

6
2ej



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

**ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES
ARAGON**

FALLA DE ORIGEN

“ APLICACION DE UN PROGRAMA DE
COMPUTADORA AL ANALISIS
ESTRUCTURAL DE PUENTES ”

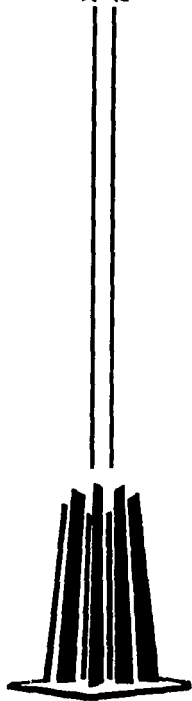
T E S I S

QUE PARA OPTAR POR EL TITULO DE

INGENIERO CIVIL

P R E S E N T A

PEDRO ALCALA MENDIOLA





Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL
ARAGÓN DE
MÉXICO

ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES
ARAGÓN
DIRECCION

PEDRO ALCALÁ MENDIOLA
PRESENTE.

En contestación a su solicitud de fecha 16 de mayo del año en curso, relativa a la autorización que se le debe conceder para que el señor profesor, Ing. AMILCAR GALINDO SOLÓRZANO pueda dirigirle el trabajo de Tesis denominado "APLICACIÓN DE UN PROGRAMA DE COMPUTADORA AL ANÁLISIS ESTRUCTURAL DE PUENTES", con fundamento en el punto 6 y siguientes, del Reglamento para Exámenes Profesionales en esta Escuela, y toda vez que la documentación presentada por usted reúne los requisitos que establece el precitado Reglamento; me permito comunicarle que ha sido aprobada su solicitud.

Aprovecho la ocasión para reiterarle mi distinguida consideración.

ATENTAMENTE
"POR MI RAZA HABLARA EL ESPÍRITU"
San Juan de Aragón, Mex., 18 de mayo de 1995
EL DIRECTOR


M. en I. CLAUDIO C. MERRIFIELD CASTRO

c c p Jefe de la Unidad Académica.
c c p Jefatura de Carrera de Ingeniería Civil.
c c p Asesor de Tesis.

CCMC/AIR/lla.




Quiero dedicar esta tesis:

A mis padres:

Por el apoyo que me han dado en los momentos difíciles, el alentarme cada vez más para lograr los objetivos que me he trazado en la vida y sobre todo por el amor que me han sabido brindar.

Teresa Mendiola Rivera

Ramón Alcalá Ruíz.

A mis hermanas:

Las cuales han sido para mí un respaldo demasiado importante, al demostrarme el interés que tienen por que me supere.

Ma. América Alcalá Mendiola

Iliana Alcalá Mendiola.

A mis amigos:

Con los cuales he crecido como persona y por lo que he vivido con ellos dentro y fuera de la escuela, con ello en cierto modo han contribuido a mi formación.

A mis familiares:

Que en cierto momento me apoyaron.

Gracias:

**Por su ayuda, paciencia y haberme transmitido algunos de sus conocimientos, de
manera especial, gracias.**

Ing. Amilcar Galindo Solorzano.

**APLICACION DE UN PROGRAMA DE COMPUTADORA AL ANALISIS
ESTRUCTURAL DE PUENTES.**

INDICE

CAPITULO 1

pag

INTODUCCION.....1

CAPITULO 2

METODOS BASICOS DE ANALISIS ESTRUCTURAL.

2.1 Historia.....3

2.1.1. Introducción.....4

2.1.2. Generalidades.....4

2.2. Método de rigideces.....10

2.2.1. Ecuación de continuidad.....10

2.2.2. Relación de esfuerzo-deformación.....12

2.2.3. Ecuación de equilibrio.....13

2.2.4. Proceso algebraico.....15

2.3 Método de flexibilidades.....17

2.3.1. Equilibrio.....17

2.3.2. Ley de Hooke.....20

2.3.3. Ecuación de continuidad.....	21
2.3.4. Proceso algebraico.....	21
2.4. Análisis de armaduras.....	23
2.4.1. Vector de desplazamiento.....	24
2.4.2. Vector de deformaciones.....	24
2.4.3. Vector de cargas externas.....	25
2.4.4. Vector de fuerzas internas.....	25
2.4.5. Rigidez de barra.....	26
2.4.6. Ecuación de continuidad.....	26
2.5. Metodo de rigideces a marcos en 2a. dimensión.....	37

CAPITULO 3

DESCRIPCION DEL PROGRAMA.

3.1. Introducción.....	43
3.1.1. Descripción del sistema.....	44
3.2.1. Reacciones en los apoyos.....	45
3.3.1. Estructuras reticulares y el ANET.....	46
3.3.2. Vigas.....	46
3.3.3. Armaduras planas.....	47
3.3.4. Armaduras espaciales.....	47

4.2.10. Impacto.....	76
4.2.11. Fuerzas longitudinales de frenaje.....	78
4.2.12. Cargas por viento.....	78
4.2.13. Fuerzas por variaciones térmicas.....	82
4.2.14. Reacciones por variaciones térmicas.....	82
4.2.15. Presiones debidas a corrientes de agua de hielo y cuerpos flotantes.....	83
4.2.16. Subpresión.....	83
4.2.17. Presiones debidas a empuje de tierras.....	83
4.2.18. Fuerza centrífuga.....	84
4.2.19. Esfuerzo por sismo.....	85
4.2.20. Combinaciones de cargas.....	93
CAPITULO 5	
APLICACION A UN EJEMPLO.....	97
CAPITULO 6	
CONCLUSIONES.....	232
BIBLIOGRAFIA.....	234

C A P I T U L O 1

INTRODUCCIÓN

El desarrollo de los programas y equipos de cómputo ha tenido un fuerte impacto en todas las ramas de la ingeniería civil pero en el área de análisis y diseño estructural ha producido una verdadera revolución en las metodologías que se aplicaban tradicionalmente.

