

03091



**UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTONOMA DE MEXICO**

Unidad Académica de los Ciclos Profesional  
y de Posgrado

**COLEGIO DE CIENCIAS Y HUMANIDADES  
INSTITUTO DE GEOFISICA**

**DINAMICA DEL POLVO EN MAGNETOSFERAS  
PLANETARIAS**

**T E S I S**

Que para obtener el Grado de  
**DOCTORA EN CIENCIAS  
(FISICA ESPACIAL)**

**p r e s e n t a**

**MARIA DOLORES MARAVILLA MEZA**

**MEXICO, D. F.**

**1996**

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional  
Autónoma de México



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## AGRADECIMIENTOS

*Mi primer agradecimiento es para mi querida tutora, la Dra. Blanca Mendoza, quien a lo largo de 7 años siempre me brindó su apoyo incondicional, no solo desde el punto académico sino también desde el punto de vista humano.*

*Blanca: Muchas gracias por todo este tiempo, por la acertada dirección académica para que este trabajo llegara a su fin y porque de tí, he aprendido muchas cosas*

*También quiero agradecer a mi asesor externo, el Dr. Asoka Mendis por haberme aceptado como estudiante visitante de la Universidad de CA, San Diego, por el apoyo de siempre en mis visitas a California y por la excelente dirección de este trabajo de tesis.*

*A los miembros de mi Comité Asesor, el Dr. José F. Valdés G. y el Dr. Román Pérez E. por su apoyo durante mi programa doctoral y por la revisión y comentarios realizados al presente trabajo.*

*Al Dr. Héctor Pérez de Tejada, no solo por las sugerencias realizadas al trabajo de tesis sino también por haberme puesto en contacto con el Dr. Mendis.*

*Al Dr. Miguel A. Herrera A. y al Dr. Julio Herrera V. por el tiempo dedicado a revisar esta tesis así como por sus comentarios y sugerencias.*

*A mi amiga, la Profra. Elisa Hernández Molina porque en los buenos y malos momentos siempre ha estado conmigo.*

## INDICE

<b>RESUMEN</b>	<b>3</b>
<b>CAPITULO 1: INTRODUCCION.</b>	<b>7</b>
<b>CAPITULO 2: EYECCION DE POLVO FINO DE LA MAGNETOSFERA JOVIANA.</b>	<b>12</b>
INTRODUCCION	12
2.1 EL MODELO BIDIMENSIONAL	16
2.2 IO COMO LA FUENTE DE POLVO	21
2.3 EL ANILLO DE TUL COMO LA FUENTE DE POLVO	26
2.4 EL MEDIO INTERPLANETARIO COMO LA FUENTE DE POLVO	29
RESUMEN	30
<b>CAPITULO 3: DINAMICA DE UNA PARTICULA DE POLVO EN UNA MAGNETOSFERA PLANETARIA - CASO TRIDIMENSIONAL.</b>	<b>31</b>
INTRODUCCION	31
3.1 EL MODELO TRIDIMENSIONAL	31
RESUMEN	38
<b>CAPITULO 4: APLICACIONES DEL MODELO TRIDIMENSIONAL EL COMETA SHOEMAKER-LEVY 9 Y SU INTERACCION CON JUPITER.</b>	<b>39</b>
INTRODUCCION	39
4.1 CONDICION DE RUPTURA COMETARIA	41
4.2 EL PARAMETRO $\beta$	44
4.3 REGIONES DE CONFINAMIENTO DE POLVO CARGADO	45
4.3.1.- Primer caso: polvo inyectado en el plano ecuatorial planetario (A), $\beta=0.30$	47
4.3.2.- Segundo caso: polvo inyectado en el perijove (P), $\beta=0.33$	50
4.3.3.- Tercer caso: polvo inyectado en la declinación máxima (M); $\beta=0.31$	52
4.5 REGIONES DE CONFINAMIENTO DE POLVO CARGADO PARA $\Phi=-25 V$	53
RESUMEN	56

<b>CAPITULO 5: REGIONES DE CONFINAMIENTO DE POLVO CARGADO INYECTADO EN LA MAGNETOSFERA TERRESTRE.</b>	<b>57</b>
INTRODUCCION	57
5.1 EL MODELO TRIDIMENSIONAL PARA EL CASO TERRESTRE	59
5.2 EL PARAMETRO $\beta$	63
5.3 REGIONES DE CONFINAMIENTO	64
RESUMEN	68
<b>CONCLUSIONES</b>	<b>69</b>
<b>RELACION DE PUBLICACIONES</b>	<b>71</b>
<b>APENDICE A: DESARROLLO DE LAS ECUACIONES GRAVITO- ELECTRODINAMICAS RELACIONADAS CON EL CASO BIDIMENSIONAL PARA UN GRANO DE POLVO.</b>	<b>72</b>
<b>APENDICE B: CALCULO DE LOS PARAMETROS: <math>\phi</math>, <math>r</math> y <math>\beta</math>.</b>	<b>76</b>
SECCION 1: EL PARAMETRO $\phi$	76
SECCION 2: EL PARAMETRO $r$	78
SECCION 3: EL PARAMETRO $\beta$	80
<b>APENDICE C: LA APROXIMACION DE CENTRO-GUIA.</b>	<b>86</b>
<b>REFERENCIAS</b>	<b>91</b>

## RESUMEN

*El polvo es una de las componentes rocosas del universo que se encuentra formando grandes conglomerados nubosos dentro de galaxias y nebulosas o simplemente se le observa en forma de granos independientes como en el medio interplanetario, en las colas de polvo cometarias o en los anillos de polvo de los planetas gigantes. En todos estos ambientes el polvo está sumergido en un plasma donde interacciona con los flujos de partículas energéticas que conducen a los granos a adquirir una carga eléctrica cuya magnitud depende de las condiciones físicas del medio y de las características físicas del polvo.*

*Para saber cómo se comporta el polvo en el medio es importante determinar si forma parte de un cúmulo o cada grano se comporta como un cuerpo independiente; para el primer caso se sabe que el polvo participa en fenómenos de tipo colectivo donde éste forma una tercera componente energética del plasma mientras que para el segundo caso cada grano de polvo participa en fenómenos de tipo electrostático. Para comprender los fenómenos colectivos es necesario conocer de antemano la Física involucrada en la dinámica de los granos cuando se comportan como cuerpos independientes, por tal motivo, el objetivo principal de este trabajo es estudiar la dinámica de un grano de polvo considerándolo como partícula prueba cuando se encuentra sumergido en un plasma magnetosférico planetario donde se supone que las fuerzas gravitacional y electromagnética son las únicas fuerzas que intervienen en su movimiento. Para ello se presenta inicialmente una breve semblanza (capítulo 1) de las condiciones que deben cumplir los granos de polvo para ser tratados como entes aislados o para que se les considere como parte de un plasma haciendo mención de tres de los principales efectos físicos electrostáticos que se producen entre ellos en términos generales.*

*El movimiento de un grano se estudia posteriormente en dos dimensiones (capítulo 2), partiendo del modelo propuesto por Mendis y Axford (1974) para explicar la naturaleza de las órbitas para granos de polvo cargados que se mueven dentro de la magnetósfera de Júpiter ( magnetósfera joviana). La solución de la ecuación de movimiento en el modelo bidimensional es una ecuación cuadrática en términos del parámetro  $p$ , que físicamente representa la razón entre las fuerzas eléctrica corrotacional y gravitacional. A partir de la solución se encuentran las regiones de confinamiento donde los granos de polvo cargados pueden quedar atrapados en la magnetósfera, así como el radio que los mismos deben tener para quedar confinados o ser eyectados del medio. El modelo bidimensional, al mismo tiempo es utilizado para encontrar la fuente de los haces de polvo eyectados de la magnetósfera joviana y detectados por la sonda espacial Ulises. Se propone al satélite Io, al anillo de tul (una de las tres componentes que forman el anillo de Júpiter) y al medio interplanetario como las posibles fuentes del polvo que forman los haces.*

Como el modelo bidimensional solo proporciona soluciones sobre el plano ecuatorial planetario, se elabora un modelo tridimensional (3-D) (capítulo 3). Las soluciones del modelo dan origen a superficies de reflexión, las cuales delimitan las secciones transversales meridionales donde los granos de polvo quedan confinados.

Durante el primer encuentro con Júpiter (julio de 1992) el cometa Shoemaker-Levy 9 (S-L9) fué destruido por las fuerzas de marea; multitud de granos de polvo fino fueron inyectados a la magnetósfera joviana por este proceso. En el capítulo 4 se utiliza el modelo tridimensional del capítulo 3 para predecir el destino que tuvieron estos granos de polvo.

Las soluciones del modelo no proporcionan el tipo de órbitas que los granos describen en la magnetósfera joviana sino más bien, permiten identificar las regiones espaciales donde los granos pueden quedar confinados. En particular se eligen tres puntos de inyección de polvo sobre la trayectoria cometaria y para cada uno de ellos se obtienen las regiones de confinamiento (secciones transversales meridionales) de granos tomando en cuenta dos valores para el potencial electrostático del polvo sumergido en la magnetósfera interna de Júpiter.

Al analizar las regiones de confinamiento se encuentra que los granos pueden tener destinos diferentes, que dependen del radio de los granos, del potencial electrostático adquirido y del punto de inyección. Cuando los granos son muy pequeños ( $0.05 \mu\text{m} \leq a < 0.075 \mu\text{m}$ ) y son inyectados en el plano ecuatorial, ellos pueden quedar confinados en regiones cercanas a este plano si su carga es positiva. Pero si el radio es  $\geq 0.075 \mu\text{m}$ , entonces los granos son eyectados de la magnetósfera por la fuerza eléctrica corrotacional. Cuando los granos están cargados negativamente y son inyectados en el plano ecuatorial ( $0.3 \mu\text{m} \leq a < 0.5 \mu\text{m}$ ), pueden quedar confinados cerca de este plano y colisionar con el planeta. Los granos inyectados en el perijove y en la declinación máxima colisionan con la superficie planetaria a altas latitudes.

La dinámica de los granos de polvo en la magnetósfera terrestre (capítulo 5) también se analiza con el modelo tridimensional. En este caso los granos inyectados en la magnetósfera son esférulas de óxido de aluminio que provienen de la ignición del combustible que emplean las naves espaciales cuando son lanzadas al espacio para colocar satélites de comunicación en órbita alrededor de la Tierra. Como en la magnetósfera terrestre, la fuerza de presión de la radiación también participa en la dinámica de las esférulas y esta fuerza no ha sido considerada en el modelo tridimensional, se tienen que hacer restricciones respecto al radio de los granos tomando en cuenta sólo aquellos cuyo movimiento está dominado por el campo eléctrico corrotacional ( $a \leq 0.01 \mu\text{m}$ ). Las soluciones muestran que los granos con carga positiva quedan confinados magnetogravitacionalmente en secciones transversales meridionales y pueden aproximarse a la Tierra a latitudes geográficas muy grandes.

## SUMMARY

*Dust is one of the rocky components in the universe. It forms big clouds inside galaxies or nebulae also it is observed as isolated grains in the interplanetary medium, dust cometary tails or in dust rings around jovian planets. In these environments, dust is part of the plasma and interacts with energetic particles acquiring an electrostatic charge with a magnitude that depends on the plasma and grain physical conditions.*

*In order to know the role of dust in the plasma, it is important to define if the grains are part of the cloud or if they can be considered as isolated particles. In the first case, dust is the third energetic component of plasma and participates in collective effects, but in the second case, each grain is involved in electrostatic effects.*

*In order to understand collective phenomena it is necessary to know the dust dynamics, specially when the grains are studied as isolated bodies. For this reason the principal objective of this work is to study the dynamics of isolated grains considering them as test-particles in the case of grains inside planetary magnetospheres. We also assume that the gravitational and electromagnetic forces are the relevant forces affecting the grain's movement.*

*In chapter 2, grain dynamics is studied in two dimensions (2-D model) using Mendis and Axford model (1974) in order to explain the nature of the trajectories for charged dust grains when they are injected into the jovian magnetosphere. The solution of the equation of the 2-D model is a quadratic equation in  $p$  (ratio between co-rotational electric force and gravitational force).*

*The solution gives the confinement regions where charged dust grains can be trapped into the magnetosphere, as well as, the magnitude of the radius when they escape. At the same time the 2-D model is used in order to find the sources of the dust streams ejected from the jovian magnetosphere and detected by the Ulysses spacecraft.*

*Io, the gossamer ring or the interplanetary medium are possible dust sources for these streams.*

*As the 2-D model is restricted to equatorial plane, a three dimensional model (3-D) is developed. Solutions of the 3-D model create reflection surfaces, which confine meridional sections where grains describe their trajectories. This is described in the chapter 3.*

*During its first encounter with Jupiter (July, 1992), the Shoemaker-Levy 9 comet was destroyed by tidal forces. In this process, many fine dust grains were injected into the jovian magnetosphere. In chapter 4, the 3-D model is used in order to predict the fate of dust grains studied in chapter 3. The 3-D model solutions do not indicate what kind of*



trajectories are described by the grains, however they allow the identification of the space regions where grains can be confined.

In particular three points of injection are selected along the comet's orbit around Jupiter, and for each one of them confinement regions are obtained (meridional cross sections) taking into account two values for the electrostatic potential of the dust in the inner jovian magnetosphere. From the solutions, it is possible to see that the grains can have three different fates, which depend on grain radius, electrostatic potential and injection point. When grains are injected near equatorial plane and have positive charge ( $0.05 \mu\text{m} \leq a < 0.075 \mu\text{m}$ ), they can be trapped within a region nearest to this plane.

When grains are larger ( $a \geq 0.075 \mu\text{m}$ ), they are ejected from the jovian magnetosphere by co-rotational electric force, however if their charge is negative ( $0.3 \mu\text{m} \leq a < 0.5 \mu\text{m}$ ), they collide with the jovian surface at low latitudes.

In chapter 5, dust grain dynamics within the terrestrial magnetosphere is analyzed with the 3-D model. In this case the injected grains are aluminium oxide spherules. These grains are injected in the terrestrial magnetosphere during solid rocket propellant burns, used to transfer communications satellites into the geosynchronous orbit.

As the radiation pressure is not negligible concerning the dynamics, and this force has not been considered in our model, it is necessary to make restrictions on the radius. Then, only grains with  $a \leq 0.01 \mu\text{m}$  are studied because their movement is controlled mainly by the co-rotational electric field. The solutions show that grains with positive charge can be trapped magneto-gravitationally inside meridional cross sections and they can collide with the Earth only at higher latitudes.

## CAPITULO 1

### INTRODUCCION

Parte de la materia rocosa en el universo se encuentra formando granos de polvo producidos en nubes interestelares, cáscaras circumstelares, atmósferas y vientos estelares, discos de acreción planetaria, cometas, material meteorítico y magnetósferas planetarias (Havnes, 1984).

Los granos de polvo participan en muchos procesos físicos relacionados tanto en eventos de baja energía como en eventos de alta energía que se producen en los espacios interplanetario, interestelar e intergaláctico. Los eventos de baja energía tienen que ver con la formación de estrellas y planetas mientras que los de alta energía se relacionan con la aceleración de vientos estelares y rayos cósmicos. En estos eventos es importante conocer la temperatura y la carga eléctrica de los granos así como la magnitud de la presión de radiación sobre ellos. En primer lugar hay que considerar la temperatura del polvo porque ésta determina el campo de radiación térmica y en consecuencia el tiempo de vida de los granos contra la evaporación; en segundo lugar, la presión de radiación puede en algunos casos dominar el comportamiento dinámico del polvo sobre otras fuerzas (gravitacionales, electromagnéticas, etc.), por último, la carga eléctrica se relaciona con las condiciones del medio y con las características físicas de los granos; su magnitud depende de los flujos de partículas energéticas primarias y secundarias, de la densidad ( $\rho$ ), tamaño ( $a$ ) y composición química de los granos, de la distancia intergrano ( $d$ ) y de la longitud de Debye ( $\lambda_D$ ) asociada con el plasma del medio ambiente (Havnes, 1984., Mendis y Rosenberg, 1994).

La adquisición de la carga ha sido analizada desde un punto de vista clásico por varios autores, quienes han considerado que cada uno de los granos es un ente aislado, sumergido en un plasma magnetosférico donde las fuerzas gravitacional, electromagnética, de arrastre (del plasma y coulombiano), de presión de radiación y otras, pueden estar actuando sobre la dinámica del polvo el cual interactúa con iones y electrones intercambiando momento, masa, energía y carga eléctrica (Mendis y Horanyi, 1991., Mendis y Rosenberg, 1994).

La carga eléctrica de acuerdo con Whipple et al., (1987), Mendis et al., (1984) y Mendis y Rosenberg, (1994), puede ser expresada por la relación:

$$Q = \Phi a \quad (1.1)$$

donde  $\Phi$  es el potencial eléctrico asociado al grano y  $a$  es el radio de un grano esférico sumergido en un plasma

Para establecer el comportamiento del polvo en el plasma sólo se consideran tres parámetros fundamentales que son: radio del grano ( $a$ ), distancia intergrano ( $d$ ) y longitud de Debye ( $\lambda_D$ ). Estos tres parámetros están relacionados entre sí de la siguiente manera:

- a) Si  $a \ll \lambda_D \ll d$ , cada grano se comporta como una partícula independiente y por lo tanto se tiene polvo en el plasma.
- b) Si  $a \ll d \ll \lambda_D$ , entonces se tiene un plasma polvoso donde el polvo forma una tercera componente energética y participa en el comportamiento colectivo del plasma (Chow et al, 1993., Mendis y Rosenberg, 1994).

Cuando el polvo ha adquirido su carga eléctrica, pueden presentarse básicamente tres efectos físicos que permiten la creación y destrucción continua de granos, estos efectos son conocidos como: levitación, coagulación y ruptura electrostática. Brevemente se describe a continuación cada uno de estos efectos:

#### **COAGULACION:**

La coagulación es uno de los efectos físicos más comunes que se producen cuando dos o más granos de polvo con cargas eléctricas de signos opuestos participan en colisiones de baja velocidad cuya consecuencia física inmediata es la formación de granos más grandes vía la acumulación de material. En 1990, Horanyi y Goertz hicieron un análisis de la carga eléctrica de los granos de polvo en magnetósferas planetarias con base en los flujos de partículas energéticas que interaccionan con la superficie de los granos, estos investigadores encontraron que la carga eléctrica para granos muy grandes (radio  $> 1$  micra) es negativa mientras que para los granos más pequeños (radio  $\leq 1$  micra) es positiva. Para los granos más grandes, la carga eléctrica es negativa porque los granos interaccionan principalmente con los flujos de electrones ya que éstos viajan más rápido que los iones y un número más grande de electrones incide sobre la superficie de los granos. Por otro lado, la carga para los granos pequeños es positiva porque la emisión electrónica secundaria que se produce cuando interaccionan con los flujos de electrones primarios es el flujo energético que contribuye preponderantemente a la carga.

En particular, para determinar la producción de granos por coagulación es necesario definir los mecanismos de producción de polvo, los procesos más importantes que producen la adquisición de la carga eléctrica por el polvo, el material que forma los granos y la geometría de los mismos. Obviamente los granos que tienen la misma carga, tienen una probabilidad muy baja de participar en un efecto de esta naturaleza.

#### **RUPTURA ELECTROSTATICA:**

Si la coagulación produce granos de radio más grande, la ruptura electrostática origina el efecto contrario, i.e., da origen a granos más pequeños.

Este efecto se presenta entre las cargas electrónicas libres que se depositan sobre la superficie de un grano de polvo y las moléculas que forman al grano mismo, las primeras ejercen una fuerza de tensión electrostática sobre las moléculas de la superficie para separarlas y producir la destrucción del grano, mientras que las segundas, se oponen a la ruptura a través de la resistencia a la tensión que actúa en sentido contrario a la fuerza de tensión electrostática.

Si la tensión electrostática es mayor que la resistencia a la tensión a través de cualquier sección transversal de un grano de polvo, el cuerpo es destruido (Opik, 1956), i.e.:

$$F_e < F_r \left( \approx \frac{\Phi^2}{8\pi a^2} \right) \quad (1.2)$$

donde  $F_e$  es la tensión electrostática,  $a$  el radio del grano,  $\Phi$  el potencial electrostático y  $F_r$  la fuerza de resistencia a la tensión.

Probablemente la ruptura electrostática es uno de los efectos físicos que genera constantemente granos de polvo micro y submicrométricos en los anillos planetarios o en las colas de polvo de algunos cometas donde los nuevos granos forman las famosas estrías, éstas son regiones formadas por grandes concentraciones de polvo que lucen como líneas de gran espesor (Hill y Mendis a, b., 1980).

### **LEVITACION ELECTROSTATICA**

Este efecto se produce cuando dos granos de polvo de radio diferente y carga del mismo signo interaccionan tanto gravitacional como electrostáticamente. La interacción gravitacional conduce a los granos a permanecer unidos, pero la repulsión electrostática tiende a separarlos de tal manera que si el grano más pequeño se aleja ligeramente del grano más grande, el primero volverá a la superficie del grano mayor después de un cierto tiempo, para volver a alejarse y caer nuevamente tantas veces como se produzca el fenómeno. De acuerdo con Singer y Walker (1962), la carga que un grano de polvo pequeño debe tener para que se produzca la levitación electrostática, depende de varios parámetros, esta carga esta expresada matemáticamente por:

$$Q = \pi a^2 \sigma = \pi a^2 \left( \frac{E_n}{4\pi} \right) = a^2 \left( \frac{\Phi_s}{4\lambda_D} \right) = \left( \frac{a}{4\lambda_D} \right) (\alpha \Phi_s) \quad (1.3)$$

donde  $a$  es el radio del grano,  $\lambda_D$  es la longitud de Debye,  $\sigma$  es la densidad superficial de carga,  $\Phi_s$  es el potencial eléctrico para el grano y  $E_n$  es la energía total del grano.

Los efectos mencionados anteriormente se producen entre granos aislados, sin embargo existe otro tipo de efectos que se originan debido a la presencia de muchos granos en un plasma, estos efectos se denominan simplemente "colectivos" y se manifiestan cuando los granos de polvo cargados afectan las propiedades de las ondas, las inestabilidades y las interacciones onda-partícula en el plasma. El estudio de los efectos colectivos en los plasmas polvosos se ha concentrado básicamente en las propiedades lineales de las ondas y cómo éstas son afectadas bajo la presencia de los granos de polvo. Físicamente, un plasma polvoso tiene similitudes con los

plasmas, salvo porque el primero tiene granos de polvo cargados que forman una tercera componente energética cuya carga y masa son más grandes que las de los iones.

Para estudiar los efectos colectivos en los plasmas polvosos se ha recurrido a la magnetohidrodinámica (MHD) y a la teoría cinética para comprender el comportamiento dinámico de los plasmas polvosos. Desde el punto de vista de la teoría MHD, D'Angelo (1989) estudió las ondas electrostáticas de baja frecuencia en un plasma magnetizado uniforme compuesto de iones, granos cargados y electrones con distribuciones de velocidad Boltzmannianas y encontró que las ondas ión-acústicas y ión-ciclotrón están asociadas con los iones y los granos. Así mismo, Mendis y Rosenberg (1992 b) estudiaron la propagación de ondas en plasmas polvosos y encontraron que debido a la existencia del polvo en el plasma, aparecen nuevos modos de oscilación en regímenes de baja frecuencia (Mendis y Rosenberg, 1992 b).

En cuanto a los estudios realizados usando la teoría cinética, varios autores han investigado las propiedades de las ondas y las interacciones onda-partícula en plasmas polvosos. Sobresale el trabajo de De Angelis et al., (1990), quienes analizaron las propiedades de dispersión de las ondas longitudinales y mencionaron la posibilidad de que exista amortiguamiento de ondas de Langmuir en regiones donde el amortiguamiento de Landau es despreciable.

Aunque el estudio de los efectos colectivos ha producido resultados interesantes, es necesario tener en cuenta dos factores que son fundamentales para el desarrollo teórico de los plasmas polvosos: El primero tiene que ver con la función de distribución de la densidad del polvo en plasmas cósmicos y el segundo es que pueden existir granos con cargas opuestas en el mismo plasma que modifican tanto los modos de oscilación como la propagación de inestabilidades.

La investigación realizada en el presente trabajo se enfoca al estudio de la Física Básica del comportamiento de los granos de polvo como entes aislados dentro de las magnetósferas planetarias, básicamente en la magnetósfera de Júpiter y de la Tierra, sin considerar efectos colectivos ni analizar la interacción polvo-plasma. De acuerdo con la relación que existe entre el radio del grano, la longitud de Debye asociada al plasma magnetosférico y la distancia intergrano se supone que existe polvo en el plasma, por lo cual se puede analizar la dinámica de los granos de polvo como si éstos fueran "partículas-prueba" suponiendo que la carga eléctrica permanece constante una vez que los granos han interactuado con los flujos iónico y electrónico (Mendis y Rosenberg, 1992 b) del plasma magnetosférico y con la emisión electrónica secundaria si el radio de los granos es muy pequeño (Chow et al, 1993).

El trabajo está integrado por los siguientes capítulos que brevemente se describen a continuación:

**CAPITULO 2:** Aquí se presenta una modificación hecha al modelo bidimensional propuesto inicialmente por Mendis y Axford (1974) para explicar la dinámica de granos de polvo que se mueven sobre el plano ecuatorial de un planeta que posee campo magnético. Posteriormente se utiliza este nuevo modelo para encontrar cuál es el origen de los haces de polvo eyeetados de la magnetósfera joviana que fueron detectados por la sonda espacial Ulises.

**CAPITULO 3:** A partir del modelo bidimensional propuesto en el capítulo 2, se diseña un modelo tridimensional (3-D) utilizando coordenadas esféricas y haciendo varias consideraciones físicas

que simplifican el problema. El modelo 3-D se emplea posteriormente para estudiar la dinámica de un grano de polvo que ha sido inyectado en una magnetósfera planetaria.

*CAPITULO 4:* La aplicación del modelo tridimensional descrito en el capítulo anterior se lleva a cabo en este capítulo para estudiar el destino final que tendrán los granos de polvo inyectados en la magnetósfera joviana durante la destrucción del cometa Shoemaker-Levy 9 (S-L 9).

*CAPITULO 5:* Un análisis similar al realizado en el capítulo anterior se desarrolla en este capítulo. En este caso se estudia la dinámica de las esférulas de óxido de aluminio que quedan depositadas en la magnetósfera terrestre como resultado de la ignición del combustible de los cohetes que son lanzados al espacio.

Posteriormente aparecen las conclusiones de este trabajo.

Finalmente se presentan los apéndices A, B y C relacionados con los capítulos 2, 3 y 4 donde se resuelve matemáticamente el modelo bidimensional (Apéndice A), se encuentran los valores para los parámetros:  $r$ ,  $\beta$  y  $\phi$  que son utilizados para resolver la ecuación de movimiento planteada por el modelo tridimensional (Apéndice B) y se mencionan los conceptos básicos planteados por la aproximación de centro-guía (Apéndice C).

## CAPITULO 2

### EYECCION DE POLVO FINO DE LA MAGNETOSFERA JOVIANA

#### **INTRODUCCION:**

Júpiter posee un campo magnético aproximadamente dipolar (hasta casi los 30  $R_j$ ) cuyo intensidad es igual a 4.2 gauss y su momento magnético ( $|\vec{M}|$ ) tiene una inclinación de  $9.5^\circ$  con respecto al eje de rotación.

Su magnetósfera está dividida en tres regiones: magnetósfera interna, magnetósfera media y magnetósfera externa (fig. 2.1)(Acuña et al., 1976; Goertz et al., 1976).

La magnetósfera interna es la región donde el campo magnético creado por fuentes internas al planeta domina y las contribuciones del sistema de corrientes externas no son importantes. De acuerdo con los datos obtenidos por el Viajero, esta región se localiza de la superficie planetaria hasta la órbita de Io (1-6  $R_j$ ). Fuera de la magnetósfera interna, la existencia de una hoja de corriente azimutal ubicada en el plano ecuatorial produce una perturbación cuyo efecto es estrechar las líneas de campo magnético dipolar en la dirección radial. La región en la cual las corrientes que se generan en la magnetopausa y la magnetocola fluyen es conocida como la magnetósfera media que se encuentra ubicada entre 6 y 30-50  $R_j$ .

En la magnetósfera externa el campo tiene una gran componente hacia el sur y exhibe grandes variaciones espaciales y temporales en magnitud y dirección en respuesta a los cambios en la presión del viento solar. Esta región se extiende de la magnetopausa hasta  $\sim 30$ -50  $R_j$  e incluye también la cola magnética.

Dentro de la magnetósfera de Júpiter también se localizan los satélites y el anillo joviano con sus tres componentes (anillo principal, halo y anillo de tul (sección 2.3)); los primeros no solo son absorbedores de partículas energéticas del medio sino también son fuente de granos de polvo para la magnetósfera, en tanto que el segundo, está formado por granos de polvo que provienen posiblemente de las erupciones volcánicas del satélite Io (sección 2.2). El movimiento del polvo inyectado en la magnetósfera ya sea por las erupciones volcánicas o por la erosión de las superficies de los satélites es dominado por las fuerzas electromagnéticas y gravitacionales del medio, por lo cual el estudio de la dinámica de un grano de polvo sumergido en un ambiente magnetosférico partió de los trabajos que Störmer (1955) realizó relativos a la magnetósfera terrestre para estudiar el tipo de trayectorias que describen las partículas relativistas (rayos cósmicos) que arriban constantemente del espacio exterior. Störmer no tomó en cuenta la fuerza gravitacional ni la rotación de la magnetósfera planetaria, únicamente consideró la fuerza magnética como la única fuerza que domina el comportamiento dinámico de la partícula.

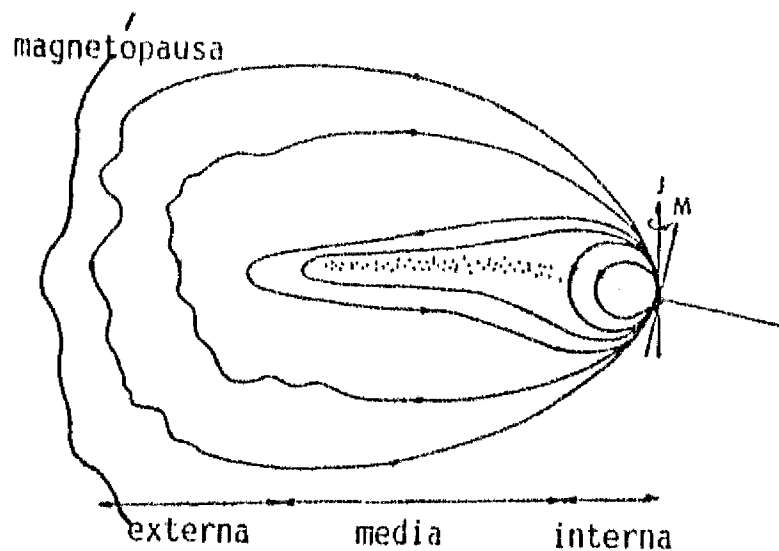


fig. 2.1 Regiones que forman la magnetósfera de Júpiter.

Años más tarde, el mismo problema fué estudiado por Artem'eV (1968), quien propuso un modelo donde fueron incluídas la fuerza gravitacional planetaria y la fuerza magnética. Este modelo se utilizó en particular para obtener las regiones de confinamiento para micrometeoritos atrapados dentro de una magnetósfera planetaria y que quedan cargados eléctricamente al interaccionar con las partículas energéticas del medio en el momento en que ingresan al medio magnetosférico. Como en el modelo no se incluyó la rotación de la magnetósfera, se despreció el papel importante que representa el campo eléctrico corrotacional en la dinámica de estos cuerpos.

En 1974, Mendis y Axford rectificaron parcialmente el modelo de Artem'eV al incluir la fuerza eléctrica corrotacional para explicar el movimiento gravitoelectrodinámico de los granos de polvo cargados dentro de magnetósferas planetarias. Estos autores estudiaron el caso bidimensional donde el movimiento se describe en el plano ecuatorial planetario. De acuerdo a este modelo, la ecuación de movimiento para un micrometeorito que penetra en una magnetósfera planetaria y que adquiere inmediatamente su carga eléctrica, puede ser expresada como:

$$m\ddot{\vec{r}} = \vec{F}_g + \vec{F}_l + \vec{F}_{p-v} + \vec{F} \quad (2.1)$$



donde  $\vec{F}_g$  es la fuerza gravitacional,  $\vec{F}_l$  es la fuerza de Lorentz,  $\vec{F}_{p-r}$  es la fuerza de presión de radiación y  $\vec{F}$  es el término debido a otras fuerzas tales como la fuerza de arrastre coulombiano y las fuerzas colisionales.

