

26
2EJ



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA
DE MEXICO**

FACULTAD DE FILOSOFIA Y LETRAS
COLEGIO DE PEDAGOGIA

SEMINARIO PERMANENTE DE APOYO A LA TITULACION



**EL VALOR DE LA GEOMETRIA, EN EL PROCESO
INTELCTUAL DEL ALUMNO DE PRIMER AÑO
DE SECUNDARIA, BAJO LA TEORIA COGNOSCITIVA
DE JEAN PIAGET.**

T E S I S

PARA OBTENER EL TITULO DE:
LICENCIADA EN PEDAGOGIA

P R E S E N T A :
REBECA RAMONA LOPEZ PEREZ

Handwritten notes:
30 x 45
92
84
83

ASESOR: AGUSTIN G. LEMUS TALAVERA, TITULAR DEL SEMINARIO
FACULTAD DE FILOSOFIA Y LETRAS

MEXICO, D.F.

1995



COLEGIO DE PEDAGOGIA

FALLA DE ORIGEN

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

AGRADECIMIENTOS

A D I O S

A mis padres:

JULIO LOPEZ RUIZ
REBECA PEREZ CABRERA

Por Haberme dado su Amor,
Comprensión y Apoyo para
lograr una de mis mayores
metas en la vida.

A mis hermanos :

FERNANDO
ANGELA
ANA
RAFAEL
RUTH
JULISSA

Por brindarme a cada momento
su Amor, Comprensión y Apoyo.

A mis Cuñados y Sobrinos queridos.

A todos mis amigos que me
alentaron para alcanzar esta
meta en mi vida.

Al Dr. AGUSTIN G. LEMUS TALAVERA

Por su paciencia y valioso tiempo
dedicado en la orientación de
esta tesina.

I N D I C E

| | PAGS. |
|---|-------|
| INTRODUCCION..... | 5 |
| I. CARACTERISTICAS DE LAS ETAPAS DE DESARROLLO DEL INDIVIDUO SEGUN LA TEORIA DE JEAN PIAGET..... | 10 |
| 1.1. Etapa Sensorio-motriz | |
| 1.2. Etapa Preoperatoria | |
| 1.3. Etapa Operaciones Concretas | |
| 1.4. Etapa Operaciones Formales | |
| II. RELACION DE LOS CONTENIDOS DEL PROGRAMA OFICIAL DE MATEMATICAS, DE 1er. GRADO DE SECUNDARIA, EN EL AREA DE LA GEOMETRIA CON LA ETAPA DE LAS OPERACIONES FORMALES..... | 23 |
| 2.1 La Geometría..... | 24 |
| 2.1.1 Origen de la Geometría | |
| 2.1.2 Concepto de Geometría | |
| 2.1.3 Objeto de Estudio de la Geometría | |
| 2.1.4 Geometría Plana y Espacial | |
| 2.2 Contenidos de Geometría en los niveles preescolar y primaria; antecedentes a los contenidos de 1er. grado de Secundaria..... | 33 |
| 2.2.1 Contenidos del nivel preescolar referentes al área de geometría | |
| 2.2.2 Contenidos del nivel primaria referentes al área de geometría | |
| 2.3 Contenidos de 1er. grado de Secundaria en el área de la Geometría | 35 |
| 2.4 Relación que guardan los contenidos del Programa de 1er. grado del nivel secundaria y las Operaciones Formales..... | 39 |

| | | |
|-------|---|----|
| 1.1 | IMPORTANCIA DE LAS OPERACIONES FORMALES EN EL APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA | 42 |
| 3.1 | Desarrollo del aprendizaje de la Geometría en las etapas anteriores a la etapa de las Operaciones Formales..... | |
| 3.1.1 | Pensamiento Geométrico en el niño | |
| 3.1.2 | Intuición Geométrica | |
| 3.1.3 | Desarrollo del concepto de espacio en el niño | |
| 3.2 | Importancia de tomar en cuenta las Operaciones Formales para el aprendizaje de la Geometría..... | 46 |
| 3.2.1 | Formación del concepto de la geometría en el preadolescente | |
| 3.2.2 | Abstracción como proceso fundamental para el aprendizaje de la Geometría | |
| 3.3 | El aprendizaje de la Geometría y su correlación académica..... | 49 |
| 3.3.1 | Con otras asignaturas del plan de estudios de Secundaria | |
| 3.3.2 | Con diferentes profesiones | |
| | SUMARIO CONCLUSIVO..... | 53 |
| | BIBLIOGRAFIA..... | 57 |
| | ANEXO | 59 |

INTRODUCCION

La Geometría es la rama más antigua de las matemáticas que se ha axiomatizado, es decir, que considera proposiciones a las que se les ha asignado convencionalmente valor de verdad, se cree que se inicia hacia el año 300 a. C. (con Euclides, 445-385 Aristofanes y 485-424 con Herodoto); como toda disciplina, ésta ha evolucionado de tal forma que sus avances se relacionan con otras ciencias al mismo tiempo que las apoyan. La Geometría es la ciencia que se encarga del estudio de las propiedades de formas, figuras y cuerpos geométricos y de conocer sus propiedades.

Por sus características y por los procesos intelectuales que exige y se desarrollan durante su comprensión, ésta ha sido incluida en el currículum de la educación básica; el ejercicio de la geometría proporciona al alumno la capacidad de realizar procesos sintéticos y analíticos, analizar los objetos con sus implicaciones espaciales así como el hábito del razonamiento formal y lógico; todo esto le dá elementos para tener una mejor comprensión de su realidad.

No obstante a su importancia, es común observar que los alumnos presentan en el aprendizaje de la geometría que son originados generalmente por la falta de intuición geométrica

en el alumno, por el grado de abstracción que implican sus conceptos y terminología y por deficiencias en el tratamiento pedagógico que el docente emplea para impartir la materia en clase.

Por la relación que guarda la geometría con las otras áreas de las matemáticas así como con otras disciplinas, es fundamental que el alumno adquiriera los conocimientos básicos de ésta para obtener un desarrollo cognitivo adecuado como para acceder a niveles educativos superiores.

Este trabajo surge con el interés de mostrar algunos elementos que deben considerarse para mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría en la educación secundaria, ya que, como se mencionó, tiene gran importancia en el desarrollo cognoscitivo del alumno, particularmente en ciertos procesos intelectuales como, partir de la manipulación de los objetos para llegar a la abstracción de éstos.

El trabajo se apoya en la teoría cognoscitiva de Jean Piaget ya que en ella se plantea, el desarrollo intelectual del individuo desde recién nacido hasta la etapa de la adolescencia.

Uno de los conceptos fundamentales en la obra de Jean Piaget es el de "estructuras cognoscitivas", las que define como las propiedades o capacidades organizativas de la inteligencia, estas a su vez son mediadoras de las funciones variables de la conducta, como son: alcanzar un objeto ayudandose de otro, aprender a botar la pelota en diferentes lugares, etc.

Otro concepto importante distinguido por Piaget es la adaptación, este consiste en la capacidad del individuo de modificar sus mecanismos mentales para comprender su ambiente externo; esta adaptación es mediadora entre el ambiente y las acciones del individuo y depende de dos procesos complementarios: la asimilación y la acomodación.

La asimilación consiste en la integración de un dato exterior a las estructuras que ya posee el sujeto, es decir, es la aplicación de la experiencia pasada a la presente, mientras que la acomodación es el proceso complementario, en éste, el sujeto trata con un acontecimiento ambiental en función de sus estructuras anteriores, pero cuando este no corresponde con dichas estructuras ocurre un ajuste, la experiencia pasada se amplía tomando en cuenta la presente.

Estos son los conceptos básicos que Piaget reconoce para fundamentar su teoría de cómo se va desarrollando el intelecto del individuo, además, establece una sucesión de cuatro etapas jerárquicas: Sensorio-motriz, Preoperaciones, Operaciones Concretas y Operaciones Formales; cada una presenta una sucesión de períodos, determinados por una continuidad y secuencia lógica, por la que el individuo tiene que pasar.

Es en la etapa de las Operaciones Formales donde resaltaré la importancia del aprendizaje de la geometría con los alumnos de 11-12 años de edad que se encuentran cursando el primer grado de secundaria ya que en esta etapa los alumnos son capaces de razonar basándose en hipótesis y estructuras lógico-matemáticas necesarias para la sustitución de variables y la realización de operaciones con literales. Para que la geometría sea aprendida por el alumno, es fundamental que haya adquirido las estructuras cognoscitivas correspondientes a esta etapa. Con la aplicación de conocimientos relativos a esta área, el alumno podrá desarrollar elementos necesarios para comprender e interpretar su realidad. Por lo que el Objetivo general será, Valorar la Geometría como asignatura del plan de estudios de 1er. grado de la enseñanza secundaria en el proceso intelectual del alumno, con base en la teoría cognoscitiva de Jean Piaget. Siendo los Objetivos particulares: a) Revisar las características del desarrollo del niño de acuerdo con

las etapas cognoscitivas propuestas por Jean Piaget, para ubicar en ellas a los alumnos de 1er. grado de nivel Secundaria; b) Vincular los contenidos educativos del plan de estudios de 1er. grado del nivel Secundaria referentes a la geometría, con la etapa de "Operaciones Formales" y c) Destacar la importancia de las "Operaciones Formales" en el aprendizaje de la Geometría en los alumnos del 1er. grado del nivel Secundaria.

