

18
lej



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA
DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

"AUTOMATIZACION Y APLICACION DEL
ALGORITMO MECANISTICO DE ANSARI PARA EL
ESTUDIO DE POZOS PETROLEROS"

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:
INGENIERO PETROLERO
P R E S E N T A :
HECTOR LEYVA GOMEZ



DIRECTOR DE TESIS: M.I. NESTOR MARTINEZ ROMERO

MEXICO, D. F.

1996

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

TESIS

COMPLETA



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

DIVISION DE INGENIERIA EN CIENCIAS DE LA TIERRA

**"AUTOMATIZACION Y APLICACION DEL ALGORITMO
MECANISTICO DE ANSARI PARA EL ESTUDIO DE POZOS
PETROLEROS"**

REALIZADA POR:

HECTOR LEYVA GOMEZ

DIRECTOR DE TESIS:

**M. en I. NESTOR MARTINEZ
ROMERO**

JURADO:

Presidente: Ing. Manuel Villamar Viguera
Vocal: M. en I. Rafael Rodríguez Nieto
Secretario: M. en I. Nestor Martínez Romero
Primer Suplente: Ing. Salvador Macías Herrera
Segundo Suplente: Ing. Jesús Héctor Díaz Zertuche

CIUDAD UNIVERSITARIA, FEBRERO DE 1996



VIVERIDAD NACIONAL
AVPNTIA DE MEXICP

FACULTAD DE INGENIERIA

DIRECCION
60-1-060

SR. HECTOR LEYVA GOMEZ
Presente

En atención a su solicitud, me es grato hacer de su conocimiento el tema que propuso el profesor Ing. Néstor Martínez Romero, y que aprobó esta Dirección, para que lo desarrolle usted como tesis de su examen profesional de Ingeniero Petrolero:

**AUTOMATIZACION Y APLICACION DEL ALGORITMO MECANISTICO DE
ANSARI PARA EL ESTUDIO DE POZOS PETROLEROS**

- INTRODUCCION
- I DEFINICIONES Y CONCEPTOS BASICOS
- II GENERALIDADES EN EL CALCULO DE PERFILES DE PRESION EN POZOS
- III DESCRIPCION DEL METODO DESARROLLADO POR ANSARI
- IV AUTOMATIZACION PARA LA APLICACION DEL METODO DE ANSARI
- V APLICACION PRACTICA DEL METODO DE ANSARI
- VI EVALUACION PRACTICA DEL METODO DE ANSARI
- VII CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES
- REFERENCIAS
- APENDICES

Ruego a usted cumplir con la disposición de la Dirección General de la Administración Escolar en el sentido de que se imprima en lugar visible de cada ejemplar de la tesis el título de ésta.

Asimismo le recuerdo que la Ley de Profesiones estipula que se deberá prestar servicio social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito para sustentar examen profesional.

Atentamente
"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"
Ciudad Universitaria, a 3 de noviembre de 1994
EL DIRECTOR


ING. JOSE MANUEL COVARRUBIAS SOLIS

JMCS'EGLM'gtg

AGRADECIMIENTOS

Al Ing. Néstor Martínez Romero por su asesoría, revisión y comentarios que enriquecieron este trabajo.

En particular al Ing. Felipe de Jesús Lucero Aranda quien tuvo una participación fundamental y, que en todo momento mostró un gran interés y entusiasmo en la realización de este trabajo. Gracias por tu apoyo y amistad.

Al Ing. Sergio Cornejo Castro así como al Téc. Guillermo Rodríguez Constantino por todo el apoyo que brindaron.

A mis amigos:

Ing. Gerardo Hernández Rojas

Ing. Jose Luis Ojeda Cisneros

Ing. Luis Benito Cabello Martínez

por su colaboración, apoyo y compañerismo.

A la Universidad Nacional Autónoma de México y muy especialmente a la Facultad de Ingeniería y todo el grupo de profesores.

A MIS PADRES: JAIME Y REYNA

A ustedes quienes a largo de mi existencia me han brindado su amor, apoyo y comprensión; quienes al verme realizado logran uno de sus deseos más grandes en la vida...

A MI HERMANA: PATY

Compañera inseparable aún en la distancia y en quien siempre he encontrado apoyo y comprensión, sin importar lo difícil de las circunstancias...

Les doy las gracias y les dedico éste trabajo como muestra de lo que sus esfuerzos han logrado.

A ti ...

Que desde que te conocí me brindaste
amor y comprensión;
que cuando sentía desfallecer fuiste mi
fuerza y esperanza;
y llenaste mi vida de ilusión y fé.

A tí...

Dedico este trabajo.

A tí...

Que ya nunca estarás junto a mí.

Gracias Juanita

**AUTOMATIZACIÓN Y APLICACIÓN DEL ALGORITMO MECANÍSTICO DE
ANSARI PARA EL ESTUDIO DE POZOS PETROLEROS**

CONTENIDO

INTRODUCCIÓN

I	DEFINICIONES Y CONCEPTOS BÁSICOS	pág.
1.1	Definiciones básicas	1
1.2	Complicaciones debidas a la presencia de una segunda fase	9
1.3	Métodos de caja negra en flujo multifásico	12
1.4	Métodos de pendientes de patrones de flujo	13
1.5	Patrones de flujo	14
1.6	Ocurrencia de los patrones de flujo	15
1.6.1	Predicción de los patrones de flujo	16
II	GENERALIDADES EN EL CÁLCULO DE PERFILES DE PRESIÓN EN POZOS	
II.1	Correlaciones empíricas	21
II.1.2	Clasificación de las correlaciones	23
II.1.3.1	Método de Poeltman y Carpenter	24
II.1.3.2	Método de Hagedorn y Brown	26
II.1.3.3	Método de Duns Y Ros	33
II.1.3.4	Método de Orkiszewski	50
II.1.3.5	Método de Aziz, Govier y Fogarasi	59
II.1.3.6	Método de Beggs y Brill	66
II.1.3.7	Método de Mukherjee y Brill	73
II.1.4	Limitaciones de los métodos empíricos	75
II.2	Antecedentes de la mecánica de flujo multifásico	76
III	DESCRIPCIÓN DEL MÉTODO DESARROLLADO POR ANSARI	
III.1	Clasificación de los patrones de flujo	81
III.1.1	Flujo burbuja	81
III.1.2	Flujo bache	82
III.1.3	Flujo agitado	82
III.1.4	Flujo anular	82
III.2	Modelo para la predicción de la transición del patrón de flujo	83
III.2.1	Transición bache-burbuja	83
III.2.2	Transición a flujo de burbujas dispersas	84
III.2.3	Transición a flujo anular	86
III.2.4	Transición a flujo anular modificado	86
III.3	Predicción del comportamiento de flujo	88
III.3.1	Modelo para el flujo burbuja	88

III.3.2	Modelo para el flujo bache	91
III.3.3	Modelo para el flujo anular	100
IV	AUTOMATIZACIÓN PARA LA APLICACIÓN DEL MÉTODO DE ANSARI	
IV.1	Predicción del patrón de flujo	113
IV.2.1	Modelo para el flujo burbuja	122
IV.2.2	Modelo para el flujo bache	125
IV.2.3	Modelo para el flujo anular	132
V	APLICACIÓN PRACTICA DEL MÉTODO DE ANSARI	
	Obtención de la presión de fondo fluyendo	139
	Simulación del comportamiento de flujo en un pozo petrolero	144
	Aplicación en el diseño de aparejos de bombeo electrocentrífugo	146
	Determinación del gasto óptimo en una instalación de bombeo neumático continuo	150
VI	EVALUACIÓN PRÁCTICA DEL MÉTODO DE ANSARI	155
VII	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	187
	REFERENCIAS	191
	APÉNDICES	
	DISCO DE CONSULTA	

INTRODUCCIÓN^{1,2,3}

En un sistema básico de producción comprendido desde el yacimiento hasta los tanques de almacenamiento, las pérdidas de presión dependen en su mayoría del estado mecánico del pozo, elementos de seguridad y el equipo que permite operaciones esenciales relacionadas con el comportamiento del pozo, de entre los cuales destaca el estrangulador superficial, además de aquel que permita la separación de las diferentes fases de los hidrocarburos. Debido a esto se hace necesario una evaluación precisa de la distribución de la presión a lo largo de las tuberías y líneas superficiales.

La determinación de las distribuciones de presión en tuberías de producción permite:

- Diseñar las tuberías de producción y líneas de descarga.
- Proyectar aparejos de producción artificial (neumático, mecánico y eléctrico).
- Obtener la presión de fondo fluyendo sin intervenir los pozos.
- Calcular el efecto de los estranguladores sobre el gasto.
- Determinar la vida fluyente de los pozos.
- Corroborar los datos obtenidos con las correlaciones para su ajuste.

Diversas correlaciones han sido publicadas para predecir las pérdidas de presión en tuberías verticales para flujo simultáneo de aceite, agua y gas. Debido a la extrema complejidad del flujo multifásico, las correlaciones propuestas son por necesidad empíricas, por lo cual la validez está limitada a la calidad y cantidad de los datos sobre los que están basadas; se comportan bien para el rango de datos usados en su desarrollo pero, fallan para otras aplicaciones.

Recientemente ha surgido otra alternativa para calcular las caídas de presión a lo largo de las tuberías de producción, los llamados "Modelos mecanísticos"⁶ que, a diferencia de los modelos empíricos, tienen como base un desarrollo teórico.

En los capítulos siguientes se tratarán los fundamentos, desarrollo e implementación del modelo mecanístico para flujo multifásico vertical desarrollado por Asfandiar Mendhi Ansari (Método de Ansari)⁶, modelo que en su validación ha mostrado ser superior que los modelos empíricos empleados comúnmente en la industria petrolera, ya que para cualesquiera características de los fluidos encontrados en los yacimientos petroleros y condiciones de flujo en las tuberías verticales, proporciona una mejor aproximación a los datos de presión medidos; además de que recientemente se ha ampliado su rango de aplicación a tuberías inclinadas, obteniendo resultados satisfactorios.

CAPITULO I

DEFINICIONES Y CONCEPTOS

BASICOS

I.1 DEFINICIONES BÁSICAS^{1,3,4}

Fracción de vacío: es el cociente del área ocupada por el gas sobre el área transversal total

$$\alpha = \frac{A_G}{A} \quad \text{.....(1.1)}$$

donde:

$$\begin{aligned} A &= A_G + A_L \\ A_G &= \text{Área ocupada por el gas} \\ A_L &= \text{Área ocupada por el líquido.} \end{aligned}$$

Nótese que α es función de espacio, tiempo y se encuentra en el intervalo $0 \leq \alpha \leq 1$. Para flujo estacionario α no depende del tiempo.

Fracción del volumen de líquido o "Colgamiento": Se define como la relación del volumen de líquido contenido en una sección de tubería entre el volumen de dicha sección.

$$\alpha_L = (1 - \alpha) = \frac{A_L}{A} = H_L \quad \text{.....(1.2)}$$

Factor de compresibilidad (Z): Se denomina también factor de desviación o factor de supercompresibilidad. Es un factor que se introduce a la ley de los gases ideales para tomar en cuenta la desviación que experimenta un gas real con respecto a un gas ideal, es decir $PV = ZnRT$,

donde:

$$\begin{aligned} Z &= \text{Factor de compresibilidad} \\ P &= \text{Presión a la que se encuentra el gas} \\ V &= \text{Volumen del gas} \\ n &= \text{Número de moles del gas} \\ R &= \text{Constante universal de los gases} \\ T &= \text{Temperatura a la que se encuentra el gas.} \end{aligned}$$

Fase: Es la parte de un sistema que difiere, en sus propiedades intensivas, de la otra parte del sistema. Los sistemas hidrocarburos generalmente se presentan en dos fases, gaseosa y líquida.

Mole (n): Es el peso molecular de cualquier sustancia. Por Ejemplo, 16.04 lb de metano es una mole-libra. En igual forma un mole-gramo de metano son 16.04 gramos del mismo gas. Una mole-lb de gas ocupa 379 pies³ a condiciones estándar.

Relación gas-aceite (R): Son los pies cúbicos de gas producidos por cada barril de aceite producido, medidos ambos volúmenes a condiciones estándar. Las condiciones de separación como presión, temperatura y etapas, afectan el valor de dicha relación.

Relación de solubilidad (Rs): Son los pies cúbicos de gas disuelto en el aceite a ciertas condiciones de presión y temperatura por cada barril de aceite en el tanque, medidos ambos volúmenes a condiciones estándar.

Factor de volumen de la fase líquida (B_L): Es la relación de una masa de aceite con la masa de gas que contenga en solución, cuyo volumen es medido a condiciones de yacimiento entre el volumen de la masa de aceite medida a condiciones estándar.

Factor de volumen de gas (B_G): Es el volumen de una masa de gas medida a condiciones de yacimiento entre el volumen de la misma masa de gas medida a condiciones estándar.

Gastos másicos:

$$W_m = W_L + W_G \quad \dots\dots(1.3)$$

donde:

$$W_L = \rho_0 q_0 B_0 + \rho_0 q_L B_w$$

$$W_G = \rho_g q_g (R - R_s) B_g$$

ρ_0 = Densidad del líquido

ρ_g = Densidad del gas

q_0 = Gasto de líquido

B_0 = Factor de volumen del aceite

B_w = Factor de volumen del agua

q_0, q_g, q_L @ c.s. y en unidades consistentes.

Gastos volumétricos:

$$Q = Q_L + Q_G \quad \text{.....(1.4)}$$

donde:

$$Q_L = q_0 (B_0 + \text{WOR} \cdot B_w)$$

$$Q_G = q_g (R - R_s) B_g$$

q_g, q_0 @ c.s.

Velocidades superficiales: Se define como la velocidad que tendría cada una de las fases (gas-líquido) si ocupara toda la tubería.

$$v_{SL} = \frac{Q_L}{A} \quad \text{.....(1.5)}$$

$$v_{SG} = \frac{Q_G}{A} \quad \text{.....(1.6)}$$

$$v_S = v_M = \frac{Q_L + Q_G}{A} \quad \text{.....(1.7)}$$

donde:

$v_S = v_M$ = velocidad de la mezcla

v_{SL} = Velocidad superficial del líquido

v_{SG} = Velocidad superficial del gas

Q_G = Gasto de gas

Q_L = Gasto de líquido

A = Área total de la sección transversal

Q_G, Q_L y A En unidades consistentes.

Flujos másicos (velocidades másicas):

$$G_G = \frac{W_G}{A} \quad \dots\dots(1.8)$$

$$G_L = \frac{W_L}{A} \quad \dots\dots(1.9)$$

$$G_M = G_G + G_L \quad \dots\dots(1.10)$$

donde:

- G_G = Flujo másico de gas
- G_L = Flujo másico de líquido
- G_M = Gasto másico
- A = Área transversal total de la tubería
- W_G = Gasto másico de gas
- W_L = Gasto másico de líquido
- $W_G, W_L, y A$ en unidades consistentes.

Velocidad real:

$$v_G = \frac{v_{SG}}{\alpha} \quad \dots\dots(1.11)$$

$$v_L = \frac{v_{SL}}{1 - \alpha} \quad \dots\dots(1.12)$$

donde:

- v_{SG} = Velocidad superficial del gas
- v_{SL} = Velocidad superficial del líquido
- v_G = Velocidad real del gas
- v_L = Velocidad real del líquido
- α = Fracción de vacío.

Velocidad de Resbajamiento o Relativa: es la diferencia entre las velocidades de las fases

$$v_B = v_{GL} = v_G - v_L = -v_{LG} \quad \dots\dots(1.13)$$

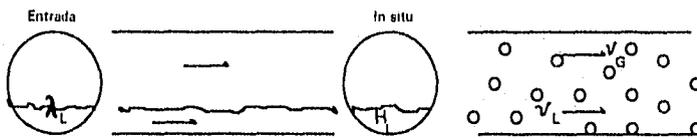
donde:

- v_G = Velocidad del gas
- v_L = Velocidad del líquido
- v_{GL} = Velocidad de resbalamiento gas-líquido
- v_{LG} = Velocidad de resbalamiento líquido-gas.

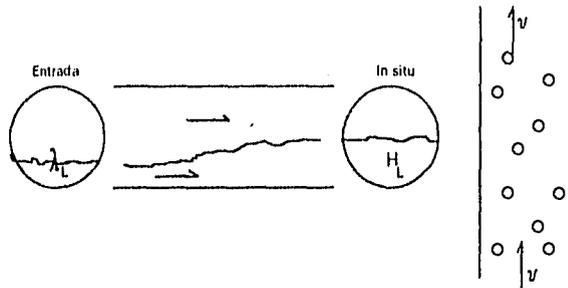
Fracción volumétrica del líquido de entrada: (colgamiento de entrada sin resbalamiento) No se toma en cuenta el resbalamiento del líquido, solo se toma en cuenta el intercambio másico entre las fases líquida y gaseosa.

$$\lambda_L = \frac{Q_L}{Q_L + Q_G} \quad \dots(1.14)$$

Cuando no existe resbalamiento se tiene que $v_G = v_L$, y por lo tanto: $H_L = \lambda_L$. Esta condición existe cuando el flujo es homogéneo, es decir cuando los fluidos están bien mezclados. Este caso puede tratarse como flujo monofásico considerando propiedades promedio.



Cuando existe resbalamiento entonces H_L crecerá hasta que la caída de presión en ambas fases es la misma, es decir hasta que estén en equilibrio. Normalmente $v_G > v_L$, lo que implica que $H_L > H_\lambda$. Esta situación ocurre en flujo horizontal, por ejemplo cuando la fricción en la fase gaseosa es menor que en la fase líquida, y en flujo vertical debido a la diferencia en densidades.



Tres factores pueden contribuir a la existencia de resbalamiento:

- La existencia de un perfil de velocidades a lo largo de la sección transversal.
- La existencia de un perfil de concentraciones a lo largo de la sección transversal.
- Las velocidades relativas locales entre fases causadas por efectos gravitacionales.

Densidad de la mezcla sin resbalamiento (sin colgamiento):

$$\rho_{ns} = \rho_L \lambda_L + \rho_g (1 - \lambda_L) \quad \dots(1.15)$$

$$\rho_{ns} = \frac{M}{V_m} \quad \dots(1.16)$$

donde:

M = Masa de los fluidos por barril producido medido a condiciones estándar

$M = M_o + M_w + M_g$

M_o = Masa de aceite

M_w = Masa de agua

M_g = Masa de gas

V = Volumen de la mezcla en pie³/bl medido a condiciones estándar

$V_m = V_o + V_w + V_g$

V_o = Volumen del aceite

V_w = Volumen del agua
 V_g = Volumen del gas.

Densidad de la mezcla considerando colgamiento

$$\rho_m = \rho_s = \rho_l H_L + \rho_g (1 - H_L) \quad \dots(1.17)$$

donde:

$\rho_m = \rho_s$ = Densidad de la mezcla
 ρ_l = Densidad del líquido
 ρ_g = Densidad del gas
 H_L = Colgamiento del líquido.

Viscosidad de la mezcla sin resbalamiento:

$$\mu_{ns} = \mu_L \lambda_L + \mu_g (1 - \lambda_L) \quad \dots(1.18)$$

donde:

μ_L = Viscosidad del líquido
 μ_g = Viscosidad del gas
 λ_L = Colgamiento del líquido sin resbalamiento.

Considerando resbalamiento:

$$\mu_n = \mu_L H_L * \mu_g (1 - H_L) \quad \dots(1.19)$$

Densidad del líquido:

$$\rho_L = \rho_o f_o + \rho_w (1 - f_o) \quad \dots(1.20)$$

donde:

$$f_o = \frac{B_o}{B_o + WOR * B_w}$$

$$f_w = 1 - f_o$$

$$OR = \frac{f_w}{1 - f_w}$$

ρ_L' = Densidad del líquido

ρ_g = Densidad del gas

B_o = Factor de volumen del aceite

B_w = Factor de volumen del agua.

Viscosidad del líquido:

$$\mu_L = \mu_o f_o + \mu_w f_w \quad \dots(1.21)$$

donde:

μ_L = Viscosidad del líquido

μ_o = Viscosidad del gas.

Tensión superficial del líquido:

$$\sigma_L = \sigma_o f_o + \sigma_w f_w \quad \dots(1.22)$$

donde:

σ_o = Tensión superficial del aceite

σ_w = Tensión superficial del agua.

I.2 COMPLICACIONES DEBIDAS A LA PRESENCIA DE UNA SEGUNDA FASE³

Bajo régimen estacionario o permanente se tiene:

Ecuación de continuidad

Flujo monofásico:

$$W = (\rho v A)_1 = (\rho v A)_2 = \text{constante} \quad \dots (1.23)$$

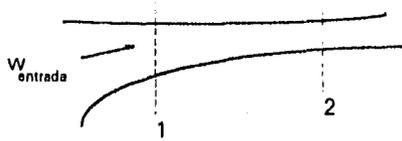
donde:

ρ = Densidad del fluido

v = Volumen del fluido al pasar a través de las secciones 1 y 2

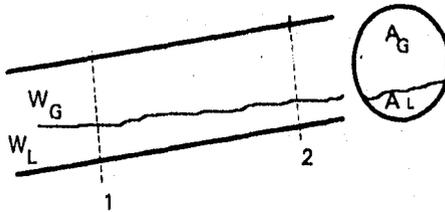
A = Área de las secciones transversales 1 y 2.

Así dados W de entrada, ρ , A se puede calcular v .



Flujo bifásico:

$$W_G = (\rho_G v_G A_G)_1 = (\rho_G v_G A_G)_2 \quad \dots (1.24.1)$$



Sustituyendo $A_G = A\alpha$, $A_L = A(1-\alpha)$, se tiene:

$$W_G = \rho_G v_G A \alpha \quad \dots(1.24.2)$$

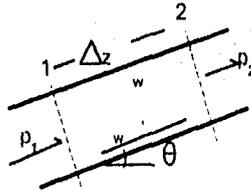
$$W_L = \rho_L v_L A (1 - \alpha) \quad \dots(1.24.3)$$

Así, dadas $W_G, W_L, \rho_G, \rho_L, A$, se tienen dos ecuaciones y tres incógnitas: v_L, v_G y α . Si se supone que los fluidos están bien mezclados, es decir $v_G = v_L$, como para el patrón de flujo de burbuja disperso (en general esta hipótesis no es cierta), entonces

$$\frac{W_G \rho_L (1 - \alpha)}{W_L \rho_G \alpha} = \frac{v_G}{v_L} = 1 \quad \dots(1.25)$$

de donde se puede obtener α .

Ecuación de Momento $d(mv)/dt = \Sigma F$



Flujo Monofásico:

$$(\rho_1 - \rho_2)A - \tau_w \pi D \Delta z - \rho_G A \Delta z \text{ sen } \theta = (\rho v^2 A)_2 - (\rho v^2 A)_1 \quad \dots(1.26)$$

donde:

- ρ_1 = Presión en la sección 1
- ρ_2 = Presión en la sección 2
- A = Área de las secciones transversales 1 y 2
- τ_w = Esfuerzo cortante entre el fluido y la pared de la tubería
- π = Número "pi"

D = Diámetro de la sección transversal
 Δz = Incremento en altura
 ρ_g = Densidad del gas
 θ = Ángulo de inclinación
 v = Velocidad.

Dividiendo por $A\Delta z$ (con $\Delta \rightarrow 0$), y considerando un área transversal uniforme, se tiene:

$$-\frac{dp}{dz} = \frac{4\tau_w}{D} + \rho g \operatorname{sen}\theta + \rho v \frac{dv}{dz} \quad \dots(1.27)$$

donde τ_w es el esfuerzo cortante entre el fluido y la pared de la tubería, dado por

$$\tau_w = f \frac{\rho v^2}{2} \quad \dots(1.28)$$

donde f es el factor de fricción. Nótese que la ecuación para dp/dz contiene las tres componentes,

$$\frac{dp}{dz} = \left(\frac{dp}{dz}\right)_f + \left(\frac{dp}{dz}\right)_g + \left(\frac{dp}{dz}\right)_a \quad \dots(1.29)$$

Así dadas las condiciones de la posición 1, una ecuación de estado (para relacionar densidades con presiones), y el factor de fricción, se pueden calcular el gradiente de presión y la velocidad en la posición 2 (usando también la ecuación continuidad).

Flujo bifásico:

$$\begin{aligned}
 (\rho_1 - \rho_2)A - \tau_w \pi D \Delta z - (\alpha \rho_G + 1 - \alpha) \rho_L g A \Delta z \operatorname{sen}\theta \\
 = [\rho_L v_L^2 A_L + \rho_G v_G^2 A_G]_2 - [\rho_L v_L^2 A_L + \rho_G v_G^2 A_G]_1
 \end{aligned} \quad \dots(1.30)$$

Dividiendo por $A \cdot z$ (con $\Delta \rightarrow 0$), y considerando un área transversal uniforme, se tiene:

$$-\frac{dp}{dz} = \frac{4\tau_w}{D} + [\alpha\rho g + (1-\alpha)\rho_l]g \operatorname{sen}\theta + \left(\frac{W'_L + W'_G}{A}\right)^2 \frac{d}{dz} \left[\frac{(1-x)^2}{(1-\alpha)\rho_l} + \frac{x^2}{\alpha\rho_g} \right] \quad \dots(1.31)$$

De nuevo dp/dz contiene las tres componentes:

$$\frac{dp}{dz} = \left(\frac{dp}{dz}\right)_f + \left(\frac{dp}{dz}\right)_g + \left(\frac{dp}{dz}\right)_a$$

Se requiere información sobre α , el factor de fricción f , el cual es diferente para gas y para líquido.

Además, la influencia de una segunda fase se refleja en la variación de los coeficientes de transferencia de calor (la transferencia de calor del gas es menor que la transferencia de calor para líquido). También, en la variación de los coeficientes de transferencia de masa en flujo en contracorriente.

1.3 MÉTODOS DE CAJA NEGRA EN FLUJO BIFÁSICO³

Los modelos desarrollados en la literatura pueden clasificarse en los grupos siguientes:

- Modelos de Flujo Homogéneo.- Estos son los modelos más sencillos, que se prestan más a un tratamiento analítico y que requieren un mínimo de información experimental vía coeficientes. Este tipo de modelos suponen una distribución homogénea de las dos fases en el canal de flujo donde las

velocidades del líquido y vapor son iguales. EL flujo bifásico es tratado como flujo monofásico por medio del promedio de las variables en puntos locales.

- Modelos de fases separadas.- La característica de estos modelos es considerar velocidades distintas para cada una de las fases. Estos esquemas representan mejoras sobre los resultados dados por los modelos homogéneos, pero también presentan serias limitaciones, como las de no poder manejar los casos de flujo a contracorriente o los de separación de fases. La correlación de Lockhart y Martinelli es un ejemplo de este tipo de modelos.
- Métodos de Similitud.- Existen tres métodos:
 1. Análisis Dimensional.- En este método se realizan experimentos y se obtienen grupos adimensionales. Un ejemplo de este procedimiento es el diagrama del factor de fricción en términos del número de Reynolds, el cual es válido para cualquier valor de ρ , μ , D.
 2. Similitud a través de ecuaciones básicas.- Este método usa las ecuaciones básicas de flujo transformándolas a formas adimensionales, se identifican grupos adimensionales y sus relaciones funcionales. Un ejemplo de este tipo de procedimiento es la correlación de Dukler.
 3. Análisis de Similitud.- Este método reduce el número de grupos adimensionales por medio de un análisis geométrico y dinámico.

I. 4 MÉTODO DE PENDIENTES DE PATRONES DE FLUJO³

Este tipo de modelos consideran cada fase como un fluido independiente, planteando las ecuaciones fundamentales de continuidad, energía y cantidad de

movimiento para cada uno de los fluidos y modelando las interacciones también de cada uno de ellos con el otro y con las paredes del conducto de flujo. Estos modelos son los más atractivos desde el punto de vista físico ya que son los que más se apegan a una descripción de los mecanismos presentes en flujos bifásicos.

1.5 PATRONES DE FLUJO

Se definen como la distribución geométrica de las dos fases. Los diferentes patrones de flujo difieren entre sí en la distribución espacial de la interface, lo que origina a su vez diferentes características hidrodinámicas.

Los patrones de flujo son determinados por:

- Variables operacionales Q_L (Gasto de líquido), Q_G (Gasto de gas) es decir, variables que cambian durante la operación.
- Variables geométricas: Diámetro, ángulo de inclinación.
- Propiedades físicas: ρ_L , ρ_G , μ_L , μ_G , σ (Densidad del líquido, densidad del gas, viscosidad del líquido, viscosidad del gas y tensión superficial respectivamente)

VARIABLES DE DISEÑO QUE SON FUNCIÓN DE LOS PATRONES DE FLUJO:

- 1.- Colgamiento.
- 2.- Gradiente de presión.
- 3.- Coeficientes de transferencia de calor y masa.
- 4.- Tiempo de residencia y de reacción química.

La Figura 12 muestra los patrones de flujo vertical ascendente. Para flujo descendente, el patrón "agitado" no existe.

1.6 OCURRENCIA DE LOS PATRONES DE FLUJO⁵

A continuación se describe una secuencia típica de la ocurrencia de los patrones de flujo en un pozo productor de aceite .

Inicialmente el patrón de flujo dependerá de la presión estática del yacimiento (P_{ws}); si la P_{ws} es mayor que la presión de saturación de la mezcla de hidrocarburos, existirá una sola fase líquida fluyendo en el fondo. Como el líquido se mueve hacia arriba, este ocasiona una declinación en la presión resultando en la liberación de algo del gas disuelto en la fase líquida. Si la P_{ws} es menor que la presión de saturación, fluirán simultáneamente líquido y gas. Para cualquiera de los dos casos en los que se puede encontrar la P_{ws} , el gas liberado aparece como pequeñas burbujas en una fase líquida continua, que caracteriza el patrón de flujo burbuja. Como el flujo continúa hacia arriba, además del decremento en presión y temperatura que ocurre, resulta en una expansión del gas y la liberación de más gas en solución de la fase de aceite. Esto crea más y más burbujas grandes que comienzan a coalescer una con otra. La coalescencia crea burbujas grandes de gas (llamadas Burbujas de Taylor) separadas por la fase líquida continua. De este modo ocurre el patrón de flujo bache. Además la continuación del movimiento ascendente del flujo hacia la región de baja presión causa la expansión de las burbujas de Taylor a lo largo de la sarta con la liberación de más gas del bache de líquido. Esto crea un flujo caótico de dos fases, definido primeramente como flujo agitado. El flujo agitado continúa existiendo hasta que el gasto de gas es suficientemente alto para empujar el líquido contra la pared de la tubería. Esto caracteriza la existencia de flujo anular.

Así, debido a los continuos cambios de presión, temperatura y transferencia de masa entre las dos fases, el patrón de flujo que inició como una fase continua de líquido en el fondo del pozo puede ser completamente transformada a un patrón de flujo con una fase continua de gas en la cabeza del pozo. Este cambio progresivo de los patrones de flujo se muestra en la Figura I.1.

I.6.1 PREDICCIÓN DE LOS PATRONES DE FLUJO³

- A través de principios básicos (esto es casi imposible).
- Por medio de resultados experimentales (se tiene que usar análisis adimensional y toma mucho tiempo)
- Modelado.- En este método primero se define el mecanismo físico que controla la transición de los patrones de flujo analizando cada transición en forma separada. A continuación se expresa este mecanismo en forma matemática para de esta forma crear el modelo. Las ventajas de esta técnica son:
 - a) Procedimiento que toma en cuenta la física del mecanismo.
 - b) Incorpora variables importantes en el modelo matemático como son diámetro, densidad, área de la sección transversal de la tubería, etc.
 - c) Se puede generalizar la solución, ya que se conocen los grupos adimensionales que la controlan. Esta es la mayor ventaja.

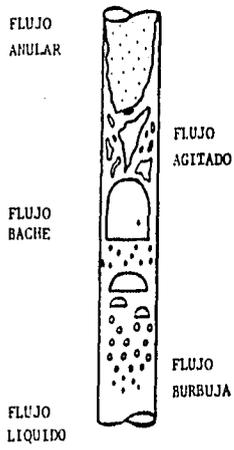


Figura. 1.1

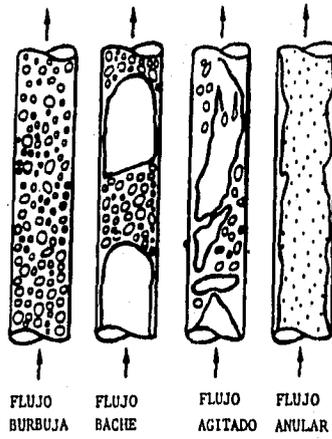


Figura. 1.2

CAPITULO II

GENERALIDADES EN EL CALCULO DE PERFILES DE PRESION EN POZOS

II.1 CORRELACIONES EMPÍRICAS⁶

La capacidad para predecir analíticamente la presión en cualquier punto de una sarta es esencial en el diseño de instalaciones de producción artificiales y en la determinación de las dimensiones óptimas de la sarta de producción. Esta información también es invaluable en la predicción de presiones de fondo fluyendo en pozos.

Aunque este problema no es nuevo en la industria, no ha habido medios para resolverlo completamente para todos los tipos de condiciones de flujo. Todas las investigaciones y métodos propuestos están muy limitados en su rango de aplicaciones. Además, muchos son extremadamente complicados y no muy usados en los campos.

El estudio de los gradientes de presión que ocurren durante el flujo multifásico de fluidos en tuberías es en exceso complejo por el gran número de variables involucradas, además de las dificultades relativas a la posibilidad de numerosos regímenes de flujo, la amplia y variada geometría y los mecanismos e inestabilidades de las interfaces involucradas. Consecuentemente no ha sido lograda, una solución al problema mediante la aproximación normalmente usada en la dinámica de fluidos basada en la formulación y solución de la ecuación de Navier-Stokes. Este es principalmente el resultado de las no linealidades involucradas y la dificultad de describir adecuadamente las condiciones de los límites. Como resultado, muchos investigadores han escogido aproximaciones semi-empíricas o empíricas en un esfuerzo por obtener una solución práctica al problema.

La tecnología de flujo multifásico comienza en la industria petrolera alrededor de 1950. Muchos de los primeros investigadores usaron datos obtenidos de pruebas de laboratorio, pero algunos de ellos fueron datos de campo. Estos generalmente

incluían datos volumétricos de gas y líquido, propiedades físicas de cada fase, diámetro de tubería, así como presiones a la entrada y salida de la tubería. En algunos casos se observaron patrones de flujo y el colgamiento del líquido fue medido con válvulas de sello de bola. Los fluidos fueron tratados como mezclas homogéneas. A las fases de gas y líquido, se les fue permitido viajar a diferentes velocidades, con efectos de resbalamiento entre fases siendo medidos a través de relaciones empíricas de colgamiento de líquido. Fueron usados los mapas empíricos de patrones de flujo, frecuentemente basados en grupos adimensionales. Ecuaciones de estado estable del gradiente de presión fueron desarrolladas en base a los principios de conservación de momentum y masa aplicados a mezclas homogéneas. Las pérdidas de presión por fricción contaron con ecuaciones de flujo de una sola fase, resultando en un uso extensivo del número de Reynolds para mezclas. Muchos investigadores también usaron un factor multiplicativo empírico para representar el incremento de fricción resultado de una segunda fase.

Las correlaciones empíricas para predecir el gradiente de presión, acopladas con la introducción de las PC. en los inicios de la década de los '80, mejoró dramáticamente las herramientas prácticas disponibles para los Ingenieros Petroleros. Técnicas de integración numérica de los gradientes de presión del final de una tubería al inicio de otra fueron bien entendidos, y virtualmente todas las compañías grandes tuvieron un programa de cómputo que predijera las caldas de presión o gastos para pozos y tuberías. Procedimientos para conectar pozos a yacimientos a través de relaciones simples de comportamiento de flujo abundaron, y nacieron los verdaderos conceptos del análisis nodal del sistema de producción

II.1.2 CLASIFICACIÓN DE LAS CORRELACIONES⁷

Las diversas correlaciones existentes para el cálculo de distribuciones de presión con flujo multifásico, fueron clasificadas en tres tipos bien definidos por Orkiszewski. Basándose en la similitud de los conceptos teóricos, los métodos publicados fueron primero divididos en tres categorías. De cada categoría ciertos métodos fueron seleccionados, en base a que fueran originales o únicos, y fuesen desarrollados a partir de una base amplia de datos. Las distinciones que caracterizan los tres tipos de correlaciones son las siguientes:

Tipo I.- No se considera el resbalamiento entre las fases. La densidad de la mezcla se obtiene en función de las propiedades de los fluidos, corregidas por presión y temperatura. Las pérdidas por fricción y los efectos del colgamiento se expresan por medio de un factor de fricción correlacionado empíricamente. No se distinguen patrones de flujo. Dentro de éste tipo están incluidos los métodos de Poettman-Carpenter, Fancher-Brown y Baxendell-Thomas.

Tipo II.- Se toma en cuenta el resbalamiento entre las fases. La densidad de la mezcla se calcula utilizando el concepto de colgamiento. El factor de fricción se correlaciona con las propiedades combinadas del gas y líquido. No se distinguen regímenes de flujo. El método de Hagedorn-Brown cae dentro de este tipo de correlaciones.

Tipo III.- Se considera resbalamiento entre las fases. La densidad de la mezcla se determina mediante el colgamiento. El factor de fricción se correlaciona con las propiedades del fluido en la fase continua. Se distinguen diferentes patrones de flujo. Las principales correlaciones que caen dentro de esta clasificación son: Duns-Ros, Orkiszewski, Aziz, Beggs-Brill, Chierici, Gould-Tekc, etc.

