

01162

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE INGENIERÍA
DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO
HIDRÁULICA

9
20

TESIS

"SALTO HIDRÁULICO EN CANALES RECTANGULARES CON
PENDIENTES INCLINADAS"
(HYDRAULIC JUMP IN SLOPING RECTANGULAR CHANNELS)

PRESENTADA POR:

ING. MANUEL MONTENEGRO FRAGOSO

COMO REQUISITO PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRO EN INGENIERÍA
(HIDRÁULICA)

DIRIGIÓ:
M. EN I. OSCAR A. FUENTES MARILES

CIUDAD UNIVERSITARIA

Febrero de 1996

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

a

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

*"Doy las gracias a la Universidad Panamericana
por su valioso apoyo para la realización de esta obra"*

"A mis hijos: Gala

Mara

Pedro

y Gema

*Gracias por el tiempo que me cedieron
para lograr esta obra."*

*"A quien siempre esta conmigo,
mi compañera, mi amiga, mi **Esposa**"
"Verónica"*

ÍNDICE

CAPITULO 1	INTRODUCCIÓN	1
CAPITULO 2	FLUJO A SUPERFICIE LIBRE	5
	2.1 Clasificación del flujo según el tiempo y el cambio de tirante	5
	2.2 Clasificación del flujo según el número de Froude	8
	2.3 Flujo uniforme	9
	2.4 Energía específica	10
	2.4.1 Tirante crítico	14
	2.4.2 Pendiente crítica	15
	2.5 Flujo gradualmente variado	16
CAPITULO 3	SALTO HIDRÁULICO	18
	3.1 Definición	18
	3.1.1 Breve reseña histórica	22
	3.2 Ecuaciones Básicas	24
	3.2.1 Salto hidráulico móvil	28
	3.3 Salto hidráulico en canales horizontales o con poca pendiente.	32
	3.3.1 Sección rectangular	32
	3.3.2 Sección Trapecial	38
	3.3.3 Sección Circular	40
	3.4 Salto hidráulico en pendientes pronunciadas	45
	3.4.1 Sección rectangular	45
	3.5 Ejemplos	70
	3.5.1 Ejemplo 1	70
	3.5.2 Ejemplo 2	73
	3.5.3 Ejemplo 3	75
	3.5.4 Ejemplo 4	87
	3.5.5 Ejemplo 5	91
	3.5.6 Programa de computo para el cálculo de un salto hidráulico.	93
CAPÍTULO 4	EL SALTO HIDRÁULICO EN OBRAS HIDRÁULICAS	95
	4.1 Localización del salto	96
	4.2 Tanques amortiguadores	98
CAPÍTULO 5	CONCLUSIONES	107
BIBLIOGRAFÍA		112
APÉNDICE A		i

*" En la Naturaleza existen muchos misterios,
uno de ellos es el salto hidráulico".*

CAPITULO 1 INTRODUCCIÓN

El flujo del agua puede llevarse a cabo ocupando toda la sección transversal de *conductos cerrados* debido a la presión o a *superficie libre*, tanto en conductos cerrados como abiertos (canales). En este último se mantiene la presión atmosférica en dicha superficie.

El cálculo de las condiciones de flujo en *canales* es más complicado que el de flujo a *presión*, entre otros motivos, se debe a que la posición de la superficie libre puede cambiar con el tiempo y a lo largo de ellos. Además se pueden presentar dos tipos distintos de movimiento del agua, llamados regímenes subcrítico y supercrítico.

Otro aspecto interesante del flujo en canales consiste en el paso de régimen supercrítico a subcrítico mediante el fenómeno llamado *salto hidráulico*. Este fenómeno ocurre con frecuencia en la naturaleza y presenta una disminución importante de la energía del flujo. Esto último lo aprovecha el hombre en algunas obras hidráulicas

En la presente tesis se desarrolla el tema de *salto hidráulico* (figura 1.1), se hace énfasis a *canales inclinados*, debido a que sus desarrollos son recientes y no existe todavía una aceptación universal de sus ecuaciones que lo describan. Por lo que en esta tesis se propone como llevar a cabo su cálculo. La propuesta se basa en una discusión de las ecuaciones de partida y los principios de la mecánica de los fluidos involucrados. Como estos aspectos no siempre se les encuentran en los textos de Hidráulica se hace una descripción de ellos destacando las ideas principales.



Figura 1.1 Vertedor Presa Netzahualcoyotl, Chis. (Malpaso). En el tanque amortiguador(lado derecho) se está presentando un salto hidráulico.

La tesis tiene los objetivos siguientes:

- 1) Estudiar las bases del *salto hidráulico* y destacar sus aspectos más relevantes
- 2) Explicar las ecuaciones del *salto hidráulico en canales inclinados*.

3) Señalar las características del *salto hidráulico* en canales inclinados y mostrar que ellas son diferentes a las del salto en canales en plantilla horizontal o con poca inclinación.

4) Mostrar el uso y la importancia del tema en la rápida de los vertedores con un canal con fuerte inclinación que remata en una canal horizontal donde se ubica un dissipador de energía.

Como se verá (capítulo 3.4.1) es importante definir la posición donde se forma el salto (en el canal inclinado o en el canal horizontal), ya que el salto puede ubicarse sobre el canal inclinado para caudales distintos al de diseño, o cuando el tirante de salida es suficientemente grande. En caso de estar considerando un tanque amortiguador, mientras más se acerque el salto a la rápida, el tanque resulta más económico ya que se acorta la longitud de la zona protegida. Por lo anterior el salto es de gran interés en ingeniería hidráulica (Sotelo, 1990).

En el capítulo dos se describen los *principios básicos de flujo a superficie libre* y sus características principales de acuerdo con la variación de los parámetros de flujo con respecto al tiempo y al espacio. El estado de flujo se clasifica a partir de las constantes del flujo, principalmente con respecto a la gravedad o energía.

En el capítulo tres se define lo que es *salto hidráulico* y se comentan algunos aspectos de su *historia*. Se presenta la evolución que han tenido los estudios sobre este fenómeno a través del tiempo. Se incluye la *deducción de sus ecuaciones* para el cálculo de los *tirantes conjugados*, partiendo de la ecuación de *Impulso y cantidad de movimiento*. En este mismo capítulo además se da un esbozo de *canales con poca inclinación u horizontales* para diferentes secciones transversales (rectangulares, trapeciales y circulares). Al final de este capítulo se presenta un *panorama del salto hidráulico en pendientes pronunciadas*, comentarios sobre las diferencias entre el salto hidráulico en canal horizontal y en un canal con pendiente, la clasificación del salto respecto a su ubicación en el canal inclinado (inciso 3.4.1). Adicionalmente se incorporan varios *ejemplos*. Cabe aclarar que en el *ejemplo 3* se hacen comparaciones entre los diferentes tipos de salto desde el tipo A, en canal horizontal hasta los de canal inclinado (tipo B, C, D y E), destacando sus diferencias.

Uno de los aspectos típicos del fenómeno salto hidráulico se refiere a su ubicación, en virtud de que un ligero incremento del caudal o del tirante de salida aguas abajo, conduce a un desplazamiento longitudinal importante de su posición. Para estabilizarlo se utilizan escalones, umbrales y bloques dentados en el fondo que lo ubican sobre un espacio determinado, conocido como *tanque amortiguador*. En el **capítulo cuatro** se muestra un panorama de los principales *tanques amortiguadores* (disipadores de energía), usados en las presas, como una aplicación común del salto hidráulico en las obras hidráulicas.

Finalmente en el **capítulo 5** se presentan las *conclusiones y recomendaciones* sobre el trabajo desarrollado.

Además se muestran las *referencias bibliográficas* que se consultó y que sirvieron de apoyo para la elaboración del presente trabajo. La bibliografía consiste en libros y artículos.

" El agua es el fluido más importante en la vida del hombre después del aire ".

CAPITULO 2 FLUJO A SUPERFICIE LIBRE

El flujo en canales abiertos puede describirse de varias maneras y clasificarse desde distintos puntos de vista.

2.1 Clasificación del flujo según el tiempo y el cambio de tirante

Se dice que el flujo en un canal abierto es *permanente* si el tirante de flujo no cambia o puede suponerse constante durante el intervalo de tiempo en consideración. El flujo es *no permanente* si este tirante varía con el tiempo.

En la mayor parte de los problemas de canales se estudia el comportamiento del flujo bajo condiciones permanentes. Sin embargo, si el cambio del flujo con respecto al tiempo es importante, debe tratarse como no permanente. En crecientes, por ejemplo, que es un caso común de flujo no permanente, el tirante cambia de manera instantánea a medida que las ondas pasan, y el tiempo se vuelve de vital importancia para el diseño de estructuras de control.

Cuando parte del agua sale o entra a lo largo del curso del canal se tiene un *flujo espacialmente variado*, se presenta en cunetas a lo largo de carreteras, en vertedores de canal lateral, en canaletas de agua de lavado de filtros, en canales de afluentes alrededor de tanques de plantas de tratamiento de aguas residuales, en canales principales de riego y drenaje en sistemas de irrigación, etc.

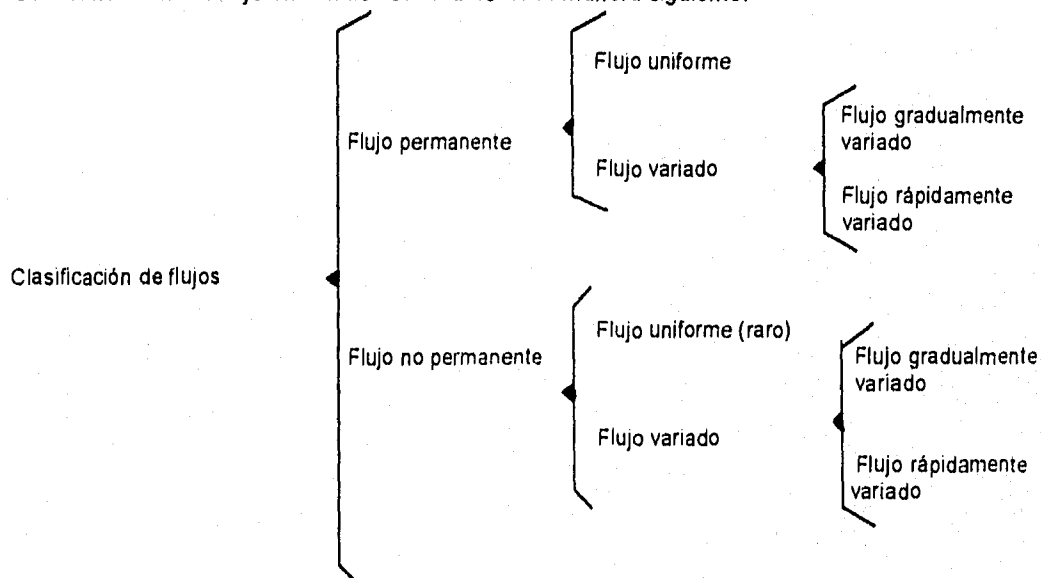
Se dice que el flujo en canales es *uniforme* si el tirante del flujo es el mismo en cada sección del canal. Un flujo uniforme puede ser permanente o no permanente, según cambie o no el tirante con respecto al tiempo.

El *flujo uniforme permanente* es el tipo de flujo fundamental que se considera en la hidráulica de canales. El tirante del flujo no cambia durante el intervalo de tiempo bajo consideración. El establecimiento de un *flujo uniforme no permanente* requeriría que la superficie del agua fluctuara de un tiempo a otro pero permaneciendo paralela al fondo del canal. Ésta es una condición prácticamente imposible. El término *flujo uniforme* se utiliza para designar el *flujo uniforme permanente*.

El flujo es *variado o no uniforme* si el tirante del flujo cambia a lo largo del canal. El flujo variado puede ser *permanente o no permanente*.

El flujo variado puede clasificarse además como rápidamente variado o gradualmente variado. Un flujo rápidamente variado corresponde a un fenómeno local; algunos ejemplos son el salto hidráulico y la caída hidráulica.

La clasificación del flujo en canales se resume de la manera siguiente:



En las siguientes figuras se muestran los diferentes tipos de flujos

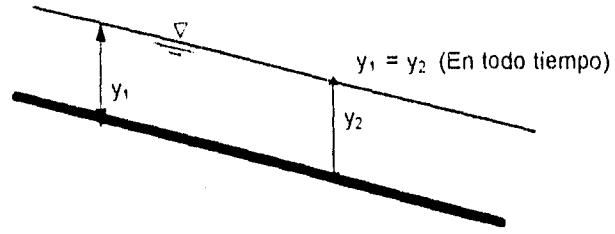


Figura 2.1 Flujo uniforme permanente

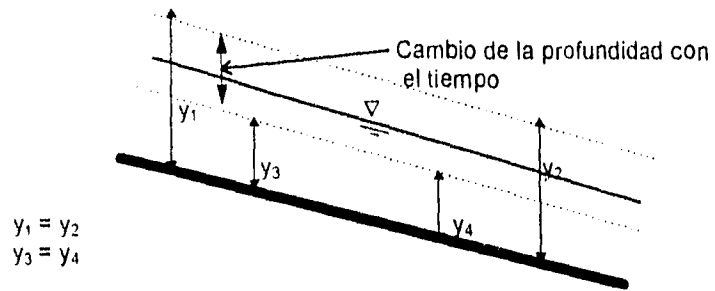


Figura 2.2 Flujo uniforme no permanente

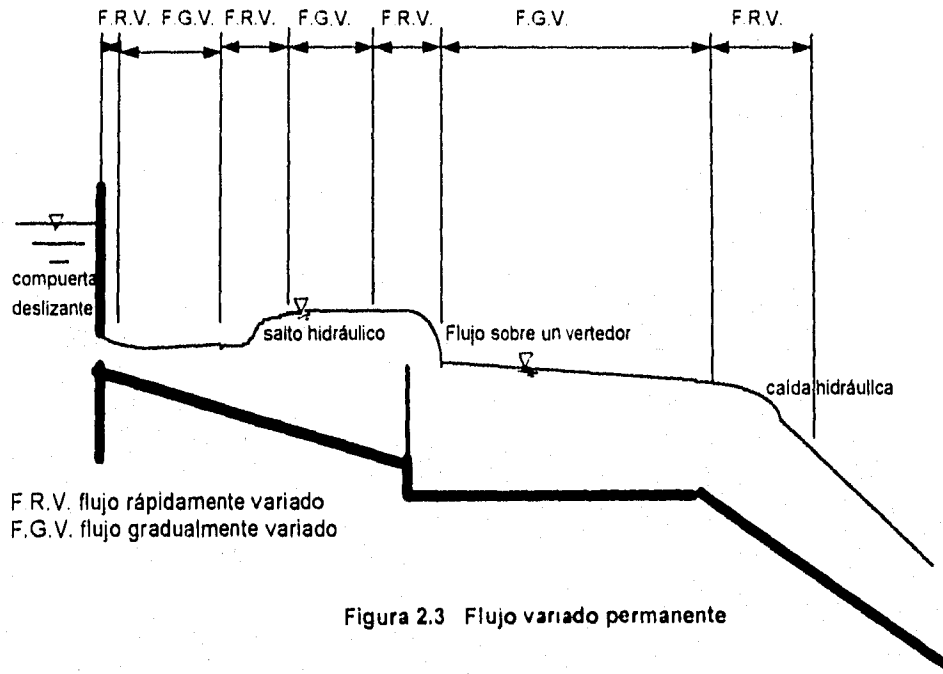


Figura 2.3 Flujo variado permanente

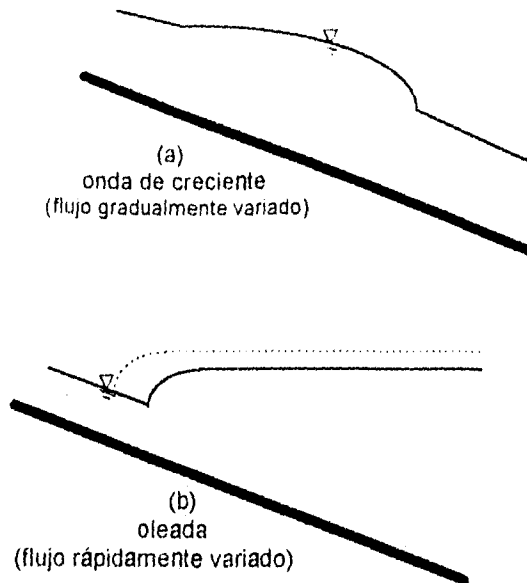


Figura 2.4 Flujo variado no permanente

2.2 Clasificación del flujo según el número de Froude

El efecto de la gravedad sobre el estado de flujo se representa por la relación entre las fuerzas inerciales y las gravitacionales. Esta relación está dada por el número de *Froude*, definido como

$$F = \frac{V}{\sqrt{gL}} \quad (2.1)$$

donde V es la velocidad media del flujo en m/s , g es la aceleración de la gravedad en m/s^2 y L es una longitud característica en m . En el flujo en canales abiertos la longitud característica se hace igual al tirante hidráulico D , el cual está definido como el cociente entre el área de la sección transversal del agua (normal a la dirección del flujo en el canal) y el ancho de la superficie libre; para canales rectangulares éste es igual al tirante del agua.

Cuando F es igual a la unidad, la ecuación 2.1 se convierte en

$$V = \sqrt{gD}$$

y se dice que el flujo está en un estado crítico. Si F es menor que la unidad, $V < \sqrt{gD}$, el flujo es *subcrítico*. En este estado el papel jugado por las fuerzas gravitacionales es más pronunciado; por tanto, el flujo tiene una velocidad baja y a menudo se describe como tranquilo, de corriente lenta.

Si F es mayor que la unidad, $V > \sqrt{gD}$, el flujo es supercrítico. En este estado las fuerzas inerciales se vuelven dominantes; el flujo tiene una alta velocidad y se describe usualmente como rápido.

En la mecánica de las ondas de agua, la velocidad crítica \sqrt{gD} es igual a la celeridad de pequeñas ondas gravitacionales que pueden ocurrir en canales con aguas poco profundas como resultado de cualquier cambio brusco en la profundidad local del agua. Un cambio de este tipo puede ser causado por perturbaciones u obstáculos en el canal que originan un desplazamiento del agua por encima y por debajo del nivel medio de la superficie y, por consiguiente, crean ondas que ejercen peso o fuerza gravitacional. Debe anotarse que una onda gravitacional puede propagarse hacia aguas arriba en un canal con flujo subcrítico pero no puede hacerlo en un canal con flujo supercrítico, debido a que la celeridad es mayor que la velocidad del flujo en el primer caso y menor en el segundo. Por consiguiente, la posibilidad o imposibilidad de que una onda gravitacional se propague hacia aguas arriba puede utilizarse como un criterio para diferenciar entre los flujos subcrítico y supercrítico.

2.3 Flujo uniforme

Se considera que el flujo uniforme tiene las siguientes características principales:

- 1) El tirante, el área hidráulica, la velocidad y el caudal en cada sección del canal son constantes.
- 2) La línea de energía, la superficie del agua y la plantilla del canal son paralelas; es decir, sus pendientes son todas iguales, o $S_f = S_w = S_0 = S$. Para propósitos prácticos esto implica que la velocidad media en el canal sea constante. Sin embargo, en rigor, esto significa que el flujo posee una velocidad constante en cada punto de la sección del canal dentro del tramo del flujo uniforme. En otras palabras, la distribución de velocidades a través de la sección del canal no se altera dentro del tramo. Este patrón estable de la distribución de velocidades puede obtenerse cuando la "capa límite" se encuentra desarrollada por completo (Sotelo, 1995).

Se considera que el flujo uniforme es sólo permanente, debido a que el flujo uniforme no permanente prácticamente no existe. En corrientes naturales, aún el flujo uniforme permanente es raro, debido a que en ríos y corrientes en estado natural casi nunca se experimenta una condición estricta de flujo uniforme. A pesar de esta desviación de la realidad, a menudo se supone una condición de flujo uniforme para el cálculo de flujo en corrientes naturales. Los resultados

obtenidos a partir de esta suposición son aproximados y generales, pero ofrecen una solución relativamente simple y satisfactoria para muchos problemas prácticos.

Como en la mayor parte de los canales el flujo es turbulento. Es común ver este tipo de flujo en problemas de Ingeniería. Por el contrario el flujo laminar ocurre con muy poca frecuencia, por lo que tiene aplicaciones más limitadas.

Nótese que el flujo uniforme no puede ocurrir a velocidades muy altas a menudo descritas como *ultrarápidas*. Esto se debe a que, cuando el flujo uniforme alcanza una cierta velocidad alta (mayor a 25 m/s), se vuelve muy inestable. A velocidades más altas el flujo eventualmente atraparé aire y se volverá irregular.

2.4 Energía específica

Si en un canal que conduce agua con un tirante d se considera una partícula cualquiera m animada de la velocidad media V , y si se quiere expresar sus tres formas de energía, haciendo pasar el plano de referencia por el fondo del plano del canal, se tiene lo siguiente

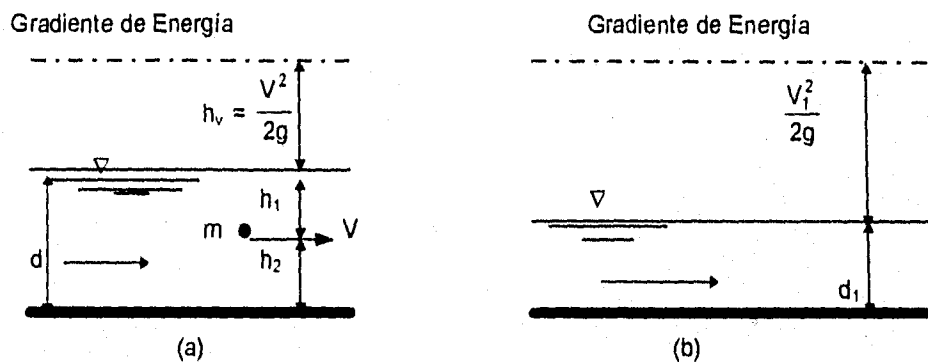


Figura 2.5 Energía específica en un canal.

$$h_v = \frac{V^2}{2g} \quad \text{carga de velocidad}$$

$$h_1 \quad \text{carga de presión}$$

$$h_2 \quad \text{carga de posición}$$

Se ve que la suma de los dos ultimas cargas es el tirante, entonces la energía total que tiene el canal en esa sección es:

$$E = d + \alpha \frac{V^2}{2g} \quad (2.2a)$$

A la suma anterior se le llama *Energía Especifica*.

Cuando el plano de comparación no se hace pasar por el fondo del canal sino a otra elevación cualquiera entonces a la suma de la carga se le llama *Energía Total*.

Puede suceder que el agua circule con una velocidad V_1 mucho mayor, y con un tirante menor d_1 , pero en ambos casos la suma de energías $d_1 + \alpha \frac{V_1^2}{2g}$ sea la misma, (figura 2.5 b). La curva que relaciona al gasto que circula en un canal con su tirante para un igual contenido de energía se muestra en la figura 2.6. Esta figura corresponde a un canal rectangular con ancho $b = 3.00$ m, para una energía específica $E = 1.62$ m

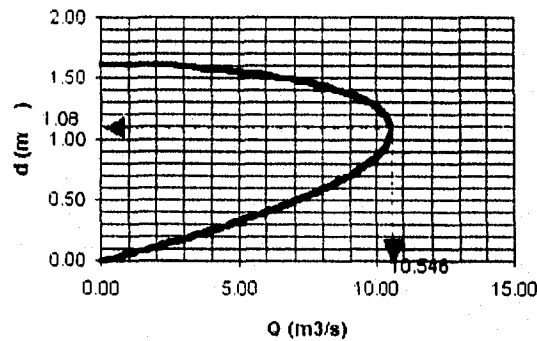


Figura 2.6 Diferentes gastos en escurrimientos con igual contenido de energía ($E=1.62$ m.)

Algunos valores de la curva son :

d (m)	V (m/s)	Q (m ³ /s)
1.60	0.67	3.00
0.19	5.29	3.00
1.50	1.53	6.90
0.49	4.71	6.90
1.08	3.25	10.53

Se ve que hay un valor particular del tirante con el cual ocurre el gasto máximo, a este valor se le llama tirante crítico.

Al tratar los problemas de régimen variado en canales, es ventajoso referir el escurrimiento a la curva de la energía específica.

En un canal con régimen permanente de área A , para un tirante variable d se puede calcular el contenido de energía en la unidad de peso del líquido, referida al fondo del canal:

la energía potencial es $E_p = d$ (2.3)

La energía cinética es: $E_k = \alpha \frac{V^2}{2g} = \alpha \frac{Q^2}{2gA^2}$ (2.4)

Siendo A_d el área de vena líquida con tirante d

La suma es la energía específica: $E = E_p + E_k = d + \alpha \frac{V^2}{2g} = d + \alpha \frac{Q^2}{2gA^2}$ (2.2b)

Una representación gráfica de las ecuaciones 2.3, 2.4 y 2.2b se muestra en la figura 2.7; la ecuación 2.3 que representa a la energía potencial es una recta a 45°; la curva de la ecuación 2.4 (la energía cinética), es parabólica y asintótica a los ejes (x , y) puesto que para valores muy grandes de d , la velocidad será muy pequeña, y para valores muy pequeños de d la velocidad será muy grande.

La curva de la energía específica (ecuación 2.2b) es en su rama superior, asintótica de la recta E_p y en su rama inferior, asintótica a la curva de E_k .

Hay un valor particular de d con el cual el agua escurre con un mínimo de energía, se le llama tirante crítico y se le denomina d_c .

Observando la figura 2.7, se nota que un escurrimiento que se efectúa con un gasto $Q = 10.63 \text{ m}^3/\text{s}$ y una energía específica E , puede verificarse con dos tirantes diferentes, llamados *tirantes alternos*, uno grande (mayor que el crítico) y otro pequeño (menor que el crítico), en el primer caso decimos que el régimen es subcrítico (lento) y en el segundo caso el régimen es supercrítico

(rápido); el tirante crítico es el valor límite del tirante en el paso del régimen lento a régimen rápido y viceversa.

Algunos valores de E que aparecen en la figura 2.7 son los siguientes:

$E_p(m)$	$E_k(m)$	$E(m)$
0.20	15.73	15.93
0.80	0.98	1.78
1.08	0.54	1.62
1.40	0.32	1.72
2.00	0.16	2.16
3.00	0.07	3.07

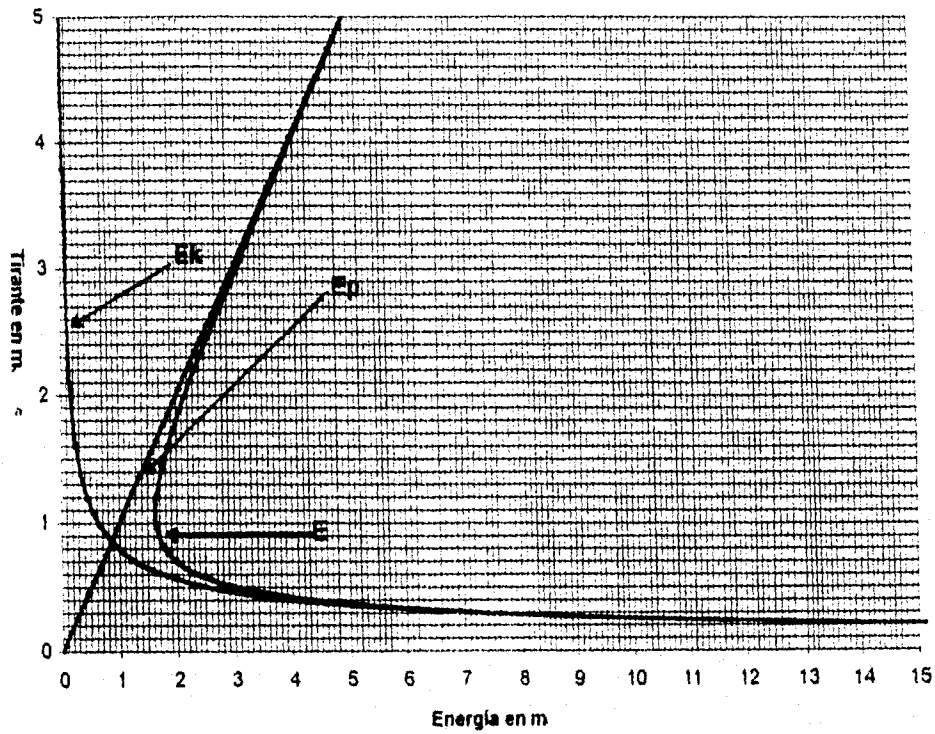


Figura 2.7 Gráfica de energías

2.4.1 Tirante crítico

En la ecuación 2.2b se ve que la energía específica es una función del tirante, por lo tanto para averiguar cuando el contenido de energía es mínimo habrá que derivar esa expresión con respecto al tirante e igualar a cero esa derivada.

En el caso de un canal rectangular de ancho b y gasto Q cuyo gasto por unidad de ancho es $q = Q / b$ se tendrá:

$$E = d + \alpha \frac{q^2}{2gd^2}$$
$$\frac{dE}{dd} = 1 - \alpha \frac{q^2}{gd^3} = 0 \quad (2.5 \text{ y } 2.6)$$

de donde:

$$d_c = \sqrt[3]{\alpha \frac{q^2}{g}} = \sqrt[3]{\alpha \frac{Q^2}{b^2 g}}$$

En el caso de un canal de cualquier sección en donde T es el ancho de la superficie libre del agua esta se puede expresar por:

$$T = \frac{dA}{dd}$$

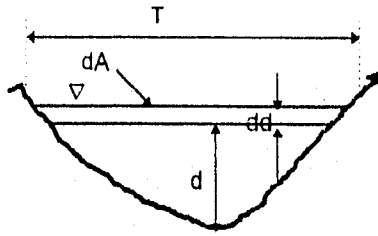


Figura 2.8

derivando con respecto al tirante la ecuación 2.2b e igualando con 0 se tiene:

$$\frac{dE}{dd} = 1 - \alpha \frac{Q^2}{gA^3} \frac{dA}{dd} = 1 - \alpha \frac{Q^2 T}{gA^3} = 0 \quad (2.7)$$

de donde:

$$\alpha \frac{Q^2}{g} = \frac{A^3}{T}$$

La ecuación 2.7 es la condición de escurrimiento de *régimen crítico* en un canal.

Si en la ecuación anterior se sustituyen los valores correspondientes a una sección rectangular

$$T = b \text{ y } A = d_c b$$

se llega a la ecuación 2.6; por otra parte, también se puede poner la 2.7 en la forma

$$\frac{Q^2}{gA^2} = d_c$$
$$\frac{V^2}{g} = d_c$$

es decir:

$$\frac{d_c}{2} = \frac{V_c^2}{2g} \quad (2.8)$$

o sea que la carga de velocidad es igual a la mitad del tirante d_c . Si se sustituye este valor en la ecuación general de la energía específica se obtiene:

$$E = d + \frac{1}{2}d_c = \frac{3}{2}d_c \quad (2.9)$$
$$d_c = \frac{2}{3}E$$

El tirante crítico en un canal de sección rectangular es dos tercios de la energía.

2.4.2 Pendiente Crítica

Se llama pendiente crítica al valor particular de la pendiente de un canal que conduce un gasto Q con régimen uniforme y con una energía específica mínima, es decir el agua circula con el tirante crítico (figura 2.9).

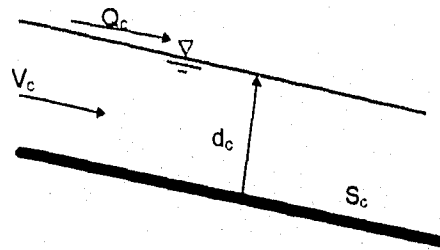


Figura 2.9

Para calcular S_c (pendiente crítica), se despeja Q de la ecuación 2.7 y se tiene

$$Q = \sqrt{\frac{A^3 g}{T}}$$

que es el gasto para régimen crítico, el cual es el mismo gasto crítico calculado con la fórmula de Manning para régimen uniforme cuando la pendiente es la crítica.

$$Q = AV = \frac{A}{n} R^{2/3} S_c^{1/2}$$

donde:

$R = A / P_m$ = radio hidráulico

y

P_m es el perímetro mojado

Sustituyendo el valor de Q y despejando se llega a

$$S_c = \left(\frac{A^{3/2} g^{1/2} n}{T^{1/2} A R^{2/3}} \right)^2 = \left(\frac{A^{1/2} g^{1/2} n}{T^{1/2} R^{2/3}} \right)^2$$

$$S = \frac{Agn^2}{TR^{4/3}} \quad (2.10)$$

2.5 Flujo gradualmente variado

El flujo gradualmente variado es el flujo permanente cuyo tirante varía de manera suave a lo largo de la longitud del canal. Esta definición establece dos condiciones:

- 1) El flujo es permanente; es decir, las características hidráulicas de flujo en cada punto permanecen constantes para el intervalo de tiempo considerado.
- 2) Las líneas de corriente son paralelas; es decir, prevalece la distribución hidrostática de presiones sobre la sección de canal.