Actualmente los ingenieros proyectistas cuentan con herramientas poderosas de análisis y diseño computarizados que les permiten resolver rápidamente problemas que en el pasado les consumían mucho tiempo.

En esta tesis se ejemplifica la aplicación de un programa comercial de análisis estructural en la determinación de los envolventes de diseño para un puente constituido por un marco rígido.

En el capítulo segundo se presentan los métodos básicos de análisis estructural y la forma como éstos pueden aplicarse al desarrollo de programas de cómputo. Es interesante destacar que la popularización de las computadoras personales permite aplicar métodos de análisis desarrollados hace mucho tiempo y que no habían tenido aplicación práctica por que conducían a numerosas operaciones numéricas que sólo han sido posibles de ejecutar por medio de la computación.

En el capítulo tercero se describen los fundamentos y las posibilidades del programa comercial de análisis que se aplicará posteriormente en este trabajo. Así mismo, se dan indicaciones al usuario para el acceso al programa.

El capítulo cuarto es una descripción de los lineamientos técnicos que se siguen en la práctica ingenieril mexicana, para determinar las solicitaciones a que deben diseñarse los

puentes. En general, se siguen las normas técnicas de la Asociación de funcionarios estatales de transporte y carreteras de los Estados Unidos, con algunas excepciones, por ejemplo en lo que concierne a la acción sísmica.

Finalmente, el capítulo quinto es la aplicación de los conceptos anteriormente presentados a un puente típico. Se determinan en primer término los elementos mediante carga muerta, considerando las etapas constructivas. Esta determinación se hace por el programa de cómputo y en forma manual, con fines de comprobación. Posteriormente se determinan los efectos por carga viva, mediante un método mixto que considera el uso combinado del programa de computadora y el de tablas de líneas de influencia, determinadas por Bollinger. Para la determinación de los efectos sísmicos se aplica el programa comercial y los resultados se verifican por métodos manuales. En seguida, para dar por terminado este trabajo se construyen las envolventes de elementos mecánicos de diseño, tanto para el método de los esfuerzos de trabajo (elástico) como para el de la resistencia última (plástico).

CAPITULO 2

CONCEPTOS BÁSICOS DE ANÁLISIS ESTRUCTURAL.

2.1 Historia :

La computadora representa la culminación de una serie de herramientas de cálculo, como son: la regla de cálculo, el ábaco, tablas, etc., que se han aplicado en el desarrollo de la ciencia.

La aparición de este dispositivo ha originado una verdadera revolución tecnológica, social y económica.

Algunos de los principales eventos que dieron lugar a esta herramienta son los siguientes.

En el año de 1694 Blas Pascal inventa la primera máquina de sumar.

En el año de 1694 Godofredo Leibnitz crea la primera máquina de multiplicar.

En el año de 1686 Isacc Newton formula teorías que describen un universo que se rige según leyes físicas exactas y simples.

En el siglo XX los físicos Boltzmann y Gibbs introducen el concepto de "comportamiento más probable de los cuerpos físicos". Estas ideas que propusieron, inician una era de estudios estadísticos.

A fines de siglo, se agregan las comunicaciones telegráficas.

En el año de 1834 Charles Babbage comienza la construcción de la primera computadora, capaz de leer datos perforados, en tarjetas de cartulina, procesarlos e imprimir resultados.

En el año de 1890 Herman Hollerit crea el equipo de tabulación y estadística, a base de tarjetas perforadas, para realizar un censo de población.

En el año de 1940 Norbert Winer enuncia la Cibernética. Esta nueva ciencia basada en la teoría de los mensajes, proporciona un lenguaje común a todas las ramas del saber humano.

En el año de 1944 Howard Aiken crea la primera computadora mecánica: la Mark I. Este primer "amplificador Automático de inteligencia" que puede "aprender" y procesar la información a increíbles velocidades.

En el año de 1954 aparecen los primeros sistemas de "tele procesamiento de datos", que posibilitan la descentralización de los procesos mediante unidades remotas que se comunican con la computadora a través de líneas telefónicas, telegráficas, de televisión, o por ondas electromagnéticas.

Después de analizar esta breve historia de la computadora nos damos cuenta que ésta es sólo una herramienta y como tal no resolverá los problemas si no uno no le indica cómo resolverlos.

2.1.1 Introducción.

En este capítulo se presentarán dos métodos de análisis estructural:

El método de flexibilidades y el método de las rigideces.

Se discutirá en qué consiste el problema del análisis estructural, se revisarán en forma integrada los principios fundamentales para la solución de estructuras.

2.1.2 Generalidades.

Planteamiento del problema. Se considerará el caso de estructuras como: vigas, armaduras y marcos planos ó tridimensionales; cuyos miembros tienen una dimensión mayor que las otras dos, que es su longitud. A estos miembros se les llaman barras se intersectan en puntos llamados nodos o nudos.

Una función importante de estas estructuras es: soportar cargas, que pueden ser de cualquier forma, fuerzas concentradas, cargas repartidas, momentos, etc. y estar aplicadas en cualquier punto de la estructura.

También están sujetas a otro tipo de cargas aplicadas indirectamente, como son las debidas a incrementos de temperatura, desplazamiento en los apoyos, esfuerzos residuales en los miembros, etc.

