

36  
Zejeun



**UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTONOMA DE MEXICO**

**FACULTAD DE INGENIERIA**

**EFICIENCIA DEL CICLO DE CARNOT DIRECTO  
CON TERMODINAMICA DE TIEMPO FINITO**

**T E S I S**

Que para obtener el Título de  
**INGENIERO MECANICO ELECTRICISTA**

**( AREA MECANICA )**

p r e s e n t a n

**OSCAR ELADIO BAUTISTA GODINEZ  
OSCAR ISAAC DE LA PAZ GOMEZ**



Director de Tesis: **DR. FEDERICO MENDEZ LAVIELLE**

**México, D. F.**

**1995**

**FALLA DE ORIGEN**

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**A mis padres Eladio y Tomasa.  
A mis hermanos Tomás, Gustavo y Flor del Carmen  
Agradezco infinitamente todo el esfuerzo y apoyo  
que me han brindado para poder lograr uno de nuestros  
objetivos.**

**De igual forma, agradezco a todas aquellas  
personas que me han brindado su apoyo incondicional.**

**Para tí, Lilia.**

**Oscar Eladio Bautista Godínez**

**A México, por haber nacido mexicano y tener una gran universidad como lo es la UNAM.**

**A mi esposa Sandra, quien siempre me ha impulsado para seguir adelante.**

**A mi hijo Oscar, para ser un ejemplo a seguir.**

**A mi madre, por enseñarme el valor de las cosas así como la perseverancia para lograrlas.**

**A mis hermanos Victor, Gustavo, Enrique y Javier, a mis amigos y compañeros Alfredo, Luis, Rocío, Juanjo y Toño, a todos los profesores con los que algunas vez tome clases, por darme su apoyo y consejo cuando lo llegué a necesitar, además de enseñarme que nunca se deja de aprender.**

**A todos aquellos que directa o indirectamente participaron en la gestión, desarrollo y culminación del presente escrito, mil gracias por su valiosa colaboración.**

**Oscar Isaac De la Paz Gómez**

**Agradecemos al Dr. Federico Méndez Laville,  
director de tesis por su ayuda incondicional para poder  
llevar a cabo el presente escrito.**

**Oscar Eladio Bautista Godínez  
Oscar Isaac De la Paz Gómez**

**Eficiencia  
del ciclo de  
Carnot directo  
con termodinámica  
de tiempo finito**

# ÍNDICE

<b>I. INTRODUCCIÓN</b>	<b>1</b>
<b>II. ANTECEDENTES</b>	<b>6</b>
II.1 Segunda ley de la termodinámica.	<b>6</b>
II.2 Máquina Térmica.	<b>8</b>
II.3 Máquinas térmicas reversibles e irreversibles.	<b>11</b>
II.4 Ciclo de Carnot.	<b>12</b>
<b>III. MODELO CLÁSICO DE LA TERMODINÁMICA DE TIEMPO FINITO.</b>	<b>17</b>
III.1 Termodinámica de tiempo finito.	<b>17</b>
III.2 Desarrollo del modelo.	<b>20</b>
<b>IV. MODIFICACIÓN DEL MODELO CLÁSICO.</b>	<b>27</b>
IV.1 Modificación del modelo por convección.	<b>27</b>
IV.2 Modificación del modelo por convección y radiación	<b>34</b>
<b>V. CONCLUSIONES.</b>	<b>41</b>
V.1 Resultados y conclusiones.	<b>41</b>
<b>VI. BIBLIOGRAFÍA</b>	<b>49</b>

## I. INTRODUCCIÓN

En la actualidad la humanidad vive tiempos de cambios rápidos y drásticos en todos sus ordenes.

Estamos en una Era donde la información es uno de sus principales signos, impulsando grandes avances tanto científicos como tecnológicos.

Se tiene la ventaja de que la cultura y educación ya no es privilegio de algunos cuantos, sino necesidad de todos, podemos cuestionar todas las ideas que se nos expongan, haciendo uso de nuestro libre albedrío.

Se siguen formulando nuevos conceptos y buscan nuevas teorías utilizando las nuevas herramientas con las que contamos sin dejar atras los métodos convencionales, que se han empleado durante tanto tiempos pero dandoles un enfoque diferente.

Sin embargo frente a esta revolución científica-tecnológica es notorio el rezago en la sociedad mexicana, sobre todo en las universidades. La capacidad de adoptar nuevas tecnologías ha dejado mucho que desear.

Nos ha tocado vivir en el momento histórico en el cual todos se han empezado a preocupar por el futuro de los recursos naturales, por la contaminación, por la utilización óptima de los combustibles fósiles cada vez más escasos.

De aquí en adelante la optimización de todos los procesos de producción y consumo de energía es obligado, si queremos seguir usando los tipos de energía convencionales, se debe de hacer más con menos.



Otra opción que se tiene es buscar fuentes alternas de energía, pero que tardarán todavía mucho tiempo para poder ser implantadas a gran escala, lo cual implica que hasta que esto suceda se tendrá que seguir utilizando los métodos convencionales de transformación de energía.

Todo esto contribuye a que se intenten mejorar las máquinas y equipos que consumen y producen energía, correspondiendo a los ingenieros y científicos la tarea de aprovechar mejor esta energía, teniendo como herramientas de trabajo las matemáticas, los fluidos, la termodinámica, etc.

La ingeniería, por lo tanto, está cambiando, pero no en su esencia, que es la de dar solución a las necesidades del hombre, sino en la forma en que les da solución, poco a poco se van acabando las pruebas con modelos reales, ahora se hacen simulaciones en computadora, cambiando únicamente las variables convenientes, que intervienen en un problema dado.

Es por ello que el hombre debe de ir desarrollando métodos de cálculo que le permitan llegar a resultados convincentes de una manera rápida y precisa sin tener la necesidad de ejecutar métodos complejos, es decir, lo que importa es el fin que se persigue no importando la forma en que se llegue a ellos.

Desgraciadamente, en muchas ocasiones el hombre únicamente se basa en métodos de investigación, cálculo y desarrollo de sistemas sin tener en consideración que un problema a resolver puede tener infinidad de soluciones y que aquellos que son en cierta forma complicados de resolver y que requieren de mucho tiempo para su solución pueden llegar a ser resueltos de una manera fácil, rápida y precisa, siempre y cuando

se tengan los antecedentes adecuados pudiendo manejar y plantear metodologías de solución propias al problema en cuestión.

En las diversas ramas de la Ingeniería se encuentran con frecuencia conclusiones y resultados a problemas planteados que nos dictan únicamente un parámetro de comparación entre la realidad y la idealización, por desgracia en algunas ocasiones la comparación esta muy alejada de la realidad, por consiguiente, esta comparación no es de gran ayuda, por esta razón se deben de hacer modelos lo más apegados a la realidad, esto no siempre es posible ya que la modelación de fenómenos diversos se puede llegar a complicar de forma impresionante dando como resultado una tarea casi imposible de resolver.

Por otra parte cuando se lleva a cabo la modelación de ciertos fenómenos físicos tomando en cuenta las variables que intervienen directamente en mayor o en menor grado en el desarrollo del mismo, y analizando la interacción de éstos, podemos llegar a obtener modelos muy apegados a la realidad, los cuales nos dan un parámetro de comparación muy preciso y de gran ayuda para la solución de problemas.

Ejemplificando lo anterior se pueden citar ciertos modelos matemáticos muy sencillos los cuales son de gran utilidad en la vida práctica del Ingeniero, a saber: La segunda ley de Newton ( $F=ma$ ), la conservación de la energía ( $E = \frac{1}{2}mv^2 = mgh$ ), ley de Hook ( $F=kd$ ), entre otras.

Gracias a estos modelos es posible analizar problemas reales de una manera muy sencilla y práctica.

Como es sabido, dentro de la Ingeniería una de las ramas más complicadas de modelar es la de termofluidos debido a la gran diversidad de elementos que intervienen en la modelación.

Por todo lo anteriormente planteado, el presente escrito se enfoca hacia la termodinámica, en la cual surge la necesidad de tener modelos prácticos, sobre todo en el área de conversión de energía.

Analizando esta area es claro que uno de los parámetros de comparación entre los ciclos termodinamicos reales e ideales es la eficiencia de Carnot, el cual es el límite máximo de eficiencia al cual puede llegar a tener una máquina térmica, sin embargo hasta el momento este límite es inalcanzable por lo tanto, no es de gran utilidad en términos prácticos de Ingeniería, pero tiene la gran ventaja de que para aplicarla nos basta con conocer las temperaturas máxima y mínima de operación de una máquina térmica.

Viendo la utilidad práctica de la expresión de la eficiencia de Carnot y analizando su idealización se propone una replantación del análisis del ciclo de Carnot directo para tratar de obtener una expresión que proporcione un valor de eficiencia más apegado a la de ciclos termodinamicos reales, considerando las irreversibilidades que pudiera llegar a tener éste, así como también se considera el tiempo en el cual se lleva a cabo el mismo.

Como es sabido, la termodinámica clásica no considera el tiempo en que se llevan a cabo los procesos que componen un ciclo termodinámico, lo cual conlleva a resultados poco creíbles y a la vez contradictorios con respecto a los procesos reales. Debido a lo anterior se lleva a cabo un análisis del ciclo de Carnot clásico (ciclo directo) introduciendo en éste un parámetro importante, como lo es el tiempo.

El ciclo de Carnot como cualquier otro ciclo termodinámico se lleva a cabo en un periodo de tiempo determinado y no en un tiempo infinito como es considerado en la termodinámica clásica.