Esta tesina se sitúa en el área de la psicopedagogía pues pretende dar a conocer las características intelectuales de los alumnos de 1er. grado de secundaria, su relación con el aprendizaje de la geometría así como la revisión de los contenidos de esta área.

El trabajo será de tipo bibliográfico en el que se revisaran libros, documentos y revistas. Se iniciará revisando las características del desarrollo cognoscitivo del individuo, con base en las etapas sugeridas por Jean Piaget; se planteará la vinculación de los contenidos educativos del área de la geometría con la etapa de las Operaciones Formales; y se destacará la importancia de esta etapa en el aprendizaje de la geometría.

I. CARACTERISTICAS DE LAS ETAPAS DE DESARROLLO DEL NIÑO SEGUN LA TEORIA DE JEAN PIAGET.

La teoría cognoscitiva de Jean Piaget es de gran valor para conocer el proceso intelectual del individuo.

A continuación se desarrollarán las características principales de la etapa Sensorio-motriz, Preoperatoria, Operaciones Concretas y Operaciones Formales.

1.1 ETAPA SENSORIO-MOTRIZ

La etapa Sensorio-motriz comprende de los 0 a 2 años aproximadamente, se llama sensorio-motriz porque el lactante no presenta, en un principio, pensamiento ni afectividad, relacionados con una persona u objeto; el cuerpo es percibido por el individuo como un elemento más entre otros.

Esta etapa aparece como una sucesión continua de seis estadios en los que se desarrollan las primeras estructuras cognoscitivas del individuo.

Las características más relevantes de cada estadio son las siguientes:

El primer estadio: generalmente abarca de 0 a 1 mes de nacido. Se caracteriza por los reflejos neonatales y movimientos temporales torpes, desprovistos de coordinación. En éste resaltan el reflejo del chupeteo, actividad que se inicia automáticamente en el recién nacido; así mismo no existe distinción alguna entre el yo y la realidad externa.

El segundo estadio: es el de Primeros Hábitos; éste va de 1 a 4 meses y medio aproximadamente . En éste se producen por azar nuevas estructuras llamadas "Reacciones Circulares Primarias" referidas al propio cuerpo. Estas reacciones implican una acción (reflejo), por parte del bebé, lo que conduce a un acontecimiento que tiene valor para él y se centra en su propio cuerpo. El reflejo debe tener la posibilidad de funcionar para seguir eficazmente una secuencia de "huellas posturales" (chupeteo), con las que logra satisfacer una necesidad.

El tercer estadio: es el de las "Reacciones Secundarias" o de la coordinación de la visión y la aprehensión, comprende de los 4 meses y medio a 8 ó 9 meses aproximadamente. Se denominan secundarias porque ahora implican el manejo de objetos existentes en el mundo exterior. Dicho contacto se inicia con reacciones al azar, que desarrolla el individuo; ahora, percibe que sus reacciones se relacionan con el

resultado externo; lo cual genera, la conexión entre el acto y el resultado, y un interés por ello.

En esta etapa el objeto no es completamente independiente, sino que está vinculado con las acciones del pequeño, hay coordinación entre la visión y la aprehensión.

El cuarto estadio: es el de la "Coordinación de los Esquemas Secundarios", inicia a partir de los 8 y concluye aproximadamente en los 12 meses, aquí el niño utiliza los medios conocidos a la vista para alcanzar un objeto nuevo, en algunos casos comienza la búsqueda del objeto desaparecido, pero sin coordinación de los movimientos al desplazarse. En este estadio el niño ya tiene un objetivo en mente al dirigirse al objeto y tomarlo. Esta es una habilidad nueva en la que el niño coordina dos nuevos esquemas, medio-fin, esto es: dirigirse al objeto y asirlo.

El quinto estadio: es el de la "Reacción Circular Terciaria", abarca de 11 a 18 meses después de nacido. En este estadio el niño busca el objeto y al encontrarlo se desplaza para alcanzarlo, esto hace que le atribuya permanencia a los objetos y reconozca que su existencia es independiente a la suya propia. Los objetos ahora son para él centros de interés con cualidades y propiedades esenciales.

El sexto y último estadio: va de los 18 meses a los 2 años aproximadamente, en esta etapa se origina la interiorización de los esquemas y solución de algunos problemas. Principia el pensamiento representativo, esto es, la capacidad de representar mentalmente un objeto o acción que no se encuentra presente. El niño es capaz de encontrar nuevos medios para entender diferentes situaciones no sólo por los tanteos exteriores o materiales sino por combinaciones de esquemas que ya ha interiorizado y desarrollado en estadios anteriores.

En esta etapa sensorio-motriz, el recién nacido posee estructuras corporales limitadas, proporcionadas por la herencia, éstas se complementan, conforme el individuo desarrolla nuevas estructuras mentales, lo que le permitirá, llegar a la diferenciación del "yo" y el entorno físico, esto es, las personas y cosas que le rodean.

1.2. ETAPA PREOPERATORIA

La etapa Preoperatoria comienza a los 2 años y concluye aproximadamente en los 7 años, se caracteriza por la aparición y el desarrollo de la "Función Simbólica" en sus diferentes procesos, ésta "es esencial para la constitución

del espacio representativo así como para las categorías "reales" del pensamiento" (1). En esta estructura de pensamiento se inicia la interiorización de los esquemas de acción; el niño adquiere un manejo de objetos y personas, lo que da paso a estructuras de la función simbólica.

Para Piaget, el símbolo es "una imitación externa y la imitación es la modificación de la conducta, para adaptarla a las exigencias impuestas por el medio ambiente social y físico" (2) . De esta definición se parte para comprender la función simbólica. En esta estructura del pensamiento, el niño puede manejar contenidos en forma de símbolos y sustituirlos por objetos reales. La Función simbólica hace posible la adquisición del lenguaje y el conocimiento del campo de los símbolos, éstas son imágenes que intervienen en el desarrollo de la imitación y el juego.

El lenguaje ya tuvo sus inicios en los estadios anteriores y va siguiendo una evolución gradual. Se inicia con la fase del balbuceo espontáneo, adquirida por la imitación de palabras únicas, las cuales el niño utiliza para referirse a acciones o acontecimientos inmediatos, y después referirse a objetos o cosas ausentes.

El Juego Simbólico, "forma parte importante de la actividad del niño en esta etapa, es un medio apropiado que le brinda un ajuste de la realidad. Pero esta forma de interacción del niño puede asimilar el mundo externo casi directamente en su propios deseos y necesidades sin apenas ninguna acomodación". (3)

Esta estructura señala indudablemente el apego al juego infantil, la finalidad rádica en que el niño construya símbolos a su voluntad para expresar lo que en la experiencia vive y no puede expresar por medio del lenguaje.

Es por medio del Juego Simbólico, que el niño interioriza lo real a su "yo"; tanto el símbolo, como la imagen constituyen un instrumento para el juego simbólico.

En la imitación el niño tiende a repetir las acciones realizadas por otras personas . Esta también tiene su antecedente en el período sensorio-motor, cuando las representaciones de actos materiales, aún no son representaciones de pensamiento. Esta imitación sirve de puente entre la etapa sensorio-motriz y la inteligencia.

La Función Simbólica en el niño, alcanza la capacidad para formar símbolos mentales que sustituyen y representan

personas, objetos y acontecimientos ausentes, así también es capaz de crear un sustituto mental para las cosas reales, lo cual permite que el niño desarrolle elementos esenciales para la representación del espacio.

1.3. ETAPA DE OPERACIONES CONCRETAS

La etapa de las Operaciones Concretas, inicia a los 7 años y termina aproximadamente, a los 12 años, se caracteriza porque el niño actúa directamente en la realidad, con objetos tangibles que manipula al realizar diferentes actividades. El pensamiento concreto se "construye en su relación directa tangible, con el contacto directo de la realidad". (4)

Las acciones físicas empiezan a interiorizarse como acciones mentales u operaciones ¹, con éstas el niño es capaz de imaginar que realiza transformaciones y las piensa en términos de más de una dimensión al mismo tiempo.

¹ Operaciones: Consisten en elaborar esquemas operatorios, que permiten comprender y manipular, objetos y situaciones reales.

En esta etapa el niño desarrolla una serie de estructuras que Piaget llama "Agrupaciones", éstas originan la transmisión entre la acción y las estructuras lógicas.

Las Agrupaciones principales son: "Clasificación", "Seriación" y "Correspondencias Simples".

En las agrupaciones de clasificación; el niño dispone de objetos no solo por sus semejanzas y diferencias sino por su posición.

En las agrupaciones de seriación los niños ordenan los elementos según sus dimensiones crecientes o decrecientes; esta estructura va presentando modificaciones al relacionarse con otras estructuras como las correspondencias simples, en la que el niño relaciona dos o más objetos; o las seriaciones de dos dimensiones, en las que un objeto presenta las mismas características y se agrupa de acuerdo a éstas.