II.1.3.1 MÉTODO DE POETTMAN Y CARPENTER⁸

Poettman y Carpenter publicaron en 1952 un procedimiento analítico para determinar las caídas de presión en tuberías verticales con flujo multifásico. Su ecuación principal la desarrollaron a partir de un balance de energía entre dos puntos dentro de la tubería de producción. Esta ecuación está expresada por:

$$\frac{\Delta p}{\Delta h} = \frac{1}{144} \left[\bar{\rho}_{ms} + \frac{f(q_o M)^2}{7.413 \times 10^{10} \bar{\rho}_{ms} d^5} \right] \quad \dots(2.1)$$

donde:

$\bar{\rho}_{ms}$ = Densidad de la mezcla gas-liquido sin resbalamiento (lb / pie³)

f = Factor de pérdidas de energía de Poettman y Carpenter

q_o = Gasto de aceite (bl / día) @ c. s.

M = Masa de la mezcla $\left[\frac{lb_m}{bl \text{ o } c. s.} \right]$

d = Diametro interior de la tubería (pies)

$\frac{\Delta p}{\Delta h}$ = Gradiente de presión (lb / pg²) / pie

o bien en función del gasto masa $w \left[\frac{lb_m}{día} \right]$

$$\frac{\Delta p}{\Delta h} = \frac{1}{144} \left[\bar{\rho}_{ms} + \frac{f W^2}{7.413 \times 10^{10} \bar{\rho}_{ms} d^5} \right] \quad \dots(2.2)$$

Cada uno de los términos anteriores se obtiene de la manera siguiente:

1.- Densidad de la mezcla $\bar{\rho}_{ms}$

$$\bar{\rho}_{ms} = \lambda_L \rho_L + \lambda_g \rho_g \quad \dots(2.3)$$

$$\lambda_L = \frac{v_{sl}}{v_{sg} + v_{sl}} = \left[\frac{q_L}{q_L + q_g} \right] @ \text{ cond. de escurrimiento } \dots(2.4)$$

$$\lambda_g = 1 - \lambda_l \quad \dots(2.5)$$

$$v_{sl} = \frac{q_o B_o + q_w B_w}{12096 d^2} \quad \dots(2.6)$$

$$v_{sg} = \frac{q_o(R - R_s) B_g}{67858.6 d^2} \quad \dots(2.7)$$

2.- Masa de la mezcla: M(lbm/blo)

$$M = 350.4 \gamma_o + 0.0764 \gamma_g + 350.4 \gamma_w + \text{WOR} \quad \dots(2.8)$$

3.- Gasto de masa: W(lbm/día)

$$W = q_o M \quad \dots(2.9)$$

4.- Factor de pérdidas de energía

$$dv_{m\bar{p}} = 1.473 \times 10^{-5} \left(\frac{q_o M}{d} \right) \quad \dots(2.10)$$

Donde:

- v_{sl} Velocidad superficial del líquido (pie / s)
- v_{sg} Velocidad superficial del gas (pie / s)
- λ_l Colgamiento del líquido sin resbalamiento
- λ_g Colgamiento del gas sin resbalamiento
- B_o Factor de volumen del aceite
- B_w Factor de volumen del agua
- B_g Factor de volumen del gas
- R Relación gas aceite (pie³ / bl)
- R_s Relación de solubilidad (pie³ / bl)
- WOR Relación agua - aceite

II.1.3.2 MÉTODO DE HAGEDORN Y BROWN^{8,9}

Este método fue derivado esencialmente para determinar las caídas de presión en tuberías de diámetro pequeño ($d \leq 1.5$ pg). Sin embargo debido a la amplitud de datos considerados en el desarrollo y a que las correlaciones utilizadas se obtuvieron en función de parámetros adimensionales, puede hacerse extensivo a tuberías de mayor diámetro.

La ecuación básica de flujo de fluidos obtenida a partir de un balance de energía entre dos puntos dentro de una tubería se expresa como:

$$\int_1^2 V dp + \frac{g}{g_c} \Delta h + \frac{\Delta v^2}{2g_c} + \Delta W_f = 0 \quad \dots(2.11)$$

Donde:

- V Volumen específico
- p Presión
- h Profundidad
- Wf Pérdidas totales de energía.

El trabajo experimental de Hagedorn y Brown se realizó en un pozo de 1500 pies de profundidad en tuberías de 1,1¼ y 1½ pg. Las tuberías fueron equipadas con dos válvulas para la inyección de gas y cuatro transductores electrónicos de presión.

El procedimiento seguido consistió en establecer una correlación para el factor de fricción basado en una analogía con el flujo de una sola fase. Las pérdidas por fricción podían entonces determinarse usando dicho factor de fricción. La diferencia entre la caída total de presión y la caída debida a la fricción sería

atribuible al gradiente estático afectado por el resbalamiento entre las fases. De aquí, que los factores de colgamiento podían ser calculados a partir de datos de prueba.

Modelo matemático

Desarrollando la ecuación de balance de energía y utilizando unidades prácticas de campo se obtiene:

$$\frac{\Delta p}{\Delta h} = \frac{1}{144} \left[\bar{\rho} + \frac{f (q_L)^2 M^2}{2.9652 \times 10^{11} \bar{\rho} d^5} + \frac{\Delta \left(\frac{v_m^2}{2g_c} \right)}{\Delta h} \right] \quad \dots(2.12)$$

donde:

- $\bar{\rho}$ Densidad media de la mezcla (lbm / pie³)
- f Factor de fricción de las dos fases
- q_L Gasto total de líquido (bl / día)
- M Masa total de aceite, agua y gas asociado por barril de líquido fluyendo dentro de la sarta de producción (lbm / bl)
- d Diámetro interior de la tubería (pies)
- v_m Velocidad de la mezcla (pie / s)
- g_c Constante gravitacional 32.174 lb_m - pie / lb_f - s²
- $\frac{\Delta p}{\Delta h}$ Gradiente de presión (lb / pg² / pie)

La ecuación expresada en función del gasto de masa W (lbm / día) queda

$$\frac{\Delta p}{\Delta h} = \frac{1}{144} \left[\bar{\rho} + \frac{f W^2}{2.9652 \times 10^{11} \bar{\rho} d^5} + \frac{\Delta \left(\frac{v_m^2}{2g_c} \right)}{\Delta h} \right] \quad \dots (2.13)$$

Cada uno de los gradientes de la ecuación anterior se determina de la manera siguiente:

1.- Gradiente por densidad

$$\left(\frac{dp}{dh}\right)_\rho = \bar{\rho} \quad \dots(2.14)$$

$$\bar{\rho} = \rho_L H_L + \rho_g H_g \quad \dots(2.15)$$

$$\rho_w = \rho_o f_o + \rho_w(1 - f_o) \quad \dots(2.16)$$

$$H_L = 1 - H_g \quad \dots(2.17)$$

El valor del colgamiento de líquido (H_L), o fracción de líquido existente dentro de un intervalo de tubería de producción, se obtiene mediante tres correlaciones derivadas por Hagedorn y Brown en función de los siguientes grupos adimensionales.

Número de velocidad del líquido $N_{VL} = 1.938 V_{Ll} \sqrt{\rho_L / \sigma} \quad \dots(2.18)$

Número de velocidad del gas $N_{Vg} = 1.938 V_{sg} \sqrt{\rho_L / \sigma} \quad \dots(2.19)$

Número de diámetro $N_D = 120.872 d \sqrt{\rho_L / \sigma} \quad \dots(2.20)$

Número de la viscosidad del líquido $N_{\mu L} = 0.15726 \mu_{Ll} \sqrt{\rho_L / \sigma} \quad \dots(2.21)$

donde:

σ Tensión interfacial aire-líquido (dinas/cm)

μ_L Viscosidad del líquido (cp)

ρ_L Densidad del líquido (lbm/pie³)

ρ_g Densidad del gas (lbm/pie³)

H_L Colgamiento.

Las correlaciones citadas se aplican de la manera siguiente:

- i) Calcular $(N_{GV}N_L^{0.380})/N_D^{2.14}$ y con la Figura II.1 obtener ψ , denominado factor secundario de corrección, necesario para tomar en cuenta los cambios en los patrones de flujo al variar la velocidad del gas.
- ii) Con N_L y la fig. II.2 obtener CN_L , este factor corrige H_L por el efecto de la viscosidad.
- iii) Cuantificar $N_{VL}/N_{vg}^{0.575}(p/p_a)0.1(CN_L/N_D)$ y con la Figura II.3 determinar H_L/ψ .
- iv) Calcular H_L a partir de ψ obtenido en (1) y la relación H_L/ψ determinado en (3).

2. Gradiente por fricción

$$\left(\frac{dp}{dh}\right) = \frac{f q_L^2 M^2}{2.9652 \times 10^{11} d^5 \bar{\rho}} \quad \dots(2.22)$$

en que f y M se calculan de la manera siguiente:

2.1 Factor de fricción (f) se determina del diagrama de Moody en función del número de Reynolds para dos fases, que puede expresarse de la manera siguiente:

$$(N_{Re})_{DF} = 2.2 \times 10^{-2} \frac{q_L M}{d \mu_L^{H_L} \mu_g^{(1-H_L)}} \quad \dots(2.23)$$

2.2 Masa de la mezcla

$$M \left[\frac{lbm}{bl_L @ c.s.} \right] = 350.4 \gamma_o \frac{1}{1+f_{wo}} + 0.0764 \gamma_g \frac{R}{1+f_{wo}} + 350.4 \gamma_w \frac{f_{wo}}{1+f_{wo}} \quad \dots(2.24)$$

f_{wo} - Relación agua-aceite a las condiciones de escurrimiento.

Las correlaciones citadas se aplican de la manera siguiente:

- i) Calcular $(N_{gv}N_L^{0.380})/N_D^{2.14}$ y con la Figura II.1 obtener ψ , denominado factor secundario de corrección, necesario para tomar en cuenta los cambios en los patrones de flujo al variar la velocidad del gas.
- ii) Con N_L y la fig. II.2 obtener CN_L , este factor corrige H_L por el efecto de la viscosidad.
- iii) Cuantificar $N_{vL}/N_{vg}^{0.575}(p/p_a)^{0.1}(CN_L/N_D)$ y con la Figura II.3 determinar H_L/ψ .
- iv) Calcular H_L a partir de ψ obtenido en (1) y la relación H_L/ψ determinado en (3).

2. Gradiente por fricción

$$\left(\frac{dp}{dh}\right) = \frac{f q_L^2 M^2}{2.9652 \times 10^{11} d^5 \bar{\rho}} \quad \dots(2.22)$$

en que f y M se calculan de la manera siguiente:

2.1 Factor de fricción (f) se determina del diagrama de Moody en función del número de Reynolds para dos fases, que puede expresarse de la manera siguiente:

$$(N_{Re})_{DF} = 2.2 \times 10^{-2} \frac{q_{LM}}{d \mu_L^{H_L} \mu_g^{(1-H_L)}} \quad \dots(2.23)$$

2.2 Masa de la mezcla

$$M \left[\frac{lbm}{bl_L @ c.s.} \right] = 350.4 \gamma_o \frac{1}{1 + f_{wo}} + 0.0764 \gamma_g \frac{R}{1 + f_{wo}} + 350.4 \gamma_w \frac{f_{wo}}{1 + f_{wo}} \quad \dots(2.24)$$

f_{wo} - Relación agua-aceite a las condiciones de escurrimiento.

30
CORRELACION PARA EL FACTOR SECUNDARIO DE CORRECCION

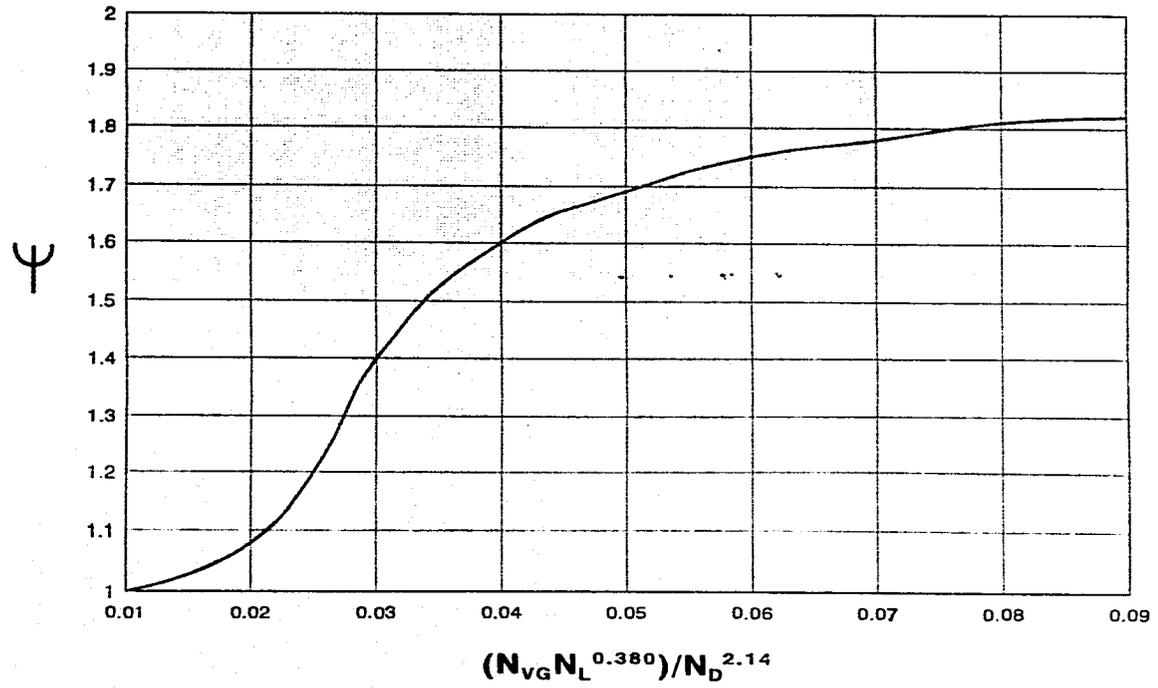
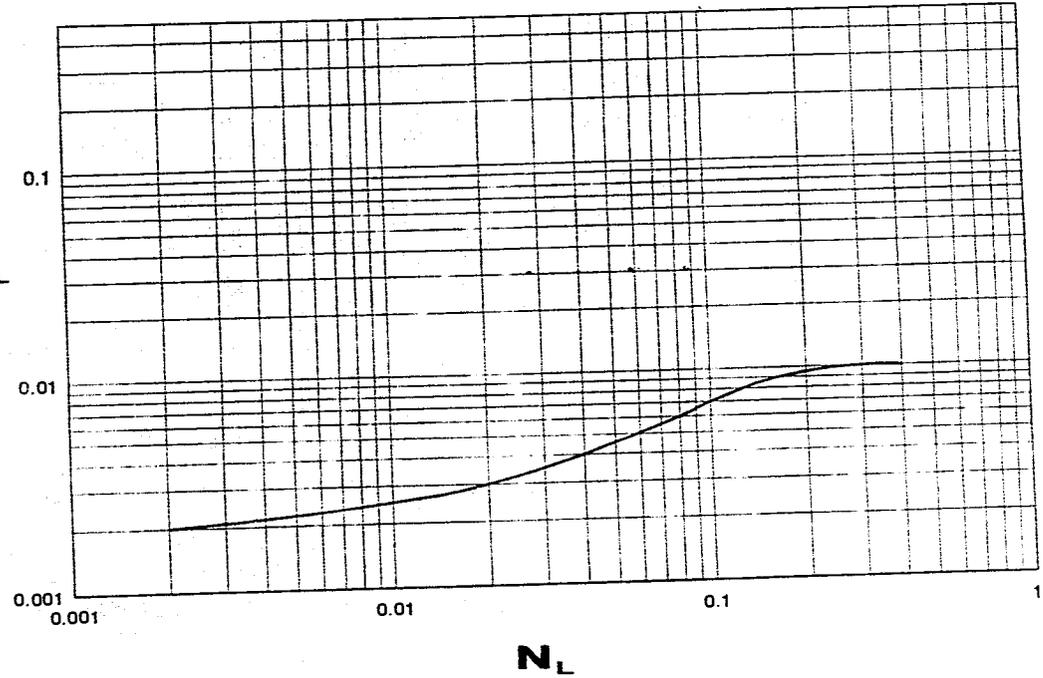


Fig. II.1

CORRELACION PARA EL COEFICIENTE DE VISCOSIDAD

Fig. II.2



CORRELACION PARA EL FACTOR DE COLGAMIENTO

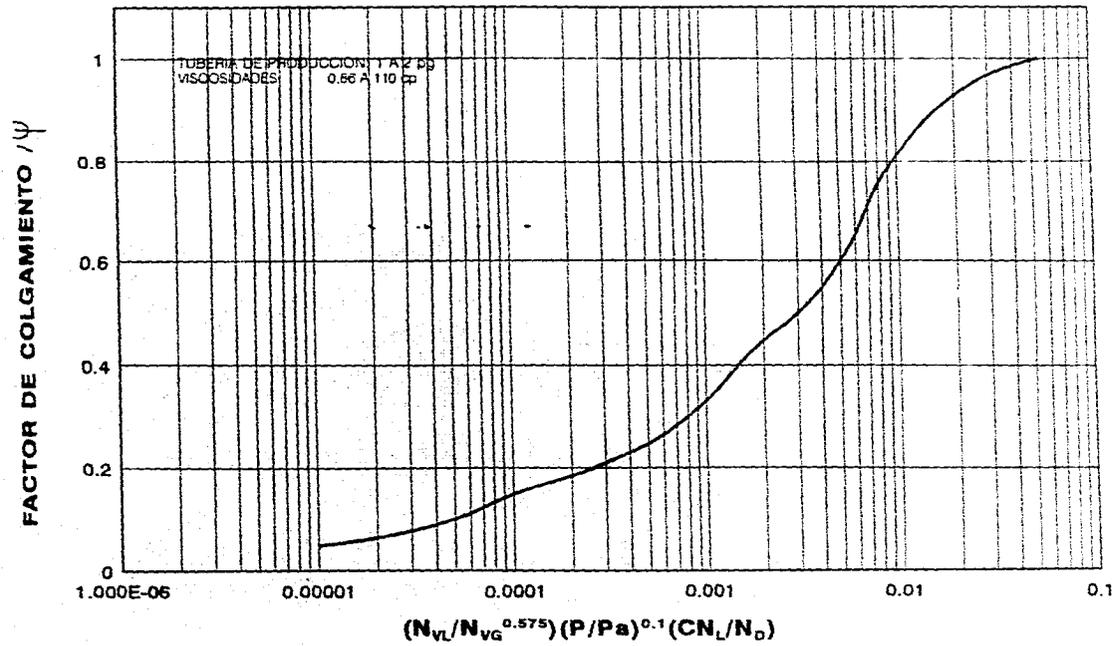


Fig. 11.3

3.- Gradiente por aceleración

$$\left(\frac{dp}{dh}\right)_a = \bar{\rho} \frac{\Delta \left(\frac{v_m^2}{2g_c}\right)}{\Delta h} \quad \dots(2.25)$$

El valor v_m se determina para las condiciones existentes en los extremos del intervalo definido por Δp y Δh y es igual a:

$$v_m = v_{sg} + v_{sL} \quad \dots(2.26)$$

II.1.3.3 MÉTODO DE DUNS Y ROS^{8,10}

La ecuación principal se obtuvo a través de un balance de presión

$$\begin{array}{ccccccc} \text{Gradiente} & & \text{Gradiente} & & \text{Gradiente} & & \text{Gradiente} \\ & & = & \text{por} & + & \text{por} & + & \text{por} \\ \text{total} & & & \text{densidad} & & \text{fricción} & & \text{aceleración} \end{array}$$

El método está basado en un trabajo de investigación de laboratorio muy completo de Ros, en el que midió caídas de presión y colgamiento en un tubo vertical de alrededor de 50 m. A partir de los experimentos establecieron correlaciones para determinar el colgamiento en función de la velocidad de resbalamiento y para cada uno de los regímenes de flujo identificados en el laboratorio. Ellos denominaron regiones a los regímenes de flujo y aunque sus regiones equivalen a los cuatro patrones conocidos (burbuja, bache, transición y niebla) en sí dentro de cada región quedaron comprendidas distintas ocurrencias de las mezclas gas-líquido fluyendo.

El colgamiento lo relacionaron funcionalmente a la velocidad de resbalamiento v_s

$$v_s = \frac{v_{sg}}{1 - H_L} - \frac{v_{sl}}{H_L} \quad \dots(2.27)$$

A partir de un análisis dimensional de las variables que intervienen, Duns y Ros establecieron que los grupos que gobiernan el mecanismo de flujo son:

$$\text{Número de velocidad del líquido} \quad N_{vl} = 1.938 V_{aL} \sqrt{\rho_L / \sigma} \quad \dots(2.28)$$

$$\text{Número de velocidad del gas} \quad N_{vg} = 1.938 V_{sG} \sqrt{\rho_L / \sigma} \quad \dots(2.29)$$

$$\text{Número del diámetro} \quad N_D = 120.872 d \sqrt{\rho_L / \sigma} \quad \dots(2.30)$$

$$\text{Número de la viscosidad del líquido} \quad N_L = 0.15726 \mu_L \sqrt{1 / \rho_L \sigma^3} \quad \dots(2.31)$$

$$\text{Número de velocidad de resbalamiento} \quad N_{vs} = 1.938 V_s \sqrt{\rho_L / \sigma} \quad \dots(2.32)$$

donde:

- σ Tensión interfacial aire-líquido (dinas/cm)
- μ_L Viscosidad del líquido (cp)
- ρ_L Densidad del líquido (lbm/pie³)
- ρ_g Densidad del gas (lbm/pie³)
- H_L Colgamiento.

Por conveniencia, correlacionaron la velocidad de resbalamiento v_s y no H_L con los grupos gobernantes. Esta velocidad fue expresada en la forma adimensional de la ecuación del número de velocidad de resbalamiento.

El gradiente por aceleración fue considerado despreciable en todos los regímenes de flujo excepto el de niebla.

Las regiones identificadas por los autores, ilustradas en la figura II.4 guardan las siguientes equivalencias:

Región I = Flujo burbuja (comprende flujo de burbuja, tapón y parte de espuma)

Región II = Flujo de bache (comprende flujo de bache y el remanente de flujo de espuma.

Región III = Flujo de transición

Región IV = Flujo de niebla

FLUJO DE BURBUJA

Los límites de esta región están entre:

$$0 < N_{vg} \leq L_1 + L_2 N_{vL} \dots\dots\dots(2.33)$$

en que L_1 y L_2 se obtienen de la figura II.5 en función de N_D (número de diámetro). Para flujo anular N_D debe basarse en $(dc + dt)$

dc.- diámetro interior de la tubería de revestimiento (pies)

dt.- diámetro exterior de la tubería de producción (pies)

- Gradiente por densidad

$$\left(\frac{dp}{dh}\right)_p = H_L \rho_L + (1 - H_L) \rho_g \dots\dots\dots(2.34)$$

y como fracción del gradiente estático de líquido:

$$\frac{1}{\rho} \left(\frac{dp}{dh}\right)_p = G_H = H_L + (1 - H_L) \frac{\rho_g}{\rho_L} \dots\dots\dots(2.35)$$

GRAFICA DE REGIONES

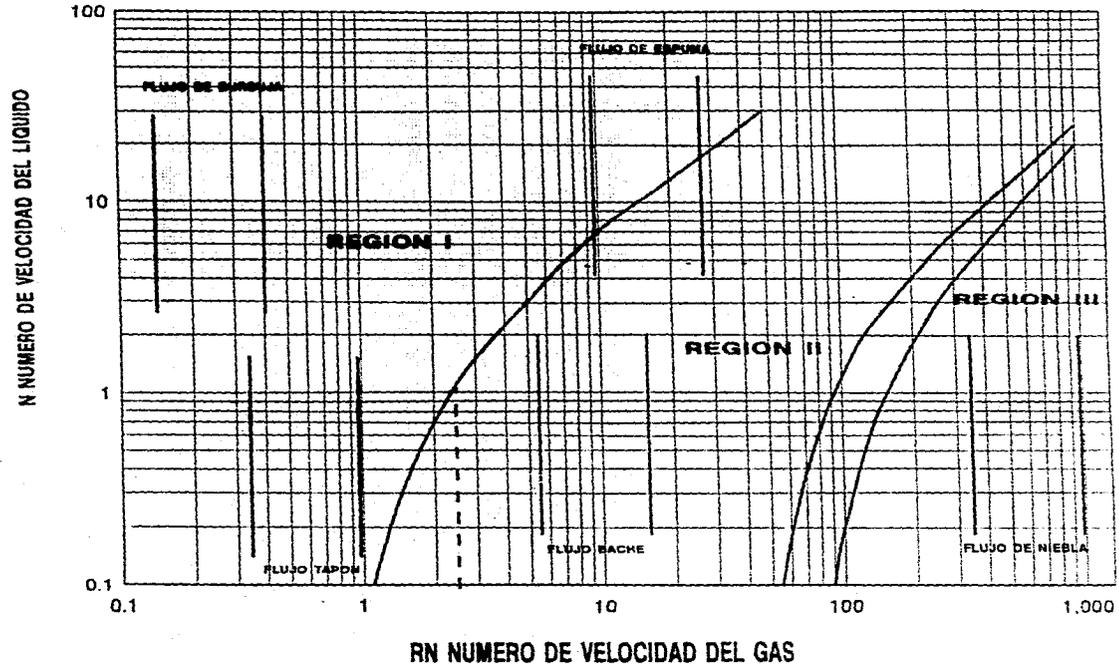


Fig. 11.4

NUMERO DEL DIAMETRO

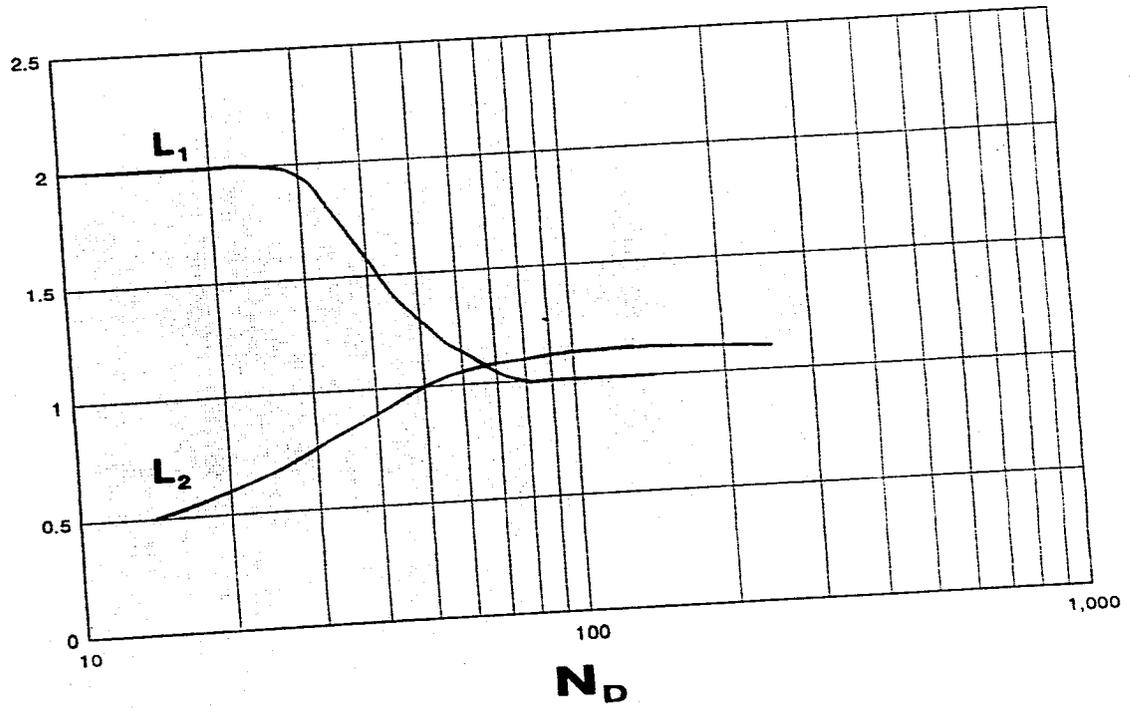


Fig. 11.5

H_L se obtiene en función de la velocidad de resbalamiento de la manera siguiente:

$$N_{vs} = F_1 + F_2 N_{sl} + F_3 \left(\frac{N_{vg}}{1 + N_{sl}} \right) \quad \dots(2.36)$$

$$y \quad F_3 = F_3 - \frac{F_4}{N_D} \quad \dots(2.37)$$

F_1, F_2, F_3 y F_4 se determinan de la Figura II.6 en función de N_L

- Gradiente por fricción

$$\left(\frac{dp}{dh} \right)_f = \frac{f_w \rho_L v_{sl} v_m}{2 g_c d} \quad \dots(2.38)$$

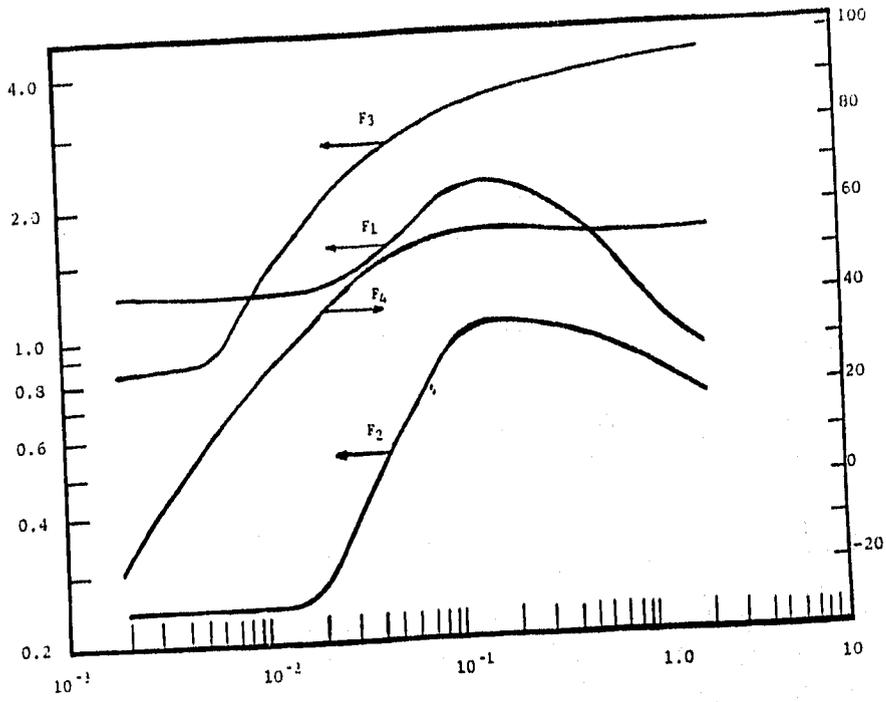
$$f_w = f_1 \frac{f_2}{f_3} \quad \dots(2.39)$$

f_1 se obtiene del diagrama de Moody para

$$N_{Re} = 1488 \frac{\rho_L v_{sl} d}{\mu_L} \quad \dots(2.40)$$

f_2 es una corrección debido a la relación gas-líquido insitu y se obtiene de la Figura II.7 en función de

$$f_1 \frac{v_{sg}}{v_{sl}} N_D^{2/3} \quad \dots(2.41)$$

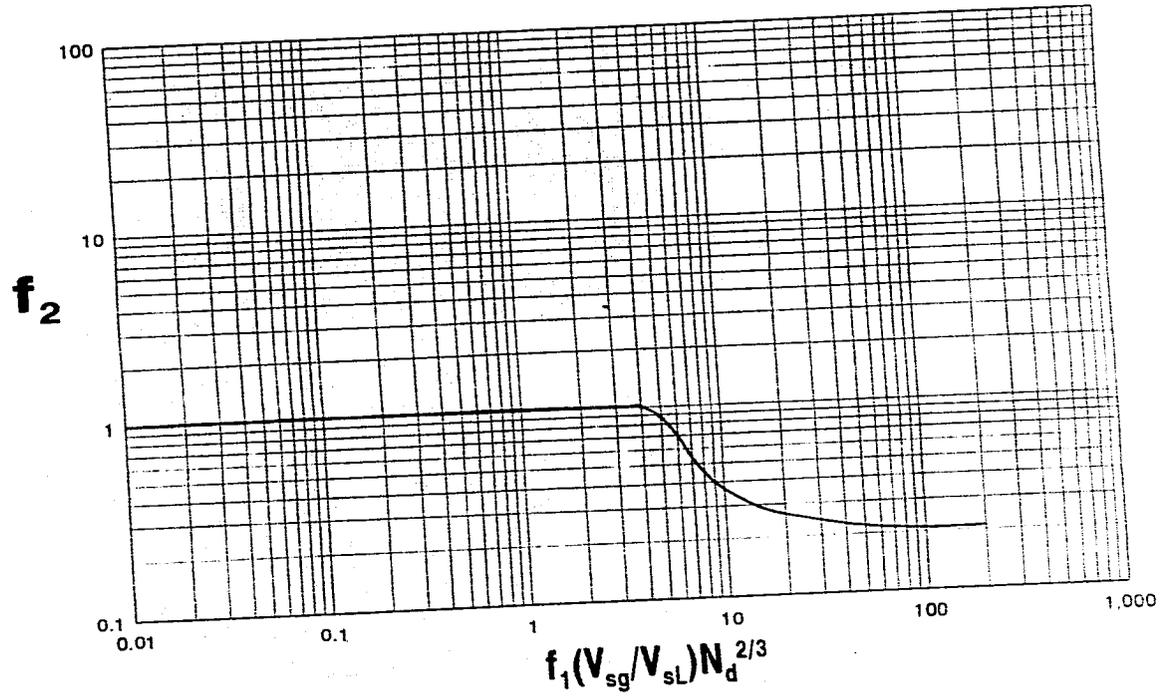


NUMERO DE VISCOSIDAD DEL LIQUIDO

FIG. II.6

GRAFICA DE CORRECCION

Fig. 11.7



f_3 es una corrección adicional por la viscosidad de líquido y la relación gas-líquido insitu. Solo es de importancia para viscosidades mayores de 50 centistokes. Se obtiene de:

$$f_3 = 1 + f_1 \sqrt{\frac{\nu_{sg}}{50\nu_{sl}}} \quad \dots(2.42)$$

La ecuación $(dp/dh)_f$ puede expresarse como fracción del gradiente estático de líquido, tomando la forma:

$$\frac{1}{\rho} \left(\frac{dp}{dh} \right)_f = G_{fr} = \frac{f_w \nu_{sl} \nu_m}{2g_c d} \quad \dots(2.43)$$

FLUJO DE BACHE

Esta región queda comprendida entre el límite superior de burbuja hasta el inicio de la zona de transición del flujo de niebla. Matemáticamente queda expresada por:

$$L_1 + L_2 N_{vL} < N_{vg} \leq 50 + 36 N_{vL} \quad \dots(2.44)$$

- Gradiente por densidad

$$\left(\frac{dp}{dh} \right)_\rho = H_L \rho_L + (1 - H_L) \rho_g \quad \dots(2.45)$$

y como fracción del gradiente estático del líquido

$$\frac{1}{\rho} \left(\frac{dp}{dh} \right)_{\rho} = G_M = H_L + (1 - H_L) \frac{\rho_g}{\rho_L} \quad \dots(2.46)$$

en que H_L se obtiene a partir de la velocidad de resbalamiento a través del número adimensional de velocidad, que se calcula en la ecuación

$$N_{vs} = (1 + F_5) \frac{(N_{vg})^{0.982} + F'_6}{(1 + F_7 N_{vl})^2} \quad \dots(2.47)$$

$$F'_6 = 0.029 N_D + F_6 \quad \dots(2.48)$$

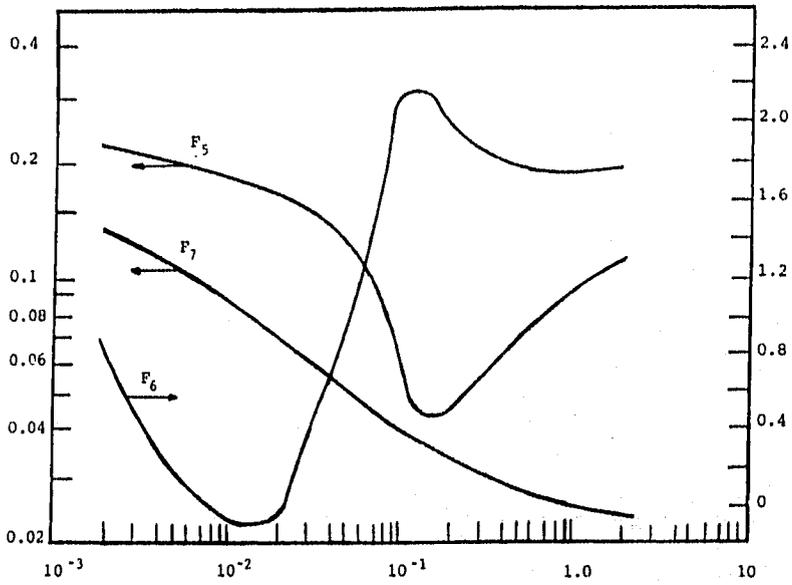
F_5 , F_6 y F_7 se determinan de la Figura II.8 como una función del número de la viscosidad del líquido N_L

Según los resultados experimentales de los autores, su correlación no es confiable en la zona de cabeceo. Bajo esta situación, se recomienda una interpolación lineal entre los valores de N_{vs} para el límite superior del flujo de burbuja y el final de la zona de cabeceo.

$$L_1 + L_2 N_{vL} < N_{vg} < 2.5 \quad \dots(2.49)$$

- Gradiente por fricción.