En el modelo se despreciaron los dos últimos términos porque son muy pequeños en comparación con las otras dos fuerzas y prácticamente no contribuyen a la dinámica de los micrometeoritos en ambientes magnetosféricos (Hill y Mendis, 1979, 1980 c, d, 1982; Mendis et al. 1984; Horanyi 1994). Por lo tanto, la ecuación (2.1) puede ser expresada como):

$$m\ddot{\vec{r}} = \vec{F}_g + \vec{F}_l = Q_0(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) - \frac{GMm}{r^3}\vec{r} \quad (2.2)$$

donde  $m$  es la masa del grano,  $M$  es la masa planetaria,  $Q_0$  es la carga del grano de polvo,  $\vec{v}$  es la velocidad del grano,  $\vec{E}$  es el campo eléctrico corrotacional dado por la expresión:

$$\vec{E} = \frac{(\vec{\Omega} \times \vec{r}) \times \vec{B}}{c} \quad (2.3)$$

$G$  es la cte. de la gravitación universal,  $\vec{\Omega}$  es la velocidad angular del planeta,  $\vec{r}$  es la distancia del centro del planeta al grano y  $\vec{B}$  es el campo magnético planetario el cual se considera dipolar:

$$\vec{B} = \vec{B}_0 \left( \frac{R}{r} \right)^3 \quad (2.4)$$

Sustituyendo las ecuaciones (2.3) y (2.4) en (2.2) se obtiene la ecuación:

$$\ddot{\vec{r}} = \frac{Q(t)}{m} [ -(\vec{\Omega} \times \vec{r}) + \vec{v} ] \times \vec{B} - \frac{GM}{r^3}\vec{r} \quad (2.5)$$

Esta ecuación describe el movimiento de granos cargados en regiones donde la densidad del polvo es tan baja que los efectos colectivos en el plasma magnetosférico no son

importantes, como por ejemplo en los anillos D, E y G de Saturno y el anillo principal de Júpiter junto con su halo lenticular y su anillo de tul (Grun et al., 1984).

Las soluciones del modelo muestran que los micrometeoritos cargados positivamente son atrapados en la magnetósfera terrestre mientras que aquellos que poseen carga negativa, escapan de ella (Mendis y Axford, 1974). Para los planetas Júpiter y Saturno ocurre el caso contrario porque el eje magnético es antiparalelo al eje de rotación.

Posteriores a estos modelos se han propuesto otros para comprender la dinámica de los granos de polvo en magnetósferas planetarias. Hill y Mendis (1980) estudiaron el efecto de la fuerza de arrastre coulombiano sobre los granos de polvo inyectados en la magnetósfera joviana tomando en cuenta que la magnetósfera es corrotante y que los granos adquieren su carga eléctrica inmediatamente después de que penetran en el medio magnetosférico. Los autores encontraron que la magnitud del arrastre es tan pequeña que prácticamente no contribuye al movimiento. El mismo modelo propone que los micrometeoritos son producidos por la ruptura de un meteorito-padre que arriba a la magnetósfera y es destruido en el límite de la plasmasfera ( $35 R_j$ ,  $1 R_j = 71492 \text{ Km.}$ ). Hill y Mendis utilizaron también este modelo para dar una explicación de la distribución de polvo detectada en el sistema de anillos de Júpiter por las sondas Pionero y Viajero. Propusieron que tal distribución no puede ser explicada solamente por confinamiento gravitacional sino que es necesario incluir las fuerzas electromagnéticas que actúan en la magnetósfera corrotante para explicar la evolución orbital de los granos de polvo que forman las estructuras anulares.

Estos autores realizaron una simulación numérica para estudiar la evolución de las órbitas que describen los micrometeoritos que se mueven sobre el plano ecuatorial planetario y encontraron que las órbitas no solo van adquiriendo una configuración circular sino que evolucionan hacia la órbita sincrónica.

Northrop y Hill (1983) demostraron que los centros guía de granos cargados negativamente siempre derivan hacia la órbita sincrónica por ambos lados para regiones de plasma de temperatura constante. Los mismos investigadores demostraron que en general los granos no alcanzan la órbita sincrónica porque la deriva solamente se produce cuando el grano tiene un momento magnético diferente de cero y si el radio de giro y el momento magnético del grano decrecen a cero, entonces su órbita se transforma en una órbita circular alrededor del planeta antes de alcanzar la órbita sincrónica.

En 1988, Horanyi et al. analizaron la evolución orbital de granos de polvo inyectados en la magnetósfera terrestre vía la ignición de combustible de los cohetes artificiales lanzados al espacio. Los autores clasificaron a los granos en dos grupos tomando en cuenta que su dinámica está gobernada por la fuerza de Lorentz, la fuerza gravitacional planetaria y la fuerza de presión de radiación, el primer grupo estuvo formado por granos conductores mientras que el segundo estuvo constituido por material dieléctrico. La simulación numérica desarrollada para ambos grupos se realizó tomando granos de  $0.1 \text{ micras}$  de radio con y sin carga eléctrica (i.e. tomando en cuenta la fuerza de Lorentz para los granos con  $q \neq 0$  y

despreciándola para aquellos granos con  $q=0$ ). En la simulación se eligieron 2 posiciones de inyección: dentro del radio geosincrónico ( $R_{gs}$ ) ( $0.08 R_{gs}$ ) y fuera de él ( $1.2 R_{gs}$ ).

Los resultados obtenidos fueron los siguientes: para granos inyectados dentro del radio geosincrónico pero sin carga eléctrica, las posiciones del perigeo y apogeo se localizaron en la dirección este-oeste mientras que para los granos con carga, la orientación de las órbitas estuvo desplazada  $18^\circ$  con respecto a la dirección este-oeste. El tiempo de permanencia fue de 6.01 días para el primero y de 5.91 días para el segundo. Los granos inyectados fuera de la órbita geosincrónica presentaron el mismo comportamiento que aquellos inyectados dentro de ella, solo que en el caso de los granos con carga eléctrica, la orientación de las órbitas estuvo desplazada  $25^\circ$  con respecto a la posición este-oeste. Con respecto al tiempo de permanencia, los granos cargados presentaron un periodo de 4.54 días en tanto que los granos sin carga permanecieron en la magnetósfera 6.08 días. Como una consecuencia de los resultados del análisis numérico, se pudo apreciar que la diferencia principal radica en la orientación de las órbitas ya que si los granos no tienen carga eléctrica describen órbitas cuyo apogeo y perigeo están orientados en la dirección este-oeste pero si los granos están cargados eléctricamente, las órbitas están desplazadas de esta posición tantos grados como intensa sea la fuerza de Lorentz que esté actuando sobre ellos.

Con respecto a los granos conductores inyectados dentro de la órbita geosincrónica, tanto en el caso de partículas de polvo cargadas como de granos sin carga, los resultados obtenidos muestran que los granos caen a la Tierra en el mismo punto aproximadamente en el mismo periodo (Granos cargados:  $T=1.86$  días, granos sin carga:  $T=1.88$  días). Los granos inyectados fuera de la órbita geosincrónica abandonan la magnetósfera terrestre en un periodo de 1.14 días si ellos están cargados, en caso contrario el periodo de permanencia es de 1.12 días.

## **2.1 EL MODELO BIDIMENSIONAL**

En los últimos años, los estudios acerca de la dinámica del polvo se han incrementado, especialmente en magnetósferas planetarias, ambientes cometarios y nubes protoplanetarias. También ha sido importante el estudio de los efectos colectivos en ambientes donde el plasma es polvoso. En particular se han realizado estudios en las magnetósferas terrestre y joviana, porque el lanzamiento de cohetes espaciales ha contribuido a incrementar la densidad de las partículas sólidas suspendidas en la atmósfera de la Tierra y porque en años recientes, la sonda espacial *Ulysses* detectó haces de polvo de alta velocidad saliendo de la magnetósfera de Júpiter (Grun et al., 1993). Varios autores entre ellos Horanyi (1994) han sugerido que la fuente de estos haces puede ser principalmente el satélite *Io* porque es un cuerpo geológicamente activo y constantemente está lanzando hacia la magnetósfera joviana partículas de polvo muy fino que provienen de sus erupciones volcánicas, aunque Hamilton y Burns (1993) también han propuesto al anillo de *tul* como una fuente alternativa. Utilizando el modelo (fig.2.2) de Mendis y Axford

(1974) se resuelve la ecuación de movimiento con el fin de encontrar las regiones de confinamiento de granos de polvo sumergidos en la magnetósfera joviana así como el tamaño de los granos que no pueden quedar atrapados en ella y las velocidades a las cuales podrían ser eyectados del medio. Se parte del modelo de Mendis y Axford porque las soluciones encontradas con anterioridad no eran correctas desde el punto de vista algebraico.

Para simplificar el modelo, solo han sido consideradas dos fuerzas que contribuyen de manera relevante en la dinámica de los granos, estas fuerzas son: la gravitacional y la electromagnética debido a que los granos de polvo están interaccionando directamente con los campos gravitacional y magnético planetario. Se supone también que el campo magnético es dipolar, que el eje de rotación es paralelo al eje magnético y que el planeta es esférico. Con estas suposiciones, la ecuación de movimiento para un grano de polvo puede ser expresada como:

$$m\ddot{\vec{r}} = \vec{F}_g + \vec{F}_l \quad (2.6)$$

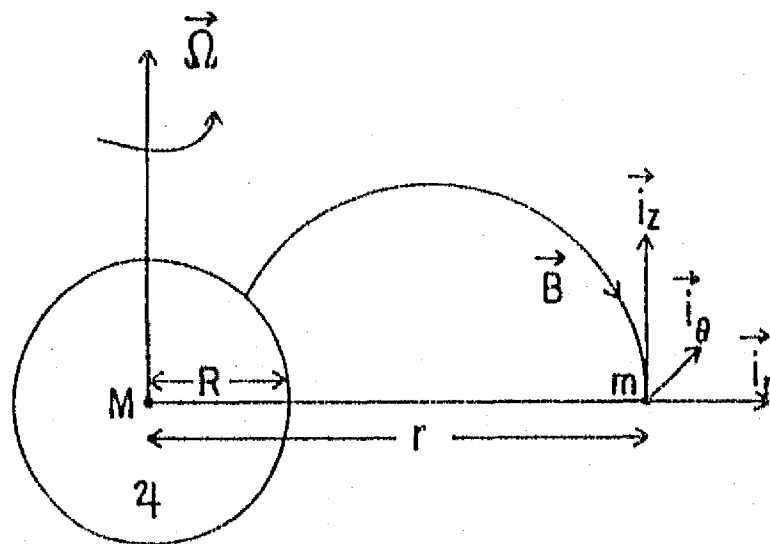


Fig. 2.2.- Configuración del modelo.

En un marco de referencia inercial centrado en el planeta, la ecuación de movimiento queda expresada en términos del campo eléctrico corrotacional, por lo cual la ecuación (2.6) se transforma en la ecuación:

$$m\ddot{\vec{r}} = \frac{Q_0}{c} [(\vec{v} - \vec{\Omega} \times \vec{r}) \times \vec{B}] - \frac{GMm}{r^3} \vec{r} \quad (2.7)$$

donde  $Q_0$  es la carga,  $m$  la masa del grano,  $M$  la masa planetaria,  $\Omega$  la velocidad angular de Júpiter,  $\vec{v}$  es la velocidad del grano de polvo y  $\vec{B}$  el campo magnético dipolar joviano dado por la expresión:

$$\vec{B} = B_0 \left( \frac{R}{r} \right)^3 \hat{i}_z \quad (2.8)$$

con  $B_0$  la magnitud del campo magnético en el ecuador planetario y  $R$  el radio de Júpiter.

Tomando las componentes radial y transversal de la ecuación (2.7) se obtienen las expresiones:

$$\ddot{r} - r\dot{\theta}^2 = \frac{A(\dot{\theta} - \Omega) - GM}{r^2} \quad (2.9)$$

y

$$\frac{d}{dt}(r^2\dot{\theta}) = -\frac{Ar}{r^2} \quad (2.10)$$

donde:  $A = -\frac{Q_0 B_0 R^3}{mc}$ .

Los granos son emitidos a una distancia  $r_0$ , con una velocidad  $v_0$ , a un ángulo  $\theta_0$  e instantáneamente cargados.

Integrando la ecuación (2.10), la componente transversal de la velocidad puede ser expresada como:

$$v_t = r\dot{\theta} = \frac{A(1-x)}{r_0^2 x^2} + \frac{1}{x} \sqrt{\frac{KGM}{r_0 \sin\theta}} \quad (2.11)$$

donde  $x = \frac{r}{r_0}$ .

Sustituyendo para  $\dot{\theta}$  de la ecuación (2.11) en (2.9) e integrando se obtiene una expresión para la componente radial de la velocidad:

$$v_r^2 - v_0^2 \cos^2 \theta = -\frac{A^2 (1-x)^2}{r_0 x} - \frac{2Av_0 \text{sen} \theta (1-x)}{r_0^2 x^2} - \frac{v_0^2 \text{sen}^2 \theta (1-x^2)}{x^2} + \frac{2(A\Omega + GM)(1-x)}{r_0 x} \quad (2.12)$$

donde:  $v_r = \dot{r}$ .

Tomando  $v_0 = \sqrt{KGM/r_0}$  donde  $K$  es una constante arbitraria ( $K=1$  corresponde a la velocidad kepleriana), sustituyendo los parámetros:

$$p = \frac{A\Omega}{GM}$$

$$L_0 = \frac{r_0}{R}$$

$$\alpha = \frac{GM}{\Omega^2 R^3}$$

en la ecuación (2.12) se obtiene:

$$\left(\frac{r_0}{GM}\right)v_r^2 = [K(x^2 - \text{sen}^2 \theta) + 2(1-x)x]x^2 + \frac{2(1-x)}{x} \left[1 - \sqrt{\frac{K \alpha \text{sen} \theta}{L_0^3 x^2}}\right] p - \frac{\alpha^2}{L_0^3} \left[\frac{(1-x)^2}{x}\right] p^2 \quad (2.13)$$

Y ya que  $v_r^2 \geq 0$ , entonces de (2.13) se obtiene:

$$F(p, x; L_0, \theta_0, K) = p^2 - \frac{2L_0^3}{\alpha^2} \frac{x}{1-x} \left[ x^2 - \alpha \left( \frac{K}{L_0^3} \right)^{1/2} \text{sen} \theta_0 \right] p - \frac{L_0^3}{\alpha^2} \frac{x^2}{1-x^2} [K(x^2 - \text{sen}^2 \theta_0) + 2x(1-x)] \leq 0$$

(2.14)

La función  $F(p, x; L_0, \theta_0, K) = 0$  es una cuadrática en  $p$  para un valor determinado de  $x$  cuando  $L_0$ ,  $\theta_0$  y  $K$  tienen valores fijos. Las soluciones de  $F=0$  son expresadas por la relación:

$$p_{1,2} = \frac{L_0^3}{6(x-1)^2} \left\{ - \left( x^4 - x^3 - \sqrt{\frac{KGM}{r_0}} \text{sen} \theta_0 \frac{x(x-1)}{r_0 \Omega} \right) \pm \left[ \left( x^4 - x^3 - \sqrt{\frac{KGM}{r_0}} \text{sen} \theta_0 \frac{x(x-1)}{r_0 \Omega} \right)^2 + \frac{12(x-1)^2}{L_0^3} \left( x^4 \frac{K \cos^2 \theta}{2} + \frac{K}{2} \text{sen}^2 \theta_0 x^2 (x^2 - 1) + x^3 - x^4 \right) \right]^{1/2} \right\}$$

Haciendo uso de la expresión para  $p$  (Apéndice A) y considerando el hecho de que este parámetro es adimensional (razón entre las fuerzas eléctrica corrotacional y gravitacional),  $p$  puede ser expresada como:

$$p = -5.65 \times 10^{-3} \frac{\Phi(\text{volts})}{\rho(\text{g/cm}^3) a^2(\mu\text{m})}$$

donde  $a$ ,  $\rho$  y  $\Phi$  son respectivamente el radio, la densidad volumétrica y el potencial superficial del grano.

Debido a la importancia de la emisión electrónica secundaria, en toda región de la magnetósfera joviana, excepto en el toro de plasma de Io (Horanyi et al 1933, a,b), el potencial de los granos se mantiene constante (+3 volts). Chow et al (1993) demostraron que la emisión electrónica secundaria depende del tamaño de los granos, siendo mayor para granos más pequeños. De acuerdo con los cálculos realizados para granos con radios entre 0.01 y 0.1 micras, los valores para los potenciales se encuentran entre +7 y +4 volts, estos valores fueron obtenidos para las temperaturas del plasma utilizadas por Horanyi et al (1993,a,b).

En los cálculos realizados aquí, se ha tomado un potencial igual a +5 volts y una densidad de 1 g/cm<sup>3</sup> suponiendo que los granos estén formados por hielo de agua, con estos valores, el parámetro p queda expresado como:

$$p = \frac{2.83 \times 10^{-2}}{a^2 (\mu m)} \quad (2.15)$$

Graficando las soluciones de la ec. (2.14) para diferentes valores de x, se construyen las gráficas p vs x para encontrar las regiones donde los granos de polvo pueden quedar confinados o escapar de la magnetósfera. Como las soluciones nos dan los valores de las raíces p<sub>1</sub>(x) y p<sub>2</sub>(x), con ellos se obtienen los valores para los radios de los granos que quedan confinados y para los granos que escapan del medio.

En particular se proponen tres fuentes posibles de polvo: el satélite Io, el anillo de tul y el medio interplanetario.

## 2.2 IO COMO LA FUENTE DE POLVO

Io es uno de los cuatro satélites de Júpiter que fueron descubiertos por Galileo en el año de 1610, su característica principal es que se encuentra en una etapa de actividad volcánica por lo que se le considera como el cuerpo geológicamente más activo del Sistema Solar. De los cuatro satélites galileanos, Io es el más cercano al planeta encontrándose a solo 422 000 Km ( 5.897 R<sub>j</sub> ) respecto al centro de Júpiter, posee un radio de 1815 Km, una masa de  $8.89 \times 10^{22}$  Kg y una densidad de 3.55 g/cm<sup>3</sup>.

Debido a su actividad volcánica, Johnson et al. (1980) propusieron a Io como la fuente de polvo fino en la magnetósfera joviana. Recientemente, Horanyi et al. (1993 a,b) han sugerido que este cuerpo es la fuente de los haces de polvo detectados por la sonda Ulises ya que durante las fases de erupción volcánica se inyectan grandes cantidades de polvo en la magnetósfera, por lo consiguiente, si suponemos que los granos son emitidos desde Io entonces tienen la suficiente energía para escapar de la gravedad ioiana y como la velocidad orbital de Io ( $\approx 17.3$  Km/s) es mucho mayor que la velocidad de escape desde este cuerpo ( $\leq 0.1$  Km/s) entonces los granos son eyectados con la velocidad orbital del satélite (i.e. K=1) por lo cual la ecuación (2.14) se reduce a:



$$p^2 - \frac{2L_0^3}{\alpha^2} \frac{x}{1-x} \left( x^2 - \frac{\alpha}{\sqrt{L_0^3}} \right) p + \frac{L_0^3 x^2}{\alpha^2} = (p - p_1(x))(p - p_2(x)) \leq 0 \quad (2.16)$$

Para encontrar las soluciones de la ecuación (2.16) se toman en cuenta los valores de la masa, el radio, la velocidad angular y el campo magnético de Júpiter así como el parámetro magnético  $L_0$  que corresponde a la distancia a la cual se encuentra Io con respecto al centro del planeta, entonces:

$$M = 1.90 \times 10^{30} \text{ g}$$

$$R = 71492 \text{ Km}$$

$$L_0 = 5.897$$

$$\Omega = 1.74 \times 10^{-4} \text{ rad/s}$$

$$B = 4.2 \text{ gauss}$$

$$\therefore p_{1,2} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{2L_0^3}{\alpha^2} \frac{x}{1-x} \left( x^2 - \frac{\alpha}{L_0^{3/2}} \right) \pm \sqrt{\left[ \frac{2L_0^3}{\alpha^2} \frac{x}{1-x} \left( x^2 - \frac{\alpha}{L_0^{3/2}} \right) \right]^2 - \frac{4L_0^3 x^2}{\alpha^2}} \right\}$$

Las soluciones  $p_1(x)$  y  $p_2(x)$  se grafican en la figura (2.3), la región sombreada corresponde a la región físicamente permitida mientras que la región no sombreada es una solución que no puede ser interpretada físicamente y los granos no tienen acceso a ella.

El resultado más interesante de la fig. (2.3) es que los granos con radios entre  $0.01 \mu\text{m} \leq a \leq 0.24 \mu\text{m}$  que corresponden al intervalo  $-220 \leq p \leq -0.5$ , son eyectados de la magnetósfera. Los granos más pequeños con carga positiva se mueven en la región:  $1 \leq x \leq x_{\text{max}}$ . Cuando  $p$  adquiere valores numéricos muy grandes, las trayectorias se hacen mucho más pequeñas y el movimiento de los granos puede ser descrito en el caso límite por la aproximación adiabática (Apéndice C), es decir, como un giro elíptico alrededor de un centro guía, este centro guía deriva alrededor del planeta con una velocidad cercana a la velocidad de corrotación.

Para granos cargados positivamente que se mueven en las regiones donde  $x \geq 1$  ( $p < 0$ ), la componente radial de la fuerza eléctrica corrotacional apunta radialmente hacia afuera y por lo tanto la fuerza de gravedad "efectiva" sobre los granos, decrece. Para los granos con carga negativa ( $p > 0$ ), la fuerza eléctrica corrotacional está dirigida hacia el planeta incrementándose la fuerza gravitacional "efectiva" sobre ellos, por lo tanto, los granos

describen órbitas no periódicas en una región acotada por:  $x_{\min} \leq x \leq 1$ . Dentro de esta región, los granos más grandes se mueven entre el punto de eyección y el punto que corresponde a la mitad de la distancia comprendida entre el punto de eyección y la superficie planetaria, mientras que los más pequeños se mueven más cerca de las líneas de campo magnético y son "atrapados" por ellas. El tamaño de los granos que pueden escapar de Júpiter se encuentra en el intervalo  $0.01 \mu m \leq a \leq 0.24 \mu m$ , el cual es cercano al intervalo observado por el Ulises:  $0.03 \mu m \leq a \leq 0.14 \mu m$  y en el calculado por Horanyi et al (1993,a,b):  $0.02 \mu m \leq a \leq 0.1 \mu m$ . La comparación de los tres intervalos muestra una diferencia en los límites debida al valor seleccionado para el potencial, mientras que Horanyi et al. consideraron que un potencial de +3 volts era más adecuado, aquí se tomó un potencial igual a + 5 volts.

Para los granos que escapan de lo ( $K=1, \theta=\pi/2$ ) se obtienen las componentes radial y transversal de la velocidad usando las ecuaciones (2.11) y (2.12). Las variaciones de  $v_t$  y  $v_r$  a  $r \approx 30R_j$  pueden apreciarse en la figura (2.4); se eligió esa distancia porque representa la frontera de la región de corrotación del plasma y se supone que los granos son eyectados desde ahí. Ya que  $v_r$  es considerablemente mayor que  $v_t$  para los granos observados entre 0.03 y 0.1  $\mu m$ , los granos son eyectados casi radialmente con una velocidad total aproximadamente igual a la velocidad radial. Para estos granos, la velocidad radial está comprendida en el intervalo  $123 Km/s \geq v_r \geq 32 Km/s$  y el valor más grande corresponde al valor del radio más pequeño.

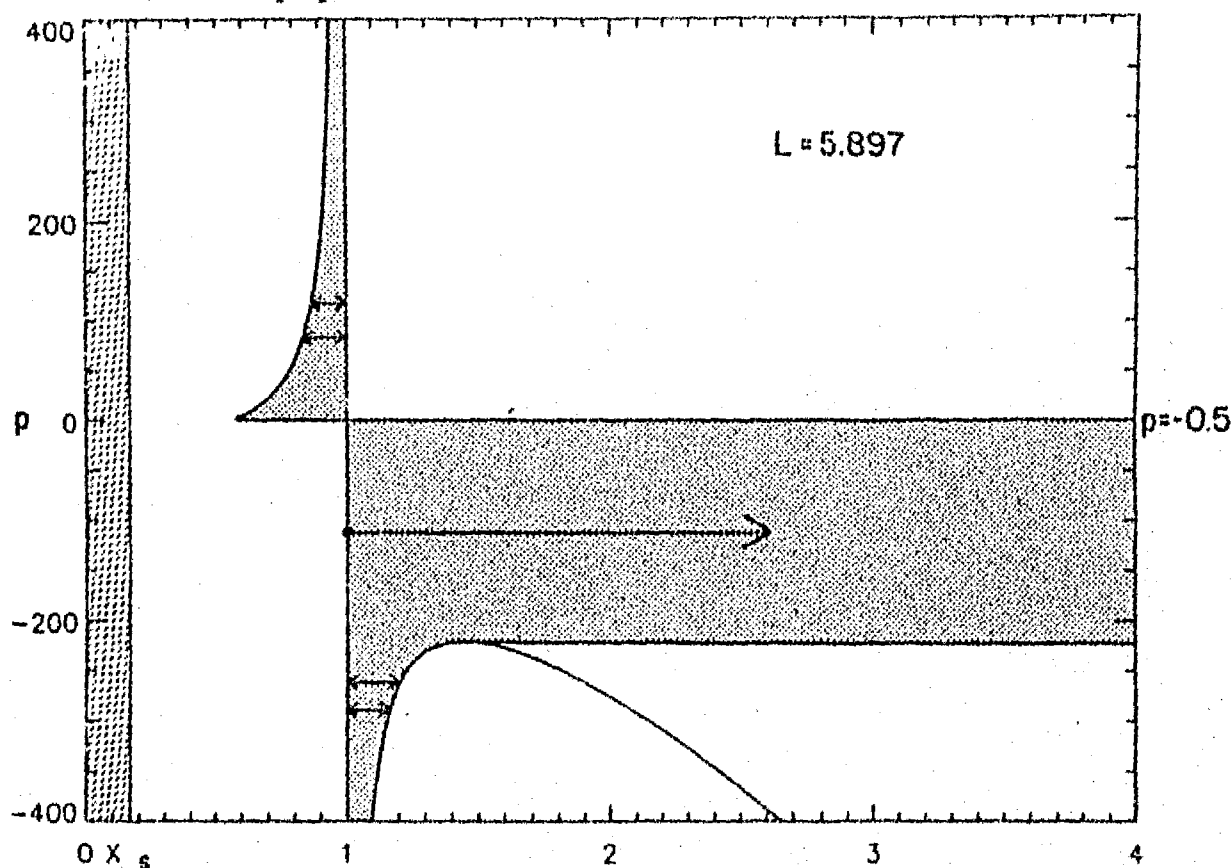


Fig.2.3 La topología de las órbitas de granos de polvo cargados lanzados de lo ( $L=5.897$ ). Las regiones sombreadas en el plano  $px$  corresponden a las regiones donde las órbitas reales pueden existir.  $x_s$  representa la superficie planetaria y el punto de lanzamiento está en  $x=1$ . Las flechas indican la dirección de desplazamiento de los granos. Para  $p < 0$ , los granos tienen carga positiva.

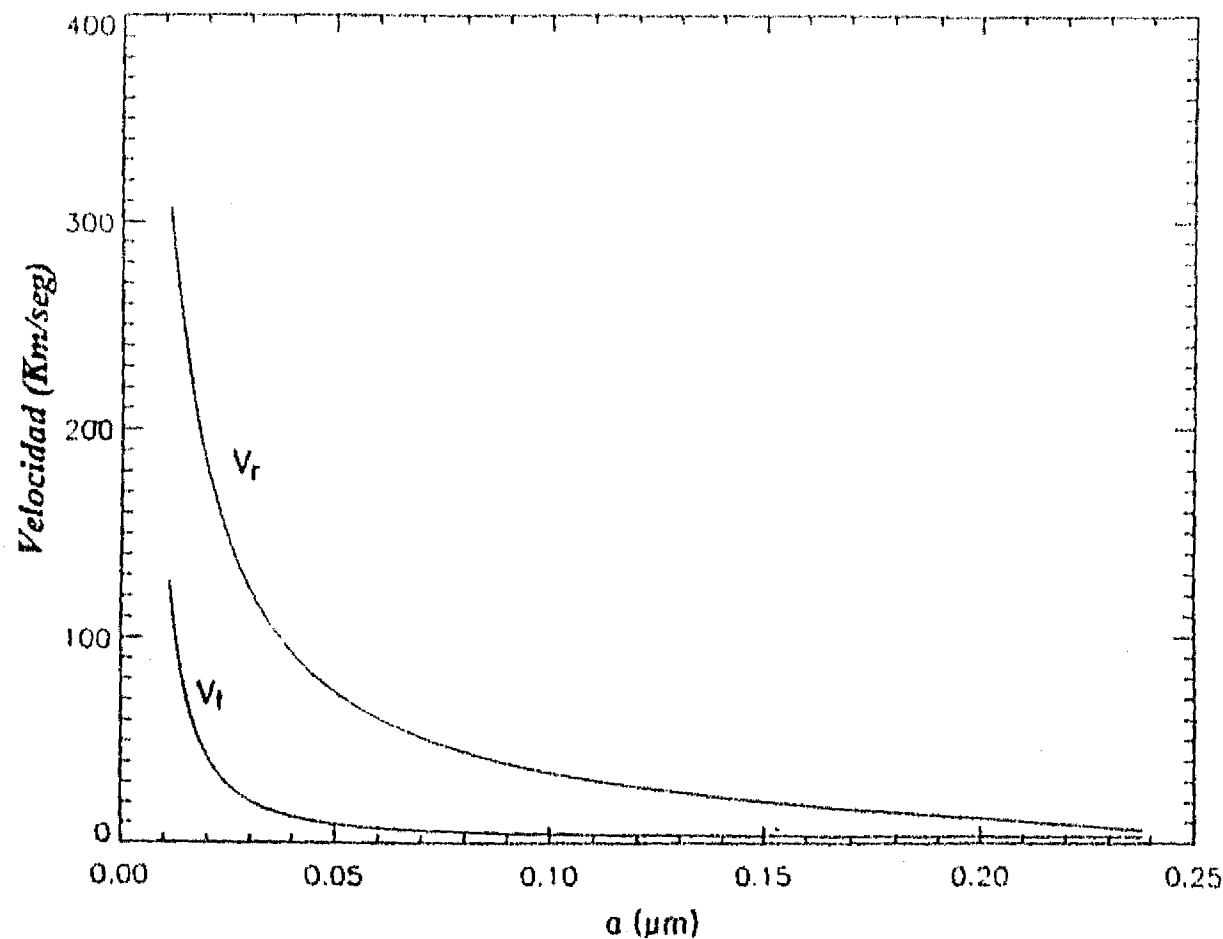


fig. 2. 4.- Variación de las componentes radial y transversal de la velocidad para granos lanzados desde Io.

Los valores obtenidos por Horanyi et al (1993 a,b) para la velocidad radial están en el intervalo:  $100 \text{ Km/s} \geq v_r \geq 21 \text{ Km/s}$  y son ligeramente acordes con los valores medidos por el Ulises:  $56 \text{ Km/s} \geq v_r \geq 20 \text{ Km/s}$ . Por otro lado, la diferencia entre los valores observados y los calculados para los granos más pequeños puede deberse al hecho siguiente: estos granos no tienen el tiempo suficiente para alcanzar el potencial de equilibrio antes de abandonar la magnetósfera, mientras que los grandes sí lo alcanzan.

