

47  
2EJ



**UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTONOMA DE MEXICO**

**FACULTAD DE CIENCIAS**

**TUTORIAL GRAFICO DE PROGRAMACION  
LINEAL**

**T E S I S**  
**QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:**  
**A C T U A R I O**  
**P R E S E N T A:**

**IVAN HERNANDEZ GALLEGOS**

*Incluye diskette de 3 1/2 pgs.*



México, D. F.

Noviembre de 1995

DEPARTAMENTO DE CIENCIAS  
MEXICO D.F.

**FALLA DE ORIGEN**

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AVÁNAMA DE  
MÉXICO

M. en C. Virginia Abrín Batule  
Jefe de la División de Estudios Profesionales de la  
Facultad de Ciencias  
Presente

Comunicamos a usted que hemos revisado el trabajo de Tesis:  
TUTORIAL GRAFICO DE PROGRAMACION LINEAL

realizado por IVAN HERNANDEZ GALLEGOS

con número de cuenta 9251629 - 8 , pasante de la carrera de ACTUARIA

Dicho trabajo cuenta con nuestro voto aprobatorio.

Atentamente

Director de Tesis

Propietario ACT. GERARDO LOREDO FUENTES

Propietario ACT. JAVIER IBARRA PIÑA

Propietario MAT. JORGE FRANCISCO DE LA VEGA GONGORA

Suplente ACT. ADRIANA DURAN LOPEZ

Suplente MAT. HUGO VILLASEÑOR HERNANDEZ

Consejo Departamental de Matemáticas  
M. en C. ALEJANDRO BRAVO MOJICA

A mis padres: Lic. Miguel Angel Hernández Cedillo y Dunia Gallegos de Hernández: como una muestra de gratitud, respeto y cariño; símbolos de rectitud y entrega: pues representan los únicos héroes que he conocido.

**A mis hermanos: Verónica,  
Miguel Angel y Hugo**

**A mis amigos:**

**Act. Alma Rosa Herrera Tovar  
Act. Claudia Argumedo Uribe  
Ing. Rynaldo Olvera Garcia  
Ing. Ricardo Medina Hernández**

**A mi Maestro:**

**Act. Gerardo Loredo Fuentes por su  
paciencia y dedicación en la dirección  
de este trabajo.**

**A mi distinguido Jurado:**

**Act. Adriana Durán López**

**Mat. Hugo Villaseñor Hernández**

**Act. Javier Ibarra Piña**

**Mat. Jorge Francisco de la Vega Góngora**

**Un agradecimiento especial por su presencia, a  
mis tíos:**

**Lic. Alfredo Hernández Cedillo**

**María Hermelinda Hernández Cedillo**

**Porfirio Hernández Cedillo,**

**Así como a mis primos: José Alfredo y Gamaliel,  
por su colaboración.**

**A la memoria del Ing. Marco Antonio Flores Meyer.**

**Mi total gratitud y respeto a una gran institución:  
Universidad Nacional Autónoma de México.**



## **TABLA DE CONTENIDO**

|   |           |
|---|-----------|
| <b>PROLOGO</b>  | <b>1</b>  |
| ORIGEN DE LA INVESTIGACION DE OPERACIONES               | 1         |
| SOBRE LA PROGRAMACION LINEAL                            | 2         |
| <b>INTRODUCCION</b>                                     | <b>5</b>  |
| <b>I. MANUAL DEL USUARIO</b>                            | <b>7</b>  |
| I.1. INSTALACION / DESINSTALACION                       | 7         |
| I.2. EJECUCION DE PROGRAMA                              | 7         |
| I.3. REGISTRO DE AVANCE                                 | 8         |
| I.4. MENU PRINCIPAL                                     | 11        |
| I.5. TUTORIAL: CURSO GENERAL                            | 15        |
| I.6. PAGINA DE INICIO                                   | 15        |
| I.7. CONTENIDO DE CAPITULO                              | 16        |
| I.8. RESUMEN DE CAPITULO                                | 19        |
| I.9. FORMATO DE COMENTARIOS                             | 19        |
| I.10. MENSAJES DE ERROR                                 | 20        |
| <b>II. NOTAS TECNICAS</b>                               | <b>27</b> |
| <b>III. GLOSARIO MATEMATICO</b>                         | <b>35</b> |
| III.1. TEOREMA DE STIEMKE(1915), GORDON (1873)          | 35        |
| III.2. LEMA DE FARKAS (1901)                            | 36        |
| III.3. TEOREMA DE TUCKER (1956)                         | 37        |
| III.4. TEOREMA GENERAL DE LA DUALIDAD                   | 39        |
| III.5. TEOREMA DE LAS HOLGURAS COMPLEMENTARIAS (débil)  | 39        |
| III.6. TEOREMA DE LAS HOLGURAS COMPLEMENTARIAS (fuerte) | 39        |
| III.7. TEOREMA DE ALTERNATIVAS                          | 39        |
| <b>BIBLIOGRAFIA</b>                                     | <b>41</b> |

## PROLOGO

### ORIGEN DE LA INVESTIGACION DE OPERACIONES

La Revolución Industrial marca el inicio de un crecimiento sin precedentes en el tamaño y complejidad de las organizaciones. Los pequeños talleres artesanales se convirtieron en las gigantescas empresas de influencia mundial. La división del trabajo y la separación de responsabilidades administrativas son factores que originaron este cambio. Sin embargo, junto con los beneficios, el aumento en el grado de especialización creó nuevos problemas que se presentan actualmente en muchas empresas. El principal de ellos es la tendencia de ciertos componentes de una organización a perder la idea de que sus actividades y objetivos se encuentran orientados al progreso de la organización, creando intereses propios, lo cual puede ir en detrimento de otro componente, afectando directamente el desarrollo y crecimiento de la propia organización.

Conforme la diversidad y complejidad crecen, se convierte en un problema asignar los recursos disponibles a las diferentes actividades de la organización, de manera óptima. Este tipo de problemas, y la necesidad de encontrar la mejor forma de resolverlos, proporcionaron el ambiente adecuado para el surgimiento de la Investigación de Operaciones.

Aunque los primeros intentos para aplicar el enfoque científico en la administración de una empresa datan de varias décadas atrás, casi siempre se atribuye el origen de la Investigación de Operaciones a los servicios militares prestados en la Segunda Guerra Mundial. Existía una necesidad urgente de asignar recursos escasos (hombres, comida, artillería, aviones, etc...) a las distintas operaciones militares y a las actividades dentro de cada operación, en la forma más efectiva; debido a la duración de la guerra y lo devastadora que resultó. Como resultado de esta situación los departamentos de inteligencia militar de los ejércitos aliados (En especial Inglaterra y Estados Unidos), recurrieron a un gran número de científicos para que intentaran resolver éste y otros problemas de estrategia y táctica, con un enfoque científico. En realidad se les pidió que realizaran investigación sobre las operaciones militares. Los resultados se dejaron sentir, de manera concreta, en el triunfo del combate aéreo inglés en la isla de Campana en el Pacífico, en la batalla del Atlántico Norte y en muchas otras.

Los industriales entusiasmados por el éxito de los resultados, retomaron la idea; debido a que la explosión industrial seguía su curso al terminar la guerra, los problemas causados por el aumento de la diversidad y especialización dentro de las organizaciones pasaron a primer plano. Mucha gente, incluyendo a científicos que habían colaborado en o para los equipos de investigación de operaciones durante la guerra; se percató que estos problemas eran básicamente los mismos que los enfrentados por la milicia, pero con un enfoque distinto. De esta manera, en la década de los cincuenta, la Investigación de Operaciones se había propagado por Inglaterra y Estados Unidos.

## Tutorial Gráfico de Programación Lineal

Dos factores jugaron un papel importante en el desarrollo de la Investigación de Operaciones durante este período: El gran progreso en la investigación y mejoramiento de las técnicas disponibles en esta área, consituyeron la primer causa; al terminar la guerra, muchos científicos que habían participado en los equipos de investigación de operaciones o que poseían información sobre este trabajo, estaban motivados a investigar y buscar nuevos métodos de solución en este campo; de donde se obtuvieron grandes avances. Quizá el más sobresaliente de ellos es el método simplex, para resolver problemas de programación lineal, desarrollado por George B. Dantzig en 1947, método que crea a su entorno una teoría completa. Para 1950, campos de la Investigación de Operaciones, como programación lineal, programación dinámica, líneas de espera y teoría de inventarios, fueron desarrolladas casi por completo. El segundo factor que dio un gran ímpetu a la investigación de operaciones fue el espectacular desarrollo de las computadoras: que permiten manejar de manera efectiva y rápida los complejos problemas inherentes a esta disciplina; de hecho, los cálculos que se requieren son numerosos, lo que resultaría casi imposible de realizarlos a mano.

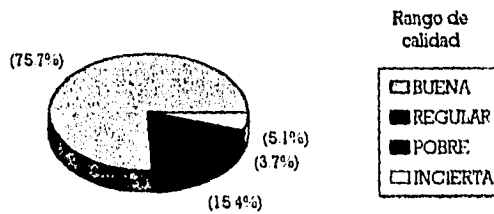
Debido a el gran influjo de la Investigación de Operaciones, se han fundado en varios países del mundo sociedades profesionales dedicadas a este campo y a actividades afines. En Estados Unidos, la Operations Research Society of America (ORSA) (Sociedad de Investigación de Operaciones de América), se estableció en 1952 y The Institute of Management Sciences (TIMS) (Instituto de Ciencias de la Administración) fue fundado en 1953; cada uno posee una publicación especializada (ORSA publica la revista Operations Research y TIMS, Management Science) y también de forma conjunta publican: Mathematics of Operations Research e Interfaces. En países como Inglaterra, Francia, Japón, India, Canadá y Alemania Occidental existen publicaciones similares. De hecho, existen 32 países miembros de la International Federation of Operations Research Societies (IFORS) (Federación Internacional de Sociedades de Investigación de Operaciones), en donde cada país tiene una sociedad nacional dedicada a estas actividades.

## SOBRE LA PROGRAMACION LINEAL

El desarrollo de la programación lineal se considera como uno de los avances más importantes de mediados del siglo XX, ya que su influencia de 1950 a la fecha ha sido extraordinario. En la actualidad es una herramienta común que ahorra miles o millones de dólares a muchas compañías y negocios, incluyendo industrias medianas en distintos países del mundo; su aplicación a otros sectores de la sociedad se está ampliando con rapidez. Se pueden encontrar docenas de libros de texto sobre esta materia y se cuentan por cientos los artículos publicados que describen aplicaciones importantes. Una proporción muy grande de los cálculos científicos en computadoras está dedicada al uso de la programación lineal.

