2
3

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES
''ACATLAN''

" APUNTES DE PROGRAMACION DINAMICA PARA LA CARRERA DE MATEMATICAS APLICADAS Y COMPUTACION ".

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:
LICENCIADO EN MATEMATICAS APLICADAS Y COMPUTACION

P R E S E N T A :

ALEMAN JARAMILLO JOSE FERNANDO

UNAM ENEP ACATLAN

1996

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

TITULO

Apuntes de Programación Dinámica para la Carrera de Matemáticas Aplicadas y Computación

Caso Práctico : Una Aplicación en la Deuda Externa Mexicana

OBJETIVO

La esencia de este trabajo, es realizar una investigación que arroje como resultado, la presentación de unos apuntes para la materia de Programación Dinámica, dirigidos a maestros y alumnos de la carrera de Matemáticas Aplicadas y Computación con duración de un semestre.

Hoy en día no existen textos específicos que traten de manera profunda el aspecto teórico y práctico de ésta materia, entendiéndose por teórico los conceptos fundamentales para el estudio de la Programación Dinámica; y por práctico la gran diversidad de aplicaciones que tiene la misma, y no sólo a los inventarios o los modelos de reemplazo de una máquina, que son los usualmente expuestos en los textos conocidos.

Para ilustrar la gran diversidad de aplicaciones, se trata como ejemplo de aplicación el debatido control de la deuda externa de México, tomando como base los periodos (1970-1982)y aplicando al sexenio de Miguel de la Madrid Hurtado y Carlos Salinas de Gortari.

Dichos apuntes son suficientes para cubrir la citada materia, tanto de la carrera de Matemáticas Aplicadas y Computación, como en otras carreras afines donde se utiliza la Programación Dinámica como herramienta para la toma de decisiones.

INTRODUCCION

El interés por realizar estos apuntes fue motivado por el trabajo donde actualmente laboro, y por la necesidad de tener conocimientos acerca de la Programación Dinámica, de tal manera que fuera factible el aplicarlo a los inventarios, sin olvidar proporcionar los elementos básicos para el estudio de la misma

Algunos conceptos de Programación Dinámica se aplica en transporte, sin dejar de lado la gran importancia que reviste el manejo de la deuda externa de México atraves de la Programación Dinámica

Se hace un análisis de el temario de la jefatura de Acturia y M.A.C. y se propone el contenido de la presente tesis aclarando las diferencias. El presente trabajo esta'constituido por 5 capitulos.

El primer capítulo trata de algunos de los conceptos que resultan básicos para la Programación Dinámica, asi como los temas de mayor importancia en ésta área.

El capítulo segundo se encarga de desarrollar los conceptos fundamentales de la Programación Dinámica Determinista, el principio de optimalidad de Richard Bellman, los problemas para la decisión de una y "n" etapas, la función recursiva y las características de dichos problemas.

El tercer capítulo describe los conceptos fundamentales de la Programación Dinámica Probabilista; ayudándose de los Procesos Markovianos de Decisión, construcción de modelos y de la importancia que tiene el hacer una buena decisión, sin pasar por alto la relación que existe entre una y otra. Terminaremos con los métodos más usuales de la Programación Dinámica Probabilista.

Finalmente el cuarto y el quinto capítulo, para el **cuarto capítulo** hablaremos de el análisis de los inventarios deterministas y probabilistas, además de mostrar la relación que existe entre los inventarios y la Programación Dinámica.

Se tratan con datos reales de un periodo de entrada de mercancía hasta el cierre de la misma También se explica como se realiza la distribución de mercancia tanto a tiendas como a las almacenadoras foráneas, y la toma de un inventario físico.

El problema que se utiliza para aplicar los datos se desarrollo conforme se daban los movimientos de mercancía.

Existen diferentes tipos de inventarios aunque solo hemos de mencionar algunos de los que más se utilizan en la realidad.

El quinto capítulo trata de un caso práctico, donde se aplica la Programación Dinámica al control óptimo de la deuda externa de México tomando como base los sexenios de Luis Echeverría Alvares, José López Portillo, Miguel de la Madrid Hurtado y Carlos Salinas de Gortari. Para cuantificar y evaluar la deuda externa de México en el periodo de Miguel de la Madrid Hurtado y Carlos Salinas de Gortari.

Al final de la tesis se localiza los términos más usuales cuya definición requiere ser explicado.

CONTENIDO

El temario que se propone es el resultado de una investigación que se realizo apartir de los profesores:

Luz María Rangel, Efrain Meza Moreno, la extensa bibliografía de la Programación Dinámica, así como el libro de el iniciador Richard Bellman(autor omitido en el actual temario). Con estos elementos se compara con el temario de la jefatura de Actuaría y M.A.C. culmina la investigación proponiendo como nuevo temario el contenido de la presente tesis.

TEMARIO PROPUESTO.

Capítulo 1 "La Investigación de Operaciones y la Programación Dinámica"

1.1 Marco Teórico.

1.2 Introducción General.

1.3 Dos Conceptos Fundamentales.

1.4 Definición de Función.

1.5 Composición de Funciones.

1.6 Antecedentes de la Programación Dinámica.

Tiene por objetivo hacer una breve semblanza hacerca de los antecedentes de la Programación Dinámica, así como los elementos que permitieron que se desarrollara tal y como es en nuestros días. Reafirmar los conceptos de función y composición de funciones.

Capítulo 2 "Programación Dinámica Determinista".

2.1 ¿Que es la Programación Dinámica Determinista?.

2.2 Definición de Programación Dinámica Determinista.

2.3 Principio de Optimalidad.

2.4 El Problema de Decisión para una y "n" etapas.

2.5 Función Recursiva.

2.6 Características de los problemas de Programación Dinámica Determinista.

2.7 Aplicaciones en un Problema de Transporte y Problema de la Mochila.

El presente capitulo hace una clara separación entre Programación Dinámica Determinista y la Programación Dinámica Probabilista.
Esta separación es importante porque los problemas son abordados de distinta manera. Es así como se tratan temas que resultan por demás importantes.

TEMARIO JEFATURA.

OMITIDO

1) Características Generales.
Analizar problemas de decisión secuenciales en los que se tratará de optimizar futuras etapas. Estudiará la metodología de las ecuaciones de recurrencia.

2) Estructura.
Reafirmar los conceptos de variable de estado, el concepto de decisión y el concepto de etapas múltiples.

Utiliza dos capítulos para poder hacer mención a la optimización de etapas futuras, la función recursiva y el concepto de etapas multiples. Olvidando definir el problema de decisión de de una etapa, el concepto de programación dinámica y las características generales para dichos problemas

Capítulo 3 " Programación Dinámica Probabilista".

3.1 Aspectos Fundamentales.

3.2 ¿ Que es la Programación Probabilista?

3.3 Procesos Markovianos de Decisión.

3.4 Concepto de Modelo.

3.5 Tipos de Modelos.

3.6 Naturaleza de la Toma de Decisiones.

3.7 Importancia de la Toma de Decisiones.

3.8 Métodos de Solución Usuales.

3.8.1 Algoritmo de Programación Lineal.

3.8.2 Algoritmo para Mejorar Políticas.

3.8.3 Factor de Descuento.

3.8.4 Algoritmo Para Mejorar Políticas con el uso del Factor de Descuento.

3.8.5 Algoritmo de Programación Lineal con Factor de Descuento.

3.8.6 Algoritmo de Aproximaciones Sucesivas.

3) Problemas Típicos.

Identificar y resolver problemas prototipo de de distribución, inventarios, selección de inversiones y redes, sera introducido a los Modelos de decisión desarrollados por Markov.

Nuestro capítulo 3 abarca la Programación Dinámica Probabilista, el concepto de modelo y la clasificación de los mismos, sin hacer a un lado la importancia de la toma de decisiones, terminando con los métodos más usuales.

El capítulo 3 inicia con problemas típicos como son los inventarios, pero los 2 capítulos Anteriores no han proporcionado aún los elementos necesarios como para abordar dichos temas, no se toco las razones bajo las cuales se realiza un inventario y que tratamiento se le dara, inventario determinista o probabilista con faltantes o sin faltantes etc.

Capítulo 4 "Inventarios".

4.1 Importancia de los inventarios y su Relación con la Programación Dinámica.

4.2 Tipos de Sistemas de Inventarios.

4.3 Políticas de Inventario.

4.4 Propiedades de un Inventario.

4.5 Tasa de la Demanda (r).

4.6 Reabastecimiento.

4.7 Propiedades de los Costos.

4) Métodos de Solución.

Examinar el método de Multiplicadores de Lagrange e incremental de estados, el algoritmo de Howard y los modelos de De decisión de Markov.

4.8 Sistema de Tamaño de Lote.

4.9 Características.

4.10 Utilidades Discretas.

4.11 Descuentos por Cantidad

4.12 Sistema de Inventarios Probabilistas.

4.13 Características.

4.14 Sistema Probabilista con Periodo Programado Tipo(1,3).

4.15 Aplicaciones.

4.15.1 Costo de Mantener el Inventario.

4.15.2 Costo de los Faltantes.

4.16 Proceso para dar entrada a Mercancía solicitada por compras (Una situación real).

4.17 Proceso para surtir mercancía para almacenadoras foráneas y tiendas locales y foráneas(Una situación real).

4.18 Levantamiento de un inventario.

Analizará los elementos teóricos, necesarios para el entendimiento de los inventarios, políticas, tipos de inventarios, características y divisiones.

Uno de los métodos que están fuera de de contexto es el de los multiplicadores de *Lagrange* ya que no son contemplados en la amplia bibliografía consultada, incluyendo los apuntes de Luz María Rangel; siendo este tema parte de la Programación no Lineal.

Capítulo 5 "Caso Práctico"

"Una Aplicación en el Control de la Deuda Externa de México"

5.1 Evolución de la Deuda Externa (1970-1976).

5.2 Evolución de la Deuda Externa (1976-1982).

5.3 Clasificación de los Estados de la Deuda Externa.

5.4 Evolución de la Deuda Externa (1982-1988).

5.5 Estados de la Deuda Externa.

5.6 Evolución de la Deuda Externa (1988-1994).

5.7 Estados de la Deuda Externa.

En este capítulo se hace una aplicación practica de los Procesos Estocásticos, a uno de los temas que mayor impacto tiene hasta la fecha, el cual ha venido a poner al descubierto en todos sus niveles

5) Solución de Problemas Mediante Computadoras.

Analizar las ventajas y limitantes Computacionales de la Programación Dinámica y resolverá utilizando esa Herramienta los problemas típicos.

la corrupción que existe en el gobierno. El control óptimo de la deuda externa, utilizando el método de las aproximaciones sucesivas y proporcionando cual pudo ser la política adecuada para evitar la crisis económica que formalmente padecemos

El semestre en el que se debería cursar la materia es en 8o semestre, que sea obligatoria y que se encuentre seriada con Análisis de Decisiones,como herramienta que proporciona gran parte de los elementos que en una situación real se pueden representar. Recordemos que la Programción Dinámica se caracteriza por tener una serie de alternativas de la cual solo una, nos permite pasar de un estado a otro y poder alcanzar el objetivo por el cual el sistema existe.

1.1 MARCO TEORICO

Muchos años pasaron, en los que el hombre desperdiciaba los recursos que tenia, no le importaba si sus depósitos de maíz, trigo o arroz eran lo suficientemente óptimos como para satisfacer sus necesidades.

Las dos grandes guerras fueron las que diaron la pauta para que se diera cuenta que era necesario organizar sus recursos, porque era en esos momentos difíciles, an los que tenia que trabajar en equipo y distribuir dichos recursos de la mejor manera.

Durante la segunda guerra mundial los cuarpos militares enfrentaban grandes problemas, no tenían recursos bélicos suficientes como para hacer frente al enemigo.

Fue así como se empezaron a tomar decisiones científicas bajo el nombre de **Investigación de Operaciones.**

Finalizado el conflicto bélico, de manera probada la Investigación de Operaciones , las empresas empiezan a mostrar gran interés en ésta nueva ciencia, ya que tenían grandes problemas que les hacia más difícil el tomar decisiones óptimas y que respondieran a sus intereses.

Dos factores ayudaron a que la Investigación de Operaciones tuviera un gran auge durante ese periodo: el primer factor fue el desarrollo de las primeras computadoras, las cuales simplificaban los laboriosos cálculos.

El segundo fue el desarrollo que se logro en las técnicas de la Investigación de Operaciones; un ejemplo de ello es el método Simplex para la resolución de problemas de Programación Lineal.

Dicho método es una técnica matemática para encontrar el mejor de los usos de los recursos de una empresa que por lo general siempre son limitados.

Los problemas de programación lineal tienen la característica de ser estáticos, es decir los problemas se plantean y resuelven en términos de una situación especifica que ocurre en cierto momento.

Por lo tanto problema de programación lineal, es aquel en el que tanto la función objetivo como las restricciones de desigualdad son lineales, de ésta forma, el problema general de la programación lineal es:

$$\textbf{Optimizar: } C_1X_1 + C_2X_2 + \ldots + C_nX_n$$

$$\begin{aligned} \textbf{Sujeto: } & a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + \ldots + a_{1n}X_n \quad <= b_1 \\ & a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + \ldots + a_{2n}X_n \quad <= b_1 \\ & a_{m1}X_1 + a_{m2}X_2 + \ldots + a_{mn}X_n \quad <= b_m \end{aligned}$$

$$X1, X2, \ldots Xn >= 0$$

en donde se hace notar que se han agregado restricciones de no negatividad.

El término lineal significa la relación entre dos o más variables las cuales han de permitir dar el mejor uso de los recursos de una empresa.

Muchos problemas y sobre todo económicos consistían en determinar una magnitud para que otro alcanzara su valor máximo o mínimo. Pero pronto hizo su aparición la variable tiempo, el problema lineal había pasado a ser optimización dinámica(programación dinámica) así, se tuvo que trabajar sobre las nuevas técnicas de la investigación de operaciones(la programación dinámica es una extensión de la programación lineal).

La diferencia entre ambos es que la Programación Dinámica no tiene un patrón determinado, sino más bien un enfoque general a la resolución de problemas, es decir la formulación de un problema a otro puede cambiar dependiendo de el grado de dificultad.

La nueva técnica de Programación Dinámica tuvo como sus grandes precursores a Richard Bellman y G.B. Dantzig. Grandes son sus aplicaciones de esta técnica sobre todo en el area de control de inventarios, los bien conocidos modelos de tamaño de lote económico tienen una larga genealogía; aunque se han encontrado antecedentes de que G.D. Babcock desarrollo un modelo enunciado en la forma de ecuación cubica, pero nunca se publico.

El primer modelo de inventario publicado sobre todo de lote económico es realmente atribuida a Ford W. Harris, quien describió su modelo en el año 1915. Otros contribuyentes iniciales al desarrollo de modelos de control de inventarios fueron H. S. Owen(1925), Benjamin Cooper(1926), R. H Wilson y W. A. Mueller (1926-1927). Por consiguiente las más antiguas herramientas de la investigación de Operaciones son las técnicas matemáticas del control de inventarios.

Concluimos que el inventario es la técnica matemática más apropiada y diseñada para mantener los elementos en existencia a los niveles deseados por la organización o empresa.

La razón fundamental para mantener inventarios radica en el hecho de ser físicamente imposible y económicamente impráctico que cada elemento llegue con precisión al lugar en cual se requiere y lo haga exactamente en el momento en que se necesita.


TULO
STIGAC
ACION
ACION

1.2 INTRODUCCION GENERAL.

Al hablar de Programación Dinámica estaremos hablando sin lugar a dudas de una de las herramientas matemáticas más importantes en lo que a la Investigación de Operaciones se refiere desde hace poco más de 50 años.

Sus grandes inicios como ya lo mencionamos fue en el gran conflicto armado proporcionando los elementos necesarios para la distribución del equipo bélico que en esos momentos los aliados tenían.

Una vez terminado el enfrentamiento armado, era necesario regresar el armamento a sus respectivos países, es claro que se tenía un problema de redistribución pero por su magnitud representaba costos enormes.

Años más tarde los industriales hecharon mano de los científicos que se habían encargado de aplicar la Programación Dinámica para la destrucción; en la reconstrucción de las industrias de los paises involucrados, la efectividad de la Programación Dinámica se había comprobado.

De ésta manera su evolución continuaba hasta llegar a tener como apoyo a los grandes computadores; que sin estos no sería lo que es hoy en dia. Grandes son sus aplicaciones y en particular hablaremos de la teoría de los inventarios; sin dejar aun lado sus conceptos fundamentales tanto de la Programación Dinámica como probabilista.

En cuanto a los inventarios es importante mencionar que en la realidad el control de un buen inventario va más alla de los conceptos "cuánto" y "cuándo" muchas veces es mejor incurrir en faltantes que tener sobrantes sobre todo porque la mercancía corre el riesgo de maltratarse, por ejemplo se dan casos en los que se daña un refrigerador es posible que almacenadora lo envie a su taller de servicio o al proveedor, pero enviarlo a su taller implica quitar empaques y un artículo en estas condiciones el cliente no lo acepta y se deprecia.

Aunque no por esto deja de ser importante los conceptos antes indicados que proporcionan los dos puntos de partida para el funcionamiento correcto de un inventario; apoyado por supuesto por la toma de decisiones, decisiones que permiten tomar la mejor alternativa posible y que nos lleve al cumplimiento de nuestro objetivo por el cual se lleva un inventario el cual es mantener los niveles óptimos que más convengan a la organización.

Se expone un pequeño modelo hacerca de como debería de comportarse el almacén, tiendas, compras y remates, así como su explicación.

Hablaremos también de la deuda externa de México haciendo unos comentarios del periodo presidencial de Luis Echeverria y José López Portillo, para llegar a la aplicación del método de las políticas óptimas en el sexenio de Miguel de la Madrid y Carlos Salinas de Gortari, en ésta parte se explica la evolución de la deuda avances y tropiezos que se han tenido. Se analizan los tratados con el F.M.I. el club de paris, banco mundial etc. Disminución de intereses apoyos financieros para México y por último se proporciona la política óptima que tenían que seguir los últimos 2 sexenios para evitar una crisis financiera.

1.3 DOS CONCEPTOS FUNDAMENTALES.

Las cosas resultaran más sencillas si recordamos el concepto de función y composición de funciones.

1.4 DEFINICIÓN DE FUNCIÓN.

Tenemos dos conjuntos, un conjunto **X** y un conjunto ***Y*** en donde a cada elemento **x** de ***X*** le pertenece uno y solamente un elemento **y** de **Y.**

A los elementos del conjunto **X** los llamaremos dominio, y a los del conjunto ***Y*** los llamaremos contradominio o rango.

1.5 COMPOSICION DE FUNCIONES.

Sea ***f*** una función de ***X*** a ***Y*** y ***g*** una función de ***Y*** a ***Z*** entonces la composición de funciones ***g.f*** es la función de ***X*** a ***Z*** que está dada por : ***(g.f)(x)=g(f(x)).*** Sea ***g*** una función de ***Y*** a ***Z*** y ***f*** una función de ***X*** a ***Y*** entonces la composición de ***f.g*** es la función ***Z*** a ***X*** que se representa por :

(f.g)(x)=f(g(x)).

Una función tal como ***(f.g)*** se le denomina: ***"FUNCION DE FUNCIONES".*** Los números representados por ***g(x)*** en ***(f.g)(x)*** deben de estar en el dominio de ***f.*** El dominio de ***(f.g)(x)*** es aquel subconjunto de ***g*** para el cual ***g(x)*** está en el dominio de ***f.*** En ***(g.f)(x)*** ***f(x)*** deberá de estar en el dominio de ***g.***

1.6 ANTECEDENTES DE LA PROGRAMACION DINAMICA.

En el periodo siguiente a la segunda guerra mundial; comenzó una reorganización del más grande y significativo número de actividades; a los cuales se les clasificó dentro de procesos de decisión multiestados.

No paso mucho tiempo antes de ver que estos problemas requerían de un estudio más allá de lo convencional y de un tratamiento especializado.

Las técnicas clásicas de Cálculo, y el Cálculo de Variaciones ocasionalmente sirvieron para evaluar estas nuevas áreas; pero claramente se podía apreciar sus limitantes.

El reconocimiento a estos hechos provoco la creación de nuevas reglas; estas reglas hicieron posible la aparición de técnicas matemáticas teorías y métodos. Entre estas nuevas apariciones se encontraba la teoría de la Programación Dinámica; un nuevo aprovechamiento que se encontraba basado en el uso de ecuaciones funcionales y en el principio de optimalidad.

El primer paso para poder llevar a cabo el desarrollo de la teoría de la Programación Dinámica; fue el examinar la gran variedad de actividades dentro de la ingeniería, economía, industria, ejercito etc. los cuales se encontraban dominando un campo muy amplio que era suficiente para poder formular la Programación Dinámica. Esto no siempre tuvo una rutina de operación; ya que se presentaban problemas en la descripción de los procesos de optimización y de la buena distribución que permitiera los cambios de estado, variables y de los criterios a seguir.En forma por demás lógica sucede que cualquier tipo de modelo matemático se debe de encontrar en un sentido análitico.

Generalmente las tres partes principales para un modelo matemático son el aspecto conceptual, analítico y el aspecto computacional, mucho se considera que estos aspectos son simultáneos e inseparables.

De ésta forma se penso en sustituir los problemas que se pasaban de forma verbal; y que se encontraban poseidos por una indeterminada eficiencia, costos y de una precisión analítica de la que requerían dichos problemas.

Cuando se hacia una traslación era necesario el hacer un estudio que tuviera una relación entre las soluciones y las ecuaciones funcionales necesarias para obtener políticas optimas de los procesos de decisiones.

Una vez que se decidió por hacer los planteamientos correctos; se encaminaron hacia un número significativo de casos; en los que la demostración de la existencia y estudio único de políticas optimas así como el retorno de un valor máximo o mínimo se encontraron basadas usando las ecuaciones. En un principio se encontraban centrados en procesos que especificaban una etapa. Subsecuentemente, se dio el estudio para la satisfacción matemática y la resolución en etapas múltiples.

Una vez establecido el camino se hizo extensivo hacia el estudio de varias partes del Cálculo de Variaciones; y en particular con los procesos de trayectoria y control de retroalimentación.

Después de este periodo de exploración y consolidación de territorio vino la etapa de estudio de la computación. Atravez de tener en mente el objetivo por lograr la posibilidad de examinar todos y cada uno de los procesos que se presentaban pero desde otro punto de vista; era necesario llevar a cabo soluciones numéricas y por demás detallada.

En 1955, se comenzó el estudio sistemático por la faclibilidad de la computación y la Programación Dinámica. La idea principal: encontrar soluciones por caminos diferentes.

2.1 ¿QUE ES LA PROGRAMACION DINAMICA DETERMINISTA?.

Como mencionamos en la introducción, la existencia de macroproblemas con gran cantidad de variables o restricciones; hicieron que las **matemáticas** clásicas resultaran obsoletas e inadecuadas para estas resoluciones que llegaron a implicar gastos que no eran convenientes de realizar y aún más imposibles de llevar a cabo.

Pero no lo fue así, el interés por fraccionar un problema en subproblema, en donde cada una de sus partes incluye solo unas cuantas variables; y a las cuales se les dará una **solución individual** a cada uno de esos subproblemas, que al final las **"juntaremos"** para obtener una sola respuesta óptima; y es esto, lo que precisamente hace la Programación Dinámica que encuentra sus cimientos en el **principio de optimalidad de Richard Bellman.**

2.2 DEFINICION DE PROGRAMACION DINAMICA DETERMINISTA.

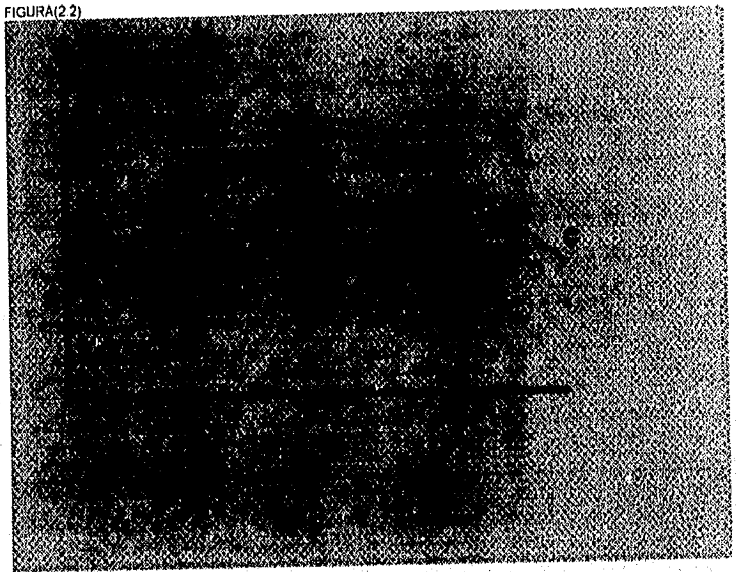
La Programación Dinámica, es la **técnica matemática** más apropiada para resolver macroproblemas, cuyo desarrollo se debe en gran parte a Richard Bellman.

Es aplicable a una gran variedad de problemas incluyendo: distribución, inventario, reemplazo, programación de producción, congestiones de producción, compras de equipo estabilización de empleos, inventarios, control de ingeniería, reinversión de utilidades, publicidad y almacenamiento, las cuales requieren decisiones interrelacionadas, es decir decisiones que se deberán tomar en forma secuencial y que tendrán una influencia en las decisiones futuras para la secuencia misma.

Pensemos en una trayectoria óptima que parte de un punto ***A*** hacia un punto ***C***, la parte de la trayectoria que es intermedia de un punto ***B*** hacia un punto **C** es una trayectoria óptima de ***B*** hacia ***C***.

En la figura(2.2) se puede apreciar como la trayectoria ***I-II*** es la trayectoria óptima de ***A*** a ***C***, la trayectoria ***II*** es la trayectoria óptima de ***B*** a ***C***.

FIGURA(2.2)



Como la trayectoria ***II*** es la trayectoria óptima de ***B*** a ***C*** entonces la trayectoria óptima ***I-II'*** es igual que ***I-II***.

BIBLIOGRAFIA.

[2.2] Principles of Dynamic Programing part 1

Robert E. Larson.

2.3 PRINCIPIO DE OPTIMALIDAD.

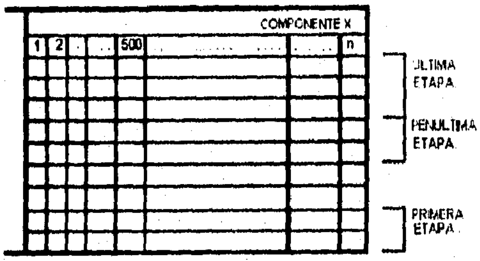
"Una politica tiene la propiedad de que cualquiera que sea la etapa inicial y la primera decisión, las decisiones restantes constituyen una politica óptima en relación a los efectos resultantes de la primera".

Seamos más claros en cuanto a lo que nos referimos, consideremos lo siguiente.

Comencemos con la aplicación de este principio:

Vamos a empezar por la última etapa para un proceso que tiene ***n*** etapas, y determinemos para cada una de las etapas la politica que sea más óptima para el abandono de esa etapa y así completar el proceso.

Algunos problemas por sus características nos obligan a realizar el proceso de izquierda a derecha, y otros de derecha a izquierda; para ambos casos el proceso se realiza etapa por etapa. Es importante hacer notar que cada decisión que se toma esta tiene influencia en las etapas subsecuentes. ejemplificando lo anterior tenemos:



FIGURA(2.3)

Todos los valores de ***X*** se pueden representar en un vector ***A*** con sus ***n*** componentes; es decir:

ETAPA

$$A_0 = (A_1^0\ A_2^0\ \ldots\ A_n^0)$$

COMPONENTE

Suponga que nuevamente se vuelven a medir a las **n** componentes de la figura(2.3); pero ahora para otra etapa, en la que vamos a tener agrupados los valores de **X** en un nuevo vector al que llamaremos ***B.***

$$B_n = (B_1^n\ B_2^n \ldots\ B_{n-1}^n)$$

BIBLIOGRAFIA.

[2.3] Métodos y Modelos de Investigación de Operaciones Vol. I.
Juan Prawda Witenberg pg. 437.

De alguna manera los valores de las componentes en ***Bn*** se encuentran relacionados con los valores de los componentes de ***A0***; con el objeto de hacer una simplificación, considérense los ejemplos siguientes:

Por una parte se tiene una relación entre $\left(A_1^0, B_1^n\right)$, y por el otro a la relación entre $\left(A_2^0, B_2^n\right)$.

Es claro que B_1^n y B_2^n son funciones que ya son conocidas para A_1^0 y A_2^0, es decir se les transformo de alguna manera para poder convertirlas a B_1^n y B_2^n según corresponda. Dichas funciones las vamos a representar con ***F1*** y ***F2***, en otras palabras vamos a tener lo siguiente:

$$B_1^n = f_1(A_1^0)$$
$$B_2^n = f_2(A_2^0)$$

Debido a que éste paso será repetido un número "**n**" veces, uno por cada componente, lo que vamos a tener será el total de "**n**" funciones.

Si dichas funciones son ahora agrupadas en un vector de funciones tendremos un vector de funciones ***Fn*** de la forma siguiente:

$$\boldsymbol{F_n = (F_1\, F_2 \ldots F_{n-1})}$$

y

$$\boldsymbol{B_n = F_n(A)}$$

por tanto

$$\boldsymbol{(B_1\, B_2 \ldots B_n)} = \left(F_1\left(A_1^0\right)F_2\left(A_2^0\right)\ldots\ldots F\left(A_n^0\right)\right)$$

Por ser un problema grande se vuelve indispensable separarlo por partes, y hacer un análisis a cada una de dichas etapas por separado, para que al final las "juntemos" y tener así nuevamente el sistema original.

Ahora supongamos que ignoramos en su totalidad cual es el efecto que tiene F_n sobre A para poder transformar en B_n; pero si en cambio conocemos otra transformación f_n, la cual se encuentra actuando sobre B_{n-1} y que es quien genera a B_n de la forma siguiente:

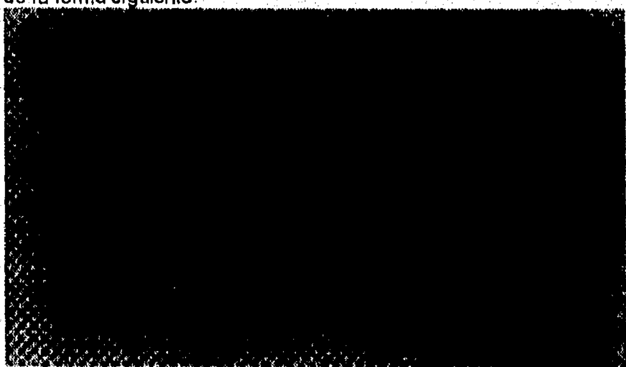
$$B_n = f_n(B_{n-1}) \text{ o}$$

$$(B_1 B_2 \ldots B_n)=(f_1(B_1)\, f_2(B_2) \ldots f_n(B_n))$$

Sin embargo para poder resolver el problema original, es necesario primero encontrar una transformación que pueda conectarnos a A con B_{n-1}; ya que se conoce a la función f_n que conecta a B_{n-1} con B_n. Es decir encontrar F_{n-1} de tal forma que:

$$B_{n-1} = F_{n-1}(A)$$

de la forma siguiente:



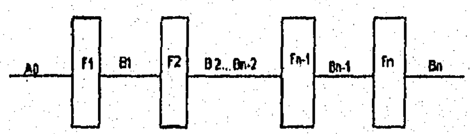
$$B_{n-1} = F_{n-1}(A_0)$$

$$B_n = f_n(B_{n-1})$$

Si a A_0 se le transforma utilizando unas reglas que son desconocidas por el momento (F_{n-1}), y si al resultado de esa transformación se le aplica otra serie de reglas que son conocidas por el momento tal como (f_n) vamos a obtener B_n:

$$B_n = f_n(F_{n-1}(A_0))$$

Nuestro problema va a tener otras etapas, lo que ocasiona que quedaría de la siguiente forma:



$$B_n = f_n(B_{n-1})$$

$$B_{n-1} = f_{n-1}(B_{n-2})$$

$$\vdots$$

$$B_2 = f_2(B_1)$$

$$B_1 = f_1(A_0)$$

El problema a sido descompuesto en "n" etapas, hasta llegar al establecimiento de una estructura correcta y exacta para las transformaciones $f_1, f_2, f_3, \ldots, f_{n-1}, f_n$, y así llegamos a una composición de funciones:[1]

$$\begin{aligned} B_n = {} & f_n(B_{n-1}) \\ & f_n(f_{n-1}(B_{n-1})) \\ & f_n(f_{n-1}(f_{n-2}(B_{n-3}))) \\ & \vdots \\ & f_n(f_{n-1}(f_{n-2}(f_{n-3} \ldots (f_2(f_1(A))) \ldots))) \end{aligned}$$

[1] VER CAPITULO 1 FUNCION DE FUNCIONES

2.4 EL PROBLEMA DE DECISION PARA UNA Y N ETAPAS.

Ya se describió como un problema puede descomponerse en subproblemas.

El primer concepto que analizaremos será el de variable de estado, cuyos valores se encuentran especificando las condiciones del proceso. Tales valores de esas variables, nos permiten determinar que es lo que necesitamos saber hacerca del sistema, para que de esta forma podamos tomar decisiones.

La Idea de la estructura de la Programación Dinámica es la capacidad de tomar decisiones que se encuentren relacionadas con el problema para diversas etapas.

No es necesario hacer énfasis en que por cada paso del problema, se va a tomar una decisión para cambiar el estado; así de esta forma se puede minimizar o maximizar, según corresponda.

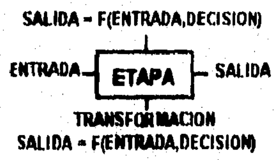
Ahora pensemos en lo siguiente: Sea un problema con **"n"** etapas, de dichas etapas tenemos conocimiento de los parámetros de entrada; al que llamaremos vector de entrada, y a otro en el cual se encuentran los parámetros de decisión y los cuales apuntan hacia una etapa cualesquiera

La importancia de ambos vectores radica, en que ambos ejercen un dominio sobre una función a la cual vamos a llamar

REGLA DE TRANSFORMACION.

La **REGLA DE TRANSFORMACION** realiza una relación entre la salida;

la cual se encuentra en función de la entrada y las decisiones en la forma siguiente:



Representemos por medio de símbolos al vector de entrada, decisión, salida, transformación y etapa.

Entrada = E_n

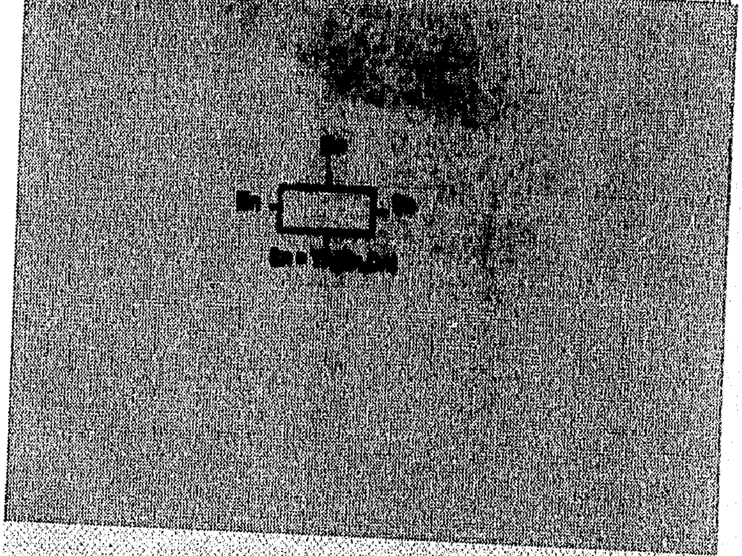
Decisión = D_n

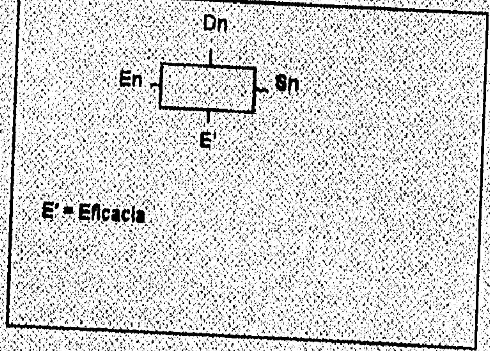
Salida = S_n

Transformación = T_n

Etapa = n

Imaginemos que en cada etapa estamos obligados a tomar una decisión. **Dicha decisión** implica un "precio" (bueno o malo),el cual se ve reflejado por una función de transformación.




Dn
En
Sn
E'
E' = Eficacia

Si tenemos una relación entre "**e**" y "T_n" en otra función "**e'** " vamos a tener:

$E' = e'(E_n, D_n)$ para eficiencias positivas tenemos:

$$E''(E) = Máx(E,D) \quad E''(E) = e'(E,D^*) = Máx\ e'(E,D) >= e'(E,D)$$

para eficiencias negativas tenemos:

$$E''(E) = Min(E,D) \quad E''(E) = e'(E,D^*) = Min\ e'(E,D) <= e'(E,D)$$

En donde **D^*** es el valor de decisión que genera el valor **E'** nos sirve para medir la eficiencia del sistema quenos estamos ocupando, **E'** es una función de "**e**" de la entrada, salida y de decisión que se toma; de ésta manera se tiene:

$$E' = e(E_n, S_n, D_n)$$

de la figura(2.4.1) **$S_n = T_n(E_n, D_n)$** por lo tanto **$E' = e(E_n, T_n(E_n, D_n), D_n)$** óptimo(El resultado óptimo). Si resulta que **E_n** y **D_n** son escalares lo que vamos a tener es un valor de **$E''(E)$**.

Si por el contrario tenemos que **E_n** es un escalar y **D_n** es un vector con varias componentes, por cada valor de **D_n** generamos a un **$E''(E)$** diferente.

Si en cambio **E_n** y **D_n** son vectores con varias componentes cada uno, generara una **$E''(E)$** para cada uno de los valores de **E_n** que se encuentran asociados con **D_n**. Hasta aquí hemos visto el problema de decisión de un estado, pero no termina aquí el problema de decisión para "**n**" etapas, a ésto también lo conocemos como el problema de la multidimensionalidad; porque el solo hecho de incrementar etapas y variables significa un incremento en el número de evaluaciones para todos y cada una de las alternativas de etapas, porque en computación hablaremos de un incremento de memoria y tiempo, siendo éste el principal obstáculo para los macroproblemas de la Programación Dinámica.

Ya habíamos mencionado que la computadora es tan solo una herramienta necesaria pero que no siempre es suficiente.

El problema de decisión para "n" etapas es exactamente igual al problema de una decisión.

Ahora, veamos como el concepto de Programación Dinámica tiene la capacidad de tomar decisiones que se encuentran relacionadas con el problema para etapas diversas.

Por cada paso de un problema, tomamos una decisión para cambiar un estado determinado, para que de éste modo podamos maximizar o minimizar.

El siguiente paso consistirá en tomar una nueva decisión utilizando los valores de las variables que serán el resultado de la decisión precedente, así sucesivamente. Una muestra clara es el siguiente:

Periodo$_1$ __________ Precedente Presente

Periodo$_2$ ______________ Precedente Presente

Periodo$_3$ __________________ Precedente Presente

. .

. .

Periodo$_n$ ________________________ Precedente Presente

Esta representación tiene sus bases en una función recursiva, claro está, que en la Programación Dinámica se toman una serie de decisiones durante una secuencia determinada, buscando el resultado más óptimo, sin importar cuales fueron las etapas, estados o decisiones anteriores, las decisiones faltantes se encontraran constituyendo una política que es totalmente óptima con respecto a la etapa que se ha obtenido con la primera decisión.

Pensemos en el análisis clásico de la Programación Dinámica

n = etapas.

E_{k-1} = Entrada por cada etapa.

S_k = Vector de salida.

$T_k = S_k = T_k(E_{k-1},D_k)$.

D_k = vector de decisión.

E'_k = Vector de eficiencia.

Hablemos en términos más generales para el estudio de multi-etapas y el proceso de decisión; la idea es establecer en primer lugar un arreglo m-dimensional al que llamamos vector de decisión.

$D_k = \{D_1\ D_2\ D_3\ \ldots\ D_{k-1}\}$

a los **"m"** componentes de **D_k** los vamos a llamar las variables de decisión.

La noción de un proceso multi-estado es el siguiente:

$$S_k = f_{k-1}(E_{k-1},D_k)$$

la transformación **T_k** depende tan solo de una entrada **E_{k-1}**, además de una decisión **D_k**.

Nuestro proceso multi-etapa va a tener la siguiente forma:

$$S_k = f_{k-1}\ (E_k,D_k)$$

$$\boxed{E_k = f_n\ (f_{n-1}\ (\ldots(f_2\ (f_1\ (E_0,D_1)D_2)\ldots)D_{n-1})D_k)}$$

figura(2.4.3)

sin pasar por alto al vector de medida de eficiencia:

$E' = (E'_1\ E'_2\ldots\ E_K)$

$E'_k = e''(E_{k-1}, D_k)$

$E'_{k-1} = e''_{k-1}\ (E_{k-2}, D_{K-1})$

$$E'_k = e''_k \{e''_{k-1} \{...\{e''_2 \{e''_1 \{E_0, D_1\}D_2 \}...\}D_{k-1}\}D_k\}$$

figura(2.4.4)

$$\boxed{E_k = T_n \{E_0, D_1, D_2, D_{k-1}, ... D_k\}} \qquad 2.4.5$$

$$\boxed{E'_n = e''_k \{E_0, D_1, D_2, ... D_{k-1} .. D_k\}} \qquad 2.4.6$$

Recordemos el concepto de función de funciones y nos podremos percatar que 2.4.5 y 2.4.6 son función de funciones.

No olvidemos que la optimización multivariable nos está regresando un valor acumulado por cada decisión que se hace y etapa por etapa.