El desarrollo de la teoría del flujo *gradualmente variado*, se remonta al siglo XVIII. Muchos de los primeros ingenieros hidráulicos contribuyeron a este desarrollo. Todas las teorías desarrolladas en general giran alrededor de la suposición básica siguiente:

La pérdida de altura (pérdida de energía) en una sección es la misma que para un flujo uniforme que tiene la misma velocidad y el radio hidráulico

De acuerdo con esta suposición, la ecuación de flujo uniforme puede utilizarse para evaluar la pendiente de energía de un flujo gradualmente variado en una sección de canal determinada, y el correspondiente coeficiente de rugosidad desarrollado en principio para flujo uniforme se aplica al flujo variado. Esta suposición no ha sido confirmada de manera precisa por experimentos o por teoría, pero los errores que seguramente se tienen son pequeños comparados con aquellos en los cuales se incurren durante el uso de una ecuación para el cálculo de flujo uniforme y en la selección del coeficiente de rugosidad.

" El salto hidráulico. La fuerza de la naturaleza en una de sus manifestaciones. "

CAPÍTULO 3 SALTO HIDRÁULICO

3.1 Definición

El salto hidráulico es un fenómeno local que consiste esencialmente en un cambio en la forma del escurrimiento. El tirante se modifica bruscamente de uno menor d_1 (corresponde al punto 1 en la rama inferior de la figura 3.1a), a uno mayor d_2 (marcado con el punto 2 en la rama superior de la figura 3.1a), a estos tirantes se les llama *conjugados*.

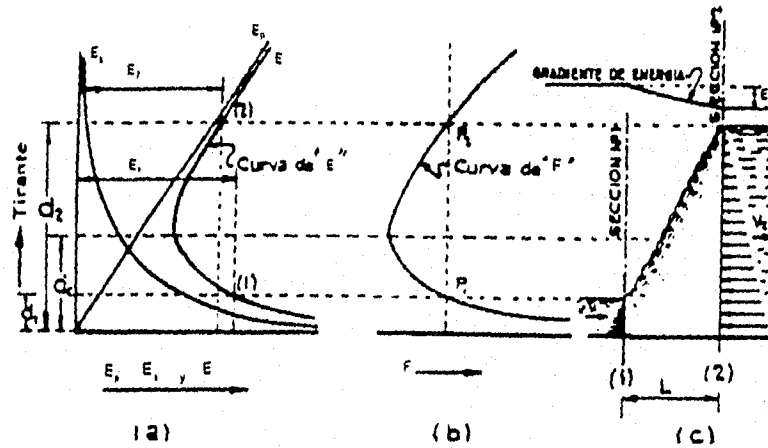


Figura 3.1 Salto hidráulico y su relación con las gráficas de Energía(E) y Cantidad de movimiento(F).

El fenómeno no es más que el cambio en la forma de *energía*, antes del salto cuando el agua fluye con régimen rápido (supercrítico) predomina la *energía cinética*, parte de la cual se transforma durante el salto en *energía potencial*, que es la que impera después del salto donde el régimen es lento (subcrítico). Las secciones 1 y 2 de la figura 3.1 marcan esquemáticamente el principio y el fin del salto.

La transferencia de régimen supercrítico a subcrítico es en forma súbita y se acompaña de mucha turbulencia y gran disminución de energía.

El salto ocurre con fuertes pulsaciones, como si el agua entrara en ebullición, indicación visible en la inclusión de aire (Rouse, Siao y Nagaratnam, 1959); presentaron información significativa sobre las características de la turbulencia del salto hidráulico e hicieron mediciones certeras de ella). Después de un crecimiento irregular y brusco de la superficie del agua, hasta alcanzar un tirante igual aproximadamente al normal y_n en un tramo relativamente corto (excepto cuando la pendiente es horizontal, caso en el cual el y_n , se va al infinito), el frente turbulento se regulariza de manera inmediata y continúa libremente en régimen subcrítico.

La expansión turbulenta y desaceleración del chorro de gran velocidad están asociados con una disminución apreciable energía (disipada principalmente como calor) y la energía específica final frecuentemente es cercana al tirante normal.

Salto Hidráulico, también se le conoce como *resalto hidráulico* u *onda estacionaria*. En francés se conoce como *le ressaunt hydraulique*. En alemán, como *der Wassersprung*. En honor de Bidone, en Italiano el resalto hidráulico se conoce como *il salto di Bidone* (*el salto de Bidone*).

Algunos autores consideran más adecuado el nombre de *onda estacionaria* que el de *salto hidráulico* y para ello argumentan dos razones en primer lugar, las partículas de agua tienen un movimiento como el de una onda giratoria debajo del remolino superficial que se desarrolla (figura 3.2), en segundo lugar, el remolino es estacionario debido a que la corriente misma en el extremo de aguas arriba del salto, arremete constantemente contra la corriente superficial que regresa, sin existir movimiento del conjunto hacia aguas arriba

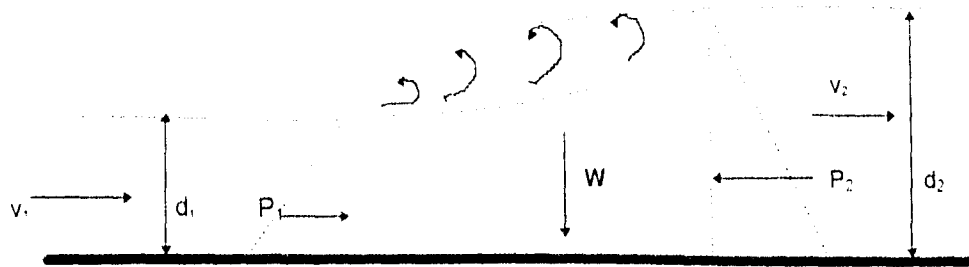


Figura 3.2 Esquema del salto hidráulico donde se muestra la onda estacionaria.

El principal propósito de el análisis teórico del salto hidráulico es determinar la relación existente entre el *tirante inicial* y el *siguiente después del salto*. La clave para la solución de esto, es el principio de impulso y cantidad de movimiento. *También es importante conocer la longitud, el perfil y la localización de dicho salto.*

El salto hidráulico sobre plantilla horizontal pueden ser de varios tipos. De acuerdo a los estudios del U.S. Bureau of Reclamation, estos tipos se pueden clasificar convencionalmente de acuerdo al número de Froude correspondiente al flujo supercrítico F_1 , (ecuación 2.1) de la siguiente forma:

$F_1 = 1$, no hay salto.

$F_1 = 1$ a 1.7 , salto ondular

$F_1 = 1.7$ a 2.5 , salto débil, poca pérdida de energía.

$F_1 = 2.5$ a 4.5 , salto oscilante, hay un chorro oscilante entrando al salto del fondo a la superficie.
hace daño a márgenes u orillas de tierra y piedras sueltas.

$F_1 = 4.5$ a 9 , salto permanente, la disipación de energía varía entre 45 y 70 %

$F_1 > 9$, salto fuerte, la disipación de energía puede alcanzar un 85%.

Estos tipos de salto se pueden apreciar en la figura 3.3

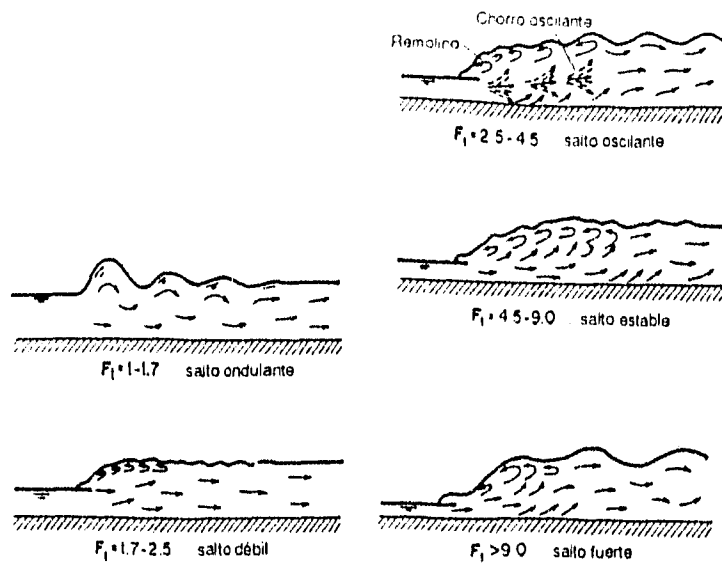


Figura 3.3 Varios tipos de saltos hidráulicos

En muchos casos, el desarrollo teórico del salto hidráulico se realizó para canales rectangulares horizontales o con poca inclinación. Sin embargo, existen algunas condiciones donde la sección es diferente a la rectangular por ejemplo los experimentos conducidos por C.J. Posey, F. y P.S. Hsing (1938), en canales trapezoidales; E. W. Lane. y C. E. Kindsvater (1938), en canales de sección circular, y K. Haindl (1957), en conductos cerrados. Todos los otros experimentos previos fueron hechos en canales rectangulares. En adición a estos, el desarrollo general del salto hidráulico es también afectado por la forma de la sección transversal del canal. Praxitelis A. Argyropoulos, presentó la teoría y el análisis experimental del salto hidráulico en un canal de sección parabólica, en 1957 y el análisis general del salto hidráulico en un canal triangular, en 1961.

En canales que tienen una apreciable pendiente o mas generalmente en canales inclinados, las fórmulas de cantidad de movimiento para un piso horizontal no pueden ser aplicadas. Esto es a causa de la dificultad en el diseño hidráulico. Bidone, Bazin, Belanger, Boussinesq, y otros investigadores no pudieron verificar sus análisis porque la componente de fuerza de gravedad en la dirección del flujo no fue considerada.

En canales horizontales o con poca inclinación el efecto sobre el comportamiento del salto hidráulico por el peso del agua que esta incluido entre las secciones antes y después del salto es limitado y por lo tanto insignificante. Por lo que en el presente caso, la componente en la dirección de flujo podría ser ignorada en el análisis. Sin embargo, como ya se menciona, para canales con apreciable pendiente, esto, no es posible porque el efecto del peso del agua en el comportamiento del salto hidráulico es esencial y su componente en la dirección del flujo tendrá que ser considerada e incluida en el análisis.

El salto hidráulico es comúnmente utilizado como medio de *disipar energía*, por ejemplo, aguas abajo de la rápida de los vertederos.

3.1.1 Breve reseña histórica

El análisis teórico del salto hidráulico ha sido continuamente estudiado quien primeramente lo hizo fue el *Italiano Giorgio Bidone*. El realizó las primeras investigaciones experimentales del salto hidráulico en canales horizontales en la Universidad Royale en París Francia durante 1818 y se reporto el año siguiente, en octubre y noviembre de 1819.

La aplicación del principio de *impulso y cantidad de movimiento* para el salto hidráulico fue sugerido por primera vez por Bélanger.

Bélanger desarrolló la teoría de el salto en un canal rectangular horizontal, en 1828 diferenció entre *pendientes suaves* (subcríticas) y las *fuertes* (supercríticas), debido a que observó que en este ultimo tipo de canales, a menudo se producian saltos hidráulicos generados por barreras en el flujo uniforme original.

Este principio lo aplicó *Saughey* a un aparato interesante conocido como incrementador de caída. El aparato se utiliza para aumentar la altura efectiva en una planta de generación hidroeléctrica durante los períodos de crecientes manteniendo alejado el nivel de agua del lado de aguas abajo de la salida del tubo de aspiración mediante un salto hidráulico.

Después muchos autores han realizado estudios y han publicado sus resultados. Algunos contribuyentes destacados sobre este tema son *Bresse (1860), Darcy y Bazin (1865), Ferriday y Merriman (1894), Gibson (1913), Kennison (1916), Woodward y Riegel-Beebe, Einwachter (1933), Smetana (1934), Bakhmeteff y Matzke (1936), Escande (1938), Citrini (1939), Nebbia (1940), Kindsvater (1944), Blaisdell (1948), Forster y Skrinde (1950), Rouse, Siao y Nagaratnam (1958), Argyropoulos (1962), Rajaratnam y Murahari (1974), Hager (1985), Kawagoshi (1990), Ohtsu y Yasuda (1991), Quaraishi y Al-Brahim (1992), Adam y Ruff (1993), Alhamid, Husain y Negm (1994).*

Los primeros estudios de salto hidráulico en canales rectangulares con pendiente fueron efectuados por *R. W. Ellms, R.M. Riegel y J.C. Beebe, y Bakhmeteff y Matzke*. Posteriormente

Yarnell y Kindsvater realizaron sus investigaciones. El estudio teórico y experimental más completo fue presentado por *Kindsvater*.

Praxitelis A. Argyropoulos estudió el salto hidráulico en un canal con pendiente de sección parabólica y en un canal de sección triangular propuso algunas expresiones al respecto.

En 1938 *Bakhmeteff y Matzke*, publicaron un análisis en el cual se introducen unos "coeficientes de forma", basados en medidas de perfiles, ellos participan en el efecto de presión sobre el piso inclinado. Sus experimentos están restringidos a saltos en canales con muy poca pendiente.

Los datos de *Yarnell* (1936) los entregó *Kindsvater* a la *Tennessee Valley of Authority (TVA)* en 1939 para una investigación extensiva. La investigación basada en estos experimentos fueron usados en estudios preliminares de diseño de vertedores para uno de sus proyectos de presas..

En los últimos años, los saltos hidráulicos en pendientes, que mas se han estudiado son del tipo B (tipo de salto en canal inclinado definido en el capítulo 3.4.1), o sea cuando el salto inicia en un canal con pendiente inclinada y termina en uno horizontal.

Uno de los estudios mas recientes sobre saltos hidráulicos en pendientes pronunciadas es de nombre "Prediction of the Sequent Depth Ratio of Hydraulic Jump on Rough Sloping Channel Floors" por *A.A. Alhamid, D. Husain, A.M. Negm*, en el cual se describe la importancia de la rugosidad en el salto hidráulico en pendientes inclinadas.

3.2 Ecuaciones Básicas

El suponer paralelas las líneas de corriente en las secciones 1 y 2 de la figura 3.1, permite calcular las presiones hidrostáticas, cuya diferencia efectúa el cambio de cantidad de movimiento en la masa líquida.

Si a Z_G se le llama la profundidad del centro de gravedad G de la sección de la vena líquida, el *empuje hidrostático* en la sección 1, tiene como expresión

$$P_1 = \gamma A_1 Z_{G1} \quad (3.1)$$

y el *empuje hidrostático* en la sección 2

$$P_2 = \gamma A_2 Z_{G2} \quad (3.2)$$

donde

γ Peso específico del agua y

A el área de la sección transversal.

La *diferencia de empuje debido a la presión* será

$$P_2 - P_1 = \gamma A_2 Z_{G2} - \gamma A_1 Z_{G1} = \gamma (A_2 Z_{G2} - A_1 Z_{G1})$$

Por otra parte, la *cantidad de movimiento* que tiene la corriente en la sección 1 es

$$M_1 = \frac{\gamma Q}{g} v_1 \quad (3.3)$$

y la *cantidad de movimiento* de la sección 2 es

$$M_2 = \frac{\gamma Q}{g} v_2 \quad (3.4)$$

La *diferencia de cantidad de movimiento*, resulta

$$M_1 - M_2 = \frac{Q}{j} (V_1 - V_2)$$

donde

Q gasto que escurre por la sección.

V velocidad media en cada sección.

g aceleración de la gravedad.

Si se iguala la *diferencia de empujes debidos a la presión* en las secciones 1 y 2 con la *variación en la cantidad de movimiento*, se tiene

$$\gamma (A_2 Z_{G2} - A_1 Z_{G1}) = \frac{\gamma Q}{g} (V_1 - V_2)$$

Si en la ecuación anterior se sustituye las velocidades por sus valores en función del gasto y del área

$$\gamma A_2 Z_{G2} - \gamma A_1 Z_{G1} = \frac{\gamma}{g} \left(\frac{Q^2}{A_1} - \frac{Q^2}{A_2} \right)$$

Como γ es constante y colocando en el miembro izquierdo las expresiones de la sección 1 y en el de la derecha las expresiones de la sección 2 se tendrá

$$\frac{Q^2}{g A_1} + A_1 Z_{G1} = \frac{Q^2}{g A_2} + A_2 Z_{G2} \quad (3.5)$$

La similitud de ambos miembros indica que se trata cada uno, de una expresión que es función del *tirante* y que tiene un mismo valor para dos tirantes d_1 y d_2 antes y después del salto y se les conoce como *tirantes conjugados* menor y mayor respectivamente. A esta función que define las condiciones del salto hidráulico, se le conoce como la ecuación de **cantidad de movimiento** o **fuerza específica**, donde

$\frac{\gamma Q^2}{gA}$ representa una *cantidad de movimiento*.

$\gamma A Z_G$ expresa una *Fuerza por unidad de peso (peso específico)*

Si a la **cantidad de movimiento** o **fuerza específica** se designa con la letra F, para un canal cualquiera de área A y gasto Q, escurriendo con un tirante d se tiene que

$$F = Q^2 / gA + AZ_G \quad (3.6)$$

La curva de esta función, es muy parecida a la de la energía específica y tiene también dos ramas que intersectadas por una vertical, definen los valores de los *tirantes conjugados*.

Si se pone la curva de F a continuación de la curva de E y se llevan horizontales por los puntos P_1 y P_2 de la primera curva (figura 3.1) hasta cortar a la segunda curva en los puntos 1 y 2, encontramos que la diferencia $E_1 - E_2$ es la energía perdida en el salto.

El tirante crítico, también hace mínima la función como se verá después

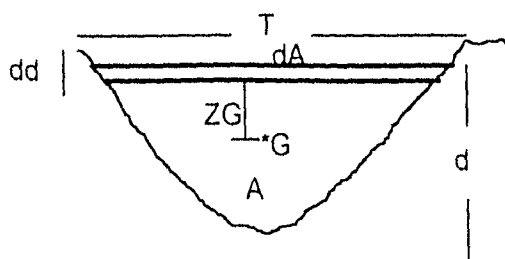


figura 3.4

El segundo término de la ecuación 3.6 es el momento estático del área A con respecto a la superficie libre del agua; si el tirante recibe un incremento dd el momento incrementado (figura 3.4) es

$$A(Z_G + dd) + T(dd)^2/2$$

$$AZ_G + Add + T(dd)^2/2 \quad (3.7)$$

Como es de suponer, un incremento dd infinitamente pequeño, su cuadrado será todavía más pequeño, por lo tanto se puede despreciar el tercer término de la ecuación 3.7, entonces, el incremento del momento estático será

$$d(AZ_G) = AZ_G + Add - AZ_G = Add \quad (3.8)$$

Derivando la ecuación 3.6 con respecto al tirante se tiene

$$(dF/dd) = - (Q^2 / gA)(dA/dd) + d(AZ_G/dd) \quad (3.9)$$

pero $dA/dd = T$ según la figura 3.4, y por otra parte si se sustituye en la ecuación 3.9 el incremento del momento estático, se tiene

$$(dF/dd) = - (Q^2/gA^2) T + Add/dd = - (Q^2/gA^2) T + A$$

finalmente quedaría

$$(Q^2 T) / gA^2 + A = 0$$

o bien

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{A^3}{T} \quad (3.10)$$

Que al igual que la energía específica, ésta también es el mínimo para F , o sea coinciden en el mismo punto.

Aunque la condición general para que ocurra el salto está expresada por la ecuación 3.5, para cualquier forma geométrica de la sección conviene desarrollar ecuaciones particulares para las secciones más usuales que, aunadas a sus representaciones gráficas, permitan el cálculo directo del conjugado mayor, a partir de las condiciones en la sección de conjugado menor o viceversa.

En cualquier forma de sección, la profundidad Z_G de su centro de gravedad se puede calcular de la ecuación

$$Z_G = k'y$$

donde k' es un coeficiente que depende de la geometría de la sección. Por tanto, la ecuación 3.5 se puede escribir como sigue

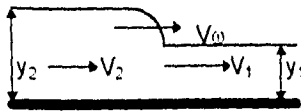
$$A_2 k'_2 y_2 - A_1 k'_1 y_1 - \frac{Q^2}{g} \left(\frac{A_2 - A_1}{A_1 A_2} \right) = 0 \quad (3.11)$$

que es la ecuación general del salto hidráulico en un canal de sección transversal cualquiera

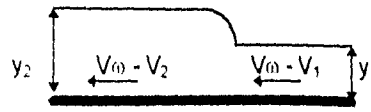
3.2.1 Salto hidráulico móvil

Cuando un flujo no permanente rápidamente variado involucra un cambio en el nivel desde subcrítico a supercrítico originará un salto hidráulico móvil. Un observador que se mueve en la orilla al mismo tiempo y con la misma velocidad que la cresta de la onda la vera como un salto hidráulico estacionario. Esto se ilustra en la figura 3.5 para los cuatro tipos de flujo.

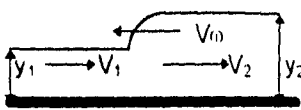
Tipo A



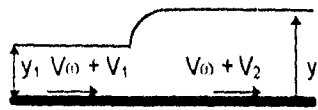
avanza hacia aguas abajo
(oleada positiva)
 $V_w = c + V_1$



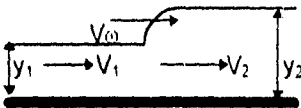
Tipo B



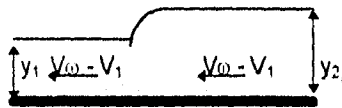
avanza hacia aguas arriba
(oleada positiva)
 $V_w = c + V_1$



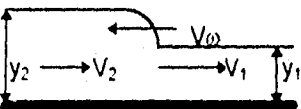
Tipo C



retrocede hacia aguas abajo
(oleada negativa)
 $V_w = c + V_1$



Tipo D



retrocede hacia aguas arriba
(oleada negativa)
 $V_w = c - V_1$

donde: V_w velocidad del frente de la onda

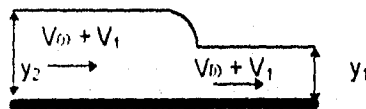


Figura 3.5 Cuatro tipos de flujo uniformemente progresivo rápidamente variado (parte derecha) flujos no permanentes; (parte izquierda) los flujos correspondientes que parecen permanentes a un observador que sigue el frente de onda.

Para un salto hidráulico estacionario, la ecuación 3.22 puede reducirse a:

$$V_1 = \sqrt{\frac{gy_2}{2y_1}(y_1 + y_2)} \quad (3.12)$$

El lado derecho de la ecuación es igual a la celeridad. Al aplicar esta ecuación al salto hidráulico permanente de tipo A en la figura 3.5, como lo ve el observador, V_1 debe remplazarse por $V_w - V_1$; es decir,

$$V_w - V_1 = \sqrt{\frac{gy_2}{2y_1}(y_1 + y_2)} = c$$

o (3.13 y 3.14)

$$V_w = \sqrt{\frac{gy_2}{2y_1}(y_1 + y_2)} + V_1 = c + V_1$$

Al aplicar el mismo procedimiento al flujo tipo B,

$$V_w = \sqrt{\frac{gy_2}{2y_1}(y_1 + y_2)} - V_1 = c - V_1 \quad (3.15)$$

Nótese que los flujos tipos C y D en realidad no son posibles, debido a que no puede formarse un salto estable si el flujo cambia de un nivel alto a uno bajo. Por esta razón, ni el tipo C, ni el tipo D pueden tener un frente empinado estable parecido al de un salto hidráulico.

El término salto hidráulico móvil a menudo se utiliza como sinónimo de oleada u oleada hidráulica; Sin embargo, oleada por lo general se refiere a un salto hidráulico que se mueve debido a un descenso o incremento abrupto de flujo, como el causado por el cierre súbito o la apertura de una compuerta. El término oleada hidráulica igualmente se refiere a un salto hidráulico móvil debido a efectos de mareas; éste posee un frente de avance empinado y agudo.

Cuando un salto hidráulico móvil específicamente se denomina oleada, se clasifica en dos clases: positiva y negativa. La oleada positiva eleva la superficie del agua avanzando en un frente estable hacia aguas arriba o hacia aguas abajo (figuras 3.5 tipos A y B). La oleada negativa baja la superficie del agua retirándose en un frente inestable hacia aguas arriba o hacia aguas abajo (figuras 3.5, tipos C y D).

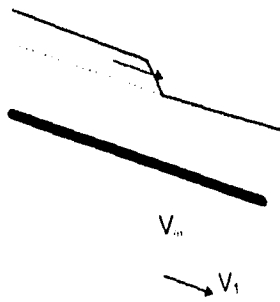
Para los tipos de saltos hidráulicos móviles ilustrados en la figura 3.5, pueden citarse ejemplos clásicos. Para el tipo A los ejemplos son la famosa inundación en Jhonstown en 1889, causada por la falla de una presa de tierra en el embalse South Fork, en Pennsylvania; la creciente de Heppner, debida a una tormenta en Willow Creek, en Oregon, en 1903; y la inundación debida a la falla de la presa Saint Francis, cerca de Los Angeles, California, en 1928. En el caso de Jhonstown, la creciente fue precedida por una oleada que tenía inicialmente de 38 a 46 m de altura en la presa y que se redujo de 9 a 12 m a medida que corría hacia aguas abajo a lo largo de 24 km de un valle angosto y ondulante hasta Jhonstown con una velocidad de 80.5 km/h o mayor. El caudal se estimo cercano a $5663.4 \text{ m}^3/\text{s}$.

El flujo tipo B a menudo ocurre en ríos sometidos a mareas. Ejemplos comunes son la oleada Hangchow, en Haining sobre el río Chien Tang; la oleada en el río Severn, cerca de Gloucester, Inglaterra; y las oleadas en los ríos que conectan la bahía de Fundy, en Nueva Escocia. En canales que alimentan turbinas hidráulicas, el flujo tipo B, conocido como *oleada de rechazo*, ocurrirá como resultado de una disminución súbita en la generación de potencia.

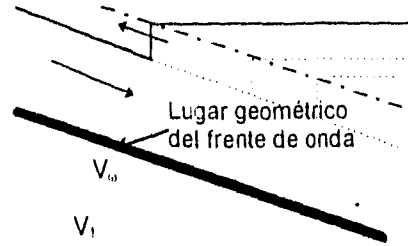
El flujo tipo C por lo general resulta de un descenso súbito en el suministro de flujo aguas arriba, como el que causa el cierre de una compuerta aguas arriba en un canal de salida de una planta hidroeléctrica.

El flujo tipo D, conocido como *oleada de demanda*, ocurre en canales que alimentan turbinas hidráulicas, si la demanda en el extremo de aguas abajo del canal se aumenta súbitamente.

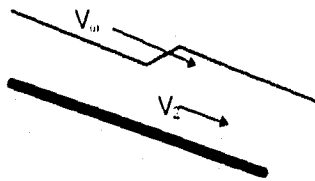
En la figura 3.5 los niveles inicial y final después de que pasa la oleada se suponen uniformes. Estas oleadas a menudo ocurren en canales de baja pendiente. En canales inclinados, los cuatro tipos de oleada se presentan en la figura 3.6



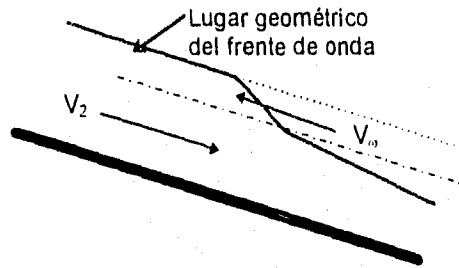
Tipo A: avanza hacia aguas abajo



Tipo B: retrocede hacia aguas arriba



Tipo C: avanza hacia aguas abajo



Tipo D: retrocede hacia aguas arriba

Figura 3.6 Flujo rápidamente variado en canales inclinados.

3.3 Salto hidráulico en canales horizontales o con poca pendiente.

3.3.1 Sección Rectangular

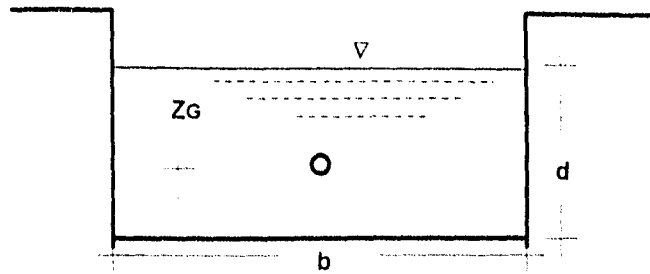


Figura 3.7 Sección rectangular

Para el análisis, es cómodo considerar un ancho unitario con gasto q .

La diferencia de presiones hidrostáticas es, (figura 3.1)

$$P_2 - P_1 = \frac{\gamma}{2} (d_2^2 - d_1^2) \quad (3.16)$$

y el cambio de cantidad de movimiento por segundo es

$$M_1 - M_2 = \frac{\gamma q}{g} (V_1 - V_2) \quad (3.17)$$

igualando las ecuaciones 3.16 y 3.17 se tiene

$$\frac{\gamma}{2} (d_2^2 - d_1^2) = \frac{\gamma q}{g} (V_1 - V_2)$$

$$\frac{2q}{g} = \frac{d_2 - d_1}{V_1 - V_2} (d_2 + d_1)$$

Sustituyendo las velocidades por sus valores en función del gasto y el área (que en este caso por ser ancho unitario es igual al tirante) y transformando, se llega a

$$\frac{2q}{g} = \frac{d_2 - d_1}{\frac{q}{d_1} - \frac{q}{d_2}} (d_2 - d_1) = \frac{d_2 - d_1}{q \left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2} \right)} (d_2 - d_1) = \frac{d_2 - d_1}{q \left(\frac{d_2 - d_1}{d_1 d_2} \right)} (d_2 - d_1)$$

$$\frac{2q^2}{g} = d_1 d_2 (d_2 + d_1)$$

$$d_2^2 d_1 + d_2 d_1^2 - \frac{2q^2}{g} = 0$$

que es una ecuación de segundo grado que se puede resolver empleando la fórmula general y se vuelve

$$d_2 = -\frac{d_1}{2} + \sqrt{\frac{d_1^2}{4} + \frac{2q^2}{d_1 g}} \quad (3.18)$$

$$d_2 = -\frac{d_1}{2} + \sqrt{\frac{d_1^2}{4} + \frac{2 d_1 v_1^2}{g}} \quad (3.19)$$

Si se sabe que el número de Froude es

$$F = \frac{v}{\sqrt{gd}} = \frac{v^2}{gd} \quad (3.20)$$

Ahora si se pone la velocidad en función del gasto unitario (q), se tiene

$$F = \frac{q^2}{d^3} = \frac{q^2}{gd^3} \quad (3.21)$$

por lo tanto la ecuación 3.19 queda como

$$d_2 = -\frac{d_1}{2} + \sqrt{\frac{d_1^2}{4} \left(1 + \frac{8v_1^2}{gd_1} \right)} = \frac{d_1}{2} \cdot \frac{d_1}{2} \sqrt{1 + \frac{8v_1^2}{gd_1}} = \frac{d_1}{2} \left(-1 + \sqrt{1 + 8F^2} \right)$$

finalmente

$$\frac{d_2}{d_1} = \frac{1}{2} \left[\sqrt{1 + 8F_1^2} - 1 \right] \quad (3.22)$$

Esto es, el tirante conjugado después del salto, se obtiene en función de los elementos de la sección antes del salto, que son conocidos.

Con el afán de hacer comparaciones y relaciones de ecuaciones con el salto hidráulico en canales inclinados que se presenta en el inciso 3.4.1, se deduce por otro camino la ecuación 3.22, como sigue:

Después de igualar la ecuación de diferencias de presiones hidrostáticas y de cantidad de movimiento se tiene:

$$\begin{aligned} \frac{2q}{g} &= \frac{d_2^2 - d_1^2}{v_1 - v_2} \\ \frac{2q}{g} &= \frac{d_2^2 - d_1^2}{\frac{q}{d_1} - \frac{q}{d_2}} \\ \frac{2q}{g} &= \frac{d_2^2 - d_1^2}{q \left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2} \right)} \\ \frac{2q^2}{g} \left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2} \right) &= d_2^2 - d_1^2 \\ \text{Si se multiplica por } \frac{d_2}{d_1^3} & \\ \frac{2q^2 d_2}{g d_1^3} \left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2} \right) &= \frac{d_2^3}{d_1^3} - \frac{d_1^2 d_2}{d_1^3} \\ 2F_1^2 \left(\frac{d_2}{d_1} - \frac{d_2}{d_2} \right) &= \left(\frac{d_2}{d_1} \right)^3 - \frac{d_2}{d_1} \\ \left(\frac{d_2}{d_1} \right)^3 - \frac{d_2}{d_1} (2F_1^2 + 1) + 2F_1^2 &= 0 \end{aligned}$$

$$\left(\frac{d_2}{d_1} \right)^3 - 2F_1^2 - 1, \frac{d_2}{d_1} - 2F_1^2 = 0 \quad (3.22a)$$

Si se divide la 3.22a entre $\left(\frac{d_2}{d_1} - 1 \right)$, se tiene

$$\frac{d_2}{d_1} + \frac{d_2^2}{d_1^2} - 2F_1^2 = 0 \quad (3.22b)$$

y la solución cuadrática es la ecuación 3.22

$$\frac{d_2}{d_1} = \frac{1}{2} \left[\sqrt{1 + 8F_1^2} - 1 \right]$$

A continuación se mencionan algunas de las características básicas del salto hidráulico en canales horizontales:

a) *Pérdida de energía*. La pérdida de energía en el salto es igual a la diferencia de energías específicas antes y después del salto.

$$\Delta E = E_1 - E_2 = \frac{(y_2 - y_1)^3}{4y_1 y_2} \quad (3.23)$$

La relación $\Delta E / E_1$ se conoce como *pérdida relativa*. (3.23a)

b) *Eficiencia* Es la relación existente de energía específica después del salto respecto a la de antes del salto.

