcan pueden disminuir la resistencia a fuerza cortante, por lo que no es posible ignorar totalmente la torsión.

Para este caso, el momento torsionante de diseño, T_u , se calcula suponiendo en el análisis estructural que la rigidez a la torsión del elemento, debido al agrietamiento, se reduce a la mitad de la rigidez torsional elástica de la sección completa, calculada con el módulo de rigidez al cortante, G , que equivale a 0.4 veces el módulo de elasticidad del concreto, E . Este criterio es similar al del Reglamento Inglés.



La resistencia a torsión es necesaria para el equilibrio de la estructura.

figura 5.1



La resistencia a torsión no afecta directamente el equilibrio de la estructura

figura 5.2

5.4 Valor límite para considerar el efecto por torsión.

Se requerirá refuerzo por torsión cuando se cumpla la desigualdad:

$$T_u^2 / T_{OR}^2 + V_u^2 / V_{CR}^2 \geq 1.0 \quad (5.1)$$

donde:

T_u = momento torsionante de diseño

T_{OR} = momento torsionante resistente de diseño de un miembro sin refuerzo por torsión.

V_u = fuerza cortante de diseño.

V_{CR} = fuerza cortante de diseño que toma el concreto.

y, además cuando T_u sea mayor que T_{CR} , dado por la ecuación (5.3). De no cumplirse alguna de estas dos condiciones los efectos de la torsión se pueden despreciar. La expresión (5.1) es la representación de la interacción entre las resistencias a torsión y fuerza cortante de un miembro sin refuerzo transversal.

Para secciones rectangulares, T, I o L, el momento resistente de diseño de un miembro sin refuerzo por torsión, T_{OR} , y el momento con que contribuye el concreto en un miembro reforzado por torsión, T_{CR} , se determinan por las expresiones:

$$T_{OR} = 0.6 FR \Sigma x^2 y \sqrt{f^*c} \quad (5.2)$$

$$T_{CR} = 0.25 T_{OR} \quad (5.3)$$

donde:

FR = factor de resistencia (se considera 0.8 para torsión).

x = lado menor del elemento.

y = lado mayor del elemento

f^*c = resistencia nominal del concreto a compresión (0.8 f^c)

La sumatoria $\Sigma x^2 y$ para elementos que contengan patines, se debe emplear para todos los rectángulos componentes de la sección, considerando el alma con el peralte completo de la sección en cuestión, pero sin tomar y mayor que 3x. Tanto la ecuación (5.2) como la (5.3) se pueden usar para secciones circulares tomando $x=y=0.8$ diámetros.

El valor de T_{CR} dado por la expresión (5.3) representa el nivel al que puede llegar el momento torsionante de diseño, T_u , sin que se presente una disminución considerable de la resistencia a fuerza cortante; por otra parte, es un valor conservador de la contribución del concreto en un elemento reforzado, en buena parte constituida por el

momento de las fuerzas cortantes que toman directamente las barras longitudinales. Estos conceptos, así como el criterio adoptado para determinar cuándo se puede despreciar la torsión, se muestran en la figura 5.3.

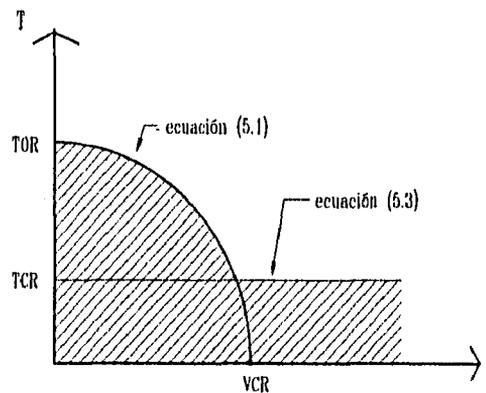


figura 5.3

5.5 Refuerzo necesario por torsión.

Las previsiones de las Normas Técnicas Complementarias consideran que el refuerzo necesario por torsión estará formado por estribos cerrados perpendiculares al eje del elemento y por barras longitudinales. Para elementos de sección transversal circular los estribos serán circulares.

El refuerzo requerido para torsión, será combinado con el necesario de los otros elementos mecánicos actuantes en la sección, a condición de que el área de refuerzo suministrada no sea menor que la suma de las áreas individuales necesarias y de que se cumplan los requisitos de espaciamiento y distribución del refuerzo. El refuerzo para torsión se debe extender más allá de su distancia teórica cuando menos el peralte total más el ancho del elemento ($h + b$).

El refuerzo transversal cuando se requiera refuerzo para torsión, como se señaló, consistirá de estribos cerrados, cuya área se determinará por la expresión siguiente:

$$A_{sv} = [s (T_u - T_{CR})] / [FR \Omega x_1 y_1 f_{yv}] \quad (5.4)$$

donde:

A_{sv} = área transversal de una sola rama de estribo.

x_1, y_1 = lados menor y mayor de un estribo medidos centro a centro.

s = separación de los estribos.

f_{yv} = esfuerzo de fluencia de los estribos; el grado de este acero no será mayor que el 42.

$$\Omega = 0.67 + 0.33 y_1 / x_1 \leq 1.5$$

Para el caso de miembros de sección circular, x y y , se tomarán con un valor igual a ocho décimos del diámetro del estribo circular medido centro a centro.

El área de los estribos por torsión y fuerza cortante no podrá ser menor que la calculada por la expresión anterior, suponiendo a $T_u = 4T_{CR}$; sin embargo, no es necesario que sea mayor que 1.33 veces la requerida para T_u y V_u obtenidos del análisis estructural. La separación de los estribos no debe ser mayor que el ancho de los estribos, ni que la mitad de su altura, ni mayor de 30 cm.

Para refuerzo longitudinal, el área de las barras longitudinales, A_{st} , se puede determinar con la expresión:

$$A_{st} = (2 A_{sv} / s) (x_1 + y_1) f_{yv} / f_y \quad (5.5)$$

donde f_y es el esfuerzo de fluencia del acero longitudinal.

Esta área de refuerzo longitudinal en ningún momento será menor que la calculada, usando el área transversal de una sola rama de estribo, A_{sv} , mínima obtenida de acuerdo a la expresión (5.4). La separación entre las barras longitudinales no excederá de 50 cm y el diámetro de las mismas no debe ser menor que el de los estribos.

Se dispone que el refuerzo longitudinal se distribuirá en el perímetro de la sección, colocándose por lo menos una barra en cada esquina.

En el caso de refuerzo helicoidal, éste puede sustituir a la combinación de refuerzo transversal y longitudinal, siendo continuo y constituido por tramos a 45° con las aristas del miembro. El espaciamiento, medio sobre el eje de la pieza, se obtiene dividiendo entre $\sqrt{2}$ el valor obtenido de A_{sv} por la expresión (5.4). Este espaciamiento no excederá el valor de y_1 .

El valor del momento torsionante de diseño, T_u , no podrá ser mayor que

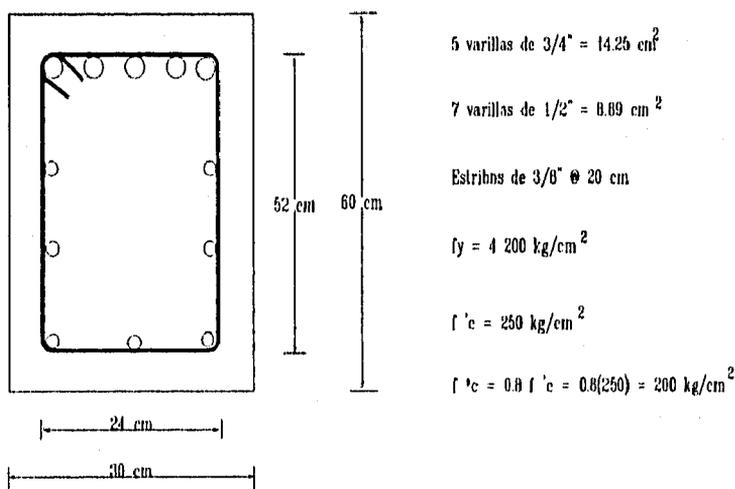
$$1.25 T_{CR} \sqrt{16 - [V_u / (0.5 FR b d \sqrt{f'_c})]^2} \quad (5.6)$$

en ninguna sección.

Esta limitación de T_u es necesaria para evitar que el concreto falle por las compresiones diagonales causadas por la torsión, antes de que fluya el refuerzo.

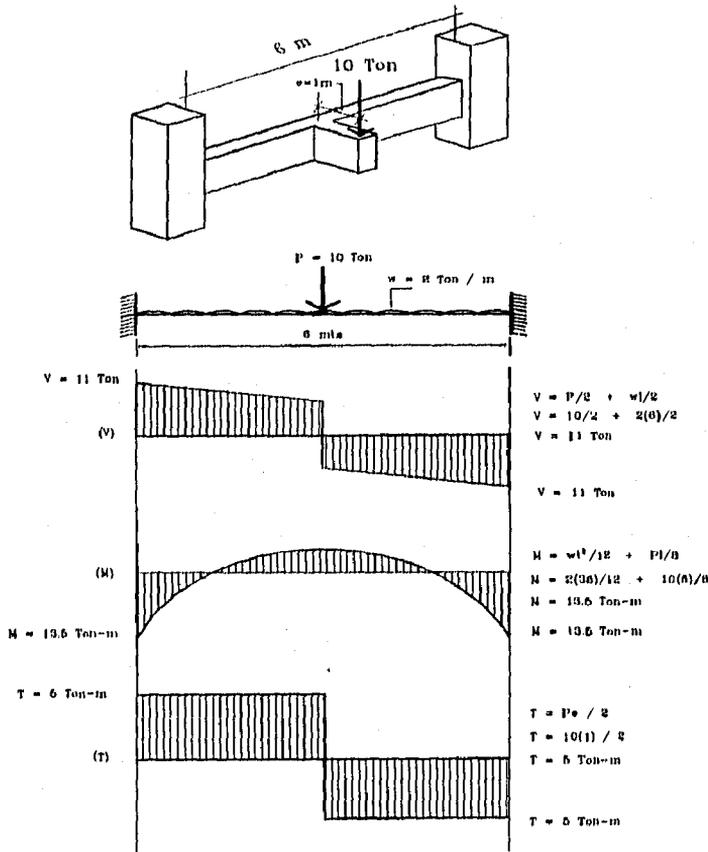
5.6 Aplicación a un ejemplo de las NTC.

Para ilustrar la aplicación de las NTC para diseño por torsión, se propone una sección transversal con las mismas características de la analizada en el capítulo anterior, referente a las normas ACI, con la finalidad de realizar una comparación de los dos métodos de diseño.



NORMAS ACTUALES DEL DDF

Con las mismas condiciones de empotramiento y carga, se tienen los siguientes elementos mecánicos:



Una vez realizado el análisis elástico, se procede a afectar a los elementos mecánicos por el factor de carga correspondiente FC (las NTC sugieren $FC = 1.4$ para cargas permanentes), calculando así los de diseño:

$$Vu = 11 (1.4) = 15.4 \text{ Ton}$$

$$Mu = 13.5 (1.4) = 18.9 \text{ Ton - m}$$

$$Tu = 6 (1.4) = 7 \text{ Ton - m}$$

Se cumplen los requisitos de refuerzo longitudinal de las NTC del DDF:

La separación del refuerzo transversal es @ 20 cm, no mayor que 24 cm (ancho de estribos), no mayor de 26 cm (mitad de la altura de los estribos) ni mayor de 30 cm.