El tipo más común de aplicación abarca el problema general de asignar recursos limitados entre actividades competitivas de la mejor manera posible (es decir, en forma óptima). Este problema de asignación surge cuando es necesario elegir el nivel de ciertas actividades que compiten por recursos escasos, necesarios para realizarlas. La variedad de situaciones a las que se puede

**RESULTADOS DE CALIDAD**  
DE 133 EMPRESAS QUE APLICAN PROG. LINEAL



Porcentaje de empresas según resultados

Encuesta de Fabozzi y Valente

aplicar esta descripción es sin duda muy grande, y va desde asignación de instalaciones productivas a los productos, hasta la asignación de los recursos nacionales a las necesidades de un país; desde la selección de una cartera de inversiones, hasta la selección de los patrones de envío; desde la planeación agrícola, hasta la administración de riesgos, etc. La característica común de estas situaciones es la de maximizar utilidades, espacios o minimizar costos, tiempos, riesgos, etc.

La programación lineal utiliza un modelo matemático para describir el problema. Es posible que la palabra programación evoque a la programación en lenguaje para computadoras; sin embargo, en este caso, es un sinónimo de planeación y el hecho de que las funciones que intervienen en dicho modelo sean de carácter lineal dan el nombre de programación lineal; la cuál trata la planeación de actividades para obtener un resultado óptimo, esto es, el resultado que mejor alcance la meta especificada entre todas las alternativas de solución.

4

## INTRODUCCION

Debido al intenso desarrollo de la Investigación de Operaciones en la actualidad, las oportunidades para hacer carrera en este campo son excelentes. La demanda de personas con estos conocimientos sigue excediendo la oferta y existen tanto puestos iniciales atractivos como la oportunidad de una superación rápida. Así, toda persona con una orientación matemática y científica que se interese también en la administración práctica de las organizaciones puede encontrar que una especialización en investigación de operaciones tiene grandes recompensas.

La Investigación de Operaciones ofrece al Actuario toda una gama de posibilidades para desarrollarse, ya que su formación matemática permite tener las bases necesarias para comprender y aplicar los beneficios que las distintas herramientas de la investigación de operaciones brindan. De tal forma que pueda implementar estas herramientas en campos propios; como son el área de seguros, finanzas, estadística; así como, en campos que se encuentren relacionados con la administración, organización, producción e incluso tener una valiosa aportación en el área de la investigación.

En particular, considero que la programación lineal es parte total de una formación dentro de la investigación de operaciones, pues los beneficios que ofrece no se concretan a los problemas que permite resolver directamente, sino también a su gran contribución en el desarrollo y soporte de disciplinas como, programación entera, programación dinámica, teoría de juegos, teoría de decisiones, etc...

Por estos motivos, presento un curso de Programación Lineal, expuesto por medio de ejemplos prácticos, cuya finalidad es permitir al alumno que se identifique con una situación real y de esta forma, paso a paso, descubra por sí mismo la solución; es decir, el curso intenta que el alumno interactúe con el programa, al analizar juntos cada uno de los problemas que se estudian.

El curso que se expone no contempla todos los temas de la programación lineal y los que trata, en muchos casos, no los expone de manera formal; ya que tiene un carácter introductorio con los siguientes objetivos:

- 1.- Dar a conocer una valiosa herramienta, en la administración de recursos, a personas con conceptos básicos de álgebra lineal y geometría analítica.
- 2.- Proporcionar un apoyo al estudiante de Introducción a la Investigación de Operaciones y Programación Lineal.
- 3.- Motivar el interés del alumno, por el estudio de la materia y en especial por la Investigación de Operaciones: campo que se encuentra en franco desarrollo.

Finalmente con la intención de captar toda la atención del alumno, se empleó un medio gráfico, donde por medio de tres ventanas que interactúan entre sí, se presenta de forma ilustrada, toda la información que compone el curso.

6

## I. MANUAL DEL USUARIO

### I.1. INSTALACION / DESINSTALACION

---

#### **INSTALAR**

Tutorial Gráfico de Programación Lineal permite su instalación en el disco duro por medio del programa "INSTALAR". Es necesario contar con un espacio libre, en el disco, de cuando menos 1.3 MB.

Introduzca el disco del TUTORIAL en cualquier drive, teclee **INSTALAR** y seleccione la opción con el mismo nombre presionando **ENTER**.

**INSTALAR** creará el directorio C:\LINEAL, en el disco duro, donde copiará los archivos necesarios para el correcto funcionamiento del paquete; si ya existe, **INSTALAR** copiará los archivos correspondientes en él; sin crearlo nuevamente.

#### **DESINSTALAR**

Inserte el disco de TUTORIAL en cualquier drive, seleccione la opción de **DESINSTALAR** y presione **ENTER**: se borrarán todos los archivos contenidos en el directorio C:\LINEAL y eliminará el directorio correspondiente.

### I.2. EJECUCION DE PROGRAMA

---

Para poder acceder al paquete, una vez instalado, teclee **TUTORIAL** y presione **ENTER**.

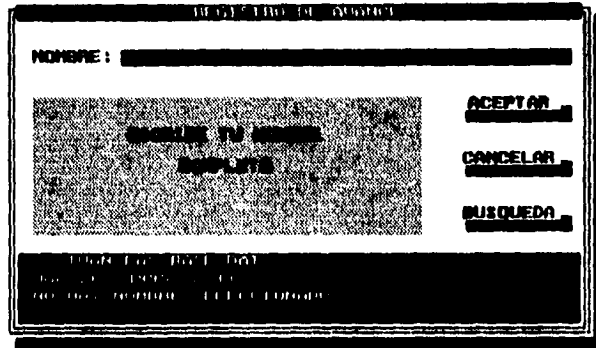
**TUTORIAL** necesita, para su correcto funcionamiento, cuatro tipos de archivo: controladores de video, de fuente, archivos de control interno y bibliotecas. Cuando **TUTORIAL** inicia, revisa la existencia de todos estos (en algunas ocasiones percibirá un aviso de espera, dependiendo de la velocidad de la computadora).

Cuando no existen los controladores de video o está incompleto el programa; manda un aviso de error. Si falta algún archivo de control interno **TUTORIAL** está capacitado para crearlo, por lo que enviará otro mensaje de espera. Sin embargo si no existe alguna biblioteca, mandará un aviso de error, donde informará de esta situación. (Veáse **MENSAJES DE ERROR**)



### 1.3. REGISTRO DE AVANCE

Figura 1



Esta ventana (figura 1) tiene como finalidad establecer un registro de avance en el curso, el cual permitirá al usuario continuar, en una sesión posterior.

Con las teclas de dirección es posible elegir la opción deseada (opción iluminada) o si así se desea, ESC para evitar el registro. (Véase CANCELAR)

#### **BARRA DE INFORMACION**

Es una región de información (Azul, parte inferior) que indica el nombre del archivo que se utiliza, la fecha y hora actual, así como el estado de la opción NOMBRE.

#### **PANTALLA DE MENSAJES**

También cuenta con una zona de mensajes (Blanca, parte media izquierda), que irá cambiando según sea el caso. Y en algunos casos, presentará registros parecidos (ACEPTAR) o registros que fueron solicitados (BUSQUEDA).

#### **NOMBRE**

Cuando se elige esta opción, es posible escribir el nombre que llevará el registro de avance o aquel que se desee buscar. Una vez que presione ENTER, éste cambiará de color y aparecerán los datos correspondientes en la barra de información (nombre, fecha y hora).

Es posible cambiar de nombre, simplemente, escribiendo otro; el anterior se borrará dando paso al nuevo. También es posible interactuar con las otras opciones (BUSQUEDA, ACEPTAR o CANCELAR).

Si se presiona, nuevamente, ENTER se asumirá que el nombre elegido es aceptado. (Véase ACEPTAR: incluyendo el caso en que se presione ENTER con la celda vacía)

### **ACEPTAR**

Cuando se presiona ENTER en la opción ACEPTAR, ocurre una las siguientes situaciones:

- A) Registro nuevo: se graba el nombre y se accede inmediatamente al MENU PRINCIPAL.
- B) Registro parecido con algún otro: En la pantalla de mensajes aparecerán todos aquellos nombres que coinciden con el registro elegido.

En este momento se activa la pantalla de mensajes, donde es posible escoger cualquiera de los registros disponibles, cuyos datos aparecerán en la barra de información, así como en la opción NOMBRE.

- Si se presiona ENTER, en cualquiera de los nombres, se entenderá que éste es aceptado como registro de avance y se accede al MENU PRINCIPAL.
  - Al presionar ESC, se limpian la barra de información y la celda del NOMBRE, la pantalla de mensajes regresa a su formato inicial y se ilumina la opción de NOMBRE; se comienza nuevamente.
- C) La opción NOMBRE se encuentra vacía: Aparece en la pantalla de mensajes la advertencia de no - registro. (Véase CANCELAR)
  - D) Cuando el registro elegido, resultó de una búsqueda; se accede, automáticamente al MENU PRINCIPAL, aunque existan registros similares ya que fue seleccionado entre ellos.

### **BUSQUEDA**

Para utilizar esta opción es necesario que la celda del NOMBRE se encuentre ocupada: opción donde se declara el patrón de palabras o nombres a buscar.

Si ésta se encuentra vacía y se presiona ENTER, la pantalla de mensajes enviará uno, señalando esta situación, mensaje que desaparece al presionar cualquier tecla. En caso contrario, ocurre una de las siguientes situaciones:

- A) No se encontraron registros similares: La pantalla de mensajes declara esta situación (al presionar cualquier tecla desaparece el mensaje).
- B) Registro parecido con algún otro: En la pantalla de mensajes aparecerán todos aquellos nombres que coinciden con el patrón elegido; ordenados alfabéticamente.

En este momento se activa la pantalla de mensajes, donde es posible escoger cualquiera de los registros disponibles, cuyos datos aparecerán en la barra de información, así como en la opción NOMBRE.