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{(8F_1^2 + 1)^{3/2} - 4F_1^2 + 1}{8F_1^2(2 + F_1^2)} \quad (3.24)$$

La *eficiencia relativa*

$$\eta = 1 - \frac{E_2}{E_1} \quad (3.24a)$$

c) *Altura del salto*. Es la diferencia entre las profundidades antes y después del salto.

$$h_s = y_2 - y_1$$

Altura relativa del salto

$$\frac{h_s}{E_1} = \frac{y_2}{E_1} - \frac{y_1}{E_1} = \frac{\sqrt{1 + 8F_1^2} - 3}{F_1^2 + 2} \quad (3.25)$$

A continuación se presenta la figura 3.8 que muestra las características de un salto hidráulico en relación al número de Froude, F_1 .

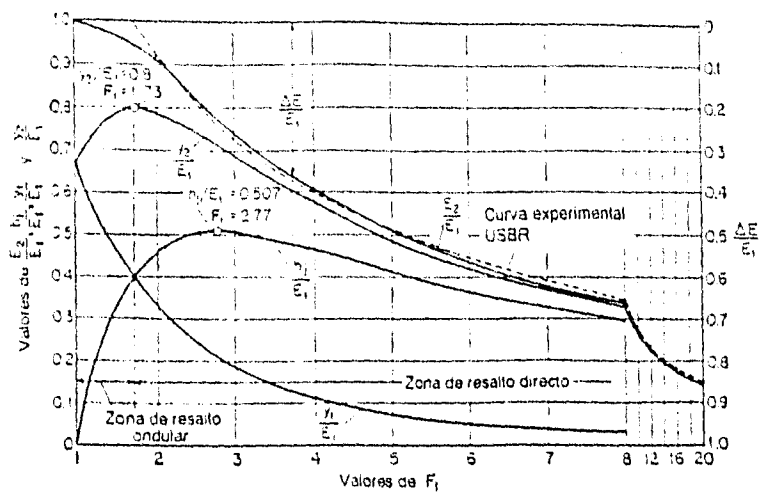


Figura 3.8 Curvas de características de saltos hidráulicos en canales rectangulares horizontales

d) Longitud del salto. La longitud del salto se puede definir como la distancia medida desde la cara del frente del salto a un punto sobre la superficie inmediatamente aguas abajo del remolino. Esta longitud no puede ser determinada fácilmente por la teoría, pero ha sido estudiada experimentalmente por muchos investigadores.

Una curva de F vs. L / y_2 (figura 3.9), basada sobre los datos experimentales de seis canaletas de ensayo, ha sido preparada por el Bureau of Reclamation.

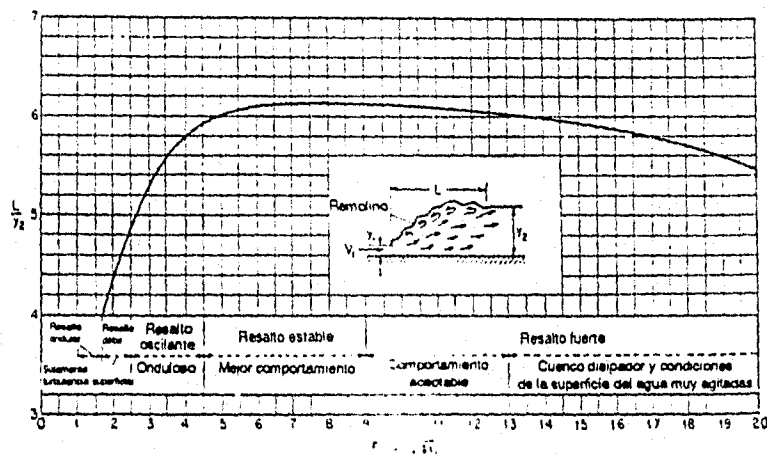


Figura 3.9 Longitud en términos de la profundidad final y de saltos en canales horizontales.

e) *Perfil de la superficie*. El conocimiento del perfil superficial de un salto hidráulico es necesario en el diseño del bordo libre para los muros laterales del tanque dissipador donde ocurre el salto. También es importante para determinar la presión que debe utilizarse en el diseño estructural, debido a que experimentos han demostrado que la presión vertical en el piso horizontal bajo un salto hidráulico es prácticamente la misma que indicaría el perfil de la superficie del agua.

Con base en sus datos experimentales, Bakhmeteff y Matzke (1936), encontraron que el perfil superficial de un salto hidráulico puede representarse mediante curvas adimensionales para varios valores de F_1 , como se muestra en la figura 3.10. Moore (1943) desarrolló curvas similares para saltos por debajo de una caída libre. Los perfiles mostrados por Moore al principio aumentan con mayor rapidez que los perfiles de Bakhmeteff y Matzke. Se cree que esto se debe a la distribución no hidrostática de presiones en el salto, que las mediciones piezométricas en los datos de Bakhmeteff y Matzke no registraron de manera adecuada. Además la longitud del salto dada por Moore fue alrededor de un 20% mayor que la mostrada por las curvas de Bakhmeteff y Matzke.

Debido a que el salto en este último caso se formó aguas abajo de una compuerta deslizante, la falta de acuerdo puede deberse a una diferencia en el perfil de velocidad de flujo ultrarápido que entra al salto.

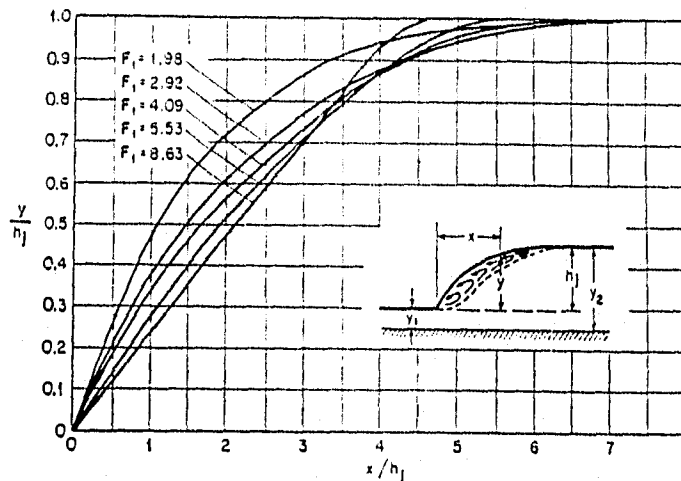


Figura 3.10 Perfiles adimensionales de superficie de saltos hidráulicos en canales horizontales.

f) *Localización del salto yF*. El salto hidráulico se presenta dentro del canal donde un escurrimiento supercrítico tiene un tirante conjugado mayor que es igual al del escurrimiento subcrítico que

existe aguas abajo del salto hidráulico (figura 3.11). Su posición se encuentra por medio de un procedimiento de aproximaciones sucesivas como se verá en el capítulo 4.

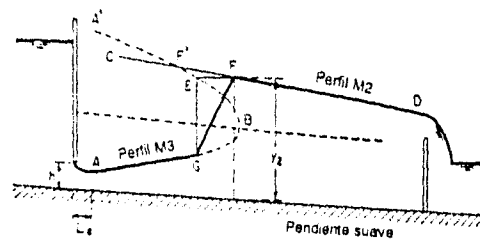


Figura 3.11 Localización de un salto hidráulico

3.3.2 Sección Trapecial

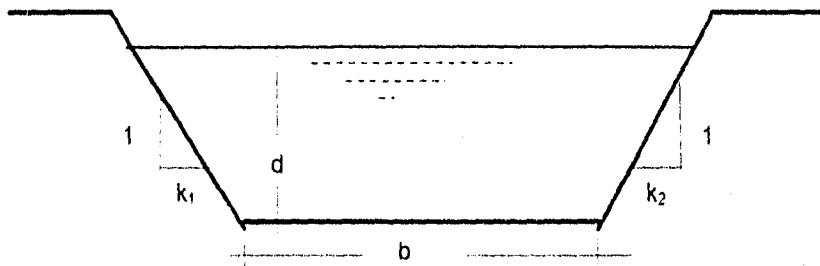


Figura 3.12 Sección Trapecial

Para el análisis, se sigue la misma secuela que en el caso del salto en un canal rectangular.

El valor del empuje hidrostático en una sección, tratándose de un canal trapecial, según la ecuación 3.1 o la ecuación 3.2 es:

$$P_1 = \gamma A_1 Z_{G1} = P = \gamma d^2 \left(\frac{b + \frac{2}{3} k d}{2} \right)$$

porque para este caso el área es

$$A = (b + kd)d = bd + kd^2 \tag{3.26}$$

donde

$$k = \frac{k_1 - k_2}{2} \quad (3.27)$$

por lo tanto el empuje hidrostático será

$$P = \gamma \left[bd \left(\frac{d}{2} \right) + kd^2 \left(\frac{d}{3} \right) \right] = \gamma \left(\frac{bd^2}{2} + \frac{kd^3}{3} \right) = \gamma d^2 \left(\frac{b + \frac{2}{3}kd}{2} \right)$$

$$P = \gamma d^2 \left(\frac{b + \frac{2}{3}kd}{2} \right) \quad (3.28)$$

La diferencia de empujes hidrostáticos (figura 3.1) es

$$P_2 - P_1 = \gamma d_2^2 \left(\frac{b + \frac{2}{3}kd_2}{2} \right) - \gamma d_1^2 \left(\frac{b + \frac{2}{3}kd_1}{2} \right) = \gamma d_2^2 \left(\frac{b + \frac{2}{3}kd_2}{2} \right) - P_1$$

La cantidad de movimiento

$$M = \frac{\gamma Q}{g} (V)$$

y el cambio en la cantidad de movimiento

$$M_1 - M_2 = \frac{\gamma Q}{g} (V_1 - V_2)$$

Al igualar las diferencias de empujes hidrostáticos y cantidad de movimiento, se tiene

$$\gamma d_2^2 \left(\frac{b + \frac{2}{3}kd_2}{2} \right) - P_1 = \frac{\gamma Q}{g} (V_1 - V_2)$$

y despejando al tirante después del salto (d_2), se llega a

$$d_2 = \sqrt{\frac{2}{b + \frac{2}{3}kd_2} \left[\frac{Q}{g}(V_1 - V_2) + P_1 \right]} \quad (3.29)$$

Para obtener d_2 , la ecuación se resuelve por iteraciones (tanteos), ya que el tirante conjugado d_2 , aparece en ambos miembros. Se puede hacer

$$K = 2 \left[\frac{Q}{g}(V_1 - V_2) + P_1 \right] \quad (3.30)$$

y entonces la ecuación 3.29 quedará así

$$d_2 = \sqrt{\frac{K}{b + \frac{2}{3}kd_2}} \quad (3.31)$$

2.1.3.- Sección Circular

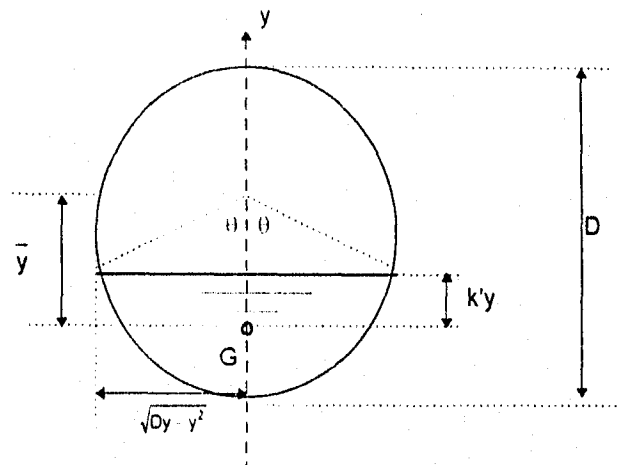


Figura 3.13 Sección Circular.

Para este tipo de sección cabe la posibilidad de que se llene totalmente después del salto, por lo cual existen dos casos diferentes

caso A Flujo a superficie libre antes y después del salto

Para cualquier valor del tirante, el área hidráulica es

$$A = \left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{4} \sin \theta \cos \theta \right) D^2$$

siendo

$$\sin \theta = \frac{2\sqrt{Dy - y^2}}{D} = 2\sqrt{\frac{y}{D} - \frac{y^2}{D^2}}$$

$$\cos \theta = \frac{D - 2y}{D/2} = 1 - 2\frac{y}{D}$$

Al sustituir en la ecuación del área, resulta

$$m = \frac{A}{D^2} = \frac{1}{4} \operatorname{ang} \cos \left[1 - \frac{2y}{D} \right] - \left[\frac{1}{2} \left(1 - \frac{2y}{D} \right) \sqrt{\frac{y}{D} - \frac{y^2}{D^2}} \right] \quad (3.32)$$

por otra parte, el coeficiente k' se obtiene de

$$k'y = \bar{y} - \left(\frac{D}{2} - y \right)$$

donde

$$\bar{y} = \frac{2R^3 \sin \theta}{3A} = \frac{2D \left(\frac{y}{D} \right)^{3/2} \left(1 - \frac{y}{D} \right)^{3/2}}{3m}$$

por tanto, resulta que

$$k' = 1 - \frac{1}{2} \frac{D}{y} + \frac{2 \left(1 - \frac{y}{D} \right)^{3/2} \left(\frac{y}{D} \right)^{1/2}}{3m} \quad (3.33)$$

a) Régimen supercrítico conocido

De la ecuación 3.11 se tiene que

$$m_2^2 D^4 k'_2 y_2 - m_1 m_2 D^4 k'_1 y_1 = \frac{Q^2}{g} \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1} \right)$$

Al dividir entre y_1^5 y despejar se obtiene

$$\frac{Q^2}{g y_1^5} = \frac{m_1 m_2 k'_2 \left(\frac{y_2}{y_1} \right) - m_1^2 k'_1}{\left(\frac{y_1}{D} \right)^4 \left(1 - \frac{m_1}{m_2} \right)} \quad (3.34)$$

donde m_1 , m_2 , k'_1 y k'_2 están dados por las ecuaciones 3.32 y 3.33 eligiendo para y el subíndice que corresponda; esto es, y_1 si se trata de m_1 y k'_1 y y_2 si se trata de m_2 y k'_2

b) Régimen subcrítico conocido

Por un desarrollo análogo al anterior, se obtiene la siguiente ecuación

$$\frac{Q^2}{g y_2^5} = \frac{m_2^2 k'_2 - m_1 m_2 k'_1 \left(\frac{y_1}{y_2} \right)}{\left(\frac{y_2}{D} \right)^4 \left(\frac{m_2}{m_1} - 1 \right)} \quad (3.35)$$

Caso B Flujo a presión después del salto

En este caso, se refiere a que cuando se produce el salto, este llena totalmente la tubería, debido a que su tirante conjugado mayor es mas grande que el diámetro de la tubería. Vale también la ecuación 3.5, siempre que A_2 corresponda al área total llena, y_2 a la altura del gradiente de presiones en la sección 2 (figura 3.14). Esto equivale a que m_2 y k'_2 sean constantes de valor

$$m_2 = \pi / 4 \quad (3.36)$$

$$k'_2 = 1 - \frac{1}{2 \left(\frac{y_2}{D} \right)} \quad (3.37)$$

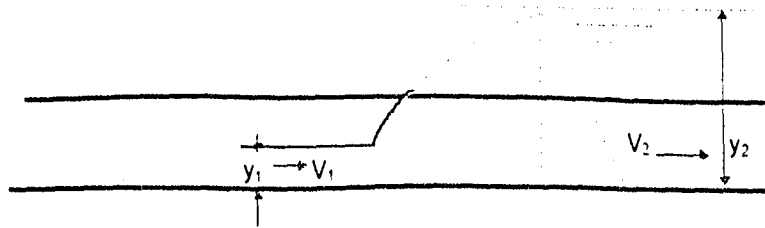


Figura 3.14 Salto hidráulico forzado en un conducto circular.

Por tanto, es válida la ecuación 3.34 para el régimen supercrítico conocido y la ecuación 3.35 para el subcrítico conocido, siempre que m_2 y k'_2 se calculen en las ecuaciones 3.36 y 3.37.

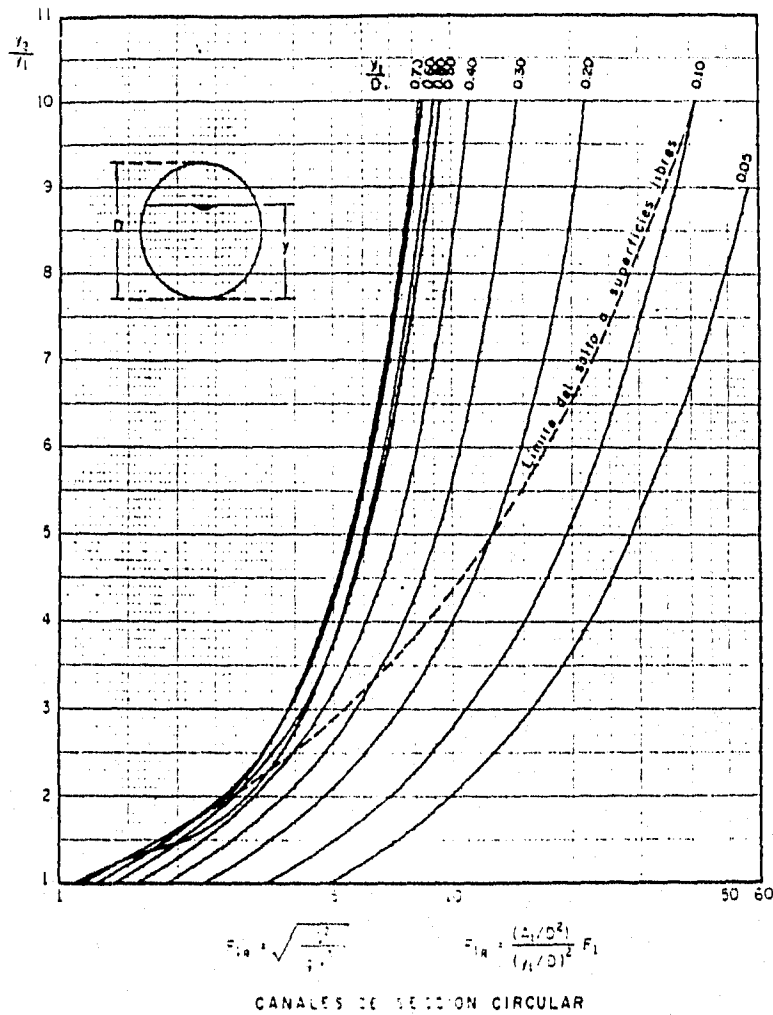


Figura 3.15 Gráfica para la determinación del tirante subcrítico conocido el régimen supercrítico.

Las figuras 3.15 y 3.16 permiten una solución gráfica sencilla para los casos antes analizados, donde se ha utilizado el parámetro $\frac{Q}{\sqrt{gy^5}}$.

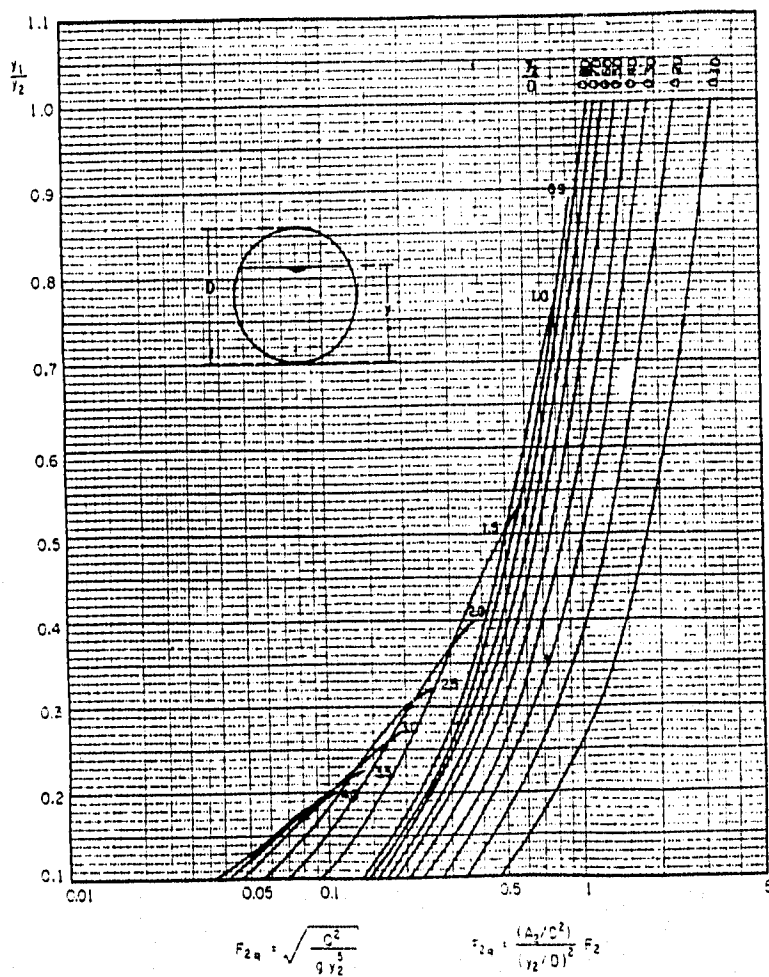


Figura 3.16 Gráfica para la determinación del tirante supercrítico conocido el régimen subcrítico.

3.4 Salto Hidráulico en pendientes pronunciadas

3.4.1 Sección rectangular

El efecto del peso *del agua* dentro del salto hidráulico en canales con *pendiente alta o pendiente mixta* (parte inclinada y parte horizontal), es significativo por lo que debe *incluirse en el análisis*, a diferencia de lo que sucede en un canal horizontal.

En esta sección se deducen ecuaciones análogas a la ecuación 3.22 pero con la diferencia que éstas incluyen la componente horizontal de la fuerza debida a la presión sobre el piso o el *peso del prisma de agua* dentro del volumen de control.

$$\frac{d_2}{d_1} = \frac{1}{2} \left[\sqrt{1 + 8F_1^2} - 1 \right] \quad (3.22)$$

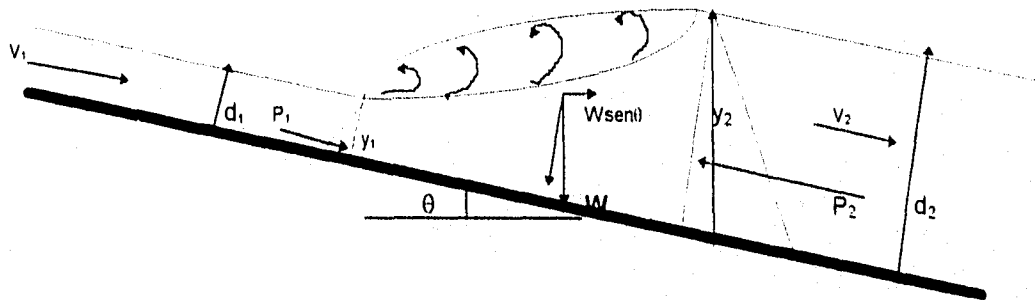


Figura 3.17 Salto hidráulico en canales con pendiente.

Para la aplicación de varias ideas sobre este salto, es conveniente detallar los diferentes casos en que puede ocurrir. La figura 3.18 muestra los casos más comunes (Sotelo, 1990). Las acotaciones tienen el significado siguiente:

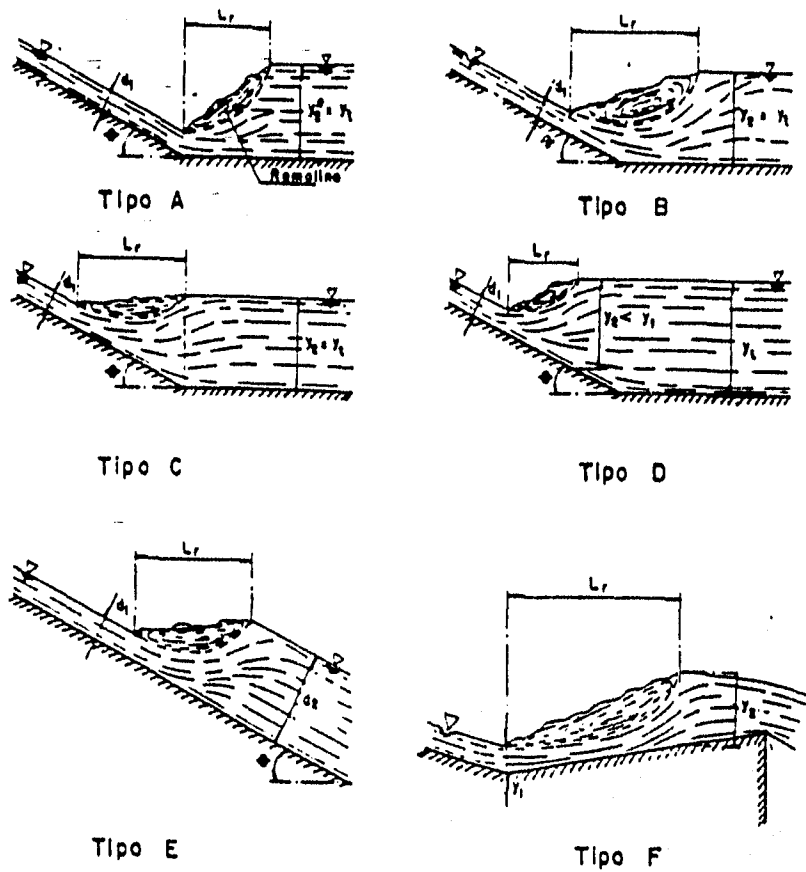


Figura 3.18 Saltos hidráulicos en canales inclinados

- d_1 tirante supercrítico normal a la plantilla en el canal de fuerte pendiente.
- y_2 tirante conjugado subcrítico vertical correspondiente a d_1 .
- y_1 tirante de salida, de acuerdo con las condiciones impuestas en el canal aguas abajo.
- L_r longitud horizontal del remolino formado en la superficie que caracteriza el salto. Esta definición difiere de la empleada comúnmente en el salto convencional donde corresponde a su longitud y se mide en la dirección del flujo.
- θ ángulo de inclinación de la plantilla en el canal aguas arriba.

Un aspecto importante en el análisis, lo constituye el hecho de que la posición del salto es muy sensible a la magnitud que adopta el tirante de salida para un gasto especificado. De acuerdo con el valor de y_1 , se forman distintos tipos, sus condiciones a satisfacer se explican a continuación.

Tipo A El salto principia en la sección donde el canal cambia de pendiente, formándose completamente en el tramo horizontal. El tirante y número de Froude que resultan en la sección inicial producen un conjugado mayor y_2 , dado por la ecuación 3.43 que coincide con y_1 .

Tipo B El salto retrocede hacia el canal inclinado al aumentar y_1 ($y_1 > y_2^*$), formándose parcialmente en dos tramos con pendiente distinta.

Tipo C El salto ocurre totalmente en el canal inclinado y su sección final coincide con la intersección al canal horizontal. y_1 es mayor que el necesario para formar el tipo B, pero menor que el que requiere el tipo D.

Tipo D Se desarrolla totalmente en el canal con pendiente, a pesar de que ésta cambie a la horizontal. y_1 es suficientemente grande para que el nivel de aguas abajo penetre e influya en el flujo sobre el canal inclinado.

Tipo E Corresponde a la forma típica del salto en un canal de gran inclinación.

Tipo F El salto se forma completamente en un canal de pendiente adversa, es casi imposible que mantenga una posición estable. Ocurre eventualmente en tanques amortiguadores al pie de estructuras vertedoras.

Los saltos tipo A y B se presentan en canales de *gran inclinación* seguidos de uno horizontal, siendo *mas frecuente el tipo A*. En cambio los saltos tipo C y D se encuentran normalmente en canales *ligeramente inclinados*. Los tipos E y F son *poco comunes*, para el análisis del segundo se requiere que sus características sean determinadas de pruebas de laboratorio.

Los casos de A-D, conocidos como *saltos hidráulicos ahogados*, son comunes y a menudo aparecen sólo como chorros de agua que entran en una piscina aguas abajo por debajo de la pendiente empinada. El caso F muestra el salto en una pendiente adversa, el cual es raro que ocurra.

En comparación con el salto en canales horizontales, existe menos información en el caso de los de pendiente mixta, se limita a canales rectangulares. Al respecto pueden citarse los estudios

realizados por Bakhmeteff y Mattzke (1938) Kindsvater (1944) ,Kennison (1944), Bradley-Peterka (1957) y Rajaratnam (1967), de los que se deduce que el salto hidráulico en canales inclinados puede comportarse bastante diferente del que se produce en los horizontales (Sotelo 1990).

Ecuación general

Considerando un canal rectangular prismático de pendiente mixta, donde el tramo aguas arriba tiene un ángulo θ respecto de la horizontal, de inclinación suficientemente grande para garantizar flujo supercrítico, uniforme o gradualmente variado, de tirante local d_1 (figura 3.19), medido en dirección perpendicular al piso. El tramo de aguas abajo tiene un ángulo de inclinación θ_0 . La transición entre ambos tramos puede o no consistir de una curva circular de radio R . El gasto unitario es q , y d_2 el tirante perpendicular al piso en el tramo aguas abajo. En cualquier caso, la velocidad media en cualquier sección es $V = q/d$.

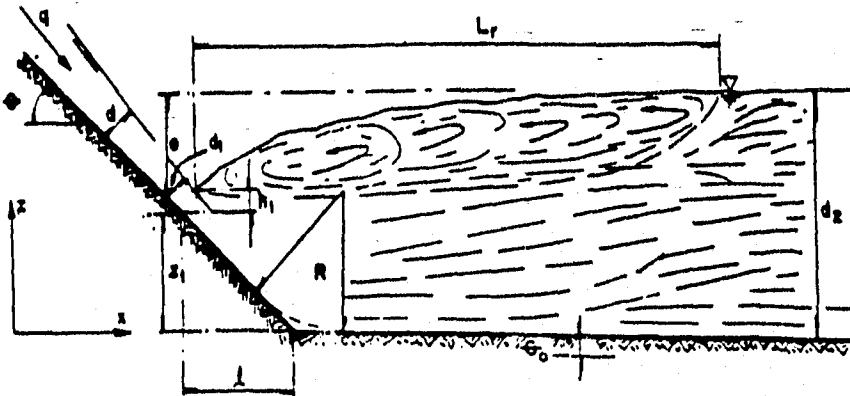


Figura 3.19 Geometría del flujo y notación

La carga de presión hidrostática en el piso de una sección a la distancia horizontal x , es $p/\gamma = d \cos \theta = h$. Por tanto, la fuerza debida a la presión en cada sección y en dirección horizontal tiene la magnitud

$$P_x = \frac{\gamma h^2}{2} = \frac{\gamma (d_1 \cos \theta_x)^2}{2}$$

Además de P_x , se produce P_{ex} , componente horizontal de las fuerzas externas que actúan sobre el piso del canal entre las secciones 1 y 2, integrada por la de la presión hasta la altura z , y la de

fricción. Es común que la última se considere despreciable cuando se trata de un fenómeno como aquí expuesto, por lo que P_{ex} sería solamente la fuerza generada por la presión sobre el piso.

Con estos resultados, la componente horizontal de la ecuación de cantidad de movimiento, aplicada al volumen de control de la figura 3.19 entre las secciones 1 y 2 resulta

$$\frac{\gamma}{2} \left[(d_1 \cos \theta)^2 - (d_2 \cos \theta_0)^2 \right] + P_{ex} = \frac{\gamma q}{g} [V_2 \cos \theta_0 - V_1 \cos \theta]$$

Si se sustituye $V = q/d$ se tiene

$$\frac{\gamma}{2} \left[(d_1 \cos \theta)^2 - (d_2 \cos \theta_0)^2 \right] + P_{ex} = \frac{\gamma q}{g} \left[\frac{q}{d_2} \cos \theta_0 - \frac{q}{d_1} \cos \theta \right]$$

Al simplificar y ordenar la ecuación anterior, se obtiene

$$\frac{q^2 \cos^2 \theta}{gd_1 \cos \theta} + \frac{d_1^2 \cos^2 \theta}{2} + \frac{P_{ex}}{\gamma} = \frac{q^2 \cos^2 \theta_0}{gd_2 \cos \theta} + \frac{d_2^2 \cos^2 \theta_0}{2}$$

Esta expresión indica que la nueva ecuación de cantidad de movimiento, en términos de la similar en canal horizontal, se expresa como sigue

$$M_1 + \frac{P_{ex}}{\gamma} = M_2$$

donde

$$M_x = \frac{q^2 \cos^2 \theta_x}{gd_x \cos \theta_x} + \frac{d_x^2 \cos^2 \theta_x}{2} = \frac{q^2 \cos^2 \theta_x}{gh_x} + \frac{h_x^2}{2}$$

es la función cantidad de movimiento en la sección, definida en la forma convencional.