El refuerzo longitudinal es mayor de 3/8", la separación no excede de 50 cm; se distribuye en el perímetro de la sección, colocándose una barra en cada esquina.

Previamente de realizar las revisiones de refuerzo correspondientes a la combinación de los elementos mecánicos, se verificará que el momento torsionante de diseño, $T_u = 7 \text{ Ton} \cdot \text{m}$, no exceda del permitido por (expresión 5.6):

$$1.25 T_{CR} \sqrt{16 - [V_u / (0.5 FR b d \sqrt{f'_c})]^2}$$

De la expresión (5.2)

$$\begin{aligned} T_{OR} &= 0.6 FR \sum x^2 y \sqrt{f'_c} \\ &= 0.6 (0.8)(30)^2(60) \sqrt{200} = 366\,564.15 \text{ kg} \cdot \text{cm} \\ &= 3.66 \text{ Ton} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

pero,

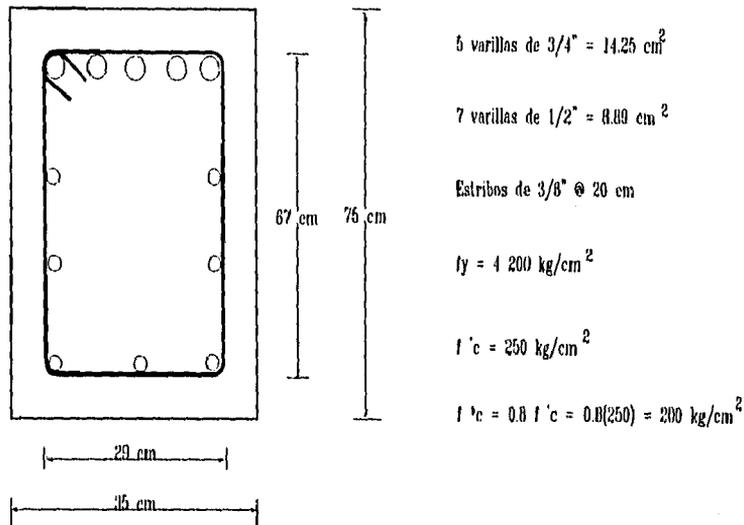
$$\begin{aligned} T_{CR} &= 0.25 T_{OR} \\ &= 0.25 (366\,564.15) = 91\,641.038 \text{ kg} \cdot \text{cm} \end{aligned}$$

sustituyendo valores

$$\begin{aligned} &1.25 (91\,641.038) \sqrt{16 - [15\,400 / (0.5)(0.8)(56)(\sqrt{200})]^2} \\ &= 418\,921.66 \text{ kg} \cdot \text{cm} \\ &= 4.18 \text{ Ton} \cdot \text{m} \\ &7 \text{ Ton} \cdot \text{m} > 4.18 \text{ Ton} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

Por lo tanto, se deberán aumentar las dimensiones de la sección:

Proponiendo $b = 35 \text{ cm}$ y $h = 75 \text{ cm}$, quedando $d = 71 \text{ cm}$. Se tendría una sección con las mismas características de armado



De esta sección hace la revisión nuevamente

$$T_{OR} = 0.6 (0.8)(35)^2(71)(\sqrt{200}) = 590\,405.878 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

$$T_{CR} = 0.25 (590\,405.878) = 147\,601.47 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

sustituyendo valores

$$1.25 (147\,601.47) \sqrt{16 - [15\,400 / ((0.5)(0.8)(35)(71)(\sqrt{200}))]^2}$$

$$= 709\,788.93 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

$$= 7.09 \text{ Ton} \cdot \text{m}$$

$$7.09 \text{ Ton} \cdot \text{m} > 7 \text{ Ton} \cdot \text{m},$$

La sección es óptima para resistir el momento torsionante de diseño, T_u .

Por otra parte, las NTC sugieren que cuando se cumpla la desigualdad de la expresión (5.1) se deben considerar los efectos de torsión.

De la expresión (5.1):

$$T_u^2 / T_{OR}^2 + V_u^2 / V_{CR}^2 \geq 1.0$$

Sustituyendo:

$$(7^2) / (3.66^2) + (15.4^2) / (9.492^2) = 6.29$$

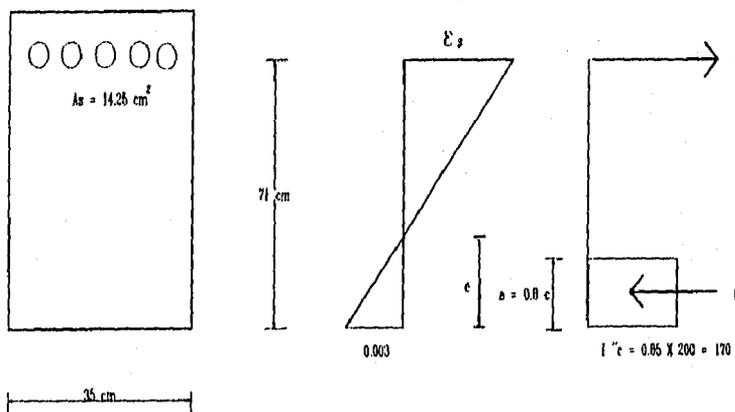
6.29 > 1. Por lo tanto hay que considerar los efectos de la torsión.

Ya realizada la corrección en las dimensiones de la sección, se siguen cumpliendo los requisitos de espaciamiento del refuerzo.

El refuerzo por torsión se combinará con el necesario para otros elementos mecánicos (flexión y cortante), el cual se descontará del refuerzo propuesto de la sección y se verificará que el restante sea igual o mayor que el requerido por torsión.

Determinación del refuerzo por flexión.

De acuerdo a las hipótesis de las NTC se realizará el siguiente procedimiento para determinar el refuerzo por flexión.



Se propone una profundidad del eje neutro $c = 20 \text{ cm}$.

$$a = 0.8c = 0.8(20) = 16 \text{ cm}$$

La fuerza de compresión, C, se determina por

$$C = f_c^c (a)(b)$$

$$C = (170)(16)(35) = 95\ 200\ \text{kg}$$

Por triángulos semejantes

$$e_x = 0.003(51) / 20 = 0.00765$$

$$e_y = 4\ 200 / 2\ 100\ 000 = 0.002$$

$e_x > e_y$, por lo tanto $f_s = f_y = 4\ 200\ \text{kg} / \text{cm}^2$

La fuerza de tensión, T, se determina por:

$$T = A_s f_y = 14.25 (4\ 200) = 59\ 850\ \text{kg}$$

$C \gg T$,

hay que disminuir el valor de c

$$c = (59\ 850) / (0.8)(170)(35) = 12.573\ \text{cm}$$

$$a = 0.8c = 0.8(12.573) = 10.058\ \text{cm}$$

Por lo tanto, la fuerza de compresión será:

$$C = 170 (10.058)(35) = 59\ 850\ \text{kg}$$

Así entonces $C = T$

Entonces:

$$M_{cr} = T \cdot e$$

$$e = d - a/2 = 70 - 10.058/2 = 54.971\ \text{cm}$$

$$M_{cr} = 59\ 850 \cdot 54.971 = 3\ 289\ 700\ \text{kg}\cdot\text{cm}$$

$$M_{cr} = 32.897\ \text{ton}\cdot\text{m}$$

$$M_{cr} = 32.897\ \text{ton}\cdot\text{m} < 200\ \text{ton}\cdot\text{m} < 300\ \text{ton}\cdot\text{m}$$

La fuerza de compresión, C, se determina por

$$C = (f_c)(a)(b)$$

$$C = (170)(16)(35) = 95\ 200\ \text{kg}$$

Por triángulos semejantes

$$e_s = 0.003(51) / 20 = 0.00765$$

$$e_y = 4\ 200 / 2\ 100\ 000 = 0.002$$

$$e_s > e_y, \text{ por lo tanto } f_s = f_y = 4\ 200\ \text{kg} / \text{cm}^2$$

La fuerza de tensión, T, se determina por:

$$T = A_s f_y = 14.25 (4\ 200) = 59\ 850\ \text{kg}$$

$$C \gg T,$$

hay que disminuir el valor de c

$$c = (59\ 850) / (0.8)(170)(35) = 12.573\ \text{cm}$$

$$a = 0.8 c = 0.8(12.573) = 10.058\ \text{cm}$$

Por lo tanto, la fuerza de compresión será:

$$C = 170 (10.058)(35) = 59\ 850\ \text{kg}$$

$$\text{Así entonces } C \cong T$$

Ahora,

$$M_u = T z$$

$$z = d - a/2 = (71 - 10.058/2) = 65.971\ \text{cm}$$

$$M_u = MR = FR T z$$

$$M_u = FR A_s f_y (d - a/2)$$

$$1\ 890\ 000 = 0.9 A_s (4\ 200) (65.971)$$

$$1\ 890\ 000 = A_s (249\ 370.38)$$

$$A_s = 7.58\ \text{cm}^2$$

$$14.25\ \text{cm}^2 < 7.58\ \text{cm}^2$$

Se dispone para torsión en la cara superior de $14.25 - 7.58 = 6.67\ \text{cm}^2$

Determinación del refuerzo por cortante.

De acuerdo a las NTC, para considerar la expresión adecuada que determina la contribución del concreto en la resistencia del elemento sometido a fuerza cortante, se obtiene la relación claro peralte, $0.6 / 0.71 = 8.45$, como su valor no es menor que 5 y la relación:

$$p = A_s / bd$$

$$A_s = \text{área de refuerzo longitudinal en tensión} = 11.4\ \text{cm}^2$$

$$p = 11.4 / (35)(71) = 0.0045$$

$p < 0.01$, se emplea la expresión:

$$\begin{aligned} V_{CR} &= FR\ b\ d\ (0.2 + 30p)\ \sqrt{f^*c} \\ &= 0.8(35)(71)(0.2 + 30(0.0045))\sqrt{200} \\ &= 9\ 492.20\ \text{kg} \\ &= 9.492\ \text{Ton} \end{aligned}$$

$$V_u - V_{CR} = 15.4 - 9.492 = 5.907\ \text{Ton}$$

Determinación del refuerzo transversal

$$s = FR\ A_v\ f_y\ d\ (\text{sen}\theta + \text{cos}\theta) / V_u - V_{CR}$$

$\theta = 90^\circ$; $(\text{sen}\ 90^\circ + \text{cos}\ 90^\circ) = 1$, por ser estribos perpendiculares al eje del elemento.

$$20 = (0.8) A_v (4\ 200)(71)(1) / 5907.79$$

$$20 = A_v (40.3805)$$

$A_v = 0.4952\text{ cm}^2$ por dos ramas de estribos.

Para una rama de estribos se tiene 0.2476 cm^2 , como se proponen estribos de $3/8''$ (0.71 cm^2 por rama). Para torsión se dispone de $0.71 - 0.2476 = 0.4623\text{ cm}^2$ para una rama de estribos.

Revisión por torsión.

En acero longitudinal, se dispone de 6.67 cm^2 en la cara superior y de 8.89 cm^2 para el resto de sección. Acero longitudinal disponible = 15.56 cm^2

En acero transversal, se dispone de 0.4623 cm^2 para una rama de estribos @ 20 cm

Para el elemento que se está analizando, su resistencia a la torsión es necesaria para el equilibrio de la estructura. Por lo tanto, se considera nulo el momento con que contribuye el concreto, $T_{CR} = 0$. Esto para la determinación de las áreas de acero.

