

3.5
2 ej



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

Escuela Nacional de Estudios Profesionales
" ARAGON "

FALLA DE ORIGEN

"ANÁLISIS Y DISEÑO DE ARMADURAS EN EL ESPACIO BIDIMENSIONAL"

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

INGENIERO CIVIL

P R E S E N T A N :

MATEO GUZMAN ORTIZ

PABLO CRUZ JIMENEZ VEGA

ENEP

DIRECTOR DE TESIS: ING. ADOLFO ALMAZAN JARAMILLO

ARAGON

MEXICO D.F. 1995



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES
ARAGÓN
DIRECCION


MATEO GUZMAN ORTIZ
P R E S E N T E .

En contestación a la solicitud de fecha 1 de junio del año en curso, presentada por Pablo Cruz Jiménez Vega y usted, relativa a la autorización que se les debe conceder para que el señor profesor, Ing. ADOLFO ALMAZAN JARAMILLO pueda dirigirles el trabajo de Tesis denominado "ANALISIS Y DISEÑO DE ARMADURAS EN EL ESPACIO BIDIMENSIONAL", con fundamento en el punto 6 y siguientes, del Reglamento para Exámenes Profesionales en esta Escuela, y toda vez que la documentación presentada por usted reúne los requisitos que establece el precitado Reglamento; me permito comunicarle que ha sido aprobada su solicitud.

Aprovecho la ocasión para reiterarle mi distinguida consideración.

ATENTAMENTE
"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"
San Juan de Aragón, Mex., 4 de julio de 1994
EL DIRECTOR


M en, CLAUDIO C. MERRIFIELD CASTRO


c c p Lic. Alberto Ibarra Rosas, Jefe de la Unidad Académica.
c c p Ing. Daniel Velázquez Vázquez, Jefe de la Carrera de Ingeniería Civil.
c c p Ing. Adolfo Almazan Jaramillo, Asesor de Tesis.


CCMC/AIR/11a.

FALLA DE ORIGEN



UNIVERSIDAD NACIONAL
AV. PANNA DE
MEXICO

ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES
ARAGÓN
DIRECCION

PABLO CRUZ JIMENEZ VEGA
P R E S E N T E .

En contestación a la solicitud de fecha 1 de junio del año en curso, presentada por Mateo Guzmán Ortiz y usted, relativa a la autorización que se les debe conceder para que el señor profesor, Ing. ADOLFO ALMAZAN JARAMILLO pueda dirigirles el trabajo de Tesis denominado " ANALISIS Y DISEÑO DE ARMADURAS EN EL ESPACIO BIDIMENSIONAL ", con fundamento en el punto 6 y siguientes, del Reglamento para Exámenes Profesionales en esta Escuela, y toda vez que la documentación presentada por usted reúne los requisitos que establece el precitado Reglamento; me permito comunicarle que ha sido aprobada su solicitud.

Aprovecho la ocasión para reiterarle mi distinguida consideración.

ATENTAMENTE
"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"
San Juan de Aragón, Mex., 4 de julio de 1994
EL DIRECTOR

M en C. CLAUDIO C. MERRIFIELD CASTRO

c c p Lic. Alberto Ibarra Rosas, Jefe de la Unidad Académica.
c c p Ing. Daniel Velázquez Vázquez, Jefe de la Carrera de
Ingeniería Civil.
c c p Ing. Adolfo Almazan Jaramillo, Asesor de Tesis.

CCMC/AIR'11a.

Ag B
Paul

AGRADECIMIENTOS

A mis Padres:

Eufrocina Ortiz Lucio

Mateo Guzmán

A mi Abuela y mis Tíos:

Edilia Lucio Huazo, Julio, Eudocio, Leonides, Nazario, Clemente, Berlario, Juan, Braulio, Manuel y a mi Prima, Antonia Ortiz Jacobo, por el esfuerzo que hicieron para guiarme en mi formación y superación como ser humano.

A mi Esposa:

Juana López López, por la paciencia y apoyo incondicional en la etapa de mi formación profesional.

A mis Hijos:

Marlo Alberto, Karla Moriana, Tammara Ilicé, Priscila Ammaranta y Edgar Eduardo como ejemplo de superación personal.

GRACIAS

MATEO GUZMÁN ORTÍZ

A mis Padres:

Graciano Jiménez Soberanes (†) y Carlota Vega Rojas, por su esfuerzo y sacrificio al haberme impulsado y enseñado a enfrentarme a la vida.

A mi Esposa:

Eréndika Chanes Cruz, por su apoyo incondicional, en esta etapa de mi vida que ahora realizo.

A mis Hijas:

Karla Daniela y Pamela Estefanía, que han sido un aliciente para seguir adelante.

GRACIAS

PABLO CRUZ JIMENEZ VEGA

Al Ing. Adolfo Almazán Jaramillo, por su paciencia y dedicación al **asesorarnos** en la realización del presente trabajo.

A nuestros **hermanos, amigos y demás personas** que de una u otra manera, siempre nos han brindado su apoyo.

A nuestros **compañeros**, por esas vivencias compartidas.

A nuestra escuela, la **ENEP Aragón UNAM**, la cual fué nuestro segundo hogar en la etapa de formación profesional.

A nuestros **Maestros**, por compartir con nosotros sus experiencias y conocimientos.

GRACIAS

MATEO GUZMAN ORTIZ
PABLO CRUZ JIMENEZ VEGA

**ANALISIS Y DISEÑO DE ARMADURAS EN EL
ESPACIO BIDIMENSIONAL**

**GUZMAN ORTIZ MATEO
PABLO CRUZ JIMENEZ VEGA**

CONTENIDO

INTRODUCCION	1
CAPITULO 1 ANTECEDENTES	4
1.1 ¿Qué es una armadura?	4
1.2 Historia de las armaduras	5
1.3 Partes constitutivas de una armadura	8
1.4 Tipos de armaduras	10
1.4.1 Tipos comunes de armaduras de cubierta o techo	10
1.4.1.1 Armaduras de los tipos Warren y Pratt	10
1.4.1.2 Armaduras de los tipos Pratt y Howe triangulares	11
1.4.1.3 Armadura tipo Fink y sus variantes	11
1.4.1.4 Armadura de Lomo Circular	12
1.4.1.5 Arcos de acero estructural	12
1.4.1.6 Armadura de Tijera y en Diente de Sierra	12
1.4.2 Tipos comunes de armaduras de puentes	14
1.5 Materiales comunmente utilizados en la construcción de armaduras	17
1.5.1 Ventajas del acero	17
1.5.2 Desventajas del acero	18
1.5.3 Ventajas de la madera	19
1.5.4 Desventajas de la madera	20
CAPITULO 2 LAS ARMADURAS EN LA INGENIERIA CIVIL	21
2.1 Industrial	21
2.2 Vías de Comunicación	25
2.3 Edificación	29
CAPITULO 3 PRINCIPIOS ESTATICOS EN ARMADURAS	31
3.1 Introducción	31
3.2 Fuerzas concurrentes	32
3.2.1 Resultante de dos fuerzas concurrentes	35
3.2.2 Resultante de más de dos fuerzas concurrentes	37
3.2.3 Polígono de fuerzas	38
3.3 Condiciones de apoyo	39

CAPITULO 4 ANALISIS DE ARMADURAS	41
4.1 Estabilidad y grado de indeterminación	41
4.1.1 Convención de signos	42
4.1.2 Diagrama de cuerpo libre	43
4.1.3 Disposición de los elementos de una armadura	44
4.1.4 Determinación estática e isostaticidad de las armaduras	45
4.2 Métodos de análisis de armaduras isostáticas	54
4.2.1 Método de los Nudos	54
4.2.1.1 Aplicación del método de los Nudos	55
4.2.2 Método de las Secciones	118
4.2.2.1 Fuerzas en los elementos cortados por las secciones	118
4.2.2.2 Aplicación del método de Secciones	119
4.3 Método de análisis de armaduras hiperestáticas	164
4.3.1 Método de las Flexibilidades	164
4.3.1.1 Introducción	164
4.3.1.2 Estructura isostática interiormente e hiperestática exteriormente	166
4.3.1.3 Estructura hiperestática interiormente e isostática exteriormente	167
4.3.1.4 Estructura hiperestática interior y exteriormente	168
4.3.1.5 Aplicación del método de Flexibilidades	171
CAPITULO 5 DISEÑO DE ARMADURAS.....	184
5.1 Materiales considerados	184
5.2 Comportamiento del acero estructural	184
5.3 Métodos de diseño	188
5.4 Perfiles de acero	189
5.5 Aceros estructurales modernos	190
5.6 Miembros sujetos a tensión	191
5.7 Ejemplos de diseño de miembros sujetos a tensión	192
5.8 Miembros sujetos a compresión	192
5.7 Ejemplos de diseño de miembros sujetos a compresión	194
5.10 Consideraciones de diseño	195

ANEXOS	201
CONCLUSIONES	214
BIBLIOGRAFIA	217

INTRODUCCION

En la construcción de techumbres y puentes la utilización de estructuras convencionales (vigas de acero o de concreto), daría lugar a elementos de gran peralte, de gran peso y con altos consumos de material, problemas que no presentan las armaduras, estas permiten librar grandes claros y soportar cargas importantes conservando buena apariencia y funcionalidad.

En la construcción y diseño de estructuras en general, se busca siempre encontrar la economía y la funcionalidad óptima del material empleado; hablando de armaduras, la madera fue uno de los primeros materiales utilizados para su construcción; sin embargo, dadas sus desventajas, tales como ser un material no homogéneo, de baja durabilidad, baja resistencia a la tensión al utilizarla en grandes claros o longitudes efectivas de elementos, etc., actualmente ha decrecido su uso como material empleado en este tipo de estructuras.

El concreto es el material más empleado en las estructuras, debido a sus ventajas tales como: su gran economía, fácil manejabilidad y gran resistencia a la compresión, sin embargo, las estructuras construidas con el (sólidas o llamadas de alma llena), resultan ser de gran volumen y por ende, no se utiliza como material de construcción para armaduras.

Sobre los materiales anteriores, han sobresalido los metales, principalmente el acero estructural, aunque actualmente se comienza a usar el aluminio.

Por muchas características deseables, los aceros estructurales han llevado a que se utilicen estos en una gran variedad de aplicaciones. Los aceros estructurales están disponibles en muchas formas de productos y ofrecen una alta resistencia inherente, tienen un módulo de elasticidad muy alto, de modo que las deformaciones bajo carga son pequeñas. Además, los aceros estructurales poseen alta ductibilidad, tienen una relación esfuerzo deformación unitaria en forma lineal, incluso para esfuerzos relativamente altos, y su módulo de elasticidad es el mismo tanto a tensión como a compresión. Por lo tanto, el comportamiento de los aceros estructurales se

puede predecir en forma exacta por medio de la teoría elástica. La estandarización de las secciones (perfiles y láminas), facilita el diseño y reduce al mínimo los costos de los aceros estructurales. Los aceros estructurales se fabrican bajo un estricto control de calidad, lo que garantiza al comprador un material de excelentes características estructurales.

El análisis y diseño de armaduras presenta algunas dificultades para su aprendizaje, entre ellas se pueden citar el manejo de una gran cantidad de números en su análisis lo que lo hace tedioso y enredado, la bibliografía disponible sobre el tema resulta ser escasa o solo lo toca superficialmente, además de que en los cursos académicos de Análisis y Diseño Estructural son cortos y no se tratan con suficiente profundidad.

El objetivo de este trabajo, es iniciar al estudiante de ingeniería civil en el análisis estructural básico sobre armaduras planas. Se proporciona información para desarrollar la comprensión de las armaduras estáticamente determinadas o isostáticas, así como los principios de las estáticamente indeterminadas o hiperestáticas.

En primera instancia, se tratará de dar un conocimiento general de la naturaleza de una armadura, tal como su definición, antecedentes, partes constitutivas, tipología, materiales de fabricación, ventajas y desventajas de acuerdo a los mismos.

Posteriormente se verá la aplicación de las armaduras dentro de la ingeniería civil, como son: en la industria, en vías de comunicación y en edificación.

Ya dentro de los principios del análisis de armaduras, se contemplan dos principalmente: fuerzas concurrentes y condiciones de apoyo.

Continuando con el análisis de armaduras, se establece en primer lugar, su estabilidad y grado de indeterminación, convención de signos, disposición de sus elementos, determinación estática e isostaticidad. Posteriormente, se presentan los métodos más usuales para la solución de armaduras isostáticas.

como el de los nudos y el de las secciones; las hiperestáticas se analizarán por el método de las flexibilidades.

Finalmente, se da una introducción de el diseño de armaduras empleando acero estructural.

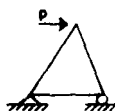
CAPITULO 1

ANTECEDENTES

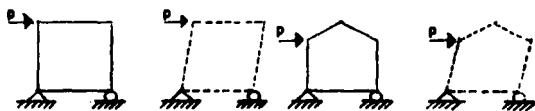
1.1 ¿Qué es una armadura?

Una armadura es una estructura integrada por un conjunto de elementos llamados barras, de eje longitudinal recto, arregladas en un plano de manera tal que forman triángulos, las uniones de dos o más barras en sus extremos, se les denomina nudos, dichos nudos se consideran articulaciones ideales. Los triángulos deberán colocarse de tal manera que cada miembro trabaje únicamente a esfuerzos directos de compresión y tensión.

La forma triangular es una configuración estructuralmente estable, esto se demuestra mediante el estudio de la armadura simple [Ver figura 1 (a)], en el cual se observa que es imposible que la estructura triangular cambie de forma bajo la acción de cualquier tipo de carga a menos que uno o más de sus elementos constitutivos sufra algún tipo de colapso, doblamiento, fractura o falla. Las configuraciones estructurales de 4 o más elementos no se consideran estables y pueden estar expuestos a colapso bajo la acción de alguna carga, como se muestra en las figuras 1 (b) y 1 (c).



(a)



(b)

(c)

Figura 1 Estudio de la armadura simple

1.2 Historia de las armaduras.

El principio básico de las armaduras es tan sencillo que su origen se remonta a los techos y puentes primitivos construidos de madera. El arquitecto italiano Andrea Palladio (1518 - 1580), fue el primero en utilizar armaduras de gran longitud, sus extensos escritos sobre arquitectura, contenían descripciones detalladas y dibujos muy complejos de algunas armaduras similares a las que existen hoy en día.

Sin embargo fue apenas en 1843 que se divulgó un análisis racional de armaduras con la publicación del libro "An essay on bridgt building" (Un ensayo sobre la construcción de puentes), escrito por Squir Whipple de Utica, Nueva York; ésta fue la primera contribución a la teoría de estructuras que se realizó en Estados Unidos.

En 1850, el ingeniero ruso J. D. Jourawski, presentó un método general para analizar armaduras con elementos paralelos. J. W. Schwedler propuso en 1851 aislar un segmento de estructura para determinar las fuerzas internas en las barras, A. Ritter mejoró éste método en 1862.



Foto 1 Armadura en puente de ferrocarril

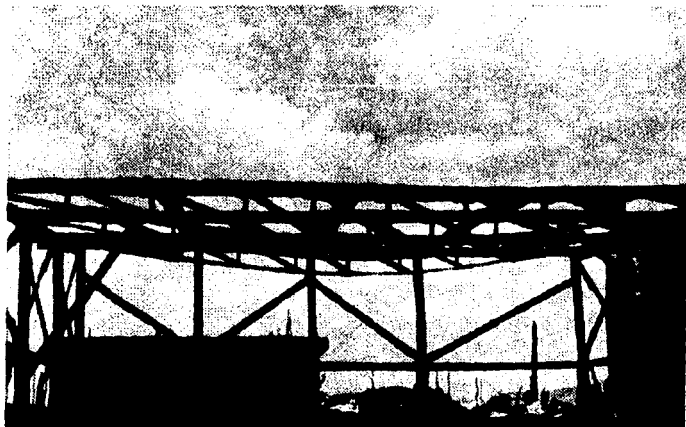


Foto 2 Armadura de madera en una techumbre

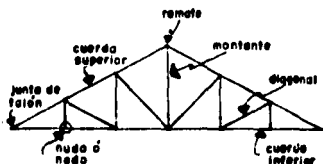
1.3 Partes constitutivas de una armadura.

En general, una armadura está constituida por cuerda superior e inferior y por los miembros del alma [Ver figura 2], la cuerda superior está constituida por la línea de miembros más alta que se extiende de un apoyo a otro pasando por el remate, esto en armaduras triangulares, en armaduras de cuerdas paralelas, es la formada por la unión de los nudos extremos más altos.

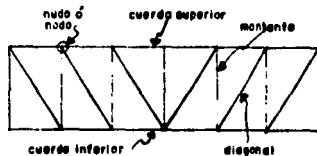
La cuerda inferior está compuesta por la línea de miembros que va de un apoyo a otro.

Los miembros del alma, son aquellos que unen las juntas de las cuerdas superior e inferior y que, dependiendo de su posición vertical inclinada, se llaman **montantes** o **diagonales** respectivamente. Con base en el tipo de esfuerzo, se les denomina **puntales** a los miembros que trabajan a compresión, mientras que aquellos miembros que trabajan a tensión, se llaman **frantes**.

La junta en el apoyo de una armadura triangular se le llama **junta de talón** y la junta en el pico más alto se le llama **remate**, los puntos en donde se unen los miembros del alma reciben el nombre de **nudos** o **nodos** (en lo sucesivo se designarán como nudos).



(a) Triangular



(b) De cuerdas paralelas

Figura 2 Partes constitutivas de una armadura

Existe un método para designar a los miembros de una armadura (Ver figura 3), asignándole una letra minúscula en cada nudo y definiendo el nombre de cada elemento entre letra y letra. Así, a-b, b-d, etc., son miembros de la cuerda superior; a-c, c-e, etc., son miembros de la cuerda inferior; c-b, e-d, etc., son montantes; c-d, e-f, etc., son diagonales.

El **peralte** de una armadura es la distancia vertical desde el remate (en armaduras triangulares), o cuerda superior (en armaduras de cuerdas paralelas), a la línea que une los apoyos de las armaduras.

El **clareo** de una armadura es la distancia entre los apoyos, cuando la armadura está soportada por muros, generalmente se considera el claro como la distancia centro a centro de los apoyos en estos muros. Si la armadura forma un marco con las columnas en los extremos, entonces el claro se considera como la distancia entre las caras exteriores de las columnas.

Un **panel** es aquella porción de una armadura que se encuentra comprendida entre dos nudos consecutivos de la cuerda superior.

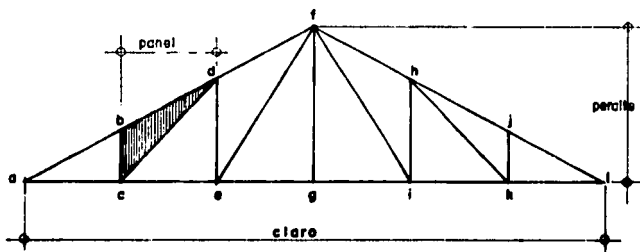


Figura 3 Designación de los miembros de una armadura

1.4 Tipos de armaduras

1.4.1 Tipos comunes de armaduras de cubierta o techo.

Varios de los tipos más comunes de estas armaduras, se muestran en seguida, algunas de ellas llevan el nombre del ingeniero, arquitecto o constructor que las diseñaron por primera vez, las principales características de las armaduras señaladas, se describen a continuación:

1.4.1.1 Las armaduras de los tipos **Warren** y **Pratt** cuadrangulares son, sin duda alguna las que más se utilizan en techumbres aplanadas (con pendientes 1:15 a 1:10 o sea de 7 cm/m a 10 cm/m), en las cuales, por sus características, es más fácil de colocar el material de techado que en otros tipos. Estas armaduras pueden utilizarse con ventaja en techumbres planas con claros que varíen de 12 a 40 m, sin embargo, también se han utilizado para cubrir claros hasta de 60 m. La armadura Warren normalmente es más satisfactoria que la Pratt. Las techumbres pueden ser totalmente planas en claros no mayores de 9 a 12 m, pero en caso de claros más largos las pendientes mencionadas se emplean para fines de drenado de las cubiertas.



Warren cuadrangular



Pratt cuadrangular

Figura 4

1.4.1.2 Las armaduras de los tipos Pratt triangular y Howe triangular son probablemente más comunes de mediano peralte. Las pendientes usuales en estas armaduras de dos vertientes (o de dos aguas o caídas), varían entre las que se indican para la figura 4 y la figura 6. Los claros máximos económicos caen entre 27 y 30 m.



Pratt triangular

Howe triangular

Figura 5

1.4.1.3 Para techumbres de mayor despunte (con pendientes de 1:2.4 a 1:2 es decir, de 40 a 50 cm/m), es muy utilizada la armadura de tipo Fink y sus variantes. Las armaduras Pratt triangulares y Howe también se pueden utilizar para pendientes grandes, pero normalmente no son tan económicas; la armadura Fink se ha utilizado para claros hasta de 36 m. Una cualidad que la hace más económica es que la mayor parte de sus elementos estructurales trabajan a tensión, y los que lo hacen a compresión son relativamente cortos. La configuración de los paneles se controla mediante el espaciamiento de los largueros o correas. Como normalmente se desea que los largueros carguen únicamente sobre las juntas de la armadura, conviene subdividir los tramos principales. Las armaduras de tipo Fink pueden subdividirse en tantos paneles o tableros como sea necesario, para satisfacer casi cualquier condición de claro o de espaciamiento de largueros. La armadura Fink compuesta (o de abanico), ilustra adecuadamente el proceso de subdivisión.

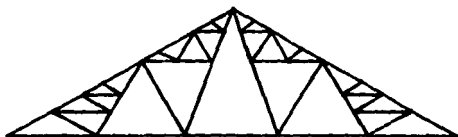


Figura 6 Fink compuesta (en abanico)

1.4.1.4 Si se requieren techumbres curvas, la armadura de **tomo circular** (o en arco de flecha), se emplea económicamente para claros hasta de 36 m, sin embargo, en ocasiones se ha utilizado para claros mucho más largos. Este tipo de armaduras, cuando se diseña adecuadamente, posee la gran ventaja de desarrollar fuerzas muy pequeñas en sus elementos de alma. A pesar de que es algo costoso el dar el perfil circular al cordón superior, este tipo de armaduras se prefiere en la construcción de bodegas, supermercados, estacionamientos y pequeños cobertizos industriales.



Figura 7 De tomo circular

1.4.1.5 Para claros considerablemente superiores a 30 m, deberá brindarse especial atención a los **arcos de acero estructural**, ya que estos tipos de estructuras ofrecen las mejores soluciones desde el punto de vista económico. Un arco reticulado de tres articulaciones se muestra en la figura 8

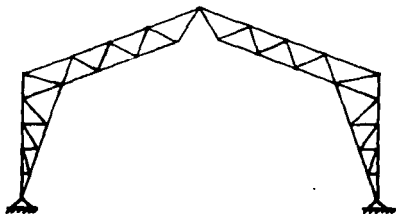
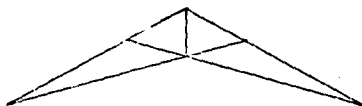


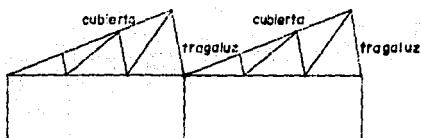
Figura 8 Arco reticulado de tres articulaciones

1.4.1.6 En la figura 9 se ilustran diversos tipos de armaduras. La armadura de **tijera** (llamada así por su perfil parecido al de unas tijeras), se puede utilizar satisfactoriamente en techados para pequeñas iglesias o templos, y en edificaciones semejantes con techumbres de gran despunte. Las

armaduras en **diente de sierra** se utilizan en cubiertas donde se requiere la mayor iluminación natural, como en algunas construcciones industriales. La vertiente de mayor declive soporta los tragaluzes y normalmente se orienta hacia el norte para obtener una mejor difusión de la luz natural*. Este tipo de armaduras se utiliza en techados para los que no es objetable un gran número de columnas. La armadura cuadrangular en arco se ha empleado para cubrir claros mayores de 30 m. En tal estructura, los miembros diagonales a uno y otro lado de una ala o caída, tienen inclinaciones opuestas, con el propósito de que la mayoría hasta donde sea posible se encuentren trabajando a tensión.



De tijera



Diente de sierra

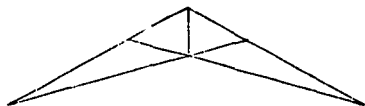


Cuadrangular en arco

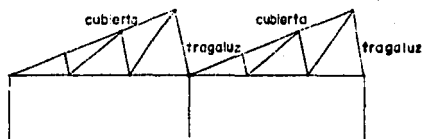
Figura 9

*En el hemisferio norte es válida esta afirmación, en el hemisferio sur se hará lo contrario.

armaduras en **diente de sierra** se utilizan en cubiertas donde se requiere la mayor iluminación natural, como en algunas construcciones industriales. La vertiente de mayor declive soporta los tragaluces y normalmente se orienta hacia el norte para obtener una mejor difusión de la luz natural*. Este tipo de armaduras se utiliza en techados para los que no es objetable un gran número de columnas. La armadura cuadrangular en arco se ha empleado para cubrir claros mayores de 30 m. En tal estructura, los miembros diagonales a uno y otro lado de una ala o caída, tienen inclinaciones opuestas, con el propósito de que la mayoría hasta donde sea posible se encuentren trabajando a tensión.



De tejera



Diente de sierra



Cuadrangular en arco

Figura 9

*En el hemisferio norte es válida esta afirmación, en el hemisferio sur se hará lo contrario.

1.4.2 Tipos comunes de armaduras en puentes.

En las figuras siguientes se muestran algunos tipos de armaduras para puentes, las cuales se emplean en claros de tamaño mediano. La armadura **Pratt** trapecial razonablemente económica para claros entre 45 y 60 m, posee la gran ventaja de que todas las diagonales están sujetas a tensión bajo la acción de cargas muertas. Los puntales de los extremos, sin embargo, siempre están sujetos a esfuerzos de compresión y el desplazamiento alternativo de cargas vivas a lo largo del puente, puede producir cambio de sentido en las fuerzas que actúan en algunas de las otras diagonales (de tensión a compresión, o viceversa).

Para muchos, la armadura **Warren trapecial** tiene una apariencia más atractiva que la de tipo Pratt y tal vez se usa más para las mismas aplicaciones. La Warren se utiliza más en puentes de calzada superior que en los de calzada inferior, debido a que es particularmente económica en tales aplicaciones.

Cuanto mayor peralte tenga una armadura, con iguales dimensiones de sus cuerdas, tanto mayores serán sus momentos resistentes. En el caso de claros grandes resulta económico incrementar el peralte de la armadura donde los momentos son más intensos. Estas armaduras de peralte variable son definitivamente más ligeras que las correspondientes de cuerdas paralelas (peralte uniforme), pero sus costos de fabricación son más elevados. Para claros mayores de 54 a 60 m, el ahorro en peso compensa en exceso los costos extras de fabricación, de manera que las armaduras de lomo curvo resultan las más económicas. La armadura **Parker** (también llamada "de joroba" o "lomo de camello"), es muy conveniente para claros entre los 54 y 118 m tratándose de armaduras más largas (continuas o en voladizo), los peraltes casi siempre varían con los momentos. Los mayores peraltes en estas armaduras se localizan en los apoyos en donde se desarrollan los momentos de mayor intensidad.

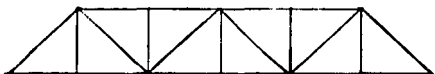
Diversos estudios de índole económico, relativos a los puentes de armaduras, revelan que los elementos diagonales deberán de conservar su inclinación cercana a los 45 grados respecto a la horizontal, y que las relaciones de peralte a claro deben variar entre 1/5 y 1/8, empleándose las

relaciones menores con los claros más grandes. Si estas recomendaciones se aplican a claros mucho mayores que 90 m, la longitud de panel será excesiva.

Cuando los paneles o tableros de la armaduras son muy grandes, las dimensiones de los elementos de compresión quedan fuera de consideración, a causa de la excesiva longitud sin apoyo más aún el sistema de piso entre uniones de panel o juntas de la armadura llega a ser bastante pesado y costoso cuando se tienen paneles grandes. De hecho, espaciamientos entre vigas de piso mayores que 7.5 m, no son recomendables.



Pratt trapezoidal



Warren trapezoidal



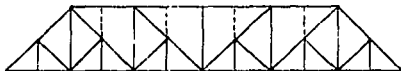
Warren trapezoidal invertida



Parker (o lomo de camello)

Figura 10

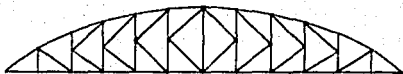
Las **armaduras subdivididas** mostradas en la figura 11 (a) y (b) se utilizan para conservar la longitud de panel dentro de valores aceptables para armaduras muy extensas, y al mismo tiempo cumplir con los requisitos de tipo económico mencionados anteriormente (inclinación de las diagonales y relación del peralte al claro). En la parte (a) de la figura, se muestra la armadura **Baltimore** de cordones paralelos (o Pratt trapecial subdividida). Una vez más resulta más económico utilizar armaduras que varíen el peralte con los momentos flexionantes, como la armadura **Baltimore de lomo curvo** que se indica en (b) de la figura. Esta estructura se conoce generalmente como armadura **Pennsylvania** o **Petit**. La armadura **tipo K**, mostrada en la parte (c) sirve para los mismos usos que las otras armaduras subdivididas; su aspecto es más estético y atractivo, y probablemente tiene menores fuerzas de tipo secundario.



(a) Baltimore de cordones paralelos



(b) Pennsylvania o Petit



(c) Tipo K
Figura 11

1.5 Materiales comúnmente utilizados en la construcción de armaduras

Los materiales más usados para la construcción de armaduras son el acero y la madera, debido a sus características estructurales, las cuales se describen a continuación, comparando sus ventajas y desventajas:

1.5.1 Ventajas del acero.

Si observamos detenidamente la infraestructura que nos rodea, podremos notar innumerables puentes, edificios, torres, naves industriales y otras estructuras construidas en acero, por lo que se puede considerar a este material como estructuralmente perfecto; además de ser el más versátil. Entre sus características que lo hacen considerar así, tenemos: su gran resistencia, poco peso, fabricación sencilla, etc., estas y algunas otras ventajas se describen a continuación:

Alta resistencia: su alta resistencia por unidad de peso, significa que las cargas muertas serán menores. Este hecho es de gran importancia en armaduras utilizadas en puentes o estructuras de gran claro.

Uniformidad: Las propiedades del acero no cambian apreciablemente con el tiempo, como sucede con otros materiales como es el caso de la madera.

Elasticidad: El acero está más cerca de las hipótesis de diseño que la mayoría de los materiales porque sigue la ley de Hooke hasta para esfuerzos relativamente altos. Los momentos de inercia de una estructura de acero pueden ser calculados con precisión en comparación con los obtenidos con una estructura de concreto reforzado los cuales son un tanto indefinidos.

Durabilidad: Las estructuras de acero, con un mantenimiento adecuado, duran indefinidamente. En algunos tipos de aceros nuevos se tiene que bajo ciertas condiciones, es necesaria únicamente pintura como mantenimiento.

Ductibilidad: Esta es la propiedad de un material que le permite soportar deformaciones generalmente sin fallar, bajo esfuerzos de tensión elevados. Cuando un miembro de acero dulce se somete a una prueba de tensión, ocurrirá una reducción considerable de su área transversal y un fuerte alargamiento, en el lugar de la falla antes de que la fractura real ocurra; un material que no tenga esta propiedad es probablemente duro y quebradizo, vítreo y posiblemente se rompa si recibe un fuerte golpe de súbito. En los miembros estructurales bajo cargas normales, se desarrollan concentraciones de esfuerzos elevados en varios puntos, la naturaleza dúctil de los aceros estructurales usuales, les permite fluir localmente en dichos puntos, previniendo así fallas prematuras. Una ventaja adicional de las estructuras dúctiles es cuando se sobrecarga, sus grandes deflexiones dan una evidencia de falla inminente.

Ampliación de las estructuras existentes: Las estructuras de acero se prestan para fines de ampliación, nuevos tramos y en ocasiones alas totalmente nuevas pueden añadirse a las estructuras de acero en edificaciones ya existentes, los puentes de acero por lo regular también pueden ampliarse.

Diversos: Algunas otras ventajas importantes del acero estructural, son: adaptación a prefabricación, rapidez de montaje, soldabilidad, tenacidad y resistencia a la fatiga, posible reutilización después de que la estructura sea desmontada y valor de rescate aún cuando no pueda usarse sino como chatarra.

1.5.2 Desventajas del acero.

En general, el acero presenta las desventajas siguientes:

Costo de mantenimiento: la mayoría de los aceros se corroen cuando están expuestos al aire libre, para evitar esto tienen que pintarse periódicamente.

Costo de protección contra incendio: La resistencia del acero estructural se reduce notablemente a las temperaturas que se alcanzan durante los incendios y se deben de proteger las estructuras fabricadas con este material a fin de asegurarlas con primas bajas. Debe de recordarse sin embargo, que el acero es incombustible.

Susceptibilidad al pandeo: A medida que los miembros sujetos a compresión son más largos y delgados, mayor es el peligro de que se presente pandeo en ellos.

1.5.3 Ventajas de la madera.

En México, país de grandes reservas forestales, parecerá que el uso de la madera debería estar muy generalizado, sobre todo si comparamos su costo relativamente más barato con respecto al del acero. Sin embargo el aprovechamiento estructural de la madera está restringido a la construcción de cimbras y obras falsas para estructuras de concreto y ocasionalmente, de algún techo industrial. Quizás se debe esto a una explotación poco eficiente de la riqueza forestal que tenemos, a la falta de experiencia de ingenieros y constructores para su uso como material de construcción y a la carencia de información adecuada sobre las propiedades de las maderas nacionales disponibles.

Son muchas las características ventajosas de la madera que la hacen atractiva, entre ellas tenemos:

Manejabilidad: es relativamente fácil de trabajar haciendo uso de herramientas sencillas, lo que permite darle una gran variedad de secciones y formas.

Durabilidad: su durabilidad en condiciones adecuadas es considerable, aunque no tan notable como la del acero.

Resistencia específica: Su resistencia específica es superior a la del acero.

1.5.4 Desventajas de la madera.

Como desventajas de la madera, pueden mencionarse las siguientes:

Dimensiones: aunque en su forma natural, la madera se presenta en formas cilíndricas rectas, lo que permite la fácil elaboración de elementos estructurales tales como vigas y polines, teniendo limitantes dimensionales en las escuadrías (es decir, en las dos dimensiones de la sección transversal de una pieza labrada a escuadra), y sus longitudes.

Intemperismo: Bajo ciertas condiciones ambientales o climáticas su durabilidad deja mucho que desear además de que es susceptible al ataque de hongos e insectos, aunque existen técnicas para mejorarla y evitar estos daños. Sufre cambios volumétricos con las variaciones de humedad y temperatura.

Resistencia variable: sus propiedades resistentes son muy variables debido a que se han realizado pruebas de dos elementos de dos árboles contiguos, presentando resistencias diferentes.

Resistencia al fuego: su resistencia a los incendios es mucho menor que la del acero estructural, ya que es un material flamable.

Deformabilidad: su deformabilidad es mayor que la de otros materiales, si se somete a cargas de larga duración se producen deformaciones permanentes.

CAPITULO 2 LAS ARMADURAS EN INGENIERIA CIVIL

Dentro de la Ingeniería Civil las armaduras planas tienen su aplicación principal en: puentes, edificios y naves industriales.

2.1 Industrial

Dentro de este rubro las armaduras se utilizan principalmente para el soporte de la techumbre de fábricas, almacenes o bodegas, debido a que en estas construcciones se requieren librar grandes claros. La armadura se conecta sólidamente a las columnas de soporte (Ver figura 12). Para la disposición mostrada en 12 (a) de la figura, existe rigidez lateral muy pequeña, si es que no se usan arriostramientos angulares (mostrados con líneas interrumpidas). Aquí en México dichos miembros son mejor conocidos como patas de gallo y por esta razón se usará éste término para referirse a ellos. Las patas de gallo se colocan en general en ángulos de aproximadamente 45 grados. En la parte 12 (b) se muestra este tipo de armadura en la cual los arriostramientos angulares son innecesarios.

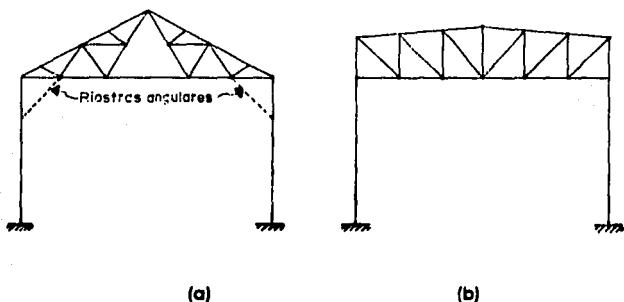


Figura 12 Armadura triangular para nave industrial

Durante muchos años los edificios industriales de una planta, fueron del tipo general mostrado en la figura anterior dándoles el nombre de "nave de taller". Estos edificios (estructuras), son económicos de construir pero no son especialmente atractivos (estéticos) y su iluminación puede ser un problema. Las naves de taller, tienen generalmente muros exteriores de ladrillo o bloques, o también algún tipo de recubrimiento o metal. El material de techado puede ser de losa de concreto precalado, lámina corrugada de asbesto o lámina galvanizada. Esta techumbre se apoya en los largueros los que a su vez, transmiten las cargas a las armaduras como cargas concentradas.

Las armaduras son sostenidas generalmente por columnas, ya que los muros por lo regular no son de carga. Aunque las fuerzas del viento por lo común no afectan apreciablemente las dimensiones de los miembros de las naves de taller de una planta, es importante la instalación de un buen sistema de arriostramiento perpendicular a las armaduras. Una disposición característica de los miembros de estructuración de una nave industrial se muestra en la figura 13.

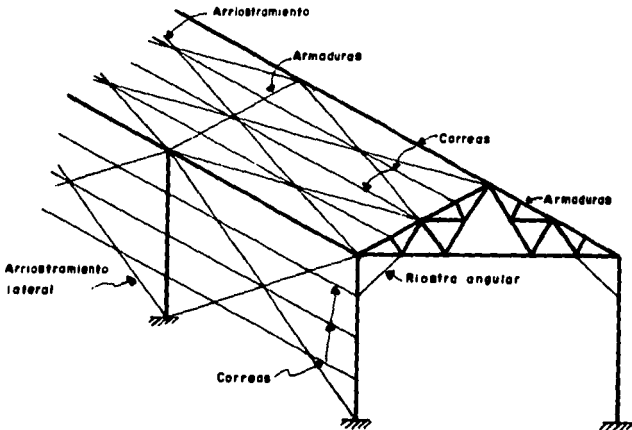


Figura 13

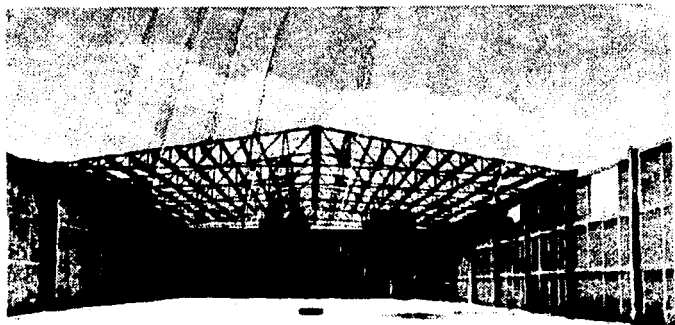


Foto 3 Armadura triangular para nave industrial

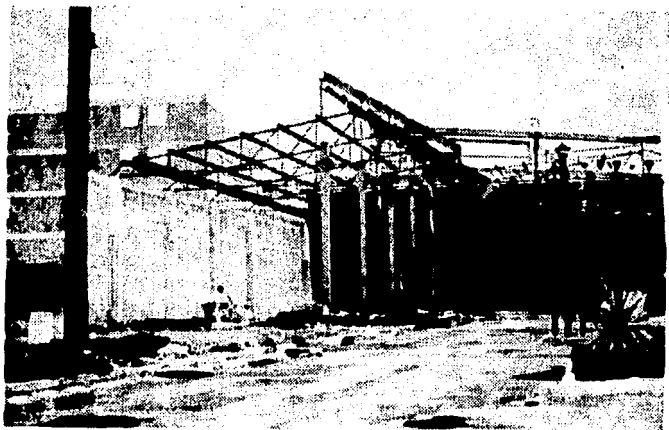


Foto 4 Armadura trapecial para nave industrial

2.2 Vías de Comunicación

Las armaduras son utilizadas en vías de comunicación en puentes para sistemas carreteros y ferroviarios así como en pasos peatonales. Los puentes de armaduras se utilizan para librar grandes claros y soportar cargas importantes, ya que en este tipo de estructuras se consideran las cargas vivas en un porcentaje mayor de las cargas totales aplicadas.