La ecuación de cantidad de movimiento se divide entre $d_1^2 \cos^2 \theta$

$$\frac{q^2 \cos^2 \theta}{gd_1^3 \cos^3 \theta} + \frac{d_1^2 \cos^2 \theta}{2d_1^2 \cos^2 \theta} + \frac{P_{ex}}{\gamma d_1^2 \cos^2 \theta} = \frac{q^2 \cos^2 \theta_0}{gd_2 d_1^2 \cos^3 \theta} + \frac{d_2^2 \cos^2 \theta_0}{2d_1^2 \cos^2 \theta}$$

y al multiplicar por 2 y ordenar términos se obtiene

$$\left[\frac{d_2 \cos \theta_0}{d_1^2 \cos^2 \theta} \right]^2 - 1 - \frac{2P_{ex}}{\gamma d_1^2 \cos^2 \theta} + \frac{2q^2}{gd_1^2 \cos^2 \theta} \left[\frac{\cos \theta_0}{d_2} - \frac{\cos \theta}{d_1} \right] = 0$$

O bien como sigue

$$\left[\frac{d_2 \cos \theta_0}{d_1^2 \cos^2 \theta} \right]^2 - 1 - \frac{2P_{ex}}{\gamma d_1^2 \cos^2 \theta} + \frac{2q^2}{gd_1^3 \cos \theta} \left[\frac{d_1 \cos \theta_0}{d_2 \cos \theta} - \frac{\cos \theta}{d_1} \right] = 0$$

$$\left[\frac{d_2 \cos \theta_0}{d_1^2 \cos^2 \theta} \right]^2 - 1 - \frac{2P_{ex}}{\gamma d_1^2 \cos^2 \theta} + \frac{2q^2}{gd_1^3 \cos \theta} \left[\frac{d_1 \cos \theta_0}{d_2 \cos \theta} - 1 \right] = 0$$

Se introducen ahora los siguientes parámetros

$$F_1^2 = \frac{q^2}{gd_1^3 h_1} = \frac{q^2}{gd_1^3 \cos \theta} = \frac{V_1^2}{gd_1 \cos \theta} \quad (3.38)$$

$$Y = \frac{d_2 \cos \theta_0}{d_1 \cos \theta} \quad (3.39)$$

$$\phi = \frac{2P_{ax}}{\gamma d_2^2 \cos \theta_0} \quad (3.40a)$$

donde

F_1 es el número de Froude en la sección 1

Y la relación de tirantes conjugados

ϕ coeficiente de fuerza.

Con ello, la última ecuación se convierte en

$$Y^2 - 1 - \phi Y^2 + \frac{2F_1^2 \cos^2 \theta_0}{Y \cos^2 \theta} - 2F_1^2 = 0 \quad (3.41)$$

Conviene transformar a la función de ϕ como sigue

$$\phi = \left[\frac{2P_{ax}}{\gamma d_2^2 \cos^2 \theta_0} \right] \left[\frac{d_2^2 \cos^2 \theta_0 - d_1^2 \cos^2 \theta}{d_2^2 \cos^2 \theta_0 - d_1^2 \cos^2 \theta} \right] = \left(1 - \frac{1}{Y^2} \right) 2\delta \quad (3.40b)$$

donde

$$\delta = \frac{2P_{ax}}{\gamma (d_2^2 \cos^2 \theta_0 - d_1^2 \cos^2 \theta)} \quad (3.42)$$

De este modo la ecuación 3.41 se convierte en

$$Y^2 - 1 - \left(1 - \frac{1}{Y^2} \right) 2\delta Y^2 + 2 \frac{2F_1^2 \cos^2 \theta}{Y \cos^2 \theta} - 2F_1^2 = 0$$

$$Y^2 - 1 - 2\delta Y^2 + 2\delta + 2 \frac{2F_1^2 \cos^2 \theta}{Y \cos^2 \theta} - 2F_1^2 = 0$$

O bien multiplicado por Y

$$(1 - 2\delta)Y^3 - (1 - 2\delta + 2F_1^2)Y + 2F_1^2 \frac{\cos^2 \theta_0}{\cos^2 \theta} = 0$$

y por tanto

$$Y^3 - \left(1 + \frac{2F_1^2}{1 - 2\delta} \right) Y + \frac{2F_1^2}{1 - 2\delta} \left(\frac{\cos \theta_0}{\cos \theta} \right)^2 = 0 \quad (3.43)$$

que es una ecuación generalizada de la ecuación de Belanger aplicable a cualquier tipo de salto en canales de pendiente mixta

Salto tipo A

El salto principia en la sección inicial del canal horizontal y se forma completamente sobre el mismo. Esto significa que, para efectos del fenómeno representado por la ecuación 3.43, $\delta = 0$, $\cos(\theta)/\cos(\theta) = 1$, $d_2 \cos(\theta) = y_2^*$ y dicha ecuación se simplifica como sigue

$$Y^3 - (1 + 2F_1^2)Y + 2F_1^2 = 0$$

que al dividir entre $(Y-1)$ resulta

$$Y^3 - Y + 2F_1^2 = 0$$

cuya solución es

$$Y = \frac{1}{2} \left(\sqrt{1 + 2F_1^2} \right) - 1 = 0$$

Con $Y = \frac{y_2^*}{(d_1 \cos(\theta))}$, también es

$$y_2^* = \frac{d_1 \cos(\theta)}{2} \left(\sqrt{1 + 2F_1^2} \right) - 1 \quad (3.44)$$

donde $\cos(\theta)$ toma en cuenta el efecto que tiene el cambio de pendiente en el tirante inicial del salto. Este efecto se puede analizar si se aplica la ecuación de energía entre la sección al inicio del salto y otra perpendicular al piso antes de la intersección de las dos pendientes, como sigue

$$d_1 \cos(\theta) + \frac{q^2}{2gd_1^3} = h_1 + \frac{V_1^2}{2g}$$

Dividiendo entre $d_1 \cos(\theta)$, se tiene

$$1 + \frac{q^2}{2gd_1^3 \cos(\theta)} = \frac{h_1}{d_1 \cos(\theta)} + \frac{V_1^2}{2gd_1 \cos(\theta)}$$

Si se sigue aceptando que $F_1^2 = q^2 / (gd_1^3 \cos(\theta))$ en la sección inicial, como se hizo al deducir a la ecuación 3.44, se debe cumplir que $h_1 = d_1 \cos(\theta)$, congruente con lo considerado en la misma ecuación.

Si se excluye la solución trivial ($Y = 1$), y_2^* (dado por la ecuación 3.44) es el tirante que se forma después del salto, de modo que $y_2^* = y_1$ (figura 3.20).

Comentario

El efecto de la pendiente en el tirante inicial, $\cos(\theta)$. Como se verá en el ejemplo 3 quizá no es muy significativo para ángulos menores a 8° , pero si la pendiente es mas fuerte es importante incluirlo en la ecuación 3.22.

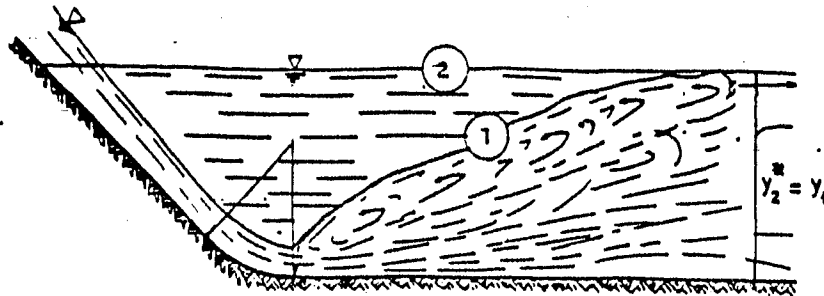


Figura 3.20 Condiciones extremas del flujo en el salto tipo B (Sotelo 1990).

- 1 Perfil del salto en canal horizontal
- 2 Configuración estática del tirante y_2^*

Salto tipo B

Considerando nuevamente horizontal al canal de aguas abajo ($\theta_0 = 0$), $Y = y_2/d_1 \cos \theta$ resulta mayor que el calculado con la ecuación 3.44.

De la ecuación 3.41 se tiene que

$$\phi = 1 - \frac{2F_1^2}{Y^2} + \frac{2F_1^2}{Y^3 \cos^2 \theta} - \frac{1}{Y^2} = 0 \quad (3.45)$$

La ecuación 3.45 indica claramente que ϕ es un coeficiente de presión dinámica que depende de Y y F_1 , por lo cual no puede ser estimado a priori. Por otra parte, debido a que F_1 es normalmente función de la coordenada longitudinal, no sería posible conocer el tirante conjugado y_2 . Esto es, la ecuación 3.45 permite determinar a ϕ siempre que se especifiquen los valores de F_1 y Y . Por lo que no es fácil determinarlo. Los únicos casos en que se tendría suficiente información serían:

1.- El salto hidráulico sobre un canal completamente horizontal, para el cual $\phi = 0$, resultando la ecuación 3.44.

2.- La configuración estática del agua en reposo, para la cual $F_1 \rightarrow 0$, y de la ecuación 3.45, $\phi = (Y^2 - 1)/Y^2$, donde la sección 1 está situada en el extremo aguas arriba de la cuña de agua cuando $d_1 = 0$, y por tanto $\phi \rightarrow 1$.

Ambos casos extremos están representados en la figura 3.20: la curva 1 para el flujo en $\phi = 0$, y la 2, cuando $\phi = 1$. Cualquier otro debe quedar comprendido entre los dos indicados de modo que, en general, $0 \leq \phi \leq 1$.

Para vencer la dificultad de conocer en cualquier posición del salto el valor de ϕ , observando su distribución a lo largo del tramo con pendiente, C. Bachler y M. Serani, en 1957, encontraron adecuado utilizar la *distancia l* a la que se inicia el salto (figura 3.19) relacionada con la longitud L , del mismo (l/L), y acudir a la experimentación.

Para la distancia l a la que se inicia el salto Bradley y Peterka determinaron que cuando $y_1/y_2^* \leq 1.3$, la *longitud l* (distancia horizontal desde el punto de cambio de pendiente hasta el punto donde se inicia el salto) está dada por la ecuación empírica:

$$\frac{l}{y_2^*} = \frac{0.82}{(\tan\theta)^{0.78}} \quad (3.46)$$

En cambio cuando $y_1/y_2^* \geq 1.3$, se usa la expresión

$$\frac{l}{y_2^*} = \frac{0.82}{(\tan\theta)^{0.78}} + \frac{(y_1 / y_2^*) - 1.3}{\tan\theta} \quad (3.47)$$

Estos mismos autores también obtuvieron una solución gráfica basada en experimentos de laboratorio, complementada con resultados de Rajaratnam..

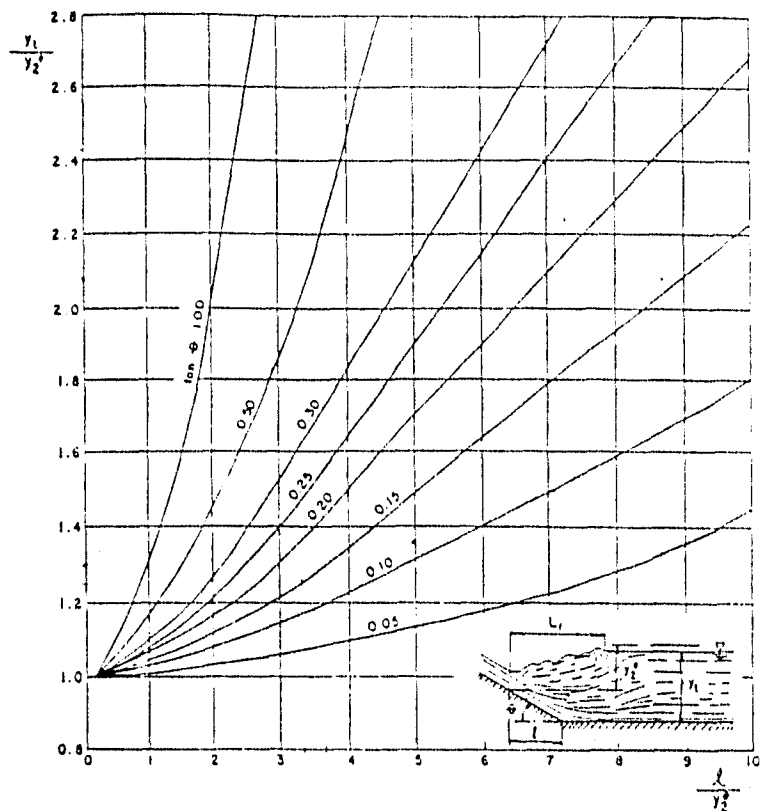


Figura 3.21 Solución para el salto tipo B, según resultados experimentales de Bradley-Peterka y Rajaratnam.

con el valor de $\frac{l}{y_2^*}$ se entra en la gráfica de la figura 3.21 y se encuentra $\frac{y_1}{y_2}$, finalmente despejando y_1 se encuentra el valor de y_2 , porque para este tipo de salto $y_1 = y_2$.

Hager en 1988, consideró que los resultados anteriores no cubrieron el caso de cimacios vertedores cuya espalda aguas abajo suele tener ángulos de inclinación hasta de 45° , y transición al canal horizontal mediante una curva circular vertical de radio R.

Con el mismo desarrollo de la ecuación 3.41. Hager encontró adecuado considerar en el análisis de ϕ a la altura e , característica de la depresión del salto (figura 3.19), relacionada con el tirante y_2 , esto es $e/y_2 = (y_2 - z_1)/y_2$, donde z_1 es la elevación del piso en la sección 1, medida desde el piso horizontal. Los valores de este parámetro son $e/y_2 = 1$ si $\phi = 0$; y $e/y_2 = 0$ si $\phi = 1$.

De acuerdo con los argumentos previamente expuestos, el intervalo $0 \leq e/y_2 \leq 1$ cubre totalmente el dominio físico del comportamiento.

El mejor ajuste de los resultados lo obtuvo con la expresión

$$Y = \frac{23.5}{\left(1 + \frac{3e}{2y_2}\right)^2} + \frac{\sqrt{2}(F_1 - 3)}{\text{Tanh}\left(\frac{5e}{2y_2}\right)} \quad (3.48)$$

donde

Tanh tangente hiperbólica. Esta ecuación es válida para el salto tipo B sobre un canal cuyo tramo inclinado es con $\theta = 45^\circ$, para $3 \leq F_1 \leq 11$ y $0.05 \leq e/y_2 \leq 0.9$.

Hager designa como eficiencia del salto

$$\eta = \frac{(E_1 - E_2)}{E_1}$$

de manera que eligiendo al piso horizontal como nivel de referencia, dicha eficiencia resulta como sigue

$$\eta = 1 - \frac{E_2}{E_1} = 1 - \frac{y_2 + \frac{q^2}{2gy_2^2}}{z_1 + d_1 \cos \theta + \frac{q^2 \cos \theta}{2gd_1^2 \cos^2 \theta}}$$

como $z_1 = y_2 - e$, al dividir el último término entre y_2 se obtiene

$$\eta = 1 - \frac{E_2}{E_1} = 1 - \frac{1 + \frac{q^2 d_1^3 \cos^3 \theta}{2gd_1^3 y_2^3 \cos^3 \theta}}{1 - \frac{e}{y_2} + \frac{1}{Y} + \frac{q^2 d_1 \cos \theta}{2gd_1^3 y_2 \cos \theta}}$$

$$\eta = 1 - \frac{1 + \frac{F_1^2}{2Y^3 \cos^2 \theta}}{1 - \frac{e}{y_2} + \frac{1}{Y} + \left(1 + \frac{F_1^2}{2}\right)} \quad (3.49)$$

Hager indica las dificultades que encontró para evaluar la longitud del salto, habiendo solo incluido las mediciones en las que tuvo seguridad del intervalo $\pm 0.1y_2$. De este modo concluyó la expresión

$$\frac{Lr}{y_2} = (5.2 + a) + (5 - b) \frac{e}{y_2} - \frac{1}{8} \left[1 + \frac{4e}{3y_2} + 4 \left(\frac{e}{y_2} \right)^4 \right] [F_1 - 2] \quad (3.50)$$

donde a y b adquieren los siguientes valores

$a = 0, b = 0$, cuando $0 < e/y_2 < 0.3$

$a = 1.5, b = 5$, cuando $0.3 < e/y_2 < 0.63$

$a = 1.65, b = 0$, cuando $0.63 < e/y_2 < 0.9$

Este mismo autor Hager y Kawagoshi realizaron posteriormente otras pruebas similares pero ahora para canales con 30° de inclinación, encontrando la siguiente expresión

$$Y = 3.75 \left(\frac{e}{y_2} \right)^{-0.575} + \frac{\sqrt{2}(F_1 - 3)}{\text{Tanh} \left(3 \frac{e}{y_2} \right)} \quad (3.51)$$

valida para el salto tipo B para $0.1 < F_1 < 10$, de acuerdo al estudio hecho en pendiente a 45° y el de 30° , proponen un ecuación, para diferentes ángulos, pero tomando en cuenta que se han estudiado solo para 30° y 45° , habría que hacer pruebas para generalizarla a los demás canales, por ejemplo 15° y 60° . Esta expresión es la siguiente:

$$Y = 3.75 \left(\frac{e}{y_2} \right)^{-\tan i} + \frac{\sqrt{2}(F_1 - 3)}{\text{Tanh} \left(3.5 \frac{e}{y_2} \cos i \right)} \quad (3.52)$$

También determinaron ecuaciones para calcular la longitud del remolino y la longitud del salto:

$$\frac{L_r}{y_2}(F_1) = \lambda_2 + \tan \epsilon (F_1 - 2) \quad \text{para } F_1 < F_{11} \quad (3.53)$$

donde

$$F_{11} = 11.3 \left(1 - \frac{2}{3} \frac{e}{y_2} \right), \quad \frac{e}{y_2} > 0.1$$

$$\lambda_2 = \frac{7}{3} (2 + \Sigma)$$

y

$$\tan \epsilon = -\frac{1}{20} (1 - \sigma)$$

con

$$\sigma = 6 \frac{e}{y_2}$$

Para $F_1 > F_{11}$, la longitud del remolino esta dada por $\frac{L_r}{y_2} = 4.55$

Para la longitud del salto proponen

$$\frac{L_j}{y_2} = 6.85 \left(1 + \frac{1}{4} \frac{e}{y_2} \right) - \frac{1}{7} (F_1 - 2), \text{ para } 0.1 < \frac{e}{y_2} < 0.6 \quad (3.54)$$

Ohtsu y Yasuda, en 1991, después de varias pruebas proponen las siguientes ecuaciones para este tipo de salto

Para tirantes conjugados

$$\frac{l}{y_2^*} = \left[\frac{2.3}{(\tan \theta)^{0.73}} - 0.8 \right] \left(\frac{h_d}{y_2^*} - 1 \right)^{0.75} \quad (3.55)$$

para $6 \leq F_1 \leq 14$, $1.1 \leq y_t \leq 3.0$ y $0^\circ < \theta \leq 60^\circ$

La longitud del salto

$$\frac{L}{y_2^*} = 5.75 \tan \theta + 5.70 \quad (3.56)$$

para $4 \leq F_1 \leq 14$ y $0^\circ < \theta \leq 19^\circ$

y

$$\frac{L}{y_2^*} = 4.6 \left(\frac{y_1}{y_2^*} - 1 \right) + 5.70 \quad (3.57)$$

válido para $4 \leq F_1 \leq 14$ y $19^\circ < \theta \leq 60^\circ$

En 1993, Adam, Ruff, AlQaser y Abt, propusieron que el efecto de la localización del salto tiene que ver en sus cálculos e introdujeron un nuevo parámetro de acuerdo a sus estudios realizados, llegando a las siguientes ecuaciones:

Para los tirantes conjugados:

$$Y = \frac{Y_*}{a_1 - b_1 \frac{L_1}{H_1}} \quad (3.58)$$

donde:

$$Y_* \text{ es definida por } Y_* = 3.75 \left(\frac{e}{y_2} \right)^{-\tan \theta} + \frac{\sqrt{2}(F_1 - 3)}{\text{Tanh} \left(3.5 \frac{e}{y_2} \cos \theta \right)}$$

$$a_1 = 1.838 + \tan \theta$$

y

$$b_1 = 0.207 + \tan \theta$$

La expresión L_1 / H_1 representa el cambio en las características del salto tipo B con cambio de localización

L_1 es la longitud del salto

H_1 es la energía total en la posición del tirante supercrítico

Y es la relación de tirantes conjugados

La longitud del remolino:

$$\frac{L_r}{H_L} = a_2 \exp\left(-b_2 \frac{Y_*}{Y}\right) \quad (3.59)$$

Donde

$$a_2 = -13.26 + 235 \tan \theta$$

$$b_2 = 1.522 + 1.486 \tan \theta$$

H_L = Pérdida de energía a través del salto

Eficiencia del salto:

$$\frac{H_L}{H_1} = \frac{Y_*}{2.4Y} \quad (3.60)$$

En la ecuación para calcular los tirantes conjugados se usó la ecuación de Hager (3.52), nada más que cabe hacer notar que la ecuación de Hager en el denominador es 3.5 y estos investigadores usan 3.

Fueron investigadas tres pendientes 1:3, 1:4, y 1:5 (vertical:horizontal) y para números de Froude de 2.4 a 7.4.

Comentario

Para el salto tipo B, es el más empírico de los saltos, porque no se encuentra ni en el canal horizontal, pero tampoco en el inclinado, sino en los dos, lo cual lo hace más difícil para la estimación de ϕ , que es un valor de corrección a la presión sobre la plantilla y que va desde 0 hasta 1. Para determinarlo es necesario conocer y_2 ; por lo que, con base en experimentación, se llegan a encontrar rangos para este factor dependiendo de inclinación y F_1 .

Hager (1985, 1988) le dedica dos de sus artículos a este tipo de salto y llega a determinar algunas gráficas que relaciona F_1 , $E = e/y_2$ y $Y = y_2/d \cos \theta$. Por la dificultad de estimar ϕ Tanto Bradley y Peterka como Hager optaron por relacionar l/y_2 y e/y_2 , respectivamente, o sea ubicar donde se

ubica el punto de inicio del salto respecto del punto del cambio de pendiente y medida horizontalmente, mientras que Hager lo hace midiendo verticalmente respecto de la superficie del agua, como se muestra en la figura 3.19.

Ohtsu y Kawagoshi (1991), obtuvieron expresiones sencillas y que en el inciso 3.5.3 en la sección de ejemplos (ejemplo 3) se compara con la de Bradley y Peterka, dando resultados satisfactorios, lo que arroja como conclusión, que muchas de las veces los resultados adecuados se basan en ecuaciones sencillas, pero bien fundamentadas.

Kindsvater opina que el valor de ϕ para el salto B, esta entre el valor que se toma para salto tipo A y el correspondiente para el salto tipo C o sea que es un salto intermedio entre ambos, lo cual suena muy lógico en cuanto al parámetro, puesto que es mas grande que un salto tipo A ($\phi = 0$) y más pequeño que el de un salto tipo C.

Realmente este es el tipo de salto que en la práctica se quiere que se de porque acorta la longitud del tanque disipador, al quedar parte del salto en la rampa, lo cual abarata la obra disipadora, se cree que es esta la razón por lo que se le dedica más estudio.

Se observa una secuencia en la investigación Adam (1993) y sus compañeros se apoyan en las investigaciones anteriores e introducen un nuevo parámetro en los cálculos llamado punto de localización (Y.).

Hager designa como eficiencia del salto, lo que Chow llama eficiencia relativa del salto.

Salto tipo C y D

A diferencia del salto tipo B, el C o el D siempre se ubican sobre el canal con pendiente, lo que implica que en la ecuación 3.43, $\theta = \theta_0$. Por tanto, $Y = d_2/d_1$. Por esta razón, es también posible conocer el componente horizontal de la fuerza sobre el piso del canal, desde la sección 1 a la 2 figura 3.22, a partir del diagrama de distribución de la presión (Sotelo, 1990) como sigue:

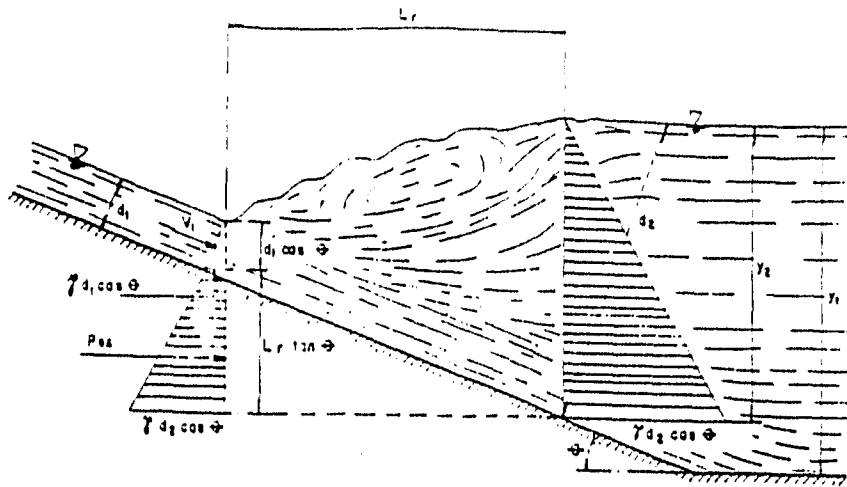


Figura 3.22 Volumen de control para la aplicación de la ecuación de cantidad de movimiento a los saltos tipo C y D.

$$P_{ex} = \frac{\gamma}{2} (d_2 \cos \theta + d_1 \cos \theta) L_r \tan \theta$$

$$P_{ex} = \frac{\gamma}{2} \left(\frac{d_2^2 \cos^2 \theta - d_1^2 \cos^2 \theta}{d_2 \cos \theta - d_1 \cos \theta} \right) L_r \tan \theta$$

y designando a

$$N = \frac{L_r}{(d_2 - d_1) \cos \theta}$$

entonces

$$P_{ex} = \frac{\gamma}{2} (d_2 - d_1) N \cos^2 \theta \tan \theta$$

y de la ecuación 3.42

$$\delta = N \tan \theta$$

Por lo tanto, la ecuación 3.43 se convierte en

$$Y^3 - \left(1 + \frac{2F_1^2}{1 - 2N \tan \theta} \right) Y + \frac{2F_1^2}{1 - 2N \tan \theta} = 0$$

Se introduce ahora el parámetro

$$G_1^2 = \frac{F_1^2}{1 - 2N \tan \theta} \quad (3.61)$$

y la ecuación anterior resulta

$$Y^3 - (1 + 2G_1^2) Y + 2G_1^2 = 0$$

que al dividir entre (Y-1), también resulta

$$Y^2 + Y - 2G_1^2 = 0$$

cuya solución es

$$\frac{d_2}{d_1} = \frac{1}{2} (\sqrt{1 + 8G_1^2} - 1) \quad (3.62)$$

O bien con $d_2 = y_2 \cos \theta$, finalmente como sigue

$$\frac{y_2}{d_1} = \frac{1}{2 \cos \theta} (\sqrt{1 + 8G_1^2} - 1) \quad (3.63)$$

Según los investigadores Kindsvater en 1944, Bradley y Peterka en 1957 y Peterka en 1963, encontraron que N era función principalmente de θ . Para todos los valores de θ y F_1 experimentados, estos autores determinaron la ecuación empírica (Sotelo, 1990).

$$\frac{y_2}{y_2^*} = 1 + 11.2(\tan \theta)^{3/2} \quad (3.64)$$

Posteriormente, Rajaratnam en 1967, estableció experimentalmente la expresión siguiente:

$$G_1^2 = \frac{10^{0.054\theta}}{\cos^3 \theta} F_1^2 \quad (3.65)$$

Por lo que se refiere a la longitud del salto, Bradley y Peterka encontraron que era mayor que la correspondiente al convencional formado sobre una plantilla horizontal, y substancialmente constante en el intervalo $4.5 < F_1 < 13$ como ocurre en el convencional, pudiendo determinarse con la expresión

$$\frac{L_r}{y_2} = 6.1 + 4 \tan \theta \quad (3.66)$$

Si F_1 queda fuera del intervalo señalado, L_r es menor que la calculada por la ecuación.

F. Alamos y E. Gallardo midieron en total 220 saltos y determinaron experimentalmente las expresiones siguientes:

$$\frac{d_2}{d_1} = \frac{1}{2} (\sqrt{1 + 8F_1^2} - 1) + \left(5.74 - \frac{3.21}{F_1^{2/3}} \right)^3 (\tan \theta)^{3/2} \quad (3.67)$$

$$\frac{L_r}{y_c} = 18(1 + 3 \tan \theta) - \frac{20}{F_1^{2/3}} \quad (3.68)$$

donde

$$F_1 = \frac{q}{\sqrt{gd_1^3}} \quad (3.69)$$

Salto tipo E

Aunque no es el más común en problemas prácticos, el salto tipo E fue el primeramente estudiado en canales inclinados. Para propósitos prácticos, se cree que las soluciones para la forma común del caso E y para los saltos hidráulicos ahogados se aplican indistintamente (Chow, 1994).

Para el análisis del salto tipo E se supone un canal rectangular de ancho unitario. Al considerar todas las fuerzas efectivas paralelas al fondo del canal, la ecuación de *cantidad de movimiento* debe escribirse como:

$$\frac{\gamma Q}{g}(\beta_2 v_2 - \beta_1 v_1) = P_1 - P_2 + W \operatorname{sen} \theta - F_f$$

donde

$$Q = V_1 d_1 = V_2 d_2$$

$$V_2 = \frac{V_1 d_1}{d_2}$$

$$P_1 = 0.5 \gamma d_1^2 \cos \theta$$

$$P_2 = 0.5 \gamma d_2^2 \cos \theta$$

F_f Fuerza de fricción es insignificante

β_1 y β_2 Coeficientes que pueden tomarse iguales a la unidad

$$\frac{\gamma v_1 d_1}{g} \left(\frac{v_1 d_1}{d_2} - v_1 \right) = 0.5 \gamma d_1^2 \cos \theta - 0.5 \gamma d_2^2 \cos \theta + W \operatorname{sen} \theta$$

Si el perfil de la superficie del salto es una línea recta, puede calcularse el peso del agua en éste. La discrepancia entre la línea recta y los perfiles reales y el efecto de la pendiente puede corregirse mediante un factor K. Luego

$$W = \frac{1}{2} K \gamma L (d_1 + d_2) \quad (3.70)$$

al sustituir esta ecuación en la anterior, se tiene

$$\frac{\gamma v_1 d_1}{g} \left(\frac{v_1 d_1}{d_2} - v_1 \right) = 0.5 \gamma d_1^2 \cos \theta - 0.5 \gamma d_2^2 \cos \theta + \frac{1}{2} K \gamma L (d_1 + d_2) \operatorname{sen} \theta$$

$$\frac{v_1 d_1}{g} \left(\frac{v_1 d_1}{d_2} - v_1 \right) = 0.5 d_1^2 \cos \theta - 0.5 d_2^2 \cos \theta + \frac{1}{2} K L (d_1 + d_2) \operatorname{sen} \theta$$

Si multiplicamos la expresión por $\frac{2d_2}{d_1^3 \cos \theta}$, luego simplificando y conociendo que $F_1 = \frac{v_1}{\sqrt{g d_1}}$

$$\frac{2v_1^2 d_1 d_2}{g d_1^3 \cos \theta} \left(\frac{d_1}{d_2} - 1 \right) = \frac{d_1^2 d_2 \cos \theta}{d_1^3 \cos \theta} - \frac{d_2^3 \cos \theta}{d_1^3 \cos \theta} + \frac{KL(d_1 + d_2)d_2 \sin \theta}{d_1^3 \cos \theta}$$

$$\frac{2v_1^2 d_1 d_2}{g d_1 d_1^2 \cos \theta} \left(\frac{d_1}{d_2} - 1 \right) = \frac{d_2}{d_1} - \frac{d_2^3}{d_1^3} + \frac{KL(d_1 + d_2)d_2 \sin \theta}{d_1^3 \cos \theta}$$

$$2F_1^2 \frac{d_1 d_2}{d_1^2 \cos \theta} \left(\frac{d_1}{d_2} - 1 \right) = \frac{d_2}{d_1} - \left(\frac{d_2}{d_1} \right)^3 + \frac{KL(d_1^2 - d_2^2)d_2 \sin \theta}{(d_1 - d_2)d_1^3 \cos \theta}$$

$$2F_1^2 \frac{1}{\cos \theta} - 2F_1^2 \frac{d_2}{d_1 \cos \theta} = \frac{d_2}{d_1} - \left(\frac{d_2}{d_1} \right)^3 + \frac{KL(d_1^2 d_2 - d_2^3) \sin \theta}{(d_1 - d_2)d_1^3 \cos \theta}$$

$$2F_1^2 \frac{1}{\cos \theta} - 2F_1^2 \frac{d_2}{d_1 \cos \theta} = \frac{d_2}{d_1} - \left(\frac{d_2}{d_1} \right)^3 + \frac{KL \sin \theta (d_1^2 d_2 - d_2^3)}{(d_1 - d_2) d_1^3 \cos \theta}$$

$$2F_1^2 \frac{1}{\cos \theta} - 2F_1^2 \frac{d_2}{d_1 \cos \theta} = \frac{d_2}{d_1} - \left(\frac{d_2}{d_1} \right)^3 + \frac{KL \sin \theta}{(d_1 - d_2) \cos \theta} \left[\frac{d_2}{d_1} - \frac{d_2^3}{d_1^3} \right]$$

$$2F_1^2 \frac{1}{\cos \theta} - 2F_1^2 \frac{d_2}{d_1 \cos \theta} = \frac{d_2}{d_1} - \left(\frac{d_2}{d_1} \right)^3 + \frac{KL \sin \theta}{(d_1 - d_2) \cos \theta} \left[\frac{d_2}{d_1} - \left(\frac{d_2}{d_1} \right)^3 \right]$$

$$2F_1^2 \frac{1}{\cos \theta} - 2F_1^2 \frac{1}{\cos \theta} \frac{d_2}{d_1} - \frac{d_2}{d_1} + \left(\frac{d_2}{d_1} \right)^3 - \frac{KL \sin \theta}{(d_1 - d_2) \cos \theta} \left[\frac{d_2}{d_1} \right] + \frac{KL \sin \theta}{(d_1 - d_2) \cos \theta} \left(\frac{d_2}{d_1} \right)^3 = 0$$

$$\left(\frac{d_2}{d_1} \right)^3 \left[1 - \frac{KL \sin \theta}{(d_2 - d_1) \cos \theta} \right] - \frac{d_2}{d_1} \left[1 - \frac{KL \sin \theta}{(d_2 - d_1) \cos \theta} + \frac{2F_1^2}{\cos \theta} \right] + 2F_1^2 \frac{1}{\cos \theta} = 0$$

Dividiendo entre $\left[1 - \frac{KL \sin \theta}{(d_2 - d_1) \cos \theta} \right]$

$$\left(\frac{d_2}{d_1} \right)^3 - \frac{d_2}{d_1} \left[1 + \frac{2F_1^2}{\left[1 - \frac{KL \sin \theta}{(d_2 - d_1) \cos \theta} \right] \cos \theta} \right] + \frac{2F_1^2}{\left[1 - \frac{KL \sin \theta}{(d_2 - d_1) \cos \theta} \right] \cos \theta} = 0$$

Finalmente si

$$G = \frac{F_1}{\sqrt{\cos \theta - \frac{KL \sin \theta}{d_2 - d_1}}} \quad (3.71)$$

se tiene

$$\left(\frac{d_2}{d_1} \right)^3 - (2G^2 + 1) \frac{d_2}{d_1} - 2G^2 = 0 \quad (3.72)$$

Si se compara la ecuación 3.72 con la ecuación para un salto sobre un piso nivelado, ecuación

$$3.22a \left[\left(\frac{y_2}{y_1} \right)^3 - (2F_1^2 + 1) \frac{y_2}{y_1} + 2F_1^2 = 0 \right], \text{ es evidente la similitud entre las dos ecuaciones. Al}$$

proseguir la solución para la ecuación de piso nivelado, aparentemente la solución de la ecuación 3.72 es

$$\frac{d_2}{d_1} = \frac{1}{2} (\sqrt{1 + 8G^2} - 1) \quad (3.73)$$

Como $d_1 = y_1 \cos\theta$ y $d_2 = y_2 \cos\theta$, la ecuación 3.73 también puede escribirse como

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{1}{2} (\sqrt{1 + 8G^2} - 1) \quad (3.74)$$

La ecuación 3.71 fue obtenida por Chow, en 1959, anteriormente una ecuación muy similar había propuesta por Kennison, en 1944, Argyroupoulus (1962), también obtuvo la suya, todos ellos siguiendo caminos diferentes, a continuación mostraremos las ecuaciones que llegaron los otros dos investigadores:

Kennison (1944)

$$\frac{d_2}{d_1} = \frac{y_2}{y_1} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{8\lambda}{\cos\theta - x \operatorname{sen}\theta}} - 1 \right) \quad (3.75)$$

donde λ , es

$$\lambda = F_1^2 \quad (3.76)$$

y

$$X = \frac{L}{(d_2 - d_1)}$$

De tal forma que si se le llama A a

$$A^2 = \frac{\lambda}{\cos\theta - x \operatorname{sen}\theta} = \frac{F_1^2}{\cos\theta - \frac{L}{d_2 - d_1} \operatorname{sen}\theta}$$

o sea que

$$A = \frac{F_1}{\sqrt{\cos(\theta) - \frac{L}{d_2 - d_1} \sin(\theta)}} \quad (3.77)$$

Como se puede ver la ecuación 3.77 es muy similar a la 3.71, su única diferencia es el factor K que es el ajuste de una línea recta a la curva real del perfil del salto fuera de esto la ecuación 3.71 es igual a la 3.77 ($A = G$). Por lo que la ecuación 3.73 es igual a la ecuación 3.75.