Otro aspecto importante que se considera en el presente análisis son los intercambios térmicos existentes entre las fuentes de alta y baja temperatura con la sustancia de trabajo, lo que significa que debe existir un gradiente de temperaturas entre estos elementos, que a diferencia del ciclo de Carnot clásico directo tales intercambios térmicos no existen debido a que las etapas donde se lleva a cabo la transferencia de calor, esta se lleva a cabo a temperatura constante, lo cual en la realidad es imposible, ya que para existir transferencia de calor debe de existir un gradiente de temperatura.

Es importante mencionar que el objetivo que se persigue con lo anteriormente mencionado es obtener una expresión de la eficiencia de la máquina térmica de Carnot, maximizando la potencia de salida que brinda la máquina térmica y observar cómo es afectada la eficiencia del ciclo de Carnot básico con las consideraciones hechas anteriormente; se llevará a cabo, también, una comparación de resultados obtenidos con el análisis de termodinámica de tiempo finito contra el ciclo de Carnot clásico analizado con termodinámica clásica.

## II. ANTECEDENTES.

### II.1 SEGUNDA LEY DE LA TERMODINÁMICA.

Uno de los intereses primarios del Ingeniero es el de transformar completamente cualquier tipo de energía (térmica, mecánica, elástica, etc.) en otro tipo de energía que le sea de mayor utilidad. Esto puede ser posible de acuerdo a la primera ley de la Termodinámica, la cual es una ley de la conservación de la energía aplicada a sus transformaciones. La primera ley permite la libre conversión de una forma de energía en otra, siempre y cuando se conserve la cantidad total, por ejemplo, esta ley no presenta restricción alguna en la conversión de trabajo en calor, o en su equivalente, de calor a trabajo. El punto importante es que la primera ley no impone restricción alguna a la dirección en que se lleva a cabo los procesos de conversión de energía. De tal forma, surge la segunda ley de la Termodinámica, la cual impone una restricción en las transformaciones de calor en trabajo por los dispositivos cíclicos.

La segunda ley de la termodinámica es un axioma que indica que todo proceso es degenerativo, a su vez esto implica que la energía térmica se degrada cuando se transfiere en forma de calor de una temperatura alta a otra mas baja. Entre otras formas de la degradación de la energía se incluyen las transformaciones de energía debido a efectos de fricción y resistencia térmica. Así, la segunda ley de la Termodinámica puede establecerse en diferentes formas, que proporcionan los lineamientos para la comprensión y análisis de efectos diversos, a saber:

**Axioma de Clausius.** *Es imposible que el calor pase, por si solo, desde una región de menor temperatura hasta otra de mayor temperatura.*

De lo anterior se desprende que el calor siempre fluye de mayor a menor temperatura .

**Axioma de Kelvin-Planck.** *Es imposible para cualquier dispositivo operar cíclicamente, producir trabajo, e intercambiar calor solamente con una región de temperatura constante.*

En consecuencia, toda máquina que opere cíclicamente y que produzca trabajo, no solamente debe de tomar calor de una región de alta temperatura, sino que también debe disipar una fracción de éste hacia una región de menor temperatura.

## II.2 MAQUINA TÉRMICA.

Una máquina térmica (fig. 2.1) es un dispositivo que opera cíclicamente y produce trabajo mientras intercambia calor a través de sus fronteras\*.



fig. 2.1 Diagrama de bloques de una máquina térmica

Donde:

$F_1$  = Energía calorífica de entrada

$T_1$  = Temperatura de la fuente de calor

$F_2$  = Energía calorífica rechazada al sumidero

$T_2$  = Temperatura del sumidero térmico

$W$  = Trabajo realizado por la máquina térmica.

---

\*La operación cíclica o continua implica que al cabo de un tiempo determinado, o periodo, la sustancia de trabajo que compone al sistema, recupera su estado inicial.

Como ejemplo de máquina térmica se puede citar a un dispositivo termoeléctrico, como se muestra en la fig. 2.2.

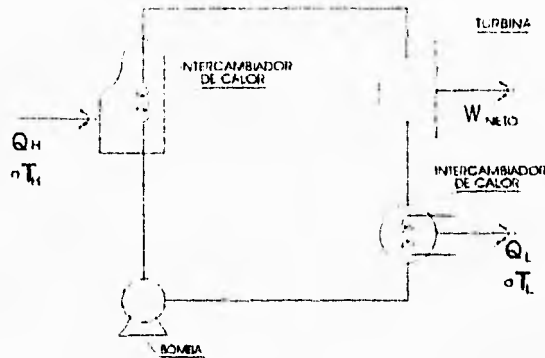


Fig. 2.2 Dispositivo termoeléctrico para la producción de potencia.

Para un sistema cerrado como el de la máquina térmica, el principio de la conservación de la energía es:

$$\Sigma Q + \Sigma W = \Delta U \quad (\text{II} - 1)$$

Así, para una máquina térmica que opera cíclicamente el valor de  $\Delta U = 0$ . Entonces, para cualquier tipo de máquina térmica con suministro de calor  $Q_H$  de una fuente a alta temperatura y una descarga de calor  $Q_L$  a un sumidero de baja temperatura se nota que:

$$Q_H + Q_L + W_{\text{neto}} = 0 \quad (\text{II} - 2)$$

$$|Q_H| - |Q_L| = W_{\text{neto}} \quad (\text{II} - 3)$$

El objeto de una máquina térmica es producir trabajo a partir de la energía que en forma de calor se agrega al sistema, de tal forma que un parámetro razonable para medir la efectividad de la conversión de calor a trabajo es la eficiencia térmica. Para



una conversión de calor a trabajo la eficiencia térmica  $\eta_t$  se define de la siguiente manera:

$$\eta_t = \frac{|W_{neto}|}{Q_{entra}} \quad (\text{II - 4})$$

Para una máquina térmica reversible (de Carnot) la eficiencia térmica del ciclo es:

$$\eta_t = \frac{|Q_H| - |Q_L|}{|Q_H|} \quad (\text{II - 5})$$

Al combinar la ecuación (II-5) con la ecuación (II-3) se obtiene:

$$\eta_t = \frac{T_H - T_L}{T_H} = 1 - \frac{T_L}{T_H} \quad (\text{II - 6})$$

A la eficiencia que se obtiene de esta ecuación se le denomina eficiencia de Carnot.

De la expresión (II-6) para  $\eta_t$  se nota que la eficiencia térmica siempre será menor que la unidad, ninguna máquina o dispositivo trabaja más eficientemente que la máquina de Carnot como enuncia la segunda ley de la Termodinámica: *La eficiencia de una máquina térmica irreversible siempre es menor que la eficiencia de una máquina térmica reversible, cuando ambas operan entre los mismos depósitos de calor.*

### II. 3 MAQUINAS TÉRMICAS REVERSIBLES E IRREVERSIBLES.

Del apartado anterior se deduce que la eficiencia térmica de una máquina térmica siempre será menor que la unidad.

A las máquinas térmicas se les puede clasificar en dos grupos : reversibles\* e irreversibles\*\*.

Una máquina térmica ideal, que tendría una eficiencia máxima teórica es aquella que es reversible. Estas máquinas son aquellas que están libres de efectos disipantes o de desequilibrio durante su operación. Puesto que una máquina térmica depende de la transferencia de calor con una fuente y un sumidero, es necesario que todas las interacciones de calor sean reversibles, esto no sucede con las máquinas reales.

Si existen irreversibilidades de alguna clase dentro de la máquina o resultan de las interacciones entre la máquina térmica y su ambiente, la máquina se clasifica como irreversible.

---

\*Un proceso reversible es aquel que en un instante dado puede detenerse e invertir la secuencia de estados recorridos, para hacer retornar, tanto el sistema como sus alrededores a sus estados originales. La naturaleza de un proceso reversible exige que todas las interacciones de trabajo y calor que tengan lugar a través de las fronteras durante el proceso original, en un sentido, sean de la misma magnitud pero en sentido opuesto durante el proceso inverso.

\*\*Un sistema irreversible es aquel que no puede recuperar su estado inicial sin ayuda de un agente exterior, tiene agentes disipantes, además se caracteriza por incrementar su entropía, el cual se manifiesta en un mayor desorden a escala microscópica.

## II.4 CICLO DE CARNOT.

Sadi Carnot fue el primero en reconocer los procesos de transferencia de energía en máquinas. Soldado retirado, a la edad de 24 años, tuvo el tiempo y la inclinación para pensar sobre tales procesos. En 1824 publicó *Reflections on the Motive Power of Fire, and the Machines Fitted to Develop that Power*, este fue el documento que estableció las bases para la segunda ley de la termodinámica e introdujo los conceptos de *ciclo* y *procesos reversibles*.

Los grandes logros de Carnot iniciaron cuando estableció que dos depósitos térmicos estuvieran a diferentes temperaturas para producir potencia de calor, y que dados dos depósitos, la potencia máxima es asegurada cuando se opera en un ciclo reversible. Este descubrimiento le permitió el concepto natural abstracto de lo que ahora llamamos una máquina de Carnot.

Entonces procedió a mostrar que la operación de la máquina reversible de Carnot, era independiente del fluido de trabajo empleado en ésta, y que finalmente, la eficiencia o razón de *potencia motriz* a el calor dependía exclusivamente de las temperaturas de los dos depósitos térmicos, él dedujo estas propiedades intuitivamente, de tal forma que no sería posible construir, una máquina de movimiento perpetuo, sin importar como se diseñe la máquina. Esto puede ser tomado como la primera formulación de la segunda ley de la termodinámica.

La producción de potencia motriz es debida entonces en máquinas térmicas no a un consumo real del calor, sino a su transportación de un cuerpo a alta temperatura hacia un cuerpo de menor temperatura.

De acuerdo a este principio la producción de calor, no es suficiente para dar nacimiento a la potencia motriz, es necesario que también exista un gradiente de temperatura, sin esto el calor no sería útil.

Toda sustancia en la naturaleza puede ser empleada para este propósito, toda sustancia es susceptible a cambios de volumen, de contracciones y dilataciones debido al aumento y disminución de temperatura .