Como la fuerza magnética es mayor que la fuerza gravitacional y ya que la velocidad angular planetaria es mayor que la velocidad angular de los granos de polvo en el intervalo:  $0.03 \mu\text{m} \leq a \leq 0.1 \mu\text{m}$ , es sencillo estimar el tiempo  $t_r$  empleado por estos granos para salir de la magnetósfera joviana a  $L_0=30$ ; de las consideraciones anteriores:

Si  $A\Omega \gg GM$  y  $\Omega \gg \dot{\theta}$  entonces:  $\ddot{r} = -\frac{A\Omega}{r^2}$ ,

$$\Rightarrow v_r \frac{dv_r}{dr} = -\frac{A\Omega}{r^2}, \quad (2.17 \text{ a})$$

Integrando la ecuación (2.17 a) se obtiene:

$$\frac{1}{2}(v_r^2 - v_{r_0}^2) = -\int_{r_0}^r \frac{A\Omega}{r^2} = A\Omega\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0}\right),$$

$$\therefore v_r = \frac{dr}{dt} = \sqrt{\frac{2A\Omega}{r_0}} \sqrt{\frac{r-r_0}{r}} \quad (2.17 b)$$

Integrando la ecuación (2.17 b) y resolviendo para  $t_r$  se obtiene el siguiente resultado:

$$t_r = a \sqrt{\frac{24 \pi c \rho L_0^3}{\Phi B_0 \Omega}} \quad (2.18)$$

(las unidades están en cgs y en esu). Evaluando para los granos pequeños y grandes se tiene:

$$t_r(a = 0.1 \mu m) \approx 6.3 \times 10^4 s$$

y

$$t_r(a = 0.03 \mu m) \approx 1.9 \times 10^4 s$$

Por otro lado, el tiempo empleado por un grano de polvo para adquirir su carga eléctrica cuando se encuentra sumergido en un plasma está dado por:

$$t_c \approx \frac{\lambda_D}{\omega_p a} \quad (2.18)$$

donde  $\lambda_D$  es la longitud de Debye y  $\omega_p$  es la frecuencia electrónica del plasma. También este tiempo, esencialmente determinado por el flujo de electrones primarios, permanece casi constante, independientemente de la producción de la emisión electrónica secundaria porque el flujo de electrones secundarios está determinado completamente por el flujo de electrones primarios. Usando  $T_e = 10^6 \text{ }^\circ K$  y  $n_e \approx 1 \text{ cm}^{-3}$  como valores representativos de la magnetósfera externa joviana (Horanyi et al., 1993 a, b) se calcula  $t_c$  para granos de 0.1 y 0.03 micras de radio:

$$t_c(a = 0.1 \mu m) \approx 3 \times 10^4 \text{ seg}$$

$$t_c(a = 0.03 \mu m) \approx 10^5 \text{ seg}$$

Se observa que mientras  $t_c \leq t_r$  cuando  $a = 0.1 \mu m$ ,  $t_c$  es considerablemente más grande cuando  $a = 0.03 \mu m$ .

### 2.3 EL ANILLO DE TUL COMO LA FUENTE DE POLVO

El anillo joviano está formado por tres componentes conocidas como: anillo principal, halo y anillo de tul (tabla 1) (Burns, 1990). El anillo principal contiene granos de polvo de 3 micras de diámetro y se localiza a solo 7000 Km de las nubes-tope jovianas; el halo tiene un espesor de casi 20 000 Km y contiene básicamente granos de polvo de unas cuantas décimas de micra de diámetro. Fuera del anillo principal se localiza el anillo de tul que representa la componente más tenue del anillo joviano, su brillantez decrece linealmente hacia afuera hasta desvanecerse a 3 R<sub>J</sub> y presenta un incremento en la densidad cerca de la órbita sincrónica (2.2 R<sub>J</sub>) razón por la cual se eligió como una fuente probable de los haces de polvo.

TABLA 1  
ANILLO DE JUPITER

nombre	distancia al planeta R <sub>J</sub>	ancho radial Km	ancho radial (Km)	espesor (Km)	profundidad óptica	masa (g)	albedo
halo	1.42-1.72	100 000-122 800	22 800	20 000	$6 \times 10^{-6}$	?	0.05
anillo-p	1.72-1.81	122 800-129 200	6 400	< 30	$10^{-6}$	$10^{16}$	0.05
anillo-tul	1.81-3	129 200-214 200	850 000	?	$10^{-7}$	?	0.05

1 R<sub>J</sub> = 71 492 Km, anillo-p = anillo principal

Resolviendo la ecuación (2.14) se obtienen las soluciones para el parámetro p que son graficadas para dos regiones del anillo de tul: dentro de la órbita sincrónica ( $L_0=2.0$ ) y fuera de la órbita sincrónica ( $L_0=2.5$ )

En las figuras (2.5) y (2.6) se observan las regiones de confinamiento para granos que son eyectados en  $L_0=2.5$  y en  $L_0=2.0$  respectivamente; por analogía con la fig. (2.3), las regiones sombreadas corresponden a las regiones que son físicamente permitidas. En la fig. (2.5), la curva ubicada debajo de la región sombreada también satisface la

condición  $p_2(x) \leq p \leq p_1(x)$  solo que en este caso, no se tiene una explicación física para esta solución.

En cada caso los granos son lanzados con una velocidad kepleriana ( $K=1$ ) como en el caso de Io. Cuando el lanzamiento se realiza fuera de la órbita sincrónica (i.e.  $L_0=2.5$ ) (fig. 2.4), la topología de las órbitas permitidas es similar a aquellas obtenidas para el caso de Io; en este caso los granos cargados positivamente ( $p < 0$ ) pueden escapar de la magnetósfera por las mismas razones discutidas para el caso ioiano donde los valores de  $p$  están comprendidos entre  $-9.73 \leq p \leq -0.5$ . Tomando en cuenta que el potencial es +5 volts el tamaño de los granos en este caso se encuentra dentro del intervalo:  $0.05 \mu m \leq a \leq 0.24 \mu m$ . Comparando este intervalo con el obtenido para Io se encuentra que éste último es mucho más pequeño que en el caso anterior. Los granos con  $a \leq 0.05 \mu m$  no pueden ser eyectados de esta región ya que son más fácilmente atrapados por las líneas de campo magnético cuando la velocidad relativa de lanzamiento de estos granos con respecto a la velocidad del campo magnético corrotacional es mucho más pequeña que en el caso de Io, por lo tanto los granos más pequeños observados por el Ulises no pueden venir de esa región; si los granos más grandes vienen de esa región no es claro cómo lo hacen porque tendrían que penetrar primero el toro de Io compuesto por plasma frío ( $4 \leq L \leq 6$ ) (Horanyi et al 1993, a,b). De acuerdo al modelo de plasma propuesto por estos autores, los granos adquieren un potencial negativo en esa región y por lo consiguiente son lanzados de regreso al planeta, por otro lado, si la inclinación de  $10^\circ$  entre el eje de rotación y el eje magnético de Júpiter influye sobre el movimiento de los granos emitidos por el anillo de tul para que no pasen por el toro de plasma de Io (Hamilton y Burns, 1993), esos granos no pueden ser considerados por este modelo ya que se ha supuesto que la inclinación entre los ejes es cero y que los granos se mueven en el plano ecuatorial.

La naturaleza de las órbitas de los granos lanzados cerca de la órbita sincrónica pero dentro de ella ( $L_0 = 2.0$ ) se aprecia en la fig. (2.6), aquí los granos cargados positivamente ( $p < 0$ ) están confinados para  $x \leq 1$ , mientras los granos más pequeños se mueven en órbitas electrodinámicamente abiertas entre  $x_{\min}(p) \leq x \leq 1$  mientras que aquellos con  $-0.15 \leq p \leq -1.18$  que corresponden a  $0.15 \mu m \leq a \leq 0.43 \mu m$  son interceptados por el planeta. La razón por la cual los granos cargados positivamente se mueven hacia el planeta en lugar de alejarse de él es que la velocidad de corrotación es menor que la velocidad kepleriana dentro de la órbita sincrónica y la componente radial de la fuerza electrodinámica sobre el grano apunta hacia adentro, por lo tanto, los granos emitidos del anillo principal ( $1.7R_J \leq r \leq 1.8R_J$ ) quedan también confinados en una región que se localiza dentro de esta estructura.

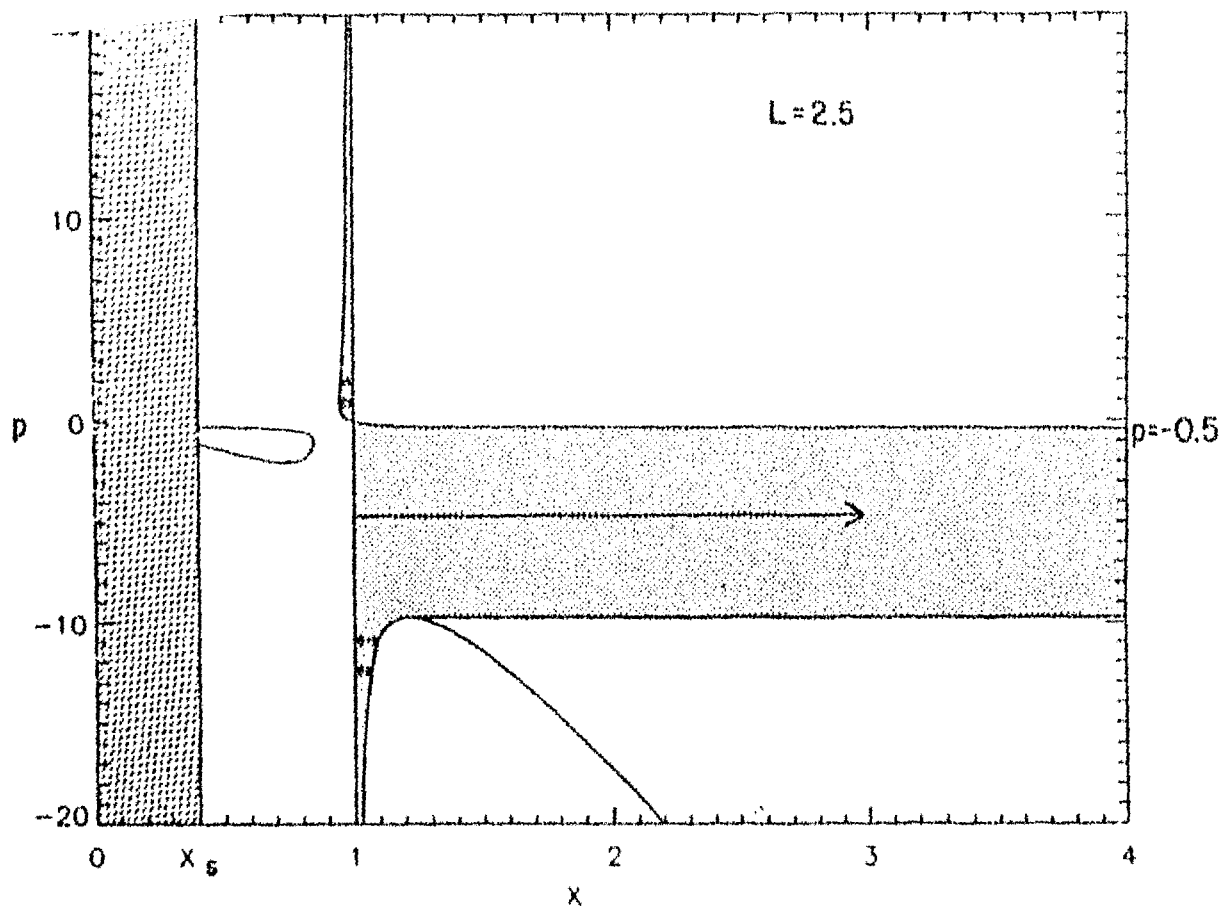


fig.2.5- Topología de las órbitas para granos lanzados fuera de la órbita sincrónica ( $L=2.5$ ).

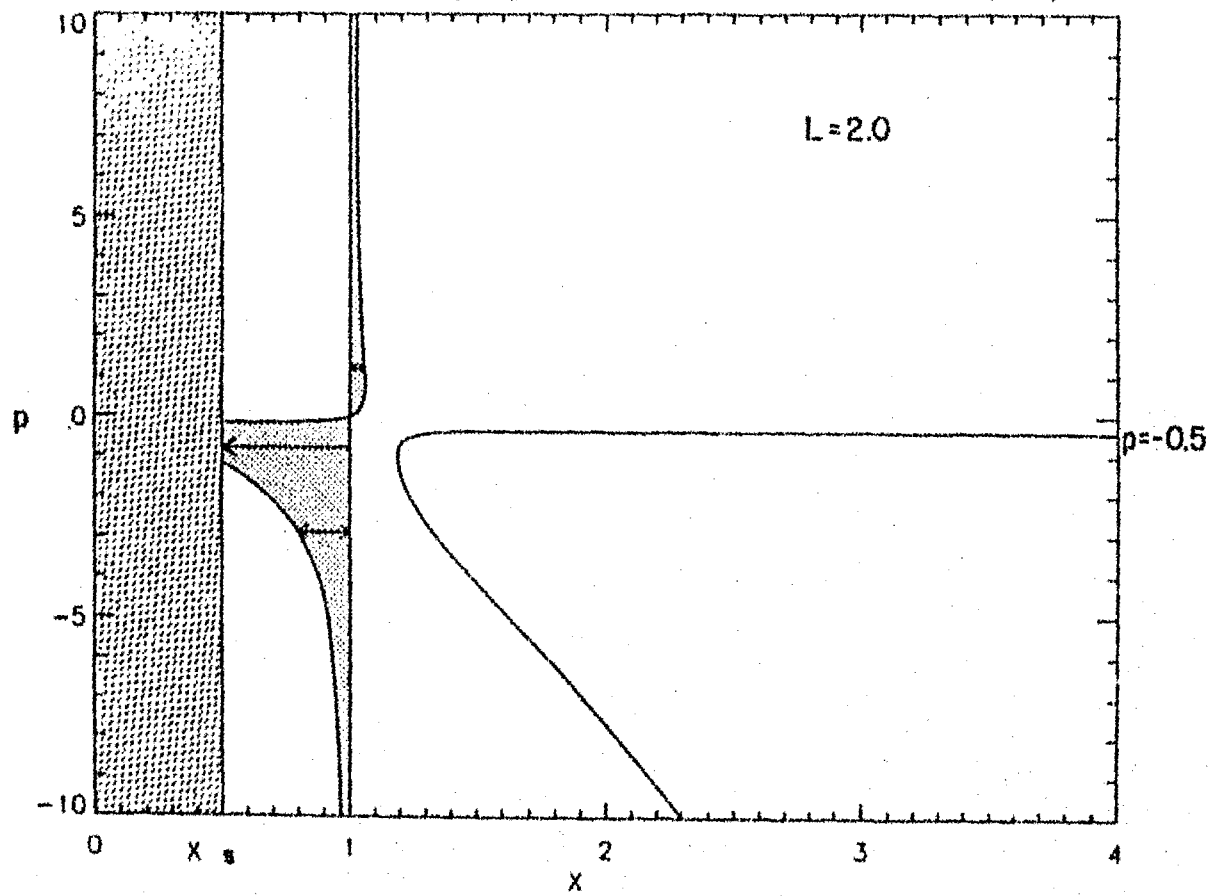


fig. 2.6- Topología de las órbitas para granos lanzados dentro de la órbita sincrónica ( $L=2.0$ ).

## 2.4 EL MEDIO INTERPLANETARIO COMO LA FUENTE DE POLVO

Utilizando la ecuación (2.14) se puede estudiar el comportamiento de los granos de polvo interplanetario que entran a la magnetósfera joviana. Si se supone que el punto de entrada está en  $r \approx 30 R_j$  ( distancia que corresponde al límite de la plasmasfera) los granos en el intervalo  $0.03 \mu m \leq a \leq 0.1 \mu m$  penetran en la magnetósfera para ser lanzados posteriormente hacia el exterior por el campo eléctrico corrotacional (fig.2.7). Las regiones físicamente permitidas para las órbitas son mostradas por las regiones ligeramente sombreadas; como en los casos anteriores, la curva que se encuentra debajo de la región sombreada es una solución matemática que no tiene interpretación física. Los granos con radio igual a 0.03 micras penetran hasta  $29.5 R_j$ , mientras que aquellos que tienen un radio igual a 0.1 micras penetran hasta  $19.5 R_j$ .

Como la fuerza gravitacional y la fuerza de corrotación no hacen trabajo neto sobre los granos durante un circuito completo, éstos salen de la magnetósfera con la misma velocidad con la que entraron por lo cual se deduce que estos granos no pueden ser la fuente de los haces de polvo observados.

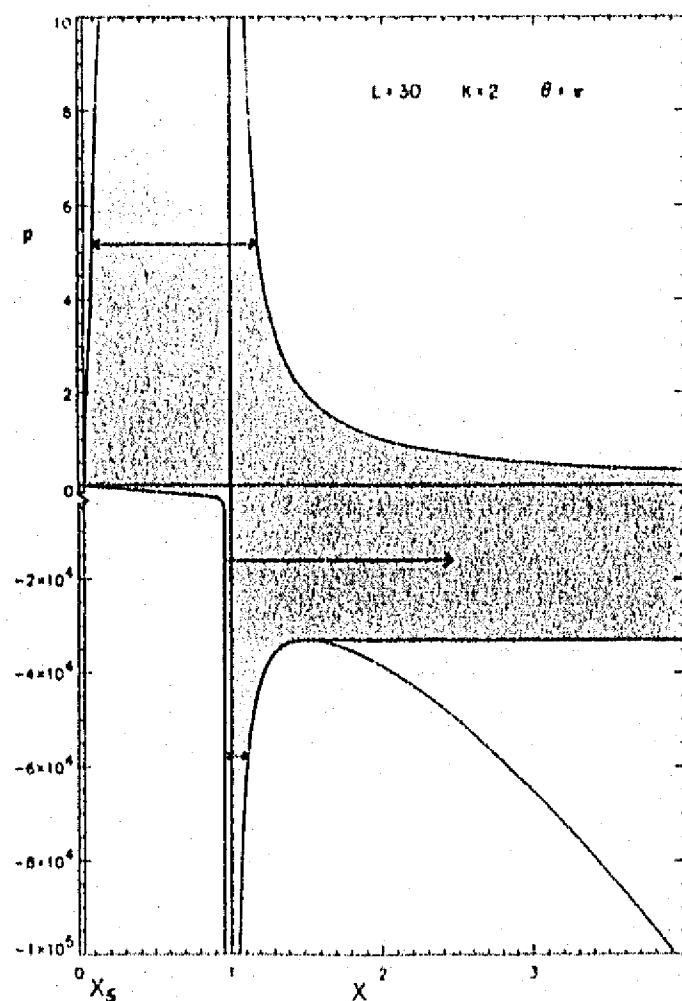


fig. 2.7- Topología de las órbitas de granos de polvo interplanetario cargado que penetran radialmente en la magnetósfera joviana corrotante en  $L=30$  con una velocidad igual a la velocidad de escape en ese punto.



## RESUMEN

*A partir de un modelo bidimensional se obtienen las soluciones de la ecuación de movimiento para un grano de polvo sumergido en una magnetósfera planetaria. Las soluciones son expresadas en términos del parámetro  $p$  el cual representa la razón entre la fuerza eléctrica corrotacional y la fuerza gravitacional que actúan sobre un grano.*

*De las soluciones es posible determinar el intervalo para el radio de los granos de polvo que escapan de la magnetósfera de Júpiter y que provienen de las erupciones volcánicas de Io:  $0.01\mu\text{m} \leq a \leq 0.24\mu\text{m}$ . Estos valores son muy cercanos a los valores obtenidos para el radio de los granos ( $0.03\mu\text{m} \leq a \leq 0.14\mu\text{m}$ ) que fueron detectados por la sonda espacial Ulises a su paso por el sistema joviano.*

*Se concluye que la fuente más probable de los haces de polvo es el satélite Io.*

### CAPITULO 3

#### DINÁMICA DE UNA PARTÍCULA DE POLVO EN UNA MAGNETOSFERA PLANETARIA CASO TRIDIMENSIONAL

##### **INTRODUCCION:**

En este capítulo se extiende a tres dimensiones el modelo bidimensional presentado en el capítulo anterior. Se plantea un modelo tridimensional porque el modelo bidimensional solo nos proporciona soluciones sobre el plano ecuatorial y no se puede predecir lo que pasa fuera de este plano.

A partir de la ecuación de movimiento tridimensional se obtienen las integrales para el momento y la energía para explicar el comportamiento dinámico de granos de polvo muy pequeños (0.075 - 0.3  $\mu\text{m}$  de radio) sumergidos en un medio magnetosférico.

La ecuación de movimiento se plantea bajo las siguientes suposiciones: el campo magnético es dipolar, se desprecia la inclinación de  $9.5^\circ$  entre el eje de rotación y el eje magnético, no se toma en cuenta el achatamiento planetario, se da por hecho que los granos de polvo quedan cargados instantáneamente en el punto de inyección y que su carga eléctrica permanece constante.

##### **3.1 EL MODELO TRIDIMENSIONAL**

La ecuación de movimiento que rige la dinámica de un grano de polvo cargado inyectada en la magnetósfera joviana en el marco de referencia inercial planetocéntrico (fig. 3.1) está dada por la siguiente expresión (capítulo 2) (Mendis y Axford, 1974., Mendis et al., 1984., Horanyi y Mendis, 1986., Maravilla et al., 1995, Grun et al., 1984):

$$m\ddot{\vec{r}} = \frac{Q_0}{c} [(\dot{\vec{r}} - \vec{\Omega} \times \vec{r}) \times \vec{B}] - \frac{GMm}{r^3} \vec{r} \quad (3.1)$$

donde el campo magnético se define ahora como:

$$\vec{B} = 2B_0 \cos\phi \left(\frac{R}{r}\right)^3 \hat{i}_r + B_0 \sin\phi \left(\frac{R}{r}\right)^3 \hat{i}_\phi \quad (3.2)$$

$B_0$  representa la magnitud del campo magnético en el ecuador e  $\hat{i}_r$  e  $\hat{i}_\phi$  son los vectores unitarios en la dirección radial y transversal respectivamente.

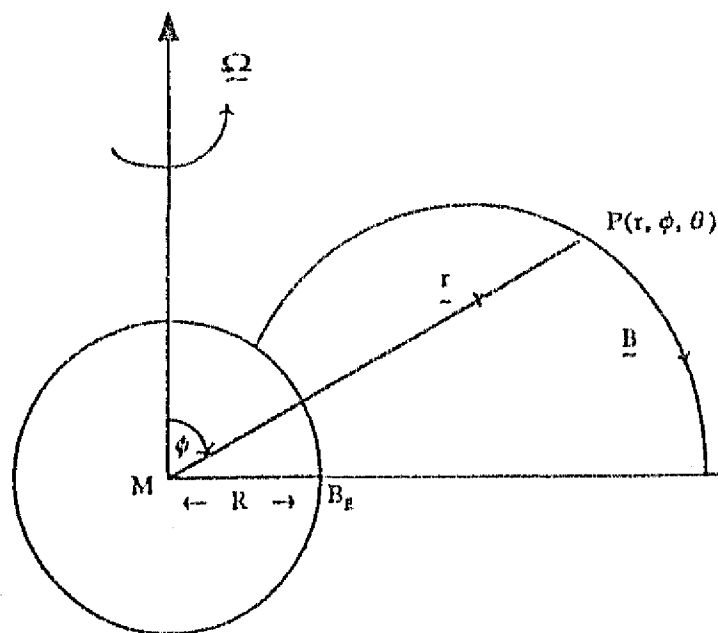


Fig. 3.1 El modelo tridimensional para un grano de polvo cargado moviéndose dentro de una magnetósfera planetaria.

Tomando el producto punto de la ecuación de movimiento con  $\dot{\vec{r}} (= \vec{v})$  se obtiene:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} v^2 \right) = A \Omega \frac{d}{dt} \left( \frac{\text{sen}^2 \phi}{r} \right) - \frac{GM}{r^2} \frac{dr}{dt} \quad (3.3)$$

donde  $A = -\frac{QB_0 R^3}{mc}$ ,  $Q_0$  es la carga del grano,  $B_0$  el campo magnético en el ecuador planetario,  $R$  el radio del planeta,  $m$  la masa del grano,  $c$  la velocidad de la luz,  $G$  la constante de la gravitación universal,  $M$  la masa planetaria,  $\Omega$  la velocidad angular del planeta.

Tomando el producto punto de la ecuación de movimiento (ec. 3.1) con  $\hat{i}_\theta$  (el vector unitario en la dirección azimutal), se obtiene:

$$\frac{d}{dt} (r^2 \text{sen}^2 \phi \dot{\theta}) = -\frac{A}{r^2} (\text{sen}^2 \phi \dot{\phi} - 2r \text{sen} \phi \cos \phi \dot{\phi}) = \frac{d}{dt} \left( \frac{A \text{sen}^2 \phi}{r} \right) \quad (3.4)$$

Integrando la ecuación (3.3) entre los límites  $r_0$  y  $r$ , donde  $r_0$  corresponde al punto de inyección de los granos, se obtiene la ecuación de la energía:

Cuando  $r = r_0$  (i.e. el punto de carga),  $v^2 = v_0^2 = \frac{KGM}{r_0}$  por lo cual, la ecuación para la energía puede ser expresada como:

$$v^2 - \frac{2A\Omega \text{sen}^2 \phi}{r} - \frac{2GM}{r} = \frac{KGM}{r_0} - \frac{2A\Omega \text{sen}^2 \phi_0}{r_0} - \frac{2GM}{r_0} \quad (3.5a)$$

$$\therefore v^2 = v_0^2 + 2A\Omega \left( \frac{\text{sen}^2 \phi}{r} - \frac{\text{sen}^2 \phi_0}{r_0} \right) - 2GM \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} \right), \quad (3.5b)$$

con  $v_0$  la velocidad en el punto de inyección.

Integrando la ecuación (3.4) entre  $r_0$  y  $r$  se obtiene la ecuación para el momento angular:

$$r \text{sen} \phi (r \text{sen} \phi \dot{\theta}) = \frac{A \text{sen}^2 \phi}{r} + k',$$

$$k = \frac{A \text{sen}^2 \phi}{r} + k',$$

$$k_0 = \frac{A \text{sen}^2 \phi_0}{r_0} + k',$$

$$k - k_0 = \frac{A \text{sen}^2 \phi}{r} - \frac{A \text{sen}^2 \phi_0}{r_0},$$

$$\text{donde } k' = r^2 \text{sen}^2 \phi \dot{\theta} - \frac{A \text{sen}^2 \phi}{r} = \text{cte.},$$

$$\therefore k = k_0 + A \left( \frac{\text{sen}^2 \phi}{r} - \frac{\text{sen}^2 \phi_0}{r_0} \right), \quad (3.6)$$

donde  $k (= r^2 \text{sen}^2 \phi \dot{\theta})$  es el momento angular específico alrededor del eje dipolar y  $k_0$  se refiere a su valor en el punto de inyección.

Sea:

$$x = \frac{r}{r_0}$$

y

$$y = \frac{\text{sen}^2 \phi}{\text{sen}^2 \phi_0}$$

entonces de la ecuación (3.5) se obtiene:

$$v^2 = \frac{KGM}{r_0} - \frac{2GM}{r_0} \left(1 - \frac{1}{x}\right) - 2A\Omega \frac{\text{sen}^2 \phi_0}{r_0} \left(1 - \frac{y}{x}\right), \quad (3.7)$$

$$v^2 = \frac{KGM}{r_0} - \frac{2GM}{r_0} \left(\frac{x-1}{x}\right) - 2A\Omega \frac{\text{sen}^2 \phi_0}{r_0} \left(\frac{x-y}{x}\right),$$

y de la ecuación (3.6):

$$k = k_0 - \frac{A \text{sen}^2 \phi_0}{r_0} \left(1 - \frac{y}{x}\right), \quad (3.8)$$

$$k = k_0 - \frac{A \text{sen}^2 \phi_0}{r_0} \left(\frac{x-y}{x}\right),$$

$$v_\theta = \frac{k}{r \text{sen} \phi},$$

$$v_\theta^2 = \frac{1}{r^2 \text{sen}^2 \phi} \left[ k_0^2 - \frac{2Ak_0 \text{sen}^2 \phi_0}{r_0} \left(\frac{x-y}{x}\right) + \frac{A^2 \text{sen}^4 \phi_0}{r_0^2} \left(\frac{x-y}{x}\right)^2 \right], \quad (3.9)$$

$$v_\theta^2 = \frac{1}{x^2 y} \left[ \frac{k_0^2}{r_0^2 \text{sen}^2 \phi_0} - \frac{2Ak_0}{r_0^3} \left(\frac{x-y}{x}\right) + \frac{A^2 \text{sen}^2 \phi_0}{r_0^4} \left(\frac{x-y}{x}\right)^2 \right]. \quad (3.10)$$

Usando las ecuaciones (3.5) y (3.6) y considerando que:

$$v^2 \geq v_\theta^2 \left( = \frac{k^2}{r^2 \text{sen}^2 \phi} \right), \quad (3.11)$$

se obtiene la ecuación:

$$\frac{KGM}{r_0} - \frac{2GM}{r_0} \left(\frac{x-1}{x}\right) - 2A\Omega \frac{\text{sen}^2 \phi_0}{r_0} \left(\frac{x-y}{x}\right) \geq \frac{1}{x^2 y} \left[ \frac{k_0^2}{r_0^2 \text{sen}^2 \phi_0} - \frac{2Ak_0}{r_0^3} \left(\frac{x-y}{x}\right) + \frac{A^2 \text{sen}^2 \phi_0}{r_0^4} \left(\frac{x-y}{x}\right)^2 \right],$$

$$\frac{1}{r_0} \left[ K - \frac{2(x-1)}{x} \right] - \frac{2A\Omega \operatorname{sen}^3 \phi_0}{GM r_0} \left( \frac{x-y}{x} \right) \geq \frac{1}{x^2 y} \left[ \frac{k_0^2}{GM r_0^2 \operatorname{sen}^2 \phi_0} - \frac{2Ak_0}{GM r_0^3} \left( \frac{x-y}{x} \right) + \frac{A^2 \operatorname{sen}^2 \phi_0}{r_0^4 GM} \left( \frac{x-y}{x} \right)^2 \right]$$

(3.12)

Haciendo:  $L_0 = \frac{r_0}{R}$  y  $p = \frac{A\Omega}{GM}$  se obtiene:

$$\frac{1}{L_0 R} \left[ \frac{x(K-2)+2}{x} \right] - 2p \frac{\operatorname{sen}^2 \phi_0}{L_0 R} \left( \frac{x-y}{x} \right) \geq \frac{1}{x^2 y} \left[ \frac{k_0^2}{GM L_0^2 R^2 \operatorname{sen}^2 \phi_0} - \frac{2pk_0}{\Omega L_0^3 R^3} \left( \frac{x-y}{x} \right) + p^2 \frac{GM \operatorname{sen}^2 \phi_0}{\Omega^2 L_0^4 R^4} \left( \frac{x-y}{x} \right)^2 \right]$$

Reordenando términos, finalmente se llega a:

$$xy \left[ \left\{ x(K-2)+2 \right\} - 2(x-y)p \operatorname{sen}^2 \phi_0 \right] \geq \frac{k_0^2}{GM L_0 R \operatorname{sen}^2 \phi_0} - \frac{2pk_0}{\Omega L_0^2 R^2} \left( \frac{x-y}{x} \right) + p^2 \frac{GM \operatorname{sen}^2 \phi_0}{\Omega^2 L_0^3 R^3} \left( \frac{x-y}{x} \right)^2$$

(3.13)

Multiplicando por  $x^2$  la ecuación (3.13) y haciendo:

$$k_0 = (r_0 \operatorname{sen} \phi_0) v_{a,0},$$

$$|k_0| \leq r_0 \operatorname{sen} \phi_0 v_0 = r_0 \operatorname{sen} \phi_0 \sqrt{\frac{KGM}{r_0}} = \operatorname{sen} \phi_0 \sqrt{KGMRL_0},$$

$$k_0 = \beta \operatorname{sen} \phi_0 \sqrt{KGMRL_0}, |\beta| \leq 1,$$

la ecuación (3.13) puede escribirse como:

$$x^3 y \left[ \left\{ x(K-2)+2 \right\} - 2(x-y)p \operatorname{sen}^2 \phi_0 \right] \geq K\beta^2 x^2 - 2px(x-y) \frac{\beta \operatorname{sen} \phi_0}{\Omega L_0^2 R^2} \sqrt{KGMRL_0} + p^2 \frac{GM \operatorname{sen}^2 \phi_0}{\Omega^2 L_0^3 R^3} (x-y)^2$$

$$\geq K\beta^2 x^2 - 2px(x-y) \beta \operatorname{sen} \phi_0 \sqrt{\frac{KGM}{\Omega^2 R^3 L_0^3}} + p^2 \operatorname{sen}^2 \phi_0 \frac{GM}{\Omega^2 R^3 L_0^3} (x-y)^2$$

(3.14)

Definiendo el parámetro  $\alpha^2 = \frac{GM}{\Omega^2 R^3}$  y sustituyéndolo en la ecuación (3.14), se obtiene:

$$x^3 y \left[ \{x(K-2)+2\} - 2(x-y) p \operatorname{sen}^2 \phi_0 \right] \geq K \beta^2 x^2 - 2x(x-y) \beta \sqrt{\frac{K}{L_0^3}} \alpha \operatorname{sen} \phi_0 p + p^2 (x-y)^2 \operatorname{sen}^2 \phi_0 \frac{\alpha^2}{L_0^3} \quad (3.15)$$

Reescribiendo la ecuación (3.15) como una cuadrática en  $y$ , entonces:

$$\begin{aligned} \left[ x^3 \{x(K-2)+2\} - 2x^4 p \operatorname{sen}^2 \phi_0 \right] y + 2x^3 p \operatorname{sen}^2 \phi_0 y^2 &\geq K \beta^2 x^2 - 2x^2 \beta \alpha \sqrt{\frac{K}{L_0^3}} \operatorname{sen} \phi_0 p + 2x \beta \alpha \sqrt{\frac{K}{L_0^3}} \operatorname{sen} \phi_0 p y + \\ p^2 x^2 \operatorname{sen}^2 \phi_0 \frac{\alpha^2}{L_0^3} - 2p^2 x \operatorname{sen}^2 \phi_0 \frac{\alpha^2}{L_0^3} y + p^2 \operatorname{sen}^2 \phi_0 \frac{\alpha^2}{L_0^3} y^2. \end{aligned} \quad (3.16)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \operatorname{sen}^2 \phi_0 \left( p^2 \frac{\alpha^2}{L_0^3} - 2px^3 \right) y^2 - \left[ 2x \operatorname{sen}^2 \phi_0 p^2 \frac{\alpha^2}{L_0^3} - 2x \beta \alpha \sqrt{\frac{K}{L_0^3}} \operatorname{sen} \phi_0 p + x^4 (K-2) + 2x^3 - 2x^4 p \operatorname{sen}^2 \phi_0 \right] y + \\ \left[ K \beta^2 x^2 - 2x^2 \beta \alpha \sqrt{\frac{K}{L_0^3}} \operatorname{sen} \phi_0 p + p^2 x^2 \operatorname{sen}^2 \phi_0 \frac{\alpha^2}{L_0^3} \right] \leq 0, \end{aligned} \quad (3.17)$$

$$\begin{aligned} \therefore \\ F(x, y, p; K, \beta, \phi_0, L_0; \alpha) = \left\{ \operatorname{sen}^2 \phi_0 \left( \frac{p^2 \alpha^2}{L_0^3} - 2px^3 \right) y^2 - \left[ \frac{2xp^2 \alpha^2}{L_0^3} \operatorname{sen}^2 \phi_0 - 2x \beta \alpha \sqrt{\frac{K}{L_0^3}} p \operatorname{sen} \phi_0 - x^4 (K-2) + 2x^3 - 2x^4 p \operatorname{sen}^2 \phi_0 \right] y + \right. \\ \left. \left[ K \beta^2 x^2 - 2x^2 \beta \alpha \sqrt{\frac{K}{L_0^3}} p \operatorname{sen} \phi_0 + p^2 x^2 \frac{\alpha^2}{L_0^3} \operatorname{sen}^2 \phi_0 \right] \right\} \leq 0. \end{aligned} \quad (3.18)$$

Cuando  $F(y, x; p, K, \beta, L_0, \phi_0; \alpha) = 0$ , las soluciones quedan expresadas como:

$$y_{1,2} = \frac{1}{2 \left[ \text{sen}^2 \phi_0 \left( \frac{p^2 \alpha^2}{L_0^3} - 2px^3 \right) \right]} \left\{ \left[ \frac{2xp^2 \alpha^2}{L_0^3} \text{sen} \phi_0 - 2x\beta\alpha \sqrt{\frac{K}{L_0^3}} p \text{sen} \phi_0 - \right. \right. \\ \left. \left. x^4 (K-2) + 2x^3 - 2x^4 p \text{sen}^2 \phi_0 \right] \pm \right. \\ \left. \left[ \left( 2x \frac{p^2 \alpha^2}{L_0^3} \text{sen} \phi_0 - 2x\beta\alpha \sqrt{\frac{K}{L_0^3}} p \text{sen} \phi_0 - x^4 (K-2) + 2x^3 - 2x^4 p \text{sen}^2 \phi_0 \right)^2 \right. \right. \\ \left. \left. - 4 \text{sen}^2 \phi_0 \left( \frac{p^2 \alpha^2}{L_0^3} - 2px^3 \right) \cdot \left( K\beta^2 x^2 - 2x^2 \beta\alpha \sqrt{\frac{K}{L_0^3}} p \text{sen} \phi_0 + p^2 x^2 \frac{\alpha^2}{L_0^3} \text{sen}^2 \phi_0 \right) \right] \right\} \quad (3.19)$$

donde:

$$x = \frac{r}{r_0}, y = \frac{\text{sen}^2 \phi}{\text{sen}^2 \phi_0}, p = \frac{A\Omega}{GM}, \alpha^2 = \frac{GM}{\Omega^2 R^3}, L_0 = \frac{r_0}{R},$$

y donde K y  $\beta$  están definidas a través de las expresiones siguientes:

$$v_0 = \sqrt{\frac{KGM}{r_0}},$$

y

$$k_0 = \beta(r_0 \text{sen} \phi_0) v_0.$$

En este caso el parámetro  $\beta$  cumple con la condición:  $|\beta| \leq 1$ .

