

03090

1
2ej

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO
Unidad Académica de los Ciclos Profesional
y de Posgrado del Colegio de Ciencias
y Humanidades

"EL EFECTO FUJIWHARA EN EL
MOVIMIENTO DE UN PAR DE
VORTICES CICLONICOS"

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE

MAESTRO EN CIENCIAS
(FISICA DE LA ATMOSFERA)
(Aguas Subterranas)

P R E S E N T A :

RICARDO PRIETO GONZALEZ

DIRECTOR DE TESIS: DR. JULIAN ADEM CHAHIN

MEXICO, D. F.

SEPTIEMBRE DE 1995

FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

RESUMEN

Se aplica una solución en serie de la ecuación de vorticidad barotrópica no divergente en un plano f , al estudio de la interacción de dos vórtices atmosféricos de la escala de ciclones tropicales. A partir de la función de corriente inicial, la cual es simétrica respecto al eje norte-sur, se pronostica su evolución durante 36 horas, graficando los campos de función de corriente y vorticidad relativa a intervalos de 6 horas.

Por medio del análisis de la trayectoria de los vórtices, se observó que este experimento sigue el modelo clásico de Fujiwhara, consistente en una orbitación en sentido ciclónico y una atracción mutua de los sistemas.

Durante la simulación, los ciclones adquirieron una forma más compacta y simétrica que la condición inicial y se intensificó la velocidad del fluido cerca del centro de cada vórtice. En el campo de vorticidad relativa se observó la formación de un núcleo principal de vorticidad, que tiende a volverse más simétrico segregando regiones de vorticidad alta, generando estructuras semejantes a las bandas nubosas de ciclones reales.

Este trabajo abre una amplia gama de posibilidades para la aplicación de la solución en serie de la ecuación de vorticidad barotrópica no divergente, por ejemplo, para la interacción binaria de ciclones en un plano beta.

AGRADECIMIENTOS

Quiero agradecer a todas aquellas personas que en alguna forma hicieron posible la realización de esta tesis, y muy especialmente al Dr. Julián Adem Chahin.

También quiero expresar mi agradecimiento al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (Registro No. 85923) por el apoyo económico otorgado durante mis estudios de maestría, así como al Sistema Nacional de Investigadores.

INDICE

	Pág.
INTRODUCCION	1
CAPITULO I	
EL EFECTO FUJIWHARA	6
1.1 Observaciones	6
1.2 Experimentos	12
CAPITULO II	
ECUACION DE VORTICIDAD	17
2.1 Ecuación de continuidad	17
2.2 Ecuaciones de movimiento	19
2.2.1 Fuerza debida al gradiente de presión.	20
2.2.2 Fuerza gravitacional	20
2.2.3 Fuerzas aparentes	20
2.2.4 La fuerza de fricción	22
2.2.5 Ecuaciones de movimiento	22
2.3 Ecuación de vorticidad	23

CAPITULO III	
SOLUCION EN SERIE DE LA ECUACION DE VORTICIDAD	26
3.1 Solución en serie para la ecuación de vorticidad barotrópica no divergente	27
3.2 Solución de una ecuación de Poisson	28
3.3 Aplicación de la solución al caso de dos vórtices barotrópicos	29
CAPITULO IV	
INTERACCION BINARIA DE CICLONES TROPICALES EN UN PLANO f	32
4.1 Valores de los parámetros	32
4.2 Simulación	34
CONCLUSIONES	48
REFERENCIAS	51

INTRODUCCION

De mayo a noviembre en el hemisferio norte, y de diciembre a mayo en el sur, tienen lugar en la atmósfera terrestre algunos de los fenómenos naturales más impresionantes: los ciclones tropicales. Estos sistemas meteorológicos se desarrollan sobre las tibias aguas de los océanos tropicales, nutriéndose de vapor de agua que converge hacia ellos desde sus alrededores.

Los huracanes son ciclones tropicales con vientos máximos sostenidos mayores a los 64 nudos (118.5 km/hr), y están asociados con lluvias abundantes. Uno de los registros más altos de la velocidad del viento máximo sostenido en un huracán es de 317 km/hr en el huracán Inez de 1966, mientras que las rachas máximas han llegado hasta los 360 km/hr.

Se pueden definir tres etapas en el ciclo de vida de un huracán: su origen está marcado por un patrón de nubes aparentemente desorganizado, a menudo asociado con una perturbación ondulatoria en los vientos alisios. En la etapa madura se presenta una fuerte componente rotacional en su circulación, manifestándose una simetría radial y el patrón nuboso se organiza alrededor de un centro de baja presión. En la etapa decadente la circulación se debilita, su tamaño se expande y su simetría desaparece.

Los efectos provocados por un ciclón tropical maduro tienen dos contrapartes: una positiva ya que proveen de la lluvia, muchas veces esencial, para buena parte de las tierras que cruzan; y otra que da a los ciclones severos el carácter de uno de los desastres naturales más destructivos, capaces de desaparecer poblaciones costeras y de matar a una gran cantidad de personas.

Considerando el enorme efecto sobre las vidas humanas que tienen los ciclones tropicales en varias partes del mundo, se ha dedicado una gran cantidad de esfuerzo al estudio de los mismos. El mayor objetivo práctico en la investigación de este tipo de tormentas es el de mejorar la predicción de su trayectoria e intensidad, ya que una cantidad significativa de los daños y pérdidas puede ser evitada si se toman a tiempo las medidas pertinentes.

El movimiento de los ciclones tropicales resulta, principalmente, debido a que las tormentas están sumergidas en una región de aire en movimiento de escalas mayores, conocida como "corriente conductora" (steering current), que tiende a mover la circulación de los niveles bajos y altos y la convección de cumulonimbus en la dirección de dicho flujo (Adem y Lezama, 1959; Anthes, 1982). El ciclón por sí mismo es parte del flujo de gran escala, por lo cual es difícil definir apropiadamente la corriente conductora. La trayectoria del ciclón está también influenciada por la interacción con otros sistemas meteorológicos y/o con los continentes, así como por el " β drift" o efecto β .

Un tipo de interacción especialmente estudiada es aquella en donde coexisten dos ciclones tropicales, también conocida como "Efecto Fujiwhara", llamado así en honor de Sakuhei Fujiwhara. En una serie de trabajos clásicos, Fujiwhara (1921, 1923, 1931) reportó experimentos de laboratorio en tanques de agua, mostrando que dos vórtices con el mismo sentido de rotación colocados en proximidad uno del otro, tienden a acercarse hacia el centro del sistema ("centroide"), en una órbita espiral que tiene el mismo sentido de rotación de los vórtices originales. El resultado final es la fusión de los vórtices produciendo un nuevo vórtice que es más grande y más intenso que cada uno de los vórtices originales. Contrariamente, observó que vórtices con sentido de rotación opuesto se repelen. Fujiwhara también cita "leyes" empíricas de T. Okada, las que indican que los anticiclones atmosféricos tienden a repeler a los ciclones y que los ciclones tienden a atraerse entre sí.

La interacción binaria de dos ciclones tropicales es un fenómeno relativamente fácil de observar y que conlleva una dificultad extra al intentar pronosticar sus trayectorias. Por ejemplo, Brand (1970) y Jarrel et al. (1978) encontraron incrementos significativos en los errores de pronóstico cuando dos o más ciclones tropicales estaban presentes.

Dong y Neumann (1983) definieron una "interacción binaria" como la coexistencia de dos ciclones tropicales (nombrados) por lo menos durante 48 horas, presentando una aproximación entre sus centros de por lo menos 1334 km y manteniendo intensidad de tormenta tropical. El criterio de separación fue basado en el estudio de Brand (1970), quien

mostró que la interacción mutua domina cuando las tormentas se aproximan dentro de esa distancia. Brand también notó que la interacción mutua comienza repentinamente.

Lander y Holland (1993) dividieron las fases de interacción de dos ciclones en: aproximación y captura, orbitación mutua, liberación y escape, o fusión.

Varios autores (Falkovich et al. 1995; Griffiths y Hopfinger, 1987, entre otros) hacen referencia al hecho de que existe una distancia crítica (r_c) entre dos vórtices, donde la interacción termina ya sea en fusión o en liberación y escape; es decir, esa distancia representa una bifurcación.

Chang (1983) en una serie de experimentos numéricos sobre el efecto Fujiwhara, concluyó que la variación del parámetro de Coriolis (efecto β) adiciona un movimiento hacia el noroeste a la trayectoria de los vórtices y que, dependiendo de su intensidad relativa y localización, el efecto β puede acelerar el proceso de fusión o separación de los ciclones tropicales.

La interacción de dos vórtices de distinta intensidad y/o tamaño puede dar como resultado que uno de los vórtices conserve su identidad, mientras que el otro es arrastrado alrededor del primero en una trayectoria espiral, formando parte de las bandas espirales exteriores al vórtice (Ritchie y Holland, 1993; Guinn y Schubert, 1993).

El efecto Fujiwhara también ha sido estudiado en los océanos. En un experimento de interpolación dinámica en la Corriente de California realizado por Robinson et al. (1986), se ejemplifica la unión de dos remolinos oceánicos de meso-escala, formando un solo vórtice.

Por otro lado, Masina y Pinardi (1991) realizaron una serie de experimentos numéricos en un plano β , sobre la unión de dos vórtices que simulan la estructura horizontal de los anillos de la Corriente del Golfo; sus resultados mostraron que la fusión de los vórtices tiene mucha sensibilidad respecto a las condiciones iniciales y a los parámetros del modelo, y que el efecto β altera apreciablemente el desarrollo de las bandas espirales de los vórtices.

Este trabajo tiene por objeto estudiar el efecto Fujiwhara en un par de ciclones tropicales; con este fin se presenta una síntesis del estado actual del conocimiento en la materia, incluyendo la revisión de casos reales bien documentados, así como de simulaciones computacionales y trabajos de laboratorio. Se realiza la simulación del movimiento de un par de vórtices ciclónicos próximos entre sí e inicialmente en reposo (sin flujo ambiental), para lo que se utiliza la solución en serie desarrollada por Adem (1956) para la ecuación de vorticidad barotrópica no divergente en un plano f .