- Si se presiona ENTER, en cualquiera de los nombres, se entenderá que éste es escogido, con la posibilidad de ser el registro de avance. Los datos del registro seleccionado quedan impresos en la barra de información y en la celda del NOMBRE; la pantalla de mensajes regresa a su formato inicial y se ilumina la opción de ACEPTAR: si en esta, se presiona ENTER se accede al MENU PRINCIPAL. (Véase ACEPTAR)
- Al presionar ESC, se limpian la barra de información y la celda del NOMBRE, la pantalla de mensajes regresa a su formato inicial y se ilumina la opción de NOMBRE; se comienza nuevamente.

## Tutorial Gráfico de Programación Lineal

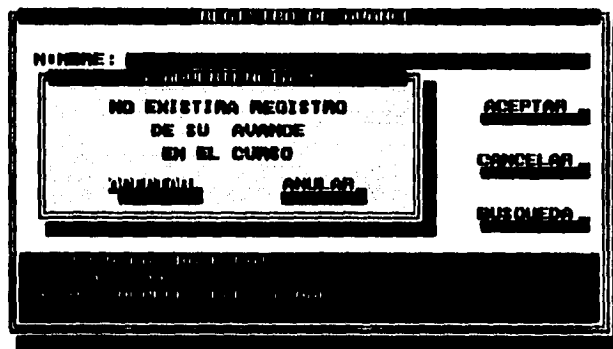
### **CANCELAR**

Existen varias formas de cancelar el REGISTRO DE AVANCE:

- 1.- Presionar ENTER con la opción CANCELAR iluminada.
- 2.- Presionar ESC desde cualquier opción, y
- 3.- Presionar ENTER con la opción NOMBRE o ACEPTAR iluminada, con la celda del nombre vacía.

En las anteriores situaciones, la pantalla de mensajes presentará una advertencia (figura 2)

Figura 2



Para aceptar esta situación (no exista registro de avance): con las teclas de dirección se elige la opción ACEPTAR (iluminada) y se presiona ENTER; accediendo al MENU PRINCIPAL.

Para rechazar la misma:

- 1.- Con las teclas de dirección se escoge la opción ANULAR y se presiona ENTER o
- 2.- Al presionar ESC.

De esta manera la pantalla de mensajes retoma su formato.

### **ACLARACION**

Quando el programa se encuentra activo, TUTORIAL lleva un seguimiento, temporal del avance en el curso. Si el usuario regresa al MENU PRINCIPAL, será posible que continúe con el curso donde se quedó. Sin embargo cuando se sale del programa y el usuario no se dio de alta; no podrá continuar con el mismo.

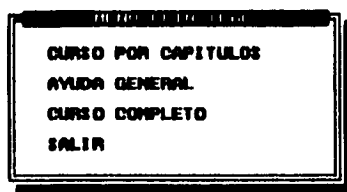
#### I.4. MENU PRINCIPAL

---

La ventana del MENU PRINCIPAL cuenta con 2 formatos, los cuáles despliegan todos los recursos que el paquete ofrece.

##### **Menu de Inicio (figura 3)**

Figura 3



Este formato aparece en cualquiera de las siguientes situaciones:

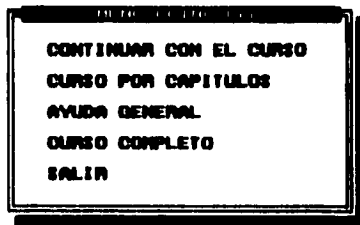
A) Cuando se inicia el programa y:

- El usuario no registró la sesión en el REGISTRO DE AVANCE o
- El registro del usuario es nuevo o
- El registro anterior se refiere al principio del primer capítulo.

B) Si el usuario interrumpe el curso en el inicio del primer capítulo.

##### **Menu completo (figura 4)**

Figura 4



A) El programa inicia y existe un registro de avance de una sesión posterior (éste es diferente del principio del primer capítulo)

B) Cuando el usuario interrumpe el curso en cualquier página; con la misma salvedad del caso (A).

En ambos es posible señalar la opción deseada con las teclas de dirección y ENTER para acceder a ella.

## Tutorial Gráfico de Programación Lineal

### **CONTINUAR CON EL CURSO (opcional)**

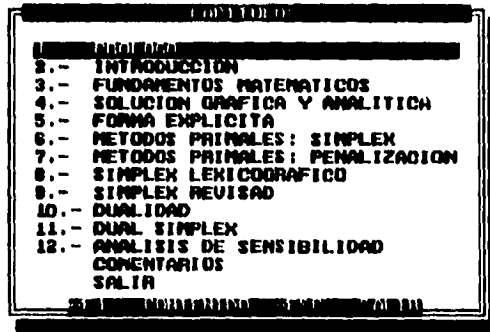
Cuando se interrumpe el curso, para solicitar la ayuda o cuando existe registro de una sesión anterior; la opción CONTINUAR CON EL CURSO permite al usuario regresar al punto donde se quedó. En este caso el programa tarda unos instantes en recobrar la última página, por lo que manda un aviso de espera en el calce de la pantalla.

Esta opción aparece aún cuando el usuario no este registrado, sin embargo como se establece en páginas anteriores, en el momento de salir del programa, se perderá esta información.

### **CURSO POR CAPITULOS**

Esta opción permite al usuario iniciar el curso en cualquiera de los 13 capítulos, en los que se divide el curso (figura 5).

Figura 5



Para señalar el capítulo deseado es necesario usar las teclas de dirección. También es posible usar las teclas INICIO y FIN. Si se presiona INICIO, desde cualquier opción, se iluminará la opción correspondiente al primer capítulo; análogamente al presionar FIN, desde cualquier opción, se iluminará la opción de SALIR.

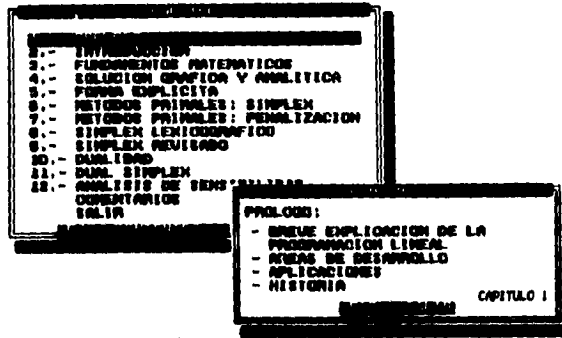
Si se desea cancelar esta ventana y regresar al MENU PRINCIPAL:

- Presionar ESC o
- Presionar ENTER en la última opción (SALIR).

Cuando se presiona ENTER en cualquiera de las opciones, excepto SALIR, el programa envía un mensaje de espera (en el calce), para después presentar al usuario el principio del capítulo elegido y actualizar el registro de avance a esta posición.

Al presionar F1 aparece el contenido de cada opción (figura 6).

Figura 6



Esta ventana indicará al usuario, de manera resumida, los puntos sobresalientes de cada capítulo (y comentarios). Al presionar ESC desaparece esta ventana y se activa la anterior.

Es recomendable usar esta opción sólo en los siguientes casos:

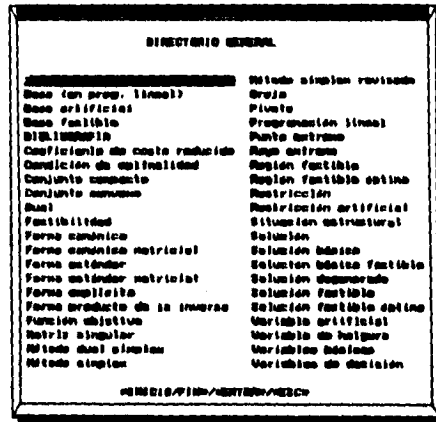
- Cuando se deseen reafirmar o repasar los conocimientos adquiridos.
- Como consulta específica.

**AYUDA GENERAL**

Existen algunas definiciones y conceptos cuya importancia se refleja en gran parte del curso y aunque éstas se exponen a lo largo del mismo, TUTORIAL ofrece la posibilidad de consultarlas en cualquier momento, bajo el nombre de AYUDA.

Existen 3 formas diferentes de consultar la AYUDA. Una de ellas, es el acceso directo desde el MENU PRINCIPAL (figura 7).

Figura 7

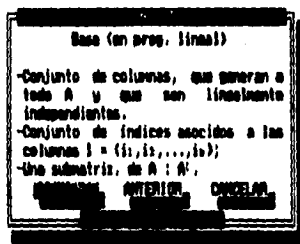


## Tutorial Gráfico de Programación Lineal

Esta ventana muestra los 42 conceptos que conforman la ayuda. Al igual que en ventanas anteriores, es posible usar las teclas de INICIO, FIN y dirección para señalar el concepto requerido y ESC para regresar al MENU PRINCIPAL.

Cuando se presiona ENTER en cualquiera de las 42 opciones, se despliega una ventana con la información relacionada (figura 8)

Figura 8



En algunos casos existen 2 o más registros que responden al mismo patrón de palabras. En esta situación la AYUDA permite observar cada uno de ellos.

La ventana reportará al usuario la existencia de otros conceptos parecidos por medio de los mensajes (dobles) que aparecen al calce de la misma:

**SIGUIENTE/AVPAG:** Si se presiona AVPAG o ENTER sobre la opción de SIGUIENTE, la información del siguiente registro será desplegada.

**ANTERIOR/REPAG:** Si se presiona REPAG o ENTER sobre la opción de ANTERIOR, la información del anterior registro será desplegada.

**CANCELAR/ESC:** Si se presiona ESC o ENTER sobre la opción de CANCELAR, desaparecerá la ventana y se activará la anterior.

Cuando sólo un registro responde a un patrón de palabras, la ventana se cancelará con apretar cualquier tecla.

### **CURSO COMPLETO**

La opción **CURSO COMPLETO** permite iniciar el curso desde el primer capítulo, así como actualizar el registro de avance en esta posición.

Cuando el usuario no tiene nociones de Programación Lineal y se inicia en el programa, es indispensable que utilice esta opción. No es recomendable hacer uso de las opciones **AYUDA** y **CURSO POR CAPÍTULOS**, ya que es posible que cause confusión.

**SALIR**

Esta opción permite finalizar la sesión de estudio y constituye la única forma de salir del programa. Si el usuario se registró, cada vez que se interrumpa el curso (en cualquiera de las opciones: CONTINUAR CON EL CURSO, CURSO POR CAPITULOS y CURSO COMPLETO) se grabará, por seguridad, el avance.