En el problema de análisis estructural se determinan bajo un sistema de cargas los esfuerzos resultantes, los desplazamientos en los nudos y las reacciones en la estructura..

Esfuerzos resultantes. Son las fuerzas internas que actúan en los miembros de la estructura, producidos por cargas externas.

Acciones externas o elementos mecánicos: la fuerza axial, dos fuerzas cortantes que actúan en direcciones ortogonales, un momento torsionante y dos momentos flexionantes que también actúan en dirección ortogonal. Representándolas en forma ordenada para cada miembro de la estructura en forma de vectores: $(p_1, p_2, p_3, p_4, p_5$ y $p_6)$

Desplazamientos. Son producidos directamente por las cargas externas aplicadas a la estructura. Éstas ocasionan que en los miembros se desarrollen fuerzas internas, las cuales producen deformaciones en las barras unidas a un mismo punto que tendrán efectos acumulativos. Tales efectos nos producen los desplazamientos en los puntos nodales de la estructura.

Las reacciones son las fuerzas que se producen en aquellos puntos en donde está apoyada la estructura, que garantizan que ésta se encuentre en equilibrio y sea estable.

Al referirnos a las condiciones de equilibrio, se implica tanto el equilibrio externo de la estructura en conjunto, como el de partes de la misma, idealizándolas como cuerpo libre. Para que se cumplan las condiciones de equilibrio en cualquier análisis, debemos

tener que las fuerzas externas y las reacciones en los apoyos deben de satisfacer las ecuaciones siguientes:

$$\Sigma F_x = 0 \quad \Sigma F_y = 0 \quad \Sigma F_z = 0$$

$$\Sigma M_x = 0 \quad \Sigma M_y = 0 \quad \Sigma M_z = 0$$

Estas ecuaciones se deben de cumplir para cada uno de los miembros estructurales y nodos de la estructura. Las condiciones de equilibrio son relaciones entre las fuerzas externas y las fuerzas internas.

Las condiciones de compatibilidad son relaciones entre los desplazamientos y las deformaciones en las barras, y si ambas las representamos como vectores, las condiciones de compatibilidad también se pueden representar como una ecuación matricial.

Se considera que el material de la estructura es elástico lineal, es decir que rige la ley de Hooke, los desplazamientos de la misma son pequeños y no existe interacción entre los efectos de la carga axial y flexión en los miembros de la estructura, por lo tanto podremos aplicar el principio de superposición de causas y efectos en el análisis.

La Ley de Hooke. Establece una relación lineal entre esfuerzos y deformaciones, por lo tanto podemos expresarlas como una ecuación matricial, si tanto las fuerzas como las deformaciones se pueden expresar como vectores.

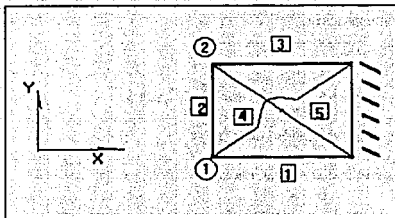
Se definirá para cada problema un sistema general de referencia para cada barra de la misma estructura. Las cargas externas y los desplazamientos de los puntos nodales quedarán referidos al sistema general ó global de ejes coordenados, mientras que las deformaciones y esfuerzos de las barras estarán referidos a sus sistemas locales respectivos.

La nomenclatura a utilizar para representar los parámetros involucrados en el análisis es la siguiente:

Desplazamiento de los nudos	d	(arreglo) [d]
Deformaciones de las barras	e	[e]
Acciones en las barras (esfuerzos internos)	p	[p]
Cargas en los nudos (fuerzas externas)	f	[f]

Para nuestra convención de signos tomaremos los alargamientos con signo positivo (+) y los acortamientos con signo (-) o lo que es lo mismo las tensiones son de signo positivo y las compresiones son de signo negativo.

Se considera la siguiente figura



En la figura se representa una estructura en dos dimensiones(bidimensional)que nos servirá para derivar las expresiones matriciales de los métodos de rigideces y flexibilidades.

En la figura se observan los nodos 1 y 2 , con cinco barras B1,B2,B3,B4 y B5,orientadas según el sistema de referencia global.

Nos interesa:

1. Determinar desplazamientos de los nodos de la estructura 1 y 2.
2. Determinar las deformaciones de cada una de las barras e1, e2, e3, e4, y e5.

Fuerzas axiales o esfuerzos internos en cada barra P1,P2,P3,P4 y P5.

Partiendo de los siguientes datos:

1. Fuerzas externas P

2. Geometría de la estructura:

La B-1 liga al nodo 1 con el apoyo

La B-2 liga al nodo 1 con el nodo 2

La B-3 liga al nodo 2 con el apoyo

La B-4 liga al nodo 1 con el apoyo

La B-5 liga el nodo 2 con el apoyo

3. Propiedades de cada barra:

A_i , E_i , L_i Donde:

A_i = Área de la sección transversal de la barra i

E_i = Módulo de elasticidad de la barra i .

L_i = Longitud inicial de la barra i .

Propiedades mecánicas de los materiales.

a) Límite de proporcionalidad

b) Límite elástico

c) Límite de fluencia.

d) Rigidez.

e) Módulo de Poisson.

f) Resistencia.

g) Límite plástico.

A) Límite de proporcionalidad. Es el último esfuerzo alcanzado, para el que las deformaciones son proporcionales a los esfuerzos.

B) Límite elástico. Es el esfuerzo máximo alcanzado, para cual el material recupera su estado inicial, si se retira la carga.

C) Límite de fluencia . Es el esfuerzo que representa el cambio de una etapa elástica a una etapa inelástica.

D) Rigidez. (E). Es una medida de la deformación de un material.