Kennison sugirió que para propósitos prácticos, $X=3$, o sea que la longitud del salto sea tres veces su altura.

Argyropoulos(1962)

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{1}{2}(\sqrt{1+8K} - 1) \quad (3.78)$$

donde

$$K = \frac{\lambda_1}{1 - XN_0 \sin(\theta)} \quad (3.79)$$

y X

$$X = \frac{L}{d_2 - d_1} \quad (3.80)$$

Comentario:

Los tres investigadores tienen ecuaciones muy similares, como se puede observar, por orden cronológico

$$\text{Kennison} \quad \frac{d_2}{d_1} = \frac{y_2}{y_1} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{8\lambda}{\cos\theta - x \sin\theta}} - 1 \right)$$

$$\text{Chow} \quad \frac{d_2}{d_1} = \frac{y_2}{y_1} = \frac{1}{2} (\sqrt{1+8G^2} - 1)$$

$$\text{Argyropoulos} \quad \frac{y_2}{y_1} = \frac{1}{2} (\sqrt{1+8K} - 1)$$

La diferencia entre ellas es el $\cos\theta$, que la ecuación de Argyropoulos no lo contempla en el denominador sino que tiene 1, de ahí en adelante, es la misma ecuación, variará solo por el factor N o K que anteceda al factor de geometría para corregir el perfil, en el caso de Kennison es 1.

$$\text{Kennison} \quad d = \frac{L_1}{\sqrt{\cos \theta - \frac{L \sin \theta}{d_2 - d_1}}}$$

$$\text{Chow} \quad G = \frac{F_1}{\sqrt{\cos \theta - \frac{KL \sin \theta}{d_2 - d_1}}}$$

$$\text{Argyropoulos} \quad K = \frac{F_1}{\sqrt{1 - \frac{N_0 L \sin \theta}{d_2 - d_1}}}$$

Como se podrá observar las diferencias ahora son mas estrechas, con excepción de $\cos \theta$, que Chow y Kennison tienen en su radical en vez de 1 como los marca Argyropoulos, las ecuaciones coinciden muy bien, como se puede observar el punto esta en encontrar el factor K o N_0 , que significa el factor de corrección entre la forma que tiene la superficie del remolino y la línea recta que une los dos tirantes conjugados.

Argyropoulos expresa en su escrito de 1962 "conocer la forma exacta y la ley de curvatura de la superficie es un camino que está abierto a la investigación".

En conclusión los tres investigadores llegaron al mismo punto por diferente camino y se encontraron con el mismo problema como definir la trayectoria que sigue la superficie del remolino en un salto hidráulico en canal inclinado, a lo que ellos pudieron llegar es a plantear un factor que corrija la línea recta de un trapecio respecto de la curva real.

Kennison sugirió (como ya se menciona) que por simplicidad K fuera igual a 1 y que el factor $X = L / (y_2 - y_1) \cos \theta = L / (d_2 - d_1)$ podía considerarse igual a 3.

Chow, simplemente comenta que al igual que otros investigadores K y $X = L / (d_2 - d_1)$, varían sobre todo con F_1 y, por consiguiente, que G es una función de F_1 y θ , o $G = f(F_1, \theta)$, pero no se aventura a dar algún valor para estos parámetros.

Argyropoulos, aunque tampoco da algún valor para estos parámetros dice que para propósitos prácticos, es suficiente considerar el cuerpo del salto hidráulico como una figura trapezoidal, limitada por la plantilla del canal, la línea recta de la superficie del agua y los dos tirante conjugados d_1 y d_2 .

Las tres ecuaciones 3.73, 3.75, 3.78 son análogas a la ecuación 3.22. Como tanto G como K son función de F_1 y θ , estas ecuaciones indican que d_2/d_1 y y_2/y_1 son funciones de F_1 y θ . Puede demostrarse que la relación profundidad y_2/y_1 o d_2/d_1 es una función de F_1 y S_0 (es decir, $\sin(\theta)$) mediante el cuadro en la figura 3.23, el cual se basa en los datos experimentales de: *Hickox, 1944; Kindsvater, 1944; Bakhmeteff y Matzke, 1938; U.S.B.R., 1955; Bradley y Peterka, 1957.*

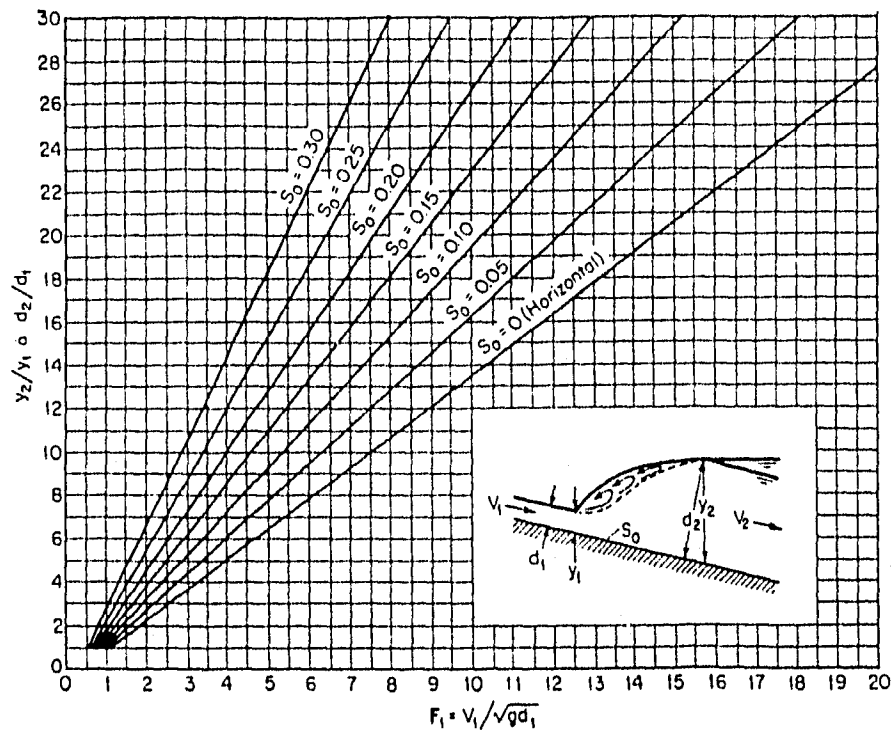


Figura. 3.23 Relaciones experimentales entre F y y_2/y_1 o d_2/d_1 para saltos en canales inclinados.

De la misma manera, la longitud relativa del salto L/y_2 puede mostrarse como una función de F_1 y S_0 y representarse mediante las curvas basadas en los datos experimentales del Bureau of Reclamation, figura 3.24. Las líneas punteadas indican las partes donde las curvas no están bien definidas, mediante los datos disponibles. Los diagramas de las figuras 3.23 y 3.24 se basan en datos experimentales limitados, con considerable interpolación; a pesar de ello, son de gran utilidad para propósitos prácticos.

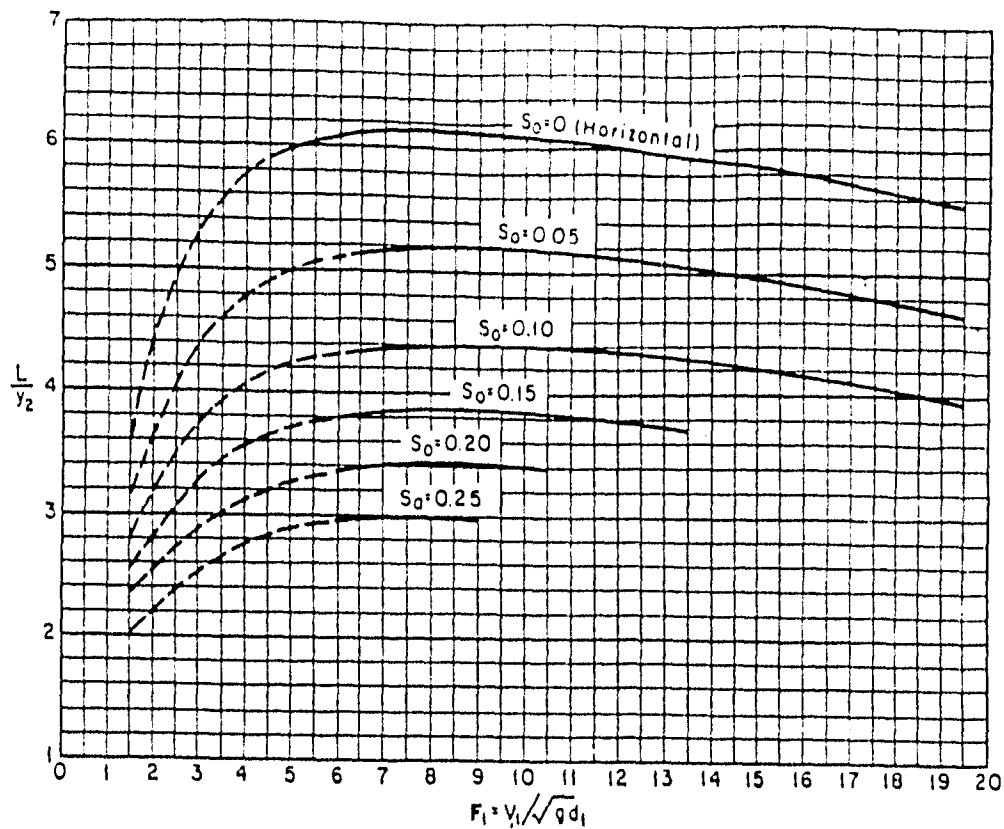


Figura 3.24 Longitud en términos del tirante conjugado de saltos en canales inclinados (U.S. Bureau of Reclamation).

Comentario:

En caso de que se trate de un salto tipo C simplemente hay que dividir el resultado entre $\cos\theta$, para dar el resultado en tirante vertical, porque el salto tipo C como se recuerda es el que termina justo en la unión entre el canal de pendiente y el canal horizontal.

Salto tipo F

Todos los autores consideran posible el salto tipo F solo cuando se cumplen las condiciones para formar el tipo D y, por lo mismo, que ambos pueden confundirse (Sotelo, 1990).

Para todos los tipos de salto también existen gráficas elaboradas para determinar más rápido un cálculo.

Determinación del tipo de salto

Para la aplicación de los criterios antes expuestos, el paso inicial consiste en determinar el tipo de salto que ocurre en canales de pendiente mixta, a partir del tirante supercrítico d_1 , el de salida y_1 y la pendiente inicial. Para ello se puede seguir un procedimiento relativamente sencillo, como el que indica la figura 3.25

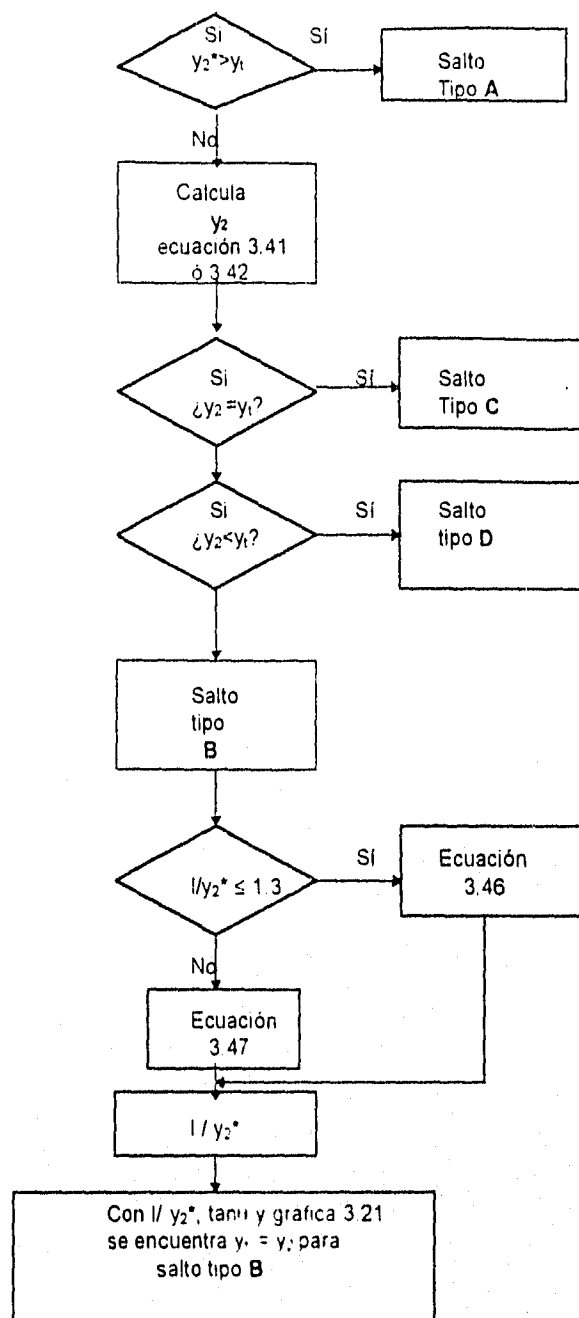


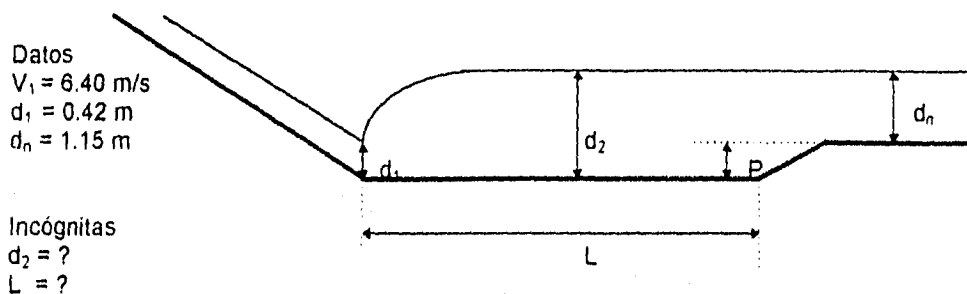
Figura 3.25 Secuela en la obtención del tipo de salto en canales con pendiente

3.5 Ejemplos

3.5.1 Ejemplo 1

Se pretende construir un tanque amortiguador (capítulo 4), para disipar energía a la salida de una presa. Al pie de la rápida existe un canal de sección rectangular. La velocidad del agua es de 6.40 m/s en ese sitio, y el espesor del chorro (tirante conjugado menor), de 0.42 m, el tirante normal (tirante de salida) en el canal es de 1.15 m. ¿Que profundidad y que longitud se aconseja deba darse al tanque amortiguador en ese canal?

El ejemplo intenta dar una idea de las dimensiones en un tanque amortiguador con base en el salto hidráulico que se presenta en él.



De la ecuación 3.22

$$\frac{d_2}{d_1} = \frac{1}{2} \left[\sqrt{1 + 8F_1^2} - 1 \right]$$

Despejando d_2 , Se tiene

$$d_2 = \frac{d_1}{2} \left[\sqrt{1 + 8F_1^2} - 1 \right]$$

donde

$$F_1^2 = \frac{V_1^2}{gd_1} = \frac{(6.40)^2}{(9.81)(0.42)} = 9.941 \text{ o sea } F_1 = 3.153$$

Por lo que

$$d_2 = \frac{d_1}{2} \left[\sqrt{1 + 8F_1^2} - 1 \right] = \frac{0.42}{2} \left[\sqrt{1 + 8(9.941)} - 1 \right] = 1.674 \text{ m}$$

La profundidad necesaria para el colchón, será la diferencia entre el conjugado d_2 y el tirante normal d_n en el canal de salida

$$p = d_2 - d_n = 1.674 - 1.15 = 0.524 \text{ m}$$

Es conveniente dar un bordo libre a la sección del salto por lo que se incrementará en un 15% el tirante conjugado mayor quedando de la siguiente manera

$$p = 1.15d_2 - d_n = 1.925 - 1.15 = 0.7651 \text{ m}$$

Si este último paso se hace con energías, se tiene:

el gasto unitario

$$q = d_1 V_1 = 0.42(6.40) = 2.688 \text{ m}^3/\text{s}, \text{ luego}$$

$V_2 = q / d_2 = 2.688 / 1.674 = 1.606 \text{ m/s}$, por lo que su energía ecuación 2.4 será:

$$E_2 = d_2 + V_2^2 / 2g = 1.674 + 1.606^2 / 19.62 = 1.805 \text{ m}$$

la velocidad en el canal de salida

$$V_n = q / d_n = 2.688 / 1.15 = 2.337 \text{ m/s}$$

La energía en el canal de salida es:

$$E_n = d_n + V_n^2 / 2g = 1.15 + 2.337^2 / 19.62 + P = 1.805 \text{ m},$$

despejando P se tiene:

$p = 1.805 - 1.428 = 0.377 \text{ m}$. que comparado con $p = 0.524 \text{ m}$ (sin considerar energía) se tiene una diferencia del 28% en la profundidad, lo cual es bastante significativa.

Se ha observado que la longitud apropiada del colchón (en el cual se disipa la mayor parte de la energía cinética), es de 5 a 7 veces la altura del salto, en la práctica se ha adoptado que sea de 5 veces, y unir el fondo del colchón con el del canal de salida por medio de una rampa cuya pendiente es de 2:1 a 4:1.

Por lo que

$$L = 5(d_2 - d_1) = 5(1.674 - 0.42) = 6.27 \text{ m}.$$

Sí se compara este resultado con el obtenido por la gráfica 3.24, en la cual se tiene

Para un número de Froude $F_1 = 3.153$, de gráfica se obtiene un $L / y_2 = 5.35$

Por lo que

$$L = 5.35 (y_2) = 5.35 (1.674) = 8.956 \text{ m}$$

Como se podrá observar la discrepancia entre longitudes es notable, este último valor se acerca mas al primer cálculo, cuando se utiliza el coeficiente de 7 en vez de 5, como se observa en seguida

$$L = 7(d_2 - d_1) = 7 (1.674 - 0.42) = 8.778 \text{ m.}$$

Comentarios:

En este tema de la longitud del salto, se ha experimentado bastante. Todavía no existe un acuerdo al grado de que algunos autores consideran como fin del salto donde termina el remolino, mientras que otros lo consideran después de este.

Como se pudo ver en el ejemplo muchas veces se adoptan criterios diferentes para solucionar el mismo problema, en este caso se compara una relación $L / (d_2 - d_1)$ con un rango amplio, que bien podría dibujarse y la gráfica que relaciona L / d_2 . Considero un mejor criterio para este caso las gráficas del USBR (L / d_2) porque un rango mas estrecho de solución y se acerca más al valor real.

Se adopta en el primer criterio un margen entre 5 y 7 veces el tirante conjugado mayor, porque en los experimentos en canales horizontales (se observa que un salto estable está comprendido entre estos valores), según se muestra en las gráficas de las figuras 3.9 y 3.24 (aunque estas gráficas son para L / y_2 , se considera válida para este caso).

Respecto a la profundidad del disipador de energía, se hizo la aclaración con la ecuación correspondiente porque en un principio no se considera la energía cinética que cambia del disipador a la salida y debido a este análisis se podrá reducir dicha profundidad, esto muestra la importancia de la ecuación de la energía en los cálculos hidráulicos.

3.5.2 Ejemplo 2

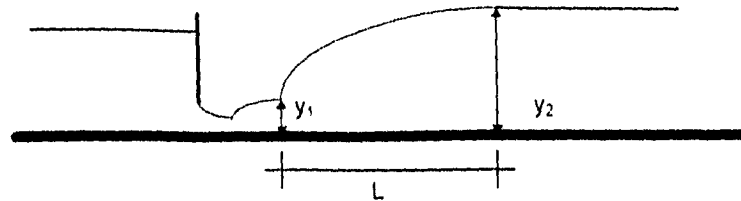
En el experimento de Bidone se encontró que, para $V_1 = 1.704$ m/s y $y_1 = 0.063$ m en un canal rectangular, el tirante conjugado y_2 fue de 0.187 m. Determine: a) la profundidad alterna, b) el tirante conjugado teórico, c) la pérdida de energía en el salto, d) la pérdida relativa, e) la eficiencia, f) la altura relativa, g) la longitud, y h) el tipo de salto.

Datos

$$V_1 = 1.704 \text{ m/s}$$

$$y_1 = 0.063 \text{ m}$$

$$y_2 = 0.187 \text{ m}$$



Incógnitas

a) $y'_2 = ?$

b) $y_2 = ?$ (teórica)

c) $\Delta E = ?$

d) $(\Delta E/E_1) = ?$

e) $(E_2/E_1) = ?$

f) $(h_1/E_1) = ?$

g) $L = ?$

h) ¿Tipo de salto? = ?

Al tirante alterno se le designará por y'_2 , para distinguirlo del tirante conjugado y_2

Solución:

a) Cálculo del tirante alterno, usando la ecuación 2.4 y gasto unitario $q = Q/b$, donde Q es el gasto total que pasa por la sección y b es el ancho del canal.

$$q = V_1 y_1 = (1.704)(0.063) = 0.107 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}.$$

$$E_1 = y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = 0.063 + \frac{1.704^2}{2(9.81)} = 0.211 \text{ m}.$$

$$E_1 = E_2 = y_2 + \frac{V_2^2}{2g} = y_2 + \frac{q^2}{2gy_2^2} = 0.211 \text{ m}$$

$$y_2 + \frac{0.107^2}{2(9.81)y_2^2} = 0.211$$

$$y_2^3 - 0.211y_2^2 + 5.835 \times 10^{-4} = 0$$

$$y_2 = 0.195 \text{ m}$$

b) De acuerdo con la ecuación 3.22

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{1}{2} \left[\sqrt{1 + 8F_1^2} - 1 \right]$$

$$F_1 = \frac{v_1}{\sqrt{gy_1}} = \frac{1.704}{\sqrt{9.81(0.063)}} = 2.16$$

$$y_2 = \frac{0.063}{2} \left[\sqrt{1 + 8(2.16)^2} - 1 \right] = 0.163 \text{ m}$$

c) De la ecuación 3.23

$$E_2 = y_2 + \frac{V_2^2}{2g} ; \quad V_2 = \frac{q}{y_2} = \frac{0.107}{0.163} = 0.656 \text{ m}$$

$$E_2 = 0.163 + \frac{(0.656)^2}{2(9.81)} = 0.185 \text{ m}$$

$$\Delta E = E_1 - E_2 = 0.211 - 0.185 = 0.026 \text{ m}$$

d) De la ecuación 3.23a

$$\frac{\Delta E}{E_1} = \frac{0.026}{0.211} = 0.123$$

e) De la ecuación 3.24

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{0.185}{0.211} = 0.877$$

f) De la ecuación 3.25

$$h_j = y_2 - y_1 = 0.163 - 0.063 = 0.1 \text{ m}$$

$$\frac{h_j}{E_1} = \frac{0.1}{0.211} = 0.474$$

g)

$$F_1 = 2.16, \text{ de la figura 3.20}$$

$$\frac{L}{y_2} = 4.42 \therefore L = 4.42(0.163) = 0.720 \text{ m}$$

h)

Como $F_1 = 2.16$, según figura 3.3 se tiene un salto débil)

Comentarios:

Aunque este salto no tiene pendiente sirve para ilustrar las propiedades que se vieron en la descripción general del salto en la apartado 3.3.1 (sección rectangular).

3.5.3 Ejemplo 3

Al pie de un vertedor en una presa, se forma un salto hidráulico, la rápida tiene una pendiente de 1:6, el tirante al inicio del salto es 0.381 m y la velocidad 22.86 m/s.

- 1) Determinar el tirante conjugado mayor y la longitud del salto si fuese el caso de un salto tipo A.
- 2) Determinar el tipo de salto, dimensiones y su ubicación cuando el tirante de salida y_1 es 10.668 m.
- 3) Que diferencias se aprecian entre un salto en un canal horizontal y uno en un canal inclinado.

Datos:

$d_1 = 0.381\text{m}$

$V_1 = 22.86\text{ m/s}$

Pendiente en la rápida 1:6

Incognitas

a) $y_2^* = ?$

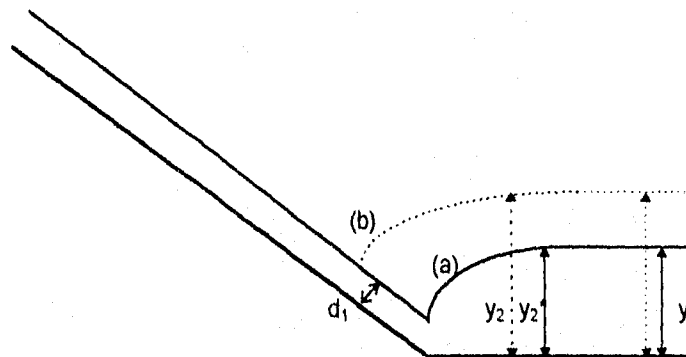
$L = ?$

b) $y_1 = 10.668\text{ m}$

Tipo = ?

$y_2 = ?$

$L = ?$



y_2^* corresponde al tirante conjugado mayor para un salto hidráulico en canal horizontal (tipo A)

$\tan \theta = 1/6 = 0.166666\dots$

$\theta = 9.462^\circ$

Solución

1)

Calculo del tirante conjugado mayor y_2

Para este caso corresponde al salto en un canal horizontal por lo que se usará la ecuación 3.44 que es muy parecida a la 3.22 solo que la primera difiere en que se agrega $\cos \theta$ para incluir el efecto de la pendiente de la rápida.

$$y_2^* = \frac{d_1 \cos \theta}{2} \left[\sqrt{1 + 8F_1^2} - 1 \right]$$

donde

$$F_1^2 = \frac{V_1^2}{gd_1 \cos \theta} = \frac{22.86^2}{9.81(0.381) \cos 9.462^\circ} = 141.745$$

o sea

$$F_1 = 11.91$$

por lo que

$$y_2^* = \frac{d_1 \cos \theta}{2} \left[\sqrt{1 + 8F_1^2} - 1 \right] = \frac{0.381 \cos 9.462^\circ}{2} \left[\sqrt{1 + 8(11.91)^2} - 1 \right] = 6.143 \text{ m}$$

Como para un salto tipo A $y_2^* = y_1$, entonces,

$$y_1 = 6.143 \text{ m.}$$

Si se hubiese considerado la ecuación 3.22 y sin tomar en cuenta la pendiente se tiene

$$\frac{d_2}{d_1} = \frac{1}{2} \left[\sqrt{1 + 8F_1^2} - 1 \right]$$

$$\text{donde } F_1 = \frac{V_1}{\sqrt{gd_1}} = \frac{22.86}{\sqrt{9.81 \times 0.381}} = 11.824, \text{ por lo tanto:}$$

$$d_2 = \frac{d_1}{2} \left[\sqrt{1 + 8F_1^2} - 1 \right] = \frac{0.381}{2} \left[\sqrt{1 + 8(11.824)^2} - 1 \right] = 6.184 \text{ m}$$

Cálculo de la longitud del salto

Cabe hacer la aclaración que algunos investigadores calculan la longitud del remolino L_r , mientras que otros calculan la longitud del salto L que va mas allá de la longitud del remolino.

Algunas ecuaciones que se van a usar fueron deducidas para salto hidráulico en canales inclinados (a, b y d).

a) Según Bradley y Peterka, ecuación 3.66

$$L_r / y_2^* = 6.1 + 4 \tan \theta, \text{ o sea } L_r = y_2^*(6.1 + 4 \tan \theta) = 6.143(6.1 + 0) = 37.472 \text{ m.}$$

b) Según F. Álamos y E. Gallardo, ecuación 3.68

$$\frac{L_r}{y_c} = 18(1 + 3 \tan \theta) - \frac{20}{F_1^{2/3}}$$

donde con la ecuación 2.6

$$y_c = \sqrt[3]{\frac{(V_1 d_1)^2}{g}} = \sqrt[3]{\frac{(22.86 \times 0.381)^2}{9.81}} = 1.977 \text{ m.}$$

por tanto

$$L_r = y_c \left[18(1 + 3 \tan \theta) - \frac{20}{F_1^{2/3}} \right] = 1.977 \left[18(1 + 0) - \frac{20}{(11.91)^{2/3}} \right] = 35.070 \text{ m.}$$

c) Según gráfica 3.24 del USBR

$$F_1 = \frac{V_1}{\sqrt{g d_1}} = \frac{22.86}{\sqrt{9.81(0.381)}} = 11.824$$

$$\frac{L}{y_2} = 6$$

$$L = 6(6.184) = 37.101 \text{ m.}$$

d) Según Stevens

$$k = \frac{v_1^2}{2g d_1 \cos \alpha} = \frac{(22.86)^2}{2(9.81) \cos 0^\circ} = 26.635$$

De apéndice A.1 figura A.4a $J = 10$

l se encuentra con figura A.7

$$l = 45, \text{ como } l = \frac{L}{d_1 \cos \alpha}$$

$$L = 45(0.381 \cos 0^\circ) = 17.145 \text{ m.}$$

Tanto para el USBR como para Stevens miden la longitud del salto (L), que como ya se dijo va más allá que la longitud del remolino (L_r)

Se puede concluir que para el salto hidráulico tipo A para las condiciones de este problema el resultado es el siguiente:

Tirante conjugado mayor $y_2 = 6.143$ m.

Longitud del salto $L = 37$ m.

2)

Calculo del tirante conjugado mayor y_2

No se conoce el tipo de salto, pero como $y_2^* < y_t$ de antemano se sabe que no es A, sino que es B, C o D, por lo que es de suponer que inicia en la rápida.