**I.5. TUTORIAL: CURSO GENERAL**

---

TUTORIAL divide el curso de PROGRAMACION LINEAL, para su mejor estudio, en 12 capítulos y una sección de comentarios. Cada capítulo cuenta con 3 partes, claramente diferenciadas:

- A) Página de inicio**
- B) Contenido del capítulo**
- C) Resumen de capítulo**

Cada una de estas partes, al igual que la sección de los comentarios, utilizan un formato específico, con características especiales y ofrecen información muy diferente.

**I.6. PAGINA DE INICIO**

---

Figura 9

**CAPITULO**

**V**

FORMA EXPLICITA

«AUX»/«REPAS», «ESC»: SALIR

34 PAGINAS  
DURACION APROXIMADA: 60 MINUTOS



## Tutorial Gráfico de Programación Lineal

Esta página (figura 9) constituye el inicio de cada capítulo, en ella se despliega la siguiente información:

- Duración aproximada del capítulo (calce, parte derecha)
- Número de páginas del capítulo (calce, parte derecha)
- Número del capítulo
- Nombre del capítulo

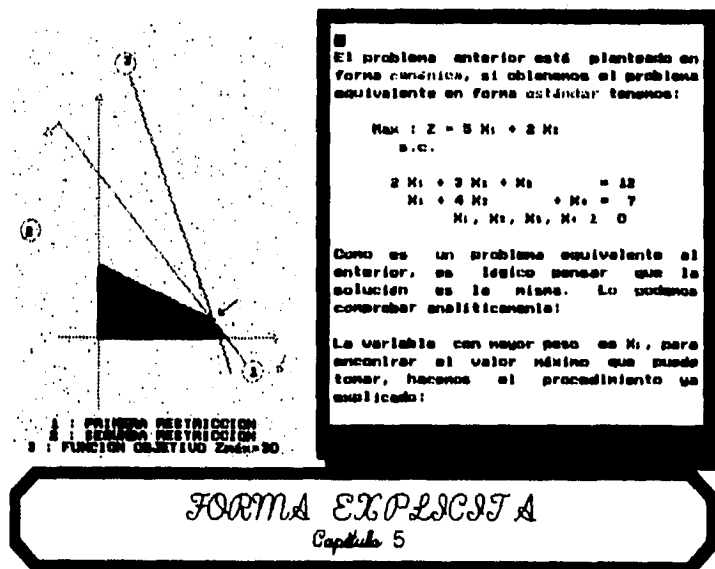
En la zona inferior izquierda se indican que teclas se pueden usar, tanto para el avance y retroceso de las páginas (REPAG/AVPAG), así como para interrumpir el curso (ESC).

Cuando no aparece REPAG y se presiona, se percibirá un sonido de advertencia.

### 1.7. CONTENIDO DE CAPITULO

TUTORIAL emplea un formato específico para exponer el curso a través de todos los capítulos (figura 10)

Figura 10



### DESCRIPCION

TUTORIAL emplea 3 ventanas activas, que interactúan a lo largo del curso, mostrando información y complementándose entre sí.

**Ventana de Gráficos:**

Región, estrellada, ubicada en la parte superior izquierda de la pantalla. Muestra información como: gráficos, tablas, dibujos y diagramas; que ilustran y dan vida, de manera clara y simple, a lo expuesto por la Ventana de Textos.

**Ventana de Calce:**

Zona, octagonal, ubicada en la parte inferior de la pantalla. Generalmente muestra dos tipos de información:

- Nombre y número del capítulo
- Definiciones y observaciones que surgen a través del curso y dan mayor énfasis tanto a la teoría como a los ejemplos.

**Ventana de Textos:**

Región ubicada en la parte superior izquierda. Se puede considerar como la ventana maestra, ya que es, propiamente, el profesor. En ella se despliega teoría y ejemplos, que constituyen la estructura principal del curso, con las siguientes características:

**A) MOVIMIENTO**

Con las teclas de dirección, INICIO y FIN, es posible ubicar al cursor en cualquier posición de esta ventana. Posición que TUTORIAL reconoce para tener acceso a la AYUDA (Veáse inciso C: ayuda).

El presionar INICIO o FIN, en cualquier posición, hará que el cursor se sitúe en el principio o final del renglón donde se encontraba.

Cada página, en esta ventana, establece sus propios límites de movimiento para el cursor, generalmente estos serán: 1 ó 40 columnas y de 1 a 22 renglones. Cuando aparezcan, en esta sección, diagramas, tablas y ciertas definiciones, se restringirá el movimiento del cursor, a una columna (izquierda) por línea. Con lo que respecta a los renglones, estarán determinados por el número de líneas (TEXTO) en la ventana.

Cuando el usuario intente el desplazamiento del cursor en una dirección específica y perciba una señal acústica; será un claro aviso de que, en esa dirección, el cursor no puede avanzar más.

**B) PANEL DE INFORMACION**

Este se encuentra ubicado en la región inferior de la ventana y proporciona la siguiente información:

- Zona izquierda: Indica el número del capítulo.
- Zona centro: Señala que teclas están activas y con que recursos se cuenta en ese momento:
  - AVPAG/REPAG: avance o retroceso de página.
  - F1/F2: Acceso a la ayuda. (Veáse inciso C) ESC: interrumpe el curso regreso al MENU PRINCIPAL.
- Zona derecha: Indica el número de página, dentro del capítulo, en relación (/) con el número de páginas que componen el mismo.

## Tutorial Gráfico de Programación Lineal

### C) AYUDA

En páginas anteriores, se mencionó que: TUTORIAL ofrece 3 formas distintas de acceder a la ayuda:

- 1.- Acceso directo desde el MENU PRINCIPAL y dentro del curso
- 2.- Acceso mediante F1.
- 3.- Acceso mediante F2.

**Acceso mediante F1:** TUTORIAL emplea el color blanco para la escritura del texto en general; subraya y escribe de color claro (amarillo), algunas palabras; y así poder resaltar ideas, nombres, conceptos, títulos o resultados importantes.

Sin embargo, ciertas palabras son escritas de color oscuro (morado). Estas tienen en común; tener un significado sustancial, ya que representan definiciones o conceptos importantes y trascendentales, por lo cual, forman parte de lo que TUTORIAL define como AYUDA. El objetivo de este resaltado, es informar al usuario, que puede encontrar las definiciones correspondientes; al presionar F1, cuando el cursor se encuentre en la primera letra de este tipo de palabras.

En este momento, TUTORIAL identifica la palabra donde se encuentra el cursor y permite al usuario; tener acceso a todos los registros disponibles, dentro de la ayuda, que correspondan a este patrón. Mostrando la información de igual manera que lo hace en la ayuda del MENU PRINCIPAL. (Veáse MENU PRINCIPAL: AYUDA)

F1 no responde cuando se presiona y el cursor se encuentra en:

- Un espacio en blanco
- Un título
- Una palabra de color blanca o amarilla
- Una palabra subrayada
- Una palabra de color morado, pero el cursor no se encuentra en la primer letra.

**Acceso mediante F2:** Por último, existe una tercer forma de acceder a la ayuda, desde el curso y así evitar, que el usuario lo interrumpa; para regresar al MENU PRINCIPAL y consultar la ayuda.

Consiste en presionar F2, en cualquier momento dentro del curso, el programa desplegará una ventana (figura 11).

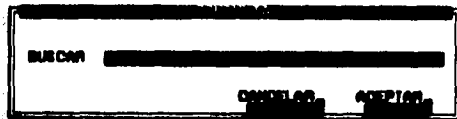


Figura 11

De la misma manera que en otras ventanas, las teclas de dirección definen el movimiento; para elegir la opción deseada. También es necesario escribir el concepto o definición a consultar.

Al presionar ESC, en cualquier opción, desaparece la ventana. Si se presiona ENTER y está iluminada la opción:

## I. MANUAL DEL USUARIO

- CANCELAR: desaparece la ventana.
- ACEPTAR y la opción BUSCAR está vacía: la ventana desaparece también.
- BUSCAR y ésta se encuentra vacía: la opción permanece iluminada.
- BUSCAR o ACEPTAR y la celda de la primera se encuentra ocupada: busca en la ayuda, y:
  - Si encuentra registros parecidos, los despliega de igual forma que en los anteriores casos. (Veáse MENU PRINCIPAL: AYUDA)
  - Si no, envía un mensaje de error. (Veáse mensajes de error: consulta)

### I.8. RESUMEN DE CAPITULO

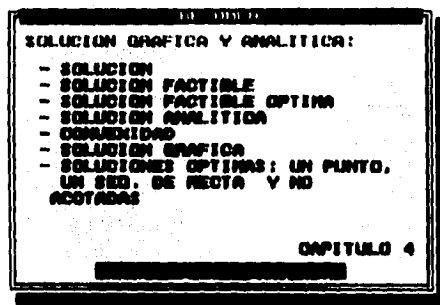


Figura 12

Esta página (figura 12) define el final de cada capítulo. Presenta una ventana que proporciona, al usuario, la siguiente información:

- Breve resumen del contenido del capítulo.
- Nombre y número de capítulo.

En el calce de la ventana se indican que teclas se pueden usar, tanto para el avance y retroceso de las páginas (REPAG/AVPAG), así como para interrumpir el curso (ESC).

### I.9. FORMATO DE COMENTARIOS

El curso se encuentra orientado hacia el estudio del algoritmo **SIMPLEX**, como principal método de solución. Sin embargo existen otras opciones, una de ellas: el algoritmo de **KARMAKAR**.

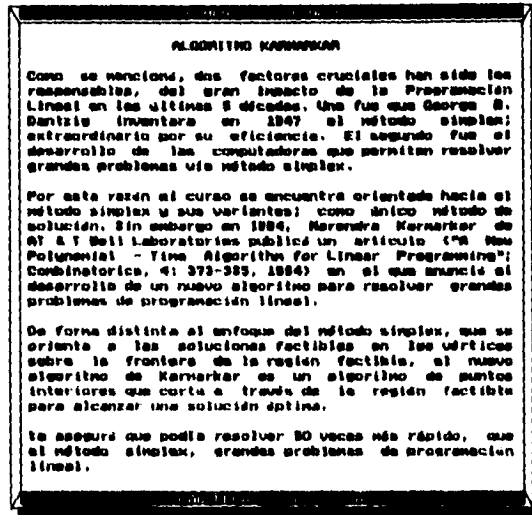
Por otra parte, en la actualidad, todos los problemas de Programación Lineal se resuelven con la ayuda de las computadoras (salvo algunos muy pequeños). Para el efecto, existen paquetes que permiten encontrar la solución de problemas relativamente grandes, en cualquier clase de computadoras.