De la expresión (5.4)

$$A_{sv} = s (T_u - T_{CR}) / FR \Omega x_1 y_1 f_y$$

$$\Omega = 0.67 + 0.33 y_1/x_1 \leq 1.5$$

$$= 0.67 + 0.33 (67/29)$$

$$= 1.43 \leq 1.5\text{ O. K.}$$

$$A_{sv} = 20(700\ 000) / (0.8)(1.43)(29)(67)(4\ 200)$$

$$= 1.49\text{ cm}^2\text{ Area necesaria de una rama de estribos para resistir torsión.}$$

Se tiene disponible 0.4623 cm², por lo tanto $1.49 - 0.4623 = 1.0347$ cm² de área de acero faltante.

Área de acero de una rama de estribos necesaria para cortante = 0.247 cm²

Área de acero de una rama de estribos necesaria para torsión = 1.49 cm²

Área necesaria para torsión y cortante 1.73 cm²

De acuerdo a lo anterior, el área de acero transversal propuesta de 3/8" (0.71 cm²) no cubre el área necesaria para la combinación de torsión y cortante, se requiere cambiar a estribos de 5/8" (1.99cm²) @ 20 cm para cubrir los requerimientos.

Del área de estribos requerida por torsión y cortante, las NTC sugieren que su valor no sea menor que el dado por la expresión (5.4) al sustituir T_u por $4T_{CR}$:

$$T_{CR} = 91\ 641 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

$$4T_{CR} = 366\ 564 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

Sustituyendo en (5.4)

$$A_{sv} = 20(366\ 564) / (0.8)(1.43)(29)(67)(4\ 200)$$

$$A_{sv} = 0.785 \text{ cm}^2$$

$1.73 \text{ cm}^2 > 0.785 \text{ cm}^2$. Se cumple la disposición de las NTC.

Determinación del acero longitudinal con la expresión (5.5)

$$A_{st} = [2 A_{sv} / s] (x_1 + y_1) f_{yv} / f_y$$

f_{yv} = esfuerzo de fluencia del acero transversal.

Se tiene que $f_{yv} = f_y = 4\ 200 \text{ kg/cm}^2$

sustituyendo valores

$$A_{st} = [2(1.49)/20] (29 + 67) (1)$$

Se tiene disponible 0.4623 cm^2 , por lo tanto $1.49 - 0.4623 = 1.0347 \text{ cm}^2$ de área de acero faltante.

Área de acero de una rama de estribos necesaria para cortante = 0.247 cm^2

Área de acero de una rama de estribos necesaria para torsión = 1.49 cm^2

Área necesaria para torsión y cortante 1.73 cm^2

De acuerdo a lo anterior, el área de acero transversal propuesta de $3/8''$ (0.71 cm^2) no cubre el área necesaria para la combinación de torsión y cortante, se requiere cambiar a estribos de $5/8''$ (1.99 cm^2) @ 20 cm para cubrir los requerimientos.

Del área de estribos requerida por torsión y cortante, las NTC sugieren que su valor no sea menor que el dado por la expresión (5.4) al sustituir T_u por $4T_{CR}$:

$$T_{CR} = 91\,641 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

$$4T_{CR} = 366\,564 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

Sustituyendo en (5.4)

$$A_{sv} = 20(366\,564) / (0.8)(1.43)(29)(67)(4\,200)$$

$$A_{sv} = 0.785 \text{ cm}^2$$

$1.73 \text{ cm}^2 > 0.785 \text{ cm}^2$. Se cumple la disposición de las NTC.

Determinación del acero longitudinal con la expresión (5.5)

$$A_{st} = [2 A_{sv} / s] (x_1 + y_1) f_{yv} / f_y$$

f_{yv} = esfuerzo de fluencia del acero transversal.

Se tiene que $f_{yv} = f_y = 4\,200 \text{ kg/cm}^2$

sustituyendo valores

$$A_{st} = [2(1.49)/20] (29 + 67) (1)$$

NORMAS ACTUALES DEL DDF

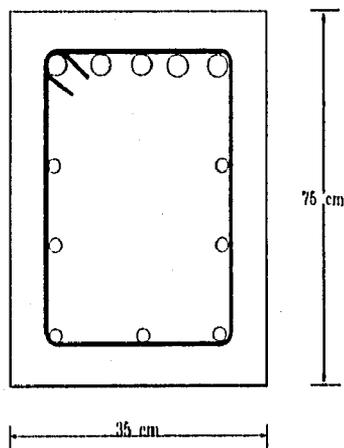
$$A_{st} = 14.304 \text{ cm}^2$$

Pero,

$$15.56 \text{ cm}^2 > 14.304 \text{ cm}^2$$

El área disponible para torsión es mayor que la requerida en la revisión, por lo tanto, no hay la necesidad de agregar más refuerzo longitudinal.

De la revisión, se concluye que la sección óptima para resistir los efectos de torsión en combinación con flexión y cortante es la siguiente:



$$5 \text{ varillas de } 3/4" = 14.25 \text{ cm}^2$$

$$7 \text{ varillas de } 1/2" = 8.89 \text{ cm}^2$$

Estribos de $5/8" \ @ \ 20 \text{ cm}$

CAPITULO VI
NORMAS DEL COMITE
EUROPEO DEL CONCRETO

CAPITULO VI

NORMAS DEL COMITE EUROPEO DEL CONCRETO

6.1 Introducción.

Al igual que las Normas Técnicas Complementarias, el Reglamento del Comité Europeo del Concreto del año de 1990 (CEB - FIP Model Code 1990), vigente en la actualidad, en su Parte II referente a los procedimientos de diseño, indica que todo elemento estructural debe diseñarse para tener una seguridad adecuada ante la aparición de algún estado límite de falla que afecte su resistencia.

Por otra parte, el CEB proporciona disposiciones adecuadas para lograr un diseño óptimo, que garantice seguridad adecuada ante todo estado límite de falla.

6.2 Alcance y suposiciones del CEB para diseño por torsión.

Las previsiones del CEB son aplicables a miembros lineales que estén sometidos a los efectos de la torsión en combinación con los de fuerza axial y cortante. Se aplican tanto a secciones transversales sólidas como a secciones huecas o abiertas en las que los efectos de cortante longitudinal y flexión transversal son despreciables. Estos efectos se pueden despreciar por el espesor de las paredes de la sección transversal o por las condiciones particulares de carga. Sin embargo, cuando los efectos de cortante longitudinal en vigas con secciones en cajón sean considerables será necesario adecuar el diseño para su consideración.

6.2.1 Tipos de torsión

De manera similar a las NTC del DDF, el CEB considera dos tipos diferentes de torsión:

- Torsión en elementos en los que la presencia de este efecto es necesaria para mantener el equilibrio de la estructura. A este tipo de torsión se le conoce como "torsión de equilibrio".

- Torsión que actúa en elementos como acción secundaria inducida por los requerimientos de continuidad en estructuras hiperestáticas en que la torsión es debida solamente a la restricción de la rotación del elemento, producida por otros elementos adyacentes. Esta torsión es conocida como "torsión de compatibilidad".

Para la torsión de compatibilidad, los momentos torsionantes pueden despreciarse para la revisión de los estados límite de falla siempre y cuando el elemento sea reforzado con estribos cerrados perpendiculares al eje longitudinal de la viga, y

- a) Los estribos tengan sus ramas cercanas al perímetro de la sección.
- b) Los estribos representen un valor de porcentaje de acero de refuerzo, ρ_{sw} :

$$\rho_{sw} = A_{sw} f_{yk} / (b_w s f_{ctm}) \geq 0.2 \quad (6.1)$$

donde

A_{sw} = área de acero de dos ramas de un estribo.

f_{yk} = resistencia a la fluencia del acero.

b_w = ancho de la sección.

NORMAS DEL COMITE EUROPEO DEL CONCRETO

s = separación de los estribos.

f_{ctm} = resistencia del concreto a la tensión.

c) La separación s de las ramas de un estribo no exceda el valor menor de $0.75b$ y $0.75d$ en la dirección longitudinal o $0.75d$ en la dirección transversal.

En el caso de que la torsión de compatibilidad se desprecie, el diseño deberá implicar que la rigidez torsional sea tomada igual a cero en el análisis estructural.

A diferencia de las previsiones del ACI y de las NTC del DDF, este Reglamento propone además otra distinción para la torsión:

- Torsión en la cual el equilibrio del elemento se mantiene por un flujo cerrado de cortante tangencial, la que es conocida como "torsión circulante".

Aquí la resistencia a la torsión es proporcionada por las fuerzas cortantes que pueden o no requerir de acciones de flexión longitudinal. La resistencia a la torsión sin flexión longitudinal corresponde en términos de teoría de la elasticidad a la torsión de St. Venant. Dicha torsión se representa en la figura 6.1.

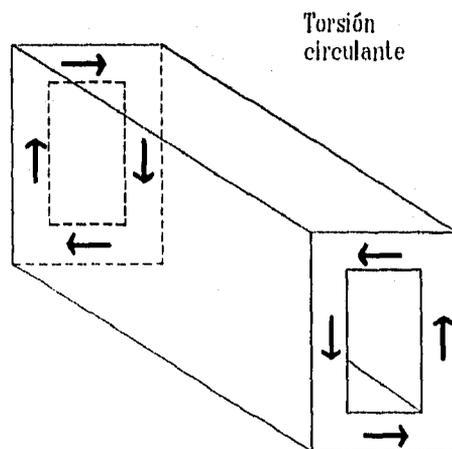


figura 6.1

- Torsión debida a la restricción de las deformaciones longitudinales, ya sea por restricciones laterales o por nudos rígidos. A esta torsión se le llama "torsión de alabeo" (fig. 6.2).

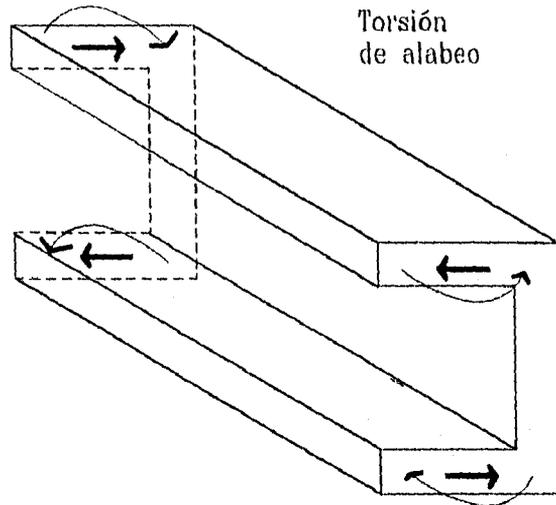


figura 6.2

El CEB considera a estos dos tipos de torsión de gran importancia en sus disposiciones. Se dan métodos de revisión específicos para la torsión circulante en la Sección 6.3 y para la torsión de alabeo en la sección 6.4. Se propone que al analizar un elemento estructural sometido a torsión, se considere a las grietas de torsión una inclinación θ y que se le asimile al modelo de la armadura.

Cabe destacar que el modelo de la armadura, también conocido como el de la armadura espacial, empleado por el CEB está basado en resultados de pruebas experimentales tanto en vigas de secciones sólidas como de secciones huecas por los que se demuestra que cuando ocurre el agrietamiento, el concreto en el núcleo de la sección no

tiene aportación en la resistencia a la torsión y por lo tanto se desprecia. De esta manera, las vigas son equivalentes a miembros estructurales huecos y se idealizan como tubos de pared delgada.