Las soluciones dadas por la ecuación (3.19) dan origen a las superficies de reflexión que nos permiten identificar las regiones de confinamiento para varios valores de  $p$  cuando  $L_0, \theta_0, \beta$  y  $K$  tienen valores fijos.

Cuando  $v^2 = v_0^2$ , se cumple:  $v_r = 0 = v_\phi$ . Por consiguiente  $F(x, y, p; K, \beta, \phi_0, L_0; \alpha) = 0$  para valores fijos de los parámetros variables  $p, \beta, \phi_0, L_0$  y  $K$ , esta ecuación nos proporciona la superficie de reflexión donde quedan confinadas las trayectorias de los granos, estas trayectorias tocan la superficie de reflexión pero no la cruzan.

De la ecuación de la superficie de reflexión se obtienen dos raíces que son las soluciones para encontrar la zona de confinamiento de los granos. Esta región está acotada por las soluciones  $y_1$  y  $y_2$  las cuales dependen de los parámetros:  $L_0, \beta, \theta_0, x$ . Usando la



ecuación para  $F$  y recordando que:  $y = \frac{\text{sen}^2 \phi}{\text{sen}^2 \phi_0}$ , se pueden construir las gráficas polares

(i.e.  $x(=r/r_0)$ ) de las regiones permitidas para diferentes valores de los parámetros variables. Estas gráficas representan las secciones transversales meridionales de las regiones 3-D (tridimensionales) las cuales son tori-simétricas alrededor del eje de rotación planetario. Aun cuando la ecuación de la superficie de reflexión no muestra explícitamente el tipo de trayectorias que describen los granos, sí permite definir las secciones tori-simétricas para granos micrométricos y submicrométricos

Las soluciones son evaluadas para varios casos asignando valores diferentes a los parámetros  $\Phi$  y  $a$  (potencial electrostático y radio) de los granos dentro de la expresión obtenida para el parámetro  $p$  que de acuerdo con lo visto en el capítulo 2:

$$p = -5.65 \times 10^{-3} \frac{\Phi(v)}{\rho(g/cm^3) a^2(\mu m)}, \quad (3.20)$$

donde  $\rho$  es la densidad de los granos.

En los siguientes capítulos se lleva a cabo una aplicación del modelo tridimensional para granos de polvo que se mueven dentro de las magnetósferas joviana y terrestre.

### RESUMEN

*En base al modelo bidimensional se desarrolla el modelo tridimensional para describir el comportamiento dinámico de un grano de polvo sumergido en una magnetósfera planetaria.*

*La solución de la ecuación de movimiento es una ecuación cuadrática en términos del parámetro:  $y$  ( $= \text{sen}^2 \phi / \text{sen}^2 \phi_0$ ).*

*Las raíces de la ecuación cuadrática dan origen a las superficies de reflexión que acotan la región donde los granos quedan confinados.*

## CAPITULO 4

### APLICACIONES DEL MODELO TRIDIMENSIONAL EL COMETA SHOEMAKER-LEVY 9 Y SU INTERACCION CON JUPITER

#### **INTRODUCCION:**

Uno de los cometas que más ha llamado la atención en la última década es el cometa Shoemaker-Levy 9 (S-L9) no solo porque era un cuerpo fragmentado en la fecha de su descubrimiento (24 de marzo de 1993) sino porque por primera vez se pudo apreciar parcialmente el impacto de un cuerpo cometario sobre un planeta.

Se cree que el cometa se fragmentó el 8 de julio de 1992 cuando se encontraba en el perijove (punto de la órbita del cometa que se encuentra más cerca de Júpiter), aproximadamente a 95,221 kilómetros de distancia con respecto al centro del planeta (Sekanina et al., 1994); su destrucción fue producida por fuerzas de marea debido a la interacción gravitacional con este planeta gigante. En el perijove, la fragmentación dió origen a varios pedazos de diferente tamaño así como a grandes cantidades de polvo que quedaron depositadas en la magnetósfera joviana. Cabe mencionar aquí que del cometa se desprendieron granos de polvo antes, en el momento y después de la ruptura, los granos que quedaron depositados dentro de la magnetósfera joviana están interaccionando con los campos electromagnéticos del medio y probablemente estén formando estructuras anulares que lleguen a formar nuevos anillos (Horanyi et al., 1993 a, b) (Ver figs. 4.1 y 4.6).

Estudios posteriores al descubrimiento del cometa S-L 9 permitieron predecir con gran confiabilidad que los fragmentos cometarios se precipitarían sobre la "superficie" joviana en el punto descrito por las coordenadas: 45° de latitud sur y 6.5° de longitud a partir del limbo así como el periodo durante el cual los fragmentos caerían al planeta (5.5 días) (16-22 de julio de 1994). Como la zona del impacto estuvo ubicada en la cara oculta joviana (la cara que no vemos desde la Tierra), lo único que pudo apreciarse desde nuestro planeta fueron las fulguraciones producidas en la atmósfera como resultado de los impactos sobre Júpiter. Los estudios también permitieron catalogar al cometa S-L 9 como un cometa de periodo corto (i.e. el periodo del cometa es menor que 200 años) y de magnitud 14.

Para analizar la dinámica de los granos una vez que han interaccionado con las partículas energéticas del medio se eligieron tres posiciones representativas de la órbita cometaria que se localizan dentro de la magnetósfera joviana, estas posiciones son: el perijove (P) que representa el punto donde ocurrió la ruptura, el punto de declinación máxima (M) que corresponde a la posición del cometa fragmentado donde el ángulo polar es mínimo y el punto A ubicado sobre el plano ecuatorial joviano y que se relaciona con el punto anterior a la ruptura en donde la órbita cometaria se encuentra con el plano ecuatorial del planeta (Ver figs. 4.1 y 4.6).

Para estas tres posiciones se obtienen las regiones de confinamiento de granos de polvo dadas por las soluciones de la ecuación de la superficie de reflexión (ec. 3.18, capítulo 3)

Antes de encontrar dichas soluciones e interpretar los resultados es importante conocer cuáles son las condiciones físicas bajo las cuales un cometa puede ser destruido por fuerzas de marea al interactuar con un cuerpo tan masivo como lo es el planeta Júpiter y el valor de los parámetros  $\phi$ ,  $\beta$  y  $r$  que corresponden al ángulo polar (ángulo relacionado con cada punto de inyección de granos de polvo: A, P y M), a la magnitud del momento angular y a la distancia entre los puntos de inyección de granos de polvo (A, P y M) y Júpiter. Con los valores de  $\beta$  se resuelve la ecuación de la superficie de reflexión para granos de radio diferente inyectados en P, M y A, mientras que con los valores del ángulo polar se encuentra la posición del locus de Alfvén (sección 4.3).

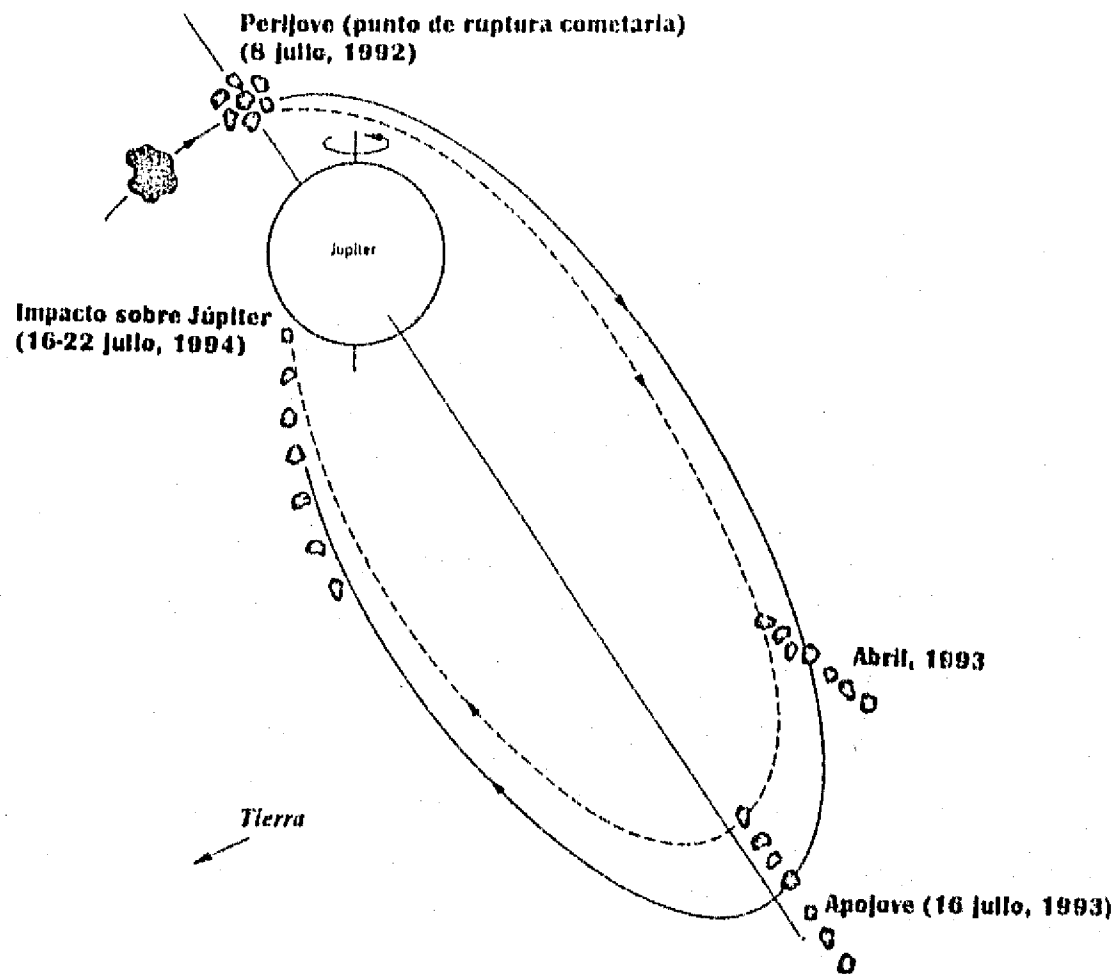


Fig. 4.1 Órbita del cometa Shoemaker-Levy 9 después de la ruptura.

#### 4.1 CONDICION DE RUPTURA COMETARIA

Con objeto de simplificar el tratamiento, se considera que el cometa es un cuerpo esférico formado por dos hemisferios iguales que interaccionan entre sí a través de la sección transversal circular que tienen en común, se supone que en el perijove (posición de ruptura) el cometa se mueve en una órbita circular alrededor de Júpiter y la distancia entre el cometa y el planeta es igual a  $d$  (fig. 4.2); en estas condiciones, el balance entre la fuerza gravitacional y la fuerza centrífuga puede ser expresado como:

$$\begin{aligned} F_g &= F_c \\ \Rightarrow \frac{GM_J M_c}{d^2} &= \frac{M_c v_{cr}^2}{d}, \\ \frac{GM_J}{d^2} &= \frac{\omega^2 d^2}{d}, \end{aligned} \quad (4.1)$$

donde  $v_{cr}^2 = \omega^2 r^2$  representa la velocidad circular cometaria,  $M_J$  es la masa de Júpiter,  $M_c$  es la masa del cometa,  $G$  es la constante de la gravitación universal y  $d$  es la distancia de separación entre el planeta y el cometa.

$$\therefore d\omega^2 = \frac{GM_J}{d^2}. \quad (4.2)$$

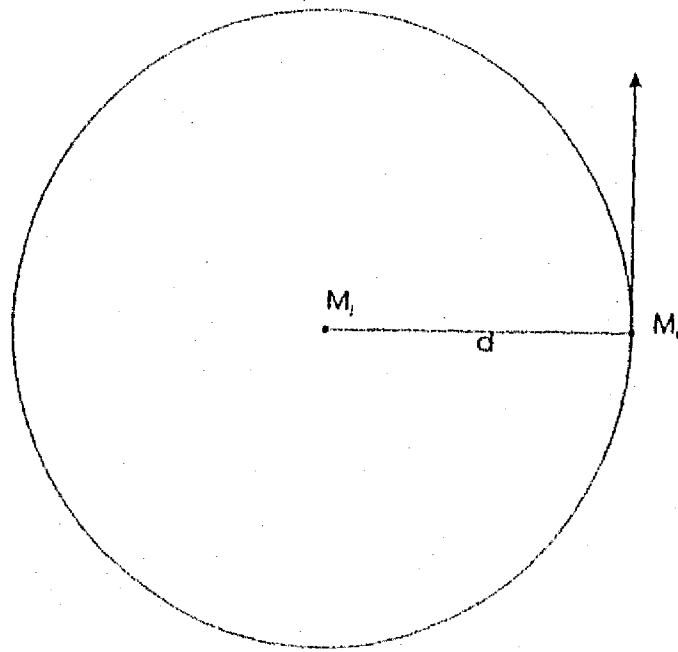


Fig. 4.2 Órbita que describe el cometa alrededor de Júpiter en el momento de la ruptura.

En el marco de referencia cometario (no-inercial), la fuerza neta (hacia afuera) sobre el hemisferio A (el hemisferio más alejado del planeta) (fig.4.3) puede ser expresada como la diferencia entre la fuerza centrífuga y la fuerza gravitacional planetaria que actúa sobre el cometa, por lo cual:

$$\begin{aligned}
 F_M &= \frac{M_c}{2} (d + \bar{x}) \omega^2 - \frac{M_c}{2} \frac{GM_J}{(d + \bar{x})^2} \\
 &= \frac{M_c}{2} d \omega^2 \left(1 + \frac{\bar{x}}{d}\right) - \frac{M_c}{2} GM_J \frac{1}{d^2 \left(1 + \frac{\bar{x}}{d}\right)^2},
 \end{aligned}
 \tag{4.3}$$

donde  $\bar{x}$  es la distancia comprendida entre el centro de masa cometario y el punto sobre el cual está actuando la fuerza de marea.

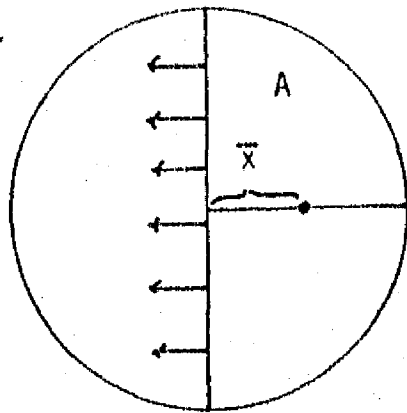


fig. 4.3 Estructura del cometa formado por dos hemisferios iguales.

Como el cometa está cayendo directamente hacia el planeta (caso del cometa S-L 9) (fig. (4.4) entonces de la ecuación (4.3), la fuerza de marea que actúa sobre el cometa puede expresarse como:

$$\begin{aligned}
 F_M &= \frac{M_c}{2} \frac{GM_J}{d^2} \left[ 1 - \left(1 + \frac{\bar{x}}{d}\right)^{-2} \right], \\
 F_M &= \frac{M_c}{2} \frac{GM_J}{d^2} \frac{2\bar{x}}{d},
 \end{aligned}
 \tag{4.4}$$

donde el término entre paréntesis ha sido desarrollado en serie y truncado en  $O(x/d)^2$ .

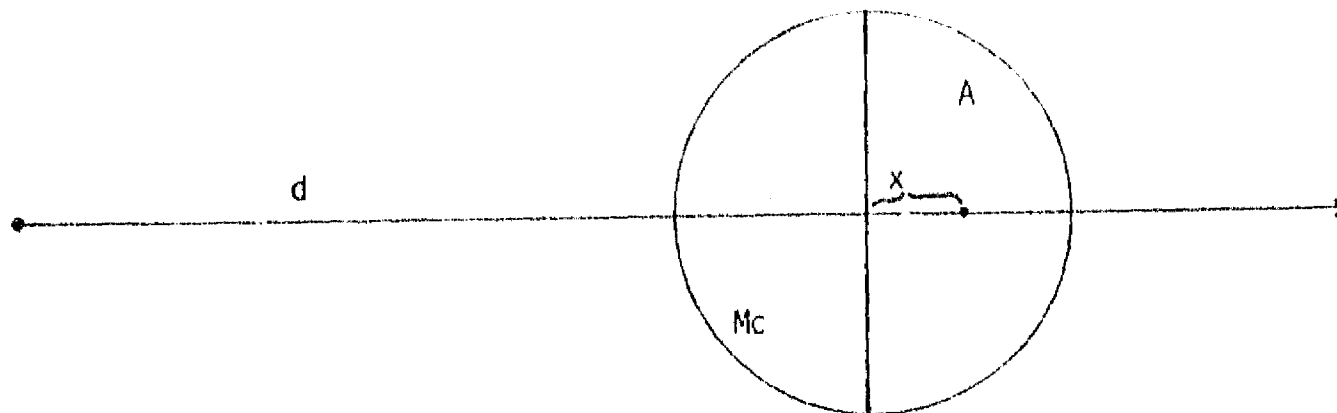


fig. 4.4 Cometa cayendo directamente hacia el planeta.

Sea  $T$  la fuerza de tensión a la ruptura, entonces la ruptura por fuerzas de marea ocurrirá si:

$$\pi R^2 T \leq \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 \bar{\rho} GM_J \frac{2}{d^3} \cdot \frac{3}{8} R,$$

donde  $\bar{\rho}$  es la densidad promedio cometaria y  $R$  es el radio del cometa.

Por lo tanto:

$$T \leq \frac{1}{2} \bar{\rho} \frac{GM_J}{d^3} R^2$$

Despejando el parámetro  $d$ , se llega a la expresión para la distancia de separación entre el cometa y el planeta a la cual se produce la ruptura, esa distancia depende principalmente del radio cometario y de la fuerza de tensión a la ruptura:

$$\therefore d \leq \left( \frac{1}{2} \bar{\rho} GM_J \right)^{1/3} \left( \frac{R^2}{T} \right)^{1/3} \quad (4.5)$$

Es claro de las ecuaciones (4.3) y (4.5) que si se cumple la condición:

$$d = \left( \frac{1}{2} \bar{\rho} G M_p \right)^{1/3} \left( \frac{R^2}{T} \right)^{1/3}, \quad (4.6)$$

el cometa será fragmentado en dos secciones, cada una de las cuales corresponderá a uno de los hemisferios que forman parte del cuerpo celeste.

Graficando  $d$  vs  $R$  (fig. 4.5) se obtiene la variación de la distancia  $d$  con respecto al radio cometario  $R$  para varios valores de tensión a la ruptura; en dicha figura, la región de estabilidad para cada valor de  $T$  se localiza arriba de la curva en cuestión. A medida que la tensión a la ruptura es menor, la distancia de ruptura cometaria (con respecto al planeta) es mayor.

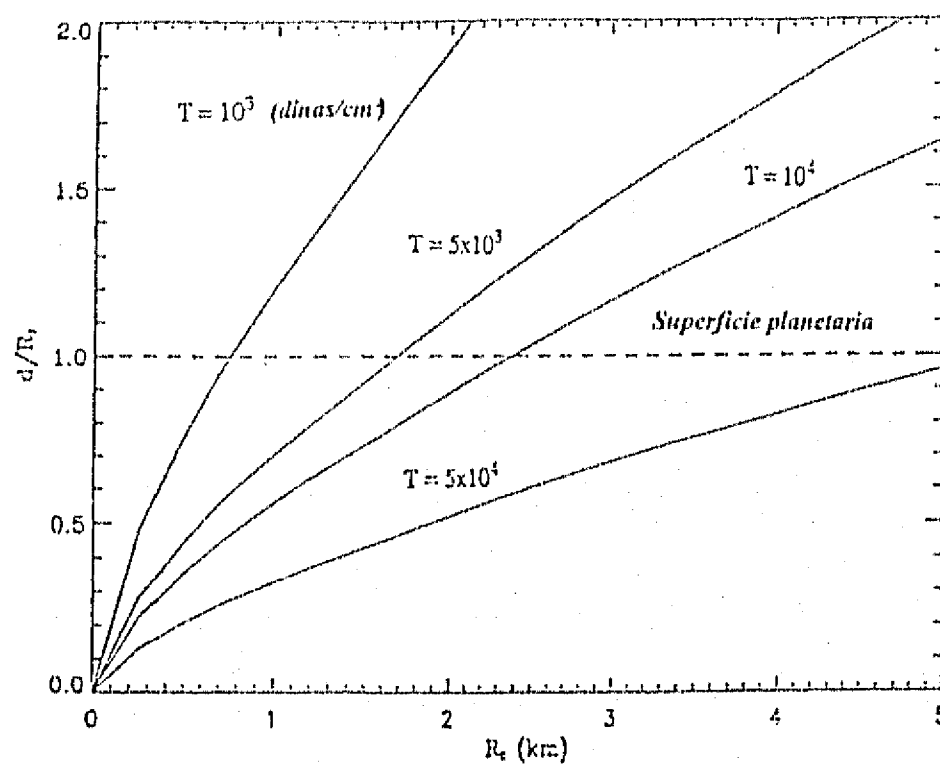


fig. 4.5  $d$  vs  $R$  para varios valores del parámetro  $T$  (tensión a la ruptura).

#### 4.2 EL PARAMETRO $\beta$

Este parámetro está relacionado con la magnitud del momento angular para cada grano de polvo inyectado en el punto P, A o M (en el perijove, sobre el plano ecuatorial planetario y en la declinación máxima).

Evaluar  $\beta$  es relativamente sencillo; para ello se toman en cuenta los parámetros orbitales evaluados por Sekanina et al (1993) para la órbita cometaria durante la fecha de la

ruptura (9 de julio de 1992) (fig. 3) considerando que:  $e \approx 0.997 (\approx 1)$ ,  $i = 70.6^\circ$ ,  $\Omega = 262.5^\circ$ ,  $\omega = 47.3^\circ$ ,  $r_p = 95221 \text{ Km} (\approx 1.33 R_j)$ ,  $t_p = 7.84 \text{ julio } 1992$ .

Aquí se desprecia la inclinación entre el plano de la eclíptica y el plano orbital de Júpiter ( $\approx 1.3^\circ$ ) y la inclinación entre el plano orbital joviano y el plano ecuatorial del planeta ( $\approx 3^\circ$ ). Consecuentemente la inclinación del plano orbital del cometa con el plano ecuatorial del planeta es  $\omega$  y el argumento del perijove con respecto al plano ecuatorial de Júpiter es  $\omega \approx \omega'$ . Con estos valores y utilizando las expresiones matemáticas que relacionan las coordenadas en el plano ecuatorial con las coordenadas eclípticas (orbitales) (Sterne, 1960) se obtienen los valores para  $\beta$  (Apéndice B, Tabla I) los cuales posteriormente se sustituyen en la ecuación de la superficie de reflexión para encontrar las soluciones que generan las regiones de confinamiento de granos de polvo de diferente radio inyectados en P, A y M (ec. 3.18, capítulo 3).

TABLA I  
valores del parámetro  $\beta$  para los puntos A, P y M

	$\angle\phi$	distancia a Júpiter( $r$ )	$\beta$
a) Cometa en el plano ecuatorial (A)	$90^\circ$	$1.59 R_j$	0.30
b) Cometa en el perijove (P)	$46.1^\circ$	$1.33 R_j$	0.33
c) Cometa en la declinación máxima (M)	$19.4^\circ$	$1.53 R_j$	0.31

#### 4.3 REGIONES DE CONFINAMIENTO DE POLVO CARGADO

Antes de proceder a la discusión del caso general, se toman en cuenta aquellos granos cuya carga específica es tan grande que actúan como partículas cargadas y su movimiento puede ser descrito por la aproximación de centro-guía (Apéndice C), i.e. el radio de Larmor ( $r_L$ ) de los granos es mucho menor que la longitud de escala característica sobre la cual el campo magnético varía (de hecho  $m \propto a^3$  y  $m/q \propto a^2$ ). Usando la cuantificación de este criterio primero utilizado por Alfvén (1950),  $r_L \leq 10^{-2} r (\approx 3 \times 10^{-2} B / |\nabla B|)$  se obtiene un radio crítico para los granos cuya dinámica puede ser explicada a través de la aproximación de centro-guía. En el plano ecuatorial este radio queda expresado por la siguiente relación:

$$a^* (\mu m) = 50 \left[ \frac{\Phi B_0 R_j}{\pi \rho c L^2 v_{rel}} \right]^{1/2}, \quad (4.7)$$



donde  $\Phi$  es el potencial eléctrico para el grano evaluado en volts,  $B_0$  es el campo magnético joviano calculado en el ecuador,  $\rho$  la densidad del grano,  $L$  el parámetro magnético,  $c$  la velocidad de la luz y  $v_{rel}$  es la velocidad relativa entre la velocidad del campo magnético corrotacional y la velocidad del grano (Horanyi et al, 1993b).

Cuando  $a > a^*$  se tiene que resolver la ecuación de movimiento electrodinámico (ec. 3.1).

Si  $a < a^*$  el movimiento del grano es descrito por la aproximación de centro-guía pero si  $a \gg a^*$  y si las fuerzas electromagnéticas son despreciables entonces el movimiento de los granos es kepleriano.

Cuando la fuerza eléctrica corrotacional es comparable con la fuerza gravitacional ( $A\Omega \approx GM$ ) entonces el movimiento de los granos es gravitoelectrodinámico y las órbitas que describen son coroidales.

Por otro lado, para granos que se mueven en un marco de referencia corrotante (para los cuales la aproximación de centro-guía es válida y cuyo momento magnético es cero) (Alfvén, 1954), existe una región de puntos donde las componentes paralelas de las fuerzas gravitacional y centrífuga que se alinean con el campo magnético, desaparecen. En el plano meridional esta región (locus de Alfvén) está expresada matemáticamente por:

$$\frac{r}{R_j} = \left( \frac{2GM_j}{3\Omega^2 R_j^3} \right)^{1/3} \operatorname{cosec}^{2/3} \phi, \quad (4.8)$$

donde  $M_j$  y  $R_j$  corresponden a la masa y al radio de Júpiter,  $G$  es la constante de la gravitación universal y  $\Omega$  es la velocidad de rotación planetaria. Cuando el locus intersecta una línea de campo en el punto P (cuyo ángulo polar es  $\phi_p$  (Apéndice B)), todos los granos que tienen un ángulo polar menor a  $\phi_p$  son succionados hacia el planeta, de lo contrario, aquellos granos que cumplen con la condición:  $\phi > \phi_p$ , son eyectados de la magnetósfera sobre el plano ecuatorial.

Ahora se procede a resolver la ecuación de la superficie de reflexión para construir las regiones de confinamiento que representan las secciones transversales meridionales de las regiones axi-simétricas del polvo cargado dentro de la magnetósfera joviana para tres posiciones representativas de la órbita cometaria. En cada caso, se supone que los granos de polvo son inyectados con la velocidad orbital del cometa considerando que su órbita en el marco de referencia joviano es casi parabólica (excentricidad aproximadamente igual a 1) y que su velocidad es muy cercana a la velocidad de escape en cada uno de los puntos propuestos (A, P o M).

Una vez que los granos de polvo se encuentren sumergidos en la magnetósfera joviana adquieren una carga eléctrica que permanece constante siempre y cuando las condiciones magnetosféricas del medio (densidad y temperatura) no se modifiquen; un problema que acompaña a esta suposición es que los parámetros del plasma en la magnetósfera interna joviana no son conocidos ( $r \leq 5 R_j$ ) por lo que no es posible estimar la magnitud del potencial electrostático para los granos de polvo que surgieron como

consecuencia de la ruptura cometaria. Por tal motivo, se recurrió al modelo de plasma diseñado por Divine y Garret (1983) y modificado por Horanyi (1994) donde se obtuvo un valor de + 5 volts para  $\Phi$  (el potencial electrostático de los granos de polvo), este valor parece ser razonable para un plasma ubicado a altas latitudes jovianas donde la fotoemisión podría ser la corriente dominante debido a la baja densidad del plasma.