En las agrupaciones de correspondencia, el niño hace la operación de asignar a un objeto otro objeto. Hay correspondencias término a término, esto es la "equivalencia cuantitativa" entre dos conjuntos.

Con la interiorización de estas agrupaciones, el niño desarrollará una percepción mayor de los objetos, percibirá las aproximaciones, separaciones, continuidades y semejanzas que le permitirán llegar a la abstracción.

Las agrupaciones mencionadas anteriormente, no pueden considerarse aisladas sino en conjunto ya que cada una se va complementando y dan paso a otras estructuras en el pensamiento del niño.

1.4. ETAPA DE OPERACIONES FORMALES

Las Operaciones Formales van de los 11 a 14 años aproximadamente, esta etapa se caracteriza porque el individuo posee la capacidad de razonar sobre enunciados, hipótesis y representaciones de objetos. El razonar y deducir sobre objetos que no estén presentes (abstracción), es el inicio para el desarrollo de las Operaciones Formales.

El niño pasa de un plano de manipulaciones concretas al plano de las ideas (abstracciones), lo que le permitirá expresarlas en un lenguaje verbal o matemático. En las Operaciones Concretas el niño desarrolló estructuras perceptivas sobre los objetos, ahora en las Operaciones Formales, profundizará y ampliará dichas estructuras modificando estas operaciones independientemente de los objetos ya que puede remplazarlos, por posibles proposiciones.

Estas aplicaciones modifican a la forma con respecto al contenido y permite la construcción de hipótesis o proposiciones dando paso a la abstracción.

Las estructuras mentales de mayor importancia en esta etapa son: la "combinatoria" y la "reversibilidad" en sus dos formas de inversión y de reciprocidad.

La combinatoria, es la estructura del pensamiento en la que el preadolescente separa a la forma del contenido, para construir cualquier relación, dándole otra forma y contenido, que le permitá dar la explicación de las situaciones que se le presenten.

Esta es una estructura de pensamiento en la que el preadolescente pasa de la combinación de objetos a la combinación de ideas y proposiciones para llegar al razonamiento de su realidad.

Otra estructura importante es la "reversibilidad", ésta es "el carácter más operante del acto de la inteligencia, que es capaz de desvíos y de idas y vueltas".(5)

El individuo puede recordar acontecimientos o acciones, a las cuales le puede dar un orden inverso, esta estructura es fundamental para el desarrollo de la inteligencia; se divide en dos formas, la "inversión" o "negación" y la "simetría" o "reciprocidad".

La inversión o negación, consiste en la estructuración del pensamiento suprimiendo al objeto (individual o en conjunto), lo que da inicio al pensamiento abstracto.

La simetría o reciprocidad, consiste en diferenciar dos puntos; por ejemplo; A-B que pueden ocupar el mismo lugar si se cambian de posición B-A.

Otras estructuras que se conforman son las "nociones de proporción", se inician de una forma cuantitativa y lógica antes de estructurarse cualitativamente; las "nociones probabilísticas", se originan por la simulación del azar y de la combinación de las estructuras anteriores.

En esta etapa de Operaciones Formales, el preadolescente maneja conceptos que pueden ir más allá de lo tocable, alcanzable y conocido; su pensamiento reflexiona sobre sí mismo para dar justificación lógica a los juicios de forma. El preadolescente tiene la capacidad de entender relaciones complejas, tales como la proporcionalidad y la correlación.

El desarrollo intelectual del niño aparece como una sucesión de etapas las cuales se van presentando a partir de la conformación de estructuras de pensamiento. Estas no se presentan en la misma manera en cada individuo, su desarrollo depende de ciertos factores como son: la capacidad intelectual y orgánica, el ejercicio y experiencia que éste adquiere con el contacto y manejo de los objetos (la accesibilidad que el individuo tenga sobre estos, permitirá

un mejor y mayor desarrollo de las estructuras), y la interacción y las transmisiones sociales que el niño realice con su medio físico y social.

NOTAS BIBLIOGRAFICAS
CAPITULO I

- (1) Jean Piaget, La Formación del Símbolo en el niño, p. 378
- (2) Herbert Ginsburg, Silvia Opper, Piaget y la teoría del desarrollo intelectual, p. 73
- (3) IDEM p.76
- (4) Danna Ives-Lis, G. Agrelo, Barbieri N., El nacimiento de la inteligencia, p. 101
- (5) Jean Piaget, Estudios de psicología genética, p. 65

1

II. RELACION DE LOS CONTENIDOS DEL PROGRAMA OFICIAL DE 1ER.GRADO DE SECUNDARIA, EN EL AREA DE LA GEOMETRIA CON LA ETAPA DE LAS OPERACIONES FORMALES.

El preadolescente desarrolla su capacidad intelectual en la medida que crece, genéticamente tiene las estructuras mentales apropiadas para desarrollar esta capacidad, pero es fundamental que éste tenga contacto con el medio que le rodea con; La familia, el medio físico y social y la formación escolarizada que recibe.

Es en ésta última, donde su conocimiento se amplía a partir de diferentes asignaturas de estudio; cada una ésta planeada para que el individuo obtenga el conocimiento apropiado para comprender su realidad y actuar en ella.

El área que en éste trabajo nos ocupa es, la Geometría, por ser una área de conocimiento que le brinda al alumno herramientas necesarios para desarrollar un razonamiento lógico-deductivo el cual puede aplicar a diferentes áreas de su vida.

2.1 LA GEOMETRIA.

2.1.1 Origen de la Geometría

La Geometría es una ciencia muy antigua que se originó con las necesidades de la gente. La palabra "geometría" se deriva de las palabras griegas "geo", que significa tierra y "metron", que significa medir .

Los antiguos egipcios y babilónicos (4000-3000 años a C.) desarrollaron una serie de prácticas para medir tanto sus propiedades territoriales como para realizar figuras geométricas.

De Egipto a Babilonia, el conocimiento de la geometría pasó a Grecia.

Los griegos se volvieron expertos en el arte del razonamiento lógico y crítico. Entre ellos, destacan aquéllos que contribuyeron a este progreso, como Tales de Mileto (640-546 a C.), Pitágoras, discípulo de Tales de Mileto (640-546 a C.), Platón (429-348 a C.), Arquímedes (287-212 a C.) y Euclides (alrededor de los 300 a C.). El famoso tratado de Euclides, "Elementos de Geometría" escrito aproximadamente hace 2000 años fue considerado como la obra básica de la Geometría; actualmente este tratado se ha enriquecido y profundizado aplicándolo al estudio de otras ciencias.

Introducida la Geometría a Europa por los pueblos orientales, ésta produjo importantes progresos.

Entre los principales descubridores de la Geometría moderna destacan el francés Descartes (1593-1662), quien analizó los principios fundamentales de la antigua Geometría y generalizó ideas y métodos de Euclides, descubriendo así, nuevos principios geométricos .

A partir de los aportes de Descartes, el francés Jean Victor Poncelet (1788-1867), desarrolló la rama de la Geometría llamada Geometría Proyectiva, ésta se ocupa de las propiedades de las figuras que no se alteran con las operaciones de proyección y sección.

Otro francés, Monge (1746-1818), había desarrollado hacia el año 1767, la Geometría Descriptiva mientras estudiaba en una escuela dibujo topográfico.

En 1637 la geometría experimenta un cambio importante, el francés René Descartes (1596-1650) filósofo y matemático, descubrió que con el estudio de las propiedades de las figuras geométricas por medio de ecuaciones algebraicas, se desarrolla la Geometría Analítica.

Una vez que Descartes hubo logrado la síntesis del Algebra con la Geometría, otros matemáticos empezaron a aplicar el Cálculo infinitesimal (inventado por Newton y Leibnitz hacia 1666-1676) al estudio de las curvas geométricas y después al de las superficies de cualquier forma. Esta aplicación dio lugar a otra rama de la Geometría llamada Geometría Diferencial, que goza de mayor importancia en la ciencia moderna.

Como hemos visto, la historia de la geometría es muy amplia y abre el camino para el desarrollo de sistemas matemáticos abstractos y con ello, la Geometría profundiza en su interacción con otras disciplinas como las artes y ciencias, tanto prácticas como teóricas.

Todas estas ramas de la Geometría permiten que el individuo obtenga un campo muy extenso de nuevas ideas desplegando en él la imaginación y la intuición.

La Geometría ha pasado a poseer un sentido mucho más amplio y práctico al estudiar los objetos.

2.1.2 Concepto de Geometría

La historia de la geometría es muy antigua, por lo que ha sido ampliada y enriquecida para el estudio de la ciencia y para satisfacer las necesidades del hombre.

A continuación presentaremos algunas definiciones de Geometría.