El gradiente de presión debido a la fricción en este régimen, se calcula utilizando el procedimiento descrito para flujo burbuja.



NUMERD DE VISCSIDAD DEL LIQUIDO

FIG. II.8

FLUJO DE NIEBLA

Esta región queda definida cuando

$$N_{QV} > 75 + 84N_{VL}^{0.75} \quad \dots(2.50)$$

- Gradiente por densidad.

$$N_{VS} = v_g = 0 \quad \dots(2.51)$$

No existe resbalamiento entre las fases de gas y líquido

$$H_L = \frac{1}{1 + \frac{q_g}{q_L}} \quad \dots(2.52)$$

o bien:

$$H_L = \frac{v_{VL}}{v_m} \quad \dots(2.53)$$

el gradiente por densidad será:

$$\left(\frac{dp}{dh}\right)_\rho = \rho_L \frac{v_{sL}}{v_m} + \rho_g \frac{v_{sg}}{v_m} \quad \dots(2.54)$$

y el gradiente por densidad como fracción del gradiente estático estará dado por:

$$G_{st} = \frac{v_{sL}}{v_m} + \frac{v_{sg}}{v_m} \frac{\rho_g}{\rho_L} \quad \dots(2.55)$$

- Gradiente por fricción

$$\left(\frac{dp}{dh}\right)_f = f_w \frac{\rho_g v_{sg}^2}{2g_c d} \quad \dots(2.56)$$

$$G_f = \frac{1}{\rho_L} \left(\frac{dp}{dh}\right)_f = f_w \frac{\rho_g v_{sg}^2}{\rho_L 2g_c d} \quad \dots(2.57)$$

$f_w = f_1$ de Moody, en función de:

$$N_{Re_g} = 1488 \frac{\rho_g v_{sg} d}{\mu_g} \quad \dots(2.58)$$

ya que no hay resbalamiento.

Duns y Ros observaron que en el flujo de niebla la rugosidad del tubo es la causa de la mayor parte del gradiente de presión. El problema consiste en determinar el valor prevaleciente de ϵ .

Las olas en la película de líquido que cubre la pared del tubo son el resultado del arrastre del gas que deforma la película oponiéndose a la tensión superficial. (es la rugosidad de esta película la que interesa determinar; ya que la fricción se manifestará entre dicha película y la corriente de gas fluyendo.). Este proceso está gobernado por el número de Weber

$$N_w = 454 \frac{\rho_g v_{sg}^2 \epsilon}{\sigma} \quad \dots(2.59)$$

Por lo cual, si se establece N_w puede obtenerse ϵ se ha encontrado que μ_L afecta su magnitud. Para tomar en cuenta este efecto debe ponerse N_w en función de μ_L , una forma es a través del grupo adimensional:

$$N_{\mu} = 2.052 \times 10^{-4} \mu_L / \rho_L \sigma \varepsilon \quad \dots(2.60)$$

que refleja la interacción entre μ_L y σ . En la Figura II 9 se presenta N_w en función de $N_w N_{\mu}$ el cual es independiente de ε .

Además, para $\varepsilon > 0.05d$ (fuera del diagrama de Moody)

$$f_1 = \frac{1}{\left[4 \log_{10} (0.27 \varepsilon / d)\right]^2} + 0.067 (\varepsilon / d)^{1.73} \quad \dots(2.61)$$

Como un refinamiento, es conveniente corregir la v_{sg} por la reducción del diámetro del tubo debido a la rugosidad.

Los valores de la rugosidad de la película de líquido pueden llegar a ser muy pequeños, pero nunca menores a la rugosidad de la tubería. El máximo valor que adquiere ε/d puede obtenerse de las ecuaciones siguientes.

Para $N_w N_{\mu} \leq 0.05$

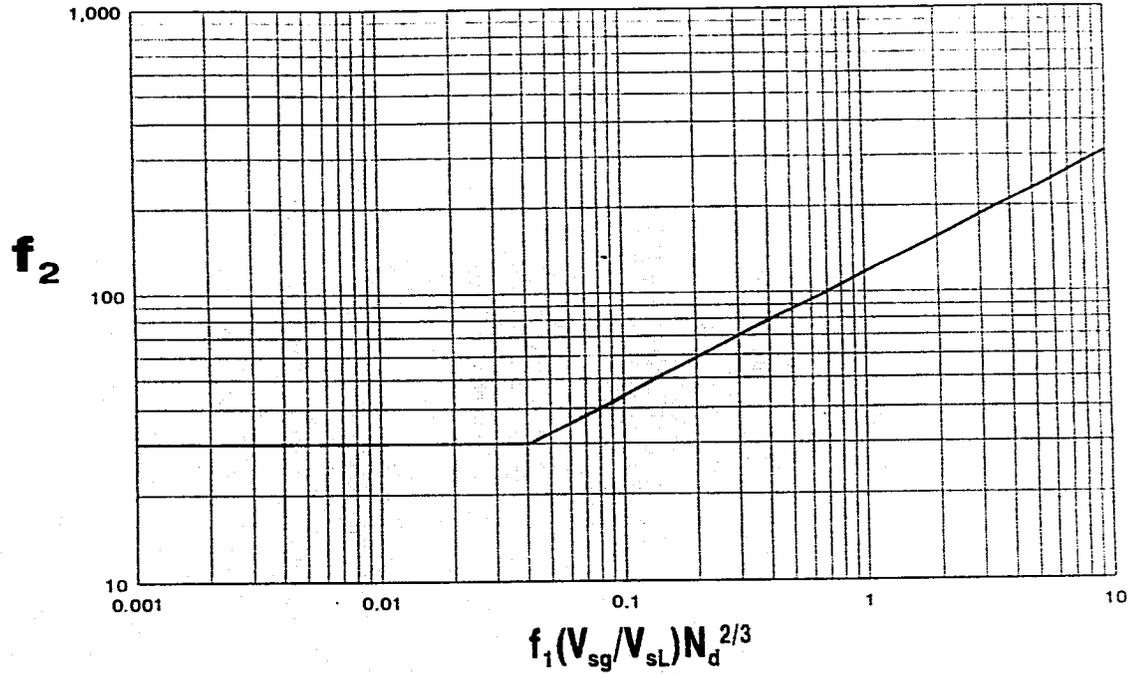
$$\frac{\varepsilon}{d} = \frac{0.0385 \sigma}{\rho_g v_{sg}^2 d} \quad \dots(2.62)$$

Para $N_w N_{\mu} > 0.05$

$$\frac{\varepsilon}{d} = \frac{0.0385 \sigma}{\rho_g v_{sg}^2 d} (N_w N_{\mu})^{0.302} \quad \dots(2.63)$$

GRAFICA DE CORRECCION

Fig. 11.9



- Gradiente por aceleración

$$\left(\frac{dp}{dh}\right)_{ac} = \frac{\rho_{ns} v_m v_{sg}}{144 g_c p} \frac{dp}{dh} \quad \dots(2.64)$$

donde:

ρ_{ns} Densidad promedio de la mezcla sin resbalamiento (lbm/pie³)

v_m Velocidad de la mezcla (pie/s)

v_{sg} velocidad superficial del gas (pie/s)

g_c Constante de conversión = $32.2 \frac{\text{lbm} \cdot \text{pie}}{\text{lb}_f \cdot \text{seg}^2}$

p Presión media del intervalo lbf/pg².

El gradiente total queda:

$$\frac{dp}{dh} = \frac{\left(\frac{dp}{dh}\right)_p + \left(\frac{dp}{dh}\right)_f}{1 - \frac{\rho_{ns} v_m v_{sg}}{144 g_c p}} \quad \dots(2.65)$$

- Zona de transición

Para la zona de transición, esto es para valores de N_{gv} entre bache y niebla

$$A = \frac{L_m - N_{vg}}{L_m - L_s} \quad \dots(2.66)$$

$$B = \frac{N_{vg} - L_s}{L_m - L_s} \quad \dots(2.68)$$

$$\left(\frac{dp}{dh}\right)_f = A\left(\frac{dp}{dh}\right)_{f,l} + B\left(\frac{dp}{dh}\right)_{f,l_m} \dots\dots\dots (2.69)$$

En vista de que para régimen de niebla la densidad del gas es un parámetro relevante en la determinación del factor de fricción, este valor se debe corregir de acuerdo a la ecuación siguiente:

$$\rho'_g = \frac{\rho_g v_{sg}}{v_{sg}} \dots\dots\dots (2.70)$$

donde:

- ρ'_g Densidad del gas en la frontera para flujo niebla
- v'_{sg} Velocidad superficial del gas en la frontera para flujo de niebla
- ρ_g Densidad del gas *
- v_{sg} Velocidad superficial del gas *
- * Valores usados en el límite de flujo bache.

- Mezclas gas-aceite-agua

Las correlaciones establecidas pueden usarse para mezclas gas-aceite y para mezclas gas-agua, aunque se prevé que en este último caso la precisión se verá reducida.

Para mezclas gas-aceite-agua el gradiente no será predecible por este método cuando se formen emulsiones estables. Si las emulsiones no son estables el gradiente de presión para la mezcla puede obtenerse a partir de la ecuación siguiente:

$$\left(\frac{dp}{dh}\right)_{o,w} = (1 - 1.73f_w)\left(\frac{dp}{dh}\right)_o + 7.3\left(\frac{dp}{dh}\right)_w \dots\dots\dots (2.71)$$

La ecuación anterior es válida para $fw \leq 0.10$

$$f_w = \frac{q_w}{q_o + q_w} \quad \dots(2.72)$$

II.1.3.4 MÉTODO DE ORKISZEWS^{7,8}

El método está basado en el trabajo de Griffith y Wallis, con su aplicación se obtuvo una precisión del orden de 10%, cuando los valores predichos se compararon contra 148 mediciones de caídas de presión. El autor establece que la diferencia en velocidad y la geometría de las dos fases influyen fuertemente las caídas de presión. Estos factores proporcionaron la base para analizar el flujo bifásico en regímenes de flujo.

los regímenes considerados son:

- A. Flujo de burbuja
- B. Flujo de bache
- C. Flujo de transición (bache anular)
- D. Flujo de niebla anular

Para establecer y evaluar su modelo Orkiszewki analizó 13 métodos publicados y los aplicó para predecir caídas de presión a pozos con condiciones muy diferentes a las supuestas en el desarrollo de cada uno de esos métodos.

Los métodos considerados se dividieron en tres categorías. Esta categorías corresponden a la clasificación de las correlaciones vista en el inciso I.2

De las categorías anteriores se seleccionaron 5 métodos: Tek, Duns-Ros, Griffith-Wallis, Hughmark-Presburg y Poettman-Carpenter; y se aplicaron a dos pozos con propiedades completamente diferentes a aquellos usados para su derivación. Se observó que los mejores resultados se obtuvieron con los métodos de Griffith-Wallis y Duns-Ros, por lo tanto esos métodos, principalmente el de Griffith-Wallis, fueron usados como base para el desarrollo del método de Orkiszewski.

A partir de la ecuación de balance de energía y utilizando unidades prácticas de campo Orkiszewski obtuvo:

$$\frac{\Delta p}{\Delta h} = \frac{1}{144} \left[\frac{\bar{p} + \tau_f}{1 - \frac{w_t q_g}{4637 A^2 \bar{p}}} \right] \quad \dots(2.73)$$

donde:

- τ_f Gradiente de fricción (lb/pie²/pie)
- w_f Gasto de masa (lbm/seg)
- q_g Gasto de gas (pie³/seg)
- A Área de la sección transversal de la tubería (pie²)
- \bar{p} Presión promedio, (psia).

El valor recomendado para los incrementos de Δp debe ser de 10, pero no mayor a 20% de la presión absoluta que es conocida para un punto en el incremento.

Los términos que aparecen en la ecuación anterior se determinan en función del régimen de flujo que prevalezca, de acuerdo a las condiciones de escurrimiento existentes.

RÉGIMEN DE BURBUJA

$$v_{sg}/v_m < L_B; v_m = v_{sg} + v_{sL} \quad \dots(2.74)$$

$$L_B = 1.071 - (0.2218 v_m^2/d) \quad \dots(2.75)$$

L_B está limitado a $L_B \geq 0.13$

- Gradiente por densidad

$$H_L = 1 - \frac{1}{2} \left[1 + \frac{q_l}{v_b A} - \sqrt{\left(1 + \frac{q_l}{v_b A} \right)^2 - \frac{4q_g}{v_b A}} \right] \quad \dots(2.76)$$

o en función de las velocidades superficiales

$$H_L = 1 - \frac{1}{2} \left[1 + \frac{v_m}{v_b A} - \sqrt{\left(1 + \frac{v_m}{v_b A} \right)^2 - \frac{4v_{sg}}{v_b A}} \right] \quad \dots(2.77)$$

v_b Velocidad de elevación de la burbuja (pies/seg). Griffith sugirió que para este régimen se obtenía una buena aproximación con un valor de 0.8 pies/seg

Conocido H_L , la densidad media ρ se obtiene de :

$$\rho = \rho_L H_L + \rho H_g \quad \dots(2.78)$$

- Gradiente de fricción

$$\tau_f = \frac{f \rho_L v_L^2}{2g_c d} = \left(\frac{dp}{dh} \right)_f \quad \dots(2.79)$$

donde:

$$v_L = \frac{v_{sl}}{H_L} \quad \dots(2.80)$$

f se obtiene del diagrama de Moody para un número de Reynolds de:

$$N Re = 1488 \rho_L d v_L / \mu_L \quad \dots(2.81)$$

donde:

- q_t Gasto total ($q_L + q_g$) (pie^3/seg) @ cond. de escurrimiento
- τ_f Gradiente de fricción ($\text{lb}/\text{pie}^2/\text{pie}$)
- ρ_L Densidad del líquido (lb/pie^3)
- v_L Velocidad real del líquido (pie/seg).

- Gradiente por aceleración

El término de aceleración se considera despreciable en régimen de burbuja (denominador de la ecuación para $\Delta p/\Delta h$)

- Régimen de bache

Se presenta dentro de los siguientes límites:

$$v_{sg}/v_m > L_B, \quad N_V G < L_s \quad \dots(2.82)$$

$$L_s = 50 + 36 N_{vL} \quad \dots(2.83)$$

- Gradiente de densidad

$$\bar{\rho} = \frac{w_t + \rho_L v_b A}{q_t + v_b A} + \delta \rho_L \quad \dots(2.84)$$

con:

$$v_b = C_1 C_2 \sqrt{gd} \quad \dots(2.85)$$

Puesto que los coeficientes C_1 y C_2 se calculan en función de v_b , es necesario aplicar el siguiente procedimiento iterativo:

- Suponer v_b (se recomienda usar un valor de 1.75 pie/seg para iniciar los cálculos)
- Calcular el número de Reynolds de burbuja y el número de Reynolds de líquido.

$$NR_{eb} = 1488v_b d \rho_l / \mu_l \quad \dots(2.86)$$

$$NR_{el} = 1488v_m d \rho_l / \mu_l \quad \dots(2.87)$$

$$v_m = \frac{q_l}{A} \quad \dots(2.89)$$

- Determinar C_1 de la Figura II.10 en función de NR_{eb} y C_2 de la fig. II.11 en función de NR_{eL} y NR_{eb} ; cuando C_2 no puede obtenerse de la fig. II.11 v_b se calcula directamente con las siguientes ecuaciones de extrapolación para $NR_{eL} > 6000$

$$NR_{eb} \leq 3000$$

$$v_b = (0.546 + 8.74 \times 10^{-6} NR_{el}) \sqrt{gd} \quad \dots(2.90)$$

$$NR_{eb} \geq 8000$$

$$v_b = (0.35 + 8.74 \times 10^{-6} NR_{el}) \sqrt{gd} \quad \dots(2.91)$$

$$3000 < NR_{eb} < 8000$$

$$\alpha_b = (0.251 + 8.74 \times 10^{-6} NR_{el}) \sqrt{gd} \quad \dots(2.92)$$

CORRELACION PARA EL COEFICIENTE C 1

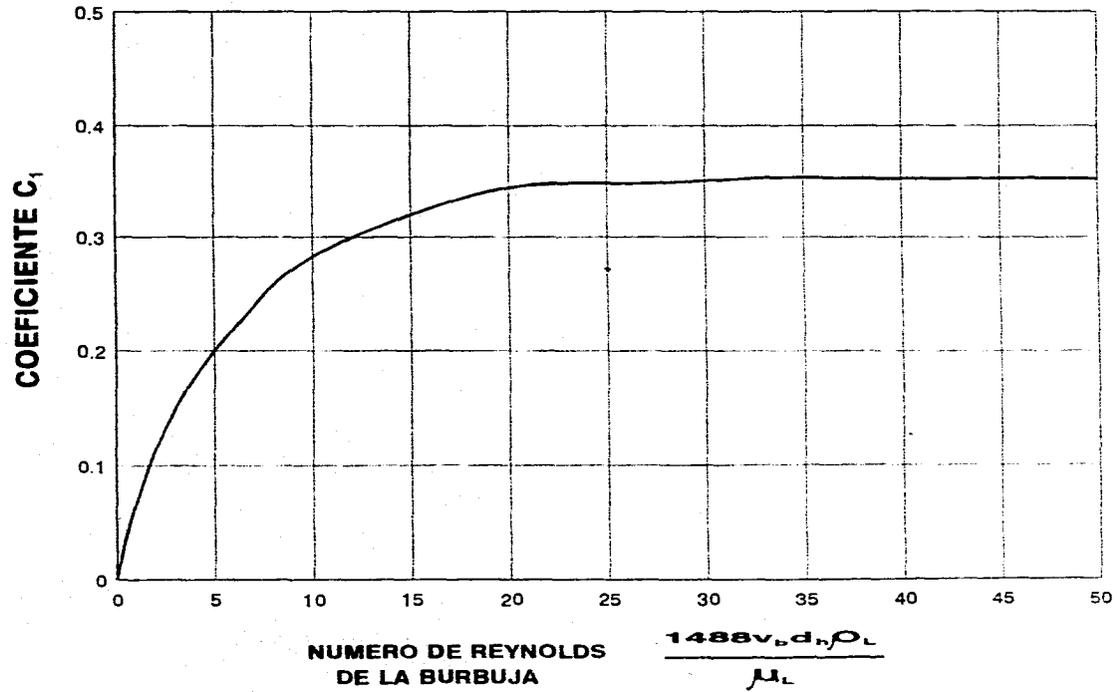
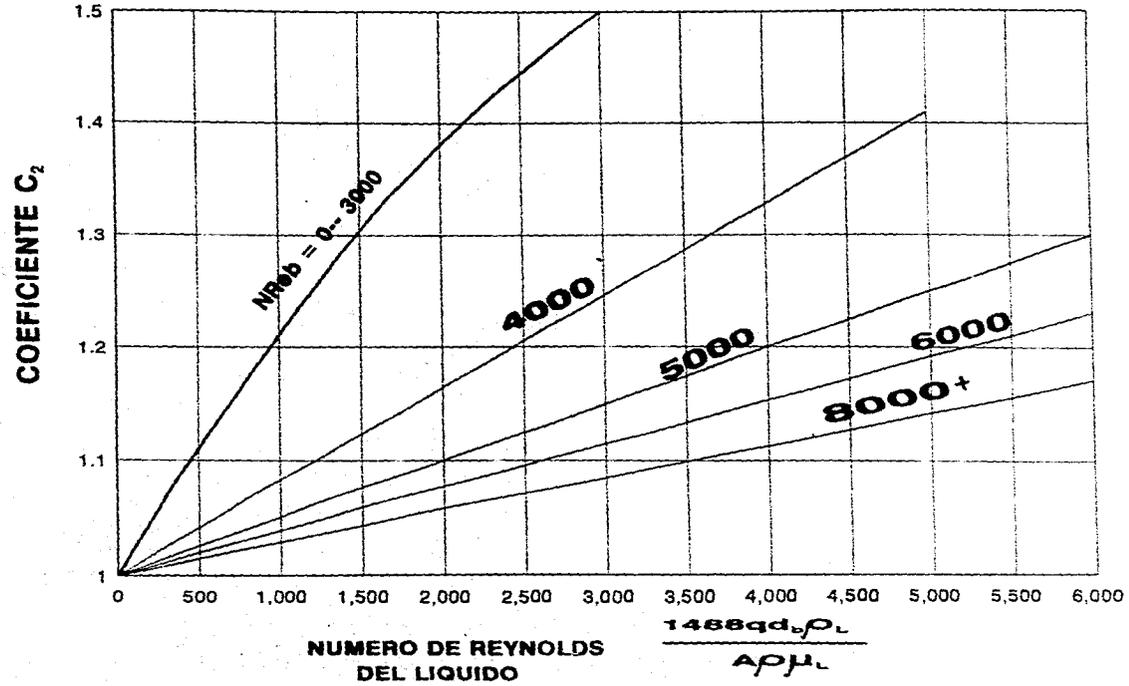


Fig. 11.10

CORRELACION PARA EL COEFICIENTE C₂



$$v = \frac{1}{2} \left[\alpha + \sqrt{\alpha^2 + \frac{1359\mu_L}{\rho_L \sqrt{d}}} \right] \quad \dots(2.93)$$

- d) Con C_1 y C_2 calcular v_b , si coincide con el valor supuesto en (a) continuar los cálculos, en caso contrario, tomar un nuevo valor de v_b el obtenido en (c) y repetir el procedimiento desde el paso (a)

El coeficiente de distribución de líquido ρ se obtiene como se indica a continuación:

Fase continua	v_m	Usar la ecuación:
Agua	< 10	2.94
Agua	> 10	2.95
Aceite	< 10	2.96
Aceite	> 10	2.97

Como criterio se recomienda considerar fase continua aceite para valores de $f_{wo} \leq 0.75$ y, para $f_{wo} > 0.75$ fase continua agua

$$= \left[\left(\frac{0.013 \log \mu_L}{d^{1.38}} \right) - 0.681 + 0.232 \log v_m - 0.428 \log d \right] \dots(2.94)$$

$$= \left[\left(\frac{0.045 \log \mu_L}{d^{0.799}} \right) - 0.709 + 0.162 \log v_m - 0.888 \log d \right] \dots(2.95)$$

$$= \left[\left(\frac{0.127 \log \mu_L}{d^{1.413}} \right) - 0.284 + 0.167 \log v_m - 0.113 \log d \right] \dots(2.96)$$

$$\delta = \left[\left(\frac{0.0274 \log(\mu_L + 1)}{d^{1.371}} \right) - 0.161 + 0.569 \log d - \log v_v \right]$$

$$\left\{ \left[\left(\frac{0.01 \log(\mu_L + 1)}{d^{1.571}} \right) - 0.397 + 0.63 \log d \right] \right\} \dots(2.97)$$

Pero ρ está restringida a los límites:

$$v_m < 10$$

$$\rho \geq -0.065v_m$$

...(2.98)

y para $v_m \geq 10$

$$\rho \geq -\frac{v_b A}{q_l + v_b A} \left(1 - \frac{\bar{\rho}}{\rho_L} \right)$$

...(2.99)

- RÉGIMEN TRANSITORIO

$$L_M > N_{VG} > L_S$$

...(2.100)

$$L_M = 75 + 84N_{VL}^{0.75}$$

...(2.101)

$$L_S = 50 + 36N_{VL}$$

...(2.102)

- Gradiente por densidad

$$A = \frac{L_M - N_{VG}}{L_M - L_S}$$

...(2.103)

$$A = \frac{N_{VG} - L_S}{L_M - L_S}$$

...(2.105)

$$\bar{\rho} = A\bar{\rho}_{\text{bache}} + B\bar{\rho}_{\text{niebla}}$$

...(2.106)

- Gradiente por fricción

$$\tau_f = \frac{f\rho_g v_{sg}^2}{2g_c d}$$

...(2.107)

f se obtiene del diagrama de Moody para:

$$N_{Re} = 1488 \rho_g v_{sg} d / \mu_g \quad \dots(2.108)$$

La rugosidad relativa ϵ/d solo será significativa cuando su valor esté comprendido entre 10^{-3} y 0.5. Entre estos límites se calcula con las ecuaciones siguientes:

si $N_{\mu} N_w < 0.005$

$$\epsilon / d = 0.0749 \sigma_L / \rho_g v_{sg}^2 d \quad \dots(2.109)$$

si $N_{\mu} N_w > 0.005$

$$\epsilon / d = 0.0385 \sigma_L (N_{\mu} N_w)^{0.302} / (\rho_g v_{sg}^2 d) \quad \dots(2.110)$$

siendo:

$$N_{\mu} N_w = 0.093 \left(\frac{v_{sg} \mu_L}{\sigma_L} \right)^2 \frac{\rho_g}{\rho_L} \quad \dots(2.111)$$

1.1.3.5 MÉTODO DE AZIZ, GOVIER Y FOGARAZI^{8,10}

El método está basado en el mapa de patrones de flujo desarrollado previamente por Govier y colaboradores (véase la Figura II.11). Para establecerlo se siguió un enfoque similar al de Orkiszewski. Los autores presentan nuevos métodos de predicción para los regímenes de burbuja y bache. A diferencia de otros métodos apoyados en patrones de flujo, el mapa de Govier está correlacionado con números adimensionales, que aunque son función de las velocidades superficiales de gas y líquido no corresponden a N_{gV} y N_{VL} .

A partir de la ecuación de energía mecánica se establece

$$\Delta p = (\Delta p)_e + (\Delta p)_f + (\Delta p)_{ac} \quad \text{..(2.112)}$$

donde:

$$(\Delta p)_e = \frac{g}{g_c} \bar{\rho} \Delta h \quad \text{..(2.113)}$$

$$(\Delta p)_f = \frac{f \bar{\rho} v_m^2}{2 g_c d} \Delta h \quad \text{..(2.114)}$$

$$(\Delta p)_{ac} = \frac{\Delta v_m^2}{2 \alpha g_c} \bar{\rho} \quad \text{..(2.115)}$$

α factor de corrección del perfil de velocidad

f Se determina del diagrama de Moody en función del número de Reynolds

DETERMINACIÓN DEL PATRÓN DE FLUJO

$$N_x = 2.44 v_{sg} \rho_g^{1/3} \left(\frac{\rho_L}{\sigma} \right)^{1/4} \quad \text{..(2.116)}$$

$$N_y = 1.0364 v_{sl} \left(\frac{\rho_L}{\sigma} \right)^{1/4} \quad \text{..(2.117)}$$

$$N_1 = 0.51 (100 N_y)^{0.172} \quad \text{..(2.118)}$$

$$N_2 = 8.6 + 3.8 N_y \quad \text{..(2.119)}$$

$$N_3 = 70 (100 N_y)^{-0.152} \quad \text{..(2.120)}$$

σ = Tensión interfacial del sistema gas líquido a las condiciones de flujo
(dina/cm)

FLUJO DE BURBUJA

Este régimen existirá cuando:

$$N_x < N_1 \quad \dots(2.121)$$

- Gradiente por Densidad

$$H_L = 1 - \frac{v_{sg}}{v_{bf}} \quad \dots(2.122)$$

$$v_{bf} = 1.2v_m + v_{bs} \quad \dots(2.123)$$

$$v_{bs} = 1.4 \left[\sigma_g \frac{(\rho_L - \rho_g)}{\rho_L^2} \right]^{1/4} \quad \dots(2.124)$$

$$\left(\frac{dp}{dh} \right) = \frac{g}{g_c} \bar{\rho} \quad \dots(2.125)$$

$$\bar{\rho} = H_L \rho_L + (1 - H_L) \rho_g \quad \dots(2.126)$$

donde:

v_{bf} = Velocidad de elevación de las burbujas en una corriente fluyendo

v_{bs} = Velocidad de elevación de las burbujas en un líquido sin movimiento.

- Gradiente por Fricción

$$\left(\frac{dp}{dh}\right)_f = \frac{f \bar{\rho} v_m^2}{2 g_c d} \quad \dots(2.127)$$

f se obtiene del diagrama de Moody en función del número de Reynolds.

$$N_{Re} = 1488 \frac{\rho_L v_m}{\mu_L} \quad \dots(2.128)$$

- Gradiente por aceleración

El efecto por aceleración se considera despreciable en el régimen burbuja

FLUJO BACHE

Se manifiesta cuando:

$$N_1 < N_x < N_2 \text{ para } N_y < 4 \quad \dots(2.129)$$

$$N_1 < N_x < 26.5 \text{ para } N_y \geq 4 \quad \dots(2.130)$$

- Gradiente por Densidad

$$H_L = 1 - \frac{v_{sg}}{v_{bf}} \quad \dots(2.131)$$

$$v_{bf} = 1.2v_m + v_{bs} \quad \dots(2.132)$$

$$v_{bv} = C \left[\frac{gd(\rho_L - \rho_g)}{\rho_L^2} \right]^{1/2} \quad \text{..(2.133)}$$

$$C = 0.345 \left[1 - e^{(-0.029N_v)} \right] \left[1 - e^{\left(\frac{3.37 - N_b}{m} \right)} \right] \quad \text{..(2.134)}$$

$$N_v = 1488 \frac{gd^3 \rho_L (\rho_L - \rho_g)}{\mu_L} \quad \text{..(2.135)}$$

$$N_E = 454 \frac{gd^2 (\rho_L - \rho_g)}{\sigma_L} \quad \text{..(2.136)}$$

m se evalúa de acuerdo al número de viscosidad

N_v	m
> 250	10
$18 < N_v < 50$	$69N_v^{-0.35}$
< 18	25

C Coeficiente de proporcionalidad de Wallis para el cálculo de la velocidad de elevación de las burbujas de acuerdo al modelo de Taylor.

N_v Número de la viscosidad.

N_E Número de Eotvos.

Los autores presentan un procedimiento alternativo para determinar la carga hidrostática a partir de consideraciones de la distribución real de la fase gaseosa en la mezcla para flujo bache.

$$\left(\frac{dp}{dh}\right) = \frac{g}{g_c} \frac{\rho_g L_b + \rho_s L_s}{L_b + L_s} \quad \text{..(2.137)}$$

$$\rho = E_{GSL} \rho_g + (1 - E_{GSL}) \rho_L \quad \text{..(2.138)}$$

- Gradiente por Fricción

Este componente se estima suponiendo que el efecto principal de fricción se debe al bache de líquido y que este se puede estimar por métodos para una sola fase.

$$\left(\frac{dp}{dh}\right) = \frac{f \rho_L H_L V_m^2}{2g_c d} \quad \text{..(2.139)}$$

f se obtiene del diagrama de Moody para

$$N_{Re} = 1488 \frac{\rho_L V_m d}{\mu_L} \quad \text{..(2.140)}$$

En caso de haberse aplicado el método alterno para estimar la carga hidrostática y se hayan determinado L_s y L_b el gradiente por fricción puede también obtenerse a partir de la expresión siguiente:

$$\left(\frac{dp}{dh}\right) = \frac{f \rho_L V_m^2}{2g_c d} \frac{L_s}{L_b + L_s} \quad \text{..(2.141)}$$

- Gradiente por aceleración

El efecto de aceleración se considera despreciable en el régimen de burbuja.

FLUJO DE TRANSICIÓN

Para este régimen se adoptó un método de interpolación lineal similar al propuesto por Duns y Ros, que consiste en calcular los gradientes de presión en las fronteras para flujo bache y flujo de niebla y luego ponderarlos en función de N_x .

La zona de transición está dada por:

$$N_2 < N_x < N_3 \text{ para } N_y < 4 \quad \dots(2.142)$$

cuando $N_y > 4$ no existe flujo de transición y se pasa directamente del flujo de bache a niebla.

Cuando N_x queda comprendido entre N_2 y N_3 , la interpolación se realiza de la manera siguiente:

$$A = \frac{N_3 - N_x}{N_3 - N_2} \quad \dots(2.143)$$

$$B = \frac{N_x - N_2}{N_3 - N_2} \quad \dots(2.144)$$

$$\left(\frac{dp}{dh}\right) = A \left(\frac{dp}{dh}\right)_{\text{bache}} + B \left(\frac{dp}{dh}\right)_{\text{niebla}} \quad \dots(2.145)$$

- Flujo de Niebla

El flujo cae en esta región cuando:

$$N_x > N_3 \text{ para } N_y < 4 \quad \dots(2.146)$$

$$\text{y} \quad N_x > 26.5 \text{ para } N_y \geq 4 \quad \dots(2.147)$$

El gradiente de presión se determina de acuerdo al método de Duns y Ros.

II.1.3.6 MÉTODO DE BEGGS Y BRILL^{8,11}

Estos autores establecieron, a partir de pruebas de laboratorio, una correlación para calcular las distribuciones de presión en tuberías con flujo multifásico. El procedimiento es aplicable a flujo horizontal, inclinado y vertical.

La experimentación fue realizada en tubos transparentes de acrílico de 90 pies de longitud. Estos tubos fueron dotados de un mecanismo que permitió variar su posición desde la horizontal a la vertical; además se les incluyeron dispositivos para medir gastos, caídas de presión, ángulos de inclinación y colgamiento. Los fluidos utilizados fueron aire y agua. Las pruebas consistieron en medir el colgamiento y la diferencia de presión en una sección de la tubería. En total se tomaron 584 datos de colgamiento y caída de presión.

Dichas pruebas se realizaron para los siguientes rangos: 1) Gasto de gas: 0 a 300 M pies³/día, 2) Gasto de líquido: 0 a 1030 bl/día, 3) Presión media del sistema: 35 a 95 lb/pg² abs. 4) Diámetro de 1 y 1.5 pg; 5) Colgamiento de 0 a 0.87 y 6) Ángulo de inclinación: -90° a 90°

No obstante que el método fue desarrollado dentro de rangos muy limitados, en trabajos posteriores se ha comprobado que permite predecir con bastante exactitud caídas de presión en tuberías verticales con flujo simultáneo de aceite, gas y agua.

Ecuación general:

$$-\left(\frac{dp}{dz}\right) = \frac{\frac{g}{g_c} \text{sen}\theta [\rho_L H_L + \rho_g (1 - H_L)] + \frac{f_{tp} G_m v_m}{2g_c d}}{1 - \frac{[\rho_L H_L + \rho_g (1 - H_L)] v_m v_{sg}}{g_c \bar{v}}} \quad \dots(2.148)$$

- Cuando $H_L \rightarrow 1$, se reduce a la ecuación para la fase líquida.
- Cuando $H_L \rightarrow 0$, se reduce a la ecuación para la fase gaseosa.
- Cuando $\theta = 0$, se reduce a la ecuación para flujo horizontal.
- Cuando $\theta = \pm 90^\circ$ se reduce a la ecuación para flujo vertical.

H_L Debe determinarse para calcular ρ .

f Se requiere para calcular las pérdidas por fricción.

Para el caso de tuberías verticales, la ecuación anterior se reduce a:

$$\left(\frac{dp}{dh}\right) = \frac{\left(\frac{dp}{dh}\right)_\rho = \left(\frac{dp}{dh}\right)_f}{1 - E_K} \quad \dots(2.149)$$

donde:

- Gradiente por densidad.

$$\left(\frac{dp}{dh}\right)_\rho = \frac{g}{g_c} \bar{\rho} \quad \dots(2.150)$$

-Término de aceleración

$$\frac{f_{tp} \rho_{ns} v_m^2}{2g_c d} = E_K \quad \dots(2.151)$$

donde:

- p Presión (lb/pg²)
- \bar{p} Presión media del intervalo (lb/pg²)
- h Elevación (pies)
- g Aceleración de la gravedad (32.2 pies/seg²)

- g_c Constante gravitacional (32.2 lbm-pie/lbf-seg²)
- ρ_{ns} Densidad de la mezcla sin resbalamiento (lb/pie³)
- ρ_L Densidad de la fase líquida (lb/pie³)
- H_L Colgamiento
- ρ_g Densidad de la fase gaseosa (lb/pie³)
- f_{fp} Factor de fricción de las dos fases .
- v_m Velocidad de la mezcla (pie/seg)
- v_{sg} Velocidad superficial del gas (pie/seg)
- d Diámetro de la tubería (pies)
- w_f Gasto de masa (lb/seg).

Con base en los datos experimentales, estos autores desarrollaron relaciones para determinar H_L y f en función de las propiedades de los fluidos y del sistema que son conocidos.

Las correlaciones fueron establecidas considerando los regímenes de flujo horizontal: segregado, transición, intermitente y distribuido. Para el caso de flujo vertical, se determina primero el colgamiento que existiría si la tubería fuese horizontal y luego se corrige por la inclinación real de la tubería, en este caso 90°

1.- Patrones de flujo

El patrón de flujo se obtiene en función de los siguientes grupos adimensionales.

- Número de Froude

$$N_{FR} = \frac{v_m^2}{gd} \quad \dots(2.152)$$

- Colgamiento sin resbalamiento

$$\lambda_L = \frac{v_{sL}}{v_m} \quad \dots(2.153)$$

$$\text{Límite 1} \quad L_1 = 316\lambda_L^{0.302} \quad \dots(2.154)$$

$$\text{Límite 2} \quad L_2 = 0.0009252(\lambda_L)^{-2.4684} \quad \dots(2.155)$$

$$\text{Límite 3} \quad L_2 = 0.10(\lambda_L)^{-1.4516} \quad \dots(2.156)$$

Se advierte que el patrón de flujo que se obtenga a continuación es el que se manifestaría si la tubería fuese horizontal; para cualquier posición diferente a la horizontal carece de significado y solo sirve como parámetro de correlación.