Ya ocurrido el agrietamiento, el tubo se considera como una armadura espacial constituida por los estribos cerrados, las barras longitudinales en las esquinas y diagonales a compresión del concreto a un ángulo θ ; separadas estas diagonales por las grietas a tensión diagonal provocadas por la torsión (fig. 6.3).

Analogía de la armadura espacial

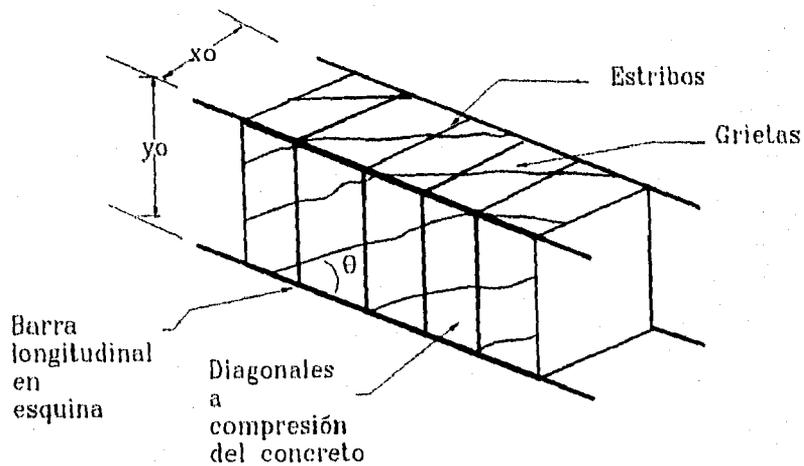


figura 6.3

6.2.2 Consideraciones para torsión.

Las secciones que estén afectadas por la torsión, lejanas a los efectos locales en los apoyos o a cargas concentradas, pueden diseñarse considerando a la torsión como la

acción conjunta de momentos longitudinales y fuerzas cortantes que actúan sobre paredes de la sección reales o equivalentes que representan al elemento. Cada pared puede diseñarse para la combinación de los efectos de torsión con otros efectos de carga.

6.3 Torsión circulante.

La torsión circulante es considerada por las normas del CEB que actúa en tres tipos diferentes de secciones transversales:

a) Secciones transversales huecas.

En este tipo de secciones, el espesor efectivo de la sección, t_{ef} , de acuerdo a la analogía de la armadura, que se considera en los cálculos no ha de:

- Exceder el espesor real de las paredes.
- Ser menor que dos veces la distancia entre la cara externa de la pared y el centro del refuerzo longitudinal.

Además de las limitaciones anteriores, el espesor efectivo mínimo debe ser determinado considerando los efectos combinados del momento flexionante, la fuerza cortante, la fuerza axial y el momento torsionante.

También, como una primera aproximación, el espesor efectivo puede ser considerado como:

- El espesor real de la pared si éste es menor que A/u , o $t_{ef} = A/u$, en caso contrario.

donde:

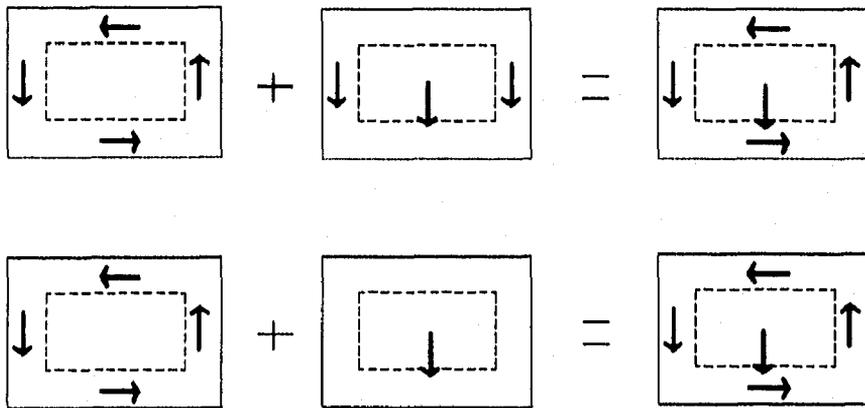
u = es el perímetro externo de la sección transversal.

A = es el área limitada por ese perímetro.

b) Secciones sólidas.

De acuerdo a la analogía de la armadura espacial, una sección transversal sólida puede ser considerada como una sección hueca equivalente en la que el espesor de las paredes no ha de ser menor que dos veces la distancia entre la cara externa y el centro del refuerzo longitudinal. Como una primera aproximación el espesor efectivo puede ser considerado como $t_{ef} = A/u$.

En secciones rectangulares de este tipo, los efectos del momento flexionante, fuerza cortante y fuerza axial se considera que actúan sobre todo el ancho de la sección, pero que pueden ser redistribuidos a través de la sección para optimizar el diseño. Para la sumatoria de los efectos de torsión y cortante, es aceptable cualquiera de las dos soluciones mostradas en la figura 6.4.



Alternativas para la sumatoria de torsión y cortante

figura 6.4

De manera similar, los efectos de la fuerza axial pueden ser distribuidos sobre la sección de manera proporcional a las áreas de las paredes que la conforman. No obstante, es aceptable distribuir este efecto en sólo algunas de las paredes de la sección.

c) Secciones compuestas de rectángulos.

Para el caso de secciones transversales que estén conformadas por rectángulos, el CEB sugiere que la torsión aplicada al elemento sea distribuida en cada rectángulo en proporción al valor de $x_i^3 y_i$ para cada uno de ellos.

Entonces, los efectos de la torsión correspondientes para un cierto rectángulo i , están dados por:

$$T_{sdi} = T_{Sd} (x_i^3 y_i / \sum x_i^3 y_i) \quad (6.2)$$

donde:

T_{sdi} = es la torsión resistida por el rectángulo i .

T_{Sd} = es la torsión total de diseño aplicada a la sección.

x_i = es la menor dimensión de un solo rectángulo.

y_i = es la mayor dimensión de un solo rectángulo.

De acuerdo a lo anterior, cada rectángulo i es tratado como una sección sólida sujeta a la torsión T_{sdi} .

Por otra parte, si alguno de los rectángulos que componen a la sección tiene un valor de $x_i^3 y_i$ marcadamente mayor que para otros rectángulos, entonces este rectángulo será el que se considere para resistir la torsión total.

La manera adecuada de considerar a una sección compuesta de rectángulos, así como el uso de un sólo rectángulo principal, se muestra en la figura 6.5.

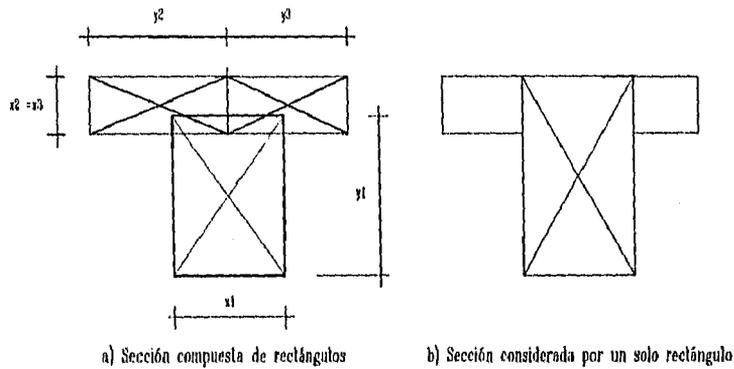


figura 6.5

6.3.1 Fuerza cortante y flujo cortante que actúan en las paredes de la sección.

Por la analogía de la armadura, toda sección transversal es considerada como sección hueca, llamada real cuando efectivamente sea hueca o equivalente cuando se desprece el núcleo de concreto en una sección sólida. En estas secciones el flujo de cortante debido a la torsión puede considerarse constante y actuando en el eje central de cada pared.

El flujo de cortante, es evaluado por la siguiente expresión:

$$\tau_{ti} t_{eff} = Tsd / 2 A_{ef} \delta \quad (6.3)$$

donde:

τ_{ti} = es el esfuerzo cortante debido a torsión.

t_{eff} = es el espesor efectivo de una pared de la sección.

Tsd = es el momento torsionante de diseño.

A_{ef} = es el área encerrada por los ejes centrales de las paredes.

δ = es un coeficiente numérico.

Para secciones circulares $\delta = 1.0$

Para una sección rectangular de dimensiones b_x y b_y , donde $b_y > b_x$,

$$\delta = 1.0 - 0.25 b_x / b_y$$

Así mismo, la fuerza cortante debida a torsión en una pared de la sección se determina mediante:

$$V_{sd,t} = T_{sd} Z_i / 2 A_{ef} \delta \quad (6.4)$$

donde

Z_i = es la longitud de una pared de la sección, medida entre los ejes centrales de las paredes adyacentes (fig. 6.6)

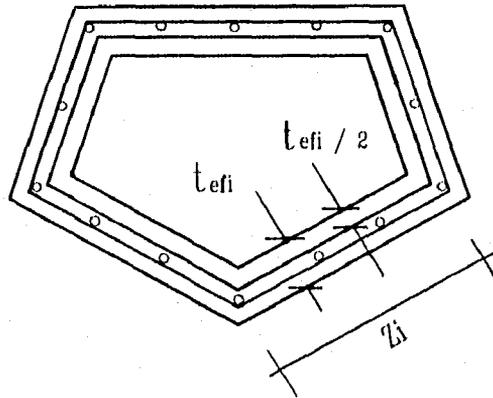


figura 6.6

6.3.2 Diseño de las paredes de la sección transversal.

El método de diseño por torsión del Comité Europeo del Concreto difiere notablemente de las disposiciones actuales tanto del ACI como de las Normas Técnicas

Complementarias del DDF. En virtud de que la sección transversal de un elemento se considera de acuerdo a la analogía de la armadura, cada pared de la sección debe ser diseñada para las fuerzas cortantes y normales resultantes de la combinación de los elementos mecánicos de diseño que actúan en la sección (figura 6.7):

$$V_{sdi} = V_{sdi,t} + V_{sdi,v} \quad (6.5)$$

donde

$V_{sdi,t}$ = es la fuerza cortante de diseño debida a torsión (expresión 6.4).

$V_{sdi,v}$ = es la fuerza cortante de diseño debida a cortante transversal.

$$N_{sdi} = N_{sdi,m} + N_{sdi,n} \quad (6.6)$$

donde

$N_{sdi,m}$ = es la fuerza normal debida a flexión.

$N_{sdi,n}$ = es la fuerza normal debida a fuerza axial.

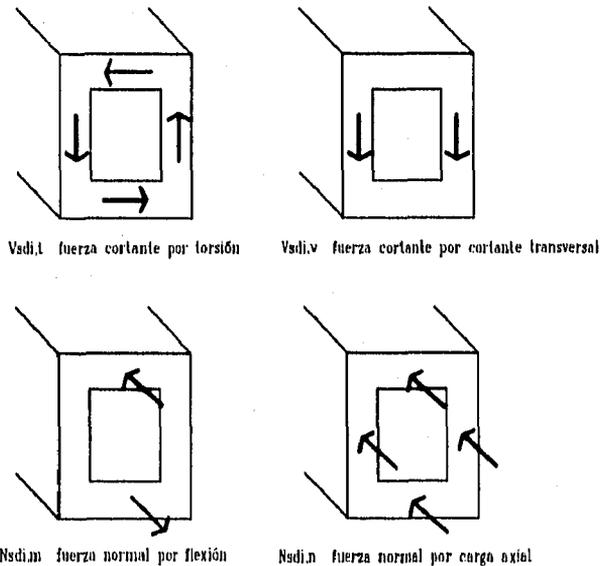


figura 6.7

NORMAS DEL COMITE EUROPEO DEL CONCRETO

Cuando se trate secciones sometidas a los efectos de presfuerzo, otros efectos deben ser considerados en la determinación de V_{sdi} y N_{sdi} . Las fuerzas de presfuerzo pueden ser consideradas como un sistema externo de cargas.