Primero se procede a calcular y_2

se calculará para un salto tipo C o D

a) con la ecuación (3.64)

$$\frac{y_2}{y_2^*} = 1 + 11.2(\tan\theta)^{3/2}$$

$$y_2 = y_2^* (1 + 11.2(\tan\theta)^{3/2}) = 6.143 \cos 9.462 \left[1 + 11.2(\tan 9.462)^{3/2} \right] = 10.667 \text{ m.}$$

$$y_2 = 10.667 \text{ m.}$$

b) Ahora usando la ecuación 3.62 (aunque se dedujo para salto tipo E.)

$$\frac{d_2}{d_1} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{1 + 8G_1^2} - 1 \right)$$

$$y_2 = \frac{d_1}{2 \cos\theta} \left(\sqrt{1 + 8G_1^2} - 1 \right)$$

con la expresión que Rajaratnam en 1967, estableció experimentalmente

$$G_1^2 = \frac{10^{0.054\theta}}{\cos^3 \theta} F_1^2 = \frac{10^{0.054(9.462)}}{\cos^3 9.462} 141.745 = 478.965$$

por lo que

$$y_2 = \frac{d_1}{2 \cos\theta} \left(\sqrt{1 + 8G_1^2} - 1 \right) = \frac{0.381}{2 \cos 9.462} \left(\sqrt{1 + 8(478.965)} - 1 \right) = 11.763 \text{ m}$$

$$y_2 = 11.763 \text{ m.}$$

ESTA TESIS NO DEBE
SALIR DE LA BIBLIOTECA

c) Un método más es el propuesto por F. Álamos y E. Gallardo, ecuación 3.67

$$\frac{d_2}{d_1} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{1 + 8F_1^2} - 1 \right) + \left(5.74 - \frac{3.21}{F_1^{2/3}} \right) (\tan\theta)^{3/2}$$

$$d_2 = 0.381 \left[\frac{1}{2} \left(\sqrt{1 + 8(11.91)^2} - 1 \right) + \left(5.74 - \frac{3.21}{(11.91)^{2/3}} \right) (\tan 9.462^\circ)^{3/2} \right] = 9.718 \text{ m}$$

$$y_2 = 9.718 / \cos 9.462^\circ = 9.852 \text{ m.}$$

Por la ecuación 3.64 el salto es tipo C ya que $y_2 = y_1$, pero por la ecuación 3.63 y 3.67 el salto es tipo B ya que $y_2 > y_1$, por esto se calculará de acuerdo a un salto tipo B, como sigue:

primeramente se determina la relación siguiente

$$\frac{y_1}{y_2} = \frac{10.668}{6.143} = 1.737, \text{ y como este valor es mayor a 1.3, según Bradley y Peterka, se usa la}$$

ecuación 3.47, donde

$$\frac{l}{y_2} = \frac{0.82}{(\tan\theta)^{0.78}} + \frac{\frac{y_1}{y_2} - 1.3}{\tan\theta} = \frac{0.82}{(\tan 9.462^\circ)^{0.78}} + \frac{1.737 - 1.3}{\tan 9.462^\circ} = 3.317 + 2.622 = 5.939$$

para este valor según gráfica figura 3.21, le corresponde

$$\frac{y_1}{y_2} = 1.70$$

$$y_1 = 1.70(6.143) = 10.443 \text{ m}$$

$$y_1 = 10.443 \text{ m.}$$

No se puede hacer una comparación entre el método de Bradley y Peterka y Hager, ya que este último hizo estudios en pendientes a 45° (1988) y pendientes a 30° (1990), pero sí se puede con los estudios que hicieron Ohtsu y Yasuda en 1991. Con el fin de hacer la comparación, se tomará

el dato l/y_2^* calculado con la ecuación (3.47) de Bradkey y Peterka y se sustituirá en la ecuación de Ohtsu y Yasuda.

De la ecuación 3.47

$$l = (y_2^*)(5.939) = (6.143)(5.939) = 36.483 \text{ m}$$

Por lo que el salto se ubica $= 36.483/\cos 9.462^\circ = 36.986 \text{ m}$ aguas arriba de la unión de los dos canales.

la ecuación de Ohtsu y Yasuda

$$\frac{l}{y_2^*} = \left(\frac{2.3}{(\tan \theta)^{0.73}} - 0.8 \right) \left(\frac{y_1}{y_2^*} - 1 \right)^{0.75}$$

por lo tanto

$$\frac{36.483}{6.143} = \left(\frac{2.3}{(\tan 9.462^\circ)^{0.73}} - 0.8 \right) \left(\frac{10.668}{6.143} - 1 \right)^{0.75}$$

$$5.939 = (7.707)(0.795)$$

$$5.939 = 6.128$$

o sea

$$l = 6.128(6.143) = 37.645 \text{ m}$$

Cálculo de la longitud del salto

Cabe hacer la aclaración que algunos investigadores calculan la longitud del remolino L_r mientras que otros calculan la longitud del salto L que va mas allá de la longitud del remolino.

a) Según Bradley y Peterka, ecuación 3.66

$$L_r / y_2^* = 6.1 + 4 \tan \theta, \text{ o sea } L_r = y_2^*(6.1 + 4 \tan \theta) = 6.143(6.1 + 4 \tan 9.462^\circ) = 38.496 \text{ m.}$$

b) Según F. Álamos y E. Gallardo, ecuación 3.68

$$\frac{L_r}{y_c} = 18(1 + 3 \tan \theta) - \frac{20}{F_1^{2/3}}$$

donde con la ecuacion 2.6

$$y_c = \sqrt[3]{\frac{(V_1 d_1)^2}{g}} = \sqrt[3]{\frac{(22.86 \times 0.381)^2}{9.81}} = 1.977 \text{ m.}$$

por tanto

$$L_r = y_c \left[18(1 + 3 \tan \theta) - \frac{20}{F_1^{2/3}} \right] = 1.977 \left[18(1 + 3 \tan 9.462^\circ) - \frac{20}{(11.91)^{2/3}} \right] = 45.797 \text{ m.}$$

c) Según gráfica 3.24 del USBR

$$F_1 = \frac{v_1}{\sqrt{g d_1}} = \frac{22.86}{\sqrt{9.81(0.381 \cos 9.462)}} = 11.91$$

$$\frac{L}{y_2} = 4$$

$$\therefore L = 4(11.049) = 44.196 \text{ m.}$$

d) Según Stevens

$$k = \frac{v_1^2}{2g d_1 \cos \alpha} = \frac{(22.86)^2}{2(9.81) \cos 9.462^\circ} = 70.872$$

De apendice A.1 figura A.4a $J = 31.1$

l se encuentra con figura A.7

$$l = 128, \text{ como } l = \frac{L}{d_1 \cos \alpha}$$

$$L = 128(0.381 \cos 9.462^\circ) = 48.105 \text{ m.}$$

Según Ohtsu y Yasuda para un salto tipo B, ($0^\circ < \theta \leq 19^\circ$ y $4 \leq F_1 \leq 14$)

$$\frac{L_j}{y_2} = 5.75 \tan \theta + 5.70$$

por lo tanto despejando y sustituyendo, tenemos:

$$L_j = (5.75 \tan 9.462^\circ + 5.70)(6.143) = 40.902 \text{ m}$$

L_j longitud del salto

Tanto para el USBR como para Stevens miden la longitud del salto (L), que como ya se dijo va mas allá que la longitud del remolino (L_r)

Resultado:

Salto tipo B

Tirante conjugado mayor $y_2 = 10.443 \text{ m}$

Longitud del salto $L = 40.902 \text{ m}$.

3)

Las diferencias entre un salto hidráulico en un canal horizontal y uno en canal inclinado son las siguientes:

El tirante conjugado mayor de un salto hidráulico en un canal horizontal es menor que en uno en canal inclinado.

La longitud de un salto hidráulico en un canal horizontal es menor que en un canal inclinado.

Como anexo al problema

Con el propósito de analizar todos los métodos y compararlos entre si se presentan a continuación los cálculos según las ecuaciones de:

- A) Kindsvater
- B) Stevens
- C) Gráficas del USBR
- D) Kennison
- E) Chow.

A) Kindsvater

En la ecuación de Kindsvater (apéndice A.1), se tiene el problema del parámetro de ϕ , que no está definido para una $\lambda > 50$, como aquí se presenta sin embargo se calcula para observar la diferencia contra los otros cálculos.

ϕ coeficiente de presión dinámica que depende de Y y F_1

λ Factor de flujo cinético = F^2

$$\lambda = \frac{v_1^2}{gd_1} = \frac{(22.86)^2}{(9.81)(0.381)} = 139.328$$

$$\phi = 2.58 - 0.021\lambda = 2.58 - 0.021(139.75) = -0.37475, \text{ se considera } 1$$

$$y_2 = \frac{d_1}{2 \cos \theta} \left(\sqrt{\frac{8\lambda \cos^3 \alpha}{1 - 2\phi \tan \alpha} + 1} - 1 \right) = \frac{0.381}{2 \cos 9.462^\circ} \left(\sqrt{\frac{8(139.328 \cos^3 9.462)}{1 - 2(1)\tan 9.462} + 1} - 1 \right) = 7.545 \text{ m}$$

B) Según Stevens:

$$k = \frac{v_1^2}{2gd_1 \cos \alpha} = \frac{(22.86)^2}{2(9.81)(0.381) \cos 9.462} = 70.872$$

$$0 = \alpha$$

$$\text{De figura A.4a (A.1) } J = 31.1 \text{ y } J = \frac{d_2}{d_1 \cos \alpha}$$

$$d_2 = J(d_1 \cos \alpha) = 31.1(0.381 \cos 9.462) = 11.688 \text{ m.}$$

Como dato de interés se estima la pérdida de energía en el salto

En la figura A.4b (A.1) se encuentra que para el valor de J corresponde

$$i_g = 62, \text{ como } i_g = \frac{l_g}{d_1 \cos \alpha}$$

$$l_g = i_g d_1 \cos \alpha = 62(0.381 \cos 9.462^\circ) = 23.3 \text{ m o } 67\% \text{ de la energía inicial (figura A.5 A.1)}$$

Nota: Stevens (apéndice A.1), participa en la discusión sobre el artículo de Kindsvater.

C) Gráficas 3.23 del USBR

$$F_1 = \frac{v_1}{\sqrt{gd_1 \cos \theta}} = \frac{22.86}{\sqrt{9.81(0.381 \cos 9.462^\circ)}} = 11.91$$

$$\frac{d_2}{d_1} = 29$$

$$d_2 = 29(0.381) = 11.049 \text{ m}$$

D) Kennison

Si el salto fuera tipo E, se haría lo siguiente:

De la ecuación 3.75 y 3.77, se tiene

$$\frac{d_2}{d_1} = \frac{y_2}{y_1} = \frac{1}{2} \left[\sqrt{1 + 8A_1^2} - 1 \right]$$

$$d_2 = \frac{d_1}{2} \left[\sqrt{1 + 8A_1^2} - 1 \right]$$

$$A_1^2 = \frac{\frac{F_1^2}{L \sin \theta}}{\cos \theta - \frac{d_2 - d_1}{L \sin \theta}} = \frac{\frac{F_1^2}{L \sin \theta}}{\cos \theta - \frac{L \sin \theta}{\cos \theta (y_2 - y_1)}}$$

Tomando el criterio de Kennison

$$X = L(y_2 - y_1) \cos \theta = 3$$

se tiene

$$A_1^2 = \frac{\frac{F_1^2}{L \sin \theta}}{\cos \theta - \frac{L \sin \theta}{\cos \theta (y_2 - y_1)}} = \frac{141745}{\cos 9.462^\circ - (3) \sin 9.462^\circ} = 287.390$$

$$y_2 = \frac{d_1}{2 \cos \theta} \left[\sqrt{1 + 8A_1^2} - 1 \right] = \frac{0.381}{2 \cos 9.462^\circ} \left[\sqrt{1 + 8(287.390)} - 1 \right] = 9.069 \text{ m}$$

$$y_2 = 9.069 \text{ m}$$

E) Chow, ecuación 3.73

$$\frac{d_2}{d_1} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{1 + 8G^2} - 1 \right)$$

donde

$$G = \frac{F_1}{\sqrt{\cos \theta - \frac{KL \sin \theta}{d_2 - d_1}}} = \frac{F_1}{\sqrt{\cos \theta - \frac{KL \sin \theta}{\cos \theta (y_2 - y_1)}}$$

Si se toman los parámetros de Kennison

$$K = 1$$

$$X = L / (y_2 - y_1) \cos \theta = 3$$

entonces

$$G = \frac{F_1}{\sqrt{\cos \theta - \frac{KL \sin \theta}{d_2 - d_1}}} = \frac{F_1}{\sqrt{\cos \theta - 1(3) \sin \theta}} = \frac{11.91}{\sqrt{\cos 9.462^\circ - 3 \sin 9.462^\circ}} = 16.959$$

por lo que

$$d_2 = \frac{d_1}{2} (\sqrt{1 + 8G^2} - 1) = \frac{0.381}{2} (\sqrt{1 + 8(16.959)^2} - 1) = 8.949 \text{ m}$$

$$y_2 = \frac{8.949}{\cos 9.462} = 9.073 \text{ m}$$

$y_2 = 9.073 \text{ m.}$

Resumen:

Calculo del tirante conjugado mayor y_2

Investigador	Tipo de salto			
	A	B	C o D	E
S.H.normal	6.143			
Bradley y Peterka		10.443	10.677	
Rajaratnam			11.763	
Alamos y Gallardo			9.852	
Kindsvater			7.545	
Stevens			11.688	
Chow (gráfica 3.19)			11.049	
Chow*				9.073
Kennison				9.069

*Se tomaron en cuenta los parámetros de Kennison

Longitud del salto para un salto tipo C o D

Investigador	L_r (m)	L (m)
Bradley y Peterka	38.496 (37.472)	
Alamos y Gallardo	45.797 (35.070)	
USBR		44.196 (37.101)
Ohtsu y Yasuda		40.902
Stevens		48.105 (17.145)

Nota: Los valores entre paréntesis se refieren a la longitud del salto para un canal horizontal.

Comentarios:

Para el inciso 1

La longitud del salto calculada por cuatro métodos diferentes da un valor muy parecido excepto el de Stevens que se separa bastante del resto.

El salto que tiene un tirante alterno mayor más grande es el tipo C, ya que conforme se sube en la rápida el tirante y su longitud son más pequeños.

Respecto de la evolución de los estudios en el tiempo, se observa que las técnicas más antiguas y más recientes difieren mas que nada en el uso de parámetros, pero que al final se llega a resultados similares, por lo que, la técnica por ejemplo de Kindsvafer sigue actual, obviamente para hacer estudios más recientes es muy común que se apoye o se haga referencia a ella.

Con nuevos experimentos se definen valores empíricos para las variables como K, G, A, etc. y se elaboran gráficas que siguen aproximadamente o se ajustan una ecuación.

Para el inciso 2:

Tanto Bradley y Peterka, Hager y Ohtsu y Yasuda sus estudios están encaminados al estudio de un salto hidráulico tipo B, y han hecho observaciones, ecuaciones y conclusiones respecto a ese salto, por lo que sus resultados tienen más peso respecto a los otros en este caso. Es de admirarse como los resultados de Bradley y Peterka obtenidos en 1957 y 1963, casi concuerdan con los calculados por Ohtsu y Yasuda de 1991, quiero concluir esta observación de la siguiente manera: "Las ecuaciones más sencillas nos llevan a resultados más satisfactorios y nos arrojan datos más confiables" más fácil de captar en caso de que haya un error por la simplicidad de la ecuación, no olvidemos que en este campo es de mucha experimentación y se llegamos a una ecuación lineal que bien, aunque hay que aclarar que no siempre se puede. Pero en este caso como ellos mismos lo constataron (Ohtsu y Yasuda) en varias pruebas de diferentes investigadores que daban errores respecto a su formula de 20% o 30 % que en experimentación no está nada mal.

3.5.4 Problema 4

Con la intención de hacer un cuadro comparativo del salto *tipo B* por los investigadores que lo estudiaron, el problema tres cambia su pendiente a 30° .

Se calcularan los datos de entrada para el nuevo problema:

Datos:

$$d_1 = 0.381$$

$$V_1 = 22.86$$

$$\theta = 30^\circ$$

$$y_1 = 8 \text{ m}$$

$$F_1^2 = \frac{V_1^2}{gd_1 \cos \theta} = \frac{22.86^2}{9.81(0.381) \cos 30^\circ} = 161.446$$

Por lo que $F_1 = 12.706$

$$y_2 = \frac{d_1 \cos \theta}{2} \left[\sqrt{1 + 8F_1^2} - 1 \right] = \frac{0.381 \cos 30^\circ}{2} \left[\sqrt{1 + 8(12.706)^2} - 1 \right] = 5.766 \text{ m}$$

Calculo del tirante conjugado mayor y_2

No se conoce el tipo de salto, pero como $y_2 < y_1$ de antemano se sabe que no es A, sino que es B, C o D, por lo que es de suponer que inicia en la rápida.

Primero se procede a calcular y_2

se calculará para un salto tipo C o D

a) con la ecuación (3.64)

$$\frac{y_2}{y_2^*} = 1 + 11.2(\tan \theta)^{3/2}$$

$$y_2 = y_2^* (1 + 11.2(\tan \theta)^{3/2}) = 5.766 \cos 30^\circ \left[(1 + 11.2(\tan 30^\circ)^{3/2}) \right] = 29.531 \text{ m.}$$

$$\frac{d_2}{d_1} = \frac{1}{2}(\sqrt{1+8G_1^2} - 1)$$

$$y_2 = \frac{d_1}{2 \cos \theta} (\sqrt{1+8G_1^2} - 1)$$

con la expresión que Rajaratnam en 1967, estableció experimentalmente

$$G_1^2 = \frac{10^{0.054\theta}}{\cos^3 \theta} F_1^2 = \frac{10^{0.054(30^\circ)}}{\cos^3 30} 161.446 = 1036.1805$$

por lo que

$$y_2 = \frac{d_1}{2 \cos \theta} (\sqrt{1+8G_1^2} - 1) = \frac{0.381}{2 \cos 30^\circ} (\sqrt{1+8(1036.1805)} - 1) = 63.025 \text{ m}$$

c) Un método más es el propuesto por F. Álamos y E. Gallardo, ecuación 3.67

$$\frac{d_2}{d_1} = \frac{1}{2}(\sqrt{1+8F_1^2} - 1) + \left(5.74 - \frac{3.21}{F_1^{2/3}}\right)^3 (\tan \theta)^{3/2}$$

$$d_2 = 0.381 \left[\frac{1}{2}(\sqrt{1+8(12.706)^2} - 1) + \left(5.74 - \frac{3.21}{(12.706)^{2/3}}\right)^3 (\tan 30^\circ)^{3/2} \right] = 36.153 \text{ m}$$

Se observa que por todos los métodos $y_2 \gg y_1$, por lo tanto es lo que se esperaba un salto tipo B, y se procede a hacer los cálculos para este salto por los siguientes criterios:

- a) Bradley-Peterka
- b) Hager
- c) Ohtsu y Yasuda
- d) Adam, Ruff, AlQuaser y Abt.

a) Bradley- Peterka

primeramente se determina la relación siguiente

$$\frac{y_1}{y_2} = \frac{10.668}{5.766} = 1.847, \text{ y como este valor es mayor a } 1.3, \text{ según Bradley y Peterka, se usa la}$$

ecuación 3.47, donde

$$\frac{l}{y_2} = \frac{0.82}{(\tan\theta)^{0.78}} + \frac{\frac{y_1}{y_2} - 1.3}{\tan\theta} = \frac{0.82}{(\tan 30)^{0.78}} + \frac{1.847 - 1.3}{\tan 30} = 1.259 + 0.947 = 2.206$$

para este valor según gráfica figura 3.21, le corresponde

$$\frac{y_1}{y_2} = 1.30$$

$$y_1 = 1.30(5.766) = 7.496 \text{ m}$$

$$l = 2.206(5.766) = 12.720$$

b) Hager(1990)

De la ecuación 3.47 de Bradley

$$l = (y_2^*)(5.939) = (5.766)(2.202) = 12.697 \text{ m}$$

$$z_1 = 12.697(\tan 30) = 7.330 \text{ m}$$

$$e = 10.668 - 7.330 = 3.338 \text{ m.}$$

$$e/y_2 = 3.338/7.330 = 0.455$$

$$Y = 3.75 \left(\frac{e}{y_2} \right)^{-0.575} + \frac{\sqrt{2}(F_1 - 3)}{\text{Th}\left(3 \frac{e}{y_2}\right)} = 3.75(0.023)^{-0.575} + \frac{\sqrt{2}(12.706 - 3)}{\text{Th}(3 \times 0.023)} = 5.898 + 15.642 = 21.54$$

$$y_2 = 21.54(0.381 \cos 30^\circ) = 7.107 \text{ m.}$$

c) Ohtsu y Yasuda

$$\frac{l}{y_2} = \left(\frac{2.3}{(\tan\theta)^{0.73}} - 0.8 \right) \left(\frac{y_1}{y_2} - 1 \right)^{0.75} = \left(\frac{2.3}{(\tan 30^\circ)^{0.73}} - 0.8 \right) \left(\frac{10.668}{5.766} - 1 \right)^{0.75} = 2.333$$

$$l = y_2^*(2.333) = 5.766(2.333) = 13.450 \text{ m.}$$

d) Adam, Ruff, AlQaser y Abt.

$$Y = \frac{Y_1}{a_1 - b_1 \frac{L_1}{H_1}}$$

$$Y_1 = 3.75 \left(\frac{e}{y_2} \right)^{-\tan \theta} + \frac{\sqrt{2}(F_1 - 3)}{\text{Th} \left[3.5 \left(\frac{e}{y_2} \right) \cos \theta \right]} = 3.75(0.455)^{-\tan 30^\circ} + \frac{\sqrt{2}(12.706 - 3)}{\text{Th}(3.5 \times 0.455 \cos \theta)} = 15.584$$

$$L_1 = y_2^2 (6.1 + 4 \tan 30^\circ) = 5.766(6.1 + 4 \tan 30^\circ) = 48.489 \text{ m}$$

$$H_1 = \frac{V_1^2}{2g} + d_1 \cos \theta + z_1 = \frac{22.86^2}{19.62} + 0.381 \cos 30^\circ + 7.330 = 34.298 \text{ m}$$

$$Y = \frac{15.584}{(1.838 + \tan 30^\circ) - (0.207 + 1.7 \tan 30^\circ) \frac{48.489}{34.298}} = 21.193$$

$$y_2 = 21.193(0.381 \cos 30^\circ) = 6.993 \text{ m}$$

Comentario:

Se compara el tirante conjugado mayor entre los métodos de Bradley, Hager y Adam, y se observa un valor muy similar, curiosamente entre mas reciente es la ecuación el valor es mas pequeño, da la impresión de que se afina mas, como se puede observar:

Investigador	y_2
Bradley- Peterka	7.496 m
Hager (1990)	7.107 m.
Adam (1993)	6.993 m.

Para el comparativo con la ecuación de Ohtsu y Yasuda con la ecuación de Bradley-Peterka se hizo con la ubicación del salto respecto a la unión de canales y se concluye que es muy parecido el resultado como se puede observar:

Investigador	l
Bradley- Peterka	12.720 m.
Ohtsu y Yasuda	13.450 m.

Como anexo al problema 4, si se pretendiera calcular el tirante conjugado con la ecuación de Kindsvater, modificando la velocidad ahora a 12 m/s, para poder usar su valor de ϕ , observe lo que pasaría:

$$d_2 = \frac{d_1}{2 \cos \alpha} \left[\sqrt{\frac{8 \lambda \cos^3 \alpha}{(1 - 2 \phi \tan \alpha)} + 1} - 1 \right]$$

donde:

$$\phi = \frac{y L_r}{d_2^2 - \frac{d_1^2}{\cos^2 \alpha}}$$

$$\phi = 2.58 - 0.021 \lambda$$

Como $\lambda = F_1^2 = 44.487$

Por lo que $\phi = 2.58 - (0.021)(44.487) = 1.646$

$$d_2 = \frac{0.381}{2 \cos 30^\circ} \left[\sqrt{\frac{8(44.487) \cos^3 30^\circ}{(1 - 2(1.646) \tan 30^\circ)} + 1} - 1 \right]$$

$$d_2 = \frac{0.381}{2 \cos 30^\circ} \left[\sqrt{-256.664 + 1} - 1 \right]$$

En el resultado aparece una raíz de un número negativo lo cual es un número imaginario, esto concluye en que cada ecuación es para cada experimento que se realiza y Kindsvater recalca esto en su artículo de 1944, cuando da respuesta a los participantes en la discusión de su escrito que la ecuación es válida para una pendiente de 1/6.

Se hizo esta prueba para ver si cumpliendo el límite de λ que el marca para su ecuación daría un resultado satisfactorio, pero no, hay que cumplir también para la pendiente 1/6 en este caso

3.5.5 Ejemplo 5

Calcular la relación d_2/d_1 para un canal con pendiente y rugosidad, el cual tiene las siguientes características:

Datos

$I = 9\%$ (rugosidad)

$L_r = 60$ cm, longitud de rugosidad medida sobre la plantilla.

$h = 2 \text{ cm}$, altura de la rugosidad

$S_0 = 0 - 0.25$

Se hará el cálculo numérico de $S_0 = 0$ y 0.25 , basado en el trabajo "Prediction of the sequent depth ratio of hydraulic jump on rough sloping channel floors" (apéndice A.2).

a) cálculo de C_s , por medio de la ecuación 9 (apéndice A.2)

$$C_s = 0.00196 + 7.234S_0 - 28S_0^2 + 48.465S_0^3$$

$$C_s = 0.00196 + 7.234(0) - 28(0)^2 + 48.465(0)^3 = 0.00196$$

$$C_s = 0.00196 + 7.234(0.25) - 28(0.25)^2 + 48.465(0.25)^3 = 4.318$$

b) Cálculo de C_r , por medio de la ecuación 10 (apéndice A.2), para diferentes números de Froude,

F_1

$$\frac{C_r}{l} = 0.0006 \left(\frac{F_1 L_r}{lh} \right)^{0.90}$$

si

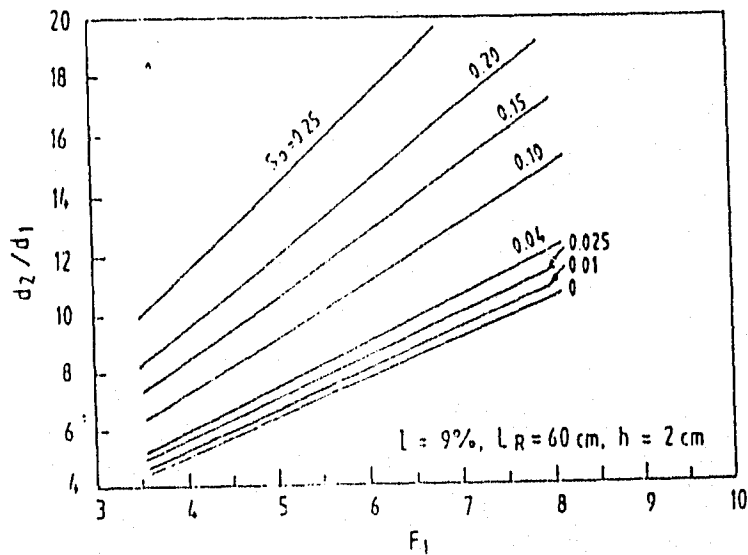
$F_1 = 7$

$$C_r = 0.09(0.0006) \left(\frac{7(0.60)}{0.09(0.02)} \right)^{0.90} = 0.058$$

c) Cálculo de la relación de tirantes conjugados d_2/d_1 , por medio de la ecuación 8 (apéndice A.2)

$$\frac{d_2}{d_1} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{8}{(1-C_s)\cos\theta} \left(1 - \frac{C_r}{2}\right) F_1^2} - 1 \right) = \frac{1}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{8}{(1-0.8177)\cos 14.04^\circ} \left(1 - \frac{0.058}{2}\right) F_1^2} - 1 \right) = 22.70 \text{ m}$$

d) Si se calcula esta relación, para diferentes pendientes entre 0 y 0.25, y para diferentes F_1 , se obtiene la siguiente gráfica.



Comentarios

Este problema se presenta en función de los avances que se han hecho en los saltos hidráulicos en canales inclinados, lo que se encontró son solo pruebas de laboratorio en canales de pequeñas dimensiones.

Se observa en la gráfica que la pendiente es directamente proporcional a la relación de tirantes conjugados, esto es a medida que la pendiente se incrementa, la relación entre tirantes conjugados también crece, lo mismo sucede respecto al número de Froude.

3.5.6 Programa de computo en qbasic para determinar tipo de salto y el valor de tirante conjugado mayor en un canal rectangular. de pendiente mixta.

a) Datos de entrada:

Velocidad inicial	V_1
Ángulo de inclinación	θ
Tirante conjugado menor	d_1
Tirante de salida	y_t

b) Programa:

```
DIM g, V1, teta, d1, yt, f1, y2a, A$, ys, g1
g = 9.81
CLS
INPUT "v1 "; V1
INPUT "Teta en °"; teta
INPUT "d1"; d1
INPUT "yt"; yt
'v1 = 22.86
'Teta = 9.462
'd1 = .381
'yt = 10.668
teta = teta / 57.2958

f1 = V1 / (SQR(g * d1 * COS(teta)))
g1 = 10 ^ (.054 * teta)

y2a = .5 * d1 * COS(teta) * (SQR(1 + (8 * f1 * f1)) - 1)

IF (y2a >= yt) THEN
  A$ = "A"
  ys = y2a
ELSE

IF (y2a < yt) THEN
  g1 = SQR(f1 ^ 2 * 10 ^ (.054 * teta * 180 / 3.1415926536#) / COS(teta) ^ 3)
```

```

ys = d1 * (SQR(1 + 8 * g1 ^ 2) - 1) / (2 * COS(teta))

IF (ys = yt) THEN A$ = "C"
IF (ys < yt) THEN A$ = "D"
END IF

IF (ys > yt) THEN
  A$ = "B"
  yt2a = yt / y2a
END IF

IF (yt2a <= 1.3) THEN
  ly2a = .82 / TAN(teta) ^ .78
ELSE
  ly2a = .82 / (TAN(teta) ^ .78) + ((yt / y2a) - 1.3) / TAN(teta)
END IF
END IF
PRINT "Es de Tipo "; A$
IF A$ = "B" THEN
  PRINT "El valor de ly2a ="; ly2a
  PRINT "Tan("; teta; ")="; TAN(teta)
  PRINT
  INPUT "Introduzca el valor de yt/y2a "; Fin
  PRINT "El valor de yt ="; Fin * y2a
ELSE
  PRINT "El resultado es ="; ys;
END IF

```

Si el programa se corre con los datos del ejemplo tres, el resultado es el siguiente:

```

V1?22.86
Teta en °? 9.462
d1? 0.381
Vt? 10.668
Es de tipo B
El valor ly2a=5.93779
Tan(0.165143)=0.166608
Introduzca el valor de yt/y2a? 1.7
El valor de yt=10.44236

```

" El salto hidráulico. Un fenómeno natural que el hombre emplea en las grandes obras de Ingeniería ".

CAPÍTULO 4 EL SALTO HIDRÁULICO EN OBRAS HIDRÁULICAS

Entre los usos del salto hidráulico se citan los siguientes:

- 1) *Disipar la energía* del agua que fluye sobre vertedores y otras estructuras hidráulicas, y prevenir de esta manera la socavación aguas abajo de estas estructuras.
- 2) *Recuperar altura* o aumentar el nivel del agua en el lado de aguas abajo de una canaleta de medición y mantener un nivel alto del agua en el canal de irrigación o de cualquier estructura para distribución de aguas.
- 3) *Aumentar el caudal* por debajo de una compuerta deslizante manteniendo alejada la profundidad de aguas abajo, debido a que la altura efectiva se reducirá si la profundidad de aguas abajo ahoga el resalto.
- 4) *Airear el agua* en sistemas de suministros urbanos
- 5) *Remover bolsas de aire* en las líneas de suministro de agua y prevenir el taponamiento por aire.

Desde un punto de vista práctico, el salto hidráulico es un medio útil para disipar el exceso de energía cinética en un flujo supercrítico. Su mérito está en prevenir la posible erosión aguas abajo de vertederos de rebose, rápidas y compuertas, debido a que se reduce rápidamente la velocidad de flujo sobre un piso protegido hasta un punto donde el flujo pierde su capacidad de socavar el lecho del canal natural aguas abajo.

4.1 Localización del salto

Como se dijo en el inciso 3.3.1f. El salto hidráulico ocurre en un flujo supercrítico cuando su tirante menor cambia abruptamente a su tirante mayor. Cuando las condiciones de tirante y F_1 satisfagan la ecuación 3.22 y además, debe considerarse la longitud del mismo. A continuación se presenta la figura 4.1 que muestra la localización de un salto hidráulico en tres casos comunes.