Supongamos que nos enfrentamos a un número de puntos de decisión(etapas) las cuales se han de encontrar relacionadas de alguna manera.

$$E_K = E_{K-1} * D_k$$

* es de tipo abstracto ya que se encuentra representando a cualquier operación como las siguientes:

*	**FUNCION DE TRANSICION**
+	$E_K = E_{K-1} + D_K$
-	$E_K = E_{K-1} - D_K$
.	$E_K = E_{k-1} . D_k$
/	$E_k = E_{k-1} / D_k$

Las unidades de E_k, E_{k-1} y D_k deben de ser homogéneas(pesos, maquinaria, hombres etc.). Representemos por $f_n\{E_{k-1}, D_k\}$ el retorno total acumulado, calculado sobre "n" etapas, dada una variable de etapas particular E_{k-1} y por $f^*\{S_{k-1}\}$ el retorno total óptimo de la n-esima etapa para una etapa en particular de entrada E_k.

El valor particular de E_{k-1} puede originar muchas decisiones posibles entre las cuales; una D_{k^*} proporcionara un retorno óptimo $f_n{}^*(E_n)$ para ésta etapa:

$f_n{}^*(E_n)$ ______________ serie de retornos acumulados desde **k** hasta el mismo.

$$f_n^*(E_n) = \underset{d_1, d_2, \ldots d_k}{Opt} \{g_1 . g_2 . g_{n-1} \ldots g_n\}$$

optimizando los retornos:

$$fn^*(En) = \underset{D1, Dk-1, Dk}{Opt}\{\sigma 1\{E0, D1\} * \sigma 2(E1, D2) * \sigma 3(E2, D3) * \ldots * \sigma n - 1(Ek-1, Dk)\}$$

si maximizaramos:

$$fn^*(En) = \underset{D1, Dk-1, Dk}{Max}\{\sigma 1\{E0, D1\} + \sigma 2\{E1, D2\} + \sigma 3(E2, D3) + \ldots * \sigma k - 1\{Ek-1, D1k\}$$

entonces

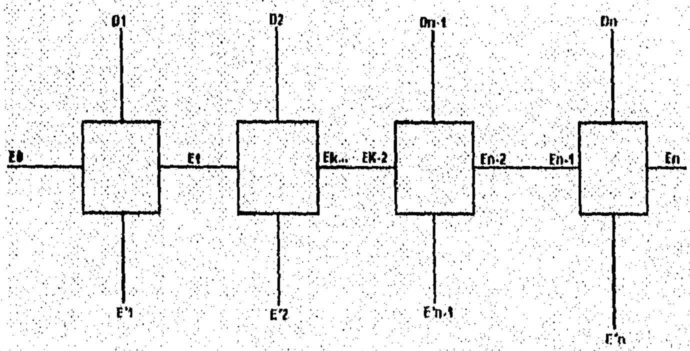
$$fn^*(En) = Opt\{\sigma 1\{E0, D1\} * \sigma 2\{E1, D2\} * \sigma 3\{E2, D3\} \ldots \sigma k\{Ek-1, Dk\}\}$$

sujeto:

$$Ek = fn\{Ek-1, Dk\}$$
$$k = 1,2,3, \ldots n$$

2.5 FUNCION RECURSIVA.

El objetivo de la siguiente figura es el establecer una función recursiva.



Partamos del siguiente problema:

$$fn(E0) = \underset{D1, D2, \ldots\ldots, Dk}{Opt}\{\sigma 1\{E0, D1\} * \sigma 2\{E1, D2\} * \sigma 3\{E2, D3\} * \ldots * \sigma k\{Ek-1, Dk\}\}$$

sujeto a: $E_k = f_k\{E_{k-1}, D_k\}$ $\qquad$ $k = 1,2,3, \ldots\ldots\ldots n$

y además tiene forma de transición aditiva

$$fn(E0) = \underset{D1, D2, \ldots\ldots Dk}{Min}\{\sigma 1\{E0, D1\} + \sigma 2\{E1, D2\} + \sigma 3\{E2, D3\} * \ldots * \sigma k\{Ek-1, Dk\}\}$$

sujeto a: $\begin{array}{l} Ek = fk\{Ek-1, Dk \\ k = 1,2,3, \ldots n \end{array}$

es posible descomponerlo en lo siguiente:

$$fn(E0) = \underset{D1, D2, \ldots, Dk}{Min}\{\sigma 1\{E0, D1\}\} + Min\{\sigma 2\{E1, D2\} + \sigma 3\{E2, D3\} * \ldots * \sigma k\{Ek-1, Dk\}\}$$

FIGURA(2.5.1)

sujeto a:

$$Ek = fk\{Ek-1, Dk$$
$$k = 1,2,3, \ldots n$$

haciendo el cambio de notación:

$$fn-1(E1) = \underset{D2, \ldots, Dk}{Min}\{\sigma 2\{E1, D2\} + \ldots \sigma k\{Ek-1, Dk\}\}$$

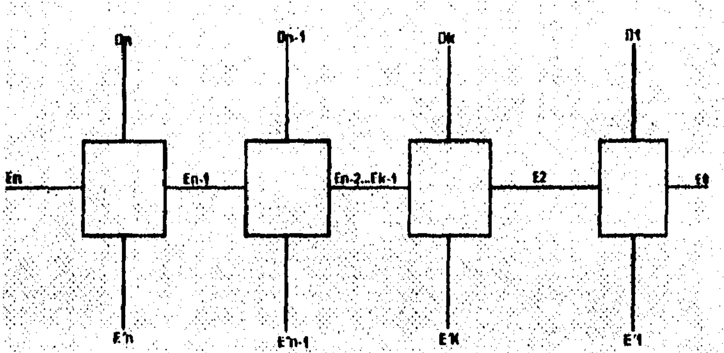
para figura(2.5.1) se tiene que:

$$fn(En) = \underset{D1}{Min}\{\sigma 1\{E0, D1\} + fn-1\{E1\}\}$$

y como $E_1 = \{E_0, D_1\}$ (vea fig.[2.4.3]) se tiene:

$$fn(E0) = \underset{D1}{Min}\{\sigma 1\{E0, D1\} + fn-1\{f1\{E0, D1\}\}\} \qquad [2.5.2]$$

Si partimos del diagrama siguiente, el cual es equivalente al diagrama anterior:



$$fn(En) = \underset{Dn, Dn-1, D1}{Opt.}\{\sigma n\{En, Dn\} + \sigma n-1\{En-1, Dn-1\} + ... + \sigma 1\{E1, D1\}$$

Sujeto a $E_{k-1} = f_k\{E_k, D_K\}$ k = n, n-1,.....,2,1

entonces:

$$fn-1(En-1) = Opt\{\sigma n-1\{En-1, Dn-1\} + ... + \sigma\{E1, D1\}\}$$

por lo tanto

$$fn(En) = Opt\{\sigma n\{En, Dn\} + fn-1\{En-1\}\}$$
$$n = n, n-1, ...,1$$

donde En-1(En,Dn) $\underset{Dn}{fn(En) = Opt\{\sigma n\{En, Dn\} + fn-1\{En, Dn\}\}}$ n=n,n-1,.......,1 [2.7]

con $f_0(0) = 0$ como una condición incial

La diferencia entre [2.6] y [2.7] radica enque [2.7] tiene una solución recursiva secuencial de el vector de entrada al vector de salida(izq. Der.); mientras que [2.6] tiene una solución secuencial recursiva de el vector de salida al vector de entrada (der. izq.).

2.6 CARACTERISTICAS DE LOS PROBLEMAS DE PROGRAMACION DINAMICA DETERMINISTA.

1) El problema de Programación Dinámica se puede dividir en una o varias etapas de decisión, para el abandono de dicha etapa.

2) Cada una de las etapas tiene un cierto número de estados, los cuales se encuentran asociados a cada una de las etapas.

3) El efecto de la política de decisión en cada etapa es transformar el estado actual a un estado asociado con la etapa siguiente.

4) El proceso de solución está diseñado para encontrar una política óptima para el problema completo.

5) Dado el estado actual, una política óptima para las etapas restantes es independiente de la política adoptada en etapas anteriores.

6) El procedimiento de solución se inicia al encontrar la política óptima para la última etapa.

7) Se dispone de una relación recursiva que identifica la política óptima para la etapa (n+1).

8) En cuanto a la forma como se combinan las eficiencias y/o efectividades parciales del sistema; estas pueden ser agregadas en forma de suma, multiplicación, o calcularse el máximo o mínimo de las mismas.

Otra clasificación para los problemas dinámicos se realiza en función de la optimización total de las eficiencias y/o efectividades. Siempre que las eficiencias tales como utilidades, rendimiento, salud etc. la función recursiva se tendrá que maximizar; si por el contrario se tratan de efectividades negativas tales como; costos, probabilidad de fallo o fracaso, etc se procede a minimizar.

9) En cuanto a la eficiencia y/o efectividad en sí, ésta puede ser una función discreta o continua, en cuanto al sistema que se está optimizando éste puede tener o carecer de restricciones, en cuanto al número de etapas estas pueden ser finitas o infinitas, en al aspecto de la certeza puede ser determinista o probabilista, en la manera de darle una solución ésta puede ser de entrada-salida o de la salida -entrada.

10) Es muy difícil el establecer una regla general que indique cual es el método más apropiado para la resolución de la función de recursividad en el problema dinámico. Lo más factible es que si resulta muy difícil una dirección, se trate con la otra.

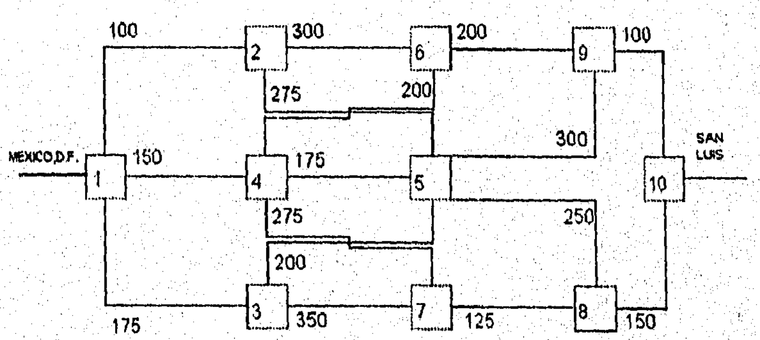
9) En cuanto a la eficiencia y/o efectividad en sí, ésta puede ser una función discreta o continua, en cuanto al sistema que se está optimizando éste puede tener o carecer de restricciones, en cuanto al número de etapas estas pueden ser finitas o infinitas, en al aspecto de la certeza puede ser determinista o probabilista, en la manera de darle una solución ésta puede ser de entrada-salida o de la salida -entrada.

10) Es muy difícil el establecer una regla general que indique cual es el método más apropiado para la resolución de la función de recursividad en el problema dinámico. Lo más factible es que si resulta muy difícil una dirección, se trate con la otra.

2.7 APLICACION A UN PROBLEMA DE TRANSPORTE.

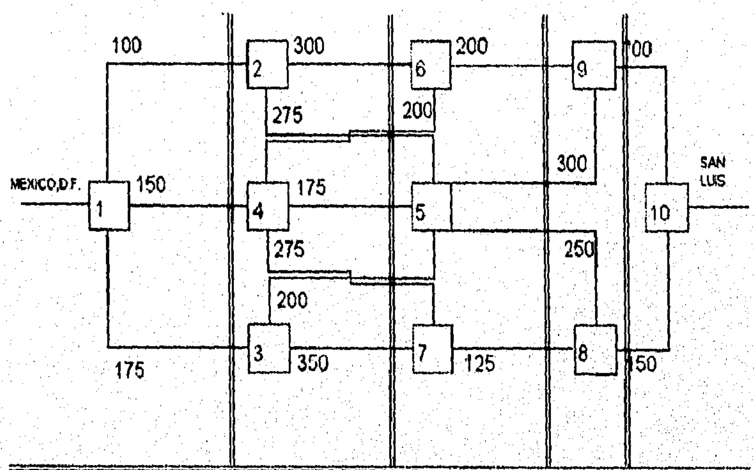
Edgar López es el despachador de camiones para una compañía transportista de San Luis Potosí. Su firma ha ganado un contrato de varias cargas de material tejido en México, D.F. para transportarlas a San Luis Potosí.

Edgar ha estudiado en un mapa las rutas alternas entre estos dos puntos ha construido la red de carreteras en la siguiente figura:



Los cuadros(o nodos como se llaman comunmente) representan el origen(nodo=1 México, D.F.) el destino(nodo=10 San Luis Potosí) y otras ciudades donde las rutas se interceptan(nodos 2,3,4,5,6,7,8,9).

Las flechas(o ramas que es como se llaman) representan carreteras entre los nodos, cada uno con su distancia. El problema de Edgar es encontrar la ruta más corta entre México, D.F. y San Luis Potosí. Ahora vea la siguiente figura. Aquí hemos separado el problema de Edgar en cuatro problemas pequeños(etapa).



Cada una de las etapas se describe por su distancia de San Luis Potosí(medida en las ramas), y los nodos de alimentación y salida de cada etapa se identifican en cada una de las cuatro etapas del problema de Edgar, necesitamos determinar la rama óptima que tomar para moverse de cada nodo de alimentación a un nodo de salida.

Número de etapa	Nodos de alimentación	Nodos de salida
Todos los nodos a 4 ramas de San Luis Potosí	1	2,3,4
Todos los nodos a 3 ramas de San Luis Potosí	2,3,4	6,5,7
Todos los nodos a 2 ramas de San Luis Potosí	6,5,7	9,8
Todos los nodos a 1 rama de San Luis Potosí	9,8	10

ETAPA 1:

Observe el nodo 8 puesto que solo hay una ruta del nodo 8 a San Luis Potosí(nodo 10), esta es la ruta más corta; la distancia es 150 km. Observe ahora el nodo 9. Aquí también solo hay una ruta al nodo 10, que requiere que viajemos 100 km. Así hemos encontrado la ruta óptima de cada nodo de entrada (8 y 9) a un nodo de salida (10).

Los resultados de la etapa 1 son:

Nodo de alimentación	Salida	Ruta	Distancia más Corta a San Luis Potosí
8	10	8-10	150
9	10	9-10	100

La solución parcial a la etapa 1 se muestra en la red parcial de la siguiente figura:

utilizando:

$$g4(E4) = \underset{D4,D3,D2,D1}{Min}[\sigma 4(E4,D4) + \sigma 3(E3,D3) + \sigma 2(E2,D2) + \sigma 1(E1,D1)]$$

sujeto a:

$E_{K-1} = E_K - D_K$ $\quad K = 4,3,2,1$

E_4 = **la ruta más corta entre México, D.F. y San Luis Potosí.**

$E_0 = 0$ **condición inicial del sistema.**

La función recursiva es:

$$gk(Ek) = Min[\sigma k(Ek, Dk) + gk - 1(Ek - 1)]$$

sujeto a: $E_{K-1} = E_{K-1} - D_K$ $K = 4,3,2,1$ $g0(X0) = 0$

optimizando en una sola etapa:

$g1(E1) = Min[\sigma(E1, D1) + g0(E0)$

$D1$

$g0(E0) = 0$

$E1 = D1$

$E0 = 0$

$g1(E1) = Min[\sigma 1(100,100) + (0)] = 100$

$D1$

$g1(E1) = Min[\sigma 1(150,150) + (0)] = 150$

$Min = 100$

$D^* = 100$

ETAPA 2:

El nodo con que comenzamos en cualquier etapa no es importante, así que empecemos con el nodo 7.

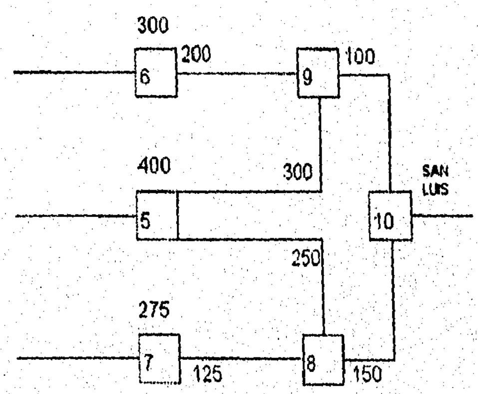
Solo hay un nodo de salida para 7, y éste es el nodo 8, ya sabemos (desde la etapa 1) que la distancia más corta del nodo 7 a San Luis Potosí es 275 Km (125 + 150). Para el nodo 6 ,una vez más solo hay un nodo de salida, y este es el nodo 9. De los resultados de la etapa 1 sabemos que la distancia del nodo 6 a San Luis Potosí es de 300 kilómetros (200 + 100).

Ahora observe el nodo 5, hay dos nodos de salida para el nodo 5; son 8 y 9. De los resultados de la etapa 1 ya sabemos las rutas más cortas de los nodos.

8 y 9 a San Luis Potosí, 150 y 100 kilómetros respectivamente.

Por consiguiente la selección de una ruta optimizante entre el nodo 5 y San Luis Potosí es 500 kilómetros (400 + 100) o 400 kilómetros (250 + 150) la ruta 5-8-10 es la óptima.

Nodos de Alimentación	Salida	Ruta	Distancia más Corta a San Luis Potosí
7	8	7-8	275
6	9	6-9	300
5	8	5-8	400



Note que resolvimos el problema de la etapa 2 al usar los resultados del problema de la etapa 1 (distancias optimas 100 y 150 kilómetros)

La etapa 2 a San Luis Potosí para encontrar la ruta más corta.

Solo de los nodos de la etapa 2 a los nodos de la etapa 1.

$$g2(E2) = \underset{D2,D1}{Min}[\sigma 2(E2,D2) + g1(E1,D1)]$$

sujeto a: **$E_1 = E_2 - D_2$.**

o sea

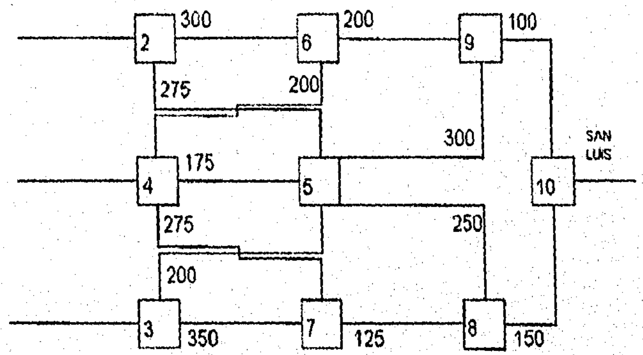
$$g2(E2) = Min[\sigma 2(E2,D2) + g2((E2,D2),D1)]$$
$$g2(E2) = Min[\sigma 2(200,200) + g1(200-200),100] = 300$$
$$g2(E2) = Min[\sigma 2(400,400) + g1(400-400),100] = 400$$
$$g2(E2) = Min[\sigma 2(250,250) + g1(250-250),150] = 400$$
$$g2(E2) = Min[\sigma 2(125,125) + g1(125-125),150] = 275$$
$$Min = 300$$
$$D^* = 300$$

ETAPA 3

Aquí escogemos empezar, usando las respuestas óptimas para los nodos 5 y 6 de la etapa 2 (300 y 400 respectivamente), evaluamos las rutas 2-6 y 2-5 y escogemos 2-6 (300 + 300 es menos que 275 + 400).

Observando el nodo 4 vemos que tenemos tres opciones, usamos las respuestas óptimas para los nodos 6,5 y 7 de la etapa 2 (300,400,275). Evaluamos las rutas 4-6,4-5 y 4-7 y escogemos 4-6 (500 es menor que 575 o 550). Aquí tenemos 2 opciones, las rutas 3-5 y 3-7. Usando las respuestas óptimas para los nodos 5 y 7 de la etapa 2 (400 y 275 respectivamente la ruta 3-5 (600 es menor que 625) los resultados para la etapa 3 son:

Nodos de Alimentación	Salida	Ruta	Distancia más Corta a San Luis Potosí
2	6	2-6	600
4	6	4-6	500
3	5	3-5	600



Note que aquí otra vez hemos resuelto el problema de la etapa 3 al usar los resultados del problema de la etapa 2(las distancias óptimas 300,400 y 275 kilómetros). No tuvimos que medir distancias desde el nodo 3 hasta San Luis Potosí para encontrar la ruta más corta, solo de los nodos de la etapa 3 a los nodos de la etapa 2

$g3(E3) = Min[\sigma 3(E3, D) + g2(E2, D2)]$

sujeto a:

$$E2 = E3 - D3$$
$$g3(E3) = Min[\sigma 3(E3, D3) + g2((E3, D3), D2)]$$
$$g3(E3) = Min[\sigma 3(300,300) + g2((300,300),300)] = 600$$
$$g3(E3) = Min[\sigma 3(200,200) + g2((200-200),300)] = 500$$
$$Min = 500$$
$$D^* = 500$$

ETAPA 4.

Solo hay un nodo de entrada a la etapa 4, nodo 1, así que tenemos 3 elecciones(la ruta 1-2, la 1-4 a la 1-3).

Al usar la salida de las tres rutas, escogemos 1-4(650 es menor que 700 o 750) los resultados de la etapa 4 son:

Nodos de Alimentación	Salida	Ruta	Distancia más Corta a San Luis Potosí
1	4	1-4	650

$$g4(E4) = Min[\sigma 4(E4, D4) + g3(E3, D3)]$$

Sujeto a:

$$E3 = E4 - D4$$

$$g4(E4) = Min[\sigma 4(E4, D4) + g3((E4 - D4), D3)]$$
$$g4(E4) = Min[\sigma 4(150,150) + g3((150,150),500)] = 650$$

Etapa 4	1	4	1-4	650
	2	6	2-6	600
Etapa 3	4	6	4-6	500
	3	5	3-5	600
	7	8	7-8	275
Etapa 2	6	9	6-9	300
	5	8	5-8	400
	8	10	8-10	150
Etapa 1	9		9-10	100

BIBLIOGRAFIA.

Enfoques Cuantitativos a la Administración.

Richard I. Levin.

EL PROBLEMA DE LA MOCHILA.

Una clase importante de problemas de Programación Dinámica deriva su nombre de la siguiente situación ilustrativa. Un caminante puede acarrear en su mochila 11 libras de comida. Debe elegir entre cuatro artículos, cada uno de los cuales viene en paquetes marcados con claridad, pero sellados.
Los datos de estos artículos se presentan en la tabla siguiente.

ARTICULO	PESO POR PAQUETE	UTILIDAD POR PAQUETE
A	1	2
B	2	5
C	3	6
D	4	12

EN ESTA TABLA "UTILIDAD POR PAQUETE " SIGNIFICA UNA MAGNITUD COMPUESTA DE PREFERENCIA EN TERMINOS DE SABOR, CUALIDAD NUTRIENTE, ENERGIA Y TODOS LOS DEMAS ATRIBUTOS RELEVANTES.

Al caminante le gustaría la utilidad total sujeto a la restricción de peso total.
Por ejemplo, puede elegir 11 paquetes A para obtener una utilidad de 2 por cada uno, con un total de 22. Una alternativa consiste en escoger 3 unidades de C y 1 de B para una utilidad de (3*6) +5 = 23. El caminante está obligado a elegir paquetes completos. Por ejemplo, no puede elegir 11/4 paquetes del artículo D.

Esto se puede formular como problema de Programación Matemática en la siguiente forma, sea:

Z_1 = número de paquetes del artículo A.

Z_2 = número de paquetes del artículo B.

Z_3 = número de paquetes del artículo C.

Z_4 = número de paquetes del artículo D.

Máx $2Z_1 + 5Z_2 + 6Z_3 + 12Z_4$

s.a. $1Z_1 + 2Z_2 + 3Z_3 + 4Z_4 <= 11$

$Z_1, Z_2, Z_3, Z_4 >= 0$ y entero.

DEFINICIÓN DE ETAPAS PARA EL PROBLEMA DE LA MOCHILA

	ETAPA			
	4	**3**	**2**	**1**
Artículo por elegir	D	C	B	A
Variable de decisión	Z_4	Z_3	Z_2	Z_1
Función por establecer.	$f_4(x)$	$f_3(x)$	$f_2(x)$	$f_1(x)$
	inicio			final

Esto es un modelo de Programación Entera, puesto que las variables de decisión Z_1, Z_2, Z_3 y, Z_4 tienen la restricción de ser valores enteros. A esto obligan las condiciones de que sólo se pueden escoger paquetes enteros.

Este problema se puede resolver mediante Programación Dinámica. Sabemos que los valores $Z_1, \ldots, Z_4$ se deben elegir de modo que se satisfega la restricción, por lo tanto, hay una interacción entre las variables. Sin embargo, en la Programación Dinámica se piensa elegir los valores en forma secuencial.

En la figura anterior ilustra el proceso. Se puede pensar en que el proceso se desarrolla en el tiempo en INICIO con la etapa 4 y concluyendo en FIN con la etapa 1. En otras palabras, primero se elige Z_4, el número de paquetes de D que se pondrán en la alforja. Después se elige Z_3, el número de paquetes del artículo C, etc. La información producida en la etapa 'n' está contenida en la función **$f_n(x)$**. Por lo tanto necesitamos definir ésta función para el problema de la mochila. En la figura anterior tenemos identificadas las etapas. No obstante, todavía debemos identificar el estado con el objeto de definir . $f_n(x)$. Y crear la relación recursiva. Piénsese de ésta manera. Supóngase que alguien ha elegido ya Z_4 Z_3 y Z_2 que se tendría que saber sobre esas decisiones para escoger Z_1 . si usted contestó: "el peso total ya asignado" o "el peso que falta por asignar", esta listo ya para comenzar a trabajar con las fórmulas de recurrencia. El estado, al principio de la etapa **n**, será designado como **x**, que representa la cantidad de capacidad todavía disponible(es decir, aún sin asignar).

Como primer paso en el proceso de formulación, definamos

$f_n(x)$ = **máxima** utilidad posible cuando se está en la etapa **n** y aún están disponibles **x** libras de capacidad.

Nuestra meta consiste en encontrar . $f_4(11)$, la máxima utilidad posible cuando tenemos que elegir el número de paquetes de los cuatro artículos y están disponibles las 11 libras de capacidad. Para definir la relación de recurrencia, es conveniente poner:

W_i = **peso** en libras por paquete del artículo con el que se va a trabajar en la etapa i, por lo tanto, W_1 es el peso por paquete del artículo A(esto es, 1 libra).

U_i = **utilidad** por paquete del artículo con el que se trabajó en la etapa y, por lo tanto U_1 es la utilidad por paquete del artículo A(o sea, 2).

También debemos desarrollar un sistema para acotar Z_i a un conjunto de alternativa factibles. Supóngase, por ejemplo, que x = 7 en la etapa 3. Esto implica que todavía, y queremos elegir el valor óptimo de Z_3 , el número de paquetes del artículo C, para colocarlos en la mochila. Puesto que cada paquete de C pesa 3 libras(es decir W_3 = 3) y están disponibles 7 libras de capacidad, podemos optas por colorcar 0,1, ó 2 paquetes en la mochila (esto es Z_3 = 0,1 ó 2).

Cualquier número mayor de paquetes excedería la capacidad.

Para representar una noción general, sea **[X/W$_n$]** el mayor entero igual o menor que **X/W**. En nuestro ejemplo, n = 3, entonces, **W_n = 3** y **X = 7**. Dado que **7/3=2.33** vemos que **[X/W$_n$] = 2.** Vemos por lo tanto que los valores factibles de **Z_3** son los enteros de 0 a **[X/W$_n$].** Con ésta notación tenemos que, en general,

$$f_n(x) = \underset{Z_n = 0,1,\ldots,[X_n/W_n]}{\text{Máx}} \{U_nZ_n + f_{n-1}(X \quad W_nZ_n)\}$$

donde la notación **máx** $_{z_n=0,1,\ldots,[X_n/W_n]}$ significa que debemos seleccionar Z_n de modo que sea uno de los enteros de 0 a **[X/W$_n$].** En particular, cuando n=4 y x=11, la expresión anterior se convierte en:

$$f_4(11) = \underset{Z_4 = 0,1,2}{\text{Máx}} \{12z_4 + f_3(11-4z_4)\}$$

para comprender la ecuación anterior, recuérdese que puesto que n =4, vamos a decidir cuantas unidades de D pondremos en la mochila.

Ya que **X** = 11, ninguna parte de la capacidad ha sido asignada. Considérese ahora los términos entre las llaves. El término $12z_4$ es la utilidad que adquiere el caminante al poner Z4 unidades de D en la mochila. El término $(11 - 4z_4)$ es la capacidad de la mochila, disponible para ser asignada a los otros artículo, y $f_3(11-4z_4)$ es la máxima utilidad que se puede obtener con ésta capacidad sin asignar. La expresión máx $_{z_4=0,1,2}$ nos dice que haremos z_4 igual a 0,1 ó 2 según cual valor produzca el mayor valor de la suma entre las llaves. La cota superior 2 se eligió por que es el mayor valor de la suma entre las llaves, el mayor entero menor o igual a 11/4. Si intentamos poner más de dos paquetes de D en la mochila, se excederé la capacidad.

Para encontrar $f_4(11)$ empezamos con $f_1(x)$ para $x=0,1,2,...11$ y nos abrimos camino entre $f_2(x)$ y $f_3(x)$.

ETAPA 1

En ésta etapa trataremos de decidir cuántos paquetes del artículo A se pondrán en la mochila, en función de la parte de ella que todavía está disponible. En un problema fácil. Basta con llenar cualquier capacidad disponible con paquetes de A. Dado que cada paquete de A pesa 1 libra,

$z_1^{\bullet}(x) = x$, o sea que elegimos un paquete de A por cada libra disponible de capacidad.

También, cada paquete tiene una utilidad de 2, por lo que

$$f_1(x) = 2x \quad \{x=0,1,2,...,11\}$$

ETAPA 2

La relación de recurrencia de la etapa 2(o sea, B unidades) queda definida mediante la adaptación de la ecuación:

$$f_n(x) = \text{máx}\,(U_nZ_n + f_{n-1}\,(X \quad W_nZ_n\,))$$

$$Z_n = 0,1,.......[X_n/W_n]$$

a ésta etapa por lo tanto,

$$f_2(x) = \underset{z_2 = 0,1,.......[X/2]}{\text{máx}}\,(5z_2 + f_1(X - 2z_2))$$

ETAPA 3

Adaptando la expresión anterior a la etapa 3 se obtiene

$$f_3(x) = \underset{z_3 = 0,1,.......[X/3]}{\text{máx}}\,(6z_3 + f_2\,(X - 3z_3))$$

aprovechando el hecho de que

$f_2(x) = 2x + [x/2]$, tenemos

$f_2(x - 3z_3) = 2(x - 3z_3) + (x - 3z_3)/2$

$f_3(x) = \text{máx}\,(6z_3 + 2(x - 3z_3) + (x - 3z_3)/2)$

los resultados se muestran en la siguiente tabla:

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$z_3(x)$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$f_3(x)$	0	2	5	7	10	12	15	17	20	22	25	27

ETAPA 4.

Dado que en ésta etapa sabemos que están disponibles las 11 libras de capacidad, sólo tenemos que encontrar $f_3(11)$ cuando nuestra tabla tiene solo un renglón. Los cálculos se presentan en la tabla siguiente:

	$12z_4 + f_3(11 - 4z_4)$				
X	0	1	2	$f_4(11)$	$Z^*_4(11)$
11	0 + 27 = 27	12 +17 = 29	24 + 7 = 31	31	2

en síntesis

A	1 Paquete
B	1 Paquete
C	0 Paquetes
D	2 Paquetes

valor óptimo de la función objetivo = 31

EJEMPLO TOMADO DE:INVESTIGACION DE OPERACIONES

TAHA 1992 CAP.17

CAPITULO 3
PROGRAMACION DINAMICA
PROBABILISTICA

3.1 ASPECTOS FUNDAMENTALES.

La importancia de conocer y analizar situaciones requieren de tomar decisiones, a fin de elegir la mejor alternativa para maximizar o minimizar según convenga. El tomar decisiones nos obliga necesariamente a administrar, planear etc. Para que así se pueda llevar a la practica lo planeado y controlar lo planeado, pero sin olvidar:

organizar recursos:

financieros
materiales
tecnológicos
humanos

costosos
limitados

Las decisiones que se toman en la Programación Dinámica, deben de ser para mejorar la distribución de los recursos, tales decisiones deben de ser:

a) Optimas.

b) Consistentes.

Las decisiones que se llegan a tomar se hacen bajo alguna de las situaciones siguientes:

a) Bajo Certeza.

b) Bajo Riesgo

c) Bajo Incertidumbre.

d) Bajo Conflicto.

dichas situaciones se encuentran relacionadas con estados de la naturaleza; donde un estado es una combinación de factores exteriores tales como:

*** Situaciones Económicas**

*** Situaciones Politicas.**

*** Situaciones Sociales.**

*** Climas Huelgas Laborales etc.**

A) Bajo Certeza: Conozco el estado único de la naturaleza y por lo tanto lo que va a ocurrir.

B) Bajo Riesgo: Tengo varios factores, por lo que puedo determinar la probabilidad de ocurrencia de cada uno.

C) Bajo Incertidumbre: No conozco la distribución de probabilidad de cada uno de los estados de la naturaleza por lo tanto recurro a conceptos filosóficos o incluso psicológicos para poder tomar una decisión.

NOTA: en **A) B) y C)** se trabaja con estados de la naturaleza.

D) Bajo Conflicto: Enfrento oponentes racionales gente pensante. Esto se maneja por medio de la teoría de juegos.

ejemplo: juegos de estrategia, estrategias competitivas, ajedrez, póker etc.

Hasta aquí hemos visto porque es tan importante el tomar una buena decisión, dado que las decisiones se han de tomar porque enfrentamos problemas y frente a un problema nosotros debemos dar una de las alternativas siguientes:

* **Absolución**: Ignorar el problema.

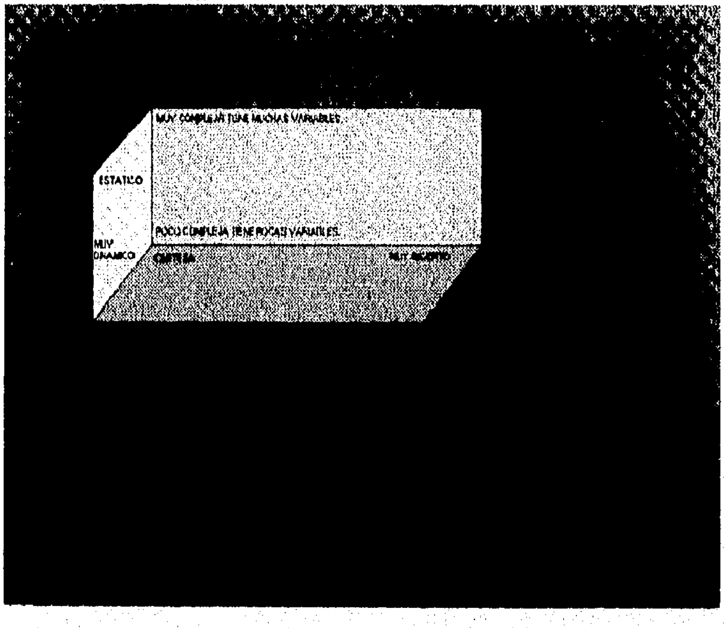
* **Solución**: Experimento para encontrar una buena solución.

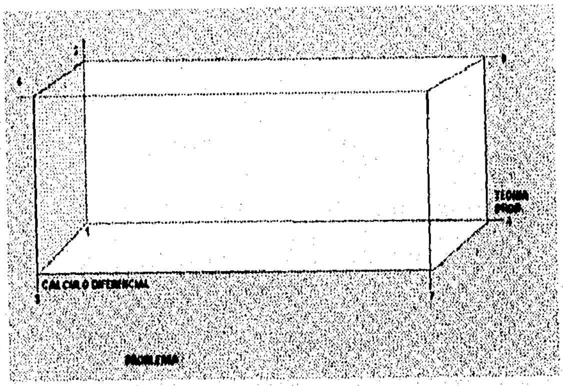
* **Resolución**: Utilizar el método científico análisis cuantitativo para encontrar la alternativa óptima.

* **Desolución**: Idealizar un sistema tal que el cambio permita un mejor desempeño hacia la alternativa buscada. Todo problema se ha de encontrar formado por tres elementos: *** Complejidad o número de variables.**

* Dinamismo(involucra a el tiempo).

*Incertidumbre.





podemos situar modelos matemáticos a partir de éste concepto:

1) Característica

*** Pocas Variables.**

*** Estático.**

*** Cierto**

Técnica:

* Algebra.

Ejemplo:

Seleccionar un proveedor de computadoras de entre 3 de ellos, donde consideremos el precio, fecha de entrega y calidad.

$$a_{11}x_{11} + a_{12}x_{12} + a_{13}x_{13} = b_1$$

$$a_{21}x_{21} + a_{22}x_{22} + a_{23}x_{23} = b_2$$

$$a_{31}x_{31} + a_{32}x_{32} + a_{33}x_{33} = b_3$$

2) Características:

*** Muchas Variables.**

*** Muy Dinámico.**

*** Certeza.**

Técnica:

* Modelos de control de inventarios(demanda conocida).

* Balanceo de líneas.

Ejemplo:

En los modelos de control de inventarios(stocks) hay dos decisiones básicas.

1) Cuanto Pedir.

2) Cada Cuando Pedir(ya que los inventarios afectan directamente a los activos de una empresa).

3) Características:

*** Muchas Variables.**

*** Muy Dinámico.**

*** Muy Inciertas.**

,Técnica:

* Programación Dinámica.

* Modelos de Reemplazo.

Ejemplo: (P.D.)

* Nivelación de Producción.

* Congestiones de Producción.

* Compras de Equipo.

* Estabilización de Empleo.

* Inventarios Optimos.

* Otorgamientos de Dividendos.

* Reinversion de Utilidades.

* Análisis y Evaluación de Proyectos de Inversión.

* Localización de Plantas Industriales.

3.2¿ QUE ES LA PROGRAMACION DINAMICA PROBABILISTA ?

Hablar de Programación Dinámica Probabilista, es hablar de la aleatoriedad de las variables de decisión, de el azar, de un proceso de decisión de **"n"** etapas, el cual, se ha de encontrar asociado con almenos una decisión de un **proceso aleatorio.**

Cuando la información se nos ha de presentar en términos de la probabilidad, los problemas de la Programación Dinámica Probabilisla son posibles de resolver; aunque los resultados que se arrojen, también se encuentran en términos de probabilidad.

Sin embargo gran parte de los problemas se encuentran rodeados por un alto grado de dificultad que en muchos de los casos será notorio.

La Programación Dinámica Determinista difiere de la Programación Dinámica Probabilista, en que el estado en la siguiente etapa no está completamente determinada por el estado y la política de decisión de la etapa actual.

En este caso, existe una distribución de probabilidad para determinar cual será el estado en la siguiente etapa. Sin embargo, ésta distribución de probabilidad debe de quedar bien determinada por el estado y la política de decisión de la etapa actual. Debido a la estructura probabilistica la relación entre $f_n(S_n X_n)$ y $f_{n-1}(S_{n+1})$ necesariamente es más complicado que para el caso determinista.

3.3 PROCESOS MARKOVIANOS DE DECISION.

Resulta interesante el estudio de los Procesos Markovianos de Decisión, dado que no es una herramienta aislada sino que viene a ser una de las herramientas fundamentales en la Programación Dinámica Estocástica. o Probabilista, a continuación definimos que es un Proceso Markoviano de Decisión.

Sea (X_t) una Cadena de Markov finita que se encuentra en un tiempo t, $t = 0,1,2,\ldots$ y que puede encontrarse en algún estado i, $i = 0,1,2,\ldots,M$ después de cada observación que se realiza, el decisor **q** puede elegir un camino de acción entre las **k** posibles alternativas siendo **k** un número finito.

Si se tiene que el proceso se encuentra en un estado **i** en un tiempo **t** y además, se ha de tomar la decisión **q**, esto indica que existe un costo esperado conocido y que se define como sigue:

1) $C(i,q)$ se lee como: costo, cuando el proceso se ha de encontrar en un estado **i** y se toma la decisión **q**.

2) El estado siguiente del proceso **j**, ocurre por una probabilidad de transición que se denota como sigue:

$P_{ij}(q)$ y se lee como: $P_{ij}(q)$ es la probabilidad de transición del estado **i** al estado **j** por que se ha tomado una decisión **q**.

Llamamos política **R(o estrategia de decisión)** a la regla de decisión para cada periodo de tiempo **t** dependiendo de el estado del proceso.

Siendo la política tomada una especificación de alguna decisión que se ha tomado en algún periodo de tiempo **t**.

Por lo que la secuencia $(d_0(R),d_1(R),d_2(R),\ldots,d_m(R))$ indica la política, o regla de decisión que se han de tomar para un proceso que se encuentre en los estados **0,1,2,........m (d_i(R) = q, donde q = 1,2, . . . k), (estado en el que se encuentra i donde i=0,1, . . .m) -(se mueve hacia un nuevo estado j donde j = 0,1, . . .m) (en el periodo de tiempo t, donde t = 0,1,. . .).**

,Por lo tanto llamaremos Proceso Markoviano de Decisión al siguiente conjunto

{X_t,q_t}

estado de el sistema en el periodo t — **decisión que se toma en el periodo t**

dado que se conoce a C(i,q) el costo esperado por unidad de tiempo, **para cualquier política R**, denotada por **E(c)** se ha de calcular de la siguiente **forma:**

$$E(C) = \sum_{i=0}^{M} C(i,q)\pi i \qquad [3.3.1]$$

Costo Esperado Por Unidad de Tiempo — Costo Esperado Conocido — Probabilidad de Que el Sistema se Estabilice a Largo Tiempo

[3.3.1] Ver Métodos y Modelos de Investigación de Operaciones Vol. 2 Juan Prawda Witenberg. Ed. Limusa. Pg 405-419.

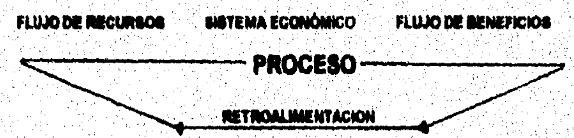
3.4 CONCEPTO DE MODELO.

Modelo: Es la manera más conveniente de representar la realidad.

Siendo la abstracción de un sistema.

Entrada———PROCESO———Salida

Sistema: Un conjunto de elementos interrelacionados, interdependientes, y con un fin común por el cual el sistema existe.



3.6 TIPOS DE MODELOS.

Icónicos: Son aquellos que representan a la realidad a una cierta escala.

ejemplo: Avión a escala.

Maqueta.

Plano.

Fotografía.

Organigrama.

Analógicos: Son modelos que representan situaciones dinámicas, muestran las características del acontecimiento bajo estudio.

Ejemplo: Diagrama de flujo.

Arbol genealógico.

Túnel de viento.

Distribución de probabilidad.

Curvas de oferta y demanda.