6.3.3 Revisiones.

Las revisiones que se realizan a un elemento difieren según se considere que las paredes del mismo se consideren agrietadas o no.

a) Paredes no agrietadas.

Una pared se puede considerar como no agrietada cuando:

- Sea paralela al eje en torno al cual el elemento se flexiona, y
- El máximo esfuerzo principal a la tensión del concreto, $\sigma_{ct,max}$, sea menor o igual a la resistencia del concreto a la tensión, f_{ctd} .

La verificación de $\sigma_{ct,max} \leq f_{ctd}$ debe hacerse en el centro de cada pared y los esfuerzos cortantes debidos a torsión deben calcularse por la ecuación (6.3). Los esfuerzos debidos a los efectos de carga restantes deben calcularse bajo la suposición de que la sección tiene un comportamiento elástico-lineal.

b) Paredes con grietas inclinadas.

Para el caso de que se consideren paredes con grietas inclinadas, las verificaciones siguientes deben hacerse si cualquiera de las condiciones en a) no se satisface.

El CEB se auxilia en el modelo de la figura 6.8 para obtener las acciones actuantes en una pared de acuerdo a la analogía de la armadura, con la finalidad de poder

considerar en el diseño sus efectos. Por otra parte, el modelo de la figura puede usarse siempre y cuando se respeten las siguientes disposiciones:

- El espaciamiento de estribos no debe exceder $u_s/8$, donde u_s es el perímetro de los estribos.
- Los estribos deben proporcionar continuidad efectiva de pared a pared.
- En cada esquina de la sección debe haber una barra longitudinal con un diámetro al menos igual a $s/16$, donde s es la separación de los estribos.

Modelo de la armadura para una pared de la sección

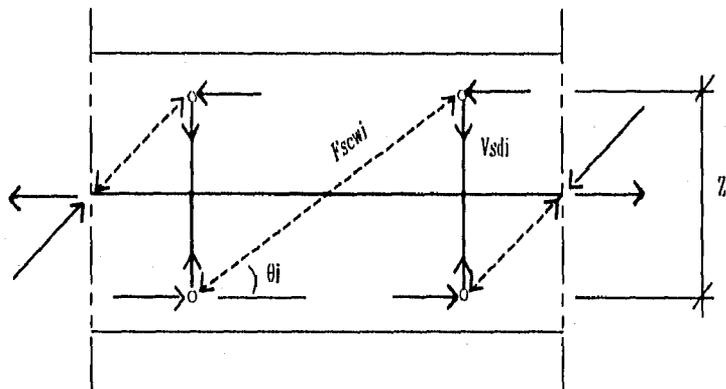


figura 6.8

El ángulo θ_i entre la pared de compresión y la barra longitudinal en una esquina puede ser escogido libremente en el rango de 18° a 45° .

Las fuerzas originadas del modelo y las revisiones requeridas son las siguientes:

1.- Fuerza longitudinal (normal).

$$F_{s_{ji}} = N_{s_{ji}} + V_{s_{ji}} \cot \theta_i \quad (6.7)$$

tomando a la tensión como positiva.

$$F_{R_{li}} = A_{s_i} f_{y_d} + A_{p_i} f_{p_{y_d,net}} \quad (6.8)$$

NORMAS DEL COMITE EUROPEO DEL CONCRETO

El refuerzo requerido para F_{Rli} generalmente debe ser distribuido sobre la longitud Z_i en una pared, pero para secciones pequeñas puede ser concentrado en las esquinas de la sección.

2.- Compresión inclinada de la pared de concreto.

$$F_{S_{cwi}} = V_{S_{di}} / \text{sen } \theta_i \quad (6.9)$$

$$F_{R_{cwi}} = f_{c_{d2}} t_i Z_i \cos \theta_i \quad (6.10)$$

3.- Tensión del refuerzo transversal.

$$F_{S_{twi}} = V_{s_{di}} \quad (6.11)$$

$$F_{R_{twi}} = A_{s_{wi}} f_{yd} \cot \theta_i z_i / s \quad (6.12)$$

6.4 Torsión de alabeo.

Este tipo de torsión considerada por el CEB se presenta en secciones abiertas, que contengan por lo menos tres paredes en diferentes planos. Las fuerzas cortantes y los momentos flexionantes originados por la torsión en cada una de las paredes deben ser determinados por los requerimientos de equilibrio estático. Cada pared puede entonces ser diseñada para los efectos combinados de torsión con otros elementos mecánicos.

La reducción de la rigidez debida al agrietamiento, para este tipo de torsión es similar a la reducción de la rigidez por flexión y menor que la reducción para torsión circulante.

CAPITULO VII
PROPUESTA DE NUEVAS
NORMAS DEL ACI

CAPITULO VII

PROPUESTA DE NUEVAS NORMAS DEL ACI

7.1 Introducción.

Las disposiciones actuales para diseño por torsión del Reglamento ACI fueron propuestas por el Comité ACI 438, Comité encargado de la torsión, en 1968 y 1969 y adoptadas en el Reglamento de 1971, habiéndose mantenido sin cambio desde esa fecha hasta la actualidad.

Poco después de 1971, en Suiza se propuso un método de diseño por torsión radicalmente diferente a los tradicionales, basado en una analogía de una armadura espacial; este método ha sido estudiado por el Comité ACI 318 y ha quedado respaldado por una gran cantidad de datos de ensayos de laboratorio, por lo que ahora se pretende reemplazar con él el método actual de diseño por torsión del ACI.

Este cambio es propuesto en virtud de que el nuevo método es más simple de entender y de aplicar comparándolo con el anterior, además de ser igualmente exacto. El nuevo método se puede también usar para concreto presforzado sometido a torsión, un caso que no queda cubierto por el Reglamento ACI 89.

La analogía de la armadura espacial empleada en el método de la propuesta para modificar el Reglamento ACI es la misma en que se basan los Reglamentos del Comité Europeo del Concreto, el Canadiense y otros más.

7.2 Antecedentes teóricos.

Los datos de pruebas realizadas para vigas sólidas y huecas sugieren que, una vez que el agrietamiento del elemento ha ocurrido, el concreto en el centro del mismo tiene poco efecto en la resistencia a la torsión de la sección transversal y por lo tanto puede

despreciarse. Por lo anterior, las vigas pueden considerarse como miembros equivalentes tubulares. Esta observación es la base de los procedimientos de diseño por torsión que se presentan para la propuesta de las nuevas normas del ACI. Estos procedimientos se basan en la analogía de una armadura espacial que forma un tubo de pared delgada, en la cual la sección transversal de la viga queda idealizada como la sección de un tubo, según se muestra en la fig. 7.1(a).

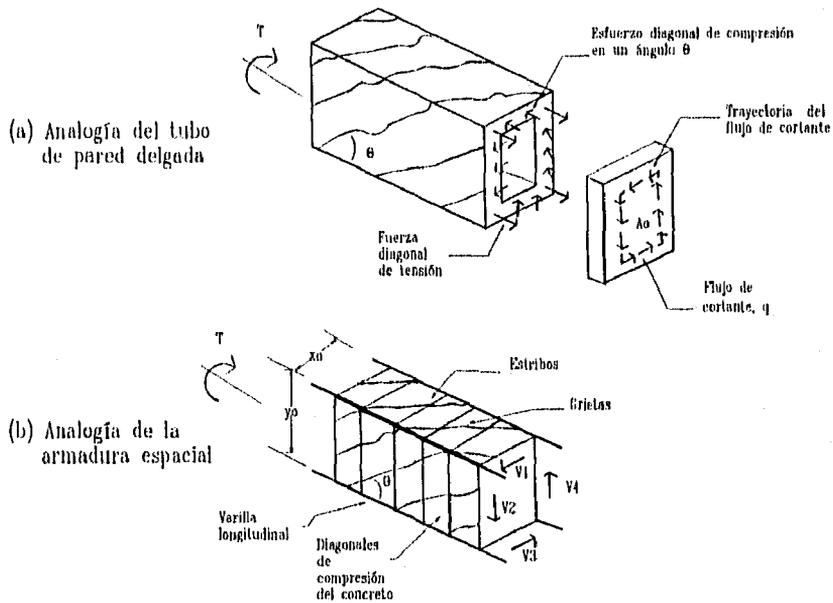


figura 7.1

Después del agrietamiento, el tubo se idealiza como una armadura espacial constituida por los estribos cerrados, las barras longitudinales en las esquinas y las diagonales de concreto a compresión sobre los estribos. Las diagonales están a un ángulo θ que generalmente se toma a 45° para vigas de concreto reforzado, según se muestra en la figura 7.1(b). No obstante que la analogía del tubo es menos obvia antes del agrietamiento se utiliza también para estimar el momento de agrietamiento de la sección, manteniendo así la consistencia del modelo.

7.2.1 Esfuerzos cortantes en un tubo hueco de paredes delgadas.

Tal como se expuso en el capítulo II, la mecánica de materiales sugiere que para un elemento hueco de paredes delgadas y continuas de cualquier forma el esfuerzo cortante τ debido a torsión puede calcularse mediante la expresión:

$$\tau = T / 2 A_o t \quad (7.1)$$

donde T es el momento de torsión, A_o es el área definida por una línea alrededor de la sección del tubo en medio espesor de la pared y t es el espesor de la pared del tubo.

Para secciones transversales sólidas es necesario definir el espesor de la pared del tubo de pared delgada equivalente. Antes del agrietamiento el espesor de la pared se define en función del área y del perímetro de la sección no agrietada del concreto. Después del agrietamiento la resistencia a torsión proviene de los estribos, de las barras longitudinales y de la capa exterior del concreto. A_o en forma empírica se toma como 0.85 veces A_{o_h} , que es el área total limitada por la línea central de los estribos cerrados más exteriores en la sección y t se toma como A_{o_h}/p_h , donde p_h es el perímetro de la línea central de los estribos cerrados. En realidad el espesor de las paredes del tubo equivalente de un elemento sólido está entre un sexto y un cuarto del ancho mínimo de la sección rectangular del elemento.

A este método de diseño el Reglamento ACI lo denomina como la analogía del tubo de pared delgada, ya que esta terminología es la empleada en los textos de mecánica de materiales.

7.3 Dedución de las expresiones de diseño por torsión.

La torsión produce grietas inclinadas que tienden a extenderse a lo largo del elemento en forma de espiral. Después del agrietamiento, una viga rectangular sujeta a torsión pura puede idealizarse como se muestra en la fig.7.1(b). La viga queda modelada,

como ya se había hecho mención, por una armadura espacial constituida por las barras longitudinales en las esquinas, los estribos cerrados y las diagonales de concreto a compresión que rodean como espiral al elemento, entre las grietas de torsión. El ancho y la altura de la armadura son x_o y y_o , respectivamente medidas centro a centro de las ramas laterales de los estribos cerrados. El ángulo de las grietas es θ que inicialmente es cercano a 45° en vigas no presforzadas, pero que puede desviarse de este valor para momentos torsionantes altos.