Con las consideraciones precedentes y tomando los valores para el radio y el potencial electrostático de los granos de polvo así como aquellos valores obtenidos para el parámetro  $\beta$  se resuelve la ecuación (3.18) (capítulo 3) obteniéndose los siguientes resultados:

#### **4.3.1 PRIMER CASO: POLVO INYECTADO EN EL PLANO ECUATORIAL PLANETARIO (A), $\beta=0.30$ .**

Haciendo uso de la ecuación (4.7) se obtiene la magnitud del radio que los granos de polvo deben tener para que su movimiento sea descrito por la aproximación de centro-guía, en este caso  $a^*=0.05$  micras.

Para este caso se toman en cuenta tres valores para el radio de los granos de polvo inyectados en el punto A (fig. 4.6) (figs. 4.7 a, b, c). Las áreas sombreadas corresponden a la región de confinamiento que se encuentra delimitada por la superficie de reflexión la cual es una superficie que gira alrededor del eje de rotación joviano. La fig. (4.7a) muestra la región de confinamiento para granos de 0.05 micras de radio que quedan atrapados dentro de una región toroidal muy delgada que contiene al punto de inyección e intersecta la superficie planetaria, como este radio corresponde al valor de  $a^*$  entonces el movimiento de estos granos puede ser descrito por la aproximación de centro-guía.

Como la región de confinamiento permanece totalmente dentro de la superficie de rotación generada por el locus de Alfvén, todos los granos confinados por la superficie de reflexión impactan la superficie planetaria, así como también aquellos granos que cumplen con la condición:  $a < a^*$ .

En la fig. 4.7b) se muestra la región de confinamiento para granos de 0.07 micras de radio, estos granos se localizan dentro de una región más ancha con respecto a la región para granos de 0.05 micras de radio e intersecta la superficie de revolución generada por el locus de Alfvén. Esto junto con el hecho de que  $a > a^*$ , hace posible predecir parcialmente de este análisis, el destino final de los granos que tienen este radio, desafortunadamente no se puede predecir si intersectarán la superficie planetaria o si su órbita permanecerá confinada a altas o bajas latitudes.

La región para granos ligeramente más grandes (0.075 micras) se muestra en la fig. 4.7c), en este caso el locus de Alfvén solo intersecta una pequeña parte de la superficie de revolución y un grano con este radio escapará ya sea impactando al planeta o saliendo de la magnetósfera porque la región ahora es abierta. Si cae al planeta, el grano puede precipitarse incluso a 45° de latitud sobre la superficie joviana, pero si escapa de la magnetósfera, lo hace fuera de la órbita sincrónica. Cuando un grano se mueve fuera de esta órbita, su movimiento se ve dominado por la fuerza eléctrica corrotacional la cual apunta radialmente

hacia afuera para un campo magnético paralelo al eje de rotación planetario y para granos que tienen carga positiva (Horanyi et al 1993 a, b; Maravilla et al, 1995).

De las figuras 4.7 a), b) y c) se observa que cuando el radio de los granos aumenta, el tamaño de la región de confinamiento no solo crece sino que el confinamiento desaparece, por lo cual los granos de polvo con carga positiva pueden escapar de la magnetósfera al ser acelerados hacia el exterior por la fuerza eléctrica corrotacional si las órbitas permanecen fuera del radio sincrónico. Si el radio de los granos es  $a \geq 1\mu m$ , la fuerza de Lorentz es despreciable en comparación con la fuerza gravitacional y los granos se desplazan sobre la misma trayectoria que describe el cometa fragmentado.

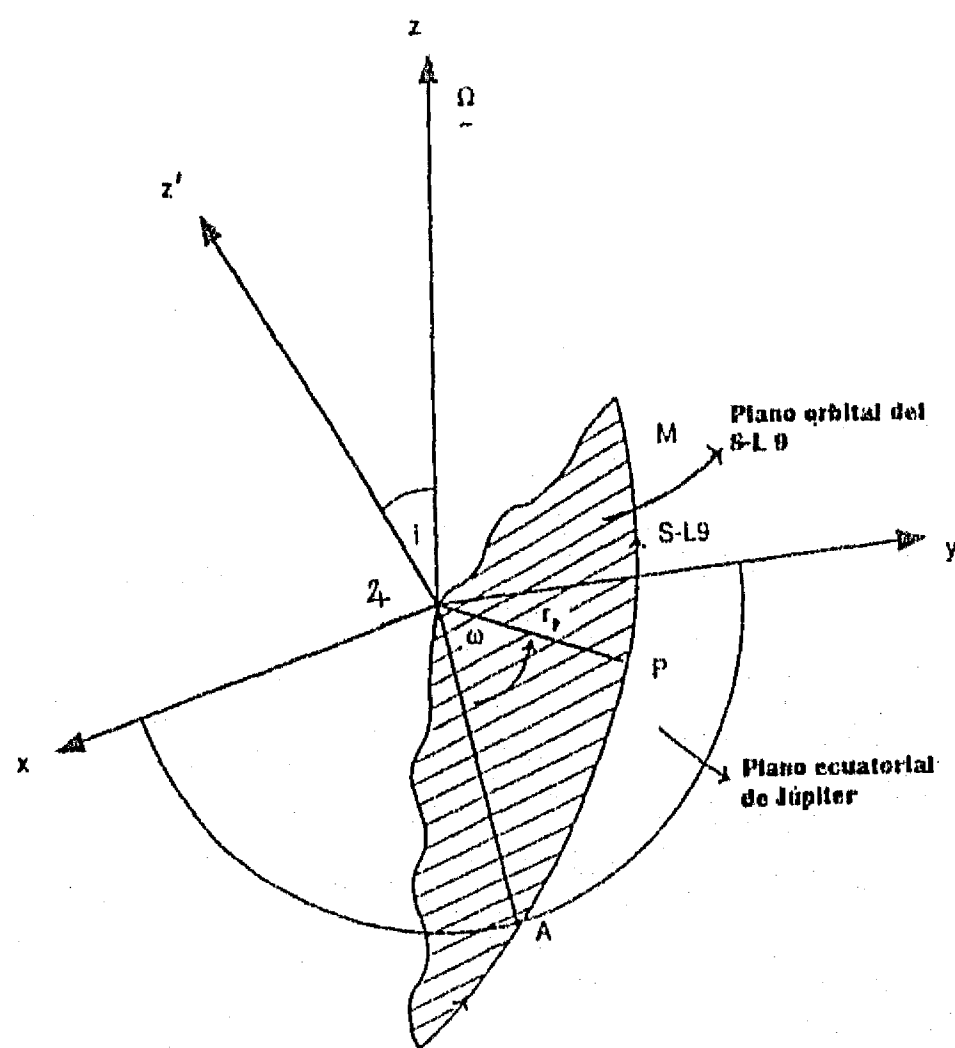


Fig. 4.6 Órbita del cometa Shoemaker-Levy 9 en el marco de referencia joviano mostrando los tres puntos de inyección de polvo (A, P y M).

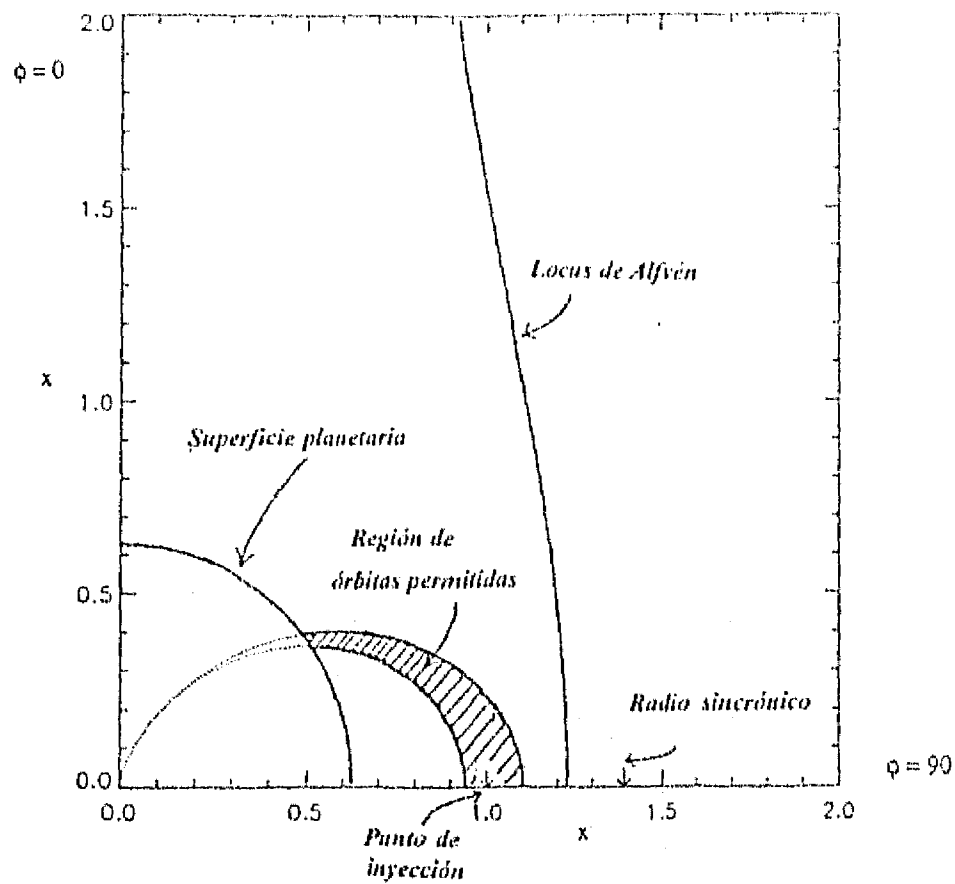


Fig. 4.7a) Región de confluente para granos de 0.05 micras de radio.

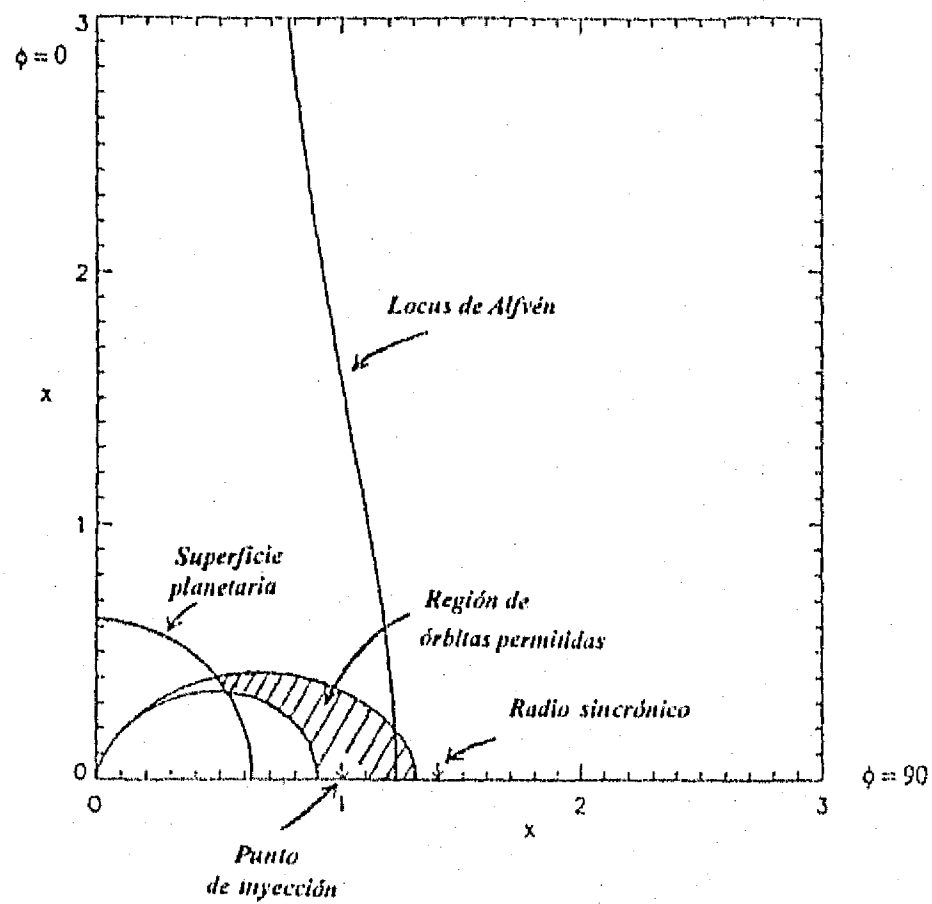


Fig. 4.7b) Región de confluente para granos de 0.07 micras de radio.

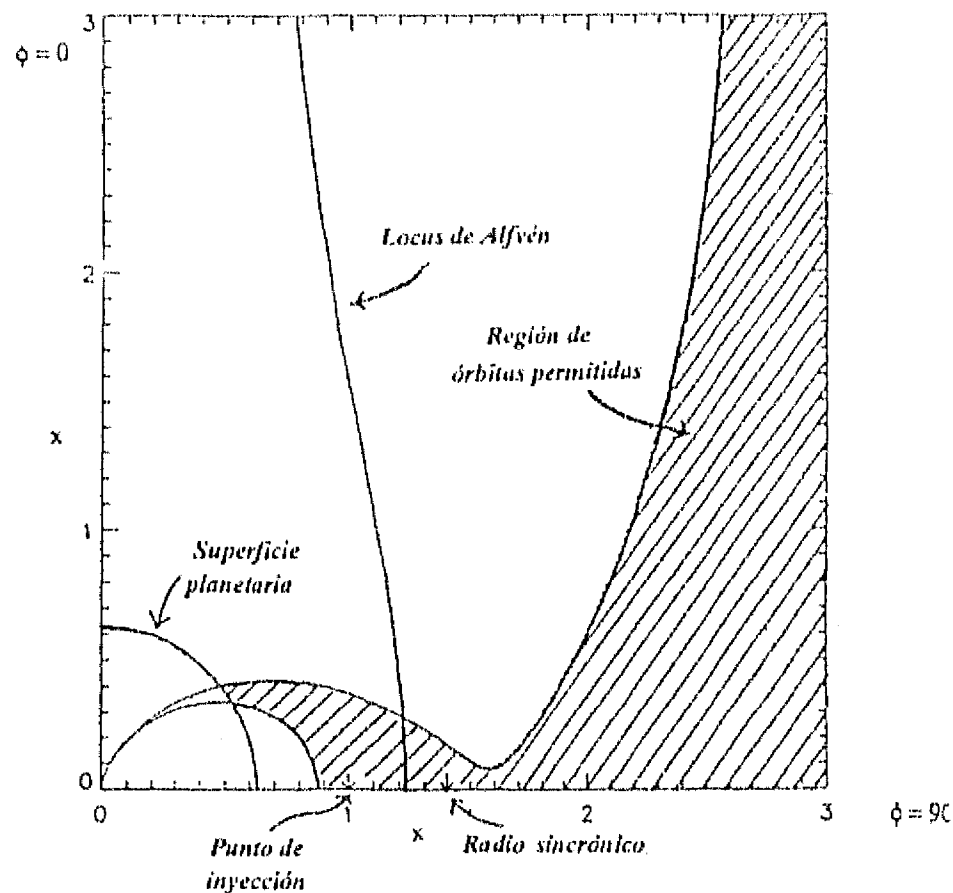


fig. 4.7c) Región de confinamiento para granos de 0.075 micras de radio.

#### 4.3.2 SEGUNDO CASO: POLVO EN EL PERIJOVE (P), $\beta=0.33$ .

Las regiones de confinamiento para granos de tamaño 0.03 y 0.05 micras de radio inyectados en el perijove (P) se observan en las figs. 4.8 a) y b), mientras la región permitida para granos más pequeños es cerrada para los más grandes es abierta.

De las figuras es claro que las regiones a latitudes altas son estrechas, por lo tanto, el uso de la aproximación de centro-guía para explicar su dinámica es válido ya que el radio de estos granos es muy pequeño y el punto de inyección permanece dentro del locus de Alfvén. En cada caso se espera que los granos colisionen con la superficie planetaria a latitudes alrededor de los  $50^\circ$ .

Los granos para los cuales la fuerza dominante es la fuerza gravitacional, seguirán la órbita del cometa fragmentado.

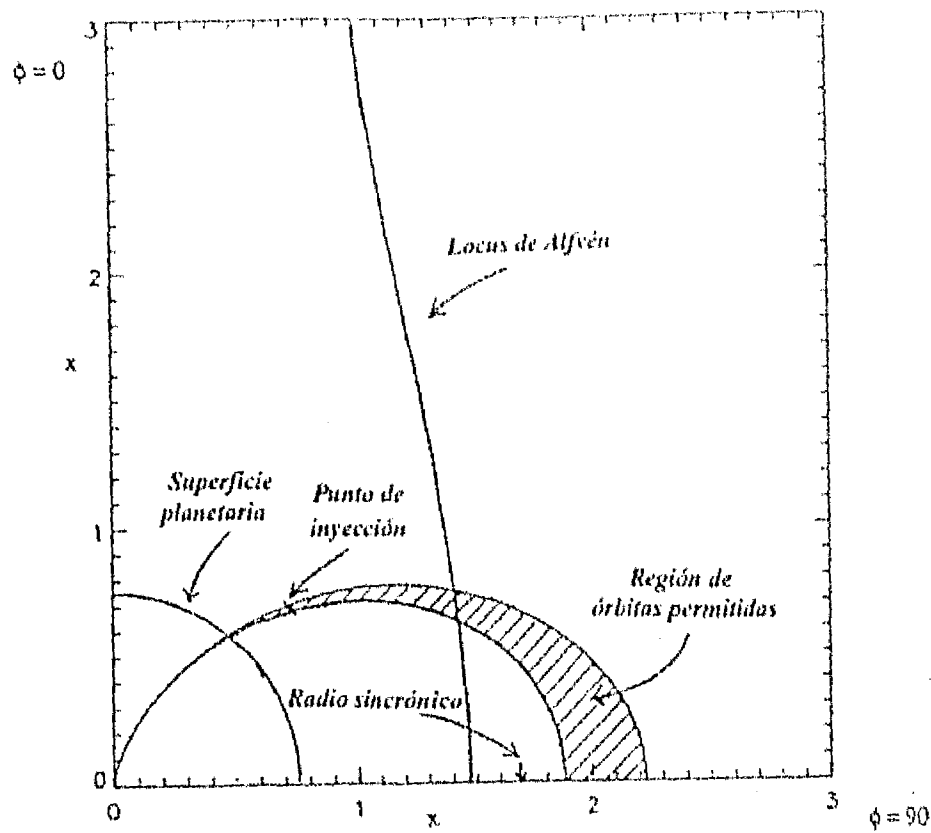


fig. 4.6 a) Región de confinamiento para granos de 0.03 micras de radio inyectados en el punto P.

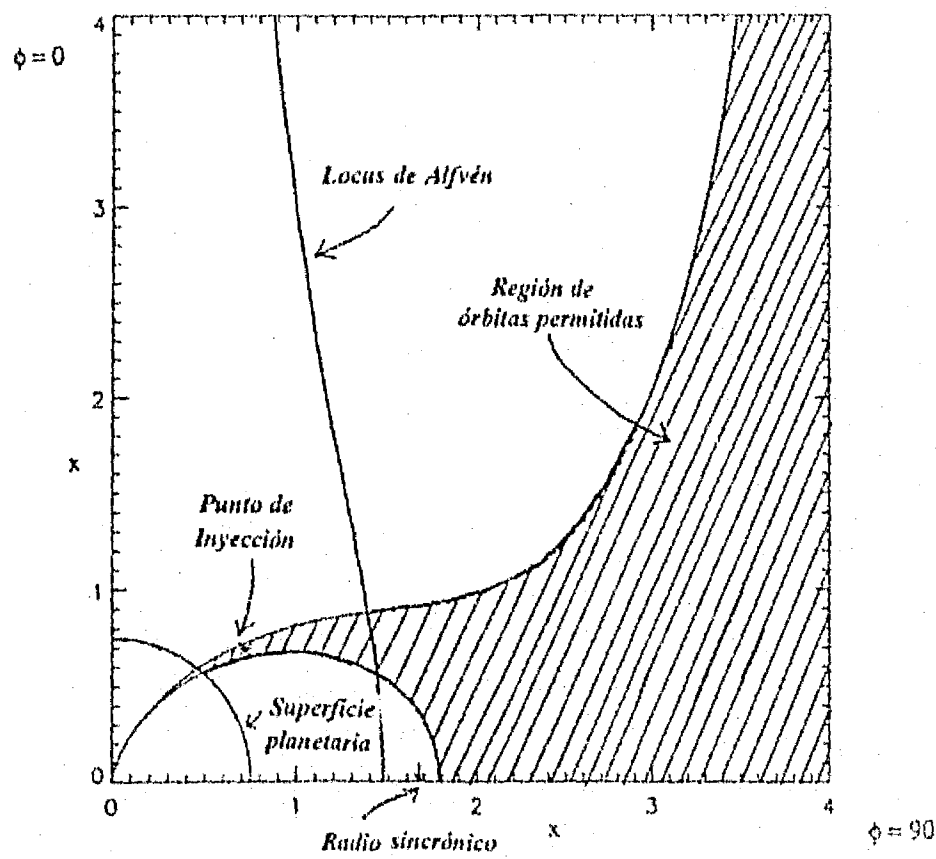


fig. 4.8 b) Región de confinamiento para granos de 0.05 micras de radio inyectados en el punto P.

### 4.3.3 TERCER CASO: POLVO EN LA DECLINACIÓN MÁXIMA (M), $\beta=0.31$ .

Finalmente en la fig. (4.9) se muestra la región de confinamiento para granos de 0.03 micras de radio inyectados en el punto de declinación máxima de la órbita cometaria, aunque la región es abierta, se espera que el grano colisione con la superficie planetaria por las mismas razones dadas para los granos inyectados en el perijove. En este caso, los granos cuya dinámica está dominada gravitacionalmente también siguen la misma trayectoria que los fragmentos del cometa.

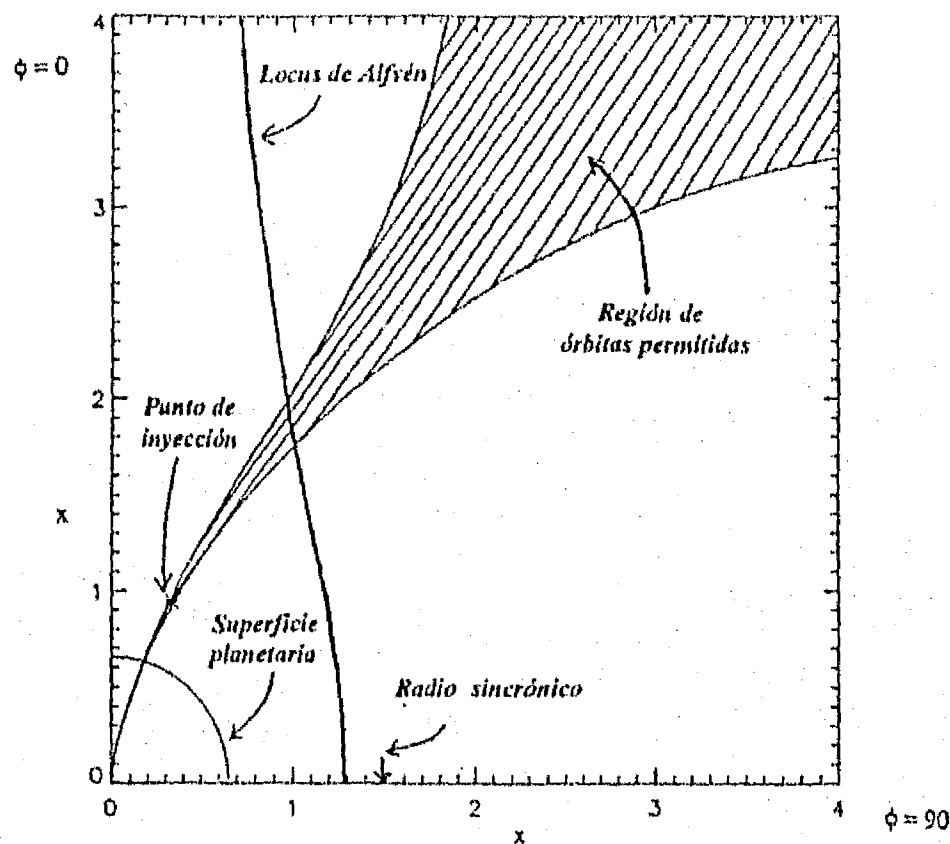


Fig. 4.9 Región de confinamiento para granos de 0.03 micras de radio inyectados en el punto M.

#### 4.4 REGIONES DE CONFINAMIENTO DE POLVO CARGADO PARA $\phi = -25$ VOLTS.

Debido a la poca certeza sobre el valor para el potencial electrostático, se consideró el caso para un potencial negativo igual a -25 volts. La razón para elegir este valor es que en el modelo de plasma utilizado por Horanyi (1994),  $kT_e \approx kT_i \approx 6 - 7 eV$  para regiones muy profundas de la magnetósfera joviana sobre el plano ecuatorial; por consiguiente para una mezcla de iones de oxígeno y azufre en proporción 1/1 se tienen potenciales negativos  $\sim -4kT_e/e$  cuando la corriente electrónica domina.

La región de confinamiento para granos de 0.3 micras de radio inyectados en el punto A (en el plano ecuatorial) se presenta en la fig. (4.10a). En este caso  $a' \approx 0.1 \mu m$  por lo cual la aproximación del centro de guía no es útil para analizar la dinámica del grano. Esto mismo se puede observar para la región que intersecta la superficie de Alfvén. Por otro lado el grano puede colisionar con la superficie planetaria o quedar temporalmente atrapado cerca del plano ecuatorial cuando rota alrededor del planeta entre las superficies de reflexión.

La fig. (4.10 b) muestra la región para granos más grandes ( $a = 0.5 \mu m$ ) inyectados en el punto A. Nuevamente se obtiene una región cerrada, sin embargo, en este caso la superficie de reflexión interna permanece dentro de la superficie planetaria y claramente se aprecia que el grano colisiona tarde o temprano con el planeta. Los granos con radios más grandes también tendrán el mismo destino salvo cuando alcanzan un radio mayor o igual a 1 micra, ya que en este caso se verán dominados gravitacionalmente y seguirán la órbita cometaria.

La región para granos de 0.3 micras de radio inyectados en el perijove (P) puede observarse en la fig. (4.11). Esta región es cerrada e intersecta al planeta a altas latitudes, como el punto de proyección permanece dentro del locus de Alfvén, no se puede predecir el destino final de los granos ya que la aproximación de centro-guía no es válida en este caso y todo parece indicar que los granos colisionan con el planeta; probablemente éste será también el destino de los granos más grandes excepto para aquellos que su dinámica puede ser analizada solo desde el punto de vista gravitacional.

La superficie de reflexión para granos más pequeños ( $a = 0.1 \mu m$ ) inyectados en el punto de declinación máxima se muestra en la fig. (4.12). Para este radio la aproximación de centro-guía es marginalmente válida ya que el punto de inyección permanece dentro de la superficie de Alfvén y los granos colisionan rápidamente con el planeta. Obviamente la dinámica de los granos que tienen radios mayores a 0.1 micras no puede ser analizada por la aproximación del centro de guía aun cuando los granos impacten la superficie planetaria.



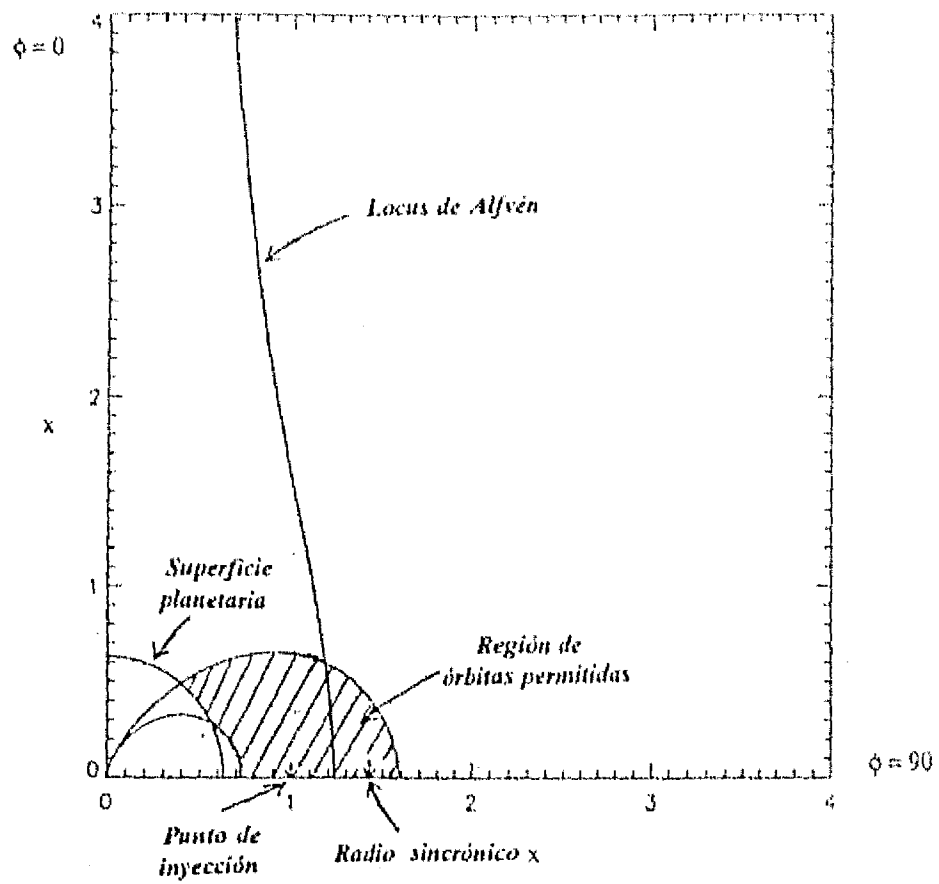


Fig. 4.10a) Región de confinamiento para granos de 0.3 micras de radio inyectados en el punto A.

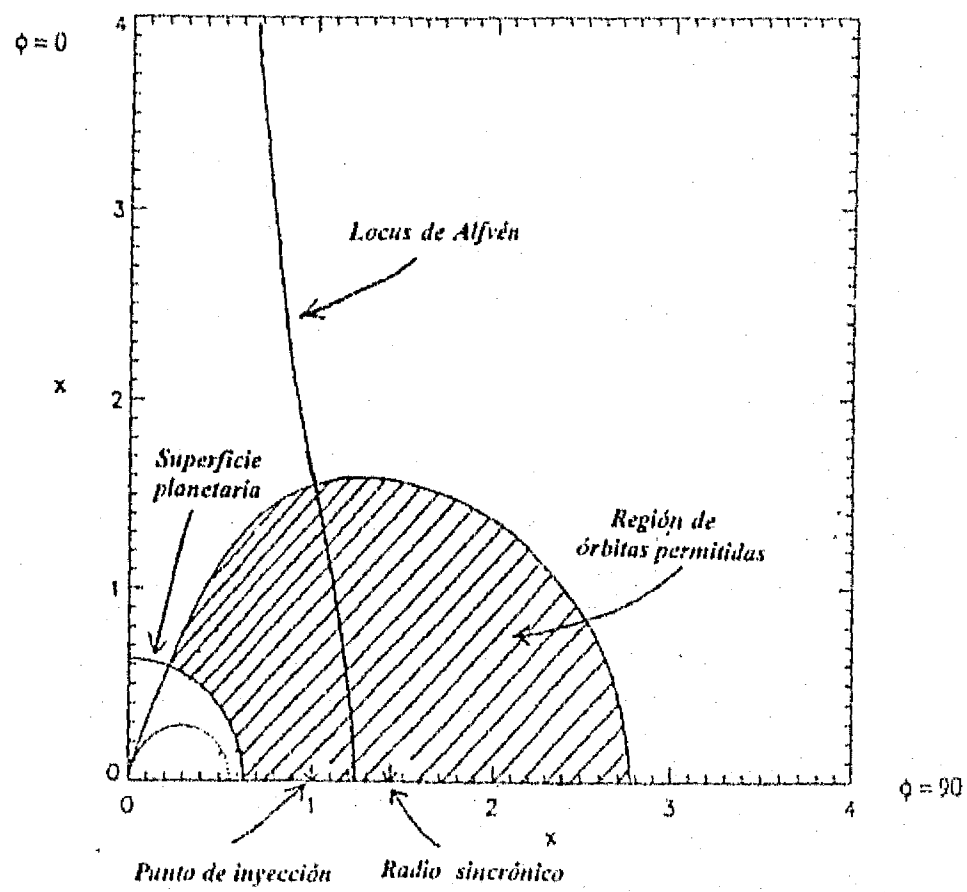


Fig. 4.10b) Región de confinamiento para granos de 0.5 micras de radio inyectados en el punto A.