Las armaduras de los puentes casi siempre están expuestas a los agentes atmosféricos ocasionando los problemas de corrosión.

Las armaduras de peralte variable son más ligeras que las armaduras de cuerdas paralelas aunque sus costos de fabricación son mayores mientras que las llamadas armaduras de cuerda curva resultan ser aún más económicas.

A medida que los claros por cubrir y las cargas a soportar van siendo mayores las armaduras comienzan a competir con otros tipos de estructuras para puentes.

En el caso de claros mayores que los económicos para claros de alma llena, las armaduras probablemente resulten más económicas. A pesar de que hoy en día no es frecuente la construcción de puentes con armaduras de apoyo simple y un solo claro, se describirán ahora en cierto detalle pues permiten exponer de manera muy convincente los principios fundamentales del análisis de armaduras.

Se puede apreciar que existen puentes viales o de carretera cuyas armaduras se localizan a los lados. Conforme se avanza por el puente se advierte al mirar hacia arriba, los elementos estructurales que entrelazan las armaduras. A éste tipo de puentes se le denomina de **calzada inferior**. El sistema estructural de la vía de paso está sostenido por vigas transversales que van bajo la calzada y se apoyan en las juntas o nudos de las cuerdas inferiores de las armaduras.

En el **puente de calzada superior**, la vía de tránsito se localiza en la parte de arriba de las armaduras. Este tipo de construcción posee muchas ventajas



Foto 5 Puente vehicular de calzada inferior

sobre la de paso inferior, excepto en la reducción del espacio libre en la parte de abajo. En éste tipo de puente existe una gran libertad de obstáculos en dirección horizontal o vertical, por lo cual es posible realizar más fácilmente una futura ampliación. Otra ventaja muy importante es que las armaduras de apoyo pueden acercarse más, de manera que es posible reducir los momentos laterales en el sistema de calzada. Otras ventajas de este tipo de puentes son los sistemas simplificados de estructuras para la vía de tránsito y la posible reducción de las dimensiones de las pilas y los estribos de apoyo, debido a la disminución en su altura. Finalmente el mejor aspecto de este tipo de estructura es otra de las razones de su empleo cada vez mayor.

El puente del tipo de **calzada intermedia** o de entropaso es aquel en el cual las vías del tránsito están situadas entre los cordones superior e inferior y no hay lugar para el entrelazamiento o contraenténo en la parte de arriba.

Uno de los problemas más grandes en éste tipo de puentes es la dificultad de utilizar un esfuerzo lateral adecuado para las cuerdas superiores sujetas a compresión, éste tipo de puente es muy poco empleado en la actualidad.



Foto 6 Puente de calzada superior



Foto 7 Puente de calzada superior

El ingeniero de puentes de hoy en día trata de evitar cualquier sensación de encierro en los usuarios de la obra, para alcanzar ésta meta se esfuerza en eliminar todo tipo de esfuerzo estructural en lo alto, o bien, cualquier elemento de armadura que sobresalga del nivel de la superficie de tránsito, el resultado es de nuevo que el puente de calzada superior resulta el más conveniente a menos que las exigencias en el paso libre por debajo de tal estructura impidan su uso o bien que los claros sean tan grandes que su aplicación resulte impráctica.

2.3 Edificación

Las armaduras se utilizan dentro de la rama de la edificación con fines estructurales y/o estéticos, no es común ver armaduras como parte integrante de una casa habitación o de un edificio ya que los espacios entre uno y otro piso o de piso a techo son reducidos y dadas las dimensiones de una armadura por pequeña que esta sea, restringiría dicho espacio, y en caso de que se utilizasen, resultaría antieconómico por el aumento considerable del espacio de entrepiso.

Principalmente las armaduras se utilizan en: techos de garajes y talleres desempeñando en estos una función estructural; en vestíbulos de hoteles, museos, centros comerciales, tienen una función estructural y/o estética.

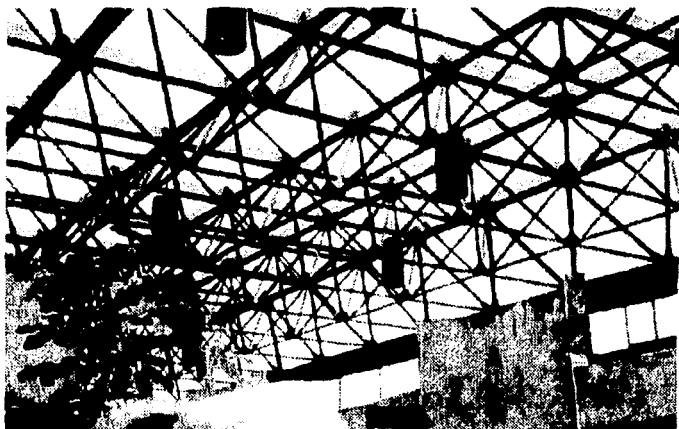


Foto 8 Armadura en centro comercial



Foto 9 Armadura en centro comercial

CAPITULO 3

PRINCIPIOS ESTATICOS EN ARMADURAS

3.1 Introducción

El objetivo principal de este capítulo, es el de presentar de una manera clara y sencilla los principios estáticos básicos que son de utilidad para el análisis de armaduras.

En la mayoría de las estructuras, las fuerzas internas (resultantes de esfuerzos), pueden neutralizarse a partir de las cargas externas mediante las ecuaciones de equilibrio, es decir, las estructuras son estáticamente determinadas o isostáticas cuando las acciones pueden neutralizarse mediante las ecuaciones de equilibrio estático.

La relación que guardan el número de nudos, el de barras y el de componentes de reacción para que una armadura sea interiormente isostática, está dada por:

$$2j = m + r$$

donde: m = número de barras
 j = número de nudos
 r = número de componentes de reacción

Esta relación se verá con mayor detalle en el capítulo siguiente.

Así entonces, las armaduras son configuradas de modo que cumplan la relaciones entre barras (segmento de recta de la estructura, que se encuentra entre dos nudos), y nudos (por consiguiente, el punto donde se unen dos o mas barras), esto es, que no exista ninguna deformación excesiva de una de sus partes con respecto a la otra. También dependen en forma importante de sus condiciones de apoyo.

3.2.- Fuerzas concurrentes

Una fuerza se define como una acción de un cuerpo sobre otro, que puede producir movimiento, presión o tensión. Una fuerza se caracteriza por su punto de contacto o de aplicación, magnitud, dirección y sentido, y se representa mediante un vector llamado vector fuerza.

La magnitud de una fuerza es el número de unidades de energía. Las fuerzas se dan generalmente en kilogramos o sus múltiplos y submúltiplos, cuando representamos una fuerza por una línea, la magnitud de la fuerza se expresa por la longitud de la línea dibujada a una escala conveniente.

La línea de acción es la trayectoria a lo largo de la cual actúa una fuerza y se representa gráficamente mediante la posición en que se dibuja la línea cuando una fuerza actúa sobre un cuerpo. El punto de contacto es conocido también como punto de aplicación, y es un punto en la línea de acción de la fuerza, en el cual esta toca al cuerpo u objeto.

El sentido o dirección, es aquel hacia donde una fuerza tiende a mover un cuerpo u objeto, puede ser hacia arriba, hacia abajo, a la derecha o a la izquierda, etc., cuando se le representa en forma gráfica, el sentido se indica mediante una punta de flecha colocada en el extremo de la línea.

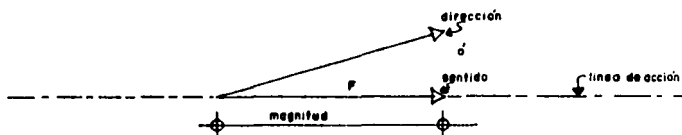


Figura 14 Representación de una fuerza

La resultante (representada por una sola fuerza), que por si misma desarrolla el efecto de dos o más fuerzas, es el sistema que tiene el mismo efecto que las fuerzas dadas. Uno de los problemas más útiles y comunes de la estática gráfica, es determinar la resultante de un sistema de fuerzas equivalente al sistema dado.

La **equilibrante** (representada por una sola fuerza), puede mantener al sistema dado en equilibrio. La equilibrante de un sistema de fuerzas tiene la misma magnitud y línea de acción que la resultante, pero actúa en dirección opuesta.

Se vio anteriormente que dos o más fuerzas que actúan sobre un cuerpo, pueden sustituirse por una sola fuerza que produce el mismo efecto sobre dicho cuerpo, de la misma manera, una sola fuerza F que actúe sobre un cuerpo, puede reemplazarse por dos o más fuerzas que produzcan juntas el mismo efecto sobre el cuerpo, a estas fuerzas se les llama **componentes de la fuerza original F** y al proceso de sustituir las en lugar de F , se le llama **descomposición de la fuerza F en sus componentes**.

El diseño de armaduras consiste primeramente en calcular las cargas en los nudos. Una vez que se han establecido las cargas, se determina el trabajo que se desarrolla cada barra, es decir, si trabajan a tensión o a compresión, y la magnitud de las fuerzas en los miembros de las armaduras. Existen varios métodos que se pueden usar para determinar las fuerzas de los miembros de una armadura, pero los comunes son: el de los principios de la **estática gráfica**, el de **los nudos** y el de **las secciones**. La **Estática** es la ciencia que trata de las fuerzas en equilibrio. Estática gráfica es solo el resolver los problemas de estática por medio de diagramas geométricos.

Como se mencionó en el capítulo 1, una armadura es una estructura en celosía (es decir, una serie de elementos que dejan huecos entre sí), diseñada de tal modo que las fuerzas en sus miembros sean capaces de mantener en equilibrio a las fuerzas externas. Puesto que para nuestros propósitos este equilibrio consiste en fuerzas cuyos efectos combinados no producen movimiento ni alteran el estado de reposo, todos los problemas relativos a armaduras tienen como dato fundamental la condición de equilibrio. Por supuesto esto no incluye deformaciones en los miembros debido a dilatación y contracción, así como la elasticidad propia de los materiales empleados.

Si una armadura y sus componentes están soportados de forma tal que, después de ocurrir una pequeña deformación, no es posible ningún movimiento adicional, se dice que están en **equilibrio**. En esas circunstancias,

las fuerzas externas están equilibradas, y las fuerzas internas o esfuerzos, contrarrestan exactamente a las cargas, es decir, la resultante de las cargas externas ejercidas por el cuerpo y las fuerzas de apoyo (o reacciones), valen cero. No solo debe anularse la suma de todas las fuerzas (o componentes), que actúan en cualquier dirección posible, sino también la suma de los momentos de todas las fuerzas con respecto a cualquier punto.

Si una estructura en el plano bidimensional o parte de ella ha de estar en equilibrio bajo la acción de un sistema de cargas, debe satisfacer las tres ecuaciones de la estática usando el sistema cartesiano x y, las ecuaciones son:

$$\Sigma F_x = 0$$

$$\Sigma F_y = 0$$

$$\Sigma M = 0$$

Para los fines de análisis y diseño se considera siempre que la estructura es plana, sin que ello represente una exactitud importante.

La solución gráfica de los problemas que tratan de fuerzas consiste en trazar una línea para representar una fuerza.

Se le llama **fuerzas concurrentes** a un sistema de fuerzas cuyas líneas de acción se encuentran en un punto común (Ver figura 15)

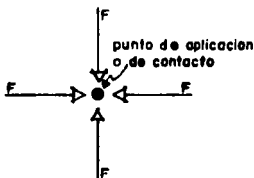
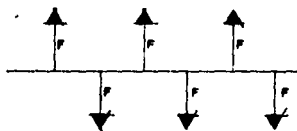


Figura 15 Representación de fuerzas concurrentes

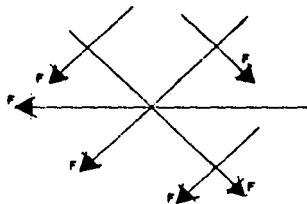
Las fuerzas concurrentes se clasifican en:

a) Paralelas.- son las que conservan la misma dirección y se desarrollan en un mismo plano [Ver figura 16 (a)]

b) Los sistemas generales.- se dirigen en todos los sentidos [(Ver figura 16 (b))]



(a) Paralelas



(b) Generales

Figura 16

Las **fuerzas coplanares** son aquellas cuya línea de acción está en el plano. En el plano bidimensional, todas las fuerzas son coplanares.

El **par mecánico** consta de dos fuerzas paralelas iguales en magnitud, pero en dirección opuesta y con línea de acción diferente. Un par tiende a causar rotación y solo se puede mantener en equilibrio mediante la acción de otro par que tienda a causar rotación en dirección opuesta.

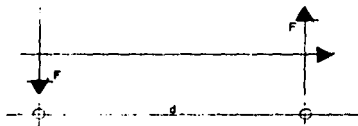


Figura 17 Representación de un par mecánico

3.2.1.- **Resultante de dos fuerzas concurrentes.**- para determinar la resultante de dos fuerzas concurrentes se considera necesario utilizar el principio conocido como **paralelogramo de fuerzas**. El paralelogramo de fuerzas consiste en lo siguiente: se supone que se requiere encontrar la resultante de la figura siguiente que tiene dos fuerzas F_1 y F_2 las cuales tienen el punto O' (origen), en común.

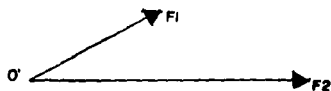


Figura 18 Resultante de dos fuerzas concurrentes

Las magnitudes de las fuerzas se presentan por las longitudes de las líneas y las flechas indican su dirección. Entonces desde el extremo de F_1 se dibuja una línea paralela a F_2 y desde el extremo de F_2 se dibuja una línea paralela a F_1 . Formándose un punto F en la intersección con línea paralela a F_2 . Esta construcción de la línea forma un paralelogramo, y al unir el punto O' (origen), con el punto F se forma una diagonal R que pasa por el punto O' (origen) siendo esta la resultante, en magnitud y dirección, de las dos fuerzas F_1 y F_2 . La magnitud se obtiene midiendo la longitud de la línea R a la misma escala que se usó para dibujar F_1 y F_2 .

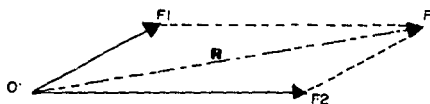


Figura 19

Las fuerzas F_1 y F_2 no están en equilibrio y sus efectos combinados podrían mover una partícula desde el punto O' (origen) hasta el punto F . Nótese que la resultante R actúa sola, (puede producir el mismo efecto). Si el problema consiste en determinar una fuerza que mantenga en equilibrio a F_1 y a F_2 , podríamos proceder de la siguiente manera: completar el paralelogramo de fuerzas F_1 y F_2 .

La diagonal de O' (origen) a F representa la resultante. Mientras que la equilibrante como se mencionó anteriormente, es una fuerza en dirección opuesta, esto es, hacia la izquierda, de magnitud igual y con la misma línea de acción, la equilibrante está indicada por la fuerza E .

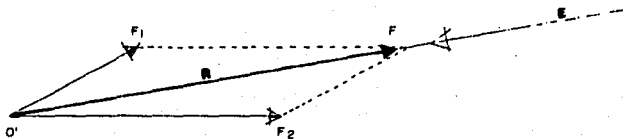


Figura 20

3.2.2.- Resultante de más de dos fuerzas concurrentes

La **resultante de más de dos fuerzas concurrentes** se puede encontrar usando el principio del paralelogramo de fuerzas. Supóngase que deseamos determinar la resultante de las fuerzas concurrentes F_1 , F_2 y F_3 , primero determinamos por medio del paralelogramo de fuerzas, la resultante de F_1 y F_2 , esta es R_1 , y como produce el mismo efecto que F_1 y F_2 actuando juntas, podemos eliminar entonces F_1 y F_2 sustituyéndola por su resultante R_1 .

Por lo tanto, nos queda ahora la fuerza R_1 y F_3 determinamos ahora la construcción del paralelogramo, la resultante de R_1 y F_3 será R y esta a su vez será la resultante del sistema original de F_1 , F_2 y F_3 , la equilibrante del sistema original tiene una magnitud igual a R , la misma línea de acción pero actúa en dirección opuesta y se indica como la fuerza E .

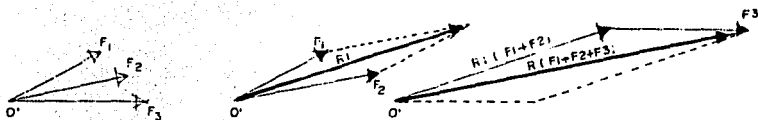


Figura 21 Resultante de más de dos fuerzas concurrentes.

3.2.3.- Polígono de fuerzas

Al examinar detenidamente la figura 22 (a), se puede notar que se puede ahorrar un paso al sumar las fuerzas F_1 y F_2 . Se podría obtener la misma resultante al sumar solo la mitad superior del paralelogramo. Por ello para sumar dos fuerzas, se traza la primera fuerza; luego, se traza la segunda fuerza al final de la primera. La resultante es la fuerza trazada desde el origen de la primera fuerza hasta el final de la segunda fuerza, como se representa en la figura 22 (b). Esta figura se llama **triángulo de fuerzas**. En este caso, la equilibrante es la resultante, en el sentido inverso. Si se traza en lugar de la resultante, todas las flechas que representan la dirección de las fuerzas, apuntarán en el mismo sentido alrededor del triángulo. Con el triángulo de fuerzas, se puede llegar a una importante conclusión: **Si tres fuerzas que se encuentran en un punto, están en equilibrio, formarán un triángulo de fuerzas cerrado.**

Para sumar varias fuerzas $F_1, F_2, F_3, \dots, F_n$, se traza F_2 desde el final de F_1 ; F_3 desde el final de F_2 , etc. La fuerza requerida para completar el polígono de fuerza, es la resultante.

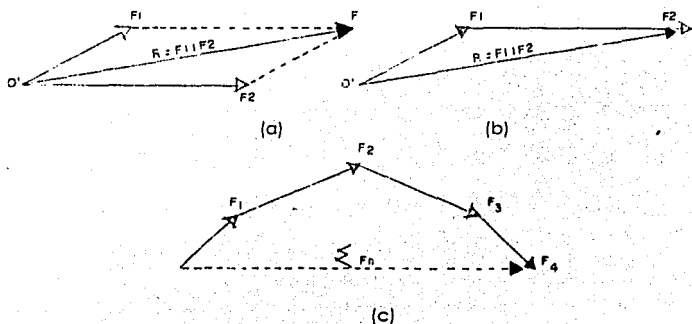



Figura 22 Suma de fuerzas por: a) ley del paralelogramo; b) construcción triangular; c) construcción poligonal

3.3.- Condiciones de apoyo

La carga aplicada a una estructura reticular se transmite a los apoyos, los cuales, proporcionan los elementos reactivos necesarios para mantener el equilibrio. Estos sistemas estructurales pueden estar sostenidos por medio de los apoyos llamados **articulaciones**, **apoyos libres**, **empotramientos** o **soportes de eslabón**. Estos apoyos se explican a continuación:

Una **articulación**, o apoyo de pasador (que se representa mediante el símbolo ) se supone conectada a la estructura mediante un perno liso o ideal (o sea, carente de fricción). Este tipo de apoyo impide cualquier movimiento en dos direcciones perpendiculares, y permite únicamente rotaciones muy leves alrededor del pasador. En esta articulación hay dos incógnitas; la magnitud de la fuerza que impide el movimiento en dirección horizontal y la de la fuerza que lo impide en dirección vertical. (El apoyo constituido por una articulación también puede considerarse equivalente a una fuerza inclinada que es la resultante de las fuerzas horizontal y vertical ya mencionadas. Se siguen teniendo aún dos incógnitas: la magnitud y la dirección de la resultante inclinada.)

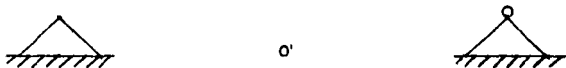


Figura 23 Representación de una articulación.



El **apoyo libre** o de rodillo (representado mediante el símbolo ) únicamente ofrece resistencia al movimiento en dirección perpendicular a la superficie sobre la que descansa el rodillo. No hay resistencia a las rotaciones pequeñas alrededor del cuerpo rodante ni al movimiento paralelo a la superficie de apoyo. La única incógnita en este tipo de apoyo es la magnitud de la fuerza requerida para impedir el movimiento en dirección perpendicular a la superficie de soporte los apoyos libres o rodante se pueden instalar de manera que resistan el movimiento ya sea la superficie de apoyo, o bien, desde ella.



Figura 24 Representación de un apoyo libre.

El **empotramiento**, o apoyo totalmente fijo (representado por el símbolo ) , ofrece completa resistencia a la rotación con respecto al centro del soporte, y al movimiento en las direcciones vertical y horizontal. En este tipo existen tres incógnitas: la magnitud de la fuerza que impide el movimiento en dirección vertical, la de la fuerza que lo impide en dirección horizontal, y la del momento que impide la rotación.

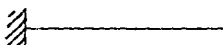



Figura 25 Representación de un apoyo de empotramiento.

El **apoyo de eslabón** (representado mediante el símbolo ) , es muy similar en su acción al rodante o libre, debido a que las articulaciones de cada uno de sus extremos se suponen perfectamente lisas. La línea de acción de la fuerza reactiva es necesariamente colineal con el eslabón y pasa por el centro de cada articulación. Hay una incógnita: la magnitud de la fuerza en la dirección del soporte

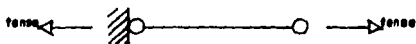


Figura 26 Representación de un apoyo de eslabón

CAPITULO 4 ANALISIS DE ARMADURAS

4.1 Estabilidad y grado de indeterminación.

Como se sabe, existen diferentes tipos de apoyos, así se tiene que en un empotramiento existen tres componentes desconocidas de reacción, dos de ellas en una articulación, y una en un rodillo o en un eslabón. Si, para cierta armadura, el número total de componentes de reacción es igual al de las ecuaciones disponibles, las incógnitas se pueden calcular y se dice entonces que en lo exterior la armadura es **isostática** o **estáticamente determinada**. En caso de que el número de incógnitas sea mayor que el de las ecuaciones disponibles, exteriormente la armadura será **hiperestática** o **estáticamente indeterminada**. En cambio, si el número de incógnitas fuera menor que el de las ecuaciones disponibles, la armadura será **exteriormente inestable**.

La disposición interna de algunas estructuras es tal que se tienen una o más ecuaciones de condición. La omisión de un miembro en la armadura de la figura 27, da lugar a otro tipo de ecuaciones de condición (esto se verá más adelante). Si el número de tales ecuaciones más las tres de la estática, es igual al número de incógnitas, la estructura es isostática; si son más, la estructura es inestable; y si fueran menos, la estructura sería hiperestática.

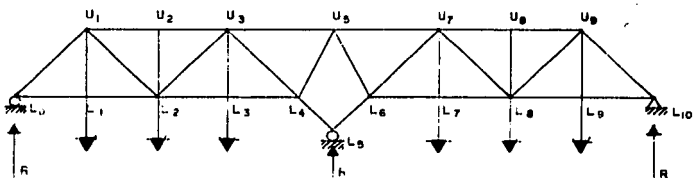


Figura 27 Armadura tipo Wichert

Una armadura puede ser estable con cierta disposición de cargas, pero si no lo es bajo la acción de algún otro conjunto de cargas, entonces resulta inestabilidad en dicha estructura. A esta condición algunas veces se le da el nombre de **equilibrio inestable**.

Como se mencionó anteriormente, en armaduras se adopta la hipótesis de que todos los nudos son articulaciones, por lo tanto, si las cargas se aplican en las juntas, todas las fuerzas en sus miembros estructurales serán de **tensión o compresión directa**.

La capacidad de una armadura para soportar adecuadamente las cargas aplicadas a ella no sólo depende del número de componentes de reacción, sino también de la disposición de éstas. Es posible que una armadura tenga tantas componentes de reacción como ecuaciones disponibles, e incluso mayor número de aquellas que de éstas, y aún así sea inestable. A tal condición se le llama **inestabilidad geométrica**.

En la figura 28, se muestra una armadura geoméricamente inestable. Hay cuatro ecuaciones disponibles para calcular las cuatro componentes de reacción desconocidas, pero en la articulación A se presentará instantáneamente una rotación. Después de una ligera deflexión vertical en A, la estructura probablemente alcanzará la estabilidad.

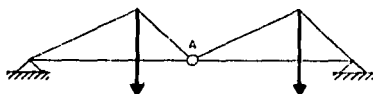


Figura 28 Armadura geoméricamente inestable

4.1.1 Convención de signos

La convención de signos que se utilizará para la tensión, compresión, etc., será la siguiente:

- 1.- **Una tensión se toma con signo positivo**, considerando que los miembros sujetos a tensión se alargan, o sea, que su longitud se incrementa positivamente.

- 2.- **Una compresión se tomará con signo negativo**, porque los elementos sometidos a este tipo de carga se acortan, es decir, que su longitud sufre un incremento negativo.
- 3.- **A los momentos** que actúen en el sentido de las manecillas del reloj se les considerará con signo positivo, en el caso de momentos en sentido contrario, se emplea signo negativo.
- 4.- En muchos casos es posible determinar el sentido de la reacción por simple examen; pero cuando esto no sea posible, debe suponerse un sentido al escribir una ecuación de estática. Si al resolver la ecuación, el valor numérico de la reacción resulta positivo, **el sentido supuesto fue el correcto**; si tal valor resultara negativo, el sentido se consideró incorrectamente.

Al realizar un cálculo es conveniente descomponer cada reacción inclinada en sus componentes horizontal y vertical. Si no se sigue esta práctica se tendrán que calcular las distancias de las líneas de acción de las fuerzas inclinadas, al punto con respecto al cual se tomen los momentos. El cálculo de estas distancias suele ser difícil y aumenta enormemente la posibilidad de cometer errores al formular las ecuaciones.

4.1.2 Diagrama de cuerpo libre

Para que una armadura esté en equilibrio, todos y cada uno de sus elementos deben estarlo también. Si las ecuaciones de la estática son aplicables a una armadura completa, también debe serlo para cualquiera de sus elementos, independientemente de su tamaño.

Por lo tanto, es posible dibujar un diagrama de cualquier parte de una armadura y aplicarle las ecuaciones de la estática. El resultado, llamado **diagrama de cuerpo libre**, debe incluir todas las fuerzas aplicadas en esa porción de la armadura. Tales fuerzas son las reacciones y las cargas externas, así como las fuerzas internas aplicadas por las partes contiguas de la armadura. (Ver figura 29 y 30)

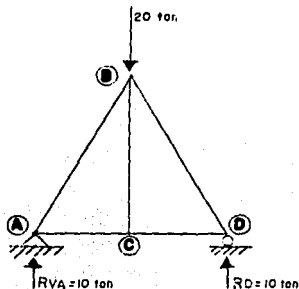


Figura 29 Armadura con fuerzas aplicadas

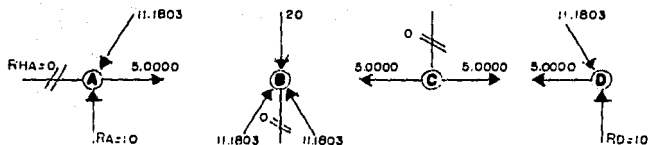


Figura 30 Diagramas de cuerpo libre de la figura 29

4.1.3 Disposición de los elementos de una armadura.

Como se mencionó en el capítulo 1, el triángulo es la figura básica en la cual se basan las armaduras, debido a que constituye una formación estable. Otras formas como las que se indican en las figuras 31 (a) y (b), obviamente son inestables y pueden sufrir colapso al someterlas a carga. Sin embargo, este tipo de estructuras se puede estabilizar mediante alguno de los siguientes métodos:

1. Añadiendo elementos para hacer que las configuraciones consistan en triángulos. Las estructuras de las figuras 31 (a) y (b) se estabilizan de esta manera, como se ve en (c) y (d) respectivamente.

2. Utilizando un elemento que sujete la estructura inestable a un soporte estable. El elemento AB realiza esta función en la figura 31 (e).

3. Dando rigidez a uno o a todos los nudos de una estructura inestable, con el objeto de que puedan resistir momentos. Sin embargo, una estructura con nudos resistentes a momentos no coincide con la que se definió como armadura (es decir, la que tiene sus barras unidas por articulaciones ideales, etc.).

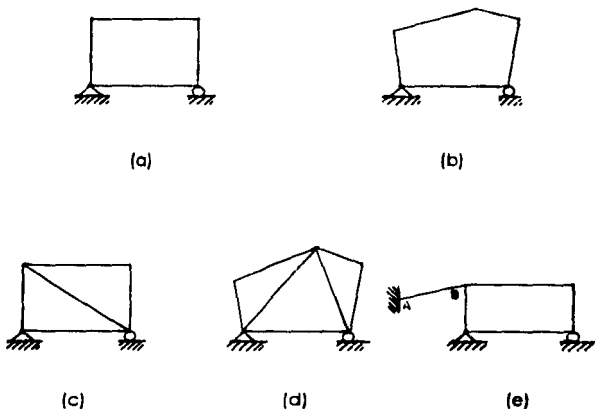


Figura 31

4.1.4 Determinación estática e isostaticidad de las armaduras.

En la figura 32 (a) se ilustra la forma más simple de armadura, el marco triangular articulado. Para determinar las fuerzas desconocidas, así como las componentes de reacción en esta armadura, existe la posibilidad de aislar los nudos y formular dos ecuaciones de equilibrio, $\Sigma H = 0$ y $\Sigma V = 0$, para cada uno.

La armadura simple de un solo triángulo puede ampliarse a una de dos triángulos al agregarle dos nuevas barras y un nuevo nudo. En la figura 32 (b) se añade el triángulo ABD al aumentar los miembros AD y BD, y el nudo D. En la

parte (c) de la figura se indica una ampliación adicional con un tercer triángulo: el correspondiente a los elementos BE y DE, y el nudo E. En estas condiciones, se dispone de un par más de ecuaciones de equilibrio para el cálculo de las fuerzas en las dos barras adicionales. En tanto se continúe este procedimiento de ampliación de la armadura, la misma seguirá siendo interiormente isostática. Sin embargo, si se agregan nuevos elementos sin añadir nuevos nudos, como en la figura 32 (d), la armadura se volverá estáticamente indeterminada, pues en este caso no habrá nuevas ecuaciones de nudos para calcular las fuerzas en los elementos agregados.

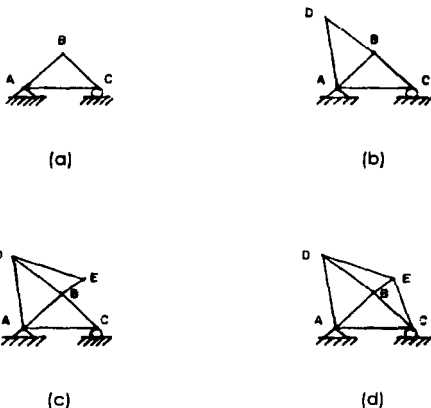


Figura 32

Con base a este análisis es posible expresar la relación que debe existir entre el número de nudos, el de barras y el de componentes de reacción, para que una armadura siga siendo interiormente isostática. (Anteriormente se explicó la identificación de estructuras exteriormente isostáticas). En el análisis que sigue a continuación, m designará el número de elementos o barras, j , el de nudos, y r el de componentes de reacción.

Si el número de ecuaciones disponibles ($2j$) basta para determinar las incógnitas, la armadura es **estáticamente determinada**, pudiéndose así escribir la ecuación:

$$2j = m + r$$

O bien:

$$m = 2j - r$$

Para explicar esta ecuación, es necesario tener una estructura exteriormente estable, pues de lo contrario los resultados carecerán de sentido; por lo tanto, r es el número mínimo de componentes de reacción requeridos para la estabilidad externa. Si la estructura llegará a tener más componentes de reacción externas que las necesarias para lograr la estabilidad (y ser, por tanto, exteriormente isostática), el valor de r seguirá siendo el del mínimo número de componentes de reacción necesarios para darle estabilidad externa. Esto significa que r es igual a 3, por las ecuaciones usuales de la estática, más el número total de cualesquiera ecuaciones adicionales de condición que pudiera haber.

Es posible construir armaduras que tengan demasiados elementos que puedan ser analizados por la estática, en cuyo caso se tendrán armaduras estáticamente indeterminadas en lo anterior y m será mayor que $2j - r$, puesto que habrá mayor número de elementos que los estrictamente necesarios para garantizar la estabilidad de la armadura. Se dice que los miembros superfluos son redundantes. Si m fuera un número mayor en tres unidades que la diferencia $2j - r$, existirían tres elementos redundantes, y la armadura sería interiormente hiperestática de tercer grado. En caso de que m fuera menor que $2j - r$, no existiría número suficiente de elementos para garantizar la estabilidad.

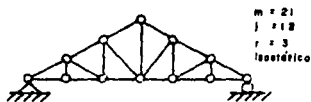
Se puede establecer el siguiente criterio:

1. Si $2j > m + r$, la armadura es inestable
2. Si $2j = m + r$, la armadura es isostática siendo estable a la vez
3. Si $2j < m + r$, la armadura es indeterminada

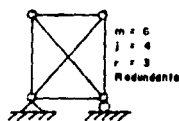
Normalmente se puede determinar por simple inspección si una armadura es estáticamente indeterminada. Las que tengan miembros que se crucen o traslapen, o que sirvan de lados para más de dos triángulos, seguramente serán hiperestáticas. Sin embargo, en caso de duda sobre la isostaticidad de una estructura, deberá recurrirse a la expresión $2j - r$, pues no es raro cometer equivocaciones en este sentido. La figura 33 muestra varias armaduras y la aplicación en ellas de la expresión anterior. Los círculos pequeños en los esquemas, indican los nudos.

En la mayoría de las armaduras mostradas, no se requiere mayor explicación, pero en algunas tal vez sea conveniente señalar algunos aspectos. La armadura de la figura 33 (e) tiene cinco componentes de reacción y es exteriormente hiperestática de segundo grado; sin embargo, dos de sus componentes de reacción podrían eliminarse y la estructura resultante tendría así un número de reacciones suficiente para garantizar la estabilidad. En efecto, el número mínimo de componentes de reacción para garantizar la estabilidad es 3, m vale 21, y j , 12. Aplicando la ecuación $m = 2j - r$, se obtiene:

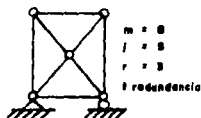
$$21 = 24 - 3 = 21 \quad \text{interiormente isostática}$$



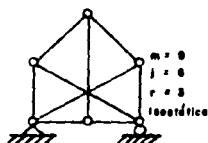
(a)



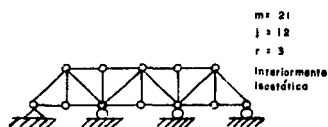
(b)



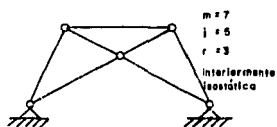
(c)



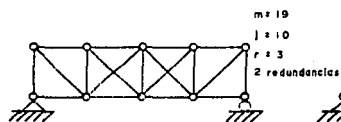
(d)



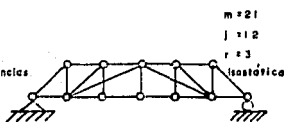
(e)



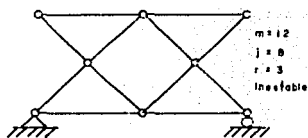
(f)



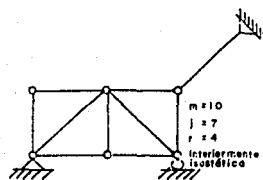
(g)



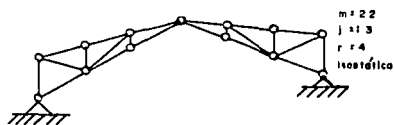
(h)



(i)



(j)



(k)

Figura 33

FALLA DE ORIGEN

La armadura de la figura 33 (j) es exteriormente hiperestática ya que presenta cinco componentes de reacción, pero únicamente hay cuatro ecuaciones disponibles. Con r igual a 4 se ve que la estructura es interiormente isostática. El arco de tres articulaciones de la figura 8.3 (k) tiene cuatro componentes de reacción, que es el mínimo requerido para que sea estable; así, r es igual a 4. La aplicación de la ecuación correspondiente demuestra que el arco es isostático.

En la sección correspondiente al análisis de armaduras indeterminadas estáticamente, se verá que los valores de las fuerzas en las barras redundantes pueden obtenerse mediante la aplicación de ciertas ecuaciones simultáneas. El número de tales ecuaciones es igual al total de miembros redundantes, ya sea internos, externos o de ambas clases. Por tanto, tal vez parezca absurdo distinguir entre determinación interna y externa. La división es particularmente cuestionable si se trata de algunos tipos de armaduras con redundancias internas y externas, donde no es posible obtener alguna solución para las reacciones, independientemente de las fuerzas que actúan en los elementos y viceversa.

Si una armadura es exteriormente isostática e interiormente hiperestática, las reacciones pueden obtenerse mediante las simples ecuaciones de equilibrio estático. Si, en cambio, fuera exteriormente hiperestática, pero interiormente isostática, las reacciones dependerán de las fuerzas internas en las barras y no podrán determinarse mediante un método independiente de tales fuerzas. Si una armadura es indeterminada interna y externamente, las fuerzas y las reacciones habrán de calcularse en forma simultánea. (En cualquiera de estos casos es posible quizá evaluar en ciertos puntos algunas de las fuerzas mediante el **método de los nudos**, sin tener que usar el procedimiento que considera la indeterminación y que se requiere para un análisis completo).

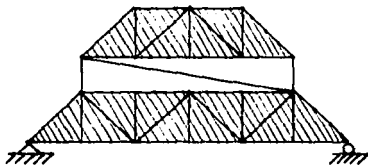
Las **armaduras simples** son aquellas que se pueden construir a partir de tres barras unidas por sus extremos a fin de formar un triángulo. Las configuraciones subsecuentes se obtienen añadiendo dos elementos y un nudo cada vez, conectándose los dos miembros en la nueva junta por uno de

sus extremos, y cada uno de sus otros extremos, a un nudo de las barras ya existentes.

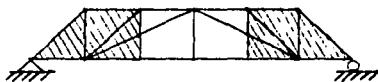
Una **armadura compuesta** es la que se forma al conectar dos o más armaduras simples, las cuales pueden estar unidas o ensambladas por medio de tres eslabones no concurrentes ni paralelos, mediante una articulación y un eslabón, o bien, por una tercera armadura, dos articulaciones o más, etc. De esta manera se puede formar casi un número ilimitado de tipos de armaduras. La armadura Fink que se observa en la figura 34 (a), consiste en las dos que se señalan por el achurado, conectadas por una articulación y un eslabón, es un ejemplo de tal tipo de estructuras. En las figura 34 (b) y (c) se presentan otras armaduras compuestas. La ecuación $m = 2j - r$ (que relaciona los números de barras, de nudos y de componentes de reacción), se aplica igualmente a armaduras compuestas que a las simples.