7.3.1 Refuerzo transversal.

La fuerza cortante por unidad de longitud en cualquier punto del perímetro del tubo se denomina flujo de cortante

$$q = \tau t$$

donde τ es el esfuerzo cortante debido a torsión y t es el espesor de la pared del tubo en el punto de consideración. A partir de la ecuación (7.1) se obtiene la ecuación:

$$q = \tau t = T / 2A_o \quad (7.2)$$

De lo anterior, la fuerza cortante debida a torsión en un lado del tubo es q veces la altura del lado. De este modo la fuerza cortante en un lado vertical es:

$$V_2 = [T / 2A_o] y_o \quad (7.3)$$

Fuerzas similares actúan en los cuatro lados, tal como se muestra en la fig. 7.1(b). Estas fuerzas resultantes están orientadas de tal modo que propician un momento torsionante en torno al eje del elemento que resiste al momento torsionante aplicado.

En la figura 7.2 se muestra una porción de uno de los lados verticales. La grieta inclinada corta n estribos, donde n es:

$$n = y_o \cot \theta / s$$

y donde s es la separación entre los estribos. La fuerza en los estribos que cruzan la grieta debe equilibrar V_2 . Suponiendo que todos los estribos fluyen en el momento último:

$$V_2 = [A_t f_{yv} / s] \cot \theta \quad (7.4)$$

donde f_{yv} es la resistencia de fluencia de la estribos. Sustituyendo el valor de V_2 de la ecuación (7.3) y tomando T igual a T_n , la capacidad nominal a torsión, la ecuación de diseño para calcular el área requerida de los estribos cerrados, es:

$$T_n = [2 A_o A_t f_{yv} / s] \cot \theta \quad (7.5)$$

donde θ puede tomarse como un ángulo cualquiera comprendido entre 30° y 60° . Para concreto no presforzado el texto del nuevo Reglamento sugiere que θ se tome igual a 45° .

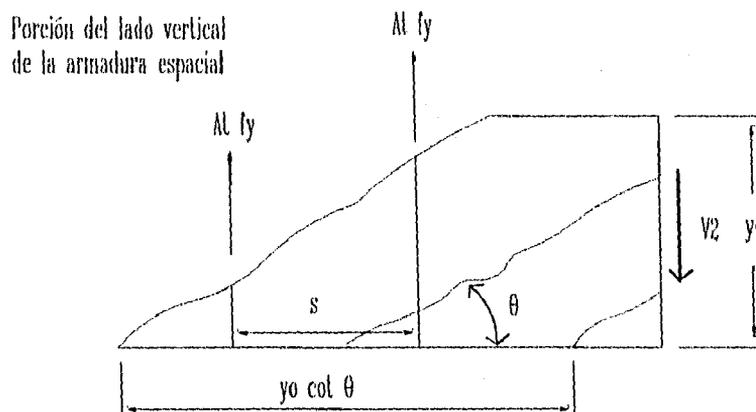


figura 7.2

Para concreto presforzado θ es menor de 45° debido al efecto del esfuerzo axial de compresión f_{pc} en la inclinación de los esfuerzos principales de tensión y debido también a que los elementos presforzados tienen frecuentemente más refuerzo longitudinal que el requerido por torsión. El nuevo Reglamento sugiere que en este caso se tome θ igual a 37.5° , valor promedio.

7.3.2 Refuerzo longitudinal.

Tal como ocurre en todas las caras de la armadura espacial, para la fuerza cortante V_2 en el lado 2 (figura 7.3) puede descomponerse en una fuerza diagonal de compresión D_2 paralela a los puntales inclinados de compresión y una fuerza axial de tensión N_2 , donde D_2 y N_2 quedan definidos por:

$$D_2 = V_2 / \text{sen } \theta \quad (7.6)$$

$$N_2 = V_2 \cot \theta \quad (7.7)$$

Puesto que el flujo de cortante q es constante a lo largo del lado del elemento en un tubo de pared delgada, D_2 y N_2 actúan al centro de ese lado. Para una viga con barras longitudinales en las esquinas superiores e inferiores del lado en cuestión, la mitad de la fuerza de tensión N_2 en el lado 2 será resistida por cada varilla de esquina. Componentes similares de fuerzas N_1 , N_3 y N_4 existen en los otros tres lados. Para un elemento rectangular según se muestra en la fig. 7.1(b) la fuerza longitudinal total vale

$$N = 2 (N_1 + N_2) \quad (7.8)$$

Sustituyendo las expresiones (7.3) y (7.7) en (7.8) y tomando $T = T_h$ se tiene:

$$N = T_h / 2A_o [2 (x_o + y_o) \cot \theta] \quad (7.9)$$

donde $2(x_o + y_o)$ es el perímetro del estribo cerrado p_h . Debe proporcionarse refuerzo longitudinal para resistir la fuerza axial completa N . Suponiendo que el acero longitudinal fluye en el momento de la falla, el área requerida se obtiene haciendo

$$A_l f_y = n$$

lo que da:

$$A_l = [T_h p_h / 2 A_o f_y] \cot \theta \quad (7.10)$$

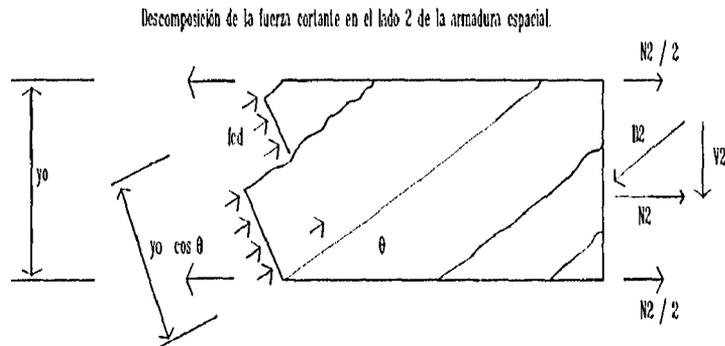


figura 7.3

Por conveniencia de diseño A_I puede expresarse en función del área de los estribos por torsión. Sustituyendo la ecuación (7.5) en la ecuación (7.10) se tiene:

$$A_I = (A_t / s) P_h (f_{yv} / f_{y1}) \cot^2 \theta \quad (7.11)$$

Si el valor de θ se toma menor a 45° en la ecuación 7.5, el área de estribos A_t / s requerida para un momento torsionante dado disminuye. Este ahorro queda contrarrestado por un aumento en el área requerida de acero longitudinal A_{sl} según se muestra al substituir θ por un valor inferior a 45° en la ecuación (7.10). Las modificaciones al Reglamento permiten el uso de valores de θ entre 30° y 60° para permitir que el calculista optimice a su gusto las cantidades relativas de estribos y de refuerzo longitudinal. Sin embargo, debe usarse el mismo valor de θ en las ecuaciones (7.5), (7.10) y (7.11) al diseñar un elemento dado por torsión.

Debido a que las fuerzas N_1 y N_4 actúan a la mitad de una de las paredes, la fuerza resistente N actúa en el eje centroidal de la armadura espacial. La línea de acción de la fuerza en las barras longitudinales $A_l f_{y1}$ debe coincidir con la de N . Como resultado, el acero longitudinal por torsión ha de distribuirse en torno al perímetro de la sección, esencialmente como lo requiere ACI 89.

7.4 Combinación de torsión y cortante.

El Reglamento ACI 89 vigente en la actualidad propone que, a diferencia de la nueva propuesta, una porción tanto del cortante como de la torsión sean tomados por el concreto en los términos de V_c , fuerza cortante tomada por el concreto, y T_c , momento torsionante tomado por el concreto. Una parte significativa de la complejidad del procedimiento de diseño anterior del ACI se deriva de que supone una interacción circular entre V_c y T_c . En el nuevo método de diseño V_c se supone que no está afectado por la torsión y T_c se toma siempre igual a cero. Esto simplifica considerablemente los cálculos. Diseños comparativos demostraron que para combinaciones con valores bajos de V_u y altos de T_u , con v_u menor que aproximadamente $0.8(\phi_2 \sqrt{f'_c})$ el nuevo método requiere más estribos que ACI 89. Para v_u mayor que este valor el nuevo método requiere un poco más de estribos que el ACI 89.

Para el concreto pretensado, las ecuaciones del Reglamento ACI 89 se utilizan para calcular V_c así como la ecuación para calcular V_s , fuerza cortante tomada por el acero. Estas ecuaciones se han conservado en la nueva propuesta. Por otro lado, los estribos y el acero longitudinal por torsión se calculan usando la ecuación (7.5) y la (7.11) en las que se permite tomar θ igual a 37.5° . La resistencia nominal calculada por el nuevo método se compara bien con los resultados de las pruebas de investigación.

7.5 Combinación de torsión y momento flexionante.

La torsión produce una fuerza axial N , según se muestra en la figura 7.3. Esta fuerza debe ser resistida por el refuerzo longitudinal. Si la torsión ocurre en una zona de una viga de concreto reforzado en la que actúa también un momento flexionante, el refuerzo longitudinal por torsión en la zona sujeta a tensión por flexión se suma al refuerzo para este elemento mecánico. En la zona de compresión por flexión, la

compresión inducida por la flexión reduce la necesidad de refuerzo longitudinal por torsión. Esto permite una reducción del área de refuerzo longitudinal por torsión en la zona de compresión en una cantidad equivalente al acero correspondiente a la fuerza de compresión por flexión: $M_u / (\theta f_y 0.9 d)$.

Para el caso de vigas de concreto presforzado el refuerzo longitudinal total, incluyendo los tendones, en cualquier sección debe ser capaz de resistir al momento último en esa sección más una fuerza adicional concéntrica de tensión longitudinal igual a $A_s f_y$, que se determina por la ecuación (7.11) para el momento último de torsión en esa sección. En la zona de compresión por flexión el acero longitudinal de torsión puede reducirse como resultado de la fuerza de compresión por flexión de la misma manera como una viga de concreto reforzado. Para concreto presforzado, se sugiere que el refuerzo longitudinal por torsión debe también distribuirse en todo el perímetro de la sección.

7.6 Cortante máximo de torsión.

Un elemento sujeto a torsión puede fallar de varias formas, por ejemplo, por la fluencia del acero transversal o longitudinal o por el aplastamiento de las diagonales de concreto entre las grietas. Puede ocurrir también una falla de servicio si las grietas inclinadas son excesivamente abiertas bajo cargas de servicio. La limitación de los esfuerzos cortantes del ACI 89 se introdujo originalmente para limitar la abertura de las grietas de cortante y se utilizará también en las nuevas normas con el mismo propósito. El esfuerzo cortante debido a la fuerza cortante directa es V_u / bwd . A partir de la ecuación (7.1) tomando A_o después del agrietamiento por torsión como igual a $0.85A_{o1}$ y $t = A_o/p_h$, el esfuerzo cortante debido a torsión es $T_u p_h / (1.7 A_{o1}^2)$. En una viga cajón estos valores se suman directamente en el lado A , como se muestra en la figura 7.4(a) y el límite queda dado por:

$$\left(V_u / bw d \right) + \left(T_u p_h / 1.7 A_o h^2 \right) \leq \phi \left(v_c + 8 \sqrt{f'c} \right) \quad (7.12)$$

Si una viga cajón tiene un espesor de pared menor que $A_o h / p_h$, el segundo término de la expresión del lado izquierdo en la ecuación (7.12) se convierte en $T_u / (1.7 A_o t)$ y más correctamente en $T_u / (2 A_o t)$.