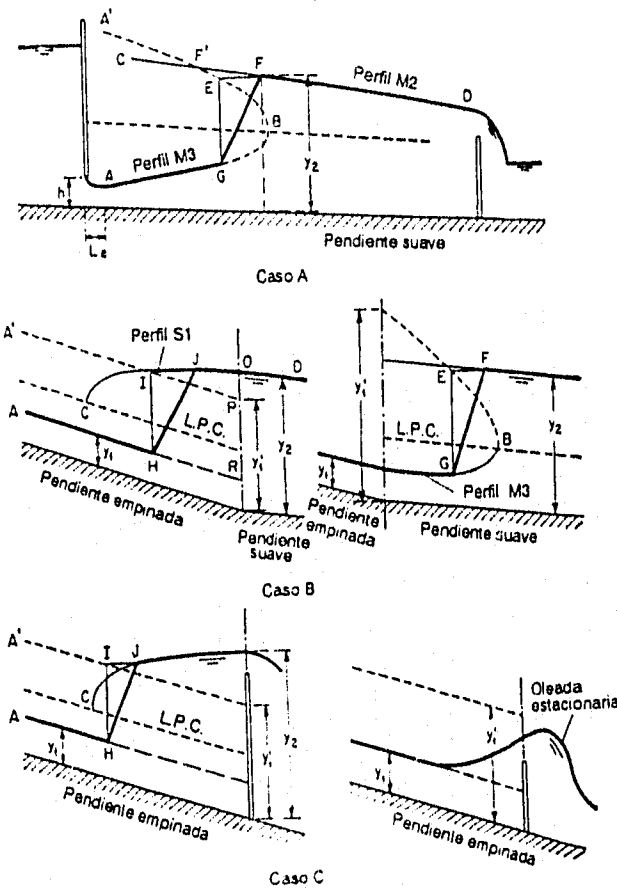


Figura 4.1 Localización de un salto hidráulico

El caso A muestra el salto por debajo de una compuerta deslizable y un vertedor de pared delgada en un canal de pendiente suave. Los perfiles AB y CD pueden identificarse con facilidad M3 y M2, respectivamente. La curva A'B es una gráfica de los tirantes conjugados con respecto AB. Mediante la posición de F', puede estimarse la longitud del salto. Mediante prueba y error (tanteos) puede encontrarse una intersección horizontal entre las curvas A'B y CD igual a la longitud del resalto. Por ejemplo, la distancia horizontal EF es igual a dicha longitud, correspondiente a la profundidad y_2 en F. Es claro que el salto se formará entre G y F, debido a que la profundidad en F es alterna a la profundidad en G y a que la distancia EF mide la longitud del salto. Nótese que si la longitud del salto no se hubiera considerado en el análisis, se consideraría que el salto se forma en el punto F' aguas arriba, dando como resultado un error representado por F'F. En el caso A, puede verse que al incrementar la profundidad del agua hacia aguas abajo o al subir la curva CD, el salto puede moverse hacia agua arriba. La profundidad de aguas abajo puede subirse hasta una altura para la cual el salto eventualmente se ahogue al frente de la compuerta deslizable. Al bajar la profundidad de aguas abajo o al disminuir CD el salto se moverá hacia aguas abajo.

Cuando existe un salto hidráulico por debajo de una compuerta deslizable, el flujo que sale de la compuerta formará un chorro que posee una vena contracta. La distancia L_c desde la vena contracta hasta la apertura de la compuerta deslizable a menudo es corta. Con respecto a esta distancia, existe una regla general adoptada, la cual establece que la vena contracta se localiza aproximadamente a una distancia $L_c = C_c a$ donde $C_c = 0.52$, desde la apertura de la compuerta deslizable.

El caso B muestra el salto en un canal que tiene un quiebre en su pendiente de fondo que cambia de pronunciada a suave. Por simplicidad, se supone que el flujo es uniforme a todo lo largo del canal con excepción del tramo entre el salto y el quiebre. El salto puede ocurrir en el canal pronunciado o en el suave, según si la profundidad aguas abajo y_2 es menor o mayor que el tirante y_1' conjugado a la profundidad de aguas arriba y_1 . Si la profundidad y_2 es mayor que y_1' , el salto ocurrirá en la región pronunciada. Luego la superficie curva OC es del tipo S1. La línea A'P indica el tirante conjugado a la línea AR. Ahora determine una intersección recta IJ entre A'P y CO, el cual es igual a la longitud del salto. Es claro que un salto HJ empezará en la sección que contiene a I. Si la profundidad y_2 se baja aproximadamente a algo menor que y_1' , el salto empezará a moverse dentro del canal suave. En este caso el salto se localiza como se describió en el caso A..

El caso C muestra el salto por detrás de una barrera de rebose. En teoría se formará un salto si la profundidad en la barrera es mayor que el tirante conjugado y_1' correspondiente a la profundidad supercrítica de aproximación y_1 . La localización del salto es igual a la del caso B si este ocurre en la

región pronunciada. Al aumentar la altura de la barrera el salto se moverá hacia agua arriba. Al disminuirla se moverá hacia aguas abajo. Cuando la profundidad de la barrera es menor que el tirante conjugado y_1' , la barrera será sobrepasada por una oleada estacionaria en la forma de un ascenso superficial ondular solitario, a la que no seguirán ondulaciones adicionales.

4.2 Tanques amortiguadores

La estructura terminal de una obra de excedencias, tiene por función disipar un alto porcentaje de la energía que posee el agua al llegar a ella, de forma que la que le quede no provoque daños. Una de las formas para conseguir esto es a través de el salto hidráulico, el cual se confina parcial o totalmente en un tramo del canal que se conoce como *tanque amortiguador* cuyo fondo se recubre para resistir la socavación. En la practica, el tanque disipador rara vez se diseña para confinar toda la longitud de un salto hidráulico libre sobre la zona revestida, debido a que sería muy costoso. En consecuencia a menudo se instalan accesorios para controlar el salto dentro del cuenco (como se verá mas adelante). El principal propósito de este control es acortar el rango dentro del cual el salto ocurrirá y por consiguiente reducir el tamaño y el costo del tanque disipador. El control tiene ventajas adicionales, debido a que mejora la función de disipación del tanque, estabiliza la acción del salto y, en algunos casos, incrementa el factor de seguridad del mismo tanque.

Se recomienda el uso de tanques amortiguadores con sección rectangular. Cuando por razones económicas se emplean tanques de sección trapecial se sugiere limitar la inclinación de sus taludes a un máximo de 0.5:1.

Cuando se considere construir un tanque amortiguador, es recomendable probar su diseño en un modelo hidráulico.

En trabajos importantes o en aquellos que involucran un gran número de tanques disipadores a menudo se necesitan diseños generalizados de los tanques por razones económicas y para cumplir requerimientos específicos. Estos diseños pueden desarrollarse a través de años de experiencia y observaciones sobre estructuras existentes, o mediante investigaciones en modelo, o ambos. Los tanques diseñados de esta manera a menudo están provistos de accesorios especiales incluidos bloques de rápida, umbrales y pilares deflectores

Los bloques en la rápida se utilizan para conformar una estructura dentada a la entrada del tanque disipador. Su función es partir el chorro de entrada y elevar una parte de él desde el piso,

produciendo una longitud de salto mas corta que la que sería sin ellos. Estos bloques también tienden a estabilizar el salto y por consiguiente a mejorar su comportamiento.

Los umbrales dentados, a menudo se colocan al final del tanque dissipador. Su función es reducir además la longitud del salto y controlar la socavación.

Para tanques grandes diseñados para altas velocidades de entrada, el umbral por lo general es dentado para llevar a cabo la función adicional de difundir la parte residual del chorro de alta velocidad que puede alcanzar el extremo del tanque.

Los pilares deflectores son bloques localizados en posiciones intermedias sobre el piso del tanque. Su función es disipar la energía principalmente mediante una acción de impacto. Los bloques deflectores son muy útiles en pequeñas estructuras con velocidades de entrada bajas. Sin embargo no son recomendables cuando las altas velocidades producen cavitación.

Las siguientes reglas para el diseño de un tanque dissipador con un canal de aproximación inclinado (tanque USBR V) se tomaron de las recomendaciones hechas por el U. S. Bureau of Reclamation.

- 1.- Determine el esquema de aproximación más económico para las condición de máximo caudal. Éste es el factor dominante y la única justificación para utilizar un canal de aproximación inclinado.
- 2.- Posicione el piso de manera que el frente del salto se forme en el extremo de aguas arriba de la pendiente para la condición de caudal y profundidad de salida máximos.
- 3.- La parte del salto que se confina en el tanque dissipador es una decisión del diseñador, y depende de la calidad del material en el lecho del río y otras condiciones. El canal de aproximación inclinado promedio cubre alrededor del 60% de la longitud del salto para la condición de caudal máximo.
- 4.- Con la pendiente de aproximación diseñada apropiadamente para la condición de máximo caudal, el siguiente paso es asegurar que la profundidad de salida y la longitud del tanque disponible para la disipación de energía sean suficientes.
- 5.- Un piso horizontal se comportará de manera adecuada en conjunto con un piso de aproximación inclinado para números de Froude altos, siempre y cuando se disponga de una profundidad de salida apropiada.
- 6.- La pendiente de la rápida aguas arriba de un tanque dissipador tiene muy pocos efectos sobre el salto siempre y cuando la distribución de velocidades y la profundidad de flujo sean razonablemente uniformes a la entrada del salto.
- 7.- Un pequeño umbral triangular sólido con su superficie inclinada hacia aguas arriba, localizada en el extremo final del tanque, es el único accesorio necesario. Éste sirve para levantar el flujo en el momento en el que se deja el canal revestido y actúa así como control de socavación. Sus

dimensiones no son críticas; la altura más efectiva se localiza entre 0.05 y 0.10 de la distancia vertical de la elevación del tirante conjugado mayor por encima del fondo del pie del salto, y la pendiente superficial puede ser de 3:1 a 2:1.

Existen muchos diseños generalizados de tanques disipadores que utilizan un salto hidráulico como medio para la disipación de energía. Los diseños más comunes de tanques son:

1) *Tanque disipador SAF*. Este tanque, proviene del inglés San Anthony Falls, cataratas de San Antonio, se desarrolló en el Laboratorio de Hidráulica San Anthony Falls, en la Universidad de Minnesota, para ser utilizado en pequeñas estructuras de drenaje. Tiene el mismo objeto que el tanque USBR II, pero resulta más económico, por lo que se sugiere su uso en estructuras pequeñas que no requieren un factor de seguridad tan alto como el que proporciona dicho tanque.

A partir de los estudios intensivos de muchas estructuras existentes y de investigaciones de laboratorio, el U.S. Bureau of Reclamation desarrolló varios tipos de diseño generalizados de tanques disipadores.

2) *El tanque USBR I* lo origina un salto hidráulico que ocurre en un piso plano, sin ningún accesorio, y puede diseñarse con facilidad siguiendo los principios de un salto hidráulico. Sin embargo, tal tanque por lo general, no es muy práctico, debido a que su longitud lo hace costoso y a su falta de control.

3) *El tanque disipador USBR II* se desarrolló para tanques disipadores de uso común en vertedores de presas altas y de presas de tierra y para estructuras de canales grandes. Es recomendable ayudar a la disipación de la energía por medio de dientes. El tanque contiene bloques en la rápida del extremo de aguas arriba y un umbral dentado cerca del extremo de aguas abajo. No se utilizan bloques de impacto debido a que las velocidades relativamente altas que entran al salto pueden causar cavitación en dichos bloques.

Estos tanques como ya se dijo son adecuados para obras de excedencias en presas altas o en presas de tierra.

El ancho y separación de los dientes del umbral de salida pueden reducirse, en caso de tanques angostos que implican pocos dientes, suponiendo que esta reducción se haga proporcionalmente. La reducción de ancho y separación mejora notablemente el funcionamiento hidráulico en tanques angostos, y en consecuencia estas dimensiones mínimas estarán gobernadas sólo por consideraciones estructurales.

La pendiente en la rápida anterior al tanque amortiguador no tiene efecto en el funcionamiento del tanque; a pesar de ello, se recomienda que, cuando la rápida tenga una pendiente igual o superior a 1:1, la intersección brusca entre rápida y tanque se reemplace con una curva de radio por lo menos igual a cuatro veces el conjugado menor.

4) *El tanque USBR III* se diseña para un propósito similar al SAF, pero tiene un factor de seguridad mayor, ajustado a las necesidades del Bureau. El comportamiento de este tanque indica que su longitud y la del salto pueden reducirse alrededor de un 60%, con accesorios en comparación con el 80% para el tanque tipo SAF. Por consiguiente el tanque SAF es más corto y más económico, pero menos seguro.

5) *El tanque USBR IV*. Este tanque se diseña para combatir el problema de un salto hidráulico oscilante, el cual genera una onda que es difícil de atenuar.

6) *El tanque USBR V* se utiliza cuando la economía estructural implica el uso de un canal de aproximación inclinado, el cual es usual en vertedores de presas altas.

De estos 6 tanques los más usados son tres, con las siguientes características.

1) *El tanque SAF* (figura 4.2). Se recomienda para ser utilizado en estructuras pequeñas de vertedores, obras de salida y canales donde $F_1=1.7$ a 17 . La reducción en la longitud del tanque conseguida por el uso de accesorios diseñados para el mismo es de alrededor del 80% (70% a 90%). Las reglas de diseño resumidas por el investigador Blaisdell, son las siguientes:

- 1.- La longitud L_B del tanque disipador para números de Froude $F_1= 1.7$ y $F_1= 17$ se determina mediante $L_B = 4.5 y_2 / F_1^{0.76}$.
- 2.- La altura de los bloques de entrada y del piso es y_1 y su ancho y espaciado es aproximadamente $0.75y_1$.
- 3.- La distancia desde el extremo de aguas arriba del tanque disipador hasta los bloques del piso es $L_B/3$.
- 4.- No deben localizarse bloques en el piso más cerca de las paredes laterales que $3y_1 / 8$.
- 5.- Los bloques del piso deben localizarse aguas abajo enfrentados a las aberturas entre los bloques de la rápida.
- 6.- Los bloques del piso deben ocupar entre el 40 y el 55% del ancho del tanque disipador.

7.- Los anchos y el espaciamiento de los bloques del piso para tanques disipadores divergentes deben incrementarse en proporción al aumento del ancho del tanque disipador en la sección donde se localizan los bloques.

8.- La altura del umbral de salida está dada por $c=0.07y_2$, donde y_2 es el tirante conjugado teórico, correspondiente a y_1 .

9.- El tirante de salida de aguas abajo por encima del piso del tanque disipador está dada por $y'_2 = (1.10-F_1^2/120)y_2$ para $F_1 = 1.7$ a 5.5 ; por $y'_2 = 0.85y_2$ para $F_1 = 5.5$ a 11 ; y por $y'_2 = (1.00-F_1^2/800)y_2$ para $F_1 = 11$ a 17 .

10.- La altura de los muros laterales por encima del tirante de salida máxima esperada dentro de la vida útil de la estructura está dada por $z = y_2/3$.

11.- Los muros de salida deben ser iguales en la altura a los muros laterales del tanque disipador y su parte superior debe tener una pendiente de 1:1.

12.- El muro de salida debe localizarse con un ángulo de 45° con respecto al eje central de la salida.

13.- Los muros laterales del tanque disipador pueden ser paralelos (como en un tanque disipador rectangular) o divergir como una extensión de los muros laterales de la transición (como en un tanque disipador trapezoidal).

14.- Debe utilizarse un muro cortina de profundidad nominal en el extremo del tanque disipador,

15.- El efecto de atrapamiento de aire, no se considera en el diseño del tanque disipador.

2) El tanque USBR II. Se recomienda para ser utilizado en estructuras grandes de vertedores, canales, etc. donde $F_1 > 4.5$. La longitud del salto y del tanque se reduce alrededor del 33% mediante el uso de accesorios. En la figura 4.3 se muestra el diseño detallado y los datos necesarios para el cálculo.

Las reglas recomendadas para el diseño son las siguientes:

1.- Fijar la elevación del piso para utilizar el tirante conjugado de aguas abajo completo, más un factor de seguridad adicional si es necesario. El tanque no debe diseñarse para una profundidad menor que el tirante conjugado D_2 . Para mayor seguridad el Bureau recomienda un margen de seguridad mínimo del 5% de D_2 , que debe sumarse al tirante conjugado D_2 .

2.- El tanque puede ser efectivo hasta un número de Froude 4, para valores menores no se garantiza que funciona.

3.- La longitud del tanque puede obtenerse de la curva de longitud del salto dada en la figura 4.3c.

4.- La altura de los bloques de la rápida es igual al tirante D_1 , del flujo que entra al tanque. El ancho y espaciamiento deben ser aproximadamente iguales a D_1 . Con respecto a las paredes laterales es preferible un espaciamiento igual a $0.5 D_1$.

5.- La altura del umbral dentado es igual a $0.2D_2$, y el ancho máximo y espaciamiento máximo recomendado son aproximadamente $0.15D_2$

6.- No es recomendable escalonar los bloques de la rápida y el umbral dentado.

7.- Es recomendable que la intersección aguda entre la rápida y el tanque se reemplace por una curva de radio razonable ($R > 4D_1$)

Nota: $D_1 = d_1$ tirante de agua en la rápida.

$D = d_2 = y_2$ tirante conjugado mayor a la salida del tanque.

3) *El tanque USBR IV* (figura 4.4). Se recomienda para ser utilizado en saltos donde $F_1 = 2.5$ a 4.5 , lo cual a menudo ocurre en estructuras de canal y en presas de derivación. Este tanque elimina la onda en su fuente, esto se lleva a cabo intensificando el remolino, que aparece en la parte superior del salto, con los chorros direccionales deflectados utilizando grandes bloques en la rápida cuyo número mínimo requerido para este propósito se muestra en la figura 4.4. Para un comportamiento hidráulico mejor, es conveniente construir estos bloques más angostos que lo indicado, preferiblemente con un ancho igual a $0.75D_1$, y fijar la profundidad de salida, de tal manera que sea un 5% a 10% mayor que la del salto. La longitud del tanque se hace igual a la del salto en un tanque disipador horizontal sin accesorios (L_1), y por consiguiente puede determinarse mediante la curva de la figura 3.9, (es decir, también igual a la longitud del tanque USBR I). El tanque IV solo se utiliza con secciones transversales rectangulares.

Nota $D_1 = d_1$ tirante del agua en la rápida.

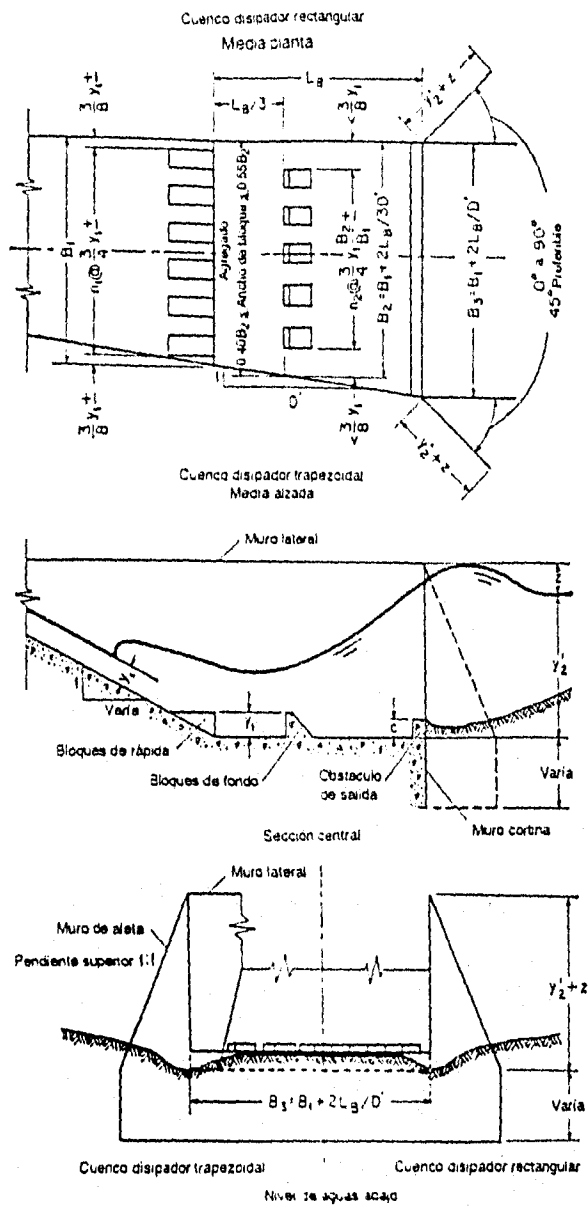


Figura 4.2 Dimensiones del tanque SAF

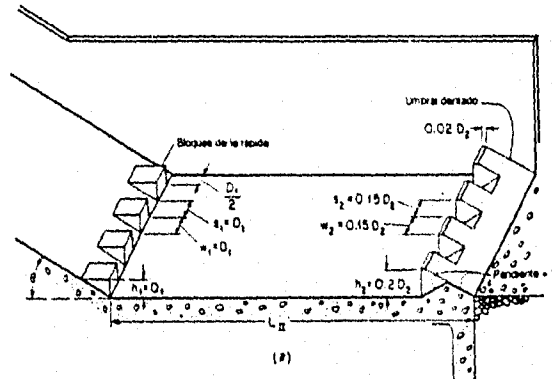
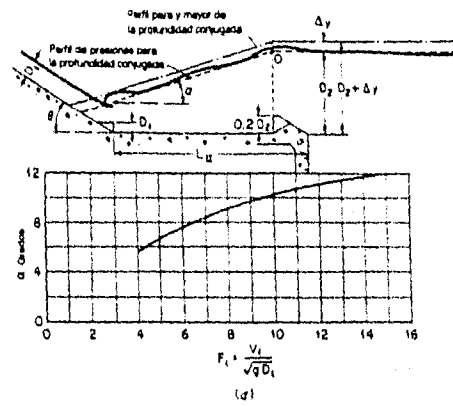
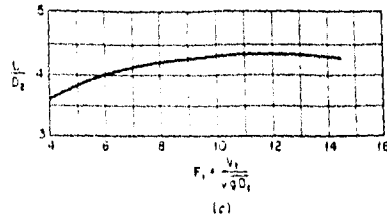
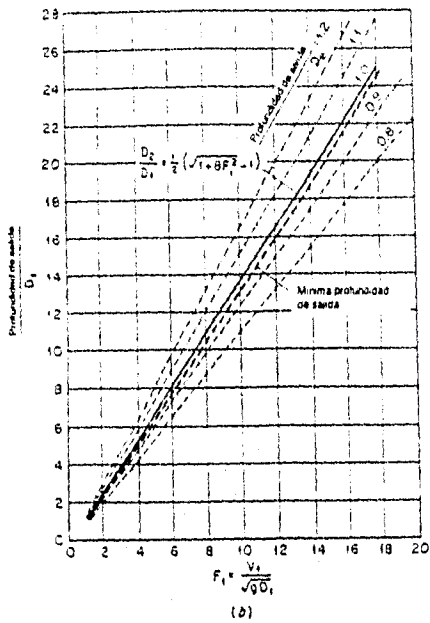
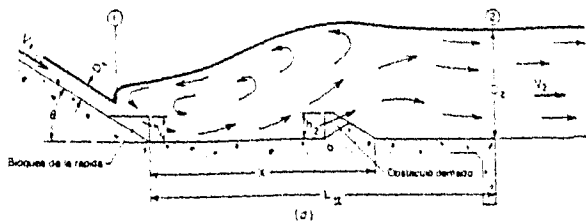


Figura 15-16 (continuación).

Figura 4.3 Curvas de diseño y dimensiones del cuenco USBR II

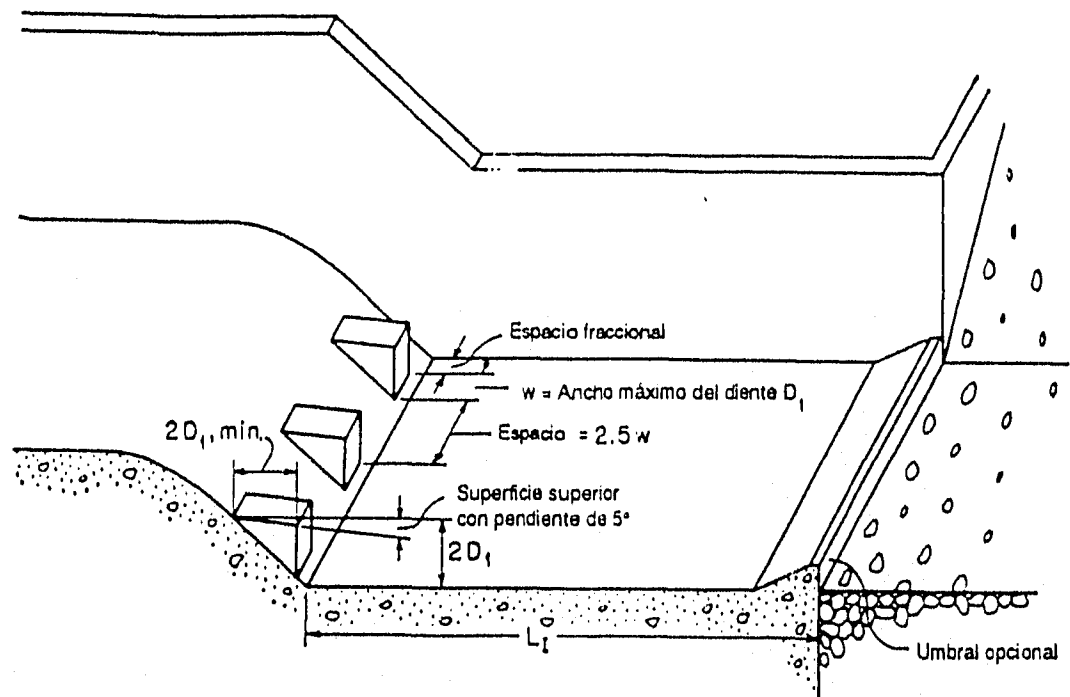


Figura 4.4 Dimensiones del cuenco USBR IV.

" El hombre se afana en encontrar explicaciones a los fenómenos que la naturaleza realiza con un orden impresionante ".

CAPITULO 5 CONCLUSIONES

Los saltos hidráulicos en canales inclinados se estudian básicamente para los vertedores o canales de pendiente mixta. Los saltos que se producen en las presas deben ser estudiados para diferentes gastos de descarga del vertedor y para varios valores de los tirantes del río aguas abajo, ya que esto provoca que se recorra el salto hacia aguas arriba. Si alcanza a llegar a la rápida surge el salto hidráulico en canales inclinados.

Básicamente en la tesis se trató de aportar un análisis y discusión de los aspectos más relevantes del salto hidráulico. A continuación se expone en forma explícita la respuesta a dos preguntas clave sobre el tema.

1.- ¿Que diferencia tiene un salto hidráulico en pendiente inclinada respecto a uno en canal horizontal?

Primordialmente la diferencia se centra en el peso del agua, en uno se considera y en el otro no, obviamente con este factor adicional, en el caso de los inclinados la ecuación de salto hidráulico

normal se modifica por el prisma del peso del agua y los tirantes conjugados no son verticales, sino perpendiculares a la plantilla del canal, es claro que cuando el canal tiene poca pendiente este factor no influya mucho en los cálculos, pero a medida que la pendiente sea mas fuerte este factor cada vez tiene mayor importancia.

Respecto a las ecuaciones, como se mencionó en los comentarios del capítulo 3 son numerosas y de varios autores, quienes han estudiado este salto. Sin embargo, la ecuación principal prácticamente es la misma, solo que algunos autores consideran en el efecto del peso del agua un factor adicional. Se vió en el ejemplo 3 que los resultados son similares a pesar de la diferencia en el tiempo que lo propusieron los autores; por ejemplo, para el caso de la ecuación para salto hidráulico tipo E, Kennison la plantea en 1944, Chow en 1959 y Argyroupoulos en 1962 y curiosamente, tiene mucha semejanza con la ecuación para salto tipo C o D y para salto convencional.

Ahora bien, para resolver estas ecuaciones, se observa una serie de ecuaciones empíricas para conocer el termino que involucra al peso del agua líámese G o K por su dificultad para resolverlo, se hacen pruebas de laboratorio. De los resultados de las pruebas se observa una determinada tendencia respecto al ángulo de inclinación de la rampa. Una vez conocido el termino es sencilla la aplicación de las ecuaciones..

Algunos autores utilizan el numero de Froude y otros el de factor cinético (el factor cinético es igual al cuadrado del numero de Froude) y alguno más en lugar de usar número de Froude o factor cinético usó directamente todas las variables que conforman ese número (se puede ver en algunos libros de ediciones antiguas como el de Trueba).

El estudio del salto hidráulico a la fecha ha tenido avances notorios sobre todo en la utilización del fenómeno. En grandes presas es muy frecuente que se construyan tanques amortiguadores en la parte baja de la rápida del vertedor para evitar que el agua vertida erosione aguas abajo.

En canales inclinados, el salto que mas se ha estudiado, como ya se mencionó es el tipo B. En la práctica es el salto que mas utilidad tiene, pero a medida que asciende sobre el canal inclinado, esto es, según que cambia del tipo A al D, su eficiencia (como medio natural de disipar energía), es cada vez menor para un mismo número de Froude.

2.- *¿Qué ventajas tiene el salto hidráulico en canal inclinado respecto al de canal horizontal?*

La ventaja principal es que el primero, reduce la longitud de el tanque amortiguador, esto por supuesto proporciona un ahorro en el costo de la obra, aunque hay que considerar que el tirante conjugado mayor es mas grande que su correspondiente en canal horizontal, por lo tanto habria que ver hasta donde conviene subir el salto a la rampa.

Se ha hecho hincapié en el salto tipo B, porque es el que mas se presenta en los disipadores de energía. Como ya se ha dicho, los otros saltos en canales inclinados son menos comunes. En la presente tesis (el problema 4, inciso 3.5.4) se analizó el salto tipo B a través de un problema para ver como lo contemplaban los investigadores en sus cálculos.

Es difícil generalizar ecuaciones para saltos en pendientes fuertes, con un poco que se altere una de las variables, el salto cambia mucho; por ejemplo en la ecuación de Adam, si la longitud del salto no es la adecuada, el tirante conjugado mayor se modifica notablemente. Podría decirse que para cada caso hay que hacer experimentación y todavía no se puede generalizar su aplicación.

Kindsvater dedujo su ecuación que involucra un factor ϕ para un canal con pendiente de 1/6, Hager propone su ecuación para canales inclinados a 30° y 45°, por lo que un comparativo entre estos dos autores no podría llevarse a cabo. Lo mismo se puede decir de Adam y de Ohtsu, por lo que se concluye que cada autor deduce sus ecuaciones para las condiciones de su experimento. No se pueden aplicar arbitrariamente porque, se ha visto en los ejemplos de esta tesis, que si una de estas ecuaciones se aplica para un canal con diferente pendiente a la empleada por el autor, pueden obtenerse valores que no ocurren en la naturaleza.

Se observa también que a medida que el tiempo pasa, las ecuaciones van involucrando a más variables y se hace más preciso el cálculo. Existen ecuaciones sencillas que dan una buena idea de los resultados.

Las ecuaciones de Kindsvater; como se puede ver en su artículo, son válidas para el canal y condiciones de sus ensayos. Se hace esta observación, por que en los comentarios del ejemplo 4 (cambiando la velocidad a 12 m/s) se hace una aplicación para valores diferentes para los que fue creada dicha ecuación y resulta un número negativo en el radical lo que la hace impropia. La razón es simplemente que no es aplicable el problema a esa ecuación puesto que se habla de una pendiente de 30° mientras que su estudio se basó en pendientes de 1/6 (9.462°).

El valor de ϕ , en el caso del artículo de Sotelo (1990), se plantea que va de 0 a 1 mientras que en artículos como el de Kindsvater (1944), Hickox (1944) el valor es superior a 1, o sea depende de la ecuación, por lo que hay que ver como esta evaluada ϕ para usarla.

Queda abierta la posibilidad para hacer experimentación de salto hidráulico en canales inclinados en sección trapezoidal.

Adicionalmente, de acuerdo con lo consultado para el presente trabajo, se requirió de mucha experimentación en laboratorio y observación del salto hidráulico en obras ya construidas para deducir ecuaciones que intentan descifrar las leyes de la naturaleza que rigen este fenómeno.

Así como se encontró una ecuación para canales horizontales, después de muchas pruebas, quizá en un futuro se encuentre un factor que afecte a la ecuación tradicional en canal horizontal para proporcionar el dato para canal inclinado.

Por otro lado de acuerdo a los datos en el trabajo un salto tipo E no se puede generalizar la ecuación para cualquier tipo de salto, mejor dicho cada salto (A, B, C, D, E), tendrá su propia ecuación, aunque se tenderá a que haya una sola.

Argyropoulos dedujo una ecuación aplicable a cualquier sección de canal prismático y realizo ensayos para una sección parabólica y triangular, por lo que cabe la posibilidad de hacer pruebas en canales trapeziales en un futuro.

También queda abierta la puerta para encontrar la ecuación de la curva que rige el perfil de un salto hidráulico en canales inclinados,

El salto hidráulico es un fenómeno único y sorprendente por la manifestación de la energía del agua. La fuerza de la naturaleza se hace presente en todo su esplendor, lo cual lo hace sumamente admirable.

Como se ha mencionado en el trabajo, mucho se ha estudiado y experimentado al respecto, y se podría decir ¡falta mucho por hacer!

El salto hidráulico, pudiera ser que se da como respuesta a la inercia de cambiar algo rápido a lento, como rechazo al cambio de algo acelerado porque cuando ocurre lo contrario la modificación es gradual.