(a)

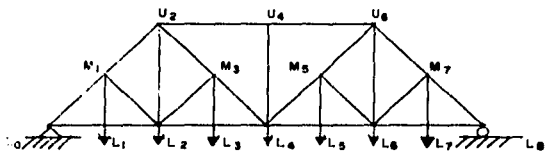


(b)

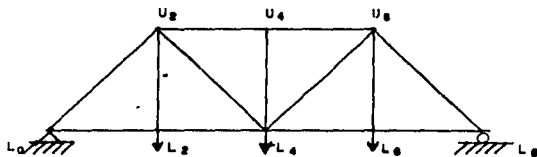


(c)
Figura 34

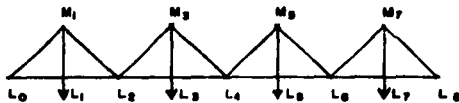
Otro tipo de armadura compuesta es la llamada **subdividida**, de la cual se muestra un ejemplo en la figura 35 (a). Puede considerarse que la armadura compuesta subdividida de la figura 35 (a) consiste en la armadura grande de la figura 35 (b) unida a las más pequeñas mostradas en (c); de hecho, las segundas quedan superpuestas en la primera. En realidad, el análisis de las armaduras se puede efectuar exactamente de esta manera.



(a)



(b)



(c)

Figura 35

Las **armaduras complejas** son aquellas que son estáticamente determinadas pero no satisfacen los requisitos para quedar dentro de la clasificación de simples y compuestas. Los elementos de las simples y las compuestas generalmente se hallan dispuestos de manera que puedan hacerse pasar cortes por tres barras a la vez, tomar momentos respecto a la intersección de los ejes de dos de ellas, y calcular así la fuerza en el tercer elemento.

Las armaduras complejas no se pueden analizar de este modo, pues no solo resulta implicable el método de momentos, sino también el de fuerzas cortantes y el de nudos. La dificultad estriba en que casi en todos los nudos hay tres barras concurrentes, lo cual da lugar a demasiadas incógnitas en cada junta de la armadura. Esto impide el poder pasar una sección que permita obtener directamente de las ecuaciones de estática la fuerza en algún miembro. En la figura 36 se muestran dos armaduras complejas en las cuales el número de nudos y el de barras bastan para que sean estáticamente determinadas.

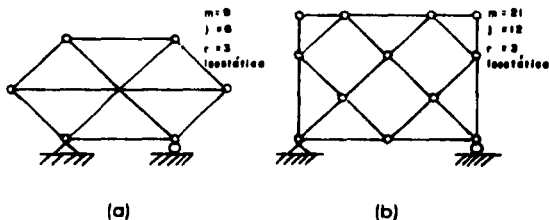


Figura 36

4.2 Métodos de análisis de armaduras isostáticas.

Uno de los fines del análisis estructural es la determinación de las acciones de las fuerzas en una estructura, las estructuras estáticamente determinadas o isostáticas son aquellas en las que tales acciones se pueden evaluar mediante la aplicación de las ecuaciones de equilibrio estático. En el análisis de armaduras se suponen que todos los nudos son articulaciones y que las cargas externas están aplicadas exclusivamente en los nudos. Para este análisis se utilizan varios métodos, los cuales se describen a continuación, pero todos se basan en las ecuaciones de la estática.

4.2.1 Método de los nudos.

Este método consiste en aislar completamente un nudo del resto de la armadura, convirtiéndose en un cuerpo libre en equilibrio bajo la acción de las fuerzas que se le aplican. Las ecuaciones $\Sigma F_x = 0$ y $\Sigma F_y = 0$ se utilizan para determinar las fuerzas desconocidas de los miembros que concurren a el nudo es obvio que mediante estas ecuaciones, no se pueden determinar más de dos incógnitas.

Quienes están aprendiendo a utilizar este método, les será muy útil dibujar el diagrama de cuerpo libre correspondiente a cada junta de la armadura que analizan, después de adquirir cierta práctica en la utilización del método, el trazo del diagrama de cuerpo libre solo será necesario para algunos nudos (los más complejos), pues podrán visualizarse con cierta facilidad los demás cuerpos libres a considerar. Es importante tener en cuenta que el análisis se hace tomando un nudo a la vez olvidándose de las fuerzas que actúan en otros nudos, se debe de realizar en forma consecutiva, es decir, se debe de llevar un orden de análisis progresivo ya que el análisis de un nudo depende del nudo anterior, **el análisis se inicia en aquel nudo en el cual no haya más de dos incógnitas**, en general esto ocurre en los extremos de las armaduras. Si las funciones trigonométricas de los ángulos entre los miembros de la estructura se conocen, se podrán formular las ecuaciones con facilidad y resolverlas fácilmente.

4.2.1.1 Aplicación del método de los nudos.

El método se explicará paso a paso en el ejemplo 1, mientras que en los sucesivos ejemplos, solo se harán las observaciones necesarias que el problema en particular requiera.

Ejemplo 1.- Resolver la siguiente armadura por el método de los nudos.

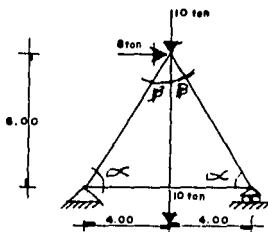


Figura 37.- Armadura triangular

Paso 1.- Se asigna una nomenclatura arbitraria a los nudos de la armadura con el fin de identificarlos, en el caso de este trabajo, se utilizarán letras en orden ascendente y de izquierda a derecha.

Paso 2.- Se comprueba la isostaticidad de la armadura empleando la ecuación $2j = m + r$

j	=	número de nudos	=	4
m	=	número de barras	=	5
r	=	número de componentes de reacción	=	3

Sustituyendo:

$$2(4) = 5 + 3$$
$$8 = 8$$

\therefore , la armadura es isostática

Paso 3.- Se obtienen las reacciones en los apoyos de la armadura:

$$\begin{aligned}\Sigma F_x &= 0 \\ -R_{HA} + 8 &= 0 \\ \mathbf{R_{HA} = 8.0000}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Sigma F_y &= 0 \\ R_A - 10 - 10 + 16 &= 0 \\ R_A &= 20 - 16 \\ \mathbf{R_A = 4.0000}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Sigma M_A &= 0 \\ 8(6) + 10(4) + 10(4) - R_D(8) &= 0 \\ R_D &= \frac{(48 + 40 + 40)}{8} \\ R_D &= \frac{128}{8} \\ \mathbf{R_D = 16.0000}\end{aligned}$$

Nota 1: En general, las reacciones de los apoyos se calculan a partir de la ΣM_A , siguiendo con el cálculo de ΣF_x y ΣF_y , en este trabajo se presentarán primero las reacciones obtenidas por las ΣF_x , ΣF_y y al final, la obtenida por ΣM_A , esto, con el objeto de seguir una secuencia lógica.

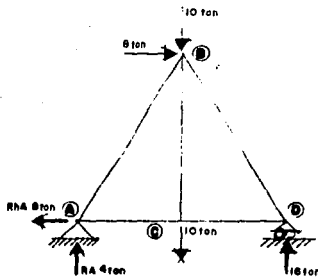


Figura 38.- Nomenclatura y reacciones en los apoyos

Paso 4.- Se inicia el análisis de la armadura aplicando el método

4.1.- Nudo A. Este nudo se analizará en primer lugar, por tener dos incógnitas.

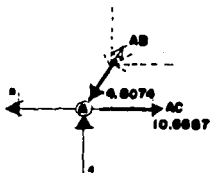


Figura 39.- Diagrama de cuerpo libre.

Obtención de los ángulos involucrados en la armadura:

1.- ángulo α :

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha &= \frac{6}{4} \\ \alpha &= \operatorname{tg}^{-1}(1.5) \\ \alpha &= 56.3099^\circ \end{aligned}$$

2.- ángulo β :

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \beta &= \frac{4}{6} \\ \beta &= \operatorname{tg}^{-1}(0.6666) \\ \beta &= 33.6874^\circ \end{aligned}$$

Obtención de la componente en x:

$$\begin{aligned} \sum F_x &= 0 \\ -8 - 4.8074 \cos \alpha + AC &= 0 \\ AC &= 8 + 2.6667 \\ AC &= 10.6667 \end{aligned}$$

Obtención de la componente en y:

$$\Sigma F_y = 0$$

$$4 + AB \operatorname{sen} \alpha = 0$$

$$AB = \frac{-4}{\operatorname{sen} \alpha}$$

$$AB = \frac{-4}{0.8321}$$

$$AB = -4.8074$$

Nota 1: Cabe hacer notar, que en este caso, se analizó primeramente la componente en "y", debido a que solo tiene una incógnita, mientras que la componente en "x", tiene dos; con el objeto de seguir una secuencia lógica en este trabajo, se presentará primeramente la obtención de la componente en "x" denotándose en su caso cuando se haya obtenido primero la componente en "y".

Nota 2: Como el valor de AB resulto ser de signo negativo, esto significa que su sentido en el diagrama de cuerpo libre, fue mal supuesto, por lo que solo bastará invertir dicho sentido, de aquí en adelante esto se aplicará a todo resultado que se obtenga con signo negativo.

Nota 3 Existen textos que recomiendan considerar todas las incógnitas como tensiones (+), y siempre que se obtengan con signo negativo, esto indicará que dichas incógnitas serán compresiones (-); en el método de nudos presentado en este trabajo, no se toma la anterior consideración, y haciendo un simple análisis se supusieron los sentidos, tomando la consideración hecha en la Nota 2.

Nota 4 El sentido supuesto será indicado con línea punteada, mientras que el sentido definitivo, será indicado con línea gruesa.

4.2.- Nudo B

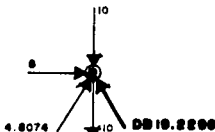


Figura 40.- Diagrama de cuerpo libre

Obtención de la componente en x:

$$\begin{aligned}\Sigma F_x &= 0 \\ 8 + 4.8074 \operatorname{sen} \beta - 19.2296 \operatorname{sen} \beta &= 0 \\ 8 + 2.6667 - 10.6667 &= 0 \\ 0 &= 0\end{aligned}$$

Nota 1: Por orden de análisis el segundo nudo en calcularse es el C, pero con el fin de mantener un orden progresivo en este trabajo, se presenta el análisis del B; este orden se seguirá respetando haciendo siempre la aclaración de que nudo se analizó primero cuando se vuelva a repetir este caso.

Nota 2: Se analizó primero la componente en "y" por tener únicamente una incógnita.

Obtención de la componente en y:

$$\begin{aligned}\Sigma F_y &= 0 \\ -10 - 10 + 4.8074 \cos \beta + DB \cos \beta &= 0 \\ DB &= \frac{20 - 4.8074 \cos \beta}{\cos \beta} \\ DB &= \frac{16.0000}{0.8320} \\ DB &= 19.2296\end{aligned}$$

4.3.- Nudo C

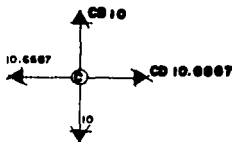


Figura 41.- Diagrama de cuerpo libre.

Obtención de la componente en x:

$$\begin{aligned}\Sigma F_x &= 0 \\ -10.6667 + CD &= 0 \\ CD &= 10.6667\end{aligned}$$

Obtención de la componente en y:

$$\begin{aligned}\Sigma F_y &= 0 \\ CB - 10 &= 0 \\ CB &= 10.0000\end{aligned}$$

4.4.- Nudo D

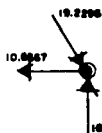


Figura 42.- Diagrama de cuerpo libre

Obtención de la componente en x:

$$\begin{aligned}\Sigma F_x &= 0 \\ -10.6667 + 19.2296 \cos \alpha &= 0 \\ -10.6667 + 10.6667 &= 0 \\ 0 &= 0\end{aligned}$$

Obtención de la componente en y:

$$\begin{aligned}\Sigma F_y &= 0 \\ 16 - 19.2296 \sin \alpha &= 0 \\ 16 - 16 &= 0 \\ 0 &= 0\end{aligned}$$

Finalmente y como paso opcional, las reacciones de los componentes de la armadura anteriormente analizada, se resumen en la tabla siguiente, a partir de la cual, se diseñará esta.

Tabla de las reacciones de los componentes de la armadura

SECTOR	BARRA	MAGNITUD	COMPRIE	TENSA
CUERDA SUPERIOR	AB	4.8074	✓	
CUERDA SUPERIOR	DB	19.2296	✓	
CUERDA INFERIOR	AC	10.6667		✓
CUERDA INFERIOR	CD	10.6667		✓
MONTANTE	BC	10.0000		✓
DIAGONAL				

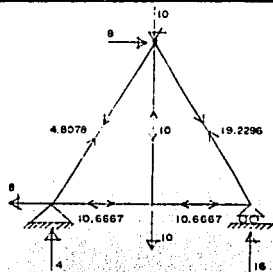


Figura 43.- Diagrama final de la armadura triangular.

Ejemplo 2.- Resolver la siguiente armadura por el método de los nudos.

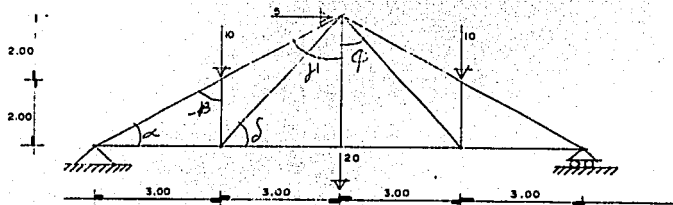


Figura 44.- Armadura triangular

Paso 1.- Se asigna una nomenclatura arbitraria a los nudos de la armadura con el fin de identificarlos.

Paso 2.- Se comprueba la isostaticidad de la armadura empleando la ecuación $2j = m + r$

$$\begin{array}{lcl} j & = & \text{número de nudos} & = & 8 \\ m & = & \text{número de barras} & = & 13 \\ r & = & \text{número de componentes de reacción} & = & 3 \end{array}$$

Sustituyendo:

$$2(8) = 13 + 3$$

$$16 = 16$$

∴, la armadura es isostática

Paso 3.- Se obtienen las reacciones en los apoyos de la armadura:

$$\Sigma F_x = 0$$

$$R_{HA} - 5 = 0$$

$$R_{HA} = 5$$

$$\Sigma F_y = 0$$

$$R_A - 10 - 20 - 10 + 21.6667 = 0$$

$$R_A = 40 - 21.6667$$

$$R_A = 18.3333$$

$$\Sigma M_A = 0$$

$$10(3) + 5(4) + 20(6) + 10(9) - R_H(12) = 0$$

$$R_H = \frac{(30 + 20 + 120 + 90)}{12}$$

$$R_H = \frac{260}{12}$$

$$R_H = 21.6667$$

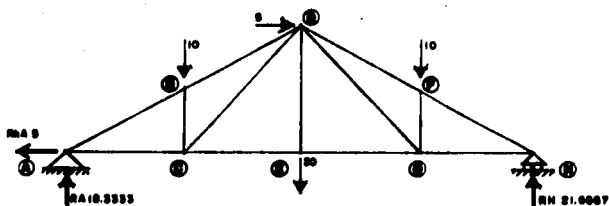


Figura 45.- Nomenclatura y reacciones en los apoyos

Paso 4.- Se inicia el análisis de la armadura aplicando el método

4.1.- Nudo A

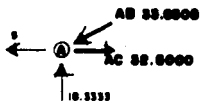


Figura 46.- Diagrama de cuerpo libre.

Obtención de los ángulos involucrados en esta armadura:

1.- ángulo α :

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha &= \frac{2}{3} \\ \alpha &= \operatorname{tg}^{-1}(0.6666) \\ \alpha &= 33.6901^\circ \end{aligned}$$

2.- ángulo β :

$$\begin{aligned}\operatorname{tg} \beta &= 180 - (90 + \alpha) \\ \beta &= 54.3099^\circ\end{aligned}$$

3.- ángulo δ :

$$\begin{aligned}\operatorname{tg} \delta &= \frac{4}{3} \\ \delta &= \operatorname{tg}^{-1}(1.3333) \\ \delta &= 53.1301^\circ\end{aligned}$$

4.- ángulo γ :

$$\gamma = \beta = 54.3099$$

5.- ángulo ϕ :

$$\begin{aligned}\operatorname{tg} \phi &= \frac{3}{4} \\ \phi &= \operatorname{tg}^{-1}(0.7500) \\ \phi &= 36.8699^\circ\end{aligned}$$

Obtención de la componente en x:

$$\begin{aligned}\Sigma F_x &= 0 \\ -5 + AC - 33.0508 \cos \alpha &= 0 \\ AC &= 5 + 27.5000 \\ AC &= 32.5000\end{aligned}$$

Nota 1.- Se analizó primeramente la componente en "y", debido a que solo tiene una incógnita, mientras que la componente en "x", tiene dos.

Obtención de la componente en y:

$$\begin{aligned}\Sigma F_y &= 0 \\ 18.3333 - AB \operatorname{sen} \alpha &= 0 \\ AB &= \frac{18.3333}{\operatorname{sen} \alpha} \\ AB &= 33.0508\end{aligned}$$

4.2.- Nudo B

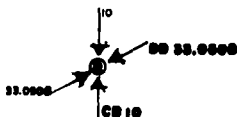


Figura 47.- Diagrama de cuerpo libre

Obtención de la componente en x:

$$\begin{aligned}\Sigma F_x &= 0 \\ 33.0508 \operatorname{sen} \beta - DB \operatorname{sen} \beta &= 0 \\ DB &= \frac{33.0508 \operatorname{sen} \beta}{\operatorname{sen} \beta} \\ DB &= \frac{27.4999}{0.8320} \\ DB &= 33.0508\end{aligned}$$

Obtención de la componente en y:

$$\begin{aligned}\Sigma F_y &= 0 \\ -10 + CB + 33.0508 \cos \beta - 33.0508 \cos \beta &= 0 \\ CB &= 10 + 18.3333 - 18.3333 \\ CB &= 10.0000\end{aligned}$$

4.3.- Nudo C

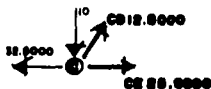


Figura 48.- Diagrama de cuerpo libre

Obtención de la componente en x:

$$\begin{aligned}\Sigma F_x &= 0 \\ -32.5000 + 12.5000 \cos \delta + CE &= 0 \\ CE &= 32.5000 - 7.5000 \\ CE &= 25.0000\end{aligned}$$

Nota 1: Se analizó primeramente la componente en "y" por tener únicamente una incógnita.

Obtención de la componente en y:

$$\begin{aligned}\Sigma F_y &= 0 \\ -10 + CD \sin \delta &= 0 \\ CD &= \frac{10.0000}{\sin \delta} \\ CD &= 12.5000\end{aligned}$$

4.4.- Nudo D



Figura 49.- Diagrama de cuerpo libre

Nota 1: Se analizó primero el nudo E, pero respetando el orden progresivo, se presenta primero el análisis del nudo D.

Obtención de la componente en x:

$$\begin{aligned}\Sigma F_x &= 0 \\ 5 + 33.0508 \operatorname{sen} \gamma - 12.5000 \operatorname{sen} \phi + DG \operatorname{sen} \phi - FD \operatorname{sen} \gamma &= 0 \\ 5 + 27.4999 - 7.5 + 0.6000 DG - 0.8320 FD &= 0 \\ \frac{5 + 27.4999 - 7.5 + 0.6000 DG}{0.8320} &= FD \\ \mathbf{30.0481 + 0.7212 DG} &= \mathbf{FD}\end{aligned}$$

Obtención de la componente en y:

$$\begin{aligned}\Sigma F_y &= 0 \\ 33.0508 \operatorname{cos} \gamma - 12.5000 \operatorname{cos} \phi - 20 - DG \operatorname{cos} \phi + FD \operatorname{cos} \gamma &= 0 \\ 18.3333 - 10 - 20 - 0.8000 DG + 0.5547 FD &= 0 \\ \mathbf{-14.5834 + 0.6934 FD} &= \mathbf{DG}\end{aligned}$$

Sustituyendo II en I:

$$\begin{aligned}FD &= 30.0481 + 0.7212(-14.6667 + 0.6934 FD) \\ FD &= 30.0481 - 10.5776 + 0.5000 FD \\ FD - 0.5000 FD &= 19.4705 \\ \mathbf{FD} &= \mathbf{38.9410}\end{aligned}$$

Sustituyendo el valor de FD en II:

$$\begin{aligned}DG &= -14.5834 + 0.6934(38.9410) \\ DG &= -14.5834 + 27.0017 \\ \mathbf{DG} &= \mathbf{12.4183}\end{aligned}$$

4.5.- Nudo E.

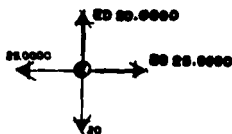


Figura 50.- Diagrama de cuerpo libre

Obtención de la componente en x:

$$\begin{aligned}\Sigma F_x &= 0 \\ -25 + EG &= 0 \\ EG &= 25.0000\end{aligned}$$

Obtención de la componente en y:

$$\begin{aligned}\Sigma F_y &= 0 \\ -20 + ED &= 0 \\ ED &= 20.0000\end{aligned}$$

4.6.- Nudo F.

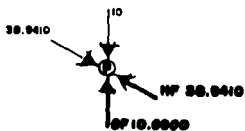


Figura 51.- Diagrama de cuerpo libre

Obtención de la componente en x:

$$\begin{aligned}\Sigma F_x &= 0 \\ 38.9410 \operatorname{sen} \beta - HF \operatorname{sen} \beta &= 0 \\ HF &= \frac{38.9410 \operatorname{sen} \beta}{\operatorname{sen} \beta} \\ HF &= 38.9410\end{aligned}$$

Obtención de la componente en y:

$$\begin{aligned}\Sigma F_y &= 0 \\ -38.9410 \cos \beta - 10 + GF + 38.9410 \cos \beta &= 0 \\ GF - 10 &= 0 \\ GF &= 10.0000\end{aligned}$$

4.7.- Nudo G.

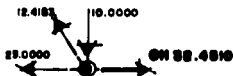


Figura 52.- Diagrama de cuerpo libre

Obtención de la componente en x:

$$\begin{aligned}\Sigma F_x &= 0 \\ -25 - 12.4183 \cos \gamma + GH &= 0 \\ GH &= 32.4510\end{aligned}$$

Nota 1: Se analizó primero la componente en "y" por tener únicamente una incógnita.

Obtención de la componente en y:

$$\begin{aligned}\Sigma F_y &= 0 \\ 12.4183 \operatorname{sen} \gamma - 10 &= 0 \\ 10 - 10 &= 0 \\ 0 &= 0\end{aligned}$$

4.8.- Nudo H

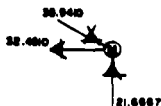


Figura 53.- Diagrama de cuerpo libre

Obtención de la componente en x:

$$\begin{aligned}\Sigma F_x &= 0 \\ -32.4510 + 38.9410 \cos \alpha &= 0 \\ 0 &= 0\end{aligned}$$

Obtención de la componente en y:

$$\begin{aligned}\Sigma F_y &= 0 \\ -38.9410 \operatorname{sen} \alpha + 21.6667 &= 0 \\ -21.6606 + 21.6667 &= 0 \\ 0 &= 0\end{aligned}$$

Finalmente y como paso opcional, las reacciones de los componentes de la armadura anteriormente analizada, se resumen en la tabla siguiente, a partir de la cual, se diseñará esta.

Tabla de las reacciones de los componentes de la armadura

AB	33.0508	✓	
BD	33.0508	✓	
DF	38.9410	✓	
FH	38.9410	✓	
AC	32.5000		✓
CE	25.0000		✓
EG	25.0000		✓
GH	32.4510		✓
BC	10.0000	✓	
DE	20.0000		✓
FG	10.0000	✓	
CD	12.5000		✓
DG	12.4183	✓	

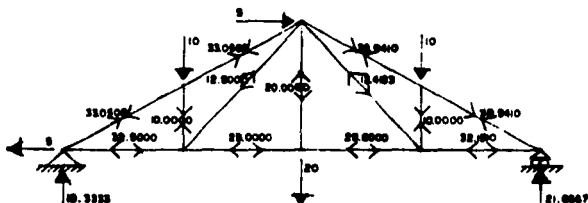


Figura 54.- Diagrama final de la armadura triangular del ejemplo 2.

Ejemplo 3.- Resolver la siguiente armadura por el método de los nudos.

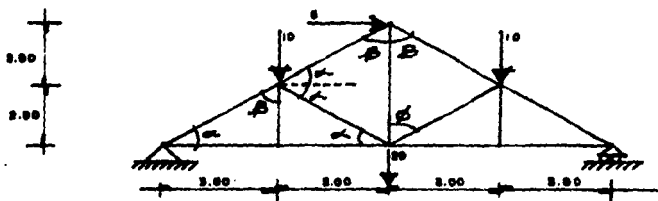


Figura 55.- Armadura triangular

Paso 1.- Se asigna una nomenclatura arbitraria a los nudos de la armadura con el fin de identificarlos.

Paso 2.- Se comprueba la isostaticidad de la armadura empleando la ecuación $2j = m + r$

j	=	número de nudos	=	8
m	=	número de barras	=	13
r	=	número de componentes de reacción	=	3

Sustituyendo:

$$2(8) = 13 + 3$$

$$16 = 16$$

∴ la armadura es isostática

Paso 3.- Se obtienen las reacciones en los apoyos de la armadura:

$$\Sigma F_x = 0$$

$$R_{HA} - 5 = 0$$

$$R_{HA} = 5$$

$$\begin{aligned} \Sigma F_y &= 0 \\ R_A - 10 - 20 - 10 + 21.6667 &= 0 \\ R_A &= 40 - 21.6667 \\ R_A &= 18.3333 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Sigma M_A &= 0 \\ 10(3) + 5(4) + 20(6) + 10(9) - R_E(12) &= 0 \\ R_E &= \frac{(30 + 20 + 120 + 90)}{12} \\ R_E &= \frac{260}{12} \\ R_E &= 21.6667 \end{aligned}$$

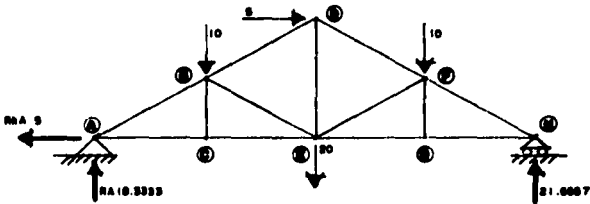


Figura 56.- Nomenclatura y reacciones en los apoyos

Paso 4.- Se inicia el análisis de la armadura aplicando el método

4.1.- Nudo A.

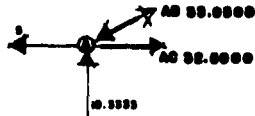


Figura 57.- Diagrama de cuerpo libre.

Obtención de los ángulos involucrados en esta armadura:

1.- ángulo α :

$$\begin{aligned}\operatorname{tg} \alpha &= \frac{2}{3} \\ \alpha &= \operatorname{tg}^{-1}(0.6666) \\ \alpha &= 33.6901^\circ\end{aligned}$$

2.- ángulo β :

$$\begin{aligned}\operatorname{tg} \beta &= 180 - (90 + \alpha) \\ \beta &= 86.3099^\circ\end{aligned}$$

3.- ángulo δ :

$$\begin{aligned}\operatorname{tg} \delta &= \frac{4}{3} \\ \delta &= \operatorname{tg}^{-1}(1.3333) \\ \delta &= 53.1301^\circ\end{aligned}$$

4.- ángulo γ :

$$\gamma = \beta = 86.3099^\circ$$

5.- ángulo ϕ :

$$\begin{aligned}\operatorname{tg} \phi &= \frac{3}{4} \\ \phi &= \operatorname{tg}^{-1}(0.7500) \\ \phi &= 36.8699^\circ\end{aligned}$$

Obtención de la componente en x :

$$\begin{aligned}\Sigma F_x &= 0 \\ -5 + AC - 33.0508 \cos \alpha &= 0 \\ AC &= 5 + 27.5000 \\ AC &= 32.5000\end{aligned}$$

Nota 1.- Se analizó primeramente la componente en "y", debido a que solo tiene una incógnita, mientras que la componente en "x", tiene dos.

Obtención de la componente en y:

$$\begin{aligned}\Sigma F_y &= 0 \\ 18.3333 + AB \operatorname{sen} \alpha &= 0 \\ AB &= \frac{-18.3333}{\operatorname{sen} \alpha} \\ AB &= -33.0508\end{aligned}$$

4.2.- Nudo B

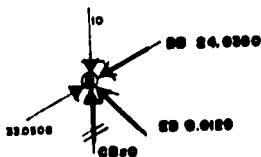


Figura 58.- Diagrama de cuerpo libre

Obtención de la componente en x:

$$\begin{aligned}\Sigma F_x &= 0 \\ 33.0508 \operatorname{sen} \beta - DB \operatorname{sen} \beta - EB \operatorname{sen} \beta &= 0 \\ 27.4999 - 0.8321DB - 0.8321EB &= 0 \\ DB &= \frac{27.4999 - 0.8321EB}{0.8321} \\ DB &= 33.0469 - EB\end{aligned}$$

Obtención de la componente en y:

$$\begin{aligned}\Sigma F_y &= 0 \\ 33.0508 \cos \beta - 10 - DB \cos \beta + EB \cos \beta &= 0 \\ 18.3333 - 10 - 0.5547DB + 0.5547EB &= 0 \\ EB &= -15.0231 + DB\end{aligned}$$

Sustituyendo I en II:

$$EB = -15.0231 + (33.0489 - EB)$$

$$2EB = 18.0258$$

$$EB = \frac{18.0258}{2}$$

$$EB = 9.0139$$

Sustituyendo el valor de EB en I:

$$DB = 33.0489 - 9.0139$$

$$DB = 24.0370$$

4.3.- Nudo C

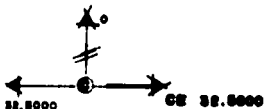


Figura 59.- Diagrama de cuerpo libre

Obtención de la componente en x:

$$\Sigma F_x = 0$$

$$-32.5000 + CE = 0$$

$$CE = 32.5000$$

Obtención de la componente en y:

$$\Sigma F_y = 0$$

$$CB + 0 = 0$$

$$CB = 0$$

4.4.- Nudo D



Figura 60.- Diagrama de cuerpo libre

Obtención de la componente en x:

$$\begin{aligned} \Sigma F_x &= 0 \\ 5 + 24.0360 \operatorname{sen} \beta - FD \operatorname{sen} \beta &= 0 \\ FD &= \frac{5 + 19.9992}{0.8321} \\ FD &= 30.0463 \end{aligned}$$

Obtención de la componente en y:

$$\begin{aligned} \Sigma F_y &= 0 \\ 24.0360 \cos \beta + 30.0435 \cos \beta - DE &= 0 \\ DE &= 13.3328 + 16.665 \\ DE &= 30.0000 \end{aligned}$$

4.5.- Nudo E.

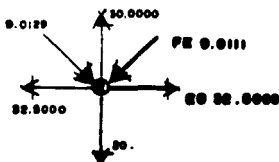


Figura 61.- Diagrama de cuerpo libre

Obtención de la componente en x:

$$\begin{aligned}\Sigma F_x &= 0 \\ 9.0139 \cos \alpha - 32.5000 - 9.0111 \cos \alpha + EG &= 0 \\ EG &= 32.5000 - 7.4992 + 7.4977 \\ EG &= 32.4985\end{aligned}$$

Nota 1.- Se analizó primeramente la componente en "y", debido a que solo tiene una incógnita.

Obtención de la componente en y:

$$\begin{aligned}\Sigma F_y &= 0 \\ -9.0139 \sin \alpha + 29.9979 - FE \sin \alpha - 20 &= 0 \\ FE &= \frac{30 - 9.0139 \sin \alpha - 20}{\sin \alpha} \\ FE &= \frac{4.9984}{0.5547} \\ FE &= 9.0111\end{aligned}$$

4.4.- Nudo F.

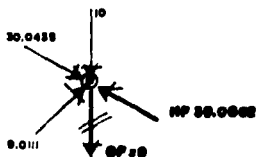


Figura 62.- Diagrama de cuerpo libre

ESTA TESIS NO DEBE SALIR DE LA BIBLIOTECA

Obtención de la componente en x:

$$\begin{aligned}\Sigma F_x &= 0 \\ 30.0463 \cos \alpha + 9.0111 \cos \alpha - HF \cos \alpha &= 0 \\ HF &= \frac{24.9977 + 7.4977}{\cos \alpha} \\ HF &= \frac{32.4954}{0.8321} \\ HF &= 39.0462\end{aligned}$$

Obtención de la componente en y:

$$\begin{aligned}\Sigma F_y &= 0 \\ -30.0435 \sin \alpha + 9.0111 \sin \alpha - 10 + 39.0602 \sin \alpha &= 0 \\ -16.6651 + 4.9985 - 10 + 21.6636 &= 0 \\ -0.0003 &= 0\end{aligned}$$

4.7.- Nudo G



Figura 63.- Diagrama de cuerpo libre

Obtención de la componente en x:

$$\begin{aligned}\Sigma F_x &= 0 \\ -32.4985 + GH &= 0 \\ GH &= 32.4985\end{aligned}$$

Obtención de la componente en y:

$$\begin{aligned}\Sigma F_x &= 0 \\ GF + 0 &= 0 \\ GF &= 0\end{aligned}$$

4.2. Nudo H.

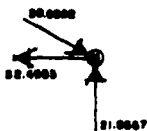


Figura 64.- Diagrama de cuerpo libre

Obtención de la componente en x:

$$\begin{aligned}\Sigma F_x &= 0 \\ -32.49855 + 39.0546 \cos \alpha &= 0 \\ -32.4985 + 32.4954 &= 0 \\ 0.0034 &\cong 0\end{aligned}$$

Nota 1: Se analizó primero la componente en "y" por tener únicamente una incógnita.

Obtención de la componente en y:

$$\begin{aligned}\Sigma F_y &= 0 \\ -39.0546 \sin \alpha + 21.6667 &= 0 \\ -21.6636 + 21.6667 &= 0 \\ 0.0031 &\cong 0\end{aligned}$$

Finalmente y como paso opcional, las reacciones de los componentes de la armadura anteriormente analizada, se resumen en la tabla siguiente de la cual se partirá para su diseño.

Tabla de las reacciones de los componentes de la armadura

AB	33.0508	✓	
BD	24.0370	✓	
DF	30.0463	✓	
FH	39.0402	✓	
AC	32.5000		✓
CE	32.5000		✓
EG	32.4985		✓
GH	32.4985		✓
BC	0		
DE	30.0000		✓
FG	0		
BE	9.0139	✓	
EF	9.0111	✓	

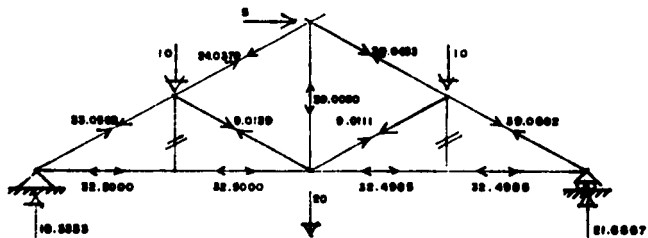


Figura 65.- Diagrama final de la armadura triangular del ejemplo 3.

Ejemplo 4.- Resolver la siguiente armadura rectangular por el método de los nudos.

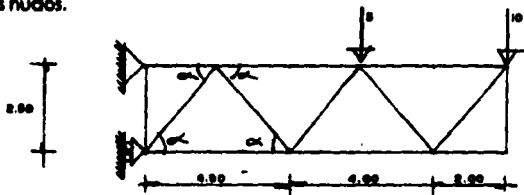


Figura 66.- Armadura rectangular

Paso 1.- Se asigna una nomenclatura arbitraria a los nudos de la armadura con el fin de identificarlos.

Paso 2.- Se comprueba la isostaticidad de la armadura empleando la ecuación $2j = m + r$

j	=	número de nudos	=	8
m	=	número de barras	=	13
r	=	número de componentes de reacción	=	3

Sustituyendo:

$$2(8) = 13 + 3$$

$$16 = 16$$

∴ la armadura es isostática

Paso 3.- Se obtienen las reacciones en los apoyos de la armadura:

$$\sum F_x = 0$$

$$-52 + R_{HB} = 0$$

$$R_{HB} = 52.0000$$

$$\sum F_y = 0$$

$$R_A - 5 - 10 = 0$$

$$R_A = 15.0000$$

$$\begin{aligned} \sum M_B &= 0 \\ -R_{HA} (2.5) + 5(6) + 10 (10) &= 0 \\ R_{HA} &= \frac{(30 + 100)}{2.5} \\ R_{HA} &= \frac{130}{2.5} \\ R_{HA} &= 52.0000 \end{aligned}$$

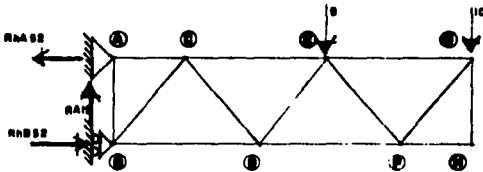


Figura 67.- Nomenclatura y reacciones en los apoyos

Paso 4.- Se inicia el análisis de la armadura aplicando el método

4.1.- Nudo A

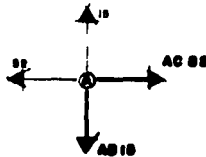


Figura 68.- Diagrama de cuerpo libre.

Obtención de la componente en x:

$$\begin{aligned}\Sigma F_x &= 0 \\ AC - 52.0000 &= 0 \\ AC &= 52.0000\end{aligned}$$

Obtención de la componente en y:

$$\begin{aligned}\Sigma F_y &= 0 \\ 15.0000 - AB &= 0 \\ AB &= 15.0000\end{aligned}$$

4.2.- Nudo B

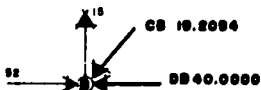


Figura 69.- Diagrama de cuerpo libre

Obtención del ángulo involucrado en esta armadura:
ángulo α :

$$\begin{aligned}\operatorname{tg} \alpha &= \frac{2.5}{2} \\ \alpha &= \operatorname{tg}^{-1}(1.2500) \\ \alpha &= 51.3402^\circ\end{aligned}$$

Obtención de la componente en x:

$$\begin{aligned}\Sigma F_x &= 0 \\ 52 - DB - 19.2094 \cos \alpha &= 0 \\ DB &= 52 - 12 \\ DB &= 40.0000\end{aligned}$$

Nota 1.- Se analizó primero la componente en "y", debido a que solo tiene una incógnita.

Obtención de la componente en y:

$$\begin{aligned}\Sigma F_y &= 0 \\ 15 - CB \operatorname{sen} \alpha &= 0 \\ CB &= \frac{15}{\operatorname{sen} \alpha} \\ CB &= 19.2094\end{aligned}$$

4.3.- Nudo C

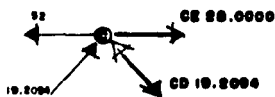


Figura 70.- Diagrama de cuerpo libre

Obtención de la componente en x:

$$\begin{aligned}\Sigma F_x &= 0 \\ -52 + 19.2094 \cos \alpha + CE + 19.2094 \cos \alpha &= 0 \\ CE &= 52 - 12 - 12 \\ CE &= 28.0000\end{aligned}$$

Nota 1.- Se analizó primero la componente en "y", debido a que solo tiene una incógnita.