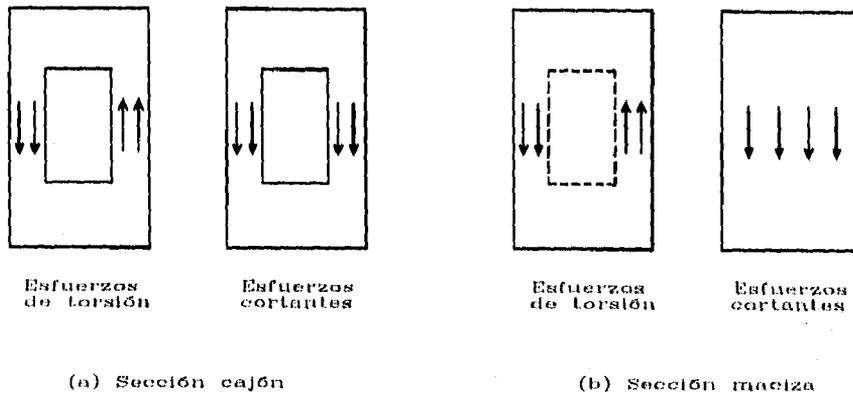


figura 7.4

En una sección sólida, los esfuerzos cortantes debidos a la fuerza cortante directa se suponen distribuidos uniformemente a través del ancho de la sección mientras que los esfuerzos cortantes de torsión solamente aparecen en las paredes del tubo supuesto de pared delgada, según se muestra en la figura 7.4(b). Por esta razón la sumatoria directa de los dos términos tiende a ser conservadora y puede utilizarse la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados:

$$\sqrt{\left(V_u / bw d \right)^2 + \left(T_u p_h / 1.7 A_o h^2 \right)^2} \leq \phi \left(v_c + 2.121 \sqrt{f'c} \right) \quad (7.13)$$

Otro tipo de falla puede ocurrir también por el aplastamiento del concreto en el alma.

La fuerza diagonal de compresión en el lado vertical del elemento mostrado en la figura 7.3 queda definida por la ecuación (7.6). Esta fuerza actúa en un ancho $t \cos \theta$. El esfuerzo resistente de compresión es:

$$f_{c,d} = V_2 / (t \cos \theta \sin \theta) \quad (7.14)$$

Sustituyendo en la ecuación (7.3) y tomando de nuevo A_o igual a $0.85A_{o,h}$ y aproximadamente haciendo t igual a $A_{o,h} / p_h$ se tiene:

$$f_{c,d} = T_u p_h / (1.7 A_{o,h}^2 \cos \theta \sin \theta) \quad (7.15)$$

Los esfuerzos de compresión debidos al cortante pueden calcularse de manera semejante como sigue:

$$f_{c,d} = V_u / (b_w d \sin \theta \cos \theta) \quad (7.16)$$

Debido a que el esfuerzo de compresión por cortante puede suponerse distribuido uniformemente en el ancho del alma, en tanto que el de torsión aparece sólo en las paredes del tubo supuesto, se utiliza la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados. En consecuencia para una sección maciza se tiene:

$$f_{c,d} = \sqrt{(V_u / b_w d \cos \theta \sin \theta)^2 + (T_u p_h / 1.7 A_{o,h} \cos \theta \sin \theta)^2} \quad (7.17)$$

El valor de $f_{c,d}$ de la ecuación (7.17), según la nueva propuesta, no debe exceder la resistencia al aplastamiento del concreto agrietado en el alma, f_{c_s} . Resultados de investigaciones sugieren que f_{c_s} se relaciona a las deformaciones del refuerzo longitudinal y transversal en el alma de la viga. Para θ igual a 45° y para deformaciones longitudinales y transversales iguales a la deformación de fluencia del acero de grado 60, $\epsilon_s = 0.002$, se llega a que $f_{c_s} = 0.549 f'_c$. Haciendo $f_{c,d}$ en la ecuación (7.17) igual a $0.549 f'_c$ y evaluando $\cos \theta \sin \theta$ para θ igual a 45° , el límite superior en los cortantes y en los momentos torsionantes determinado por el aplastamiento del concreto en el alma resulta:

$$\sqrt{(V_u / b_w d)^2 + (T_u p_h / 1.7 A_{o,h})^2} = 0.275 f'_c \quad (7.18)$$

El límite dado por la expresión (7.13) se ha establecido al valor dado por $v_c + 8\sqrt{f'c}$ para limitar la abertura de las grietas. Para concreto reforzado en que v_c se toma igual a $2\sqrt{f'c}$, los esfuerzos cortantes necesarios para alcanzar el aplastamiento dado por la ecuación (7.18) rebasarán las limitaciones de ancho de las grietas para $f'c$ mayor que 90 kg/cm². Para concreto presforzado suponiendo θ igual a 37.5° y $v_c = 5\sqrt{f'c}$, el límite de aplastamiento en la ecuación (7.18) resulta 0.20 $f'c$, que excede el límite por ancho de grietas de la ecuación (7.13) para $f'c$ mayor que 300 kg/cm². Puesto que los elementos de concreto reforzado siempre tendrán $f'c$ mayor que 90 kg/cm² y la mayoría de los elementos presforzados tendrán $f'c$ mayor que 300 kg/cm², sólo se ha incluido la limitación por ancho de grietas.

7.7 Valor límite del momento torsionante para diseño.

El Reglamento del ACI 89 propone que se desprece la torsión si el momento torsionante es menor que la cuarta parte del momento torsionante que produce el agrietamiento bajo torsión pura. Este mismo razonamiento se ha conservado en el nuevo método. En torsión pura el esfuerzo principal de tensión σ_1 debido a torsión es igual en magnitud al esfuerzo cortante debido a torsión. Entonces para un tubo de pared delgada se tiene:

$$\sigma_1 = \tau = T / 2 A_o t \quad (7.19)$$

Para aplicar la expresión anterior a una sección maciza es necesario definir el espesor de la pared del tubo equivalente antes del agrietamiento.

Además de la expresión (7.19), el Comité ACI 318 basándose en los Reglamentos CEB y Canadiense propone que σ_1 , también puede ser valuado por:

$$\sigma_1 = \tau = T p_{cp} / A_{cp}^2 \quad (7.20)$$

donde:

p_{cp} = perímetro exterior de la sección transversal

A_{cp} = área total limitada por el perímetro exterior de la sección transversal

Haciendo σ_1 igual a la resistencia a tensión del concreto a tensión-compresión biaxial, valuada como $4\sqrt{f'_c}$ se obtiene el momento de agrietamiento por torsión:

$$T_{cr} = 1.061 \sqrt{f'_c} (A_{cp}^2 / p_{cp}) \quad (7.21)$$

Si T_u excede un cuarto de T_{cr} o de

$$\phi \sqrt{f'_c} (A_{cp}^2 / p_{cp}) \quad (7.22)$$

debe considerarse la torsión en el diseño. El límite correspondiente al concreto presforzado se obtiene de manera semejante, pero tomando en cuenta el efecto del presfuerzo en los esfuerzos principales de tensión mediante el uso del círculo de Mohr. En estas condiciones resulta el siguiente límite:

$$\phi \sqrt{f'_c} (A_{cp}^2 / p_{cp}) \sqrt{1 + (f_{pc} / 4\sqrt{f'_c})} \quad (7.23)$$

7.8 Refuerzo mínimo por torsión

El refuerzo mínimo de estribos cerrados por cortante y torsión dado por el nuevo procedimiento es el mismo que se incluye en el ACI de 1989. Para torsión pura, éste es el equivalente a $A_{w_{min}} = 3.5 b_w s / f_{yv}$.

Para el caso de acero longitudinal, el valor mínimo de refuerzo por torsión, las nuevas propuestas señalan que su valor sea dado por:

$$A_l = 1.326 \sqrt{f'_c} A_{cp} / f_{yl} - (A_t / s) p_h (f_{yv} / f_{yl}) \quad (7.24)$$

7.9 Comparación de resistencias calculadas y resistencias experimentales.

El Comité ACI-438 que propuso un nuevo método de diseño por torsión para incorporarse al Reglamento ACI-95 y sustituir al actualmente vigente en el Reglamento ACI-89 realizó una recopilación de resultados de pruebas por torsión en numerosos

estudios efectuados en los últimos años en diversos países. Con base en esta recopilación elaboró la tabla comparativa que se adjunta.

En esa tabla se presentan los tipos de prueba clasificados primeramente según el tipo de material: concreto reforzado o concreto presforzado. Posteriormente estos tipos de prueba se clasifican según la sollicitación: torsión pura, combinación de torsión y flexión y combinación de torsión, cortante y flexión.

Para cada tipo de pruebas se indica el número de ensayos que fue posible recopilar.

Para cada ensayo se calcularon las resistencias según el Reglamento vigente y según el método propuesto. Este trabajo no fue posible hacerlo para el concreto presforzado según el Reglamento vigente, ya que éste no contiene disposiciones para este tipo de material.

Para cada ensayo se obtiene la relación de resistencia experimental a resistencia calculada (esta relación debe ser mayor que 1 para que los Reglamentos estén del lado de la seguridad).

Estadísticamente se calcula la media de esas relaciones para cada tipo de prueba y se obtiene el coeficiente de variación. Mientras más pequeño sea este coeficiente habrá una mayor congruencia entre los resultados teóricos y los experimentales.

Se observa que la media de las relaciones entre resistencia real y resistencia teórica es mayor que 1 en todos los casos. Que para el nuevo método en general la media es mayor que para el método vigente, lo que indica una mayor seguridad, pero por otro lado, se observa también que el coeficiente de variación es menor para el nuevo método que para el vigente lo que indica una mayor congruencia entre teoría y realidad. A estas ventajas del nuevo método se agrega el hecho de que ahora se dispone de procedimientos de diseño por torsión en concreto presforzado, de los que antes se carecía.

NUEVAS NORMAS DEL ACI

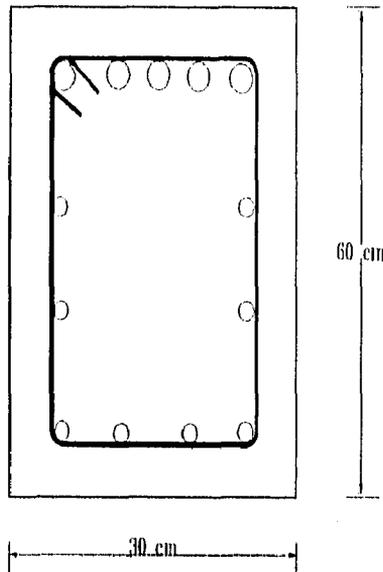
Tipo de prueba	No de ensayos	ACI - 89		Nuevo Método (ACI - 95)	
		Media (Resistencia <u>experimental</u> Resistencia calculada)	Coefficiente de variación	Media (Resistencia <u>experimental</u> Resistencia calculada)	Coefficiente de variación
Concreto reforzado					
Torsión pura	100	1.028	0.165	1.276	0.161
Torsión y flexión	42	1.332	0.227	1.383	0.168
Torsión, cortante y flexión	38	1.382	0.156	1.359	0.106
Concreto preforzado					
Torsión pura	48	-	-	1.417	0.180
Torsión y flexión	49	-	-	1.642	0.200
Torsión, cortante y flexión	63	-	-	1.773	0.234

7.10 Aplicación de las nuevas normas ACI a un ejemplo.

Con la finalidad de ilustrar la aplicación numérica del nuevo método de diseño del ACI, de compararlo con el ACI 89 y además para demostrar que su aplicación es más práctica y sencilla, se realizará la revisión por torsión de la sección transversal de la viga que resultó del estudio realizado en el capítulo IV, referente a las Normas Actuales del ACI.