"Es la ciencia que tiene por objeto la medida de la extensión por medios indirectos, considerando las relaciones de forma, posición y magnitud". (1)

"Rama de las matemáticas que estudia las propiedades intrínsecas de las figuras, es decir las que no se alteran con el movimiento de las mismas." (2)

"Es la ciencia que tiene por objeto el estudio de las propiedades, de las formas geométricas y la medida de su extensión". (3)

" Es el arte y la ciencia de la descripción y la medida en el espacio". (4)

"Rama que si bien hace uso frecuente de cálculos numéricos, ecuaciones y fórmulas tiene por objeto principal el estudio de las formas o figuras, rectángulos, triángulos. Toca a la geometría dar demostraciones de tales propiedades". (5)

Podríamos seguir enunciando más definiciones, pero con las anteriores son suficientes para elegir una definición que corresponda a los fines de este trabajo y ésta es la de Felipe de Jesús Landaverde, que define a la geometría como "la ciencia que tiene por objeto el estudio de las propiedades, de las formas geométricas y la medida de su extensión"; por que ésta es la aplicación que se le da a la geometría a nivel Secundaria.

2.1.3 Objeto de estudio de la Geometría

Se estudia la Geometría con el objeto de centrar la atención sobre la configuración de los objetos así como de las transformaciones que ésta puede tener. La finalidad de la geometría es el estudio de las propiedades de las figuras y cuerpos geométricos; éstos pueden ser figuras o símbolos, los cuales adoptan aspectos más o menos cercanos a la realidad, razón por la cual la geometría centra su atención

en las configuraciones de los objetos, así como en las transformaciones que pueden tener. Los objetos evocan figuras a las que llamaremos geométricas, es decir aquéllas a las que se pueden aplicar reglas o fórmulas de medición que intentan expresar objetos del mundo circundante. A partir de la extensión o forma de los objetos (longitudes, áreas, y volúmenes), se pueden establecerse relaciones recíprocas.

Observando a nuestro alrededor, vemos miles de figuras representadas las cuales podemos idealizar y reproducir para llegar a un proceso de abstracción. La abstracción juega un papel importante en el estudio de la Geometría por ser ésta una ciencia que estudia las propiedades de un objeto sin llegar a tenerlo presente (la línea, el punto, el plano).

La abstracción geométrica, "es quitar a un cuerpo su misma materia y dejando subsistir el lugar que ésta ocupa en el espacio..." (6), y a partir de ello asignarles dimensiones de acuerdo a los requerimientos del individuo.

2.1.4 Geometría Plana y Espacial

La Geometría es una ciencia muy rica en cuanto al estudio de los objetos por lo que parte principalmente de dos ramas: la Geometría Plana y la Espacial.

La Geometría plana también llamada planimétrica, trata las formas o figuras planas, esto es, aquellos elementos que están en un mismo plano; la construcción, relación, y descripción de medidas parten de dos dimensiones (longitud y anchura).

La Geometría del Espacio o esterométrica trata de las formas o figuras cuyos elementos no están en un mismo plano, éstas son todas las líneas, figuras y objetos que se pueden trazar o construir en el espacio sin limitarse a un plano, se dice que son cuerpos sólidos; a éstos se le atribuyen tres dimensiones (longitud, anchura y altura).

2.2 CONTENIDOS DE GEOMETRIA EN LOS NIVELES PREESCOLAR Y PRIMARIA; ANTECEDENTES A LOS CONTENIDOS DEL 1ER. GRADO DE SECUNDARIA.

La Geometría es una área de las matemáticas, que figura en los programas de educación básica, su estudio es fundamental, por los conocimientos que está le brinda al individuo además, es una herramienta indispensable para desarrollar la capacidad de razonamiento lógico que le permitirá al alumno reconocer, plantear y resolver problemas que se le presentan en diversos contextos de su interés.

A continuación, se expondrán los contenidos de los programas del nivel preescolar y primaria, de los cuales se desarrollarán únicamente, los contenidos del área de Geometría.

2.1.1 Contenidos del nivel preescolar referentes al área de Geometría

Las nociones de Geometría se adquieren desde que el individuo establece contacto con el medio que le rodea. El niño reconoce las figuras geométricas por su forma y por las características que a simple vista reconoce.

En el nivel preescolar, el niño dispone de estructuras mentales para desarrollar nociones fundamentales que estudia la geometría.

El programa de preescolar " presenta una organización de juegos y actividades relacionados con distintos aspectos del desarrollo, a la que se ha determinado organización por bloques, y que permite integrar en la práctica el desarrollo del niño"• (7). Los bloques responde a necesidades de orden metodológico, ya que trata de "garantizar un equilibrio de actividades que pueden ser, incluso, planteadas por los niños, pero siempre bajo la orientación, guía y sugerencias del docente, quien es el verdadero responsable de lograr este equilibrio y concebir el proceso en general" (8)

Son dos los bloques que tienen un antecedente con relación

a los contenidos referentes al área de la Geometría .

- Bloque de juegos y Actividades de psicomotricidad.

"Las actividades correspondientes a este bloque permitirán que el niño descubra y utilice las distintas partes de su cuerpo (...) en este encuentro físico con los límites y dimensiones espaciales, va estructurando nociones de espacio y tiempo tales como: arriba, abajo, adelante, atrás, antes, después, dentro, fuera, etc," (9)

- Bloque de juegos y actividades matemáticas

" ... el niño establece distintos tipos de relaciones entre personas y situaciones de su entorno; realizar acciones que le presentan la posibilidad de resolver problemas que implican criterios de distinta naturaleza: cuantificar, medir, clasificar, ordenar, agrupar, nombrar; ubicarse, utilizar formas y signos diversos como intentos de representación matemática. Son actividades que ofrecen también la oportunidad de entrar en relación con gran diversidad de objetos desde la perspectiva de sus formas y relaciones con el espacio, lo cual implica reflexiones específicas que anteceden a las nociones geométricas." (10)

Con estos contenidos se introduce al niño en la ubicación del espacio, con la percepción y manipulación de objetos y el conocimiento de situaciones concretas, esto permite un buen acercamiento a la iniciación de la Geometría.

El niño de preescolar posee estructuras mentales para la comprensión de espacio y de tiempo estructuras fundamentales para desarrollar la ubicación de los objetos en el espacio.

2.2.2 Contenidos del nivel primaria referentes al área de la geometría

El programa del nivel primaria en la asignatura de matemáticas esta organizado en seis ejes, de los cuales geometría forma parte de ellos.

De 1er. a 6° grado, el área de la Geometría presenta contenidos y situaciones que favorecen la ubicación del alumno en relación con su entorno.

La Geometría se desarrolla en tres aspectos, la Ubicación Espacial, los Cuerpos Geométricos y las Figuras Geométricas; éstos tienen a su vez diferentes subtemas .

A lo largo de la primaria, se presentan contenidos y situaciones que favorecen la ubicación del alumno en relación con su entorno. Asimismo se proponen actividades de manipulación, observación, dibujo y análisis de formas diversas.

En cuanto a los contenidos de la ubicación espacial, se hace referencia a la ubicación de la persona o de un objeto en una situación dada.

En el aspecto de cuerpos geométricos se hacen representaciones gráficas, clasificación, construcción y armado de cuerpos geométricos.

En el aspecto de Figuras Geométricas los contenidos desarrollan principalmente la construcción y sustitución de figuras geométricas.

En este nivel, los alumnos tienen que aprender a observar las propiedades de los cuerpos, para que al aplicar ciertos criterios, pueda analizarlos y determinar la identidad de cada forma geométrica.

Es importante la apreciación que ellos realicen de las relaciones dentro de un cuerpo geométrico en el espacio a partir de los recuerdos de su exploración activa .

Como hemos visto los contenidos de geometría en el nivel preescolar y nivel de primaria, le proporcionan al alumno conocimientos básicos para aprender la geometría en el nivel secundaria.

En el nivel preescolar el aprendizaje la geometría se aprende a partir de las características básicas de los objetos, como es su textura, tamaño, forma, elementos importantes para ubicar a cada objeto en el espacio, las cuales van de acuerdo a las estructuras de pensamiento de los niños .

En cuanto a los contenidos de la ubicación espacial, se hace referencia a la ubicación de la persona o de un objeto en una situación dada.

En el aspecto de cuerpos geométricos se hacen representaciones gráficas, clasificación, construcción y armado de cuerpos geométricos.

En el aspecto de Figuras Geométricas los contenidos desarrollan principalmente la construcción y sustitución de figuras geométricas.

En este nivel, los alumnos tienen que aprender a observar las propiedades de los cuerpos, para que al aplicar ciertos criterios, pueda analizarlos y determinar la identidad de cada forma geométrica.

Es importante la apreciación que ellos realicen de las relaciones dentro de un cuerpo geométrico en el espacio a partir de los recuerdos de su exploración activa .

Como hemos visto los contenidos de geometría en el nivel preescolar y nivel de primaria, le proporcionan al alumno conocimientos básicos para aprender la geometría en el nivel secundaria.

En el nivel preescolar el aprendizaje la geometría se aprende a partir de las características básicas de los objetos, como es su textura, tamaño, forma, elementos importantes para ubicar a cada objeto en el espacio, las cuales van de acuerdo a las estructuras de pensamiento de los niños .