RÉGIMEN DE FLUJO	LIMITES
Segregado	$\lambda_L < 0.01 \text{ y } N_{FR} < L_1$ ó $\lambda_L \geq 0.01 \text{ y } N_{FR} < L_2$
Transición	$\lambda_L \geq 0.01 \text{ y } L_2 < N_{FR} \leq L_3$
Intermitente	$0.01 \leq \lambda_L < 0.4 \text{ y } L_3 < N_{FR} \leq L_1$ ó $\lambda_L \geq 0.4 \text{ y } L_3 < N_{FR} \leq L_4$
Distribuido	$\lambda_L < 0.4 \text{ y } N_{FR} \geq L_1$ ó $\lambda_L \geq 0.4 \text{ y } N_{FR} > L_1$

Para flujo de transición el colgamiento se calcula de acuerdo a la siguiente ecuación:

$$H_L(\text{transición}) = AH_L(\text{segregado}) + (1 - A) H_L(\text{intermitente}) \quad \dots(2.157)$$

En que :

$$\Lambda = \frac{L_3 - N_{FR}}{L_3 - L_2} \quad \dots(2.158)$$

2.- Gradiente de presión por densidad

$$H_L = H_L(0)\psi \quad \dots(2.159)$$

En que $H_L(0)$ es el colgamiento para tubería horizontal y ψ es un factor de corrección para tuberías en posición diferente a la horizontal.

$$H_L(0) = \frac{a\lambda_L^b}{N_{FR}^c} \quad \dots(2.160)$$

los valores de a, b y c se obtienen, de acuerdo al patrón de flujo, de la tabla siguiente:

PATRÓN DE FLUJO	a	b	c
Segregado	0.98	0.4846	0.0868
Intermitente	0.845	0.5351	0.0173
Distribuido	1.065	0.5824	0.0609

Para flujo vertical

$$\psi = 1 + 0.3C \quad \dots(2.161)$$

y

$$C = (1 - \lambda_L) \ln(d\lambda_L^e N_{vL}^f N_{FR}^g) \quad \dots(2.162)$$

en que d, e, f, y g se determinan, de acuerdo al patrón de flujo de la tabla siguiente:

PATRÓN DE FLUJO	d	e	f	g
Segregado (cuesta arriba)	0.011	-3.768	3.539	-1.614
Intermitente "	2.96	0.305	-0.4473	0.0978
Distribuido "	$C = 0; \quad \psi = 1$			
Todos los patrones de flujo (Cuesta abajo)	4.70	-0.3692	0.1244	-0.5056

Además $C \geq 0$

y

Una vez conocido H_L , el gradiente de presión por densidad se obtiene con la ecuación

$$\left(\frac{dp}{dh}\right)_\rho = \frac{g}{g_c} \bar{\rho} \quad \dots(2.164)$$

en que:

$$\bar{\rho} = \rho_L H_L + \rho_g (1 - H_L) \quad \dots(2.165)$$

3. Gradiente de presión por fricción

Este gradiente está dado por:

$$\left(\frac{dp}{dh}\right)_f = \frac{f_{tp} \rho_{ns} v_m^2}{2g_c d} \quad \dots(2.166)$$

en que:

$$\rho = \rho_L \lambda_L + \rho_g (1 - \lambda_L) \quad \dots(2.168)$$

y

$$\lambda_L = \frac{v_{sL}}{v_{sL} + v_{sg}} \quad \dots(2.169)$$

$$f_{tp} = f_{ns} \frac{f_{tp}}{f_{ns}} \quad \dots(2.170)$$

en donde f_{ns} el factor de fricción sin resbalamiento y se calcula con

$$f_{ns} = \frac{1}{\left[2 \log \left(\frac{N_{Ren}}{4.5223 \log N_{Ren} - 3.8215} \right)\right]^2} \quad \dots(2.171)$$

y

$$N_{Ren} = 1488 \frac{\rho_{ns} v_m d}{\mu_n} \quad \dots(2.172)$$

siendo:

$$\mu_n = \mu_L \lambda_L + \mu_g (1 - \lambda_L) \quad \dots(2.173)$$

en que μ_L es la viscosidad en cp.

Para calcular

$$\frac{f_{tp}}{f_{ns}}$$

se usa la ecuación siguiente:

$$\frac{f_{tp}}{f_{ns}} = e^s \quad \dots(2.174)$$

$$s = \frac{L(y)}{-0.0523 + 3.182L(y) - 0.8725(L(y))^2 + 0.01853(L(y))^4} \quad \dots(2.175)$$

siendo:

$$y = \frac{\lambda_L}{[H_L(0)]^2} \quad \dots(2.176)$$

4.- Gradiente de presión por aceleración

Este gradiente solo tiene influencia para velocidades altas; sin embargo aunque su valor es pequeño se recomienda incluirlo siempre que sea posible.

$$\left(\frac{dp}{dh}\right)_{ac} = \bar{\rho} \frac{v_m v_{sg}}{g_c \bar{p}} \frac{dp}{dh} = E_K \frac{dp}{dh} \quad \dots(2.177)$$

II.1.3.7 MÉTODO DE MUKHERJEE Y BRILL^{8,12}

Mukherjee y Brill en base a los estudios y análisis realizados a las correlaciones propuestas por Eaton, Dukler, Beggs-Brill, Guzhov, Bonnecae, Hughmark y

Griffith en cuanto al colgamiento del líquido; Realizaron un estudio en el cual reunieron más de 1500 mediciones del colgamiento del líquido en flujo vertical ascendente en ángulos de 0 a $\pm 90^\circ$ a partir de la horizontal. En este estudio los fluidos empleados fueron: aire, keroseno y aceite "lube". Subsecuentemente, intentaron tres correlaciones: una para flujo ascendente y horizontal, flujo descendente estratificado y la tercera para los patrones de flujo descendentes. La forma general de estas ecuaciones, obtenida mediante una regresión no lineal es

$$H_L = \exp \left[\left(c_1 + c_2 \sin \theta + c_3 \sin^2 \theta + c_4 N_L^2 \right) * \frac{N_{gv}^{c_5}}{N_{Lv}^{c_6}} \right] \quad \dots(2.178)$$

donde:

Dirección de flujo	Patrón de flujo	c ₁	c ₂	c ₃	c ₄	c ₅	c ₆
Ascendente	Todos	-0.0380113	0.129875	-0.119788	2.343227	0.475686	0.288657
Descendente	Estratificado	-1.330282	4.808139	4.171584	58.262288	0.079951	0.5048887
	Otro	-0.516644	0.789805	0.551627	15.519214	0.371771	0.393952

- c constante empírica
- g aceleración de la gravedad ft/seg² (m/s²)
- N_{gv} número de la velocidad del gas , $v_{sg}[\rho_L/(g\sigma)]^{0.25}$
- N_{Lv} número de la velocidad del líquido , $v_{sg}[\rho_L/(g\sigma)]^y$
- v_{sg} velocidad superficial del gas, ft/seg² (m/s²)
- v_{sL} velocidad superficial del líquido, ft/seg² (m/s²)
- μ viscosidad, cp (Pa*seg)
- ρ densidad, lbm/pie³ (Kg/m³)
- σ tensión superficial, dina/cm (mN/m)
- θ ángulo de inclinación de la tubería a partir de la horizontal ° (rad).

Lo anterior constituye el modelo propuesto por los autores que permite calcular el colgamiento de líquido para flujo en dos fases haciendo caso omiso del ángulo de inclinación y la dirección de flujo. El conjunto de correlaciones es dependiente de los mismos parámetros dimensionales que controlan la transición del patrón de flujo en el flujo de dos fases. Excepto para flujo descendente estratificado, las correlaciones del colgamiento de líquido son continuas a través de la transición de los patrones de flujo.

II.1.4 LIMITACIONES DE LOS MÉTODOS EMPÍRICOS⁶

Muchos problemas con los métodos disponibles fueron rápidamente reconocidos:

- Los mapas empíricos de patrones de flujo eran inadecuados. Las transiciones de los patrones de flujo, que se pensaba dependían principalmente de los gastos (o velocidades superficiales), se encontró que eran muy sensitivos a otros parámetros, especialmente al ángulo de inclinación.
- Una correlación empírica del colgamiento de líquido para cada patrón de flujo fue igualmente inadecuada, y la suposición de una mezcla homogénea resultó ser muy fuerte.
- Vino a ser claro que, no importaba cuantos datos de laboratorio y/o campo fueran reunidos, la precisión de las predicciones no mejoraron sin la introducción de más mecanismos físicos básicos.

Afortunadamente, ya se han logrado progresos en esta área por la industria nuclear. Aunque los fluidos usados en estos estudios (vapor y agua) fueron triviales en comparación con aquellos encontrados en la industria petrolera, los

métodos empleados para formular las ecuaciones de conservación fueron mucho más avanzados.

II.2 ANTECEDENTES DE LA MECÁNICA DE FLUJO MULTIFÁSICO⁶

Debido a los problemas mencionados, se reconoció que un mejor entendimiento del flujo multifásico en tuberías requería de un tratamiento teórico-experimental. Los modelos mecanísticos incorporan todas las variables importantes basados en la física del problema.

En forma simultánea en la década de los 80's, se mejoró la investigación experimental así como los métodos teóricos.

El modelado de flujo en tuberías tiene dos posibilidades: modelado de flujo transitorio y de flujo estacionario, siendo el primero más complejo que el segundo.

El modelado de los fluidos para problemas transitorios iniciado por la industria nuclear fue adoptado por la industria petrolera. Este tipo de modelado involucra la escritura de ecuaciones separadas que describen la conservación de masa, momento y energía para cada fase. El problema resultante de seis ecuaciones debe ser resuelto numéricamente. El modelado transitorio es capaz de simular una gran variedad de aplicaciones dependientes del tiempo como son: cambios en los gastos o presiones de entrada o salida en las tuberías, derrumbe de tubería, incluyendo reventamiento de la tubería y detección de fugas; y flujo en tuberías con bajas velocidades. Desafortunadamente, los simuladores de flujo transitorio son mucho más difíciles de usar, entender y requieren más y mejores datos que los simuladores de flujo estacionario. Las inestabilidades numéricas son comunes, y las simulaciones pueden requerir gran cantidad de tiempo de cómputo.

El primer paso en el desarrollo de los modelos mecanísticos para flujo estacionario requirió la predicción de patrones de flujo. Después fueron desarrollados modelos mejorados para predecir, para cada patrón de flujo el colgamiento, esfuerzos cortantes interfaciales y, consecuentemente la caída de presión.

Fueron presentados modelos mecanísticos combinados o "entendibles" por Ozon y coautores, Hasan y Kabir , Ansari y coautores, y Xiao y coautores¹⁷. Sus intentos por evaluar los modelos con datos de campo confirman que la aproximación modelada es más exacta y precisa que las correlaciones empíricas.

CAPITULO III

DESCRIPCION DEL METODO DESARROLADO POR ANSARI

III.- DESCRIPCIÓN DEL MODELO DESARROLLADO POR ANSARI^{5,13}

El modelo desarrollado por Ansari está basado principalmente en trabajos preliminares llevados a cabo por investigadores. Primero predice los patrones de flujo que pueden existir y después calcula las variables de flujo, tomando en cuenta los mecanismos que realmente intervienen en la predicción de los patrones de flujo. Está compuesto de un modelo para la predicción del patrón de flujo y un conjunto de modelos mecanísticos independientes para predecir características de flujo, tales como colgamiento y caída de presión en los flujos burbuja, bache y anular.

III.1 CLASIFICACIÓN DE LOS PATRONES DE FLUJO

El trabajo básico sobre el modelado mecanístico de la transición del patrón de flujo para el ascenso de flujo de dos fases fue presentado por Taitel y coautores¹⁴. Ellos identificaron cuatro patrones distintos de flujo, formularon y evaluaron los límites de transición entre ellos. Los cuatro patrones de flujo son: flujo burbuja, flujo bache, flujo agitado y flujo anular; éstos se representan en la Figura III.1.

III.1.1 FLUJO BURBUJA

El flujo burbuja está caracterizado por una fase de gas distribuida uniformemente así como burbujas discretas en una fase continua de líquido. Basado en la presencia o ausencia de resbalamiento entre las dos fases, el flujo burbuja se subclasifica en flujo espumoso y flujo de burbujas dispersas. En el flujo espumoso, relativamente pocas y grandes burbujas se mueven más rápido que la fase líquida debido al resbalamiento. Por otro lado, en el flujo de burbujas dispersas numerosas burbujas pequeñas son transportadas por la fase líquida, no causando movimiento relativo entre las dos fases.

III.1.2 FLUJO BACHE

El flujo bache está caracterizado por una serie de unidades, cada una de las cuales está compuesta por un paquete de gas llamado burbuja de Taylor, un tapón de líquido llamado bache y una película de líquido alrededor de la burbuja de Taylor fluyendo hacia abajo. La burbuja de Taylor es un paquete de gas en forma de bala axialmente simétrica que siempre ocupa completamente la sección transversal de la tubería. El bache de líquido, llevando burbujas de gas distribuidas, puentea la tubería y de este modo separa dos burbujas de Taylor consecutivas de gas.

III.1.3 FLUJO AGITADO

El flujo agitado es un flujo caótico de gas y líquido en el cual las burbujas de Taylor y los baches de líquido son distorsionados en su forma. Ninguna de las fases parece ser continua. La continuidad del líquido en el bache es destruida continuamente por una alta concentración local de gas. Típico del flujo agitado es la oscilación alternante de la dirección del movimiento de la fase líquida.

III.1.4 FLUJO ANULAR

El flujo anular está caracterizado por la continuidad axial de la fase de gas en un núcleo central con el líquido fluyendo hacia arriba como una película delgada a lo largo de la pared de la tubería y como gotas dispersas en el centro. A gastos altos de gas más líquido se dispersa en el centro, dejando una película muy delgada de líquido a lo largo de la pared. El esfuerzo interfacial cortante actuando en la interface central de la película es un parámetro importante en el flujo anular.

III.2 MODELO PARA LA PREDICCIÓN DE LA TRANSICIÓN DEL PATRÓN DE FLUJO

Después de identificar los patrones de flujo, se necesitan herramientas para predecir su ocurrencia y comportamiento de flujo. Un modelo para predecir este último debe definir la transición entre flujo espumoso, burbuja disperso, bache y anular. Esto requiere un cuidadoso entendimiento del mecanismo de cada patrón de flujo. Los modelos para la predicción de los patrones de flujo y comportamiento del mismo de flujo son discutidos en las secciones siguientes.

III.2.1 TRANSICIÓN BACHE-BURBUJA

El diámetro mínimo al cual ocurre el flujo burbuja está dado por Taitel¹⁴, como*

$$d_{\text{min}} = 19.01 \left[\frac{(\rho_L - \rho_G) \sigma_L}{\rho_L^2 g} \right]^{1/2} \quad \text{.....(3.1)}$$

Para dimensiones de tubería mayores que esta, el mecanismo básico que causa la transición de flujo burbuja a flujo bache es la coalescencia de las burbujas de gas pequeñas en burbujas grandes de Taylor. Experimentalmente, se encontró que esto ocurre en fracciones de vacío de aproximadamente 0.25. Usando éste valor, se puede expresar la transición en términos de las velocidades superficiales y de resbalamiento:

$$v_{Sg} = 0.25v_s + 0.333v_{SL} \quad \text{.....(3.2)}$$

* Por simplicidad las unidades y nomenclatura para esta ecuación y todas las siguientes de este capítulo se proporcionan al final del mismo.

donde v_s es la velocidad de resbalamiento o velocidad de una burbuja en ascenso dado por

$$v_s = 1.53 \left[\frac{g \sigma_L (\rho_L - \rho_G)}{\rho_L^2} \right]^{1/4} \quad \dots(3.3)$$

Esto se muestra como transición B en la Figura III.1

III.2.2 TRANSICIÓN A FLUJO DE BURBUJAS DISPERSAS

A altos gastos de líquido, las fuerzas de turbulencia rompen las burbujas grandes en pequeñas, siempre que la fracción de vacío exceda el valor de 0.25. Esto da la transición a flujo burbuja disperso¹⁵:

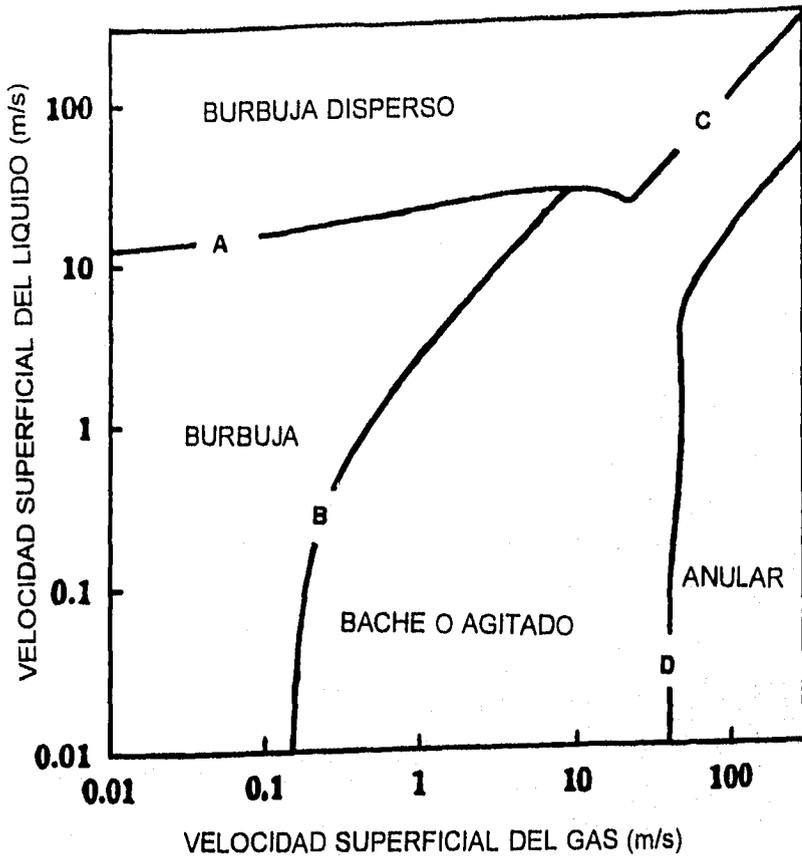
$$2 \left[\frac{0.4 \sigma_L}{(\rho_L - \rho_G) g} \right]^{1/2} \left(\frac{\rho_L}{\sigma_L} \right)^{3/5} \left[\frac{f}{2d} \right]^{2/5} v_{SL} + v_{SG}^{1.2} = 0.725 + 4.15 \left(\frac{v_{SG}}{v_{SG} + v_{SL}} \right)^{0.5} \quad \dots(3.4)$$

Esto se muestra como transición A en la Figura III.1

A altas velocidades del gas, la transición está gobernada por el máximo empacamiento de burbujas para dar la coalescencia. Scott y Kouba concluyeron que esto ocurre en una fracción de vacío de 0.76, dando la transición para flujo burbuja sin resbalamiento como

$$V_{SG} = 3.17 V_{SL} \quad \dots(3.5)$$

Esto es mostrado como transición C en la Figura III.1.



MAPA DE PATRONES DE FLUJO TIPICOS PARA POZOS

Figura III.1

Figura III.1

III.2.3 TRANSICIÓN A FLUJO ANULAR

El criterio para la transición a flujo anular está basado en la velocidad requerida de la fase gaseosa para impedir que las gotas de líquido atrapadas caigan del interior de la corriente de gas. Esto da la transición como

$$v_{Nk} = 3.1 \left[\frac{g\sigma_L(\rho_L - \rho_G)}{\rho_G^2} \right]^{1/4} \quad \dots\dots(6)$$

mostrado como transición D en la Figura III.2.

III.2.4 TRANSICIÓN A FLUJO ANULAR MODIFICADO

Barne¹⁵ desarrolló criterios de transición basado en dos mecanismos. Uno de ellos ocurre a gastos altos de líquido. Bajo esas condiciones una película espesa se forma y eventualmente puentea el centro del gas, resultando en flujo bache. El segundo mecanismo ocurre a gastos bajos de líquido. Bajo estas condiciones, debido al bajo esfuerzo cortante del centro, ocurre la inestabilidad de la película la cual causa que la misma fluya hacia abajo y se acumule en el fondo. Esto conduce a la ocurrencia del flujo bache.

El mecanismo de puenteo está gobernado por el colgamiento mínimo de líquido requerido para formar un bache de líquido. Esto está dado por Barnea como,

$$H_{LF} > 0.12 \quad \dots\dots(3.7)$$

donde H_{LF} es la fracción de la sección transversal de tubería ocupada por la película de líquido suponiendo que no hay atrapamiento de líquido en el centro.

El mecanismo de la inestabilidad de la película puede ser expresado en términos del máximo espesor de la película que puede ser soportado por el núcleo sin permitir la caída. En términos de los parámetros modificados de Lockhart y Martinelli, X_M y Y_M , la expresión para la inestabilidad de la película está dada como,

$$Y_M = \frac{2 - 1.5H_{LF}}{H_{LF}^3(1 - 1.5H_{LF})} X_M^2 \quad \text{.....(3.8)}$$

donde :

$$X_M = \sqrt{B \frac{\left(\frac{dp}{dL}\right)_{SL}}{\left(\frac{dp}{dL}\right)_{SC}}} \quad \text{.....(3.9)}$$

$$Y_M = \frac{g \operatorname{sen}\theta(\rho_L - \rho_C)}{\left(\frac{dp}{dL}\right)_{SC}} \quad \text{.....(10)}$$

y $B = (1 - F_E)^2(f_F/f_{SL})$. De consideraciones geométricas, H_{LF} puede ser expresado en términos dimensionales del espesor mínimo de película, δ_{\min} , como

$$H_{LF} = 4\delta_{\min} (1 - \delta_{\min}) \quad \text{.....(3.11)}$$

Para tomar en cuenta el efecto del líquido atrapado en el centro la ecuación 3.7 se modifica como

$$\left(H_{IF} + \lambda_{IL} \cdot \frac{A_c}{A_p} \right) > 0.12 \quad \dots(3.12)$$

III.3 PREDICCIÓN DEL COMPORTAMIENTO DE FLUJO

Para la predicción del comportamiento de flujo una vez que se han predicho los patrones de flujo se cuenta con modelos separados para flujo burbuja, flujo bache y flujo anular. El flujo agitado aun no ha sido modelado debido a su complejidad y es tratado como parte del flujo bache.

III.3.1 MODELO PARA EL FLUJO BURBUJA¹⁶

El flujo burbuja está caracterizado por burbujas de gas fluyendo en una fase líquida continua. A gastos bajos, esas burbujas se mueven más rápido que la fase líquida, dando un flujo burbujeante. Sin embargo, a gastos altos las dos fases fluyen a la misma velocidad, dando un flujo tipo burbuja disperso sin resbalamiento. Esos dos regímenes de flujo burbuja son considerados separadamente en el desarrollo del modelo para el patrón del flujo burbuja.

Debido a la distribución uniforme de las burbujas de gas en el líquido en flujo tipo burbuja disperso, este puede ser tratado como un flujo homogéneo. Además, debido a la ausencia de cualquier fase resbalante, la mezcla homogénea de las dos fases puede ser aproximada como una fase pseudo-única. Debido a esta simplificación, los parámetros de las dos fases pueden ser expresados en términos de las fases individuales basado en el colgamiento sin resbalamiento

En contraste al flujo burbuja disperso, en el flujo burbuja la mezcla no es homogénea y ocurre el resbalamiento entre fases. Además el resbalamiento debe ser considerado para desarrollar los parámetros de las dos fases. Para una sola burbuja ascendiendo en una mezcla de gas y líquido, la velocidad de

resbalamiento v_s está definida como la velocidad de ascenso relativa de la burbuja a la velocidad de la mezcla. Ya que la distribución de las burbujas de gas es tal que la mayoría de las burbujas están concentradas en el centro de la tubería, la velocidad de la mezcla es tomada como la única que ocurre en el centro de la línea. Suponiendo un perfil de velocidad turbulento para la mezcla, con la burbuja en ascenso más al centro que a lo largo de la pared de la tubería, la velocidad central puede ser aproximada como 1.2 veces el promedio de la velocidad de la mezcla, v_m . De este modo,

$$v_s = v_g - 1.2v_m \quad \dots(3.13)$$

Una expresión para la velocidad de ascenso de la burbuja fue dado por Harmathy para una sola burbuja en ascenso en una columna de líquido en reposo. Para tomar en cuenta el efecto de la mezcla gas-líquido ó "enjambre de burbujas" en la columna, Zuber y Hench modificaron la expresión de Harmathy como

$$v_s = 1.53 \left[\frac{g\sigma_L(\rho_L - \rho_g)}{\rho_L^2} \right]^{1/4} H_L^{n'} \quad \dots(3.14)$$

donde el valor del exponente n' varía de un estudio a otro. Basado en el comportamiento del modelo, el valor de n' es 0.5 en el presente estudio. La ecuación 3.14 puede ser ahora expresada como

$$1.53 \left[\frac{g\sigma_L(\rho_L - \rho_g)}{\rho_L^2} \right]^{1/4} H_L^{0.5} = \frac{v_{sg}}{1 - H_L} - 1.2v_M \quad \dots(3.15)$$

Esto da una expresión implícita para el colgamiento real del líquido para el flujo burbuja. Los parámetros de las dos fases para el flujo pueden ser calculados como,

$$\rho_{TP} = \rho_L H_L + \rho_g(1 - H_L) \quad \dots(3.16)$$

$$\mu_{TP} = \mu_L H_L + \mu_g(1 - H_L) \quad \dots(3.17)$$

Después de conocer los parámetros de las dos fases para el flujo burbuja, el gradiente de presión total puede ser calculado de la relación general,

$$\left(\frac{dp}{dL}\right) = \left(\frac{dp}{dL}\right)_e + \left(\frac{dp}{dL}\right)_f + \left(\frac{dp}{dL}\right)_a \quad \dots(3.18)$$

Donde el gradiente de presión está dado por

$$\left(\frac{dp}{dL}\right)_e = \rho_{TP} g \sin\theta \quad \dots(3.19)$$

La componente por fricción por

$$\left(\frac{dp}{dL}\right)_f = \frac{f_{TP} \rho_{TP} v_{TP}^2}{2d} \quad \dots(3.20)$$

donde f_{TP} es obtenida del diagrama de Moody para un número de Reynolds definido por

$$N_{ReTP} = \frac{\rho_{TP} v_{TP} d}{\mu_{TP}} \quad \dots (3.21)$$

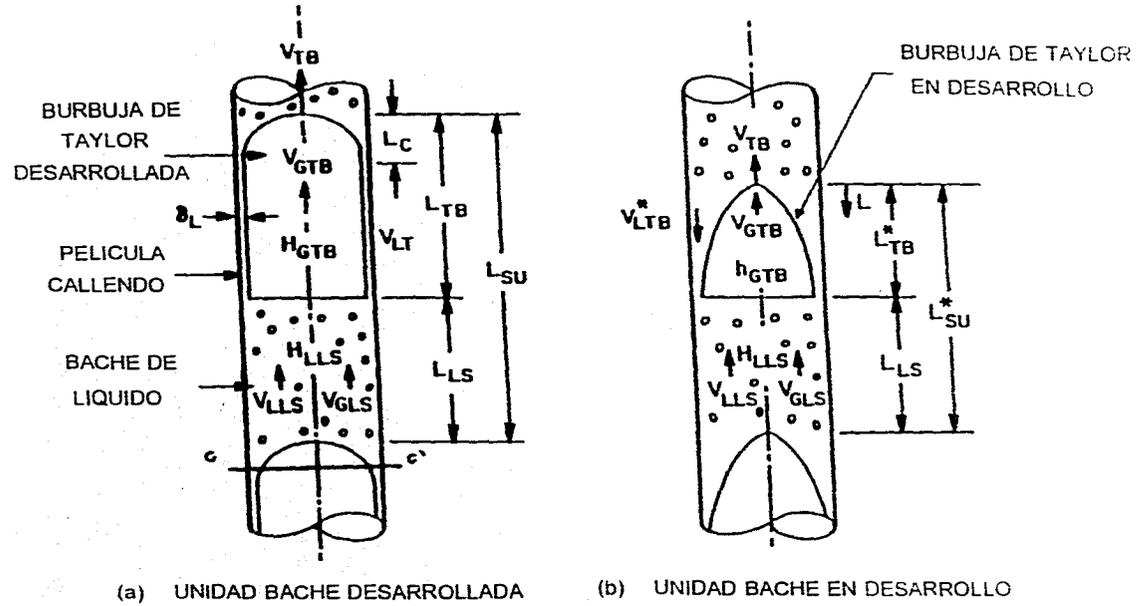
Debido a que el flujo burbuja está dominado por flujo de líquido incompresible, no hay cambio significativo en la densidad del flujo. Esto mantiene la velocidad del flujo regular, resultando en que casi no hay caída de presión debido a la aceleración. La caída de presión por aceleración es además, sin consideración para otros componentes de los gradientes de presión.

III.3.2 MODELO PARA EL FLUJO BACHE

El flujo bache está caracterizado por una serie de burbujas de Taylor separadas por baches de líquido. La burbuja de Taylor y el siguiente bache de líquido forman una unidad bache. El flujo bache puede ser supuesto como un flujo completamente desarrollado o un flujo en su etapa de desarrollo, dependiendo de la naturaleza de las burbujas de Taylor. Si las burbujas de Taylor son tales que sus cubiertas en forma de bala son solo una pequeña parte de sus longitudes totales, las burbujas de Taylor, y por lo tanto el flujo, es expresado como completamente desarrollado (Figura III.2). La película de líquido alrededor de las burbujas de Taylor en este caso es de un espesor constante. Por otro lado, si las cubiertas son comparables en longitud con las burbujas de Taylor, el flujo es considerado como flujo en desarrollo. La película de líquido en este caso es gruesa en la cubierta y delgada en el extremo de las burbujas. Debido a esta diferencia básica en la geometría de flujo, flujo completamente desarrollado y flujo en desarrollo son tratados separadamente en el modelo.

Para una unidad de bache completamente desarrollada (Figura III.2a), un balance de masa para la fase líquida y gaseosa sobre la unidad de bache da

Figura III.2



ESQUEMA DEL FLUJO BACHE

$$v_{Sg} = \beta v_{gTB} (1 - H_{LTB}) + (1 - \beta)v_{gLS}(1 - H_{LLS}) \quad \dots(3.22)$$

y

$$v_{SL} = (1 - \beta)v_{LLS}H_{LLS} - \beta)v_{LTB}H_{LTB} \quad \dots(3.23)$$

respectivamente, donde

$$\beta = L_{TB}/L_{SU} \quad \dots(3.24)$$

Un balance de masa para el líquido y gas de un bache de líquido en una burbuja de Taylor da

$$(v_{TB}CC - v_{LLS})H_{LLS} = [v_{TB} - (-v_{LTB})]H_{LTB} \quad \dots(3.25)$$

y

$$(v_{TB} - v_{gLS})(1 - H_{LLS}) = (v_{TB} - v_{gTB})(1 - H_{LTB}) \quad \dots(3.26)$$

La velocidad de una burbuja de Taylor en ascenso es igual a la velocidad en el centro más la velocidad de la burbuja de Taylor en una columna estática.

$$v_{TB} = 1.2v_m + 0.35 \left[\frac{gd(\rho_L - \rho_g)}{\rho_L} \right]^{1/2} \quad \dots(3.27)$$

Similarmente, la velocidad de las burbujas de gas en el bache de líquido es

$$v_{gLS} = 1.2v_m + 1.53 \left[\frac{g\sigma_L(\rho_L - \rho_g)}{\rho_L^2} \right]^{1/4} H_{LLS}^{0.5} \quad \dots(3.28)$$

donde el segundo término representa la velocidad de la burbuja definida en la ecuación 3.14.

La velocidad de la película cayendo puede ser correlacionada con el espesor de película mediante la expresión de Brotz

$$v_{LTB} = \sqrt{196.7 g \delta_L} \quad \dots(3.29)$$

donde δ_L , el espesor de película constante para flujo desarrollado, puede ser expresado en términos de la fracción vacía de la burbuja de Taylor para dar

$$v_{LTB} = 9.916 \left[g d \left(1 - \sqrt{H_{gTB}} \right) \right]^{1/2} \quad \dots(3.30)$$

Para obtener la fracción de vacío en el bache de líquido, puede ser usada una correlación desarrollada por Sylvester de los datos de Fernandes y coautores y Schmidt

$$H_{gLS} = \frac{v_{Sg}}{0.24 + 2.65 v_m} \quad \dots(3.31)$$

Las ecuaciones 29 o 30, 31 a 38 pueden ser resueltas iterativamente para obtener todas las ocho incógnitas que define el modelo de flujo bache. β , H_{LTB} , H_{gLS} , v_{gTB} , v_{LTB} , v_{gLS} , v_{LLS} , y v_{TB} . Vo y Shoham mostraron que esas 8 ecuaciones pueden ser combinadas algebraicamente para dar

$$\left(9.916 \sqrt{g d} \right) \left(1 - \sqrt{1 - H_{LTB}} \right)^{0.5} H_{LTB} - v_{TB} (1 - H_{LTB}) + \tilde{A} = 0 \quad \dots(3.32)$$

donde

$$\tilde{A} = H_{gl,S} v_{TB} + (1 - H_{gl,S}) \times \left\{ v_m - H_{gl,S} \left[1.53 \left[\frac{\sigma_L g (\rho_L - \rho_g)}{\rho_L^2} \right]^{0.11} (1 - H_{gl,S})^{0.5} \right] \right\} \quad \dots(3.33)$$

Con v_{TB} y $H_{gl,S}$ dadas por la ecuación 3.27 y 3.31, respectivamente, A puede ser determinada sin complicaciones a partir de la ecuación 3.33.

Para desarrollar el modelo de flujo bache, como en la Figura 3.3b, se debe determinar la existencia de tal flujo. Esto requiere calcular y comparar la longitud de la capa con la longitud total de una burbuja de Taylor desarrollada. La expresión para la longitud de la cubierta es¹²

$$L_c = \frac{1}{2g} \left[v_{TB} + \frac{v_{NqTB}}{H_{NLTB}} (1 - H_{NLTB}) - \frac{v_m}{H_{NLTB}} \right]^2 \quad \dots(3.34)$$

donde v_{NqTB} y H_{NLTB} son calculados en el espesor final de la película dada por

$$\delta_N = \left[\frac{3}{4} d \frac{v_{NLTB} \mu_L (1 - H_{NLTB})}{g (\rho_L - \rho_g)} \right]^{1/3} \quad \dots(3.35)$$

La geometría de la película de flujo dada por H_{NLTB} en términos de δ_N como

$$H_{NLTB} = 1 - \left(1 - \frac{2\delta_N}{d} \right)^2 \quad \dots(3.36)$$

Para determinar V_{NgTB} , el gasto neto de δ_N puede ser usado para obtener

$$v_{NgTB} = v_{TB} - (v_{TB} - v_{gLS}) \frac{(1 - H_{LLS})}{(1 - H_{NLTB})} \quad \dots(3.37)$$

La longitud del bache del líquido puede ser calculada empíricamente a partir de

$$L_{LS} = C'd \quad \dots(3.38)$$

donde C' se encontró que varía de 16 a 45. En este caso $C' = 30$. Esto da la longitud de la burbuja de Taylor como

$$L_{TB} = [L_{LS}/(1 - \beta)]\beta \quad \dots(3.39)$$

Ahora las dos longitudes pueden ser comparadas. Si L_C es menor o igual que L_{TB} , el flujo está desarrollando flujo bache. De otra manera, esto se considera como un flujo bache completamente desarrollado. Si se encuentra que el flujo está desarrollando flujo tipo bache, se deben calcular valores nuevos para la longitud de la burbuja de Taylor, L_{TB}^* , el colgamiento del líquido en la sección de la burbuja de Taylor de la unidad de bache H_{LTB}^* , y la velocidad de la película, V_{LTB}^* .

Para L_{TB}^* se puede usar el volumen de una burbuja de Taylor desarrollada

$$v_{gTB}^* = \int_0^{L_{TB}^*} A_{TB}^*(L) dLv \quad \dots(3.40)$$

donde A_{TB}^* puede ser expresada en términos del colgamiento local $H_{L_{TB}}(L)$, que en su momento puede ser expresado en términos de velocidades mediante el uso de la ecuación 3.25. Esto da

$$A_{TB}^*(L) = \left[1 - \frac{(v_{TB} - v_{LLS})H_{LLS}}{\sqrt{2gL}} \right] A_p \quad \dots(3.41)$$

El volumen puede ser expresado en términos de la geometría de flujo como

$$V_{gTB}^* = v_{Sg} A_p \left(\frac{L_{TB}^* + L_{LS}}{v_{TB}} \right) - v_{gLS} A_p (1 - H_{LLS}) \frac{L_{LS}}{v_{TB}} \quad \dots(3.42)$$

sustituyendo las ecuaciones 3.41 y 3.42 en la ecuación 3.40 se tiene

$$v_{Sg} \left(\frac{L_{TB}^* + L_{LS}}{v_{TB}} \right) - v_{gLS} (1 - H_{LLS}) \frac{L_{LS}}{v_{TB}} = \int_0^{L_{TB}^*} \left[1 - \frac{(v_{TB} - v_{LLS})H_{LLS}}{\sqrt{2gL}} \right] dL \quad \dots(3.43)$$

La ecuación 3.43 puede ser integrada y posteriormente simplificada, quedando como

$$L_{TB}^{*2} + \left(\frac{-2ab - 4ac^2}{a^2} \right) L_{TB}^* + \frac{b^2}{a^2} = 0 \quad \dots(3.44)$$

donde

$$a = 1 - v_{Sg}/v_{TB} \quad \dots(3.45)$$

$$b = \frac{v_{Ng} - v_{gLS}(2 - H_{LLS})}{v_{TB}} L_{LS} \quad \dots(3.46)$$

y

$$c = \frac{v_{TB} - v_{LLS}}{\sqrt{2g}} H_{LLS} \quad \dots(3.47)$$

después de calcular L_{TB}^* , los parámetros locales restantes pueden ser calculados de

$$v_{LTB}^*(L) = \sqrt{2gL} - v_{TB} \quad \dots(3.48)$$

y

$$h_{LTB}^*(L) = \frac{(v_{TB} - v_{LLS})H_{LLS}}{\sqrt{2gL}} \quad \dots(3.49)$$

En el cálculo de los gradientes de presión, se considera el efecto de la variación del espesor de película y se desprecia el efecto de la fricción a lo largo de la burbuja de Taylor.