CAPITULO I

EL EFECTO FUJIWHARA

Este capítulo tiene por objeto presentar una visión general del conocimiento que se tiene actualmente sobre el efecto Fujiwhara y está dividido en dos secciones: observaciones y experimentos.

1.1 Observaciones

Jarrell et al. (1978) encontraron que los errores en el pronóstico de la trayectoria de ciclones tropicales sobre el Pacífico del noroeste están relacionados con diversos factores, como por ejemplo: 1) el movimiento del ciclón (las tormentas que se mueven hacia el oeste, antes de recurvar, son más fáciles de predecir); 2) la intensidad de la tormenta (las tormentas débiles son más difíciles de predecir); 3) el número de tormentas cercanas que ocurren simultáneamente (la ocurrencia de tormentas simultáneas dificulta el pronóstico); 4) la latitud promedio en la que se encuentra el ciclón (tormentas de latitudes altas interactúan más fuertemente con ondas en los vientos del oeste); y 5) el error en la posición inicial.

Uno de los factores mencionados se refiere a la presencia de dos ciclones tropicales espacialmente próximos entre sí, los llamados "sistemas binarios" (figura 1). De acuerdo a Dong y Neumann (1983), los ciclones tropicales binarios son considerablemente más comunes en el Pacífico del Noroeste que en el Atlántico del norte. Para el periodo de 1946 a 1981, el promedio anual de interacciones binarias fue de 1.5 sobre el Pacífico del noroeste, y de 0.33 sobre el Atlántico. La mayor frecuencia sobre el

Pacífico del noroeste es parcialmente atribuible al mayor número de ciclones tropicales sobre esa área (25 por año comparado con 10 por año en el Atlántico).

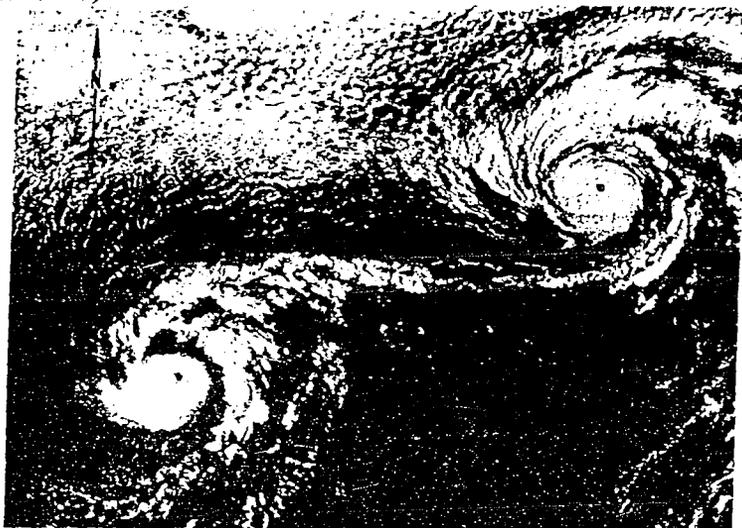


Figura 1. Imagen de satélite de los ciclones tropicales Ione (13.8°N , 142.2°W) y Kirsten (16.5°N , 131.2°W), en el extremo superior derecho), a las 1749 UTC del 24 de agosto de 1974. (Hsu, 1988).

Dong y Neumann encontraron que, de un total de 43 sistemas binarios, 69.8% de ellos tuvieron un movimiento orbital relativo con sentido ciclónico y con una velocidad de rotación que variaba inversamente con la distancia de separación. En alrededor del 60% de los casos reportaron un acercamiento entre las tormentas con una distancia inicial de separación menor a los 8° de latitud (900 km). Sin embargo, también encontraron algunos sistemas binarios que no seguían el modelo

clásico de Fujiwhara; algunos ciclones orbitaron anticiclónicamente, aún encontrándose a distancias relativamente cercanas, y muchos ciclones no se aproximaban entre sí. Estos últimos casos los atribuyeron al efecto dominante de la circulación externa al sistema binario.

El ejemplo más conocido del efecto Fujiwhara en dos ciclones tropicales es el de Kathy y Marie, acontecido en agosto de 1964 en el Pacífico del noroeste (figs. 2 y 3a). Sin embargo, la mayoría de ciclones que interactúan se desvían considerablemente del modelo idealizado. Lander y Holland (1993) estudiaron diez pares de ciclones tropicales cuyas trayectorias, movimiento relativo a su centroide, variaciones en su velocidad orbital y distancia de separación se grafican en la figura 3. Lander y Holland, basados en los diez casos mencionados, describieron las fases de interacción de un sistema binario en: aproximación y captura, orbitación mutua, liberación y escape, o fusión; las cuales se esquematizan en la figura 4. Aquellos ciclones cuyas circulaciones no se traslaparon, se aproximan directamente bajo la influencia de las circulaciones ambientales. La captura ocurre rápidamente, a veces en unas cuantas horas, y es marcada por un cambio brusco en el movimiento relativo al centroide. Entonces se presenta un período de orbitación ciclónica relativamente estable; durante este tiempo los ciclones tienden a aproximarse entre sí, aunque en varios casos permanecen a una distancia relativamente constante. El movimiento orbital a menudo fluctúa y estas fluctuaciones las atribuyeron a las influencias externas.

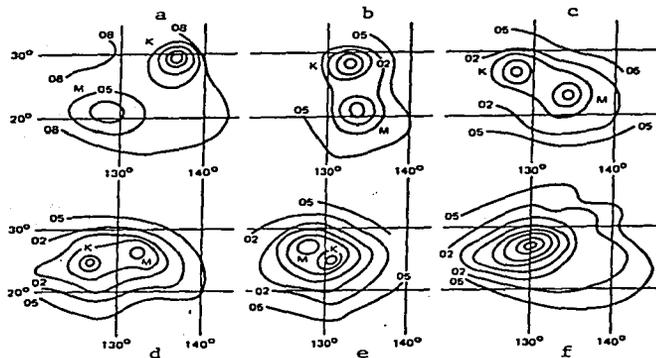


Figura 2. Análisis de superficie isobáricas para las 0000 UTC del 15 al 20 de septiembre de 1964, mostrando la rotación y fusión de los tifones Kathy (K) y Marie (M). Las isobaras están graficadas cada 3 mb. (Chang, 1983).

La interacción binaria puede terminar con la desaparición de uno de los ciclones (por ejemplo, por movimiento sobre tierra), por la fusión de ambos ciclones, o por escape. La unión no sigue el clásico modelo de fusión en el centroide, más bien uno de los ciclones tiende a perder su fuerza convectiva y es arrastrado por la circulación del otro. Cuando el escape ocurre, éste es tan rápido como la captura, y los ciclones divergen a una velocidad mayor que la ocurrida durante la aproximación original.

En otro estudio, Holland y Lander (1993) presentan evidencia observacional de la interacción de un ciclón tropical con sistemas convectivos de menor escala desarrollados dentro de la circulación ciclónica los cuales, mientras son arrastrados, provocan ondulaciones o "meandros" en la trayectoria del ciclón. Esto nos da una idea acerca de la variedad de interacciones potenciales entre sistemas meteorológicos, para las cuales hay estudios y teorías particulares.

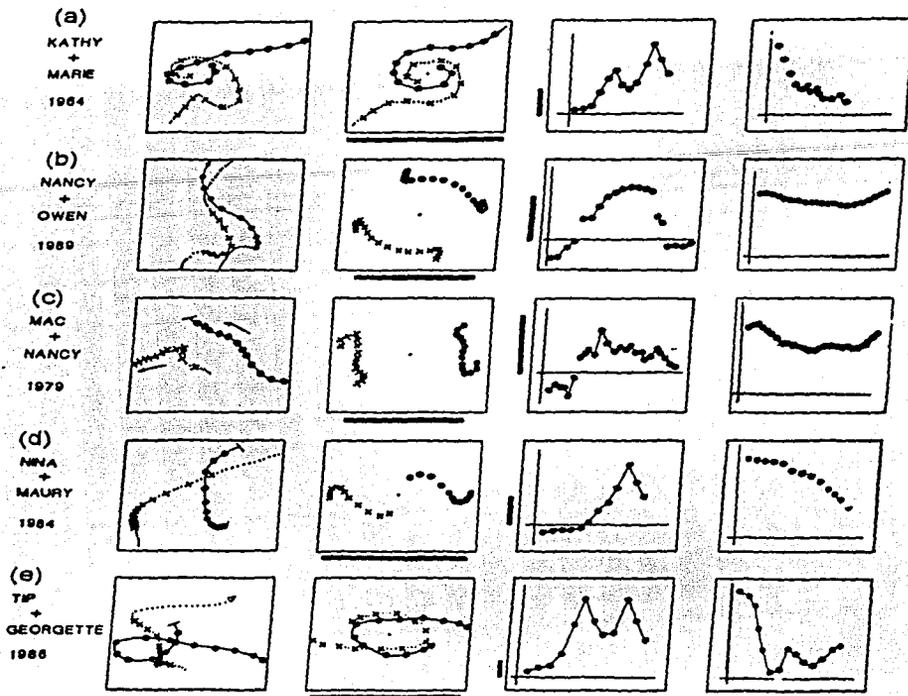


Figura 3. Ejemplo de la interacción binaria de diez pares de ciclones tropicales en el Pacífico del noroeste. De izquierda a derecha se presentan: el nombre de los ciclones y el año en que ocurrieron; las trayectorias de los ciclones; las trayectorias relativas al centroide, la razón de cambio con respecto al tiempo del movimiento orbital; y la distancia de separación entre los centros con respecto al tiempo. Cada punto representa un intervalo de tiempo de 6 horas y la escala es diferente con objeto de resaltar rasgos relevantes. Las barras horizontales se aplican a las gráficas de trayectorias (en ambos ejes) y representan 1000 km, mientras que las barras verticales se aplican a la gráfica de movimiento orbital y representan un grado de rotación por hora. (Lander y Holland, 1993).