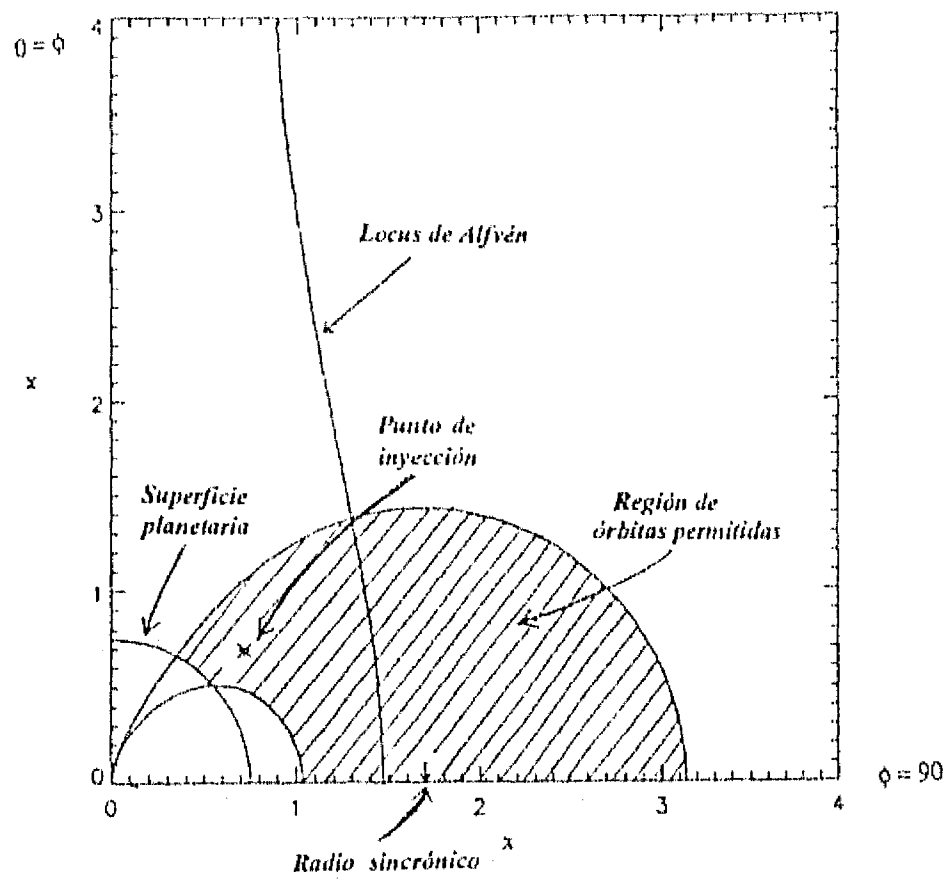


Fig. 4.11 Región de confinamiento para granos de 0.3 micras de radio inyectados en el punto P.

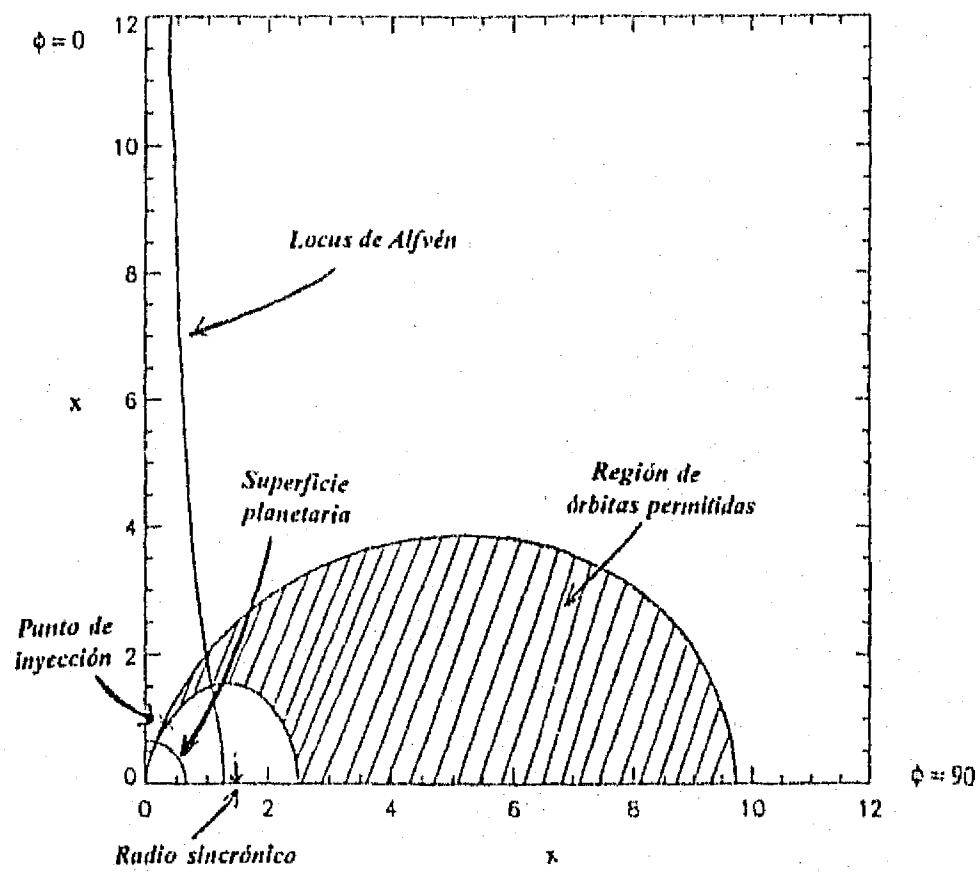


Fig. 4.12 Región de confinamiento para granos de 0.1 micras de radio inyectados en el punto M.

## RESUMEN

*Con las soluciones de la ecuación de la superficie de reflexión se obtienen las regiones de confinamiento de granos de polvo inyectados por el cometa Shoemaker-Levy 9 en tres puntos de su órbita alrededor de Júpiter.*

*Los granos adquieren una carga positiva inmediatamente después de que son inyectados en la magnetósfera joviana.*

*Los puntos de inyección se localizan en:*

- a) La intersección del plano ecuatorial planetario y la órbita cometaria (A).*
- b) El perijove (P).*
- c) La declinación máxima (M).*

*Los resultados obtenidos muestran que los granos que tienen un radio comprendido en el intervalo  $0.05\mu\text{m} \leq a < 0.075\mu\text{m}$  quedan confinados en regiones transversales meridionales cuando son inyectados en el punto A. Si el radio es  $\geq 0.075\mu\text{m}$ , los granos escapan de la magnetósfera joviana.*

*Cuando los granos son inyectados en el punto P, solo quedan confinados aquellos que tienen un radio en el intervalo:  $0.03\mu\text{m} \leq a < 0.05\mu\text{m}$ .*

*En cuanto a los granos inyectados en el punto M no se puede decir por el momento cual es el intervalo para el cual existe confinamiento porque solo se tomó un valor muy particular para el radio de los granos.*

*Para granos cargados negativamente, los que son inyectados en A, quedan confinados si su radio se encuentra en el intervalo  $0.3\mu\text{m} \leq a < 0.5\mu\text{m}$ . Para los inyectados en los puntos P y M no se puede predecir su destino final aunque se sospecha que colisionan con la superficie planetaria a altas latitudes.*

## CAPITULO 5

### REGIONES DE CONFINAMIENTO DE POLVO CARGADO INYECTADO EN LA MAGNETOSFERA TERRESTRE.

#### **INTRODUCCION:**

La Tierra posee un campo magnético aproximadamente dipolar cuya magnitud es igual a 0.32 gauss. La cavidad geomagnética (fig. 5.1) se forma porque el viento solar no puede penetrar la región donde el campo magnético domina.

Básicamente, la cavidad magnética terrestre está formada por una onda de choque que se produce cuando el viento solar encuentra la barrera del campo geomagnético, una magnetofunda que se localiza entre la onda de choque y la magnetopausa, la magnetopausa que representa la frontera de la magnetósfera, una cola magnética, la plasmasfera, la hoja de plasma, los cinturones de Van Allen que son regiones de radiación atrapada que proviene del viento solar y de la ionósfera terrestre y las hendiduras polares (fig. 5.2).

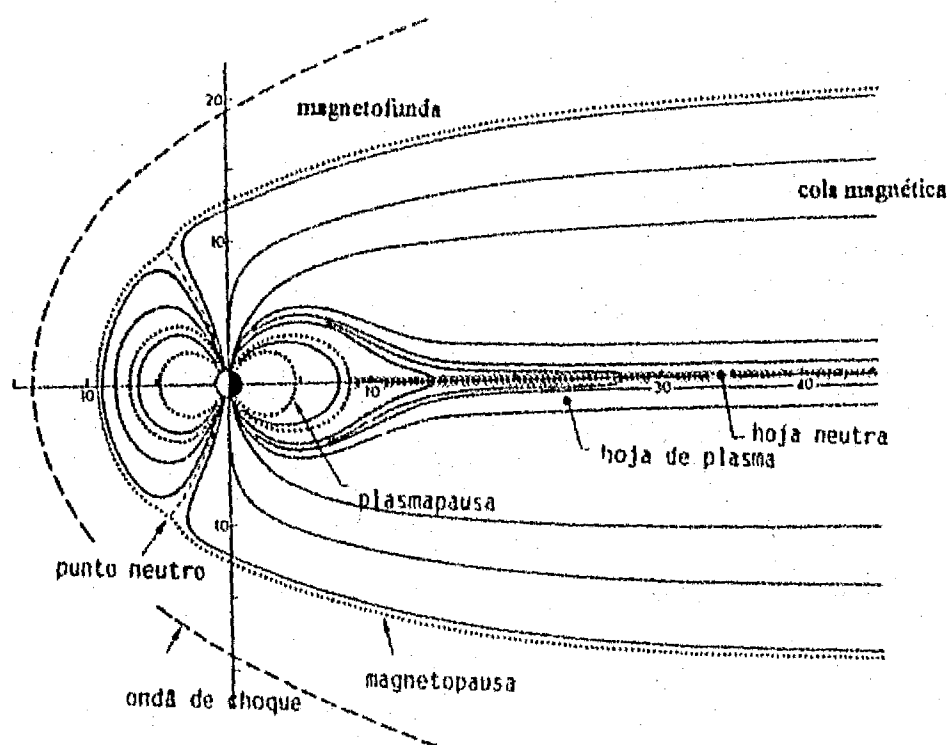


fig. 5.1 La magnetosfera de la Tierra.

En la magnetósfera, las líneas de campo magnético de baja latitud son distorsionadas, mientras que las que salen de los polos son arrastradas lejos del sol. Las dos líneas de alta latitud que intersectan la magnetopausa, forman los llamados puntos neutros en donde la intensidad del campo magnético se anula.

La cola magnética se forma por la interacción entre el viento solar y el campo geomagnético. Durante la interacción se transfiere parte del momento y la energía del viento solar al campo magnético planetario el cual se comprime en la dirección en la que fluye el viento solar. La longitud de la cola depende de la intensidad del momento magnético del planeta. Para la Tierra, la cola ha sido observada hasta los 200  $R_E$  ( $1 R_E = 6378 \text{ Km}$ ). (Parks, 1991; Hargreaves, 1979, Van Allen, 1990).

Dentro de la magnetósfera se encuentra también la plasmasfera que es una región formada por partículas energéticas con energías de varias decenas de electron-volts; la densidad de partículas es del orden de  $0^4 \text{ cm}^{-3}$  a una distancia de 1000 Km con respecto a la superficie terrestre.

Asociada a la plasmasfera, existe una hoja de plasma que se localiza entre los dos lóbulos de la cola magnética (ver fig. 5.1). Esta estructura tiene un espesor de varios radios terrestres y su orilla interna se encuentra a 7  $R_E$  en el lado noche. El espesor y la posición de la orilla interna varían de acuerdo a la actividad de la magnetósfera.

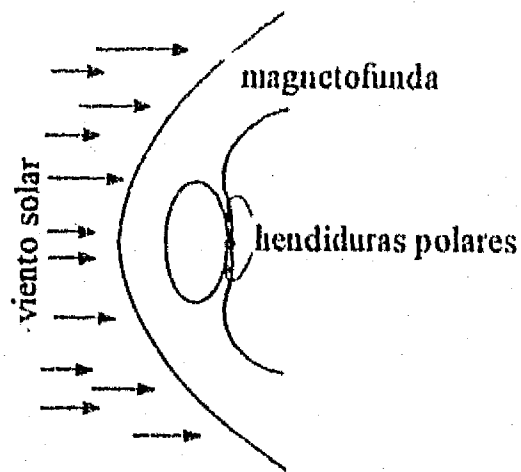


Fig. 5.2 La magnetósfera terrestre mostrando las hendiduras polares.

Con esta breve semblanza de la magnetósfera de la Tierra, ahora se procede a estudiar la dinámica del polvo utilizando el modelo tridimensional desarrollado en el capítulo 3.

En la magnetósfera terrestre existen básicamente dos fuentes importantes de polvo: la primera es el medio interplanetario de donde provienen micrometeoritos y granos de polvo que arriban constantemente a nuestro planeta. La segunda tiene que ver con el lanzamiento de las naves espaciales que son enviadas al espacio para instalar satélites de comunicaciones en la órbita geosincrónica, la ignición del combustible deposita esférulas de

óxido de aluminio ( $Al_2O_3$ ) en la atmósfera y la magnetósfera de la Tierra, estas esférulas tienen radios dentro del intervalo: 0.01-10  $\mu m$  (Muller y Kessler, 1985).

Los efectos que las fuerzas gravitacional y electromagnética tienen sobre las esférulas fueron estudiados previamente por Horanyi y Mendis (1986) y más detalladamente después por Horanyi et al. (1988). Este último incluyó la fuerza de presión de radiación para granos de 0.1 y 0.01 micras de radio y las conclusiones obtenidas fueron las siguientes:

a) Para granos de 0.01 micras de radio, la fuerza de presión de radiación es muy pequeña comparada con la fuerza eléctrica corrotacional por lo que  $F_{p-r}$  puede despreciarse al analizar la ecuación de movimiento del grano.

b) Para granos de 0.1 micras de radio, la  $F_{p-r}$  es ligeramente más pequeña que la fuerza gravitacional, pero más grande que la fuerza eléctrica corrotacional, por lo que la fuerza de presión de radiación puede ser importante en la dinámica del polvo inyectado en la magnetósfera terrestre.

Para granos muy pequeños, el uso de la aproximación de centro-guía puede ser válida siempre y cuando el radio de los granos sea  $\leq a^*$  donde:

$$a^* = 50 \left[ \frac{\Phi(\text{volts}) B_0 R_t}{\pi \rho c L^2 v_{rel}} \right]^{1/2}, \quad (5.1)$$

El término  $v_{rel}$  representa la velocidad relativa entre la velocidad del plasma corrotante y la velocidad del grano (cm/s),  $B_0$  es la magnitud del campo magnético terrestre en el ecuador (gauss),  $R_t$  es el radio terrestre (cm),  $\rho$  es la densidad del grano ( $g/cm^3$ ),  $L$  es el parámetro magnético y  $c$  es la velocidad de la luz (cm/s).

### 5.1 EL MODELO TRIDIMENSIONAL PARA EL CASO TERRESTRE

Para aplicar el modelo tridimensional al caso terrestre se hacen varias suposiciones antes de plantear la ecuación de movimiento para un grano de polvo, estas suposiciones son: el campo magnético es dipolar, se desprecia la inclinación de  $11.5^\circ$  entre eje magnético y el eje de rotación planetario así como el achatamiento del planeta, se considera también que el polvo queda instantáneamente cargado en el punto de inyección y que la carga eléctrica permanece constante.

Utilizando las suposiciones anteriores se obtiene la ecuación de movimiento para un grano de polvo en el marco de referencia inercial planetocéntrico fig. (5.3), esta ecuación es expresada por:

$$m\ddot{\vec{r}} = \frac{Q_0}{c} [(\dot{\vec{r}} - \vec{\Omega} \times \vec{r}) \times \vec{B}] - \frac{GMm}{r^3} \vec{r} + \vec{F}_d + \vec{F}_p + \vec{F}_{p-r} \quad (5.2)$$

donde  $Q_0$  es la carga eléctrica del grano,  $c$  es la velocidad de la luz,  $m$  es la masa del grano,  $\vec{B}$  es el campo magnético terrestre,  $\vec{\Omega}$  es la velocidad angular planetaria,  $G$  es la constante de la gravitación universal,  $M$  es la masa de la Tierra,  $F_d$  es la fuerza debida a colisiones,  $F_p$  es la fuerza de arrastre del plasma y  $F_r$  es la fuerza de presión de radiación.

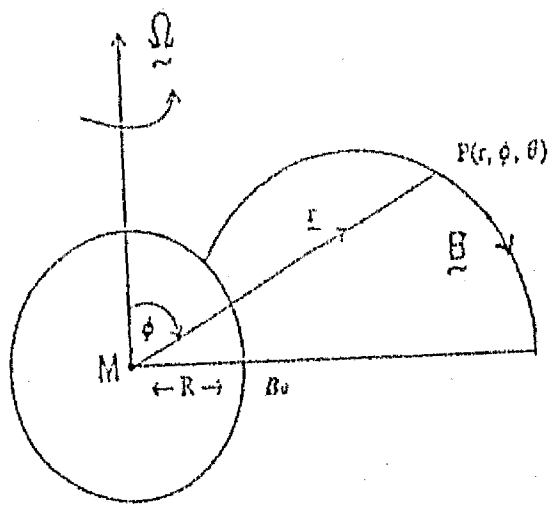


Fig. 5.3 El modelo tridimensional para un grano de polvo moviéndose dentro de una magnetosfera planetaria.

$\vec{F}_d = \vec{F}_p = \vec{F}_r = 0$  son fuerzas que se pueden despreciar porque son muy pequeñas comparadas con las fuerzas gravitacional y de Lorentz.

Tomando el producto escalar de (5.2) con  $\dot{\vec{r}}$  y considerando la expresión para el campo magnético terrestre a partir de la expresión planteada en el capítulo 3:

$$\vec{B} = -2B_0 \left(\frac{R}{r}\right)^3 \cos\phi \hat{i}_r - B_0 \left(\frac{R}{r}\right)^3 \sin\phi \hat{i}_\phi, \quad (5.3)$$

donde  $B_0$  es la magnitud del campo magnético terrestre en el ecuador e  $\hat{i}_r$  e  $\hat{i}_\phi$  son vectores unitarios en las direcciones radial y transversal respectivamente, entonces se obtiene:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} v^2 \right) = A \Omega \frac{d}{dt} \left( \frac{\text{sen}^2 \phi}{r} \right) - \frac{GM}{r^2} \frac{dr}{dt}, \quad (5.4)$$

$$\text{con } A = \frac{Q_0 B_0 R^3}{mc}.$$

Tomando el producto escalar de (5.2) con  $\hat{i}_\phi$ , el vector unitario en la dirección azimutal, se obtiene:

$$\frac{d}{dt} (r^2 \text{sen}^2 \phi \dot{\phi}) = -\frac{A}{r^2} (\text{sen}^2 \phi \dot{r} - 2r \text{sen} \phi \cos \phi \dot{\phi}) = \frac{d}{dt} \left( \frac{A \text{sen}^2 \phi}{r} \right). \quad (5.5)$$

La integración de (5.4) entre el punto de inyección  $r_0$  y  $r$  proporciona la ecuación de la energía:

$$v^2 = v_0^2 + 2A\Omega \left( \frac{\text{sen}^2 \phi}{r} - \frac{\text{sen}^2 \phi_0}{r_0} \right) - 2GM \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} \right), \quad (5.6)$$

donde  $v_0$  es la velocidad en el punto de inyección.

La integración de (5.5) entre  $r_0$  y  $r$  da la ecuación del momento angular:

$$k = k_0 + A \left( \frac{\text{sen}^2 \phi}{r} - \frac{\text{sen}^2 \phi_0}{r_0} \right), \quad (5.7)$$

donde  $k (= r^2 \text{sen}^2 \phi \dot{\phi})$  es el momento angular específico alrededor del eje dipolar y  $k_0$  se refiere a su valor en el punto de inyección.

Usando las ecuaciones (5.6) y (5.7) y tomando en cuenta que:

$$v^2 \geq v_\theta^2 \left( = \frac{k^2}{r^2 \text{sen}^2 \phi} \right), \quad (5.8)$$



se obtiene el siguiente resultado:

$$\begin{aligned}
 F(x, y, p; K, \beta, \phi_0, L_0; \alpha) = & \left\{ \text{sen}^2 \phi_0 \left( \frac{p^2 \alpha^2}{L_0^3} - 2px^3 \right) y^2 - \right. \\
 & \left[ \frac{2xp^2 \alpha^2}{L_0^3} \text{sen}^2 \phi_0 - 2x\beta\alpha \sqrt{\frac{K}{L_0^3}} p \text{sen} \phi_0 + x^4 (K-2) + 2x^3 - 2x^4 p \text{sen}^2 \phi_0 \right] y + \\
 & \left. \left[ K\beta^2 x^2 - 2x^2 \beta\alpha \sqrt{\frac{K}{L_0^3}} p \text{sen} \phi_0 + p^2 x^2 \frac{\alpha^2}{L_0^3} \text{sen}^2 \phi_0 \right] \leq 0, \quad (5.9)
 \end{aligned}$$

donde:

$$x = \frac{r}{r_0}, y = \frac{\text{sen}^2 \phi}{\text{sen}^2 \phi_0}, p = \frac{A\Omega}{GM}, \alpha^2 = \frac{GM}{\Omega^2 R^3}, L_0 = \frac{r_0}{R},$$

y donde K y  $\beta$  están definidas a través de las relaciones:

$$v_0 = \sqrt{\frac{KGM}{r_0}},$$

y

$$k_0 = \beta(r_0 \text{sen} \phi_0) v_0,$$

tal que  $|\beta| \leq 1$ . Cuando  $v^2 = v_0^2$ ,  $v_r = 0 = v_\phi$ .

Por otro lado, cuando  $F(x, y, p; K, \beta, \phi_0, L_0; \alpha) = 0$ , se obtiene la superficie de reflexión para valores fijos de los parámetros variables: p, K,  $\beta$ ,  $\phi_0$  y  $L_0$ . Curiosamente la ecuación (5.9) es una ecuación cuadrática en y y sus soluciones ( $y_1 \leq y \leq y_2$ ) acotan la región donde los granos de polvo quedan confinados.

Cuando se evalúan las soluciones de  $F=0$  se reemplaza en la expresión matemática obtenida para p:

$$p \approx 3.9 \times 10^{-5} \frac{\Phi(\text{volts})}{\rho(\text{g/cm}^3) a^2(\mu\text{m})}, \quad (5.10)$$

los valores para la densidad del grano ( $\rho$ ), el potencial electrostático ( $\Phi$ ) y el radio del grano ( $a$ ).

Dentro del parámetro  $p$  se han incluido los parámetros:  $M$ ,  $R$ ,  $\Omega$  y  $B_0$  para la Tierra cuyos valores son:

$$\Omega = 7.272 \times 10^{-3} \text{ rad/s},$$

$$B_0 = 0.31 \text{ gauss},$$

$$M = 5.975 \times 10^{27} \text{ g},$$

$$R = 6378 \text{ Km},$$

Con estos valores se obtienen las soluciones con las que se construyen en la siguiente sección, las secciones transversales meridionales axisimétricas para granos inyectados en la magnetósfera terrestre, eligiendo previamente tres radios diferentes para el tamaño de los granos (ver capítulo 3).

### 5.2 EL PARAMETRO $\beta$

Para encontrar las soluciones de la superficie de reflexión se evalúa previamente el parámetro  $\beta$ , para ello se toman en cuenta los parámetros orbitales típicos para un satélite de comunicaciones, inicialmente la nave espacial que lleva el satélite se coloca en una órbita elíptica donde el perigeo se localiza a 300 Km y el apogeo se encuentra a 35780 Km de la Tierra, la órbita tiene una inclinación de  $\sim 28.6^\circ$  con respecto al plano ecuatorial terrestre y la nave tiene una velocidad en el apogeo de  $\approx 1.6$  Km/s (en el apogeo la nave espacial es encendida para colocar al satélite en la órbita geosincrónica). Según Muller y Kessler (1985) las esférulas de óxido de aluminio de 0.01 micras de radio que salen del cohete alcanzan una velocidad de casi 3.5 Km/s respecto a la nave por lo cual, la magnitud de la velocidad geocéntrica ( $v_0$ ) para granos eyectados en el apogeo es igual a:

$$\therefore v_0 \approx \sqrt{(1.6)^2 + (3.5)^2} = 3.85 \text{ Km/s} \quad (5.11)$$

y como 
$$\beta = \frac{v_\phi}{v_0} = \frac{1.6}{3.85} \quad (5.12)$$

entonces: 
$$\beta = 0.42$$

### 5.3 REGIONES DE CONFINAMIENTO

Aunque en las regiones transversales de la magnetósfera terrestre los parámetros del plasma varían, el potencial electrostático para los granos de polvo siempre permanece positivo debido a que en el medio magnetosférico dominan las corrientes de fotoemisión y de emisión electrónica secundaria sobre la corriente de los electrones primarios (Horanyi et al, 1988). Este potencial electrostático es casi constante ( $\geq 6$  volts) excepto durante el tiempo, (relativamente corto) que los granos permanecen en la sombra de la Tierra donde el potencial decae hasta alcanzar un valor muy pequeño ( $\leq 1$  volt) y donde la corriente fotoelectrónica cesa temporalmente.

Por lo tanto en el presente análisis, se considera que el potencial para un grano de polvo es constante e igual a + 5 volts.

Resolviendo la ecuación para la superficie de reflexión (ec. 5.9) para granos de 0.01, 0.003 y 0.005 micras de radio y graficando las soluciones para encontrar las regiones de confinamiento de las secciones tori-simétricas se obtienen los siguientes resultados:

En las figs. (5.4 a, b) se muestran las regiones de confinamiento para granos de 0.01 y 0.003 micras de radio inyectados en la magnetósfera terrestre. Las áreas sombreadas representan las secciones transversales meridionales las cuales son tori-cerradas por las superficies de reflexión (superficies de revolución que giran alrededor del eje de rotación planetario).

La fig. 5.4 a) muestra la región para granos de 0.01 micras de radio. Claramente los granos están confinados dentro de una región toroidal más ancha que encierra al punto de inyección e intersecta la superficie planetaria a muy altas latitudes  $\lambda$  ( $=90^\circ - \phi$ ) permaneciendo entre  $80^\circ$  y  $87^\circ$ . La región intersecta también la región generada por el locus de Alfvén.

Si se sustituyen los valores para  $\Phi$  ( $= 5$  volts),  $\rho$  ( $= 3$  g/cm<sup>3</sup>) y  $v_{rel}$  ( $\approx 2$  Km/s) en la ecuación (5.9) considerando que la velocidad de corrotación en el punto de inyección es  $\geq 3$  Km/s, se obtiene el radio máximo que los granos pueden tener para que su dinámica sea analizada a través de la aproximación de centro-guía, en este caso ese radio está dado por:  $a^* \approx 0.001 \mu m$  ( $= 10 \text{ \AA}$ ); como este valor es muy pequeño comparado con el radio de los granos inyectados, entonces la aproximación de centro-guía no es válida para estos granos.

Desafortunadamente, de este análisis no se puede predecir el destino final de los granos y solo se puede afirmar que si los granos permanecen confinados a latitudes muy grandes por un período muy largo, pueden llegar a colisionar con la superficie planetaria. Inicialmente los granos se mueven entre los dos hemisferios circunavegando al planeta hasta que colisionan con la superficie terrestre ya sea en el polo norte o en el polo sur.

La fig. 5.4 b) involucra granos aún más pequeños ( $a=0.003$  micras) pero que son mucho mayores que  $a^*$ . La región de confinamiento es más delgada y como en el caso anterior, los granos también impactan la superficie planetaria solo que en este caso, la zona de impacto se localiza entre los  $70.5^\circ$  y  $71^\circ$  de latitud tanto en el polo norte como en el polo sur.

La fig. 5.5 corresponde a granos cargados negativamente cuyo radio es igual a 0.005  $\mu\text{m}$  y  $\Phi = -5$  volts. En este caso, los granos son eyectados de la magnetósfera porque la fuerza eléctrica corrotacional domina sobre la fuerza gravitacional planetaria.

De interés también es el estudio del destino final para los granos de polvo inyectados en el plano ecuatorial terrestre. Sustituyendo  $\phi = \frac{\pi}{2} = \phi_0$  y  $y=1$  en la ecuación (5.9) y después de realizar algunos pasos algebraicos, esa ecuación se reduce a:

$$p^2 - \frac{2L_0^3}{\alpha^2} \frac{x}{1-x} \left[ x^2 - \alpha\beta \sqrt{\frac{K}{L_0^3}} \right] p + \frac{L_0^3}{\alpha^2} \frac{x^2}{\alpha^2(1-x)^2} \left[ K(-x^2 + \beta^2) + 2x(x-1) \right] \leq 0 \quad (5.13)$$

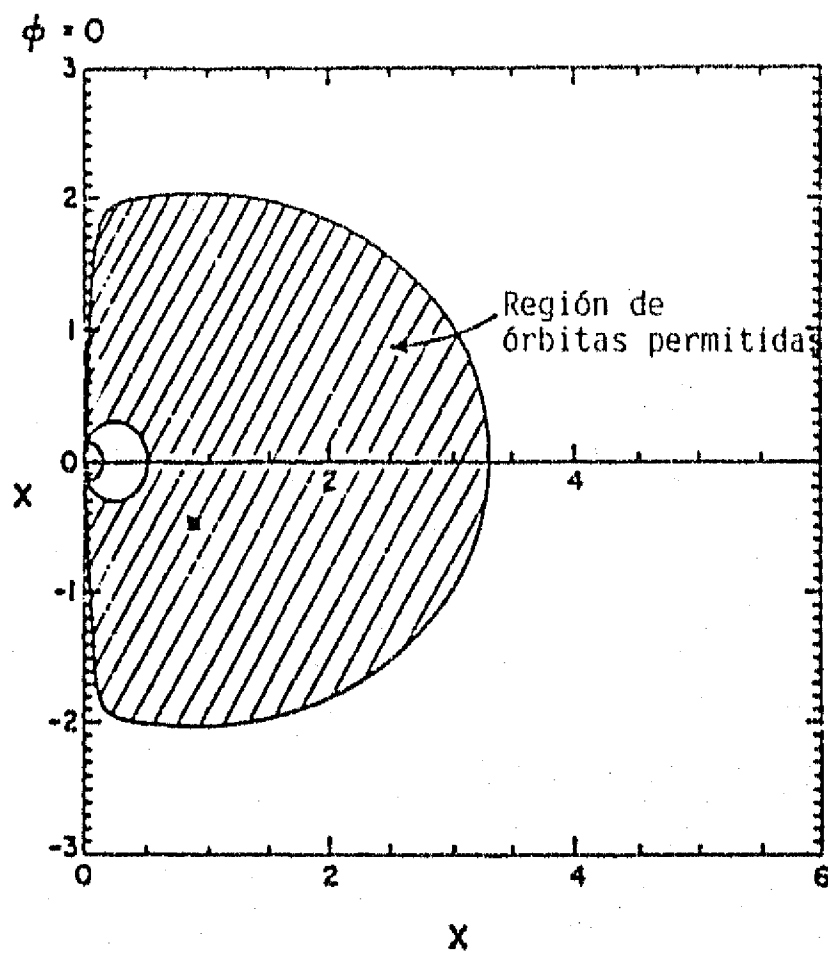


Fig. 5.4 a) Sección transversal meridional de la región de órbitas permitidas para granos inyectados en la magnetósfera terrestre. Los granos tienen un radio de 0.01 micras y un potencial de +5 volts.