Un cuerpo sólido -Barra metálica, por ejemplo- calentada y enfriada alternadamente incrementa y disminuye en longitud y puede mover cuerpos apoyados en sus extremos. Un líquido calentado y enfriado alternadamente incrementa y disminuye en volumen y puede llegar a mover obstáculos al oponerse a su dilatación.

Un fluido es susceptible a cambios de volumen por variaciones de temperatura, si éste es encerrado en un espacio expandible, tal como un cilindro provisto con un pistón éste producirá movimiento recíprocante, donde sea que podamos consumir esta potencia es posible producir una diferencia de temperaturas.

Si deseamos producir potencia motriz al llevar una cierta cantidad de calor de un cuerpo "A" a un cuerpo "B" debemos proceder como sigue:\*

---

\*Esto es únicamente un esquema y Carnot dejó accidentalmente el ciclo incompleto.

1.- Suministrar calor del cuerpo "A" para lograr vapor con éste -Esto es, hacer que un cuerpo tenga la función de un horno, o de preferencia del metal que compone la caldera en máquinas ordinarias-, aquí se asume que el vapor es producido a la misma temperatura del cuerpo "A".

2.- El vapor habiendo sido recibido en un espacio expandible, tal como un cilindro equipado con un pistón incrementa el volumen de este espacio, y consecuentemente también del vapor. Enrarecido así, la temperatura caerá espontáneamente, como sucede en todos los fluidos elásticos; admitiendo que la rarefacción puede ser continuada a el punto donde la temperatura llega a ser la del cuerpo "B".

3.- Condensar el vapor al ponerlo en contacto con el cuerpo "B", y al mismo tiempo ejerciendo sobre éste una presión constante hasta que es enteramente condensado. El cuerpo "B" juega aquí el papel de la inyección de agua en máquinas ordinarias con la diferencia que ésta condensa el vapor, sin mezclarse con éste y sin cambiar su temperatura propia.

Debemos entonces concluir que el máximo de potencia motriz resultante del empleo de vapor es también el máximo de potencia motriz realizable por un medio cualquiera.

Entendemos como ciclo termodinámico cuando un ciclo experimenta dos o más procesos y retorna a su estado inicial.

Carnot ideó una máquina teórica que operaría en un ciclo cerrado, ésta recibiría y rechazaría calor a una temperatura constante.

Con los conceptos anteriormente mencionados y de acuerdo a la segunda ley de la termodinámica, considérese una máquina térmica reversible que consta de cuatro procesos (Fig. 2.3)

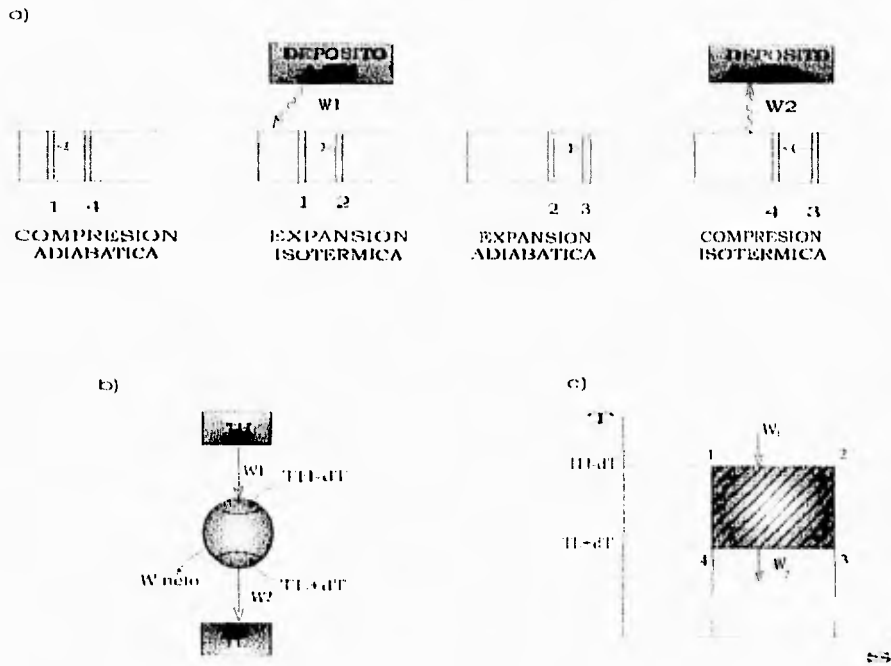


Fig. 2.3 Esquemas para la máquina térmica de Carnot. a) Máquina de Carnot con un dispositivo cilindro pistón. b) Máquina térmica c) Diagrama T-S para el ciclo de Carnot.

La Fig. 2.3 muestra un gas contenido en un dispositivo cilindro pistón. Un dispositivo a temperatura  $T_H$ , suministra calor a la máquina térmica que está a una temperatura  $T_H-dT$ .

Para mantener una diferencia infinitesimal de temperatura durante el proceso de suministro de calor  $W_1$ , la sustancia de trabajo debe expandirse isotérmicamente (proceso 1 - 2). La máquina produce un trabajo neto durante la expansión.

Del estado 2 la sustancia de trabajo se expande reversible y adiabáticamente a un nuevo estado 3. Durante el proceso 2 - 3 se produce una cantidad adicional de trabajo.

El estado 3 corresponde a una temperatura  $T_L+dT$ . Posteriormente el sistema se comprime isotérmicamente hasta alcanzar el estado 4. Durante el proceso de compresión, es necesario rechazar calor  $W_2$  a un depósito que se encuentra a temperatura  $T_L$ .

El estado 4 se selecciona de tal manera que mediante una compresión reversible y adiabática la sustancia de trabajo se regrese al estado inicial del ciclo.

Este ciclo es conocido como ciclo Carnot.

### III. MODELO CLÁSICO DE LA TERMODINÁMICA DE TIEMPO FINITO.

#### III.1 TERMODINÁMICA DE TIEMPO FINITO

La primera meta de la termodinámica tradicional fue la evaluación del trabajo de las máquinas y qué tan bien ellas pueden funcionar en un límite idealizado.

Las máquinas térmicas prácticas no son tan eficientes como el ciclo de Carnot clásico. Muchos estudios indican que las ineficiencias ocurren debido a fugas térmicas, degradación de la energía cinética en calor por medio de fricción, etc.

El límite idealizado llegó a ser la máquina reversible de Carnot. Como se sabe, el mérito correspondiente de esta máquina es la de convertir calor a alta temperatura en trabajo útil (la eficiencia  $\eta_t$ ) y la razón de trabajo real realizado, al trabajo que una máquina reversible de Carnot podría realizar con la misma entrada de calor (efectividad).

Esta aproximación sirvió para muchos propósitos usuales, pero, el alto grado de idealización de la máquina reversible de Carnot puso un serio límite en cómo ésta podría decirnos acerca de qué tan bien las máquinas reales pueden funcionar.

Existe también otra limitación fundamental sobre la eficiencia la cual es causada por la razón a la cual el calor puede ser intercambiado entre la sustancia de trabajo y los depósitos térmicos.



Para lograr la eficiencia teórica, las trayectorias isotérmicas del ciclo tienen que ser llevadas a cabo a través de un proceso reversible y de modo que la sustancia de trabajo pueda llegar al equilibrio térmico con los depósitos térmicos (ningún gradiente de temperatura ocurre a través de las paredes del recipiente el cual encierra a la sustancia de trabajo). Bajo estas condiciones la potencia de salida es claramente igual a cero ya que esto toma un tiempo infinito para obtener una cantidad finita de trabajo.

Para obtener una potencia finita de salida el ciclo es acelerado. Sin embargo, para conducir el flujo de calor durante la expansión isotérmica de la sustancia de trabajo, la sustancia debe de estar a una temperatura menor que la fuente de calor .

Contrariamente, durante la compresión isotérmica la sustancia de trabajo no podría rechazar calor al sumidero a menos que ésta esté a mayor temperatura que el sumidero.

Debido a lo anterior, surge la necesidad de poder determinar el funcionamiento térmico de las máquinas reales en un sentido más apegado a la realidad; es por ello que se desarrolla un método general para encontrar la máxima eficiencia para máquinas reales operando el ciclo en tiempos finitos.

La eficiencia bajo condiciones de potencia máxima de salida será evaluada en los capítulos siguientes, considerando primeramente, que los flujos de calor se llevan a cabo únicamente por conducción; posteriormente se analizará el ciclo mediante los flujos de calor afectados por convección y radiación simultáneamente.

El estudio de la termodinámica de tiempo finito se inicia a principios de los años 70's por F.L. Curzon y B. Ahlborn, este estudio está basado en que toda máquina térmica opera en tiempos finitos, es decir, en un período de tiempo determinado.

Según la termodinámica de tiempo finito y haciendo un análisis al ciclo de Carnot clásico (Potencia y eficiencia que nos brinda) podemos observar el alto grado de idealización que tiene; así por ejemplo podemos enunciar ciertas irreversibilidades que se llevan a cabo en dicho ciclo, a saber: los flujos de calor que ocurren entre la fuente de alta temperatura y la sustancia de trabajo, así como también entre ésta última y los alrededores (procesos isotérmicos) deberían de ocurrir teniendo en cuenta de que para que exista tal flujo debe de existir una diferencia de temperaturas, la cual es considerada a temperatura constante en el ciclo de Carnot.