Histograma.

Cadenas de Markov.

Simbólico: Pueden ser descriptivos como documentos etc. o explicativos como una función . Son verdaderas representaciones de la realidad mediante números, letras y símbolos matemáticos.

ejemplo: Ecuación.

$$Y = a_x + b$$

$$(X + Y - 3)d_x$$

3.6 NATURALEZA DE LA TOMA DE DECISIONES.

Decisiones: Etimológicamente significa **"corte"** futuro, es un corte entre el pasado y el presente para crear una situación nueva.

Definiciones A) Es el fin de un proceso.

B) Es el fin de un proceso y el comienzo de otro.

C) Una determinación.

D) Una acción.

E) La ruptura de una situación para crear una nueva.

Es así, que resulta la importancia de tomar decisiones para lograr los objetivos, alcanzar una meta,efectuar un cambio, resolver un problema, lograr algo nuevo etc. El logro de tales objetivos o alcanzar esas metas depende de estados que no son controlados por el decisor; tales como estados de la naturaleza u ponentes racionales.

Estados de la naturaleza: Es una combinación de factores resultantes, tales como situaciones climatológicas, huelgas laborales, estudio de la economía, problemas políticos etc.

Oponente racional: Es una persona inteligente que conoce o puede suponer diversas situaciones del opositor. Un aspecto que es por demás importante es el modelo general de decisiones, el cual se describe de la manera siguiente:

A_i = FILAS

E_j = COLUMNAS

R_{ij} = INTERSECCION DE FILAS Y COLUMNAS

MATRIZ DE DECISIONES O MATRIZ DE CONSECUENCIAS

ALTERNATIVAS ESTRATEGIAS CURSOS DE ACCION	ESTADOS DE LA NATURALEZA									
	E1	E2	E3	Ej						En
A1	R11	R12	R13	R1j	—	—	—	—	—	R1n
A2	R21	R22	R23	R2j	—	—	—	—	—	R2n
A3	R31	R32	R33	R3j	—	—	—	—	—	R3n
. . .	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Ai	Ri1	Ri2	Ri3	Rij	—	—	—	—	—	Rin
Am	Rm1	Rm2	Rm3	Rmj	—	—	—	—	—	Rmn

Llamamos procesos estocásticos a todo aquel sistema que se desarrolla en el tiempo, mientras pasa por fluctuaciones al azar o leyes de la probabilidad.

Un sistema de este tipo se define de la siguiente forma:
se considera una familia de variables aleatorias **{X_t}**, donde **{X_t}** mide, en un instante **t**, el aspecto del sistema bajo estudio, **t** es un punto en un espacio **T**, llamado **ESPACIO PARAMETRAL,** y donde para cada **t que pertenece a T,** es un punto en un espacio **S** llamado **ESPACIO DE ESTADOS.**
(**X_t** toma los valores de un conjunto **S** espacio de estados, **t** es un punto en un espacio **T** espacio paramétrico).

Cualquier secuencia de valores asociados a un proceso estocástico se define como una realización del proceso.

Ejemplo:

$X_0 = 9, \quad X_1 = 3, \quad X_2 = 324, \quad X_3 = 8 \ldots\ldots\ldots$

El valor asociado a X_t es el estado del proceso en el tiempo t.

A todo cambio de estado se denomina **TRANSICION.**

Todo proceso estocástico se llama discreto si contiene valores discretos, de lo contrario es continuo.

Hablar de procesos estocásticos es de suponerse que tienen la propiedad de Markov, es decir muchos sistemas tienen la propiedad de que el **estado** futuro, depende de el presente y es totalmente independiente del pasado.

A los sistemas con dichas características se llaman **CADENAS DE MARKOV.** Lo anterior se expresa de la siguiente manera:

$$P\{ X_{t+1} = j \mid X_0 = K_0, X_1 = K_1, \ldots X_{t-1} = K_{t-1}\ X_t = i \}$$

$$= \quad P\{X_{t+1} = j \mid X_t = i \}$$

para cualquier **t** no negativa y $X_0, X_1, X_2, .. X_{t-1}$ que pertenece a **S** tal expresión indica que: la probabilidad condicional de encontrarse en el periodo **t+1**, en el estado **j**, depende únicamente del valor del estado en el periodo **t** y es independiente del pasado **(periodos 0,1,2,t-2,t-1).** Las probabilidades condicionales $P\{X_{t+1} = j \mid X_t = i\}$ se llaman probabilidades de transición de la cadena.

Definimos a $P_{ij} = P\{X_{t+1} = j \mid X_t = i\}$ para toda **i,j** como probabilidades de transición más grandes.

$$P_{ij(n-t)} = P\{X_{(n)} = j \mid X_{(t)} = i\} \qquad (t<n)$$

Solo dependen de la diferencia **n-t**, estas probabilidades de transición se llaman: **estacionarias(homogéneas en el tiempo).**

Un proceso estocástico **{X_t}** será una cadena de Markov finita si tiene las propiedades siguientes: **1) Cumple con la propiedad de Markov.**

2) El espacio de estados es finito.

3) Las probabilidades de transición son estacionarias(homogéneas en el tiempo)

4) Son conocidas las probabilidades iniciales $P\{X_0 = i\}$ para toda i.

Las probabilidades de transición se arreglan en una matriz de probabilidad

$$
P = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} & \cdot & \cdot & \cdot \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} & \cdot & \cdot & \cdot \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix}
$$

Donde el primer subíndice representa al renglón, y el segundo a la columna. **P** es una matriz cuadrada, a ésta matriz(finita o infinita) se le llama matriz estocástica, cualquier matriz estocástica puede servir como matriz de probabilidades de transición.

Las probabilidades de transición para "n" periodos se representa de la manera siguiente:

$P_{ij}^{(n)}$ y se define como:

$$P_{ij}^{(n)} = P\{X_{t+n} = j \mid X_t = i\}$$

dado que $P_{ij}^{(n)}$ son probabilidades condicionales que deben de satisfacer:

$P_{ij}^{(n)} >= 0$, para toda i,j y n = 0,1,2,3, . . .

y donde **m** se encuentra representando a los diferentes estados por donde el proceso puede llegar a pasar.

La matriz de probabilidades de transición "n" periodos es la siguiente:

ESTADOS	0	1	2	m
0	$P_{00}^{(n)}$	$P_{01}^{(n)}$	$P_{02}^{(n)}$	.... $P_{0m}^{(n)}$
$P^{(n)} = 1$	$P_{10}^{(n)}$	$P_{11}^{(n)}$	$P_{12}^{(n)}$	$P_{1m}^{(n)}$
	.	.	.	.
	.	.	.	.
m	$P_{m0}^{(n)}$	$P_{m1}^{(n)}$	$P_{m2}^{(n)}$	$P_{mm}^{(n)}$

Es importante mencionar, que en una matriz de probabilidades de transición contiene elementos **no negativos**, ésto se debe a que es una matriz de probabilidades, y la suma por renglones es 1, ya que representa todas las posibilidades de un estado dado.

Una gran ventaja de la representación matricial, es que indica con claridad las relaciones entre los estados.

Probabilidades de transición: llamamos probabilidad de transición a la probabilidad de pasar de un estado a otro en solamente un paso, si el paso no es posible la probabilidad de transición es cero, siendo posible el permanecer en el mismo estado.

Procesos de Markov: los procesos de Markov son aquellos en que el estado, futuro depende únicamente del presente inmediato. Dichos procesos son conocidos también como procesos sin memoria.

Proceso homogéneo en el tiempo: un proceso es homogéneo en el tiempo si las probabilidades de transición no dependen de las distintas épocas.

Estado recurrente: se dice que **i** es un factor recurrente si y sólo si, una vez que el proceso se encuentra en el estado **i**, regresa al estado **i**.

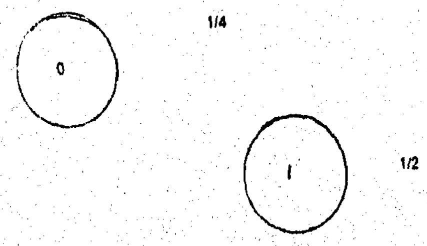
Estado absorbente: se llama estado absorbente si una vez que el proceso llega a él, y no lo deja jamas, si $P_{ii} = 1$.

Estado transitorio: se dice que **i** es un estado transitorio, si una vez que llega a él, existe una posibilidad estrictamente positiva de que nunca regrese.

Matriz doblemente estocástica: una matriz estocástica **P** se llama doblemente estocástica si, además de las sumas de cada renglón, las sumas de cada columna son iguales a uno.

ESTADOS	0	1	2	3	4
0	¼	¾	0	0	0
1	½	½	0	0	0
2	0	0	1	0	0
3	0	2/3	1/3	0	0
4	1	0	0	0	0

La matriz **P** es recurrente en los estados 0 y 1 porque una vez que se encuentra en el estado **I** regresa a **I** .



es absorbente porque $\mathbf{P}_{ii=1}$ y no lo abandona, $\mathbf{P}_{22=1}$ es transitorio porque los estados 3 y 4 son: $\sum_{j=1}^{\infty} f_{ij} < 1$

3.7 IMPORTANCIA DE LA TOMA DE DECISIONES.

Al hablar de toma de decisiones, estamos hablando sin lugar a dudas de la herramienta más poderosa para enfrentar y dar solución a un problema.

La toma de decisiones tiene una importancia que resulta ser vital para todo aquel individuo que ejerce la función gerencial, siendo a éste nivel los que mayores beneficios pueden obtener. Las decisiones que tomamos son complejas e importantes debido a que requieren discusión y pensamiento esto quiere decir que si en una organización hay incompatiblidad entre gerencia y objetivos de la empresa(ésto se puede dar sin saberlo) se crea un ambiente incierto y por lo tanto una decisión que puede ser simple llega a originar confusiones. El tomar una decisión puede ser sumamente dificultoso debido a situaciones económicas, políticas, sociales etc. Podemos ejemplificar a la ubicación de una empresa, ésta debe de considerar vias de comunicación, transporte, el impacto que tendra a los alrededores de la comunidad y que otras empresas se encuentran, cuales son los salarios, prestaciones etc. con el obejtivo de evitar hasta donde sea posible la fuga de mano de obra. Finalmente diremos que la importancia de la toma de decisiones es un proceso en donde un individuo a nivel gerencia enfrenta un problema, busca un curso alterno especifico de acción entre un conjunto de posible cursos de acción disponibles; siempre auxiliado por un modelo matemático.

3.8 METODOS DE SOLUCION USUALES.

1) PROGRAMACION LINEAL.
2) ALGORITMO PARA MEJORAR POLITICAS.
3) FACTOR DE DESCUENTO.
4) ALGORITMO PARA MEJORAR POLITICAS CON EL USO DE FACTOR DE DESCUENTO.
5) ALGORITMO DE PROGRAMACION LINEAL CON FACTOR DE DESCUENTO.
6) METODO DE APROXIMACIONES SUCESIVAS.

Estos métodos pueden encontrarse trabajando con o sin factor de descuento.

3.8.1 ALGORITMO DE PROGRAMACION LINEAL.

Con anterioridad se hizo notar que una política **R** puede representarse como una regla para tomar una decisión $d_i(R)$ en el estado i.

Decisiones, q

$$\text{Estado i}\quad \begin{array}{c} 0 \\ 1 \\ 2 \\ \vdots \\ M \end{array} \begin{bmatrix} D_{01} & D_{02} & D_{03} & D_{04} \ldots D_{0k} \\ D_{11} & D_{12} & D_{13} & D_{14} \ldots D_{1k} \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} & D_{24} \ldots D_{2k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots\cdots \\ D_{M1} & D_{M2} & D_{M3} & D_{M4} \quad D_{MK} \end{bmatrix}$$

De igual manera es posible caracterizar asignando los valores D_{iq} = 0 o 1 de la siguiente forma:

$$\textbf{donde } D_{iq} \begin{cases} \mathbf{1}, \text{ si la acción } \mathbf{q} \text{ se asocia al estado } \mathbf{i}. \\ \mathbf{0} \text{ si la acción } \mathbf{q} \text{ no se asocia al estado } \mathbf{i}. \end{cases}$$

Es decir cada renglón debe contener un solo **1**, y el resto de los elementos deben de ser igual a **0**, en donde la suma de cada uno de los renglones en la matriz deben de ser igual a 1. Si se tiene que **D_{iq} = 1** se ha de interpretar como la probabilidad de elegir una y solamente una decisión (recuerde que **D_{iq}** es la sumatoria q = 1 hasta k) el elemento que requiere le decisión **q** cuando se encuentra en el estado **I**. Dado que los **D_{iq}** son enteros **(0 o 1)** y se requieren variables continuas para un planteamiento de programación lineal y la aplicación de las técnicas correspondientes.

D_{iq} = Probabilidad(decisión = q,estado=I) q=1,2,...k
I=0,1,...M

La definición anterior, indica que cada renglón de la matriz **D** se ha de convertir en la probabilidad de decisión que se toma en el estado **I**

Es decir que la interpretación de una política aleatoria a **D_{iq} = 0 o 1** y la política determinista a **D_{iq}= 0 o 1.** Cada uno de los renglones que forman a la matriz **D** en donde **(D_{i1},D_{i2},D_{i3},...D_{iq})** es la probabilidad de decisión que se ha de tomar cuando el sistema **se encuentre en el estado I.**

Un planteamiento para la Programación Lineal se ha de expresar mejor en términos de una variable **Y_{iq}, donde Y_{iq}** es una variable de tipo continua, y la que se ha de encontrar relacionada con **D_{iq}** como sigue:

Sea **Y_{iq}** la probabilidad incondicional(de estado estacionario) de que el sistema se encuentre en un **estado I** dado que se ha **de** tomado una decisión que es decir: **Y_{iq}= probabilidad(estado= I y decisión=q).**

La relación que se da entre **Y_{iq}** y **D_{iq}** se da por la siguiente: **Y_{iq}=C_iD_{iq}**
CI tiene por significado la probabilidad de un estado **I=0,1,...M,** en donde

$$CI = \sum_{q=1}^{k} Yiq$$

por lo tanto Yiq=CIDiq

$$Diq = \frac{Yiq}{CI}$$

$$Diq = \frac{Yiq}{\sum_{q=1}^{k} Yiq}$$

en donde **Y_{iq}** se encuentra sujeto a las restricciones:

1) Dado que $\sum_{i=0}^{M} Ci = 1$, se tiene que $\sum_{i=0}^{M}\sum_{q=1}^{k} Yiq = 1$

2) $Cj = \sum_{i=0}^{M} CiPij$ se deriva:

$$\sum_{q=1}^{k} Yiq = \sum_{i=0}^{M}\sum_{q=1}^{k} YiqPij(q)\, j = 0,1,\dots M$$

donde **P_{ij}** se ha de obtener de la matriz de transferencia correspondiente a la acción **q**.

3) Y_{iq} para toda i,q, i=0,1,...M q=1,2,...k

La elaboración de la función objetivo del Programa Lineal, ha de partir de: $E(c) = \sum_{i=0}^{M} C(i,q)Ci$ sustituyendo Ci: $E(c) = \sum_{i=0}^{M}\sum_{q=1}^{k} C(i,q)Yiq$ en términos de Y_{iq}

$$min \sum_{i=0}^{M}\sum_{q=1}^{k} CiqYiq$$

$$\text{sujeto a: } \sum_{i=0}^{M}\sum_{q=1}^{k} Yiq = 1$$

$$\sum_{q=1}^{k} Yiq - \sum_{i=0}^{M}\sum_{j=1}^{k} YiPiq(q) = 0$$

$$j = 0,1,2,\dots M$$

$$Yiq(0)$$

$$i = 0,1,\dots M$$

$$q = 1,2,\dots k$$

la obtención de la **Y_{iq}** por algún método de Programación Lineal, se procede a la obtención de las **D_{iq}**.

$$Diq = \frac{Yiq}{\sum_{q=1}^{k} Yiq} \qquad\qquad Diq' = \frac{Yiq}{\sum_{q=1}^{k} Yiq'}$$

desarrollando

$$Y_{0q} - (Y_{01}P_{00}(q) + Y_{02}P_{00}(q) + Y_{03}P_{00}(q) + Y_{11}P_{10}(q) + Y_{12}P_{10}(q) + Y_{13}P_{10}(q) +$$
$$Y_{21}P_{20}(q) + Y_{22}P_{20}(q) + Y_{23}P_{20}(q) + Y_{31}P_{30}(q) + Y_{32}P_{30}(q) + Y_{33}P_{30}(q))$$
$$Y_{1q} - (Y_{01}P_{01}(q) + Y_{02}P_{01}(q) + Y_{03}P_{01}(q) + Y_{11}P_{11}(q) + Y_{12}P_{11}(q) + Y_{13}P_{11}(q) +$$
$$Y_{21}P_{21}(q) + Y_{22}P_{21}(q) + Y_{23}P_{21}(q) + Y_{31}P_{31}(q) + Y_{32}P_{31}(q) + Y_{33}P_{31}(q))$$
$$Y_{2q} - (Y_{01}P_{02}(q) + Y_{02}P_{02}(q) + Y_{03}P_{02}(q) + Y_{11}P_{12}(q) + Y_{12}P_{12}(q) + Y_{13}P_{12}(q) +$$
$$Y_{21}P_{22}(q) + Y_{22}P_{22}(q) + Y_{23}P_{22}(q) + Y_{31}P_{32}(q) + Y_{32}P_{32}(q) + Y_{33}P_{32}(q))$$
$$Y_{3q} - (Y_{01}P_{03}(q) + Y_{02}P_{03}(q) + Y_{03}P_{03}(q) + Y_{11}P_{13}(q) + Y_{12}P_{13}(q) + Y_{13}P_{13}(q) +$$
$$Y_{21}P_{23}(q) + Y_{22}P_{23}(q) + Y_{23}P_{23}(q) + Y_{31}P_{33}(q) + Y_{32}P_{33}(q) + Y_{33}P_{33}(q))$$

Los valores para las $\mathbf{P_{ij}(q)}$ provienen de la matriz de transferencia siguiente:

	0	1	2	3
0	0	1	1	1
1	0	1	1	1
2	0	0	1	1
3	0	0	0	1

3.8.2 ALGORITMO PARA MEJORAR POLITICAS.

El algoritmo siguiente es útil en el sentido de que a menudo nos ha de conducir a encontrar en forma rápida la política óptima y también es aplicable bajo condiciones que son más generales como pueden ser hipótesis, el número de estados que pueden ser en forma, infinito.

El algoritmo tiene superioridad al anterior, dado que es totalmente aplicable a cadenas de Markov con el número infinito de estados además que se puede iniciar con cualquier política **R**.

El algoritmo comienza de la manera siguiente:

1) Partimos de una política **R** cualesquiera y que será la inicial.

$$g(R1) = Ciq(R1) + \sum_{J=0}^{M} Pij(R1) - Vi(Ri)$$

hemos de utilizar los valores C_{iq}**(R1)** dado que son valores ya conocidos, así como $VM(R_1)P_0$ y $P_{ij}(R_1)$ suponiendo que j=0,1,2,3,....M la función anterior quedaría:

$$g(R_1)=C_{0q}(R_1) + (P_{0j}(R_1)V_j(R_1) - V_0(R_1))$$

$$g(R_1)=C_{0q}(R_1) + (P_{0j}(R_1)V_j(R_1) - V_1(R_1))$$

$$g(R_1)=C_{0q}(R_1) + (P_{0j}(R_1)V_j(R_1) - V_2(R_1))$$

$$g(R_1)=C_{0q}(R_1) + (P_{0j}(R_1)V_j(R_1) - V_3(R_1))$$

siendo este paso la determinación de los valores $g(R_1),V_0(R_1),.....V_{M-1}(R_1)$. Una vez obtenidos los valores anteriores, se determina para cada uno de los estados i la acción q que cumpla con el siguiente:

$$Min\left\{Ciq + \sum_{j=0}^{M} Pij(q)Vj(R1) - Vi(R1)\right\}$$

$$g(R_1)=C_{0q}(R_1) + P_{00}(R_1)V_0(R_1) + P_{01}(R_1)V_1(R_1) + P_{02}(R_1)V_2(R_1) + P_{03}(R_1)V_3(R_1)-V_0(R_1)$$

$$g(R_1)=C_{1q}(R_1) + P_{10}(R_1)V_0(R_1) + P_{11}(R_1)V_1(R_1) + P_{12}(R_1)V_2(R_1) +$$

$P_{13}(R_1)V_3(R_1)-V_0(R_1)$

$g(R_1)=C_{2q}(R_1) + P_{20}(R_1)V_0(R_1) + P_{21}(R_1)V_1(R_1) + P_{22}(R_1)V_2(R_1) +$

$P_{23}(R_1)V_3(R_1)-V_0(R_1)$

$g(R_1)=C_{3q}(R_1) + P_{30}(R_1)V_0(R_1) + P_{31}(R_1)V_1(R_1) + P_{32}(R_1)V_2(R_1) +$

$P_{33}(R_1)V_3(R_1)-V_0(R_1)$

recuerde hacer $VM(R_1) = 0$, antes de solucionar el sistema de ecuaciones anteriores.

$$\mathbf{g(R_1) = A}$$

$$\mathbf{V_0(R_1) = B}$$

$$\mathbf{V_1(R_1) = C}$$

$$\mathbf{V_2(R_2) = D}$$

$$\mathbf{V_3(R_3) = E}$$

2) Para i = 0 q = 1,2,3 j = 0,1,2,3

$\mathrm{Min}\{ C_{0q} + [P_{00}(q)V_0(R_1) + P_{01}(q)V_1(R_1) + P_{02}(q)V_2(R_1) + P_{03}(q)V_3(R_1)-V_0(R_1)]\}$

para i=1

$\mathrm{Min}\{C_{1q} + [P_{10}(q)V_0(R_1) + P_{11}(q)V_1(R_1) + P_{12}(q)V_2(R_1) + P_{13}(q)V_3(R_1)-V_1(R_1)]\}$

para i=2

$\mathrm{Min}\{C_{2q}+ [P_{20}(q)V_0(R_1) + P_{21}(q)V_1(R_1) + P_{22}(q)V_2(R_1) + P_{23}(q)V_3(R_1)-V_2(R_1)]\}$

para i=3

$\mathrm{Min}\{C_{3q} + [P_{30}(q)V_0(R_1) + P_{31}(q)V_1(R_1) + P_{32}(q)V_2(R_1) + P_{33}(q)V_3(R_1)-V_3(R_1)]\}$

Nota: C_{iq} se toma de:

P O L I T I C A R1

Estado i	Acción q	Estado i	C_{iq}(R1)
0	1	0	0
1	1	1	1
2	1	2	3
1	1	1	1
2	1	2	3
3	3	3	6

la matriz de transferencia asociada a R_1

	0	1	2	3
0	0	1	1	1
1	0	1	1	1
2	0	0	1	1
3	1	0	0	0

3.8.3 FACTOR DE DESCUENTO.

Los algoritmos anteriores se caracterizan por establecer una política óptima, la cual tiene como función minimizar un costo promedio esperado, por unidad de tiempo. Sea α $(\alpha < 1)$ un factor de descuento se representa por 1/(1+i), donde i es la tasa de interes que prevalece en el sector financiero. Cuando se introduce un factor de descuento, los algoritmos anteriores necesariamente cambian, se crean nuevos métodos, como lo es el de aproximaciones sucesivas.

3.8.4 ALGORITMO PARA MEJORAR POLITICAS CON EL USO DE FACTOR DE DESCUENTO.

Sea $V_i^n(R)$ el costo total esperado, descontado n periodos al futuro, para un sistema que parte de un estado conocido y, el cual utiliza una política R durante todo el horizonte de tiempo. El costo se divide en dos partes:

a) El costo esperado inicial de partida, C_{iq}.

b) El costo descontado para los **n-1** periodos faltantes, en el que el **sistema** puede transferirse a cualquier estado **j, j=0,1,...,M,** y siempre con una probabilidad de transición que se conoce como **P_{ij}(q).** Para todos los n periodos, la política aceptada **R** indica la acción q, en donde **q = 1,2,...k** la cual se encuentra asociada a un estado i, para **i=1,2,3,...,M**, es decir $V_i^n(R)$ se representa por la función recursiva $V_i^n(R) = Ciq + \alpha\sum_{J=0}^{M} Pij(q)V_J^{n-1}(R)$ para

$$0 \le \alpha < 1, i = 0,1,\ldots,M$$

Paso 1.

Para una política arbitraria **R1** utilice las **Pij(q)** y se resuelven las **(M+1)** ecuaciones lineales con **(M + 1)** incognitas.

$$V i(Ri) = Ciq + \alpha\sum_{J=0}^{M} Pij(q)Vj(R1) \quad i=0,1,..n$$

Paso 2

Una vez obtenidos los **$V_0(R_1)$, $V_1(R_1)$,....$V_M(R_1)$** calculados en el paso 1 se procede a dar solución a las siguientes **(M+1)** problemas de minimización.

$$Min = \left\{ Ciq + \alpha\sum_{j=0}^{M} Pij(q)Vj(R1) \right\} i = 0,1,\ldots N$$
$$q = 1,2,\ldots,k$$

Paso 3

Si $R_t = R_{t-1}$, donde **t=2,3,......**, la política R_t es óptima. De otra manera se regresa al paso **1** con la política R_t.

3.8.6 ALGORITMO DE PROGRAMACION LINEAL PARA PROBLEMAS CON FACTOR DE DESCUENTO.

$$\text{Sea } Min\sum_{i=0}^{M}\sum_{q=1}^{k} CiqYik$$

sujeto a

$$\sum_{q=1}^{k} Yjq - \alpha\sum_{i=0}^{M}\sum_{q=1}^{k} Pij(q), Yiq = \beta j, j = 0,1,\ldots,M$$

donde $\beta j > 0$ son constantes arbitrarias que satisfacen $\sum_{i=0}^{M} \beta j =$ y $Y_{iq} >= 0$ para todo i=0,1,...M; q=1,2,...,k

Si definimos a Z_{iq} como la probabilidad incondicional de que el sistema se encuentre en el estado i se tome la acción q, entonces las Y_{iq} se interpretan como probabilidades ponderadas de que el sistema se encuentre en el estado **i** y se tome la acción **q** es decir:

$$Yiq = Ziq + \alpha Ziq + \alpha^2 Ziq.....$$
$$= \frac{Ziq}{1-\alpha}, 0 \le \alpha <$$

La formulación anterior se resuelve usando Programación Lineal [3.8.6]. Las D_{iq} se obtienen de la Y_{iq} optimas utilizando el algoritmo de Programación Lineal.

[3.8.6] Ver Métodos y Modelos de Investigación de Operaciones Vol. Y
Dr. Juan Prawda Witenberg. Cap. 2.

Investigación de Operaciones.
Herbert Moskowitz.
Parte 2 Cap. 8.

3.8.6 METODO DE APROXIMACIONES SUCESIVAS.

Sea V_i^n el costo total descontado, y asociado a **"n"** periodos, partiendo de un sistema **i** utilizando la misma política **R** durante el mismo tiempo.

El método se basa en la programación dinámica(capítulo 2) pero se desarrollo en el campo estocástico.

Por el principio de Bellman:

$$V_i^{n+1} = \sum_{j=0}^{2D} minCiq + \sum_{j=0}^{M} Pij(q)V_j^n \sum_{Dy}^{D} i = 0,1,\ldots M$$

condición inicial $V_0^0 = V_1^0 = V_2^0 =,\ldots, V_M^n = 0$

V_0 = Min desarrollando tenemos: **n=0,1,2,3 i=0,1,2,3 j=0,1,2,3 q=1,2,3**

iteración I.

partiendo de la condición inicial tenemos:

$$V_0^1 = C_{0_1} + (P_{0_0}(q)V_0^0 + P_{0_1}(q)V_1^0 + P_{0_2}(q)V_2^0 + P_{0_3}(q)V_3^0)$$

$$V_0^1 = C_{0_2} + (P_{0_0}(q)V_0^0 + P_{0_1}(q)V_1^0 + P_{0_2}(q)V_2^0 + P_{0_3}(q)V_3^0)$$

$$V_0^1 = C_{0_3} + (P_{0_0}(q)V_0^0 + P_{0_1}(q)V_1^0 + P_{0_2}(q)V_2^0 + P_{0_3}(q)V_3^0)$$

por la condición inicial:

$V_0^1 = Min(C_{0_1}, C_{0_2}, C_{0_3}) = MinV_0(q = 1)$ donde q es la posición que ocupa **1 dentro de V_0**

$$V_1^1 = C_{1_1} + (P_{1_0}(q)V_0^0 + P_{1_1}(q)V_1^0 + P_{1_2}(q)V_2^0 + P_{1_3}(q)V_3^0)$$

$$V_1^1 = C_{1_2} + (P_{1_0}(q)V_0^0 + P_{1_1}(q)V_1^0 + P_{1_2}(q)V_2^0 + P_{1_3}(q)V_3^0)$$

$$V_1^1 = C_{1_3} + (P_{1_0}(q)V_0^0 + P_{1_1}(q)V_1^0 + P_{1_2}(q)V_2^0 + P_{1_3}(q)V_3^0)$$

3.8.6 METODO DE APROXIMACIONES SUCESIVAS.

Sea V_i^n el costo total descontado, y asociado a "n" periodos, partiendo de un sistema **i** utilizando la misma política **R** durante el mismo tiempo.

El método se basa en la programación dinámica(capitulo 2) pero se desarrollo en el campo estocástico.

Por el principio de Bellman:

$$V_i^{n+1} = \sum_{j=0}^{2D} minCiq + \sum_{j=0}^{M} Pij(q)V_i^n \sum_{Dy}^{D} i = 0,1,\ldots M$$

condición inicial $V_0^0 = V_1^0 = V_2^0 =,\ldots,V_M^n = 0$

V_0 = Min desarrollando tenemos: **n=0,1,2,3 i=0,1,2,3 j=0,1,2,3 q=1,2,3**

iteración I.

partiendo de la condición inicial tenemos:

$$V_0^1 = C_{0_1} + (P_{0_0}(q)V_0^0 + P_{0_1}(q)V_1^0 + P_{0_2}(q)V_2^0 + P_{0_3}(q)V_3^0)$$

$$V_0^1 = C_{0_2} + (P_{0_0}(q)V_0^0 + P_{0_1}(q)V_1^0 + P_{0_2}(q)V_2^0 + P_{0_3}(q)V_3^0)$$

$$V_0^1 = C_{0_3} + (P_{0_0}(q)V_0^0 + P_{0_1}(q)V_1^0 + P_{0_2}(q)V_2^0 + P_{0_3}(q)V_3^0)$$

por la condición inicial:

$V_0^1 = Min(C_{01}, C_{02}, C_{03}) = MinV_0(q=1)$ **donde q es la posición que ocupa 1 dentro de V_0**

$$V_1^1 = C_{1_1} + (P_{1_0}(q)V_0^0 + P_{1_1}(q)V_1^0 + P_{1_2}(q)V_2^0 + P_{1_1}(q)V_3^0)$$

$$V_1^1 = C_{1_2} + (P_{1_0}(q)V_0^0 + P_{1_1}(q)V_1^0 + P_{1_2}(q)V_2^0 + P_{1_3}(q)V_3^0)$$

$$V_1^1 = C_{1_3} + (P_{1_0}(q)V_0^0 + P_{1_1}(q)V_1^0 + P_{1_2}(q)V_2^0 + P_{1_3}(q)V_3^0)$$

$$V_1^1 = Min(C_{11}, C_{12}, C_{13}) = Min.V_1^1(q=1)$$

$$V_2^1 = C_{21} + (P_{10}(q)V_0^0 + P_{11}(q)V_1^0 + P_{12}(q)V_2^0 + P_{13}(q)V_3^0)$$

$$V_2^1 = C_{22} + (P_{10}(q)V_0^0 + P_{11}(q)V_1^0 + P_{12}(q)V_2^0 + P_{13}(q)V_3^0)$$

$$V_2^1 = C_{23} + (P_{10}(q)V_0^0 + P_{11}(q)V_1^0 + P_{12}(q)V_2^0 + P_{13}(q)V_3^0)$$

$$V_2^1 = Min(C_{31}, C_{32}, C_{33}) = Min\ V_3^1(q=3)$$

Iteración II

$$V_0^2 = C_{01} + (P_{00}(q)V_0^1 + P_{01}(q)V_1^1 + P_{02}(q)V_2^1 + P_{03}(q)V_3^1)$$

$$V_0^2 = C_{02} + (P_{00}(q)V_0^1 + P_{01}(q)V_1^1 + P_{02}(q)V_2^1 + P_{03}(q)V_3^1)$$

$$V_0^2 = C_{03} + (P_{00}(q)V_0^1 + P_{01}(q)V_1^1 + P_{02}(q)V_2^1 + P_{03}(q)V_3^1)$$

$$V_0^2 = Min(C_{01}, C_{02}, C_{03}) = Min.V_0^2(q=1)$$

$$V_1^2 = C_{11} + (P_{00}(q)V_0^1 + P_{01}(q)V_1^1 + P_{02}(q)V_2^1 + P_{03}(q)V_3^1)$$

$$V_1^2 = C_{12} + (P_{00}(q)V_0^1 + P_{01}(q)V_1^1 + P_{02}(q)V_2^1 + P_{03}(q)V_3^1)$$

$$V_1^2 = C_{13} + (P_{00}(q)V_0^1 + P_{01}(q)V_1^1 + P_{02}(q)V_2^1 + P_{03}(q)V_3^1)$$

$$V_1^2 = Min(C_{11}, C_{12}, C_{13}) = Min.V_1^2(q=1)$$

$$V_2^2 = C_{21} + (P_{00}(q)V_0^1 + P_{01}(q)V_1^1 + P_{02}(q)V_2^1 + P_{03}(q)V_3^1)$$

$$V_2^2 = C_{22} + (P_{00}(q)V_0^1 + P_{01}(q)V_1^1 + P_{02}(q)V_2^1 + P_{03}(q)V_3^1)$$

$$V_2^2 = C_{23} + (P_{00}(q)V_0^1 + P_{01}(q)V_1^1 + P_{02}(q)V_2^1 + P_{03}(q)V_3^1)$$

$$V_2^2 = Min(C_{21}, C_{22}, C_{23}) = Min.V_2^2(q=2)$$

$$V_3^2 = C_{31} + (P_{00}(q)V_0^1 + P_{01}(q)V_1^1 + P_{02}(q)V_2^1 + P_{03}(q)V_3^1)$$

$$V_3^2 = C_{32} + (P_{00}(q)V_0^1 + P_{01}(q)V_1^1 + P_{02}(q)V_2^1 + P_{03}(q)V_3^1)$$

$$V_3^2 = C_{33} + (P_{00}(q)V_0^1 + P_{01}(q)V_1^1 + P_{02}(q)V_2^1 + P_{03}(q)V_3^1)$$

$$V_3^2 = Min(C_{31}, C_{32}, C_{33}) = Min\, V_3^2 (q = 3)$$

Cuando una iteración sea igual a la anterior se ha llegado a la solución óptima por ejemplo en la iteración 2 se tiene:

q = 1

q = 1

q = 2

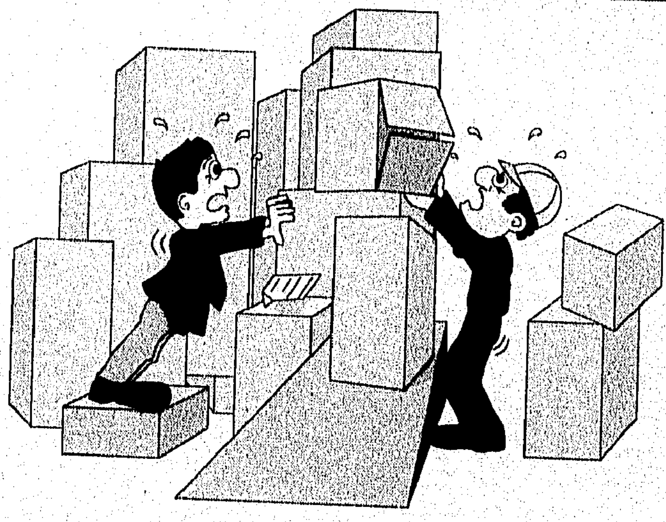
q = 1

q = 1

q = 2

q = 3

Si la iteración 3 fuera igual a la anterior se ha llegado a la solución óptima, de lo contrario es necesario continuar.



4.1 IMPORTANCIA DE LOS INVENTARIOS.

Atravez de los años los inventarios han cobrado mayor importancia sobre todo después del termino de la segunda guerra mundial, ya que el conflicto trajo la creación de modelos matemáticos, el desarrollo del primer modelo de inventarios se debe a **Harris(1915),** el cual fue perfeccionado por **Raymond(1931)** para un mejor desarrollo dentro de las empresas, ya sea gubernamentales, privadas o todo tipo de negocio que requiera tener en claro la existencia de sus mercancías, pero sobre todo porque un inventario se encuentra representando a un gran porcentaje del capital invertido con que operan las empresas.

Un inventario no solo representa la **Inversión de la empresa**, un buen inventario se encuentra representando operaciones que se realizan sin obstáculos y con la mayor **eficiencia** posible.

Los modelos a tratar son los que mejor se ajustaron a una situación real aunque existen otros más.

4.2 TIPOS DE SISTEMAS DE INVENTARIOS.

Se ha definido a un sistema de inventarios como un sistema en el cual 2 o 3 tipos de costos están sujetos a control.

Dependiendo de ello se distinguen varios tipos de sistemas de inventarios.

1) Un sistema de tipo (1,2): es aquel en el cual unicamente el costo de mantener el inventario y el costo de incurrir en faltantes están sujetos a control.

2) Un sistema de tipo (1,3): solo los costos de mantener el inventario y el reabastecimiento están sujetos a control (en tal caso se dice que éste costo es de 0 para efectos del costo unitario. Aunque también es cierto que en algunos casos no esta permitido incurrir en faltantes.).

No ésta por demás el decir que a cualquier gerente le importaría minimizar los costos por mantener un inventario, ésto se puede lograr si es posible **producir** o el **abastecerse** de lotes pequeños de mercancía requerida.

El paso a seguir y el más conveniente seria el lograr un balance entre **producir** y **abastecer,** con el uso de modelos matemáticos es posible desarrollar reglas de decisión para la obtención de una cantidad económica que sea efectivamente la requerida.

Resulta necesario hacer mención, a que un modelo matemático pueda llegar a formular en su totalidad, aún inventario que se encuentre contemplando todas y cada una de las variaciones que se ha de encontrar sujeto en una situación real.

¿ Cuándo? y ¿Cuánto? son las variaciones que están sujetas a control en un sistema de inventario, por lo que se llaman variables controladas afectando a los costos y al costo total. Un problema de inventarios, consistirá en encontrar los valores de las variables controlables y el valor de el costo total.

4.3 POLITICAS DE INVENTARIO.

En relación a las decisiones pertinentes a un problema de inventarios **"Cuánto"** y **"Cuándo"** la primera responde a las alternativas siguientes:

1) Cantidad que debe ordenarse es q unidades.

2) Una cantidad debe ser ordenada tal que junto con lo que se tenga en el inventario o existencias, el inventario aumente S unidades.

mientras que la segunda responde a las alternativas siguientes:

1) El inventario deberá ser reabastecido cuando la cantidad existente es igual o menor a una cantidad S_p(óptimo).

2) Es decir que el inventario deberá ser reabastecido cada t unidades de tiempo.

S_p = Punto de reorden o reabastecimiento = z

t = Periodo programado.

q = Tamaño del periodo o bloque.

S = Nivel de orden o abastecimiento.

S = z cuando el tiempo entre la orden y la entrega es significativo(punto de reorden).

Llamaremos **tiempo de entrega o retraso** al intervalo de tiempo entre la orden y la entrega.

Un sistema de inventario donde se desea encontrar a **S** y **q** será un sistema con una política del inventario **(S,q)**.

4.4 PROPIEDADES DE UN INVENTARIO.

Se identifican 4 componentes:

1) Demanda: generalmente nos encontraremos con que las demandas no pueden controlarse en forma directa y en muchos de los casos ni indirectamente.

Llamaremos **tamaño de la demanda** a la cantidad requerida por el inventario para la satisfacción de la demanda, teniendo en consideración que el tamaño de la demanda cuando ha de ser igual de un periodo a otro se dice que es constante.

Un sistema de inventario en que el tamaño de la demanda es conocida será un problema determinista, cuando no se conoce, a veces es posible encontrar su función de probabilidad, en tal caso el sistema de inventarios será probabilista.

4.6 TASA DE LA DEMANDA(r).

Es el tamaño de la demanda por unidad de tiempo.

Si ocurre una demanda de tamaño **x** en un periodo de tiempo de **t** unidades la tasa de demanda será:

$$r = \frac{x}{t}$$

El cual se encuentra indicando a un sistema determinista.

En un sistema probabilista la tasa de demanda será:

$$r = \frac{\overline{X}}{t}$$

donde $\overline{X}(t)$= tamaño de la demanda promedio durante algún periodo t.

r = tasa promedio de la demanda.

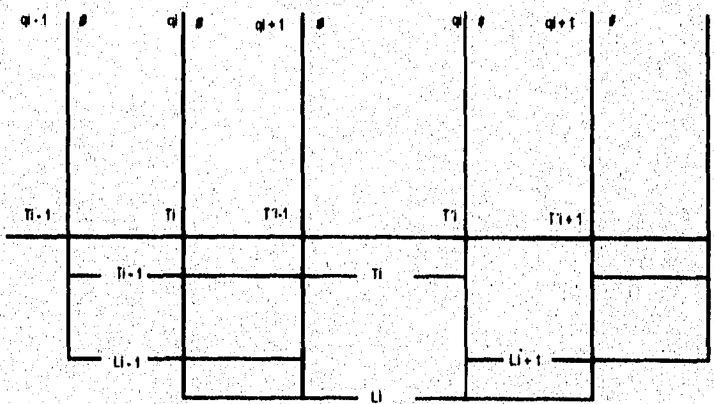
4.6 REABASTECIMIENTO

1) Periodo Programado: es la longitud de tiempo entre decisiones consecutivas con respecto a los reemplazos, se denota por **t** y pueden o no estar establecidos.

Si están preestablecidos son parámetros del problema y usualmente tienen la misma magnitud: $t_1 = t_2 = t_3 \ldots t_n = cte$. Si no están preestablecidos son entonces variables controlables y también pueden tenerse periodos iguales o diferentes.