E) Módulo de Poisson. Es una medida de resistencia de un material a deformarse transversalmente. Es la relación de la deformación lateral, con respecto a la deformación longitudinal.

F) Resistencia. Capacidad de carga de un material sin llegar a la falla.

G) Límite Plástico. Esfuerzo que alcanza un material en la etapa inelástica de tal forma que al retirar la carga quedan deformaciones.

Se consideran las hipótesis siguientes:

1. Las barras son elásticas (Ley de Hooke).
2. Los nodos son pequeños comparados con las longitudes de las barras que conectan.
3. Los desplazamientos de los nodos son pequeños.
4. Los apoyos son completos y los nodos están totalmente libres.
5. Las fuerzas actuantes están aplicadas únicamente en los puntos nodales y en las direcciones en que esté definida la posibilidad de desplazamiento.

Los tres grupos de ecuaciones que representan los tres principios básicos son:

1. Ecuación de continuidad.
2. Ecuaciones Esfuerzo-Deformación (Ley de Hooke).
3. Ecuaciones de Equilibrio.

Si se aplican los tres principios básicos en el orden anterior llegaremos al método de las Rigideces.

2.2 Método de las Rigideces.

2.2.1. Ecuación de continuidad

Esta ecuación nos relaciona las deformaciones de las barras con los desplazamientos de los nudos a los que conecta.

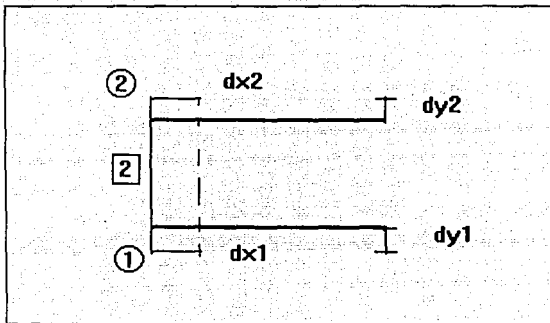
$$\text{Ecuación de continuidad} \quad [e] = [a] [d]$$

Para la estructura en estudio.

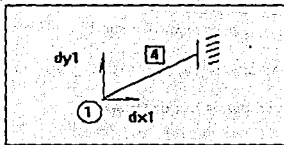
$$e_1 = -dx_1$$

$$e_2 = dy_2 - dy_1$$

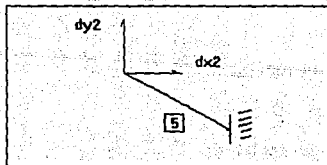
$$e_3 = -dx_2$$



$$e_4 = -0.7071 dx_1 - 0.7071 dy_1$$



$$e_5 = -0.7071 dx_2 - 0.7071 dy_2$$



En forma matricial se expresa como:

$$\begin{matrix}
 \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ e_4 \\ e_5 \end{bmatrix} \\
 (5 \times 1) \\
 (nB \times 1)
 \end{matrix}
 \begin{bmatrix}
 -1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & -1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & -1 & 0 \\
 -0.7071 & -0.7071 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & -0.7071 & -0.7071
 \end{bmatrix}
 \begin{matrix}
 \begin{bmatrix} dx_1 \\ dy_1 \\ dx_2 \\ dy_2 \end{bmatrix} \\
 (4 \times 1) \\
 (2nN \times 1)
 \end{matrix}$$

La Ecuación que nos queda reduciendo es:

$$[e] = [a] [d]$$

A la matriz [a] se le conoce con el nombre de matriz de continuidad, ya que relaciona los desplazamientos de los puntos nodales [d], con las deformaciones de las barras [e]

2.2.2 Relación de esfuerzo - deformación.

Partiendo de la hipótesis de la que los miembros son de materiales elástico lineales, tenemos que las deformaciones y las fuerzas internas que se presentan en cada una de ellas son proporcionales. Por lo que tenemos la Ley de Hooke:

$$E = \sigma / \varepsilon \quad , \quad = P/Ai = e/L$$

$$P = ki \, ei$$

• Donde:

Ai = Area transversal de la tensión

Pi = La fuerza axial en la barra

ki = Es la rigidez axial de la barra

ei = Deformación axial total que se presenta en la barra al actuar sobre la fuerza P.

Según el ejemplo para desarrollar el metodo tenemos:

$$p1 = k1 \, e1 \quad \text{donde} \quad k1 = E1 \, A1/L1$$

$$p2 = k2 \, e2 \quad k2 = E2 \, A2/L2$$

$$p3 = k3 \, e3 \quad k3 = E3 \, A3/L3$$

$$p4 = k4 \, e4 \quad k4 = E4 \, A4/L4$$

$$p5 = k5 \, e5 \quad k5 = E5 \, A5/L5$$

Representando en forma matricial

$$\begin{bmatrix} P1 \\ P2 \\ P3 \\ P4 \\ P5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & K5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e1 \\ e2 \\ e3 \\ e4 \\ e5 \end{bmatrix}$$

La Ecuación será:

$$[p] = [k] [e] \quad (4)$$

en donde :

[p] = Vector de fuerzas internas en las barras.

[K] = matriz de rigideces de barra (la matriz será diagonal para el caso en que se considere únicamente la rigidez axial de la barra).

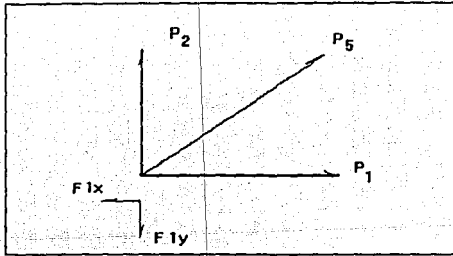
[E] = Vector de deformaciones de las barras.