En el nivel primaria los conocimientos geométricos se dan a partir de la identificación, diseño, elaboración y interpretación de las conformación de las figuras y cuerpos geométricos, mediante la sustitución de fórmulas, procesos que el alumno puede realizar ya que intelectualmente es capaz de hacer representaciones mentales de las figuras y cuerpos geométricos, así como hacer la sustitución de literales en las fórmulas, conocimientos que el alumno tiene que dominar perfectamente.

2.3 CONTENIDOS DE 1ER. GRADO DE SECUNDARIA EN EL AREA DE LA GEOMETRIA.

El programa oficial de matemáticas del ciclo escolar 1993-1994 lo constituyen dos elementos: El enfoque y los contenidos de los tres grados escolares.

En el enfoque se presenta la organización y alcance de la asignatura, en donde de manera general se presenta una síntesis de cada una de las cinco áreas de estudio que son: Aritmética, Algebra, Geometría, Presentación y tratamiento de la información y Nociones de probabilidad.

Los contenidos aparecen por grado escolar, desarrollando en cada grado los temas de cada una de las áreas.

Para el tema de geometría en 1er. año de secundaria se desarrolla básicamente en cuatro temas: Dibujo y Trazos Geométricos, Simetría axial, Medición y cálculo de Areas, y Perímetros y Sólidos. Los cuales se desarrollarán a continuación.

DIBUJO Y TRAZOS GEOMETRICOS.

- Uso de la regla graduada, el compás y las escuadras
- Reproducción y trazado de figuras, diseños y patrones geométricos

SIMETRIA AXIAL

- Observación, enunciado y aplicación de las propiedades de simetría axial de una figura a partir de situaciones que favorezcan las manipulaciones, el dibujo y la medición.
- Determinación y trazado de los ejes de simetría de una figura, en particular, de las figuras usuales
- Aplicaciones a la solución de problemas y en la construcción y trazado de mediatrices y bisectrices

MEDICION Y CALCULO DE AREAS Y PERIMETROS.

- Revisión y enriquecimiento de las nociones de área y perímetro y sus propiedades
- Determinación del área de figuras dibujadas sobre papel cuadriculado o milimétrico

- Unidades para medir longitudes y distancias, áreas y superficies.
- Cálculo de áreas de cuadrados, rectángulos, triángulos rectángulos y de figuras compuestas por las anteriores.
- Conocimiento y aplicación de las fórmulas compuestas por las anteriores.
- Conocimiento y aplicación de las fórmulas para calcular la longitud de la circunferencia y el área del círculo.
- Uso de una tabla de fórmulas para calcular el área de otras figuras usuales.

SOLIDOS

Familiarización con los sólidos comunes a través de actividades que favorezcan:

- La construcción y manipulación de modelos de sólidos
- La observación de las singularidades y diferencias existentes entre los diferentes tipos de sólidos comunes
- La observación y enunciado de las características de los poliedros (forma de las caras; número de las caras, vértices y aristas)
- Desarrollo, armado y representación plana de cubos, paralelepípedos rectos y sólidos formados por la

- combinación de los anteriores.
- . Revisión y enriquecimiento de las nociones de volumen y capacidad y sus propiedades. Unidades para medir volúmenes y capacidades.
 - . Cálculo de volúmenes y superficies laterales de cubos paralelepípedos rectos" (11).

Estos son los contenidos educativos que se enseñan en primer grado de Secundaria los cuales desarrollan básicamente lo que es la Geometría Plana y la Geometría Espacial.

Ambas Geometrías se vienen estudiando desde el nivel preescolar y nivel primaria, la diferencia en cada nivel, es la profundidad y la complejidad que tienen los contenidos. La adquisición de conocimientos básicos de estas Geometrías, (longitud, anchura y altura) forman la base para la comprensión y entendimiento de otras geometrías, por ejemplo, la Geometría Analítica, Geometría Descriptiva y otras más, las cuales están presentes en los programas de los niveles escolares superiores.

2.4 RELACION QUE GUARDAN LOS CONTENIDOS DEL 1er. GRADO DEL NIVEL SECUNDARIA Y LAS OPERACIONES FORMALES.

Los contenidos del programa oficial de matemáticas del área de geometría, presentan una dosificación en función del nivel de desarrollo del educando, así como un carácter fundamental dentro del campo de conocimiento de esta área.

En el primer año de secundaria, el estudio de la Geometría se profundiza; el lenguaje es más técnico y los problemas a resolver presentan un grado de abstracción mayor por parte del alumno.

En el nivel primaria, los alumnos se percataban de ciertas propiedades de las figuras y cuerpos geométricos simplemente por la observación, esto era verificable mediante experiencias fáciles o aplicaciones al tacto, pero estas figuras presentan otras propiedades que no son tan fáciles de reconocer y requieren de la aplicación de fórmulas para conocerlas. Por lo que en primer grado de secundaria el alumno ya aprendió los conocimientos como: El dibujo y los trazos geométricos con el cual puede realizar fácilmente, alguna figura geométrica a partir de la observación, pues ya ha adquirido el manejo de la regla graduada, el compás y las escuadras; instrumentos indispensables para elaborar figuras geométricas.

El alumno deberá ampliar su razonamiento al tratar de reproducir figuras o cuerpos geométricos, ya que algunas de estas figuras no están presentes, sino son imágenes representadas en su mente, las cuales pueden o no existir en la vida real.

Es necesario que el alumno conozca las dimensiones de los objetos (plana y espacial) para resolver cualquier problema aplicado a un cuerpo geométrico, se requiere de un conocimiento previo a éste, además de aplicar un razonamiento deductivo ya que el alumno deberá elegir primero la fórmula (s) que lo llevará a resolver dicho ejercicio, y además de hacer la sustitución de literales que le permitirán llegar a la incógnita que presenta el problema. Esto implica el manejo de las estructuras de reciprocidad, que ahora es aplicada a un caso concreto.

En general los contenidos son apropiados y adecuados para el aprendizaje de la Geometría, pero hay que resaltar que su aprendizaje depende en buena medida del diseño de actividades que promuevan la construcción de conceptos a partir de experiencias concretas para que al alumno le sean de utilidad para resolver situaciones problemáticas que se le planteen

Por lo que podemos concluir que es necesario que el alumno haya completado las estructuras de la etapa de las operaciones concretas para pasar a la etapa de las operaciones formales y aprenda los contenidos de la geometría de primer año de secundaria.

NOTAS BIBLIOGRAFICAS
CAPITULO II

- (1) Manuel María Contreras, Tratado de Geometría Elemental p. 10
- (2) J. A. Baldor, Geometría Plana y Geometría Espacial, p. 17
- (3) Felipe de Jesús Landaverde, Curso de Geometría para Secundaria y preparatoria, p. 4
- (4) J. E. Thomson, Introducción a la Geometría, p. 20
- (5) Jorge Networth, Eugenio D. Smith, Geometría plana y del espacio, p. 1
- (6) Luigi Campadelli, Fantasía y lógica en la matemática, p18.
- (7) Secretaria de Educación Pública, Programa de educación Preescolar, p. 35
- (8) Op. Cit.
- (9) IDEM p. 40
- (10) Secretaria de Educación Pública. Programa de educación básica, nivel Primaria, pag. 52
- (11) Secretaria de Educación Pública, Programa de educación básica, nivel Secundaria, p. 57

III. IMPORTANCIA DE LAS "OPERACIONES FORMALES" EN EL APRENDIZAJE DE LA GEOMETRIA.

La Geometría es quizá el área que más interesa al niño ya que sin saberlo, la realiza en muchos juegos, como son: "avión", "stop", "cuadro".

Bien enseñada, puede estimular el interés de los alumnos al ver, con nuevos ojos la realidad que lo rodea; además de proporcionarle oportunidades imaginativas y creativas a través del conocimiento de las figuras y cuerpos geométricos que son parecidas a los objetos de su medio.

3.1. DESARROLLO DEL APRENDIZAJE DE LA GEOMETRIA EN LAS ETAPAS ANTERIORES A LA ETAPA DE LAS OPERACIONES FORMALES.

La etapa de las Operaciones Formales es la cuarta etapa del desarrollo cognoscitivo del niño según Jean Piaget. Pero como anteriormente se ha mencionado estas etapas se han ido desarrollando jerárquicamente, lo que permite una continuidad, por ello se retomarán elementos importantes que se desarrollan en cada etapa para la comprensión de la geometría.

3.1.1. Pensamiento Geométrico en el niño

El pensamiento geométrico en el niño comienza a partir de la conciencia del propio cuerpo. El niño obtiene la primera noción espacial de un objeto al reconocer su cuerpo, conoce los objetos alcanzándolos y tocándolos y su espacio se reduce hasta donde están los que puede tocar. Este primer acercamiento con el mundo que le rodea, le hará llegar a la construcción de innumerables conocimientos que le permitirán adquirir un concepto de espacio.

Este pensamiento comienza en el niño a partir de la conciencia de su propio cuerpo.

El niño desarrolla una actividad perceptiva por medio de la observación de imágenes, en ese momento se establece un vínculo, entre éstas y otras actividades que realiza, con esto, se desarrolla la capacidad para percibir formas espaciales y recordarlas por medio de imágenes .