Para flujo desarrollado, la componente por elevación ocurriendo a través de la unidad de bache está dada por

$$\left(\frac{dp}{dL}\right)_e = [(1 - \beta)\rho_{LS} + \beta\rho_s]g \operatorname{sen}\theta \quad \dots(3.50)$$

donde

$$\rho_{LS} = \rho_L H_{LLS} + \rho_g(1 - H_{LLS}) \quad \dots(3.51)$$

La componente por elevación para el flujo bache desarrollado está dada por

$$\left(\frac{dp}{dL}\right)_e = [(1 - \beta^*)\rho_{LS} + \beta^*\rho_{TBA}]g \operatorname{sen}\theta \quad \dots(3.52)$$

donde ρ_{TBA} está basada en un promedio de la fracción de vacío en la sección de la burbuja de Taylor con el espesor de la película variando. Esto está dado por

$$\rho_{TBA} = \rho_L H_{LTBA} + \rho_g(1 - H_{LTBA}) \quad \dots(3.53)$$

donde H_{LTBA} es obtenida integrando la ecuación 3.49 y dividiendo por L_{TB}^* , dando

$$H_{LTBA} = \frac{2(v_{TB} - v_{LLS})H_{LLS}}{\sqrt{2gL_{TB}^*}} \quad \dots(3.54)$$

La componente por fricción es la misma para ambos flujos de bache, desarrollado y en desarrollo debido a que esto solo ocurre a través del bache de líquido. Esto está dado como

$$\left(\frac{dp}{dL}\right)_p = \frac{f_{LS}\rho_{LS}v_m^2}{2d}(1 - \beta) \quad \dots(3.55)$$

donde β debe ser reemplazado por β^* para flujo en desarrollo. f_{LS} puede ser calculado usando

$$N_{ReLS} = \frac{\rho_{LS}v_m}{\mu_{LS}} \quad \dots(3.56)$$

Finalmente, para el gradiente de presión por aceleración, debe ser considerado el cambio de velocidad en la película. El líquido entrando a la película experimenta una desaceleración así como su velocidad de ascenso de V_{LLS} se reduce a la velocidad de descenso de V_{LTB} . El mismo líquido también experimenta aceleración cuando este sale de la película como una velocidad V_{LTB} hacia un movimiento ascendente del bache del líquido de velocidad V_{LLS} . Si los dos cambios en la velocidad de la película acontecen dentro de la misma unidad de bache, no existe una caída de presión por aceleración neta sobre la unidad de bache. Esto ocurre cuando el flujo bache es estable. Ya que la correlación usada para la longitud del flujo bache está basada en su longitud de equilibrio, la posibilidad de un gradiente de aceleración neta no existe. Por lo tanto el gradiente de presión por aceleración no se considera sobre la unidad de bache.

III.3.3 MODELO PARA FLUJO ANULAR

El flujo anular está caracterizado por un núcleo de gas y una película de líquido alrededor del núcleo. El gas fluye solo en el centro mientras que el líquido fluye no solamente en la película sino también como gotas de líquido atrapadas en el núcleo. Esto se muestra en la Figura III.3 la cual define un flujo anular completamente desarrollado con una película de líquido estable.

Debido a las diferentes áreas de flujo para el centro de gas y la película, ambos pueden ser tratados separadamente. Aplicando el principio de conservación del momentum independientemente al núcleo y a la película tenemos

$$A_c \left(\frac{dp}{dL} \right)_c - \tau_i S_i - \rho_c A_c g \sin \theta = 0 \quad \dots(3.57)$$

y

$$A_F \left(\frac{dp}{dL} \right)_F + \tau_i S_i - \tau_F S_F - \rho_l A_F g \sin \theta = 0 \quad \dots(3.58)$$

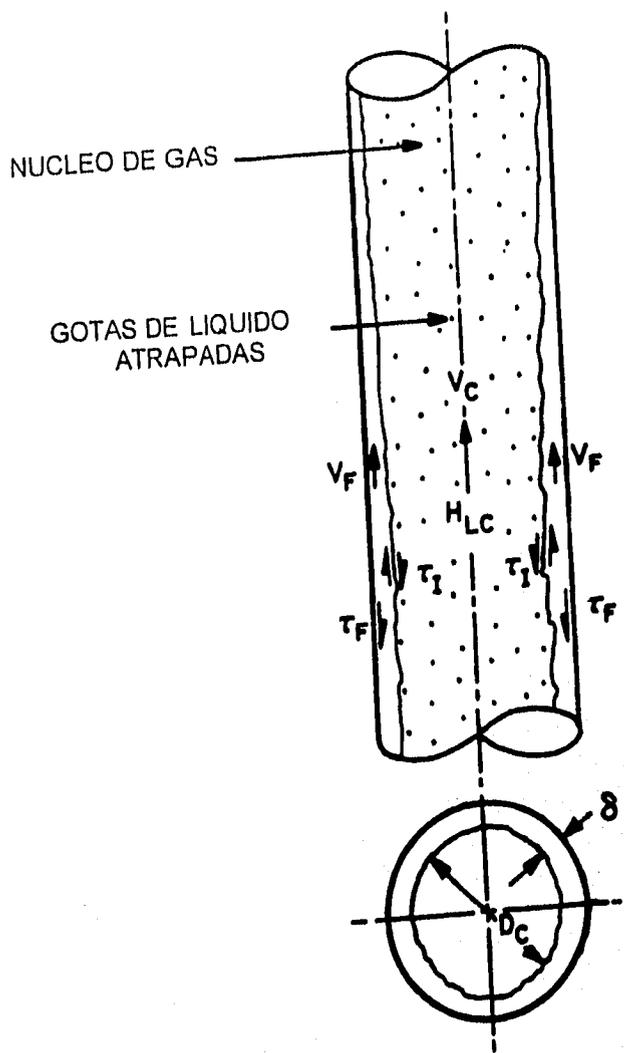


Fig. III.3

La densidad del núcleo, ρ_c , es una densidad sin resbalamiento ya que el núcleo es una mezcla homogénea de gas y gotas de líquido acumuladas en el centro fluyendo a la misma velocidad. Por lo tanto

$$\rho_c = \rho_L \lambda_{LC} + \rho_g (1 - \lambda_{LC}) \quad \dots(3.59)$$

donde

$$\lambda_{LC} = \frac{F_E v_{SL}}{v_{Sg} + F_E v_{SL}} \quad \dots(3.60)$$

F_E es la fracción del líquido total atrapado en el centro, dado por Wallis como

$$F_E = 1 - \exp[-0.125(v_{crit} - 1.5)] \quad \dots(3.61)$$

donde

$$v_{crit} = 10000 \frac{v_{Sg} \mu_g}{\sigma_L} \left(\frac{\rho_g}{\rho_L} \right)^{1/2} \quad \dots(3.62)$$

El esfuerzo cortante en la película puede ser expresado como

$$\tau_F = f_F \rho_L \frac{v_F^2}{8} \quad \dots(3.63)$$

donde f_F es obtenido del diagrama de Moody para un número de Reynolds definido por

$$N_{Re_F} = \frac{\rho_L v_F d_{HF}}{\mu_L} \quad \dots(3.64)$$

donde

$$v_F = \frac{q_L(1 - F_E)}{A_F} = \frac{v_{SL}(1 - F_E)}{4\underline{\delta}(1 - \underline{\delta})} \quad \dots(3.65)$$

y

$$d_{IH} = 4\underline{\delta}(1 - \underline{\delta})d \quad \dots(3.66)$$

Esto da

$$\tau_F = \frac{f_F}{8}(1 - F_E)^2 \rho_L \left[\frac{v_{SL}}{4\underline{\delta}(1 - \underline{\delta})} \right]^2 \quad \dots(3.67)$$

La ecuación 3.67 se reduce a

$$\tau_F = \frac{d}{4} \frac{(1 - F_E)^2}{[4\underline{\delta}(1 - \underline{\delta})]^2} \frac{f_F}{f_{SL}} \left(\frac{dp}{dL} \right)_{SL} \quad \dots(3.68)$$

donde el gradiente de presión superficial por fricción del líquido está dado por

$$\left(\frac{dp}{dL} \right)_{SL} = \frac{f_{LS} \rho_L v_{SL}^2}{2d} \quad \dots(3.69)$$

f_{SL} es el factor de fricción para la velocidad superficial del líquido y puede ser obtenido del diagrama de Moody para un número de Reynolds dado por

$$N_{Re_{SL}} = \frac{\rho_L v_{SL} d}{\mu_L} \quad \dots(3.70)$$

Para el esfuerzo cortante en la interface

$$\tau_i = \frac{f_i \rho_C v_C^2}{8} \quad \dots(3.71)$$

donde

$$v_C = \frac{v_{SC}}{(1 - 2\delta)^2} \quad \dots(3.72)$$

y

$$f_i = f_{SC} Z \quad \dots(3.73)$$

donde Z es un factor de correlación para la fricción interfacial y el espesor de película. Basado en el comportamiento del modelo, la expresión de Wallis para Z trabaja bien para espesores delgados de película o grandes atrapamientos de gotas de líquido, por el contrario la expresión de Whalley y Hewitt es buena para películas gruesas o pequeños atrapamientos. Por lo tanto

$$Z = 1 + 300\delta \quad \text{para } FE > 0.9 \quad \dots(3.74)$$

y

$$Z = 1 + 24 \left(\frac{\rho_L}{\rho_g} \right)^{1/3} \delta \quad \text{para } FE < 0.9 \quad \dots(3.75)$$

Combinando las ecuaciones 3.71 a 3.73 se llega a

$$\tau_i = \frac{d}{4} \frac{Z}{(1 - 2\delta)^4} \left(\frac{dp}{dL} \right)_{SC} \quad \dots(3.76)$$

El gradiente de presión por fricción superficial en el centro está dado por

$$\left(\frac{dp}{dL}\right)_{SC} = \frac{f_{SC} \rho_c v_{SC}^2}{2d} \quad \dots(3.77)$$

donde f_{SC} es obtenido del diagrama de Moody para un número de Reynolds definido por

$$N_{Re_{SC}} = \frac{\rho_c v_{SC} d}{\mu_{SC}} \quad \dots(3.78)$$

$$v_{SC} = F_E v_{SL} + v_{Sg} \quad \dots(3.79)$$

y

$$\mu_c = \mu_L \lambda_{LC} + \mu_g (1 - \lambda_{LC}) \quad \dots(3.80)$$

El gradiente de presión para flujo anular puede ser calculado mediante la sustitución de las ecuaciones anteriores en las ecuaciones 3.57 y 3.58.

Entonces

$$\left(\frac{dp}{dL}\right)_c = \frac{Z}{(1-2\delta)^3} \left(\frac{dp}{dL}\right)_{SC} + \rho_c g \text{ sen } \theta \quad \dots(3.81)$$

y

$$\left(\frac{dp}{dL}\right)_F = \frac{(1-F_E)^2}{64\delta^3(1-\delta)^3} \left(\frac{f_F}{f_{SL}}\right) \left(\frac{dp}{dL}\right)_{SL} - \frac{Z}{4\delta(1-\delta)(1-2\delta)^3} \left(\frac{dp}{dL}\right)_{SC} + \rho_L g \text{ sen } \theta \quad \dots(3.82)$$

La incógnita básica en la ecuación anterior es el espesor adimensional de película, δ . Se puede obtener una ecuación implícita para δ mediante las ecuaciones 3.81 y 3.82. Esto da

$$\frac{Z}{4\delta(1-\delta)(1-2\delta)} \left(\frac{dp}{dL} \right)_{SC} + (\rho_l - \rho_v) g \sin\theta - \frac{(1 - F_E)^2}{64\delta^3(1-\delta)^3} \left(\frac{f_E}{f_{SL}} \right) \left(\frac{dp}{dL} \right)_{SL} = 0 \quad \dots(3.83)$$

Para simplificar esta ecuación, se emplea la aproximación adimensional desarrollada por Alves y coautores. Esta aproximación define los siguientes grupos adimensionales en adición a los parámetros modificados de Lockhart y Martinelli, X_M y Y_M ya definidos previamente.

$$\phi_c^2 = \frac{\left(\frac{dp}{dL} \right)_c - g\rho_c \sin\theta}{\left(\frac{dp}{dL} \right)_{SC}} \quad \dots(3.84)$$

$$\phi_F^2 = \frac{\left(\frac{dp}{dL} \right)_F - g\rho_l \sin\theta}{\left(\frac{dp}{dL} \right)_{SL}} \quad \dots(3.85)$$

Mediante los parámetros modificados de Lockhart y Martinelli, la ecuación 3.83 se reduce a

$$Y_M = \frac{Z}{4\delta(1-\delta)[1-4\delta(1-\delta)]^{2.5}} + \frac{X_M^2}{[4\delta(1-\delta)]^3} = 0 \quad \dots(3.86)$$

Esta ecuación se puede resolver iterativamente para obtener δ .

Una vez que δ es conocida, los grupos adimensionales ϕ_F y ϕ_C pueden ser obtenidos siguiendo la siguiente forma de las ecuaciones 3.81 y 3.82

$$\phi_c^2 = \frac{Z}{(1-2\underline{\delta})} \quad \dots(3.87)$$

y

$$\phi_F^2 = \frac{(1-l'_E)^2}{[1-(1-2\underline{\delta})^2]^2} \frac{f_F}{f_{SL}} \times \left\{ \frac{\frac{Z}{(1-2\underline{\delta})^5} - Y_M}{\frac{Z}{(1-2\underline{\delta})^5} - Y_M [1-(1-2\underline{\delta})^2]^2} \right\} \quad \dots(3.88)$$

Alves estableció que la ecuación 3.88 puede ser expresada como

$$\phi_F^2 = \frac{\phi_C^2 - Y_M}{X_M^2} \quad \dots(3.89)$$

El gradiente de presión total puede ser obtenido ya sea de la ecuación 3.84 o 3.85 debido a que el gradiente de presión en la película y centro debe ser el mismo. Entonces,

$$\left(\frac{dp}{dL}\right)_T = \left(\frac{dp}{dL}\right)_C = \phi_C^2 \left(\frac{dp}{dL}\right)_{SC} + g\rho_C \text{ sen}\theta \quad \dots(3.90)$$

o

$$\left(\frac{dp}{dL}\right)_T = \left(\frac{dp}{dL}\right)_F = \phi_F^2 \left(\frac{dp}{dL}\right)_{SL} + g\rho_L \text{ sen}\theta \quad \dots(3.91)$$

Obsérvese que las ecuaciones anteriores del gradiente de presión total no incluyen el gradiente de presión por aceleración. Esto se basa en los resultados encontrados por López y Duckler indicando que, excepto para un limitado rango

de altos gastos de líquido, la componente por aceleración resultado del intercambio de gotas de líquido entre el centro y la película es despreciable.

Nomenclatura

a = Coeficiente definido en la ecuación 3.45

A = Área de la sección transversal de la tubería, L, m²

b = Coeficiente definido en la ecuación 3.46

c = Coeficiente definido en la ecuación 3.47

C = Constante, factor de fricción relativo al número de Reynolds para tuberías lisas

C' = Coeficiente definido en la ecuación 3.38

d = Diámetro de la tubería, L, m

f = factor de fricción

F_E = Fracción de líquido acarreado en el núcleo de gas

g = Aceleración de la gravedad, m/s²

h = Fracción local de colgamiento

H = Fracción promedio del colgamiento

n' = Coeficiente para tomar en cuenta el efecto de enjambre sobre la velocidad de ascenso de una burbuja.

N_{re} = Número de Reynolds

p = Presión, m/L², psi

q = Gasto, L³/t, m³/s

S = Perímetro mojado, L, m

v = Velocidad, L/t, m/s

V = Volumen, L³, m³

X = Parámetro de Lookhart y Martinelli

Y = Parámetro de Lookhart y Martinelli

Z = Factor empírico definiendo la fricción interfacial

β = Longitud del radio, definido en la ecuación 3.24

δ = Relación de espesor de película al radio
 Δ = Diferencia
 ε = Rugosidad absoluta de la tubería, L, m
 θ = Ángulo con respecto a la horizontal, rad, o grados
 λ = Fracción del colgamiento sin resbalamiento
 μ = Viscosidad dinámica, Kg/m-s, Kg/m^{-s}
 ν = Viscosidad cinemática, L²/t, m²/sq
 ρ = Densidad, m/L³, Kg/m³
 σ = Tensión superficial, m/t², dina/cm
 τ = Esfuerzo de corte, m/Lt², N/m³
 ϕ = Grupos dimensionales definidos en las ecuaciones 3.84 y 3.85

Subíndices

a = Aceleración
 A = Promedio
 c = Cubierta de la burbuja de Taylor, núcleo
 $crit$ = Crítico
 e = Elevación
 f = Fricción
 F = Película
 g = Gas
 H = Hidráulico
 y = i-ésimo elemento
 I = Interfacial.

CAPITULO IV

AUTOMATIZACION PARA LA APLICACION DEL METODO DE ANSARI

Para la aplicación del método de Ansari, inicialmente se deberán calcular los límites de transición entre los patrones de flujo que pueden ocurrir, para una determinada sección de tubería. Posteriormente, en base a las velocidades del gas y del líquido de la mezcla, así como al mapa de patrones de flujo, se deberá determinar el patrón de flujo que estará ocurriendo en dicha sección. Finalmente, el gradiente de presión total se calcula mediante el empleo de las ecuaciones correspondientes al tipo de patrón de flujo determinado. Todo este proceso se repite nuevamente para la siguiente sección de tubería hasta completar la longitud total de la misma.

IV.1 PREDICCIÓN DEL PATRÓN DE FLUJO

La predicción del patrón de flujo requiere que, primeramente se calcule el diámetro mínimo de la tubería para el cual el flujo tipo burbuja puede existir (véase la Figura III.1). Esto, debido a que de no ocurrir el flujo en una tubería cuyo diámetro interno sea mayor o igual al diámetro mínimo calculado, la transición del patrón de flujo bache-burbuja no ocurre y consecuentemente, tampoco la transición de flujo tipo burbuja a flujo tipo de burbujas dispersas.

Por otro lado, la velocidad superficial del gas en la transición a flujo de burbujas dispersas sin resbalamiento tiene como límite la velocidad superficial del gas de la transición a flujo tipo anular (véase la Figura III.1). Por lo anterior, la velocidad superficial del líquido para la transición a flujo de burbujas dispersas deberá recalcularse considerando que la fracción de vacío es igual a cero, o dicho de otro modo, se considerando que únicamente fluye líquido a través de la sección de tubería.

La velocidad superficial del gas de la transición a flujo de burbujas dispersas tiene también un límite superior, la velocidad superficial del gas de la transición a flujo de burbujas dispersas sin resbalamiento.

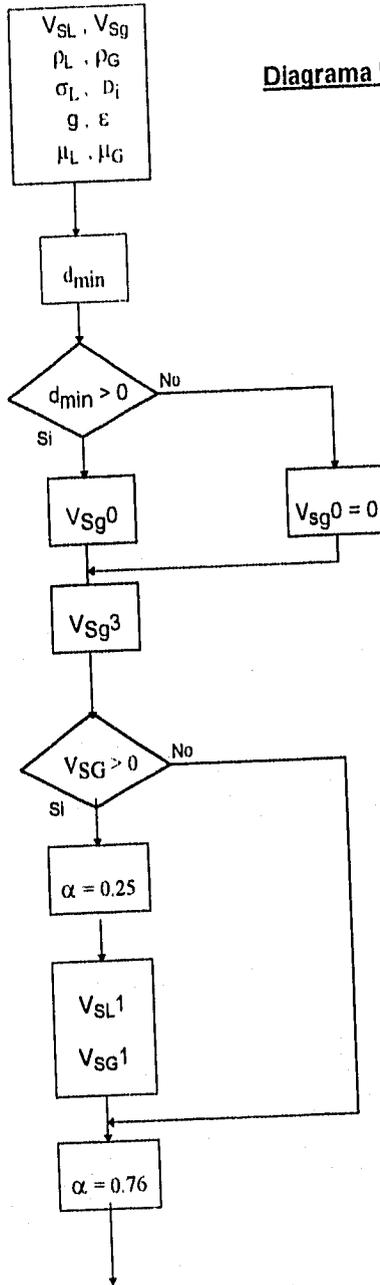
La evaluación de las ecuaciones necesarias para la predicción del patrón de flujo no presenta problemas a excepción de la ecuación No. 3.4. Esta es una ecuación implícita, por lo cual debe ser resuelta por un método de ensaye y error para V_{sL} y V_{sg} (considerando una fracción de vacío de 0.26, 0.76 y cero según corresponda) así como el factor de fricción f , ya que este último está en función del número de Reynolds y este a su vez depende de V_{sL} y V_{sg} .

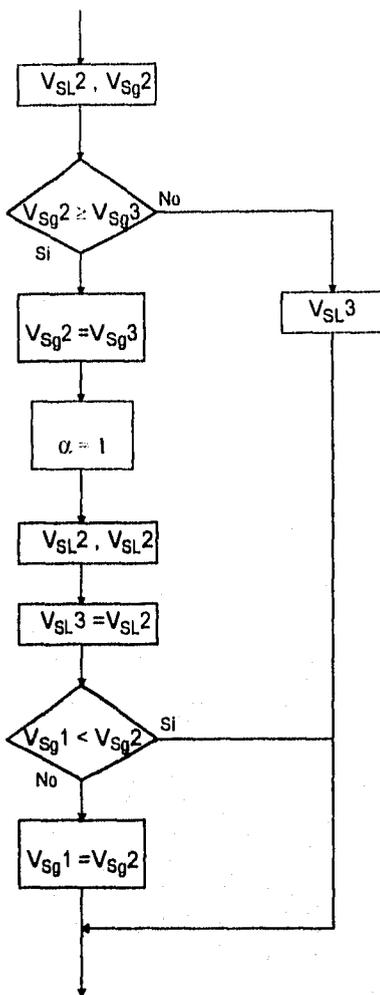
A continuación se muestra el diagrama de flujo propuesto para determinar el patrón de flujo que ocurre para unas condiciones dadas donde se indica la secuencia a seguir en la evaluación de las ecuaciones necesarias, así como las consideraciones que se deben tomar en cuenta (diagrama No. 1). Para una mejor comprensión, el diagrama está dividido en tres partes. En el primero se emplea la ecuación No. 3.4 entre otras, ya que para dar solución a esta se requiere un método de ensaye y error, este se proporciona en el diagrama No. 2. A su vez este método requiere el cálculo del factor de fricción f cuyo diagrama de flujo correspondiente para su cálculo es el No. 3. Por lo tanto en el diagrama 1, sólo se indica dar solución a la ecuación 3.4 así como determinar el valor de f , debiéndose entender con ello que se deberá proceder con los diagramas 2 y 3, según corresponda. Además, de los diagramas ya mencionados y en todos los restantes se indica el número de ecuación a emplear. Este corresponde a las ecuaciones del capítulo anterior.

En el diagrama No. 1, para poder distinguir las velocidades superficiales del gas y del líquido correspondientes a una transición de patrón de flujo en particular, estas se nombrarán como se indica en la siguiente tabla, siendo las ecuaciones y unidades las vistas en el Capítulo No. 3.

TRANSICIÓN	VELOCIDAD SUPERFICIAL DEL GAS	VELOCIDAD SUPERFICIAL DEL LIQUIDO	No. DE ECUACIÓN A EMPLEAR	FRACCIÓN DE VACIO
Bache-Burbuja	V_{sg0}	V_{sl0}	3.2	---
A Burbujas Dispersas	V_{sg1}	V_{sl1}	3.4	> 0.25
A Burbujas Dispersas sin Resbalamiento	V_{sg2}	V_{sl2}	3.5	0.75
A Anular	V_{sg3}	V_{sl3}	Para V_{sg3} 3.6 Para V_{sl3} 3.5 y 3.6	---

Diagrama No. 1





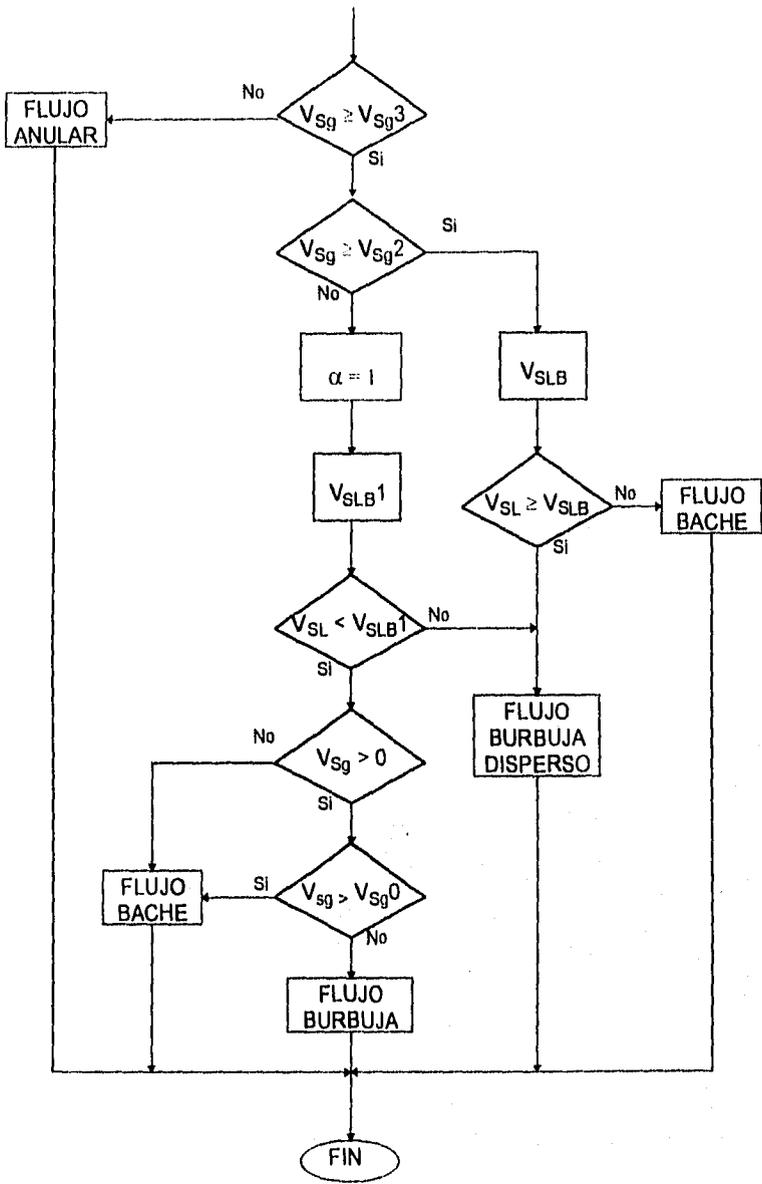
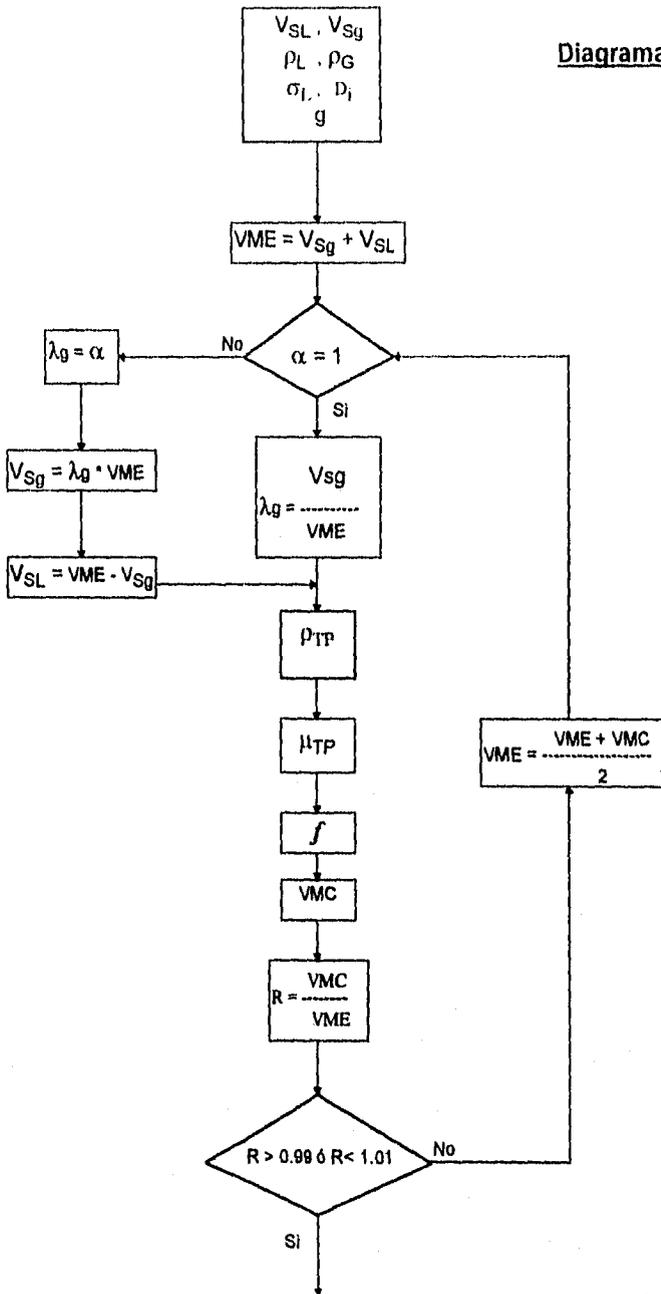


Diagrama No. 2



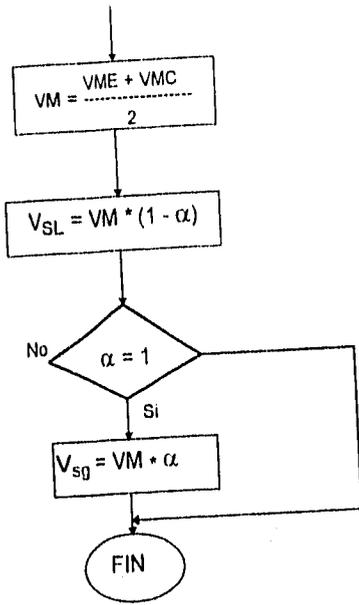
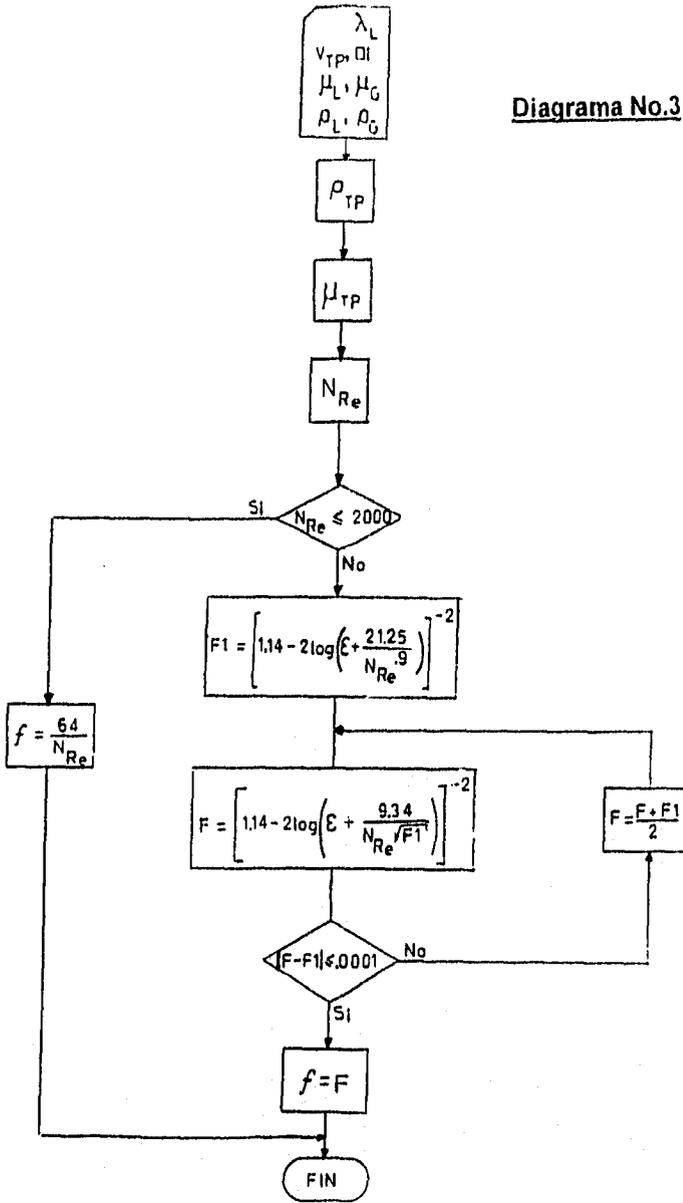


Diagrama No.3



IV.2.1 MODELO PARA EL FLUJO BURBUJA

Los algoritmos para calcular el gradiente de presión total, ya sea para el flujo tipo burbuja o el de tipo de burbujas dispersas, pueden ser incorporados en uno solo. Siendo necesario únicamente calcular el colgamiento con resbalamiento cuando se trate de flujo burbuja y para ambos tipos de flujo el factor de fricción; por lo cual nuevamente, por simplicidad, solo se indica que debe ser calculado proporcionándose el algoritmo necesario en el diagrama No. 5.

Empléense las siguientes expresiones para calcular los parámetros indicados en el diagrama:

$$\lambda_L = v_{SL} / v_m \quad \dots\dots\dots(4.1)$$

$$\rho_{TP} = \rho_L \lambda_L + \rho_g (1 - \lambda_L) \quad \dots\dots\dots(4.2)$$

$$\mu_{TP} = \mu_L \lambda_L + \mu_g (1 - \lambda_L) \quad \dots\dots\dots(4.3)$$

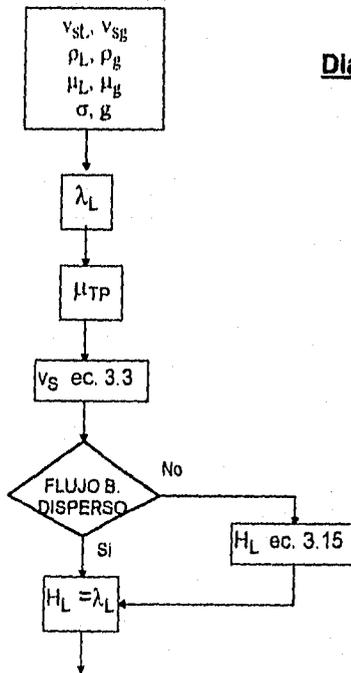


Diagrama No.4

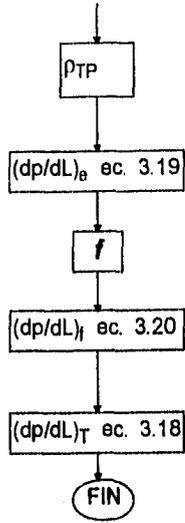
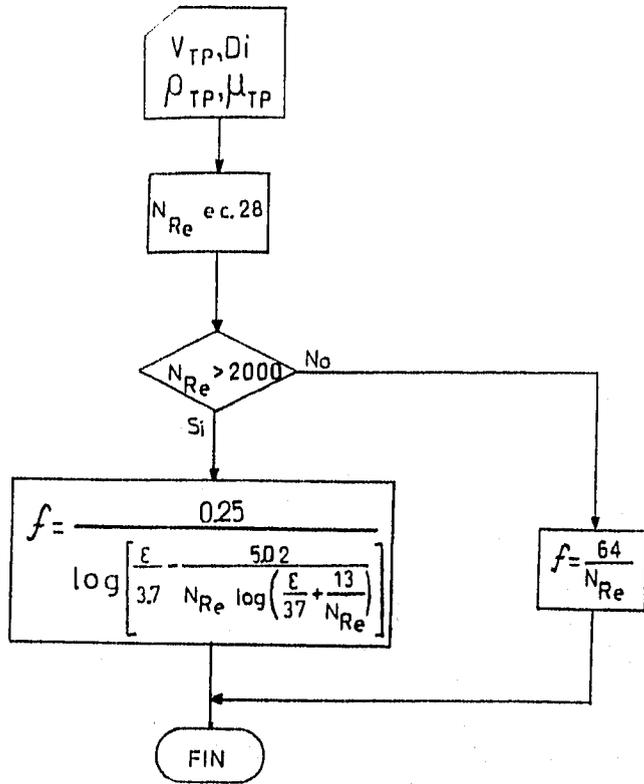


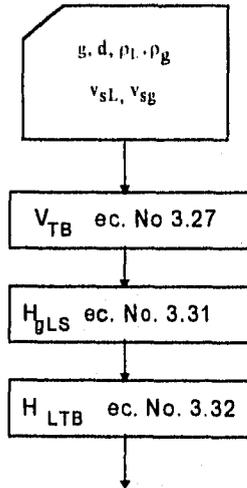
Diagrama No.5



IV.2.2 MODELO PARA EL FLUJO BACHE

El procedimiento paso a paso para determinar todas las variables de flujo que se emplean en el cálculo del gradiente de presión se muestra en el siguiente diagrama. En cada paso se indica el número de la ecuación correspondiente a emplear y la variable para la cual esta debe ser resuelta. También se adicionan intercaladas en el diagrama algunas explicaciones, así como recomendaciones adicionales. Ya que el método de solución de algunas ecuaciones es el mismo, pudiendo elegirse algún otro, por simplicidad, en el diagrama solo se hará referencia este, proporcionando los datos y expresiones matemáticas necesarias para encontrar la solución.