2.2.3 Ecuación del Equilibrio

Para establecer las condiciones de equilibrio consideramos que éste se debe cumplir para toda la estructura, partes de ésta y aún para los puntos nodales de la misma estructura.

Los diagramas de los puntos nodales son los siguientes:

Nudo (1)



Fuerzas externas

$$F_x = 0$$

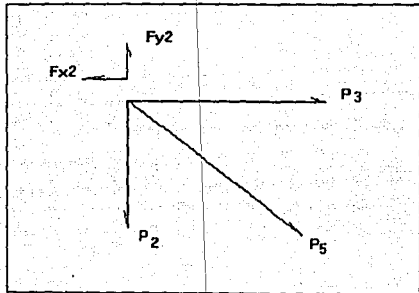
$$F_{x1} + F_{x1} + 0.7071p_4 = 0$$

$$F_{x1} = -p_1 - 0.7071p_4$$

$$F_{y1} + p_2 + 0.7071p_4$$

$$F_{y1} = -p_2 - 0.7071p_4$$

Nudo (2)



Fuerzas externas

$$F_y = 0$$

$$F_{x2} + p_3 + 0.7071p_5 = 0$$

$$F_{x2} = -p_3 - 0.7071p_5$$

$$F_{y2} - p_2 + 0.7071p_5 = 0$$

$$F_{y2} = p_2 - 0.7071p_5$$

2.2.4 Proceso Algebraico

En resumen en general para armaduras de 2 dimensiones, el problema fundamental es encontrar los desplazamientos, deformaciones [d], [e], [p] i y comprobar el equilibrio.

La matriz de continuidad [a] que multiplica al vector de desplazamiento [d] en la ecuación (2) con la matriz que multiplica al vector de fuerzas en la barra [p] en la ecuación anterior, se nota que está última es su traspuesta. La ecuación matricial se puede escribir de la siguiente manera:

$$[f] = [a]^T [p]$$

Resumiendo las ecuaciones de los tres principios básicos son:

CONTINUIDAD $[e] = [a] [d]$ ------(3)

ESF.-DEF: $[p] = [k] [e]$ ------(4)

EQUILIBRIO $[F] = [a]^T [P]$ ------(5)

Proceso algebraico:

Sustituyendo la ecuación (3) en la ecuación (4) y se obtienen ecuaciones en función del desplazamiento:

$$[p] = [k] [a] [d]$$
------(5')

Sustituyendo la ecuación (5') en la ecuación (5) tenemos:

$$[F] = [a] [k] [a]^T [d]$$
------(6)

Esta ecuación relaciona las fuerzas externas actuando en la estructura con los desplazamientos de sus puntos nodales.

Esta relación se logra a través del producto matricial $[a] [K^T] [d]$ denominándose matriz de Rigideces de la estructura, por lo cual la ecuación (6) se escribe como:

$$[F] = [K] [d] \text{-----}(7)$$

donde:

$[d]$ = Vector de desplazamientos.

$[K]$ = Matriz de rigideces de la estructura, se forma a partir de las propiedades geométricas y mecánicas de las barras y el material.

$[F]$ = Vector de cargas externas que le son aplicadas a la estructura.

Siguiendo el procedimiento algebraico.

Multiplicando ambos miembros por $[k]^{-1}$, tendremos:

$$[K]^{-1} [F] = [K]^{-1} [K] [d]; \quad [K]^{-1} [K] = [I] = \text{a la matriz identidad.}$$

$$\text{Por lo tanto } [d] = [K]^{-1} [F] \text{-----}(8)$$

Al obtener el desplazamiento por cualquiera de los metodos anteriores se soluciona el problema.

El análisis quedará completo cuando se determinen adicionalmente las reacciones en los apoyos.

Resumiendo el método de Rigideces :

- 1.- Obtener K a partir de $[a]^T [K] [a]$
- 2.- Obtener d a partir de $[F] = [k] [d]$
- 3.- Calcular p a partir de $[p] = [k] [a] [d]$
- 4.- Determinar las reacciones en los apoyos.

Para comprobar el equilibrio de la estructura se obtiene $[F]$ a partir de $[p]$

$$[F] = [a]^T [p]$$

2.3. Método de flexibilidades

Se fundamenta en los tres principios, en un orden inverso: Equilibrio, Ley de Hooke y Continuidad.

2.3.1. Equilibrio

Ecuación de Equilibrio (relaciona las fuerzas externas de la estructura con las fuerzas en la barra).

$$[F] = [a]^T [p] \text{-----(1)}$$

Esta expresión se satisface si la estructura es cuadrada y no singular, es decir si es determinada (la estructura es isostática).

Para una estructura hiperestática la matriz $[a]^T$ será rectangular y tendrá un número de columnas adicionales que serán igual al grado de hiperestaticidad que se tenga.

Para convertir a la estructura en isostática, el primer paso a seguir consiste en romper la continuidad, con un sistema adicional de redundantes. Lo anterior lo podemos conseguir matricialmente si partimos el vector de acciones en las barras $[P]$ como sigue:

$$[P] = P_0/R \text{-----(2)}$$

Po representa las acciones isostáticas y R las redundantes. De igual manera podemos partir la matriz [a] en:

$$[a]^T = [a_o]^T + [a_R]^T \quad \text{en donde} \quad \text{-----(3)}$$

La matriz [ao]^T es la matriz de continuidad de la estructura isostática. Se elige una estructura isostática [ao]^T, cuadrada y no singular.