Ahora bien: aunque **TUTORIAL** no se encuentra orientado a éstos temas; expone una pequeña introducción a ellos, en la parte final del curso, bajo el nombre de **COMENTARIOS**, por considerarlos de interés y utilidad.

Para desplegar el texto, **COMENTARIOS** emplea un determinado diseño (figura 13).

## Tutorial Gráfico de Programación Lineal

Figura 13



En esta ventana, al igual que en las anteriores, es posible hacer uso de las teclas que se muestran en el calce:

**AVPAG/REPAG:** Avance o retroceso de las páginas. En la última de ellas, si se presiona **REPAG**, se activa una señal auditiva, que indicará el final del curso.

**ESC:** El curso se interrumpe para regresar al **MENU PRINCIPAL**.

### 1.10. MENSAJES DE ERROR

**TUTORIAL** maneja 9 diferentes tipos de errores que corresponden a igual número de situaciones inusuales. Se clasifican en errores de operación y errores de ejecución.

Con el fin de informar al usuario de estas anomalías **TUTORIAL** envía un mensaje describiendo el error que se presentó.

#### **ERRORES DE OPERACION**

Como se mencionó en las primeras páginas: **TUTORIAL** necesita una serie de archivos para su correcto funcionamiento; cuya existencia se comprueba al iniciar el programa.

Cuando alguno de ellos no se encuentra, da origen a un **ERROR DE OPERACION**. La repercusión, dentro del programa, depende de la naturaleza del archivo que falta.

Los errores de operación que se pueden presentar son:

**ERROR DE VIDEO**

Este error se presenta cuando inicia el programa y no existen los archivos de control de video. Se despliega el siguiente mensaje:

||||| ERROR |||||

**FALTAN CONTROLES DE VIDEO**

**PRESIONE CUALQUIER TECLA PARA CONTINUAR**

Al presionar cualquier tecla, desaparece el aviso, para regresar al sistema operativo. Mientras los archivos no existan, el programa no puede operar

Existen 2 formas de corregir esta situación:

- 1.- Instalar nuevamente el paquete.
- 2.- Copiar todos los archivos \*.BGI del subdirectorio BGI de TURBO PASCAL 6 ó 7 (cuando se cuente con él).

**ERROR DE PROGRAMA INCOMPLETO**

Situación que se presenta cuando el archivo TUTORIAL.OVR no existe. Si este problema es detectado por el programa, envía el siguiente mensaje:

||||| ERROR |||||

**PROGRAMA INCOMPLETO: NO EXISTE EL ARCHIVO TUTORIAL.OVR**

**PRESIONE CUALQUIER TECLA PARA CONTINUAR**

La única forma de corregir este error es necesario instalar el paquete nuevamente.

**ERROR DE BIBLIOTECA PRINCIPAL**

Cuando el archivo o biblioteca principal (PROG.DAT) no se encuentra, TUTORIAL no puede operar: envía una señal auditiva y un mensaje (figura 14).

Al presionar cualquier tecla desaparece el aviso para regresar al sistema operativo.

Instalar el paquete nuevamente, constituye la única forma de corregir el error.

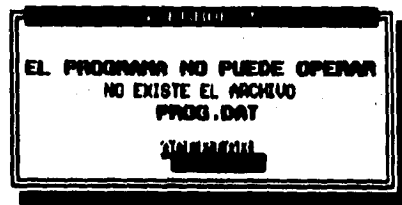


Figura 14

## Tutorial Gráfico de Programación Lineal

### **ERROR DE AYUDA**

Error que se presenta cuando el archivo que contiene la ayuda no existe (AYUDA.DAT). En este caso, el programa envía una señal auditiva y un mensaje (figura 15).

Si se presenta esta situación, al presionar cualquier tecla; el programa puede operar, sin tener acceso a la ayuda.

La opción AYUDA GENERAL en el MENU PRINCIPAL aparece de color obscuro: lo que significa que no se cuenta con el servicio de la ayuda. A través del curso, al presionar F1 o F2, se despliega el mismo mensaje de error.

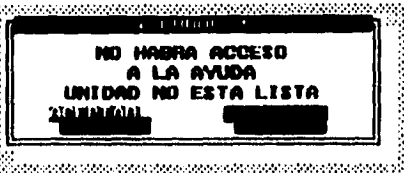


Figura 15

Para contar nuevamente con la AYUDA, es necesario instalar el paquete.

### **ERROR DE CONTROL INTERNO**

El programa requiere de dos archivos de control interno para operar. Si estos no existen, TUTORIAL tiene la capacidad de crearlos. Motivo por el cuál no envía mensaje de error.

Cuando no puede crear el archivo POSICION.DAT, regresa al sistema operativo; debido a que el programa no puede operar sin este archivo. Generalmente este error se debe a:

- Se agotó la capacidad del disco, donde se ejecuta TUTORIAL
- En el caso de un disco flexible, puede existir protección contra escritura.

Corriga estas situaciones e intentelo nuevamente.

En el caso de no poder crear el archivo INDICE.DAT, mostrará un mensaje de error (figura 16).

Esta ventana proporciona el motivo que impide crear el archivo. Es necesario intentar corregir el problema; si es posible hacerlo, al presionar ENTER en la opción de INTENTAR, el programa procederá a generar el archivo.

En caso contrario presionar ENTER en la opción ACEPTAR o presionar ESC en cualquiera de las dos, para continuar. Sin embargo no existirá el servicio de la ayuda.

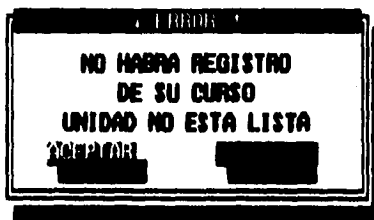


Figura 16

### **ERROR DE BIBLIOTECA SECUNDARIA**

Situación que se presenta cuando no existe el archivo COMEN.DAT y el usuario pretende acceder a la última parte del curso: COMENTARIOS. En este caso el programa envía un mensaje de error (figura 17).

Esta ventana explica la causa que origina este problema e indica al usuario las teclas que puede utilizar:

- **REPAG:** Retroceso de página. Aunque no se trate de la última página del curso; el comando «avpag» no se puede utilizar, mientras prevalezca esta situación.
- **ESC:** Interrumpir el curso. Cuando el registro de avance anterior indica una página de esta sección; se actualizará a la primer página de la parte de comentarios.

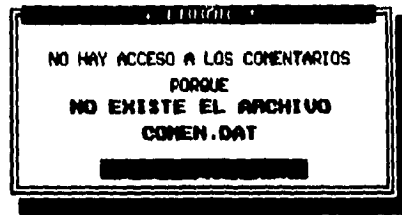


Figura 17

Para contar con los COMENTARIOS, es necesario instalar nuevamente el paquete.

### **ERRORES DE EJECUCION**

Cuando el programa se encuentra activo, es posible que bajo ciertas circunstancias se presenten situaciones de error, independientes de la existencia de algún archivo. TUTORIAL las contempla, informando al usuario de las mismas, de la siguiente forma:

#### **ERROR DE ARCHIVO**

Cuando TUTORIAL desea dar de alta un archivo de avance y encuentra un problema despliega un mensaje de error (figura 18).

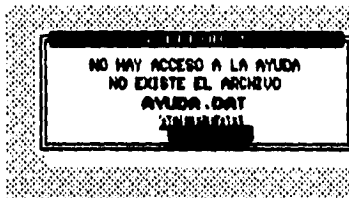


Figura 18

La ventana también proporciona la causa que impide dar de alta el archivo. Generalmente son problemas muy sencillos de solucionar; si es posible hacerlo, al presionar ENTER en la opción INTENTAR, el programa procederá a realizar la misma operación.

En caso contrario presionar ENTER en la opción ACEPTAR o presionar ESC en cualquiera de las dos, para continuar. Con lo que el usuario acepta que no existirá registro de su avance en el curso.

Este mensaje también puede presentarse, en el caso de solicitar la búsqueda de algún registro, debido a que el programa inmediatamente ordena los registros existentes (por orden alfabético), para lo cual emplea archivos temporales.

Como los problemas que se presentan en este caso y el anterior son similares (de escritura); el presionar ESC o ENTER, en la opción ACEPTAR, implicará que el usuario acepta que no existirá registro de su avance en el curso.

#### **ERROR DE CONSULTA**

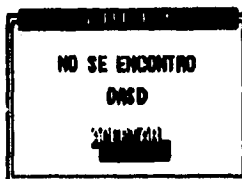
Más que un error, esta situación constituye un aviso. En el momento en que se requiere la ayuda mediante F2 (en el curso) y se solicita un registro que no existe: se despliega una ventana que informa de esta situación (figura 19).

Basta presionar cualquier tecla para desaparecer la ventana.



## Tutorial Gráfico de Programación Lineal

Figura 19



### **ERROR DE FUENTE**

TUTORIAL necesita de archivos que definen las fuentes del programa. Cuando alguno de ellos falta puede provocar una o mas de las siguientes situaciones:

- Tablas y gráficos deformes o desproporcionados: invaden otras áreas.

- Se pierden los estilos de letra en:
  - Páginas de inicio de capítulo
  - Páginas de resumen de capítulo
  - Páginas de contenido de capítulo
  - Páginas de comentarios
  - Ventanas de consulta de la ayuda
  - Ventanas de contenido
  - Ventanas de errores
- Aparecen símbolos raros, como puntos de color claro en:
  - Páginas de inicio de capítulo
  - Páginas de resumen de capítulo
  - Páginas de contenido de capítulo

Existen 2 formas de corregir esta situación:

1.- Instalar nuevamente el paquete.

2.- Copiar todos los archivos \*.CHR del subdirectorío BGI de TURBO PASCAL 6 ó 7 (cuando se cuente con él).

Aunque el programa puede seguir trabajando sin problemas, no es recomendable hacerlo, pues se pierde valiosa información para el usuario.

### **ERROR FATAL**

Situación extrema que se presenta cuando:

- Se modificó o alteró algunas de las bibliotecas: PROG.DAT, COMEN.DAT y AYUDA.DAT.
- Se modificó o alteró el archivo TUTORIAL.OVR

## I. MANUAL DEL USUARIO

La operación del programa resulta imposible. Para informar de esta situación al usuario se despliega un mensaje de error (figura 20).