Diagrama No. 6



La ecuación No. 3.32 se utiliza para encontrar H_{LTB} , ésto se logra mediante el empleo de un método de solución iterativo; para lo cual se recomienda el de Newton Rhapson. Para emplearlo se requiere expresar la ecuación 3.32 como:

$$F(H_{LTB}) = (9.916\sqrt{gd})(1 - \sqrt{H_{LTB}})^{0.5} H_{LTB} - V_{TB}(1 - H_{LTB}) + \bar{A} \quad \dots(4.4)$$

donde:

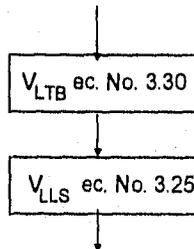
$$\bar{A} = H_{gLS}V_{TB} + (1 - H_{gLS}) \times \left\{ v_m - H_{gLS} \left[1.53 \left(\frac{\sigma_{Lg}(\rho_L - \rho_g)}{\rho_L^2} \right)^{0.25} (1 - H_{gLS})^{0.5} \right] \right\} \quad \dots(4.5)$$

H_{LTB} será la raíz a obtener de la función, para ello se requiere la derivada de $F(H_{LTB})$, que a continuación se proporciona:

$$F'(H_{LTB}) = V_{TB} + (9.916\sqrt{gd}) \times \left[(1 - H_{LTB})^{0.5} + \frac{H_{LTB}}{4\sqrt{(1 - H_{LTB})(1 - \sqrt{1 - (1 - H_{LTB})})}} \right] \quad \dots(4.6)$$

Un valor recomendado para iniciar el método de solución es $H_{LTB} = 0.15$

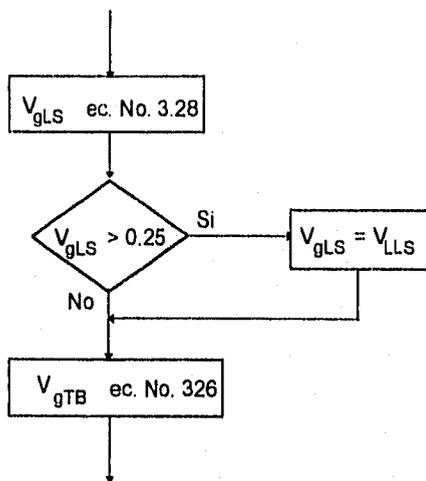
Una vez obtenido el valor de H_{LTB} con la aproximación deseada se debe continuar con:



Para dar solución a las ecuaciones 3.30 y 3.25 emplear las siguientes expresiones:

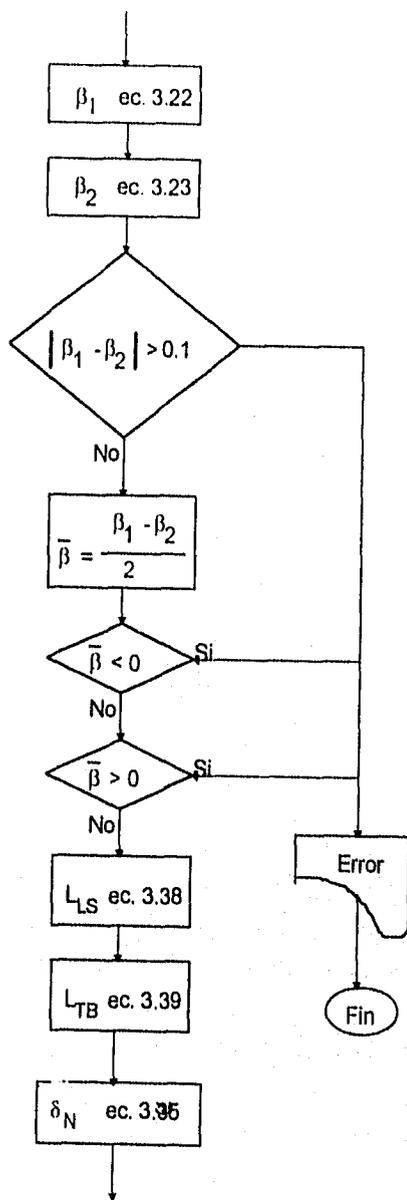
$$H_{gTB} = 1 - H_{LTB} \quad \dots\dots(4.7)$$

$$H_{LLS} = 1 - H_{gLS} \quad \dots\dots(4.8)$$



El paso siguiente es evaluar β , esto puede hacerse ya sea con la ecuación 3.22 o la ecuación 3.23. Sin embargo, se recomienda evaluar las dos ecuaciones para β y obtener el valor promedio de ambas. Se debe considerar que el valor absoluto de la diferencia de β_1 y β_2 no debe ser mayor de 0.1, así como el valor promedio de β no debe ser mayor que 1 ó menor que cero.

Lo anterior se expresa en la continuación del diagrama de flujo

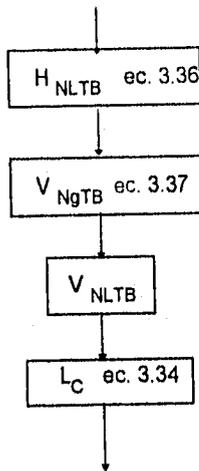


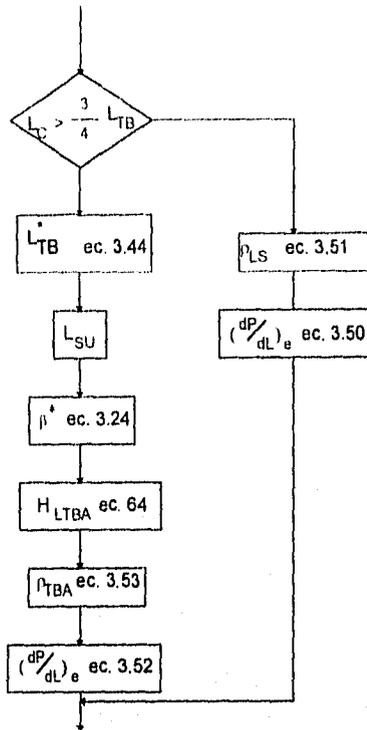
Para el cálculo del espesor de película δ_N se requiere el empleo de un método iterativo, pudiendo ser nuevamente el de Newton Rhapsom. Ello requiere expresar la ec. 3.25 como:

$$F(\delta_N) = \delta^3 - \frac{3}{4} d \frac{V_{NLTB} \mu_L (1 - H_{NLTB})}{g(\rho_L - \rho_G)} \quad \dots(4.9)$$

y:

$$F(\delta_N) = 3\delta^2 - 3 \frac{\mu_L (1 - H_{NLTB})^{0.5} [H_{NLTB} - V_{TB} (1 - H_{NLTB})]}{g(\rho_L - \rho_G)} \quad \dots(4.10)$$



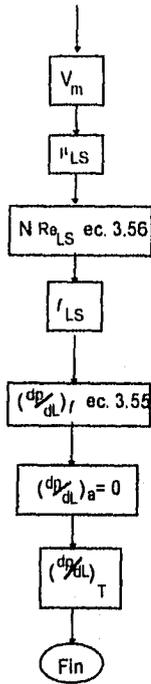


Obtener el valor de L_{TB}^* implica resolver una ecuación de 2° grado (ecuación No. 3.44); para ello se puede emplear la fórmula general para resolver ecuaciones de segundo grado. Al resolver ésta, se obtienen dos raíces, de las cuales se debe tomar la mayor positiva. El hecho de obtener dos raíces significará error en los cálculos anteriores.

Empléense las siguientes expresiones para calcular los parámetros necesarios en el número de Reynolds y el gradiente de presión debido a la fricción:

$$\mu_{LS} = \mu_L H_{LLS} + \mu_G (1 - H_{LLS}) \quad \dots(4.11)$$

$$m = V_{LIS}(1 - H_{LIS}) + V_{GLS}H_{LIS} \quad \dots(4.12)$$



Para calcular L_{SU} emplear la siguiente expresión:

$$L_{SU} = \frac{L_{LS}}{1 - \beta} \quad \dots\dots\dots(4.13)$$

V.2.2.3 MODELO PARA EL FLUJO ANULAR

El flujo anular existe si v_{Sg} a través de la sección de tubería es mayor que el valor de transición dado por la ecuación No. 3.6 y si los dos criterios de Barnea son satisfechos (desigualdades No. 3.7 y 3.12). Para satisfacer el criterio de Barnea dado por la desigualdad No. 3.7, primero la ecuación No. 3.8 debe ser resuelta implícitamente para δ_{min} . H_{LF} entonces se calcula a partir de la ecuación No. 3.11; si la desigualdad No. 3.12 no se satisface entonces existe el flujo tipo anular.

En el siguiente diagrama de flujo se presentan al igual que en las secciones anteriores, los pasos a seguir, el número de ecuación correspondiente a emplear y la variable para la cual debe ser resuelta. Igualmente, en este caso se requiere del empleo de algún método iterativo para llegar a la solución de las ecuaciones No.3.8 y No. 3.86.

La ecuación No. 3.8 puede ser resuelta para δ_{min} usando la aproximación de segundo orden de Newton Rhapson. De emplearse dicho método la ecuación 3.8 se debe expresar como:

$$F(\delta_{min}) = Y_M - \frac{2 - 1.5H_{LF}}{H_{LF}^3(1 - 1.5H_{LF})} X_M^2 \quad \dots(4.12)$$

siendo la derivada correspondiente de tal función:

$$F'(\delta_{min}) = \frac{1.5H_{LF}' X_M^2}{H_{LF}^3(1 - 1.5H_{LF})} + \frac{(2 - 1.5H_{LF}) X_M^2 H_{LF}' (3 - 5.5H_{LF})}{H_{LF}^3(1 - 1.5H_{LF})^2} \quad \dots(4.13)$$

donde:

$$H'_{\omega} = 4(1 - 2\delta_{\min}) \quad \dots(4.14)$$

Empleando el mismo método de solución para la ecuación No. 3.86 se puede obtener δ . Si dicha ecuación se expresa como $F(\delta)$ y se toma la derivada con respecto a δ se llega a:

$$F'(\delta) = \frac{Z[4(1-2\delta)]}{[4\delta(1-\delta)]^2 [1-4\delta(1-\delta)]^{2.5}} - \frac{Z'}{4\delta(1-\delta)[1-4\delta(1-\delta)]^{2.5}} \\ - \frac{2.5Z[4(1-2\delta)]}{4\delta(1-\delta)[1-4\delta(1-\delta)]^{3.5}} - \frac{3X_M^2[4(1-2\delta)]}{[4\delta(1-\delta)]^4} \quad \dots(4.15)$$

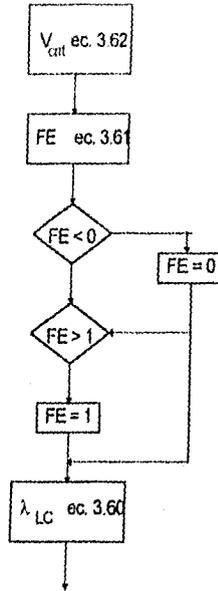
donde si:

$$\text{FE} > 0.9 \\ Z' = 300 \quad \dots(4.16)$$

$$\text{FE} < 0.9 \\ Z' = 24 \left(\frac{\rho_L}{\rho_g} \right)^{\frac{1}{3}} \quad \dots(4.17)$$

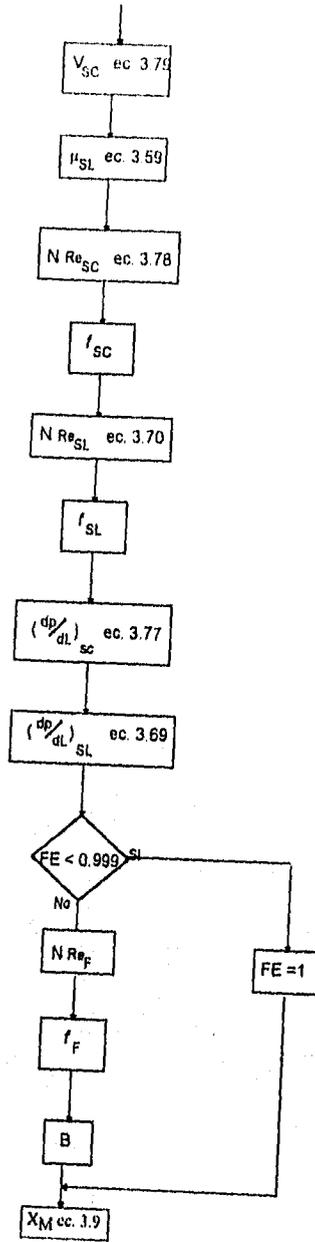
El cálculo de los tres factores de fricción que aparecen en el algoritmo requieren el empleo de una mismo método para su solución. Sin embargo, para cada caso se deberá emplear un NRe evaluado con parámetros distintos el cual se calculará con la ecuación que se indica en cada caso. Para evaluar f_F se empleará:

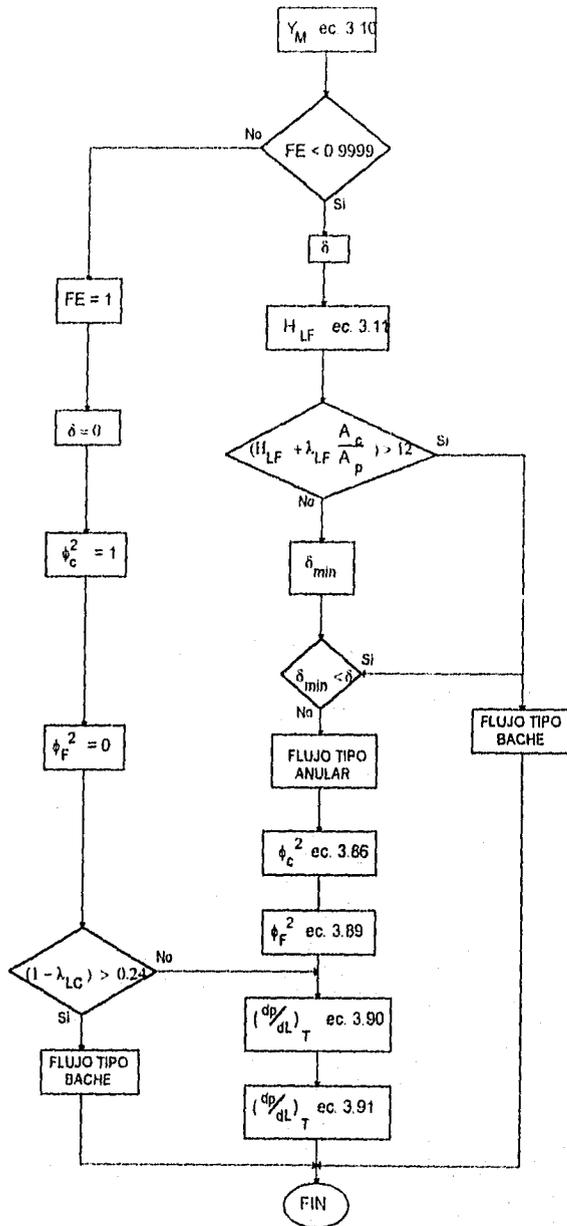
Diagrama No. 7



El cálculo de los tres factores de fricción que aparecen en el algoritmo requieren el empleo de una misma ecuación. Sin embargo, para cada caso se deberá emplear un NRe distinto el cual se calculará con la ecuación que se indica en cada caso. Para evaluar f' empléese el diagrama No. 5 así como la siguiente expresión:

$$NRe = \frac{\rho_L V_{SL}(1 - FE)d}{\mu_L} \quad \dots(4.14)$$





CAPITULO V

APLICACION PRACTICA DEL METODO DEL ANSARI

En este capítulo se presentan algunos ejemplos donde se puede aplicar el método de Ansari. Esencialmente consisten en el cálculo y elaboración de curvas de gradientes de presión. Puesto que la finalidad no es explicar el procedimiento de cálculo de los ejemplos sino dar a conocer la aplicación del método, éstos no se detallan. Los ejemplos son un extracto de publicaciones técnicas, las cuales son citadas en su caso.

• OBTENCIÓN DE LA PRESIÓN DE FONDO FLUYENDO⁶

El procedimiento de cálculo para determinar la caída de presión en un pozo es dividir la longitud del pozo en segmentos de diámetro e inclinación constantes. Cada uno de los segmentos es además subdividido en incrementos en los cuales se puede suponer un gradiente de presión constante. Comenzando ya sea de las condiciones de flujo del fondo del pozo o de la cabeza, el gradiente de presión para el primer incremento es calculado iterativamente mediante el empleo de algún modelo para el cálculo de las propiedades PVT. El gradiente de presión, junto con un gradiente de temperatura lineal se aplican a este incremento para determinar la presión inicial para el siguiente incremento. Este incremento, en su sentido de avance con los cálculos de presión al punto final de cada incremento se continua hasta que toda la longitud del pozo es atravesada. Una vez que la presión al lado final del pozo es calculada, se puede calcular la caída de presión sobre la longitud total del mismo.

Mediante el procedimiento ya descrito e inicializando las variables de flujo con las condiciones en la cabeza del pozo, es decir:

- $P_1 = P_{wh}$ (Presión en la cabeza)
- $T_1 = T_{wh}$ (Temperatura en la cabeza)
- $L_1 =$ Profundidad total a la zona de disparos
- $Q_L =$ Gasto de Líquido
- $d_{TP} =$ Diámetro de la sección de tubería a la profundidad L_1

y con un sentido de cálculo descendente, finalizando cuando se ha alcanzado la profundidad de los disparos se puede calcular la presión de fondo fluyendo (P_{wf}).

Si se realiza una gráfica de presión calculada contra profundidad se obtendrá una curva como la que se muestra en la Figura V.1 ; pudiendo obtenerse de ella no solo P_{wf} , si no también P_i calculada a la profundidad L_i . Esta curva será únicamente para Q_L , RGA, ρL ρg , %W con que fue construida, por lo cual, para cualesquiera otras condiciones corresponderá una curva diferente.

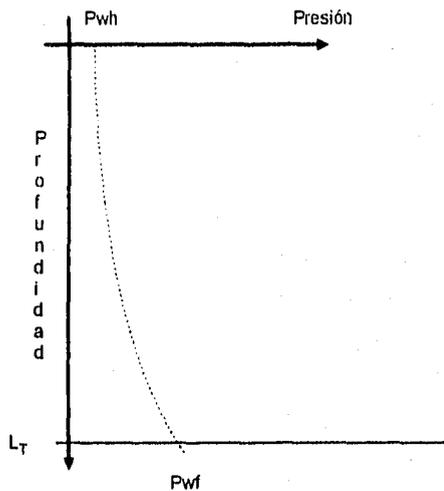


Figura V.1

Se presenta un ejemplo de la utilidad del cálculo de la presión de fondo fluyendo de un pozo que produce por la tubería de producción y por el espacio anular entre esta y la tubería de revestimiento. La solución del problema se logra mediante ensaye y error. El primer cálculo se realizó considerando que la producción total del pozo de $850 \text{ m}^3/\text{día}$ se divide en $50 \text{ m}^3/\text{día}$ a través de la T.P. y $800 \text{ m}^3/\text{día}$ a través del espacio anular.

- Cálculo de la presión de fondo fluyendo a través de la tubería de producción:
Con referencia a la Figura V.2 que muestra el estado mecánico del pozo:

$$P_{wf} = 107 \text{ Kg/cm}^2$$

@ 3850 m, $Q = 50 \text{ m}^3/\text{día}$ y $RGA = 400 \text{ m}^3/\text{m}^3$

Este es el valor de presión de fondo fluyendo calculado a la profundidad correspondiente a la longitud total de la tubería de producción de 3850 m, cuando esta maneja $50 \text{ m}^3/\text{día}$ con una relación gas aceite de $400 \text{ m}^3/\text{m}^3$.

Cálculo de la presión de fondo fluyendo a través del espacio anular entre la tubería de producción y la de revestimiento:

$$P_{wf} = 112 \text{ Kg/cm}^2$$

@ 3850 m, $Q = 800 \text{ m}^3/\text{día}$ y $RGA = 400 \text{ m}^3/\text{m}^3$

Este es el valor de presión de fondo fluyendo calculado a la profundidad de 3850 m, tomando en cuenta el arreglo de cambios de diámetro en el espacio anular, cuando a través de este se manejan $800 \text{ m}^3/\text{día}$ con una relación gas aceite de $400 \text{ m}^3/\text{m}^3$.

Nótese que los valores de presión de fondo fluyendo calculados para Q de $50 \text{ m}^3/\text{día}$ por t.p. y de $800 \text{ m}^3/\text{día}$ por espacio anular tienen una diferencia de 5 Kg/cm^2 .

Como la presión calculada en el extremo inferior de la T.P. debe ser la misma, independientemente de que se calcule por flujo a través de espacio anular, o de la tubería de producción, el procedimiento de análisis debe continuarse,

repetiendo las determinaciones para un gasto diferente a través de la T.P. y del espacio anular, partiendo siempre del gasto total producido por el pozo.

De acuerdo con los resultados obtenidos anteriormente, se consideró adecuado repetir los cálculos para Q por T.P. de 75 m³/día y Q por espacio anular de 850 m³/día, los cuales se presentan a continuación.

$$P_{wf} = 112 \text{ Kg/cm}^2$$

$$@ 3850 \text{ m, } Q = 75 \text{ m}^3/\text{día y RGA} = 400 \text{ m}^3/\text{m}^3$$

- Cálculo de la presión de fondo fluyendo a través de la tubería de producción y de revestimiento:

Como se estableció anteriormente, el gasto considerado por el espacio anular debe ser de 775 m³/día,

$$P_{wf} = 110 \text{ Kg/cm}^2$$

$$@ 3850 \text{ m, } Q = 750 \text{ m}^3/\text{día y RGA} = 400 \text{ m}^3/\text{m}^3$$

El valor calculado para un gasto de 775 m³/día será, como ya se dijo, el promedio aritmético de los valores obtenidos para gastos de 800 m³/día y 750 m³/día, o sea el promedio entre 112 Kg/cm² y 110 Kg/cm², lo que arroja un resultado de 111 Kg/cm².

Comparando los valores de presión de fondo fluyendo para gasto de 75 m³/día por T.P. y de 775 m³/día por espacio anular, se tiene una diferencia de 1 Kg/cm².

De lo anterior se concluye que las presiones calculadas tienen una exactitud suficiente, ya que la desviación es inferior al 1 % con respecto a cualquiera de los

valores mencionados y no tendria objeto continuar el procedimiento para otra distribución de gastos.

Es conveniente observar que al cambiar la distribución de gastos en la T.P. y en el espacio anular, las presiones de fondo fluyendo calculadas tienen variaciones más sensibles en la T.P. que en el espacio anular.

Estado mecánico:

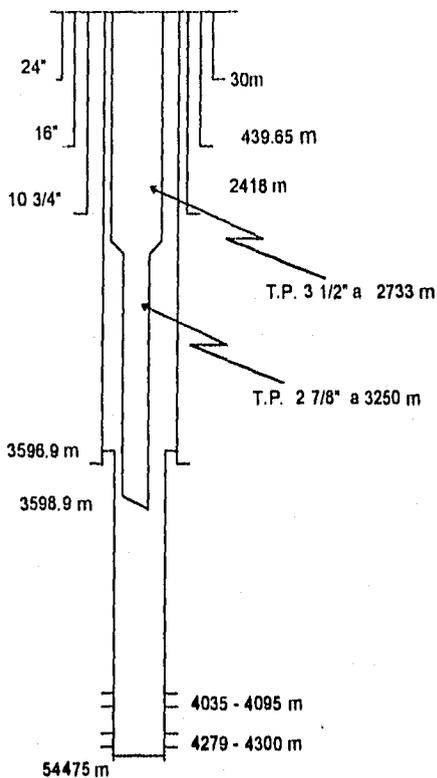


Figura V.2

• **SIMULACIÓN DEL COMPORTAMIENTO DE FLUJO EN UN POZO PETROLERO¹⁹**

Si se realiza una gráfica de las caídas de presión por T.P. contra el gasto de líquido, considerando el diámetro de la tubería y el gasto de gas constantes, se obtendrá una curva semejante a la representada en la Figura V.3. En esta curva se observa que las caídas de presión disminuyen al aumentar el gasto de líquido hasta un punto mínimo a partir del cual aumentan considerablemente. Lo anterior se debe a que a altos gastos de líquido, la proporción de gas es pequeña y las caídas de presión se deben a efectos de elevación principalmente. Conforme disminuye el gasto de líquido, la proporción del gas aumenta y la densidad de la mezcla disminuye, por lo que las caídas de presión debidas a efectos de elevación van disminuyendo hasta un valor mínimo. Después de este valor, debido a que la proporción de gas va aumentando, y el gasto de líquido va disminuyendo, la velocidad del gas va aumentando mientras que la velocidad del líquido va disminuyendo, provocando que las pérdidas de presión se deban principalmente a la fricción de la fase gaseosa en la mezcla, hasta que la capacidad de arrastre del gas disminuya provocando que la densidad de la mezcla aumente y se presente un flujo inestable (cabeceo).

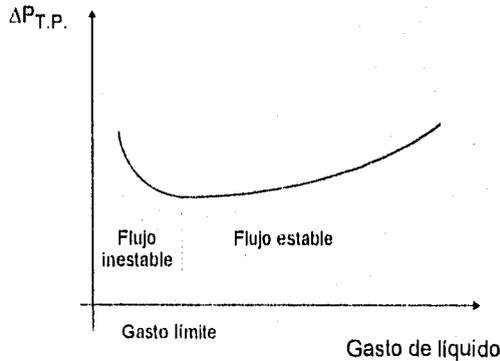


Figura V.3

La Figura anterior es importante, pues en ella se muestran el gasto que limita el flujo estable. Un pozo que produzca con un gasto menor generalmente estará operando con "cabeceo", o flujo inestable. Las condiciones para obtener flujo estable deben ser tales que al agregar a la curva anterior la curva IPR tenga un resultado semejante al de la Figura V.4 .

Para la obtención de una gráfica similar se procede de la siguiente manera:

- a) Suponer un gasto y obtener, a partir de la presión estática del pozo su presión en el fondo.
- b) A partir de la presión de fondo fluyendo obtenida se calcula para el gasto supuesto la P_{th} . Este cálculo se realiza aplicando el método de flujo multifásico seleccionado (en nuestro caso el método de Ansari) para determinar las pérdidas de presión en la T.P. El valor obtenido corresponde al flujo corriente arriba del estrangulador. Para efectuar este cálculo es necesario estimar previamente la relación gas aceite.
- c) Para continuar la secuencia de cálculo obtener, a partir de la presión de separación la presión en la boca del pozo corriente abajo del estrangulador (P_e), necesaria para transportar el gasto supuesto a través de la línea de descarga. Para realizar los cálculos se debe emplear el método seleccionado de flujo multifásico horizontal.

La simulación del comportamiento de flujo consiste en construir las curvas de capacidad de transporte para cada aparejo de producción y presión en la cabeza del pozo, superponiendo a estas una y/o varias curvas de IPR a futuro. La intersección de ambas curvas permite conocer la producción que se obtendrá para las condiciones de flujo dadas así como aquella que se obtendrá cuando la presión de fondo estática (P_{ws}) decline a una presión P_{ws_i} a un tiempo T_i .

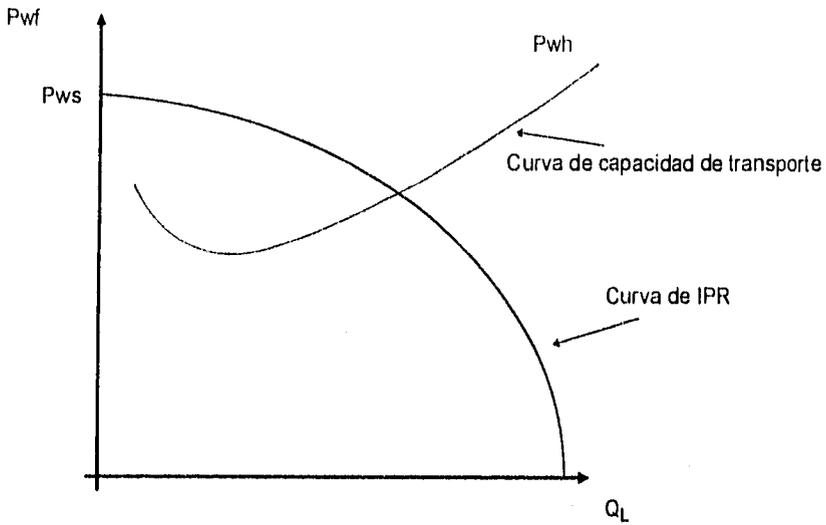


Figura V.4

• **APLICACIÓN EN EL DISEÑO DE APAREJOS DE BOMBEO ELECTROCENTRIFUGO²⁰**

En el diseño de unidades de bombeo eléctrico para pozos productores con flujo multifásico, una de las principales dificultades encontradas hasta la fecha, ha sido la determinación de las dimensiones de la bomba capaz de manejar con máxima eficiencia el volumen de fluidos variable en su interior y la potencia requerida por el motor.

El objetivo es dimensionar y seleccionar la bomba y el motor apropiados del aparato de bombeo eléctrico, para pozos que producen simultáneamente aceite, gas y agua. Como se podrá observar, el procedimiento comprende entre otras cosas el cálculo de perfiles de presión. Es en esto donde el método de Ansari tiene aplicación.

PROCEDIMIENTO

1. A partir de los datos de una prueba de producción y el gasto de líquidos que se desea obtener en la superficie, se determina la presión de fondo fluyendo, utilizando la correlación propuesta por Vogel.
2. Calcular el perfil de presión ascendente partiendo de la presión de fondo fluyendo y con la relación gas-líquido natural de la formación, hasta un punto en que la cantidad de gas libre a condiciones de escurrimiento, menos el porcentaje de gas que el separador envía al espacio anular, es igual a la cantidad de gas libre que tolera la bomba. Punto A de la Figura V.5 La presión en este punto es la presión de succión de la bomba y la profundidad es la de colocación de la misma.
3. Calcular el perfil de presión descendente partiendo de la presión requerida en la boca del pozo y con una relación gas-líquido igual a la de la formación, menos la cantidad de gas libre enviado al espacio anular, hasta alcanzar la profundidad de colocación de la bomba. Punto B de la Figura V.5 La presión en este punto es la presión de descarga de la bomba.
4. Calcular el incremento total de presión requerido: la diferencia entre las presiones de descarga y succión de la bomba es el incremento de presión necesario para obtener en la superficie el gasto deseado.
5. Dividir el incremento total de presión en n incrementos iguales. En cada etapa de la bomba desde la succión hasta la descarga, se incrementa sucesivamente la presión de la mezcla reduciendo su volumen. Cuando dicho volumen se reduce considerablemente y cae dentro dentro del rango de eficiencia de las primeras etapas, las siguientes requieren tener menor capacidad volumétrica. Por lo tanto, la bomba puede quedar constituida por una, dos o más secciones de etapas, las cuales cada una maneja con máxima eficiencia el volumen de fluidos variable en el interior de la bomba. A fin de determinar la magnitud de los cambios de volumen y de establecer la necesidad de cambiar o no la

capacidad volumétrica de las etapas el incremento total de presión se divide en h incrementos iguales. Dependiendo de las características de los fluidos, se ha encontrado que con valores de h entre 10 y 20, se obtienen resultados satisfactorios, aunque esto no es una limitación del procedimiento, ya que h puede tener cualquier otro valor. Iniciando con $n=1$:

6. Calcular el gasto, masa y densidad de la mezcla de aceite, gas y agua a las condiciones de presión inicial y final del incremento h . La realización de estos cálculos requiere conocer los valores del factor de volumen del aceite. Para lo cual se deberá emplear la correlación que se considere conveniente, considerando la temperatura constante a lo largo de la bomba.
7. Calcular la densidad relativa promedio de la mezcla en el intervalo " n ".
8. Calcular el gradiente de presión en los puntos inicial y final del incremento h y el gradiente de presión promedio entre estos puntos.
9. Calcular el gasto promedio en el intervalo " n ".
10. Elegir el grupo de curvas características de bombas que ajusten en el interior de la tubería de revestimiento del pozo y de éstas seleccionar la que maneje el gasto promedio con máxima eficiencia. A medida que se avanza con los incrementos de presión en el interior de la bomba, la gráfica de curvas características seleccionada puede cambiar, lo cual significa que el volumen de la mezcla se ha reducido considerablemente y que la capacidad volumétrica de las primeras etapas cae fuera del rango de máxima eficiencia, por lo que se selecciona otra gráfica que cumpla con este requisito. Esto da lugar a que el diseño de la bomba sea de dos secciones de etapas. Si la situación descrita se repite la bomba puede tener más de dos secciones.
11. Leer en las curvas características de la bomba seleccionada, la carga que desarrolla y la potencia que requiere por etapa cuando maneja el gasto promedio.
12. Determinar el incremento de presión desarrollado por etapa, multiplicando la carga por el gradiente promedio.

13. Calcular el número de etapas que se requiere para obtener el incremento de presión "n" dividiendo éste entre la presión por etapa.
14. Calcular la potencia necesaria, multiplicando la potencia por etapa por el número de etapas y por la densidad relativa promedio del intervalo "n".
15. Sumar el valor de "h" la unidad y repetir los cálculos señalados a partir del punto 6 hasta que la presión final del incremento "h" sea igual a la presión de descarga de la bomba. El número total de etapas y la potencia total requerida, se obtienen sumando los valores calculados en los puntos 11 y 12 respectivamente, cada vez que se repiten los cálculos (n veces).

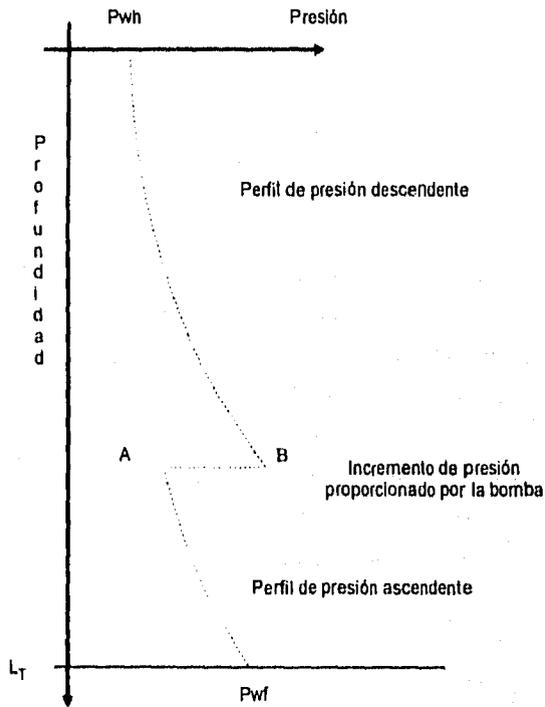


Figura V.5

• DETERMINACIÓN DEL GASTO ÓPTIMO EN UNA INSTALACIÓN DE BOMBEO NEUMÁTICO CONTINUO²¹

Para la optimización del gasto es necesario calcular simultáneamente los perfiles de presión a través de las tuberías verticales y horizontales, considerando la misma relación gas inyectado-líquido y el mismo gasto, además de la presión en la boca del pozo que resulta de cada perfil.

Al graficar los valores de gasto contra presión en la boca del pozo, se obtienen dos curvas diferentes por cada relación gas inyectado-líquido, una para tubería vertical y otra para tubería horizontal.

De las intersecciones entre las curvas con igual relación gas-líquido, solamente de una resulta el gasto máximo con el mínimo consumo de gas y cualquier aumento o disminución en el volumen de gas inyectado produce una reducción el gasto.

El procedimiento consiste en determinar gráficamente la relación gas inyectado-líquido, que permite obtener la máxima producción de fluidos bajo las condiciones particulares del pozo. Para construir las gráficas se emplean los perfiles de presión de los fluidos a través de las tuberías verticales y horizontales.

La etapa inicial del procedimiento considerando flujo vertical únicamente, consiste en la construcción de una gráfica similar a la que se observa en la Figura V.6. Esta se ha construido de la manera siguiente:

1. Se traza el gradiente de presiones del gas de inyección desde la superficie hasta el fondo del pozo.

2. Desde una presión de fondo fluyendo previamente establecida con su gasto y relación gas natural-líquido correspondiente, se traza el perfil de presiones ascendente hasta intersectar la línea del gradiente del gas.
3. A partir de este punto que es el de inyección de gas se trazan varios perfiles de presión ascendentes, cada uno con un incremento igual en la relación gas inyectado-líquido, mismos que llegan a la superficie con diferentes presiones en la cabeza del pozo.

Esta misma gráfica se construye tantas veces como presiones de fondo fluyendo y gastos correspondientes se tengan en el rango establecido, entre la presión estática del yacimiento y la presión del gradiente de gas en el fondo del pozo.