2) Tiempo de Espera: se denota por L y en general ésta preestablecido y no sujeto a control, por lo tanto es uno de los parámetros de un sistema de inventarios.

$L_i = T'_i - T_i$



3) Tamaño del Reabastecimiento: es la cantidad que está programada para reestablecerse, se denota por q_i para el periodo i cuando q_i es igual para cualquier periodo el cual se denota por **q** simplemente y se le **llama tamaño de lote.**

4) Periodo de Reemplazo: es la longitud de tiempo durante el cual el reabastecimiento **q** se agrega al inventario. Se denota por **t'**.

5) Tasa de Reemplazo: la tasa promedio de reemplazo **P**, es la razón del tamaño del reemplazo y el periodo del reemplazo:

$$P = q / t'$$

Cuando el periodo del reemplazo no es significativo se supone que $t' = 0$ y se dice que la tasa de reemplazo es, $\propto$ también se dice que el reemplazo es instantáneo.

6) Patrones de Reemplazo: cuando el reemplazo no es instantáneo, la manera como se agrega al inventario se llama patrón de reemplazo.

4.7 PROPIEDADES DE LOS COSTOS.

C_1 = Costo de mantener el inventario(por unidad de tiempo).

C_2 = Costo de incurrir en faltantes(por unidad de tiempo).

C_3 = Costo de colocar una orden(o reabastecimiento, por unidad de tiempo).

El costo total del sistema.

$$C = C_1 + C_2 + C_3 .$$

De alguna u otra manera tiene limitaciones que son características de las componentes del sistema.

a) Restricciones de las unidades(continuas o discretas).

b) Restricciones de demanda(estructura de la demanda).

c) Restricciones sobre el reemplazo(de espacio de los niveles de inventario etc.).

d) Restricciones de los costos(por ejemplo $C_1 = 0$, $C_2 = 0$ $C_3 = k$ donde k es una constante).

4.8 SISTEMA DE TAMAÑO DE LOTE.

Son sistemas deterministas(sabemos cual será la demanda) (con demanda constante) y con una política de tipo **(S_p,q)** **S_p = 0** y tipo **(1,3)**.

Como existe el costo 2 quiere decir que no se permiten faltantes.

Todas las ecuaciones del costo de este tipo de sistemas son de la forma:

$$C(q) = C_1(q) + C_3(q)$$

S_p que es el punto de **reorden** cuando nuestro inventario llegue al tamaño ordenado y necesitemos saber cuanto vamos a ordenar.

El costo total **sera** una función de la cantidad **(q)** que estemos ordenando.

4.9 CARACTERISTICAS.

En este sistema:

a) La demanda es determinista a una tasa constante de **r** unidades.

b) Los reabastecimientos se efectúan cuando el inventario llega al nivel preestablecido de cero **0** y no se incurre en faltantes.

c) El tiempo de reabastecimiento es cero **(0)**.

d) Los costos en el sistema son C_1 y C_3.

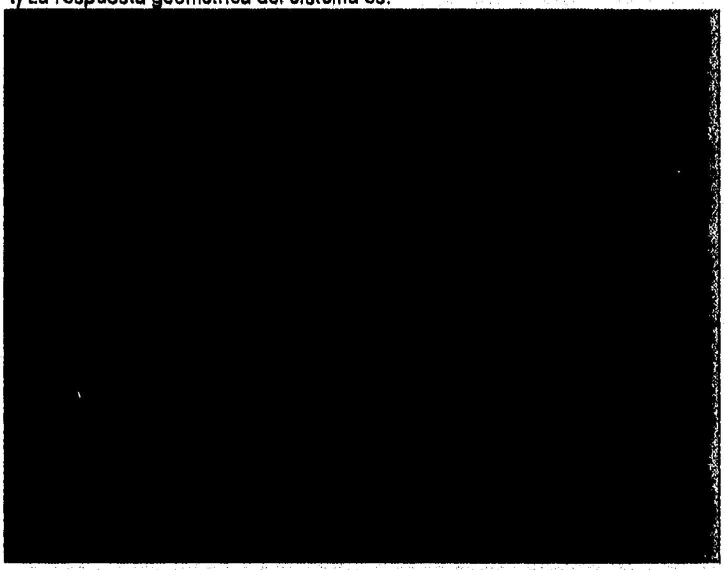
e) El tamaño del reemplazo es constante e igual a **q** unidades.

f) La tasa del reemplazo es infinita.

g) El tiempo de espera es cero **(0)**.

h) El periodo programado esta dado por **t = q / r**.

i) La respuesta geométrica del sistema es:



La figura 4.9.1 describe dos situaciones de inventarios, en los que a cada uno se les esta surtiendo con cantidades diferentes de mercancía.

Mientras más pequeño **q**, el pedido de mercancía es frecuente. Un nivel de inventario con mayor cantidad indican un nivel de inventario con solicitudes menos frecuente.

I_1= Inventario promedio por unidad de tiempo.

I_3= No. Promedio de reemplazos por unidad de tiempo.

I_1= (t.q) / 2 = (q / 2)

I_3= (1 / t) = (r / q) (un reemplazo se da en el tiempo t)

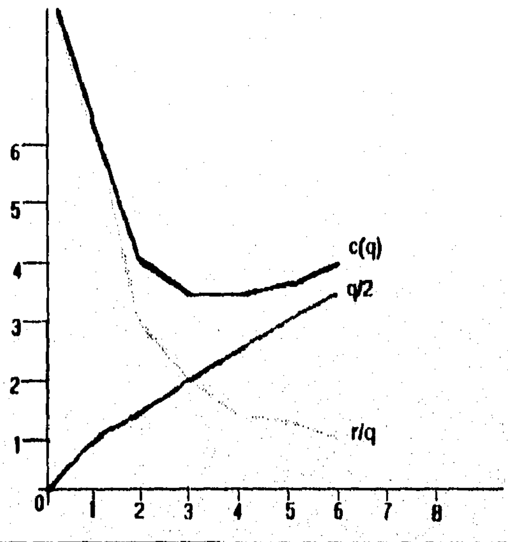
$$C(q) = C_1(q) + C_3(q)$$

$$= C_1(I_1) + C_3(I_3) \quad = C_1(\, q / 2\,) + C_3(\, r / q\,) = \frac{(C_1 q^2 + C_3(2r))}{(2q)}$$

q	q / 2	r / q	r = 6	C(q) = C_1(q / 2) + C_3(6 / q)
0	0	α		0 + α = α
1	1 / 2	6		1 / 2 + 6 = 6.5
2	1	3		1 + 3 = 4
3	3 / 2	2		3 / 2 + 2 = 3.5
4	2	3 / 2		2 + 3 / 2 = 3.5
5	5 / 2	6 / 5		5 / 2 + 6 / 5 = 3 .7
6	3	1		3 + 1 = 4

graficando los datos de las expresiones anteriores:

C(q) = C1(q / 2) + C3(r / q) 4.9.2



De la gráfica se observa que podemos encontrar el costo mínimo aplicando el cálculo diferencial.

$$\frac{dc(q)}{dq} = \frac{1}{2}C_1 + C_3\frac{q(0)-r(1)}{q^2} = \frac{C_1}{2} - \frac{C_3 r}{q^2}$$

Al igualar a cero:

$$\frac{C_1}{2} - \frac{(C_3)r}{q^2} = 0$$

$$\frac{q^2(C_1) - 2(C_3)r}{2q^2} = 0$$

$$q^2 = \frac{2(C_3)r}{C1}$$

$$q_0 = \sqrt{\frac{2r(C_3)}{C_1}} \qquad 4.9.3$$

$$\frac{d^2c(q)}{dq^2} = \frac{-(q^2(0) - C_3(2r)q}{q^4} = \frac{C_3(2r)q}{q^4} = \frac{2C_3r}{q^3}$$

Dado que el valor para la segunda derivada es mayor a 0 para los valores positivos de C_3 ,r y q tenemos un mínimo:

C(q_0) es el mínimo q_0 dada por 4.9.3

$$C_0 = \sqrt{2rC_3C_1} \qquad 4.9.4$$

El costo para el sistema es:

$$C_0 = \sqrt{1/2}\sqrt{C_1rC_3} = \sqrt{1/2}\sqrt{C_1rC_3} = \sqrt{2}\sqrt{C_1rC_3} = \sqrt{2rC_3C_1} \qquad 4.9.5$$

4.10 UTILIDADES DISCRETAS.

Cuando el tamaño del lote se restringe a unidades discretas no puede emplearze el **Cálculo Diferencial**, para encontrar q_0. En su lugar se sigue el procedimiento que se desarrolla enseguida.

Sea **q = u,2u,3u**, . . . la condición necesaria para que q_0 sea el lote óptimo es que:

$$C(q_0) <= C(q_0 + u) \qquad \textbf{4.10.1}$$

$$C(q_0) <= C(q_0 - u) \qquad \textbf{4.10.2}$$

de 4.9.2 y 4.10.1

$$\frac{C_1 q_0}{2} + \frac{C_3 r}{q_0} \le \frac{C_1(q_0+u)}{2} + \frac{C_3 r}{(q_0+u)}$$

$$\frac{C_1 q_0^2 + 2rC_3}{2q_0} \le \frac{C_1(q_0+u)^2 + 2rC_3}{2(q_0+u)}$$

$$2(q_0+u)(C_1 q_0^2 + 2rC_3) \le 2q_0(C_1(q_0+u) + 2rC_3)$$

$$2C_1 q_0^3 + 4rq_0C_3 + 2uC_1q_0^2 + 4ruC_3 \le 2q_0C_1(q_0^2 + 2q_0u + u^2) + 4q_0rC_3$$

$$2C_1 q_0^3 + 4rq_0C_3 + 2uC_1q_0^2 + 4ruC_3 \le 2C_1q_0^3 + 4q_0^2uC_1 + 2q_0u^2C_1 + 2q_0u^2C_1$$

$$2C_3 r \le q_0(q_0+u)C_1$$

$$\boxed{\frac{2rC_3}{C_1} \le q_0(q_0+u)} \qquad 4.10.3$$

Similarmente de 4.9.2 y 4.10.2

$$\frac{2rC_3}{C} \ge q_0(q_0-u) \qquad 4.10.3.1$$

De éste modo se ha obtenido la condición necesaria para el tamaño del lote óptimo cuando **q** se restringe a tomar valores discretos, **u,2u,3u,** . . . es:

$$q_0(q_0 - U) <= ((2rC_3) / C_1) <= q_0(q_0 + U)$$

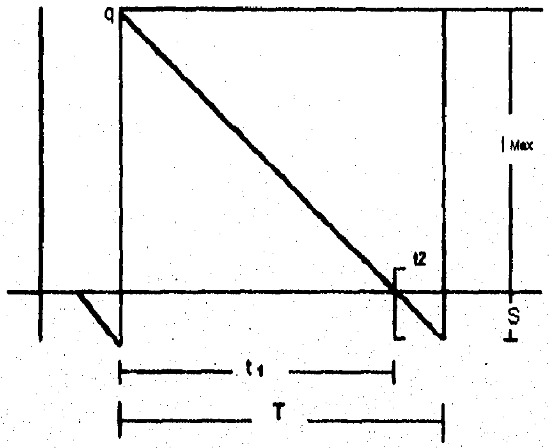
En este modelo se ha supuesto que un pedido se recibe exactamente en el momento en el cual nuestro inventario llegaba a cero; y no se permitía tener faltantes, por tal motivo los costos de la mercancía faltante eran ignorados.

Aunque en muchos de los inventarios que se realizan no se permiten faltantes, hay en cambio otros en los que los faltantes es permitido y justificable, sobre todo por que resulta más barato hacer un nuevo pedido que tener mercancía almacenada.

Ahora, hablaremos de un modelo que nos permita satisfacer una cierta cantidad de mercancía, la cual ha de tener faltantes; pero se ha de pedir, y posteriormente se surte.

El modelo siguiente nos permite plantear como primera pregunta, si el costo de los faltantes es lo suficiente pequeño en comparación, con mantener el costo del inventario, y así determinar si es mejor o no incurrir en los faltantes.

En la mayoría de los casos en la realidad los faltantes se dan en un rango de 7 a 10, solo en temporada alta los faltantes pueden incrementarse, pero para ese momento los pedidos ya se realizaron.



[4.10.3.2] **r = Demanda**

T = Tiempo entre cada ciclo.

t_1 = Tiempo en que se dispone de inventario.

t_2 = Tiempo en el cual se tienen faltantes.

S = Número de faltantes por pedido.

$$C(q) = C_1(q) + C_2(q) + C_3(q)$$

I_1 = Inventario promedio por unidad de tiempo.

I_3 = No. Promedio de reemplazo por unidad de tiempo.

Para I_3 como en el caso de no faltantes así como para I_1.

BIBLIOGRAFIA.

[4.10.3.2] Modelos de Inventarios: Demanda Deterministica.

Cap. 15 pg 575 Investigación de Operaciones Herbert Moskowitz.

Prentice Hall

Ahora tenemos faltantes, en donde **q** era el nivel máximo de inventario, ahora es **$I_{máx}$ = q - S** y que para el caso en el que no se admitían faltantes:

$$I1 = \left(\frac{t.q}{2t}\right) = \left(\frac{q}{2}\right)$$

$I_{máx}$ = ((q - S) / (2t)).t = (q - S) / 2

que es el inventario promedio durante el cual se tiene inventario disponible (positivo).

De la gráfica anterior se puede distinguir que T es un periodo completo o ciclo durante el cual nos interesa saber el costo de mantenimiento de el inventario

$C_h = C_1, C_2, \ldots C_n$.

EL costo de mantener el inventario es:

$$t1 = \left(\frac{q-S}{r}\right)$$ en donde t_1 es el periodo

en el cual se tiene inventario (positivo).

El tiempo promedio (en años) que se conserva una unidad en inventario es:

$$\left(\frac{t1}{2}\right)$$ y se tienen (q - S) artículos

por lo tanto el costo de mantenimiento por ciclo es:

$$C2(q-S)\left(\frac{t1}{2}\right) = C2\left(\frac{q-S}{2}\right)\left(\frac{q-S}{r}\right)$$

reemplazando la función 4.9.4 en $\left(\frac{q-S}{2}\right)t1$ se tiene que:

$$\left(\frac{q-S}{2}\right)T\left(\frac{q-S}{r}\right)=T\left(\frac{(q-S)^2}{2r}\right)$$

Durante un periodo de 1 año se realizan **N** pedidos por lo que el costo de mantener el inventario es **N** veces, es decir:

$$NT\left(\frac{(q-S)^2}{2q}\right)$$ pero NT = 1 año.

por lo tanto $t2=\left(\frac{TS}{q}\right)$.

Hasta la función anterior hemos visto el costo de mantenimiento en un inventario positivo. El nivel máximo de faltantes es **S** y el promedio seria **(S / 2)** **en un tiempo t_2, así el costo de tener faltantes en el ciclo T es:**

((S / 2) t_2) 4.10.4

De la misma manera que en un inventario positivo tenemos que la demanda por unidad de tiempo es: (S / t_2). Siendo ésta igual a **(q / T)** **igualando (S / t_2) y (q / T) despejando t_2 tenemos:** $\frac{S}{t_2}=\frac{q}{T}$

$T_s = t_2 q$

$t_2 = T_s / q$

reemplazando en 4.10.4 tenemos $\left(\frac{TS^2}{2}\right)$ 4.10.5

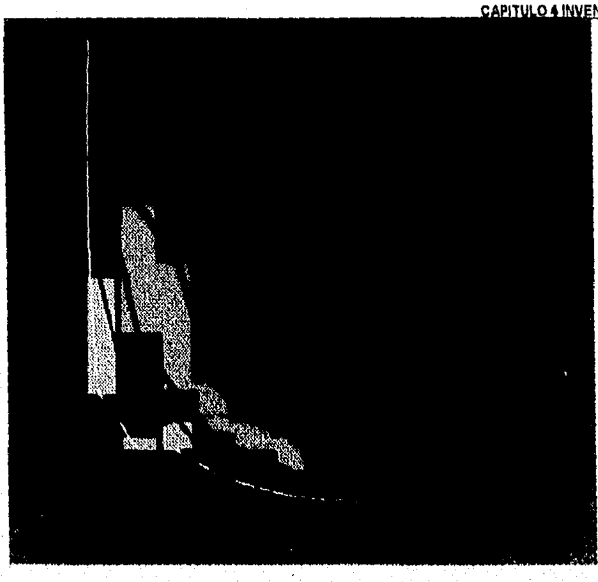
Dado que: durante un periodo de 1 año se realizan **N** pedidos, por lo tanto el costo de mantener el inventario es **N** veces es decir:

$t2=\left(\frac{NTS}{q}\right)=\left(\frac{S^2}{2q}\right)$ 4.10.6 así llegamos a la siguiente función:

$$C(q)=C1\left(\frac{r}{q}\right)+C2\left(\frac{(q-S)^2}{2q}\right)+C3\left(\frac{S^2}{2q}\right) \quad 4.10.7$$

q	r/q	$\left(\frac{(q-S)^2}{2q}\right)$	$\left(\frac{S^2}{2q}\right)$	FIG. 4.10.7
0	∞	∞	∞	∞
1	6	25 / 2	18	36.5
2	3	4	9	16
3	2	9 / 2	6	13.5
4	3 / 2	4 / 8	36 / 8	6.5
5	6 / 5	1 / 10	36 / 10	4.9
6	6 / 6	0 / 12	36 / 12	4

r = 6 S = 6



Partiendo de la función 4.10.7:

$$C(q)=\left(\frac{C1r}{q}\right)+\left(\frac{C2q}{2}\right)+\left(\frac{S^2(C2+C3)}{2q}\right)-C2S$$

Al igualar a cero

$$\frac{dC(q)}{dq}=\frac{-C1r}{q^2}+\frac{C2}{2}+\frac{S^2(C2+C3)}{2q^2} \qquad 4.10.8$$

ahora derivando de la función 4.10.7 en función de **S**

$$\frac{S(C2+C3)}{q}-C2=0 \qquad 4.10.9$$

despejando a **S** para la ecuación 4.10.9

$$S=\frac{qC2}{(C2+C3)} \qquad 4.10.10$$

4.11 DESCUENTOS POR CANTIDAD.

Por la cantidad de mercancía que se compra, suele ser común que los proveedores ofrezcan descuentos por el pedido solicitado, siendo así, la empresa compra a un precio más bajo por unidad y sigue vendiendo a precio con mayor ganancia. El modelo que nos permite una descripción correcta para **ésta situación**, es igual al modelo en el que no se permiten faltantes; con la única exepción de que aquí es necesario el contemplar los costos de los artículos, mantenimiento y pedido.

Estos deberán ser incluidos como un costo de Incremento para :

$$\mathbf{C(q) = C_1(q) + C_3(q) + C}$$

costo de pedir **costo de colocar un pedido** **costo de compra**

En donde **C(q)** ha de poder ser determinada realizando la diferenciación, e igualando a **0.**

Dicho resultado nos conduce a la función que no permite faltantes esto se debe a que la función anterior no incluye a 'q' por lo tanto no figura en la **derivación de C(q).**

1) Calcular **df(q) / q** utilizando la función que no permite faltantes.

2) Para todas aquellas **df(q) / q** que resulten ser demasiado pequeñas, como para no ser tomadas en cuenta, obliga a sumar a la cantidad solicitada, la cantidad resultante más próxima que permita comprar al precio supuesto.

4.12 SISTEMAS DE INVENTARIOS PROBABILISTAS.

En general es raro que se conozca con precisión la demanda futura, es por ello que tiene más aplicación las situaciones en que se conoce la distribución de probabilidad de dicha demanda futura, más que su valor exacto.

La distribución de probabilidad de la demanda puede determinarse de experiencias pasadas. En teoría, pueden distinguirse distribuciones discretas o funciones continuas de densidad de probabilidad, aún en la practica tienden a unirse y cualquiera de ellas puede usarse como una aproximación a la otra, cuando sea conveniente. Cuando la demanda solo se conoce en un sentido probabilista, no se puede asegurar la minimización de los costos reales, en su lugar se pretende minimizar los costos esperados.

4.13 CARACTERISTICAS.

a) Demanda Incierta.

b) El tiempo de anticipación es incierto.

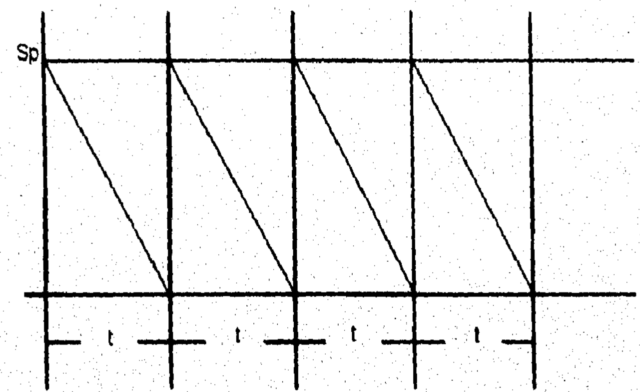
c) Se permiten los pedidos pospuestos.

d) Se permiten los faltantes.

4.14 SISTEMA PROBABILISTA CON PERIODO PROGRAMADO TIPO (1,3)

Las fluctuaciones de éste sistema de inventarios se describen como sigue:

figura 4.14.1



S = nivel de orden distinto del tamaño del lote.

Como no se **permiten** faltantes, el nivel de orden **S** debe de ser al menos tan grande como la demanda máxima.

Sea $\mathbf{X}_{Máx}\mathbf{(t)}$ la demanda **Máx.** durante el periodo **t** $\mathbf{S_p = X_{máx}(t)}$.

Para hacer ésto un poco más claro veamos la siguiente tabla:

CONSULTA DE MOVIMIENTOS POR ARTICULO

FECHA: 03/08/1993 TABLA ANIVERSARIO

INV. INICIAL: 28 HORA: 13:15:11 INV. FINAL: 8

FECHA MOVTO.	MOVTO.	COSTO	UNIDADES	EXISTENCIA ARROJADA
03/08/93	SALG50	710.00.00	2	26
04/08/93	SALG50	710.00.00	1	25
04/08/93	SALG50	710.00.00	2	23
04/08/93	ENTPED	710.00.00	10	33
04/08/93	SALG50	710.00.00	1	32
04/08/93	SALG50	710.00.00	2	30
05/08/93	SALH30	710.00.00	1	29
05/08/93	SALH30	710.00.00	1	28
05/08/93	SALG50	710.00.00	2	26
06/08/93	SALH50	710.00.00	1	25
06/08/93	SALG50	710.00.00	1	24
06/08/93	SALG50	710.00.00	1	23
09/08/93	SALH30	710.00.00	1	22
11/08/93	SALH30	710.00.00	1	21
12/08/93	SALH10	710.00.00	1	20
13/08/93	ENTHOJ	710.00.00	1	21
13/08/93	ENTPED	710.00.00	9	30
13/08/93	SALH10	710.00.00	1	29
13/08/93	ENTPED	710.00.00	13	42
13/08/93	SALG50	710.00.00	1	41
14/08/93	SALG60	710.00.00	5	36
17/08/93	SALH50	710.00.00	1	35
17/08/93	SALG50	710.00.00	3	32
18/08/93	SALG50	710.00.00	1	31
19/08/93	SALH50	710.00.00	1	30
19/08/93	SALH50	710.00.00	1	29
19/08/93	SALH30	710.00.00	1	28
19/08/93	SALG50	710.00.00	2	26
19/08/93	SALG50	710.00.00	3	23
19/08/93	SALH50	710.00.00	1	22
19/08/93	SALG50	710.00.00	2	20
19/08/93	SALH50	710.00.00	10	10
20/08/93	SALH30	710.00.00	1	9
20/08/93	SALH30	710.00.00	1	8
20/08/93	SALG50	710.00.00	3	5
20/08/93	ENTPED	710.00.00	9	14
21/08/93	ENTHOJ	710.00.00	1	15
24/08/93	SALG50	710.00.00	1	14
24/08/93	SALG50	710.00.00	1	13
25/08/93	SALH30	710.00.00	1	12
25/08/93	SALH50	710.00.00	1	11
25/08/93	SALG50	710.00.00	2	9
25/08/93	SALG50	710.00.00	2	7
28/08/93	SALG50	710.00.00	1	6
26/08/93	SALG50	710.00.00	2	4
06/09/93	ENTGUI	710.00.00	1	5

06/09/93	ENTGUI	710.00.00	1	8
06/09/93	ENTGUI	710.00.00	1	7
06/09/93	ENTGUI	710.00.00	1	8

Apartir de los datos de la tabla aniversario determinamos $X(r)$, si obtenemos una distribución de probabilidad de la demanda diaria.

Dicha demanda la obtenemos de la columna 4.

$$0\left(\frac{10}{49}\right)+1\left(\frac{25}{49}\right)+2\left(\frac{9}{49}\right)+3\left(\frac{3}{49}\right)+5\left(\frac{1}{49}\right)+10\left(\frac{1}{49}\right)=$$

$$0+0.510+0.367+0.183+0.102+0.204=1.366$$

En los datos de la tabla aniversario en el caso de movimientos(mov) **ENTPED** o **ENTHOJ** es claro que la demanda es de cero, por tal motivo se considera el caso de **0[10 / 49].**

En la siguiente tabla se muestra la distribución de probabilidad de la demanda diaria que se tuvo durante el mes de agosto con una fecha inicial del 03/08/1993 y fecha final de 07/ 09/1993.

DEMANDA / DIARIA	FRECUENCIA	FRECUENCIA RELATIVA = PROBABILIDAD
0	10	0.204
1	25	0.510
2	9	0.183
3	3	0.061
5	1	0.020
10	1	0.020
	49	1.000

Ahora multiplicando 1.366 por 299 días laborales nos da un $X(r)$ = 408.434 el costo anual de pedir una sala modelo aniversario es:

costo de pedir por año = N$ 71(408.434) / q

Brevemente se explicara el caso de demanda conocida y se tomara como ejemplo la figura 4.14.1.

Podemos ver claramente que el inventario promedio no es simplemente **q / 2,** sino que es una función del punto **r** en el cual se ha de solicitar un pedido, por lo tanto:

FIGURA 4.14.2

inventario promedio = (q / 2) + inventario de seguridad.

Ahora definiendo el inventario de seguridad tendremos que:
el inventario de seguridad es la diferencia entre el punto **r,** en el cual se ha de realizar un pedido, y la demanda que se espera durante un tiempo de anticipación $E(Y)$ por lo tanto:

inventario de seguridad = r - $E(Y)$

sustituyendo en la figura 4.14.2:

$$\text{costo de mantenimiento} = Ch\left(\frac{q}{2} + r - E(Y)\right)$$

En donde C_h es el costo por mantenimiento al año por cada unidad.

4.14.1 APLICACIONES.

1) Ejemplo:

La demanda en un sistema de inventarios tiene una tasa constante y uniforme de 2400 lb. Al año. El costo de mantener una libra al año del producto es de N$ 5, y el costo de ordenar un rebastecimiento es de N$22 por orden, no se admiten faltantes y el tamaño del lote debe de ser múltiplo de 100 lb.

¿Cual será el tamaño óptimo del pedido y cual el costo mínimo del sistema de inventario?. **r = 2400 C_1 = 5 C_3 = 22 U = 100**

$$q0(q0-U) \le \frac{2rC3}{C1} \le q0(q0+u)$$

$$q0(q0-100) \le 21120 \le q0(q0+100)$$

$$q0^2 + 100q0 - 21120 \ge 0$$

$$q0 = \frac{100 \pm \sqrt{(-100)^2 - 4(1)(-21120)}}{2}$$

$$q0 = 203688$$

$$q0 = -103.68$$

$$03.68 \le qo \le 203.68 - - - - - q0 = 200$$

el costo total será: $C(q0) = \frac{C1(q0)}{2} + \frac{C3r}{q0} = \frac{(5)(200)}{2} + \frac{(22)(2400)}{200}$

C(q_0) = 500 + 264 = 764 / año número de pedidos al año : 12

BIBLIOGRAFIA.

1) Ejemplo tomado de los Apuntes de la Materia de Programación Dinámica.

Luz María Rangel.

E.N.E.P. Acatlán.

2) Ejemplo:

Un subcontratista se compromete a surtir motores diesel a un fabricante de camiones a razón de 25 motores por día.

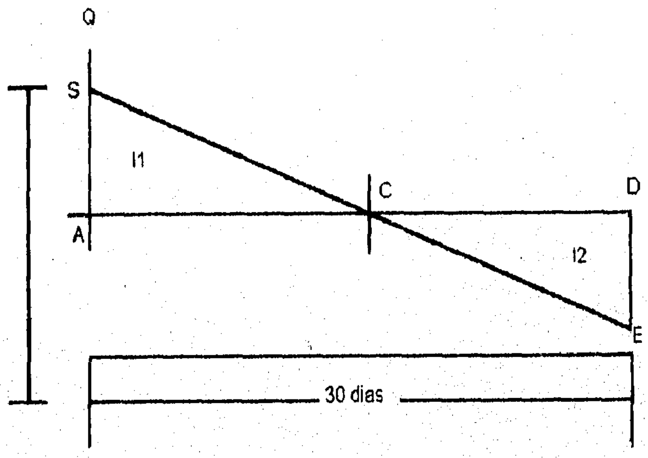
Se multa con N$10 por motor 1 día en que no se cumpla con la fecha de entrega. Se sabe que el costo de mantener un motor en el almacén es de N$16 por mes. El proceso de producción es tal que cada mes (30 días) inicia un grupo de motores y todos quedan disponibles para entrega en cualquier momento después del final de mes..

¿Cual deberá ser su nivel de inventario al principio de cada mes después de haber llevado al almacén los motores hechos el mes anterior y luego de surtir la demanda no satisfecha del mes anterior?.

$$C_1 = 16.$$

$$C_2 = 10.$$

$$r = 750$$



$$\frac{AC}{AB} = S$$

$$\frac{AC}{30} = \frac{S}{30r}, AC = \frac{30S}{30r} = \frac{S}{r}$$

$I1 = \left(\frac{S}{r} * S\right)\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{S^2}{2r}$ El costo de mantener el inventario promedio es: $\frac{CIS^2}{2r}$

El número de "días motor" que han dejado de surtirse esta dado por el área I_2:

$CD = 30 - \frac{S}{r}$ **área I_2** $\left(\left(30 - \frac{S}{r}\right)(30r - S)\right)\left(\frac{1}{2}\right)$

$DE = 30r - S$ $= \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{r}(30r - S)(30r - S)\right)$

área de I_2 $= \frac{1}{2r}(30r - S)^2$

El costo de la demanda no surtida es: $\frac{C2(30r-S)^2}{2r}$

el costo total es: $C(S)=\frac{C1S^2}{2r}+\frac{C2(30r-S)^2}{2r}=\frac{C1S^2+C2(30r-S)^2}{2r}$

derivando con respecto a **S**:

$$=\frac{C1S^2C2-(C1rC2)30}{r}$$

$$S0=\frac{30rC2}{C1+C2}$$

S0 = 712

el costo total es:

C(So) =$5695.86:

BIBLIOGRAFIA

2) Ejemplo tomado de los Apuntes de la Materia de Programación Dinámica.

Luz María Rangel.

E.N.E.P. Acatlán.

CONSULTA DE MOVIMIENTOS POR ARTICULO

INV. INICIAL: 0 DIVISION: ELECTRODOMESTICOS
DESCRIPCION: EXTRACTOR MOULI. 14
MODELO: 140
COLOR: SIN COLOR
SALDO INICIAL: 0

TABLA EXTRACTO

FECHA MOVIMIENTO	MOVIMIENTO	COSTO	UNIDADES	EXIST. ARROJADA
23/08/93	ENTREQ	126.25.00	50	50
25/08/93	SALG50	126.25.00	4	46
25/08/93	SALG60	126.25.00	30	16
26/08/93	SALG50	126.25.00	5	11
26/08/93	ENTREQ	126.25.00	6	17
27/08/93	SALH30	126.25.00	1	16
27/08/93	SALH30	126.25.00	1	15
27/08/93	SALH50	126.25.00	3	12
27/08/93	SALG50	126.25.00	3	9
27/08/93	SALH50	126.25.00	3	6
27/08/93	SALH30	126.25.00	1	5
28/08/93	SALH50	126.25.00	1	4
30/08/93	SALH50	126.25.00	2	2
30/08/93	SALG50	126.25.00	2	0
30/08/93	ENTPED	126.25.00	48	48
01/09/93	SALG60	126.25.00	30	18
02/09/93	SALH50	126.25.00	8	10
02/09/93	SALG50	126.25.00	2	8
03/09/93	SALG50	126.25.00	8	0
06/09/93	ENTPED	126.25.00	48	48
07/09/93	SALG60	126.25.00	10	38
08/09/93	SALH50	126.25.00	4	34
08/09/93	SALG60	126.25.00	5	29
09/09/93	SALG60	126.25.00	15	14
10/09/93	ENTREQ	126.25.00	2	16
10/09/93	SALG50	126.25.00	2	14
10/09/93	SALG60	126.25.00	5	9
10/09/93	SALH50	126.25.00	3	6
11/09/93	SALG50	126.25.00	4	2
13/09/93	ENTPED	126.25.00	50	52
14/09/93	SALH50	126.25.00	5	47
17/09/93	SALH30	126.25.00	1	46
17/09/93	SALH50	126.25.00	10	35
17/09/93	SALH50	126.25.00	12	24
17/09/93	SALH50	126.25.00	4	20
18/09/93	SALH50	126.25.00	2	16
20/09/93	ENTPED	126.25.00	198	216
20/09/93	SALG50	126.25.00	5	211
20/09/93	SALG50	126.25.00	10	201
21/09/93	SALH50	126.25.00	6	195
21/09/93	SALG60	126.25.00	30	165
21/09/93	SALG60	126.25.00	20	145
21/09/93	SALG60	126.25.00	30	115
21/09/93	SALG50	126.25.00	10	105
22/09/93	SALH30	126.25.00	1	104
22/09/93	SALG50	126.25.00	5	99
23/09/93	SALH50	126.25.00	10	89

23/09/93	SALH50	126.25.00	3	86
23/09/93	SALH50	126.25.00	4	82
23/09/93	SALG50	126.25.00	6	76
23/09/93	SALG50	126.25.00	1	75
23/09/93	SALG50	126.25.00	15	60
24/09/93	SALH30	126.25.00	1	59
24/09/93	SALG50	126.25.00	20	39
24/09/93	SALG50	126.25.00	3	36
24/09/93	SALG50	126.25.00	3	33
27/09/93	SALG50	126.25.00	10	23
28/09/93	SALH50	126.25.00	5	18
28/09/93	SALG50	126.25.00	3	15
04/10/93	SALH50	126.25.00	5	10
06/10/93	SALG50	126.25.00	5	5
07/10/93	SALG50	126.25.00	1	4
08/10/93	SALG50	126.25.00	4	0
11/10/93	ENTREQ	126.25.00	198	198
11/10/93	SALG50	126.25.00	10	188
13/10/93	SALH50	126.25.00	4	184
13/10/93	SALH50	126.25.00	5	179
13/10/93	SALH50	126.25.00	5	174
13/10/93	SALH50	126.25.00	4	170
13/10/93	SALH30	126.25.00	1	169
13/10/93	SALH30	126.25.00	1	168
13/10/93	SALG50	126.25.00	5	163
13/10/93	SALG50	126.25.00	30	133
13/10/93	SALG50	126.25.00	10	123
13/10/93	SALG50	126.25.00	10	113
14/10/93	SALH50	126.25.00	5	108
14/10/93	SALH50	126.25.00	4	104
14/10/93	SALG50	126.25.00	5	99
14/10/93	SALG50	126.25.00	10	89
15/10/93	SALH50	126.25.00	2	87
15/10/93	SALH50	126.25.00	3	84
15/10/93	SALH30	126.25.00	1	83
18/10/93	ENTHOJ	126.25.00	1	84
18/10/93	SALG50	126.25.00	7	77
18/10/93	SALH50	126.25.00	2	75
18/10/93	SALG50	126.25.00	50	25
18/10/93	SALG50	126.25.00	4	21
18/10/93	SALG50	126.25.00	5	16
19/10/93	SALG50	126.25.00	2	14
19/10/93	SALG50	126.25.00	4	10
20/10/93	SALG50	126.25.00	5	5
20/10/93	SALG50	126.25.00	1	4
21/10/93	ENTPED	126.25.00	99	103
21/10/93	ENTPED	126.25.00	99	202
22/10/93	SALH50	126.25.00	3	199
22/10/93	SALH30	126.25.00	1	198
22/10/93	SALH50	126.25.00	4	194
22/10/93	SALG50	126.25.00	12	182
22/10/93	SALG50	126.25.00	7	175
22/10/93	SALG50	126.25.00	53	122
23/10/93	SALH50	126.25.00	5	117
23/10/93	SALH50	126.25.00	10	107
25/10/93	SALH50	126.25.00	3	104
25/10/93	SALH50	126.25.00	5	99
25/10/93	SALG50	126.25.00	1	98

112

25/10/93	SALG60	126.25.00	50	48
25/10/93	SALG50	126.25.00	6	42
25/10/93	SALG50	126.25.00	5	37
27/10/93	SALH50	126.25.00	3	34
27/10/93	SALG50	126.25.00	2	32
29/10/93	SALH50	126.25.00	1	31
03/11/93	SALG50	126.25.00	6	25
03/11/93	SALG50	126.25.00	25	0
08/11/93	ENTPED	126.25.00	300	300
09/11/93	SALH50	126.25.00	3	297
09/11/93	SALH50	126.25.00	1	296
09/11/93	SALH50	126.25.00	6	290
09/11/93	SALG50	126.25.00	100	190
10/11/93	SALH50	126.25.00	4	186
10/11/93	SALG50	126.25.00	100	86
11/11/93	SALH50	126.25.00	3	83
11/11/93	SALH50	126.25.00	5	78
11/11/93	SALH50	126.25.00	5	73
11/11/93	SALG50	126.25.00	8	65
11/11/93	SALG50	126.25.00	5	60
11/11/93	SALG50	126.25.00	5	55
12/11/93	SALH50	126.25.00	3	52
12/11/93	SALH10	126.25.00	1	51
12/11/93	SALH50	126.25.00	6	45
12/11/93	ENTHOJ	126.25.00	3	48
12/11/93	SALH50	126.25.00	3	45
13/11/93	SALH50	126.25.00	3	42
13/11/93	SALH30	126.25.00	1	41
13/11/93	SALH50	126.25.00	8	33
13/11/93	SALG60	126.25.00	20	13
15/11/93	SALH50	126.25.00	3	10
15/11/93	ENTPED	126.25.00	150	160
17/11/93	SALG50	126.25.00	10	150
18/11/93	SALH50	126.25.00	4	146
19/11/93	SALG50	126.25.00	100	46
22/11/93	SALH30	126.25.00	1	45
22/11/93	SALH50	126.25.00	10	35
23/11/93	SALH50	126.25.00	4	31
23/11/93	SALH50	126.25.00	2	29
23/11/93	SALG50	126.25.00	7	22
24/11/93	SALG50	126.25.00	2	20
24/11/93	SALG50	126.25.00	19	1
25/11/93	SALH30	126.25.00	1	0

Los datos anteriores muestran las entradas y salidas de mercancía en un periodo de inicio de inventario hasta el final de el mismo, vamos a comenzar por determinar el costo de pedir mercancía en el periodo de tiempo de 79 días, que es el tiempo que marca el inventario, en algunos casos los inventarios son tratados en periodos de un año.

costo de Pedir: El costo de pedir como se recordara esta dado por:

$$Cp = \frac{Xr}{q}$$ demanda esperada / cantidad pedida

Demanda / Día	Frecuencia	Frec. Relativa = Probabilidad
1	21	0.1567
2	11	0.0820
3	18	0.1343
4	15	0.1119
5	23	0.1716
6	6	0.0447
7	3	0.0220
8	4	0.0290
10	13	0.0970
12	2	0.0149
15	2	0.0149
19	1	0.0074
20	3	0.0220
25	1	0.0074
30	5	0.0373
50	2	0.0149
53	1	0.0074
100	3	0.0223

$\sum 0.9977$

1(0.1567) + 2(0.0820) + 3(0.1343) + 4(0.1119) + 5(0.1716) + 6(0.0447) + 7(0.0022) + 8(0.0290) + 10(0.0970) + 12(0.0149) + 15(0.0149) + 19(0.0074) + 20(0.022) + 25(0.0074) + 30(0.0373) + 50(0.0149) + 53(0.0074) + 100(0.0223)

$= \sum = 9.3075$

multiplicando **9.3075** y **79** días laborales(recuérdese que no se ésta tratando con periodos de un año. sino con un periodo de tiempo dado). $\bar{X} = 735.2925$ con un costo de pedir por unidad de **126.25** $C_p = 326$ y **q=1252** por lo tanto el costo de pedir es:

$$Cp = \frac{X}{q} = (326)\frac{735.2925}{1252} = 19145$$

$\bar{X}$ se obtiene, si se determina una distribución de probabilidad de la demanda diaria, una vez obtenido el valor esperado, multiplicamos éste valor por el número de días de inventario(los datos se pueden obtener de tabla extractor).

4.15 COSTO DE MANTENER EL INVENTARIO.

El pedir mercancía para poder satisfacer la demanda de los productos, implica un elevado costo por el mantenimiento de el producto dentro de el almacén, sin embargo, podemos ver de la tabla extractor que el inventario promedio es:

Inventario Promedio = (q / 2) + Inventario de Seguridad.

En teoría, se dice que el inventario de seguridad es la diferencia entre el punto de pedido **r** y la demanda esperada durante el tiempo de anticipación **E(DDTA)**
siendo ésto igual a:

Inventario de Seguridad = r - E(DDTA)

por lo tanto:

Inventario Promedio = (q / 2) + (r - E(DDTA))

entonces el costo de mantenimiento del inventario es:

Costo de Mantenimiento del Inventario = $Cm\left(\frac{q}{2}+(r-E(DDTA))\right)$

En donde **C_m** (usualmente Cm es expresado como fracción del costo de el artículo)es el costo de mantener una unidad en un periodo de tiempo dado (en teoría se habla de un año, pero no es éste el caso por que las unidades compradas pueden durar lo mismo unas cuantas horas que varios años, es por eso que unicamente se esta considerando un periodo de tiempo de 79 días).