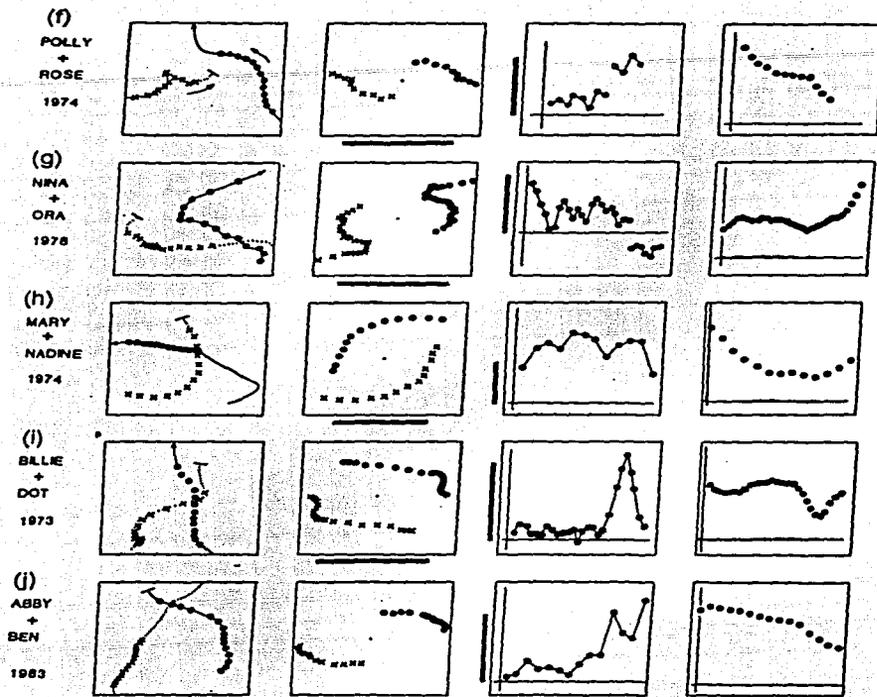


Figura 3. Continuación.

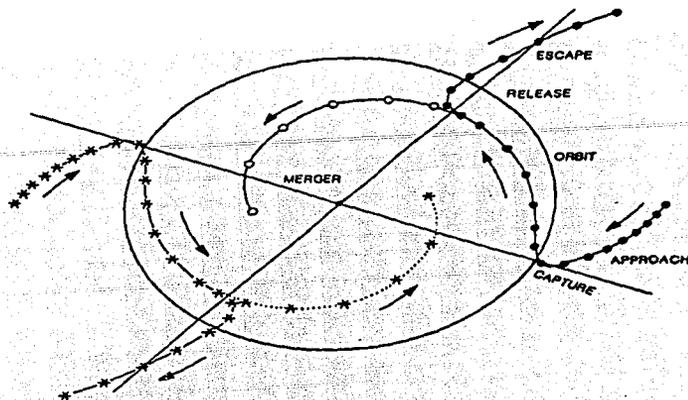


Figura 4. Modelo de la interacción binaria de dos vórtices de meso-escala, conteniendo los elementos principales de la aproximación y captura, la orbitación mutua, y la liberación y escape, o fusión. (Lander y Holland, 1993).

1.2 Experimentos

En esta sección se reseñan brevemente algunos de los experimentos numéricos o de laboratorio relacionados con la evolución de dos vórtices, señalando los resultados y conclusiones más relevantes.

Griffiths y Hopfinger (1987) diseñaron un aparato en el cual estudiaron el movimiento de dos vórtices con el mismo sentido de rotación, generados por fuentes o sumideros de agua. El dispositivo experimental constaba de un tanque circular de 1 m de diámetro, 45 cm de profundidad

y un eje de rotación central. Sobre el tanque, en un marco de referencia en rotación, estaban montadas cámaras de 35 mm, de cine y de video, las cuales registraban los patrones de circulación marcados por inyecciones de tinta. Los experimentos mostraron que un par de vórtices con el mismo sentido de rotación se fusionaban, formando un solo vórtice, siempre y cuando la separación entre los vórtices iniciales fuese menor que cierta "distancia crítica" (r_c). La distancia crítica de separación medida para dos vórtices barotrópicos idénticos y escalada por el radio R de uno de los vórtices, fue de $r_c / R = 3.3 \pm 0.2$.

Griffiths y Hopfinger (1987) también reportaron que, si los dos vórtices iniciales eran idénticos, el vórtice resultado de la fusión presentaba dos espirales de fluido entrelazadas, y que cada una de estas espirales contenía agua de uno de los vórtices originales. Si los vórtices iniciales eran diferentes, el agua del vórtice más débil se envolvía alrededor del núcleo del vórtice más intenso.

Desde otro punto de vista y con el incremento del poder de cómputo a lo largo de las últimas décadas, se han realizado algunas simulaciones numéricas de la evolución de dos vórtices aislados.

Melander et al. (1987), basados en un estudio analítico-numérico de las ecuaciones de Euler en dos dimensiones, analizaron la fusión de dos vórtices asimétricos, encontrando que uno de los vórtices tiende a dominar. Llamaron a un vórtice dominante, o "victorioso", cuando en el vórtice resultado de la fusión existe una región abierta en la que se encuentra el centroide de vorticidad y que es ocupada enteramente por partículas del

vórtice dominante. Si esa región no existe, se dice que los vórtices tienen la misma fuerza efectiva.

En otro trabajo, Melander et al. (1988) simularon la evolución de pares de vórtices inicialmente circulares e iguales. Sus resultados coinciden con las observaciones en el sentido de que el fenómeno de fusión ocurre si los vórtices originales están suficientemente cercanos entre sí, y mencionan que la distancia crítica de fusión depende de la forma de la distribución inicial de vorticidad.

Se han realizado experimentos similares pero con vórtices que simulan ciclones tropicales. Por ejemplo, Chang (1983) estudió la interacción binaria de ciclones tropicales con un modelo barotrópico no divergente y un modelo tridimensional de ciclones tropicales, mostrando que el movimiento relativo de los vórtices depende de la distancia de separación y de la distribución del viento en el ciclón. En sus experimentos de vórtices barotrópicos no divergentes no encontró atracción mutua entre los sistemas, mientras que con el modelo tridimensional observó rotación ciclónica y atracción de los vórtices. Chang señala que la variación del parámetro de Coriolis (efecto β) tiene una influencia importante sobre las trayectorias de las tormentas. El efecto β provocó un movimiento hacia el noroeste y una fusión más rápida de dos ciclones tropicales de igual intensidad, comparado con el mismo experimento en un plano f . En este estudio también se indica que el efecto β puede provocar divergencia en una interacción binaria, cuando el vórtice inicialmente localizado al oeste es más intenso.

Holland y Dietachmayer (1993) investigaron el efecto Fujiwhara en ciclones tropicales con ayuda de un modelo de agua somera (shallow-water model) encontrando que, al comenzar la interacción, la distorsión del campo de vorticidad exterior a cada vórtice ocasiona un cambio de la advección del flujo, provocando un acercamiento o retroceso dependiendo de la forma del campo de vorticidad. Cuando los ciclones se aproximan dentro de una distancia crítica, la interacción termina en la fusión en un solo sistema frecuentemente rodeado por una maraña de filamentos de vorticidad (bandas espirales). De sus experimentos concluyeron que dos ciclones tropicales se deben aproximar por lo menos 300 km para que el mecanismo de fusión se presente y, una vez que éste comienza, las circulaciones externas tienen poca influencia sobre el mismo.

Falkovich et al. (1995) aplicaron un modelo acoplado de atmósfera-océano al estudio del movimiento de ciclones tropicales binarios, encontrando que el impacto de la interacción ciclón-océano es mayor en un caso binario que para un solo ciclón. El debilitamiento de un ciclón puede ser provocado por el enfriamiento de la superficie oceánica al mezclarse aguas profundas y superficiales debido a los vientos del ciclón mismo. Este efecto se incrementa con la presencia de un sistema binario, lo cual provoca un descenso en la intensidad de los ciclones y, por lo tanto, cambios en su movimiento e interacción.

En varias de las gráficas presentadas en algunos de los trabajos arriba referidos, se pueden notar claramente la presencia de bandas espirales. Guinn y Schubert (1993) argumentan que las bandas espirales interiores de los huracanes son debidas a dos mecanismos:

1) La circulación del huracán arrastra horizontalmente las regiones de vorticidad relativamente alta que se encuentran a su alrededor.

2) Cuando un ciclón tropical se intensifica, el campo de vorticidad tiende a una simetría circular, con los valores máximos de vorticidad en el centro del ciclón. El gradiente radial de vorticidad es un medio en el cual se pueden propagar "ondas de vorticidad"; el rompimiento no lineal de estas ondas provoca una distorsión irreversible de los contornos de vorticidad y un flujo de vorticidad en dirección contraria al gradiente (de vorticidad). Al continuarse sucesivamente este proceso, hay una propagación horizontal de vorticidad, generando las bandas espirales.

Obviamente la presente tesis no pretende confirmar o refutar todas y cada una de las observaciones o resultados mencionados en este capítulo, pero sirva el mismo como punto de referencia para conocer las principales corrientes científicas y la actualidad de las investigaciones relacionadas con el efecto Fujiwhara.

CAPITULO II

ECUACION DE VORTICIDAD

Con objeto de simular el movimiento de un par de vórtices de la escala de ciclones tropicales, en este trabajo se utiliza la ecuación barotrópica de vorticidad, la cual representa el modelo de un fluido homogéneo, incompresible, confinado entre fronteras horizontales y sin fricción. Definitivamente la atmósfera no cumple con estas condiciones. Sin embargo, esta aproximación está justificada observacionalmente a un nivel de alrededor de 500 mb (troposfera media), en el cual la ecuación de vorticidad sirve como una ecuación de pronóstico para movimientos de escala sinóptica, siendo un caso particular de éstos los relacionados con los ciclones tropicales.