En suma, la actividad perceptiva consiste en exploraciones visuales y táctiles (sensorio-motor) que permitirán al niño obtener la representación del objeto.

A medida que estas representaciones imaginativas se hacen consecutivas, el niño se va acercando al pensamiento geométrico y conforma la base del pensamiento representativo, es decir aquél que le permite construir y transformar figuras espaciales y con ello, llegar al manejo de objetos y figuras.

Desde pequeño el niño conoce por intuición las formas fundamentales de su entorno (redondo-cuadrado, recto-curvo, quebrado-ondulado, etc.), motivo por el cual experimenta un pensamiento geométrico, el cual es "en esencia un sistema de operaciones interiorizadas.

La imagen que brota de la actividad perceptiva adquiere la capacidad de servir como soporte al razonamiento espacial". (1)

Las imágenes de las figuras espaciales y las operaciones mentales (coordinaciones de esquemas secundarios, reacciones circulares terciarias, interiorización de los esquemas, solución de problemas) realizados con figuras, son necesarias para el pensamiento geométrico. Para Piaget los conceptos espaciales resultan de la interiorización de las acciones más que de las imágenes de las cosas o acontecimientos.

3.1.2 Intuición Geométrica

La intuición geométrica, "es de naturaleza principalmente operatoria, y si se acompaña con representaciones por imágenes más o menos adecuadas, ello ocurre en virtud de la homogeneidad, espacial para el espacio, que existe entre los significados simbólicos visuales y los significados espaciales" (2); por tanto, la intuición geométrica va más allá de las imágenes, aunque estas servirán de apoyo al

razonamiento espacial y geométrico. Las intuiciones son estructuras básicas del razonamiento para llegar posteriormente a las demostraciones .

Las intuiciones geométricas y de la imagen, están limitadas por los marcos de la "percepción", ésta tiene que involucrar una actividad concreta sobre los objetos del espacio físico.

3.1.3. Desarrollo del concepto de espacio en los niños .

Las primeras relaciones espaciales que los niños pueden representar mentalmente, son aquéllas que se refieren a las características de la realidad circundante, como son: la proximidad, la separación, el orden o sucesión espacial, la continuidad de líneas y superficies. Estas se obtienen a partir de la adquisición de nociones, tales como "dentro-fuera", "adelante-atrás", "antes y después"; a partir de estas nociones, el niño puede concebir el mundo geométrico como una realidad objetiva. Esta realidad se aprende a partir de la experiencia y la intuición, para después descubrir el mundo geométrico.

Desde su interior, el niño construye su conocimiento geométrico por medio de actividades físicas y mentales que realiza al interactuar con su entorno. Este proceso se logra por diferenciación y coordinación de estructuras cognoscitivas, previamente construidas.

3.2 IMPORTANCIA DE TOMAR EN CUENTA LAS OPERACIONES FORMALES PARA EL APRENDIZAJE DE LA GEOMETRIA.

El preadolescente, en la etapa de las Operaciones Formales desarrolla estructuras que son fundamentales para la construcción del conocimiento geométrico; éste, se construye a partir de la formación del concepto de espacio y la abstracción como proceso fundamental en el aprendizaje de la geometría.

3.2.1 Formación del concepto de la Geometría en el preadolescente

El dominio conceptual es un conjunto de conocimientos elaborados y sistematizados a partir de los objetos de estudio; éste es importante para elaborar cualquier ciencia de manera que pueda comprenderse y hacer su manejo más accesible.

La formación de conceptos fundamentales sobre la geometría permite que el preadolescente entienda el estudio de su espacio; el proceso de adquisición de los conceptos es paulatino. Los conceptos de distancia, profundidad, longitud, medida, etc., se desarrollan lentamente y van de lo concreto a lo abstracto.

El grado de abstracción posible en el preadolescente depende

del grado de experiencia y de la cantidad de significados que reúna alrededor de un símbolo determinado; esto le ayudará para llegar a la elaboración de conceptos por sí mismo; por ejemplo; la longitud, la distancia, el volumen, la superficie. Una vez que el individuo ha adquirido el concepto de la longitud, desarrolla espontáneamente el concepto de la medición.

La medida empieza por una partición de lo continuo y un ajuste de las partes; en el niño se manifiesta como una "síntesis del desplazamiento" y como una "adición partitiva", (ambas manifestadas en la estructura de la seriación) durante la etapa preconceptual, con estas estructuras el alumno al comparar la medida de una dimensión con otra, llega a la realización de una operación abstracta.

3.2.2 La abstracción como proceso fundamental para el aprendizaje de la Geometría.

La geometría se distingue como la disciplina más apropiada para desarrollar la capacidad de razonamiento del alumno, así como para incrementar su capacidad deductiva; el preadolescente de 11 a 12 años (etapa formal) ha alcanzado, en este momento, el nivel de abstracción necesario para el manejo de conceptos geométricos.

La geometría ayuda gradualmente a perfeccionar la lógica del alumno proporcionando una herramienta educativa importante para la toma de conciencia respecto a la utilidad y a la realización de las demostraciones, desarrollando así, el hábito del razonamiento formal.

Este proceso deductivo es favorable para la aplicación del razonamiento y el desarrollo de la precisión en la manera de pensar. El proceso de deducción o razonamiento deductivo, se basa en los principios de la lógica adecuadamente reunidos y coordinados entre sí, y parte de proposiciones generales. Esto es importante para la construcción del conocimiento del mundo geométrico, que se inicia a partir de la producción de estructuras mentales, por lo cual, la geometría es una ciencia hipotético- deductiva, considerada como conjunto de las deducciones (teoremas) que sirven al alumno para llegar a la demostración de problemas que éste se plantea .

Lo anterior está muy ligado a la formación de las experiencias lógico-matemáticas, las cuales no se obtienen a partir de los objetos físicos, sino a partir de las propias acciones que el sujeto ejerce sobre ellos.

Las experiencias lógico-matemáticas son la preparación necesaria para llegar al proceso deductivo, por dos razones: la primera se debe a que las operaciones mentales o intelectuales que intervienen en estas deducciones ulteriores, se derivan justamente de las acciones; la

segunda, tanto las acciones y las experiencias lógico-matemáticas dan lugar, al interiorizarse, a la formación de una variedad particular de abstracción que corresponde a la abstracción lógico-matemática.

3.3 EL APRENDIZAJE DE LA GEOMETRIA Y SU CORRELACION ACADEMICA.

3.3.1 Con otras asignaturas del plan de estudios.

La correlación del aprendizaje de la geometría con las asignaturas del plan de estudios del nivel secundaria, se da de forma, directa e indirecta.

La primera es aquella en la que los conocimientos de Geometría se pueden aplicar directamente para el aprendizaje de otra asignatura o área de estudio, como es el caso de la Geografía. Con esta asignatura existe un nexo natural, ya que se tienen que tener conocimientos de geometría para realizar el trazado de planos y mapas, así como para trazar las longitudes y latitudes.

Otra asignatura es Educación Física, donde el alumno aplica sus conocimientos al identificar formas geométricas en las "canchas deportivas", por ejemplo, líneas, rectángulos, circunferencias, etc.

La segunda consiste en desarrollar un pensamiento lógico-deductivo, que pueda aplicarse a todo conocimiento que el alumno adquiera.

3.3.2 Con diferentes profesiones

Debido a que su conocimiento se refiere a diversas actividades, la geometría es de gran eficacia para otras áreas, por ejemplo, observando en cualquier parte de nuestro alrededor, podemos encontrar su utilidad: el armazón de un edificio, un cable de luz, una alberca, etc.

El dibujante, el fabricante de herramientas, el carpintero, el artesano, deben tener un mínimo de conocimientos de la geometría .

Los ingenieros y arquitectos deben saber bastante de geometría, así como de todas las ramas de las matemáticas. La geometría es un prerequisite para el estudio de la física y otras ramas de la ciencia; ésta es un instrumento básico para la comprensión de la termodinámica, en los problemas donde intervienen matrices las cuales es necesario abordarlas a partir de la geometría.

El geógrafo aplica la geometría en el trazado de planos y mapas con longitudes y latitudes.

Una área importante de esta ciencia es la geometría afin (es la parte de la geometría que estudia las figuras

semejantes), ésta se enseña en niveles superiores, pero necesariamente deben poseerse los conocimientos básicos para comprenderla y aplicarla. Asimismo, la geometría puede ser útil para resolver problemas de física en los que intervienen matrices.

Otras áreas importantes de la geometría es la trigonometría, la cual es indispensable a tres profesionistas; Los astronautas, Los agrimensores, y los autores de manuales de trigonometría; y el cálculo integral éste último constituye la estructura fundamental de la matemática moderna y la topología.

El aprendizaje de la geometría constituye la base de una serie de conocimientos que serán utilizados posteriormente en el desarrollo de disciplinas de gran importancia en la ciencia, así también son utilizados en la vida cotidiana, en la interacción que tiene el individuo con su medio, al conocer la situación de determinado objeto que ocupa un lugar en el espacio.