Obtención de la componente en y:

$$\begin{aligned}\Sigma F_y &= 0 \\ 19.2094 \operatorname{sen} \alpha + CD \operatorname{sen} \alpha &= 0 \\ CD &= -\frac{15}{\operatorname{sen} \alpha} \\ CD &= -19.2094\end{aligned}$$

Nota 2.- Como la reacción resultó ser de signo negativo, el sentido supuesto es incorrecto, y solo bastará invertirlo.

4.4.- Nudo D



Figura 71.- Diagrama de cuerpo libre

Obtención de la componente en x:

$$\begin{aligned}\Sigma F_x &= 0 \\ 40 - FD - 19.2094 \cos \alpha - 19.2094 \cos \alpha &= 0 \\ FD &= 40 - 12 - 12 \\ \mathbf{FD} &= \mathbf{16.0000}\end{aligned}$$

Nota 1.- Se analizó primero la componente en "y", debido a que solo tiene una incógnita.

Obtención de la componente en y:

$$\begin{aligned}\Sigma F_y &= 0 \\ 19.2094 \operatorname{sen} \alpha + ED \operatorname{sen} \alpha &= 0 \\ ED &= -\frac{19.2094 \operatorname{sen} \alpha}{\operatorname{sen} \alpha} \\ ED &= -\frac{15}{0.7809} \\ \mathbf{ED} &= \mathbf{-19.2094}\end{aligned}$$

Nota 2.- Como la reacción resultó ser de signo negativo, el sentido supuesto es incorrecto, y solo bastará invertirlo.

4.5.- Nodo E.

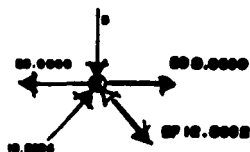


Figura 72.- Diagrama de cuerpo libre

Obtención de la componente en x:

$$\begin{aligned}\Sigma F_x &= 0 \\ -28 + EG + 19.2094 \cos \alpha + 12.8062 \cos \alpha &= 0 \\ EG &= 28 - 12 - 8 \\ EG &= 8.0000\end{aligned}$$

Nota 1.- Se analizó primeramente la componente en "y", debido a que solo tiene una incógnita.

Obtención de la componente en y:

$$\begin{aligned}\Sigma F_y &= 0 \\ -5 + 19.2094 \sin \alpha + EF \sin \alpha &= 0 \\ EF &= \frac{5 - 15}{\sin \alpha} \\ EF &= \frac{-10}{0.7809} \\ EF &= -12.8062\end{aligned}$$

Nota 2: Como el valor de HB resulta ser de signo negativo, esto significa que su sentido en el diagrama de cuerpo libre, fue mal supuesto, por lo que solo bastará invertir dicho sentido

4.4.- Nudo F.

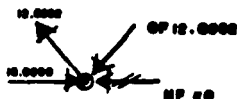


Figura 73.- Diagrama de cuerpo libre

Obtención de la componente en x:

$$\begin{aligned}\Sigma F_x &= 0 \\ -HF + 16 - 12.8062 \cos \alpha - 12.8062 \cos \alpha &= 0 \\ HF &= 16 - 8 - 8 \\ HF &= 0\end{aligned}$$

Nota 1.- Se analizó primeramente la componente en "y", debido a que solo tiene una incógnita.

Obtención de la componente en y:

$$\begin{aligned}\Sigma F_y &= 0 \\ 12.8062 \sin \alpha - GF \sin \alpha &= 0 \\ GF &= \frac{10}{0.7809} \\ GF &= 12.8062\end{aligned}$$

Nota 2: Como el valor de HF resulto ser de signo negativo, esto significa que su sentido en el diagrama de cuerpo libre, fue mal supuesto, por lo que solo bastará invertir dicho sentido

4.7.- Nudo G

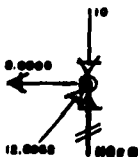


Figura 74.- Diagrama de cuerpo libre

Obtención de la componente en x:

$$\begin{aligned}\Sigma F_x &= 0 \\ -8 + 12.8062 \cos \alpha &= 0 \\ 8 - 8 &= 0 \\ 0 &= 0\end{aligned}$$

Nota 1.- Se analizó primeramente la componente en "y", debido a que solo tiene una incógnita.

Obtención de la componente en y:

$$\begin{aligned}\Sigma F_y &= 0 \\ HG - 10 + 12.8062 \operatorname{sen} \alpha &= 0 \\ HG &= -10 + 10 \\ HG &= 0\end{aligned}$$

4.8.- Nudo H.

Nota 1.- En este ejemplo, las barras FH y HG dan como resultado cero, por lo tanto, el nudo H no trabaja y se puede eliminar de la armadura sin perjudicar su estabilidad o su isostaticidad.

Finalmente y como paso opcional, las reacciones de los componentes de la armadura anteriormente analizada, se resumen en la tabla siguiente, a partir de la cual, se diseñará esta.

Tabla de las reacciones de los componentes de la armadura

AC	52.0000	✓	
CE	28.0000	✓	
EG	8.0000	✓	
BD	40.0000		✓
DF	16.0000		✓
FH	0		
AB	15.0000	✓	
GH	0		
BC	19.2094	✓	
CD	19.2094		✓
DE	19.2094	✓	
EF	12.8062		✓
FG	12.8062	✓	

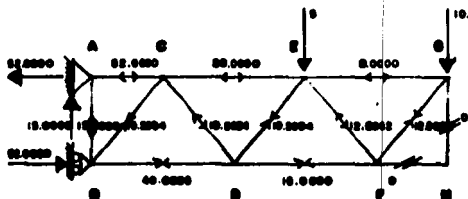


Figura 75.- Diagrama final de la armadura rectangular del ejemplo 4.

Ejemplo 5.- Resolver la siguiente armadura por el método de los nudos.

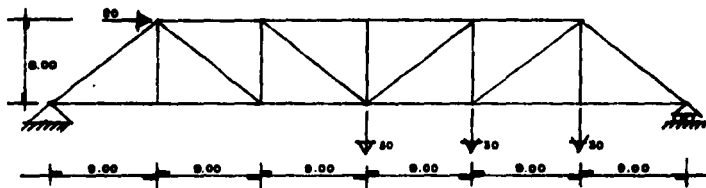


Figura 76.- Armadura trapezoidal

Paso 1.- Se asigna una nomenclatura arbitraria a los nudos de la armadura con el fin de identificarlos.

Paso 2.- Se comprueba la isostaticidad de la armadura empleando la ecuación $2j = m + r$

j	=	número de nudos	=	12
m	=	número de barras	=	21
r	=	número de componentes de reacción	=	3

Sustituyendo:

$$2(12) = 21 + 3$$

$$24 = 24$$

∴ la armadura es isostática

Paso 3.- Se obtienen las reacciones en los apoyos de la armadura:

$$\sum F_x = 0$$

$$-R_{HA} + 20 = 0$$

$$R_{HA} = 20.0000$$

Ejemplo 5.- Resolver la siguiente armadura por el método de los nudos.

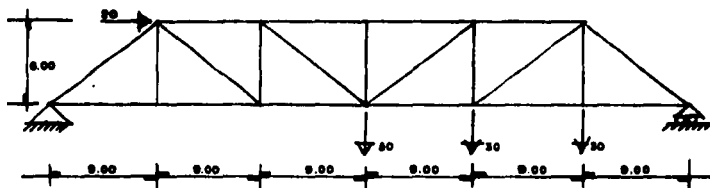


Figura 76.- Armadura trapezoidal

Paso 1.- Se asigna una nomenclatura arbitraria a los nudos de la armadura con el fin de identificarlos.

Paso 2.- Se comprueba la isostaticidad de la armadura empleando la ecuación $2j = m + r$

j	=	número de nudos	=	12
m	=	número de barras	=	21
r	=	número de componentes de reacción	=	3

Sustituyendo:

$$2(12) = 21 + 3$$

$$24 = 24$$

∴ la armadura es isostática

Paso 3.- Se obtienen las reacciones en los apoyos de la armadura:

$$\sum F_x = 0$$

$$-R_{HA} + 20 = 0$$

$$R_{HA} = 20.0000$$

$$\begin{aligned} \Sigma Fy &= 0 \\ RA - 30 - 30 - 30 + 62.2222 &= 0 \\ RA &= 90 - 62.2222 \\ RA &= 27.7778 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Sigma MA &= 0 \\ 20(6) + 30(27) + 30(36) + 30(45) - Rl(54) &= 0 \\ Rl &= \frac{(120 + 810 + 1080 + 1350)}{54} \\ Rl &= \frac{3360}{54} \\ Rl &= 62.2222 \end{aligned}$$

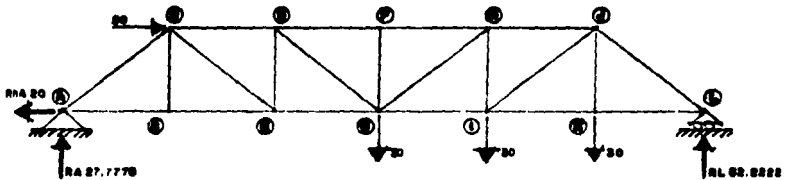


Figura 77.- Nomenclatura y reacciones en los apoyos

Paso 4.- Se inicia el análisis de la armadura aplicando el método

4.1.- Nudo A

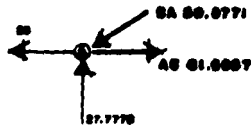


Figura 78.- Diagrama de cuerpo libre.

Obtención del ángulo involucrado en esta armadura:

ángulo α :

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{2}{3}$$

$$\alpha = \operatorname{tg}^{-1}(0.6666)$$

$$\alpha = 33.6901^\circ$$

Obtención de la componente en x:

$$\Sigma F_x = 0$$

$$AC - 20 - 50.771 \cos \alpha = 0$$

$$AC = 20 + 41.6667$$

$$AC = 61.6667$$

Nota 1.- Se analizó primero la componente en "y", debido a que solo tiene una incógnita.

Obtención de la componente en y:

$$\Sigma F_y = 0$$

$$27.7778 - BA \operatorname{sen} \alpha = 0$$

$$BA = \frac{27.7778}{\operatorname{sen} \alpha}$$

$$BA = \frac{27.7778}{0.5547}$$

$$BA = 50.0771$$

4.2.- Nudo B



Figura 79.- Diagrama de cuerpo libre

Obtención de la componente en x:

$$\begin{aligned}\Sigma F_x &= 0 \\ 50.0771 \cos \alpha + 20 + 50.0771 \cos \alpha - DB &= 0 \\ DB &= 41.6667 + 20 + 41.6667 \\ DB &= 103.3333\end{aligned}$$

Nota 1.- Cabe hacer notar, que en este caso, se analizó primeramente la componente en "y".

Obtención de la componente en y:

$$\begin{aligned}\Sigma F_y &= 0 \\ 50.0771 \operatorname{sen} \alpha - BE \operatorname{sen} \alpha &= 0 \\ BE &= \frac{50.0771 \operatorname{sen} \alpha}{\operatorname{sen} \alpha} \\ BE &= 50.0771\end{aligned}$$

4.3.- Nudo C

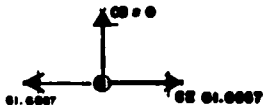


Figura 80.- Diagrama de cuerpo libre

Obtención de la componente en x:

$$\begin{aligned}\Sigma F_x &= 0 \\ -61.6667 + CE &= 0 \\ CE &= 61.6667\end{aligned}$$

Obtención de la componente en y:

$$\begin{aligned}\Sigma F_y &= 0 \\ CB + 0 &= 0 \\ CB &= 0\end{aligned}$$

4.4.- Nudo D



Figura 81.- Diagrama de cuerpo libre

Nota 1: Por orden de análisis el tercer nudo en calcularse es el E, pero con el fin de mantener un orden progresivo en este trabajo, se presenta el análisis del D.

Obtención de la componente en x:

$$\begin{aligned}\Sigma F_x &= 0 \\ 103.3333 + 50.0771 \cos \alpha - FD &= 0 \\ FD &= 103.3333 + 41.6667 \\ FD &= 145.0000\end{aligned}$$

Obtención de la componente en y:

$$\begin{aligned}\Sigma F_y &= 0 \\ 27.7778 - DG \operatorname{sen} \alpha &= 0 \\ DG &= \frac{27.7778}{\operatorname{sen} \alpha} \\ DG &= \frac{27.7778}{0.5547} \\ DG &= 50.0771\end{aligned}$$

4.5.- Nudo E.

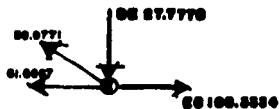


Figura 82.- Diagrama de cuerpo libre

Obtención de la componente en x:

$$\begin{aligned}\Sigma F_x &= 0 \\ -50.0771 \cos \alpha - 61.6667 + EG &= 0 \\ EG &= 41.6667 + 61.6667 \\ EG &= 103.3334\end{aligned}$$

Obtención de la componente en y:

$$\begin{aligned}\Sigma F_y &= 0 \\ 50.0771 \sin \alpha - DE &= 0 \\ DE &= 27.7778\end{aligned}$$

4.6.- Nudo F.



Figura 83.- Diagrama de cuerpo libre

Obtención de la componente en x:

$$\begin{aligned}\Sigma F_x &= 0 \\ 145 - HF &= 0 \\ HF &= 145.0000\end{aligned}$$

Obtención de la componente en y:

$$\begin{aligned}\Sigma F_y &= 0 \\ FG + 0 &= 0 \\ FG &= 0\end{aligned}$$

4.7.- Nudo G

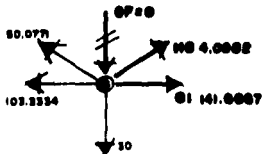


Figura 84.- Diagrama de cuerpo libre

Obtención de la componente en x:

$$\begin{aligned}\Sigma F_x &= 0 \\ -103.3334 - 50.0771 \cos \alpha + 4.0062 \cos \alpha + GI &= 0 \\ GI &= 103.3334 + 41.6667 - 3.3334 \\ GI &= 141.6667\end{aligned}$$

Nota 1: Se analizó primero la componente en "y" por tener únicamente una incógnita.

Obtención de la componente en y:

$$\begin{aligned}\Sigma F_y &= 0 \\ 50.0771 \operatorname{sen} \alpha - 30 + HG \operatorname{sen} \alpha &= 0 \\ HG &= \frac{-27.7776 + 30}{\operatorname{sen} \alpha} \\ HG &= \frac{2.2222}{0.5547} \\ HG &= 4.0062\end{aligned}$$

4.8.- Nudo H.



Figura 85.- Diagrama de cuerpo libre

Obtención de la componente en x:

$$\begin{aligned}\Sigma F_x &= 0 \\ 145 - 4.0062 \cos \alpha - JH &= 0 \\ JH &= 145 - 3.3334 \\ JH &= 141.6666\end{aligned}$$

Obtención de la componente en y:

$$\begin{aligned}\Sigma F_y &= 0 \\ -4.0062 \operatorname{sen} \alpha + IH &= 0 \\ IH &= 2.2222\end{aligned}$$

Obtención de la componente en y:

$$\begin{aligned}\Sigma F_y &= 0 \\ 50.0771 \operatorname{sen} \alpha - 30 + HG \operatorname{sen} \alpha &= 0 \\ HG &= \frac{-27.7778 + 30}{\operatorname{sen} \alpha} \\ HG &= \frac{2.2222}{0.5547} \\ HG &= 4.0062\end{aligned}$$

4.8- Nudo H.



Figura 85.- Diagrama de cuerpo libre

Obtención de la componente en x:

$$\begin{aligned}\Sigma F_x &= 0 \\ 145 - 4.0062 \cos \alpha - JH &= 0 \\ JH &= 145 - 3.3334 \\ JH &= 141.6666\end{aligned}$$

Obtención de la componente en y:

$$\begin{aligned}\Sigma F_y &= 0 \\ -4.0062 \operatorname{sen} \alpha + IN &= 0 \\ IN &= 2.2222\end{aligned}$$

4.9.- Nudo I.

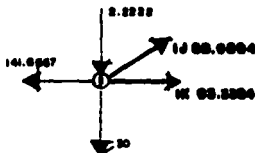


Figura 86.- Diagrama de cuerpo libre

Obtención de la componente en x:

$$\begin{aligned}\Sigma F_x &= 0 \\ -141.6667 + 58.0894 \cos \alpha + IK &= 0 \\ IK &= 141.6667 - 48.3333 \\ IK &= 93.3334\end{aligned}$$

Nota 1: Se analizó primero la componente en "y" por tener únicamente una incógnita.

Obtención de la componente en y:

$$\begin{aligned}\Sigma F_y &= 0 \\ -2.2222 - 30 + IJ \operatorname{sen} \alpha &= 0 \\ IJ &= \frac{32.2222}{\operatorname{sen} \alpha} \\ IJ &= 58.0894\end{aligned}$$

4.10.- Nudo J.



Figura 87.- Diagrama de cuerpo libre

Obtención de la componente en x:

$$\begin{aligned}\Sigma F_x &= 0 \\ 141.6666 - 58.0894 \cos \alpha - LJ \cos \alpha &= 0 \\ LJ &= \frac{141.6666 - 48.3333}{\cos \alpha} \\ LJ &= \frac{93.3333}{0.8321} \\ LJ &= 112.1727\end{aligned}$$

Obtención de la componente en y:

$$\begin{aligned}\Sigma F_y &= 0 \\ -58.0894 \operatorname{sen} \alpha - 30 + 112.1727 \operatorname{sen} \alpha &= 0 \\ -32.2222 - 30 + 62.2222 &= 0 \\ -62.2222 + 62.2222 &= 0 \\ 0 &= 0\end{aligned}$$

4 . I I . - Nudo K.

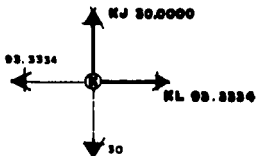


Figura 88.- Diagrama de cuerpo libre

Obtención de la componente en x:

$$\begin{aligned}\Sigma F_x &= 0 \\ -93.3334 + KL &= 0 \\ KL &= 93.3334\end{aligned}$$

Obtención de la componente en y:

$$\begin{aligned}\Sigma F_y &= 0 \\ KJ - 30 &= 0 \\ KJ &= 30.0000\end{aligned}$$

4.12.- Nudo L.

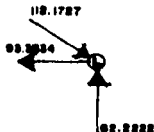


Figura 89.- Diagrama de cuerpo libre

Obtención de la componente en x:

$$\begin{aligned}\Sigma F_x &= 0 \\ -93.3334 + 112.1727 \cos \alpha &= 0 \\ -93.3334 + 93.3334 &= 0 \\ 0 &= 0\end{aligned}$$

Obtención de la componente en y:

$$\begin{aligned}\Sigma F_y &= 0 \\ -112.1727 \operatorname{sen} \alpha + 62.2222 &= 0 \\ -62.2222 + 62.2222 &= 0 \\ 0 &= 0\end{aligned}$$

Finalmente y como paso opcional, las reacciones de los componentes de la armadura anteriormente analizada, se resumen en la tabla siguiente de la cual se partirá para su diseño.

Tabla de las reacciones de los componentes de la armadura

NODOS	BD	103.3333	✓	
	DF	145.0000	✓	
	FH	145.0000	✓	
	HJ	141.6666	✓	
MEMBROS	AC	61.6667		✓
	CE	61.6667		✓
	EG	103.3333		✓
	GI	141.6667		✓
	IK	93.3334		✓
	KL	93.3334		✓
ELEMENTOS	BC	0		
	DE	27.7778	✓	
	FG	0		
	HI	2.2222	✓	
	JK	30.0000		✓
ELEMENTOS	AB	50.0771	✓	
	BE	50.0711		✓
	DG	50.0771		✓
	GH	4.0062		✓
	IJ	58.0894		✓
	JL	112.1727	✓	

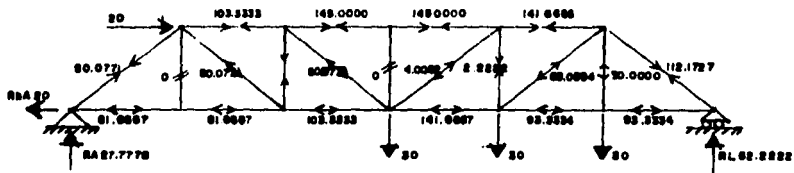


Figura 90.- Diagrama final de la armadura del ejemplo 5.

Ejemplo 6.- Resolver la siguiente armadura por el método de los nudos.

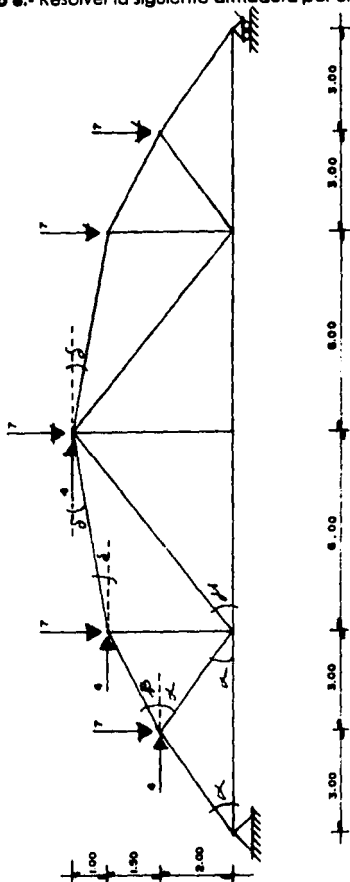


Figura 91.- Armadura lomo de camello

Paso 1.- Se asigna una nomenclatura arbitraria a los nudos de la armadura con el fin de identificarlos.

Paso 2.- Se comprueba la isostaticidad de la armadura empleando la ecuación $2j = m + r$

$$\begin{array}{lll} j & = & \text{número de nudos} & = & 10 \\ m & = & \text{número de barras} & = & 17 \\ r & = & \text{número de componentes de reacción} & = & 3 \end{array}$$

Sustituyendo:

$$2(10) = 17 + 3$$

$$20 = 20$$

∴ la armadura es isostática

Paso 3.- Se obtienen las reacciones en los apoyos de la armadura:

$$\Sigma F_x = 0$$

$$-R_H + 4 + 4 + 4 = 0$$

$$R_H = 12.0000$$

$$\Sigma F_y = 0$$

$$R_A - 7 - 7 - 7 - 7 - 7 + 19.1667 = 0$$

$$R_A = 35 - 19.1667$$

$$R_A = 15.8333$$

$$\Sigma M_A = 0$$

$$4(2) + 7(3) + 4(3.5) + 7(6) + 4(4.5) + 7(12) + 7(18) + 7(21) - R_J(24) = 0$$

$$\frac{8 + 21 + 14 + 42 + 18 + 84 + 126 + 147}{24} = R_J$$

$$R_J = \frac{460}{24}$$

$$R_J = 19.1667$$

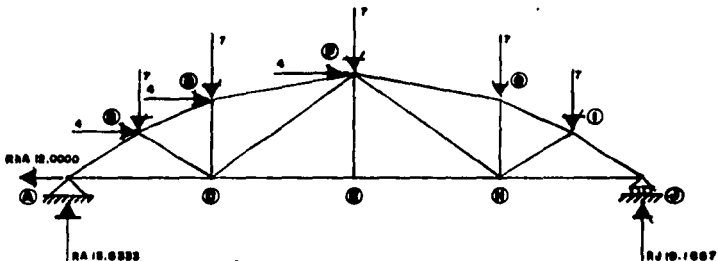


Figura 92.- Nomenclatura y reacciones en los apoyos

Paso 4.- Se inicia el análisis de la armadura aplicando el método

Obtención de los ángulos involucrados en esta armadura:

1.- ángulo α

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{2}{3}$$

$$\alpha = \operatorname{tg}^{-1}(0.6667)$$

$$\alpha = 33.6901^\circ$$

2.- ángulo β

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{1.5}{3}$$

$$\beta = \operatorname{tg}^{-1}(0.5000)$$

$$\beta = 26.5651^\circ$$

3.- ángulo δ

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{1}{6}$$

$$\delta = \operatorname{tg}^{-1}(0.1667)$$

$$\delta = 9.4623^\circ$$

4.- ángulo γ

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{4.5}{6}$$

$$\gamma = \operatorname{tg}^{-1}(0.7500)$$

$$\gamma = 36.8699^\circ$$

4.1.- Nudo A



Figura 93.- Diagrama de cuerpo libre

Obtención de la componente en x:

$$\Sigma F_x = 0$$

$$-12 - 28.5439 \cos \alpha + AC = 0$$

$$AC = 12 + 23.7500$$

$$AC = 35.7500$$

Nota 1.- Cabe hacer notar, que en este caso, se analizó primeramente la componente en "y", debido a que solo tiene una incógnita, mientras que la componente en "x", tiene dos.

Obtención de la componente en y:

$$\Sigma F_y = 0$$

$$15.8333 + BA \operatorname{sen} \alpha = 0$$

$$BA = \frac{15.8333}{\operatorname{sen} \alpha}$$

$$BA = \frac{15.8333}{0.5547}$$

$$BA = 28.5439$$

4.2.- Nudo B

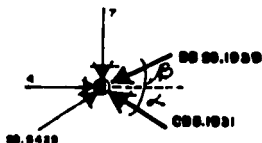


Figura 94.- Diagrama de cuerpo libre

Obtención de la componente en x:

$$\begin{aligned}\Sigma F_x &= 0 \\ 4 + 28.5439 \cos \alpha - DB \cos \beta - CB \cos \alpha &= 0 \\ DB &= \frac{4 + 28.5439 \cos \alpha - CB \cos \alpha}{\cos \beta} \\ DB &= \frac{4 + 23.7500 - 0.8321 CB}{0.8944} \\ DB &= 31.0254 - 0.9303 CB\end{aligned}$$

Obtención de la componente en y:

$$\begin{aligned}\Sigma F_y &= 0 \\ 28.5439 \sin \alpha - 7 - DB \sin \beta + CB \sin \alpha &= 0 \\ CB &= \frac{-28.5439 \sin \alpha + 7 + DB \sin \beta}{\sin \alpha} \\ CB &= \frac{15.8333 + 7 + 0.4472 DB}{0.5547} \\ CB &= -15.9245 - 0.8062 DB\end{aligned}$$

Sustituyendo II en I:

$$\begin{aligned}DB &= 31.0254 - 0.9302(-15.9245 + 0.8062 DB) \\ 31.0254 + 14.8130 - 0.7499 DB &= 0 \\ 0.7499 DB + DB &= 45.8384 \\ DB &= \frac{45.8384}{1.7499} \\ DB &= 26.1939\end{aligned}$$

Sustituyendo el valor de DB en II:

$$CB = -15.9245 + 0.8062(26.1945)$$

$$CB = -15.9245 + 21.1181$$

$$CB = 5.1931$$

Nota 1.- Cabe señalar que el valor de las componentes se obtuvo por "sustitución", también se puede obtener su valor mediante la resolución del sistema de ecuaciones que se forma.

4.3.- Nudo C

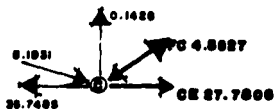


Figura 95.- Diagrama de cuerpo libre

Nota 1: Primero fué analizado el nudo D.

Obtención de la componente en x:

$$\Sigma F_x = 0$$

$$-35.7485 + 5.1931 \cos \alpha + 4.5590 \cos \alpha + CE = 0$$

$$-35.7485 + 5.1931(0.8320) + 4.5590(0.8000) + CE = 0$$

$$CE = 35.7485 - 4.3207 - 3.6472$$

$$CE = 27.7806$$

Nota 2: Se analizó primero la componente en "y" por tener únicamente una incógnita.

Obtención de la componente en y:

$$\begin{aligned}\Sigma F_y &= 0 \\ -5.193 \operatorname{sen} \alpha - 0.1426 + FC \operatorname{sen} \gamma &= 0 \\ FC &= \frac{-5.193(0.5547) - 0.1426}{\operatorname{sen} \gamma} \\ FC &= \frac{2.7326}{0.6000} \\ FC &= 4.5627\end{aligned}$$

4.4.- Nudo D

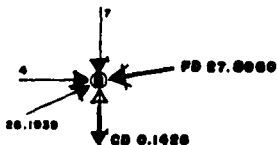


Figura 96.- Diagrama de cuerpo libre

Obtención de la componente en x:

$$\begin{aligned}\Sigma F_x &= 0 \\ 26.1945 \cos \beta + 4 - FD \cos \delta &= 0 \\ FD &= \frac{27.4291}{\cos \delta} \\ FD &= \frac{27.4291}{0.9864} \\ FD &= 27.8069\end{aligned}$$

Nota 1: Se analizó primero la componente en "y" por tener únicamente una incógnita.

Obtención de la componente en y:

$$\Sigma F_y = 0$$

$$DC = 26.1945 \text{ sen } \beta - 7 - 27.8074 \text{ sen } \delta$$

$$DC = 11.7145 - 7 - 4.5715$$

$$DC = -0.1430$$

4.5.- Nudo E.

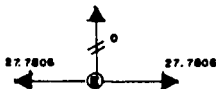


Figura 97.- Diagrama de cuerpo libre

Obtención de la componente en x:

$$\Sigma F_x = 0$$

$$-27.6981 + EH = 0$$

$$EH = 27.7806$$

Obtención de la componente en y:

$$\Sigma F_y = 0$$

$$FE + 0 = 0$$

$$FE = 0$$

4.6.- Nudo F

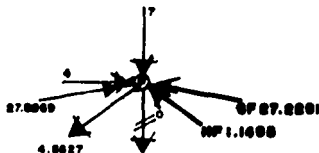


Figura 98.- Diagrama de cuerpo libre

Obtención de la componente en x:

$$\begin{aligned} \Sigma F_x &= 0 \\ -4.5627 \cos \gamma + 27.8069 \cos \delta + 4 - GF \cos \delta - HF \cos \gamma &= 0 \\ -0.9864 GF - 0.8000 HF + 27.6985 &= 0 \\ HF &= \frac{27.7784 - 0.9864 GF}{0.8000} \\ HF &= 34.7230 - 1.2330 GF \end{aligned}$$

Obtención de la componente en y:

$$\begin{aligned} \Sigma F_y &= 0 \\ -4.5627 \sin \gamma + 27.8074 \sin \delta - 7 + GF \sin \delta + HF \sin \gamma &= 0 \\ 0.1644 GF + 0.6000 HF - 5.1662 &= 0 \\ GF &= \frac{5.1662 - 0.6000 HF}{0.1644} \\ GF &= 31.4248 - 3.6497 HF \end{aligned}$$

Sustituyendo I en II:

$$\begin{aligned} GF &= 31.4248 - 3.6497(34.7230 - 1.2330 GF) \\ GF &= 31.4248 - 126.7285 + 4.5 GF \\ -4.5GF + GF &= -95.3037 \\ GF &= \frac{-95.3037}{-3.5} \\ GF &= 27.2291 \end{aligned}$$

Sustituyendo el valor de GF en I:

$$HF = 34.7230 - 1.2330(27.2291)$$

$$HF = 34.7230 - 33.5734$$

$$HF = 1.1495$$

4.7.- Nudo G

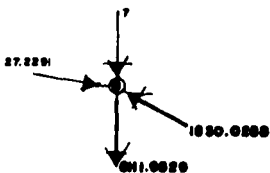


Figura 99.- Diagrama de cuerpo libre

Obtención de la componente en x:

$$\Sigma F_x = 0$$

$$27.2291 \cos \delta - IG \cos \beta = 0$$

$$IG = \frac{26.8586}{\cos \beta}$$

$$IG = \frac{26.8586}{0.8944}$$

$$IG = 30.0288$$

Obtención de la componente en y:

$$\Sigma F_y = 0$$

$$-27.2291 \sin \delta - 7 - GH + 30.0288 \sin \beta = 0$$

$$GH = -4.4764 - 7 + 13.4293$$

$$GH = 1.9529$$

4.8.- Nudo H

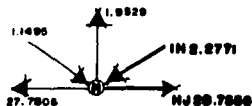


Figura 100.- Diagrama de cuerpo libre

Obtención de la componente en x:

$$\begin{aligned}\Sigma F_x &= 0 \\ -27.7806 + 1.1496 \cos \gamma - 2.2771 \cos \alpha + HJ &= 0 \\ HJ &= 27.7806 - 0.9197 + 1.8947 \\ HJ &= \mathbf{28.7556}\end{aligned}$$

Nota 1: Se analizó primero la componente en "y" por tener únicamente una incógnita.

Obtención de la componente en y:

$$\begin{aligned}\Sigma F_y &= 0 \\ -1.1496 \sin \gamma + 1.9529 - IH \sin \alpha &= 0 \\ IH &= \frac{-0.6898 + 1.9529}{\sin \alpha} \\ IH &= \frac{1.2631}{0.5547} \\ IH &= \mathbf{2.2771}\end{aligned}$$

4.9.- Nudo I

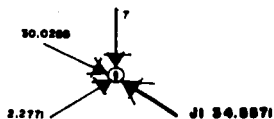


Figura 101.- Diagrama de cuerpo libre

Obtención de la componente en x:

$$\begin{aligned}\Sigma F_x &= 0 \\ 30.0288 \cos \beta + 2.2771 \cos \alpha - JI \cos \alpha &= 0 \\ JI &= \frac{26.8586 + 1.8947}{\cos \alpha} \\ JI &= \frac{28.7532}{0.8321} \\ JI &= \mathbf{34.5571}\end{aligned}$$

Obtención de la componente en y:

$$\begin{aligned}\Sigma F_y &= 0 \\ -30.0288 \operatorname{sen} \beta + 2.2771 \operatorname{sen} \alpha - 7 + JI \operatorname{sen} \alpha &= 0 \\ JI &= \frac{13.4293 + 7 - 1.2631}{\operatorname{sen} \alpha} \\ JI &= \frac{19.1662}{0.5547} \\ JI &= \mathbf{34.5523}\end{aligned}$$

4.10.- Nudo J

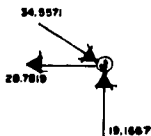


Figura 102.- Diagrama de cuerpo libre

Obtención de la componente en x:

$$\begin{aligned}\Sigma F_x &= 0 \\ -28.7548 + 34.5571 \cos \alpha &= 0 \\ -28.7546 + 28.7532 &= 0 \\ \mathbf{0.0014} &= 0\end{aligned}$$

Obtención de la componente en y:

$$\begin{aligned}\Sigma F_y &= 0 \\ -34.5571 \operatorname{sen} \alpha + 19.1667 &= 0 \\ -19.1688 + 19.1667 &= 0 \\ \mathbf{0.0021} &= 0\end{aligned}$$

Tabla de las reacciones de los componentes de la armadura

SECTOR	BARRA	MAGNITUD	COMPRES	TENSA
CUERDA SUPERIOR	AB	28.5439	✓	
	BD	26.1939	✓	
	DF	27.8069	✓	
	FG	27.2291	✓	
	GI	30.0288	✓	
	IJ	34.5571	✓	
CUERDA INFERIOR	AC	35.7500		✓
	CE	27.7806		✓
	EH	27.7856		✓
	HJ	28.7556		✓
MONTANTE	CD	0.1430		✓
	EF	0.0000		
	HG	1.9529		✓
DIAGONAL	BC	5.1931	✓	
	CF	4.5627		✓
	FH	1.1495	✓	
	HI	2.2771	✓	

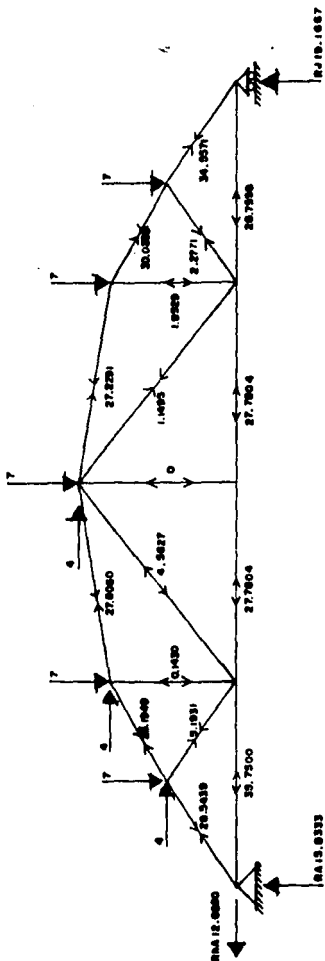


Figura 103.- Diagrama final de la armadura "tomo de camello".

4.2.2 Método de las secciones.

En este método, el concepto de equilibrio de cuerpo libre es básico para calcular las fuerzas en una armadura por el método de secciones o de (Ritter). Para obtener el valor de la fuerza en un elemento determinado, se hace pasar un corte imaginario a través de toda la armadura, a fin de dividirla en dos cuerpos libres. Se elige la sección de modo que corte el elemento cuya fuerza se desea, y el mínimo número posible de otras barras.

La suma de momentos para todas las fuerzas aplicadas al cuerpo libre considerado, con respecto a un punto cualquiera en el plano de la armadura, vale cero en condiciones de equilibrio. Así, el valor de la fuerza buscada se obtiene fácilmente si es posible tomar momentos de las fuerzas con respecto a un punto tal, que en la ecuación correspondiente solo aparezca una fuerza desconocida. Generalmente, este objetivo se puede alcanzar si se selecciona un cierto punto sobre la línea de acción de una o más de las fuerzas en los otros elementos. Algunas armaduras de uso común, tienen localizaciones especiales por donde se pueden hacer pasar cortes que simplifiquen enormemente el trabajo por realizar.

Una ventaja de este método, es que si se busca la fuerza ejercida solo en un elemento y este no se encuentre cerca de un extremo de la armadura, en la mayoría de los casos, su valor se puede obtener directamente sin tener que determinar las fuerzas de las demás barras. Si se empleara el método de los nudos, sería necesario obtener las reacciones de las barras nudo por nudo desde un extremo de la armadura hasta llegar a calcular el elemento deseado.

4.2.2.1 Fuerzas en los elementos cortados por las secciones.

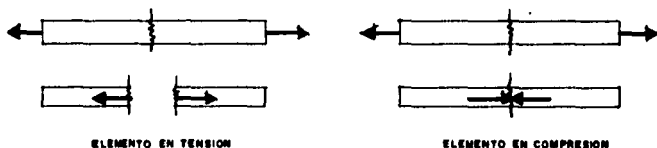
Si los elementos sometidos a tensión o a compresión fueran cortados realmente, los resultados, de acuerdo a la figura 104 serían los siguientes:

1. Una barra que trabaja a tensión está sujeta a estiramiento y al ser cortada, debería recobrar su longitud original o sea, a acortarse, dejando un

espacio libre o abertura en la sección. Un elemento a tensión, tira del cuerpo libre como se muestra en la figura 104 (a).

2. Una barra que trabaja a compresión y ha sido cortada, al ser seccionada tendería a recobrar su longitud original, es decir, trataría de alargarse. Un elemento a compresión empuja sobre el cuerpo libre como lo indica la figura 104 (a).

Una armadura se presenta dividida en dos cuerpos libres en la figura 104 (b). Los elementos x_1 x_2 y z_1 z_2 se suponen sujetos a compresión y el elemento q_1 q_2 , a tensión. Con base en estos supuestos se indican los sentidos de las fuerzas en los dos cuerpos libres.



a)



b)

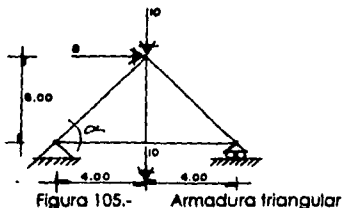
Figura 104

4.2.2.2 Aplicación del método de secciones.

Se resolverán los mismos ejemplos resueltos por el método de los nudos, y al igual que en este, el primer ejemplo se resolverá explicando paso a paso su

resolución, mientras que en la solución de los demás, solo se harán las explicaciones que el problema así lo requiera.

Ejemplo 1.- Resolver la siguiente armadura por el método de secciones.