Tomando como referencia los diferentes gastos de cada una de las gráficas anteriores y las relaciones gas inyectado-líquido comunes a todas ellas, se calcula un perfil de presión en tubería horizontal para cada par de valores de gasto y relación gas inyectado-líquido, partiendo de la presión de separación hasta obtener la presión en la boca del pozo.

El proceso descrito hasta este punto proporciona los elementos necesarios para la construcción de una gráfica similar a la Figura V.7, en la que se obtienen curvas de gasto contra presión en la boca del pozo, cada una para una sola relación gas inyectado-líquido tanto en tubería vertical como horizontal.

Las intersecciones entre las curvas de tubería vertical con las de tubería horizontal que tienen un misma relación gas inyectado-líquido son posibles soluciones al problema, pero solamente una de ellas corresponde al gasto máximo con su respectiva presión a la cabeza del pozo. Nótese que cualquier

variación en la relación gas inyectado-liquido resulta en una disminución del gasto.

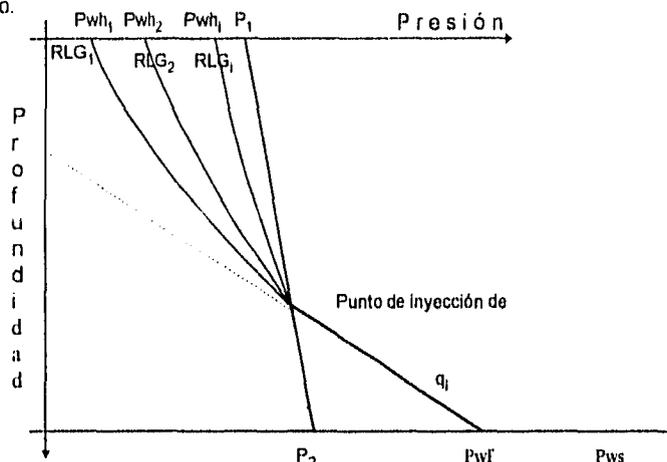


Figura V.6

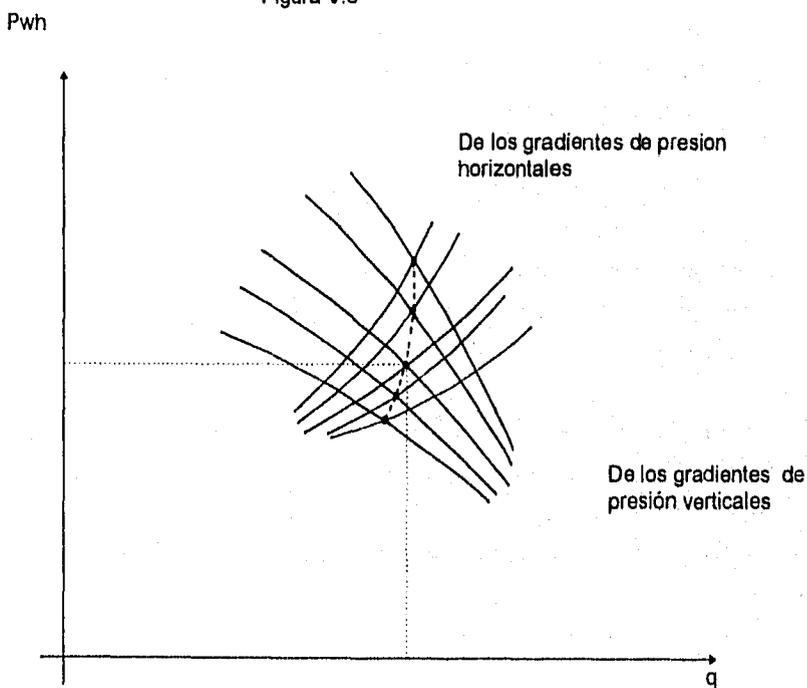


Figura V.7

Para la evaluación del comportamiento del modelo de Ansari se requiere de datos medidos, para compararlos con los resultados predichos por el modelo. La mayoría de los datos medidos disponibles para tal comparación es la caída de presión del fondo del pozo a la cabeza del mismo.

Ansari y coautores llevaron a cabo la evaluación comparando la caída de presión predicha por el modelo con datos medidos. El comportamiento del modelo también fue comparado con 7 de las correlaciones comúnmente usadas en la industria petrolera.

Una variedad de parámetros estadísticos fueron empleados para evaluar las predicciones del modelo empleando los datos reales disponibles de pozos. Las definiciones de los parámetros estadísticos se discuten abajo.

- PORCENTAJE PROMEDIO DE ERROR

El porcentaje promedio de error es el promedio de los valores del error entre las pérdidas de presión predichas y medidas para todos los casos de los datos disponibles de los pozos.

$$E_1 = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n e_{ri} \right) \times 100 \quad \text{.....(6.1)}$$

donde:

$$e_{ri} = \frac{\Delta p_{\text{icalc}} - \Delta p_{\text{ime}}}{\Delta p_{\text{ime}}} \quad \text{.....(6.2)}$$

n = número de casos de pozos exitosamente atravesados.

Ya que los errores negativos y positivos se cancelan uno al otro el valor de E_1 indica el error neto. Este, en cambio, indica la tendencia del comportamiento. Si E_1 es negativo, esto indica el grado de subestimación, mientras que, un valor positivo muestra el grado de sobreestimación de la caída de presión calculada comparada a la caída de presión medida. El valor más cerrado de E_1 a cero es el mejor comportamiento del modelo.

- PORCENTAJE PROMEDIO DE ERROR ABSOLUTO

El porcentaje promedio de error absoluto puede ser expresado como:

$$E_2 = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{e}{r_i} \right| \right) \times 100 \quad \dots\dots(6.3)$$

Mediante el uso de valores absolutos, la cancelación del efecto obtenido en E_1 es eliminado. Un valor muy grande de E_2 indica que el comportamiento promedio con consideración a la predicción de la caída de presión es muy pobre. Por otro lado, un valor muy pequeño de E_2 muestra que la predicción del modelo es muy cercana a los datos medidos.

- DESVIACIÓN ESTÁNDAR

La desviación estándar es expresada como:

$$E_3 = \sum_{i=1}^n \sqrt{\frac{(e_{ri} - E_1)^2}{n - 1}} \quad \dots\dots(6.4)$$

Esta indica el grado de dispersión del error sobre su error promedio. Un valor pequeño de E_3 indica que el comportamiento es consistente, mientras que, un valor grande de E_3 es una inconsistencia del comportamiento en la predicción de las pérdidas de presión. Es importante hacer notar que E_3 no indica que tan cercanas son las predicciones a los datos reales.

Todos los parámetros estadísticos anteriores están basados en el error relativo a la caída de presión medida. Además, los valores de estos parámetros no sólo cambian con la variación en la diferencia entre la caída de presión medida y predicha. Para caídas de presión grandes, los errores grandes pueden parecer pequeños, mientras que para caídas de presión pequeñas, los errores pudiesen parecer muy grandes. Para hacer los parámetros estadísticos independientes de la magnitud de la caída de presión medida, se define un conjunto de parámetros estadísticos adicionales basados en la función de error absoluto más que en la función de error relativo, e_{ji} . La función error está definida como:

$$e_i = \Delta P_{i\text{calc}} - \Delta P_{i\text{med}} \quad \text{.....(6.5)}$$

Reemplazando e_{ji} por e_i en las tres ecuaciones anteriores los nuevos parámetros se definen como:

$$E_4 = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n e_i \right) \quad \text{.....(6.6)}$$

$$E_5 = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |e_i| \right) \quad \text{.....(6.7)}$$

$$E_6 = \sum_{i=1}^n \sqrt{\frac{(e_i - E_3)^2}{n-1}} \quad \dots\dots(6.8)$$

La comparación del modelo con las correlaciones puede ser acompañada por la comparación de parámetros estadísticos para el modelo para cada una de las correlaciones. Para hacer esta comparación independiente de la magnitud de la caída de presión, son usados los parámetros estadísticos E_4 , E_5 y E_6 . En lugar de comparar cada uno de esos tres parámetros separadamente, se puede desarrollar una aproximación mejor que involucre los efectos combinados de los tres parámetros sobre el comportamiento comparativo del modelo. La aproximación involucra el uso del factor de comportamiento relativo (RPF). Para obtener el RPF, todos los valores mínimos de E_4 , E_5 y E_6 para cada una de las correlaciones y el modelo son sumados. La suma para los mismo parámetros también es obtenida para cada una de las correlaciones y el modelo. Esta suma está dividida por la suma de los mínimos para obtener el RPF para cada correlación y el modelo. Matemáticamente,

$$RPF = \frac{|E_4| + E_5 + E_6}{|E_{4\ min}| + E_{5\ min} + E_{6\ min}} \quad \dots\dots(6.9)$$

El valor de RPF más cercano a la unidad indica el mejor comportamiento.

La evaluación del modelo la realizó Ansari mediante el empleo del banco de datos TUFFP, que cubre todos los patrones de flujo y ángulos de inclinación. Esto se llevó a cabo calculando primero los parámetros estadísticos E_4 , E_5 y E_6 así como

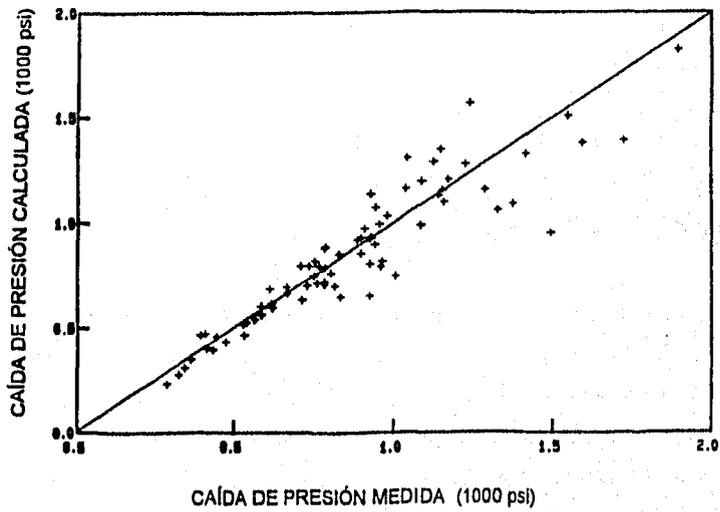
para seis correlaciones seleccionadas para la comparación. El comportamiento relativo del modelo es evaluado calculando el comportamiento relativo del factor RPF.

Empleando la totalidad del banco de datos (la información de 1775 pozos), los parámetros estadísticos y el RPF fueron calculados y se muestran en la siguiente tabla:

	Error Promedio E_4 (psi)	Error Promedio Absoluto E_5 (psi)	Desviación Standar E_6 (psi)	Comportamiento Relativo del Factor RPF
Modelo de Ansari	9.3	101.3	163.9	1.000
Hagedorn y Brown	-28.5	102.8	178.4	1.132
Duns y Ros	33.4	110.9	177.7	1.178
Aziz	-20.8	116.6	190.4	1.198
Beggs y Brill	41.3	134.9	207.9	1.404
Orkizewski	12.2	151.3	273.3	1.597
Mukerjee y Brill	78.7	159.8	217.2	1.666

Los cálculos obtenidos por los diferentes métodos están ordenados de manera decreciente para los valores de RPF. Una representación gráfica del comportamiento del modelo se proporciona en la Figura VI.1 .De la tabla se puede observar que el comportamiento del modelo es el mejor en todos los aspectos indicado por el comportamiento del valor RPF que es la unidad. El modelo da la menor tendencia de sobrepredicción, el menor error promedio y la menor dispersión de resultados en comparación a las otras correlaciones. Igualmente estos últimos valores se muestran en la Figura VI.1

El algoritmo computacional del diagrama de flujo presentado en el capítulo IV, fue desarrollado en la universidad de TULSA e incorporado al programa de cómputo FLUPROD-PC® vers. 3.03 como parte de un proyecto de actualización. El programa de cómputo se proporciona en el disco de consulta.



Comportamiento del modelo empleando el banco de datos

Figura V.1

Para la incorporación del algoritmo computacional al programa de cómputo FLUPROD-PC® vers. 3.03 se realizó primeramente una validación de dicho algoritmo. Esta se llevó a cabo mediante el método estadístico ya descrito anteriormente pero, empleando información de pozos de 3 campos petroleros. Que comprende información de 4 pozos. Cabe señalar que para uno de los pozos se contó con cuatro pruebas de producción; dando un total de 7 datos de pruebas de producción.

Obtener la presión de fondo fluyendo calculada requirió el empleo del módulo de "Selección automática" con que cuenta el FLUPROD-PC®. Ya que habiendo diversas correlaciones para las propiedades P.V.T. (B_g , B_o , μ_o) se hace conveniente determinar la combinación con la cual en conjunto con la correlación para flujo multifásico se obtienen los mejores resultados, es decir se reproduce con mayor aproximación la presión de fondo fluyendo medida. Las combinaciones mencionadas se proporcionan más adelante a manera de tablas para cada uno de los datos de aforo. Además de las correlaciones comúnmente empleadas para el cálculo de la relación de solubilidad (R_s), se utilizaron las correlaciones: IMPRSTAB, IMPRSMAR-A, IMPRSMAR-B e IMPRSMAR-c desarrolladas para la Regiones Sur (Tabasco) y Marina respectivamente.

Adicionalmente se realizaron los cálculos correspondientes para la elaboración de las curvas de capacidad de transporte de cada uno de los datos de aforo empleando las 8 correlaciones y el método de Ansari disponibles en el programa de cómputo. Graficando solamente los 3 comportamientos que más se aproximarán a los datos medidos.

Es bien sabido que la realización de un programa de cómputo puede presentar variantes en el algoritmo dependiendo de las técnicas computacionales que se apliquen. Por ello se menciona que durante la incorporación del modelo de Ansari por parte del IMP, se realizaba la programación del mismo método en la División

de Posgrado de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México. Por otro lado, también se tuvo acceso al programa de cómputo Pipe-Phase[®] que igualmente tiene incorporado el modelo de Ansari.

La comparación de los resultados obtenidos entre el algoritmo realizado por la Universidad de TULSA y el elaborado en la UNAM solo se pudo realizar mediante la graficación y comparación gráfica de las curvas de capacidad de transporte para un mismo juego de datos.

Para la comparación de los resultados obtenidos entre Pipe-Phase[®] y el FLUPROD-PC[®], primero para un mismo juego de datos, se calculó una presión de fondo fluyendo con una misma correlación disponible en ambos programas; buscando mediante un parámetro de ajuste que en este caso fue la temperatura obtener un mismo resultado (dato medido) con porcentaje de error menor al 4 % por ambos programas. Una vez obtenida la temperatura de ajuste con la cual se correría cada programa se procedió a calcular la presión de fondo fluyendo con ambos programas mediante el método de Ansari. Tales resultados se graficaron para poder realizar la evaluación.

RESULTADOS OBTENIDOS CON EL MODULO DE SELECCION AUTOMATICA

POZO No. 1, AFORO No. 1			
Pwfm = 596.24 (kg/cm ²)			
METODO DE FLUJO	Rs	Bo	Pwfc (kg/cm ²)
HAGEDORN Y BROWN	STANDING	GLASO	589.853
ORKISZEWSKI	IMPRSTAB	GLASO	589.4885
BEGGS Y BRILL	STANDING	GLASO	589.853
ANSARI	STANDING	GLASO	590.4881
POETTMAN Y CARPENTER	STANDING	GLASO	509.7718
FANCHER Y BROWN	STANDING	GLASO	589.853
BAXENDELL Y THOMAS	STANDING	GLASO	589.853
DUNS Y ROS	STANDING	GLASO	589.853
MUKHERJEE Y BRILL	STANDING	GLASO	589.853

POZO No. 1, AFORO No. 2			
Pwfm = 586.09 (kg/cm ²)			
METODO DE FLUJO	Rs	Bo	Pwfc (kg/cm ²)
HAGEDORN Y BROWN	IMPRSTAB	VAZQUEZ Y BEGGS	575.6516
ORKISZEWSKI	IMPRSTAB	VAZQUEZ Y BEGGS	575.6516
BEGGS Y BRILL	STANDING	VAZQUEZ Y BEGGS	575.6786
ANSARI	LASATER	VAZQUEZ Y BEGGS	576.8873
POETTMAN Y CARPENTER	IMPRSTAB	VAZQUEZ Y BEGGS	575.6516
FANCHER Y BROWN	IMPRSTAB	VAZQUEZ Y BEGGS	575.6516
BAXENDELL Y THOMAS	IMPRSTAB	VAZQUEZ Y BEGGS	575.6516
DUNS Y ROS	IMPRSTAB	VAZQUEZ Y BEGGS	575.6516
MUKHERJEE Y BRILL	IMPRSTAB	VAZQUEZ Y BEGGS	575.6516

Pwfm = Presión de fondo medida
Pwfc = Presión de fondo calculada

POZO No. 1, AFORO No. 3

Pwf_m = 551.66 (kg/cm²)			
METODO DE FLUJO	Rs	Bo	Pwf_c (kg/cm²)
HAGEDORN Y BROWN	IMPRSTAB	GLASO	493.8416
ORKISZEWSKI	IMPRSTAB	GLASO	510.4706
BEGGS Y BRILL	IMPRSTAB	GLASO	514.9011
ANSARI	STANDING	GLASO	529.2434
POETTMAN Y CARPENTER	IMPRSTAB	GLASO	509.7718
FANCHER Y BROWN	IMPRSTAB	GLASO	511.2952
BAXENDELL Y THOMAS	IMPRSTAB	GLASO	513.6198
DUNS Y ROS	IMPRSTAB	GLASO	514.5753
MUKHERJEE Y BRILL	IMPRSTAB	GLASO	513.0779

POZO No. 1, AFORO No. 4

Pwf_m = 537.78 (kg/cm²)			
METODO DE FLUJO	Rs	Bo	Pwf_c (kg/cm²)
HAGEDORN Y BROWN	IMPRSTAB	GLASO	465.8364
ORKISZEWSKI	IMPRSTAB	GLASO	487.9538
BEGGS Y BRILL	IMPRSTAB	GLASO	494.0227
ANSARI	IMPRSTAB	GLASO	508.2602
POETTMAN Y CARPENTER	IMPRSTAB	GLASO	487.2623
FANCHER Y BROWN	IMPRSTAB	GLASO	488.9617
BAXENDELL Y THOMAS	IMPRSTAB	GLASO	491.3805
DUNS Y ROS	IMPRSTAB	GLASO	493.0843
MUKHERJEE Y BRILL	IMPRSTAB	GLASO	490.8486

POZO No. 2

Pwf = 202.76 (kg/cm²)

METODO DE FLUJO	It	Bo	Pwf (kg/cm ²)
HAGEDORN Y BROWN	IMPRSMAR - C	GLASO	82.6587
ORKISZEWSKI	LASATER	GLASO	189.782
BEGGS Y BRILL	LASATER	STANDING	235.4944
ANSARI	STANDING	VAZQUEZ Y BEGGS	203.2715
POETTMAN Y CARPENTER	LASATER	GLASO	128.531
FANCHER Y BROWN	LASATER	GLASO	127.9981
BAXENDELL Y THOMAS	LASATER	GLASO	116.15
DUNS Y ROS	VAZQUEZ Y BEGGS	STANDING	202.7724
MUKHERJEE Y BRILL	LASATER	GLASO	202.6784

POZO No. 3

Pwf = 166.47 (kg/cm²)

METODO DE FLUJO	It	Bo	Pwf (kg/cm ²)
HAGEDORN Y BROWN	IMPRSMAR - C	GLASO	124.579
ORKISZEWSKI	LASATER	GLASO	183.5289
BEGGS Y BRILL	IMPRSMAR - C	VAZQUEZ Y BEGGS	170.0283
ANSARI	IMPRSMAR - C	GLASO	169.7802
POETTMAN Y CARPENTER	LASATER	GLASO	141.6764
FANCHER Y BROWN	LASATER	GLASO	150.5174
BAXENDELL Y THOMAS	LASATER	GLASO	163.1437
DUNS Y ROS	IMPRSMAR - B	STANDING	166.9214
MUKHERJEE Y BRILL	IMPRSMAR - C	GLASO	165.0271

POZO No. 4

Pwf = 186.14 (kg/cm²)

METODO DE FLUJO	It	Bo	Pwf
HAGEDORN Y BROWN	IMPRSMAR - A	GLASO	173.1595
ORKISZEWSKI	IMPRSMAR - B	GLASO	169.2963
BEGGS Y BRILL	GLASO	STANDING	206.3808
ANSARI	VAZQUEZ Y BEGGS	STANDING	254.4657
POETTMAN Y CARPENTER	LASATER	GLASO	140.194
FANCHER Y BROWN	LASATER	GLASO	159.5075
BAXENDELL Y THOMAS	LASATER	GLASO	179.3211
DUNS Y ROS	IMPRSMAR - B	VAZQUEZ Y BEGGS	186.9666
MUKHERJEE Y BRILL	GLASO	STANDING	189.0974

A continuación se presenta una tabla que resume los resultados obtenidos para las 7 pruebas de producción:

Presiones de fondo fluyendo calculadas con los diferentes métodos y presiones de fondo fluyendo medidas.

Pwfc (kg/cm ²)									Pwfm (kg/cm ²)
HAGEDORN Y BROWN	ORKISZEWSKI	BEGGS Y BRILL	ANSARI	POETTMAN Y CARPENTER	FANCHER Y BROWN	BAXENDELL Y THOMAS	DUNS Y ROSS	MUKHERJEE Y BRILL	
124.60	153.53	170.03	165.78	141.88	150.52	163.14	166.14	165.03	166.47
82.66	199.78	235.49	203.27	129.53	128.00	116.15	202.77	202.68	202.76
493.84	510.48	514.90	529.24	509.77	511.30	513.62	514.58	513.08	551.66 *
589.85	589.49	589.85	590.49	589.85	589.85	589.85	589.85	589.85	596.24 *
465.84	487.95	494.02	508.26	487.26	488.96	491.38	493.08	490.85	537.84 *
575.65	575.65	575.68	576.89	575.65	575.65	575.65	575.65	575.65	588.09 *
173.16	169.30	206.38	254.50	140.19	159.51	179.52	186.97	189.10	186.14

* Datos y calculos realizados correspondientes a un mismo pozo.

Estimación de estadísticas por método de flujo:

METODO DE FLUJO: HAGEDORN Y BROWN				
ei	E4	E5	$X = (ei - E4)^2$	$(X / (n-1))^{1/2}$
-41.07	-46.2284	6.6041	18.9691	1.7781
-120.10			5457.1969	30.1585
-57.82			134.3291	4.7318
-6.39			1587.3337	16.2652
-72.00			664.1776	10.5212
-12.44			1141.7612	13.7947
-12.98			1105.4200	13.5734

METODO DE FLUJO: ORKISZEWSKI				
ei	E4	E5	$X = (ei - E4)^2$	$(X / (n-1))^{1/2}$
-12.94	-20.4307	2.9187	56.1087	3.0580
-2.98			304.5957	7.1250
-41.18			430.5512	8.4710
-6.75			187.1197	5.5845
-49.88			867.4161	12.0237
-12.44			63.8764	3.2628
-18.84			12.8664	1.4644

METODO DE FLUJO: BEGGS Y BRILL				
ei	E4	E5	$X = (ei - E4)^2$	$(X / (n-1))^{1/2}$
3.56	-6.1196	0.8742	93.6828	3.9510
32.73			1509.6366	15.8621
-36.76			938.7841	12.5084
-6.39			0.0715	0.1091
-43.81			1420.8419	15.3665
-12.41			39.5837	2.5885
20.24			694.8624	10.7615

METODO DE FLUJO: ANSARI				
ei	E4	E5	$X = (ei - E4)^2$	$(X / (n-1))^{1/2}$
-0.69	-0.1100	0.0157	0.3362	0.2367
0.51			0.3863	0.2537
-22.42			497.5844	9.1066
-5.75			31.8310	2.3033
-29.58			868.2569	12.0295
-11.20			123.0480	4.5286
68.36			4687.5521	27.9510

METODO DE FLUJO: POETTMAN Y CARPENTER				
ei	E4	E5	$X = (ei - E4)^2$	$(X / (n-1))^{1/2}$
-24.59	-36.5795	5.2256	143.6611	4.8932
-74.23			1417.4870	15.3704
-41.89			28.1826	2.1673
-6.39			911.5853	12.3260
-50.57			195.8496	5.7133
-12.44			582.7913	9.8556
-45.95			87.7319	3.8239

METODO DE FLUJO: FANCHER Y BROWN				
ei	E4	E5	$X = (ei - E4)^2$	$(X / (n-1))^{1/2}$
-15.95	-32.2020	4.6003	264.0425	6.6338
-74.76			1811.5165	17.3758
-40.36			66.6315	3.3325
-6.39			666.4135	10.5389
-48.87			277.9794	6.8066
-12.44			390.5993	8.0685
-26.63			31.0192	2.2737

METODO DE FLUJO: BAXENDELL Y THOMAS

e_i	E4	E5	$X = (e_i - E4)^2$	$(X / (n-1))^{1/2}$
-3.33	-28.5532	4.0790	636.3972	10.2988
-86.61			3370.1027	23.6999
-38.04			90.0029	3.8730
-6.39			491.3411	9.0493
-46.46			320.5062	7.3087
-12.44			259.6872	6.5788
-6.62			481.1141	8.9546

METODO DE FLUJO: DUNS Y ROSS

e_i	E4	E5	$X = (e_i - E4)^2$	$(X / (n-1))^{1/2}$
-0.33	-14.3071	2.0439	195.4620	5.7076
0.01			205.0473	5.8459
-37.08			518.8204	9.2989
-6.39			62.7275	3.2334
-44.75			926.8998	12.4291
-12.44			3.4919	0.7629
0.83			229.0280	6.1783

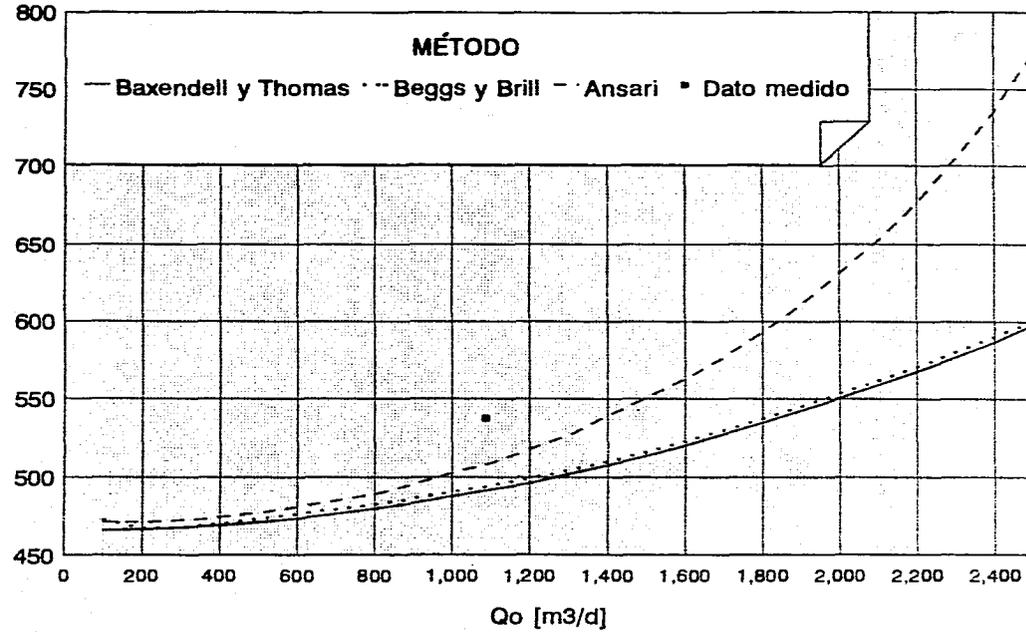
METODO DE FLUJO: MUKHERJEE Y BRILL

e_i	E4	E5	$X = (e_i - E4)^2$	$(X / (n-1))^{1/2}$
-1.44	-14.7089	2.1013	175.9871	5.4158
-0.08			213.9583	5.9716
-38.58			569.9290	9.7462
-6.39			69.2543	3.3974
-46.99			1041.9265	13.1778
-12.44			5.1552	0.9269
2.96			312.0987	7.2122

	ERROR PROMEDIO E4 (psi)	ERROR PROMEDIO ABSOLUTO E5 (psi)	DESVIACION STANDAR E6 (psi)	COMPORTAMIENTO RELATIVO DEL FACTOR RPF
HAGEDORN Y BROWN	-46.23	6.60	90.82	3.49
ORKISZEWSKI	-20.43	2.92	40.99	1.56
BEGGS Y BRILL	- 6.12	-6.12	61.15	1.49
MODELO DE ANSARI	- 0.11	0.02	56.41	1.38
POETTMAN Y CARPENTER	-36.58	5.23	54.15	2.33
FANCHER Y BROWN	-32.20	4.20	55.03	2.23
BAXENDELL Y THOMAS	-28.55	4.08	69.76	2.49
DUNS Y ROSS	-14.31	2.04	43.46	1.45
MUKHERJEE Y BRILL	-14.71	2.10	45.85	1.52

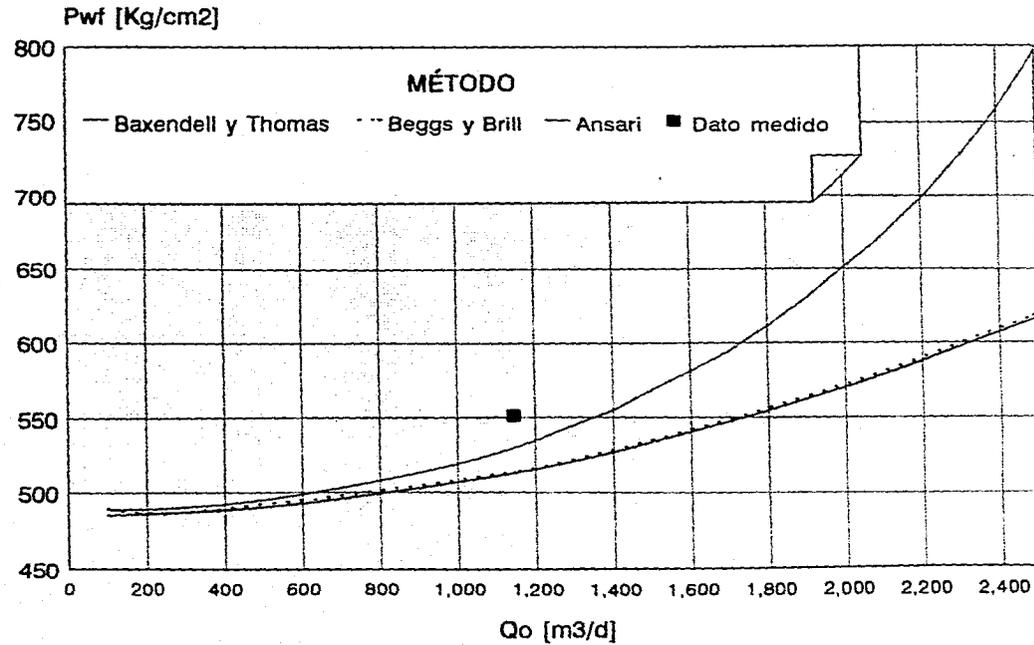
Obsérvese que el modelo de Ansari tiene el menor error promedio absoluto y el mejor valor del factor RPF, no así para el valor de desviación estandar. También se puede ver que el segundo mejor comportamiento del factor RPF y error promedio absoluto lo tiene la correlación de Duns y Ross, además de que, en lo que respecta a la desviación estandar, supera al modelo de Ansari.

CURVAS DE CAPACIDAD DE TRANSPORTE



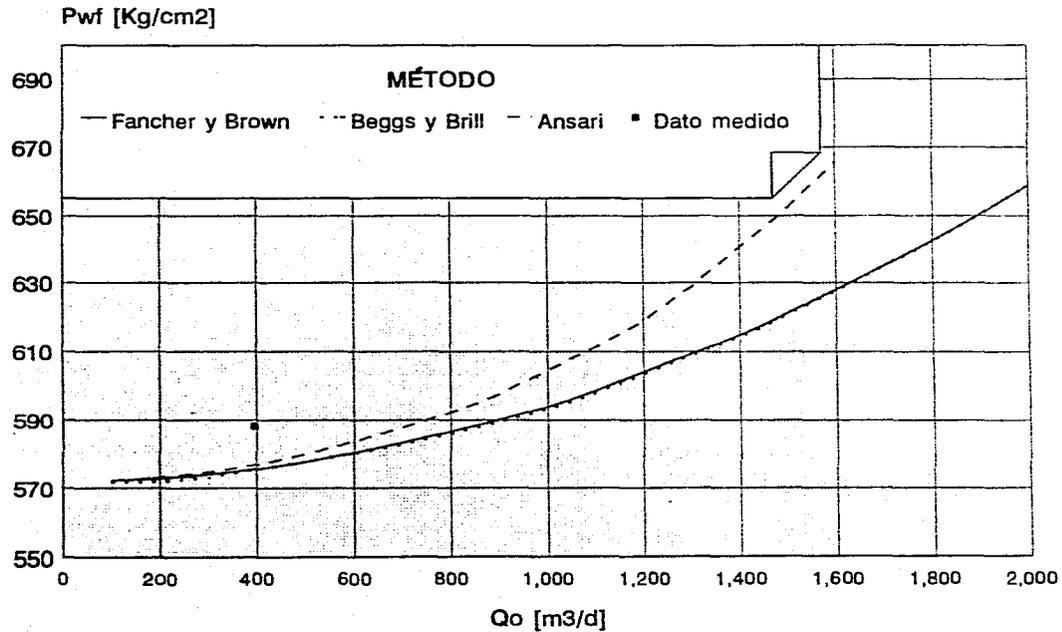
Evaluación gráfica entre métodos de flujo
Pozo No. 1, Aforo No.2

CURVAS DE CAPACIDAD DE TRANSPORTE



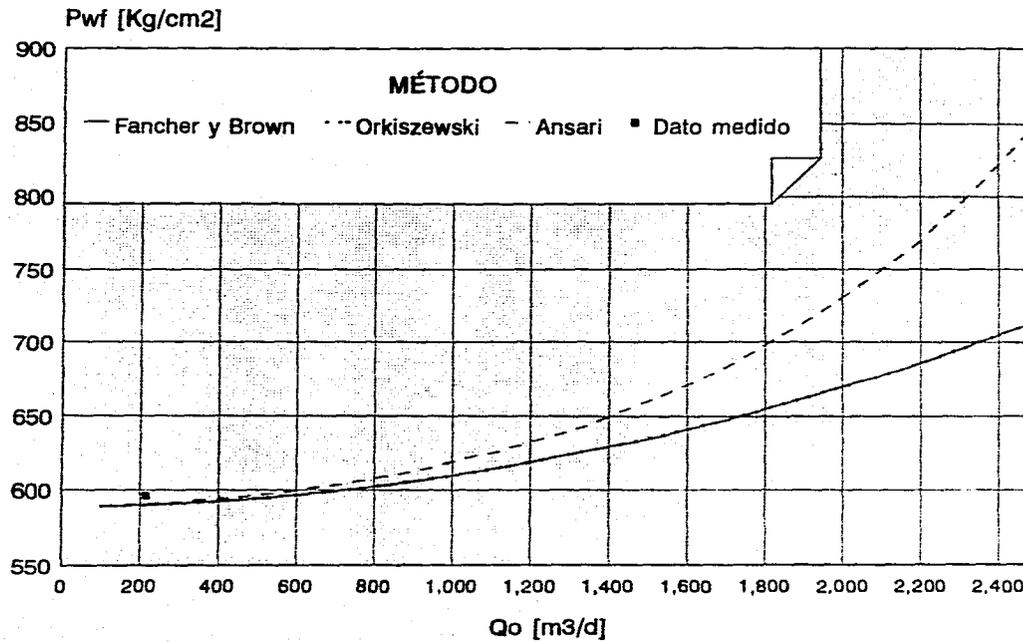
Evaluación gráfica entre métodos de flujo
Pozo No. 1, Aforo No. 1

CURVAS DE CAPACIDAD DE TRANSPORTE



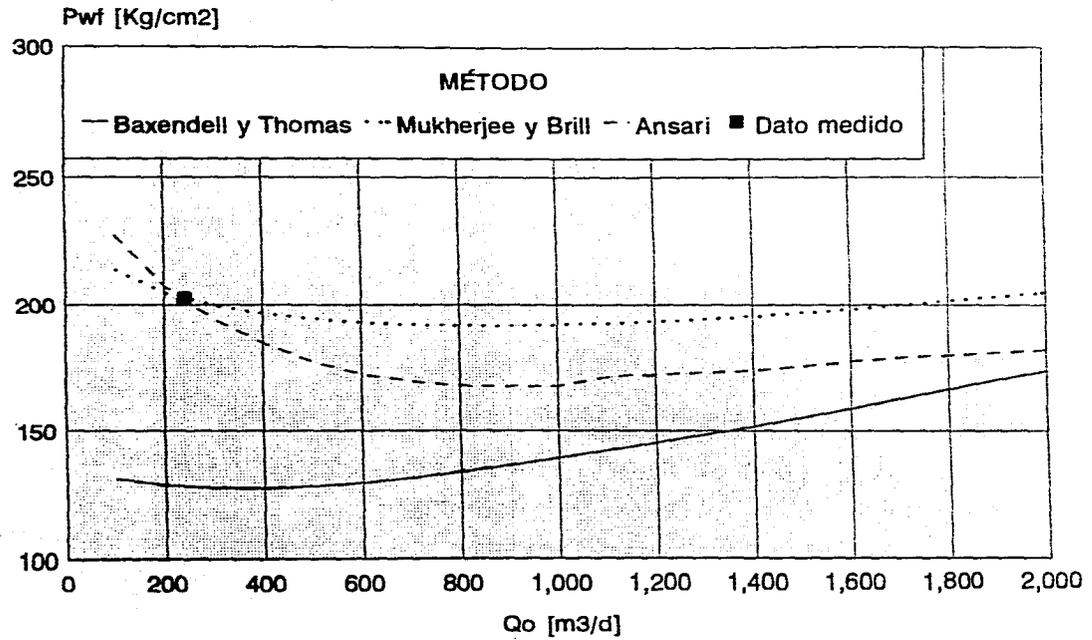
Evaluación gráfica entre métodos de flujo
Pozo No. 1, Aforo No. 3