NOTAS BIBLIOGRAFICAS

CAPITULO III

(1) k. Lovell, Desarrollo de los Conceptos Básicos matemáticos y científicos en el niño, p. 124

(2) Aebli Hans, Una didáctica fundada en la Psicología de Jean Piaget, Kapeluz, p. 189

(3) Emma Castelnuovo, Didáctica de la matemática moderna, p.84

SUMARIO CONCLUSIVO

- El proceso intelectual del individuo, en la teoría de Jean Piaget, se desarrolla con la sucesión jerárquica de cuatro etapas, Sensorio-motriz, Preoperatorias, Operaciones Concretas y Operaciones Formales; la cuales tienen una secuencia lógica y continua en las estructuras del pensamiento del individuo, desde que nace hasta la adolescencia.

- En la última etapa que va de la edad de los 11 a 14 años aproximadamente, (Operaciones Formales), el individuo concreta diversas estructuras mentales que le permiten desarrollar la capacidad de razonar sobre enunciados, hipótesis y representaciones de objetos, lo que hace posible llegar a la comprensión de conocimientos abstractos.

- La Geometría tiene por objeto estudiar las propiedades de formas y figura geométricas, así como la medida de su extensión; está presente en el programa Oficial de 1er. año de Secundaria, por su gran valor educativo, porque con su aprendizaje, el alumno desarrollará un razonamiento lógico-deductivo que le permitirá llegar al conocimiento de su entorno.

- En los programas escolares de los niveles preescolar y primaria, se encuentran presentes los contenidos de Geometría. En el nivel preescolar, el niño desarrolla nociones fundamentales con las cuales el niño se acerca a las formas y figura geométricas. En primaria los contenidos se desarrollan a partir de el dibujo y los trazos geométricos, la medición y el cálculo de figuras y cuerpos geométricos. Estos contenidos son básicos en la geometría plana y del espacio; geometrías que el alumnos de 1er. grado de secundaria tiene que manejar y ampliar en este nivel.

- Para la comprensión de los conocimientos geométricos, de 1er. grado de Secundaria es necesario que el alumno haya llegado a la concreción de estructuras mentales señaladas por Piaget como son: la combinatoria, la reversibilidad, las nociones de proporción, entre otras, fundamentales para que el alumno llegue a la abstracción, que es una forma de pensamiento fundamental en el aprendizaje de la geometría.

- El alumno llega a la formación de conceptos geométricos, como la distancia, la profundidad, la longitud, a partir de la conformación de las estructuras mentales también concebidas por Piaget como: la seriación, combinación recíproca, así también por la experiencia que éste requiera con el manejo de diferentes significados que simbolizan figuras y cuerpos geométricos.

- Es importante que el alumno de 1er. grado de Secundaria adquiera los conocimientos básicos de la Geometría, por que, con su aprendizaje, desarrollará un razonamiento lógico-deductivo, además de aplicar sus conocimientos para comprender otras asignaturas de éste nivel y niveles superiores.

B I B L I O G R A F I A

L I B R O S

- BANG, U. Greco P., Grize J. B. , Et. al. Epistemología del espacio. Buenos Aires, Ateneo, 1971, 289 p.
- BEARD M. Ruth. Psicología Evolutiva de Piaget. Buenos Aires, Kapeluz, 1971, 127 p.
- CAMPEDELLI Luigi. Fantasia y lógica en la matemática. Barcelona, Labor, 1970, 135 p.
- CASE Robbie. Desarrollo Intelectual del nacimiento a la edad madura. Buenos Aires, Paidós, 1989, 135 p.
- CASTELNUOVO Emma. Didáctica de las matemáticas modernas. 2a. ed., México, Trillas, 1990, 210 p.
- CEDILLO Avalos, Tenoch Esau. Geometría. México, SEP, 1982, 209 p.
- COMAS Margarita. Metodología de la aritmética y la geometría. Buenos Aires, Losada, 1965, 105 p.
- CONTRERAS Maria Manuel. Geometría Elemental. 5a. ed., México, s.e., 1988, 219 p.
- CUEVAS Aguilar Silvia. Didáctica de la Aritmética y la geometría. México, Oasis, 1965, 205 p.
- DIENES Z. P., Goldines E. Los primeros pasos matemáticos. Tomo 1, 3er. ed., s. e., TAIDE, 1971, 116 p.
- ELKIND David. El niño y la realidad, tres aspectos del desarrollo. Barcelona, Paidós, 1981, 123 p.
- FURTH G. Hans. Ideas de Piaget. Buenos Aires, kapeluz, 1974, 171 p.
- GINSBUR Herbert, Opper Silvia. Geometría. España, Prentice/Hall International, 1977, 225 p.
- GLOSER Robert. Geometría del Espacio. Barcelona, Labor, 1964, 146 p.

- HANS Aebli. Una Didáctica Fundada en la psicología de Jean Piaget. Buenos Aires, Kapeluz, 1968, p. 189
- HOLLOWAY G. E. T. Concepción de la Geometría en el niño, según Jean Piaget. Buenos Aires, Paidós, 1969, 106 p.
- HOWARD Eves. Estudio de las Geometrías. Tomo 1, México, UTEHA, 1969, 471 p.
- LANDAVERDE Jesús Felipe de. Curso de Geometría para Secundaria y preparatoria. México, Progreso, 1995, 390 p.
- LOVELL K. Desarrollo de los conceptos básicos matemáticos y científicos en los niños. 5a. ed., Madrid, Morata, 1986, 151 p.
- OHMER, M. Merlin. Geometría elemental para maestros. México, Trillas, 1976, 162 p.
- PALMER Schacht Nichols. Geometría Moderna. 10a. ed., México, Continental, 1989. 575 p.
- PANSZA González Margarita. Las Aportaciones de Jean Piaget, al análisis de las disciplinas en el curriculum. 2a. ed, México, UNAM, 1989, 125 p.
- PIAGET Jean. Estudios de Psicología Genética Buenos Aires, EMECE, 1973, 153 p.
- PIAGET Jean. La Formación de Símbolo en el niño. 2a. ed., México, Fondo de Cultura económica, 1992, 371 p.
- PIAGET Jean. La Construcción del número en el niño. Barcelona, Crítica, 353 p.
- PIAGET Jean, Inhelder, B. De la lógica del niño a la lógica del adolescente. Buenos Aires, Paidós, 1955,
- PIAGET Jean, Choquet G., Diudoné J., Et al. La enseñanza de las matemáticas modernas. 3a.ed., Madrid, Alianza editorial, 1983, 335 p.
- PIAGET Jean, Wertheimer Mer, Wood Worth, Et. al. Investigaciones sobre la lógica y la psicología. Madrid, Alianza editotial, 1977, 295 p.
- PULANSKI S. Mary Ann. Para comprender a Piaget. Barcelona, Península, 1975, 234 p.

- HANS Aebli. Una Didáctica Fundada en la psicología de Jean Piaget. Buenos Aires, Kapeluz, 1968, p. 189
- HOLLOWAY G. E. T. Concepción de la Geometría en el niño, según Jean Piaget. Buenos Aires, Paidós, 1969, 106 p.
- HOWARD Eves. Estudio de las Geometrías. Tomo 1, México, UTEHA, 1969, 471 p.
- LANDAVERDE Jesús Felipe de. Curso de Geometría para Secundaria y preparatoria. México, Progreso, 1995, 390 p.
- LOVELL K. Desarrollo de los conceptos básicos matemáticos y científicos en los niños. 5a. ed., Madrid, Morata, 1986, 151 p.
- OHMER, M. Merlin. Geometría elemental para maestros. México, Trillas, 1976, 162 p.
- PALMER Schacht Nichols. Geometría Moderna. 10a. ed., México, Continental, 1989. 575 p.
- PANSZA González Margarita. Las Aportaciones de Jean Piaget, al análisis de las disciplinas en el currículum. 2a. ed, México, UNAM, 1989, 125 p.
- PIAGET Jean. Estudios de Psicología Genética Buenos Aires, EMECE, 1973, 153 p.
- PIAGET Jean. La Formación de Símbolo en el niño. 2a. ed., México, Fondo de Cultura económica, 1992, 371 p.
- PIAGET Jean. La Construcción del número en el niño. Barcelona, Crítica, 353 p.
- PIAGET Jean, Inhelder, B. De la lógica del niño a la lógica del adolescente. Buenos Aires, Paidós, 1955,
- PIAGET Jean, Choquet G., Diudoné J., Et al. La enseñanza de las matemáticas modernas. 3a.ed., Madrid, Alianza editorial, 1983, 335 p.
- PIAGET Jean, Wertheimer Mer, Wood Worth, Et. al. Investigaciones sobre la lógica y la psicología. Madrid, Alianza editotial, 1977, 295 p.
- PULANSKI S. Mary Ann. Para comprender a Piaget. Barcelona, Península, 1975, 234 p.