4.16 COSTO DE LOS FALTANTES.

Se llama costo de los faltantes durante un tiempo de anticipación, al número de unidades que son demandadas, pero que no se encuentran disponibles durante un periodo de tiempo dado; los faltantes se presentan cuando la demanda es mayor que el número de unidades disponibles, aún cuando el pedido ya se encuentra surtido, ésto es, puede hacerse un pedido pero tiempo después se hace otro, es posible que en ese momento las unidades disponibles no puedan satisfacer la demanda. El costo de tener faltantes durante el periodo de 79 días es el costo de el faltante multiplicado por el número de periodos de tiempo de anticipación durante el periodo mismo, aunque es muy probable en los que se dan casos que únicamente tratan periodos de un año.

$$\textbf{costo de los faltantes} = Cf * E(S) * \left(\frac{Xr}{q}\right)$$

costo estimado de un faltante,número de faltantes que se esperan por periodo de anticipación,demanda esperada dividida entre la cantidad pedida. Por lo tanto el Costo Total del Inventario es:

$$CTI = Cp\left(\frac{Xr}{q}\right) + Cm\left(\frac{q}{2} + r - E(DDTA)\right) + Cf * E(S) * \left(\frac{Xr}{q}\right)$$

En la realidad los costos de la mercancía pueden variar en cuestión de días y hasta de horas sobre todo el área de la electrónica o productos extranjeros. Ahora es necesario que se calcule la distribución de la demanda de la manera siguiente:

1) Se calcula una distribución de frecuencia y una distribución de frecuencia relativa(probabilidad) de la demanda diaria del artículo.

2)Contar el número de días que toma recibir un pedido después de que ha sido solicitado.(El pedido se surte cada 8 días)(no se cuenta el día de entrega).

23/08/1993
26/08/1993 ——3 días de anticipación.
30/08/1993
06/09/1993 ——8 días de anticipación.
13/09/1993
20/09/1993 18 días de anticipación.
11/10/1993
16/10/1993——— 4 días de anticipación.
21/10/1993———4 días de anticipación.
21/10/1993———4 días de anticipación.
08/11/1993———13 días de anticipación.
12/11/1993———4 días de anticipación.
15/11/1993———2 días de anticipación.

De las 13 veces que se hace un pedido, en periodo de 79 días, se genera la tabla siguiente:

Tiempo de Anticipación	**Frecuencia**	**Probabilidad (Tiempo de Anticipación)**
3	1	0.076
8	5	0.384
18	1	0.076
4	4	0.307
13	1	0.076
2	1	0.076
	$\sum = 13$	$\sum = 0.995$

3) Una vez obtenidas las distribuciones de la demanda y el tiempo de anticipación, se crea una tabla que indique los tiempos de anticipación posibles:

Demanda Día	Probabilidad
1	0.1567
2	0.0820
3	0.1343
4	0.1119
5	0.1716
6	0.0477
7	0.0220
8	0.0290
10	0.0970
12	0.0149
15	0.0149
19	0.0074
20	0.0022
25	0.0074
30	0.0373
50	0.0149
53	0.0074
100	0.0223

DDTA P(DDTA)	E(DDTA)	P(S)Probabilidad de un faltante
1 * 0.0714	0.0714	0.9286
2 * 0.0714	0.1428	0.8572
3 * 0.0714	0.2142	0.7858
6 * 0.0714	0.4284	0.7144
48 * 0.1428	6.8544	0.5716
50 * 0.1428	7.1400	0.4288
99 * 0.1428	14.1372	0.2860
150 * 0.0714	10.7100	0.2146
198 * 0.1428	28.2744	0.0718
300 * 0.0714	21.4200	4-E04

$\sum = 0.9966$ $\sum = 89.39$

Por lo tanto **E(DDTA)**

$$E(DDTA) = \sum_{1}^{10} (DDTA) * P(DDTA) = 89.39$$

4) Como se mencionó anteriormente sobre un pedido hecho, y que durante ese periodo de entrega puede ocurrir una nueva demanda de mercancía lo que generaría tener los faltantes; siendo necesario calcularlos para un **r.**

Los faltantes se han de representar por **E(S)**, para el cálculo de **E(S)** hacemos uso de **P(DDTA)**, el cálculo es para un **r** en particular, así tenemos que:

Partimos de una posible demanda durante un tiempo de anticipación **(DDTA),** con una probabilidad que se encuentra asociada a **P(DDTA)**, el número de unidades que no se tienen disponibles después de pedir la mercancía es **(DDTA) - r** y la probabilidad de que ésto ocurra es **P(DDTA)** por lo tanto el número esperado de faltantes es:

$$E(S) = \sum_{DDTA>r}^{a} (DDTA - r) * p(DDTA)$$

r	(DDTA) - r	P(DDTA)	(DDTA -r) * P(DDTA)
1	300 -1	21.42	6404.5800
	198 - 1	28.27	5570.0568
	150 - 1	10.71	1595.7900
	99 - 1	14.1372	1385.4456
	50 - 1	7.1400	349.8600
	48 - 1	6.8544	322.1568
	6 - 1	0.4284	2.1420
	3 - 1	0.2142	0.4284
	2 - 1	0.1428	0.1428
	1 - 1	0.0714	0.0000
			$\sum$ = 15630.6024

2	300 - 2	21.4200	6383.1600
	198 - 2	28.2744	5541.7824
	150 - 2	10.7100	1585.0800
	99 - 2	14.1372	1371.3084
	50 - 2	7.1400	342.7200
	48 - 2	6.8544	315.3024
	6 - 2	0.4284	1.7142
	3 - 2	0.2142	0.2142
	2 -2	0.1428	0.0000
			$\sum = 15541.28$
3	300 - 3	21 4200	6361.7400
	198 - 3	28.2744	5513.5080
	150 - 3	10.7100	1574.3200
	99 - 3	14.1372	1357.1712
	50 - 3	7.1400	335.5800
	48 - 3	6.8544	308.4480
	6 - 3	0.4284	1.2852
	3 - 3	0.2142	0.0000
			$\sum = 15452.1024$
6	300 - 6	21.4200	6297.4800
	198 - 6	28.2744	5428.6848
	150 - 6	10.7100	1542.2400
	99 - 6	14.1372	1314.1600
	50 - 6	7.1400	314.1600
	48 - 6	6.8544	287.8848
	6 - 6	0.4284	0.0000
			$\sum = 15185.2092$

48	300 - 48	21.4200	5397.8400
	198 - 48	28.2744	4241.1600
	150 - 48	10.7100	1092.4200
	99 - 48	14.1372	720.9972
	50 - 48	7.1400	14 2800
	48 - 48	6.8544	0.0000
			$\sum$= 11466.6972
50	300 - 50	21.4200	5355.0000
	198 - 50	28.2744	4184.6112
	150 - 50	10.7100	1071.0000
	99 - 50	14.1372	692.7228
	50 - 50	7.1400	0.0000
			$\sum$= 113033340
99	300 - 99	21.4200	4305.4200
	198 - 99	28.2744	2799.1656
	150 - 99	10.7100	546.2100
	99 - 99	14.1372	0.0000
			$\sum$= 7650.7956
150	300 -150	21.4200	3213.00
	198 - 150	28.2744	1357.1712
	150 - 150	10.7100	0.0000
			$\sum$= 4570.1712
198	300 - 198	21.4200	2184.8400
	198 - 198	21.2744	0.0000
			$\sum$= 2184.8400

300 300 - 300 21.4200 0.0000

$\sum = 0.0000$

para hacer los cálculos de las probabilidades **P(DDTA)** se hace uso de la tabla que nos indica la probabilidad de un faltante P(S).

En este momento las unicas cantidades que son desconocidas son:

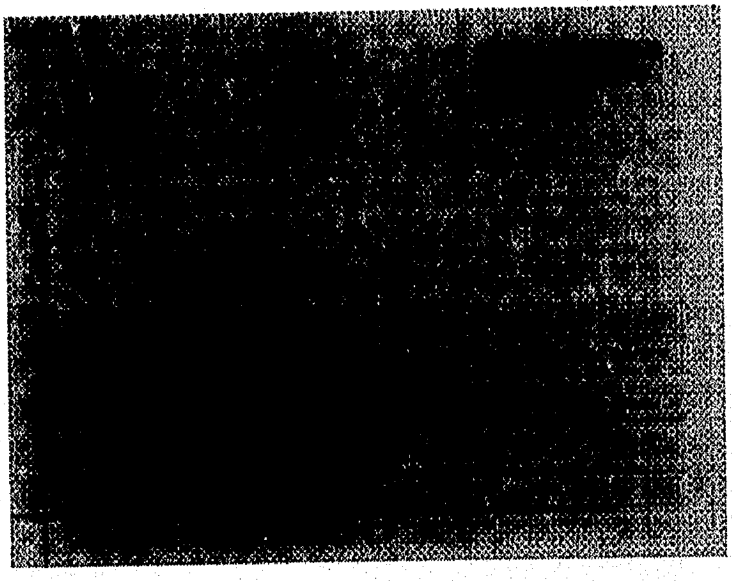
6) La cantidad óptima * Q.

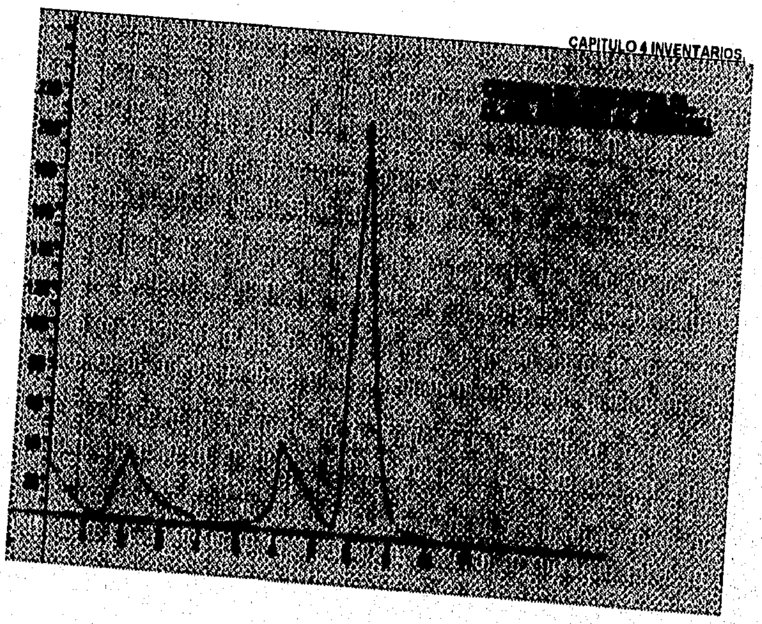
El punto de pedido * R.

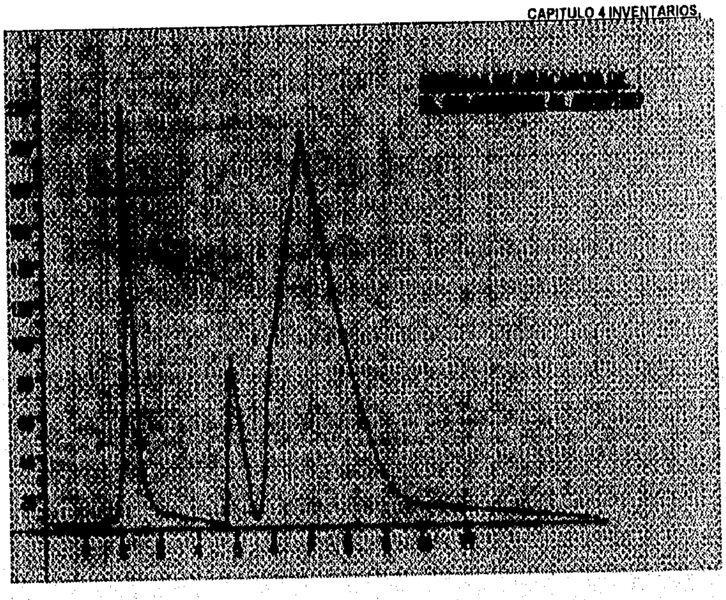
Pero antes veamos algunas de las posibles combinaciones para Q* y R* tomemos como punto de partida la siguiente expresión:

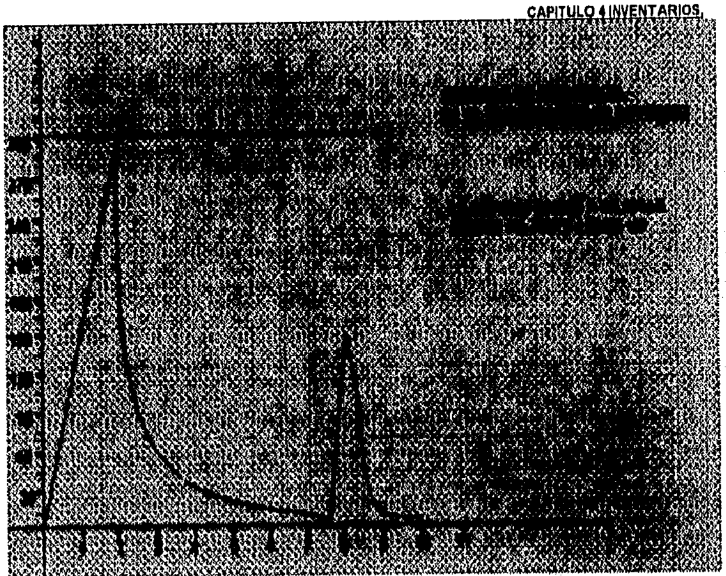
$$Q = \sqrt{\frac{2Cp(Xr)}{Cm}} = \sqrt{\frac{2(191.45)(7352925)}{12.6}} = 149 \qquad y \quad R^* = 300$$

q	r	CTI	$C_p(Xr / q)$	C. Mantener	C. Faltante
149	300	4537.156	944.77	3592.386	0.000
	198	15563.416		2307.186	12311.46
	150	286816.266		1702.386	284169.11
	99	477724.116		1059.786	475719.56
	50	704218.2608		442.386	702831.1048
	48	714350.8371		417.186	712988.8811
	6	945035.3566		-112.014	944202.6006
	3	961592.276		-149.814	960797.77
	2	967125.1797		-162.414	966342.8237
	1	972666.5037		-175.014	971896.7477




CAPITULO 4 INVENTARIOS





Las gráficas dicen que el siguiente pedido sea de 150 artículos y optimiza el costo total de el inventario; aunque también se puede hacer éste proceso para un periodo de cada mes a fin de controlar mejor el inventario.

En la tabla aniversario el último pedido es de 150 y nuestros datos obtenidos indican que debe de ser 149 a 150 artículos en la que la diferencia es mínima. Con los modelos anteriores se trata de establecer un modelo, para el ingreso de la mercancía, lo correcto es: distribuir todas las notas de venta y requisiciones que se encuentran pendientes y establecer un periodo de atraso de 3 días.

La función principal es la de agilizar las entregas y evitar el rezago de la mercancía en el almacén.

No se debe de surtir mercancía si ésta ha entrado al almacén el mismo día de su pedido, ésto con el fin de sacar la mercancía que tiene mayor tiempo de almacenamiento, lo que no se debe de hacer es: darle salida a la mercancía que es de reciente ingreso.

Lo que ocasiona este problema es el rezago de la mercancía por periodos de tiempo exageradamente largos como lo es el caso del área de colchones, en la que existen artículos con 4 años de estar almacenados, en ese periodo no han tenido movimientos pero si en cambio ocasionan gastos de almacenaje y en un corto tiempo pasa a ser mercancía descontinuada o dañada que resulta a fin de cuentas un gasto mayor el reparar.

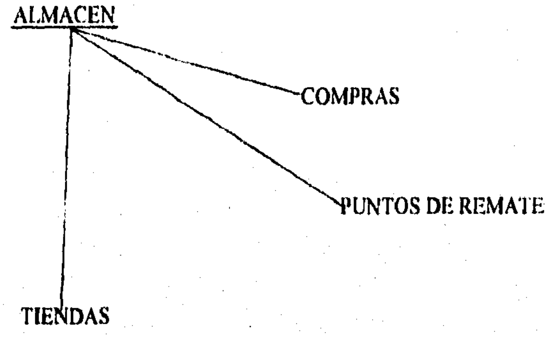
Lo correcto seria: dar prioridad de salida, a la mercancía que ya se encuentra almacenada.

Ahora no solo se trata de tener un control de las entradas y salidas de la mercancía, sino también saber en donde se encuentra un artículo en especial dentro de el almacén, cuando ingresan los artículos cuentan con los datos siguientes:

Descripción del artículo.
Número secuencial.
Fecha de ingreso.

Con el número secuencial debe de ser posible el establecer la ubicación del mismo, si se distribuyen correctamente las áreas de almacenamiento en cajones en los que el almacenista debe de supervisar de número secuencial a número secuencial; los artículos que se están colocando en dicho cajón.

Otro de los grandes problemas que se puede solucionar es el de las tiendas; éste problema se puede atacar si únicamente las tiendas se limitan a ser centros de demostración de los artículos que se venden; y que el almacén se encargue de atender las demandas de mercancía que tenga en existencia; por que de lo contrario se ésta vendiendo lo que no se tiene, el modelo que se plantea para solucionar el problema es:



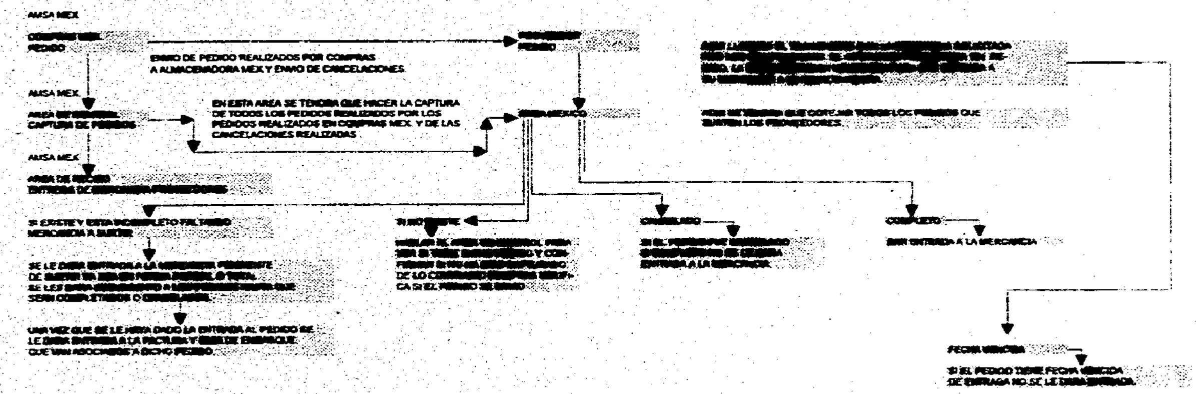
Este diagrama dice lo siguiente:

El almacén debe de ser el único que debe de tener relación con los compradores, ésto es para evitar que la mercancía sufra daños mayores que en el almacén mismo, por falta de espacio, y aún mejor no permitir que las tiendas realicen un inventario por mercancía que muchas veces no se sabe si en realidad llego al cliente; no es valido que una tienda argumente que tiene faltantes, porque se le surte de acuerdo a sus necesidades, tampoco se debe de permitir que una tienda solicite una cantidad "x" de mercancía y después la regrese al almacén porque no la vendió, si no la vende es responsabilidad de la tienda darle salida para evitar que almacenadora siga absorbiendo cargos que no le corresponden. Recordemos que la función de la tienda es vender.

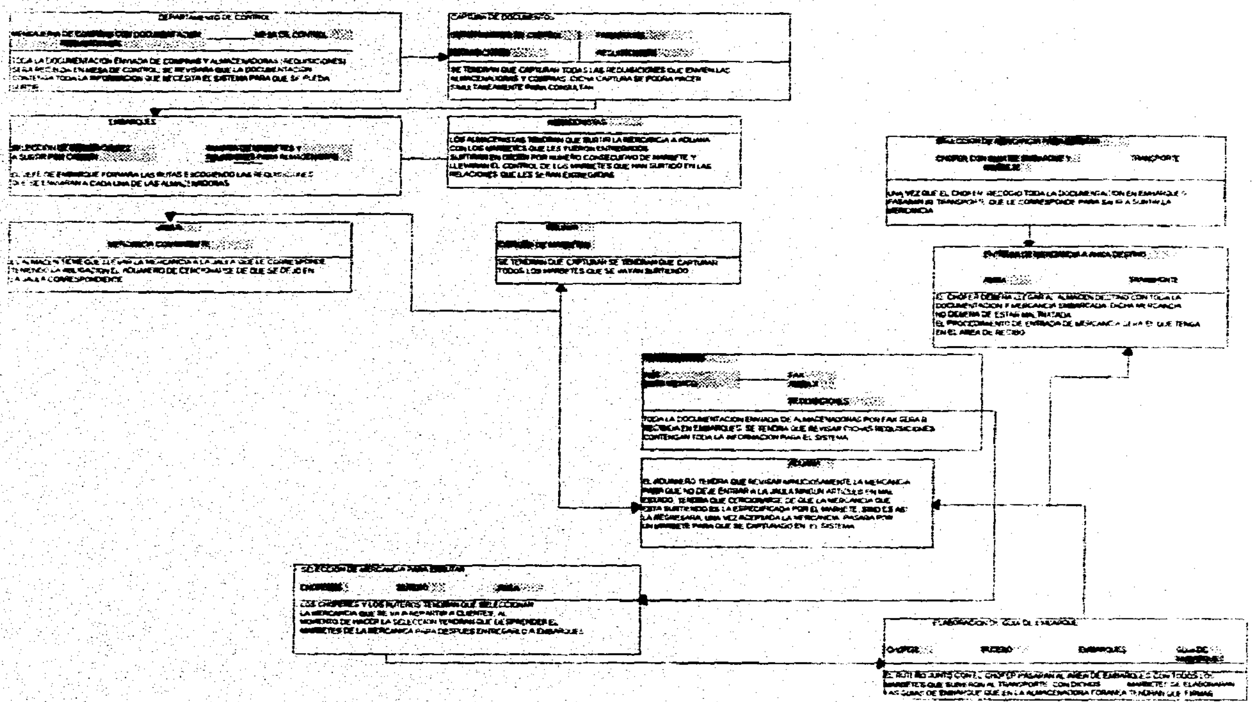
El inventario de las tiendes debe de ser igual al que se registra en el sistema de inventarios; las salidas de almacén deben de ser igual a las entradas de cada una de las tiendas. Es urgente que las tiendas cuenten también con el mismo sistema de inventarios, pero adaptado a tiendas, para que así puedan hacer frente al problema de inventarios que se tiene en cada tienda. El almacén, y en especial el área de control, debe de evitar que los compradores cuando entran al sistema de inventarios a consultas de mercancía, respeten las existencias que se tienen porque compran más de lo que se puede albergar en el almacén, y lo peor de todo acabar con las lineas de crédito que otorgan los proveedores, no se debe permitir que se caiga en el vicio de mayor descuento por la compra de mayor mercancía, porque nada les garantiza que al día siguiente se descontinue el producto que se compra sobre todo si es de electrónica. Es un vicio el que se ha creado el caer en el juego del proveedor: comprarle hoy una cantidad determinada de mercancía por que al día siguiente su costo se incrementa, deben de entender los compradores que es problema

de la empresa si los próximos dias tiene o no la solvencia económica para ad-
adquirir nuevos productos.

4.17 PROCESO PARA DAR ENTRADA A MERCANCIA SOLICITADA POR COMPRADORES



4.19 PROCESO PARA SURTIR MERCANCIA PARA ALMACENADORAS FORANEAS Y TIENDAS LOCALES Y FORANEAS



CON LA DESCRIPCION DE LAS UBI CACIONES	DIVISION DEFINIR PAREJAS PARA REALIZAR EL 1er CONTEO ORGANIZAR HOJAS DE INVENTARIO EMBARQUES RECIBO SERVICIO. CERRAR LAS LINEAS QUE NO SE ENCUENTRAN FISICAMENTE EN DEVOLUCIONES DE PROVEEDOR, REBAJAS DE PRECIO Y DOCUMENTO 28 ASI COMO SOLICITUD A DEMOSTRACION IDENTIFICAR LA MERCANCIA		
ORDENA EL INICIO DEL INVENTARIO FISICO	DEJA EL REGISTRO DEL CATALOGO, REQUISICI Y NOTAS DE VTA DE HOY PARA DESPUES DEL FISICO TERMINAR LA CAPTURA DE TODOS LOS MOVIMIENTOS DE AYER	(EMBARQUES) REGISTRA DE INMEDIATO LAS DEVOLUCIONES DE AYER Y LAS SALIDAS DE HOY AVISA A CONTROL AL TERMINAR NO SE DEBE COLOCAR MERCANCIA EN LAS [illegible] HASTA QUE EL INVENTARIO SE FINALIZA	
	MIENTRAS OCURRE EL INVENTARIO FISICO, CA EN EL SISTEMA DE SUMA DE MARBETES LAS CANTIDADES DE LAS LISTAS DE MERCANCIA QUE NO ESTA FISICAMENTE	(EMBARQUES) TAN PRONTO TERMINE DE CARGAR LOS CAMIONES, ACOMODA POR DIVISION LA MERCANCIA QUE QUEDO EN CADA [illegible] E INICIA PRIMER CONTEO CON DOS PAREJAS UNA DE LOCALES Y OTRA DE FORANEAS. ESTO SE REALIZA USANDO EL CATALOGO POR DIVISION HOJAS DE INVENTARIO Y SERVICIO	SIGUIENDO EL ORDEN DEL LISTADO, PARA CADA MARBETE CUENTA EL NUMERO DE ARTICULOS ENCONTRADOS Y ESCRIBE EL TOTAL EN EL SEGUNDO TALON DE MARBETE ENTREGA A CONTROL LOS MARBETES ORDENADOS ASI COMO EL LISTADO
	VERIFICA QUE LOS ALMACENISTAS ENTREGARON TODOS LOS MARBETES ORDENADOS		
	CUANDO EMBARQUES TERMINE DE CAPTURAR IMPRIME LOS LISTADOS DE EXISTENCIAS, PEDIDOS DE PROVEEDOR, PEDIDOS PENDIENTES SURTIR, DOCUMENTO 28, DOCUMENTO 32, SOLICITUD A DEMOSTRACION, REBAJAS DE PRECIO DEVOLUCIONES A PROVEEDOR Y VALUACION [illegible] INVENTARIO TODA ESTA INF. ENTREGARLA AL AUDITOR	(EMBARQUES) TAN PRONTO TERMINE PRIMER CONTEO DEL AREA DE EMBARQUES, INICIA EL SEGUNDO CONTEO DEL AREA EMBARQUES INICIA EL SEGUNDO CONTEO CON EL MISMO PROCEDIMIENTO QUE EN EL ALMACEN REALIZA EL TERCER CONTEO DONDE SE NECESITA	RECUENTAN CONTEOS CON EL AUDITOR Y EL ALMACENISTA LOS ARTICULOS PARA LOS QUE NO COINCIDIERON EL 1er Y 2o CONTEO
DA POR TERMINADAS LAS ACTIVIDADES DEL LEVANTAMIENTO DE INV. FISICO	VERIFICA QUE SE RECIBIERON TODOS LOS MARBETES QUE SALIERON AL TERCER CONTEO	(EMBARQUES) INICIA LA COLOCACION DE MERCANCIA EN LAS [illegible] DE SALIDA PARA LA CARGA DE LOS CAMIONES DEL DIA SIGUIENTE	
	DEJA CONCLUIDO Y ACOMODADO LOS MARBETES, PARA UN DIA DESPUES CAPTURAR		
"ACVENT" "SIGA"	CAPTURA EN EL SISTEMA LA CANTIDAD CORRECTA DE CADA MARBETE Y LAS DE LOS CATALOGOS DE EMBARQUES, LO IMPRIME, Y VERIFICA CONTRA LOS MARBETES Y LISTADOS IMPRIME EL LISTADO DE SUMAS POR ARTICULO Y LO CAPTURA A ACVENT SIEMPRE VERIFICAR LA INFORMACION		

UNA VEZ TERMINADO EL INVENTARIO REALIZAR EL CIERRE DE MES

APARTIR DE REGISTRA LA ENTRADA DE MERCANCIA, Y LA
COLOCAS EN LOS TAPANCOS DEL ALMACEN. EL MISMO DIA
EN QUE SE RECIBE MARCA TODA LA MERCANCIA IMPORTADA
QUE NO TIENE DOCUMENTACION CON UN LETRERO DE "NO CONTAR"

APARTIR DE ESTA FECHA SELLA TODOS LOS DOCUMENTOS DE ENTRADA
DE MERCANCIA CON "RECIBO ANTES DE INVENTARIO"

[illegible]

ONTROL

[illegible]

LA LISTA ... CANCIA QUE ... AL MOMENTO EN QUE LOS ALMACENISTAS COMIENZAN A RECORRER
LOS PASILLOS SUPRIMEN LAS COLOCACIONES

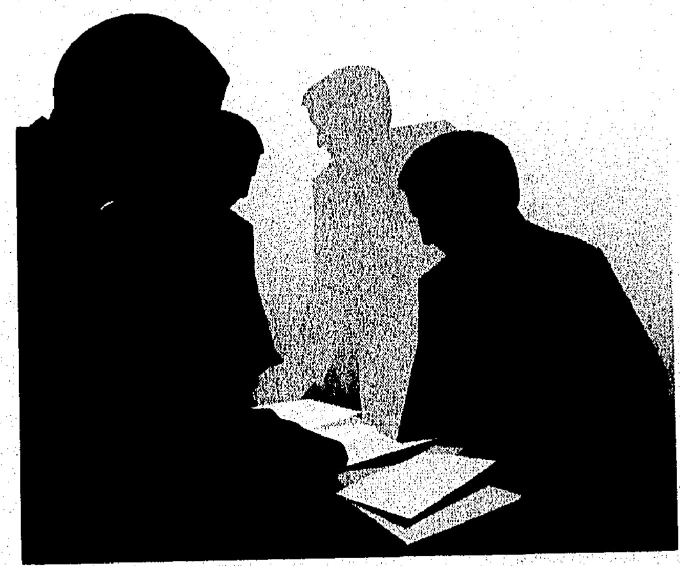
[illegible]

A LISTA DE ... REGISTRA EN EL SISTEMA TODAS LAS ENTRADAS DE MERCANCIA
HASTA ESTE DIA. ENTREGA A CONTROL LA LISTA DE LA MERCANCIA
RECIBIDA HOY QUE SE ALCANZO A COLOCAR EN TAPANCO

IONES SE-
ONTRA EL

[illegible]

A ... EL PRIMER ... INICIA EL ACOMODO DENTRO DE LA ALMACENADORA DE LA MER-
CANCIA QUE SE RECIBIO HOY, PARA DESPEJAR LOS MUELLES
DE RECIBO Y ESPERAR MERCANCIA PARA LOS PROXIMOS DIAS



5.1 EVOLUCION DE LA DEUDA EXTERNA (1970-1976).

La crisis económica que el país ya daba síntomas de padecer, se agudiza en el sexenio de Luis Echeverría Alvarez. Dicho periodo presidencial le costo a la nación 1800 mdd anuales, teniendo la oportunidad de costarle al gobierno de Echeverría la cantidad de 480 millones de dólares.

Al comienzo del sexenio, la deuda externa mexicana ascendía a poco más de 600 mil mdd, al finalizar su periodo el monto total era de más de 25000 mdd, para ese momento la deuda externa ya formaba el 32.6% de el producto interno bruto(PIB).

De ésta manera el sexenio seguía su marcha y con él, la economía nacional se resquebrajaba aún más enfilándose hacia una deuda no controlable.

5.2 EVOLUCIÓN DE LA DEUDA EXTERNA (1976-1982).

José López Portillo no quiso quedar fuera de la carrera de endeudamiento de el país, así que entro de lleno para continuar con su propia aportación. López Portillo recibe a un país con una deuda de un poco más de 29000 mdd, y al finalizar su sexenio, la obra estaría terminada, México había contraído una deuda de más de 80000 mil md.

Sin embargo el periodo de López Portillo decidió seguir endeudando al país con 12000 mdd, la catástrofe ya se vislumbraba, el país estaba endeudado.

Teniendo a una situación incontrolable, la historia no perdonaría dichos sexenios y nuevamente se usaría aquella tan sonada frase en la muerte de Francisco I. Madero "La Decena Trágica" o 12 años de hipotecar al país.

5.3 CLASIFICACION DE LOS ESTADOS DE LA DEUDA EXTERNA.

El problema básico consistirá en determinar las acciones que se deben realizar para optimizar el comportamiento de un sistema dado.
Para este caso, lo esencial es determinar las acciones que minimizan el costo de la deuda externa.

[5.3] Principales Indicadores Económicos.

Concepto	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988
Indicadores Económicos Básicos							
PIB a precios de mercado(1980=100.0)	108.1	103.6	107.3	110.1	105.9	107.4	108.6
Población(miles de habitantes)	74.0	75.8	77.6	79.4	81.2	83.0	84.8
PIB por habitante(1980=100)	103.	96.3	97.5	97.7	91.9	91.1	90.1
Déficit sector público/PIB	17.6	8.9	8.7	9.9	16.0	15.8	11.9
Dinero/PIB	7.5	6.0	6.5	6.5	5.1	4.3	4.5
Tipo de cambio real efectivo(1978=100)	25.5	161.	124.9	129.6	137.6	131.9	107.5
Tasa de desocupación	4.2	6.6	5.7	4.4	4.3	3.9	3.5
TASA DE CRECIMIENTO							
Indicadores Económicos de Corto Plazo							
PIB	-0.6	-4.2	3.6	2.6	-3.8	1.5	1.1
PIB Habitante	-3.0	-6.4	1.3	0.3	5.9	-0.7	-1.1
Ingreso Nacional Bruto	-5.5	-3.7	3.0	4.1	-7.5	1.6	0.5
Precios al consumidor(Dic.-Dic)	98.8	80.8	59.2	63.7	105.7	159.2	51.7
Sueldos y Salarios Reales	3.3	-25.2	-8.3	-1.2	-10.8	-4.7	-11.1
Valor Corriente de las Exportaciones de Bienes y Servicio	-9.4	3.9	10.9	-8.4	-20.8	25.8	5.7
MILLONES DE DOLARES							
Pago Utilidades e Intereses	12792	9355	10226	9007	7829	7192	7568
Pago de Servicio de la Deuda	19051	10285	10285	10285	10912	14775	14775
Saldo del Comercio de Bienes y Servicios	6279	14475	14056	9242	5698	10407	4052
Ingreso de Cuenta Corriente	-6221	5418	4239	1237	-1673	3966	- 3572
Deuda Externa Total	92408	93779	96651	96657	100991	107470	100384

Dicho costo depende del estado **Xt**, de la deuda en el año **t**. Hemos de suponer que las observaciones **{Xt, t = 0,1,2,....}** de los estados de la deuda externa, forman una cadena de Markov cuyo espacio de estados es **S = {0,1,2,....k}** la matriz de transición de la cadena de Markov es:

$$\begin{bmatrix} P_{00} & P_{01} & P_{02} & \ldots\ldots P_{0k} \\ P_{10} & P_{11} & P_{12} & P_{1k} \\ \\ . & . & . & \ldots\ldots\ldots \\ . & . & . & \ldots\ldots\ldots \\ . & . & . & \ldots\ldots\ldots \\ P_{k0} & P_{k1} & P_{k2} & P_{kk} \end{bmatrix}$$

Hemos de clasificar los estados de la deuda externa en la siguiente forma:

Tabla 5.3.1

Estado	Descripción
0	**Fácilmente Controlable.**
1	**Dificilmente Controlable.**
2	**Critico.**
3	**Fuera de Control.**

BIBLIOGRAFIA.

(5.3) 1) El Mercado de Valores.
Nacional Financiera.
Núm. 16 Agosto 16,1989.
Pg. 26-37.
2) "La Deuda Externa de México 1973-1987 de la Abundancia a la Escacez de Creditos".
Rosario Green.
S.R.E.
ED. Nueva Imagen.
México 1988.
3) Consultar Periodicos de la Hemeroteca Nacional.

5.4 DESARROLLO DE LA DEUDA EXTERNA (1982-1988).

La deuda ya había comenzado hacer estragos en todos los sectores, económicos, pero en especial durante los primeros años de el gobierno de Miguel de la Madrid. Aparte de las empresas estatales más importantes son entre 20 y 25 consorcios los que contratan créditos en los mercados europeos.

Entre las empresas más importantes por los problemas financieros que enfrentaron se encuentran: Moctezuma, Grupo Mexicano de Desarrollo, Tamsa, Salinas y Rocha **[5.4.1]**, Alfa, Visa e Industrias Resistol. El problema es de tal magnitud para varios, que se presentan situaciones de suspención de pagos, al grupo Alfa fue quien corrió con la peor de las suertes, ya que tuvo que permitir la entrada de los europeos al consejo de la administración.

Pero el periodo presidencial de López Portillo le había dejado al sexenio de Miguel de la Madrid una mejor herencia, la devaluación de el peso frente al dólar y la nacionalización de la banca, un nuevo esfuerzo al que tenia que hacer frente la clase más necesitada. Esto significa, cancelación de obras y servicios así como el retroceso de varios años, desempleo y carestía de la vida para el nuevo sexenio, era el legado tras el desastre del gobierno de López Portillo.

[5.4.1] SALINAS Y ROCHA SOLICITO EN EL SEXENIO DE LÓPEZ PORTILLO 2000 MDD, CON LA DEVALUACIÓN (TRAS LA SALIDA DEL MISMO), LA EMPRESA TIENE QUE DEVOLVER 3 DÓLARES POR CADA DÓLAR SOLICITADO, ACTUALMENTE(PRIMER SEMESTRE DE 1996) SE ESTA NEGOCIANDO CON LOS BANCOS ACREEDORES LA NUEVA DEUDA POR LA ÚLTIMA DEVALUACIÓN(GOBIERNO DE ZEDILLO), SI NO SE CONSIGUE APLAZAR LOS PAGOS, LAS 11 TIENDAS DEPARTAMENTALES PASARAN A MANOS DE LOS ACREEDORES NACIONALES Y EXTRANJEROS.

5.5 ESTADOS DE LA DEUDA EXTERNA.

Sea X_t el estado de la deuda una vez observada en el periodo **t (año t).**

El criterio para clasificar la deuda externa, como perteneciente a uno u otro estado, se basa en el coeficiente de servicio de la deuda.

Dicho coeficiente se representa por "r_t" donde "r_t" es el coeficiente de servicio "S_t" de la deuda en el año "t", sobre el ingreso en cuenta corriente "y_t" en el año "t" y ésto a su vez multiplicado por 100.

$$r_t = (S_t / Y_t) * 100 \quad t = 0,1,2,...$$

Tabla 5.5.1

AÑO	INGRESO	SERVICIO	COEFICIENTE DE SERVICIO.
82	**30600**	**19051.0**	**62%**
83	**32493**	**10285.5**	**31%**
84	**37442**	**10285.5**	**27%**
85	**35463**	**10285.5**	**29%**
86	**29563**	**10912.0**	**36%**
87	**36532**	**14775.0**	**39%**
88	**41549**	**14775.0**	**35%**

82	83	84	85	86	87	88
3	1	0	1	2	3	2

ESTADO	SERVICIO
0	10285.5
1	10285.5
2	14775.0
3	19051.0

La clasificación es la siguiente:

Tabla 5.5.2

ESTADO	COEFICIENTE DE SERVICIO DE LA DEUDA EXTERNA.
0	**$0 <= r_t <= 27$**
1	**$27 < r_t <= 31$**
2	**$31 < r_t <= 36$**
3	**$36 < r_t <= 62$**

TABLA 5.5.3

AÑO	INGRESO	SERVICIO	COEFICIENTE DE SERVICIO	ESTADO
82	30600	19051	62%	3
83	32493	10285	31%	1
84	37492	10285	27%	0
85	35463	10285	29%	1
86	29532	10912	36%	2
87	36950	14775	39%	3
88	41549	14775	35%	2

El espacio de estados es S = {0,1,2,3}

Tabla 5.5.4

DECISION	ACCION
1	No hacer nada y permanecer en el mismo estado.
2	Regresar al estado inmediato anterior.
3	Reestructurar la deuda y regresar al estado 2

	1	2	3
0	10285	10285	14775
1	10285	10285	14775
2	14775	10285	14775
3	19051	10285	14775

Las políticas anteriores quedan identificadas por las secuencias que se muestran a continuación:

Tabla 5.5.5

Politica	d0	d1	d2	d3
0	1	1	1	1
1	1	1	2	1
2	1	1	2	1
3	1	1	1	3

Tenemos por matriz de probabilidad:

	0	1	2	3
0	0	1/3	1/3	1/3
1	0	0	½	½
2	0	0	0	1
3	0	0	0	1

En ésta matriz podemos ver que de no controlarse la deuda vamos a caer en un estado fuera de control, que es absorbente y del cual seria difícil de salir; aún cuando se diera una renegociación de la deuda.

Las matrices de transferencias evaluadas para políticas son:

POLITICA R1

	0	1	2	3
0	1	0	0	0
1	½	0	½	0
2	0	0	0	1
3	0	½	½	0

POLITICA R2

	0	1	2	3
0	0	1	0	0
1	1	1	1	0
2	0	0	0	1
3	0	½	½	0

POLITICA R3

	0	1	2	3
0	0	1	0	0
1	½	0	½	0
2	0	1	0	0
3	0	½	½	0

POLITICA R4

	0	1	2	3
0	0	1	0	0
1	½	0	½	0
2	0	0	0	1
3	0	0	1	0

Para resolver el problema se usará el método de aproximaciones sucesivas porque nos evita el tener que resolver ecuaciones lineales que pueden llegar a ser muy grandes, aunque si será difícil su política óptima adecuada."Hacemos mención al uso del factor de descuento que se encuentra representado por , es importante por que un peso de hoy ha de tener menor valor para el futuro." [5.5.a] Tenemos **α(α < 1)** el factor de descuento equivale al cociente **(i / (1 + i))** donde i es la tasa de interés en el sector financiero. "Supongamos que aún cierto banco México le adeuda 1000 mdd la tasa de intereses para aquella época era la tasa Libor más 13/16 de punto porcentual. Si la tasa Libor es de 10.18%, entonces: **tasa Libor + 13/16 = 11%** México pagaría anualmente por concepto de intereses 100 mdd (1000 mdd * 0.11)" [5.5.b]

POLITICA R1

Estado(i)	Acción(q)
0	1
1	2
2	2
3	3

BIBLIOGRAFIA.