CURVAS DE CAPACIDAD DE TRANSPORTE



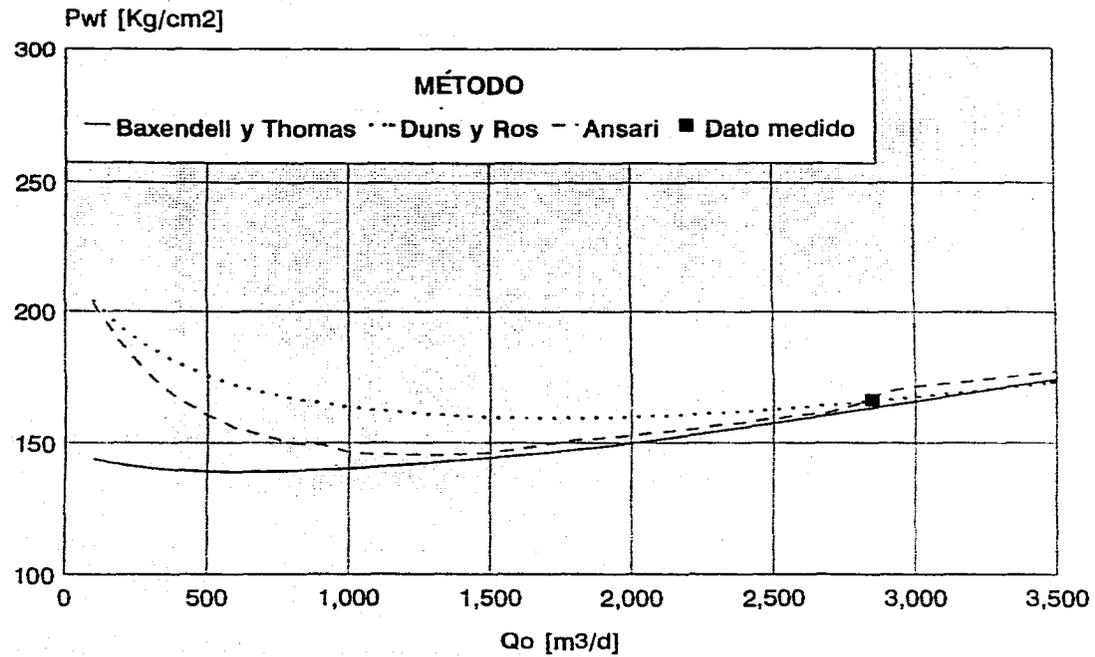
Evaluación gráfica entre métodos de flujo
Pozo No.1, Aforo No. 4

CURVAS DE CAPACIDAD DE TRANSPORTE



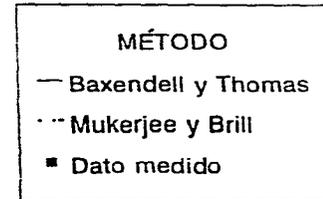
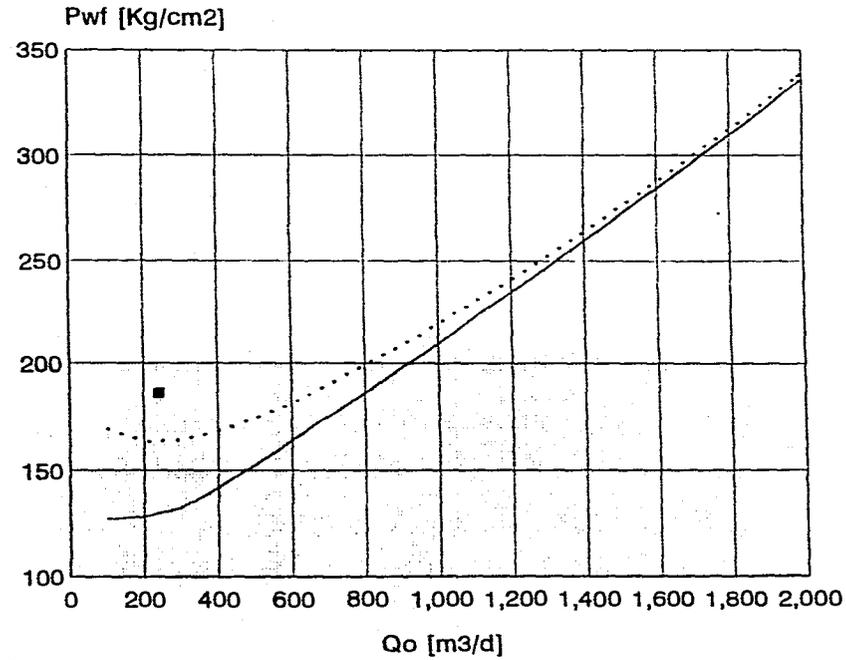
Evaluación gráfica entre métodos de flujo
Pozo No. 2

CURVAS DE CAPACIDAD DE TRANSPORTE



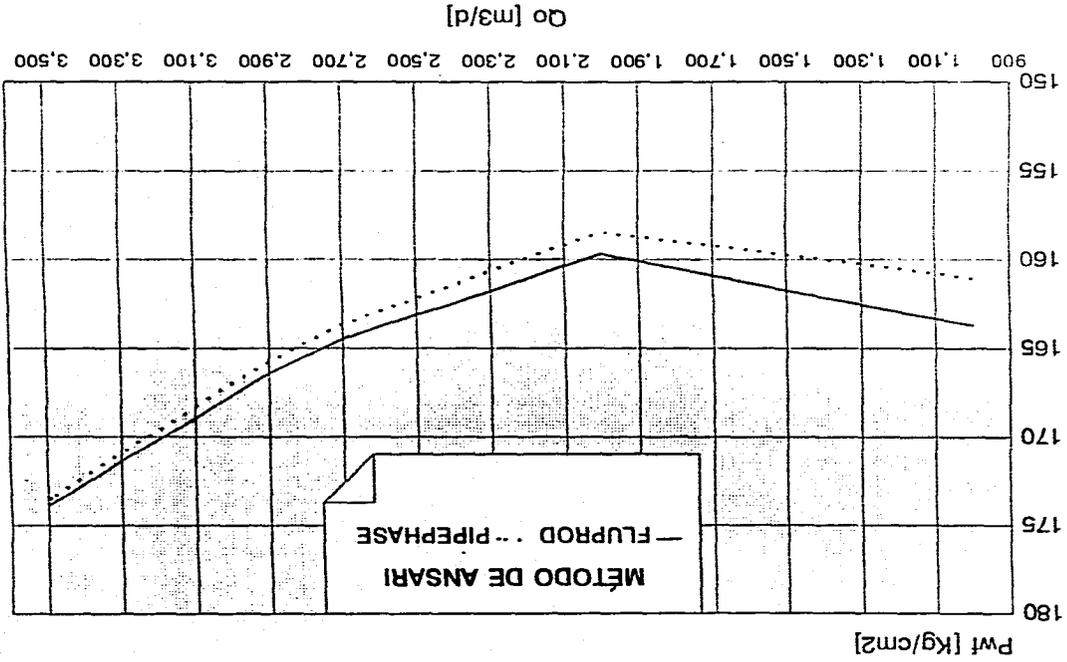
Evaluación gráfica entre métodos de flujo
Pozo No. 3

CURVAS DE CAPACIDAD DE TRANSPORTE



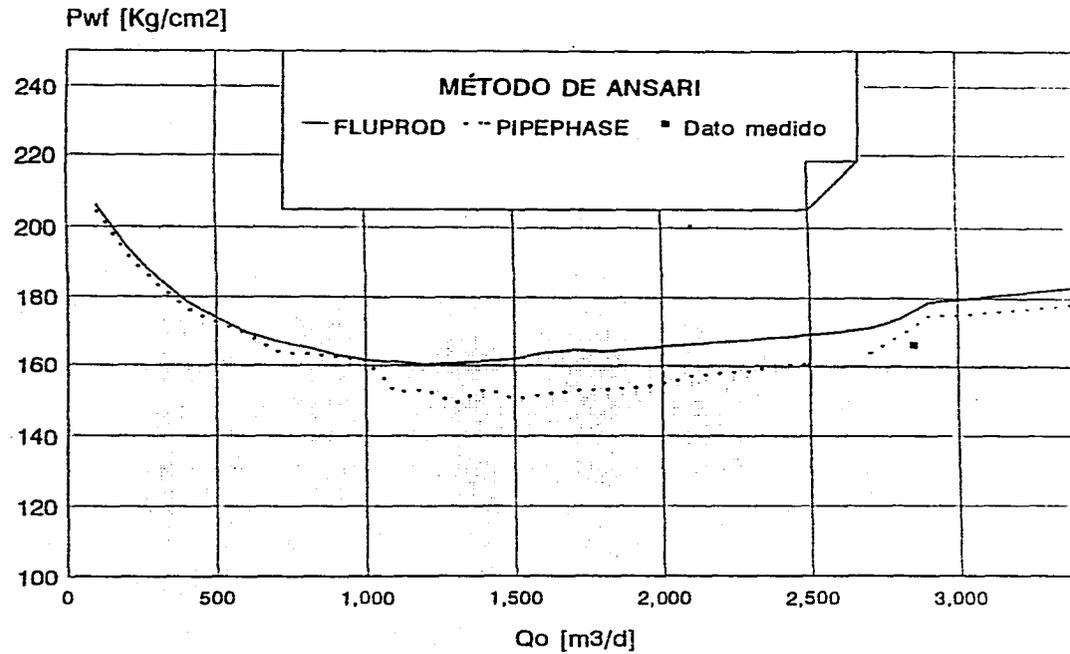
Evaluación gráfica entre métodos de flujo
Pozo No. 4

CURVAS DE CAPACIDAD DE TRANSPORTE



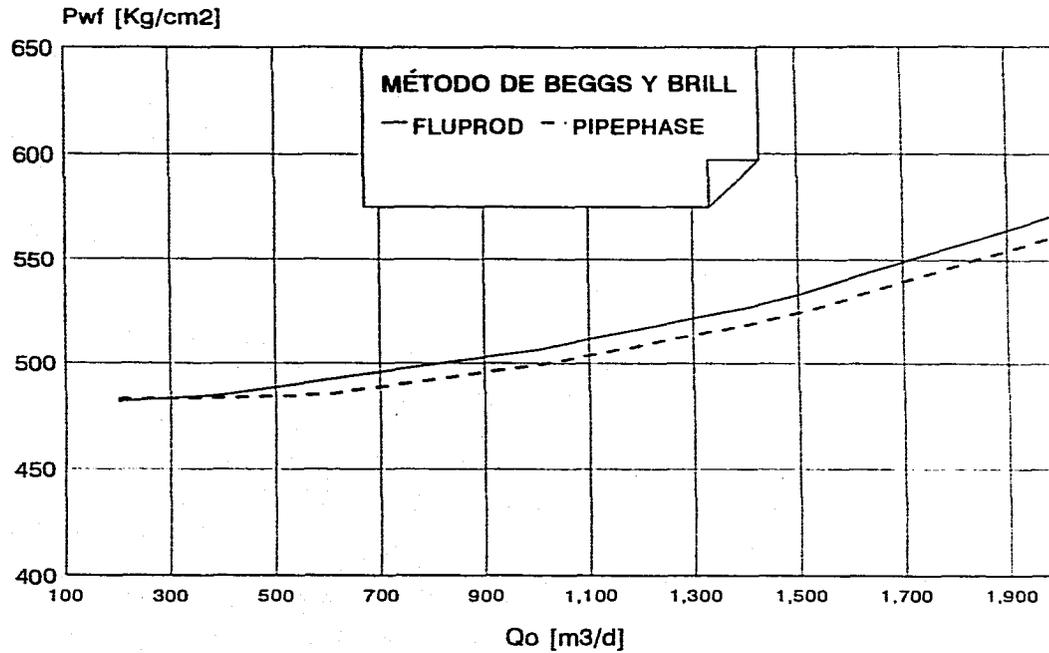
Ajuste entre programas de cómputo
Tazo No. 3

CURVAS DE CAPACIDAD DE TRANSPORTE



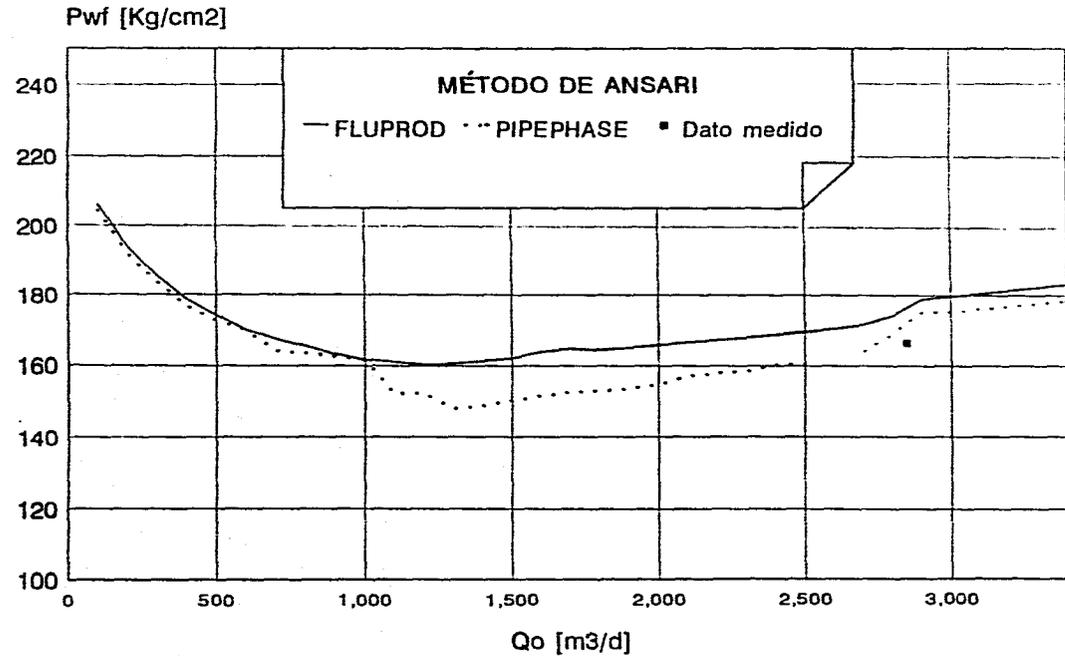
Evaluación gráfica entre métodos de flujo
Pozo No. 1, Aforo No.1

CURVAS DE CAPACIDAD DE TRANSPORTE



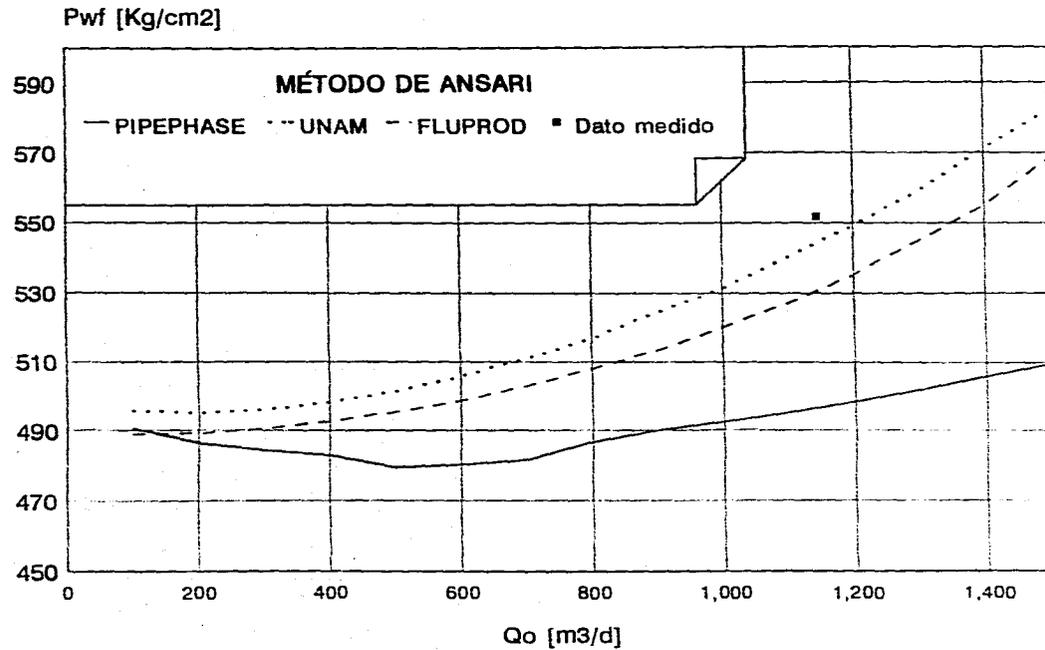
Ajuste entre programas de cómputo
Pozo No. 1, Aforo No. 1

CURVAS DE CAPACIDAD DE TRANSPORTE



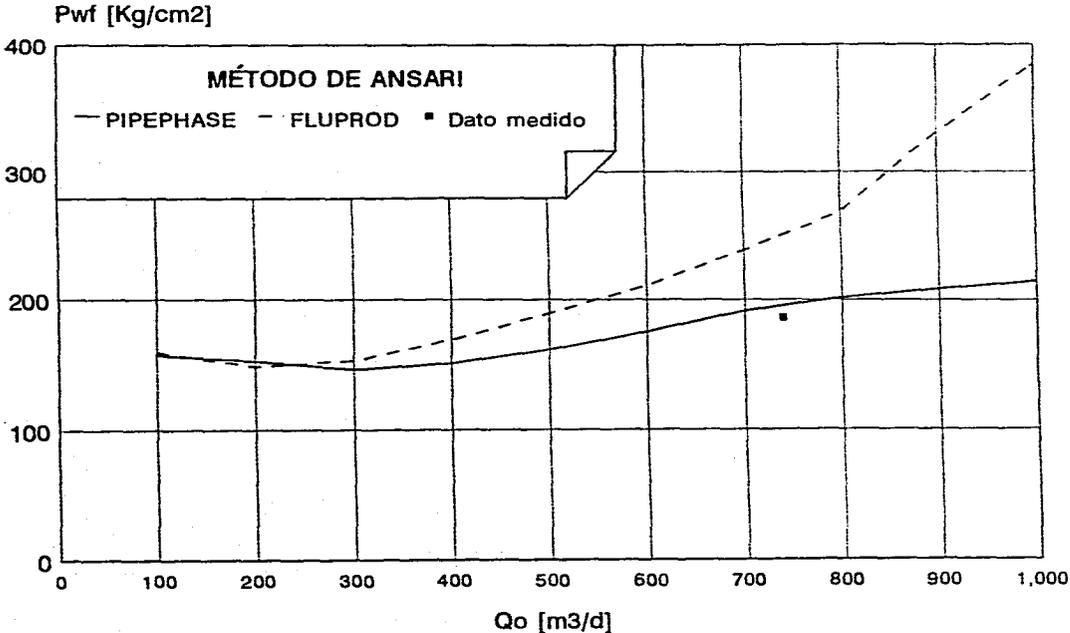
Evaluación gráfica entre métodos de flujo
Pozo No. 3

CURVAS DE CAPACIDAD DE TRANSPORTE



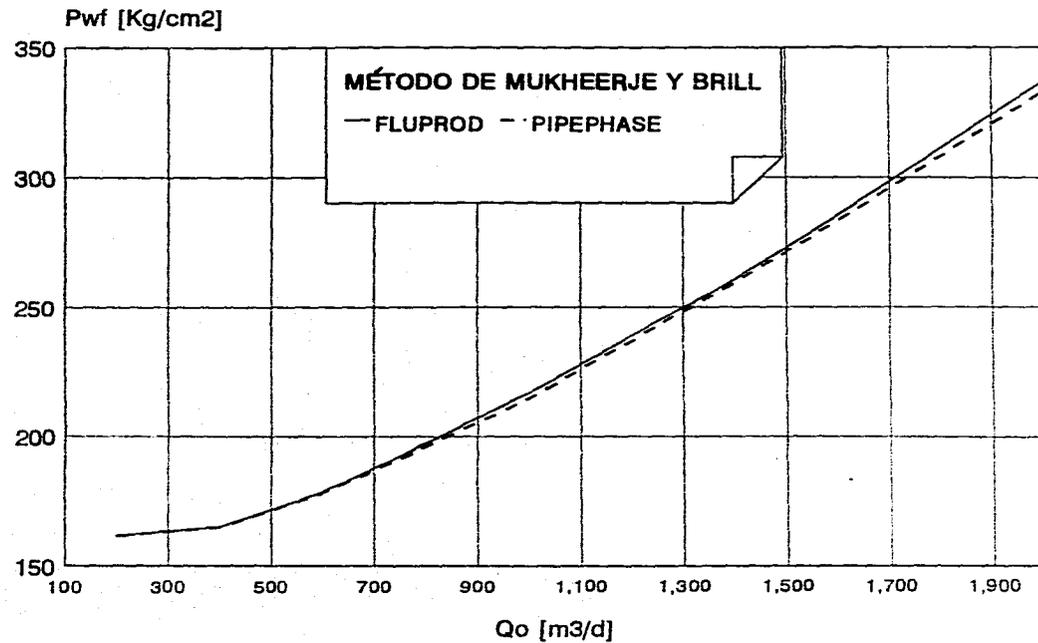
Evaluación gráfica entre métodos de flujo
Pozo No.1, Aforo No. 1

CURVAS DE CAPACIDAD DE TRANSPORTE



Evaluación gráfica entre métodos de flujo
Pozo No. 4

CURVAS DE CAPACIDAD DE TRANSPORTE



Ajuste entre programas de cómputo
Pozo No. 4

CAPITULO VII

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

La formulación y evaluación del modelo, pueden ser resumidas como sigue:

1. Se automatizó el modelo mecánico de Ansari, para su uso en computadoras personales compatibles con IBM, el cual puede predecir características de flujo ascendente bifásico. Este, primero emplea el modelo de Taitel para predecir el patrón de flujo existente y entonces calcula los parámetros de flujo de las dos fases, mediante el uso de modelos mecánicos para flujos tipo burbuja, bache y anular.
2. El modelo de flujo ha sido desarrollado a partir de los estudios de Fernández y coautores, además de Silvester. Las modificaciones básicas en este estudio fueron eliminar la caída de presión por aceleración e introducir la caída de presión a través de la burbuja de Taylor en una unidad bache.
3. La validación de la técnica automatizada de Ansari se considera excelente, ya que la evaluación separada de los modelos y del modelo mecánico realizada por Ansari fue mediante el empleo del banco de datos de pozos TUFFP, que consiste de 1775 casos obtenidos de campo y la literatura publicada. El banco de datos incluye 371 casos nuevos del campo de la bahía de Prudhoe en Alaska.
4. El comportamiento del modelo ha sido comparado por parte del I.M.P. con las correlaciones comúnmente usadas: Hagedorn y Brown modificada, Duns y Ross, Orkizewski, Beggs y Brill, Mukherjee y Brill, Poettman y Carpenter, Fancher y Brown, Baxendell y Thomas.
5. Las caídas de presión predichas por el modelo son las de mejores resultados. Esta conclusión es relativa debido a la escasa información de pozos que se empleó (7 casos). Sin embargo, el comportamiento completo de las correlaciones de Hagedorn y Brown, Duns y Ross es comparable con el modelo. Para las últimas dos correlaciones, se les puede atribuir el

empleo de mecanismos de flujo simplificados en dichas correlaciones. El excelente comportamiento de la correlación de Hagedorn y Brown sólo puede ser explicado por los extensos datos que fueron empleados en su desarrollo y las posteriores modificaciones hechas en la correlación.

6. Se observaron problemas de convergencia y discontinuidades en los cálculos durante las corridas del programa de cómputo FLUPROD-PC. Se observó un brinco repentino en el gradiente de presión. Esto puede ser atribuido al cambio repentino de la densidad dominada por el flujo bache a la fricción dominada por flujo anular, debido a que el intermedio de flujo mezclado no se considera en el modelo.
7. Al graficar los resultados obtenidos con el modelo de Ansari mediante el empleo de los programas incorporados al FLUPROD-PC, PIPEPHASE y el programa elaborado en la División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería de la UNAM, se observó que este último proporciona los mejores resultados en cuanto a que reproduce con mayor aproximación los datos de campo medidos, además, de no haberse observado discontinuidades o cambios bruscos en el gradiente de presión. En lo que respecta al programa elaborado por la Universidad de TULSA e incorporado al FLUPROD-PC, se observó que proporciona mejores resultados en comparación a aquel incorporado al PIPEPHASE, ya que en las pruebas realizadas a este último programa se presentó mayor número de discontinuidades que en el FLUPROD-PC.

Tratándose de un mismo modelo, las diferencias observadas en gran parte se deben al algoritmo de programación empleado en cada caso.

8. Sobre la base del comportamiento superior del modelo, éste debe ser usado preferencialmente a las correlaciones empíricas cuando se quiere representar los cálculos de flujo bifásico.

Para un trabajo futuro se sugieren las siguientes recomendaciones:

- El modelo de flujo bache debe ser modificado para contar con el efecto de la inclinación sobre los mecanismos de flujo, esto no sólo mejorará el modelo de flujo bache, sino que también extiende la aplicabilidad del modelo.
- La transición progresiva del bache a flujo anular debe ser mejorada para evitar un brinco repentino en el gradiente de presión observado en esta transición.
- El grado de empirismo en los patrones de flujo y las predicciones del comportamiento de flujo pueden ser reducidas, mediante el reemplazo de las correlaciones empíricas por ecuaciones que estén basadas en los mecanismos reales del fenómeno.
- Se deben desarrollar modelos mecánicos más precisos para predecir el comportamiento de flujo trifásico, cuando fluyen simultáneamente aceite, gas y agua en tuberías horizontales y casi horizontales. La predicción del patrón de flujo es especialmente importante para determinar la presencia de la fase de agua libre en el fondo de la tubería, lo cual puede causar problemas de corrosión. También la reología de las mezclas agua-aceite pueden tener un efecto significativo en las caídas de presión en líneas de flujo.

Finalmente a diferencia de las correlaciones empleadas para predecir el comportamiento bifásico, hay un lugar adicional para progresar en los modelos mecánicos.

REFERENCIAS

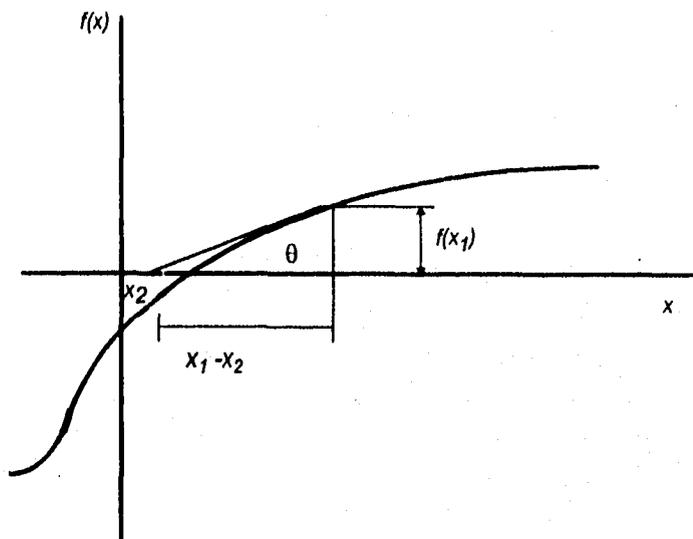
1. Oscar López Ortiz. "Transporte de hidrocarburos" Tesis de licenciatura, Fac. Ingeniería. U.N.A.M. 1990
2. José Angel Gómez Cabrera, "Apuntes de pozos fluyentes, bombeo neumático y bombeo hidráulico, Fac. Ingeniería. U.N.A.M.
3. Apuntes de la asignatura "Transporte de hidrocarburos por ductos", Fac. Ingeniería. U.N.A.M. 1993
4. Apuntes de la asignatura "Mecánica de yacimientos", Fac. Ingeniería. U.N.A.M.
5. Camacho. Apuntes de la asignatura "Flujo multifásico" División de Estudios de Posgrado, Fac. Ingeniería. U.N.A.M.
6. Ansari, A. M. "A comprehensive mechanistic model for upward two-phase flow", The University of TULSA, The Graduate School.
7. Orkiszewski, J.: "Predicting two-phase pressure drops in vertical pipes", JPT, Junio 1967, 829.
8. Brill J. P. y S. J. Arirachakaran, "State of the art in multiphase flow", JPT, Mayo 1982 (538-531)
9. A. Acuña, R., Fco. Garaicochea P., Tomás Limón H. "Flujo multifásico en tuberías" Instituto Mexicano del Petróleo, Subdirección de Explotación.
10. Hagedorn A. R. y Brown K. E. "Experimental study of pressure gradients occurring during continuous two-phase flow in small diameter vertical conduits", JPT, Abril, 1965. (475, 484)
11. Govier, G. W. y Fy, M.: "Pressure drops in well producing gas and condensate", J. Cnd. Pet. Tech., Octubre-Diciembre 1975, 28
12. Beggs, H. D. y Brill, J. P.: "A study of two-phase flow in inclined pipes", JPT, Mayo (1973) 607
13. Mukherjee, H. Brill, J. P. "Liquid holdup correlations for inclined two-phase flow". JPT, Mayo 1983 (1003-1008)
14. Ansari, A. M., Sylvester, N. D. et al" A comprehensive mechanistic model for upward two-phase flow in wellbores", SPE, Production and Facilities, Mayo 1994 (143-151)
15. Barnea, D.: "A unified model for predicting flow-pattern transition for the whole range of pipe inclinations" INTL. J. Multiphase Flow (1987) 13, 1.
16. Mcquillan, K. W. and Whalley, P. B.: "Flow patterns in vertical two-phase flow", Intl. J Multiphase Flow (1985) 11, 161.

17. J. Xiao, F. J., Alhanati, A. C. Reynolds "Modeling and analyzing pressure buildup data affected by phase redistribution in the wellbore", SPE 26965
18. A. Dávila Ascencio y J. H. Díaz Zertuche: "Aplicación de curvas de gradientes de presión en tuberías verticales con flujo multifásico en pozos de la zona sureste de Petróleos Mexicanos. Ingeniería Petrolera Oct. 1983
19. J. Escobar Castillo, y J. H. Díaz Zertuche: "Determinación del gasto óptimo en una instalación de bombeo neumático continuo ". Ingeniería Petrolera. Noviembre 1980.
20. J. H. Díaz Zertuche, y R. Poblano Ordoñez "Diseño mejorado de aparjos de bombeo eléctrico", Ingeniería Petrolera , Julio 1984.
21. Curtis F. Gerald "Análisis numérico". Representaciones y servicios de Ingeniería, S. A. Segunda edición.

APÉNDICE: A

MÉTODO DE NEWTON-RAPHSON

Uno de los métodos utilizados más ampliamente para resolver ecuaciones es el método de Newton-Raphson. La figura que a continuación se muestra proporciona una descripción gráfica. Comenzando a partir de una estimación inicial que no está lejos de la raíz, x_1 , se extrapola a lo largo de la tangente hasta su intersección con el eje x , y se le toma esa como la siguiente aproximación. Esto se continua hasta que los valores sucesivos de x están lo suficientemente cercanos, o el valor de la función sea lo suficientemente próximo a cero o a un valor de tolerancia predeterminado.



El esquema de cálculo se sigue inmediatamente a partir del triángulo recto mostrado en la figura, el cual tiene el ángulo de inclinación de la línea tangente a la curva en $x = x_1$ como uno de sus ángulos agudos:

$$\tan \theta = f'(x_1) = \frac{f(x_1)}{x_1 - x_2}$$

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)}$$

Se continua el esquema de cálculos al resolver:

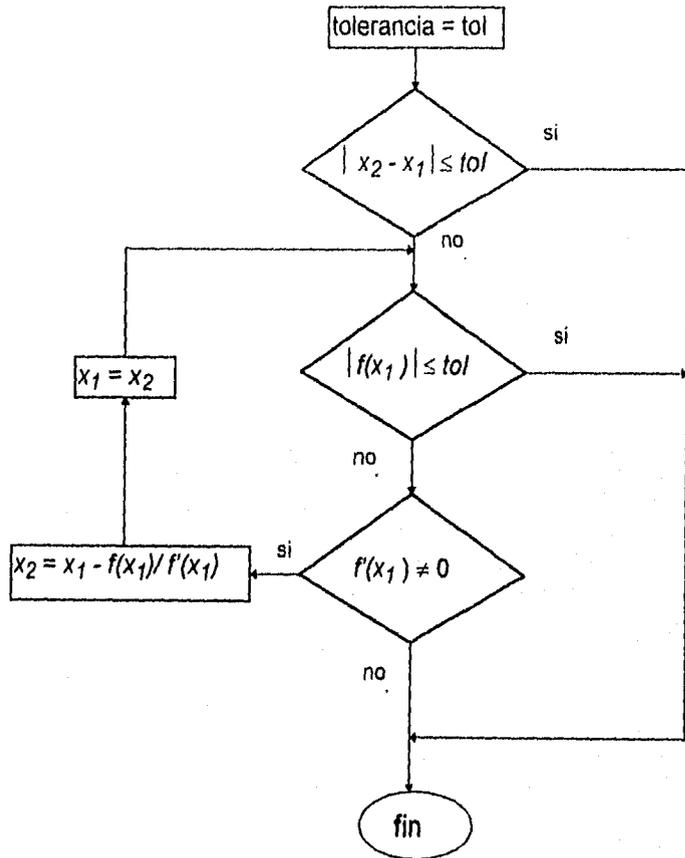
$$x_3 = x_2 - \frac{f(x_2)}{f'(x_2)}$$

o, en términos más generales,

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

El algoritmo de Newton-Raphson se usa ampliamente debido a que al menos en la vecindad cercana a la raíz, converge más ampliamente que muchos otros métodos. El método, además es cuadráticamente convergente, con lo que se quiere decir que el error en cada paso se aproxima proporcionalmente al cuadrado del error del paso anterior. El resultado de esto es que el número de cifras decimales de precisión casi se duplica en cada iteración. Sin embargo, esto se compensa con la necesidad de evaluar dos funciones en cada paso, $f(x_n)$ y $f'(x_n)$. A continuación se muestra un diagrama de flujo en el cual se

sugiere una secuencia de cálculos para la aplicación del método de Newton-Raphson para determinar una raíz de $f(x) = 0$, dado un valor de x_1 , que esté razonablemente cercano a la raíz. El método puede converger a una raíz diferente de la esperada o divergir si el valor de inicio no está lo suficientemente cercano a la raíz.



APÉNDICE: B

DEMOSTRACIONES

Taitel y coautores dan el siguiente criterio al cual el flujo burbuja ocurre:

$$\left[\frac{\rho_l^2 g D^2}{(\rho_l - \rho_g) \sigma} \right]^{1/4} \leq 4.36 \quad \dots(1)$$

Despejando D:

$$(D^2)^{1/4} \left[\frac{\rho_l^2 g D^2}{(\rho_l - \rho_g) \sigma} \right]^{1/4} = 4.36$$

$$D = 19.0 \left[\frac{(\rho_l - \rho_g) \sigma}{\rho_l^2 g} \right]^{1/2} \quad \dots(2)$$

Haciendo $D = d_{min}$

$$d_{min} = 19.0 \left[\frac{(\rho_l - \rho_g) \sigma}{\rho_l^2 g} \right]^{1/2}$$

- Obtención de la ecuación No 3.34

El gasto volumétrico a través de la sección c-c' nos da:

$$(v_{sL} + v_{sG})A = v_{NGTB}A_{TB} + (A - A_{TB})(V_{LLF}^R - v_{TB}) \quad \dots(1)$$

Por otro lado, la aplicación del Teorema de Bernoulli en la región alta de la burbuja de Taylor nos da la velocidad relativa de la película de líquido a la punta de la burbuja que es:

$$v_{LLF}^R = v_{LLF} + v_T = (2gL_c)^{1/2} \quad \dots(2)$$

Donde L_c es la distancia de la punta de la burbuja al punto de interés.

Sustituyendo la ec. No. (2) en la ec. No. (1) y despejando L_c se tiene que:

$$L_c = \frac{1}{2g} \left[v_{TB} + \frac{v_{NGTB}}{A - A_{TB}} - \frac{(V_{sL} + V_{sG})}{A - A_{TB}} \right]^2 \quad \dots(3)$$

Considerando que:

$$H_{NLTBA} = A - A_{TB}$$

y expresándolo como:

$$\begin{aligned} A_{TB} &= A - H_{NLTBA} \\ &= A(1 - H_{NLTBA}) \end{aligned}$$

además de que:

$$v_{sL} + v_{sG} = v_m$$

La ec. No. (3) puede expresarse como:

$$L_c = \frac{1}{2g} \left[v_{TB} + \frac{v_{NGTB}}{H_{NLTBA}} (1 - H_{NLTBA}) - \frac{v_m}{H_{NLTBA}} \right]^2$$