Al presionar cualquier tecla desaparece el mensaje, para salir al sistema operativo.

Es necesario instalar nuevamente el programa, para remplazar todos los archivos del programa y así poder utilizarlo.

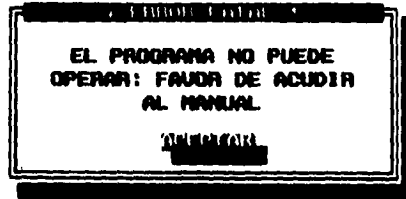


Figura 20



## II. NOTAS TECNICAS

Tutorial Gráfico de Programación Lineal emplea para su correcta ejecución 1.3 M.B. aproximadamente. Sin embargo utiliza un archivo que almacena los registros de avance; por lo que es recomendable contar con espacio adicional de .1 M.B. En condiciones normales el programa emplea 160 K.B. de memoria en RAM; lo que permite su operación en cualquier tipo de computadora.

Para su elaboración se emplearon 12,000 líneas de código en lenguaje pascal estructurado; su programación se efectuó en un medio gráfico, utilizando el procedimiento de solapamientos o cubiertas.

El control de la secuencia de los procesos se muestra en los siguientes diagramas:

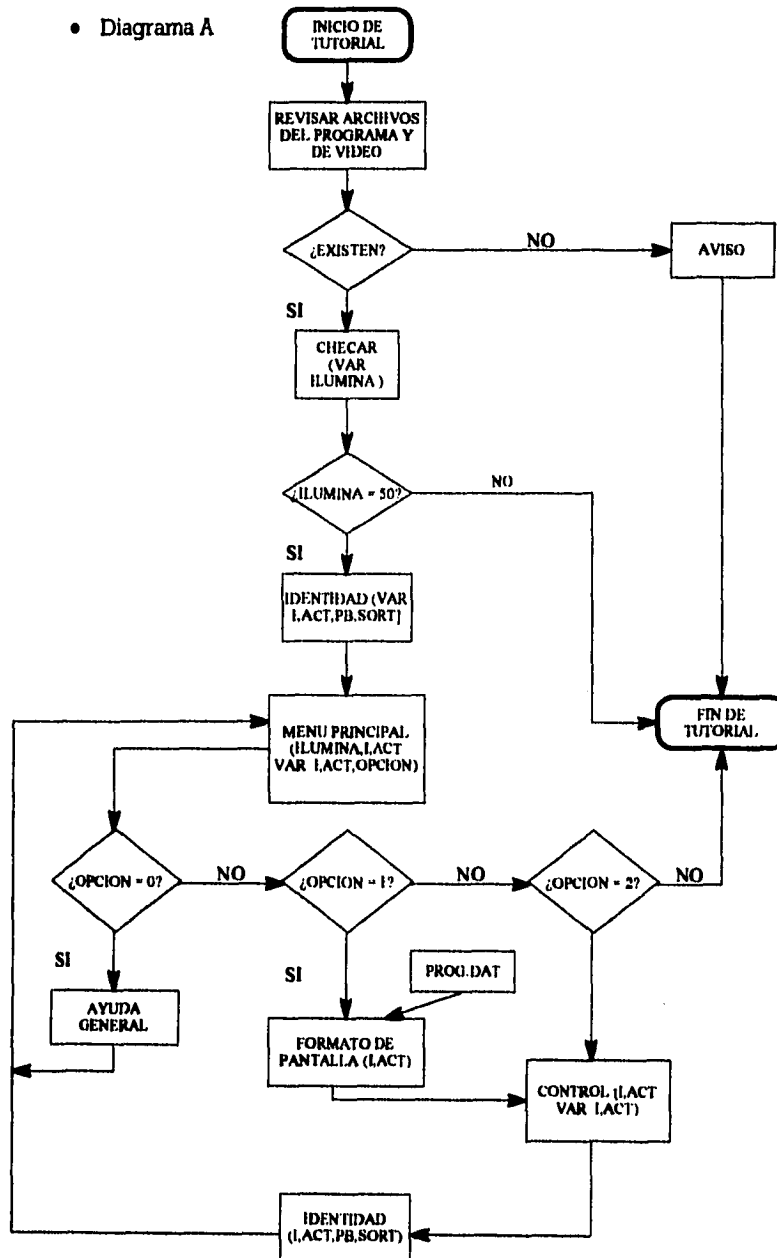
### **NOTACION:**

En los diagramas se presentan algunos procedimientos que necesitan variables para su funcionamiento las que se denotan entre parentesis (A,B,C) o en algunos casos también existen procedimientos que exportan variables, los cuáles se denotan por: (VAR A,B,C).

- Diagrama A: Es el diagrama principal; presenta el control general de procesos del programa. Todos ellos son desarrollados en los diagramas posteriores; salvo el de Formato de Pantalla cuyo única finalidad es la de dibujar la pantalla que solicita el usuario y el Revisar Archivos del Programa, el cuál constata la existencia de los archivos de control y video.
- Diagrama B: Presenta el proceso de verificar la existencia de archivos de control y de bibliotecas, necesarios para la correcta ejecución de TUTORIAL; de esta forma determina las condiciones en que el programa va a funcionar.
- Diagrama C: Muestra el proceso del registro de avance, tanto del principio (identificar del usuario) y del fin (grabar el avance) del programa.
- Diagrama D: Presenta los recursos con que cuenta TUTORIAL y el proceso de elección de los mismos.
- Diagrama E: Muestra la operación general del curso y la forma en que se interactua con la ayuda.
- Diagrama F: Presenta el proceso de la presentación de ayuda y el acceso a la misma.