En las siguientes secciones se presenta la forma matemática de las consideraciones mencionadas en el párrafo anterior, con las que se deducirá la ecuación que da nombre a este capítulo.

2.1 Ecuación de continuidad

La ecuación de continuidad es una ecuación hidrodinámica que expresa el principio de la conservación de la masa en un fluido. Esta

ecuación establece que el flujo neto de masa por unidad de tiempo dentro de un volumen unitario, es igual al cambio local de la densidad del fluido.

Considérese un sistema de coordenadas sobre la superficie terrestre, con el eje x dirigido hacia el este, el eje y dirigido hacia el norte, y el eje z en la dirección vertical (ver figura 5). Las velocidades correspondientes serán: $\frac{dx}{dt} = u$, $\frac{dy}{dt} = v$, $\frac{dz}{dt} = w$; donde t representa al tiempo. Suponiendo que la densidad ρ del fluido atmosférico es una función de x , y , z y t , entonces la representación matemática de la ecuación de continuidad es (Hsu 1988, pág. 30):

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = -\frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (2.1)$$

o, usando la expresión de la derivada material $\frac{d}{dt} \equiv \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} + w \frac{\partial}{\partial z}$

$$-\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \quad (2.2)$$

Para un fluido incompresible esta ecuación se reduce a:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (2.3)$$

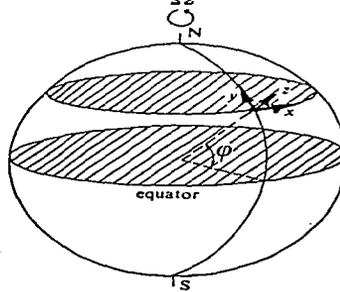


Figura 5. Sistema de coordenadas sobre la superficie terrestre.

2.2 Ecuaciones de movimiento

Las ecuaciones de movimiento son un conjunto de ecuaciones hidrodinámicas que representan la aplicación de la segunda ley de Newton; establecen que la razón de cambio de momento de un cuerpo con respecto al tiempo, es igual a la suma vectorial de todas las fuerzas actuantes sobre ese cuerpo:

$$\frac{d}{dt}(m\vec{v}) = \Sigma \vec{F}, \quad (2.4)$$

donde m es la masa del cuerpo, $\vec{v} = (u, v, w)$ es su velocidad, t es el tiempo, \vec{F} es la fuerza y Σ indica suma.

En la atmósfera existen varias fuerzas actuantes que deben ser consideradas en el término del lado derecho de la ecuación (2.4). Estas fuerzas son: la fuerza debida al gradiente de presión, la fuerza gravitacional, la fuerza de Coriolis, la fuerza centrífuga y la fuerza de fricción. En Meteorología es conveniente usar "fuerzas específicas", esto

es, la fuerza por unidad de masa, y entonces se tendrá que la ecuación (2.4) se convierte en:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \sum \frac{\vec{F}}{m} . \quad (2.5)$$

2.2.1 Fuerza debida al gradiente de presión

Esta fuerza es, como su nombre lo indica, causada por un gradiente de presión ∇p , y está dirigida de altas hacia bajas presiones. Esta fuerza se denotará como \vec{P} y su expresión matemática es:

$$\vec{P} = -\frac{1}{\rho} \nabla p . \quad (2.6)$$

2.2.2 Fuerza gravitacional

La fuerza gravitacional acelera objetos y masas de aire directamente hacia el centro de la Tierra, esta fuerza se denotará por \vec{g}^* .

2.2.3 Fuerzas aparentes

El sistema de referencia que se está considerando (fig. 5) es uno sobre la superficie de la Tierra, la cual rota a una velocidad angular

constante $\bar{\Omega}$, por lo tanto este sistema no es inercial y fuerzas aparentes se originan, las cuales deben ser consideradas por un observador que participa en el movimiento de rotación. Este es el origen de la fuerza de Coriolis y la fuerza centrífuga.

La fuerza de Coriolis por unidad de masa \bar{C} , ha sido derivada formalmente, por ejemplo en Houghton (1986), en donde se consideran movimientos de escala sinóptica, en los cuales las velocidades verticales son mucho más pequeñas que las velocidades horizontales. Matemáticamente, las componentes horizontales de \bar{C} son $(2\bar{\Omega}v) \text{ sen } \varphi$ debida al movimiento hacia el norte, y $(-2\bar{\Omega}u) \text{ sen } \varphi$ debida al movimiento hacia el este, donde $\bar{\Omega}$ es la magnitud de la velocidad angular de la Tierra, φ es la latitud, u y v representan las componentes de la velocidad hacia el este y norte respectivamente. Comúnmente a

$$f = 2 \bar{\Omega} \text{ sen } \varphi, \quad (2.7)$$

se le llama **parámetro de Coriolis**. Por lo tanto, la fuerza de Coriolis por unidad de masa en la dirección x es fv , y en la dirección y , $-fu$. Nótese que la fuerza de Coriolis actúa como una "fuerza deflectora", normal a la velocidad, hacia la derecha del movimiento en el hemisferio norte, y hacia la izquierda en el hemisferio sur.

Por otra parte, la expresión matemática de la aceleración centrífuga es $-\bar{\Omega} \times (\bar{\Omega} \times \bar{r})$, la cual se suma a la aceleración gravitacional obteniendo así la "aceleración de la gravedad", \bar{g} . Un análisis más detallado de lo que son las fuerzas aparentes en un marco de referencia sobre la superficie terrestre se describe, por ejemplo, en Prieto (1993).

2.2.4 La fuerza de fricción

La fuerza de fricción por unidad de masa (\bar{F}_f), es debida a la fuerza mecánica de resistencia ofrecida por un medio o cuerpo hacia el movimiento relativo de otro medio o cuerpo en contacto con el primero.

En el caso de la atmósfera y para movimientos de escala sinóptica lejanos de la superficie terrestre, las fuerzas de fricción son pequeñas en comparación con la fuerza debida al gradiente de presión y la fuerza de Coriolis. Por simplicidad y en primera aproximación, la fuerza de fricción será despreciada ($\bar{F}_f = 0$).

El término de fricción se vuelve importante en niveles cercanos a la superficie y, para el caso en estudio, cuando un ciclón tropical entra al continente.

2.2.5 Ecuaciones de movimiento

Con base en la ecuación (2.5) y de acuerdo a las fuerzas que se están considerando, la ecuación de movimiento es:

$$\frac{d\bar{v}}{dt} = \bar{P} + \bar{C} + \bar{F}_f + \bar{g}, \quad (2.8)$$

que, expresada en sus componentes x (este), y (norte) y z (vertical), es:

$$\frac{du}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + fv, \quad (2.9)$$

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - fu, \quad (2.10)$$

$$\frac{dw}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g. \quad (2.11)$$

En la atmósfera las aceleraciones verticales del viento $\frac{dw}{dt}$ son pequeñas comparadas con la aceleración de la gravedad y la debida al gradiente de presión; por lo tanto, si se desprecia el término $\frac{dw}{dt}$, se tendrá una "atmósfera hidrostática"; entonces la ecuación (2.11) se reduce a la ecuación hidrostática.

2.3 Ecuación de vorticidad

La ecuación empleada en lo que resta de esta tesis es la ecuación de vorticidad, la cual se aplica a una atmósfera barotrópica que se supone homogénea, de densidad uniforme y en la cual se ignoran los movimientos verticales ($w=0$). Estas condiciones convierten a las ecuaciones (2.9), (2.10) y (2.3) en las ecuaciones que definen lo que es llamado flujo barotrópico no divergente:

$$\frac{dv}{dt} + fv = -\frac{\partial\phi}{\partial y} \quad (2.12)$$

$$\frac{du}{dt} - fv = -\frac{\partial\phi}{\partial x} \quad (2.13)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2.14)$$

donde $\phi \equiv \frac{p}{\rho}$ es conocido como geopotencial.

Como el flujo es no divergente en el plano horizontal, se puede introducir una "función de corriente" ψ , tal que la ecuación (2.14) se satisfaga automáticamente, es decir:

$$u = -\frac{\partial\psi}{\partial y} \quad (2.15)$$

$$v = \frac{\partial\psi}{\partial x} \quad (2.16)$$

A continuación se considerará la aproximación de plano f , que consiste en suponer constante al parámetro de Coriolis: $f=f_0$. Diferenciando (2.12) con respecto a x y (2.13) con respecto a y y restando, se obtiene la ecuación (2.17), la cual contiene sólo a la función de corriente como variable dependiente:

$$\nabla^2 \psi_t = J(\nabla^2 \psi, \psi), \quad (2.17)$$

donde el subíndice indica derivada parcial respecto a la variable, ∇^2 es el operador de Laplace bidimensional, y J es el jacobiano:

$$J(\nabla^2 \psi, \psi) = \psi_y (\nabla^2 \psi)_x - \psi_x (\nabla^2 \psi)_y. \quad (2.18)$$

La ecuación (2,17) sirve como una ecuación de pronóstico para movimientos de escala sinóptica, a un nivel atmosférico de alrededor de 500 mb.

La función de corriente ψ está relacionada con la componente vertical de la vorticidad relativa, $\zeta = \hat{\mathbf{k}} \cdot (\nabla \times \vec{v})$, por medio de la ecuación:

$$\nabla^2 \psi = \zeta. \quad (2.19)$$

Las regiones de alta vorticidad relativa positiva (negativa) se desarrollan en asociación con tormentas ciclónicas en el hemisferio norte (sur), por lo que la distribución de vorticidad relativa es una buena herramienta para el análisis meteorológico.