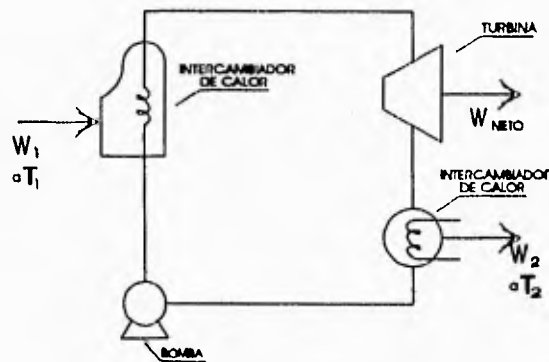
Por otro lado la termodinámica de tiempo finito considera que cualquier ciclo termodinámico se lleva a cabo en un tiempo finito, a diferencia de la termodinámica clásica la cual considera que el ciclo de Carnot como cualquier otro se lleva a cabo en un tiempo ( $\tau$ ) infinito; tomando en cuenta lo anterior es de observar que si el ciclo ocurre en un  $\tau \rightarrow \infty$  la potencia de salida es igual a cero, ya que

$P = \text{Trabajo realizado} / \text{Tiempo}$

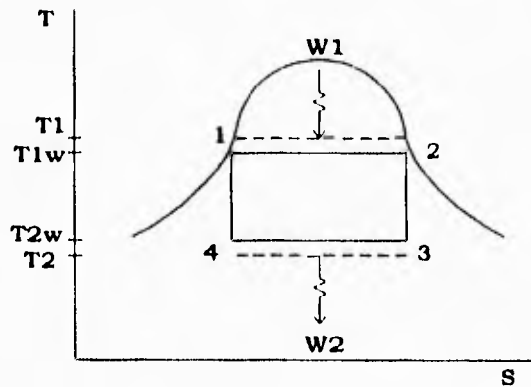
$$P = \frac{W}{\tau} = \frac{W}{\infty} = 0$$

### III.2 DESARROLLO DEL MODELO .

Se aplicarán los fundamentos de la termodinámica de tiempo finito al ciclo de Carnot directo, considerando que se trata de un dispositivo termoeléctrico (planta termoeléctrica) Fig. 3.1 y mediante un análisis de éste se determinará el valor de su eficiencia térmica a potencia máxima ofrecida.



a)

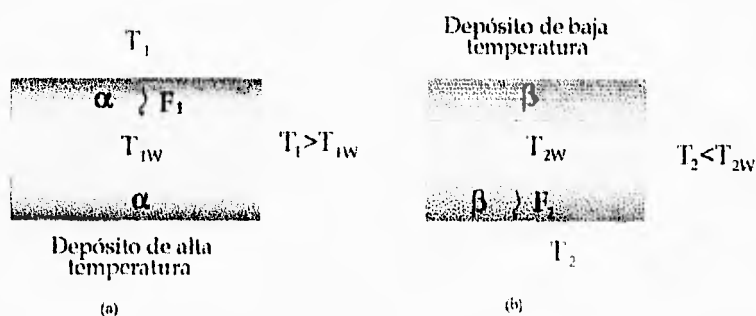


b)

**Fig. 3.1** a) Ciclo de Carnot en una máquina de vapor; b) ciclo de Carnot en el diagrama T-S del agua.

Se asume que los flujos de calor a través del recipiente contenedor de la sustancia de trabajo son proporcionales a la diferencia de temperaturas a través de las paredes del contenedor en la etapa de expansión isotérmica y compresión isotérmica, por consiguiente, tenemos de acuerdo a la ley de Fourier (Fig. 3.2).

$$I_1 = \alpha(T_1 - T_{1w}) \quad (\text{III-1})$$



Flujo de calor de la fuente de alta temperatura hacia el fluido de trabajo (expansión isotérmica, Fig. 3.2a); Flujo de calor del fluido de trabajo hacia el depósito de baja temperatura (compresión isotérmica Fig. 3.2b)

Donde:

$F_I$  = flujo de calor

$\alpha$  = Constante que depende del espesor ( $L$ ) y conductividad térmica ( $k$ ) de la pared ( $k/L$ )

$t_1$  = Duración de la trayectoria de expansión

$T_1$  = Temperatura de la fuente de calor

$T_{1w}$  = Temperatura de la sustancia de trabajo.

Si la expansión isotérmica dura un tiempo  $t_1$ , la energía de entrada  $W_1$  es

$$W_1 = I_1 t_1 = \alpha t_1 (T_1 - T_{1w}) \quad (\text{III-2})$$

Supóngase que la expansión adiabática es completamente reversible (no hay intercambio térmico con los alrededores).

Sobre la compresión isotérmica el calor  $W_2$  es rechazado al sumidero (Fig. 3.2b), donde

$$W_2 = \beta t_2 (T_{2w} - T_2) \quad (\text{III-3})$$

Donde:

$\beta$  = Constante que depende del espesor ( $L$ ) y conductividad térmica ( $k$ ) de la pared ( $k/L$ )

$t_2$  = Duración de la trayectoria de compresión

$T_{2w}$  = Temperatura de la sustancia de trabajo

$T_2$  = Temperatura del depósito térmico.

La etapa de la compresión adiabática lleva a la sustancia de trabajo a su temperatura y volumen original.

Debido a que las etapas adiabáticas son reversibles, por la segunda ley de la termodinámica se debe cumplir que

$$\frac{W_1}{T_{1w}} = \frac{W_2}{T_{2w}}$$

Sustituyendo (III-2) y (III-3) en la ecuación anterior

$$\left( \frac{t_1}{t_2} \right) = \frac{\beta T_{1w} (T_{2w} - T_2)}{\alpha T_{2w} (T_1 - T_{1w})} \quad (\text{III-4})$$

La potencia (P) de la máquina está entonces dada por la expresión

$$P = \frac{(W_1 - W_2)}{(t_1 + t_2)\gamma} = \frac{(W_1 - W_2)}{t_1 \left(1 + \frac{t_2}{t_1}\right)\gamma} \quad (\text{III-5})$$

Donde  $(t_1 + t_2)\gamma$  es el tiempo que toma el ciclo para llevarse a cabo, considerando que el tiempo para completar los procesos adiabáticos llega a ser proporcional  $(\gamma)$  al tiempo requerido por los procesos isotérmicos, siendo  $(\gamma - 1)(t_1 + t_2)$  el tiempo tomado para completar los ciclos adiabáticos.

El tiempo para completar los procesos adiabáticos llega a ser proporcional al tiempo requerido por los procesos isotérmicos.

Usando las Ec. (III-3), (III-4) y (III-5) para eliminar  $t_1/t_2$  da como resultado la expresión de potencia

$$P = \frac{\alpha\beta xy(T_1 - T_2 - x - y)}{\gamma[\beta T_1 y + \alpha T_2 x + xy(\alpha - \beta)]} \quad (\text{III-6})$$

donde

$$x = T_1 - T_{1w} \quad y = T_{2w} - T_2 \quad (\text{III-7})$$

La potencia es maximizada para valores de  $x$  y  $y$  satisfaciendo las siguientes ecuaciones:

$$(\delta p / \delta x) = 0$$

$$\beta T_1 y (T_1 - T_2 - x - y) = x [\beta T_1 y + \alpha T_2 x + xy(\alpha - \beta)] \quad (\text{III-8a})$$

$$(\delta p / \delta y) = 0$$

$$\alpha T_2 x (T_1 - T_2 - x - y) = y [\beta T_1 y + \alpha T_2 x + xy(\alpha - \beta)] \quad (\text{III-8b})$$

Se tienen dos variables con dos ecuaciones, igualando (III-8a) con (III-8b)

$$y = (\alpha T_2 / \beta T_1)^{1/2} x \quad (\text{III-9})$$

Utilizando (III-9) para eliminar  $y$  de la Ec. (III-8a)

$$[1 - (\alpha/\beta)]\mu^2 - 2[(\alpha T_2 / \beta T_1)^{1/2} + 1]\mu + [1 - (T_2/T_1)] = 0 \quad (\text{III-10})$$

Donde  $\mu = x/T_1$ .

Debido a que  $\mu < 1$ , la solución físicamente aceptable para  $\mu$  es obtenida de (III-10)

$$\mu = \frac{x}{T_1} = \frac{1 - (T_2/T_1)^{1/2}}{1 + (\alpha/\beta)^{1/2}} \quad (\text{III-11})$$

Sustituyendo (III-11) en la ecuación (III-9) tenemos

$$\frac{y}{T_2} = \frac{(T_1/T_2)^{1/2} - 1}{1 + (\beta/\alpha)^{1/2}} \quad (\text{III-12})$$

De tal forma que la eficiencia de una máquina ( $\eta'$ ) a máxima potencia es dada por

$$\eta' = (W_1 - W_2) / W_1 = 1 - (T_{2u} / T_{1w})$$

$$\eta' = 1 - [(T_2 + y) / (T_1 - x)] \quad (\text{III-13})$$

Utilizando las ecuaciones (III-11) y (III-12) para eliminar  $x$  y  $y$  de la expresión (III-13) para  $\eta'$  da como resultado

$$\eta' = 1 - \left( \frac{T_2}{T_1} \right)^{1/2} \quad (\text{III-14})$$

A máxima potencia, de las ecuaciones (III-4) y (III-7) tenemos

$$(t_1/t_2) = \beta T_{1w} y / \alpha T_{2w} x \quad (\text{III-15})$$

eliminando  $(y/x)$  usando la ecuación (III-9) y notando que  $T_{2w}/T_{1w} = (T_2/T_1)^{1/2}$  concluimos lo siguiente

$$t_1/t_2 = (\beta/\alpha)^{1/2} \quad (\text{III-16})$$

De las Ecs. (III-11) y (III-12), la temperatura de trabajo en las trayectorias isotérmicas del ciclo de Carnot están dadas por

$$T_{1w} = C T_1^{1/2}, \quad T_{2w} = C T_2^{1/2} \quad (\text{III-17})$$

donde

$$C = [(\alpha T_1)^{1/2} + (\beta T_2)^{1/2}] / [(\alpha)^{1/2} + (\beta)^{1/2}]. \quad (\text{III-18})$$

Finalmente, utilizando las ecuaciones anteriores, se puede demostrar que la máxima potencia ( $P_{\max}$ ) está dada por la expresión

$$P_{\max} = (\alpha\beta/\gamma) [(T_1^{1/2} - T_2^{1/2}) / (\alpha^{1/2} + \beta^{1/2})]^2$$

Factorizando la expresión anterior ( $P_{\max}$ ) se obtiene



$$P_{max} = \frac{\beta T_1 \eta^2}{\gamma \left[ 1 + \left( \frac{\beta}{\alpha} \right)^{1/2} \right]^2} \quad (III-19)$$

El rasgo más importante de los resultados anteriores es la Ec. (III-14) la cual muestra que la eficiencia no depende de los coeficientes de transferencia de calor ( $\alpha$  y  $\beta$ ), y tiene la atractiva característica, que, al igual que la eficiencia para una máquina ideal de Carnot [ $\eta=1-(T_2/T_1)$ ] depende únicamente de la temperatura de los depósitos de calor.