Nota 1.- Como ya se indicó, los ejemplos a resolver por este método, son los mismos que resueltos por el método de los nudos siendo los pasos 1, 2 y 3 los mismos para ambos métodos, por lo que solo se mencionan estos pasos y en el caso del paso 3, únicamente se presentan los resultados.

Paso 1.- Se asigna una nomenclatura arbitraria a los nudos de la armadura con el fin de identificarlos.

Paso 2.- Se comprueba la isostaticidad de la armadura empleando la ecuación $2j = m + r$

Paso 3.- Se obtienen las reacciones en los apoyos de la armadura:

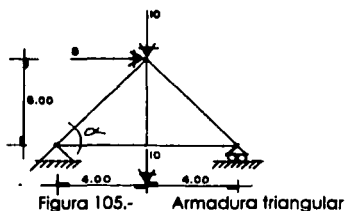
$$R_A = 4.0000$$

$$R_D = 16.0000$$

$$R_{MA} = 8.0000$$

resolución, mientras que en la solución de los demás, solo se harán las explicaciones que el problema así lo requiera.

Ejemplo 1.- Resolver la siguiente armadura por el método de secciones.



Nota 1.- Como ya se indicó, los ejemplos a resolver por este método, son los mismos que resueltos por el método de los nudos siendo los pasos 1, 2 y 3 los mismos para ambos métodos, por lo que solo se mencionan estos pasos y en el caso del paso 3, únicamente se presentan los resultados.

Paso 1.- Se asigna una nomenclatura arbitraria a los nudos de la armadura con el fin de identificarlos.

Paso 2.- Se comprueba la isostaticidad de la armadura empleando la ecuación $2j = m + r$

Paso 3.- Se obtienen las reacciones en los apoyos de la armadura:

$$R_A = 4.0000$$

$$R_D = 16.0000$$

$$R_{HA} = 8.0000$$

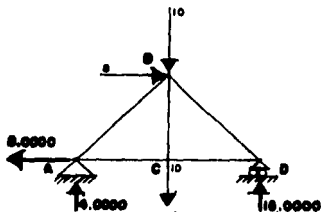


Figura 106.- Nomenclatura y reacciones en los apoyos

Paso 4.- Se inicia el análisis de la armadura aplicando el método

4.1.- Angulo involucrado en esta armadura:

$$\alpha = 56.3099^\circ$$

4.2.- Corte 1, lado izquierdo

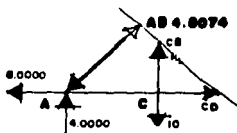


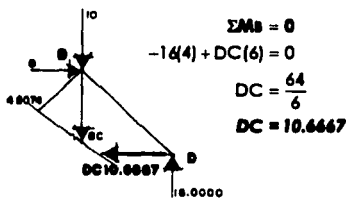
Figura 107.- Corte 1.

$$\begin{aligned} \sum M_C &= 0 \\ 4(4) + AB \operatorname{sen} \alpha(4) - AB \cos \alpha(0) &= 0 \\ AB &= -\frac{16}{3.3282} \\ AB &= -4.8074 \end{aligned}$$

Nota 1.- Cabe hacer la aclaración que en la aplicación de este método, todas las incógnitas se consideran inicialmente a tensión, en el caso de que el resultado sea negativo, el

sentido supuesto no es el correcto y por tanto la reacción será una compresión, si el resultado es positivo, la resultante será una tensión.

4.3.- Corte 1, lado derecho



4.4.- Corte 2, lado izquierdo

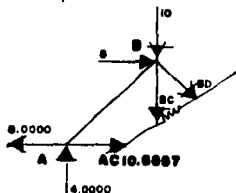


Figura 108.- Corte 2.

$$\Sigma M_B = 0$$

$$4(4) + 8(6) - AC(6) = 0$$

$$AC = \frac{16 + 48}{6}$$

$$AC = 10.6667$$

Nota 1.- En la aplicación de este método, habrá ocasiones en que al efectuar un corte en el cual se tengan dos o hasta tres incógnitas, solo se podrá obtener la solución de una de ellas (AC), teniendo que recurrir a otro corte para obtener las demás, y como también se da en este caso, se regresa al corte inicial para obtener la incógnita faltante.

$$\Sigma MA = 0$$

$$8(6) + 10(4) + BC(4) - 19.2296 \cos \alpha(6) - 19.2296 \sin \alpha(4) = 0$$

$$BC = \frac{-48 - 40 + 64 + 64}{4}$$

$$BC = 10.0000$$

4.5.- Corte 2, lado derecho

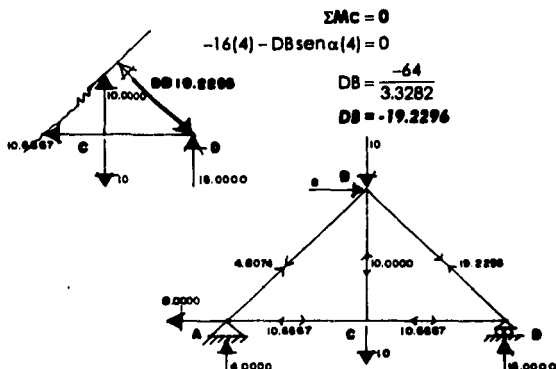


Figura 109.- Diagrama final de la armadura triangular.

Ejemplo 2.- Resolver la siguiente armadura por el método de secciones.

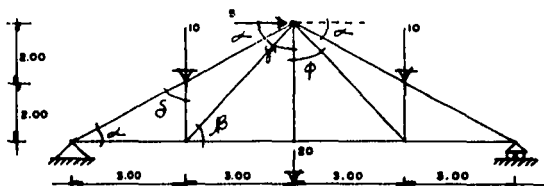


Figura 110.- Armadura triangular

Paso 1.- Se asigna una nomenclatura arbitraria a los nudos.

Paso 2.- Se comprueba la isostaticidad de la armadura empleando la ecuación $2j = m + r$

Paso 3.- Se obtienen las reacciones en los apoyos de la armadura:

$$R_H = 21.6667$$

$$R_A = 10.3333$$

$$R_{HA} = 5.0000$$

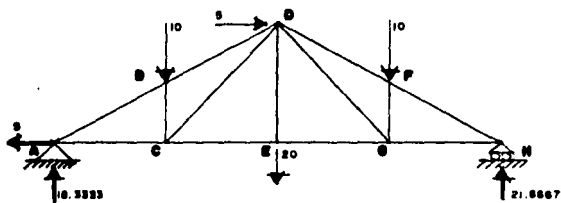


Figura 111.- Nomenclatura y reacciones en los apoyos

Paso 4.- Se inicia el análisis de la armadura aplicando el método

4.1.- Angulos involucrados en esta armadura:

$$\alpha = 33.6901^\circ$$

$$\beta = 56.3099^\circ$$

$$\delta = 53.1301^\circ$$

$$\gamma = 56.3099^\circ$$

$$\phi = 34.8699^\circ$$

4.2.- Corte 1, lado izquierdo

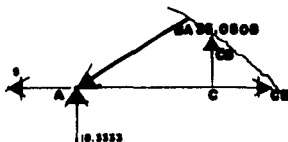


Figura 112.- Corte 1 izquierdo

$$\Sigma MC = 0$$

$$18.3333(3) - BA \operatorname{sen} \alpha(3) = 0$$

$$BA = \frac{54.9999}{0.5547(3)}$$

$$BA = \frac{54.9999}{1.6641}$$

$$BA = 33.0508$$

4.3.- Corte 2, lado izquierdo

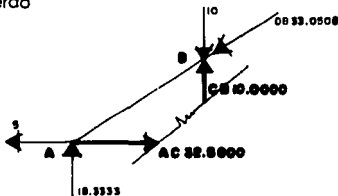


Figura 113.- Corte 2 izquierdo

$$\Sigma Mb = 0$$

$$5(2) + 18.3333(3) - AC(2) = 0$$

$$AC = \frac{10 + 54.9999}{2}$$

$$AC = 32.5000$$

$$\Sigma MA = 0$$

$$10(3) - CB(3) + 33.0508 \sin \alpha(3) - 33.0508 \cos \alpha(2) = 0$$

$$CB = \frac{30 + 55 - 55}{3}$$

$$CB = 10.0000$$

4.4.- Corte 3, lado izquierdo

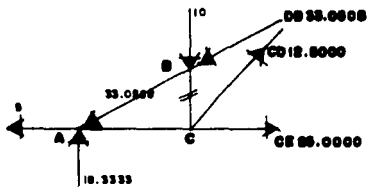


Figura 114.- Corte 3 izquierdo

$$\Sigma MC = 0$$

$$18.3333(3) - DB \cos \alpha(2) = 0$$

$$DB = \frac{54.9999}{0.8321(2)}$$

$$DB = \frac{54.9999}{1.6642}$$

$$DB = 33.0508$$

$$\Sigma MA = 0$$

$$10(3) - CD \sin \beta(3) + 33.0508 \sin \alpha(3) - 33.0508 \cos \alpha(2) = 0$$

$$CD = \frac{30 + 55 - 55}{0.8(3)}$$

$$CD = \frac{30}{2.4}$$

$$CD = 12.5000$$

$$\begin{aligned} \Sigma M_B &= 0 \\ 5(2) + 18.3333(3) - 12.5 \cos \beta(2) - CE(2) &= 0 \\ CE &= \frac{10 + 55 - 15}{2} \\ CE &= \frac{50}{1.6642} \\ CE &= 25.0000 \end{aligned}$$

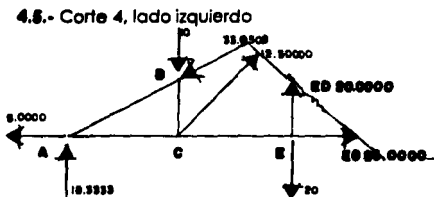


Figura 115.- Corte 4 izquierdo

$$\begin{aligned} \Sigma M_A &= 0 \\ 20(6) + 10(3) - ED(6) + 33.0508 \operatorname{sen} \alpha(3) - 33.0508 \cos \alpha(2) - 12.5 \operatorname{sen} \beta(3) &= 0 \\ \frac{30 + 55 - 55 - 30 + 120}{6} &= ED \\ ED &= \frac{120}{6} \\ ED &= 20.0000 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Sigma M_B &= 0 \\ 20(3) + 5(2) + 18.3333(3) - 12.5 \cos \beta(2) - 20(3) - EG(2) &= 0 \\ \frac{10 + 55 - 15 - 60 + 60}{2} &= EG \\ EG &= \frac{50}{2} \\ EG &= 25.0000 \end{aligned}$$

4.6.- Corte 5, lado derecho

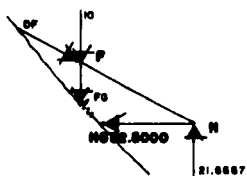


Figura 116.- Corte 5 derecho

$$\begin{aligned} \Sigma M_P &= 0 \\ -21.6667(3) + HG(2) &= 0 \\ HG &= \frac{65}{2} \\ HG &= 32.5000 \end{aligned}$$

4.7.- Corte 6, lado derecho

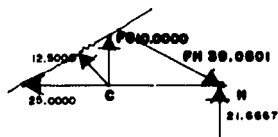


Figura 117.- Corte 6 derecho

$$\begin{aligned} \Sigma M_G &= 0 \\ FV \operatorname{sen} \alpha(3) - 21.6667(3) &= 0 \\ FV &= \frac{65}{0.5547(3)} \\ FV &= \frac{65}{1.6641} \\ FV &= 39.0601 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Sigma M_H &= 0 \\ 2.5 \operatorname{sen} \beta(3) + GF(3) &= 0 \\ GF &= \frac{30}{3} \\ GF &= 10.0000\end{aligned}$$

4.8.- Corte 7, lado derecho

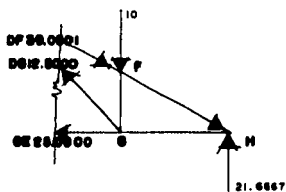


Figura 118.- Corte 7 derecho

$$\begin{aligned}\Sigma M_G &= 0 \\ DF \cos \alpha(2) - 21.6667(3) &= 0 \\ DF &= \frac{65}{0.8321(2)} \\ DF &= \frac{65}{1.6642} \\ DF &= 39.0601\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Sigma M_H &= 0 \\ 39.0601 \cos \alpha(2) - 39.0601 \cos \alpha(2) - 10(3) - DG \operatorname{sen} \beta(3) &= 0 \\ DG &= \frac{65 - 65 - 30}{0.8(3)} \\ DG &= \frac{-30}{2.4000} \\ DG &= -12.5000\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Sigma M_F &= 0 \\ -21.6667(3) - 12.5 \cos \beta(2) + GE(2) &= 0 \\ GE &= \frac{-15 + 65}{2} \\ GE &= \frac{50}{2} \\ GE &= 25.0000 \end{aligned}$$

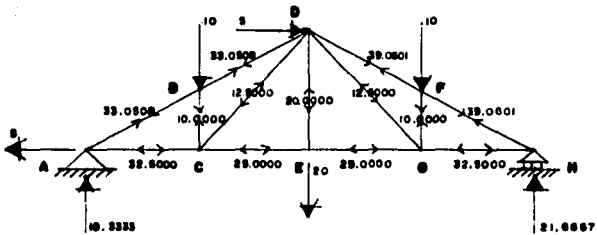


Figura 119.- Diagrama final de armadura triangular.

Ejemplo 3.- Resolver la siguiente armadura por el método de secciones.

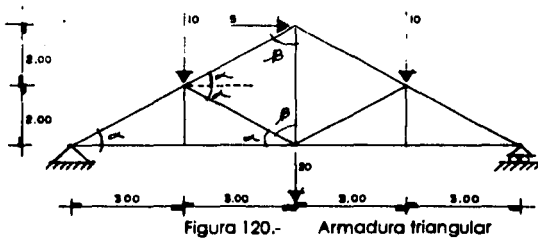


Figura 120.- Armadura triangular

Paso 1.- Se asigna una nomenclatura arbitraria a los nudos de la armadura con el fin de identificarlos.

Paso 2.- Se comprueba la isostaticidad de la armadura empleando la ecuación $2j = m + r$

Paso 3.- Se obtienen las reacciones en los apoyos de la armadura:

$$RH = 21.6667$$

$$RA = 18.3333$$

$$RHA = 5.0000$$

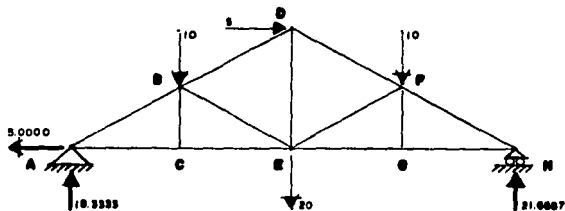


Figura 121.- Nomenclatura y reacciones en los apoyos

Paso 4.- Se inicia el análisis de la armadura aplicando el método

4.1.- Angulos involucrados en esta armadura:

$$\alpha = 33.6901^\circ$$

$$\beta = 56.3099^\circ$$

$$\delta = 53.1301^\circ$$

$$\gamma = 56.3099^\circ$$

$$\phi = 36.8699^\circ$$

4.2.- Corte 1, lado izquierdo

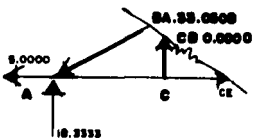


Figura 122.- Corte 1 izquierdo

$$\Sigma M_C = 0$$

$$8.3333(3) - BA \operatorname{sen} \alpha(3) = 0$$

$$BA = \frac{54.9999}{0.5547(3)}$$

$$BA = \frac{54.9999}{1.6641}$$

$$BA = 33.0508$$

$$\Sigma M_A = 0$$

$$CB(3) = 0$$

$$CB = 0$$

4.3.- Corte 2, lado izquierdo

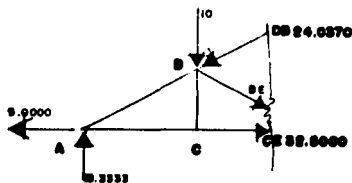


Figura 123.- Corte 2 izquierdo

$$\begin{aligned}\Sigma M_B &= 0 \\ 5(2) + 18.3333(3) - CE(2) &= 0 \\ CE &= \frac{10 + 54.9999}{2} \\ CE &= 32.5000\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Sigma M_C &= 0 \\ 8.3333(3) - DB \cos \alpha(2) - 9.0139 \cos \alpha(2) &= 0 \\ DB &= \frac{55 - 15}{0.8321(2)} \\ DB &= \frac{40}{1.6641} \\ DB &= 24.0370\end{aligned}$$

Nota 1.- Cabe hacer notar, que para poder obtener la resultante anterior (DB), primero fue necesario calcular la resultante BE.

4.4.- Corte 3, lado izquierdo

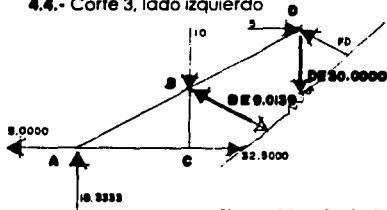


Figura 124.- Corte 3 izquierdo

$$\begin{aligned}\Sigma M_D &= 0 \\ 5(4) + 18.3333(6) - 10(3) - 32.5(4) - BE \operatorname{sen} \alpha(3) - BE \cos \alpha(2) &= 0 \\ 20 + 110 - 30 - 130 - 1.6641BE - 1.6641BE &= 0 \\ BE &= \frac{-30}{3.3282} \\ BE &= -9.0139\end{aligned}$$

$$\Sigma MA = 0$$

$$0 = 10(3) + 5(4) + DE(6) - 30.0463 \operatorname{sen} \alpha(6) - 30.0463 \operatorname{cos} \alpha(4) - 9.0139 \operatorname{sen} \alpha(3) - 9.0139 \operatorname{cos} \alpha(2)$$

$$DE = \frac{-30 - 20 + 100 + 100 + 15 + 15}{6}$$

$$DE = \frac{180}{6}$$

$$DE = 30.0000$$

Nota 1.- Cabe hacer notar, que para poder obtener la resultante anterior (DE), primero fue necesario calcular la resultante AC.

4.5.- Corte 4, lado izquierdo

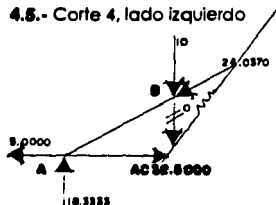


Figura 125.- Corte 4 izquierdo

$$\Sigma Mb = 0$$

$$5(2) + 18.3333(3) - AC(2) = 0$$

$$AC = \frac{10 + 55}{2}$$

$$AC = \frac{65}{2}$$

$$AC = 32.5000$$

4.6.- Corte 5, lado derecho

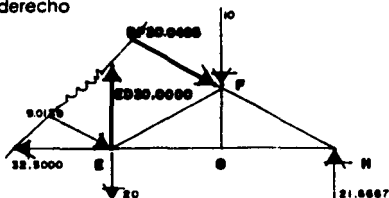


Figura 126.- Corte 5 derecho

$$\Sigma M_E = 0$$

$$DF \operatorname{sen} \alpha(3) + DF \operatorname{cos} \alpha(2) + 10(3) - 21.6667(6) = 0$$

$$1.6641DF + 1.6641DF + 30 - 130 = 0$$

$$DF = \frac{100}{3.3282}$$

$$DF = 30.0463$$

$$\Sigma M_H = 0$$

$$ED(6) - 20(6) - 9.0139 \operatorname{sen} \alpha(6) - 30.0463 \operatorname{sen} \alpha(3)$$

$$+ 30.0463 \operatorname{cos} \alpha(2) - 10(3) = 0$$

$$6ED - 120 - 30 + 50 - 50 - 30 = 0$$

$$ED = \frac{180}{6}$$

$$ED = 30.0000$$

4.7.- Corte 6, lado derecho

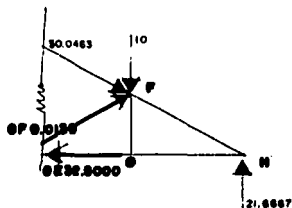


Figura 127.- Corte 6 derecho

$$\begin{aligned} \Sigma M_H &= 0 \\ 30.0463 \cos \alpha(2) - 30.0463 \sin \alpha(3) - 10(3) + GF \sin \alpha(3) + GF \cos \alpha(2) &= 0 \\ 50 - 50 - 30 + 1.6641 GF + 1.6641 GF &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} GF &= \frac{30}{3.3282} \\ GF &= 9.0139 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Sigma M_F &= 0 \\ -21.6667(3) + GE(2) &= 0 \\ GE &= \frac{65}{2} \\ GE &= 32.5000 \end{aligned}$$

4.8.- Corte 7, lado derecho

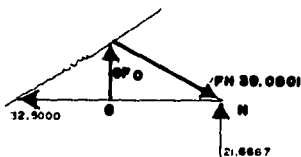


Figura 128.- Corte 7 derecho

$$\begin{aligned} \Sigma M_H &= 0 \\ GF(3) &= 0 \\ GF &= \frac{0}{3} \\ GF &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Sigma M_G &= 0 \\ FH \sin \alpha(3) - 21.6667(3) &= 0 \\ FH &= \frac{21.6667(3)}{0.5547(3)} \\ FH &= \frac{65}{1.6641} \\ FH &= 39.0401 \end{aligned}$$

4.9.- Corte 8, lado derecho

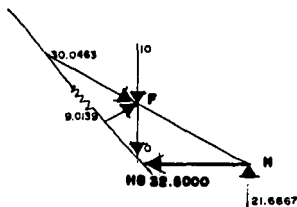


Figura 129.- Corte 8 derecho

$$\begin{aligned} \Sigma M_F &= 0 \\ -21.6667(3) - HG(2) &= 0 \\ HG &= \frac{65}{2} \\ HG &= 32.5000 \end{aligned}$$

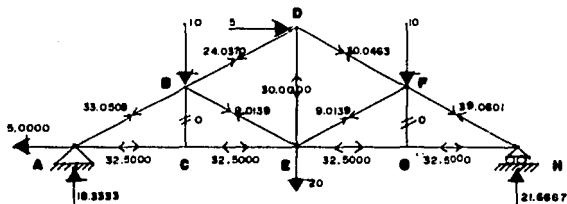


Figura 130.- Diagrama final de armadura triangular.

Ejemplo 4.- Resolver la siguiente armadura rectangular por el método de secciones.

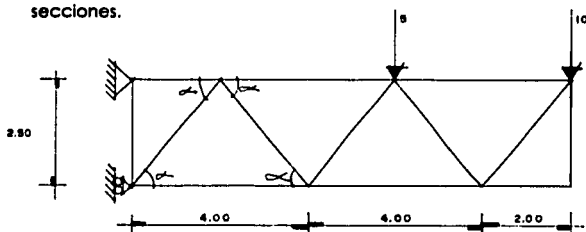


Figura 131.- Armadura rectangular

Paso 1.- Se asigna una nomenclatura arbitraria a los nudos de la armadura con el fin de identificarlos.

Paso 2.- Se comprueba la isostaticidad de la armadura empleando la ecuación $2j = m + r$

Paso 3.- Se obtienen las reacciones en los apoyos de la armadura:

$$R_A = 15.0000$$

$$R_{HA} = 52.0000$$

$$R_{HB} = 52.0000$$

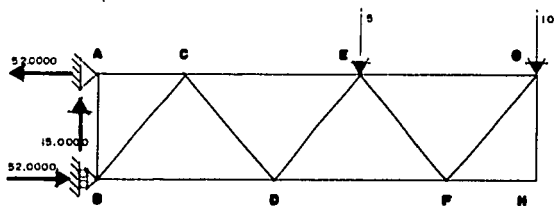


Figura 132.- Nomenclatura y reacciones en los apoyos

Paso 4.- Se inicia el análisis de la armadura aplicando el método

4.1.- Angulos involucrados en esta armadura:

$$\alpha = 51.3402$$

4.2.- Corte 1, lado izquierdo

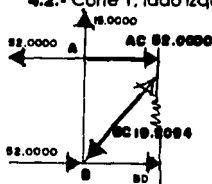


Figura 133.- Corte 1 izquierdo

$$\Sigma M_B = 0$$

$$-52(2.5) + AC(2.5) = 0$$

$$AC = \frac{130}{2.5}$$

$$AC = 52.0000$$

$$\Sigma M_A = 0$$

$$-52(2.5) + 40(2.5) - BC \cos \alpha(2.5) = 0$$

$$BC = \frac{-130 + 100}{1.5617}$$

$$BC = \frac{-30}{1.5617}$$

$$BC = -19.2094$$

4.3.- Corte 2, lado izquierdo

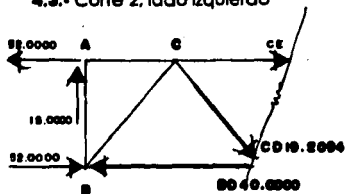


Figura 134.- Corte 2 izquierdo

$$\Sigma M_C = 0$$

$$15(2) - 52(2.5) - BD(2.5) = 0$$

$$BD = \frac{30 - 130}{2.5}$$

$$BD = -40.0000$$

4.4.- Corte 3, lado izquierdo

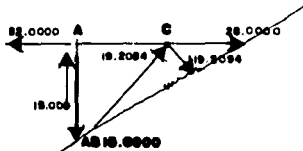


Figura 135.- Corte 3 izquierdo

$$\Sigma M_C = 0$$

$$15(2) - AB(2) = 0$$

$$AB = \frac{30}{2}$$

$$AB = 15.0000$$

$$\begin{aligned} \Sigma MA &= 0 \\ -19.2094 \operatorname{sen} \alpha(2) + CD \operatorname{sen} \alpha(2) &= 0 \\ CD &= \frac{19.2094(1.5617)}{\operatorname{sen} \alpha(2)} \\ CD &= \frac{30}{1.5617} \\ CD &= 19.2094 \end{aligned}$$

4.5.- Corte 4, lado derecho

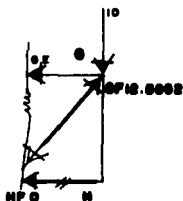


Figura 136.- Corte 4 derecho

$$\begin{aligned} \Sigma MC &= 0 \\ -HF(2.5) &= 0 \\ HF &= \frac{0}{2.5} \\ HF &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Sigma MH &= 0 \\ -8(2.5) - GF \cos \alpha(2.5) &= 0 \\ GF &= \frac{-20}{\cos \alpha(2.5)} \\ GF &= \frac{-20}{1.5617} \\ GF &= -12.8062 \end{aligned}$$

4.6.- Corte 5, lado derecho

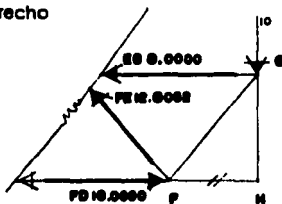


Figura 137.- Corte 5 derecho

$$\Sigma M_F = 0$$

$$10(2) - EG(2.5) = 0$$

$$EG = \frac{20}{2.5}$$

$$EG = 8.0000$$

$$\Sigma M_H = 0$$

$$FE \operatorname{sen} \alpha(2) - 8(2.5) = 0$$

$$FE = \frac{20}{\operatorname{sen} \alpha(2)}$$

$$FE = \frac{20}{1.5617}$$

$$FE = 12.8062$$

4.7.- Corte 6, lado izquierdo

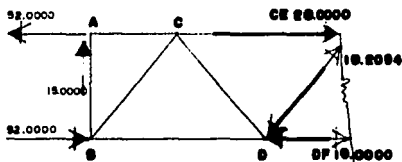


Figura 138.- Corte 6 izquierdo

$$\begin{aligned}\Sigma M_b &= 0 \\ -52(2.5) + 15(4) + CE(2.5) &= 0 \\ CE &= \frac{130 - 60}{2.5} \\ CE &= 28.0000\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Sigma M_C &= 0 \\ 15(2) - 52(2.5) + 19.2094 \operatorname{sen} \alpha(2) + 19.2094 \operatorname{cos} \alpha(2.5) - DF(2.5) &= 0 \\ \frac{30 - 130 + 30 + 30}{2.5} &= DF \\ DF &= \frac{-40}{2.5} \\ DF &= -16.0000\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Sigma M_A &= 0 \\ -52(2.5) + 28(2.5) - DE \operatorname{sen} \alpha(4) &= 0 \\ DE &= \frac{-130 + 70}{\operatorname{sen} \alpha(4)} \\ DE &= \frac{-60}{3.1235} \\ DE &= -19.2094\end{aligned}$$

4.8.- Corte 7, lado derecho

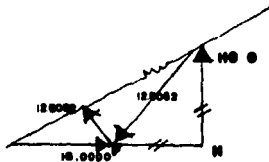


Figura 139.- Corte 7 derecho

$$\begin{aligned}\Sigma M_F &= 0 \\ HG(2) &= 0 \\ HG &= \frac{0}{2} \\ HG &= 0\end{aligned}$$

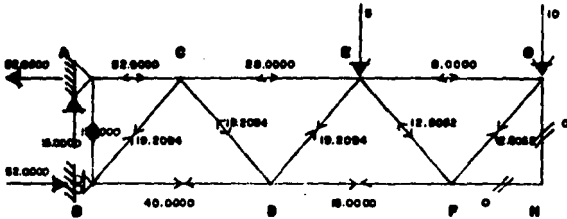


Figura 140.- Diagrama final de armadura rectangular.

Ejemplo 5.- Resolver la siguiente armadura por el método de secciones.

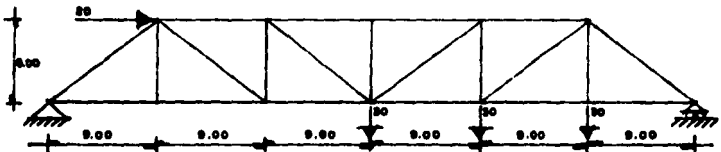


Figura 141.- Armadura trapezoidal

Paso 1.- Se asigna una nomenclatura arbitraria a los nudos de la armadura con el fin de identificarlos.

Paso 2.- Se comprueba la isostaticidad de la armadura empleando la ecuación $2j = m + r$

Paso 3.- Se obtienen las reacciones en los apoyos de la armadura:

$$R_1 = 62.2222$$

$$R_A = 27.7778$$

$$R_{HA} = 20.0000$$

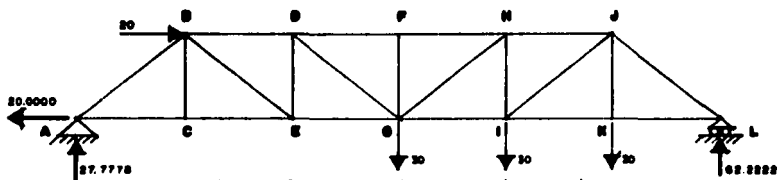


Figura 142.- Nomenclatura y reacciones en los apoyos

Paso 4.- Se inicia el análisis de la armadura aplicando el método

4.1.- Angulo involucrado en esta armadura:

$$\alpha = 33.6901^\circ$$

4.2.- Corte 1, lado izquierdo

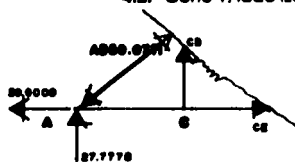


Figura 143.- Corte 1 izquierdo

$$\Sigma M_A = 0$$

$$27.7778(9) + AB \sin \alpha(9) = 0$$

$$AB = \frac{-27.7778(9)}{0.5547(9)}$$

$$AB = \frac{-250.0002}{4.9923}$$

$$AB = 50.0771$$

4.3.- Corte 2, lado izquierdo

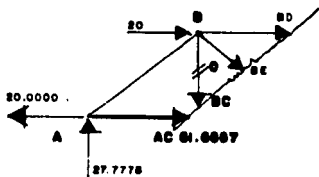


Figura 144.- Corte 2 izquierdo

$$\Sigma M_B = 0$$

$$20(6) + 27.7778(9) - AC(6) = 0$$

$$AC = \frac{370}{6}$$

$$AC = 61.6667$$

4.4.- Corte 3, lado izquierdo

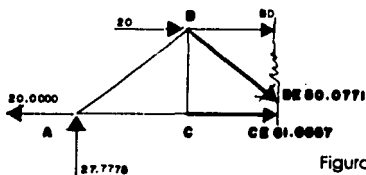


Figura 145.- Corte 3 izquierdo

$$\begin{aligned}\Sigma M_B &= 0 \\ 20(6) + 27.7778(9) - CE(6) &= 0 \\ CE &= \frac{120 + 250}{6} \\ CE &= 61.6667\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Sigma M_A &= 0 \\ 20(6) - 103.3333(6) + BE \sin \alpha(9) + BE \cos \alpha(6) &= 0 \\ 120 - 619.9998 + 4.99238E + 4.99238E &= 0 \\ BE &= \frac{499.9998}{9.9848} \\ BE &= 50.0771\end{aligned}$$

Nota 1.- Cabe hacer notar, que para poder obtener la resultante anterior (BE), primero fue necesario calcular la resultante BD.

4.5.- Corte 4, lado izquierdo

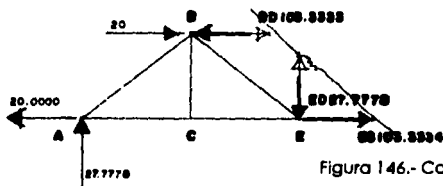


Figura 146.- Corte 4 izquierdo

$$\begin{aligned}\Sigma M_E &= 0 \\ 27.7778(18) + 20(6) + BD(6) &= 0 \\ BD &= \frac{-500 - 120}{6} \\ BD &= \frac{-620}{6} \\ BD &= -103.3333\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Sigma M_A &= 0 \\ 20(6) - 103.3333(6) - ED(18) &= 0 \\ ED &= \frac{120 - 619.9998}{18} \\ ED &= -27.7778\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Sigma M_B &= 0 \\ 20(6) + 27.7778(9) + 27.7778(9) - EG(6) &= 0 \\ EG &= \frac{120 + 250 + 250}{6} \\ EG &= 103.3333\end{aligned}$$

4.6.- Corte 5, lado izquierdo

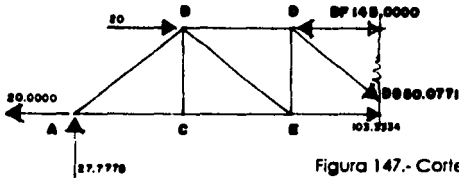


Figura 147.- Corte 5 izquierdo

$$\begin{aligned}\Sigma M_B &= 0 \\ 20(6) + 27.7778(9) - 103.3333(6) - DG \operatorname{sen} \alpha(9) &= 0 \\ 120 + 250 - 620 + 4.9923 DG &= 0 \\ DG &= \frac{250}{4.9923} \\ DG &= 50.0771\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Sigma M_A &= 0 \\ 20(6) + 50.0771 \operatorname{sen} \alpha(18) + 50.0771 \operatorname{cos} \alpha(6) + DF(6) &= 0 \\ DF &= \frac{-120 - 500 - 250}{6} \\ DF &= -145.0000\end{aligned}$$

4.7.- Corte 6, lado izquierdo

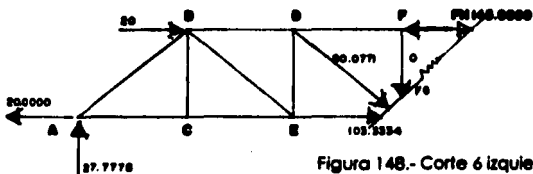


Figura 148.- Corte 6 izquierdo

$$\Sigma M_D = 0$$

$$20(6) + 27.7778(9) - 103.3333(6) + FG(9) = 0$$

$$FG = \frac{-120 - 500 + 620}{9}$$

$$FG = \frac{0}{9}$$

$$FG = 0$$

$$\Sigma M_A = 0$$

$$20(6) + 50.0771 \sin \alpha (18) + 50.0771 \cos \alpha (6) + FH(6) = 0$$

$$FH = \frac{-120 - 500 - 250}{6}$$

$$FH = -145.0000$$

4.8.- Corte 7, lado derecho

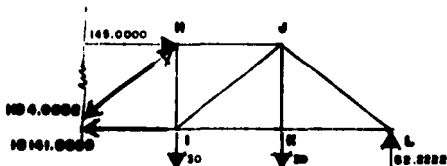


Figura 149.- Corte 7 derecho

$$\Sigma M_H = 0$$

$$-HG \cos \alpha (6) + 145(6) + 30(9) - 62.2222(18) = 0$$

$$HG = \frac{870 + 270 - 1119.9996}{4.9923}$$

$$HG = \frac{20}{4.9923}$$

$$HG = 4.0062$$

$$\Sigma M_H = 0$$

$$IG(6) + 30(9) - 62.2222(18) = 0$$

$$IG = \frac{-270 + 1119.9996}{6}$$

$$IG = \frac{849.9996}{6}$$

$$IG = 141.6666$$

4.9.- Corte 8, lado derecho

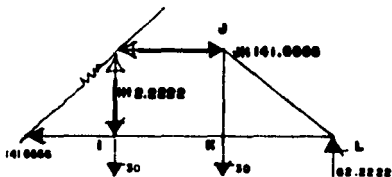


Figura 150.- Corte 8 derecho

$$\Sigma M_J = 0$$

$$H(9) - 30(9) - 62.2222(9) + 141.6666(6) = 0$$

$$H = \frac{270 + 560 - 850}{9}$$

$$H = \frac{-20}{9}$$

$$H = -2.2222$$

$$\begin{aligned} \Sigma M_i &= 0 \\ -JH(6) + 30(9) - 62.2222(18) &= 0 \\ JH &= \frac{270 - 1119.9996}{6} \\ JH &= \frac{-849.9996}{6} \\ JH &= -141.6666 \end{aligned}$$

4.10.- Corte 9, lado derecho

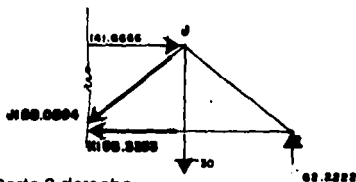


Figura 151.- Corte 9 derecho

$$\begin{aligned} \Sigma M_j &= 0 \\ K_I(6) - 62.2222(9) &= 0 \\ K_I &= \frac{560}{6} \\ K_I &= 93.3333 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Sigma M_k &= 0 \\ 41.6666(6) - J \cos \alpha(6) - 62.2222(9) &= 0 \\ J_I &= \frac{850 - 560}{4.9923} \\ J_I &= \frac{290}{4.9923} \\ J_I &= 58.0894 \end{aligned}$$

4.11.- Corte 10, lado derecho

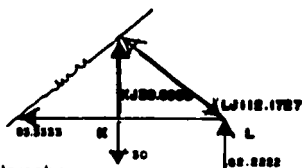


Figura 152.- Corte 10 derecho

$$\Sigma M_i = 0$$

$$-30(9) + KJ(9) = 0$$

$$KJ = \frac{270}{9}$$

$$KJ = 30.0000$$

$$\Sigma M_k = 0$$

$$-62.2222(9) - LJ \text{sen} \alpha(9) = 0$$

$$LJ = \frac{-560}{4.9923}$$

$$LJ = -112.1727$$

4.12.- Corte 11, lado derecho

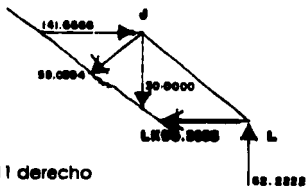


Figura 153.- Corte 11 derecho

$$\begin{aligned} \Sigma M_J &= 0 \\ -62.2222(9) + LK(6) &= 0 \\ LK &= \frac{560}{6} \\ LK &= 93.3333 \end{aligned}$$

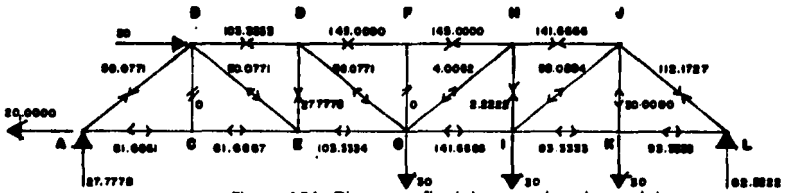


Figura 154.- Diagrama final de armadura trapezoidal

Ejemplo 6.- Resolver la siguiente armadura por el método de secciones.