Se sustituyen las expresiones (2) y (3) en (1)

$$[F] = [a_o]^T [P_o] + [a_R]^T [P_R]$$

Efectuando el producto matricial:

$$[F] = [a_o]^T [P_o] + [a_R]^T [P_R] \quad \text{-----(4)}$$

[a_o]^T es una matriz cuadrada y no singular, se puede determinar de la expresión (4), las acciones de la estructura isostática Po que son desconocidas, se determinan de la siguiente manera:

$$\text{Despejando la ecuación anterior } [a_o]^T [P_o] = [F] - [a_R]^T [P_R]$$

$$\text{Multiplicando ambos miembros por } [a_o]^{T^{-1}}$$

por lo tanto:

$$[P_o] = [a_o]^{T^{-1}} [F] - [a_o]^{T^{-1}} [a_R]^T [P_R] \quad \text{-----(5)}$$

El vector de fuerzas internas particionado puede escribirse en la siguiente forma:

$$[P] = [P_o/R] = [[a_o]^{T^{-1}} / 0] [F] + [- a_o]^{T^{-1}} [a_R]^T / [I] [P_R]$$

donde:

[0] Es la matriz nula

[I] Es la matriz identidad, por lo tanto:

$$[R] = [0] [F] + [I] [R]$$

Llamando:

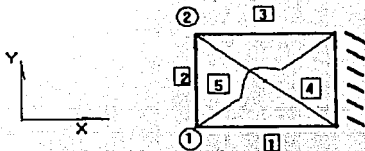
$$[b_o] = [a_o]^T / 0 \quad \text{y} \quad [bR] = [a_o]^T [aR]^T / [I]$$

por lo tanto:

$$[P] = [b_o] [F] + [bR] [R] \quad \text{-----(6)}$$

Nuestro ejemplo es el siguiente

escogiendo la barra 5 como redundante:



La matriz de equilibrio [a]^T resulta:

$$[a^T] = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -0.70 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -0.70 & 0 \end{bmatrix}$$

[a_o]^T [aR]^T

Determinando las matrices [a_o]^T, [aR]^T y [a_o]^{T-1}, se determinan las matrices b_o y [bR]:

$$[b_o] = [[a_o]^T / 0] \text{ y } [b_R] = [-a_o]^T [a_R]^T / [I]$$

$$[b_o] = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 1.42 & 0 & 1.42 \\ \text{-----} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ y } [b_R] = \begin{bmatrix} -.7071 \\ -.7071 \\ -.7071 \\ 1 \\ \text{-----} \\ 1 \end{bmatrix}$$

Finalmente obtenemos la ecuación de equilibrio en función de las fuerzas externas F1x,

F1y, F2x y F2y con la redundante R1

$$\begin{bmatrix} P1 \\ P2 \\ P3 \\ P4 \\ P5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 1.42 & 0 & 1.42 \\ \text{-----} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F1x \\ F1y \\ F2x \\ F2y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0.7071 \\ -0.7071 \\ -0.7071 \\ 1 \\ \text{-----} \\ 1 \end{bmatrix} \quad [R]$$

[P] [b_o] [F] [b_R] [R]

2.3.2. Ley de Hooke

La matriz se expresa como:

$$[e] = [K][P]^{-1}$$

$$[e] = [f][P] \text{ -----(7)}$$

donde [f] es una matriz formada por flexibilidades de las barras, para este caso:

$$\begin{bmatrix} e1 \\ e2 \\ e3 \\ e4 \\ e5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & f3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & f4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P1 \\ P2 \\ P3 \\ P4 \\ P5 \end{bmatrix}$$

donde $f = 1/K = L/EA$; para todas las barras

sustituyendo la ecuación (6) en la ecuación (7) obtenemos :

$$[e] = [f] [bo] [F] + [f] [bR] [R] \quad (8)$$

que es la expresión que nos da la ley de Hooke para el método de las flexibilidades:

2.3.3 Ecuaciones de Continuidad

Se representa matricialmente de la siguiente manera para el método de las flexibilidades:

$$[d] = [bo] [e]^T \text{-----}(9)$$

Resumen de las ecuaciones matriciales:

$$[P] = [bo] [F] + [bR] [R] \quad \text{Equilibrio -----}(6)$$

$$[e] = [f] [bo] [F] + [f] [bR] [R] \quad \text{Ley de Hooke-----}(7)$$

$$[d] = [bo] [e] \quad \text{Continuidad-----}(9)$$

2.3.4 Proceso algebraico.

Las ecuaciones no se pueden evaluar ya que están en función de las redundantes desconocidas [R]. Para eliminarlas en las expresiones (5) y (8) :

Para que exista continuidad en la estructura, los desplazamientos relativos de las barras redundantes deberán ser igual a cero.

$$[R] = [bR] [e]^T$$

sustituyendo la ecuación (8) en la anterior ecuación:

$$[0] = [bR]^T [f] [bo] [F] + [f] [bR] [R]$$

$$[0] = [bR]^T [f] [bo] [F] + [bR] [f] [bR]^T [R]$$

Podemos demostrar que el producto de $[bR]^T [f] [bR]$ es cuadrado y no singular, si notamos que $[f]$ es diagonal con todos los elementos de la diagonal principal diferentes de cero. Despejamos $[-R]$ de la ecuación.

$$[R] = - [bR]^T [f] [bR]^{-1} [bR] [f] [bo] [F]$$

sustituyendo la ecuación en la ecuación (6).

$$[P] = [bo] [F] - [bR] [[bR]^T [f] [bR]^{-1} [bR] [f] [bo] [F]$$

se expresa como:

$$[P] = [bo] - [bR] [[bR]^T [f] [bR]^{-1} [bR] [f] [bo] [F]$$

[C]