[5.5.a] Ver Métodos y Modelos de Investigación de Operaciones Vol. 2 Cap. 5
Juan Prawda Witenberg
[5.5.b] El Mercado de Valores Nacional Financiera,
Núm. 16 Agosto 15. 1989.

ITERACION 1 MATRIZ 1.

$V_0^0 = V_1^0 = V_2^0 = V_3^0 = 0$

$V_0^1 = Min\{C_{01} + \alpha[(P_{00}(q=1)V_0^0) + (P_{01}(q=1)V_1^0) + (P_{02}(q=1)V_2^0) + (P_{03}(q=1)V_3^0)]\}$

$V_0^1 = Min\{10285 + 0.9[0]\}$

$V_0^1 = Min\{C_{02} + \alpha[(P_{00}(q=1)V_0^0) + (P_{01}(q=1)V_1^0) + (P_{02}(q=1)V_2^0) + (P_{03}(q=1)V_3^0)]\}$

$V_0^1 = Min\{10285 + 0.9[0]\}$

$V_0^1 = Min\{C_{03} + \alpha[(P_{00}(q=1)V_0^0) + (P_{01}(q=1)V_1^0) + (P_{02}(q=1)V_2^0) + (P_{03}(q=1)V_3^0)]\}$

$V_0^1 = Min\{14775 + 0.9[0]\}$

$V_0^1 = \{10285, 10285, 14775\}$ q = 1 o q = 2

$V_1^1 = Min\{C_{01} + \alpha[(P_{10}(q=1)V_0^0) + (P_{11}(q=1)V_1^0) + (P_{12}(q=1)V_2^0) + (P_{13}(q=1)V_3^0)]\}$

$V_1^1 = Min\{10285 + 0.9[(1/2)(0) + (0)(0) + (1/2)(0) + (0)(0)]\}$

$V_1^1 = Min\{10285 + 0.9[0]\}$

$V_1^1 = Min\{14775 + 0.9[0]\}$

$V_1^1 = \{10285, 10285, 14775\}$ q = 1 o q = 2

$V_2^1 = Min\{C_{20} + \alpha[(P_{10}(q=1)V_0^0) + (P_{11}(q=1)V_1^0) + (P_{12}(q=1)V_2^0) + (P_{13}(q=1)V_3^0)]\}$

$V_2^1 = Min\{10285 + 0.9[(0)]\}$

$V_2^1 = Min\{10285 + 0.9[0]\}$

$V_2^1 = Min\{14775 + 0.9[0]\}$

$V_2^1 = \{10285, 10285, 14775\}$ q = 1 o q = 2

$V_3^1 = Min\{C_{30} + \alpha[(P_{10}(q=1)V_0^0) + (P_{11}(q=1)V_1^0) + (P_{12}(q=1)V_2^0) + (P_{13}(q=1)V_3^0)]\}$

$V_3^1 = Min\{10285 + 0.9[(0)]\}$

$V_3^1 = Min\{10285 + 0.9[(0)]\}$

$V_3^1 = Min\{14775 + 0.9[(0)]\}$

$V_3^1 = \{10285, 10285, 14775\}$ q = 1 o q = 2

MATRIZ 1 q = 1,1,1,1 o q = 2,2,2,2

ITERACION 2 MATRIZ 1.

$V_0^2 = Min\{C_{01} + \alpha[(P_{00}(q=1)V_0^1) + (P_{01}(q=1)V_1^1) + (P_{02}(q=1)V_2^1) + (P_{03}(q=1)V_3^1)]\}$

ITERACION 1 MATRIZ 1.

$$V_0^0 = V_1^0 = V_2^0 = V_3^0 = 0$$
$$V_0^1 = Min\{C_{01} + \alpha[(P_{00}(q=1)V_0^0) + (P_{01}(q=1)V_1^0) + (P_{02}(q=1)V_2^0) + (P_{03}(q=1)V_3^0)]\}$$
$$V_0^1 = Min\{10285 + 0.9[0]\}$$
$$V_0^1 = Min\{C_{02} + \alpha[(P_{00}(q=1)V_0^0) + (P_{01}(q=1)V_1^0) + (P_{02}(q=1)V_2^0) + (P_{03}(q=1)V_3^0)]\}$$
$$V_0^1 = Min\{10285 + 0.9[0]\}$$
$$V_0^1 = Min\{C_{03} + \alpha[(P_{00}(q=1)V_0^0) + (P_{01}(q=1)V_1^0) + (P_{02}(q=1)V_2^0) + (P_{03}(q=1)V_3^0)]\}$$
$$V_0^1 = Min\{14775 + 0.9[0]\}$$
$$V_0^1 = \{10285, 10285, 14775\} \qquad q = 1 \text{ o } q = 2$$

$$V_1^1 = Min\{C_{01} + \alpha[(P_{10}(q=1)V_0^0) + (P_{11}(q=1)V_1^0) + (P_{12}(q=1)V_2^0) + (P_{13}(q=1)V_3^0)]\}$$
$$V_1^1 = Min\{10285 + 0.9[(1/2)(0) + (0)(0) + (1/2)(0) + (0)(0)]\}$$
$$V_1^1 = Min\{10285 + 0.9[0]\}$$
$$V_1^1 = Min\{14775 + 0.9[0]\}$$
$$V_1^1 = \{10285, 10285, 14775\} \qquad q = 1 \text{ o } q = 2$$

$$V_2^1 = Min\{C_{20} + \alpha[(P_{10}(q=1)V_0^0) + (P_{11}(q=1)V_1^0) + (P_{12}(q=1)V_2^0) + (P_{13}(q=1)V_3^0)]\}$$
$$V_2^1 = Min\{10285 + 0.9[(0)]\}$$
$$V_2^1 = Min\{10285 + 0.9[0]\}$$
$$V_2^1 = Min\{14775 + 0.9[0]\}$$
$$V_0^1 = \{10285, 10285, 14775\} \qquad q = 1 \text{ o } q = 2$$

$$V_3^1 = Min\{C_{30} + \alpha[(P_{10}(q=1)V_0^0) + (P_{11}(q=1)V_1^0) + (P_{12}(q=1)V_2^0) + (P_{13}(q=1)V_3^0)]\}$$
$$V_3^1 = Min\{10285 + 0.9[(0)]\}$$
$$V_3^1 = Min\{10285 + 0.9[(0)]\}$$
$$V_3^1 = Min\{14775 + 0.9[(0)]\}$$
$$V_0^1 = \{10285, 10285, 14775\} \qquad q = 1 \text{ o } q = 2$$

MATRIZ 1 q = 1,1,1,1 o q = 2,2,2,2

ITERACION 2 MATRIZ 1.

$$V_0^2 = Min\{C_{00} + \alpha[(P_{00}(q=1)V_0^1) + (P_{01}(q=1)V_1^1) + (P_{02}(q=1)V_2^1) + (P_{03}(q=1)V_3^1)]\}$$

q	P	P	P	P
1	1	0	0	0
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$$V_0^2 = Min\{10285 + 0.9[(1)(10285)]\} = 1954$$
$$V_0^2 = Min\{10285 + 0.9[(1)(10285) + (1)(10285)]\} = 287985$$
$$V_0^2 = Min\{14775 + 0.9[(1)(10285)]\} = 2403$$
$$V_0^2 = \{19541, 28798, 24031\} \qquad q = 1$$

$$V_2^1 = Min\{C_{10} + \alpha[(P_{00}(q=1)V_0^1) + (P_{01}(q=1)V_1^1) + (P_{02}(q=1)V_2^1) + (P_{03}(q=1)V_3^1)]\}$$

q	P	P	P	P
1	1/2	0	1/2	0
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$$V_1^2 = Min\{10285 + 0.9[(1/2)(10285) + (1/2)(10285)]\} = 28798$$
$$V_1^2 = Min\{10285 + 0.9[(1)(10285)]\} = 287985$$
$$V_1^2 = Min\{14775 + 0.9[(1)(10285)]\} = 2403$$
$$V_1^2 = \{28798, 28798, 24031\} \qquad q = 3$$

$$V_2^2 = Min\{C_{20} + \alpha[(P_{00}(q=1)V_0^1) + (P_{01}(q=1)V_1^1) + (P_{02}(q=1)V_2^1) + (P_{03}(q=1)V_3^1)]\}$$

q	P	P	P	P
1	0	0	0	1
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$$V_2^2 = Min\{14775 + 0.9[(1)(10285)]\} = 2403$$
$$V_2^2 = Min\{10285 + 0.9[(1)(10285) + (1)(10285)]\} = 28798$$
$$V_2^2 = Min\{14775 + 0.9[(1)(10285)]\} = 2403$$
$$V_2^2 = Min\{24031, 28798, 24031\} \qquad q = 1 \text{ o } q = 3$$

$$V_3^2 = Min\{C_{30} + \alpha[(P_{00}(q=1)V_0^1) + (P_{01}(q=1)V_1^1) + (P_{02}(q=1)V_2^1 + (P_{03}(q=1)V_3^1)]\}$$

q	P	P	P	P
1	0	1/2	1/2	0
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_3^2 = Min\{19501 + 0.9[(1/2)(10285) + (1/2)(10285)]\} = 28307$

$V_3^2 = Min\{10285 + 0.9[(1)(10285) + (1)(10285)]\} = 28798$

$V_3^2 = Min\{14775 + 0.9[(1)(10285)]\} = 2403$

$V_3^2 = \{28307, 28798, 24031\}$ q = 3

MATRIZ 1 q = 1,3,1,3 o q = 1,3,3,3

ITERACION 3 MATRIZ. 1

$V_0^3 = Min\{C_{01} + \alpha[(P_{00}(q=1)V_0^2) + (P_{01}(q=1)V_1^2) + (P_{02}(q=1)V_2^2 + (P_{03}(q=1)V_3^2)]\}$

q	P	P	P	P
1	1	0	0	0
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_0^3 = Min\{10285 + 0.9[(1)(19541)]\} = 27872$

$V_0^3 = Min\{10285 + 0.9[(1)(19541) + (1)(10285)]\} = 37128$

$V_0^3 = Min\{14775 + 0.9[(1)(24031)]\} = 36403$

$V_0^3 = Min\{27872, 37128, 36403\}$ **q = 1**

q	P	P	P	P
1	1/2	1/2	0	0
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_1^3 = Min\{10285 + 0.9[(1/2)(19541) + (1/2)(24031)]\} = 29892$

$V_1^3 = Min\{10285 + 0.9[(1)(19541) + (1)(10285)]\} = 37128$

$V_1^3 = Min\{14775 + 0.9[(1)(24031)]\} = 36403$

$V_1^3 = Min\{29892, 37128, 36403\}$ q = 1

q	P	P	P	P
1	0	0	0	1
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_2^3 = Min\{14775 + 0.9[(1)(24031)]\} = 36403$

$V_2^3 = Min\{10285 + 0.9[(1)(19541) + (1)(10285)]\} = 37128$

$V_2^3 = Min\{14775 + 0.9[(1)(24031)]\} = 36403$

$V_2^3 = Min\{36403, 37128, 36403\}$ q = 1 o q = 3

q	P	P	P	P
1	0	1/2	1/2	0
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$$V_3^3 = Min\{19501 + 0.9[(1/2)(24031) + (1/2)(24301)]\} = 41129$$
$$V_3^3 = Min\{10285 + 0.9[(1)(19541) + (1)(10285)]\} = 37128$$
$$V_3^3 = Min\{14775 + 0.9[(1)(24031)]\} = 36403$$
$$V_3^3 = Min\{41129, 37128, 36403\} \qquad q = 3$$

MATRIZ 1 q = 1,1,3,3 o q = 1,1,1,3

ITERACION 4 MATRIZ. 1

$$V_0^4 = Min\{C_{01} + \alpha\{(P_{00}(q=1)V_0^3) + (P_{01}(q=1)V_1^3) + (P_{02}(q=1)V_2^3 + (P_{03}(q=1)V_3^3)]\}$$

q	P	P	P	P
1	1	0	0	0
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$$V_0^4 = Min\{10285 + 0.9[(1)(27872)]\} = 34841$$
$$V_0^4 = Min\{10285 + 0.9[(1)(27872) + (1)(29892)]\} = 62273$$
$$V_0^4 = Min\{14775 + 0.9[(1)(36403)]\} = 47538$$
$$V_0^4 = Min\{34841, 62273, 47538\} \qquad q = 1$$

q	P	P	P	P
1	1/2	0	1/2	0
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$$V_1^4 = Min\{10285 + 0.9[(1/2)(19541) + (1/2)(24031)]\} = 39209$$
$$V_1^4 = Min\{10285 + 0.9[(1)(27872) + (1)(36403)]\} = 62273$$
$$V_1^4 = Min\{14775 + 0.9[(1)(36403)]\} = 47538$$
$$V_1^4 = Min\{39209, 62273, 47538\} \qquad q = 1$$

q	P	P	P	P
1	0	0	0	1
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_2^4 = Min\{14775 + 0.9[(1)(36403)]\} = 47538$

$V_2^4 = Min\{10285 + 0.9[(1)(27872) + (1)(29892)]\} = 62273$

$V_2^4 = Min\{14775 + 0.9[(1)(36403)]\} = 47538$

$V_2^4 = Min\{47538, 62273, 47538\}$ q = 1 o q = 3

q	P	P	P	P
1	0	1/2	1/2	0
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_3^4 = Min\{19501 + 0.9[(1/2)(29892) + (1/2)(36403)]\} = 49334$

$V_3^4 = Min\{10285 + 0.9[(1)(27872) + (1)(29892)]\} = 62273$

$V_3^4 = Min\{14775 + 0.9[(1)(36403)]\} = 47538$

$V_3^4 = Min\{49334, 62273, 47538\}$ q = 3

MATRIZ 1 q 1,1,1,3

ITERACION 1 MATRIZ 2

$V_0^0 = V_1^0 = V_2^0 = V_3^0 = 0$

$V_0^1 = Min\{C_{01} + \alpha[(P_{00}(q=1)V_0^0) + (P_{01}(q=1)V_1^0) + (P_{02}(q=1)V_2^0) + (P_{13}(q=1)V_3^0)]\}$

$V_0^1 = Min\{10285 + 0.9[(0)(0) + (1/2)(0) + (1/2)(0) + (0)(0)]\} = 10285$

$V_0^1 = Min\{10285 + 0.9[(1)(0) + (0)(0) + (0)(0) + (0)(0)]\} = 10285$

$V_0^1 = Min\{14775 + 0.9[(0)(0) + (0)(0) + (1)(0) + (0)(0)]\} = 14775$

$V_0^1 = \{10285, 10285, 14775\}$ q = 1 o q = 2

$V_1^1 = Min\{C_{10} + \alpha[(P_{10}(q=1)V_0^0) + (P_{11}(q=1)V_1^0) + (P_{12}(q=1)V_2^0) + (P_{13}(q=1)V_3^0)]\}$

$V_1^1 = Min\{10285 + 0.9[0]\}$

$V_1^1 = Min\{10285 + 0.9[0]\}$

$V_1^1 = Min\{14775 + 0.9[0]\}$

$V_1^1 = \{10285, 10285, 14775\}$ q = 1 o q = 2

$V_2^1 = Min\{C_{20} + \alpha[(P_{20}(q=1)V_0^0) + (P_{21}(q=1)V_1^0) + (P_{22}(q=1)V_2^0) + (P_{23}(q=1)V_3^0)]\}$

$V_2^1 = Min\{10285 + 0.9[0]\} = 10285$

$V_2^1 = Min\{10285 + 0.9[0]\} = 10285$

$V_2^1 = Min\{14775 + 0.9[0]\} = 14775$

$V_s^1 = \{10285, 10285, 14775$ q = 1 o q = 2

$V_3^1 = Min\{C_{30} + \alpha[(P_{10}(q=1)V_0^0) + (P_{11}(q=1)V_1^0) + (P_{12}(q=1)V_2^0) + (P_{13}(q=1)V_3^0)]\}$

$V_3^1 = Min\{10285 + 0.9[0]\} = 10285$

$V_3^1 = Min\{10285 + 0.9[0]\} = 10285$

$V_3^1 = Min\{14775 + 0.9[0]\} = 14775$

$V_s^1 = \{10285, 10285, 14775\}$ q = 1 o q = 2

MATRIZ 2 q = 1,1,1,1 o 2,2,2,2

ITERACION 2 MATRIZ 2.

$V_0^2 = Min\{C_{00} + \alpha[(P_{20}(q=1)V_0^1) + (P_{21}(q=1)V_1^1) + (P_{22}(q=1)V_2^1) + (P_{23}(q=1)V_3^1)]\}$

q	P	P	P	P
1	0	1	0	0
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_0^2 = Min\{10285 + 0.9[(1)(10285)]\} = 1954$

$V_0^2 = Min\{10285 + 0.9[(1)(10285) + (1)(10285)]\} = 12136$

$V_0^2 = Min\{14775 + 0.9[(1)(10285)]\} = 2403$

$V_0^2 = \{19541, 12136, 24031\}$ q = 2

q	P	P	P	P
1	1	1	1	0
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_1^2 = Min\{C_{10} + \alpha[(P_{20}(q=1)V_0^1) + (P_{21}(q=1)V_1^1) + (P_{22}(q=1)V_2^1) + (P_{23}(q=1)V_3^1)]\}$

$V_1^2 = Min\{10285 + 0.9[(1)(10285) + (1)(10285) + (1)(10285)]\} = 38054$

$V_1^2 = Min\{10285 + 0.9[(1)(10285) + (1)810285)]\} = 748798$

$V_1^2 = Min\{14775 + 0.9[(1)(10285)]\} = 2403$

$V_1^2 = \{38054, 748798, 24031\}$ q = 3

$V_2^2 = Min\{C_{10} + \alpha[(P_{20}(q=1)V_0^1) + (P_{21}(q=1)V_1^1) + (P_{22}(q=1)V_2^1) + (P_{23}(q=1)V_3^1)]\}$

q	P	P	P	P
1	0	0	0	1
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_2^2 = Min\{14775 + 0.9[(1)(19541)]\} = 32362$
$V_2^2 = Min\{10285 + 0.9[(1)(10285) + (1)(10285)]\} = 28798$
$V_2^2 = Min\{14775 + 0.9[(1)(10285)]\} = 2403$
$V_2^2 = \{32362, 28798, 24031\}$ q = 3

$$V_3^2 = Min\{C_{30} + \alpha[(P_{30}(q=1)V_0^1) + (P_{31}(q=1)V_1^1) + (P_{32}(q=1)V_2^1) + (P_{33}(q=1)V_3^1)]\}$$

q	P	P	P	P
1	0	1/2	½	1
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_3^2 = Min\{19051 + 0.9[(1/2)(10282) + (1/2)(10285)]\} = 28307$
$V_3^2 = Min\{10285 + 0.9[(1)(10285) + (1)(10285)]\} = 28798$
$V_3^2 = Min\{14775 + 0.9[(1)(10285)]\} = 2403$
$V_3^2 = \{28307, 28798, 24031\}$ q = 3

MATRIZ 2 q = 2,3,3,3

ITERACION 3 MATRIZ 2

$$V_0^3 = Min\{C_{00} + \alpha[(P_{00}(q=1)V_0^2) + (P_{01}(q=1)V_1^2) + (P_{02}(q=1)V_2^2) + (P_{03}(q=1)V_3^2)]\}$$

q	P	P	P	P
1	1	0	0	0
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_0^3 = Min\{10285 + 0.9[(1)(12136)]\} = 21207$
$V_0^3 = Min\{10285 + 0.9[(1)(12136) + (1)(24031)]\} = 42835$
$V_0^3 = Min\{14775 + 0.9[(1)(24031)]\} = 36403$

$V_0^3 = \{21207, 42835, 36403\}$ q = 1

q	P	P	P	P
1	1	1	1	0
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_1^3 = Min\{10285 + 0.9[(1)(12136) + (1)(24031) + (1)(24031)]\} = 64463$
$V_1^3 = Min\{10285 + 0.9[(1)(12136) + (1)(24031)]\} = 42835$
$V_1^3 = Min\{14775 + 0.9[(1)(24031)]\} = 36403$
$V_1^3 = \{64463, 42835, 36403\}$ q = 3

q	P	P	P	P
1	0	0	0	1
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_2^3 = Min\{14775 + 0.9[(1)(24031)]\} = 36403$
$V_2^3 = Min\{10285 + 0.9[(1)(12136) + (1)(24031)]\} = 42835$
$V_2^3 = Min\{14775 + 0.9[(1)(24031)]\} = 36403$
$V_4^3 = \{36403, 42835, 36403\}$ q = 1 o q = 3

q	P	P	P	P
1	0	½	½	0
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_3^3 = Min\{19051 + 0.9[(1/2)(24031) + (1/2)(24031)]\} = 62757$
$V_3^3 = Min\{10285 + 0.9[(1)(12136) + (1)(24031)]\} = 42835$
$V_3^3 = Min\{14775 + 0.9[(1)(24031)]\} = 36403$
$V_3^3 = \{62757, 42835, 36403$ q = 3

MATRIZ 2 q = 1,3,1,3 o q = 1,3,3,3

MATRIZ 2 ITERACION 4

$$V_0^4 = Min\{C_{01} + \alpha[(P_{00}(q=1)V_0^3) + (P_{01}(q=1)V_1^3) + (P_{02}(q=1)V_2^3) + (P_{03}(q=1)V_3^3)]\}$$

q	P	P	P	P
1	1	0	0	0
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_0^4 = Min\{10285 + 0.9[(1)(21207)]\} = 29371$
$V_0^4 = Min\{10285 + 0.9[(1)(21207) + (1)(36403)]\} = 62134$
$V_0^4 = Min\{14775 + 0.9[(1)(36403)]\} = 47538$
$V_0^4 = \{29371, 62134, 47538\}$ q = 1

q	P	P	P	P
1	1	1	1	0
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$$V_1^4 = Min\{10285 + 0.9[(1)(21207) + (1)(36403) + (1)(36403)]\} = 94897$$
$$V_1^4 = Min\{10285 + 0.9[(1)(21207) + (1)(36403)]\} = 62134$$
$$V_1^4 = Min\{14775 + 0.9[(1)(36403)]\} = 47538$$
$$V_1^4 = \{94897, 62134, 47538\} \qquad q = 3$$

$$V_2^2 = Min\{C_{10} + \alpha[(P_{20}(q=1)V_0^1) + (P_{21}(q=1)V_1^1) + (P_{22}(q=1)V_2^1) + (P_{23}(q=1)V_3^1)]\}$$

q	P	P	P	P
1	0	0	0	1
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$$V_2^4 = Min\{14775 + 0.9[(1)(36403)]\} = 47538$$
$$V_2^4 = Min\{10285 + 0.9[(1)(21207) + (1)(36403)]\} = 62134$$
$$V_2^4 = Min\{14775 + 0.9[(1)(36403)]\} = 47538$$
$$V_2^4 = \{47538, 62134, 47538\} \qquad q = 3$$

$$V_3^2 = Min\{C_{30} + \alpha[(P_{20}(q=1)V_0^1) + (P_{21}(q=1)V_1^1) + (P_{22}(q=1)V_2^1) + (P_{23}(q=1)V_3^1)]\}$$

q	P	P	P	P
1	0	1/2	½	0
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$$V_3^4 = Min\{19051 + 0.9[(1/2)(36403) + (1/2)(36403)]\} = 51814$$
$$V_3^4 = Min\{10285 + 0.9[(1)(21207) + (1)(36403)]\} = 62134$$
$$V_3^4 = Min36403\{14775 + 0.9[(1)(36403)]\} = 47538$$
$$V_3^4 = \{51814, 62134, 47538\} \qquad q = 3$$

MATRIZ 2 q = 1,3,1,3 o q = 1,3,3,3

ITERACION 1 MATRIZ 3

$V_0^0 = V_1^0 = V_2^0 = V_3^0 = 0$

$V_0^1 = Min\{C_{01} + \alpha[(P_{00}(q=1)V_0^0) + (P_{01}(q=1)V_1^0) + (P_{02}(q=1)V_2^0) + (P_{03}(q=1)V_3^0)]\}$

$V_0^1 = Min\{10285 + 0.9[0]\}$

$V_0^1 = Min\{C_{02} + \alpha[(P_{00}(q=1)V_0^0) + (P_{01}(q=1)V_1^0) + (P_{02}(q=1)V_2^0) + (P_{03}(q=1)V_3^0)]\}$

$V_0^1 = Min\{10285 + 0.9[0]\}$

$V_0^1 = Min\{C_{03} + \alpha[(P_{00}(q=1)V_0^0) + (P_{01}(q=1)V_1^0) + (P_{02}(q=1)V_2^0) + (P_{03}(q=1)V_3^0)]\}$

$V_0^1 = Min\{14775 + 0.9[0]\}$

$V_0^1 = \{10285, 10285, 14775\}$ q = 1 o q = 2

$V_1^1 = Min\{C_{01} + \alpha[(P_{10}(q=1)V_0^0) + (P_{11}(q=1)V_1^0) + (P_{12}(q=1)V_2^0) + (P_{13}(q=1)V_3^0)]\}$

$V_1^1 = Min\{10285 + 0.9[(1/2)(0) + (0)(0) + (1/2)(0) + (0)(0)]$

$V_1^1 = Min\{10285 + 0.9[0]\}$

$V_1^1 = Min\{14775 + 0.9[0]\}$

$V_1^1 = \{10285, 10285, 14775\}$ q = 1 o q = 2

$V_2^1 = Min\{C_{20} + \alpha[(P_{10}(q=1)V^0{}_0) + (P_{11}(q=1)V^0{}_1) + (P_{12}(q=1)V^0{}_2) + (P_{13}(q=1)V^0{}_3)]\}$

$V_2^1 = Min\{10285 + 0.9[(0)]\}$

$V_2^1 = Min\{10285 + 0.9[0]\}$

$V_2^1 = Min\{14775 + 0.9[0]\}$

$V_2^1 = \{10285, 10285, 14775\}$ q = 1 o q = 2

$V_3^1 = Min\{C_{30} + \alpha[(P_{10}(q=1)V_0^0) + (P_{11}(q=1)V_1^0) + (P_{12}(q=1)V_2^0) + (P_{13}(q=1)V_3^0)]\}$

$V_3^1 = Min\{10285 + 0.9[(0)]\}$

$V_3^1 = Min\{10285 + 0.9[(0)]\}$

$V_3^1 = Min\{14775 + 0.9[(0)]\}$

$V_3^1 = \{10285, 10285, 14775\}$ q = 1 o q = 2

MATRIZ I q = 1,1,1,1 o q = 2,2,2,2

ITERACION 2 MATRIZ 3

$V_0^2 = Min\{C_{01} + \alpha[(P_{00}(q=1)V_0^1) + (P_{01}(q=1)V_1^1) + (P_{02}(q=1)V_2^1) + (P_{03}(q=1)V_3^1)]\}$

q	P	P	P	P
1	0	1	0	0
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_0^2 = Min\{10285 + 0.9[(1)(10285)]\} = 1954$
$V_0^2 = Min\{10285 + 0.9[(1)(10285) + (1)(10285)]\} = 28798$
$V_0^2 = Min\{14775 + 0.9[(1)(10285)]\} = 2403$
$V_0^2 = \{19541, 28798, 2403\}$ $\qquad q = 1$

q	P	P	P	P
1	1/2	0	1/2	0
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_1^2 = Min\{10285 + 0.9[(1/2)(10285) + (1/2)(10285)]\} = 1954$
$V_1^2 = Min\{10285 + 0.9[(1)(10285) + (1)8\,10285)]\} = 28798$
$V_1^2 = Min\{14775 + 0.9[(1)(10285)]\} = 2403$
$V_1^2 = \{19541, 28798, 2403\}$ $\qquad q = 1$

q	P	P	P	P
1	0	1	0	1
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_2^2 = Min\{14775 + 0.9[(1)(10285)]\} = 2403$
$V_2^2 = Min\{10285 + 0.9[(1)(10285) + (1)(10285)]\} = 28798$
$V_2^2 = Min\{14775 + 0.9[(1)(10285)]\} = 2403$
$V_2^2 = \{24031, 28798, 2403\}$ $\qquad q = 1 \text{ o } q = 3$

q	P	P	P	P
1	0	½	½	0
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_3^2 = Min\{19051 + 0.9[(1/2)(10282) + (1/2)(10285)]\} = 28307$
$V_3^2 = Min\{10285 + 0.9[(1)(10285) + (1)(10285)]\} = 28798$
$V_3^2 = Min\{14775 + 0.9[(1)(10285)]\} = 2403$
$V_3^2 = \{28307, 28798, 2403\}$ $\qquad q = 3$

MATRIZ 3 q = 1,1,1,3 o q = 1,1,3,3

ITERACION 3 MATRIZ 3

q	P	P	P	P
1	0	1	0	0
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$$V_0^3 = Min\{10285 + 0.9[(1)(19541)]\} = 27872$$
$$V_0^3 = Min\{10285 + 0.9[(1)(19541) + (1)(19541)]\} = 45459$$
$$V_0^3 = Min\{14775 + 0.9[(1)(24031)]\} = 36403$$
$$V_0^3 = \{27872, 45459, 36403\} \qquad q = 1$$

q	P	P	P	P
1	1/2	0	1/2	0
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$$V_1^3 = Min\{10285 + 0.9[(1/2)(19541) + (1/2)(24031)]\} = 29892$$
$$V_1^3 = Min\{10285 + 0.9[(1)(12136) + (1)(24031)]\} = 42835$$
$$V_1^3 = Min\{14775 + 0.9[(1)(24031)]\} = 36403$$
$$V_1^3 = \{29892, 42835, 36403\} \qquad q = 1$$

q	P	P	P	P
1	0	1	0	0
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$$V_2^3 = Min\{14775 + 0.9[(1)(19541)]\} = 32362$$
$$V_2^3 = Min\{10285 + 0.9[(1)(19541) + (1)(19541)]\} = 45459$$
$$V_2^3 = Min\{14775 + 0.9[(1)(24031)]\} = 36403$$
$$V_2^3 = \{32362, 45459, 36403\} \qquad q = 1$$

q	P	P	P	P
1	0	½	½	0
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$$V_3^3 = Min\{19051 + 0.9[(1/2)(19541) + (1/2)(24031)]\} = 38658$$
$$V_3^3 = Min\{10285 + 0.9[(1)(19541) + (1)(19541)]\} = 45459$$
$$V_3^3 = Min\{14775 + 0.9[(1\ \ 24031\ ]\} = 36403$$

$V_0^2 = Min\{10285 + 0.9[(1)(10285)]\} = 1954$

$V_0^2 = Min\{10285 + 0.9[(1)(10285) + (1)(10285)]\} = 28798$

$V_0^2 = Min\{14775 + 0.9[(1)(10285)]\} = 2403$

$V_0^2 = \{19541, 28798, 24031\}$ $\qquad$ $q = 1$

q	P	P	P	P
1	1/2	0	1/2	0
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_1^2 = Min\{10285 + 0.9[(1/2)(10285) + (1/2)(10285)]\} = 1954$

$V_1^2 = Min\{10285 + 0.9[(1)(10285) + (1)810285)]\} = 28798$

$V_1^2 = Min\{14775 + 0.9[(1)(10285)]\} = 2403$

$V_1^2 = \{19541, 28798, 24031\}$ $\qquad$ $q = 1$

q	P	P	P	P
1	0	1	0	1
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_2^2 = Min\{14775 + 0.9[(1)(10285)]\} = 2403$

$V_2^2 = Min\{10285 + 0.9[(1)(10285) + (1)(10285)]\} = 28798$

$V_2^2 = Min\{14775 + 0.9[(1)(10285)]\} = 2403$

$V_2^2 = \{24031, 28798, 24031\}$ $\qquad$ $q = 1$ o $q = 3$

q	P	P	P	P
1	0	½	½	0
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_3^2 = Min\{19051 + 0.9[(1/2)(10282) + (1/2)(10285)]\} = 28307$

$V_3^2 = Min\{10285 + 0.9[(1)(10285) + (1)(10285)]\} = 28798$

$V_3^2 = Min\{14775 + 0.9[(1)(10285)]\} = 2403$

$V_3^2 = \{28307, 28798, 24031\}$ $\qquad$ $q = 3$

MATRIZ 3 q = 1,1,1,3 o q = 1,1,3,3

ITERACION 3 MATRIZ 3

q	P	P	P	P
1	0	1	0	0
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$$V_0^3 = Min\{10285 + 0.9[(1)(19541)]\} = 27872$$
$$V_0^3 = Min\{10285 + 0.9[(1)(19541) + (1)(19541)]\} = 45459$$
$$V_0^3 = Min\{14775 + 0.9[(1)(24031)]\} = 36403$$
$$V_0^3 = \{27872, 45459, 36403\} \qquad q = 1$$

q	P	P	P	P
1	1/2	0	1/2	0
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$$V_1^3 = Min\{10285 + 0.9[(1/2)(19541) + (1/2)(24031)]\} = 29892$$
$$V_1^3 = Min\{10285 + 0.9[(1)(12136) + (1)(24031)]\} = 42835$$
$$V_1^3 = Min\{14775 + 0.9[(1)(24031)]\} = 36403$$
$$V_1^3 = \{29892, 42835, 36403\} \qquad q = 1$$

q	P	P	P	P
1	0	1	0	0
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$$V_2^3 = Min\{14775 + 0.9[(1)(19541)]\} = 32362$$
$$V_2^3 = Min\{10285 + 0.9[(1)(19541) + (1)(19541)]\} = 45459$$
$$V_2^3 = Min\{14775 + 0.9[(1)(24031)]\} = 36403$$
$$V_2^3 = \{32362, 45459, 36403\} \qquad q = 1$$

q	P	P	P	P
1	0	½	½	0
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$$V_3^3 = Min\{19051 + 0.9[(1/2)(19541) + (1/2)(24031)]\} = 38658$$
$$V_3^1 = Min\{10285 + 0.9[(1)(19541) + (1)(19541)]\} = 45459$$
$$V_3^3 = Min\{14775 + 0.9[(1)(24031)]\} = 36403$$

$V_3^3 = \{38658, 45459, 36403\}$ q = 3

MATRIZ 3 q = 1,1,1,3

ITERACION 4 MATRIZ 3

q	P	P	P	P
1	0	1	0	0
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_0^4 = Min\{10285 + 0.9[(1)(29892)]\} = 37188$
$V_0^4 = Min\{10285 + 0.9[(1)(27872) + (1)(29892)]\} = 62273$
$V_0^4 = Min\{14775 + 0.9[(1)(27872)]\} = 39860$
$V_0^4 = \{37188, 62273, 39860\}$ q = 1

q	P	P	P	P
1	1/2	0	1/2	0
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_1^4 = Min\{10285 + 0.9[(1/2)(27872) + (1/2)(27872)]\} = 35370$
$V_1^4 = Min\{10285 + 0.9[(1)(27872) + (1)(29892)]\} = 62273$
$V_1^4 = Min\{14775 + 0.9[(1)(27872)]\} = 39860$
$V_1^4 = \{35370, 62273, 39860\}$ q = 1

q	P	P	P	P
1	0	1	0	0
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_2^4 = Min\{14775 + 0.9[(1)(29892)]\} = 41678$
$V_2^4 = Min\{10285 + 0.9[(1)(27872) + (1)(29892)]\} = 62273$
$V_2^4 = Min\{14775 + 0.9[(1)(27872)]\} = 39860$
$V^4 = \{41678, 62273, 39860\}$ q = 3

q	P	P	P	P
1	0	½	½	0
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_3^4 = Min\{19051 + 0.9[(1/2)(29892) + (1/2)(27872)]\} = 45045$

$V_3^4 = Min\{10285 + 0.9[(1)(27872) + (1)(27872)]\} = 62273$

$V_3^4 = Min\{14775 + 0.9[(1)(27872)]\} = 39860$

$V_3^4 = \{45045, 62273, 39860\}$ q = 3

PERIODO 1,1,3,3

ITERACION 5 MATRIZ 3

$$V_0^5 = Min\{C_{01} + \alpha[(P_{00}(q=1)V_0^4) + (P_{01}(q=1)V_1^4) + (P_{02}(q=1)V_2^4) + (P_{03}(q=1)V_3^4)]\}$$

q	P	P	P	P
1	0	1	0	0
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_0^5 = Min\{10285 + 0.9[(1)(35370)]\} = 42188$

$V_0^5 = Min\{10285 + 0.9[(1)(37188) + (1)(35370)]\} = 75587$

$V_0^5 = Min\{14775 + 0.9[(1)(39860)]\} = 50649$

$V_0^5 = \{42188, 75587, 50649\}$ q = 1

q	P	P	P	P
1	0	1	0	0
2	1/2	1/2	0	0
3	0	0	1	0

$V_1^5 = Min\{10285 + 0.9[(1)(35370)]\} = 42188$

$V_1^5 = Min\{10285 + 0.9[(1/2)(37188) + (1/2)(35370)]\} = 42936$

$V_1^5 = Min\{14775 + 0.9[(1)(39860)]\} = 50649$

$V_1^5 = \{42188, 42936, 50649\}$ q = 1

q	P	P	P	P
1	0	1	0	0
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_2^5 = Min\{14775 + 0.9[(1)(35370)]\} = 46608$

$V_2^5 = Min\{10285 + 0.9[(1)(37188) + (1)(35370)]\} = 75587$

$V_2^5 = Min\{14775 + 0.9[(1)(39860)]\} = 50649$

$V_2^5 = \{46608, 75587, 50649\}$ q = 1

q	P	P	P	P
1	0	1/2	1/2	0
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_3^5 = Min\{19051 + 0.9[(1)(35370) + (1/2)(39860)]\} = 52904$

$V_3^5 = Min\{10285 + 0.9[(1)(37188) + (1)(35370)]\} = 75587$

$V_3^5 = Min\{14775 + 0.9[(1)(39860)]\} = 50649$

$V_3^5 = \{52904, 75587, 50649\}$ q = 3

MATRIZ 3 q = 1,1,1,3

ITERACION 6 MATRIZ 3

$$V_0^6 = Min\{C_{01} + \alpha[(P_{00}(q=1)V_0^5) + (P_{01}(q=1)V_1^5) + (P_{02}(q=1)V_2^5) + (P_{03}(q=1)V_3^5)]\}$$

q	P	P	P	P
1	0	1	0	0
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_0^6 = Min\{10285 + 0.9[(1)(42188)]\} = 48254$

$V_0^6 = Min\{10285 + 0.9[(1)(42188) + (1)(42188)]\} = 86223$

$V_0^6 = Min\{14775 + 0.9[(1)(46608)]\} = 56722$

$V_0^6 = \{48254, 86223, 56722\}$ q = 1

q	P	P	P	P
1	0	1	0	0
2	1/2	1/2	0	0
3	0	0	1	0

$V_1^6 = Min\{10285 + 0.9[(1)(42188)]\} = 48254$

$V_1^6 = Min\{10285 + 0.9[(1/2)(42188) + (1/2)(42188)]\} = 48254$

$V_1^6 = Min\{14775 + 0.9[(1)(46608)]\} = 56722$

$V_1^6 = \{48254, 48254, 56722\}$ q = 1 o q = 2

q	P	P	P	P
1	0	1	0	0
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_2^6 = Min\{14775 + 0.9[(1)(42188)]\} = 52744$
$V_2^6 = Min\{10285 + 0.9[(1)(42188) + (1)(42188)]\} = 8622$
$V_2^6 = Min\{14775 + 0.9[(1)(46608)]\} = 56722$
$V_2^6 = \{52744, 86223, 56722\}$ q = 1

q	P	P	P	P
1	0	1/2	1/2	0
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_3^6 = Min\{19051 + 0.9[(1)(42188) + (1/2)(46608)]\} = 59009$
$V_3^6 = Min\{10285 + 0.9[(1)(42188) + (1)(42188)]\} = 8622$
$V_3^6 = Min\{14775 + 0.9[(1)(46608)]\} = 56722$
$V_3^6 = \{59009, 86223, 56722\}$ q = 3

MATRIZ 3 q = 1,1,1,3

ITERACION 1 MATRIZ 4

$V_0^0 = V_1^0 = V_2^0 = V_3^0 = 0$
$V_0^1 = Min\{C_{01} + \alpha[(P_{00}(q=1)V_0^0) + (P_{01}(q=1)V_1^0) + (P_{02}(q=1)V_2^0) + (P_{03}(q=1)V_3^0)]\}$
$V_0^1 = Min\{10285 + 0.9[0]\}$
$V_0^1 = Min\{C_{02} + \alpha[(P_{00}(q=1)V_0^0) + (P_{01}(q=1)V_1^0) + (P_{02}(q=1)V_2^0) + (P_{03}(q=1)V_3^0)]\}$
$V_0^1 = Min\{10285 + 0.9[0]\}$
$V_0^1 = Min\{C_{03} + \alpha[(P_{00}(q=1)V_0^0) + (P_{01}(q=1)V_1^0) + (P_{02}(q=1)V_2^0) + (P_{03}(q=1)V_3^0)]\}$
$V_0^1 = Min\{14775 + 0.9[0]\}$
$V_0^1 = \{10285, 10285, 14775$ q = 1 o q = 2
$V_1^1 = Min\{C_{10} + \alpha[(P_{10}(q=1)V_0^0) + (P_{11}(q=1)V_1^0) + (P_{12}(q=1)V_2^0) + (P_{13}(q=1)V_3^0)]\}$
$V_1^1 = Min\{10285 + 0.9[0]\}$
$V_1^1 = Min\{10285 + 0.9[0]\}$
$V_1^1 = Min\{14775 + 0.9[0]\}$
$V_1^1 = \{10285, 10285, 14775$ q = 1 o q = 2

$V_2^1 = Min\{C_{20} + \alpha[(P_{20}(q=1)V_0^0) + (P_{21}(q=1)V_1^0) + (P_{22}(q=1)V_2^0) + (P_{23}(q=1)V_3^0)]\}$
$V_2^1 = Min\{10285 + 0.9[0]\} = 10285$
$V_2^1 = Min\{10285 + 0.9[0]\} = 10285$
$V_2^1 = Min\{14775 + 0.9[0]\} = 14775$