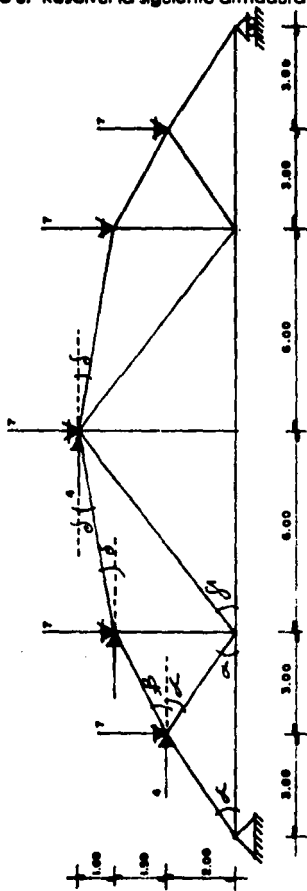


Figura 155.- Armadura lomo de camello

Paso 1.- Se asigna una nomenclatura arbitraria a los nudos de la armadura con el fin de identificarlos.

Paso 2.- Se comprueba la isostaticidad de la armadura empleando la ecuación $2j = m + r$

Paso 3.- Se obtienen las reacciones en los apoyos de la armadura:

$$R_J = 19.1667$$

$$R_A = 18.8333$$

$$R_{HA} = 12.0000$$

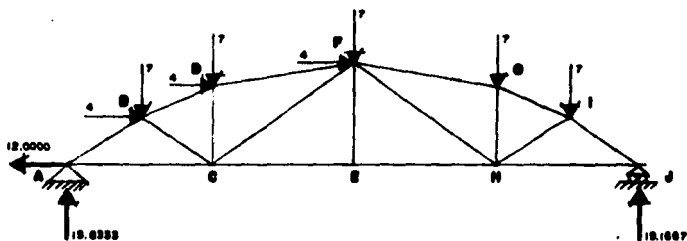


Figura 156.- Nomenclatura y reacciones en los apoyos

Paso 4.- Se inicia el análisis de la armadura aplicando el método

4.1.- Angulos involucrados en esta armadura:

$$\alpha = 33.6991^\circ$$

$$\beta = 26.5651^\circ$$

$$\delta = 9.4623^\circ$$

$$\gamma = 36.8699^\circ$$

4.2.- Corte 1, lado izquierdo

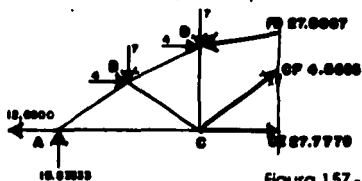


Figura 157.- Corte 1 izquierdo

$$\Sigma M_C = 0$$

$$5.8333(6) + 4(2) - 7(3) - FD \cos \alpha (3.5) + 4(3.5) = 0$$

$$\frac{95 + 8 - 21 + 14}{0.9864(3.5)} = FD$$

$$FD = \frac{96}{3.4524}$$

$$FD = 27.8067$$

$$\Sigma M_D = 0$$

$$2(3.5) + 15.8333(6) - 4(1.5) - 7(3) - 27.7779(3.5) - CF \cos \alpha (3.5) = 0$$

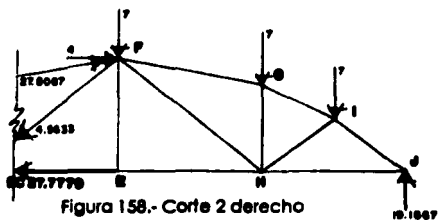
$$\frac{42 + 95 - 6 - 21 - 97.2227}{0.8000(3.5)} = CF$$

$$CF = \frac{12.7771}{2.8000}$$

$$CF = 4.5633$$

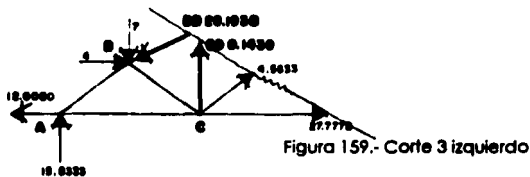
Nota 1.- Cabe hacer notar, que para poder obtener la resultante anterior (CF), primero fue necesario calcular la resultante EC.

4.3.- Corte 2, lado derecho



$$\begin{aligned} \Sigma M_A &= 0 \\ EC(4.5) + 7(6) + 7(9) - 19.1667(12) &= 0 \\ EC &= \frac{-42 - 63 + 230}{4.5} \\ EC &= \frac{125}{4.5} \\ EC &= 27.7779 \end{aligned}$$

4.4.- Corte 3, lado izquierdo



$$\begin{aligned} \Sigma M_C &= 0 \\ 15.8333(6) + 4(2) - 7(3) - DB \sin \beta(3) - DB \cos \beta(2) &= 0 \\ 95 + 8 - 21 - 1.3416DB - 1.7889DB &= 0 \\ \frac{82}{3.1305} &= DB \\ DB &= 26.1938 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Sigma M_A = 0 \\ 4(2) + 7(3) + 26.1938 \operatorname{sen} \beta(3) - 26.1938 \cos \beta(2) - CD(6) - 4.5633 \operatorname{sen} \gamma(6) = 0 \\ \frac{8 + 21 + 35.1427 - 46.8569 - 16.4279}{6} = CD \\ \frac{0.8579}{6} = CD \\ 0.1430 = CD \end{aligned}$$

4.5.- Corte 4, lado izquierdo

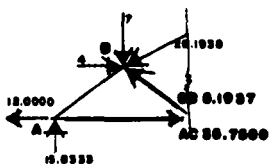


Figura 160.- Corte 4 izquierdo

$$\begin{aligned} \Sigma M_A = 0 \\ 4(2) + 7(3) + 26.1938 \operatorname{sen} \beta(3) - 26.1938 \cos \beta(2) - CB \operatorname{sen} \alpha(3) - CB \cos \alpha(2) = 0 \\ 8 + 21 + 35.1427 - 46.8569 - 1.6641 CB - 1.6641 CB = 0 \\ \frac{17.2858}{3.3282} = CB \\ 5.1937 = CB \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Sigma M_B = 0 \\ 12(2) + 15.8333(3) - AC(2) = 0 \\ AC = \frac{24 + 47.5000}{2} \\ AC = 35.7500 \end{aligned}$$

4.6.- Corte 5, lado izquierdo

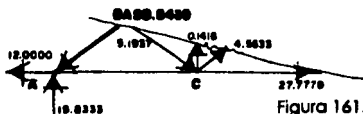


Figura 161.- Corte 5 izquierdo

$$\Sigma M_C = 0$$

$$15.8333(6) - BA \operatorname{sen} \alpha(6) = 0$$

$$BA = \frac{95}{3.3282}$$

$$BA = 28.5439$$

4.7.- Corte 6, lado izquierdo

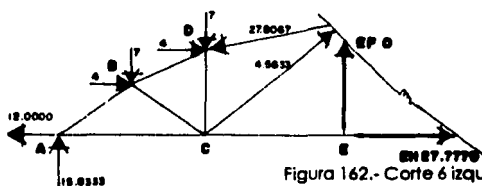


Figura 162.- Corte 6 izquierdo

$$\Sigma M_C = 0$$

$$15.8333(6) + 4(2) - 7(3) + 4(3.5) - 27.8067 \cos \delta(3.5) - EF(6) = 0$$

$$\frac{95 + 8 - 21 + 14 - 96}{6} = EF$$

$$EF = \frac{0}{6}$$

$$EF = 0$$

$$\Sigma M_D = 0$$

$$2(3.5) + 15.8333(6) - 4(1.5) - 7(3) - 4.5633 \cos \gamma(3.5) - EH(3.5) = 0$$

$$\frac{42 + 95 - 6 - 21 - 12.7772}{3.5} = EH$$

$$EH = \frac{97.2226}{3.5}$$

$$EH = 27.7779$$

4.8.- Corte 7, lado derecho

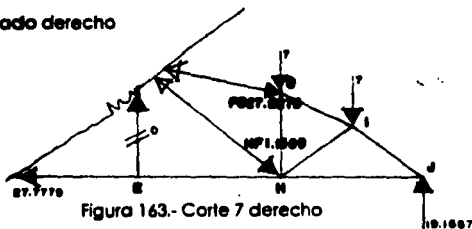


Figura 163.- Corte 7 derecho

$$\Sigma M_G = 0$$

$$27.7779(3.5) + HF \cos \delta(3.5) + 7(3) - 19.1667(6) = 0$$

$$HF = \frac{-97.2227 - 21 + 115}{2.8000}$$

$$HF = -1.1809$$

$$\Sigma M_H = 0$$

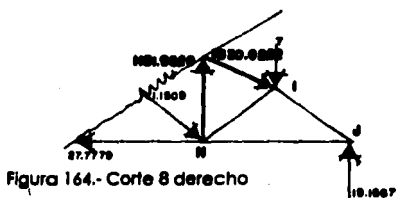
$$-GF \cos \delta(3.5) + 7(3) - 19.1667(6) = 0$$

$$GF = \frac{21 - 115}{0.9864(3.5)}$$

$$GF = \frac{-94}{3.4524}$$

$$GF = -27.2275$$

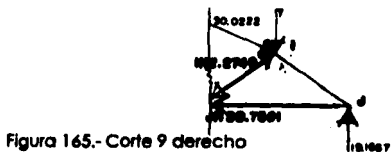
4.9.- Corte 8, lado derecho



$$\begin{aligned} \Sigma M = 0 \\ 27.7779(2) - 1.1505 \cos \gamma (2) - 1.1505 \sin \gamma (3) + HG(3) - 19.1667(3) = 0 \\ \frac{-55.5558 + 1.8408 + 2.0709 + 57.5001}{3} = HG \\ HG = \frac{5.8560}{3} \\ HG = 1.9520 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Sigma M_H = 0 \\ IG \sin \beta (3) + IG \cos \beta (2) + 7(3) - 19.1667(6) = 0 \\ 1.3416IG + 1.7889IG + 21 - 115 = 0 \\ 3.1305IG = 94 \\ \frac{94}{3.1305} = IG \\ IG = 30.027 \end{aligned}$$

4.10.- Corte 9, lado derecho



$$\begin{aligned} \Sigma M_I &= 0 \\ 30.0272 \cos \beta(2) - 30.0272 \sin \beta(3) - 7(3) - IH \sin \alpha(3) - IH \cos \alpha(2) &= 0 \\ 53.7143 - 40.2857 - 21 - 1.6641 IH - 1.6641 IH &= 0 \end{aligned}$$

$$\frac{-7.5714}{3.3282} = IH$$

$$IH = -2.2749$$

$$\begin{aligned} \Sigma M_J &= 0 \\ JH(2) - 19.1667(3) &= 0 \\ JH &= \frac{57.5001}{2} \\ JH &= 28.7501 \end{aligned}$$

4.11.- Corte 10, lado derecho

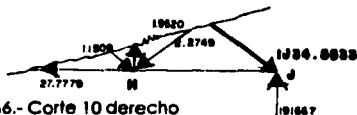


Figura 166.- Corte 10 derecho

$$\begin{aligned} \Sigma M_H &= 0 \\ IJ \sin \alpha(6) - 19.1667(6) &= 0 \\ IJ &= \frac{115}{0.5547(6)} \\ IJ &= \frac{115}{3.3282} \\ IJ &= 34.5633 \end{aligned}$$

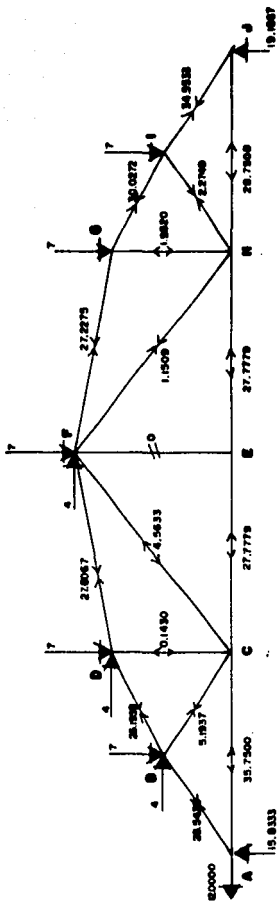


Figura 167.- Diagrama final de armadura triangular.

4.3 Método de análisis de armaduras hiperestáticas.

4.3.1 Método de las flexibilidades.

4.3.1.1 Introducción

Trabajo y energía. Si se supone un sistema de fuerzas aplicado a un cuerpo, éste se deformará hasta que las fuerzas internas equilibren al sistema de fuerzas externas.

Las fuerzas externas realizan un trabajo que se transforma y acumula en el cuerpo. Este trabajo o energía de deformación es utilizado por el cuerpo para recuperar su forma cuando cesa la acción de las fuerzas externas.

La energía de deformación, puede presentarse debido a elementos mecánicos tales como: fuerzas normales, fuerzas cortantes, momento flexionante y el momento torsionante.

En el caso de una barra sujeta a los elementos mecánicos citados, su trabajo está dado por la expresión:

$$W = \int_0^L \frac{N^2}{2AE} dx + \int_0^L \frac{V^2}{2GA} dx + \int_0^L \frac{M^2}{2EI} dx + \int_0^L \frac{T^2}{2GJ} dx$$

donde:

W = trabajo de la barra

$\int_0^L \frac{N^2}{2AE} dx$ = la energía de deformación por fuerza normal (W_N)

$\int_0^L \frac{V^2}{2GA} dx$ = la energía de deformación por cortante (W_V)

$\int_0^L \frac{M^2}{2EI} dx$ = la energía de deformación por momento flexionante (W_M)

$\int_0^L \frac{T^2}{2GJ} dx$ = la energía de deformación por momento torsionante (W_T)

Para el caso específico de las armaduras, sus elementos (barras), únicamente trabajan a esfuerzos normales por lo que las deformaciones por cortante, momento flexionante y momento torsionante se desprecian.

La deformación Δ está dada por:

$$\Delta = \frac{\partial W}{\partial P_1}$$

donde:

W = energía

P_1 = carga unitaria supuesta (ubicada en el punto donde se desea conocer la deformación)

Sustituyendo la energía por esfuerzo normal, se tiene:

$$\Delta = \frac{\partial \left(\int_0^L \frac{N^2}{2EA} dx \right)}{\partial P_1}$$

efectuando la derivada de la ecuación anterior, se tiene:

$$\Delta = \int_0^L \frac{Nn}{AE} dx$$

la cual es la expresión del Trabajo Virtual debida a fuerzas normales, donde:

N = cargas reales

n = cargas virtuales (unitaria)

El procedimiento general para la solución de armaduras indeterminadas, se basa en la necesidad de que las deformaciones de la estructura deben satisfacer las condiciones de compatibilidad con los requisitos estructurales.

Utilizando este método, un sistema indeterminado (hiperestático), se descompone en una serie de estructuras determinadas (isostáticas), esto se logra suprimiendo los esfuerzos y/o componentes de reacción redundantes, tomando en cuenta que siempre se debe obtener una estructura estable e isostática: Debido a que las fuerzas redundantes son manejadas como incógnitas, el procedimiento también recibe el nombre de "Método de las Fuerzas".

Posteriormente se indican las ecuaciones de compatibilidad de deformaciones para cada punto de aplicación de los esfuerzos y/o componentes redundantes, aplicando el principio de superposición.

Resolviendo simultáneamente estas ecuaciones se obtiene magnitudes y sentidos de las redundantes (esfuerzos y/o reacciones).

Cuando se aplica el método de las fuerzas a la solución de una armadura, el problema puede ser que exista hiperestaticidad externa, interna o la combinación de las dos, a continuación se tratan estos casos.

4.3.1.2 Estructura isostática interiormente e hiperestática exteriormente.

Considerando la armadura de la figura 168 (a) , la estructura se convierte en isostática exteriormente si se quita un apoyo, el intermedio por ejemplo, debido a esto, se produce un desplazamiento Δ_{1F} causado por la acción de las fuerzas externas. En seguida se añade la estructura de la figura 168 (b) en donde se aplica la reacción en E, la cual produce el desplazamiento δ_{11} (fig. 168 c). Utilizando el principio de superposición, la condición de la deformación en el apoyo E de la estructura original, implica que el desplazamiento vertical es nulo, por lo que la ecuación de compatibilidad es:

$$\Delta_{1F} + \delta_{11} X_1 = 0$$

donde:

Δ_{1F} = Deformación a causa de las fuerzas reales

δ_{11} = Deformación a causa de las fuerzas virtuales

x_1 = Valor de la fuerza real

Una vez calculado el valor de la incógnita, se encuentran los esfuerzos finales en las barras sumando algebraicamente las fuerzas producidas por el sistema externo de cargas y al efecto redundante.

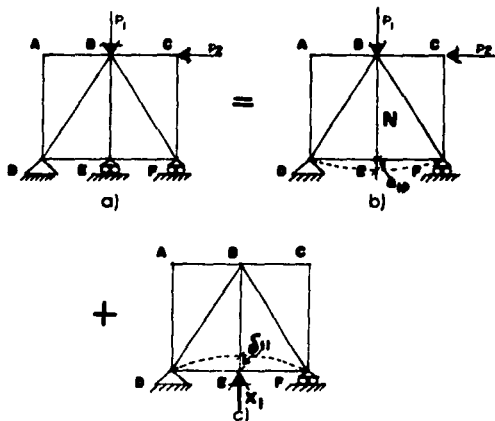


Figura 168

4.3.1.3 Estructura hiperestática interiormente e isostática exteriormente.

En este caso se dice que hay barras o miembros redundantes, tantos como la diferencia de la igualdad:

$$m = 2j - 3$$

donde:

m = número de barras

j = número de nudos

Analizando la armadura de la figura 169 (a), la solución de este problema se limita a cortar la barra redundante, calculando el desplazamiento relativo entre los nudos que limitan la barra.

Primero se encuentra el valor del desplazamiento ocasionado por el sistema de cargas aplicado (fig. 169 b), y después el debido a la barra redundante (fig. 169 c), se aplica la ecuación de compatibilidad que es:

$$\Delta_{1P} + \delta_{11} x_1 = 0$$

en donde se encuentra la incógnita y los resultados finales son la suma de los esfuerzos bajo el sistema de cargas y los de la barra redundante.

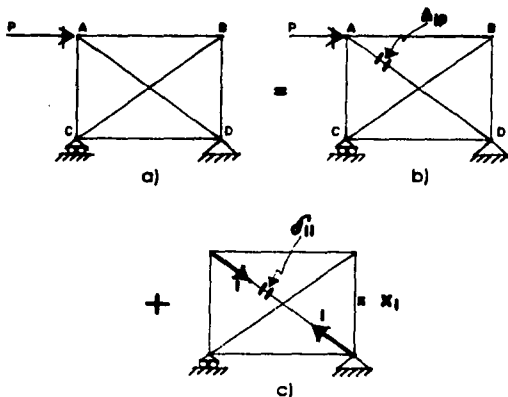


Figura 169

4.3.1.4 Estructura hiperestática interior y exteriormente.

Este problema se resuelve con la combinación de los casos anteriores, o sea, eliminado apoyos y barras redundantes y aplicando las condiciones de compatibilidad.

Los desplazamientos debidos a carga axial se calculan por medio de la fórmula:

$$\Delta = \sum_{i=1}^m \frac{N_i \cdot n_i}{A_i E_i} L_i$$

en donde:

N_i = fuerzas normales debidas al sistema de cargas

n_i = fuerzas normales debidas a la carga unitaria virtual

A_i = área transversal de la barra i

E_i = módulo de elasticidad de la barra i

L_i = longitud de la barra i

m = número total de barras

La aplicación de esta fórmula, se simplifica efectuándola por medio de la siguiente tabla:

1	2	3	4	5	6	7	8
BARRA	L	N	n	DESPLAZAMIENTOS		N FINALES = N + n X L	
				Δ_{1P}	δ_{11}	n X L	N FINALES
				(N n)/(AE)L	(n n)/(AE)L	ton	ton
A - C							
B - D							
A - B							
C - D							
A - D							
B - C							
			Σ				

La tabla anterior se explica a continuación:

En las columnas BARRA (1) y L (2), se pone la nomenclatura usada para identificar todas las barras que componen la armadura así como su longitud, respectivamente.

En las columnas N (3) y n (4), se indica el valor resultante de la fuerza normal de cada barra, obtenido de resolver las armaduras de solución particular y complementaria respectivamente, la mencionada solución se obtiene aplicando los métodos ya antes vistos para armaduras isostáticas.

La columna Δ_{1r} (5) corresponde a los desplazamientos a causa de la (s) carga (s) real (es) y se obtiene haciendo la operación indicada; cabe hacer notar que el Área de la Sección Transversal (A) así como el Módulo de Elasticidad (E), se consideran unitarios para fines de este análisis.

La columna δ_{1i} (6), corresponde a los desplazamientos a causa de la (s) carga (s) virtual (es), se obtiene efectuando la operación indicada; al final de las columnas Δ_{1r} (5) y δ_{1i} (6), se efectúa la suma correspondiente, los valores obtenidos se sustituyen en la (s) ecuación (es) de compatibilidad, de la (s) cual (es) al resolverla se obtendrá (n) el (los) valor (es) de x_1 (y hasta x_n).

En la columna n x_1 (7) se indica el resultado de multiplicar x_1 por n (4); finalmente, para conocer la resultante de cada barra, se suman los valores de las columnas n x_1 (7) y N (3).

En resumen, para la solución de armaduras indeterminadas, por el método de las flexibilidades, se procede de la manera siguiente:

1. Se determina el número de reacciones y el número de barras de la armadura, si el número de las incógnitas es igual al de ecuaciones independientes de equilibrio, el problema es isostático, si es mayor, el problema es hiperestático y el grado de indeterminación es el número de incógnitas en exceso (n).
2. Se considera una estructura primaria suprimiendo las redundancias (apoyos y/o barras), teniendo siempre una estructura isostática y estable, la cual se resuelve contemplando el conjunto de fuerzas reales actuantes.
3. Se aplica el principio de superposición añadiendo a la estructura primaria las redundancias, formulando una ecuación por cada una

de estas, de tal manera que se cumpla con la compatibilidad de deformaciones en la estructura original.

4. Se calculan los desplazamientos en los puntos en donde se quitaron los elementos redundantes, causados por el sistema real de cargas y por cada una de las redundantes.
5. Se procede a la solución del sistema de n ecuaciones obteniendo los valores de las redundancias, los elementos de reacción faltantes se avalúan por medio de las ecuaciones de la estática.
6. Los esfuerzos finales en las barras se calculan sumando algebraicamente los valores producidos bajo el sistema externo de cargas (primario) y los debidos al efecto de las redundantes .

Cabe hacer notar, que para el cálculo de desplazamientos en los ejemplos de aplicación se utilizó el método del trabajo virtual, suponiendo fuerzas concentradas y/o momentos en los puntos de interés en la dirección en que se deseaban los desplazamientos, fue necesario, para la formulación de las ecuaciones de compatibilidad, establecer la convención de signos que son positivos los desplazamiento lineales horizontales, los verticales hacia arriba, al igual que los giros en sentido a las manecillas del reloj.



Figura 170 Convención de signos

4.3.1.5 Aplicación del método de flexibilidades.

Ejemplo 1.- Calcular las fuerzas axiales en la armadura siguiente, la cual es isostática interiormente e hiperestática exteriormente.

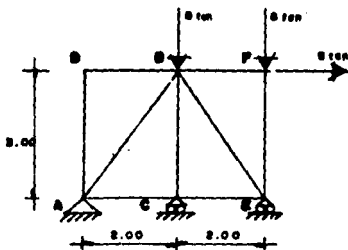


Figura 171 Armadura rectangular

Paso 1.- Se asigna una nomenclatura arbitraria a los nudos de la armadura con el fin de identificarlos.

Paso 2.- Se obtiene el grado de indeterminación de la armadura empleando la ecuación $2j = m + r$

$$2(6) = 9 + 4$$

$$12 \neq 13$$

\therefore se tiene una incógnita redundante, es decir, se tiene una estructura hiperestática de 1er grado

Paso 3.- Se inicia la aplicación del método, para este caso, se elimina el apoyo C:

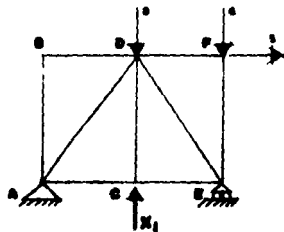


Figura 172.- Estructura primaria

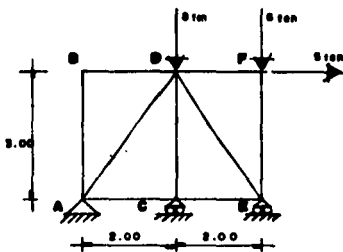


Figura 171 Armadura rectangular

Paso 1.- Se asigna una nomenclatura arbitraria a los nudos de la armadura con el fin de identificarlos.

Paso 2.- Se obtiene el grado de indeterminación de la armadura empleando la ecuación $2j = m + r$

$$2(6) = 9 + 4$$

$$12 \neq 13$$

\therefore se tiene una incógnita redundante, es decir, se tiene una estructura hiperestática de 1er grado

Paso 3.- Se inicia la aplicación del método, para este caso, se elimina el apoyo C:

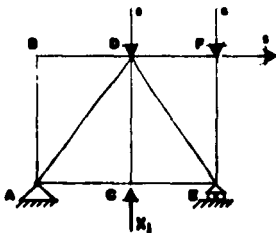


Figura 172.- Estructura primaria

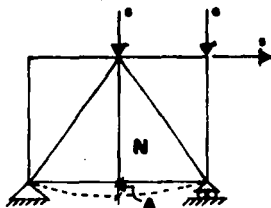


Figura 173.- Solución particular

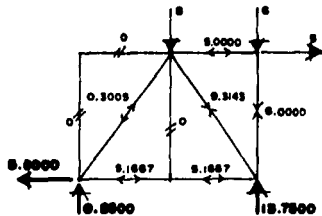


Figura 174.- Fuerzas resultantes en la solución particular

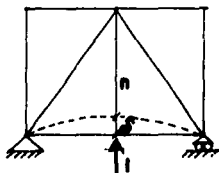


Figura 175.- Solución complementaria

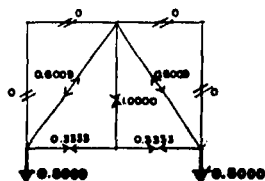


Figura 176.- Fuerzas resultantes en la solución complementaria

Paso 4.- La tabla siguiente, resume los resultados de las diferentes estructuras (primaria y complementaria), así como las reacciones finales de la armadura real

Condición frontera:

$$\Delta_y = 0$$

Ecuación de compatibilidad:

$$\Delta + \delta x_1 = 0$$

BARRA	N	n	L	DESPLAZAMIENTOS		REACCIONES	
				Δ_{ni}	δ_{ni}	$R_{1,2}$	$R_{3,4}$
				$(Nn)/(AE)L$	$(\sum Nn)/(AE)Lx_1$	ton	ton
AB	0.0000	0.0000	3.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
AC	5.1667	-0.3333	2.0000	-3.4441	0.2222	-1.5276	3.6391
AD	-0.3005	0.6009	3.6056	-0.6511	1.3019	2.7540	2.4636
BD	0.0000	0.0000	2.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
CD	0.0000	-1.0000	3.0000	0.0000	3.0000	-4.5831	-4.5831
CE	5.1667	-0.3333	2.0000	-3.4441	0.2222	-1.5276	3.6391
DE	-9.3143	0.6009	3.6056	-20.1804	1.3019	2.7540	-6.5603
DF	5.0000	0.0000	2.0000	0.0000	0.0000	0.0000	5.0000
EF	-6.0000	0.0000	3.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-6.0000
Σ				-27.7197	6.0482		

Sustituyendo: $-27.7197 + 6.0482 x_1 = 0$

$$x_1 = 27.7197 / 6.0482$$

$$x_1 = 4.5831$$

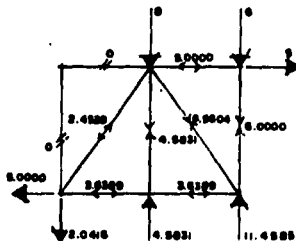


Figura 177.- Reacciones y fuerzas finales en las barras

Ejemplo 2.- Determinar las fuerzas internas y las reacciones externas de la armadura trapezoidal, hiperestática interiormente e isostática exteriormente, que se muestra a continuación.

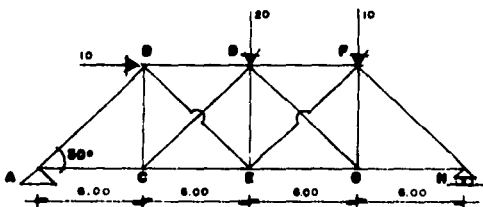


Figura 178 Armadura trapezoidal

Paso 1.- Se asigna una nomenclatura arbitraria a los nudos de la armadura con el fin de identificarlos.

Paso 2.- Se obtiene el grado de indeterminación de la armadura empleando la ecuación $2j = m + r$

$$2(8) = 15 + 3$$

$$16 \neq 18$$

\therefore se tienen dos incógnita redundantes, es decir, se tiene una estructura hiperestática de 2° grado

Paso 3.- Se inicia la aplicación del método, para este caso, se eliminan las barras CD y DG:

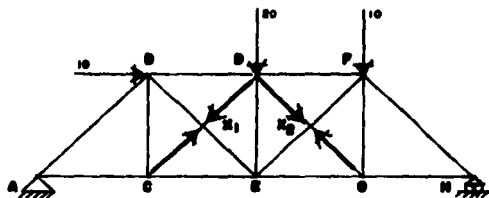


Figura 179.- Estructura primaria

I

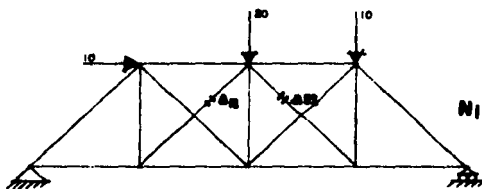


Figura 180.- Solución particular (I)

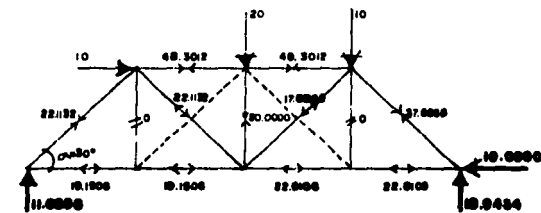


Figura 181.- Fuerzas resultantes en la solución particular (N)

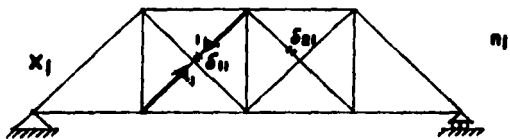


Figura 182.- Solución complementaria (1)

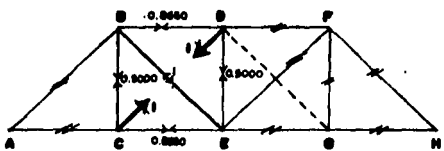


Figura 183.- Fuerzas resultantes en la solución complementaria (n_1)

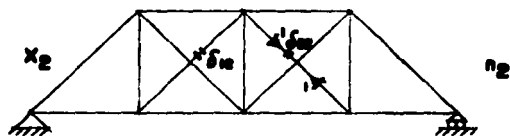


Figura 184.- Solución complementaria (2)

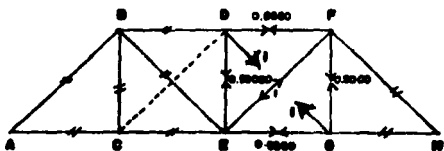


Figura 185.- Fuerzas resultantes en la solución complementaria (n_2)

Pase 4.- La tabla siguiente, resume los resultados de las diferentes estructuras (primaria y complementaria), así como las reacciones de la armadura real.

Condiciones frontera $\Delta_{CD} = 0$
 $\Delta_{OG} = 0$

Ecuaciones de compatibilidad: $\Delta_1 + \delta_{11} x_1 + \delta_{12} x_2 = 0$
 $\Delta_2 + \delta_{21} x_1 + \delta_{22} x_2 = 0$

Estructura	N	M	R ₁	R ₂	DESPLAZAMIENTOS											
					Δ_1	δ_{11}	δ_{12}	Δ_2	δ_{21}	δ_{22}	Δ_3	δ_{31}	δ_{32}	Δ_4		
					(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)		
AB	-32.1132	0.0000	0.0000	6.9282	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-32.1132	
AC	19.1286	0.0000	0.0000	6.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	19.1286	
BC	0.0000	-5.0000	0.0000	3.6641	0.0000	0.8660	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	6.3319	0.0000	0.0000	4.3319	
BD	-8.3292	-0.8660	0.0000	6.0000	230.9730	4.4997	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	10.9669	0.0000	0.0000	-37.2889	
BE	22.1182	1.0000	0.0000	6.9282	153.2393	6.9282	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-12.6638	0.0000	0.0000	9.6638	
CD	0.0000	1.0000	0.0000	6.9282	0.0000	6.9282	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-12.6638	0.0000	0.0000	-12.6638	
CE	19.1286	-0.8660	0.0000	6.0000	-99.5065	4.4997	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	10.9669	0.0000	0.0000	22.1178	
DE	-30.0000	-0.0000	-0.0000	3.6641	34.6410	0.8660	0.8660	34.6410	0.8660	0.8660	0.8660	6.3319	5.3227	-0.3227	-0.3227	
DF	-8.3292	0.0000	-0.8660	6.0000	0.0000	0.0000	0.0000	230.9730	0.0000	4.4997	0.0000	9.2189	0.0000	0.0000	-37.2889	
DG	0.0000	0.0000	1.0000	6.9282	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	6.9282	0.0000	-10.6454	0.0000	0.0000	-10.6454	
EF	17.0000	0.0000	1.0000	6.9282	0.0000	0.0000	0.0000	123.9233	0.0000	6.9282	0.0000	-10.6454	0.0000	0.0000	7.3214	
EG	22.1182	0.0000	-0.8660	6.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-118.5249	0.0000	4.4997	0.0000	9.2189	0.0000	0.0000	22.0897	
FG	0.0000	0.0000	-0.0000	3.6641	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.8660	0.0000	5.3227	0.0000	0.0000	5.3227	
FH	-37.2889	0.0000	0.0000	6.9282	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-37.2889	
GH	22.1182	0.0000	0.0000	6.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	22.1182	
Σ					389.3468	24.5879	0.8660	291.8124	0.8660	24.5879						

Sustituyendo 24.5879 0.8660 x_1 -339.3468
 0.8660 24.5879 x_2 -291.0124

Resolviendo el sistema de ecuaciones: $x_1 = -12.6438$
 $x_2 = -10.6454$

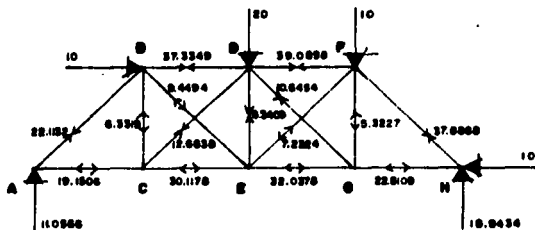


Figura 186.- Reacciones y fuerzas finales de la armadura trapezoidal

Ejemplo 3.- Calcular las fuerzas axiales en la armadura trapezoidal siguiente, la cual es hiperestática interior y exteriormente.

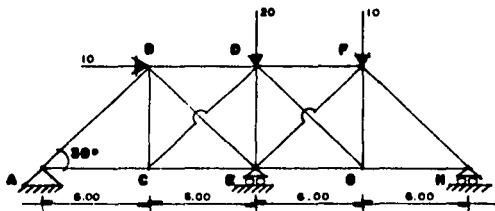


Figura 187 Armadura trapezoidal

Paso 1.- Se asigna una nomenclatura arbitraria a los nudos de la armadura con el fin de identificarlos.

Paso 2.- Se obtiene el grado de indeterminación de la armadura empleando la ecuación $2j = m + r$

$$2(8) = 15 + 4$$

$$16 \neq 19$$

\therefore se tienen tres incógnitas redundantes, es decir, se tiene una estructura hiperestática de 3er grado

Paso 3.- Se inicia la aplicación del método, para este caso, se eliminan el apoyo E, la barra CD y la barra DG:

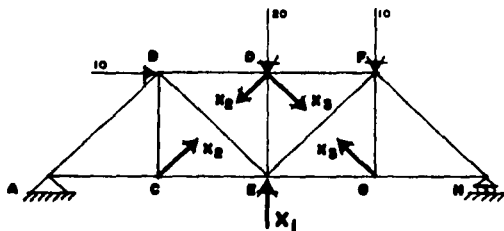


Figura 188.- Estructura primaria

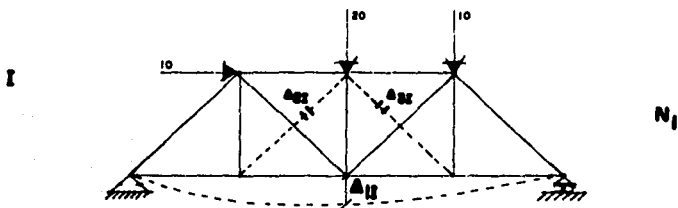


Figura 189.- Solución particular (I)

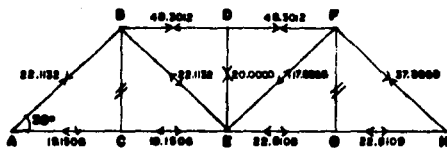
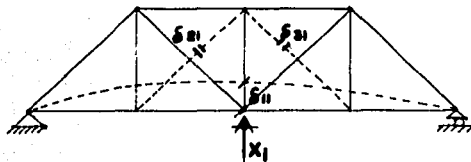


Figura 190.- Fuerzas resultantes en la solución particular (N)

1



n_1

Figura 191.- Solución complementaria (1)

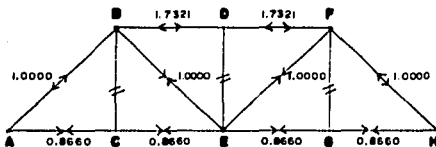
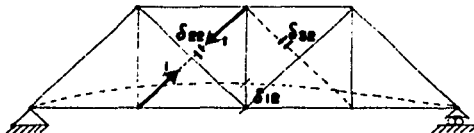


Figura 192.- Fuerzas resultantes en la solución complementaria (n_1)

2



n_2

Figura 193.- Solución complementaria (2)

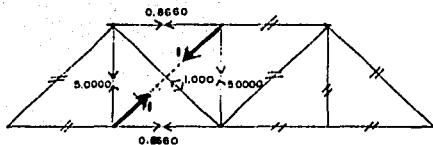


Figura 194.- Fuerzas resultantes en la solución complementaria (n_2)

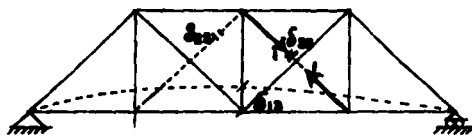


Figura 195.- Solución complementaria (3)

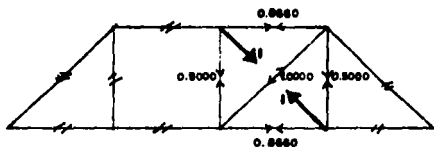


Figura 196.- Fuerzas resultantes en la solución complementaria (n3)

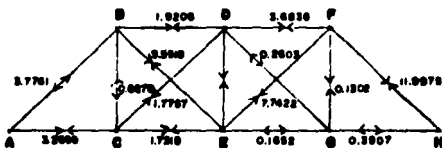


Figura 197.- Reacciones y fuerzas finales en la armadura trapezoidal

Nota 1.- La figura 197 se obtiene a partir de la tabla de la página siguiente..