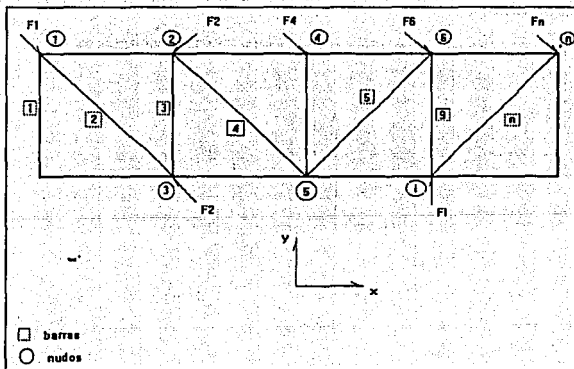
Si a la expresión la llamamos $[C]$, tenemos:

$$[P] = [C] [F] \text{-----(10)}$$

con esta última expresión podemos determinar los valores desconocidos del vector $[P]$

2.4 Análisis de armaduras

Armaduras planas.



Consideremos la armadura plana que se muestra, la cual tiene n nudos, N barras y n cargas externas aplicadas en los puntos nodales de la armadura; se considera el sistema de ejes x, y , como se y indica.

Es necesario estudiar los vectores o matrices implícitos en cada una de las ecuaciones fundamentales.

2.4.1 Vector de desplazamiento.

Se observa en la figura que en cada uno de los nudos y apoyos tienen dos posibilidades de desplazamiento, en las direcciones ortogonales X e Y. Existen dos grados de libertad por cada nudo de la armadura, por lo tanto el vector de desplazamientos es:

$$[d] = \begin{bmatrix} d1x \\ d1y \\ \dots \\ d2x \\ d2y \\ \dots \\ \vdots \\ dnx \\ dny \end{bmatrix} \begin{matrix} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{matrix} \left. \begin{matrix} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{matrix} \right\} \begin{matrix} \text{nudo 1} \\ \text{nudo 2} \\ \vdots \\ \text{nudo n} \end{matrix}$$

El orden del vector de desplazamiento es de $2N_n \times 1$, siendo N_n el número de nudos, en cuanto el signo del desplazamiento estará en función del sistema global de referencia.

2.4.2 Vector de deformaciones.

La armadura únicamente acepta esfuerzos axiales, de tensión o compresión; la forma del vector deformación será igual:

$$[c] = \begin{bmatrix} e1 \\ e2 \\ \vdots \\ en \end{bmatrix} \left. \begin{matrix} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{matrix} \right\} \begin{matrix} \text{barra 1} \\ \text{barra 2} \\ \vdots \\ \text{barra n} \end{matrix}$$

El orden del vector de deformaciones es $NB \times 1$ siendo NB el número de barras de la armadura.

Para cuando se tenga N_c sistemas de carga, el vector se convierte en una matriz de orden $N_B \times N_c$.

Las deformaciones de las barras son positivas si están a tensión y negativas a compresión.

2.4.3 Vector de cargas externas.

Las solicitaciones pueden expresarse vectorialmente de la siguiente manera:

$$[F] = \begin{bmatrix} F_{1x} \\ F_{1y} \\ F_{2y} \\ \vdots \\ \vdots \\ F_{nx} \\ F_{ny} \end{bmatrix} \begin{array}{l} \text{---} \text{ nudo 1} \\ \text{---} \text{ nudo 2} \\ \text{---} \text{ nudo n} \end{array}$$

El orden del vector de fuerzas es de $2N_n \times 1$

Cuando se tiene N_c sistemas de carga, las fuerzas dependerán de la dirección de éstas, con respecto al sistema global de referencia X, Y.

2.4.4 Vectores de fuerzas internas.

Estas fuerzas que están sujetas a tensión o compresión, están referidas al sistema local en cada barra, y como en armaduras, estas sólo transmiten esfuerzos axiales se tiene:

$$[P] = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_n \end{bmatrix}$$

El orden de fuerzas internas es de $N_B \times 1$

Cuando se tiene N_c sistemas de cargas resulta una matriz de $NB \times Nc$. De igual manera será positivo cuando esté sujeta a tensión, y negativa cuando esté a compresión.

2.4.5. Rigidez de barra.

La relación cargas-deformación para cada barra se obtiene a partir de la rigidez axial de barra, puesto que en cada barra solo existen esfuerzos de tensión y compresión

$$K_i = E_i A_i / L_i$$

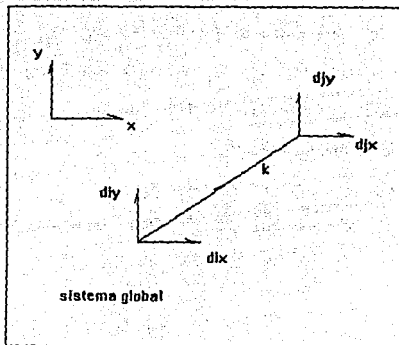
Por lo tanto se aplican las tres ecuaciones fundamentales del método de las rigideces, en la forma ordenada: Continuidad, Ley de Hooke y Equilibrio.

2.4.6. Ecuación de Continuidad.

$$\text{Continuidad } [e] = [a] [d]$$

La relación anterior se afecta por la geometría de la estructura.