CAPITULO III

SOLUCION EN SERIE DE LA ECUACION DE VORTICIDAD

En este capítulo se expone la técnica desarrollada por Adem (1956), por medio de la cual una ecuación de pronóstico o sistema de ecuaciones pueden ser integradas, y se aplica al caso específico de la ecuación de vorticidad barotrópica no divergente.

La solución obtenida por este método es una solución en serie de Taylor que tiene como variable al tiempo y puede ser particularmente útil cuando se quieran obtener soluciones analíticas aproximadas. Con este método es posible comprender la influencia de los distintos parámetros involucrados en el pronóstico.

La solución en serie aquí presentada, tiene una orientación especial hacia el estudio de vórtices atmosféricos.

3.1 Solución en serie para la ecuación de vorticidad barotrópica no divergente.

Dando la función de corriente ψ en $t=0$ y condiciones de frontera para la derivada ψ_t , se puede calcular ψ_t resolviendo la ecuación de vorticidad barotrópica no divergente (2.17).

Diferenciando la relación (2.17) con respecto a t , se obtiene

$$\nabla^2 \psi_{tt} = J(\nabla^2 \psi_t, \psi) + J(\nabla^2 \psi, \psi_t), \quad (3.1)$$

en donde ψ_t puede ser calculada de (2.17). Nótese que la ecuación (3.1) tiene la misma forma que la ecuación (2.17) en su derivada mayor respecto al tiempo.

Similarmente, por diferenciación sucesiva respecto a t , se pueden obtener las ecuaciones que dan las derivadas de orden mayor

$$\nabla^2 \psi_{ttt} = J(\nabla^2 \psi_{tt}, \psi) + 2J(\nabla^2 \psi_t, \psi_t) + J(\nabla^2 \psi, \psi_{tt}), \quad (3.2)$$

$$\begin{aligned} \nabla^2 \psi_{tttt} = & J(\nabla^2 \psi_{ttt}, \psi) + 3J(\nabla^2 \psi_{tt}, \psi_t) + 3J(\nabla^2 \psi_t, \psi_{tt}) \\ & + J(\nabla^2 \psi, \psi_{ttt}). \end{aligned} \quad (3.3)$$

Por lo tanto se tiene la posibilidad de obtener una solución en serie para la ecuación de vorticidad resolviendo las ecuaciones (2.17), (3.1),

(3.2), (3.3),... las cuales son todas del mismo tipo en su derivada mayor respecto al tiempo.

La solución se obtiene como una serie de Taylor:

$$\Psi = \psi \Big|_{t=0} + \psi_t \Big|_{t=0} t + (1/2!) \psi_{tt} \Big|_{t=0} t^2 + (1/3!) \psi_{ttt} \Big|_{t=0} t^3 + \dots, \quad (3.4)$$

donde ψ es la función de corriente al tiempo inicial $t_0 = 0$, y Ψ es la función de corriente al tiempo t . Este desarrollo es con el objeto de considerar funciones de corriente que hagan que la serie converja con pocos términos.

3.2 Solución de una ecuación de Poisson

En esta sección se presenta una solución de una ecuación del tipo

$$\nabla^2 z = F(x, y), \quad (3.5)$$

donde $F(x,y)$ es función de las variables x, y . Se comenzará por derivar una solución de esta ecuación, de forma tal que sea de utilidad en la obtención de soluciones analíticas para las ecuaciones (2.17), (3.1), (3.2), (3.3).

Escribiendo la ecuación (3.5) en coordenadas polares (r, Θ) y considerando que la función $F(x,y)$ puede ser expresada como una suma de términos del tipo $F_1(r)\text{sen}(n\Theta)$ y $F_2(r)\text{cos}(n\Theta)$, donde n es un entero, entonces se tendrá una ecuación del tipo:

$$\nabla^2 z = F_n(r) \begin{Bmatrix} \text{cos}(n\Theta) \\ \text{sen}(n\Theta) \end{Bmatrix} \quad (3.6)$$

Una solución a esta ecuación es:

$$z = \left[(r^{2n}/2n) \int r^{-n+1} F_n(r) dr - (r^{-2n}/2n) \int r^{n+1} F_n(r) dr \right] \begin{Bmatrix} \text{cos}(n\Theta) \\ \text{sen}(n\Theta) \end{Bmatrix}, \quad (3.7)$$

lo cual puede ser comprobado por sustitución directa en la ecuación (3.6).

3.3 Aplicación de la solución al caso de dos vórtices barotrópicos

Con el fin de aplicar la solución en serie descrita al caso en estudio, a continuación se propone una función de corriente escrita en forma de serie de Fourier, que representa a dos vórtices ciclónicos de igual tamaño y simétricos respecto al eje norte-sur que pasa por $r = 0$:

$$\begin{aligned} \psi(r, \theta) &= \psi_0 (r/r_0)^2 [1 - (r/r_0)^5]^4 \cos^2 \Theta, & r < r_0 \\ \psi(r, \theta) &= 0, & r \geq r_0. \end{aligned} \quad (3.8)$$

Esta función de corriente representa el movimiento horizontal de dos vórtices sumergidos en una región que no tiene flujo ambiental ($r \geq r_0$); cuando $\psi_0 < 0$ los vórtices tiene rotación ciclónica, y cuando $\psi_0 > 0$ rotación anticiclónica. La función (3.8) fue escogida así porque ella y sus primeras tres derivadas son continuas en r_0 ; esta función de corriente no intenta reproducir ninguna condición inicial real de interacción binaria de ciclones tropicales, y debe ser considerada como un caso idealizado.

El valor de ψ_0 es una función del parámetro r_0 y de la velocidad máxima del viento ($v_{\text{máx}}$) en cada vórtice; por ejemplo, para $t=0$, $v_{\text{máx}} = (\psi_r)_{\text{máx}} \Big|_{\Theta=0}$.

Sustituyendo la ecuación (3.8) en la (3.4) se obtiene:

$$\begin{aligned} \Psi/\psi_0 &= (\psi/\psi_0) + (\psi_0/r_0^2) G_1(r/r_0, \Theta) t + \\ & \quad (\psi_0/r_0^2)^2 G_2(r/r_0, \Theta) t^2/2! + \\ & \quad (\psi_0/r_0^2)^3 G_3(r/r_0, \Theta) t^3/3! + \dots, \end{aligned} \quad (3.9)$$

esta solución también puede escribirse como:

$$\begin{aligned} \Psi/\psi_0 &= (\psi/\psi_0) + G_1^*(r/r_0, \Theta) \tau + G_2^*(r/r_0, \Theta) \tau^2 + \\ & \quad G_3^*(r/r_0, \Theta) \tau^3 + \dots, \end{aligned} \quad (3.10)$$

donde $G_1, G_1^*, G_2, G_2^*, \dots$, son funciones de las variables $(r/r_o, \Theta)$ y dependen directamente de la función inicial, y $\tau \equiv (\psi_o/r_o^2)t$ es un tiempo adimensional.

Nótese en la ecuación (3.10) que si el tiempo adimensional τ es menor a la unidad, las potencias τ^m con $m > 1$ serán menores que τ , y dependiendo del comportamiento de las funciones G_1^*, G_2^*, \dots , la solución en serie (3.10) podrá ser truncada con relativamente pocos términos.

La solución (3.10) expresa el comportamiento de los vórtices como función de la máxima velocidad del viento y del radio r_o , y puede ser utilizada para estudios comparativos de vórtices variando estos parámetros.

CAPITULO IV

INTERACCION BINARIA DE CICLONES TROPICALES EN UN PLANO f

Con base en la solución en serie de la ecuación de vorticidad barotrópica no divergente, en este capítulo se simula y analiza el movimiento de dos ciclones tropicales en un plano f. La función de corriente expresada en la ecuación (3.8) representa la condición inicial ($t_0=0$) del experimento, a partir de la cual se calcula su evolución en el tiempo.

4.1 Valores de los parámetros

La función de corriente dada por la ecuación (3.8)

$$\begin{aligned} \psi(r, \Theta) &= \psi_0 (r/r_0)^2 - [1 - (r/r_0)^2]^4 \cos^2 \Theta, & r < r_0 \\ \psi(r, \Theta) &= 0, & r \geq r_0, \end{aligned} \quad (4.1)$$

define la forma inicial de los vórtices, la cual es caracterizada por dos parámetros: ψ_0 y r_0 .

r_0 representa el radio inicial de influencia del flujo relacionado con el sistema binario. La ecuación (4.1) indica que en la región $r \geq r_0$ el flujo ambiental inicial es nulo.

La velocidad del viento tangencial en cada vórtice está relacionada con el parámetro ψ_0 . En este caso, para $t=0$, la velocidad máxima está dada por $v_{\max} = (\psi_r)_{\max} \Big|_{\Theta=0}$, lo que claramente indica que es proporcional a ψ_0 .

Escogiendo a $r_0 = 2 \times 10^6$ m como valor representativo del tamaño de la región de interacción de un par de ciclones tropicales, y $v_{\max} = 20$ m/s como una velocidad máxima razonable, la constante ψ_0 tendrá el valor numérico de:

$$\psi_0 = -3.15 \times 10^7 \text{ m}^2/\text{s}.$$

A partir de estos valores numéricos y recordando la expresión matemática del tiempo adimensional $\tau \equiv (\psi_0/r_0^2)t$, es posible calcular el tiempo de pronóstico t_p , para el cual el valor de τ es menor que la unidad:

$$t_p = 126,984 \text{ s} = 35.27 \text{ hr}.$$

Esto significa que se podrá pronosticar la evolución del sistema hasta 35 horas con relativamente pocos términos de la solución en serie.

También pueden ser considerados como parámetros los exponentes de la componente radial de la función de corriente (4.1), la variación los mismos cambia la distribución del viento en los vórtices.