Pase 4.- La tabla siguiente, resume los resultados de las diferentes estructuras (primaria y complementaria), así como las reacciones finales de la armadura real.

Condiciones frontera: $\Delta_B = 0$
 $\Delta_{CD} = 0$
 $\Delta_{OG} = 0$

Ecuaciones de compatibilidad: $\Delta_{11} + \delta_{11} X_1 + \delta_{12} X_2 + \delta_{13} X_3 = 0$
 $\Delta_{22} + \delta_{21} X_1 + \delta_{22} X_2 + \delta_{23} X_3 = 0$
 $\Delta_{33} + \delta_{31} X_1 + \delta_{32} X_2 + \delta_{33} X_3 = 0$

Estructura	Estructura	Estructura	Estructura	Estructura	DESPLAZAMIENTOS												REACCIONES FINALES							
					Δ_1	Δ_2	Δ_3	Δ_4	Δ_5	Δ_6	Δ_7	Δ_8	Δ_9	Δ_{10}	Δ_{11}	Δ_{12}	Δ_{13}	Δ_{14}	Δ_{15}	Δ_{16}				
AB	-22.1132	1.0000	0.0000	0.0000	6.9282	-153.2047	6.9282	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	25.8973	0.0000	0.0000	3.7961	
AC	19.1386	0.8640	0.0000	0.0000	6.0880	-99.5045	4.4997	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-22.4201	0.0000	0.0000	-3.2696	
BC	0.0000	0.0000	-0.3980	0.0000	3.4641	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.8640	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
BD	-48.3012	1.7321	-0.8640	0.0000	6.0000	-301.9751	18.0010	-9.0000	0.0000	250.9730	-9.0000	4.4997	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	44.8429	1.5378	0.0000	-1.9286	
BE	22.1132	-1.0000	0.0000	0.0000	6.9282	-153.2047	6.9282	-6.9282	0.0000	153.2047	-6.9282	6.9282	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-25.8973	-1.7737	0.0000	-6.9996	
CD	0.0000	0.0000	1.0000	0.0000	6.9282	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	6.9282	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-1.7737	0.0000	-1.7737	
CE	19.1386	0.8640	-0.8640	0.0000	6.0880	-99.5045	4.4997	4.4997	0.0000	-99.5045	4.4997	4.4997	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-22.4201	1.5378	0.0000	-1.7268	
DE	-20.0000	0.0000	-0.3980	-0.3980	3.4641	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	34.6410	0.0000	0.8640	0.8640	34.6410	0.0000	0.8640	0.8640	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-1.3022	-19.2683	
DF	-48.3012	1.7321	0.0000	-0.8640	6.0000	-301.9751	18.0010	0.0000	-9.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	250.9730	-9.0000	0.0000	0.0000	4.4997	44.8429	0.0000	-0.2254	-3.6888		
DG	0.0000	0.0000	0.0000	1.0000	6.9282	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	6.9282	0.0000	0.2403	6.2688	
EF	17.8868	-1.0000	0.0000	1.0000	6.9282	-123.9233	6.9282	0.0000	-6.9282	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	123.9233	-6.9282	0.0000	6.9282	0.0000	0.0000	-25.8973	0.0000	0.2403	-7.2482	
EG	22.8168	-0.8640	0.0000	-0.8640	6.0880	-118.5249	4.4997	0.0000	4.4997	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-118.5249	4.4997	0.0000	4.4997	0.0000	0.0000	-22.4201	0.0000	-0.2254	6.1662	
FG	0.0000	0.0000	0.0000	-0.3980	3.4641	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.8640	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-1.3022	-6.1888	
FH	-37.8868	1.0000	0.0000	0.0000	6.9282	-242.4873	6.9282	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	25.8973	0.0000	0.0000	-11.9975	
GH	22.8168	-0.8640	0.0000	0.0000	6.0880	-118.5249	4.4997	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-22.4201	0.0000	0.0000	6.3987	
Σ						-2.1288330	81.7138	-11.4285	-11.4285	339.3122	-11.4285	34.8979	0.8640	391.6236	-11.4285	0.8640	34.8979							

Sustituyendo: $81.7138 - 11.4285 X_1 - 11.4285 X_2 + 2.1288330 X_3 = 0$
 $-11.4285 + 24.5879 X_1 + 0.8640 X_2 - 339.3122 X_3 = 0$
 $-11.4285 + 0.8640 X_1 + 24.5879 X_2 - 291.0124 X_3 = 0$

Resolviendo el sistema de ecuaciones: $X_1 = 25.8973$
 $X_2 = -1.7737$
 $X_3 = 0.2403$

6.1 Materiales considerados

En el capítulo 1 de el presente trabajo, se mencionan las principales características del acero las cuales, lo hacen idóneo como material estructural, muy por encima de la madera, esta última se usa actualmente para fines arquitectónicos o de estética.

6.2 Comportamiento del acero estructural

Es importante conocer el comportamiento del acero bajo una situación dada, esto se logra con la información que proporcionan los **diagramas de esfuerzo deformación**. Si una pieza laminada de acero estructural se somete a una fuerza de tensión, esta comenzará a alargarse. Si la fuerza de tensión se incrementa de forma constante, el alargamiento aumentará proporcionalmente, dentro de ciertos límites (rango elástico). Cuando el esfuerzo de tensión alcanza un valor aproximadamente igual a la mitad del esfuerzo en la ruptura, el alargamiento empezará a incrementarse en una proporción mayor que el correspondiente al incremento de esfuerzo.

El mayor esfuerzo para el cual tiene aplicación la Ley de Hooke, o el punto más alto sobre la porción de línea recta del diagrama esfuerzo-deformación, es el llamado **límite de proporcionalidad**. El mayor esfuerzo que puede soportar el material sin ser deformado permanentemente, es llamado **límite elástico**. En realidad, este valor es medido en muy pocas ocasiones y, para la mayor parte de materiales de ingeniería, incluyendo el acero estructural, es sinónimo de límite de proporcionalidad. Por tal motivo, algunas veces se usa el término **límite elástico de proporcionalidad**.

Al esfuerzo que le corresponde un decisivo incremento en el alargamiento o deformación, sin el correspondiente incremento en esfuerzo, se conoce como **límite de fluencia**. Este es también el primer punto, sobre el diagrama esfuerzo-deformación, donde la tangente a la curva es horizontal. Probablemente el punto de fluencia es para el proyectista la propiedad más

importante del acero, ya que los procedimientos para **diseñar elásticamente** están basados en dicho valor (con excepción de los miembros sujetos a compresión, donde el pandeo es un factor importante). Los esfuerzos permisibles usados en estos dos métodos son tomados usualmente como una fracción (%) del límite de fluencia. Más allá de tal límite, existe una zona en la cual ocurre un considerable incremento en la deformación, sin incrementarse el esfuerzo. La deformación que ocurre antes del punto de fluencia, sin incremento en el esfuerzo, se conoce como deformación plástica. El valor total de esta última es usualmente de diez a quince veces el valor de la deformación elástica total.

Podría suponerse que la fluencia del acero, sin incremento de el esfuerzo es una seria desventaja, pero actualmente se considera como una característica muy útil. A menudo ha presentado admirable servicio de prevenir fallas debidas a omisiones o errores de diseño. Pudiera ser que un punto de la estructura de acero dúctil alcanzara el punto de fluencia, con lo que dicha parte de la estructura cedería localmente, sin incremento del esfuerzo, previniendo así una falla prematura. Esta ductibilidad permite que los esfuerzos de la estructura de acero puedan reajustarse.

Siguiendo la deformación plástica, existe una zona donde es necesario un esfuerzo adicional para producir deformación adicional, que es llamada endurecimiento por deformación (acritud). Esta porción del diagrama no es muy importante para el diseñador actual. En la figura 198 se muestra un diagrama esfuerzo-deformación para acero dulce estructural, solo se muestra la parte inicial de la curva por la gran deformación que ocurre antes de la falla. En las fallas de los aceros dulces, las deformaciones totales son del orden de 150 a 200 veces las deformaciones elásticas. En realidad, la curva continuará hasta el esfuerzo correspondiente a la resistencia final y luego descenderá, le "saldrá cola", antes de la ruptura. Se presentará una aguda reducción (llamada "estrangulamiento", cuello o extricción), en la sección transversal del miembro, seguida de la ruptura.

La curva esfuerzo-deformación de la figura 198 es una curva típica de un acero usual dúctil de grado estructural y se supone que es la misma para miembros a tensión o en compresión. (Los miembros en compresión deben ser

cortos, ya que si son largos, la compresión tiende a pandearlos lateralmente y sus propiedades se ven grandemente afectadas por los momentos flexionantes). La forma del diagrama varía con la velocidad de carga, el tipo de acero y la temperatura. En la figura se muestra, con línea interumpida, una variación del tipo mencionado, indicándose el límite superior de fluencia. Esta forma de la curva esfuerzo deformación, es el resultado de aplicar rápidamente la carga al acero estructural laminado, en tanto que el límite inferior de fluencia corresponde a carga aplicada lentamente.

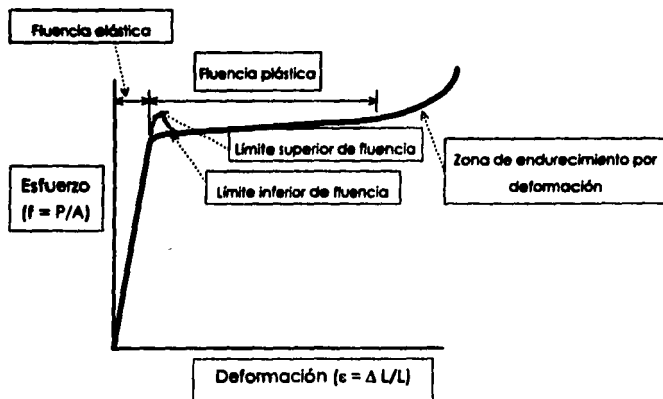


Figura 198.- Diagrama típico esfuerzo-deformación para el acero estructural laminado

Una propiedad muy importante de una estructura que no haya sido cargada más allá de su punto de fluencia, es que recuperará su longitud original cuando se le retire la carga. Si se hubiera llevado más allá de este punto, solo alcanzaría a recuperar parte de su dimensión original. Este conocimiento conduce a la posibilidad de probar una estructura existente mediante carga, descarga y medición de deflexiones. Si después de que las cargas se han retirado, la estructura no recobra sus dimensiones originales, es porque se ha visto sometida a esfuerzos mayores que su punto de fluencia.

El acero es un compuesto que consiste casi totalmente de hierro (normalmente más del 98% de su composición), contiene también pequeñas cantidades de carbono, sílice, azufre, fósforo y otros elementos. El carbono es el material que tiene mayor efecto en las propiedades del acero. La dureza y resistencia aumentan a medida que el porcentaje de carbono se eleva, con la desventaja de que el acero resulta ser más quebradizo y su soldabilidad disminuye considerablemente. Una menor cantidad de carbono hace al acero más suave y dúctil, pero también menos resistente. La adición de elementos tales como cromo, sílice y níquel produce aceros considerablemente más resistentes, estos aceros, por lo tanto, son apreciablemente más costosos y a menudo no son fáciles de elaborar.

Un diagrama típico de esfuerzo-deformación para un acero frágil se muestra en la figura 199, tal material presenta muy poca deformación permanente al fracturarse. Desgraciadamente, la baja ductibilidad o fragilidad es una propiedad asociada comúnmente con las altas resistencias de los aceros (aunque no necesariamente limitada a aceros de alta resistencia). Es de desearse el tener alta resistencia, como ductibilidad en el acero, por lo que al diseñar será necesario decidir entre estos dos extremos o por un término medio conveniente. Un acero frágil puede fallar repentinamente por sobrecarga, o durante el montaje es posible la falla debido a impacto por golpes durante el proceso de montaje.

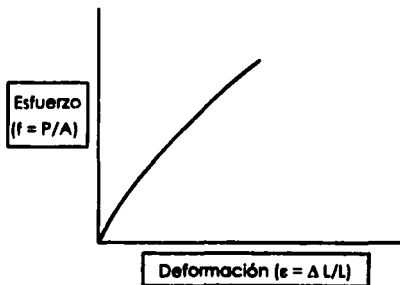


Figura 199.- Diagrama típico esfuerzo-deformación para el acero frágil o vítreo

5.3 Métodos de diseño

En las estructuras de acero diseñadas en el pasado, y en la mayoría de las que actualmente se diseñan, se han usado y se usan los llamados métodos de **diseño elástico**. El diseñador estima la "carga de trabajo", o cargas que posiblemente la estructura deba soportar, dimensiona los miembros sobre la base de ciertos esfuerzos permisibles. Estos esfuerzos permisibles son usualmente una fracción del esfuerzo en el límite de fluencia del acero.

Aunque el término "diseño elástico" es utilizado comúnmente para describir este procedimiento, los términos **diseño por esfuerzo permisible** o **diseño por esfuerzo de trabajo** son en definitiva más apropiados. Muchas de las estipulaciones de las especificaciones para este método se basan realmente en el comportamiento elástico.

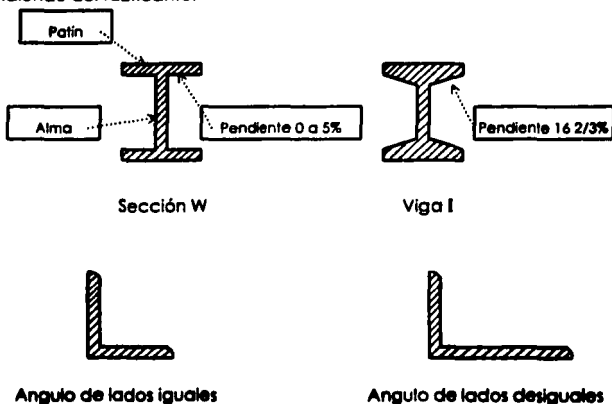
La ductibilidad del acero ha sido usada como una reserva de resistencia, y la utilización de este hecho constituye la base de la teoría conocida como el **diseño plástico**. En este método las cargas de trabajo se estiman y multiplican por ciertos factores y los miembros se diseñan basándose en las resistencias a la falla o al colapso. Se usan también otros nombres para éste método como son: **diseño al límite** o **diseño a la falla** o a la ruptura. Aunque sólo unos cuantos centenares de estructuras se han diseñado en el mundo por los métodos del diseño plástico, los profesionales se están moviendo decididamente en este sentido. Esta tendencia se refleja particularmente en las últimas especificaciones de la AISC (American Institute Steel Construction).

Diseño elástico		Diseño plástico	
Materiales	Cargas	Materiales	Cargas
$f_y = 0.45 - 0.5 f_y$	100 %	$f_y = 4,200$	1.4 carga

5.4 Perfiles de acero

El acero estructural puede laminarse económicamente en una amplia gama de formas y tamaños sin un cambio apreciable de sus propiedades físicas. Normalmente los miembros más ventajosos son aquellos que tienen grandes momentos de inercia en proporción con las áreas de sus secciones transversales. Las formas I, T y canal, tan comúnmente usadas, pertenecen a esta clase.

Los perfiles de acero se identifican por la forma de su sección transversal, como ejemplos, están los ángulos, térs, zetas y placas. Es necesario, por tanto, establecer una clara distinción entre las vigas estándares americanas (las cuales se designarán como I o simplemente viguetas I), y las vigas de patín ancho (conocidas como vigas W), ya que ambas tienen sección en I. El lado interno de los patines de una viga W, puede ser paralelo al lado externo, o casi paralelo con una pendiente máxima de 1:20 en la superficie interior, dependiendo del fabricante.



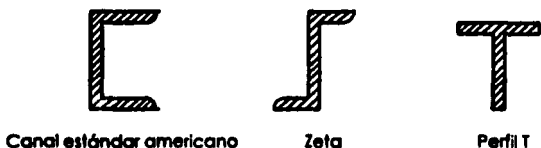


Figura 200.- Perfiles laminados de acero.

Es conveniente recurrir a los manuales actualizados y si es posible al de la AISC para obtener toda la información que sea relativa a otros perfiles laminados, para establecer la diferencia entre soleras, placas y planchas, para ver qué es lo que se designa como largueros de alma abierta o viguetas de alma abierta, etc.

5.6 Aceros estructurales modernos

En tiempos recientes, dadas las condiciones de trabajo a las que son sometidas las estructuras así como las condiciones climáticas, etc., es necesario contar con aceros cada vez más resistentes, con características anticorrosivas; aceros más soldables y otros requisitos. Actualmente existe una gran variedad de aceros que satisfacen las normas de la ASTM (American Society for Testing Materials).

Estos aceros se pueden clasificar en tres grandes grupos: los aceros al carbón, los aceros de baja aleación y alta resistencia y los aceros aleados, tratados por calor para construcción.

Aceros al carbón. Estos aceros tienen perfectamente controlados el carbono y el manganeso, elementos de los cuales depende principalmente su resistencia. El acero americano más común de este grupo es el A36, cuyo límite de fluencia es de 2,530 kg/cm², es adecuado para fabricar estructuras para edificios y puentes por procesos de remachado o soldadura. En la República Mexicana, aún se usa el acero A7, cuyo límite de fluencia es de 2,300 kg/cm².

sobre todo en perfiles delgados, tiene la desventaja de que en su fabricación, no se controla rigurosamente el carbón que lo compone, por lo que en espesores gruesos, es difícilmente soldable y presenta en algunas ocasiones falla de tipo vítreo.

Aceros de baja aleación y alta resistencia. Existen un gran número de aceros de alta resistencia y baja aleación cubiertos por las normas ASTM bajo varios números. Además de contener carbono y manganeso, la resistencia de estos aceros se debe a que usan como elementos de aleación al cromo, vanadio, cromo, silicio, cobre, níquel y otros. Estos aceros tienen límite de fluencia tan bajos como de 4,550 kg/cm². Tiene mucha mayor resistencia a la corrosión que los aceros simples al carbón. En este grupo se incluyen el A529, A242, A440, A441 A572 y A588.

Aceros aleados, térmicamente tratados para construcción. Estos aceros contienen elementos de aleación en mayor cantidad y son tratados térmicamente (por revenido y templado), con el fin de obtener aceros tenaces y resistentes. Se enlistan las normas ASTM con la designación A514 y tienen límites de fluencia de 6,300 a 7,030 kg/cm², dependiendo de su espesor.

Aún cuando el precio del acero se incrementa con el aumento de su límite de fluencia, este incremento no es linealmente proporcional, y puede resultar económica la utilización de estos aceros, a pesar de su costo, si el uso de ellos se realiza diseñándolos a sus máximos esfuerzos permisibles, a máxima eficiencia, sobre todo en piezas a tensión o tirantes, en vigas con patines impedidos de pandeo, columnas cortas (o de baja relación de esbeltez). Otra aplicación de estos aceros, es frecuente en la llamada construcción híbrida, en donde se usan dos o más aceros de diferentes resistencias, los más débiles se colocan en donde los esfuerzos son bajos y los más resistentes en donde los esfuerzos son mayores.

5.6 Miembros sujetos a tensión

La selección de un perfil que se va a utilizar como miembro sujeto a tensión, es uno de los problemas más sencillos del diseño, como no existe

peligro de pandeo, los cálculos se reducen a una simple división de la carga entre el esfuerzo de fluencia mínimo permisible del acero, lo que nos da el área neta necesaria de la sección transversal ($A_{req} = P/fy_{as}$), y de aquí la selección del perfil de acero que sea mayor o igual a dicha área.

5.7 Ejemplo de diseño de miembros sujetos a tensión

Se propone una barra que trabaja a un esfuerzo a tensión de 68,000 kg (68 tn), partiendo de la ecuación $A_{req} = P/fy_{as}$, se tiene:

$$fy = 2,530 \text{ kg/cm}^2$$
$$fy_{as} = 0.5 fy = 0.5(2,530) = 1,265 \text{ kg/cm}^2$$
$$A_{req} = \frac{P}{fy_{as}} = \frac{68,000 \text{ kg}}{1,265 \text{ kg/cm}^2} = 53.75 \text{ cm}^2$$

Con el valor del área obtenida, se busca y se elige el perfil (o perfiles), que cumpla con el área requerida, cabe hacer notar que el esfuerzo de una barra a tensión es proporcional, es decir, dos barras soportarán el doble de lo que soporta una y así sucesivamente; para este ejemplo se proponen dos ángulos de lados iguales de 102 x 16 mm (4" x 5/8").

Nota.- Las dimensiones de los perfiles se redondean al milímetro.

Ver áreas de perfiles comerciales.

5.8 Miembros sujetos a compresión

Cuando una fuerza tiende a comprimir o acortar un miembro, se dice que los esfuerzos producidos son de compresión, y se dice que el elemento es un miembro sujeto a compresión.

Hay dos diferencias significativas entre los miembros sujetos a tensión y los sujetos a compresión:

1.- Así como las cargas de tensión tienden a mantener recta la pieza, las cargas de compresión tienden a pandearla fuera del plano de cargas (esta es una situación muy importante).

2.- La presencia de agujeros para remaches o tornillos en los miembros sujetos a tensión, reduce el área disponible para resistir las cargas, pero en los miembros sujetos a compresión, se considera que los remaches o los tornillos llenan los agujeros (aunque puede existir deslizamiento inicial muy ligero, hasta que los tornillos o remaches se acomodan y se apoyan en material circundante), y el área total queda disponible para resistir la carga.

Mientras más largo es un miembro sujeto a compresión para su misma sección transversal, mayor es su tendencia a pandearse y menor es su capacidad de carga. La tendencia de un miembro al pandeo, se mide indiferentemente por su **relación de esbeltez**, que se define como la relación entre la **longitud del elemento** y su **menor radio de giro**. La tendencia al pandeo se ve también afectada por factores tales como tipos de conexiones de extremo, excentricidad en la aplicación de la carga, imperfecciones en el material, torceduras iniciales, esfuerzos residuales de fabricación, etc.

Cuando Kl/r , la mayor relación de esbeltez efectiva de cualquier segmento no arriostrado, es menor que C_c , la sección total de miembros cargados a compresión axial se obtiene mediante la expresión:

$$f_a = \frac{\left[1 - \frac{(Kl/r)^2}{2C_c^2} \right] f_{y_{ax}}}{\frac{5}{3} + \frac{3(Kl/r)}{8C_c} - \frac{(Kl/r)^3}{8C_c^3}}$$

donde:

f_a = esfuerzo de compresión axial permisible en un miembro prismático, cuando no hay momento de flexión, en kg/cm^2 .

K = factor de longitud efectiva de un miembro prismático.

l = longitud libre de un miembro prismático, en cm .

r = radio de giro de la sección del miembro, en cm .

f_y = esfuerzo de fluencia mínimo especificado del acero utilizado, en kg/cm^2 .

$$f_{y_{\text{ca}}} = (0.75 - 0.85 f_y)$$

C_c = relación de esbeltez de barras que separa al pandeo elástico del inelástico.

Nota.- Para este trabajo se tomo el acero tipo A36 cuyo $f_y = 2,530 \text{ kg/cm}^2$.

C_c está dada por la expresión:

$$C_c = \sqrt{\frac{2 \pi^2 E}{f_y}}$$

donde:

$$E = \text{módulo de elasticidad, } E = 2'040,000 \text{ kg/cm}^2$$

El factor de longitud efectiva K , igual que la relación de la longitud efectiva de barra con respecto a la longitud real sin esfuerzos, puede ser mayor o menor que 1.0. Los valores teóricos de K para seis condiciones típicas, en las cuales la rotación y traslación de apoyos, o se efectúan completamente o son inexistentes, se muestran en el anexo 1.

5.9 Ejemplo de diseño de miembros sujetos a compresión

Se tiene una barra de una armadura, la cual trabaja a compresión, y cuyos datos son:

$$P = 15,000 \text{ kg}$$

$$f_y = 2,530 \text{ kg/cm}^2$$

$$FR = 0.75 \text{ (caso mas desfavorable)}$$

$$K = 1$$

$$L = 137 \text{ cm}$$

$$E = 2'040,000 \text{ kg/cm}^2$$

Se considera un ángulo de lados iguales de $76 \times 13 \text{ mm}$ ($3" \times 1/2"$)

$$A = 17.74 \text{ cm}^2$$

$$r = 2.29 \text{ cm}$$

Se obtiene el valor de la relación de esbeltez (Kl/r):

$$Kl/r = 1 (137 \text{ cm}) / 2.29 \text{ cm} = 59.83$$

Se obtiene el valor de C_c :

$$C_c = \sqrt{\frac{2 \pi^2 (2'040,000 \text{ kg/cm}^2)}{2,530 \text{ kg/cm}^2}} = \sqrt{\frac{40'267,985,95 \text{ kg/cm}^2}{2,530 \text{ kg/cm}^2}}$$

$$= \sqrt{15,916,20} = 126.16$$

Se obtiene el valor de f_a :

$$f_a = \frac{\left[1 - \frac{(59.83)^2}{2(126.16)^2}\right] 1,897.50}{\frac{5}{3} + \frac{3(59.83)}{8(126.16)} - \frac{(59.83)^3}{8(126.16)^3}} = \frac{\left[1 - \frac{3,579.07}{31,832.40}\right] 1,897.50}{1.67 + \frac{179.48}{1,009.28} - \frac{214,119.02}{16'063,828.84}}$$

$$= \frac{0.89(1,897.50)}{1.83} = \frac{1,684.16}{1.83} = 918.05 \text{ kg/cm}^2$$

$$P = A \cdot f_a = 17.74 \text{ cm}^2 (918.05 \text{ kg/cm}^2) = 16,286.21 \text{ kg}$$

El valor antes obtenido, es el esfuerzo unitario a compresión que soporta el ángulo propuesto y que es mayor a la fuerza a compresión a la que trabaja la barra, por lo que es factible utilizar este ángulo en la armadura.

En la expresión anterior se aprecia que los valores de f_y , C_c , K , l y E son constantes para el diseño de una cierta barra, mientras que A y r , son variables y están en función del perfil o perfiles que se propongan y el arreglo de los mismos.

5.10 Consideraciones de diseño.

Al diseñar un armadura, se debe de tener en cuenta la estética de la misma, es decir, habrá barras de la estructura que estarán trabajando a grandes esfuerzos, mientras que otros probablemente lo hagan a menores esfuerzos o no trabajen, y no por esto se deben de elegir perfiles robustos para los que trabajan y perfiles delgados para los que no trabajan, se debe tratar de uniformizar en lo posible el uso de perfiles de las mismas dimensiones (lado por lado), y variar el espesor adecuado a el esfuerzo de trabajo.

El acomodo típico de los perfiles se hará como lo muestra la tabla siguiente, de acuerdo a la parte de la armadura que se trate:

Cuerda superior	∟ L
Cuerda inferior	∟ L
Montante	L □ ∟
Diagonal	∟ L □

Las tablas que se presentan en el anexo 2, simplifican el uso de las fórmulas de diseño vistas anteriormente tanto para miembros trabajando a tensión como a compresión, a continuación se explica el uso de las mismas mediante un ejemplo.

Se tienen dos barras de una armadura la primera de 4.37 m de longitud trabajando a un esfuerzo de tensión de 42.850 kg y la segunda de 2.89 m de longitud trabajando a un esfuerzo de compresión de 37.460 kg; para el caso de la barra sujeta a tensión, se utiliza la tabla "Un ángulo a tensión" (ver página siguiente), se considera que las uniones son soldadas por lo tanto, se entra a la misma en los "Esfuerzos admisibles en sección total" y se busca en esa columna aquel esfuerzo que sea inmediatamente mayor al que esta trabajando la barra, en este caso corresponde al señalado en la tabla con sombreado obscuro, de esa celda se busca a la izquierda el perfil el cual para este ejemplo es un ángulo de lados iguales de 102 x 19 mm (4" x 3/4").

Como ya se mencionó anteriormente, el esfuerzo de una barra a tensión es proporcional, por lo anterior y de acuerdo a las necesidades de diseño, también se pudo optar por dos ángulos que soporte cada uno la mitad del esfuerzo requerido.

Para el caso del diseño de la barra sujeta a compresión, se eligen "Dos ángulos de lados iguales en compresión", se entra a la tabla con la longitud de la barra a diseñar, en este caso como ninguna coincide, se elige la próxima arriba (la mas desfavorable), que es para este caso la de 3.00 m, de aquí se

UN ÁNGULO A TENSIÓN

Dimensiones		Influencia admisible en sección total		Influencia admisible descontando la sección correspondiente a 1 o 2 agujeros											
				Barras de 15,9 mm				Barras de 19 mm				Barras de 25,2 mm			
				1 esp. de 19,0 mm		2 esp. de 19,0 mm		1 esp. de 25,2 mm		2 esp. de 25,2 mm		1 esp. de 25,2 mm		2 esp. de 25,2 mm	
esp. de	esp. de	Dep. adm.	Influencia	Dep. adm.	Influencia	Dep. adm.	Influencia	Dep. adm.	Influencia	Dep. adm.	Influencia	Dep. adm.	Influencia		
mm	mm	cm ²	Ig	cm ²	Ig	cm ²	Ig	cm ²	Ig	cm ²	Ig	cm ²	Ig	cm ²	Ig
152.4 x 152.4	25.40	70.97		66.14	83.667	61.31	77.557	65.32	82.630	59.67	75.483	64.52	81.618	58.07	73.459
	22.20	62.77		58.55	74.066	54.33	68.727	57.83	73.155	52.89	66.906	57.13	72.269	51.49	65.135
	19.00	54.45		50.84	64.313	47.23	59.746	50.22	63.528	45.99	58.177	49.62	62.769	44.79	56.659
	15.90	45.87		42.85	54.205	39.83	50.385	42.34	53.560	38.81	49.095	41.83	52.915	37.79	47.804
	12.70	37.10		34.69	43.883	32.28	40.834	34.28	43.364	31.44	39.797	33.87	42.846	30.64	38.760
	9.50	28.13		26.32	33.295	24.51	31.005	26.01	32.903	23.89	30.221	25.72	32.536	23.31	29.487
152.4 x 101.6	22.20	51.46		47.26	59.784	43.04	54.446	46.54	58.873	41.60	52.624	45.84	57.988	40.20	50.853
	19.00	44.65		41.61	52.637	37.55	47.501	40.54	51.283	36.31	45.932	39.94	50.524	35.11	44.414
	15.90	37.86		34.79	44.009	31.77	40.189	34.28	43.364	30.75	38.899	33.77	42.719	29.73	37.608
	12.70	30.65		28.24	35.724	25.83	32.675	27.83	35.205	25.01	31.638	27.42	34.686	24.19	30.600
	9.50	23.23		21.48	27.172	19.67	24.883	21.17	26.780	19.05	24.098	20.88	26.413	18.47	23.365
	7.90	19.44		17.94	22.694	16.44	20.797	17.68	22.365	15.92	20.139	17.43	22.049	15.42	19.504
127.0 x 127.0	19.00	44.77		41.16	52.067	37.55	47.501	40.54	51.283	36.31	45.932	39.94	50.524	35.11	44.414
	15.90	37.81		34.79	44.009	31.77	40.189	34.28	43.364	30.75	38.899	33.77	42.719	29.73	37.608
	12.70	30.65		28.24	35.724	25.83	32.675	27.83	35.205	25.01	31.638	27.42	34.686	24.19	30.600
	9.50	23.29		21.48	27.172	19.67	24.883	21.17	26.780	19.05	24.098	20.88	26.413	18.47	23.365
				31.49	39.835	27.88	35.248	30.87	39.051	28.44	33.700	30.27	38.292	25.44	32.182
		15.90	29.74	37.621	26.72	33.801	23.70	29.981	26.21	33.156	22.68	28.690	25.70	32.511	21.66
	12.70	24.19	30.600	21.78	27.552	19.37	24.503	21.37	27.033	18.55	23.446	20.96	26.514	17.73	22.428
	9.50	18.15	22.960	16.64	21.050	14.83	18.760	16.33	20.657	14.21	17.976	16.04	20.291	13.63	17.242
	7.90	15.48	19.582	13.98	17.685	12.48	15.787	13.72	17.356	11.96	15.129	13.47	17.040	11.46	14.497
	6.30	12.52	15.838	11.32	14.320	10.12	12.802	11.11	14.054	9.70	12.271	10.92	13.814	9.32	11.790

**DOS ÁNGULOS DE LADOS IGUALES EN COMPRESIÓN
ESFUERZOS ADMISIBLES EN KG EN DIFERENTES LARGOS**

Dimensiones		LARGOS EN METROS											
		3.75	3.90	3.95	4.00	4.05	4.10	4.15	4.20	4.25	4.30	4.35	4.40
152.4 x 152.4	19.00	101,059	104,980	108,356	111,777	114,890	114,890	114,890	114,890	114,890	114,890	114,890	114,890
	15.90	85,685	88,437	91,281	94,125	96,786	96,786	96,786	96,786	96,786	96,786	96,786	96,786
	12.70	69,748	71,974	74,274	76,549	78,281	78,281	78,281	78,281	78,281	78,281	78,281	78,281
	9.50	53,222	54,910	56,654	58,354	59,354	59,354	59,354	59,354	59,354	59,354	59,354	59,354
127.0 x 127.0	19.00	73,871	77,094	80,855	84,154	88,018	91,241	94,465	94,465	94,465	94,465	94,465	94,465
	15.90	62,840	65,563	68,739	71,366	74,788	77,511	79,779	79,779	79,779	79,779	79,779	79,779
	12.70	51,308	53,515	56,090	58,044	60,994	63,200	64,672	64,672	64,672	64,672	64,672	64,672
	9.50	39,267	41,223	42,900	44,577	46,627	48,303	49,142	49,142	49,142	49,142	49,142	49,142
101.6 x 101.6	19.00	47,947	50,825	53,914	56,994	60,863	64,233	67,673	71,534	74,061	74,061	74,061	74,061
	15.90	40,922	43,420	46,038	48,694	51,926	54,781	57,696	60,610	62,751	62,751	62,751	62,751
	12.70	33,897	35,974	38,074	40,197	42,526	44,897	47,219	49,590	51,041	51,041	51,041	51,041
	9.50	25,941	27,527	29,188	30,885	32,657	34,465	36,273	38,044	38,930	38,930	38,930	38,930
	7.90	21,920	23,251	24,644	26,099	27,585	29,102	30,619	32,104	32,663	32,663	32,663	32,663
	6.30	17,879	18,955	20,082	20,059	22,461	23,538	24,765	25,966	26,417	26,417	26,417	26,417
76.2 x 76.2	15.90			25,322	27,490	29,832	32,347	35,295	38,113	41,019	43,924	45,745	45,745
	12.70			21,182	11,991	24,942	27,036	29,271	31,613	33,990	36,154	37,431	37,431
	9.50		12,904	16,359	17,775	19,272	20,905	22,620	24,253	26,077	27,901	28,717	28,717
	7.90		10,609	14,006	15,222	16,393	17,771	19,218	20,733	22,133	23,672	24,223	24,223
	6.30			11,427	124,111		13,359	14,474	15,663	16,778	18,023	19,156	19,602
63.5 x 63.5	9.50					13,124	144,463	15,936	17,521	19,218	20,981	22,878	23,548
	7.90					11,319	12,381	13,632	14,997	16,438	17,936	19,434	20,003
	6.30					9,308	101,184	11,213	12,319	13,501	14,623	15,836	16,205
50.8 x 50.8	9.50							9,587	11,191	12,611	14,278	16,049	17,768
	7.90							8,474	9,542	10,833	12,154	13,668	15,122
	6.30							7,078	7,975	8,969	10,072	11,247	12,423
44.4 x 44.4	7.90								5,938	8,154	9,393	10,774	12,243
	6.30								6,791	7,810	8,892	10,088	

sigue el procedimiento explicado para la barra sujeta a tensión, el perfil elegido se señala con sombreado obscuro.

En seguida se presenta el diseño de algunas de las armaduras resueltas en el capítulo 4 por los métodos de nudos y secciones, el procedimiento usado es el mismo explicado anteriormente, haciendo uso de las tablas del anexo 2:

Tabla de diseño 1














Tipos	Barra	Área (cm ²)	Verificada	Verificada	Área (cm ²)	Perfil	Dimensiones
CORONA INTERIOR	AB	33.0508	✓		3.6056		102 x 13 mm (4"x 1/2")
	BD	33.0508	✓		3.6056		102 x 13 mm (4"x 1/2")
	DF	38.9410	✓		3.6056		102 x 16 mm (4"x 5/8")
	FH	38.9410	✓		3.6056		102 x 16 mm (4"x 5/8")
CORONA EXTERIOR	AC	32.5000		✓	3.0000		102 x 8 mm (4"x 5/16")
	CE	25.0000		✓	3.0000		102 x 6 mm (4"x 1/4")
	EG	25.0000		✓	3.0000		102 x 6 mm (4"x 1/4")
	GH	32.4510		✓	3.0000		102 x 8 mm (4"x 5/16")
CORONA	BC	10.0000	✓		2.0000		76 x 13 mm (3"x 1/2")
	DE	20.0000		✓	4.0000		76 x 6 mm (3"x 1/4")
	FG	10.0000	✓		2.0000		76 x 13 mm (3"x 1/2")
CORONA	CD	12.5000		✓	5.0000		76 x 6 mm (3"x 1/4")
	DG	12.4183	✓		5.0000		76 x 102 x 13 mm (3"x 4"x 1/2")

Tabla de diseño 2

SECTOR	BARRA	MAGNITUD (kg)	COMPRESI	TENSA	LONG. (m)	PERFIL
CUBIERTA	AB	33.0508	✓		3.6056	T 102 x 13 mm (4"x 1/2")
	BD	24.0370	✓		3.6056	T 102 x 10 mm (4"x 3/8")
	DF	30.0463	✓		3.6056	T 102 x 13 mm (4"x 1/2")
	FH	39.0602	✓		3.6056	T 102 x 16 mm (4"x 5/8")
CUBIERTA	AC	32.5000		✓	3.0000	JL 102 x 76 x 8 mm (4"x 3"x 5/16")
	CE	32.5000		✓	3.0000	JL 102 x 76 x 8 mm (4"x 3"x 5/16")
	EG	32.4985		✓	3.0000	JL 102 x 76 x 8 mm (4"x 3"x 5/16")
	GH	32.4985		✓	3.0000	JL 102 x 76 x 8 mm (4"x 3"x 5/16")
MARGEN	BC	0			2.0000	O 102 x 6 mm (4"x 1/4")
	DE	30.0000		✓	4.0000	O 102 x 6 mm (4"x 1/4")
	FG	0			2.0000	O 102 x 6 mm (4"x 1/4")
DIAGONAL	BE	9.0139	✓		3.6056	T 102 x 6 mm (4"x 1/4")
	EF	9.0111	✓		3.6056	T 102 x 6 mm (4"x 1/4")


Tabla de diseño 3

SECTOR	BARRA	MAGNITUD (kg)	COMPRESI	TENSA	LONG. (m)	PERFIL
CUBIERTA	AC	52.0000	✓		2.0000	T 102 x 16 mm (4"x 5/8")
	CE	28.0000	✓		4.0000	T 102 x 13 mm (4"x 1/2")
	EG	8.0000	✓		4.0000	T 102 x 6 mm (4"x 1/4")
CUBIERTA	BD	40.0000		✓	4.0000	JL 102 x 19 mm (4"x 3/4")
	DF	16.0000		✓	4.0000	JL 102 x 8 mm (4"x 5/16")
	FH	0			4.0000	JL 102 x 6 mm (4"x 1/4")
MARGEN	AB	15.0000	✓		2.5000	L 102 x 13 mm (4"x 1/2")
	GH	0			2.5000	L 102 x 6 mm (4"x 1/4")
MARGEN	BC	19.2094	✓		3.2016	T 76 x 13 mm (3"x 1/2")
	CD	19.2094		✓	3.2016	O 76 x 6 mm (3"x 1/4")
	DE	19.2094	✓		3.2016	T 76 x 13 mm (3"x 1/2")
	EF	12.8062		✓	3.2016	O 76 x 6 mm (3"x 1/4")
	FG	12.8062	✓		3.2016	T 76 x 8 mm (3"x 5/16")

ANEXOS

ANEXO 1

Valores del factor de longitud efectiva K para barras en compresión.