Sin embargo el resultado tiene también la interesante propiedad de servir como una guía precisa para determinar el mejor funcionamiento de máquinas térmicas reales como se muestra en la tabla 5.1, la cual presenta una comparación de resultados entre la eficiencia real, la eficiencia de Carnot clásica y la eficiencia calculada con la expresión (III-14) obtenida en el análisis anterior.

## IV MODIFICACIÓN DEL MODELO CLÁSICO

### IV.1 MODIFICACIÓN DEL MODELO BAJO LA PRESENCIA DE CONVECCIÓN.

Teniendo en cuenta que en los procesos en que ocurre una transferencia de calor, ésta se lleva a cabo particularmente a través del efecto simultáneo de la convección, radiación y conducción, se introducirá en el modelo descrito en el apartado anterior, el flujo de calor por convección, que ocurre en procesos de transferencia de calor en donde intervienen fluidos en movimiento, como es el caso que se está analizando, y se observará cómo afecta la adición de este fenómeno térmico a la potencia de salida y la eficiencia de la máquina térmica.

Supóngase que los flujos de calor a través del depósito contenedor de la sustancia de trabajo ocurren como muestra la fig. 4.1.

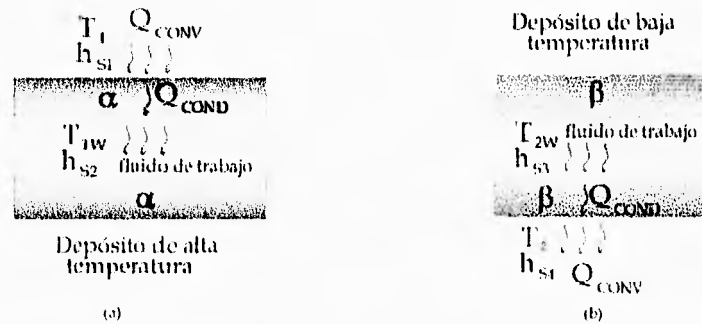


fig. 4.1 a) Intercambio térmico en la expansión isotérmica  
b) Intercambio térmico en la compresión isotérmica

Analizando la fig. 4.1a, se puede establecer que en el flujo de calor entre la fuente de alta temperatura y el fluido de trabajo

$$F_1 = \frac{T_1 - T_{1w}}{\Sigma R} = \frac{T_1 - T_{1w}}{\frac{1}{h_{s1}} + \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{h_{s2}}} \quad (\text{IV-1})$$

Similarmente para el intercambio térmico entre el fluido de trabajo y el depósito de baja temperatura, (fig. 4.1b)

$$F_2 = \frac{T_{2w} - T_2}{\Sigma R} = \frac{T_{2w} - T_2}{\frac{1}{h_{s3}} + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{h_{s4}}} \quad (\text{IV-2})$$

Donde:

$\alpha, \beta$  = Constantes que dependen del espesor (L) y la conductividad térmica (K) de la pared.

$h_{s1}$  = Coeficiente convectivo de los gases en el depósito de alta temperatura.

$h_{s2}$  = Coeficiente convectivo del fluido de trabajo en la expansión isotérmica.

$h_{s3}$  = Coeficiente convectivo del fluido de trabajo en la compresión isotérmica.

$h_{s4}$  = Coeficiente convectivo del sumidero térmico.

$\Sigma R$  = Resistencia térmica total por convección y conducción

Si se tiene en mente que la expansión isotérmica dura un tiempo  $t_1$  y la compresión isotérmica dura un tiempo  $t_2$  y notándose que las resistencias térmicas están en serie, la energía de entrada ( $W_1$ ) es:

$$W_1 = F_1 t_1 = \frac{(T_1 - T_{1w}) t_1}{\frac{1}{h_{s1}} + \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{h_{s2}}} \quad (\text{IV-3})$$

Y el calor rechazado ( $W_2$ ) al sumidero térmico (depósito de baja temperatura) está dado por:

$$W_2 = F_2 t_2 = \frac{(T_{2w} - T_2) t_2}{\frac{1}{h_{s3}} + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{h_{s4}}} \quad (\text{IV-4})$$

Puesto que las trayectorias adiabáticas son reversibles, se debe cumplir que:

$$\frac{W_1}{T_{1w}} = \frac{W_2}{T_{2w}} \quad (\text{IV-5})$$

Sustituyendo (IV-3) y (IV-4) en (IV-5), se obtiene:

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{\left( \frac{1}{h_{s1}} + \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{h_{s2}} \right) (T_{2w} - T_2) T_{1w}}{\left( \frac{1}{h_{s3}} + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{h_{s4}} \right) (T_1 - T_{1w}) T_{2w}} \quad (\text{IV-6})$$

Tomando en cuenta la consideración hecha en el capítulo II. Donde  $(\gamma - 1)(t_1 + t_2)$  es el tiempo para completar los procesos adiabáticos y  $(t_1 + t_2)\gamma$  es el tiempo tomado para completar el ciclo, la potencia (P) de la máquina está dada por la expresión

$$P = \frac{W_1 - W_2}{(t_1 + t_2)\gamma} = \frac{W_1 - W_2}{t_2 \left( 1 + \frac{t_1}{t_2} \right) \gamma} \quad (\text{IV-7})$$

Utilizando los Ecs. (IV-3), (IV-4) y (IV-6), para eliminar  $t_1/t_2$  de (IV-7) se llega a la expresión:

$$P = \frac{\frac{1}{R_\alpha} \frac{1}{R_\beta} xy (T_1 - T_2 - x - y)}{\gamma \left[ \frac{T_1 y}{R_\beta} + \frac{T_2 x}{R_\alpha} + xy \left( \frac{1}{R_\alpha} - \frac{1}{R_\beta} \right) \right]} \quad (\text{IV-8})$$

Donde:

$$R_\alpha = \frac{1}{h_{s1}} + \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{h_{s2}}$$

resistencias térmicas

$$R_\beta = \frac{1}{h_{s3}} + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{h_{s4}} \text{ por convección y conducción.}$$

$$x = T_1 - T_{1w}$$

$$y = T_{2w} - T_2$$

Como se desea obtener el valor de potencia máxima de salida de la máquina térmica,  $P$  es maximizada por valores de  $x$  y  $y$  que satisfacen las siguientes ecuaciones

$$(\delta p / \delta x) = 0$$

$$\frac{T_1 y}{R_\beta} (T_1 - T_2 - x - y) = x \left[ \frac{T_1 y}{R_\beta} + \frac{T_2 x}{R_\alpha} + xy \left( \frac{1}{R_\alpha} - \frac{1}{R_\beta} \right) \right] \quad (\text{IV-9a})$$

y para  $(\delta p / \delta y) = 0$

$$\frac{T_2 x}{R_a} (T_1 - T_2 - x - y) = y \left[ \frac{T_1 y}{R_\beta} + \frac{T_2 x}{R_a} + xy \left( \frac{1}{R_a} - \frac{1}{R_\beta} \right) \right] \quad (\text{IV-9b})$$

Al igualar las ecuaciones (IV-9a) y (IV-9b) se obtiene

$$y = \left( \frac{R_\beta T_2}{R_a T_1} \right)^{1/2} x \quad (\text{IV-10})$$

La cual es usada para eliminar  $y$  de la ecuación (IV-9a), dando la siguiente ecuación cuadrática para  $\mu = x/T_1$

$$\mu^2 \left( 1 - \frac{R_\beta}{R_a} \right) - 2\mu \left[ 1 + \left( \frac{R_\beta T_2}{R_a T_1} \right)^{1/2} \right] + \left( 1 + \frac{T_2}{T_1} \right) = 0 \quad (\text{IV-11})$$

Debido a que  $\mu < 1$ , la solución físicamente aceptable de la ecuación (IV-11) es:

$$\mu = \frac{x}{T_1} = \frac{1 - \left( \frac{T_2}{T_1} \right)^{1/2}}{1 + \left( \frac{R_a}{R_\beta} \right)^{1/2}} \quad (\text{IV-12})$$

De la ecuación (IV-10) se tiene,

$$\frac{y}{T_2} = \frac{\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{1/2} - 1}{1 + \left(\frac{R_\alpha}{R_\beta}\right)^{1/2}} \quad (\text{IV-13})$$

La eficiencia de la máquina ( $\eta'$ ) a máxima potencia de salida está dada por:

$$\begin{aligned} \eta' &= \frac{W_1 - W_2}{W_1} \\ \eta' &= 1 - \frac{W_2}{W_1} = 1 - \frac{T_{2w}}{T_{1w}} \quad (\text{IV-14}) \\ \eta' &= 1 - \left[ \frac{(T_2 + y)}{(T_1 - x)} \right] \end{aligned}$$