- TOMPSON J. E. Introducción a la Geometría. 2a. ed., México, Hispano América, 1967, 347 p.
- VERA Francisco. Breve Historia de Geometría. 2a.ed. Buenos Aires, Losada, 1963, 197 p.
- WENTWORTH Jorge. Geometría plana y del espacio. 8a. ed., México, Porrúa, 1979, 460 P.

D O C U M E N T O S

- Estudios en educación matemática. UNESCO, Morris, Vol.5, 1986, 332 p.
- Secretaria de Educación Pública, Programa de Educación Preescolar, México, 1992, 90 p.
- Secretaria de Educación Pública, Programa de Educación Básica, nivel Primaria, México, 1994, 164 p.
- Secretaria de Educación Pública, Programa de Educación Básica, nivel Secundaria, México, 1994, 190 p.

R E V I S T A S

- RODOLFO Méndez Balderas, "Enseñanza de la geometría en un quinto grado", en Revista Pedagógica, Vol. 7, No. 21, Enero-Junio, 1991, PAG. 19-26
- RIVEROS, Rojas Martha, Zanoocco Soto Marta, "La Enseñanza de la Geometría en la educación básica", en Revista educación, Vol. 1, No. 130, 1983, pag. 44-46.
- MIRANDA A. I., "Algunas reflexiones sobre la enseñanza de la Geometría", en Revista Aula Abierta, No. 46, 1986, pag. 137-143.
- EMILIO Luis, "La Geometría en la enseñanza", en Revista del Colegio de Bachilleres, Vol. 1, No. 3, 1979, pag. 115-130.

A N E X O

PROGRAMA DE MATEMATICAS DE 1er. GRADO DE SECUNDARIA

ESTA TESIS NO DEBE
SALIR DE LA BIBLIOTECA

Programas

Primer grado

Temas de aritmética

Los números naturales y sus operaciones

- Lectura y escritura de números naturales
 - Orden y comparación
 - Ubicación en la recta numérica
- Operaciones con naturales
 - Problemas y aplicaciones diversas
 - Práctica del cálculo mental y la estimación de resultados
 - Revisión de los algoritmos, verificaciones
- Múltiplos y divisores de un número
 - Criterios de divisibilidad usuales (entre 2, 3, 5 y 9)
 - Escritura de un número terminado en "ceros" como el producto de un natural por 10, 100, 1000...
- Cuadrados y cubos de números
 - Cuadrados perfectos y raíz cuadrada
 - Uso de una tabla de cuadrados y de la calculadora

para obtener la parte entera de la raíz cuadrada de un número

- Problemas variados de conteo
 - Uso de diagramas de árbol
 - Arreglos rectangulares (cartesianos)

Sistemas de numeración

- Ejemplos para ilustrar:
 - La evolución de los sistemas de numeración: sistemas egipcio, romano, maya, etcétera; su razón de ser y los principios en los que se basaban
 - La escritura de números en sistemas posicionales con base distinta de diez (por ejemplo, escritura de los primeros números naturales con base de dos)

Los decimales y sus operaciones

- Revisión de la noción de número decimal
 - Uso en la medición y otros contextos familiares
 - Lectura y escritura, orden y comparación
 - Ubicación en la recta numérica
- Fracciones decimales: escritura en forma de fracción de un decimal finito y, recíprocamente, escritura decimal de fracciones decimales
- Operaciones con decimales
 - Problemas y aplicaciones diversas
 - Práctica del cálculo mental y la estimación de resultados
 - Revisión de los algoritmos, verificaciones
- Cálculos con números truncados y redondeados para aproximar o estimar un resultado o para controlar el resultado obtenido en una calculadora

Fracciones

- Revisión de la noción de fracción, sus usos y significados en diversos contextos
- Paso de fracciones a decimales, aproximaciones decimales al valor de una fracción
- Fracciones reducibles e irreducibles
 - Simplificación de fracciones
 - Conversión de dos fracciones a un común denominador
- Comparación de fracciones previa reducción a un común denominador o realizando la división a mano o con calculadora
- Suma y resta de dos fracciones

Proporcionalidad

- Ejemplos para introducir la noción de razón entre dos cantidades y su expresión por medio de un cociente
- Cálculos con porcentajes y sus aplicaciones en la vida cotidiana
 - Por ejemplo, cálculo del 10%, 15%, 25% etcétera, de una cantidad
 - Elaboración de tablas de aumentos y descuentos en un porcentaje dado (multiplicación por un factor constante en la calculadora)
- Tablas de números o cantidades que varían proporcionalmente
 - Ejemplos diversos
 - Constante o factor de proporcionalidad
- Problemas de variación proporcional directa

Números con signo

- Ejemplos para introducir los números con signo
 - Ubicación en la recta numérica
 - Simétrico y valor absoluto de un número
 - Orden en la recta numérica
- Suma y resta de números con signo. Uso de la calculadora (teclas +/-, M+ y M-)

Preálgebra

- Jerarquía de operaciones y uso de paréntesis en la aritmética
- Iniciación al uso de literales
 - Fórmulas de geometría; problemas que llevan a la escritura de expresiones algebraicas sencillas
 - Primeras reglas de la escritura algebraica (por ejemplo, $2a$ en lugar de $a + a$ o $2 \times a$; ab en lugar de $a \times b$; a^2 en lugar de $a \times a$ o aa)
 - Construcción de tablas de valores a partir de fórmulas o expresiones algebraicas
- Operaciones asociadas: suma y resta; multiplicación y división. Ecuaciones de un paso del tipo:

$$237.45 + \dots = 513.25$$

$$809.60 - \dots = 579.85$$

$$45 \times \dots = 325.5$$

Temas de geometría

Dibujo y trazos geométricos

- Uso de la regla graduada, el compás y las escuadras
 - Reproducción y trazado de figuras, diseños y patrones geométricos

- Familiarización con los trazos y el vocabulario básico de la geometría
- Trazado y construcción de las figuras básicas, de perpendiculares y paralelas
- Uso del transportador en la medición de ángulos y para la reproducción y trazado de figuras

Simetría axial

- Observación, enunciado y aplicación de las propiedades de simetría axial de una figura a partir de situaciones que favorezcan las manipulaciones, el dibujo y la medición
 - Determinación y trazado de los ejes de simetría de una figura, en particular, de las figuras usuales
 - Aplicaciones a la solución de problemas y en la construcción y trazado de mediatrices y bisectrices

Medición y cálculo de áreas y perímetros

- Revisión y enriquecimiento de las nociones de área y perímetro y sus propiedades
- Determinación del área de figuras dibujadas sobre papel cuadriculado o milimétrico
- Unidades para medir longitudes y distancias, áreas y superficies
- Cálculo de áreas de cuadrados, rectángulos, triángulos rectángulos y de figuras compuestas por las anteriores
- Conocimiento y aplicación de las fórmulas para calcular la longitud de la circunferencia y el área del círculo

- Uso de una tabla de fórmulas para calcular el área de otras figuras usuales

Sólidos

- Familiarización con los sólidos comunes a través de actividades que favorezcan:
 - La construcción y manipulación de modelos de sólidos
 - La observación de las similitudes y diferencias existentes entre los diferentes tipos de sólidos
 - La comprensión y uso adecuado de los términos y el lenguaje utilizado para describir los sólidos comunes
 - La observación y enunciado de las características de los poliedros (forma de las caras; número de caras, vértices y aristas)
- Desarrollo, armado y representación plana de cubos, paralelepípedos rectos y sólidos formados por la combinación de los anteriores
- Revisión y enriquecimiento de las nociones de volumen y capacidad y sus propiedades. Unidades para medir volúmenes y capacidades
- Cálculo de volúmenes y superficies laterales de cubos y paralelepípedos rectos

Presentación y tratamiento de la información

- Lectura y elaboración de tablas y gráficas:
 - Construidas a partir de un enunciado, de situaciones extraídas de la geometría (por ejemplo,

variación del área de un cuadrado al cambiar las longitudes de sus lados), de la física, de datos recolectados por los alumnos

- De uso común en la estadística, la economía, las diversas ciencias y en la vida cotidiana
 - Uso del papel milimétrico en la elaboración de tablas y gráficas
- Utilización de una tabla o de una gráfica para explorar si dos cantidades varían proporcionalmente o no
 - Ejemplos para ilustrar el uso de razones y porcentajes en la presentación de información

Probabilidad

- Actividades y problemas que favorezcan:
 - El registro y tratamiento, en situaciones sencillas, de los resultados de un mismo experimento aleatorio que se repite varias veces
 - La exploración y enumeración de los posibles resultados de una experiencia aleatoria
 - La estimación y comparación de probabilidades en situaciones diversas, en forma empírica o teórica
 - La familiarización con algunas de las situaciones ideales de la probabilidad: volados, lanzamientos de dados, rifas, ruletas, extracciones de una urna, etcétera
 - La apropiación gradual del vocabulario empleado en la probabilidad: resultados posibles, casos favorables, etcétera
- Uso de diagramas de árbol y arreglos rectangulares en la enumeración de los posibles resultados de una

experiencia aleatoria (resultados de dos o tres volados consecutivos, lanzamiento de dos dados, etcétera)

- Expresión de la probabilidad de un evento como una fracción, un decimal y un porcentaje