4.2 Simulación

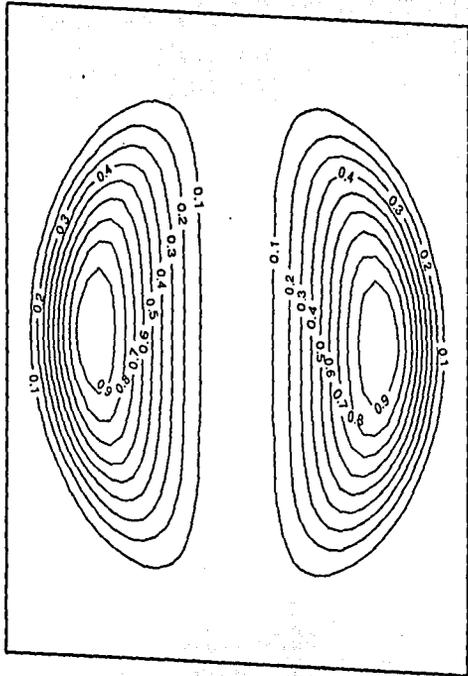
Sustituyendo la función de corriente (4.1) en la ecuación de vorticidad (2.17) y usando la ecuación (3.7) para invertir el operador de Laplace, se calculó la función Ψ_r . Continuando con la metodología descrita en el Capítulo III, se calcularon también las funciones Ψ_{rr} y Ψ_{rrr} . Las tres derivadas parciales obtenidas (Ψ_r , Ψ_{rr} y Ψ_{rrr}) fueron incorporadas a la ecuación (3.4), calculando la función $\Psi(r, \Theta, t)$ cortada hasta el término en t^3 .

La figura 6 muestra la función de corriente normalizada $\Psi(r, \Theta, t)/\Psi_{mín}$ ($\Psi_{mín} = -2.6 \times 10^6 \text{ m}^2/\text{s}$) graficada a intervalos de 6 horas desde la condición inicial ($t=0$), hasta $t=36$ hr. En la figura 6a está graficada la distribución inicial normalizada ($t=0$), donde se distinguen dos vórtices simétricos respecto al eje norte-sur que pasa por el origen de coordenadas en el centro de la figura.

En el pronóstico a 6 hr (figura 6b) se presenta una redistribución de la función de corriente, con una rotación ciclónica (aproximadamente de 9°) del eje de simetría norte-sur. En los pronósticos a 12, 18, 24, 30 y 36 horas (figuras 6c a 6g respectivamente) esta rotación ciclónica se hace más evidente, alcanzando los 44° en $t=36$ hr. Al analizar la secuencia de la figura 6 también se observa un efecto de atracción entre los vórtices; la redistribución sucesiva de las isolíneas en la figura 6 tiende a hacer a los ciclones más compactos y simétricos y, al mismo tiempo, indica una intensificación de la velocidad del fluido cerca del centro de cada vórtice. A partir de la figura 6e ($t=24$ hr) se comienza a notar una deformación de

las isolíneas más exteriores de cada ciclón; la deformación más pronunciada, localizada en los bordes de la gráfica, es una consecuencia de la forma funcional de la condición inicial (ecuación 4.1); los otros dos "picos" son manifestaciones, en el campo de función de corriente, de las bandas espirales de los ciclones tropicales, esto último será discutido con más detalle al analizar la figura 7.

a) $t = 0$



b) $t = 6 \text{ hr}$

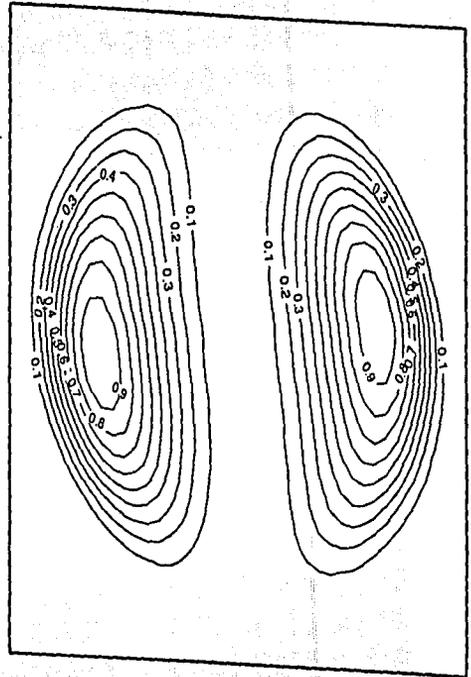
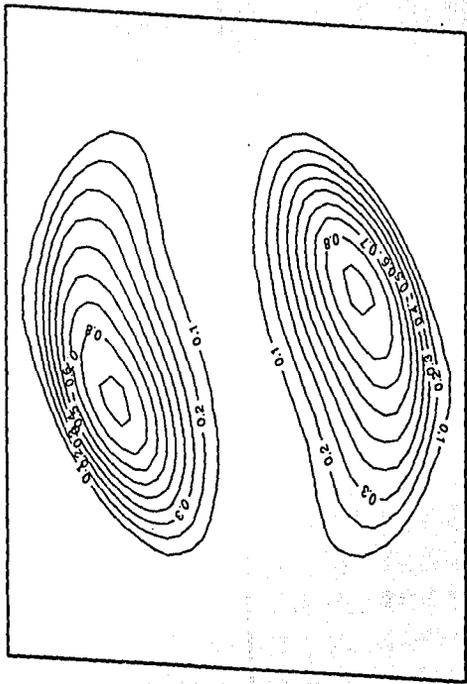
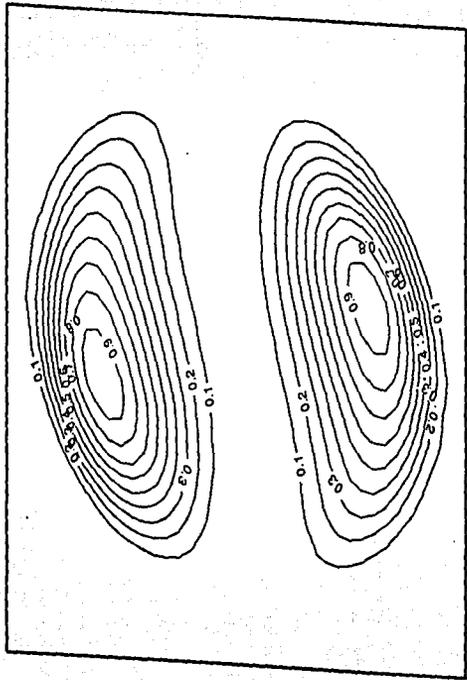


Figura 6.- Evolución de las isolíneas de la función de corriente normalizada (Ψ/ψ_{\min} , donde $\psi_{\min} = -2.6 \times 10^6 \text{ m}^2/\text{s}$), evaluadas al tiempo indicado. La escala es:  600 km

Figura 6.- Continuación.

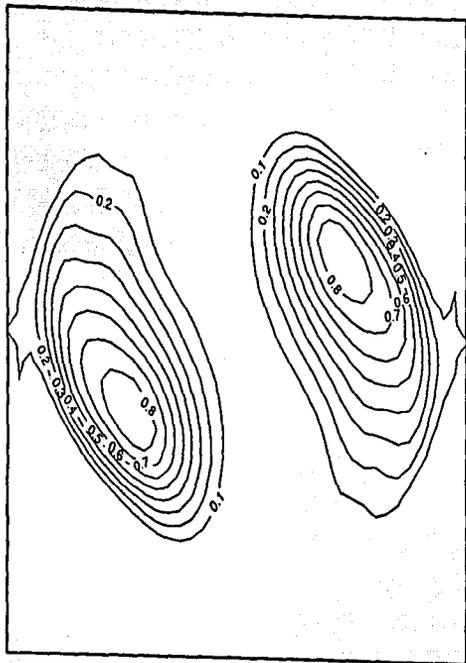


d) $t = 18$ hr



c) $t = 12$ hr

e) $t = 24$ hr



f) $t = 30$ hr

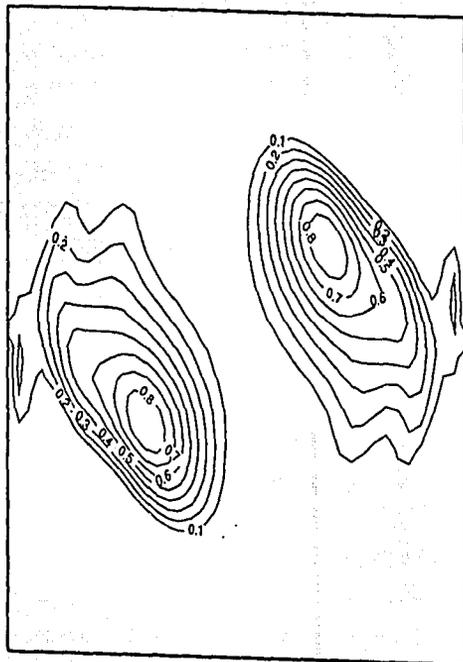


Figura 6.- Continuación.

e) $t = 36$ hr

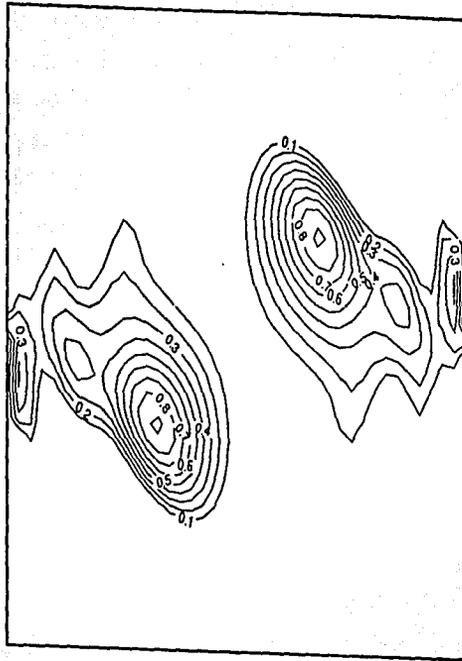


Figura 6.- Continuación.