$V_4^1 = \{10285, 10285, 14775$ $\qquad$ q = 1 o q = 2

$V_3^1 = Min\{C_{30} + \alpha[(P_{10}(q=1)V_0^0) + (P_{11}(q=1)V_1^0) + (P_{12}(q=1)V_2^0) + (P_{13}(q=1)V_3^0)]\}$
$V_3^1 = Min\{10285 + 0.9[0]\} = 10285$
$V_3^1 = Min\{10285 + 0.9[0]\} = 10285$
$V_3^1 = Min\{14775 + 0.9[0]\} = 14775$
$V_3^1 = \{10285, 10285, 14775\}$ $\qquad$ q = 1 o q = 2

MATRIZ 4 q = 1,1,1,1 o 2,2,2,2

ITERACION 2 MATRIZ 4

$V_0^2 = Min\{C_{01} + \alpha[(P_{00}(q=1)V_0^1) + (P_{01}(q=1)V_1^1) + (P_{02}(q=1)V_2^1) + (P_{03}(q=1)V_3^1)]\}$

q	P	P	P	P
1	0	1	0	0
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_0^2 = Min\{10285 + 0.9[(1)(10285)]\} = 1954$
$V_0^2 = Min\{10285 + 0.9[(1)(10285) + (1)(10285)]\} = 28798$
$V_0^2 = Min\{14775 + 0.9[(1)(10285)]\} = 2403$
$V_0^2 = \{19541, 28798, 24031\}$ $\qquad$ q = 1

q	P	P	P	P
1	1/2	0	1/2	0
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_1^2 = Min\{10285 + 0.9[(1/2)(10285) + (1/2)(10285)]\} = 1954$
$V_1^2 = Min\{10285 + 0.9[(1)(10285) + (1)8 10285)]\} = 28798$
$V_1^2 = Min\{14775 + 0.9[(1)(10285)]\} = 2403$
$V_1^2 = \{19541, 28798, 24031\}$ $\qquad$ q = 1

q	P	P	P	P
1	0	0	0	1
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_2^2 = Min\{14775 + 0.9[(1)(10285)]\} = 2403$

$V_2^2 = Min\{10285 + 0.9[(1)(10285) + (1)(10285)]\} = 28798$
$V_2^2 = Min\{14775 + 0.9[(1)(10285)]\} = 2403$
$V_2^2 = \{24031, 28798, 24031\}$ $\quad$ q = 1 o q = 3

q	P	P	P	P
1	0	0	1	0
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_1^2 = Min\{19051 + 0.9[(1/2)(10282) + (1/2)(10285)]\} = 28307$
$V_1^2 = Min\{10285 + 0.9[(1)(10285) + (1)(10285)]\} = 28798$
$V_3^2 = Min\{14775 + 0.9[(1)(10285)]\} = 2403$
$V_3^2 = \{28307, 28798, 24031\}$ $\quad$ q = 3

PERIODO 1,3,3,3

ITERACION 3 MATRIZ 4

q	P	P	P	P
1	0	1	0	0
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_0^3 = Min\{10285 + 0.9[(1)(35370)]\} = 42118$
$V_0^3 = Min\{10285 + 0.9[(1)(37188) + (1)(35370)]\} = 75587$
$V_0^3 = Min\{14775 + 0.9[(1)(23106)]\} = 35570$
$V_0^3 = \{42118, 75587, 35570\}$ $\quad$ q = 3

q	P	P	P	P
1	1/2	0	1/2	0
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_1^3 = Min\{10285 + 0.9[(1/2)(37188) + (1/2)(23106)]\} = 37417$
$V_1^3 = Min\{10285 + 0.9[(1)(37188) + (1)(35370)]\} = 75587$
$V_1^3 = Min\{14775 + 0.9[(1)(23106)]\} = 35570$
$V_1^3 = \{37417, 75587, 35570\}$ $\quad$ q = 3

q	P	P	P	P
1	0	0	0	1
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_2^3 = Min\{14775 + 0.9[(1)(24031)]\} = 36403$
$V_2^3 = Min\{10285 + 0.9[(1)(37188) + (1)(35370)]\} = 75587$
$V_2^3 = Min\{14775 + 0.9[(1)(23106)]\} = 35570$
$V_2^3 = \{36403, 75587, 35570\}$ $\qquad q = 3$

q	P	P	P	P
1	0	0	1	0
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_3^3 = Min\{19051 + 0.9[(1)(23106)]\} = 39846$
$V_3^3 = Min\{10285 + 0.9[(1)(37188) + (1)(35370)]\} = 75587$
$V_3^3 = Min\{14775 + 0.9[(1)(23106)]\} = 35570$
$V_3^3 = \{39846, 75587, 35570\}$ $\qquad q = 3$

ITERACION 4 MATRIZ 4

$V_0^4 = Min\{C_{01} + \alpha[P_{00}V_0^3 + P_{01}V_1^3 + P_{02}V_2^3 + P_{03}V_3^3]\}$

q	P	P	P	P
1	0	1	0	0
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_0^4 = Min\{10285 + 0.9[(1)(35570)]\} = 42298$
$V_0^4 = Min\{10285 + 0.9[(1)(35570) + (1)(35570)]\} = 74311$
$V_0^4 = Min\{14775 + 0.9[(1)(35570)]\} = 46788$
$V_0^4 = \{42298, 74311, 46788\}$ $\qquad q = 1$

q	P	P	P	P
1	1/2	0	1/2	0
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_1^4 = Min\{10285 + 0.9[(1/2)(35570) + (1/2)(35570)]\} = 42298$
$V_1^4 = Min\{10285 + 0.9[(1)(35570) + (1)(35570)]\} = 74311$
$V_1^4 = Min\{14775 + 0.9[(1)(35570)]\} = 46788$
$V_1^4 = \{42298, 74311, 46788\}$ $\qquad q = 1$

q	P	P	P	P
1	0	1	0	0
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$$V_2^4 = Min\{14775 + 0.9[(1)(35570)]\} = 46788$$
$$V_2^4 = Min\{10285 + 0.9[(1)(35570) + (1)(35570)]\} = 74311$$
$$V_2^4 = Min\{14775 + 0.9[(1)(35570)]\} = 46788$$
$$V_2^4 = \{46788, 74311, 46788\}$$ q = 1 q = 3

q	P	P	P	P
1	0	½	½	0
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$$V_3^4 = Min\{19051 + 0.9[(1)(35570)]\} = 51064$$
$$V_3^4 = Min\{10285 + 0.9[(1)(35570) + (1)(35570)]\} = 74311$$
$$V_3^4 = Min\{14775 + 0.9[(1)(35570)]\} = 46788$$
$$V_3^4 = \{51064, 74311, 46788\}$$ q = 3

ITERACION 5 MATRIZ 4.

$$V_0^5 = Min\{C_{01} + \alpha[P_{00}V_0^4 + P_{01}V_1^4 + P_{02}V_2^4 + P_{03}V_3^4]\}$$

q	P	P	P	P
1	0	1	0	0
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$$V_0^5 = Min\{10285 + 0.9[(1)(42298)]\} = 48353$$
$$V_0^5 = Min\{10285 + 0.9[(1)(42298) + (1)(42298)]\} = 86421$$
$$V_0^5 = Min\{14775 + 0.9[(1)(46788)]\} = 56884$$
$$V_0^5 = \{48353, 86421, 56884\}$$ q = 1

q	P	P	P	P
1	1/2	0	1/2	0
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_1^5 = Min\{14775 + 0.9[(1)(46788)]\} = 56884$
$V_1^5 = Min\{10285 + 0.9[(1)(42298) + (1)(42298)]\} = 86421$
$V_1^5 = Min\{14775 + 0.9[(1)(46788)]\} = 56884$
$V_1^5 = \{56884, 86421, 56884\}$ $\qquad$ q = 1 o q = 3

q	P	P	P	P
1	0	1	0	0
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

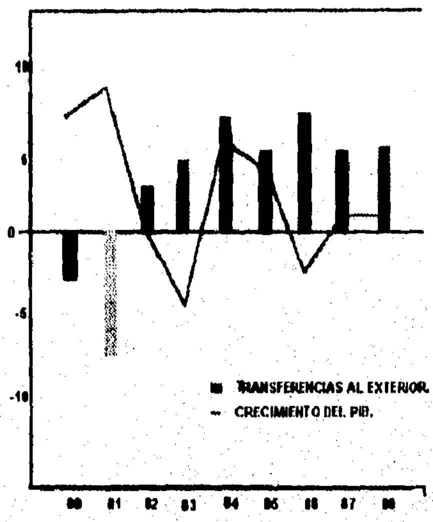
$V_2^5 = Min\{19051 + 0.9[(1)(46788)]\} = 61610$
$V_2^5 = Min\{10285 + 0.9[(1)(42298) + (1)(42298)]\} = 86421$
$V_2^5 = Min\{14775 + 0.9[(1)(46788)]\} = 56884$
$V_2^5 = \{61610, 86421, 56884\}$ $\qquad$ q = 3

q	P	P	P	P
1	0	1/2	1/2	0
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_3^5 = Min\{19051 + 0.9[(1/2)(42298) + (1/2)(46788)]\} = 59140$
$V_3^5 = Min\{10285 + 0.9[(1)(42298) + (1)(42298)]\} = 86421$
$V_1^5 = Min\{14775 + 0.9[(1)(46788)]\} = 56884$

$V_3^5 = \{59140, 86421, 56884\}$ $\qquad$ q = 3

MATRIZ 4 q = 1,1,3,3



Gráfica [illegible]

La gráfica anterior es una muestra de los datos obtenidos por Nacional Financiera en el artículo "La Renegociación de la Deuda Externa de México".En ella podemos ver que las transferencias al exterior eran mayores al crecimiento de nuestro PIB lo que impide que los sectores productivos que son claves para el desarrollo de la economía se tiene que ver limitadas para solventar los apoyos sobre la deuda. Entre otras características de la gráfica sobresale que tan solo en 1984-1985 tuvimos un crecimiento del PIB, pero aún las transferencias siguen siendo mayores. La balanza de pagos entre otros factores se ve afectado por la baja del precio del petróleo y los pagos tan elevados que se hacen del año 1986 a 1988 [Ver Principales Indicadores Económicos]. Aún así, a diferencia de otros años de fin de administración sexenal, el mercado cambiario permaneció estable gracias al respaldo de las reservas monetarias internacionales acumuladas previamente. La prioridad de los programas de ajuste entre 1983 y 1987 fue servir la deuda externa mediante políticas contractivas de la demanda interna agregada, consistentes en la reducción del gasto público programable de sus funciones económicas como inversionista y como agente activo del desarrollo económico, a través de la desregulación, la cancelación o reducción de los programas de fomento económico y privatización de empresas públicas, la reducción de los salarios reales, la restricción de la oferta crediticia para consumo e inversión y la subvaluación cambiaria, combinado inicialmente con el mantenimiento de la hiperprotección comercial, la cual se instrumento en 1982 como una solución tradicional al problema de balanza de pagos que estallo con la crisis de la deuda, debido a que en 1984 es abandonada en favor de la apertura comercial.

Para 1984 se pone en marcha un proceso de apertura comercial que va reduciendo aranceles y suprimiendo precios oficiales y permisos previos de importación, para desembocar en la adhesión de México al Gatt en 1986.

En dicho año se llevo a cabo la primera etapa en la cual se eximio de permiso previo a 2 mil 844 fracciones de la tarifa de impuesto general de importaciones, de un solo plumazo se derrumbo la más fuerte barrera que protegía la fabricación nacional de casi 3 mil artículos en Mayo de 1986, el número de fracciones liberadas llego a 7 mil 306. Posteriormente, en Julio del 87, las fracciones liberadas aún sujetos a permiso previo eran unicamente 427 de un total de 8 mil 310. Para cubrir el creciente déficit de cuenta corriente resultante, se recurrió al endeudamiento externo y a la mayor apertura a la inversión extranjera tanto directa como de portafolio. El resultado: se provoco una peligrosa profundización de la dependencia financiera externa. Cuando estallo la deuda en 1982, teníamos en números redondos, pasivos con el exterior por 89000 mdd: 78000 de la deuda externa y 11000 de inversión extranjera directa. Así, el endeudamiento externo acumulado hasta 1982 fue presentado como un resultado de la incapacidad de la economía mexicana para generar exportaciones suficientes para sufragar nuestras importaciones.

Se trata de una tesis muy del interés de los usureros internacionales, de la oligarquía mexicana sacadolares y del gobierno mexicano por el modelo económico utilizado: apertura comercial o neoliberalismo, nadie duda que nuestra economía tenia y seguirá teniendo serios defectos estructurales, pero en la época precedente al colapso de 1982, no eran los que atribuyo el FMI(nos volvieron a saquear). Si se analiza el periodo más critico del endeudamiento mexicano, de 1976-1982 se observa que la deuda externa de México aumento en 60813.6 mdd, sin embargo, el déficit comercial en ese lapso ascendió a 10121.1 mdd, y la balanza total de mercancías y servicios no financieros arrojo un déficit de apenas 1620.6 mdd. Este análisis comprueba de manera incontestable que se contrato nueva deuda, no para importar mercancías destinadas al equipamiento industrial y al consumo intermedio o final, sino para sufragar la fuga de capitales y principalmente, para pagar los intereses de la propia deuda externa. El siguiente es otro cuadro camparativo acerca de los datos que nos proporciona la tabla 5.5.3 en el que se dice que la deuda externa esta fuera de control. La reestructuración de la deuda externa negociada por el entonces secretario de hacienda, Jesús Silva Hersog, está descrito en el siguiente cuadro.

Año	Monto del Servicio de la Deuda Externa (miles de mdd)	Proporción de las Exportaciones Totales (porcentajes)	Estado de la Deuda
84	17.5	78.4	3
85	14.4	59.0	3
86	15.2	56.5	3
87	16.2	54.9	3
88	19.7	60.6	3

Proporción del monto de la deuda externa en las exportaciones totales, después de la reestructuración de la deuda externa.
TABLA 5.5.6

Idealmente la reestructuración deberá situar la deuda externa, en el estado fácilmente controlable, o almenos en un estado controlable (incluso M.M.H. recibe al país con una deuda fuera de control y es hasta 1986 cuando la deuda está en estado critico tabla (5.5.3).

La tabla 5.3.8 nos dice que no es así, la deuda externa aun después de ser reestructurada por Silva Herzog permanece fuera de control (Sin embargo la gráfica 5.5.5 dice que 1984-1985 la deuda si se deseaba podía controlarse).

El servicio de la deuda ocupa una proporción mayor de las exportaciones totales de México. Esta proporción, que varia desde el 54.9% en 1987, hasta 78.4% en 1984, es en nuestra opinión, excesiva y producirá un estancamiento de la planta productiva, al no obtener ésta, las divisas necesarias para su desenvolvimiento.

BIBLIOGRAFIA.

[5.5.6] Folleto de Divulgación.
Instituto de Investigaciones Económicas.
Dr. Joaquin Curiel C.
"Control Estocástico Optimo de la Deuda Externa"
U.N.A.M.

5.6 EVOLUCION DE LA DEUDA EXTERNA (1988-1994).

Por lo anterior, desde su inicio, el gobierno del presidente Salinas de Gortari planteo como objetivo prioritario el combate a la inflación.

La experiencia de México y de otros países endeudados muestra que la estabilidad de precios es condición indispensable para el logro de un crecimiento económico sostenido; un crecimiento que permite generar oportunidades de empleo permanente y elevar en forma duradera el nivel de vida.

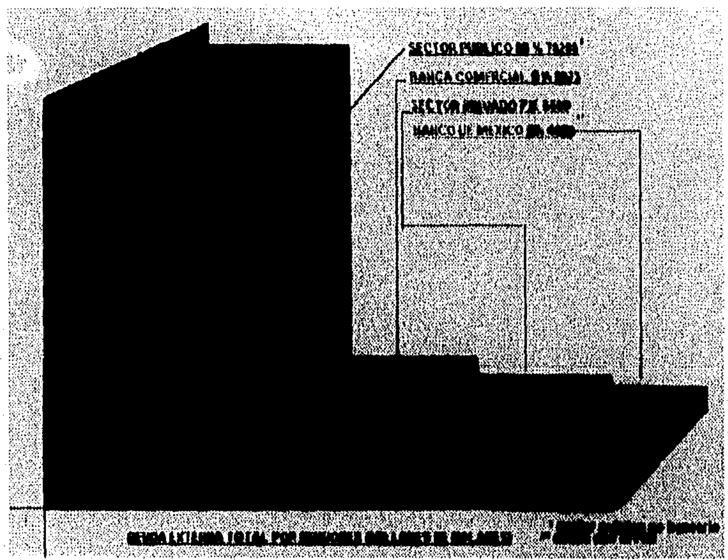
También desde el comienzo de la administración salinista, se entendió que para consolidar el abatimiento de la inflación, se requiere reducir substancialmente las transferencias al exterior, y eliminar el problema del endeudamiento excesivo. En el curso de tan solo 18 meses se había logrado reducir la inflación de 177% anual a 17%.

En el acostumbrado mensaje a la nación durante el cambio de poder (1988-1994) el nuevo Presidente de la República señalaba las cuatro premisas fundamentales que normarían la renegociación de la deuda externa:

1) Abatir las transferencias netas de recursos al exterior.
2) Disminuir el valor de la deuda acumulada.
3) Asegurar recursos por un periodo multianual.
4) Reducir el valor de la deuda en proporción al producto interno bruto.

El acuerdo con los bancos, cuyos términos se difundieron ampliamente, cumplían al pie de la letra las premisas planteadas para la renegociación de la deuda externa: las transferencias netas se reducirán de un nivel de 6.5% promedio anual, observado en los últimos años a 2.7% en 1989 y hasta 2% hacia fines de la administración salinista.

El acuerdo con los bancos no constituye una solución mágica a nuestros problemas, no permite relajar la disciplina de la política fiscal ni de la política monetaria.

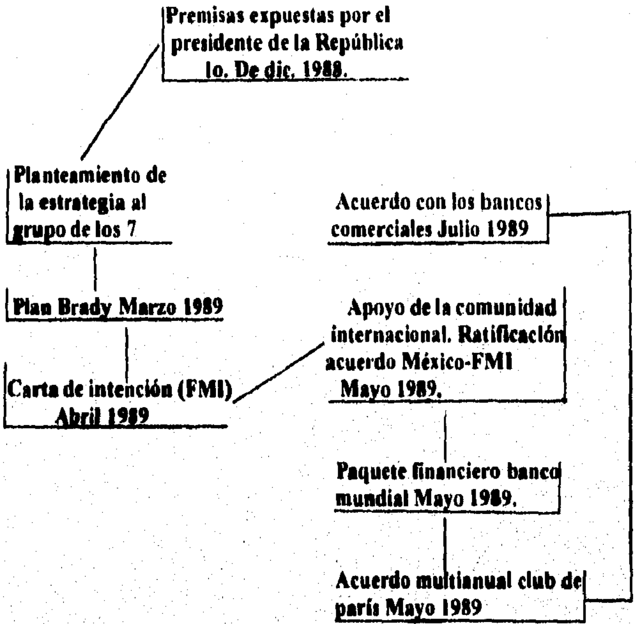


GRAFICA 5.6.1

Lo que la crisis del sobre-endeudamiento nos quito a lo largo de varios sexenios el arreglo con los acreedores no nos permitió recuperarlo de la noche a la mañana. Era necesario persistir en la corrección de los desequilibrios macroeconómicos y la profundización de los cambios estructurales. El acuerdo significa la oportunidad de eliminar el problema del endeudamiento excesivo, el endeudamiento en exceso de nuestra capacidad de pago. El adecuar el servicio de la deuda a la capacidad de pago se despeja la incertidumbre macroeconómica sobre si el país saldrá o no adelante.

Todo ello nos indica que vamos por el camino correcto, y que las acciones a tomar en el futuro serán congruentes con el proyecto de modernización de el país. Esto sólo puede darse con la estabilidad de precios y el crecimiento sostenido, la renegociacion de la deuda hizo posible la contribución decisiva para este fin. Dicha renegociación se llevo a cabo de la manera siguiente:

[5.6.1] El Mercado de Valores Nacional Financiera.
Núm. 16 Agosto 15, 1989 pg 6-7



Acuerdo con el FMI

-El objetivo de crecimiento es la premisa básica a partir de la cual se derivan los requerimientos de financiamiento externo.
-Apoyó a la estrategia de crecimiento sostenido con estabilidad de precios.
-Reducción de las transferencias netas al exterior a un nivel compatible con los objetivos de crecimiento (2 - 3 % del PBI).
-Financiamiento de 4135 mdd durante un periodo de 3 años
-Acuerdo multianual que elimina la incertidumbre económica y por lo tanto permite reactivar la inversión.
-Eliminar el excesivo sobreendeudamiento del país para reanudar el desarrollo sostenido.

BANCO MUNDIAL.

Crédito para el financiamiento de proyecto de desarrollo.

Monto: 1960 mdd

sector financiero y comercial 500 mdd
sector industrial 500 mdd
2 plantas hidroeléctricas 460 mdd
sector paraestatal 500 mdd

CLUB DE PARIS.

Monto negociado: 2600 mdd.

1o. Jun. 1989 -31 Marzo -1990
capital y 100% intereses.

1o Abril 1990 - 31 Marzo 1991
capital y 90% intereses.

1o Abril 1991 - 25 Mayo 1992
capital y 80% intereses
(hasta el 31 de Marzo, 1992)

Garantía de acceso irrestricto al crédito de exportaciones de los países socios comerciales de México hasta por 2000 mdd.

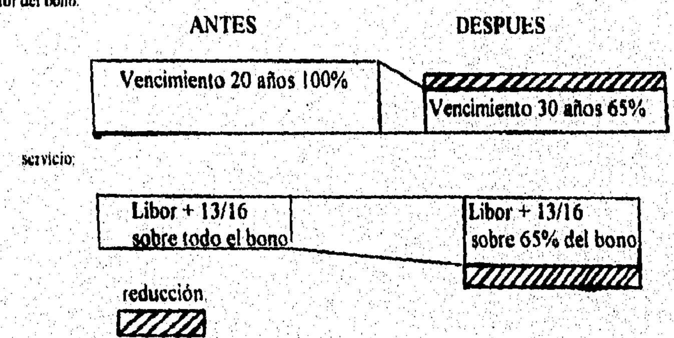
ACUERDO CON LA BANCA COMERCIAL.

La parte medular del acuerdo consiste en la reestructuración de 53 mil mdd bajo tres opciones: reducción del principal, reducción de la tasa de interés y canalización de recursos frescos. El acuerdo es retroactivo al 1o de Julio de 1989.

Opciones de pago:

Reducción del principal

valor del bono:



Los bancos que participen en ésta opción intercambiarán los créditos mexicanos en su poder por un nuevo bono con un valor nominal equivalente al 65% del valor nominal de la "deuda vieja". Esto significa que por medio del intercambio México reduce el monto adeudado a los bancos en 35%. La tasa de interés a pagar sobre el principal reducido será la tasa de mercado Libor.

REDUCCION DE LA TASA DE INTERES.

Valor del bono:

	ANTES	DESPUES
	20 años	30 años
Servicio:	Libor + 13/16 sobre el valor nominal	6.25% sobre todo el bono

Reducción

Los bancos que escojan ésta opción intercambiarán los bonos mexicanos en su poder por un nuevo bono que mantendrá su valor nominal; sin embargo, la tasa de interés a pagar sobre éstos será fijada en 6.25%. Esto representa una reducción aproximada del 40% en el servicio de la deuda.

RECURSOS FRESCOS.

Año	México Pago de Intereses sobre deuda vieja.		Banca Recursos frescos. Porcentaje aportado sobre el principal comprometido.
1989	LIBOR + 13 / 16 %	------------------------	7 %
1990	LIBOR + 13 / 16 %	------------------------	6 %
1991	LIBOR + 13 / 16 %	------------------------	6 %
1992	LIBOR + 13 / 16 %	------------------------	6 %

Los bancos acreedores que elijan ésta opción, se comprometen a proporcionar recursos frescos por un equivalente al 25% del valor nominal de la deuda contratada y que no haya sido reestructurada bajo alguna de las primeras opciones. La amortización de estos créditos será a 15 años con 7 de gracia, y la tasa de interés será igual a la que actualmente paga México sobre su deuda externa.

RECURSOS NUEVOS.

Si el banco escoge esta opción, entonces tendrá que otorgar a México financieramente el equivalentes al 25% del saldo de los créditos otorgados, en éste caso, el banco tendría que aportar 250 mdd; 70 en 1989 y 60 mdd anuales durante los siguientes tres años.

5.7 ESTADOS DE LA DEUDA EXTERNA.

Hemos de utilizar la misma clasificación de estados que indica la tabla 5.5.4

Politica R_1

ESTADO(i)	ACCION(q)
0	1
1	2
2	2
3	3

ESTADO	COEFICIENTE DE SERVICIO DE LA DEUDA EXTERNA
0	0 <= rt <= 19
1	19 < rt <= 24
2	24 < rt <= 32
3	32 < rt <= 38

AÑO	INGRESO	SERVICIO	COEFICIENTE DE SERVICIO	
88	41,849	14775	35 %	
89	47,454	9377	19 %	
90	56,389	12117	21 %	
91	57,136	14044	24 %	
92	61,303	19713	32 %	
93	66,645	25878	38 %	
94	66,645	25878	38 %	DATO PRELIMINAR.

La matriz de transferencia para R1 es:

	0	1	2	3
0	1	0	0	0
1	0	½	½	0
2	0	0	0	1
3	0	0	0	1

	0	1	2	3
0	0	1	0	0
1	1	1	1	0
2	0	0	0	1
3	0	0	0	1

	0	1	2	3
0	0	1	0	0
1	0	½	½	0
2	0	1	0	0
3	0	0	0	1

	0	1	2	3
0	0	1	0	0
1	0	½	½	0
2	0	1	0	0
3	0	0	1	0

Eventualmente podemos ver, que después de la renegociación de la deuda externa nos ubicamos por espacio de 1 año en el anhelado estado fácilmente controlable, pero porque si se logro la renegociación de la deuda tuvimos que volver a los estados críticos, es talvez la pregunta más difícil de dar una respuesta, cual fue el error.

Primeramente hemos de decir que la deuda externa según la propia secretaria de hacienda daba a conocer la situación pormenorizada de la deuda de México. Se aseguraba que la deuda externa se había contraído en un **12%** en los últimos 6 **añosde 1982 a 1988.** Lo que era seguro es que la inflación en **1991** se ubicaba en niveles inferiores a los de **1989** y **1990, 19.7** y **29.9,** respectivamente las mejores cifras en los últimos 10 años. La evolución económica del país ha sido positiva.

La Comisión Nacional de valores informaba en su última sesión que la repatriación de capitales ascendió a **1820 mdd** y que la inversión extranjera llegó a **10126 mdd**.

Otro elemento importante es el dinamismo de las exportaciones, durante **Mayo de 1991 se elevaron 28%,** en comparación con el año anterior. Quizá, lo más destacado fue la insistencia de la Secretaría de Programación y Presupuesto y el Banco de México, sobre la posibilidad de mantener la inflación abajo del **18% anual.** En éste contexto, la Bolsa Mexicana de Valores mantenía un volumen de intercambio sostenido superior a 50 millones de acciones. Lo cual es muestra de que hay confianza en la política económica de México. Un elemento que destacó en la semana del 29 de julio de 1991 fue la salida a subasta del tercer paquete de bancos, formado por el segundo más grande del país: Bancomer que operaba en aquellos días en las 32 entidades del país, con 36 mil 700 empleados, 756 sucursales y mil 150 cajeros automáticos, además de manejar cuatro agencias y cinco agencias en el extranjero. Los activos totales ascendían a 70 billones de pesos; su capital contable, a 4 billones 916 mil millones, y las utilidades, en los primeros cinco meses de 1991, fueron de 399 mil millones de pesos.

89	90	91	92	93	94
9377	12117	14044	19713	25878	25878

89	90	91	92	93	94
0	1	1	2	3	3

AÑO	INGRESO	SERVICIO	COEFICIENTE DE SERVICIO	ESTADO	
88	41,549	14775	35 %	3	
89	47,454	9377	19 %	0	
90	56,384	12117	21 %	1	
91	57,136	14044	24 %	1	
92	61,303	19713	32 %	2	
93	66,645	25878	38 %	3	
94	66,645	25878	38 %	3	DATO PRELIMINAR.

DECISION	ACCION
1	No hacer nada y permanecer en el mismo estado.
2	Regresar al estado inmediato anterior.
3	Reestructurar la deuda y regresar al estado 2.

i \ q	1	2	3
0	9377	9377	19713
1	14044	14044	19713
2	19713	14044	19713
3	25878	19713	19713

MATRIZ DE COSTOS

Las políticas anteriores quedan identificadas por las secuencias siguientes:

ITERACION 1 MATRIZ 1

$$V_0^0 = V_1^0 = V_2^0 = V_3^0 = 0$$

$$V_0^1 = Min\{C_{01} + \alpha[(P_{00}(q=1)V_0^0) + (P_{01}(q=1)V_1^0) + (P_{02}(q=1)V_2^0) + (P_{03}(q=1)V_3^0)]\}$$
$$V_0^1 = Min\{9377 + 0.9[0]\}$$
$$V_0^1 = Min\{C_{02} + \alpha[(P_{00}(q=1)V_0^0) + (P_{01}(q=1)V_1^0) + (P_{02}(q=1)V_2^0) + (P_{03}(q=1)V_3^0)]\}$$
$$V_0^1 = Min\{9377 + 0.9[0]\}$$
$$V_0^1 = Min\{C_{03} + \alpha[(P_{00}(q=1)V_0^0) + (P_{01}(q=1)V_1^0) + (P_{02}(q=1)V_2^0) + (P_{03}(q=1)V_3^0)]\}$$
$$V_0^1 = Min\{19713 + 0.9[0]\}$$
$$V_0^1 = Min\{9377, 9377, 19713\} \qquad q = 1 \text{ o } q = 2$$

$V_1^1 = Min\{14044 + 0.9[0]\}$
$V_1^1 = Min\{14044 + 0.9[0]\}$
$V_1^1 = Min\{19713 + 0.9[0]\}$

$V_1^1 = Min\{14044, 14044, 19713\}$ q = 1 o q = 2

$V_2^1 = Min\{19713 + 0.9[0]\}$
$V_2^1 = Min\{14044 + 0.9[0]\}$
$V_2^1 = Min\{19713 + 0.9[0]\}$
$V_2^1 = Min\{19713, 14044, 19713\}$ q = 2

$V_3^1 = Min\{25878 + 0.9[0]\}$
$V_3^1 = Min\{19713 + 0.9[0]\}$
$V_3^1 = Min\{19713 + 0.9[0]\}$
$V_3^1 = Min\{25878, 19713, 19713\}$ q = 2 o q = 3

MATRIZ 1 q 1,1,2,2

ITERACION 2 MATRIZ 1

$V_0^2 = Min\{C_{01} + \alpha[P_{00}V_0^1 + P_{01}V_1^1 + P_{02}V_2^1 + P_{03}V_3^1]\}$

q	P	P	P	P
1	1	0	0	0
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_0^2 = Min\{9377 + 0.9[(1)(9377)]\} = 17816$
$V_0^2 = Min\{9377 + 0.9[(1)(9377) + (1)(14044)]\} = 30456$
$V_0^2 = Min\{19713 + 0.9[(1)(14044)]\} = 32353$
$V_0^2 = Min\{17816, 30456, 32353\}$ q = 1

q	P	P	P	P
1	0	1/2	1/2	0
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_1^2 = Min\{14044 + 0.9[(1/2)(14044) + (1/2)(14044)]\} = 26684$
$V_1^2 = Min\{14044 + 0.9[(1)(9377) + (1)(14044)]\} = 35123$
$V_1^2 = Min\{19713 + 0.9[(1)(14044)]\} = 32353$
$V_1^2 = Min\{26684, 35123, 32353\}$ q = 1

q	P	P	P	P
1	0	0	0	1
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_2^2 = Min\{19713 + 0.9[(1)(19713)]\} = 37455$
$V_2^2 = Min\{19713 + 0.9[(1)(9377) + (1)(14044)]\} = 35123$
$V_2^2 = Min\{19713 + 0.9[(1)(14044)]\} = 32353$
$V_2^2 = Min\{37455, 35123, 32353\}$ q = 3

q	P	P	P	P
1	0	0	0	1
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_3^2 = Min\{25878 + 0.9[(1)(19713)]\} = 43620$
$V_3^2 = Min\{19713 + 0.9[(1)(9377) + (1)(14044)]\} = 35123$
$V_3^2 = Min\{19713 + 0.9[(1)(14044)]\} = 32353$
$V_3^2 = Min\{43620, 35123, 32353\}$ q = 3

MATRIZ 1 q = 1,1,3,3

ITERACION 3 MATRIZ 1

$V_0^3 = Min\{C_{01} + \alpha[P_{00}V_0^2 + P_{01}V_1^2 + P_{02}V_2^2 + P_{03}V_3^2]\}$

q	P	P	P	P
1	1	0	0	0
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_0^3 = Min\{9377 + 0.9[(1)(17816)]\} = 2541$
$V_0^3 = Min\{19713 + 0.9[(1)(22017) + (1)(22483)]\} = 49427$
$V_0^3 = Min\{19713 + 0.9[(1)(32353)]\} = 48831$
$V_0^3 = Min\{25411, 49427, 48831\}$ q = 1

q	P	P	P	P
1	0	1/2	1/2	0
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_1^3 = Min\{14044 + 0.9[(1/2)(26684) + (1/2)(32353)]\} = 4061$
$V_1^3 = Min\{14044 + 0.9[(1)(22017) + (1)(22483)]\} = 54094$
$V_1^3 = Min\{19713 + 0.9[(1)(32353)]\} = 4883$
$V_1^3 = Min\{40611, 54094, 48831\}$ q = 1

q	P	P	P	P
1	0	0	0	1
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_2^3 = Min\{19713 + 0.9[(1)(32353)]\} = 4883$
$V_2^3 = Min\{14044 + 0.9[(1)(22017) + (1)(22483)]\} = 54094$
$V_2^3 = Min\{19713 + 0.9[(1)(32353)]\} = 4883$
$V_2^3 = Min\{48831,54094,48831\}$ q = 1 o q = 3

q	P	P	P	P
1	0	0	0	1
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_3^3 = Min\{25878 + 0.9[(1)(32353)]\} = 54996$
$V_3^3 = Min\{19713 + 0.9[(1)(17816) + (1)(26684)]\} = 5976$
$V_3^3 = Min\{19713 + 0.9[(1)(32353)]\} = 4883$
$V_3^3 = Min\{54996,59763,48831\}$ q = 3

MATRIZ 1 q 1,1,13

ITERACION 1 MATRIZ 2

$V_0^0 = V_1^0 = V_2^0 = V_3^0 = 0$

$V_0^1 = Min\{C_{01} + \alpha[(P_{00}(q=1)V_0^0) + (P_{01}(q=1)V_1^0) + (P_{02}(q=1)V_2^0) + (P_{03}(q=1)V_3^0)]\}$
$V_0^1 = Min\{9377 + 0.9[0]\}$
$V_0^1 = Min\{C_{02} + \alpha[(P_{00}(q=1)V_0^0) + (P_{01}(q=1)V_1^0) + (P_{02}(q=1)V_2^0) + (P_{03}(q=1)V_3^0)]\}$
$V_0^1 = Min\{9377 + 0.9[0]\}$
$V_0^1 = Min\{C_{03} + \alpha[(P_{00}(q=1)V_0^0) + (P_{01}(q=1)V_1^0) + (P_{02}(q=1)V_2^0) + (P_{03}(q=1)V_3^0)]\}$
$V_0^1 = Min\{19713 + 0.9[0]\}$
$V_0^1 = Min\{9377,9377,19713\}$ q = 1 o q = 2

$V_1^1 = Min\{14044 + 0.9[0]\}$
$V_1^1 = Min\{14044 + 0.9[0]\}$
$V_1^1 = Min\{19713 + 0.9[0]\}$
$V_1^1 = Min\{14044,14044,19713\}$ q = 1 o q = 2

$V_2^1 = Min\{19713 + 0.9[0]\}$
$V_2^1 = Min\{14044 + 0.9[0]\}$
$V_2^1 = Min\{19713 + 0.9[0]\}$
$V_2^1 = Min\{19713, 14044, 19713\}$ q = 2

$V_3^1 = Min\{25878 + 0.9[0]\}$
$V_3^1 = Min\{19713 + 0.9[0]\}$
$V_3^1 = Min\{19713 + 0.9[0]\}$
$V_3^1 = Min\{25878, 19713, 19713\}$ q = 2 o q = 3

ITERACION 2 MATRIZ 2

$V_0^2 = Min\{C_{01} + \alpha[P_{00}V_0^1 + P_{01}V_1^1 + P_{02}V_2^1 + P_{03}V_3^1]\}$

q	P	P	P	P
1	0	1	0	0
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_0^2 = Min\{9377 + 0.9[(1)(14044)]\} = 22017$
$V_0^2 = Min\{9377 + 0.9[(1)(9377) + (1)(14044)]\} = 30456$
$V_0^2 = Min\{19713 + 0.9[(1)(14044)]\} = 32353$
$V_0^2 = \{22017, 30456, 32353\}$ q = 1

q	P	P	P	P
1	1	0	0	0
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_1^2 = Min\{14044 + 0.9[(1)(9377)]\} = 22483$
$V_1^2 = Min\{14044 + 0.9[(1)(9377) + (1)(14044)]\} = 35123$
$V_1^2 = Min\{19713 + 0.9[(1)(14044)]\} = 32353$
$V_1^2 = Min\{22438, 35123, 32353\}$ q = 1

q	P	P	P	P
1	0	0	0	1
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_2^2 = Min\{19713 + 0.9[(1)(40611)]\} = 56263$
$V_2^2 = Min\{19713 + 0.9[(1)(9377) + (1)(14044)]\} = 35123$
$V_2^2 = Min\{19713 + 0.9[(1)(14044)]\} = 32353$
$V_2^2 = Min\{43620, 35123, 32353\}$ $q = 3$

q	P	P	P	P
1	0	0	0	1
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_3^2 = Min\{25878 + 0.9[(1)(19713)]\} = 43620$
$V_3^2 = Min\{19713 + 0.9[(1)(9377) + (1)(14044)]\} = 35123$
$V_3^2 = Min\{19713 + 0.9[(1)(14044)]\} = 32353$
$V_3^2 = Min\{43620, 35123, 32353\}$ $q = 3$

MATRIZ 2 q = 1,1,3,3

ITERACION 3 MATRIZ 2

$V_0^3 = Min\{C_{01} + \alpha[P_{00}V_0^2 + P_{01}V_1^2 + P_{02}V_2^2 + P_{03}V_3^2]\}$

q	P	P	P	P
1	0	1	0	0
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_0^3 = Min\{9377 + 0.9[(1)(22483)]\} = 29612$
$V_0^3 = Min\{19713 + 0.9[(1)(22017) + (1)(22483)]\} = 49427$
$V_0^3 = Min\{19713 + 0.9[(1)(32353)]\} = 4883$
$V_0^3 = \{29612, 49427, 48831\}$ $q = 1$

q	P	P	P	P
1	1	0	0	0
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_1^3 = Min\{14044 + 0.9[(1)(22017)]\} = 33859$
$V_1^3 = Min\{14044 + 0.9[(1)(22017) + (1)(22483)]\} = 54094$
$V_1^3 = Min\{19713 + 0.9[(1)(32353)]\} = 4883$
$V_1^3 = Min\{33859, 54094, 4883\}$ $q = 1$

q	P	P	P	P
1	0	0	0	1
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_2^3 = Min\{19713 + 0.9[(1)(32353)]\} = 4883$
$V_2^1 = Min\{14044 + 0.9[(1)(22017) + (1)(22483)]\} = 54094$
$V_2^3 = Min\{19713 + 0.9[(1)(32353)]\} = 4883$
$V_2^3 = Min\{48831, 54094, 48831\}$ q = 1 o q = 3

q	P	P	P	P
1	0	0	0	1
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_3^3 = Min\{25878 + 0.9[(1)(32353)]\} = 54996$
$V_3^3 = Min\{19713 + 0.9[(1)(22017) + (1)(22483)]\} = 59713$
$V_3^3 = Min\{19713 + 0.9[(1)(32353)]\} = 4883$
$V_3^2 = Min\{43620, 35123, 32353\}$ q = 3

MATRIZ 2 q = 1,1,3,3

ITERACION 1. MATRIZ 3

$V_0^0 = V_1^0 = V_2^0 = V_3^0 = 0$

$V_0^1 = Min\{C_{01} + \alpha[(P_{00}(q=1)V_0^0) + (P_{01}(q=1)V_1^0) + (P_{02}(q=1)V_2^0) + (P_{03}(q=1)V_3^0)]\}$
$V_0^1 = Min\{9377 + 0.9[0]\}$
$V_0^1 = Min\{C_{02} + \alpha[(P_{00}(q=1)V_0^0) + (P_{01}(q=1)V_1^0) + (P_{02}(q=1)V_2^0) + (P_{03}(q=1)V_3^0)]\}$
$V_0^1 = Min\{9377 + 0.9[0]\}$
$V_0^1 = Min\{C_{03} + \alpha[(P_{00}(q=1)V_0^0) + (P_{01}(q=1)V_1^0) + (P_{02}(q=1)V_2^0) + (P_{03}(q=1)V_3^0)]\}$
$V_0^1 = Min\{19713 + 0.9[0]\}$
$V_0^1 = Min\{9377, 9377, 19713\}$ q = 1 o q = 2

$V_1^1 = Min\{14044 + 0.9[0]\}$
$V_1^1 = Min\{14044 + 0.9[0]\}$
$V_1^1 = Min\{19713 + 0.9[0]\}$
$V_1^1 = Min\{14044, 14044, 19713\}$ q = 1 o q = 2

$V_2^1 = Min\{19713 + 0.9[0]\}$
$V_2^1 = Min\{14044 + 0.9[0]\}$
$V_2^1 = Min\{19713 + 0.9[0]\}$
$V_2^1 = Min\{19713, 14044, 19713\}$ q = 2

$$V_3^1 = Min\{25878 + 0.9[0]\}$$
$$V_3^1 = Min\{19713 + 0.9[0]\}$$
$$V_3^1 = Min\{19713 + 0.9[0]\}$$
$$V_3^1 = Min\{25878, 19713, 19713\} \qquad q = 2 \text{ o } q = 3$$