LA FORMA PANDEADA DE LA BARRA SE MUESTRA CON LINEA PUNTEADA	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)
VALOR TEORICO, K	0.5	0.7	1.0	1.0	2.0	2.0
VALOR DE DISEÑO RECOMENDADO CUANDO SE APROXIMA A LAS CONDICIONES IDEALES	0.65	0.80	1.20	1.00	2.10	2.00
CODIGO PARA LA CONDICIÓN DEL EXTREMO	 ROTACIÓN FIJA Y TRASLACION FIJA ROTACION LIBRE Y TRASLACION FIJA ROTACION FIJA Y TRASLACION LIBRE ROTACION LIBRE Y TRASLACION LIBRE					

ANEXO 2

UN ÁNGULO A TENSIÓN

Dimensiones		Esfuerzos admisibles en													
		sección total		Esfuerzos admisibles descontando la sección correspondiente a 1 o 2 agujeros											
		Esfuerzos		Esfuerzos de 15.9 mm				Esfuerzos de 19 mm				Esfuerzos de 22.2 mm			
anchura	espesor	Esfuerzos		1 esp. de 19.0 mm		2 esp. de 19.0 mm		1 esp. de 22.2 mm		2 esp. de 22.2 mm		1 esp. de 25.4 mm		2 esp. de 25.4 mm	
mm	mm	sup. total	efuerzo	sup. resto	efuerzo	sup. resto	efuerzo	sup. resto	efuerzo	sup. resto	efuerzo	sup. resto	efuerzo	sup. resto	efuerzo
		cm ²	kg	cm ²	kg	cm ²	kg	cm ²	kg	cm ²	kg	cm ²	kg	cm ²	kg
152.4 x 152.4	25.40	70.97	89.777	66.14	83.667	61.31	77.557	65.32	82.630	59.67	75.483	64.52	81.618	58.07	73.459
	22.20	62.77	79.404	58.55	74.066	54.33	68.727	57.83	73.155	52.89	66.906	57.13	72.269	51.49	65.135
	19.00	54.45	68.879	50.84	64.313	47.23	59.746	50.22	63.528	45.99	58.177	49.62	62.769	44.79	56.659
	15.90	45.87	58.026	42.85	54.205	39.83	50.385	42.34	53.560	38.81	49.095	41.83	52.915	37.79	47.804
	12.70	37.10	46.932	34.69	43.883	32.28	40.834	34.28	43.364	31.46	39.797	33.87	42.846	30.64	38.760
	9.50	28.13	35.584	26.32	33.295	24.51	31.005	26.01	32.903	23.89	30.221	25.72	32.536	23.31	29.487
152.4 x 101.6	22.20	51.46	65.097	47.26	59.784	43.04	54.446	46.54	58.873	41.60	52.624	45.84	57.988	40.20	50.833
	19.00	44.65	56.482	41.61	52.637	37.55	47.501	40.54	51.283	36.31	45.932	39.94	50.524	35.11	44.414
	15.90	37.86	47.893	34.79	44.009	31.77	40.189	34.28	43.364	30.75	38.899	33.77	42.719	29.73	37.608
	12.70	30.65	38.772	28.24	35.724	25.83	32.675	27.83	35.205	25.01	31.638	27.42	34.686	24.19	30.600
	9.50	23.23	29.386	21.48	27.172	19.67	24.883	21.17	26.780	19.05	24.098	20.88	26.413	18.47	23.365
	7.90	19.44	24.592	17.94	22.694	16.44	20.797	17.68	22.365	15.92	20.139	17.43	22.049	15.42	19.506
127.0 x 127.0	19.00	44.77	56.634	41.16	52.067	37.55	47.501	40.54	51.283	36.31	45.932	39.94	50.524	35.11	44.414
	15.90	37.81	47.830	34.79	44.009	31.77	40.189	34.28	43.364	30.75	38.899	33.77	42.719	29.73	37.608
	12.70	30.65	38.772	28.24	35.724	25.83	32.675	27.83	35.205	25.01	31.638	27.42	34.686	24.19	30.600
	9.50	23.29	29.442	21.48	27.172	19.67	24.883	21.17	26.780	19.05	24.098	20.88	26.413	18.47	23.365
101.6 x 101.6	19.00	35.10	44.402	31.49	39.835	27.88	35.268	30.87	39.051	26.64	33.700	30.27	38.292	25.44	32.182
	15.90	29.74	37.621	26.72	33.801	23.70	29.981	26.21	33.156	22.68	28.690	25.70	32.511	21.46	27.400
	12.70	24.19	30.600	21.78	27.552	19.37	24.503	21.37	27.033	18.55	23.466	20.96	26.514	17.73	22.428
	9.50	18.15	22.960	16.64	21.050	14.83	18.760	16.33	20.657	14.21	17.976	16.04	20.291	13.63	17.242
	7.90	15.48	19.582	13.98	17.685	12.48	15.787	13.72	17.356	11.96	15.129	13.47	17.040	11.46	14.497
6.30	12.52	15.838	11.32	14.320	10.12	12.802	11.11	14.054	9.70	12.271	10.92	13.814	9.32	11.790	



UN ÁNGULO A TENSION

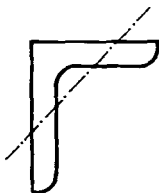
Dimensiones		Esfuerzos admisibles descontando la sección correspondiente a 1 o 2 espigas															
		Esfuerzos admisibles en sección total		Espigas de 12.7 mm				Espigas de 17 mm				Espigas de 22.2 mm					
				1 esp. de 12.7 mm		2 esp. de 12.7 mm		1 esp. de 17 mm		2 esp. de 17 mm		1 esp. de 22.2 mm		2 esp. de 22.2 mm			
espiga	espigas	Sup. total	Esfuerzo	Sup. esp.	Esfuerzo	Sup. total	Esfuerzo	Sup. esp.	Esfuerzo	Sup. total	Esfuerzo	Sup. esp.	Esfuerzo	Sup. total	Esfuerzo		
cm	mm	cm ²	kg	cm ²	kg	cm ²	kg	cm ²	kg	cm ²	kg	cm ²	kg	cm ²	kg		
101.6 x 76.2	19.00	3047	38.165	26.65	33.712	23.04	29.146	26.03	32.928	21.80	27.577	25.43	32.169	20.80	26.059		
	15.90	25.74	32.561	22.65	28.652	19.43	24.832	22.14	28.007	18.61	23.542	21.63	27.362	17.59	22.251		
	12.70	20.97	26.527	18.55	23.466	16.14	20.417	18.14	22.947	15.32	19.380	17.73	22.428	14.30	18.343		
	9.50	15.99	20.227	14.19	17.950	12.38	15.661	13.88	17.558	11.76	14.876	13.59	17.191	11.18	14.143		
	7.90	13.42	16.976	11.98	15.155	10.48	13.257	11.72	14.826	9.96	12.599	11.47	14.510	9.46	11.967		
	6.30	10.80	13.662	9.70	12.271	8.50	10.753	9.49	12.005	8.08	10.221	9.30	11.765	7.70	9.741		
76.2 x 76.2	15.90	21.48	27.425	18.66	23.605	15.64	19.785	18.15	22.960	14.62	18.494	17.44	22.315	13.60	17.204		
	12.70	17.74	22.441	15.33	19.392	12.92	16.344	14.92	18.874	12.10	15.307	14.51	18.355	11.28	14.269		
	9.50	13.61	17.217	11.80	14.927	9.99	12.637	11.49	14.535	9.37	11.853	11.20	14.168	8.79	11.119		
	7.90	11.48	14.522	9.98	12.625	8.48	10.727	9.72	12.296	7.96	10.069	9.47	11.980	7.46	9.437		
	6.30	9.29	11.752	8.09	10.234	6.89	8.718	7.88	9.968	6.47	8.185	7.69	9.728	6.09	7.704		
	63.5 x 63.5	9.50	11.16	14.117	9.35	11.828	7.54	9.538	9.04	11.436	6.92	8.754					
7.90		9.48	11.992	7.98	10.095	6.48	8.197	7.72	9.766	5.96	7.539						
6.30		7.68	9.715	6.48	8.197	5.28	6.679	6.27	7.932	4.86	6.148						
50.8 x 50.8	9.50	8.77	11.094	6.96	8.804	5.15	6.515										
	7.90	7.42	9.386	5.92	7.489	4.42	5.591										
	6.30	6.06	7.666	4.86	6.148	3.66	4.630										
44.4 x 44.4	7.90	6.39	8.083	4.89	6.186	3.39	4.288										
	6.30	5.20	6.578	4.00	5.060	2.80	3.542										
	4.80	4.03	5.098	3.12	3.947	2.21	2.796										

El esfuerzo al que hacen mención las tablas del anexo 2, se refiere al esfuerzo unitario permisible que resiste una barra.



UN ÁNGULO DE LADOS IGUALES EN COMPRESIÓN
ESFUERZOS ADMISIBLES EN KG EN DIFERENTES LARGOS

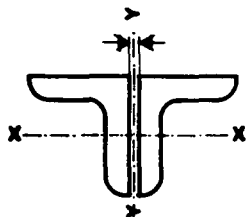
Dimensiones		LARGOS EN METROS															
anchura	espesor	4.00	4.25	4.50	4.75	5.00	5.25	5.50	5.75	6.00	6.25	6.50	6.75	7.00	7.25		
152.4 x 152.4	19.00		32.234	34.249	36.645	38.877	41.491	43.996	46.555	49.495	52.163	55.158	57.445	57.445	57.445	57.445	
	15.90	25.779	27.384	29.265	31.100	32.981	35.228	37.338	39.494	41.971	44.219	46.466	48.393	48.393	48.393	48.393	
	12.70	20.850	22.149	23.670	25.154	26.675	28.493	30.199	31.943	33.947	35.764	37.582	39.141	39.141	39.141	39.141	
	9.50	15.950	16.906	18.088	19.213	20.366	21.604	23.038	24.389	25.739	27.117	28.644	29.677	29.677	29.677	29.677	
127.0 x 127.0	19.00					26.728	28.787	31.026	33.398	35.906	38.816	41.547	44.276	46.964	47.232	47.232	
	15.90					22.573	24.312	26.202	28.206	30.324	32.781	35.088	37.394	39.663	39.890	39.890	
	12.70					18.421	19.861	21.547	23.202	24.949	26.757	28.627	30.497	32.336	32.336	32.336	
	9.50				13.205	14.207	15.395	16.373	17.631	18.958	20.332	21.752	23.174	24.571	24.571	24.571	
101.6 x 101.6	19.00								21.095	23.271	25.623	27.940	30.642	33.415	36.188	37.031	
	15.90								17.874	19.718	21.710	23.673	25.963	28.312	30.662	31.376	
	12.70								14.756	16.280	17.780	19.546	21.408	23.174	25.085	25.520	
	9.50							10.461	11.439	12.601	13.764	15.018	16.439	17.786	19.243	19.465	
	7.90							8.777	9.598	10.573	11.548	12.601	13.793	14.923	16.146	16.331	
	6.30							7.099	7.762	8.551	9.340	10.191	11.155	12.069	13.058	13.209	
76.2 x 76.2	15.90											13.333	15.133	17.257	19.447	21.702	
	12.70											11.070	12.560	14.227	16.019	17.864	
	9.50											8.493	9.636	10.915	12.290	13.705	
	7.90											6.452	7.324	8.254	9.345	10.504	11.629
6.30											5.544	6.252	7.033	7.887	8.733	9.634	
63.5 x 63.5	9.50													6.607	7.678	8.950	10.278
	7.90													5.612	6.522	7.603	8.731
	6.30													4.616	5.361	6.205	7.127



**UN ÁNGULO DE LADOS DESIGUALES EN COMPRESIÓN
ESFUERZOS ADMISIBLES EN KG EN DIFERENTES LARGOS**

Dimensiones		LARGOS EN METROS									
ancho mm	espesor mm	3.25	3.00	2.75	2.50	2.25	2.00	1.75	1.50	1.25	1.00
152.4 x 101.6	19.00	25.385	27.534	30.130	32.682	35.637	38.547	41.815	44.815	47.232	47.232
	15.90	21.438	23.253	25.446	27.601	30.097	32.554	35.315	37.848	39.890	39.890
	12.70	17.624	19.126	20.934	22.681	24.581	26.757	28.811	30.865	32.336	32.336
	9.50	13.485	14.649	16.024	17.374	18.818	20.332	22.032	23.593	24.571	24.571
	7.90	11.353	12.325	13.375	14.502	15.824	17.088	18.390	16.693	20.509	20.509
101.6 x 76.2	19.00					18.459	20.819	23.240	25.872	28.808	31.561
	15.90					15.659	17.661	19.715	21.948	24.438	26.774
	12.70					12.786	14.420	16.097	17.921	19.954	21.861
	9.50					9.760	11.008	12.288	13.680	15.232	16.688
	7.90					8.412	9.409	10.501	11.687	12.914	14.141
	6.30					6.802	7.608	8.491	9.450	10.442	11.434

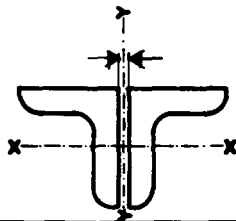
FALLA DE ORIGEN



**DOS ÁNGULOS DE LADOS IGUALES EN COMPRESIÓN
ESFUERZOS ADMISIBLES EN KG EN DIFERENTES LARGOS**

Dimensiones		LARGOS EN METROS												
ancho	espesor	7.00	6.75	6.50	6.25	6.00	5.75	5.50	5.25	5.00	4.75	4.50	4.25	4.00
152.4 x 152.4	19.00	61.202	63.598	65.993	69.043	71.656	74.379	77.755	80.586	83.635	87.338	90.496	94.416	97.683
	15.90	51.558	53.576	55.961	58.163	60.824	63.117	65.502	68.438	71.007	73.575	74.786	79.539	82.291
	12.70	42.368	43.926	45.663	47.711	49.566	51.421	53.350	55.724	57.802	59.954	62.551	64.777	67.003
	9.50	32.575	33.812	35.106	36.456	37.863	39.551	41.070	42.589	44.164	46.077	47.765	49.453	51.140
127.0 x 127.0	19.00							52.650	55.067	58.022	60.708	63.932	66.797	70.289
	15.90						42.877	45.145	47.187	44.380	52.027	54.371	57.244	59.815
	12.70						35.248	36.841	38.864	40.642	42.787	44.749	46.711	49.163
	9.50						27.203	28.414	29.718	31.348	32.746	34.236	36.053	37.637
101.6 x 101.6	19.00											39.803	42.190	45.139
	15.90											33.963	36.283	38.543
	12.70											28.254	29.996	31.834
	9.50											21.697	23.026	24.465
	7.90											18.328	19.474	20.681
	6.30										141.198	14.949	15.875	16.852

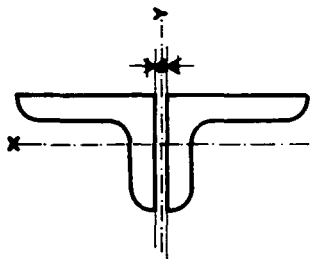
FALLA DE ORIGEN



**DOS ÁNGULOS DE LADOS IGUALES EN COMPRESIÓN
ESFUERZOS ADMISIBLES EN KG EN DIFERENTES LARGOS**

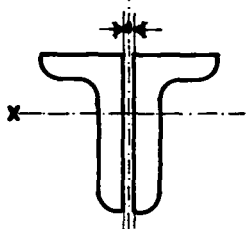
Dimensiones		LARGOS EN METROS											
ancho	espesor	3.75	3.00	2.25	1.50	2.75	2.00	1.25	0.50	1.75	1.00	0.25	0.00
152.4 x 152.4	19.00	101.059	104.980	108.356	111.623	114.890	114.890	114.890	114.890	114.890	114.890	114.890	114.890
	15.90	85.685	88.437	91.281	94.584	96.786	96.786	96.786	96.786	96.786	96.786	96.786	96.786
	12.70	69.746	71.974	74.274	76.500	78.281	78.281	78.281	78.281	78.281	78.281	78.281	78.281
	9.50	53.222	54.910	56.654	58.342	59.354	59.354	59.354	59.354	59.354	59.354	59.354	59.354
127.0 x 127.0	19.00	73.871	77.094	80.855	84.168	88.018	91.241	94.465	94.465	94.465	94.465	94.465	94.465
	15.90	62.840	65.563	68.739	71.537	74.788	77.511	79.779	79.779	79.779	79.779	79.779	79.779
	12.70	51.308	53.515	56.090	58.358	60.994	63.200	64.672	64.672	64.672	64.672	64.672	64.672
	9.50	39.267	41.223	42.900	44.624	46.627	48.303	49.142	49.142	49.142	49.142	49.142	49.142
101.6 x 101.6	19.00	47.947	50.825	53.914	57.494	60.863	64.233	67.673	71.534	74.061	74.061	74.061	74.061
	15.90	40.922	43.420	46.038	49.071	51.926	54.781	57.696	60.610	62.751	62.751	62.751	62.751
	12.70	33.769	35.801	37.978	40.204	42.526	44.897	47.219	49.590	51.041	51.041	51.041	51.041
	9.50	25.941	27.527	29.188	30.885	32.657	34.465	36.273	38.044	38.930	38.930	38.930	38.930
	7.90	21.920	23.251	24.644	26.099	27.585	29.102	30.619	32.106	32.663	32.663	32.663	32.663
	6.30	17.879	18.955	20.082	20.059	22.461	23.538	24.765	25.966	26.417	26.417	26.417	26.417
76.2 x 76.2	15.90			25.322	27.490	29.832	32.347	35.295	38.113	41.019	43.924	45.745	45.745
	12.70			21.182	11.991	24.942	27.036	29.271	31.613	33.990	36.154	37.431	37.431
	9.50		12.904	16.359	17.775	19.272	20.905	22.620	24.253	26.077	27.901	28.717	28.717
	7.90		10.609	14.006	15.222	16.393	17.771	19.218	20.733	22.133	23.672	24.223	24.223
	6.30			11.427	124.111	13.359	14.474	15.663	16.778	18.023	19.156	19.602	19.602
63.5 x 63.5	9.50					13.124	144.463	15.936	17.521	19.218	20.981	22.878	23.548
	7.90					11.319	12.381	13.632	14.997	16.438	17.936	19.434	20.003
	6.30					9.308	101.184	11.213	12.319	13.501	14.623	15.836	16.205
50.8 x 50.8	9.50							9.587	11.191	12.611	14.278	16.049	17.768
	7.90							8.474	9.542	10.833	12.154	13.668	15.122
	6.30							7.078	7.975	8.969	10.072	11.247	12.423
44.4 x 44.4	7.90								5.938	6.154	9.393	10.774	12.243
	6.30								6.791	7.810	8.892	10.088	

FALLA DE ORIGEN



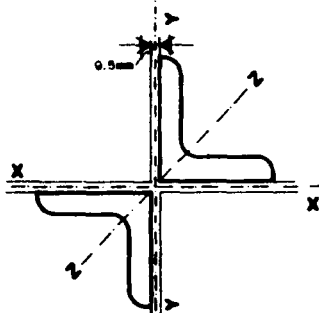
DOS ÁNGULOS DE LADOS DESIGUALES EN COMPRESIÓN
(LADO MAYOR HORIZONTAL)
ESFUERZOS ADMISIBLES EN KG EN DIFERENTES LARGOS

Dimensiones		LARGOS EN METROS													
ancho	espesor	4.25	4.00	3.75	3.50	3.25	3.00	2.75	2.50	2.25	2.00	1.75	1.50	1.25	1.00
152.4 x 101.6	19.00	50,321	53,814	57,574	61,604	65,812	69,752	74,408	79,243	84,168	89,092	93,990	94,465	94,465	94,465
	15.90	43,179	46,128	49,380	52,405	55,959	59,815	63,748	67,377	71,537	75,694	79,325	79,779	79,779	79,779
	12.70	35,493	38,006	40,642	43,094	46,036	48,795	52,044	54,986	58,358	61,729	64,672	64,672	64,672	64,672
	9.50	27,389	29,299	31,115	33,258	35,261	37,637	39,826	42,341	44,624	46,906	49,142	49,142	49,142	49,142
	7.90	23,017	24,650	26,166	27,955	29,627	31,415	33,476	35,342	37,247	39,385	41,018	41,018	41,018	41,018
101.6 x 76.2	19.00						36,130	39,520	43,211	47,145	51,318	55,376	59,854	63,849	63,849
	15.90						31,112	34,038	37,170	40,302	43,896	47,644	51,083	54,164	54,164
	12.70					23,936	25,990	28,212	30,811	33,368	36,345	39,153	42,213	44,226	44,226
	9.50					18,528	20,128	22,016	23,872	25,856	27,936	30,272	32,416	33,760	33,760
	7.90					15,852	17,200	18,683	20,247	21,945	23,698	25,504	27,310	28,443	28,443
	6.30					12,818	13,908	15,107	16,372	17,745	19,293	20,754	22,214	22,999	22,999



DOS ÁNGULOS DE LADOS DESIGUALES EN COMPRESIÓN
(RADO MAYOR VERTICAL)
ESFUERZOS ADMISIBLES EN KG EN DIFERENTES LARGOS

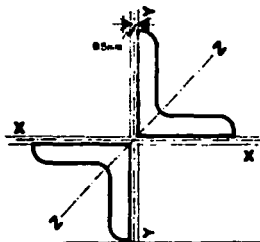
Dimensiones		LARGOS EN METROS											
anchura	espesor	4.35	4.80	5.25	5.80	6.25	6.80	7.25	7.80	8.25	8.80	9.25	9.80
mm	mm												
152.4 x 101.6	19.00	51,486	53,455	55,873	58,470	61,156	63,932	66,797	69,752	72,886	76,019	79,243	81,929
	15.90	42,498	44,463	46,506	48,624	50,892	53,161	55,581	58,076	60,647	63,294	66,016	68,739
	12.70		35,493	37,148	38,864	40,642	42,481	44,381	46,711	48,795	50,940	53,147	55,354
	9.50		26,597	27,808	29,299	30,650	32,047	33,491	34,982	36,563	38,149	40,105	41,782
	7.90		22,045	23,211	24,261	25,309	26,555	27,760	29,199	30,521	31,843	33,242	34,642
101.6 x 76.2	19.00						35,344	37,522	39,520	41,638	43,816	46,479	48,900
	15.90						29,315	30,855	32,755	34,552	36,657	38,556	40,616
	12.70						23,360	24,817	26,368	27,793	29,470	31,021	32,907
	9.50							18,528	19,680	20,736	22,016	23,360	24,576
	7.90							15,502	16,446	17,470	18,548	19,519	20,705
6.30							12,535	13,298	14,017	14,889	15,783	16,742	
152.4 x 101.6		3.25	3.80	4.25	4.80	5.25	5.80	6.25	6.80	7.25	7.80	8.25	8.80
	19.00	85,242	88,555	91,779	94,465	94,465	94,463	94,463	94,463	94,463	94,463	94,463	94,463
	15.90	71,537	74,334	77,057	79,779	79,779	79,779	79,779	79,779	79,779	79,779	79,779	79,779
	12.70	57,622	59,829	62,672	64,304	64,672	64,672	64,672	64,672	64,672	64,672	64,672	64,672
	9.50	43,506	45,183	46,906	48,583	49,142	49,142	49,142	49,142	49,142	49,142	49,142	49,142
7.90	36,314	37,714	39,152	40,552	41,018	41,018	41,018	41,018	41,018	41,018	41,018	41,018	
101.6 x 76.2	19.00	51,318	53,923	56,889	59,491	62,033	63,849	63,849	63,849	63,849	63,849	63,849	63,849
	15.90	42,972	45,128	47,644	49,800	52,007	54,164	54,164	54,164	54,164	54,164	54,164	54,164
	12.70	34,584	36,596	38,357	40,411	42,213	44,226	44,226	44,226	44,226	44,226	44,226	44,226
	9.50	26,048	27,552	28,896	30,664	32,032	33,376	33,376	33,376	33,376	33,376	33,376	33,376
	7.90	21,945	23,051	24,345	25,666	26,987	28,119	28,119	28,119	28,119	28,119	28,119	28,119
6.30	17,614	18,639	19,685	20,754	21,691	22,737	22,737	22,737	22,737	22,737	22,737	22,737	



DOS ÁNGULOS DE LADOS IGUALES EN ESTRELLA Y EN COMPRESIÓN
ESFUERZOS ADMISIBLES EN KG EN DIFERENTES LARGOS

LARGOS EN CM		LARGOS EN MILÍMETROS																		
anchura	altura	total	7.50	6.75	6.00	5.25	4.50	3.75	3.00	2.25	1.50	0.75	0.00	0.75	1.50	2.25	3.00	3.75	4.50	
152.4 x 152.4	25.40	141.94		101.345	105.036	108.158	111.423	115.539	118.804	123.042	126.469	129.875	134.275	137.682	141.230					
	22.20	125.54		90.263	93.653	96.415	99.302	102.817	105.830	108.843	112.609	115.622	118.761	122.527	125.646					
	19.00	108.90	76.557	78.844	81.784	84.289	86.684	89.843	92.456	95.070	97.683	101.059	103.673	106.286	109.642					
	15.90	91.74	65.502	67.429	69.447	71.465	74.126	76.236	78.438	80.639	83.392	85.685	87.887	90.180	92.382					
	12.70	74.70	60.770	62.328	63.960	65.667	67.374	69.525	71.306	73.087	75.313	76.723	78.949	80.804	82.585					
9.50	56.26	48.732	41.970	43.208	44.502	45.796	47.090	48.777	50.128	51.478	52.884	54.235	55.641	57.329						
127.0 x 127.0	19.00	89.54						62.947	65.344	68.229	70.824	73.333	76.019	78.706	81.929					
	15.90	75.62						53.993	55.959	58.074	60.647	62.840	65.109	63.377	69.644					
	12.70	61.30						44.381	46.036	47.753	49.530	51.308	53.147	54.986	56.886					
	9.50	46.58					32.979	34.236	35.494	36.845	38.149	39.546	40.944	42.341	43.506					
101.6 x 101.6	19.00	70.20												49.702	51.948	54.686				
	15.90	59.48												42.744	44.668	47.009				
	12.70	48.38												35.027	36.866	38.510				
	9.50	36.90												25.941	27.122	28.541	29.815			
	7.90	30.94												21.920	22.910	23.963	25.014			
	6.30	25.04												17.879	18.680	19.506	20.383			

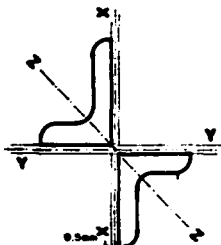
FALLA DE ORIGEN



**DOS ÁNGULOS DE LABOS IGUALES EN TRACCIÓN Y EN COMPRESIÓN
ESFUERZOS ADICIONALES EN MB EN ESFUERZOS LABROS**

Dimensiones		Espesor mm	Espesor mm	CARGAS EN METROS											
Labos	Labos			3.75	3.50	3.25	3.00	2.75	2.50	2.25	2.00	1.75	1.50	1.25	1.00
152.4 x 152.4	25.40	141.94	145.489	149.747	149.747	149.747	149.747	149.747	149.747	149.747	149.747	149.747	149.747	149.747	
	22.70	125.54	128.679	132.465	132.465	132.465	132.465	132.465	132.465	132.465	132.465	132.465	132.465	132.465	
	19.00	108.90	112.276	114.890	114.890	114.890	114.890	114.890	114.890	114.890	114.890	114.890	114.890	114.890	
	15.90	91.74	95.134	96.786	96.786	96.786	96.786	96.786	96.786	96.786	96.786	96.786	96.786	96.786	
	12.70	74.20	76.945	78.381	78.381	78.381	78.381	78.381	78.381	78.381	78.381	78.381	78.381	78.381	
9.50	54.26	58.679	59.354	59.354	59.354	59.354	59.354	59.354	59.354	59.354	59.354	59.354	59.354		
127.0 x 127.0	19.00	89.54	84.705	87.381	90.147	92.853	94.465	94.465	94.465	94.465	94.465	94.465	94.465	94.465	
	15.90	75.62	71.920	74.354	76.803	79.325	79.779	79.779	79.779	79.779	79.779	79.779	79.779	79.779	
	12.70	61.30	58.725	60.636	62.465	64.304	64.672	64.672	64.672	64.672	64.672	64.672	64.672	64.672	
	9.50	46.58	44.903	46.347	47.745	49.142	49.142	49.142	49.142	49.142	49.142	49.142	49.142	49.142	
101.6 x 101.6	19.00	70.20	57.494	60.021	62.949	65.547	68.515	71.536	74.061	74.061	74.061	74.061	74.061	74.061	
	15.90	59.48	48.714	51.569	53.710	56.288	58.449	60.947	62.751	62.751	62.751	62.751	62.751	62.751	
	12.70	48.38	40.494	42.226	43.977	46.028	47.848	49.880	51.841	51.841	51.841	51.841	51.841	51.841	
	9.50	34.90	31.107	32.657	33.985	35.350	36.937	38.265	39.938	39.938	39.938	39.938	39.938	39.938	
	7.90	30.94	26.385	27.480	28.514	29.845	30.991	32.104	32.663	32.663	32.663	32.663	32.663	32.663	
	6.30	25.04	21.239	22.311	23.237	24.139	25.045	26.117	26.417	26.417	26.417	26.417	26.417	26.417	
76.2 x 76.2	15.90	43.34			31.393	33.380	35.512	37.853	40.228	40.623	40.623	40.623	40.623	40.623	
	12.70	35.48			26.255	27.852	29.697	31.613	33.564	33.953	33.953	33.953	33.953	33.953	
	9.50	27.22			19.272	20.442	21.830	23.110	24.380	25.113	25.113	25.113	25.113	25.113	
	7.90	22.94			16.256	17.381	18.414	19.431	20.733	21.996	23.121	24.223	24.223	24.223	
6.30	18.98			13.309	14.158	15.013	15.886	16.889	17.880	18.822	19.802	19.802	19.802		
63.5 x 63.5	9.50	22.32				14.405	17.645	19.884	20.423	21.794	23.389	23.546	23.546	23.546	
	7.90	18.94				14.030	15.892	16.211	17.462	18.638	19.775	20.888	20.888	20.888	
	6.30	15.36				11.409	12.319	13.317	14.254	15.191	16.113	16.388	16.388	16.388	
50.8 x 50.8	9.50	17.54						12.301	13.664	14.997	16.389	17.873	18.388	18.388	
	7.90	14.84						10.670	11.738	12.846	14.039	15.211	15.654	15.654	
	6.30	12.12						8.888	9.738	10.683	11.666	12.683	12.787	12.787	
44.4 x 44.4	7.90	12.78						8.904	9.688	11.157	12.388	13.488	13.488	13.488	
	6.30	10.48						7.406	8.236	9.148	10.088	10.972	10.972	10.972	
	4.80	8.86						5.888	6.464	7.181	7.817	8.508	8.508	8.508	

FALLA DE ORIGEN



DOS ÁNGULOS DE LABOS DESIGUALES EN ESTRELLA Y EN COMPRESIÓN
ESFUERZOS ADMISIBLES EN KG EN DIFERENTES LABOS

LABOS EN ESTRELLA		LABOS EN COMPRESIÓN														
Ángulo	Labos	0.75	0.80	0.85	0.90	0.95	1.00	1.05	1.10	1.15	1.20	1.25	1.30	1.35	1.40	
75.4 = 101.6	25.40	116.12	86.788	88.483	93.128	97.192	101.373	106.290	110.546	115.539	119.778	123.987	128.387	122.507	122.307	
	22.20	102.96	75.161	79.073	82.574	86.178	90.507	94.308	98.018	102.045	106.152	108.623	108.623	108.623	108.623	
	19.00	89.54	65.264	68.167	71.811	75.682	78.706	81.929	85.779	89.892	92.316	94.685	94.685	94.685	94.685	
	15.80	75.62	55.581	58.096	60.667	63.748	66.670	69.192	72.044	75.262	78.640	79.779	79.779	79.779	79.779	
	12.70	61.30	43.094	45.056	47.078	49.530	51.674	53.883	56.457	58.725	60.994	63.580	64.672	64.672	64.672	
	9.30	44.58	32.744	34.226	36.053	37.697	39.267	41.273	42.988	44.624	46.627	48.388	49.148	49.148	49.148	49.148
	7.90	38.88	27.333	28.771	30.093	31.615	33.009	34.609	35.888	37.247	38.919	40.319	41.016	41.016	41.016	41.016
101.6 = 76.2	19.80	40.52					42.546	45.451	48.174	51.381	54.285	57.615	60.381	63.089	63.089	
	15.90	51.34					36.657	39.121	41.683	43.896	46.680	49.184	52.887	54.164	54.164	
	12.70	41.92					30.350	32.195	34.332	36.345	38.357	40.611	42.716	44.220	44.220	
	9.50	32.00					23.520	24.928	26.480	27.926	29.694	31.232	32.888	33.760	33.760	
	7.90	26.96					19.950	21.164	22.404	23.688	25.019	26.313	27.634	28.443	28.443	
	6.30	21.80					15.325	16.263	17.244	18.247	19.293	20.381	21.459	22.456	22.999	22.999

CONCLUSIONES

El papel que las armaduras planas desempeñan dentro de la Ingeniería Civil es importante, esto debido a su utilización para librar grandes claros mediante estructuras reticulares, con características tales como: bajo costo y rapidez en su construcción y colocación, livianas y con apariencia estética aceptable, comparadas con las estructuras que se obtendrían al utilizar vigas. Sus aplicaciones principales se hacen en puentes para vías de comunicación, en techumbres y en acabados estéticos y/o estructurales de diversas edificaciones (edificios, fábricas, bodegas, centros comerciales, estacionamientos, casas habitación, etc.).

Vistas las características de los materiales que comúnmente se han utilizado para la construcción de armaduras (madera y acero estructural), resulta ser el acero el material idóneo para ello, aunque actualmente se utiliza la madera y otros metales para armaduras de claros cortos y para acabados arquitectónicos.

Dentro del análisis de armaduras, desarrollar todos los métodos tanto para armaduras isostáticas como para hiperestáticas, hubiera implicado elaborar un texto de gran volumen, lo que lo haría aburrido para el lector; además, la mayoría de los métodos de análisis resultan ser complicados. Dado que el objetivo de este trabajo es el de iniciar al estudiante de ingeniería civil en el análisis y diseño de armaduras planas, se tomaron los métodos de análisis más usuales (nudos, secciones y flexibilidades), que aunque no son fáciles, se explican lo más claramente posible y se presentan ejemplos de ellos para su mejor comprensión.

Haciendo una comparación de los diferentes métodos de análisis, resulta que el de los nudos tiene su aplicación tanto en campo como en gabinete; es un método "frágil", es decir, algún error que se cometa al iniciar el análisis se acarreará hasta el final y es hasta entonces que se percibe.

El método de las secciones también tiene su aplicación en campo y en gabinete, es un método más rápido y seguro debido a que para conocer las reacciones en un nudo intermedio de la armadura, no es necesario conocer

las reacciones de los nudos anteriores y por los resultados vistos en los ejemplos de análisis, resulta ser más exacto que el de nudos.

Al adquirir cierta experiencia con el uso de los métodos anteriores, se puede optar por hacer combinaciones de ambos métodos al analizar una armadura, logrando buenos resultados.

La utilización de la tabla en el método de flexibilidades simplifica mucho el análisis haciendo el método entendible y práctico.

Los métodos gráficos sólo se pueden efectuar en gabinete y requieren poner especial atención en la escala que se va a usar, de lo contrario se obtendrán resultados poco confiables. Los métodos analíticos también son realizables en gabinete, esto debido a que presentan un mayor número de cálculos, lo que los hace complicados y tediosos.

Cabe hacer notar que actualmente en el análisis de estructuras y específicamente el de armaduras, se utilizan una gran variedad de programas informáticos, los cuales analizan y en algunos casos diseñan. El algoritmo sobre el cual se basan estos programas es el que se sigue en los métodos vistos anteriormente; estos programas simplifican el análisis, permitiendo hacer un gran número de éstos en poco tiempo y con resultados altamente confiables.

Se dan las bases para el diseño de armaduras, existiendo para ello los métodos elástico y plástico. En el primero el esfuerzo permisible del acero se afecta por un factor de reducción, mientras que las cargas se consideran al 100%; en el segundo son las cargas las que se afectan por un factor.

En este trabajo se siguió el método elástico para efectuar los ejemplos de diseño; resultando pertinente hacer las consideraciones siguientes: se mencionó que las estructuras deben de conservar cierta homogeneidad en su apariencia, es decir, las dimensiones de sus elementos deben ser lo más similar posible a pesar de que éstos se encuentren trabajando a distintos esfuerzos. Se habrá observado que algunos elementos (montantes y/o diagonales), que aunque no están trabajando, se diseñan con dimensiones similares a otros de su mismo tipo. También se habrá observado que no se tiene una gran

exactitud al momento del diseño, es decir, cuando se obtiene un área requerida por una barra trabajando a cierto esfuerzo, dicha área no corresponde exactamente a un perfil comercial, por lo que es necesario elegir aquél que más se aproxime por arriba a dicha área, esto ocasiona que ciertas barras resulten ser muy sobradas con respecto a otras que quedan muy cerca del área requerida; será la experiencia en el diseño de armaduras la que permita elegir el perfil o la combinación de estos que más se acerque a las solicitaciones de área dadas por el análisis.

BIBLIOGRAFIA

- Bowles, Joseph E. "Diseño de acero estructural"
Ed. LIMUSA, 1ª edición, México, D. F. 1984
- Beer, Ferdinand P. "Mecánica vectorial para ingenieros"
Ed. McGraw Hill, 5ª edición, México, D. F. 1990
- Instituto Mexicano de la Construcción en Acero, A. C.
"Manual de construcción en acero"
Ed. LIMUSA, 1ª edición, México, D. F. 1987
- Instituto de Ingeniería de la UNAM
"Diseño y construcción de estructuras metálicas"
Ed. Instituto de Ingeniería de la UNAM, 1ª edición, México, D. F.:
- Luthe García, Rodolfo. "Análisis estructural"
Ed. Representaciones y Servicios de Ingeniería S. A.,
1ª edición, México, D. F. 1987
- Marshall, W T. "Estructuras"
Ed. Representaciones y servicios de ingeniería, S. A., 2ª edición,
México, D. F.
- McCormac, Jack C. "Diseño de estructuras metálicas"
Ed. Alfaomega, 1ª edición, México, D. F. ;
- McCormac, Jack C. "Análisis estructural"
Ed. Harla, 3ª edición, México, D. F.
- Merritt, Federick S. "Manual del Ingeniero Civil"
Ed. McGraw Hill, 3ª edición, México, D. F. 1991
- Murrieta Necochea, Antonio. "Aplicaciones de la estática"
Ed. LIMUSA, 1ª edición, México, D. F. 1978

- **Olivera López, Alfonso. "Análisis de estructuras"**
Ed. CECSA, 1ª edición, México, D. F. 1986
- **Rodríguez Peña, Delfino. "Diseño práctico de estructuras de acero"**
Ed. LIMUSA, 2ª edición, México, D. F. 1994
- **Ruelas, Rodolfo "Apuntes de análisis estructural"**
Ed. Difusión y publicaciones de la ENEP Aragón UNAM,
1ª edición, Estado de México, 1988
- **Tuma, Jan J. "Análisis estructural (teoría y práctica)"**
Ed. McGraw Hill, 1ª edición, México, D. F.