La figura 7 es análoga a la figura 6, excepto que la variable graficada es la vorticidad relativa ($\zeta = \nabla^2\psi$) que, evidentemente, es una función espacialmente menos suave que la función de corriente. El campo de vorticidad inicial (fig. 7a) es simétrico respecto al eje norte-sur, y nuevamente es evidente el efecto de rotación ciclónica de este eje con el paso del tiempo (figs. 7b-7g); también es clara la atracción entre los ciclones y la intensificación de cada uno de ellos.

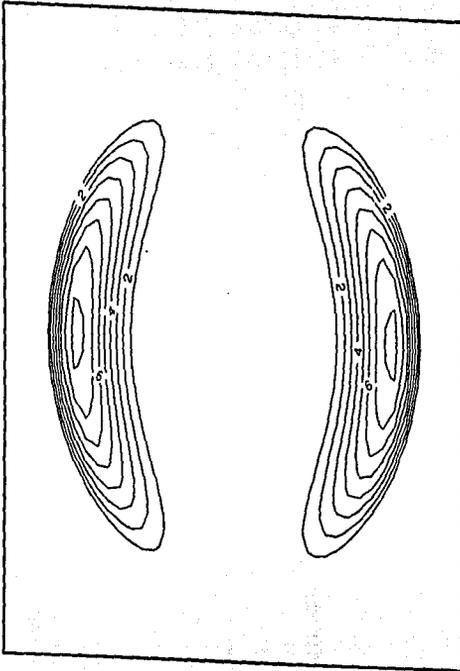
Se observa que el máximo de vorticidad en el ciclón de la derecha (izquierda) se traslada hacia su extremo norte (sur), siguiendo la rotación de los sistemas. A partir de $t=18$ hr, se nota la formación de un núcleo principal de vorticidad, el cual tiende a volverse más simétrico segregando regiones de vorticidad alta, hasta que en $t=36$ hr se han separado completamente. Este efecto concuerda con el análisis descrito por Guinn y Schubert (1993) relativo a que un vórtice posee un "mecanismo de restauración" que se opone a las desviaciones en su simetría, el cual es conocido por los meteorólogos como el "mecanismo de restauración de Rossby". Aunque este mecanismo se refiere a vórtices individuales, es notable su presencia en este experimento, lo que indica que su efecto es más poderoso que las asimetrías provocadas por la circulación del ciclón vecino.

Las regiones de vorticidad alta segregadas coinciden con los picos de las isolíneas más externas de la función de corriente, mientras que una región de vorticidad alta (no segregada) formada en los extremos de la gráfica es, como ya se mencionó, una consecuencia de la forma funcional de la condición inicial.

Es interesante observar la similitud que existe entre la figura 7f y la figura 1, sobre todo en el rasgo correspondiente a las bandas nubosas del ciclón tropical y su aparente analogía con la vorticidad segregada. Siguiendo la discusión de Guinn y Schubert, es razonable esperar que el flujo que organiza bandas de vorticidad puede también organizar otros campos, como la convección, en las mismas bandas.

A partir de estos resultados, se hace indispensable la realización de más experimentos sobre el efecto Fujiwhara con el método de solución en serie, sobre todo el estudio de casos reales, con el fin de evaluar de una manera precisa los alcances del método.

a) $t = 0$



b) $t = 6 \text{ hr}$

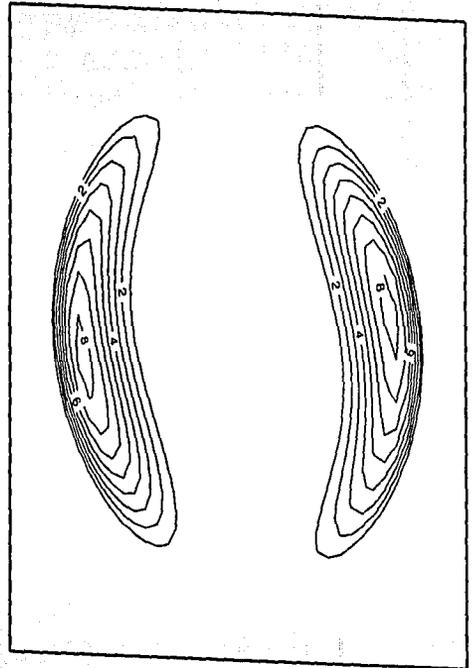
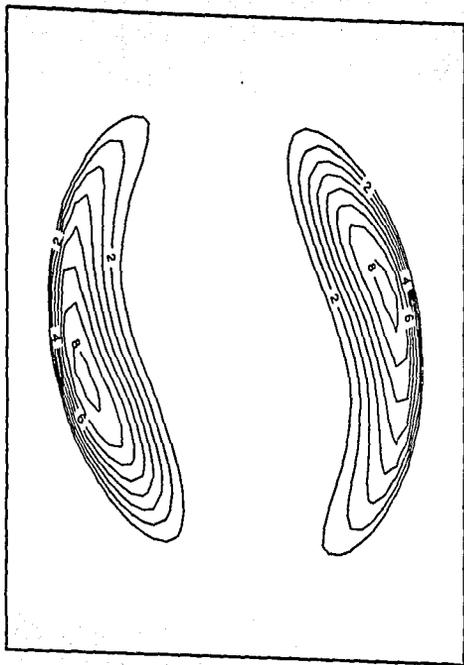


Figura 7.- Evolución de las isóneas de vorticidad relativa evaluadas al tiempo indicado. El intervalo entre cada isónea es de $1 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$. La escala es: 

c) $t = 12$ hr



d) $t = 18$ hr

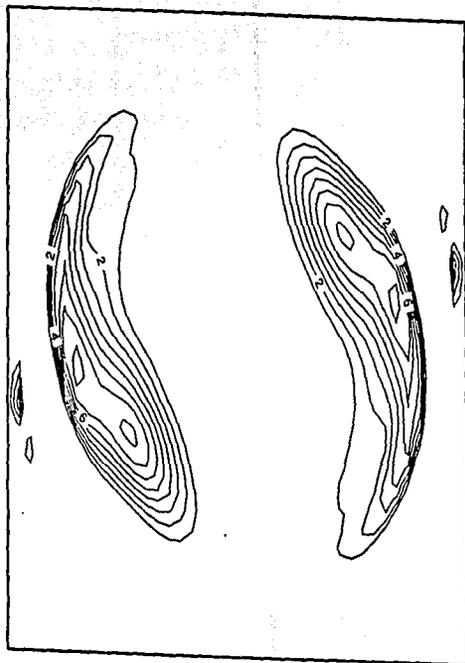
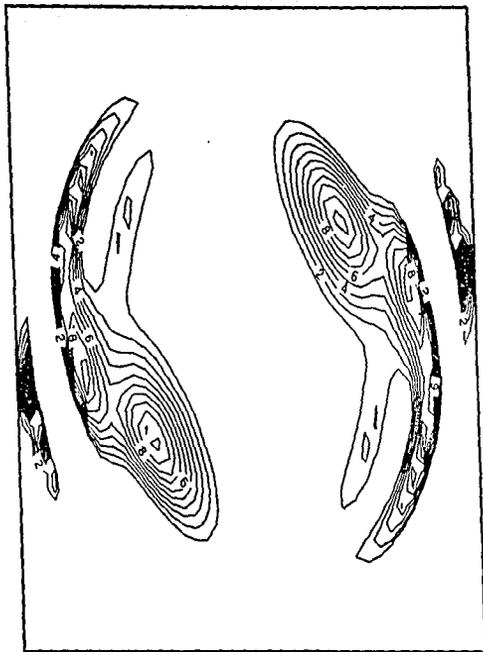


Figura 7.- Continuación.

e) $t = 24$ hr



f) $t = 30$ hr

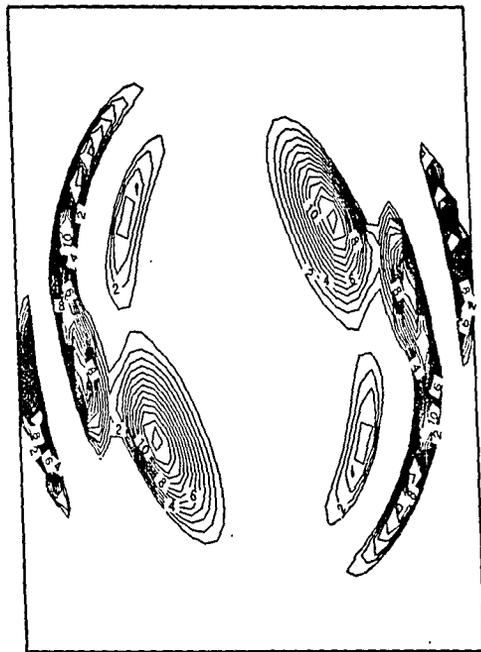


Figura 7.- Continuación.

g) $t = 36$ hr

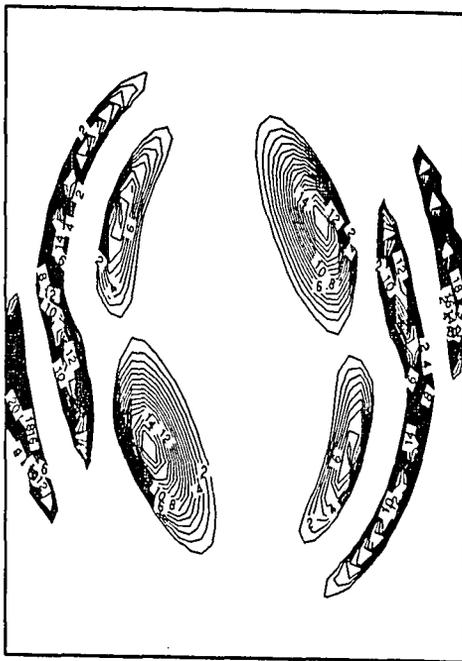


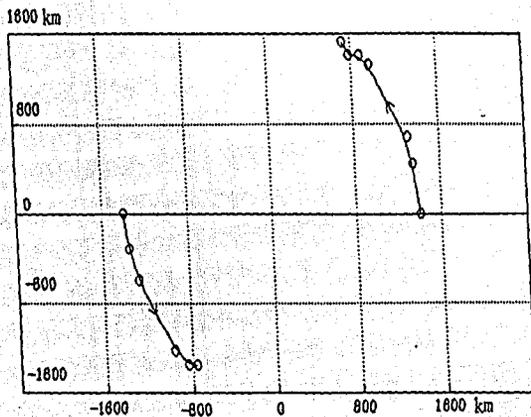
Figura 7.- Continuación.