Se puede decir que es una especie de choque contra una muralla líquida. El flujo con tirante pequeño no puede ascender más que con un gran salto brusco, lo cual libera gran cantidad de energía, parte de ella en forma de calor y otra en el movimiento del remolino superficial.

En la naturaleza se presentan saltos hidráulicos constantemente en ríos, arroyos o en cualquier corriente natural de agua.

Cuando se necesita que se disipe energía por medio de un salto hidráulico, hay que tomar en cuenta que "el agua no va hacer lo que el hombre quiera", sino que este debe proporcionar las condiciones idóneas para provocar dicho salto donde convenga.

Finalmente, un comentario personal. El salto hidráulico es un fenómeno que el agua hace al cambiar de régimen rápido a lento, ¿Porqué lo hace?, ¿se le puede llamar capricho de la naturaleza?, ¿leyes que tiene la naturaleza establecidas para este propósito?. Puesto que el hombre en este campo no inventa nada, sino que a través del tiempo, con su esfuerzo logra explicar el fenómeno y proponer algunas ecuaciones que se acercan al comportamiento que el agua tiene fijado desde su existencia.

Bibliografía

Ven Te Chow, 1994, traducido de su obra original en inglés "Open Channel Hydraulics", *Hidráulica de canales abiertos*, McGraw-Hill.

Samuel Trueba Coronel, 1979, "Hidráulica", C.E.C.S.A.

Gilberto Sotelo Ávila, 1990, "Salto hidráulico en canales de pendiente mixta", *Revista de Ingeniería de la Facultad de Ingeniería, UNAM*.

King, Wisler, Woodburn. 1980, traducido de la obra original en inglés "Hydraulics", *Hidráulica*, Trillas.

Gilberto Sotelo Ávila, 1993, "Apuntes de Hidráulica II", Facultad de Ingeniería, UNAM.

Kindsvater, C. E., 1944 "The hydraulic jump in sloping channels", *Transactions, ASCE*, Vol 109, paper No. 2228, pp. 1107-1154.

Stevens J.C. ., 1944, "Discussion of "The hydraulic jump in sloping channels", *Transactions, ASCE*, Vol 109, paper No. 2228, pp. 1107-1154

Kennison K.R., 1944, "Discussion of the hydraulic jump in sloping channels" *Transactions, ASCE*, Vol 109, paper No. 2228, pp. 1107-1154.

Argyropoulos, P. A., 1962, "General solution of the hydraulic jump in sloping channels", *proc. ASCE, J. Hydraulics Division*, Vol 88, Hy4, pp 61-75.

Rajaratnam, N. and Murahari, V., 1974 "Flow characteristics of sloping channel jumps", *Proc. ASCE, J. Hydraulics Division*, Vol. 100, HY6, pp. 731-740.

Hager, W. H. 1985, "B-jumps at abrupt channel drops ", *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE*, Vol.111, No. 5, May 1985, pp. 861-866.

Hager, W. H. 1988, "B-jump in sloping channel ", *J. Hydraulic Research*, Vol. 26, No. 5, pp. 539-558.

Kawagoshi, N., and Hager, W.H., 1990, " B- jump in sloping channel, II ", *Journal of Hydraulic Research*, Vol. 28, No. 4, pp. 461-480.

Ohtsu, I., and Yasuda, Y., 1991, " Hydraulic jump in sloping channels. ", *J. Hydraulic Engineering., ASCE*, Vol.117, No. 7, Julio. pp. 905-921.

Quarashi, A.A. y Al-Brahim, A.M. 1992, " Hydraulic jump in sloping channel with positive or negative step ", *Journal of Hydraulic Research*, Vol.30, No. 6, pp. 769-782.

Adam, A.M., Ruff, J.F., AlQuaser, G. y Abt, S.R. . 1993, " Characteristics of B-jump with diferent toe locations ", *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol 119. No. 8, Agosto , 1993, pp. 938-948.

Alhamid, A.A., Husain, D., Negm, A.M., 1994. " Prediction of the sequent depth ratio of hydraulic jump on rough sloping channel floors ", *Irrigation & Power*, Abril, 1994.

Comisión Federal de Electricidad, 1981, "Manual de Diseño de Obras Civiles, Obra de excedencia".

Apéndice

En este apartado se presentan los desarrollos de Kindsvater, por incluir una de las primeras ecuaciones del cálculo del salto hidráulico en canales inclinados y un resumen de los últimos avances en este tema salto hidráulico en canales rugosos en modelos a pequeña escala, sobre este tema hay poco de que hablar por que apenas se han iniciado las pruebas, se incluye en esta tesis por ser de lo último del tema aunque no se profundice.

Una disculpa por presentar las gráficas en inglés pero queriendo conservar la autenticidad de ellas y dado que algunas tienen mediciones en dichas figuras se presentan estas tal como son.

A.1 Kindsvater, 1944

Como ya se menciona, de los primeros estudios teóricos y experimentales más completos es el presentado por Kindsvater.

Este autor propone una clasificación del salto hidráulico en canales inclinados, puesto que este ocurre bajo diferentes condiciones en un gran número de formas relativas. Para facilitar su análisis es necesario clasificarlo en formas más comunes de salto en canales rectangulares abiertos. La figura A.1 muestra una selección de 4 casos básicos.

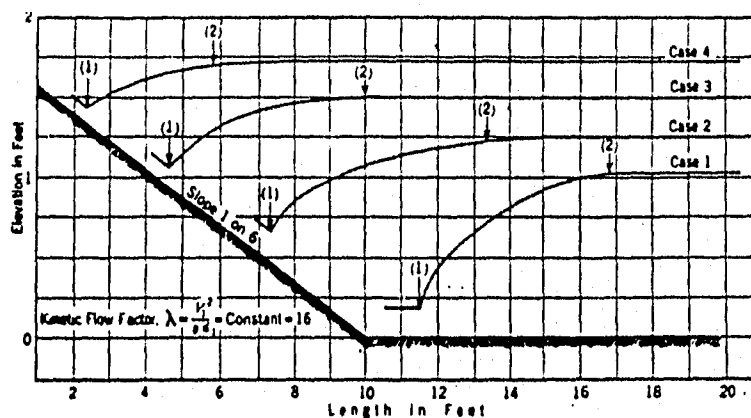


FIG. 1.—BASIC CASES OF THE HYDRAULIC JUMP IN SLOPING CHANNELS

Figura A.1 Casos básicos de el salto hidráulico en canales inclinados.

Caso 1 El remolino entero del salto ocurre sobre el piso horizontal, o sea es el caso de un salto hidráulico en un canal horizontal.

Caso 2, 3, y 4 Son formas comunes de salto en canales inclinados.

Caso 2 En este caso la turbulencia (remolino) empieza en el canal inclinado y termina en el canal horizontal.

Caso 3 En este caso la turbulencia inicia en el canal inclinado y finaliza en la unión del canal inclinado con el horizontal.

Caso 4 En este caso la turbulencia del salto empieza y termina el canal inclinado.

En cada uno de los casos la superficie del agua y el fondo del canal aguas abajo del salto, también como el eje de referencia se consideran horizontales. Bakhmeteff y Matzke investigaron un quinto caso, en el cual la superficie del agua aguas abajo del salto era paralela a la pendiente. Este caso ocurre en algunos canales naturales y en artificiales con grandes pendientes.

Hay un número práctico de limitaciones para la aplicación de un análisis del salto hidráulico en canales inclinados.

Análisis General del caso 3, con el término del remolino al final de la pendiente, así la profundidad del flujo en la sección 2 es el límite definido por la profundidad del tirante del agua.

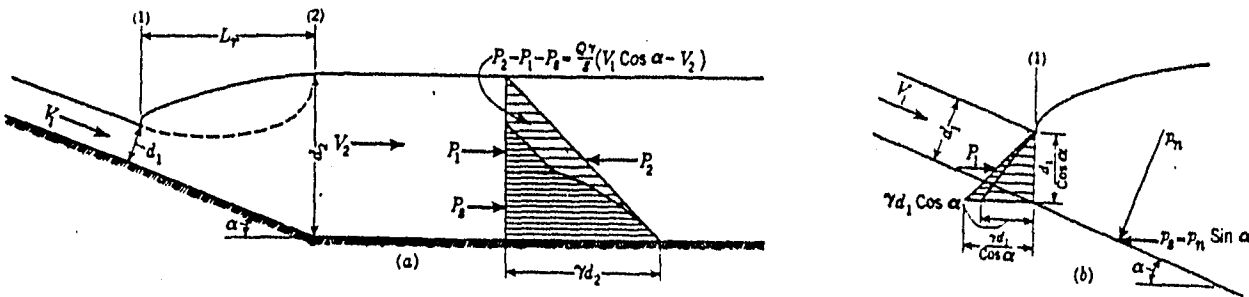


Figura A.2 Caso 3; Salto hidráulico en canales con pendiente, con el final del remolino en la unión de los pisos con pendiente y horizontal.

En la figura A.2 se muestra el caso 3 en un canal con pendiente de ángulo α , en el cual

$V_1 \cos \alpha$ es la componente horizontal de la velocidad media en la sección 1 al inicio del salto.

V_2 Es la velocidad media en la sección 2 al final de el salto.

P_1 y P_2 Las presiones mostradas en el diagrama en la figura A.2a, son las fuerzas horizontales debido a la presión sobre las secciones 1 y 2 respectivamente

P_s Es la componente horizontal de la presión total sobre el piso inclinado entre las secciones 1 y 2.

Despreciando la fricción la ecuación del principio de momentum quedaría para la fig. A.2, como sigue

$$P_2 - P_1 - P_s = \frac{Q\gamma}{g}(V_1 \cos \alpha - V_2) \quad (1)$$

El miembro derecho de la ecuación anterior es equivalente al tipo de cambio de la componente horizontal del momentum entre las secciones 1 y 2. Si la velocidad en la sección 2 es evaluada sobre una suposición de distribución de velocidad uniforme

$V_2 = \frac{Q}{A_2}$, entonces para un canal de ancho unitario

$$V_2 = \frac{V_1 d_1}{d_2} = \left[\frac{V_1 \cos \alpha \frac{d_1}{\cos \alpha}}{d_2} \right] \quad (2)$$

Sustituyendo esta expresión por V_2 en la primera ecuación, el cambio en el momentum sería

$$\frac{Q\gamma}{g} (V_1 \cos \alpha - V_2) = \frac{\gamma (V_1)^2 d_1 \cos \alpha}{g d_2} \left(d_2 - \frac{d_1}{\cos \alpha} \right) \quad (3)$$

Si la distribución de presión en la sección 2 es o se asume una presión hidrostática normal, luego P_2 en la ecuación primera quedaría para un canal de ancho unitario de la siguiente forma

$$P_2 = \frac{\gamma (d_2)^2}{2} \quad (4)$$

Ahora para la figura A.2, la ecuación de equilibrio para la sección 1 es

$$P_1 = \left(\frac{d_1}{\cos \alpha} \frac{\gamma d_1 \cos \alpha}{2} \right) = \frac{\gamma d_1^2}{2} \quad (5)$$

Pero es conveniente para el presente análisis sustituir en la ecuación anterior una aproximación

$$P_1 = \frac{\gamma d_1^2}{2 \cos^2 \alpha} \quad (6)$$

La terminación P_s en la ecuación 1 tiene que evaluarse en forma empírica midiendo en el laboratorio las presiones sobre el piso inclinado, P_s es proporcional al peso del cuerpo del fluido sobre la pendiente, además es una función que depende de la forma del salto. En este análisis es conveniente expresar P_s en términos de parámetros adimensionales ϕ , seleccionados para facilitar las operaciones algebraicas

$$P_s = \phi \left[\gamma d_2^2 - \frac{\gamma d_1^2}{\cos^2 \alpha} \right] \tan \alpha \quad (7)$$

donde

$$\phi = \frac{\gamma L}{d_2^2 - \frac{d_1^2}{\cos^2 \alpha}} \quad (8)$$

$$\phi = 2.58 - 0.021\lambda$$

para λ de 5 a 50

ϕ Es un coeficiente experimental, distinto para cada valor del factor de flujo cinético y para cada pendiente del canal.

La ecuación 4 puede ahora evaluarse en términos de las ecuaciones 6, 7, 9 y 10

$$\frac{\gamma d_2^3}{2} - \frac{\gamma d_1^2}{2 \cos^2 \alpha} - \phi \left[\gamma d_2^2 - \frac{\gamma d_1^2}{\cos^2 \alpha} \right] \tan \alpha = \frac{\gamma V_1^2 \cos \alpha}{g d_2} \quad (11)$$

La ecuación 11 es una ecuación completa para el salto hidráulico en canales rectangulares inclinados.

Para un uso práctico es deseable tener una ecuación para el tirante del agua d_2 . La ecuación 11 puede ser simplificada dividiendo en ambos lados por la expresión

$\frac{\gamma}{2} \left[d_2 - \frac{d_1}{\cos \alpha} \right]$, quedando

$$d_2 + \frac{d_1}{\cos \alpha} - 2\phi \left[d_2 - \frac{d_1}{\cos \alpha} \right] \tan \alpha = \frac{2V_1^2 d_1 \cos \alpha}{g d_2} \quad (12)$$

y la ecuación 12 puede resolverse para d_2

$$d_2 = \frac{d_1}{2 \cos \alpha} \left[\sqrt{\frac{8 V_1^2 \cos^3 \alpha}{g d_1 (1 - 2\phi \tan \alpha)} + 1} - 1 \right] \quad (13)$$

considerando que

$\frac{V_1^2}{g d_1} = \lambda$, = factor de flujo cinético, por lo que la ecuación 13 puede quedar escrita de otra forma

$$d_2 = \frac{d_1}{2 \cos \alpha} \left[\sqrt{\frac{8 \lambda \cos^3 \alpha}{(1 - 2\phi \tan \alpha)} + 1} - 1 \right] \quad (14)$$

La ecuación 14 es la ecuación general para el cálculo de d_2 , que es la profundidad del flujo en la sección 2, esta también es válida para los casos 3 o 4 del salto hidráulico en canales con pendiente.

Para el cálculo de la longitud se presenta la gráfica de la figura A.3.

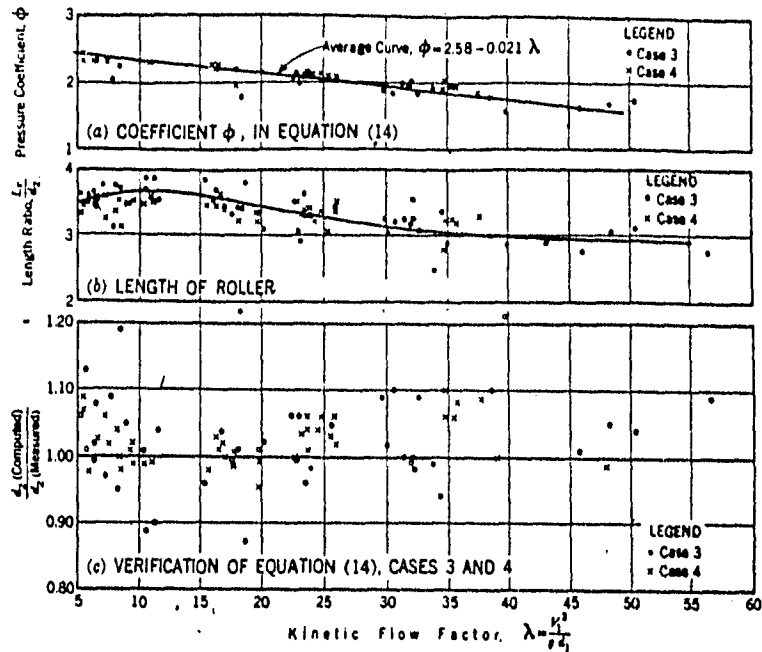


FIG. 6.—DIMENSIONLESS RELATIONSHIPS DERIVED FROM EXPERIMENT (SLOPE OF CHANNEL, 1 ON 6)
Eq. 14, Cases 3 and 4

Figura A.3 Relaciones dimensionales derivada de experimentos (pendiente del canal 1/6)

Dentro del cuadro de discusiones a este artículo Stevens presenta algunas consideraciones interesantes.
Este autor usa

a) Factor cinético (Kineticity).

$$k = \frac{V}{2gd \cos \alpha}$$

b) Altura adimensional del salto

c) Perdida específica de energía

$$i_s = \frac{l_s}{d_1 \cos \alpha}$$

d) Longitud del salto en relación a la energía específica potencial inicial

$$l = \frac{L}{d_1 \cos \alpha}$$

Además se presentan las gráficas A.4, A.5, A.6 y A.7, las cuales muestran estas ecuaciones anteriores de acuerdo con la experimentación.

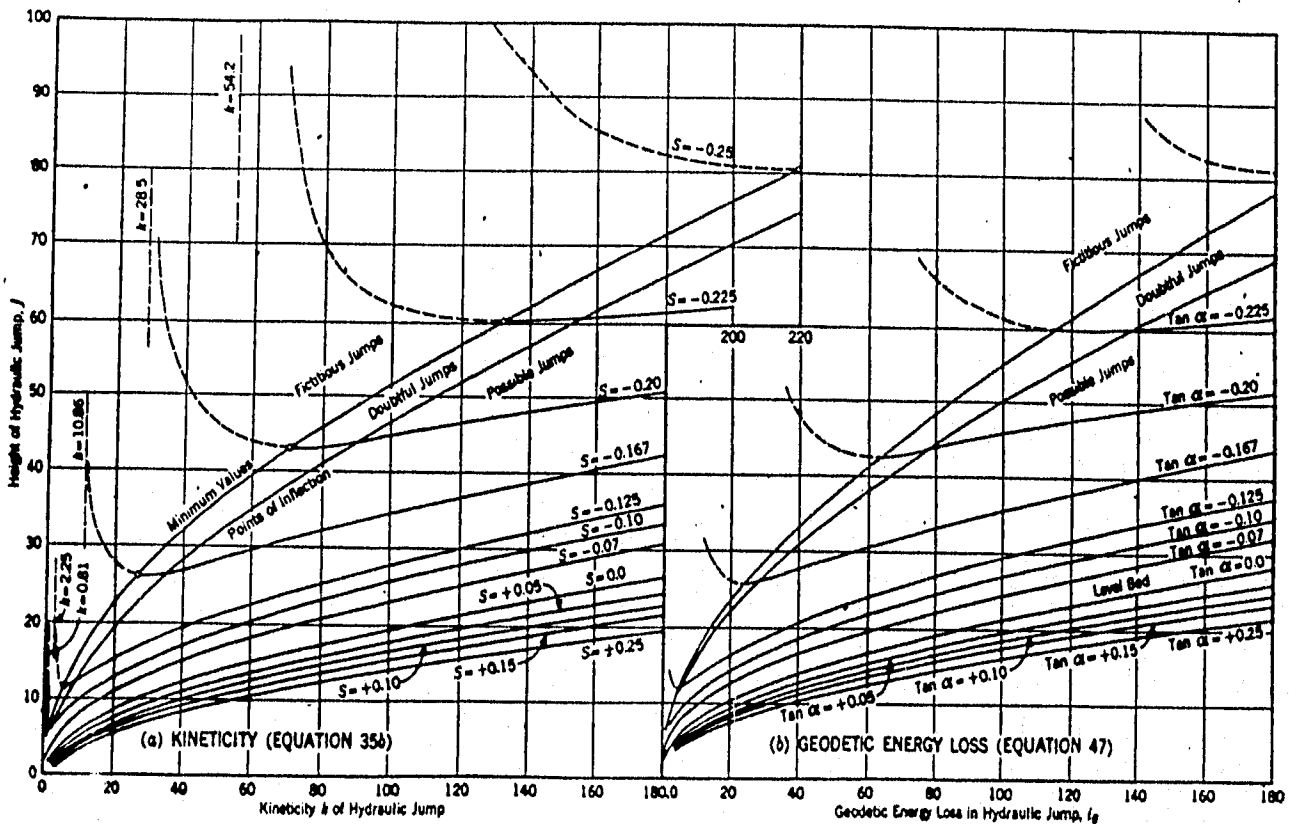


FIG. 18.—CURVES OF HYDRAULIC JUMP EQUATIONS

Figura A.4 Curvas de ecuaciones del salto hidráulico.

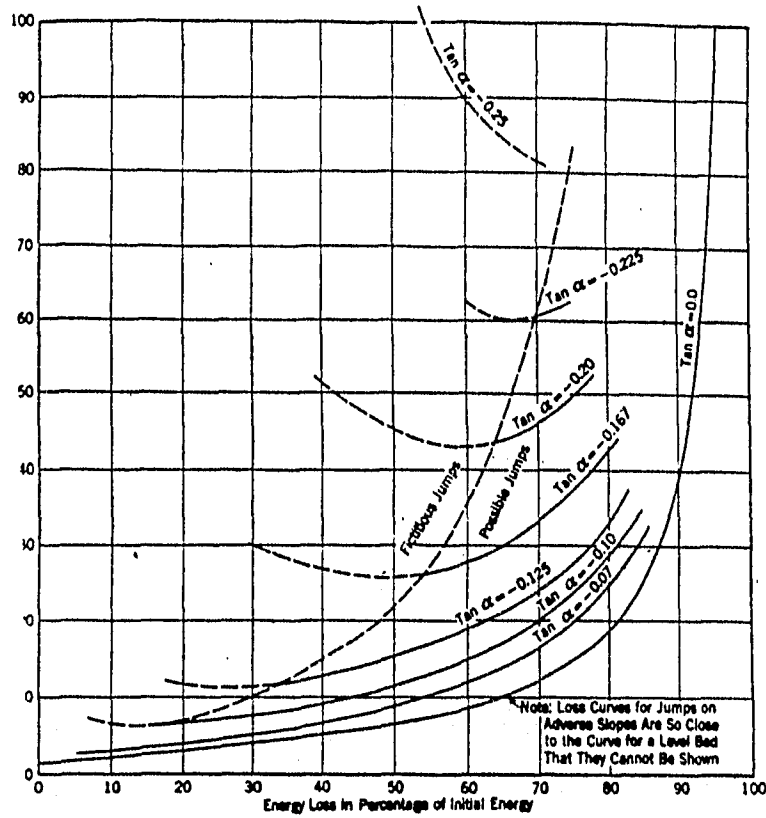


FIG. 14.—ENERGY LOSSES IN TERMS OF J (Eq. 486)

Figura A.5 Perdidas de energía en términos de J

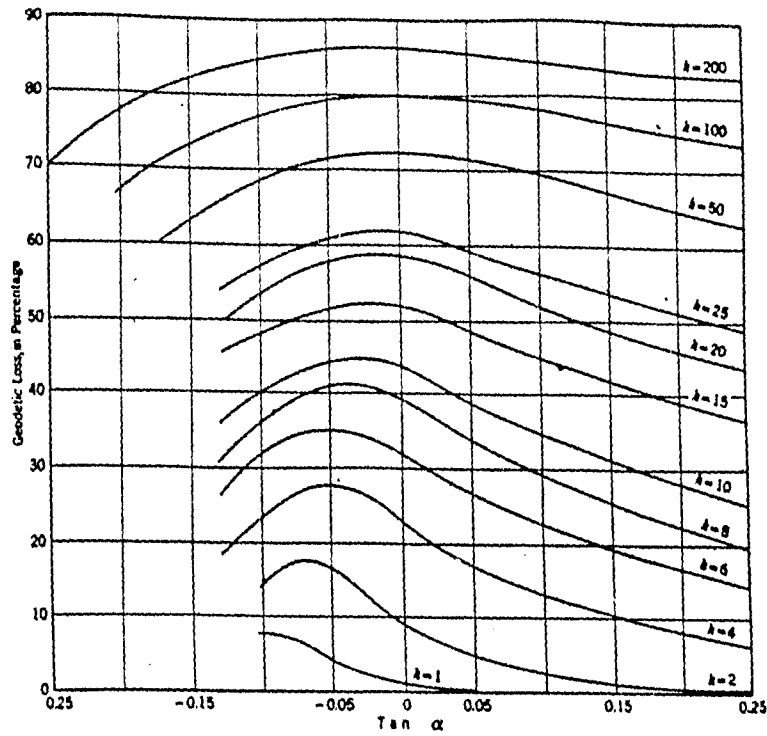


FIG. 15.—VARIATION OF LOSSES IN TERMS OF SLOPE AND KINEMATICITY

Figura A.6 Variaciones de perdida de energia en términos de k y S

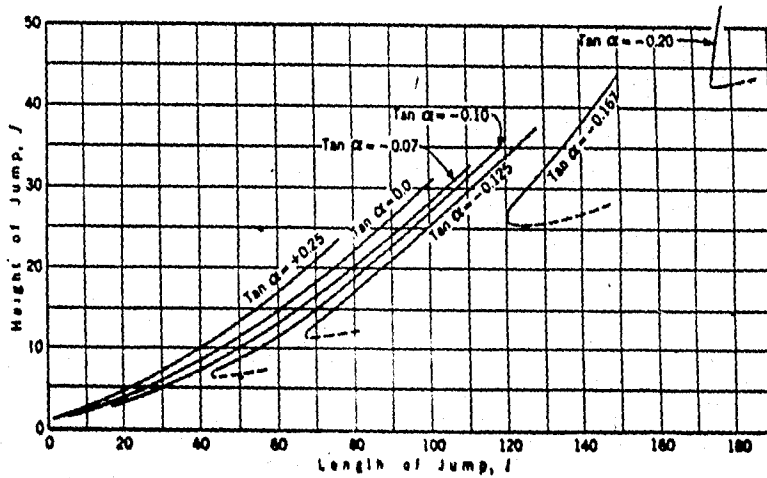


FIG. 16.—RELATION BETWEEN HEIGHT AND LENGTH OF JUMP] 1 1

Figura A.7 Relación entre la altura y la longitud del salto.

La clasificación de flujo es similar a la presentada en la figura 3.18, su diferencia es que no contempla el salto tipo E ni el F, por lo cual en la discusión de su artículo Kennison le hace esa observación a la que el responde que no es un salto muy común sino por lo que en todo caso se formaría el tipo D. Otro detalle al respecto el lo clasifica por número o sea:

1 es el tipo A

2 es el tipo B

3 es el tipo C

4 es el tipo D

Lo anterior da pie a pensar que posteriormente se llegó a una convención para llamarle a los saltos hidráulicos en pendientes pronunciadas, menciono esto por el caso también de Chow que al igual que el tiene otra forma de clasificarlos.

De hecho Stevens, de alguna forma lo critica en el sentido de que , por que se basa en esa clasificación de saltos. Quizá por esto como dije en un principio hubo la necesidad de crear una convención de nomenclatura para mejor entendimiento entre los estudiosos del tema.

Kindsvater tuvo la oportunidad de trabajar al lado de Yarnell alrededor de un año, de ahí que se refleja en sus escritos su influencia de gran investigador del profesor Yarnell precursor de estos fenómenos hidráulicos.

Kindsvater usa la expresión de flujo cinético l , el cual como ya se ha dicho es el F^2 .

Este investigador no usa el número de Froude en su ecuación sino el llamado factor de flujo cinético l , que no es otra cosa que F_1^2 .

Como se podrá observar en el apéndice A.1 Stevens considera otro factor en lugar de F_1 , que le llama "kineticity", que no es otra cosa que l^2 .

A.10 A. A. Alhamid, D. Husain, A. M. Negm, 1994

Muchas ecuaciones teóricas se han deducido para el cálculo de la profundidad del tirante del salto para el caso de plantilla lisa, (como se ha descrito en los temas anteriores), uno de los primeros fue la ecuación de Belanger.

También ha sido discutida por muchos investigadores el efecto de la plantilla lisa en saltos que en canales con pendientes, como ejemplo, tenemos a Ohtsu y Yasuda, USBR, Wielgorski y Wilson y Al-Brahim.

También el efecto de la rugosidad en la plantilla en canales horizontales sobre el tirante del salto ha sido discutida por varios investigadores tanto experimental como teórica.

Leutheusser y Schiller, Abdellateef, Abdelsalam al, Hammad et al , Mohamed Ali, Hager, Negm y Negm et al , también desarrollaron una simple y sencilla de aplicar ecuación teórica para predecir la profundidad relativa del salto en un canal horizontal con plantilla rugosa aguas abajo de la compuerta. Ellos reportaron que el coeficiente de rugosidad es función la rugosidad misma y del flujo. Ellos mismos evaluaron estos coeficientes para rugosidades particulares de plantilla sin hacer ninguna generalización.

En el presente estudio se desarrolla una ecuación de predicción para calcular el valor del tirante conjugado del salto hidráulico libre, formado sobre un canal con pendiente, el cual posee en su plantilla una rugosidad artificial. Los datos experimentales obtenidos en el presente estudio fueron usados para calibrar el desarrollo de la ecuación y para obtener una forma generalizada de la pendiente y los coeficientes de rugosidad. Entonces es usada para predecir el valor del tirante conjugado para el salto hidráulico sobre canales inclinados con piso rugoso.

Desarrollo de la ecuación teórica

$$P_2 - P_1 - P_w + F_r = \frac{\gamma q}{g} (V_1 - V_2) \quad (1)$$

La fuerza de presión hidrostática antes y después del salto, para un canal rectangular por unidad de ancho es

$$P_1 = \frac{\gamma d_1^2 \cos \theta}{2} \quad \text{y} \quad P_2 = \frac{\gamma d_2^2 \cos \theta}{2} \quad (2)$$

La fuerza P_w es la componente del peso en la dirección del flujo la cual puede expresarse como

$$P_w = \frac{\gamma K L_r}{2} (d_2 + d_1) \quad (3)$$

Donde K es un factor para corregir la discrepancia entre la suposición de la línea recta y el perfil real del salto.

La fuerza de la resistencia de la plantilla (F_r), puede darse como

$$F_r = \frac{\gamma}{2} \frac{V_1^2}{g} C_{LR} \quad (4)$$

donde

V_1 La velocidad al inicio del salto
 C Coeficiente de resistencia

Sustituyendo las ecuaciones 2.3, y 4 en la ecuación 1. Usando el principio de continuidad y aplicando simplificaciones se tiene

$$\left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2 + \left(\frac{d_2}{d_1}\right) - \left(\frac{2F_1^2}{(1 - C_s) \cos \theta} C_r\right) = 0 \quad (5)$$

Donde el coeficiente de pendiente C_s y el coeficiente de rugosidad C_r pueden ser obtenidos experimentalmente y son dados por las siguientes expresiones

$$C_s = \frac{\left(\frac{L_1}{d_1} K \sin \theta\right)}{\left(\left(\frac{d_2}{d_1} - 1\right) \cos \theta\right)}$$

y

(6 y 7)

$$C_r = \left(\left(C_{LR} \frac{L_R}{d_1} \right) \frac{\left(\frac{d_2}{d_1}\right)}{\left(\frac{d_2}{d_1} - 1\right)} \right)$$

Resolviendo la ecuación 5 para d_2/d_1 , resulta la siguiente ecuación

$$\frac{d_2}{d_1} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{8}{(1 - C_s) \cos \theta} \left(1 - \frac{C_r}{2}\right) F_1^2} - 1 \right) \quad (8)$$

Ecuación para el cálculo de C_s y C_r en función de S_0 , de acuerdo a experimentos.

$$C_s = 0.00196 + 7.234 S_0 - 28.488 S_0^2 + 48.465 S_0^3 \quad (9)$$

$$\frac{C_r}{l} = 0.0006 \left(\frac{F_{t-R}}{lh} \right)^{0.90} \quad (10)$$

A continuación se anexa gráfica que muestra la rugosidad del canal.

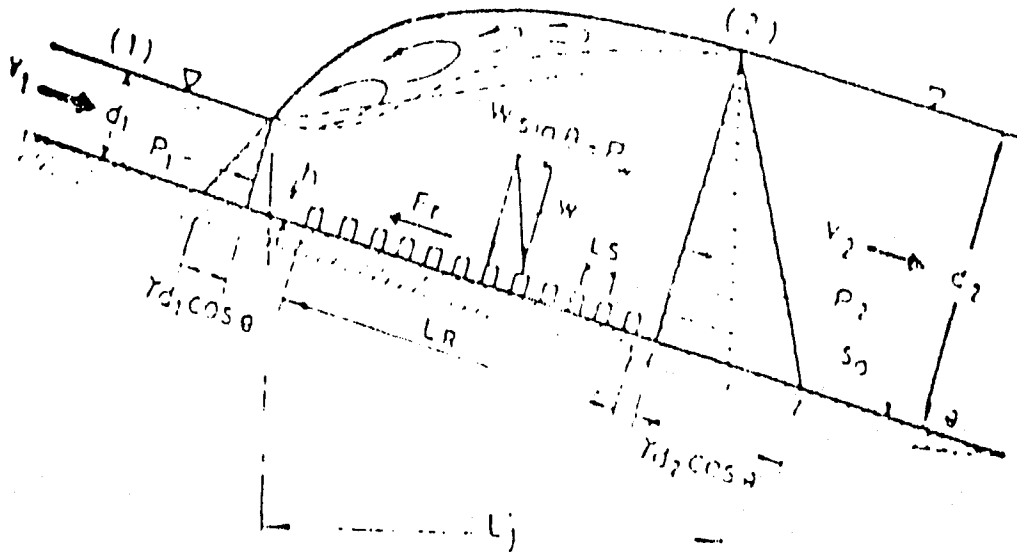


Figura A.2.1 Salto hidráulico sobre un canal rugoso inclinado.