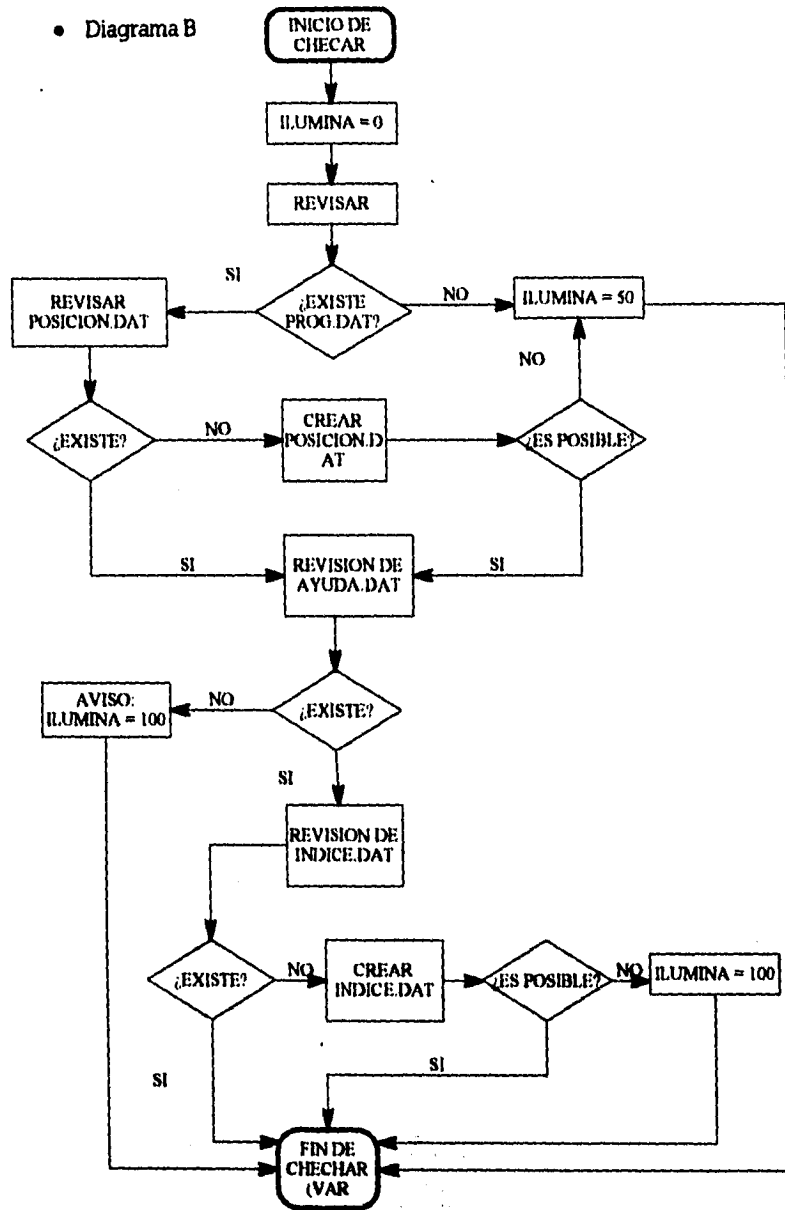
Tutorial Gráfico de Programación Lineal

• Diagrama A



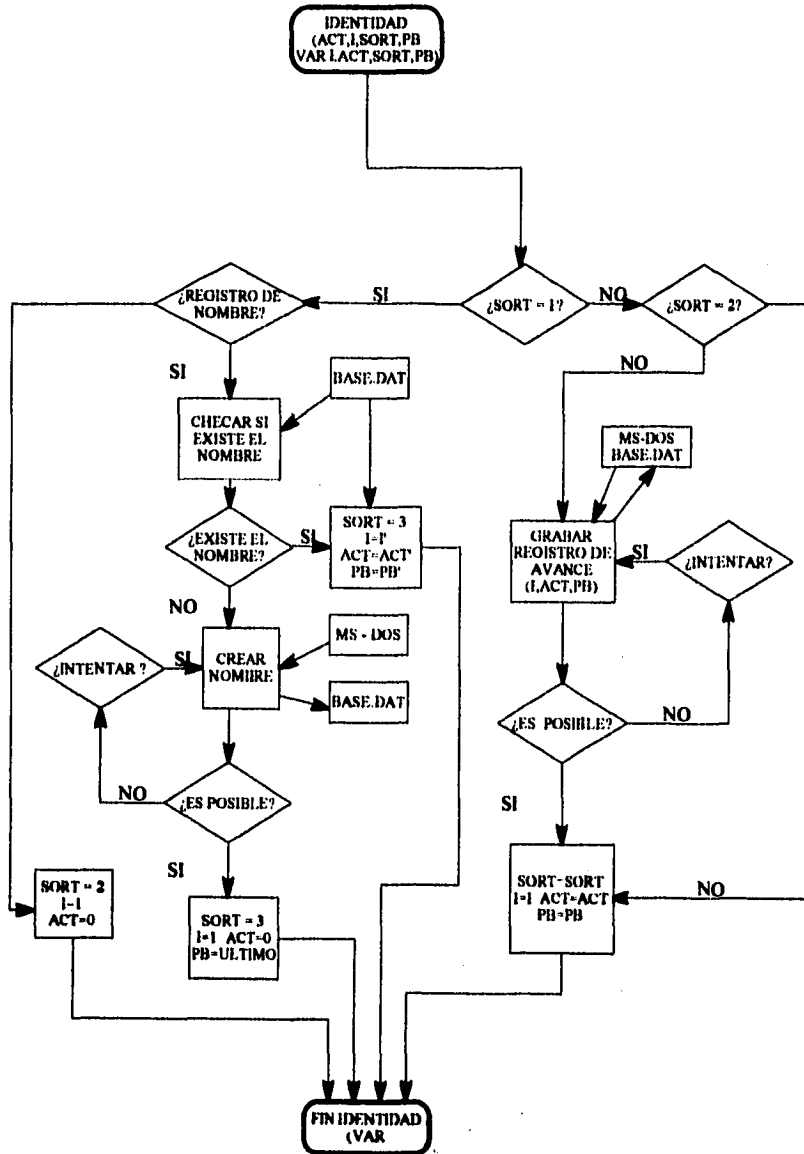
II. NOTAS TECNICAS

• Diagrama B



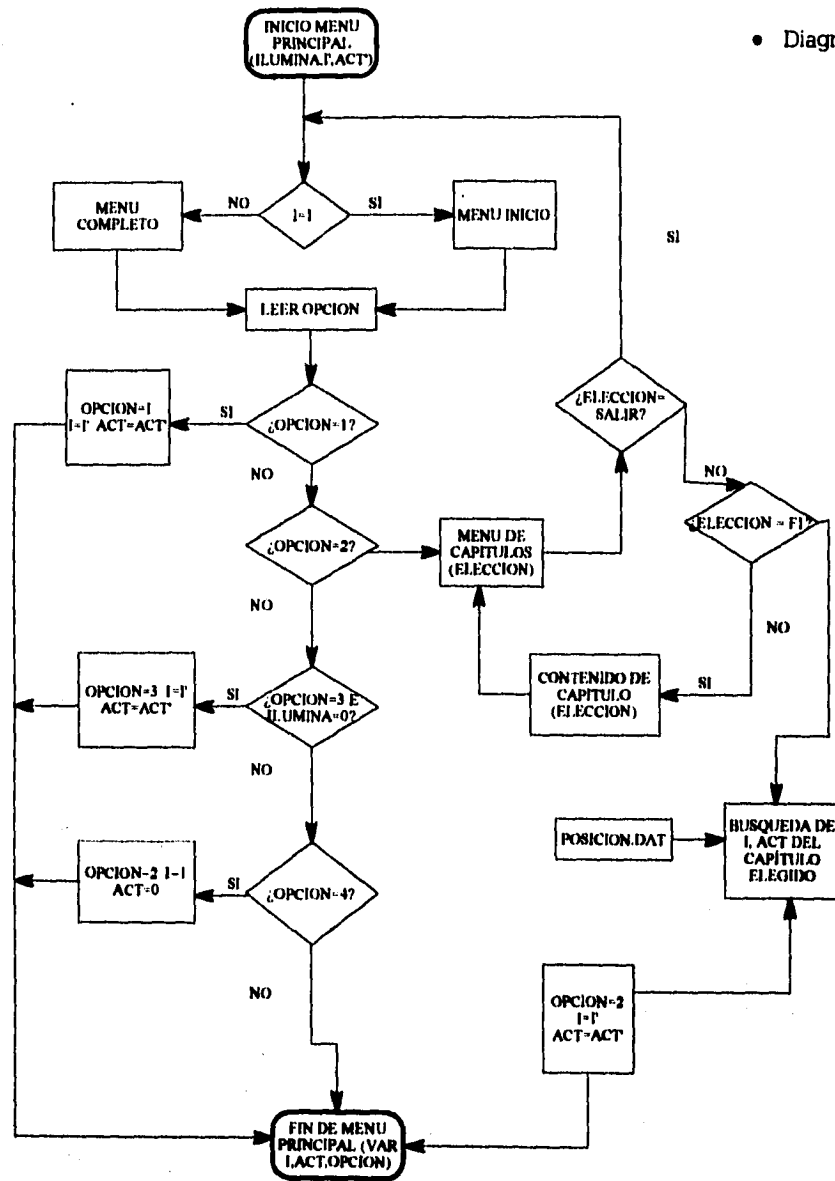
Tutorial Gráfico de Programación Lineal

• Diagrama C

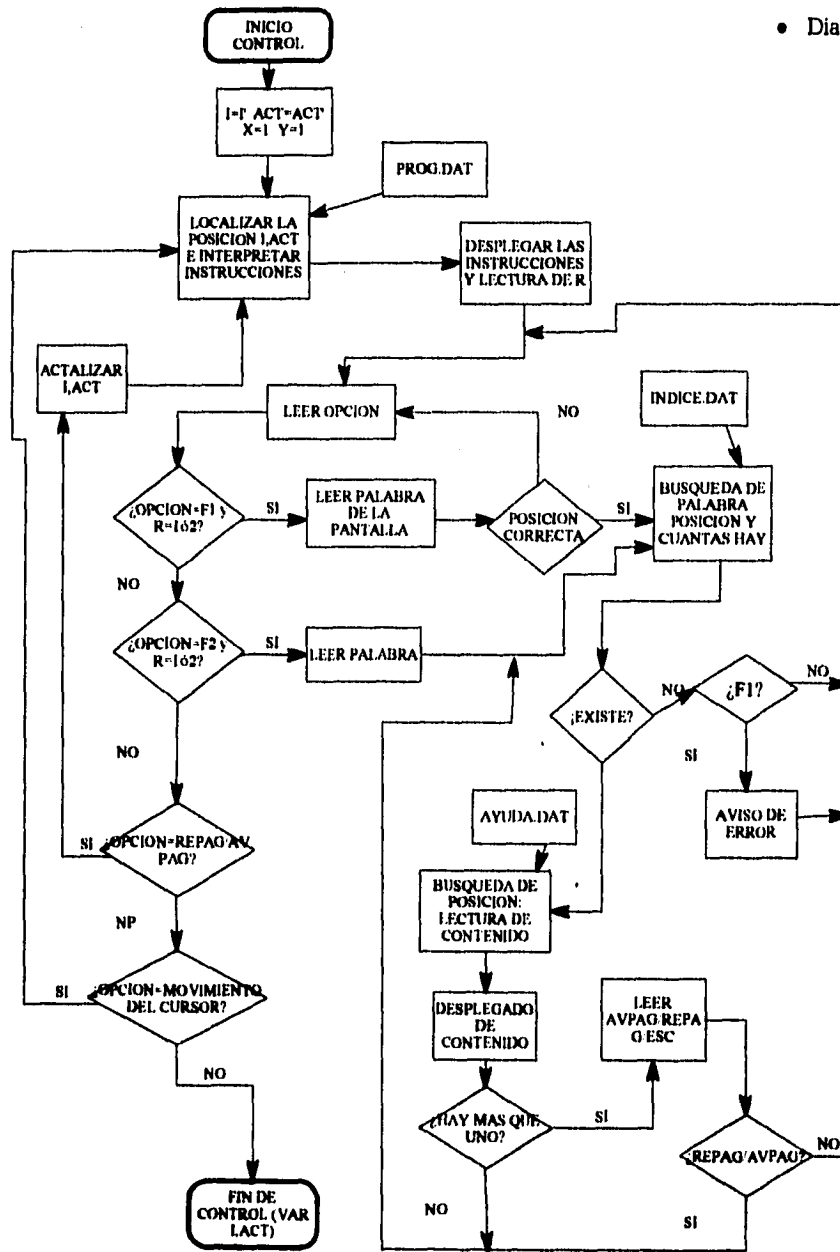


II. NOTAS TECNICAS

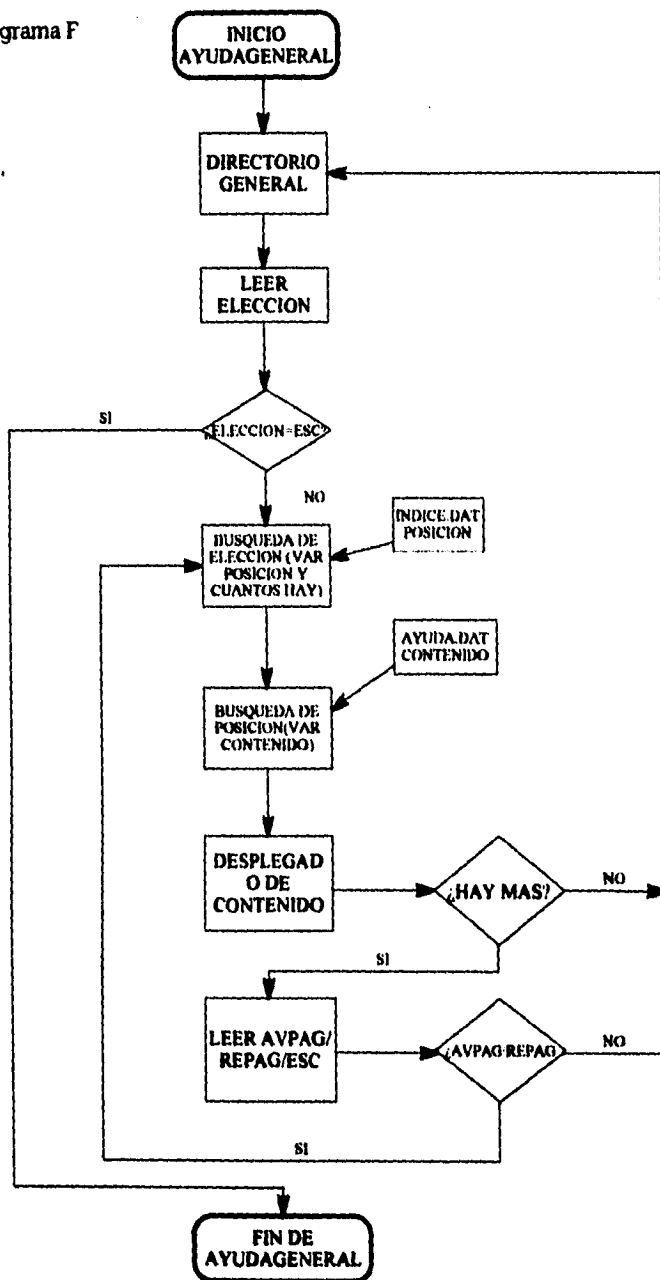
• Diagrama D







• Diagrama F





### III. GLOSARIO MATEMATICO

A través del curso, en el capítulo de Dualidad, se menciona el teorema de Tucker como base para demostrar el teorema de las holguras complementarias. La utilidad del teorema de Tucker y de algunos otros, no se aprecia de una forma muy clara, ya que se encuentran orientados a soportar la teoría dual. Sin embargo con la finalidad de completar el curso, se exponen y demuestran los principales teoremas relacionados con la teoría dual.