Se llegó al siguiente dimensionamiento de la sección para $T_u = 7 \text{ Ton-m}$:

NUEVAS NORMAS DEL ACI



5 varillas de $3/4"$ = 14.25 cm^2

8 varillas de $1/2"$ = 10.16 cm^2

Estribos de $5/8" @ 20 \text{ cm}$

Esta sección transversal está diseñada para la combinación de la torsión con flexión y cortante. Se determinaron las siguientes áreas de acero:

Acero por flexión = 9.74 cm^2 (techo superior)

Acero por cortante = $0.29 \text{ cm}^2 / 20 \text{ cm}$

Estas áreas no cambian con el nuevo método.

Valor límite para considerar el efecto de torsión:

Se dispone de las dos condiciones siguientes para considerar el efecto de torsión:

- $T_u > T_{cr} / 4$

donde

T_{cr} = momento de agrietamiento por torsión.

$$T_{cr} = 1.061 \sqrt{f'_c} (A_{ep})^2 / p_{ep} \quad (7.21)$$

$$T_{cr} = 1.061 \sqrt{250} [(30)(60)]^2 / [2 \times (30 + 60)]$$

$$T_{cr} = 3.019 \text{ Ton} \cdot \text{m}$$

$$T_{cr} / 4 = 0.755 \text{ Ton} \cdot \text{m}$$

$$7 \text{ Ton} \cdot \text{m} > 0.755 \text{ Ton} \cdot \text{m}$$

$$\bullet \quad T_u > \phi \sqrt{f'c} A_{cp}^2 / p_{cp} \quad (7.22)$$

$$0.85 \sqrt{250} [(30)(60)]^2 / (30)(60)$$

$$= 2.49 \text{ Ton} \cdot \text{m}$$

$$7 \text{ Ton} \cdot \text{m} > 2.49 \text{ Ton} \cdot \text{m}$$

Por lo tanto, hay que considerar el efecto de torsión.

Revisión del acero transversal:

De la expresión (7.5):

$$T_n = [2 A_o A_t f_{yv} / s] \cot 45^\circ$$

Se sabe que $T_n = T_c + T_s$

pero, las nuevas normas del ACI consideran a $T_c = 0$, por lo tanto:

Nada más habrá contribución del acero para la resistencia torsional.

$$T_n = T_u / 0.85$$

Sustituyendo valores:

$$700\,000 \text{ kg} \cdot \text{cm} / 0.85 = [2 (30 \text{ cm})(60 \text{ cm}) A_t (4\,200 \text{ kg} / \text{cm}^2) / 20 \text{ cm}] \cot 45^\circ$$

Despejando A_t :

$$A_t = 1.57 \text{ cm}^2 / 20 \text{ cm}$$

Revisión del acero longitudinal:

De la expresión (7.11):

$$A_l = (A_t / s) p_b (f_{yv} / f_{yl}) \cot^2 45^\circ$$

Sustituyendo valores:

$$A_l = (1.57 \text{ cm}^2 / 20 \text{ cm}) [2 (30 \text{ cm} + 60 \text{ cm})] (4\,200 \text{ kg} / \text{cm}^2) / (4\,200 \text{ kg} / \text{cm}^2) (1)$$

$$A_l = 14.14 \text{ cm}^2$$

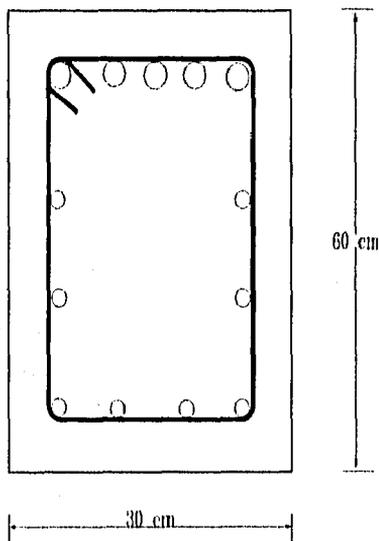
NUEVAS NORMAS DEL ACI

De los resultados obtenidos de la revisión anterior, se comparan los encontrados con el Reglamento ACI 89:

	Refuerzo transversal por torsión	Refuerzo longitudinal por torsión
1) Normas ACI 89:	1.83 cm ²	13.91 cm ²
2) Nuevas Normas ACI:	1.57 cm ²	14.14 cm ²
(2 / 1)	0.86	1.01

De esta comparación, se deduce que para el acero transversal el Reglamento ACI 89 proporciona un área mayor 14 % que las nuevas normas del ACI, pero en lo que respecta al acero longitudinal las nuevas normas del ACI indican un aumento de sólo 1 % respecto al dado por ACI 89.

Se puede concluir que esta diferencia en el área de refuerzo longitudinal y transversal no amerita un cambio en el área de refuerzo para la sección en estudio. Por lo anterior, se mantiene la siguiente sección transversal:



$$5 \text{ varillas de } 3/4" = 14.25 \text{ cm}^2$$

$$8 \text{ varillas de } 1/2" = 10.16 \text{ cm}^2$$

$$\text{Estribos de } 5/8" @ 20 \text{ cm}$$

ESTA TESIS HA DEBE
SALIR DE LA BIBLIOTECA

CAPITULO VIII
CONCLUSIONES

CAPITULO VIII

CONCLUSIONES

1.- La nueva norma para diseño por torsión que se incluirá en el Reglamento ACI - 95 es más sencilla de aplicar y tiene una mayor congruencia con los resultados experimentales que la norma vigente contenida en el Reglamento ACI - 89.

2.- La nueva norma para diseño por torsión de ACI - 95 incluye disposiciones para concreto presforzado de las que carecía el ACI - 89, lo que constituye una herramienta de gran utilidad para los proyectistas dada la difusión creciente del concreto presforzado.

3.- La nueva norma del ACI - 95 es más cercana a las disposiciones del Reglamento Modelo del Comité Europeo del Concreto (CEB) ya que ambas consideran la analogía de la armadura y las secciones cajón virtuales como criterios básicos de diseño. Sin embargo, el CEB tiene distinciones entre "torsión circulante" y "torsión de alabeo" que no se incluyen en el ACI.

4.- Las disposiciones para diseño por torsión de las Normas Técnicas Complementarias del DDF (NTC) conducen a diseños más conservadores que las normas del ACI, lo que se debe a que las NTC castigan la resistencia del concreto considerando f^*c que no figura en el ACI.

5.- Sin embargo, el resultado anterior debe considerarse con cautela porque estrictamente las comparaciones entre Reglamentos no son válidas ya que parten de consideraciones básicas diferentes como resultado de medios con diferentes tecnologías.

CONCLUSIONES

Las NTC toman en cuenta las limitaciones que en general se tienen en México para garantizar la calidad del concreto, en condiciones tecnológicas muy diferentes a las de los Estados Unidos. Por otra parte, es oportuno mencionar que los factores de carga de las NTC son menores que los del ACI lo que compensa el criterio conservador mencionado.

6.- Las consideraciones anteriores indican que la práctica de mezclar Reglamentos de diseño en un mismo proyecto, que aplican a su conveniencia algunos proyectistas, es totalmente errónea y debe desterrarse.

7.- Aún cuando los primeros estudios sobre la torsión datan del siglo XVIII, en un principio éstos se referían a materiales homogéneos, isotrópicos y elásticos por lo que no podían aplicarse al diseño de estructuras de concreto reforzado ya que este material es heterogéneo, anisotrópico e inelástico. Sólo cuando se pudieron hacer pruebas de elementos de concreto reforzado fue posible mejorar los métodos de diseño por torsión para este material.

8.- Sin embargo, es importante que los ingenieros que han de diseñar estructuras de concreto reforzado tengan un conocimiento profundo de los fundamentos básicos de la mecánica de materiales porque ese conocimiento les ayudará a comprender mejor el comportamiento de las estructuras y en consecuencia a tomar decisiones más apropiadas de proyecto.

9.- Las normas de diseño son importantes ayudas para el proyectista, deben respetarse y no mezclarse con las de otros Reglamentos pero no deben aplicarse a ciegas sino con pleno conocimiento de su fundamentación. Las normas no sustituyen al ingeniero únicamente le ayudan en su trabajo.

CONCLUSIONES

10.- Se sugiere la conveniencia de actualizar las NTC en lo que se refiere a diseño por torsión para adoptar como criterio básico el de la armadura espacial en congruencia con las normas de los países más desarrollados pero conservando la particularidad de estas normas en relación con la resistencia del concreto y con otros criterios fundamentales de diseño.

11.- Aún cuando en los programas de materias del área de estructuras se incluye el análisis y diseño por torsión, debe reconocerse que estos aspectos frecuentemente se omiten en el desarrollo de los cursos por lo que muchos egresados tienen una laguna de conocimiento que puede causarles dificultades al enfrentarse en su vida profesional al diseño, construcción y conservación de estructuras en que este efecto sea importante. Esta tesis tiene la intención de contribuir en forma modesta al cierre de esa laguna y el autor se sentirá muy satisfecho y verá complacidos algunos de sus objetivos principales si este trabajo resulta de utilidad para que los profesores y estudiantes de esta escuela presten mayor atención a los efectos de la torsión en las estructuras.

BIBLIOGRAFIA

BIBLIOGRAFIA

- 1.- Byars, E. F. y Snyder, R. D., "Mecánica de Cuerpos Deformables", Representaciones y Servicios de Ingeniería, México 1978.
- 2.- Timoshenko, S. P. y Gere, J. M., "Mecánica de Materiales", Unión Tipográfica Editorial Hispano-América, México 1974.
- 3.- Timoshenko, S. P. y Goodier, J. N., "Teoría de la Elasticidad", Editorial URMO, Bilbao 1968.
- 4.- Popov, E. P., "Mecánica de Materiales", Limusa-Noriega, México 1990.
- 5.- Hsu, T. T. C., "Torsion of Structural Concrete - Plain Concrete Rectangular Sections", Portland Cement Association Research and Development Laboratories, Illinois 1968.
- 6.- Hsu, T. T. C., "Torsion of Structural Concrete - Behavior of Reinforced Concrete Rectangular Members", Portland Cement Association Research and Development Laboratories, Illinois 1968.
- 7.- González, C. O., Robles F. V. y otros, "Aspectos Fundamentales del Concreto Reforzado", Linusa-Noriega, México 1985.
- 8.- Cowan, H. J., "Diseño de Estructuras de Concreto Sujetas a Torsión", Editora Técnica, México 1967.
- 9.- Kemp, E. L., "Torsion in Reinforced Concrete", A Report on a Research Project Sponsored by The University Research Board, Universidad de Illinois 1961.

- 10.- Khaldoun, N. R. y Collins, M. P., "Effect of Thickness of Concrete Cover on Shear-Torsion Interaction - An Experimental Investigation", *ACI Structural Journal*, mayo - junio 1995.
- 11.- "Reglamento de las Construcciones de Concreto Reforzado (ACI 318-89) y Comentarios (ACI 318R-89)", Instituto Mexicano del Cemento y del Concreto, México 1991.
- 12.- "Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal", Editorial Porrúa, México 1992.
- 13.- "Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto", Gaceta Oficial del Departamento del Distrito Federal, México 1992.
- 14.- "Comentarios, Ayudas de Diseño y Ejemplos de las Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto del Departamento del Distrito Federal", Series del Instituto de Ingeniería No ES-2, UNAM 1991.
- 15.- MacGregor, J. G. y Ghoneim, M. G., "Design by Torsion", *ACI Structural Journal*, marzo-abril 1995.