ITERACION 2 MATRIZ 3

$$V_0^2 = Min\{C_{01} + \alpha[P_{00}V_0^1 + P_{01}V_1^1 + P_{02}V_2^1 + P_{03}V_3^1]\}$$

q	P		P	P
1	0	1	0	0
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$$V_0^2 = Min\{9377 + 0.9[(1)(14044)]\} = 22017$$
$$V_0^2 = Min\{9377 + 0.9[(1)(9377) + (1)(14044)]\} = 30456$$
$$V_0^2 = Min\{19713 + 0.9[(1)(14044)]\} = 32353$$
$$V_0^2 = \{22017, 30456, 32353\} \qquad q = 1$$

q	P	P	P	P
1	0	1/2	1/2	0
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$$V_1^2 = Min\{14044 + 0.9[(1/2)(14044) + (1/2)(14044)]\} = 26684$$
$$V_1^2 = Min\{14044 + 0.9[(1)(9377) + (1)(14044)]\} = 35123$$
$$V_1^2 = Min\{19713 + 0.9[(1)(14044)]\} = 32353$$
$$V_1^2 = Min\{26684, 35123, 32353\} = 26684 \qquad q = 1$$

q	P	P	P	P
1	0	1	0	0
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$$V_2^2 = Min\{19713 + 0.9[(1)(14044)]\} = 32353$$
$$V_2^2 = Min\{14044 + 0.9[(1)(9377) + (1)(14044)]\} = 35123$$
$$V_2^2 = Min\{19713 + 0.9[(1)(14044)]\} = 32353$$
$$V_2^2 = Min\{32353, 35123, 32353\} = 32353 \qquad q = 1 \text{ o } q = 3$$

q	P	P	P	P
1	0	0	0	1
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_3^2 = Min\{19713 + 0.9[(1)(10713)]\} = 29371$

$V_3^2 = Min\{14044 + 0.9[(1)(9377) + (1)(14044)]\} = 35123$

$V_3^2 = Min\{19713 + 0.9[(1)(14044)]\} = 32353$

$V_3^2 = Min\{29371, 35123, 32353\}$ q = 1

MATRIZ 2 q = 1,1,1,1

ITERACION 3. MATRIZ 3

$V_0^3 = Min\{C_{01} + \alpha[P_{00}V_0^2 + P_{01}V_1^2 + P_{02}V_2^2 + P_{03}V_3^2]\}$

q	P	P	P	P
1	0	1	0	0
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_0^3 = Min\{9377 + 0.9[(1)(26684)]\} = 33393$

$V_0^3 = Min\{9377 + 0.9[(1)(22017) + (1)(26684)]\} = 53208$

$V_0^3 = Min\{19713 + 0.9[(1)(32353)]\} = 4883$

$V_0^3 = Min\{33393, 53208, 48831\}$ q = 1

q	P	P	P	P
1	0	1/2	1/2	0
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_1^3 = Min\{14044 + 0.9[(1/2)(26684) + (1/2)(32353)]\} = 4061$

$V_1^3 = Min\{14044 + 0.9[(1)(22617) + (1)(26684)]\} = 58415$

$V_1^3 = Min\{19713 + 0.9[(1)(32353)]\} = 4883$

$V_1^3 = Min\{40611, 58415, 48831\}$ q = 1

q	P	P	P	P
1	0	1	0	0
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_2^3 = Min\{19713 + 0.9[(1)(26684)]\} = 43729$
$V_2^3 = Min\{14044 + 0.9[(1)(22617) + (1)(26684)]\} = 58515$
$V_2^3 = Min\{19713 + 0.9[(1)(32353)]\} = 4883$
$V_2^3 = Min\{43729,58515,48831\}$ q = 1

q	P	P	P	P
1	0	0	0	1
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_3^3 = Min\{25878 + 0.9[(1)(2937)]\} = 52312$
$V_3^3 = Min\{19713 + 0.9[(1)(22617) + (1)(26684)]\} = 64084$
$V_3^3 = Min\{19713 + 0.9[(1)(32353)]\} = 4883$
$V_3^3 = Min\{52312,64084,48831\}$ q = 3

MATRIZ 3 q = 1,1,1,3

ITERACION 4 MATRIZ 3

$V_0^4 = Min\{C_{01} + \alpha[P_{00}V_0^3 + P_{01}V_1^3 + P_{02}V_2^3 + P_{03}V_3^3]\}$

q	P	P	P	P
1	0	1	0	0
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_0^4 = Min\{9377 + 0.9[(1)(40611)]\} = 45927$
$V_0^4 = Min\{9377 + 0.9[(1)(33393) + (1)(40611)]\} = 7598$
$V_0^4 = Min\{19713 + 0.9[(1)(43729)]\} = 59069$
$V_0^4 = Min\{45927,75981,59069\}$ q = 1

q	P	P	P	P
1	0	½	½	0
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_1^4 = Min\{14044 + 0.9[(1/2)(40611) + (1/2)(43729)]\} = 51997$
$V_1^4 = Min\{14044 + 0.9[(1)(33393) + (1)(40611)]\} = 80648$
$V_1^4 = Min\{19713 + 0.9[(1)(43729)]\} = 59069$
$V_1^4 = \{51997,80648,59069\}$ q = 1

q	P	P	P	P
1	0	1	0	0
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_2^4 = Min\{19713 + 0.9[(1)(40611)\} = 56263$
$V_2^4 = Min\{14044 + 0.9[(1)(33393) + (1)(40611)]\} = 80648$
$V_2^4 = Min\{19713 + 0.9[(1)(43729)]\} = 59069$
$V_2^4 = \{56263, 80648, 59069\}_2$ q = 1

q	P	P	P	P
1	0	0	0	1
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_3^4 = Min\{25878 + 0.9[(1)(48831)\} = 69826$
$V_3^4 = Min\{19713 + 0.9[(1)(33393) + (1)(40611)]\} = 86317$
$V_3^4 = Min\{19713 + 0.9[(1)(43729)]\} = 59069$
$V_3^4 = \{69826, 86317, 59069\}$ **MATRIZ 3 q = 3**

ITERACION 1 MATRIZ 4

$V_0^0 = V_1^0 = V_2^0 = V_3^0 = 0$

$V_0^1 = Min\{C_{01} + \alpha[(P_{00}(q=1)V_0^0) + (P_{01}(q=1)V_1^0) + (P_{02}(q=1)V_2^0) + (P_{03}(q=1)V_3^0)]\}$
$V_0^1 = Min\{9377 + 0.9[0]\}$
$V_0^1 = Min\{C_{02} + \alpha[(P_{00}(q=1)V_0^0) + (P_{01}(q=1)V_1^0) + (P_{02}(q=1)V_2^0) + (P_{03}(q=1)V_3^0)]\}$
$V_0^1 = Min\{9377 + 0.9[0]\}$
$V_0^1 = Min\{C_{03} + \alpha[(P_{00}(q=1)V_0^0) + (P_{01}(q=1)V_1^0) + (P_{02}(q=1)V_2^0) + (P_{03}(q=1)V_3^0)]\}$
$V_0^1 = Min\{19713 + 0.9[0]\}$
$V_0^1 = Min\{9377, 9377, 19713\}$ q = 1 o q = 2

$V_1^1 = Min\{14044 + 0.9[0]\}$
$V_1^1 = Min\{14044 + 0.9[0]\}$
$V_1^1 = Min\{19713 + 0.9[0]\}$
$V_1^1 = Min\{14044, 14044, 19713\}$ q = 1 o q = 2

$V_2^1 = Min\{19713 + 0.9[0]\}$
$V_2^1 = Min\{14044 + 0.9[0]\}$
$V_2^1 = Min\{19713 + 0.9[0]\}$
$V_2^1 = Min\{19713, 14044, 19713\}$ $\qquad q = 2$

$V_3^1 = Min\{25878 + 0.9[0]\}$
$V_3^1 = Min\{19713 + 0.9[0]\}$
$V_3^1 = Min\{19713 + 0.9[0]\}$
$V_3^1 = Min\{25878, 19713, 19713\}$ $\qquad q = 2 \text{ o } q = 3$

ITERACION 2 MATRIZ 4

$$V_0^2 = Min\{C_{0q} + \alpha[P_{00}V_0^4 + P_{01}V_1^4 + P_{02}V_2^4 + P_{03}V_3^4]\}$$

q	P	P	P	P
1	0	1	0	0
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_0^2 = Min\{9377 + 0.9[(1)(56214)]\} = 59970$
$V_0^2 = Min\{9377 + 0.9[(1)(45297) + (1)(56214)]\} = 100737$
$V_0^2 = Min\{19713 + 0.9[(1)(56263)]\} = 70350$
$V_0^2 = \{59970, 100737, 70350\}$ $\qquad q = 1$

q	P	P	P	P
1	0	1/2	1/2	0
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_1^2 = Min\{14044 + 0.9[(1/2)(56214) + (1/2)(56263)]\} = 64659$
$V_1^2 = Min\{14044 + 0.9[(1)(45925) + (1)(56214)]\} = 105969$
$V_1^2 = Min\{19713 + 0.9[(1)(56263)]\} = 70350$
$V_1^2 = Min\{64654, 105969, 70350\}$ $\qquad q = 1$

q	P	P	P	P
1	0	0	0	1
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_2^2 = Min\{19713 + 0.9[(1 \quad 59068\ ]\} = 72874$

$V_2^1 = Min\{19713 + 0.9[0]\}$
$V_2^1 = Min\{14044 + 0.9[0]\}$
$V_2^1 = Min\{19713 + 0.9[0]\}$
$V_2^1 = Min\{19713, 14044, 19713\}$ q = 2

$V_3^1 = Min\{25878 + 0.9[0]\}$
$V_3^1 = Min\{19713 + 0.9[0]\}$
$V_3^1 = Min\{19713 + 0.9[0]\}$
$V_3^1 = Min\{25878, 19713, 19713\}$ q = 2 o q = 3

ITERACION 2 MATRIZ 4

$V_0^2 = Min\{C_{01} + \alpha[P_{00}V_0^4 + P_{01}V_1^4 + P_{02}V_2^4 + P_{03}V_3^4]\}$

q	P	P	P	P
1	0	1	0	0
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_0^2 = Min\{9377 + 0.9[(1)(56214)]\} = 59970$
$V_0^2 = Min\{9377 + 0.9[(1)(45297) + (1)(56214)]\} = 100737$
$V_0^2 = Min\{19713 + 0.9[(1)(56263)]\} = 70350$
$V_0^2 = \{59970, 100737, 70350\}$ q = 1

q	P	P	P	P
1	0	1/2	1/2	0
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_1^2 = Min\{14044 + 0.9[(1/2)(56214) + (1/2)(56263)]\} = 64659$
$V_1^2 = Min\{14044 + 0.9[(1)(45925) + (1)(56214)]\} = 105969$
$V_1^2 = Min\{19713 + 0.9[(1)(56263)]\} = 70350$
$V_1^2 = Min\{64654, 105969, 70350\}$ q = 1

q	P	P	P	P
1	0	0	0	1
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_2^2 = Min\{19713 + 0.9[(1)(59068)]\} = 72874$

$V_2^2 = Min\{14044 + 0.9[(1)(45295) + (1)(56214)]\} = 105969$

$V_2^2 = Min\{19713 + 0.9[(1)(56263)]\} = 70350$

$V_2^2 = Min\{72874, 105969, 70350\}$ $\quad q = 3$

q	P	P	P	P
1	0	0	1	0
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_3^2 = Min\{25878 + 0.9[(1)(56263)]\} = 76515$

$V_3^2 = Min\{19713 + 0.9[(1)(45925) + (1)(56214)]\} = 111638$

$V_3^2 = Min\{19713 + 0.9[(1)(56263)]\} = 70350$

$V_3^2 = Min\{76515, 111638, 70350\}$ $\quad q = 3$

MATRIZ 4 q = 1,1,1,3

ITERACION 3 MATRIZ 4

$V_0^3 = Min\{C_{01} + \alpha[P_{00}V_0^2 + P_{01}V_1^2 + P_{02}V_2^2 + P_{03}V_3^2]\}$

q	P	P	P	P
1	0	1	0	0
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_0^3 = Min\{9377 + 0.9[(1)(64659)]\} = 67570$

$V_0^3 = Min\{9377 + 0.9[(1)(59970) + (1)(64659)]\} = 121543$

$V_0^3 = Min\{19713 + 0.9[(1)(70350)]\} = 83028$

$V_0^3 = \{67750, 121543, 83, 83028\}$

$q = 1$

q	P	P	P	P
1	0	1/2	1/2	0
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_1^3 = Min\{14044 + 0.9[(1/2)(64659) + (1/2)(70350)]\} = 135552$

$V_1^3 = Min\{14044 + 0.9[(1)(59970) + (1)(64659)]\} = 126210$

$V_1^3 = Min\{19713 + 0.9[(1)(70350)]\} = 83028$

$V_1^3 = Min\{135552, 126210, 83028\}$ $q = 3$

q	P	P	P	P
1	0	0	0	1
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_2^3 = Min\{19713 + 0.9[(1)(70350)]\} = 83028$

$V_2^3 = Min\{14044 + 0.9[(1)(59970) + (1)(64659)]\} = 126210$

$V_2^3 = Min\{19713 + 0.9[(1)(70350)]\} = 83028$

$V_2^3 = Min\{83028, 126210, 83028\}$ **q = 1 o q = 3**

q	P	P	P	P
1	0	0	1	0
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_3^3 = Min\{25878 + 0.9[(1)(70350)]\} = 89193$

$V_3^3 = Min\{19713 + 0.9[(1)(59970) + (1)(64659)]\} = 131879$

$V_3^3 = Min\{19713 + 0.9[(1)(70350)]\} = 83028$

$V_3^3 = Min\{89193, 131879, 83028\}$ $q = 3$

MATRIZ 4 q = 1,3,1,3

ITERACION 4 MATRIZ 4

$$V_0^4 = Min\{C_{01} + \alpha[P_{00}V_0^3 + P_{01}V_1^3 + P_{02}V_2^3 + P_{03}V_3^3]\}$$

q	P	P	P	P
1	0	1	0	0
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_0^4 = Min\{9377 + 0.9[(1)(67570)] = 70190$

$V_0^4 = Min\{9377 + 0.9[(1)(67570) + (1)(67570)]\} = 131003$

$V_0^4 = Min\{19713 + 0.9[(1)(83028)]\} = 94438$

$V_0^4 = \{70190,131003,94438\}$ q = 1

q	P	P	P	P
1	0	1/2	1/2	0
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_1^4 = Min\{14044 + 0.9[(1/2)(83028) + (1/2)(83028)]\} = 88769$

$V_1^4 = Min\{14044 + 0.9[(1)(67570) + (1)(83028)]\} = 149582$

$V_1^4 = Min\{19713 + 0.9[(1)(83028)]\} = 94438$

$V_1^4 = Min\{88769,149582,94438\}$ q = 1

q	P	P	P	P
1	0	0	0	1
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_2^4 = Min\{19713 + 0.9[(1)(83028)]\} = 94438$

$V_2^4 = Min\{14044 + 0.9[(1)(67750) + (1)(83028)]\} = 14952$

$V_2^4 = Min\{19713 + 0.9[(1)(83028)]\} = 94438$

$V_2^4 = Min\{94438,14952,94438\}$ q = 1 o q = 3

q	P	P	P	P
1	0	0	1	0
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_3^4 = Min\{25878 + 0.9[(1)(83028)]\} = 100765$

$V_3^4 = Min\{19713 + 0.9[(1)(67570) + (1)(83028)]\} = 155251$

$V_3^4 = Min\{19713 + 0.9[(1)(83028)]\} = 94438$

$V_3^4 = Min\{100765,155251,94438\}$ q = 3

MATRIZ 4 q 1,1,1,3

ITERACION 5 MATRIZ 4

$V_0^5 = Min\{C_{01} + \alpha[P_{00}V_0^4 + P_{01}V_1^4 + P_{02}V_2^4 + P_{03}V_3^4]\}$

q	P	P	P	P
1	0	1	0	0
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_0^5 = Min\{9377 + 0.9[(1)(88769)]\} = 89269$
$V_0^5 = Min\{9377 + 0.9[(1)(70190) + (1)(88769)]\} = 152440$
$V_0^5 = Min\{19713 + 0.9[(1)(94438)]\} = 104707$
$V_0^5 = \{89269, 152440, 104707\}$ q = 1

q	P	P	P	P
1	0	1/2	1/2	0
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_1^5 = Min\{14044 + 0.9[(1/2)(88769) + (1/2)(94438)]\} = 96487$
$V_1^5 = Min\{14044 + 0.9[(1)(70190) + (1)(88769)]\} = 157107$
$V_1^5 = Min\{19713 + 0.9[(1)(94438)]\} = 104707$
$V_1^5 = Min\{96487, 157107, 104707\}$ q = 1

q	P	P	P	P
1	0	0	0	1
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_2^5 = Min\{19713 + 0.9[(1)(94438)]\} = 104707$
$V_2^5 = Min\{14044 + 0.9[(1)(70190) + (1)(88769)]\} = 157107$
$V_2^5 = Min\{19713 + 0.9[(1)(94438)]\} = 104707$
$V_2^5 = Min\{104707, 157107, 104707\}$ q = 1 o q = 3

q	P	P	P	P
1	0	0	1	0
2	1	1	0	0
3	0	0	1	0

$V_3^5 = Min\{25878 + 0.9[(1)(94438)]\} = 110872$
$V_3^5 = Min\{19713 + 0.9[(1)(70190) + (1)(88764)]\} = 187107$
$V_3^5 = Min\{19713 + 0.9[(1)(94438)]\} = 104707$
$V_3^5 = Min\{110872, 157107, 104707\}$ q = 3

MATRIZ 4 q 1,1,1,3

En el sexenio de C.S.G. la deuda se mantuvo en niveles más aceptados, y dentro de las posibilidades de pago o al menos fue lo que se hizo pensar.

Además de la repatriación de capitales, venta de bancos y paraestatales.

Durante 1990 la reducción del principal tuvo una disminución importante en la tasa de interés por **$ 7750 mdd**, así mismo, excluye los apoyos para la conformación de garantías por **$ 5960 mdd** constituidos por:

Banco Mundial $ 2060 **mdd , Exim Bank Japón** $ 1400 **mdd, FMI** $ 1200 mdd y reservas internacionales $ **1300 mdd**, ya que devengan intereses a favor de México.

Sin embargo el habernos encontrado durante 3 años en un estado controlable no ha venido a aliviar la situación del país principalmente por errores cometidos durante las últimas 4 administraciones. Pero principalmente a partir de M.M.H., y por el modelo económico utilizado: el modelo neoliberal mexicano, los prestamos otorgados a México no han venido a solucionar el problema. Primeramente hemos de hacer mención a la apertura comercial que tiene el país que vino a destruir la industria nacional, y segundo a la adición del tratado de libre comercio el TLC, en el que México no tiene fondos de compensación al ir aderiendose al mismo. El gobierno de México penso que el TLC le daría al país la riqueza que tanto espera o al menos que el modelo económico seguido por M.M.H. y C.S.G. inundarían al país con dólares, es un hecho, que no se puede negar que la nación se inundo con dólares, pero fueron dólares prestados para apoyar aquella idea errónea endeudarnos para crecer porque la capacidad de pago sigue en pie. A raíz de la crisis de la deuda mexicana que estalló en agosto de 1982 se pusieron en operación diversas políticas de ajuste económico y estabilización, cuyos resultados planteados por los dos últimos gobiernos están lejos de haber logrado el saneamiento de la economía mexicana.

Por el contrario, el déficit comercial que en 1992 ascendió a 20676 mdd y el desbalance de la cuenta corriente que ocurre en el mismo año colocan a la economía nacional como frágil y vulnerable(que paso entonces con el dinero repatriado, venta de empresas etc.). Es cierto también que el sexenio salinista logro reducir la inflación, eliminar el déficit fiscal y alcanzar un moderado crecimiento económico en los años 1989-1993 de 2.9%, pero estos logros se volvieron frajiles y en desproporción con respecto a los costos económicos y sociales.

Los flujos de ahorro externo se interrumpen en los 2 últimos años del sexenio de Salinas y aún seda cuando el TLC se encuentra firmado, los grandes logros que había alcanzado se derrumban, y por lo tanto la reserva de el banco de México es succionada, pero ni aún así Salinas devalúa el peso, principios del 81 finales del 93 ya era más que una necesidad la devaluación, **"Incluso en una de sus publicaciones el periódico de New York Times comento que los Estados Unidos calculaban que México necesitaba 2000 mdd para 1989 y no 7000 mdd"** (para estos momentos la renegociación de la deuda ya se había concretado) porque se previa una declinación en el excedente comercial de ésta manera se le indicaba a Salinas que devaluara el peso, pero no lo hizo porque un presidente que devalúa se devalúa el mismo.

México continuaba su camino todo indicaba que al final del camino(del sexenio) encontraríamos la tan anhelada luz(entrar al primer mundo). Para 1993 se decía que México necesitaba 22700 mdd para crecer un 2.5% según lo estimaba el FMI, pero como era posible si tan sólo en 1993 el pago de servicio ascendió a 25878 mdd aproximadamente, el 38% de los ingresos nacionales se destinaron para éste pago, y todavia se pensara en el crecimiento.

"Desde luego ningún gobierno ha señalado que su objetivo es arruinar a la nación, empobrecer a las mayorías nacionales, desarticular la planta productiva, acentuar la vulnerabilidad financiera externa del país a socavar las bases del desarrollo futuro de México. Por el contrario todos los gobiernos han afirmado que sus metas e instrumentos de política pública son las mejores para nuestro país, atendiendo las circunstancias de su tiempo."

Los indicadores macroeconómicos resumen los resultados reales del modelo aplicado en el sexenio M.M.H. y C.S.G. contrastándolos, con los 8 gobiernos anteriores.

BIBLIOGRAFIA.

Uno más Uno.
Martes 14 de Marzo de 1989 pg.17

Bajo el modelo de la Revolución Mexicana el PIB por habitante creció sexenalmente entre **17.4%** y **23.1%** bajo los gobiernos M.M.H. y C.S.G. fue de **-10.8%** y **3.9%** respectivamente. Sin embargo la inversión en el último sexenio fue la mayor de todos con 1229 mdd aproximadamente. La estrategia económica que se baso en la apertura comercial y la suscripción del TLC tenían o tienen como fin atraer los flujos de ahorro externo que permiten equilibrar en el corto plazo la balanza de pagos y sostener los equilibrios económicos, los resultados han sido adversos teniendo que hacer concesiones a la industria e inversión extranjera y establecer una igualdad comarcial y de inversión entre naciones desiguales. 77636 mdd aproximadamente es el pago por servicio de la deuda externa en 1990-1993, este dato pone en juego la política de las diferentes etapas por las cuales pasó la renegociación de la deuda externa pública y los planes de estabilización que acompañaran al ajuste necesario para mejorar el perfil del endeudamiento del país. Las bondades de la renegociación y del plan Brady se perdieron, y se perdieron para siempre no volveremos a tener otra oportunidad.

1989-1991 fueron los puntos claves para superar la crisis momentos en los que México tenía que establecer las reglas del juego, ya lo más difícil estaba hecho. Las autoridades gubernamentales pretenden hacer creer, fue el déficit comercial de aproximadamente 100,000 mdd resultado de la apertura del mercado a los productos extranjeros.

BIBLIOGRAFIA.

EL MODELO NEOLIBERAL MEXICANO.
JOSE LUIS CALVO.
ED. JP PG 23.

El régimen salinista debió haber desarrollado una sana política de regionalización para poder competir con países de iguales condiciones y no con el coloso del norte. El déficit comercial solo fue una de tantas causas, ya que ni las políticas traídas del exterior ni el establecimiento de contralorías han servido de nada, las autoridades gubernamentales se durmieron en sus laureles.

Salinas de Gortari nos llevó al caos por la locura de hacer de México la "economía más abierta del mundo" y ésto dio lugar a un déficit acumulado de cuenta corriente de 90,000 mdd. En 1994 fue de 28,000 mdd, semejante desfalco fue financiado por la llamada inversión extranjera volátil, la cual llegó a especular a la Bolsa Mexicana de Valores y después huyo.

Ante todo lo anterior es necesario agregar los acontecimientos políticos que se dieron a principios de 1994 tales como el movimiento armado en Chiapas, la fuga de 10,000 mdd por el homicidio de Colosio, el movimiento armado 14 meses después no ha tenido solución constituyendo un foco de temor para aquellos hombres deseosos de hacer negocios en México trátese de nacionales y extranjeros, la muerte de José Francisco Ruiz Maussie y las acusaciones de su hermano provocaron una fuga de 6000 mdd errores propios de los tecnócratas gubernamentales. La incertidumbre en las elecciones presidenciales fueron entre otras tantas las que ayudaron a hundir al país más, en una deuda que no tiene fin.

En conclusión los datos obtenidos en ambos casos nos dicen que la deuda no se ha podido controlar debido a que no se tomaron las medidas necesarias para evitarlo.Hemos visto que en el sexenio de Miguel de la Madrid permanecimos durante 1983 y 1985 en estados en los que no debia hacer nada nuestra situación era un poco más estable. Así mismo en el sexenio de Salinas en los años de 1989 y 1991 fueron los años en los que se renegocio la deuda y en los que parecia indicar que la economía nacional apuntaba hacia nuevas fronteras de desarrollo.

				Matriz	**Estado**	**Acción**
34841	39209	47538	47538	**1**	**0**	**1**
29371	47538	47538	47535	2	1	2
48254	48254	52749	56722	3	2	2
48353	56884	56884	56884	4	3	3

Los datos anteriores muestran que la deuda externa no ha sido controlada ya que la cantidad mínima 29371 es la política de endeudamiento que pudo ser la que se tenía que seguir para todo el sexenio M.M.H.

Durante esté sexenio el pago de la deuda fue de **903713 mdd,** por intereses y amortizaciones, es decir tan solo en 6 años pagamos lo que se debía hasta 1982, si no hay un grave error pagamos 3 veces más que los **29371 mdd** y aún así nuestra deuda se incremento en **23805 mdd**.

Para el periodo de C.S.G. la política óptima a seguir fue cuando nuestra deuda externa se encontraba en el estado facilmente controlable ya que la renegociación de la misma nos permitio pasar a este estado por la disminución de los intereses y de el principal. 25411 mdd es el punto en el cual la deuda se controló pero no se respeto porque se continuaba solicitando prestamos al exterior para el "crecimiento de la económia" se tenia que fortalecer a los ahorradores internos para evitar a los externos, entonces si era necesario que se diera la devaluación para atraer a los inversionistas pero en su lugar se puso a la venta lo que 6 años después nos llevaria a entregar la factura de el petroleo mexicano; los CETES. Durante todos y cada uno de los informes de gobierno se dio información falseada ya que nuestra crisis pudo ser abatida a su debido momento y estuvimos viviendo una económia que se encontraba en forma por demás con una estructura mal cimentada. En forma rapida las ventajas de la renegociación se desplomaron y el error fue que por parte de el gobierno mexicano aceptaron que para evitar otro colapso como el de 1982 adoptaron la idea de que México era una económia que necesitaba inyectar mayores recursos pensando que con ésto lograria obtener un trato preferencial.

				Matriz	Estado	Acción
25411	40611	48831	48831	1	0	1
29612	33859	48831	32353	2	1	2
45927	51997	56263	59069	3	2	2
89269	96487	104707	104707	4	3	3

"LA CRISIS OCASIONADA POR LOS GOBIERNOS PRIISTAS ESTA CONTROLADA, LA SALUD DE LAS FINANZAS PUBLICAS ES OPTIMA, ASI COMO LOS SALARIOS SE ENCUENTRAN RECUPERANDO SU PODER ADQUISITIVO Y EL REPUNTE EN LA COMPETITIVIDAD DEL APARATO PRODUCTIVO ESTA MEJORANDO."

6O INFORME DE GOBIERNO CARLOS SALINAS DE GORTARI.
EL UNIVERSAL EN LOS PARTIDOS POLÍTICOS.
NUM. 28163 PG 6-7.

CONCLUSIONES

Después de realizar una investigación se alcanzo el objetivo inicial, consistente en la elaboración de unos apuntes de Programación Dinámica, de manera que contengan de manera sencilla, clara y sintética gran parte de la información más relevante en los inventarios y la deuda externa de México; así cómo las relaciones existentes entre la teoría y la práctica. Este trabajo, muestra una parte de teoría y otra parte acerca de lo que sucede en la realidad. La idea central fue la de presentar casos sencillos en los que se pudiera apreciar el uso de la Programación Dinámica en sus dos áreas, Determinista y Probabilista En el mundo real se tiene que la gran mayoria, si no es que todos los sistemas, se encuentran gobernados por un comportamiento probabilista, en el cual no se sabe a ciencia cierta cual será el comportamiento futuro del sistema. Es por este comportamiento que la planeación se hace cada vez más necesaria en todas las áreas de trabajo. Planeación no sólo es establecer las actividades a realizar, es el plantear el objetivo que se desea, los beneficios que se esperan, pero sobre todo planear para un futuro cercano y no para un futuro incierto. Si podemos planear, y planear en el estricto sentido de la responsabilidad podremos aspirar hacia mejores condiciones de vida. El futuro cómo todo lo que desconocemos siempre nos causa temor, pero para nuestros casos tenemos un aliado, la historia de datos, las experiencias pasadas que deben ser aprovechadas y aprender de ellas. Con ello es posible analizar la parte, en la cual se tome en cuenta el factor de probabilidad, para que así se llegue a entender el comportamiento citado. Controlar un sistema no es cosa fácil, y la importancia que tiene el control eficiente radica en la toma de decisiones. Aunque la materia de Programación Dinámica no pertenece a la especialidad de sistemas y aún sin haber tomado la clase de Programación Dinámica, la elaboración de estos apuntes me han permitido conocer una nueva materia de la Investigación de Operaciones, en particular el comportamiento de los inventarios, así como una aplicación de la Programación Dinámica en la evolución de la deuda externa de México, los avances y tropiezos que se han tenido.

Es obvio que en este momento la pregunta de la relación que existe entre Programación Dinámica Determinista o Probabilista con los inventarios ya se ha hecho patente; el porque de hablar de decisiones y decisiones que sean correctas y adecuadas para una organización pueden haber creado un mar de interrogantes, nos limitaremos tan solo a decir que la Programación Dinámica aplicada a los inventarios permitirá tener el control que todo gerente desea tener sobre su empresa, esto es porque un inventario es el corazón mismo de la organización y tener el control del inventario significa realizar operaciones eficientes rápidas y claras. La decisión que tomemos nos han de permitir tener el criterio suficiente para solucionar los problemas a los que nos enfrentemos, aunque también es cierto que en nuestra sociedad no hay nada que nos permite asegurar que las mercancias solicitadas, llegaran cuando se solicitaran porque lo mismo pueden llegar 15 días antes que un mes después del tiempo solicitado, que un cliente compra una mercancía de línea hoy, y mañana se le decomisa por falta de pago, que la mercancía que teníamos para ser surtida en los próximos días se ha de quedar almacenada por los próximos años, siendo esto una de las tantas consecuencias que incrementan el costo de mantener nuestro inventario debido al costo de almacenamiento; cabe hacer la aclaración que algunas empresas como las mueblerías han cambiado el termino de almacén por centro de distribución, ya que es más adecuado para el servicio que prestan.

Existe tanto trabajo por hacer en una empresa de este tipo, tantas ideas por aplicar que resultaría de lo más satisfactorio ver como la aplicación del presente trabajo puede controlar la circulación de activos.

Pero pareciera que a nadie le importa, es como si nos resignáramos con lo que se ha logrado, es una mala ideologia, mientras la empresa aporte el dinero que los accionistas necesitan para sobrevivir seguirá igual.

Pero porque conformarse si se puede lograr más, podemos aspirar a una vida mejor. Con esto pretendo explicar como una empresa cuando no cuida sus ingresos puede llegar a un colapso económico, imaginemos esto mismo a nivel nacional.

Es evidente que el problema de la deuda externa no esta resuelto, las renegociaciones y reestructuraciones hasta ahora logradas no han permitido sanear el financiamiento y el desarrollo, y si en cambio han vulnerado la soberanía nacional a los intereses usureros de los paises desarrollados al haber permitido que el país abriera sus puertas a los productos extranjeros, en deterioro de los industriales nacionales.

Si algún día nuestros acreedores estuvieran dispuestos a renegociar debe de ser dentro de un marco de equidad, y estar exenta de condiciones a la economía nacional.

México en estos momento debe de recurrir a la formación de un club de deudores y establecer moratorias de pago. Alternativas adicionales al desarrollo a las que México puede recurrir seria la canalización del ahorro de mexicanos residentes en Estados Unidos (Elektra lo hace por medio del cambio de divisas en sus tiendas, Salinas y Rocha lo realiza por medio de ventas de catalogo en el extranjero entre otras)

La apertura comercial a la larga genero un déficit en cuenta corriente y se volvió a recurrir al endeudamiento externo, una vez más caímos en la trampa.

Nadie duda que nuestra economía tenia y sigue teniendo serios defectos estructurales pero tal parece que la oligarquía mexicana sacadolares y el gobierno mexicano, presentan al endeudamiento externo que se incremento en cifras descomunales apartir de 1982 como resultado de la incapacidad mexicana para generar exportaciones suficientes para sufragar nuestras importaciones, tal falacia exime de responsabilidad a los presidentes de cada sexenio.

Si el endeudamiento externo que se acumula hasta 1982 se hubiera propiciado exclusivamente por un desequilibrio en la balanza comercial, de la importación de mercancias muy por encima de nuestras exportaciones, entonces la deuda externa encontraría su contrapartida en el déficit acumulado de la balanza comercial y de servicios no financieros.

Durante el periodo 1976-1982 la deuda de México aumento en 60,813 mdd aproximadamente; sin embargo el déficit comercial en ese lapso ascendió apenas 10,121 mdd aproximadamente, y la balanza total de mercancías y servicios no financieros arrojo un déficit de apenas 1620 mdd.

Este análisis explica de manera irrefutable que se ha contraído deuda externa para ser heredada en una cadena de sexenios que parece no tendrá fin.

No hay posibilidad de salir adelante porque los prestamos solicitados al extranjero son tan solo para soluciones a corto plazo, pero que pasa para mediano y largo plazo; porque no se establece un plan para futuros sexenios y que cada sexenio entregue los logros obtenidos, siendo dichos resultados evaluados por los partidos políticos con mayor fuerza y por grupos de ciudadanos que también avalen la legitimidad de la información, y que haga valida aquella frase cuando se realiza el cambio de poder "Si no cumpliera con mis obligaciones que el pueblo me lo demande" hoy el pueblo no demanda exige.

No podemos continuar con ensayos económicos como ocurrió en este(1988-1994), hoy más de 90 millones de mexicanos pagamos formalmente las consecuencias y México deberá de saldar cerca de

51.000 mdd por el paquete de apoyos otorgados por gobiernos extranjeros

Por decreto se han elevado los combustibles los niveles de la indigencia de la crisis: que ahorre gasolina el tragafuego, que no tire agua el limpiaparabrisas, que se deje de andar de viajes al extranjero sobre todo a los Estados Unidos el indocumentado, que se dejen de andar con manifestaciones todos los campesinos que llegan al Zócalo de la ciudad, que se pongan a trabajar la tierra, que la guerrilla de Chiapas deponga las armas pues rompe el marco de paz, igualdad y derecho con que siempre se ha vivido, y que los Tarahumaras de Chihuahua no se pongan en más dietas pues parecen más habitantes de Sudáfrica que ciudadanos mexicanos.

Los resultados obtenidos para el control de la deuda externa, nos permite apreciar que ni aún haciendo pagos por la cantidad mínima y que estaban dentro de la capacidad de pago, no es posible salir de la situación económica en la que nos encontramos (abril 1995), aunque también es desconcertante el porque si se tuvo un respiro para controlar la crisis no se hizo nada, talvez suspender los pagos o establecer condiciones de pago y no hipotecar lo hipotecado.

Sobre el futuro de la Programación Dinámica en nuestro país, se tiene el mayor campo de aplicaciones, que es totalmente virgen para empezar con las primeras exploraciones.

SIMBOLOGIA

f.g	Composición de Funciones
(F.g)(x)	Función de Funciones.
En	Entrada.
Dn	Decisión.
Sn	Salida.
Tn	Transformación.
E'	Eficacia.
D*	Resultado Optimo.
n	n Etapa
E_{k-1}	Entradas Por Cada Etapa.
S_{k-1}	Vector de Salida.
D_k	Vector de Decisión.
E_k	Vector de Eficiencia.
m	m Componentes.
*	Tiene un Caracter Abstracto Representa a Alguna de las Operaciones Siguientes +,-,*,/.
(Xt)	Familia de Variables Aleatoria.
t	Instante t.
T	Espacio Llamado Espacio Parametral.
S	Espacio S Llamado Espacio de Estados.
P_{ij}	Probabilidad de Pasar del Estado y al Estado j.
P_{ij}^{n}	Probabilidad de Transición Para n Periodos.
C(i,q)	Costo Cuando el Proceso se Encuentra en el Estado i y se toma la decisión q.
Pij(q)	Probabilidad de Pasar del Estado i al Estado j, Dado Que se ha Tomado la Decisión q.
Yiq	Probabilidad, Estado i Decisión q.
Diq	Probabilidad, Decisión q Estado i.
R	Decisión o Estrategia.
(Xt,qt)	Estado de el Sistema en el Periodo t. Decisión Que se Tomo en Periodo q.
Di(q)	Regla Para Toma de Decisiones.
q	Cantidad Pedida.
Cp.	Costo de Pedir.
Cm	Costo de Mantener.
Cs	Costo de Surtir.
r	Punto de Pedido.

Xr	**Demanda Esperada.**
ENTPED X	**Entrada de Pedido.**
ENTHOJ X	**Entrada de Hoja.**

X = 10,20,30,40,50,60.
10 Nota de vta Contado.
20 Nota de vta C.O.D.
30 Nota de vta Credito.
40 Requisición Para Nota de vta.
40 Requisición Para Piso.
40 Requisición Para Stock.

Salh	**Salida de Hoja.**
Salg	**Salida de Guia.**

BIBLIOGRAFIA

LIBROS BIBLIOTECA CENTRAL.

1) Applied Dynamic Programming(1957)
Richard Bellman.
QA26A
B38

2) Practica de la Investigación Empresarial.
Javier Muro Sánchez.
HD20
5
M85

3) Principles Of Dynamic Programming Part I.
Robert E. Larson
John L. Casti
T57
.87

4) Operations Research Principles and Practice
Ravindran. Phillips Solberg.
T57.

5) Introducción a la Investigación de Operaciones.
4a. Edición (2a en Español).
Frederick S. Hiller.
Cap. Programación Dinámica y Probabilista.

6) Operations Research and Introduction.
Hamdy A. Taha.
Cap. Programación Dinámica y Probabilista

7) Toma de Decisiones Por Medio de Investigación de Operaciones.
Robert J. Thierauf
Tema. Principio de Optimalidad.

8) Investigación de Operaciones
Taha.
Temas: Programación Dinámica
Cadenas de Markov.
Control de Inventarios Demanda Conocida.
Control de Inventarios Demanda Probable

9) La Investigación de Operaciones
Richard Bronson.
T57.
B75
Tema Programación Dinámica

LIBROS FACULTAD DE CIENCIAS POLITICAS.

1) Deuda Exterior-Mexico.
Bailey Norman A.
HJ8519.
G38

2) De la Abundancia a la Escaces de Créditos.
Green Rosario.
HJ8520
G85.

3) Audiencias Públicas en Materia de Deuda Externa Comisiones Unidas de Programación, Presupuesto y Cuenta Pública y de Hacienda y Crédito Público de la Camara de Diputados del H. Congreso de la Unión.
Palacio Legislativo . D F SEP DE 1990
Dip. Rogelio Montemayor Seguy.
Presidente de la Comisión de Programación, Presupuesto y Cuenta Pública.
Ponencia: Rosario Green
HJ8519.
A83.

4) Deuda Externa-America Latina Congresos.
U.N.A.M.
HJ8514
.5

5) La Crisis de América Latina y la Deuda Externa.
Luis de Sebastian.
HJ8563
S43

PERIODICOS HEMEROTECA NACIONAL.

1) El Nacional.
Miercoles 29 de Agosto de 1984.

2) Uno Más Uno.
Viernes 20 de Marzo de 1987.

3) Uno Más Uno.
Domingo 22 de Marzo de 1987.

4) Uno Más Uno.
Martes 24 de Marzo de 1987.

5) Uno Más Uno.
Miercoles 25 de Marzo de 1987.

6) Uno Más Uno.
Miercoles 25 de Marzo de 1987.

7) Uno Más Uno.
Sabado 28 de Marzo de 1987

REVISTAS HEMEROTECA E.N.E.P. ACATLAN.

1) El Mercado de Valores Nacional Financiera.
Enero-Abril 1994

2) Momento Económico.
Núm. 74 Julio-Agosto 1994.

LIBROS

1) El Modelo Neoliberal Mexicano.
José Luis Calva.
Ed. J.P.

2) Control y Valuación de Inventarios.
C. Morales Felgueres.
Facultad de Contaduría.

3) Procesos Estocásticos.
R. Coleman.
Cap. 1.
Ed. Limusa.

4) Métodos y Modelos de Investigación de Operaciones Vol. 1 y 2.
Programación Dinámica y Probabilista.
Juan Prawda.
Cap. Programación Dinámica Determinista y probabilista.
Ed. Limusa.

5) Investigación de Operaciones.
Herbert Moskowits.
Cap. inventarios.
Ed. Prentice Hall.
6) Enfoques Cuantitativos a la administración
Richard I. Levin.

TESIS.

1) Procesos Markovianos de Decisión.
Martínez Sánchez José Francisco.
E.N.E.P. Acatlán.

2) Procesos Estocásticos y Aplicaciones.
Gonzalez Videgaray María del Carmen.
E.N.E.P. Acatlán.

REVISTAS.

1) Epoca.
México, D.F,. 29 DE Julio de 1991 No. 8

2) El Mercado de Valores.
Núm. 16 Agosto 15 de 1989.

3) Semanario Quehacer Político.
26 de Sep. 1994 No. 681.

PERIODICOS.

1) El Universal.
Núm. 28286.
Domingo 12 de Marzo 1995.
Universal en los Partidos Políticos

APUNTES.

1) Apuntes de la Materia de Análisis de Decisiones.
Efraín Meza Moreno.
E.N.E.P. Acatlán.

2) Apuntes de la Materia de Programación Dinámica.
Luz María Rangel.
E.N.E.P. Acatlán.