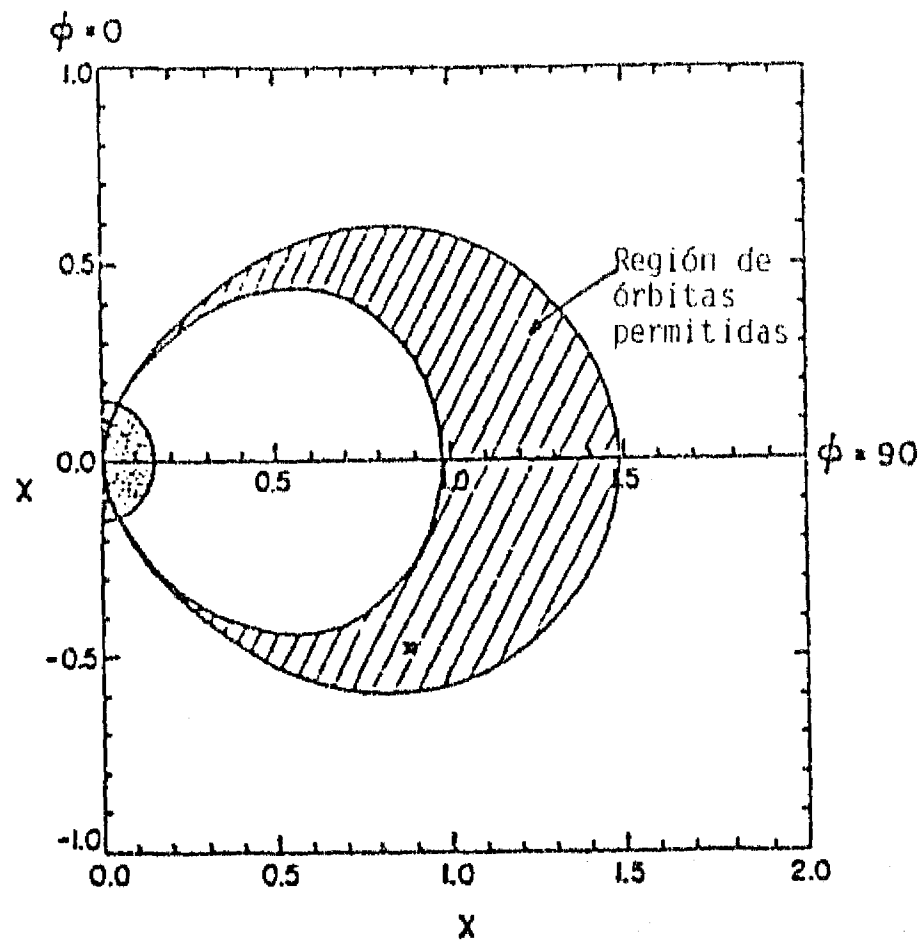


Fig. 5.4 b) Sección transversal meridional de la región de órbitas permitidas para granos inyectados en la magnetósfera terrestre con 0.003 micras de radio y potencial electrostático igual a +5 volts.

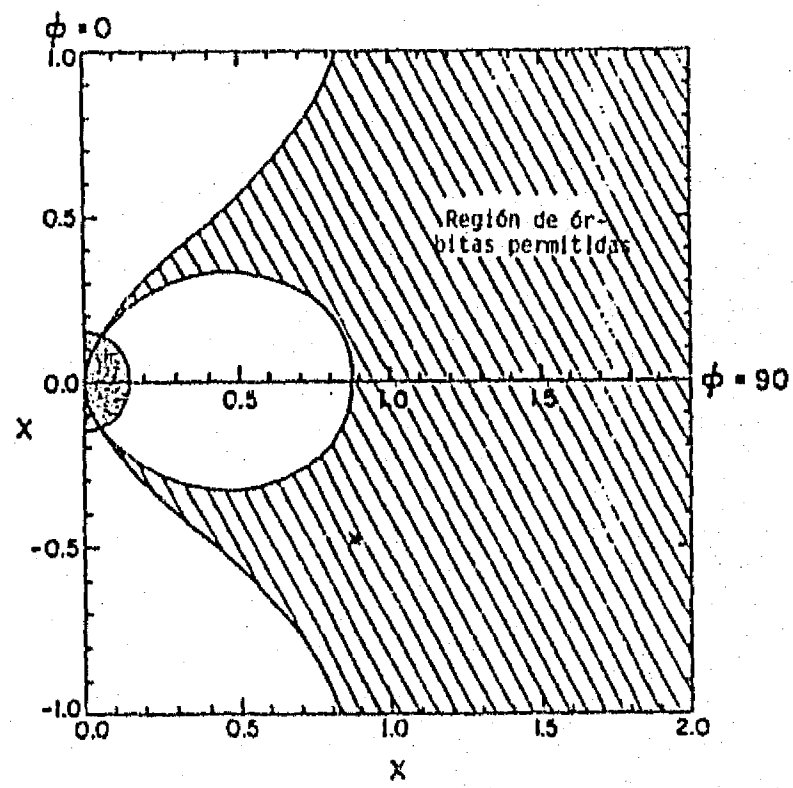


Fig. 5.5 Sección transversal meridional de la región de órbitas permitidas para granos inyectados en la magnetósfera terrestre para granos de 0.005 micras de radio y potencial igual a -5 volts.

La ecuación (5.13) no es una cuadrática en  $y$  sino en  $p$ , lo que facilita la búsqueda de las regiones de confinamiento tal y como fue hecho en el capítulo 2 para el caso del polvo emitido por el satélite Io en la magnetósfera joviana.

Tomando en cuenta que la velocidad de las esférulas es  $\approx 3.5$  Km/s para  $a \leq 0.01 \mu\text{m}$  y considerando el hecho de que la velocidad orbital de la nave espacial es  $\approx 1.6$  Km/s, se obtiene la velocidad geocéntrica de las esférulas siendo  $\approx 1.9$  Km/s en el sentido retrógrado; en este caso  $\beta = -1$  y  $K \approx 1.9 / 3.1 \approx 0.61$ .

Las regiones físicamente permitidas en el plano  $x$ - $y$  se muestran en la fig.(5.6), donde se observa que cualquier grano cargado negativamente con  $-16.4 \leq p \leq -0.75$  y  $0.002 \mu\text{m} \leq a \leq 0.01 \mu\text{m}$  es eyectado de la magnetósfera terrestre. Los granos más pequeños cargados negativamente son "atrapados" por las líneas de campo magnético y su movimiento puede ser descrito por la aproximación de centro-guía.

Los granos cargados positivamente que cumplen con la condición:  $0.02 \leq p \leq 0.21$ , la cual corresponde al intervalo  $0.02 \mu\text{m} \leq a < 0.06 \mu\text{m}$  para el radio de los granos colisionan con el planeta mientras los más grandes ( $a \geq 0.06 \mu\text{m}$ ) escapan del campo de fuerza gravitacional terrestre. Como se ha despreciado la fuerza de presión de radiación, no se puede afirmar que ella no representa un factor importante en la dinámica de los granos, sobre todo si son muy pequeños y son buenos conductores. En todo caso habrá que estudiar la dinámica de los granos incluyendo esta fuerza y considerando tanto radios como potenciales eléctricos de diferente magnitud.

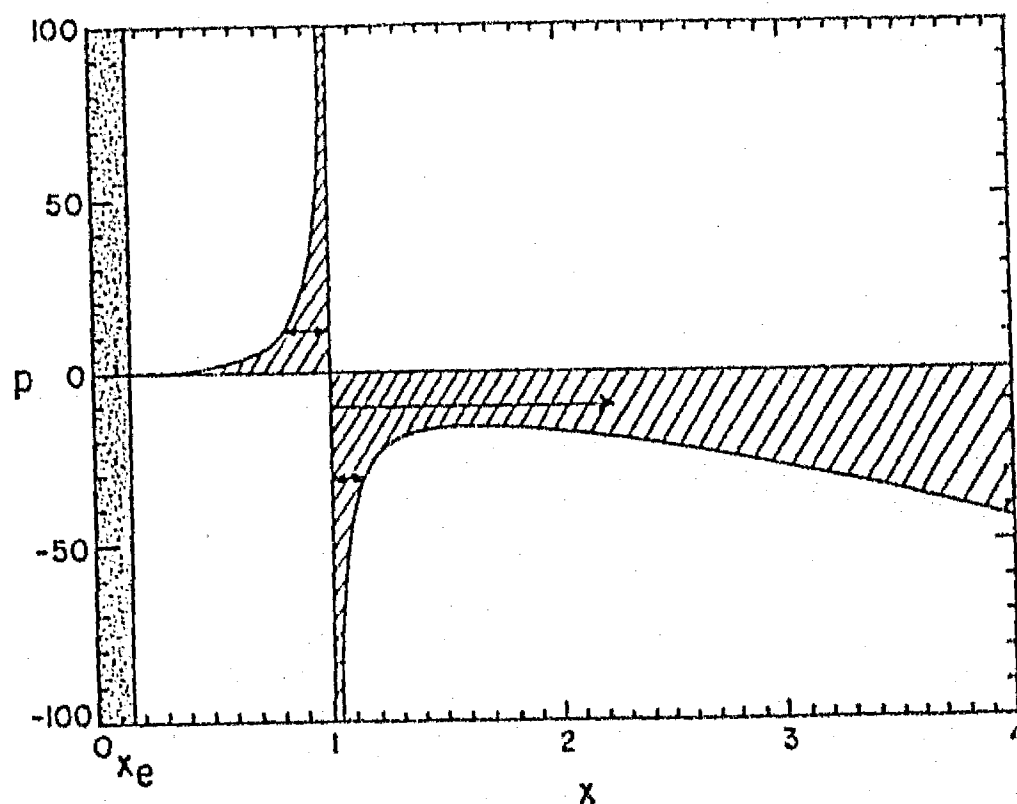


Fig. 5.6 La topología de las órbitas para granos cargados lanzados en dirección retrógrada en el plano ecuatorial. El punto de lanzamiento está dado en  $x=1$  y las flechas indican las excursiones hacia adentro o hacia afuera. El área sombreada representa la sección donde se tienen órbitas reales.

## RESUMEN

*Utilizando el modelo tridimensional se analiza el comportamiento dinámico de las esferulas de óxido de aluminio que son inyectadas en la magnetósfera terrestre por las naves espaciales que se utilizan para colocar satélites de comunicaciones en la órbita geosincrónica.*

*Las soluciones muestran que los granos de 0.003 y 0.01 micras de radio cargados positivamente, quedan confinados en la magnetósfera aun cuando su dinámica no pueda ser descrita por la aproximación de centro-guía. Estos granos colisionan con la superficie terrestre a altas latitudes.*

*Los granos que tienen un radio de 0.005 micras y carga negativa, escapan de la magnetósfera porque la fuerza eléctrica corrotacional es más grande que la fuerza gravitacional planetaria.*

*Los granos inyectados en el plano ecuatorial escapan de la magnetósfera terrestre si su carga es negativa y su radio se encuentra en el intervalo:  $0.002 \mu\text{m} \leq a < 0.01 \mu\text{m}$  el cual corresponde al intervalo:  $-16.4 \leq p < -0.75$ .*

## CONCLUSIONES

*La dinámica de un grano de polvo dentro de una magnetósfera planetaria ha sido analizada para tres casos muy particulares, el primero se relaciona con la eyección de haces de polvo de la magnetósfera de Júpiter, el segundo tiene que ver con la inyección de polvo en la magnetósfera joviana y el tercero se vincula con la inyección de esférulas de óxido de aluminio en la magnetósfera terrestre.*

*Los resultados obtenidos para el primer caso muestran que los granos que tiene carga positiva son eyectados del medio siempre y cuando su relación carga/masa (relación entre la fuerza eléctrica corrotacional y la fuerza gravitacional) se encuentre en el intervalo:  $-220 \leq p \leq -0.5$  que corresponde a granos con radios comprendidos en el intervalo:  $0.01 \mu\text{m} \leq a \leq 0.24 \mu\text{m}$  y éstos son la clase de granos que eyecta el satélite Io, como estos valores se acercan a los valores obtenidos por el Ulises, entonces se concluye que la fuente más probable de los haces es el satélite Io.*

*Por otro lado se descartan el anillo de tul y el medio interplanetario como fuentes de polvo porque los valores obtenidos para el tamaño de los granos y las velocidades de eyección de los haces se alejan de los valores obtenidos por el Ulises.*

*Para el segundo caso, la aplicación del modelo tridimensional para estudiar la dinámica del polvo inyectado en la magnetósfera joviana durante la ruptura del cometa Shoemaker-Levy 9 no proporciona el tipo de órbitas que describen los granos pero permite construir las regiones espaciales en las cuales los granos quedan confinados inicialmente. El análisis es válido no solamente para granos pequeños cuya relación carga masa es muy grande y su dinámica puede ser descrita por la aproximación de centro-guía sino también para granos más grandes en los cuales este criterio no se aplica.*

*Independientemente de la carga de los granos, si éstos son inyectados dentro de la magnetósfera interna y son suficientemente pequeños, entonces son succionados a lo largo de las líneas de campo magnético y colisionan con el planeta a altas latitudes.*

*Cuando los granos son inyectados en el perijove o en el punto de declinación máxima y si su carga es positiva ( $\Phi = +5$  volts), probablemente colisionan con el planeta aun cuando no satisfagan la aproximación de centro-guía. Únicamente los granos más grandes ( $a \geq 1 \mu\text{m}$ ) dominados gravitacionalmente no colisionan con el planeta porque siguen la misma trayectoria que el cometa desintegrado.*

*Los granos en el intervalo ( $0.05 \mu\text{m} \leq a < 0.075 \mu\text{m}$ ) inyectados cerca del plano ecuatorial pueden ser atrapados inicialmente en una región cercana a este plano. Sin embargo los granos con  $a \geq 0.075 \mu\text{m}$  podrían escapar de la magnetósfera interna al ser acelerados por la fuerza eléctrica corrotacional (detrás de la órbita sincrónica) y finalmente ser eyectados de la magnetósfera. Los granos cuyo radio es  $\geq 1 \mu\text{m}$  son*



*dominados por la fuerza gravitacional y no son significativamente afectados por la fuerza eléctrica corrotacional por lo cual siguen la trayectoria cometaria.*

*Cuando los granos están cargados negativamente ( $\Phi = - 25$  volts), aquellos cuyo radio se encuentra en el intervalo ( $0.3 \mu\text{m} \leq a < 0.5 \mu\text{m}$ ) y que son inyectados cerca del plano ecuatorial pueden ser atrapados cerca de este plano. El destino final de los granos que son inyectados en el perijove ( $a \geq 0.3 \mu\text{m}$ ) y para los cuales la aproximación de centro-guia no es válida, es difícil de predecir aunque de la observación de las regiones de confinamiento se sospecha que colisionan con el planeta a altas latitudes.*

*Para el caso de las esferulas inyectadas en la magnetósfera terrestre, los resultados muestran que cuando los granos son muy pequeños, ellos permanecen confinados en regiones toroidales que se van haciendo más delgadas a medida que el radio de los granos confinados decrece.*

*Los resultados obtenidos permiten estimar el tamaño de los granos que pueden quedar confinados inicialmente en regiones cercanas a los puntos de inyección aunque es claro que debe hacerse un estudio más completo de la dinámica del polvo cargado en las magnetósferas terrestre y joviana ya que varios efectos importantes se han despreciado, como la variación temporal de la carga del grano la cual requiere de una descripción adecuada del plasma magnetosférico y la contribución de la fuerza de presión de la radiación  $F_{p-r}$  sobre todo en la magnetósfera terrestre, sin olvidar que probablemente la inclinación entre los ejes de rotación y magnético así como el hecho de que los planetas no son completamente esféricos también están contribuyendo a la dinámica de los granos de polvo.*

*Los resultados del trabajo doctoral han sido publicados en los siguientes  
artículos:*

- a) *D. Maravilla, K.R. Flammer and D.A. Mendis.  
On the injection of fine dust from the jovian magnetosphere.  
The Astrophysical Journal, 438: 968-974, 1995 January 10.*
  
- b) *D. Maravilla, K.R. Flammer y D.A. Mendis.  
The regions of confinement of charged dust injected into the terrestrial magnetosphere.  
Astrophysics and Space Science, en prensa.*
  
- c) *D. Maravilla, K.R. Flammer and D.A. Mendis.  
The nature of the trajectories of charged dust grains injected into the co-rotating regions  
of planetary magnetospheres.  
Proceedings of the Sixth Workshop on the Physics of Dusty Plasmas.  
22-24 marzo, 1995.  
Universidad de California, San Diego.*

## APENDICE A

### DESARROLLO DE LAS ECUACIONES GRAVITO-ELECTRODINAMICAS RELACIONADAS CON EL CASO BIDIMENSIONAL PARA UN GRANO DE POLVO

La ecuación de movimiento que describe la dinámica de un grano de polvo moviéndose en el plano ecuatorial planetario donde solo intervienen las fuerzas gravitacional y electromagnética puede ser expresada como:

$$m\ddot{\vec{r}} = \frac{Q_0}{c} [(\dot{\vec{r}} - \vec{v}) \times \vec{B}] + \vec{F}_g \quad (\text{a.1})$$

donde  $\vec{v} = \vec{\Omega} \times \vec{r}$ , por lo cual la ecuación (a.1) explícitamente se escribe como:

$$\ddot{\vec{r}} = \frac{Q_0}{mc} [-(\vec{\Omega} \times \vec{r}) \times \vec{B} + \dot{\vec{r}} \times \vec{B}] - \frac{GM}{r^3} \vec{r} \quad (\text{a.2})$$

En la ecuación (a.2):

$$\vec{B} = -B_0 \left( \frac{R}{r} \right)^3 \hat{i}_r,$$

$$\vec{\Omega} = \Omega \hat{i}_z,$$

$$Q = Q_0 = \text{cte.}$$

Tomando las componentes polares de los vectores:  $\vec{r}$ ,  $\dot{\vec{r}}$  y  $\ddot{\vec{r}}$ :

$$\vec{r} = r \hat{i}_r,$$

$$\dot{\vec{r}} = \dot{r} \hat{i}_r + r \dot{\theta} \hat{i}_\theta,$$

$$\ddot{\vec{r}} = (\ddot{r} - r \dot{\theta}^2) \hat{i}_r + \frac{1}{r} \frac{d}{dt} (r^2 \dot{\theta}) \hat{i}_\theta$$

entonces la ecuación (a.2) queda expresada por la sg. ecuación:

$$\begin{aligned}
(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\hat{i}_r + \frac{1}{r} \frac{d}{dt}(r^2\dot{\theta})\hat{i}_\theta &= \frac{Q_0}{mc} [(\vec{r} \times \vec{\Omega}) + \dot{\vec{r}}] \times \vec{B} - \frac{GM}{r^2}\hat{i}_r \\
&= -\frac{Q_0}{mc} [(\hat{r}_i \times \Omega\hat{i}_i) + \dot{\hat{r}}_i + r\dot{\theta}\hat{i}_\theta] \times \vec{B} - \frac{GM}{r^2}\hat{i}_r \\
&= -\frac{Q_0}{mc} [-r\Omega\hat{i}_\theta + r\dot{\theta}\hat{i}_\theta + \dot{\hat{r}}_i] \times B\left(\frac{R}{r}\right)\hat{i}_i - \frac{GM}{r^2}\hat{i}_r \\
&= -\frac{Q_0 B_0 R^3}{mc} \frac{1}{r^3} [(r\dot{\theta} - r\Omega)\hat{i}_\theta - \dot{\hat{r}}_i] - \frac{GM}{r^2}\hat{i}_r
\end{aligned} \tag{a.3}$$

Igualando las componentes radiales y transversales y definiendo:  $A = -\frac{Q_0 B_0 R^3}{mc}$  entonces se obtienen las ecuaciones para la parte radial y para la parte transversal respectivamente:

$$\ddot{r} - r\dot{\theta}^2 = \frac{A(\dot{\theta} - \Omega) - GM}{r^2} \tag{a.4a}$$

$$\frac{d}{dt}(r^2\dot{\theta}) = -A \frac{\dot{r}}{r^2} \tag{a.4b}$$

Integrando la ecuación (a.4b) se obtiene:

$$\begin{aligned}
\int_{r_0}^r d(r^2\dot{\theta}) &= -A \int_{r_0}^r \frac{dr}{r^2} = A \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} \right) \\
r^2\dot{\theta} - r_0 v_{0\theta} &= A \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} \right) \\
\dot{\theta} &= \frac{A}{r^3} + \frac{1}{r^2} \left( r_0 v_{0\theta} - \frac{A}{r_0} \right)
\end{aligned} \tag{a.5}$$

Y ya que:

$$\dot{r} = v_r$$

y

$$\ddot{r} = \frac{dv_r}{dt} = \frac{dv_r}{dr} \frac{dr}{dt} = v_r \frac{dv_r}{dr}$$

la ecuación (a.4a) se puede escribir como:

$$v_r \frac{dv_r}{dr} = r\dot{\theta}^2 + A \frac{\dot{\theta}}{r^2} - \frac{(A\Omega + GM)}{r^2} \tag{a.6}$$

sustituyendo para  $\dot{\theta}$  de (a.5) en (a.6):

$$v_r \frac{dv_r}{dr} = r \left[ \frac{A^2}{r^6} + \frac{2A}{r^5} \left( r_0 v_{0r} - \frac{A}{r_0} \right) + \frac{1}{r^4} \left( r_0 v_{0r} - \frac{A}{r_0} \right)^2 \right] + \frac{A}{r^2} \left[ \frac{A}{r^3} + \frac{1}{r^2} \left( r_0 v_{0r} - \frac{A}{r_0} \right) \right] - \frac{(A\Omega + GM)}{r^2}$$

$$v_r \frac{dv_r}{dr} = \frac{2A^2}{r^5} + \frac{3A}{r^4} \left( r_0 v_{0r} - \frac{A}{r_0} \right) + \frac{1}{r^3} \left( r_0 v_{0r} - \frac{A}{r_0} \right)^2 - \frac{(A\Omega + GM)}{r^2}$$

Integrando de  $r_0$  a  $r$ :

$$v_r^2 - v_{0r}^2 = -A^2 \left( \frac{1}{r^4} - \frac{1}{r_0^4} \right) - 2A \left( r_0 v_{0r} - \frac{A}{r_0} \right) \left( \frac{1}{r^3} - \frac{1}{r_0^3} \right) - \left( r_0 v_{0r} - \frac{A}{r_0} \right)^2 \left( \frac{1}{r^2} - \frac{1}{r_0^2} \right) + 2(A\Omega + GM) \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} \right)$$

$$= -A^2 \left( \frac{1}{r^4} - \frac{1}{r_0^4} \right) + \frac{2A^2}{r_0} \left( \frac{1}{r^3} - \frac{1}{r_0^3} \right) - 2Ar_0 v_{0r} \left( \frac{1}{r^3} - \frac{1}{r_0^3} \right) - r_0^2 v_{0r}^2 \left( \frac{1}{r^2} - \frac{1}{r_0^2} \right) + 2Av_{0r} \left( \frac{1}{r^2} - \frac{1}{r_0^2} \right) - \frac{A^2}{r_0^2} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} \right) + 2(A\Omega + GM) \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} \right)$$

(a.7)

Sustituyendo  $x=r/r_0$  en la ecuación (a.7) se obtiene la siguiente ecuación:

$$v_r^2 - v_{0r}^2 = \left[ -\frac{A^2}{r_0^4} \left( \frac{1}{x^4} - 1 \right) + \frac{2A^2}{r_0^4} \left( \frac{1}{x^3} - 1 \right) - \frac{A^2}{r_0^4} \left( \frac{1}{x^2} - 1 \right) \right] - 2Av_{0r} \frac{r_0}{r_0^3} \left( \frac{1}{x^3} - 1 \right)$$

$$+ \frac{2Av_{0r}}{r_0^2} \left( \frac{1}{x^2} - 1 \right) - r_0^2 v_{0r}^2 \frac{1}{r_0^2} \left( \frac{1}{x^2} - 1 \right) + \frac{2(A\Omega + GM)}{r_0} \left( \frac{1}{x} - 1 \right)$$

$$= -\frac{A}{r_0^4} \frac{(1-x)^2}{x^4} - \frac{2v_{0r}A}{r_0^2} \frac{(1-x)}{x^3} - v_{0r}^2 \frac{(1-x^2)}{x^2} + \frac{2(A\Omega + GM)(1-x)}{r_0 x}$$

Haciendo uso de la fig. 1, las componentes radial y transversal de la velocidad son expresadas como:

$$v_{0r} = v_0 \sin \theta = \sqrt{\frac{KGM}{r_0}} \sin \theta$$

$$v_{0t} = v_0 \cos \theta = \sqrt{\frac{KGM}{r_0}} \cos \theta$$

(a.8)

Por otro lado  $p=A\Omega/GM$  por lo cual el parámetro  $A$  queda definido ahora como:  
 $A=GMp/\Omega$ .

Sustituyendo las expresiones para la velocidad y para el parámetro  $A$  en la ecuación (a.8) se obtiene la relación:

$$v_r^2 = \frac{KGM \cos^2 \theta}{r_0} - \frac{GM^2 p^2 (1-x)^2}{\Omega^2 r_0^3 x^4} - \frac{2 \text{sen}(\theta) KGM p (1-x)}{\Omega r_0^2 x^3} \sqrt{\frac{KGM}{r_0}} - \frac{KGM \text{sen}^2 \theta (1-x^2)}{r_0 x^2} + \frac{2GM(p+1)(1-x)}{r_0 x}$$

$$v_r^2 \frac{r_0}{GM} = \left[ K - K \text{sen}^2 \theta \frac{1}{x^2} + \frac{2(1-x)}{x} \right] + 2p \frac{(1-x)}{x} \left[ 1 - \frac{\text{sen} \theta}{r_0 \Omega x^2} \sqrt{\frac{KGM}{r_0}} \right] - \frac{GM p^2 (1-x)^2}{\Omega^2 r_0^3 x^4}$$

(a.9)

Si  $L_0 = r_0/R$  y  $\alpha^2 = GM/\Omega^2 R^3$  entonces:

$$\frac{GM}{\Omega^2 r_0^3} = \frac{\alpha^2}{L_0^3}$$

y

$$\frac{1}{r_0 \Omega} \sqrt{\frac{KGM}{r_0}} = \sqrt{K} \frac{\alpha}{L_0^{3/2}}$$

(a.10)

Sustituyendo las ecuaciones (a.10) en la ecuación (a.9) se tiene:

$$v_r^2 \frac{r_0}{GM} = \left[ K(x^2 - \text{sen}^2 \theta) + 2x(1-x) \right] \frac{1}{x^2} + \frac{2(1-x)}{x} \left[ 1 - \sqrt{\frac{K}{L_0^3}} \frac{\alpha \text{sen} \theta}{x^2} \right] p - \alpha^2 p^2 \frac{(1-x)^2}{L_0^3 x^4}$$

Si  $v_r^2 \geq 0$  entonces:

$$\alpha^2 p^2 \frac{(1-x)^2}{L_0^3 x^4} - \frac{2(1-x)}{x^3} \left[ x^2 - \sqrt{\frac{K}{L_0^3}} \alpha \text{sen} \theta \right] p - \left[ K(x^2 - \text{sen}^2 \theta) + 2x(1-x) \right] \frac{1}{x^2} \leq 0$$

$$p^2 - \frac{2L_0^3}{\alpha^2} \frac{x}{1-x} \left[ x^2 - \sqrt{\frac{K}{L_0^3}} \alpha \text{sen} \theta \right] p - \frac{L_0^3}{\alpha^2} \frac{x^2}{(1-x)^2} \left[ K(x^2 - \text{sen}^2 \theta) + 2x(1-x) \right] \leq 0$$

(a.11)

Esta ecuación es una cuadrática en p y sus soluciones son:  $p_1(x)$  y  $p_2(x)$ .

Para  $K=1$  y  $\theta=\pi/2$  (valores que corresponden al caso de lo), la ecuación (a.11) queda finalmente expresada como:

$$p^2 - \frac{2L_0^3}{\alpha^2} \frac{x}{1-x} \left( x^2 - \frac{\alpha}{L_0^{3/2}} \right) p + \frac{L_0^3 x^2}{\alpha^2} \leq 0$$

(a.12)

## APENDICE B

### CALCULO DE LOS PARAMETROS $\phi$ , $r$ y $\beta$ :

#### **SECCION 1: EL PARAMETRO $\phi$**

Para calcular el ángulo polar  $\angle\phi$  se parte de las coordenadas ecuatoriales ( $\alpha$  y  $\delta$ ) y las coordenadas eclípticas (orbitales) ( $\lambda$  y  $\beta$ ) (fig. b.1). De Sterne (1960):

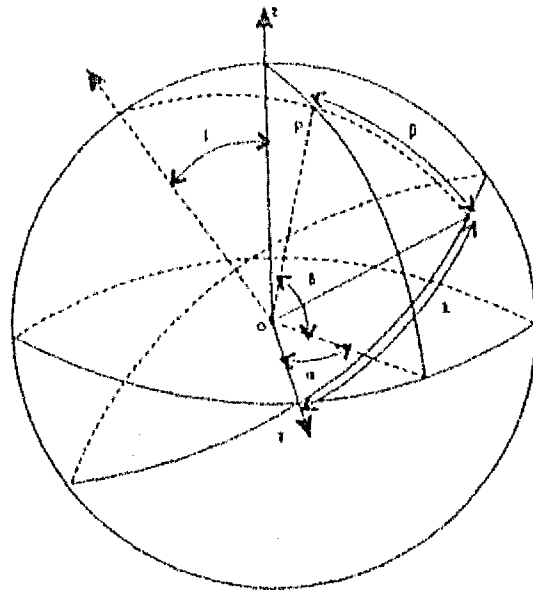


fig. b.1 Coordenadas ecuatoriales y eclípticas representadas en la esfera celeste.

$$\cos\delta\cos\alpha = \cos\beta\cos\lambda$$

$$\cos\delta\text{sen}\alpha = \cos i \cos\beta\text{sen}\lambda - \text{sen}i\text{sen}\beta$$

$$\text{sen}\delta = \text{sen}i \cos\beta\text{sen}\lambda + \cos i\text{sen}\beta$$

(b.1)

donde  $\alpha$  y  $\delta$  son la ascensión derecha y la declinación respectivamente y  $\lambda$  y  $\beta$  representan la longitud y la latitud celestes.

Para puntos situados sobre el plano de la eclíptica (i.e.  $\beta=0$ ):

$$\begin{aligned}\cos\delta\cos\alpha &= \cos\lambda \\ \cos\delta\text{sen}\alpha &= \cos\text{sen}\lambda \\ \text{sen}\delta &= \text{sen}\text{sen}\lambda \\ \Rightarrow \tan\alpha &= \cos i \tan\lambda \\ \text{sen}\delta &= \text{sen}\text{sen}\lambda\end{aligned}\tag{b.2}$$

Cuando el punto de inyección de polvo P está sobre el plano de la eclíptica (i.e.  $\beta=0$ ) (fig. b.2):

$$\begin{aligned}\tan\alpha &= \cos i \tan\lambda \\ \text{sen}\delta &= \text{sen}\text{sen}\lambda\end{aligned}\tag{b.3}$$

donde  $\lambda$  es el argumento del perijove, entonces:

$i=70.6^\circ$  (Sekanina et al, 1993) y  $\lambda=47.3^\circ$ .

$$\therefore \text{sen}\delta = \text{sen}(70.6)\text{sen}(47.3)$$

$$\Rightarrow \delta = 43.9^\circ$$

$$\therefore \angle \text{polar } \phi_p = 90 - \delta = 46.1^\circ \text{ es el ángulo polar en el punto P.}\tag{b.4}$$

Si  $\lambda=90^\circ$ , entonces estamos en el punto de declinación máxima (M), por lo cual:

$$\text{sen}\delta = \text{sen}i$$

$$\delta = i$$

$$\delta_{\max} = \delta_m = i = 70.6^\circ$$

$$\therefore \angle \text{polar } \phi_M = 90 - 70.6 = 19.4^\circ \text{ es el ángulo polar en el punto M.}\tag{b.5}$$

Cuando  $\delta=0^\circ$ ,  $\angle \text{polar } \phi_A = 90^\circ$  i.e. el plano ecuatorial joviano coincide con el plano de la eclíptica.

$$\therefore \phi_A \text{ es el ángulo polar en el punto A.}\tag{b.6}$$



Para puntos situados sobre el plano de la eclíptica (i.e.  $\beta=0$ ):

$$\begin{aligned}
 \cos\delta\cos\alpha &= \cos\lambda \\
 \cos\delta\text{sen}\alpha &= \cos\text{sen}\lambda \\
 \text{sen}\delta &= \text{sen}\text{sen}\lambda \\
 \Rightarrow \tan\alpha &= \cos i \tan\lambda \\
 \text{sen}\delta &= \text{sen}\text{sen}\lambda
 \end{aligned}
 \tag{b.2}$$

Cuando el punto de inyección de polvo P está sobre el plano de la eclíptica (i.e.  $\beta=0$ ) (fig. b.2):

$$\begin{aligned}
 \tan\alpha &= \cos i \tan\lambda \\
 \text{sen}\delta &= \text{sen}\text{sen}\lambda
 \end{aligned}
 \tag{b.3}$$

donde  $\lambda$  es el argumento del perijove, entonces:

$i=70.6^\circ$  (Sekanina et al, 1993) y  $\lambda=47.3^\circ$ .

$$\therefore \text{sen}\delta = \text{sen}(70.6)\text{sen}(47.3)$$

$$\Rightarrow \delta = 43.9^\circ$$

$$\therefore \angle \text{polar } \phi_P = 90 - \delta = 46.1^\circ \text{ es el ángulo polar en el punto P.} \tag{b.4}$$

Si  $\lambda=90^\circ$ , entonces estamos en el punto de declinación máxima (M), por lo cual:

$$\text{sen}\delta = \text{sen}i$$

$$\delta = i$$

$$\delta_{\max} = \delta_m = i = 70.6^\circ$$

$$\therefore \angle \text{polar } \phi_M = 90 - 70.6 = 19.4^\circ \text{ es el ángulo polar en el punto M.} \tag{b.5}$$

Cuando  $\delta=0^\circ$ ,  $\angle \text{polar } \phi_A = 90^\circ$  i.e. el plano ecuatorial joviano coincide con el plano de la eclíptica.

$$\therefore \phi_A \text{ es el ángulo polar en el punto A.} \tag{b.6}$$

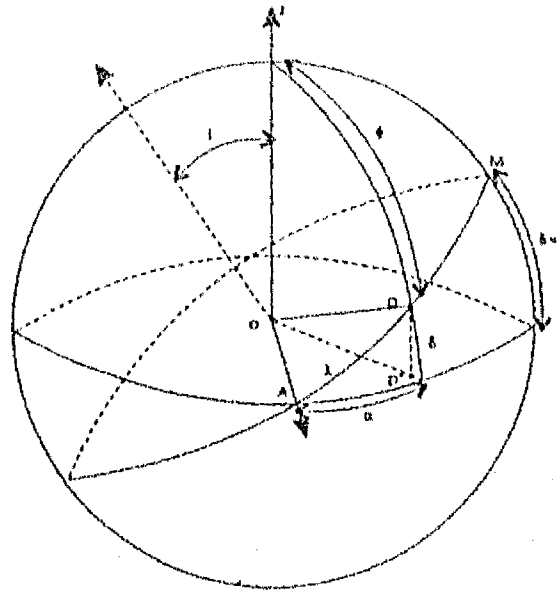


Fig. B.2 Localización de los puntos P en el perihelio, A en el plano ecuatorial joviano y M en la declinación máxima.