Usando las Ecs. (IV-12), (IV-13) para eliminar  $x$  y  $y$  de las expresiones para  $\eta'$  se llega al resultado

$$\eta' = 1 - \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{1/2} \quad (\text{IV-15})$$

A máxima potencia, resulta de la ecuación (IV-6) y de las variables  $x = T_1 - T_{1w}$ ,  $y = T_{2w} - T_2$ , la siguiente expresión

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{R_\alpha T_{1w} y}{R_\beta T_{2w} x} \quad (\text{IV-16})$$

Eliminando  $(y/x)$  usando la ecuación (IV-10) y notando que  $T_{2w}/T_{1w} = (T_2/T_1)^{1/2}$  se llega a la conclusión :

$$\frac{t_1}{t_2} = \left( \frac{R_\alpha}{R_\beta} \right)^{1/2} \quad (\text{IV-17})$$

De las ecuaciones (IV-12) y (IV-13) las temperaturas de trabajo en las partes isotérmicas del ciclo de Carnot son

$$T_{1w} = CT_1^{1/2}, \quad T_{2w} = CT_2^{1/2} \quad (\text{IV-18})$$

Donde:

$$C = \frac{(T_1 R_\beta)^{1/2} + (T_2 R_\alpha)^{1/2}}{(R_\alpha)^{1/2} + (R_\beta)^{1/2}} \quad (\text{IV-19})$$

Finalmente, usando las ecuaciones anteriores, se deduce que la máxima potencia ( $P_{\max}$ ) es:

$$P_{\max} = \frac{1}{\gamma} \left[ \frac{T_1^{1/2} - T_2^{1/2}}{R_\beta^{1/2} + R_\alpha^{1/2}} \right]^2 = \frac{T_1 \eta^2}{\gamma (R_\beta^{1/2} + R_\alpha^{1/2})} \quad (\text{IV-20})$$



## IV.2 MODIFICACIÓN DEL MODELO POR CONVECCIÓN Y RADIACIÓN

Como se mencionó anteriormente, se analizará cómo es afectada la potencia y la eficiencia de la máquina térmica al considerar que en los procesos isotérmicos del ciclo de Carnot ocurren intercambios térmicos por convección, radiación y conducción entre la fuente de alta temperatura y la sustancia de trabajo, así como entre la sustancia de trabajo y el depósito de baja temperatura (sumidero térmico) Fig. 4.3.

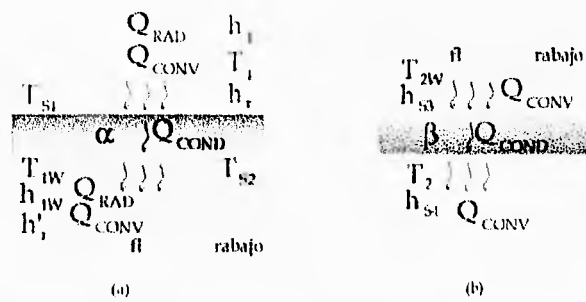


Fig. 4.3 Flujo de calor en a) la expansión isotérmica, b) compresión isotérmica.

En la trayectoria de la compresión isotérmica, se despreciará el efecto del flujo de calor por radiación que podría existir entre las paredes del contenedor de la sustancia de trabajo y el depósito de baja temperatura, debido a que las temperaturas que se manejan en este proceso se pueden considerar rangos de éstas relativamente bajas, existiendo, entonces, un intercambio térmico por convección únicamente.

$$Q_{conv} + Q_{rad} = h_1(T_1 - T_{s1}) + h_r(T_1 - T_{s1}) \quad (IV - 21)$$

$$Q_{cond} = \frac{T_{s1} - T_{s2}}{R_\alpha} \quad (IV - 22)$$

$$Q_{conv} + Q_{rad} = h_{1w}(T_{s2} - T_{1w}) + h'_r(T_{s2} - T_{1w}) \quad (IV - 23)$$

Donde:

$h_1$  = Coeficiente convectivo de la fuente de alta temperatura.

$T_1$  = Temperatura de la fuente de alta temperatura.

$T_{s1}$  = Temperatura de la superficie de la pared del lado de la fuente de alta temperatura

$h_r$  = Coeficiente de radiación térmica por el lado de la fuente de alta temperatura.

$h'_r$  = Coeficiente de radiación térmica de la pared del lado de la sustancia de trabajo.

$$h'_r = \varepsilon\sigma(T_{s2} + T_{1w})(T_{s2}^2 + T_{1w}^2)$$

$R_\alpha$  = Resistencia térmica por conducción.

$h_{1w}$  = Coeficiente convectivo del fluido de trabajo.

$T_{s2}$  = Temperatura de pared del lado del fluido de trabajo.

$T_{1w}$  = Temperatura del fluido de trabajo.

La expresión (IV-21) indica el flujo de calor de la fuente de alta temperatura hacia las paredes del contenedor. La expresión (IV-22) el flujo de calor por conducción en la pared del depósito contenedor de la sustancia de trabajo, (IV-23) es el flujo de calor de las paredes hacia el fluido de trabajo.

Cabe mencionar que la expresión para calcular el flujo de calor por radiación  $q = \varepsilon\sigma(T_1^4 - T_{s1}^4)$  es linealizada en el presente análisis para fines más prácticos, considerando así que  $q = h_r(T_1 - T_{s1}) = \varepsilon\sigma(T_1^4 - T_{s1}^4)$

De la expresión (IV-21), (IV-22) y (IV-23), se tiene

$$Q = (T_1 - T_{s1}) \left( \frac{1}{R_h} + \frac{1}{R_r} \right) \quad (\text{IV-24})$$

$$Q = \frac{T_{s1} - T_{s2}}{R_\alpha} \quad (\text{IV-25})$$

$$Q = (T_{s2} - T_{1w}) \left( \frac{1}{R_w} + \frac{1}{R'_r} \right) \quad (\text{IV-26})$$

Donde:

$R_h = 1/h_1$  = Resistencia térmica por convección

$R_\alpha = 1/\alpha$

$R_w = 1/h_{1w}$

$R_r = \frac{1}{\sigma \varepsilon (T_1 + T_{s1})(T_1^2 + T_{s1}^2)}$  Resistencia térmica por radiación

$R'_r = \frac{1}{\sigma \varepsilon (T_{s2} + T_{1w})(T_{s2}^2 + T_{1w}^2)}$  Resistencia térmica por radiación

Haciendo un balance de energía en la etapa de la expansión isotérmica y si se considera que las resistencias térmicas por convección y radiación están en paralelo y ésta a su vez se encuentra en serie con la resistencia térmica por conducción, expresiándose el flujo de calor como

$$F_1 = \frac{(T_1 - T_{1w})}{\frac{1}{h_1 + h_r} + \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{h'_r + h_{1w}}} \quad (\text{IV-27})$$

Donde:

$F_1$  = Flujo de calor en la etapa de expansión isotérmica

De igual manera, el flujo de calor en la compresión isotérmica (fig. 4.3b) y considerando la convección y conducción únicamente en esta etapa,

$$F_2 = \frac{(T_{2w} - T_2)}{\frac{1}{h_{s3}} + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{h_{s4}}} \quad (\text{IV-28})$$

Donde:

$T_{2w}$  = Temperatura del fluido en la compresión isotérmica.

$T_2$  = Temperatura del depósito de baja temperatura.

$h_{s3}$  = Coeficiente convectivo del fluido de trabajo en la compresión isotérmica.

$1/\beta$  = Resistencia térmica por conducción.

$h_{s4}$  = Coeficiente convectivo del depósito de baja temperatura.

Siguiendo el método descrito en los casos anteriores para evaluar la eficiencia de la máquina térmica a máxima potencia de salida se establece lo siguiente:

En la etapa de expansión isotérmica la energía de entrada dura un tiempo  $t_1$

$$W_1 = F_1 t_1 = \frac{(T_1 - T_{1w}) t_1}{\frac{1}{h_1 + h_r} + \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{h'_r + h_{1w}}} \quad (\text{IV-29})$$

Similarmente, en la compresión isotérmica

$$W_2 = F_2 t_2 = \frac{(T_{2w} - T_2) t_2}{\frac{1}{h_{s3}} + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{h_{s4}}} \quad (\text{IV-30})$$

Debido a que las etapas adiabáticas son reversibles, se debe cumplir que

$$\frac{W_1}{T_{1w}} = \frac{W_2}{T_{2w}} \quad (\text{IV-31})$$

es decir

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{\left( \frac{1}{h_1 + h_r} + \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{h'_r + h_{1w}} \right) (T_{2w} - T_2) T_{1w}}{\left( \frac{1}{h_{s3}} + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{h_{s4}} \right) (T_1 - T_{1w}) T_{2w}} \quad (\text{IV-32})$$

Por consiguiente la potencia de la máquina térmica está dada por la expresión

$$P = \frac{W_1 - W_2}{\gamma(t_1 + t_2)} \quad (\text{IV-33})$$

Tomando en cuenta las consideraciones hechas en los capítulos anteriores, siendo  $\gamma(t_1 + t_2)$  el tiempo total en que transcurre el ciclo.

Usando la ecuación (IV-32) para eliminar  $t_1/t_2$  obteniéndose como resultado

$$P = \frac{\frac{1}{R_\alpha} \frac{1}{R_\beta} xy (T_1 - T_2 - x - y)}{\gamma \left[ \frac{T_1 y}{R_\beta} + \frac{T_2 x}{R_\alpha} + xy \left( \frac{1}{R_\alpha} - \frac{1}{R_\beta} \right) \right]} \quad (\text{IV-34})$$

Donde:

$$R_\alpha = \frac{1}{h_1 + h_r} + \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{h_r + h_{1w}}$$

$$R_\beta = \frac{1}{h_{s3}} + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{h_{s4}}$$

$$x = T_1 - T_{1w}, \quad y = T_{2w} - T_2$$

Como se nota claramente, la ecuación (IV-34) es idéntica a la expresión (IV-8); la única diferencia es que los valores de  $R_\alpha$  y  $R_\beta$  son distintos ya que en esta última se hace la consideración de los efectos de radiación.