#### III.1. TEOREMA DE STIEMKE(1915), GORDON (1873):

---

Dados los siguientes sistemas, exactamente uno de ellos tiene solución:

$$(P') \quad \begin{cases} AX = 0 \\ X \geq 0 \\ X \neq 0 \end{cases} \quad (D') = A^T Y > 0$$

Demostración (basada en el teorema de alternativas)

A) Escoger cualquier  $C > 0$

i) Si (P) tiene solución, entonces (P') tiene solución

$$CX > 0, \text{ entonces } X \neq 0$$

$\therefore X$  es solución de (P')

ii) Si (D) tiene solución,

$$\text{escoger cualquier } C > 0 \text{ entonces, } C^T > 0, \text{ entonces } A^T Y \geq C^T > 0$$

$\therefore (D')$  tiene solución: Y

B) Soluciones al mismo tiempo

$$\bar{Y}^T AX = 0$$

$$(\bar{Y}^T A) \bar{X} = (A^T \bar{Y})^T \bar{X} > 0$$

$$0 > 0 !!$$

$\therefore$  ambos no pueden tener solución

III.2. LEMA DE FARKAS (1901):

Dados los siguientes sistemas, exactamente uno de ellos tiene solución:

$$(P) \begin{cases} AX \leq 0 \\ CX \geq 0 \end{cases} \quad (D) \begin{cases} A^T Y = C^T \\ Y \geq 0 \end{cases}$$

Demostración (basada en el teorema de alternativas)

A) Soluciones simultáneas

$$\begin{aligned} A\bar{X} \leq 0 \quad A^T Y = C^T \\ \bar{Y}^T (A\bar{X}) \leq 0 \Rightarrow (\bar{Y}^T A)^T \bar{X} \geq C\bar{X} > 0 \quad !! \end{aligned}$$

∴ Sólo una de ellas puede tener solución

B) Exactamente una de ellas tiene solución:

P: Definimos a A, C y X como:

$$\begin{aligned} A' &= (A \mid -A \mid U_M) \\ C' &= (C \mid -C \mid 0_M) \\ (A \mid -A \mid U_M) (U \mid V \mid H)^T &= 0 \\ (C \mid -C \mid 0_M) (U \mid V \mid H)^T &= 0 \\ (U \mid V \mid H)^T &\geq 0 \end{aligned}$$

De lo que tenemos:

$$\begin{aligned} A(U-V) + H = 0 &\Rightarrow A(U-V) \leq 0 \\ C(U-V) > 0 \\ X = U - V \\ &\Rightarrow P \text{ tiene solución} \end{aligned}$$

D: De igual forma:

$$\begin{aligned} (A \mid -A \mid U_M)^T Y &\geq (C \mid -C \mid 0_M)^T \\ A^T Y &\geq C^T \\ (-A)^T Y &\geq (-C)^T \\ Y &\geq 0 \end{aligned}$$

De los 2 anteriores tenemos:  $A^T Y = C^T$

$\Rightarrow D$  tiene solución

III.3. TEOREMA DE TUCKER (1956):

Dado el siguiente sistema:

$$\begin{cases} AX \geq 0 \\ X \geq 0 \\ A^T Z \leq 0 \\ Z \leq 0 \end{cases}$$

Tiene una solución tal que:  $AX + Z > 0$  <sub>(m+1)</sub>

Definimos:  $A = -A$

$C = A_k$  ; Se aplicó K veces el teorema principal (alternativas)

$$\begin{array}{ll} (-A)X \leq 0 & (-A)^T Y \geq (A_k)^T \\ (A_k)X > 0 & Y \geq 0 \\ X \geq 0 & \end{array}$$

Para  $X^{(k)}$ :

$$\begin{array}{l} AX^{(k)} \geq 0 \\ A_k X^{(k)} > 0 \\ X^{(k)} \geq 0 \end{array}$$

Para  $Y^{(k)}$ :

$$\begin{array}{l} A^T Y^{(k)} \leq (-A_k)^T \\ Y^{(k)} \geq 0 \\ \Rightarrow \sum A_i Y_i^{(k)} + A_k \leq 0 \end{array}$$

Por otro lado definimos a  $Z^{(k)}$  como:

$$Z_i^{(k)} = Y_i^{(k)} ; i \neq k : Z_k^{(k)} = 1 + Y_k^{(k)}$$

Entonces el sistema anterior queda como:

$$\begin{array}{l} A^T Z^{(k)} \leq 0 \\ Z^{(k)} \geq 0 \\ Z_k^{(k)} > 0 \end{array}$$

Ahora si:  $X = \sum X^{(k)}$  y  $Z = \sum Z^{(k)}$  (ambas sumas sobre K)  
 $\Rightarrow AX \geq 0$  y  $A^T Z \leq 0$

Si A es antisimétrica ( $A_i^j = -A_j^i$  ;  $A = -A^T$ ).

Entonces:

$$\begin{array}{l} AX \geq 0 \\ X \geq 0 \\ A^T Z \leq 0 \\ Z \geq 0 \end{array}$$

Tutorial Gráfico de Programación Lineal

Cuya solución es:  $A\bar{Y} + \bar{Z}$

Tiene solución:  $X^*$  tal que  $AX^* + X^* > 0$

$$A\bar{Y} \geq 0; \quad \bar{Y} \geq 0$$

$$A^T\bar{Z} \leq 0; \quad (-A)\bar{Z} \leq 0; \quad A\bar{Z} \geq 0; \quad \bar{Z} \geq 0$$

$$A\bar{Y} + \bar{Z} > 0; \quad A\bar{Z} + \bar{Y} > 0; \quad A(\bar{Y} + \bar{Z}) + (\bar{Y} + \bar{X}) > 0$$

$$\text{Si: } A(\bar{Y} + \bar{X}) \geq 0$$

$$(\bar{Y} + \bar{X}) \geq 0$$

$$\Rightarrow X^* = \bar{Y} + \bar{X}$$

### III. GLOSARIO MATEMATICO

Los resultados de los siguientes teoremas se consideran de gran importancia, por lo que se exponen y demuestran con todo detalle dentro del curso, en el capítulo de Dualidad: únicamente serán enunciados como referencia

#### III.4. TEOREMA GENERAL DE LA DUALIDAD:

---

Dado un par de problemas duales UNA y SOLO UNA de las siguientes condiciones se cumple:

- 1.- Ambos tienen solución factible óptima: Es decir, existe  $X'$  y  $Y'$  tal que:  $CX' = B^T Y'$ .
- 2.- Uno de ellos tiene una clase de soluciones factibles no acotadas y el otro no tiene soluciones factibles.
- 3.- Ambos problemas no tienen soluciones factibles: son infactibles.

#### III.5. TEOREMA DE LAS HOLGURAS COMPLEMENTARIAS (débil):

---

Sean  $X'$  y  $Y'$  soluciones factibles a (P) y (D), respectivamente..

Entonces  $X'$  y  $Y'$  son óptimas  $\Leftrightarrow A_i X' < b_i \Rightarrow Y'_i = 0$   
 $X'_j > 0 \Rightarrow (A_j)^T Y' = C^j$

#### III.6. TEOREMA DE LAS HOLGURAS COMPLEMENTARIAS (fuerte):

---

Existe un par (no todas) de soluciones factibles  $X'$  y  $Y'$  de (P) y (D), respectivamente óptimas talque si  $A_i X' = b_i \Rightarrow Y'_i > 0$

$X'_j = 0 \Rightarrow (A_j)^T Y' > C^j$

#### III.7. TEOREMA DE ALTERNATIVAS:

---

Dados los siguientes sistemas, exactamente uno de ellos tiene solución:

$$(P) \begin{cases} AX = 0 \\ CX > 0 \\ X \geq 0 \end{cases} \quad (D) = A^T Y > 0$$

**ESTA TESIS NO DEBE  
SALIR DE LA BIBLIOTECA**



350 40 2021 1127  
2021/11/27 10:30:00

**BIBLIOGRAFIA**

- Monkhtar S. Bazaraa, John J. Jarvis, PROGRAMACION LINEAL Y FLUJO EN REDES, Ed. Limusa, 1991, Sexta reimpression, México, D.F.
- Saúl I. Gass, PROGRAMACION LINEAL, Ed. Cecsca, 1983, Cuarta reimpression, México, D.F.
- Saúl I. Gass, LINEAR PROGRAMMING, Ed. McGraw - Hill, 1985, Quinta ediccion, U.S.A.
- Daniel Solow, LINEAR PROGRAMMING, Ed. North - Holland, 1984, Tercer ediccion, U.S.A.
- Monkhtar S. Bazaraa, John J. Jarvis, Hanif D. Sheray, LINEAR PROGRAMMING AND NETWORK FLOWS, Ed. John Wiley & Sons, 1980, Segunda ediccion, U.S.A.
- Frederick S. Hiller, INTRODUCTION TO OPERATIONS RESERARCH, Ed. McGraw - Hill, 1991, 15ª ediccion, U.S.A.
- Stephen K. O'Brien, TURBO PASCAL 6: THE COMPLETE REFERENCE, Ed. McGraw - Hill, 1991, Primer ediccion, U.S.A.
- Stephen K. O'Brien, TURBO PASCAL 7: THE COMPLETE REFERENCE, Ed. McGraw - Hill, 1993, Primer ediccion, U.S.A.
- Walter J. Savitch, PASCAL: AN INTRODUCTION TO THE ART AND SCIENCE OF PROGRAMMING, Ed. The Benjamin / Cummings Publishing Company Inc., 1991, Tercer ediccion, U.S.A.