## SECCION 2: EL PARAMETRO $r$ .

El segundo parámetro a evaluar es  $r$  (distancia del planeta a cada uno de los tres puntos en cuestión), para ello se toman en cuenta los parámetros orbitales del cometa Shoemaker-Levy 9 evaluados por Sekanina et al (1994) para la fecha de la ruptura, entonces:

$$e = 0,997 \approx 1$$

$$R \approx 5 \text{ Km}$$

$$i = 70,6^\circ$$

$$r_p = 95,221 \text{ Km}$$

$$R_j = 71,492 \text{ Km}$$

$$\frac{r_p}{R_j} = 1,33$$

$$\lambda = 47,3^\circ$$

donde  $e$  es la excentricidad,  $i$  la inclinación de la órbita cometaria,  $R$  el radio del cometa,  $R_j$  el radio joviano y  $\lambda$  el argumento del perihelio.

$\therefore r_p = 1.33 R_p$  es la distancia del planeta al punto P. (b.7)

De la fig. (b.3), se tiene:

$$\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta \approx 1 + \cos \theta$$

$$\frac{l}{r_p} = 2$$

$$\frac{2r_p}{r} = 1 + \cos \theta$$

Cuando  $\theta = \lambda$ ,  $r = r_\lambda$ ,

$$\therefore r_\lambda = \frac{2r_p}{1 + \cos \lambda} = \frac{2(1.33R_j)}{1 + \cos(47.3)} = 1.59R_j \quad (b.8)$$

$\therefore r_\lambda = 1.59 R_j$  es la distancia entre el planeta y el punto A ubicado sobre el plano ecuatorial joviano (fig. b.3).

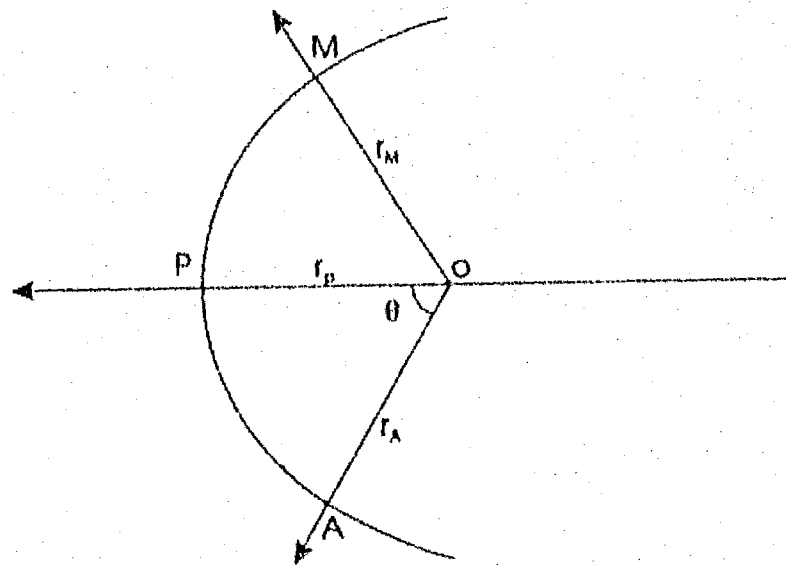


fig. b.3 Representación de los puntos P, A y M sobre la órbita cometaria.

Para el punto ubicado en la declinación máxima (M) se tiene que:

$$\angle POQ = 90 - \theta = 42.7$$

$$r_M = \frac{2r_p}{1 + \cos(42.7)} = \frac{2(1.33R_j)}{1 + \cos(42.7)} = 1.53R_j \quad (\text{b.9})$$

$\therefore r_M = 1.53 R_j$  representa la distancia comprendida entre el planeta y el punto M.

### SECCION 3: EL PARAMETRO $\beta$

Se finaliza este apéndice con el cálculo del parámetro  $\beta$  que de acuerdo con los capítulos III y IV representa la magnitud del momento angular de las partículas de polvo inyectadas en los puntos considerados (A, P y M).

En la fig. (b.4) se aprecia el vector velocidad así como los puntos P y P\*.

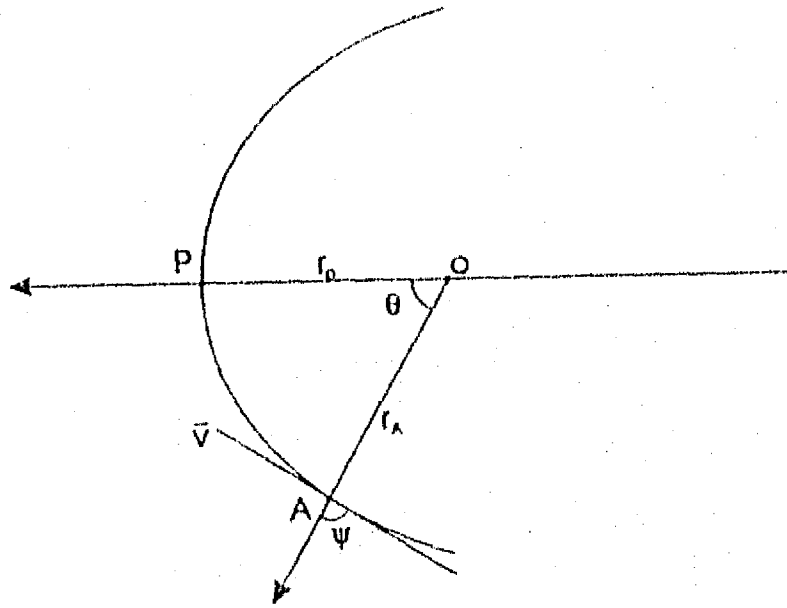


Fig. b.4 Órbita del cometa Shoemaker-Levy 9 mostrando los puntos A, P y M así como el vector velocidad de este cuerpo celeste.

De la sección anterior se sabe que:

$$\begin{aligned} \frac{2r_p}{r} &= 1 + \cos\theta \\ \Rightarrow \cos\psi &= \frac{dr}{ds} \\ \text{sen}\psi &= r \frac{d\theta}{ds} \\ \cot\psi &= \frac{1}{r} \frac{dr}{d\theta} \end{aligned} \tag{b.10}$$

De la primera ecuación se obtiene:

$$\begin{aligned} -\frac{2r_p}{r^2} \frac{dr}{d\theta} &= -\text{sen}\theta \\ \cot\psi &= \frac{1}{r} \frac{dr}{d\theta} = \frac{r \text{sen}\theta}{2r_p} = \frac{\text{sen}\theta}{1 + \cos\theta} \end{aligned} \tag{b.11}$$

cuando  $\theta=47.3^\circ$ ,  $\psi=66.3^\circ$ .

Evaluando  $\beta$  en el punto A:

La componente de  $\vec{v} \perp OA$  (en el plano orbital) =  $v \text{ sen}(66.3)$ , y ya que OA es la intersección del plano orbital con el plano ecuatorial, entonces:

$$\begin{aligned} v_{LOA} &= v \text{sen}(66.3) \cos i \\ &= v \text{sen}(66.3) \cos(70.6) \\ &= 0.30v \end{aligned}$$

$\therefore$  El momento angular en A =  $0.30 v r$

$\therefore \beta = 0.30$  es la magnitud del momento angular en el punto A. (b.12)

Evaluando  $\beta$  en el punto P:

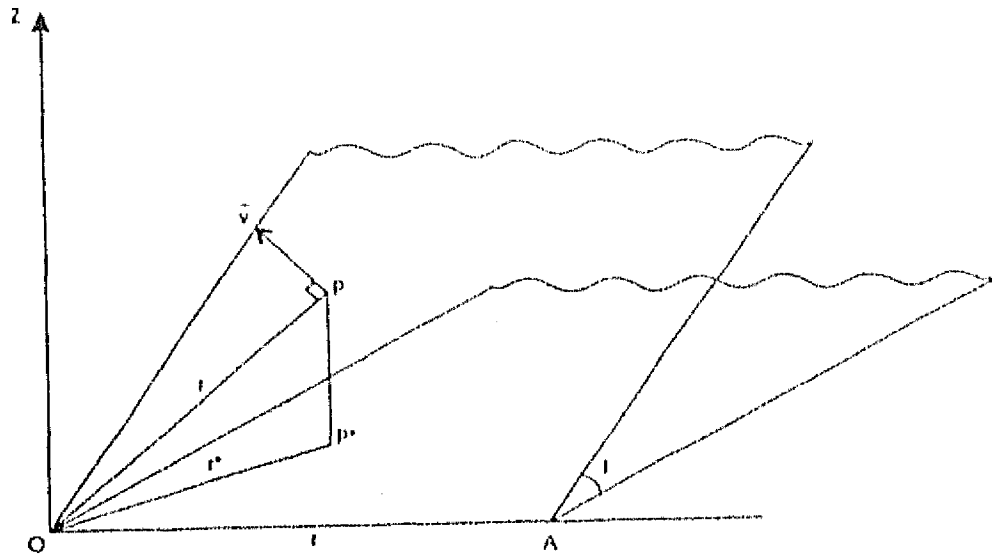


fig. b.5 Representación de los planos orbital y ecuatorial.

$\therefore$  La componente de  $OP \perp (OP^*) = OP \sin (46.1) = 0.72 r$  recordando que  $\phi_p = 46.1^\circ$

En P,  $V \perp OP$  (en el plano orbital) y  $\angle$  entre POA (en el plano orbital)  $= 47.3^\circ (= \lambda)$

$\therefore \angle \bar{v} OA$  (en el plano orbital)  $= 90 - 47.3 = 42.7^\circ$

La componente de  $v \parallel OA$  (en el plano orbital)  $= v \cos (42.7)$

y la componente de  $v \perp OA$  (en el plano orbital)  $= v \sin (42.7)$

cuando  $v$  se proyecta sobre el plano orbital, la componente de  $v \parallel OA$  es la misma pero la componente de  $v \perp OA$  se transforma en:

$v \sin (42.7) \cos i = v \sin (42.7) \cos (70.8)$  y ya que  $OP^*$  está en el plano meridional en P,

$\angle P^*OA = \alpha = 19.8^\circ$

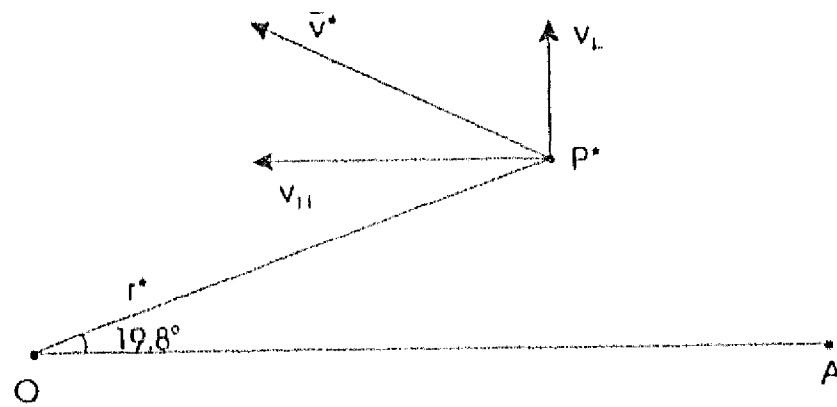


Fig. b.6 Representación del punto P\* en el plano ecuatorial.

En el plano ecuatorial (fig. b.6), la componente del momento angular alrededor de OZ =  $r*[v_{\perp}(ec) \cos(19.8) + v_{\parallel}(ec) \sin(19.8)]$

$$= 0.72 rv (\cos(70.6)\sin(42.7)\cos(19.8) + \cos(42.7)\sin(19.8))$$

$$= 0.33 rv$$

$\therefore \beta = 0.33$  es la magnitud del momento angular en P. (b.13)

Evaluando  $\beta$  en el punto M:

Por la sección anterior se sabe que:

$$\phi_M = 19.4$$

$$OQ^* = r \sin(19.4) = 0.33r$$

$$\phi_p = 90 - 43.7 = 42.7$$

$$\cot \psi_M = \frac{\sin(42.7)}{1 + \cos(42.7)}$$

$$\psi_M = 68.65$$

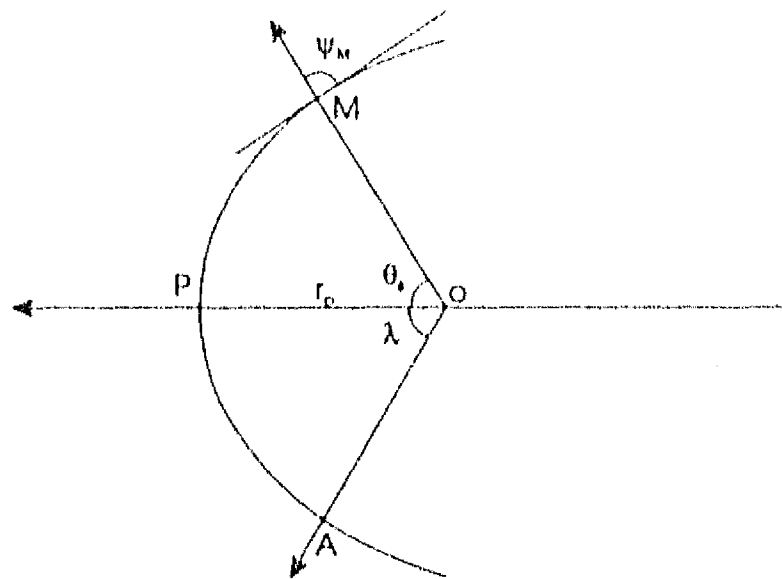
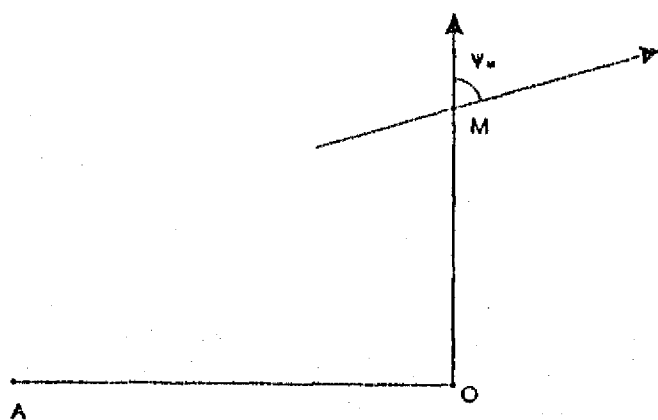


Fig. 6.7 El ángulo  $\psi$  para el punto M localizado en la declinación máxima de la órbita cometaria.

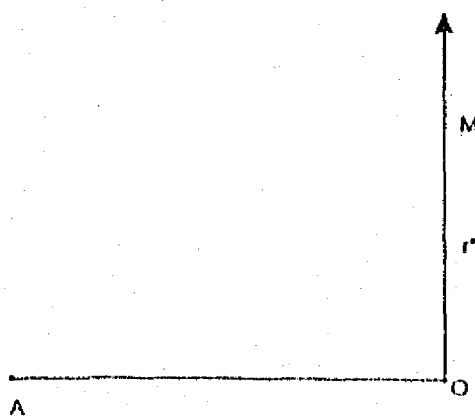
En el plano orbital:



$$v_{L,OM} = v \cos \psi_M$$

$$v_{t,OM} = v \operatorname{sen} \psi_M$$

En el plano ecuatorial:



$$v_{L,OM} = v \cos \psi_M \cos i = 0.12v$$

$$v_{t,OM} = v \operatorname{sen} \psi_M = 0.93v$$



Por lo tanto, la componente del momento angular alrededor de OZ =  $r \cdot (0.93 v)$   
 $= (0.33)(0.93)rv$   
 $= 0.31 rv$

$\therefore \beta = 0.31$  es la magnitud del momento angular en M. (b.14)

En la tabla I se muestran resumidamente los valores para los parámetros  $\phi$ ,  $r$  y  $\beta$  obtenidos del análisis precedente.

**TABLA I**  
**valores de los parámetros  $\phi$ ,  $r$  y  $\beta$  en los puntos A, P y M**

	$\angle \phi$	distancia a Júpiter	$\beta$
cometa en el plano ecuatorial (A)	<b>90°</b>	<b>1.59 R<sub>J</sub></b>	<b>0.30</b>
cometa en el perijove (P)	<b>46.1°</b>	<b>1.33 R<sub>J</sub></b>	<b>0.33</b>
cometa en la declinación máxima (M)	<b>19.4°</b>	<b>1.53 R<sub>J</sub></b>	<b>0.31</b>

## APENDICE C

### LA APROXIMACION DE CENTRO-GUIA

En un campo magnético uniforme, el movimiento de una partícula cargada es una hélice. Este movimiento puede ser considerado como una combinación de un movimiento circular alrededor de una línea de campo y un movimiento lineal a lo largo de la misma línea.

Esta descripción es útil cuando el campo varía lentamente en el espacio y en el tiempo; en este caso el movimiento puede ser considerado como un movimiento casi circular alrededor de la línea de campo, un movimiento lineal a lo largo de ella y un movimiento de deriva a través de las líneas de campo.

Este movimiento es descrito por el centro-guía del círculo (Chen, 1977), (fig. c.1). La posición instantánea de la partícula ( $r$ ) es analizada como un movimiento circular de radio  $\rho$  y un movimiento del centro-guía cuya ubicación se encuentra en  $R$  donde  $r = R + \rho$ .

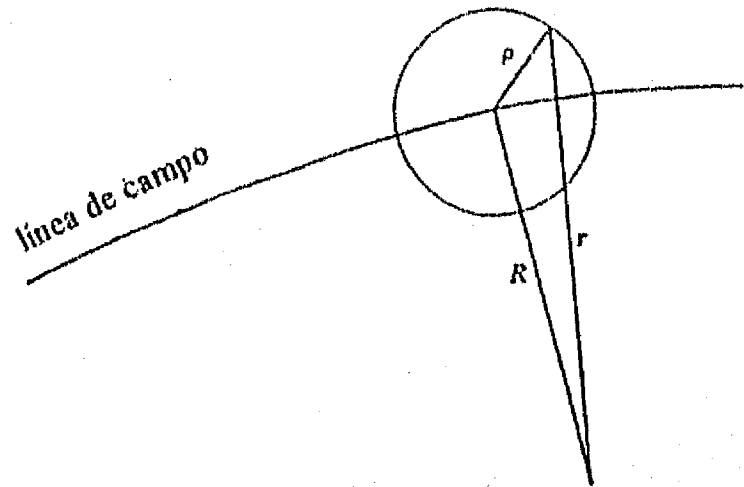


Fig. c.1 El movimiento general de una partícula cargada en un campo magnético puede ser analizado por la aproximación de centro-guía: un movimiento alrededor de la línea de campo, un movimiento a lo largo de la línea de campo y un movimiento de deriva a través de las líneas de campo.

En la aproximación de centro-guía, el movimiento de la partícula cargada en un campo dipolar es separado en tres componentes:

- La partícula rota alrededor de una línea de campo.
- La partícula se desplaza a lo largo de la línea de campo entre sus puntos espejo.
- La partícula deriva lentamente (en longitud) alrededor del cuerpo planetario.

Como las velocidades de estos tres movimientos son diferentes entre sí, entonces ellos pueden ser estudiados de manera independiente.

### A.- ROTACION CICLOTRON

El periodo de rotación ciclotrón o giro alrededor de una línea de campo es expresado por la relación:

$$\tau_c = \frac{2\pi mc}{qB} \quad (c.1)$$

y el radio de giro (radio de Larmor) alrededor de la línea de campo se define como:

$$r_L = \frac{mcv_{\perp}}{qB} = \frac{mcv \sin \alpha}{qB} \quad (c.2)$$

donde  $\alpha$  es el ángulo entre  $B$  y  $v$  y se le conoce como en ángulo de paso.

Para partículas relativistas  $\tau_c$  y  $R_L$  tienen que incluir la masa relativista:

$$m = m_0 \gamma = m_0 \left[ 1 - \frac{v^2}{c^2} \right]^{-1/2} \quad (c.3)$$

### B.- ACOTAMIENTO ENTRE PUNTOS ESPEJO.

Las partículas cargadas con  $\alpha \neq 90^\circ$  se mueven a lo largo de una línea de campo en el mismo tiempo en que ellas rotan alrededor de la línea. Si una partícula se mueve con un ángulo de paso constante, entonces impacta la superficie planetaria; de lo contrario, encuentra un punto de retorno sobre su trayectoria a lo largo de la línea de campo.

Si se considera un campo magnético estático, tal campo no hace trabajo sobre la partícula, lo que significa que el flujo magnético es constante a través de la órbita que describe la partícula alrededor de la línea de campo; si  $\frac{\partial B}{\partial t} \neq 0$ , el campo eléctrico producido acelera a las partículas al cambiar su energía cinética.

Por lo tanto, para un campo magnético estático:

$$\phi_m = B\pi r_L^2 = cte. \quad (c.4)$$

y la energía cinética de la partícula queda expresada como:

$$E_{\perp} = \frac{mv_{\perp}^2}{2} = \frac{mv^2 \text{sen}^2 \alpha}{2} \quad (\text{c.5})$$

$$\Rightarrow \phi_m = \text{cte.} = \frac{2 \pi m E_{\perp} c^2}{q^2 B} \quad (\text{c.6})$$

$$\therefore \frac{E_{\perp}}{B} = \text{cte.} = \mu \quad (\text{c.7})$$

donde  $\mu$  es el momento magnético.

Por lo tanto, el momento magnético de una partícula es constante.

Por otro lado, el ángulo de paso cambia con la posición de la partícula. De las ecuaciones (c.5) y (c.7) se puede escribir para  $E = \text{cte.}$ :

$$\frac{\text{sen}^2 \alpha_1}{B_1} = \frac{\text{sen}^2 \alpha_2}{B_2} = \text{cte.} \quad (\text{c.8})$$

Si la partícula se mueve en una región donde  $B$  se incrementa, entonces  $\text{sen} \alpha$  también se incrementa.

Como el valor máximo de la función seno es 1, entonces la partícula encuentra el punto de retorno cuando se alcanza ese valor para  $\text{sen} \alpha$  e inicia nuevamente su movimiento pero en la dirección opuesta. Ese punto de retorno es conocido como el punto espejo (fig. c.2).

La partícula queda atrapada entre los 2 puntos espejo y puede permanecer oscilando en el espacio por periodos muy largos.

En el ecuador, una partícula tiene un ángulo de paso  $\alpha_0$  y encuentra su punto espejo donde el campo magnético  $B_m$  cumple con la relación:

$$\text{sen}^2 \alpha_0 = \frac{B_0}{B_m} \quad (\text{c.9})$$

con  $B_0$  el campo magnético en el ecuador.

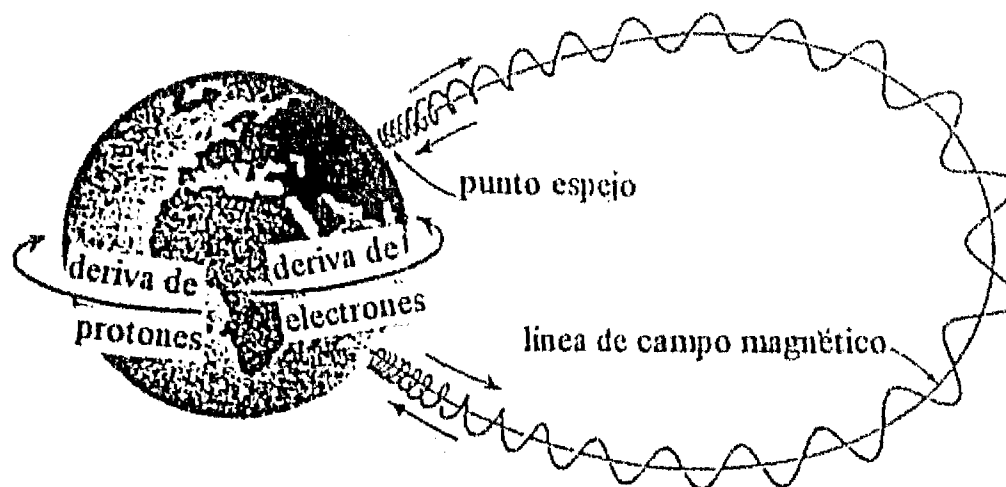


Fig. c.2 Movimiento de una partícula cargada en un campo dipolar: 1) rotación alrededor de la línea de campo, 2) acortamiento entre los espejos magnéticos, 3) deriva longitudinal alrededor del cuerpo planetario (los electrones derivan hacia el este y los protones hacia el oeste).

### C.- DERIVA A TRAVÉS DE LAS LINEAS DE CAMPO.

Cuando una fuerza externa actúa sobre una partícula cargada que se mueve en un campo magnético constante y si la fuerza es perpendicular al campo entonces la partícula sufre una deriva a través de las líneas de campo magnético.

La magnitud y la dirección de la velocidad de deriva puede ser obtenida a partir de la ecuación para el radio del ciclotrón (radio de Larmor).

De la ecuación (c.2):

$$\bar{r}_L = \frac{mc}{qB^2} (\bar{v} \times \bar{B}) = \frac{c}{qB^2} (\bar{p} \times \bar{B}) \quad (c.10)$$

Si la fuerza que actúa sobre la partícula es perpendicular a  $B$  durante un tiempo  $\Delta t$ , entonces hay un cambio en el momento igual a:

$$\Delta p = f_{\perp} \Delta t \quad (c.11)$$

Este cambio en el momento produce un desplazamiento del centro-guía de la partícula, el cual queda expresado por la siguiente relación:

$$\Delta \vec{r}_L = \frac{c}{qB^2} (\Delta \vec{p} \times \vec{B}) \quad (\text{c.12})$$

Diferenciando con respecto al tiempo, se obtiene finalmente:

$$\vec{v}_D = \frac{d\vec{r}_L}{dt} = \frac{c}{qB^2} (\vec{f}_\perp \times \vec{B}) \quad (\text{c.13})$$

Esta velocidad es conocida como la velocidad de deriva y es perpendicular a la fuerza y al campo magnético.

### REFERENCIAS

- 1.- Acuña M H et al., *Júpiter*, 1976, Gehrels T. (ed.), p 830.
- 2.- Alfvén H., *On the origin of the Solar System*, 1954, Clarendon Press, Oxford, (reprinted by Greenwood Press, Connecticut, 1973, p 56).
- 3.- Alfvén H., *Cosmical Electrodynamics*, 1950, Clarendon Press, Oxford, p 33.
- 4.- ArteméV A., *Solar System Res.*, 1968, 2, 202.
- 5.- Burns J A , *The New Solar System*, 1990, Beatty J.K. y Chaikin A., (eds.), p 153.
- 6.- Chen F F, *Introduction to Plasma Physics*, 1977, Plenum, p 17.
- 7.- Chow V W et al, *JGR*, 1993, 98, 19065.
- 8.- De Angelis, *Planet Sci.*, 1990, 38, 1143.
- 9.- Divine N y Garrett H B., *JGR*, 1983, 88, 6889.
- 10.- Goertz C K et al., *Jupiter*, 1976, Gehrels T. (ed.), p 32.
- 11.- Grün E et al., *Planetary Rings*, 1984, Greenberg R and Bráhic R (eds.), p 275.
- 12.- Grün E., *Nature*, 1993, 362, 428.
- 13.- Hamilton D P y Burns J A., *Nature*, 1993, 364, 695.
- 14.- Hargreaves J K, *The Upper Atmosphere and Solar Terrestrial Relations*, 1979, Van Nostrand Reinhold, p 137.
- 15.- Havnes O, *Adv. Space Res.*, 1984, 4, 75.
- 16.- Hill J R y Mendis D A., *The Moon and the Planets*, 1979, 21, 3.
- 17.- Hill J R y Mendis D A , *Cn. J. Phys.*, 1980 a, 59, 897.
- 18.- Hill J R y Mendis D A., *Solid particles in the Solar System*, 1980 b, Haliday y B A McIntosh (eds.), p 417.

- 19.- Hill J R y Mendis D A, *Astrophysical Journal*, 1980 c, 242, 395.
- 20.- Hill J R y Mendis D A., *The Moon and the Planets*, 1980 d, 23, 53.
- 21.- Hill J R y Mendis D A., *JGR*, 1982, 87, 7413.
- 22.- Horanyi M y Gortz C K., *Astrophysical J.*, 1990, 361, 105.
- 23.- Horanyi M., *Geophys. Res. Letts.*, 1994, 21, 1039.
- 24.- Horanyi M., Houpis H. L. F. y Mendis D. A., *Astrophys. Space Sci.*, 1988, 144, 215.
- 25.- Horanyi M y Mendis D A, *Adv. Space Sci.*, 1986 (no. 7), 127.
- 26.- Horanyi M, Morfill G y Grün E, *Nature*, 1993a, 363, 144.
- 27.- Horanyi M, Morfill G y Grün E., *JGR.*, 1993 b, 98, 21, 245.
- 28.- Johnson T V, Morfill G y Grün E., *Geophys. Res. Letts.*, 1980, 7, 305.
- 29.- Maravilla D, Flammer K R y Mendis D A, *Astrophysical J.*, 1995, 438, 968.
- 30.- Mendis D A et al., *Saturn*, Geherls T and Matthews M S (eds.), 1984, p 546.
- 31.- Mendis D A y Axford W Y, *Ann. Rev. Earth Planet Sci.*, 1974, 2, 419.
- 32.- Mendis D A y Horanyi M, *Cometary Plasma Processes*, Gephys. Monogram Ser. 61, 1991, p 17, AGU, Washington D.C.
- 33.- Mendis D A y Rosenberg M, *JGR*, 1992, 97, 14773.
- 34.- Mendis D A y Rosenberg M, *IEEE Transactions on Plasma Science*, 1992, 20, 5.
- 35.- Mendis D A y Rosenberg M, *ARA&A*, 1994, 32, 419.
- 36.- Mueller A C y Kessler D J, *Adv. Space Research*, 1985, 6 (no. 7), 77.
- 37.- Northrop y y Hill J R., *JGR*, 1983, 88, 1.
- 38.- Opik E J, *Irish Astron. J.*, 1956, 4, 84.
- 39.- Parks G K, *Physics os Space Plasmas*, 1991, Addison Wesley, p 1.
- 40.- Sekanina Z, Chodas P W y Yeomans D K., *Astron. Astrophys.*, 1994, 289, 607.



- 41.- Singer S F y Walker E H, *Icarus*, 1962, 1, 112.
- 42.- Sterne T E., *Introduction to Celestial Mechanics*, 1960, Interscience Pub. Inc., N.Y., p
- 43.- Störmer C., *Polar Aurora*, 1955, Clarendon Press, Oxford.
- 44.- Van Allen J A, *The New Solar System*, 1990, Beatty J K y Chaikin A (eds.), p 29.
- 45.- Whipple F L et al., *Astron. Astrophys.*, 1987, 852.