Por consiguiente, y siendo el procedimiento ya descrito se llega a las expresiones para la eficiencia y potencia máxima como se muestra a continuación:

$$\eta' = 1 - \left( \frac{T_2}{T_1} \right)^{1/2} \quad (\text{IV-35})$$

y la expresión para la potencia máxima:

$$P_{max} = \frac{1}{\gamma} \left[ \frac{T_1^{1/2} - T_2^{1/2}}{R_\beta^{1/2} + R_\alpha^{1/2}} \right]^2$$

$$P_{max} = \frac{T_1 \eta^2}{\gamma R_\beta \left[ 1 + \left( \frac{R_\alpha}{R_\beta} \right)^{1/2} \right]^2} \quad (\text{IV-36})$$

De igual forma las temperaturas de trabajo en las partes isotérmicas del ciclo de Carnot son:

$$T_{1w} = CT_1^{1/2}, \quad T_{2w} = CT_2^{1/2} \quad (\text{IV - 37})$$

Donde:

$$C = \frac{(T_1 R_\beta)^{1/2} + (T_2 R_\alpha)^{1/2}}{(R_\alpha)^{1/2} + (R_\beta)^{1/2}} \quad (\text{IV - 38})$$

## V. CONCLUSIONES

### V.1 RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Habiendo llevado a cabo el análisis sobre el ciclo Carnot con termodinámica de tiempo finito con irreversibilidades y en base a la ecuaciones de potencia y eficiencia obtenidas para éste se establecerá a continuación una comparación entre los resultados obtenidos en los diferentes modelos con las consideraciones realizadas en cada uno de ellos.

**Resultado 1.-** Uno de los aspectos más interesantes que se pueden apreciar en el presente escrito está dado por la expresión para la eficiencia térmica la cual al igual que la eficiencia del ciclo Carnot clásico, depende únicamente de las temperaturas de la fuente de alta temperatura y la del sumidero térmico, aún cuando se consideren irreversibilidades en éste, teniendo como única diferencia que la expresión del ciclo de Carnot para una máquina térmica ideal se ve afectada únicamente por el exponente  $\frac{1}{2}$  el cual influye sobre el cociente  $T_2/T_1$  quedando la expresión para la eficiencia térmica como:

$$\eta' = 1 - \left( \frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (\text{III-14})$$

Se obtuvieron valores reales de temperaturas para diferentes plantas termoeléctricas y poder hacer así una comparación entre la eficiencia real de la planta, la eficiencia del ciclo Carnot clásico y la eficiencia obtenida con la ecuación (III-14) para ciclo Carnot con termodinámica de tiempo finito.

Esta comparación se puede apreciar en la tabla 5.1:



**TABLA 5.1 Eficiencias observadas en máquinas térmicas reales.**

Máquina Térmica	T2 (°C)	T1 (°C)	$\eta$ (Real)	$\eta$ (Carnot)	$\eta$ (Ec. III-14)
Planta termoeléctrica Tuxpan	27.00	542.29	38.24	63.21	39.33
Planta termoeléctrica Tula	23.00	342.07	38.10	63.67	39.72
Planta termoeléctrica Valle de México	22.00	541.39	37.57	63.76	39.80
Planta termoeléctrica Punta Prieta	28.00	513.08	36.08	61.69	38.11
Planta termoeléctrica Monterrey	28.00	541.39	37.57	63.03	39.20

Fuente: Instituto de Investigaciones Eléctricas

Nótese en la tabla 5.1 que al ser aplicada la ecuación (III-14) a una máquina térmica real la diferencia entre los valores numéricos obtenidos por ésta y los registrados en una planta termoeléctrica es mínima, al contrario de lo que sucede con la eficiencia de Carnot clásico.

Cabe destacar que en los diferentes análisis llevados a cabo (presencia de conducción, convección y radiación en forma particular y simultáneamente) la eficiencia térmica es la misma para cada caso, no dependiendo ésta de los coeficientes de transferencia de calor, sino únicamente de las temperaturas de los depósitos térmicos.

Resultado 2.- Similarmente, para la ecuación obtenida para la potencia del ciclo de Carnot (Ecs. III-6, IV-8 y IV-34) considerando que el ciclo ocurre en tiempos finitos se observa que tal expresión tiene un punto máximo para cada caso analizado (potencia máxima), la cual es una función continua de las diferencias de temperatura entre la fuente de alta temperatura, sustancia de trabajo y sumidero térmico así como de los coeficientes de transferencia de calor (fig. 5.1, 5.2 y 5.3).

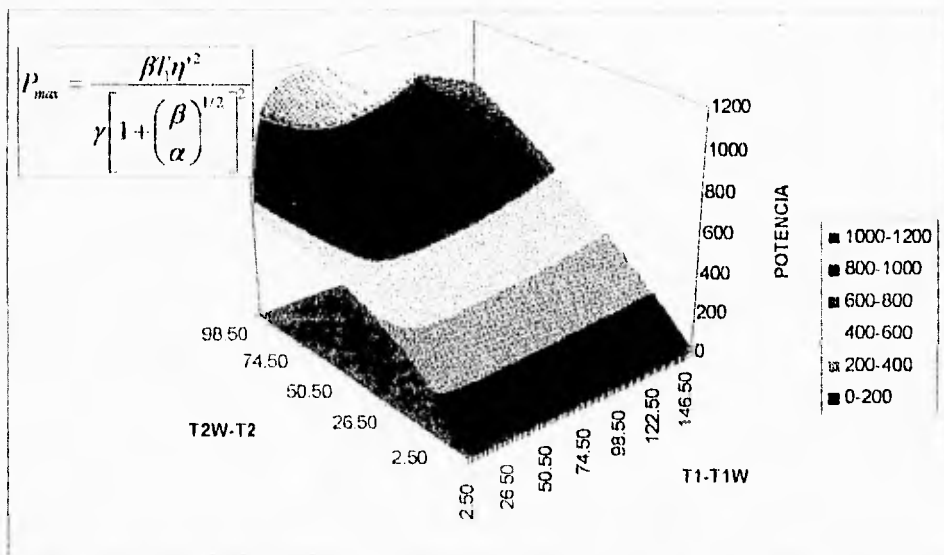


Fig. 5.1 gráfica de potencia del modelo clásico del ciclo de Carnot con termodinámica de tiempo finito manteniendo los coeficientes  $\alpha$  y  $\beta$  constantes, siendo las diferencias  $T1-T1W$  y  $T2W-T2$  variables.

En base a este resultado se observa que la potencia obtenida para un ciclo de Carnot ideal contradice lo que realmente sucede ya que la potencia de dicho ciclo es cero debido a que necesita de un tiempo infinito para poder realizarse.

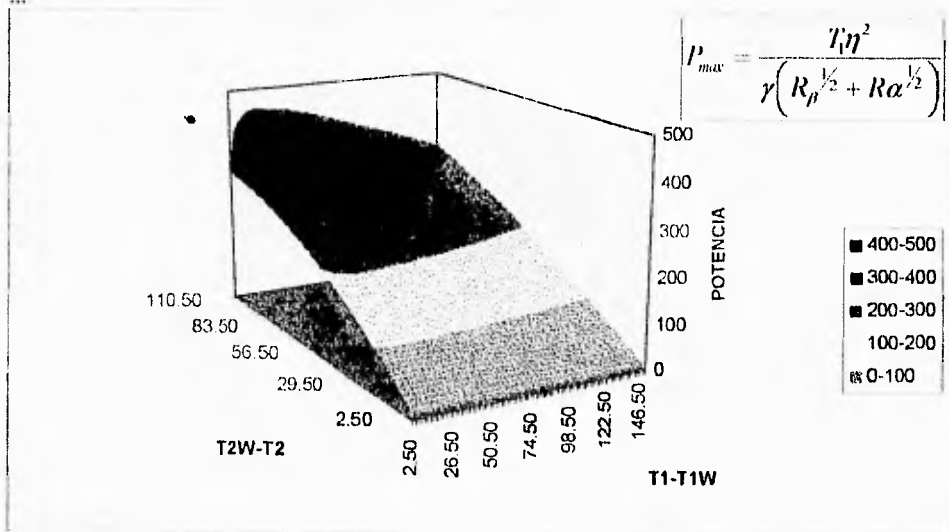


Fig. 5.2 gráfica de potencia del ciclo de Carnot con termodinámica de tiempo finito, modificando el modelo clásico con la presencia de convección, manteniendo los coeficientes  $R_\alpha$  y  $R_\beta$  constantes, siendo las diferencias  $T_1-T_{1W}$  y  $T_{2W}-T_2$  variables.