A efecto de comparación con la figura 3 y basándose en la posición del máximo de vorticidad de los núcleos principales, en la figura 8 se presentan:

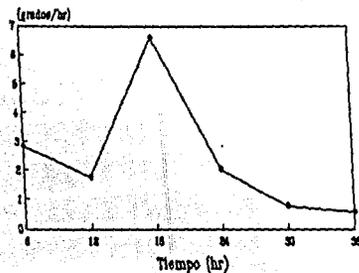
- a) La trayectoria de los vórtices.
- b) La razón de cambio del movimiento orbital respecto al tiempo (grados de rotación por hora).
- c) La distancia de separación de los vórtices como función del tiempo.

Es notable la similitud existente entre este experimento y la figura 3a que, como se mencionó anteriormente, representa al efecto Fujiwhara en su forma idealizada.

a) EFECTO FUJIWHARA
TRAYECTORIA DE LOS VORTICES



b) MOVIMIENTO ORBITAL
RAZON DE CAMBIO RESPECTO AL TIEMPO



c) DISTANCIA DE SEPARACION

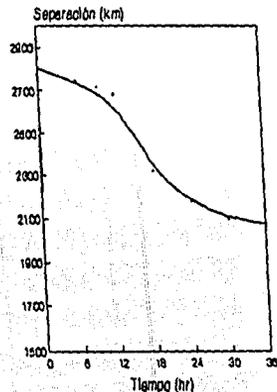


Figura 8.- a) Trayectoria de los vórtices simulados con un intervalo de tiempo de 6 horas. b) Razón de cambio respecto al tiempo del movimiento orbital. c) Distancia de separación entre los vórtices como función del tiempo.

CONCLUSIONES

En este trabajo se ha investigado el efecto de interacción entre dos vórtices con el mismo sentido de rotación. Como resultado del análisis bibliográfico, se ha visto que este tipo de interacción es de importancia para fluidos de todas escalas, y, en particular, para flujos geofísicos, ya que la tendencia a la simetría y a la fusión de esta clase de sistemas representa un mecanismo de crecimiento de flujos en rotación.

Aplicando una solución en serie de la ecuación de vorticidad barotrópica no divergente, se realizó una simulación de 36 horas del movimiento de dos vórtices ciclónicos de la escala de ciclones tropicales, graficando la distribución de la función de corriente y la vorticidad relativa a intervalos de 6 horas. Se observó el efecto de orbitación y atracción mutua de los vórtices, siguiendo el modelo clásico de Fujiwhara. La velocidad de orbitación fue variable durante el período de simulación, alcanzando un máximo en $t=18$ hr; mientras que la distancia de separación entre los vórtices fue decreciendo monótonamente, con una atracción máxima entre las 12 y 18 horas. Con el paso del tiempo, los ciclones simulados fueron adquiriendo una forma más compacta y simétrica que la condición inicial y se intensificó la velocidad del fluido cerca del centro de cada vórtice.

En el campo de vorticidad relativa se observó la formación de un núcleo principal de vorticidad, que tiende a volverse más simétrico segregando regiones de vorticidad alta, lo que es conocido como el mecanismo de restauración de Rossby, y este mecanismo es más poderoso que la influencia de la circulación del ciclón vecino. Las regiones de vorticidad alta segregadas forman estructuras similares a las bandas nubosas de ciclones reales, y este resultado se ajusta a la explicación dada por Guinn y Schubert (1993) para la formación de bandas espirales en huracanes como resultado de la propagación de ondas de vorticidad; por ello la distribución del campo de vorticidad provee de información importante para el estudio de fenómenos como los ciclones tropicales.

Los resultados anteriores muestran que la solución en serie es una buena aproximación de la solución completa de la ecuación de vorticidad a tiempos pequeños que, en el caso simulado, son menores a 36 horas. Lo cual significa que, con este método, la simulación de flujos barotrópicos no divergentes depende en buena parte de la habilidad que se tenga para ajustar series de Fourier a diferentes condiciones iniciales; si este ajuste a condiciones particulares es suficientemente fiel, la solución en serie sería una herramienta útil en el pronóstico de la evolución de flujos geofísicos barotrópicos no divergentes.

Con este trabajo queda abierta una amplia gama de posibilidades para la aplicación de la solución en serie, como por ejemplo:

- i) Estudio de la interacción entre un ciclón y un anticiclón.
- ii) Estudio de los efectos de frontera en la evolución de un ciclón, por ejemplo para simular la interacción con una barrera orográfica.
- iii) Estudio de flujos geofísicos sobre un plano beta.
- iv) Adaptación de la solución en serie a flujos sobre una esfera.
- v) Incorporación de fuerzas de fricción.
- vi) Estudios comparativos variando los parámetros involucrados.

Una ventaja importante del método de solución en serie es que el campo pronosticado de la función de corriente es continuo y, por lo tanto, se pueden obtener graficas con la resolución que se desee. Además, a partir de la función de corriente se pueden calcular directamente el campo de vientos, el de vorticidad y la distribución de la presión atmosférica.

Por otro lado, hay que recordar que en la atmósfera existen una gran cantidad de interacciones, aún de sistemas relativamente lejanos, la mayoría de las cuales aún no tienen una explicación satisfactoria, por lo tanto es necesario mencionar que experimentos como el simulado en este trabajo siguen teniendo el carácter de casos fuertemente simplificados.

REFERENCIAS

- Adem, J., 1956: A series solution for the barotropic vorticity equation and its application in the study of atmospheric vortices. *Tellus*, **8**, 364-372.
- Adem, J. y P. Lezama, 1959: On the motion of a cyclone embedded in a uniform flow. *Tellus*, **12**, 255-258.
- Anthes, R. A., 1982: *Tropical cyclones. Their evolution, structure and effects*. American Meteorological Society, 208 pp.
- Brand, S., 1970: Interaction of binary tropical cyclones of the western North Pacific Ocean. *J. Appl. Meteor.*, **9**, 433-441.
- Chang, S. W., 1983: A numerical study of the interactions between two tropical cyclones. *Mon. Wea. Rev.*, **111**, 1806-1817.
- Dong, K, y C. J. Neumann, 1983: On the relative motion of binary tropical cyclones. *Mon. Wea. Rev.*, **111**, 945-953.
- Falkovich, A.I., A. P. Khain, e I. Ginis, 1995: Motion and evolution of binary tropical cyclones in a coupled atmosphere-ocean numerical model. *Mon. Wea. Rev.*, **123**, 1345-1363.
- Fujiwhara, S., 1921: The natural tendency towards symmetry of motion and its application as a principle in meteorology. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **47**, 287-293.
- , 1923: On the growth and decay of vortical systems. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **49**, 75-104.

- , 1931: Short note on the behaviour of two vortices. *Proc. Phys. Math. Soc. Japan*, Ser. 3, **13**, 106-110.
- Griffiths, R. W., y E. J. Hopfinger, 1987: Coalescing of geostrophic vortices. *J. Fluid Mech.*, **178**, 73-97.
- Guinn, T. A., y W. H. Schubert, 1993: Hurricane spiral bands. *J. Atmos. Sci.*, **50**, 3338-3403.
- Holland, G.A., y G.S. Dietachmayer, 1993: On the interaction of tropical-cyclone-scale vortices. III: Continuous barotropic vortices. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **119**, 1381-1398.
- Holland, G. A., y M. Lander, 1993: The meandering nature of tropical cyclone tracks. *J. Atmos. Sci.*, **50**, 1254-1266.
- Houghton, J. T., 1986: *The Physics of atmospheres*. Cambridge University Press. Second edition, 271 pp.
- Hsu, S. A., 1988: *Coastal Meteorology*. Academic Press, Inc., 260 pp.
- Jarrell, J. D., S. Brand y D. S. Nicklin, 1978: An analysis of western Pacific tropical cyclone forecast errors. *Mon. Wea. Rev.*, **106**, 925-937.
- Lander, M., y G. J. Holland, 1993: On the interaction of tropical-cyclone-scale vortices. I: Observations. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **119**, 1347-1361.
- Masina, S., y N. Pinardi, 1991: Merging of barotropic symmetric vortices. A case study for Gulf Stream rings. *Il Nuovo Cimento*, **14C**, 539-553.
- Melander, M.V., J.C. McWilliams, y N.J. Zabusky, 1987: Asymmetric vortex merger in two dimensions: Which vortex is "victorious"? *Phys. Fluids*, **30**, 2610-2612.

- Melander, M.V., N.J. Zabunsky, y J.C. McWilliams, 1988: Symmetric vortex merger in two dimensions: causes and conditions. *J. Fluid Mechs.*, **195**, 303-340.
- Prieto, R., 1993: *Evolución de un ciclón barotrópico en un plano beta. Tesis de licenciatura en Física.* Facultad de Ciencias, UNAM. 75 pp.
- Ritchie, E., y G. J. Holland, 1993: On the interaction of tropical-cyclone-scale vortices. II: Discrete vortex patches. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **119**, 1363-1379.
- Robinson, A.R., J. A. Carton y N. Pinardi, 1986: Dynamical forecasting and dynamical interpolation: An experiment in the California Current. *J. Phys. Oceanogr.*, **16**, 1561-1579.