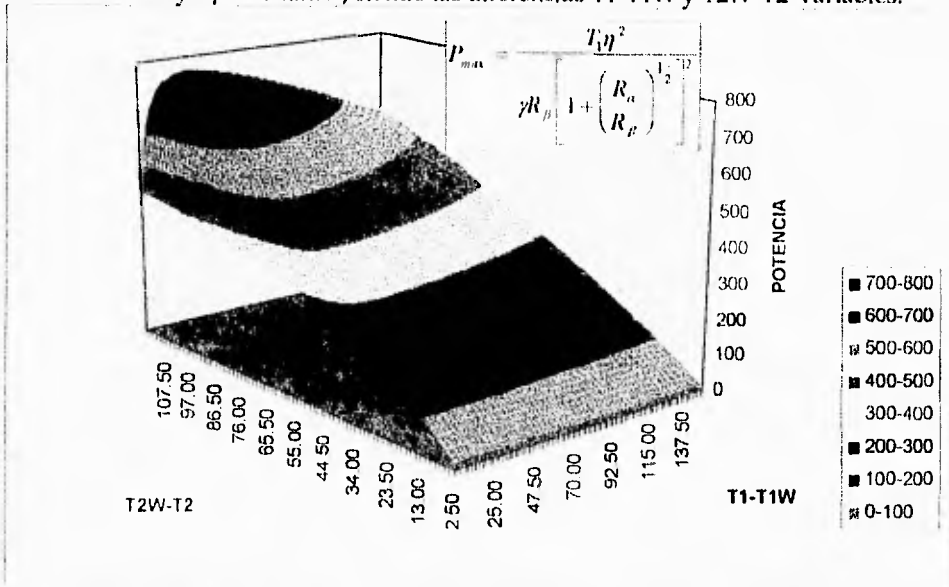


Fig. 5.3 gráfica de potencia del ciclo de Carnot con termodinámica de tiempo finito, modificando el modelo clásico con la presencia de convección y radiación, manteniendo los coeficientes  $R_\alpha$  y  $R_\beta$  constantes, siendo las diferencias  $T_1-T_{1W}$  y  $T_{2W}-T_2$  variables.

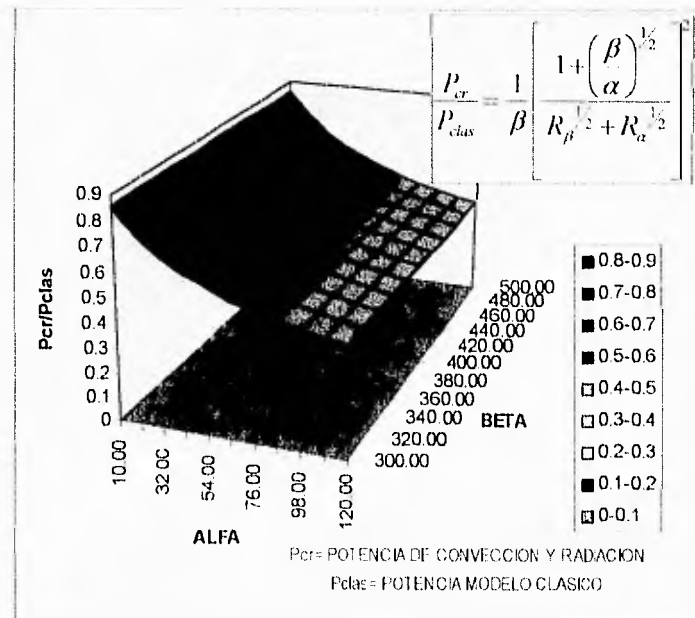
Como se puede observar que en la ecuación para la potencia del ciclo de Carnot (Ecs. II-6, IV-8 y IV-34) intervienen diversos parámetros, los cuales son función de la temperatura y del tiempo, conviene hacer una adimensionalización de éstas de tal forma que se puedan realizar diversas comparaciones al variar uno de los parámetros con respecto al resto, siendo para nuestro caso  $\alpha$  y  $\beta$  (coeficientes de transferencia) variables; así pues, comparando las ecuaciones de potencia máxima de los casos analizados (Ecs. IV-20, IV-36) respecto a la ecuación de potencia máxima del modelo clásico (Ec. III-19) se obtienen las ecuaciones:

$$\frac{P_{cc}}{P_{clas}} = \frac{1}{\beta} \left[ \frac{1 + \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^{1/2}}{R_{\beta}^{1/2} + R_{\alpha}^{1/2}} \right]^2 \quad (V-1)$$

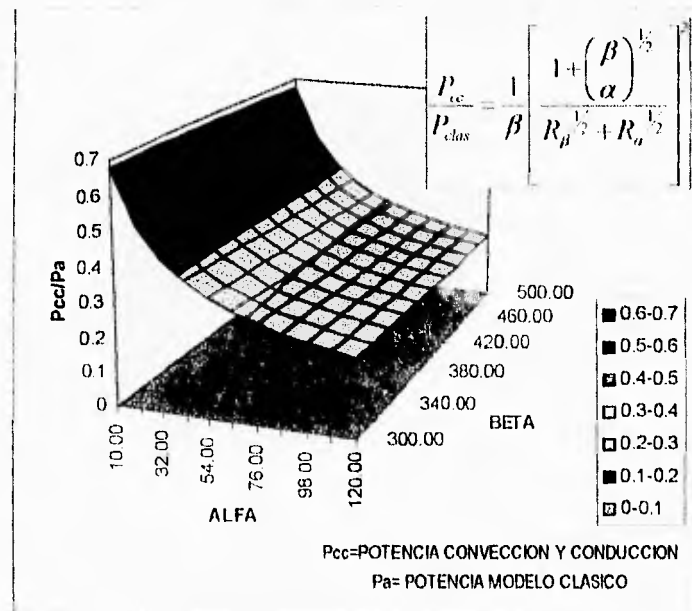
$$\frac{P_{cr}}{P_{clas}} = \frac{1}{\beta} \left[ \frac{1 + \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^{1/2}}{R_{\beta}^{1/2} + R_{\alpha}^{1/2}} \right]^2 \quad (V-2)$$

Cabe notar que aunque las ecuaciones (V-1) y (V-2) son semejantes, la diferencia consiste en que los valores de  $R_{\alpha}$  y  $R_{\beta}$  son diferentes, donde  $R_{\alpha}$  y  $R_{\beta}$  de la ecuación (V-1) son evaluados en el tema IV.1, de igual forma  $R_{\alpha}$  y  $R_{\beta}$  de la ecuación (V-2) son evaluadas en el tema IV.2;  $P_{cc}$  es la potencia bajo la presencia de conducción y convección,  $P_{cr}$  es la potencia bajo la presencia de convección, conducción y radiación.

Las figuras 5.4a y 5.4b muestran las gráficas de las ecuaciones (V-1) y (V-2), en estas gráficas se nota que la variación más significativa en la potencia se da para valores bajos de  $\alpha$ , no importando los valores que adquiera  $\beta$ .



**Fig. 5.4a** Cociente de potencias (adimensionalizado) los valores de  $\alpha, \beta$  son tomados de acuerdo a los rangos en que varían sus valores dependiendo de los materiales de que están contruidos los dispositivos donde se llevan al cabo los intercambios térmicos.



**Fig. 5.4b** Cociente de potencias (adimensionalizado) los valores de  $\alpha, \beta$  son tomados de acuerdo a los rangos en que varían sus valores dependiendo de los materiales de que están construidos los dispositivos donde se llevan al cabo los intercambios térmicos.

Cabe mencionar que los resultados tanto gráficos como numéricos son meramente ilustrativos ya que para poder obtener resultados reales se necesitan obtener valores reales de los diferentes parámetros implicados, de una máquina térmica real, siendo esta misión poco menos que imposible debido a que tales parámetros además de ser variables en el tiempo son muy difíciles de ser medidos físicamente en campo.

Esto no implica que los resultados obtenidos analíticamente no sean aplicables. Ya que conociendo valores característicos podemos obtener resultados muy apegados a los reales.

Como es sabido en los problemas de transferencia de calor, mecánica de fluidos y termodinámica implican diversos fenómenos (capa límite, flujo turbulento y transitorio, etc. ) y por lo tanto su complejidad aumenta al querer analizar alguno de estos fenómenos, el problema aquí abordado es analizado desde un punto de vista global.

Dentro del campo de termodinámica el tiempo finito es un concepto relativamente nuevo (1970) lo cual conlleva a que su desarrollo está aún en principios; como se puede observar cualquier problema dentro de la termodinámica no son analizados variables con respecto al tiempo, como ejemplo se puede citar los diversos diagramas de propiedades termodinámica (P-v, T-s, etc.), sino para un instante dado.

Así pues, se espera que este escrito sirva para considerar diversos problemas de la termodinámica clásica considerando que los procesos termodinámicos no ocurren en tiempos infinitos, sino en razones finitas de tiempo, como sucede realmente.

## BIBLIOGRAFÍA

1. F.L. Curzon and B. Ahlborn, Am. J. Phys 43,22 (1975)
2. Chen and Z. Yan, J. Chem. Phys: Vol. 90 No.7 (3740) (1989)
3. H. Rubin and B. Andresen, J. Appl. Phys Vol. 53 (1) (1982)
4. Andresen, P. Salomon, and R. S. Berry . The Journal of Chemical Physics, Vol.66, No.4 1571 (1977)
5. J. Lampinen and J. Vuerisalo, J. Appl. Phys 69(2) 597 (1991)
6. Kestin, Joseph, The second law of thermodynamics, Ed. Dowden, Itutchison Ross, Inc. Pennsylvania, 1976.
7. Carnot, Sadi, Reflections on the motive power of fire, and on machines fitted to develop that power, Ed. Dover Publication Inc., New York, 1960, 174 p.p.
8. Reynolds, C. William, Termodinámica, Ed. Mc Graw-Hill, México 1967

ESTA TESIS NO DEBE  
SALIR DE LA BIBLIOTECA



9. Bughard, M. David. Engineering Thermodynamics with applications. Third Edition. Harper Row, publishers, New York, 1986.
10. Incropera, Frank P., De witt D.P. Fundamentals of Heat and Mass Transfer. Second Edition, John Wiley and Sons, New York, 1985.
11. Manrique, A. José, Cárdenas, Rafael, Termodinámica, Ed. Harla, México 1976
12. Wark, Kenneth, Termodinámica, Ed. McGraw-Hill, Cuarta Edición, México 1988
13. Swokowski, Earl W., Cálculo con geometría analítica, segunda edición, Grupo editorial Iberoamericana, México 1976.
14. Facultad de Ingeniería, Apuntes de Cálculo Vectorial, Facultad de Ingeniería, UNAM, México 1981.