Revisando la barra K -ésima:

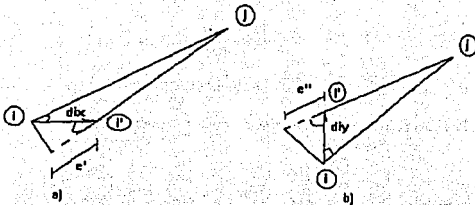


Cada uno de los extremos de la barra sufre los desplazamientos correspondientes al nudo:

$$[d_i] = \begin{bmatrix} d_{ix} \\ d_{iy} \end{bmatrix}; \quad [d_j] = \begin{bmatrix} d_{jx} \\ d_{jy} \end{bmatrix}$$

La deformación en sistema local está dada por la proyección de la diferencia de los desplazamientos sobre el eje de la barra.

Deformaciones resultantes de desplazamientos arbitrarios de los nudos de las barras en las dos direcciones:

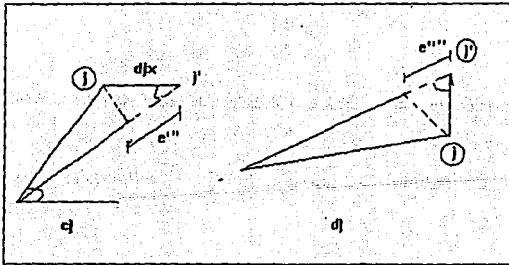


Consideremos ahora la misma armadura cuando está sujeta a los desplazamientos indicados, en direcciones globales X e Y.

En ambos casos se producen acortamientos a los que llamamos e' y e'' , los que podemos expresar en función de los ángulos de barra y B:

$$e' = -dix \cos$$

$$e'' = -diy \cos B$$



De igual manera.

$$e''' = dix \cos$$

$$e'''' = diy \cos B$$

Superponiendo estas deformaciones la relación de continuidad será:

$$e = e' + e'' + e''' + e''''$$

$$= (dix - dix \cos) + (diy - diy \cos B)$$

Matricialmente:

$$e_x = \begin{bmatrix} dix \\ diy \\ dix \\ diy \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\cos_k & -\text{sen}_k & \text{sen}_k \end{bmatrix}$$

Generalizando

$$\begin{bmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ e_x \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cdot & & & & \cdot \\ \cdot & & & & \cdot \\ \cdot & & & & \cdot \\ \cdot & -c & -s & c & s \\ \cdot & & & & \cdot \\ \cdot & & & & \cdot \\ \cdot & & & & \cdot \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx \\ dy \\ \cdot \\ \cdot \\ dx \\ dy \end{bmatrix}$$

Resultando que la matriz de continuidad A puede formarse siguiendo los siguientes pasos:

1. Definir los ejes locales de cada barra
2. Definir las proyecciones unitarias de los desplazamientos en ejes globales.
3. Colocar las proyecciones de sus extremos con los signos que le correspondan a cada barra.

Rigidez de barra plana.

Con un solo término : EAL ; y la aplicación de la ley de Hooke, tenemos:

$$P_i = K_i e_i$$

Los términos de la rigidez de cada barra podemos agruparlos en forma de matriz, que se llama matriz de rigidez de cada barra, esta matriz ya contiene más elementos, a diferencia de la matriz de rigidez de una armadura, esta ya no será diagonal.

La Ley de Hooke expresada matricialmente.

$$[P_i] = [K_i] [e_i]$$

Los vectores tiene la siguiente forma:

$$[P]_i = \begin{Bmatrix} PA1i \\ PA2i \\ MAi \\ PB1i \\ PB2i \\ MBi \end{Bmatrix} \begin{matrix} \text{Nudo} \\ \text{Origen A} \\ \\ \text{Nudo} \\ \text{Origen B} \end{matrix} \quad [e]_i = \begin{Bmatrix} eA1i \\ eA2i \\ \theta Ai \\ eB1i \\ eB2i \\ \theta Bi \end{Bmatrix} \begin{matrix} \text{Nudo} \\ \text{Origen A} \\ \\ \text{Nudo} \\ \text{Origen B} \end{matrix}$$

Donde:

PA1. Es la fuerza en dirección local X en el extremo A de la barra i

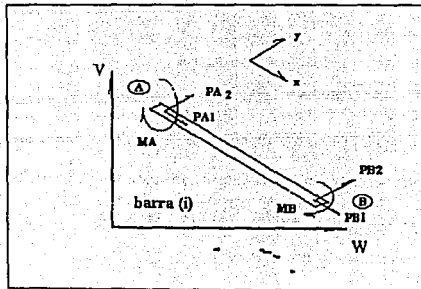
PA2. Es la fuerza en dirección local Y en el extremo A de la barra i

MA. Es el momento flexionante en el extremo A de la barra i

PB1. Es la fuerza en dirección local X en el extremo B de la barra i

PB2. Es la fuerza en dirección local Y en el extremo B de la barra i

MB. Es el momento flexionante en el extremo B de la barra i



Los elementos del vector $[e]_i$ son :

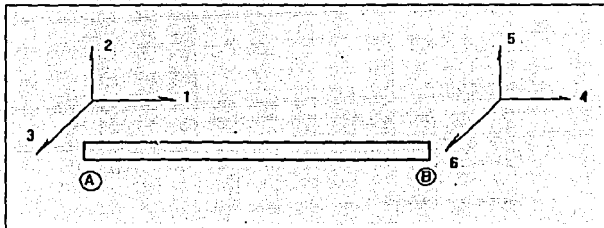
- eA1. Es la deformación en la dirección local X en el extremo A de la barra i
- eA2. Es la deformación en la dirección local Y en el extremo A de la barra i
- 0A. Giro del extremo A de la barra i
- eB1. Es la deformación en la dirección local X en el extremo B de la barra i
- eB2. Es la deformación en la dirección local Y en el extremo B de la barra i
- 0B. Giro del extremo B de la barra i

Para que sea compatible la matriz de rigidez de la viga $[K]_i$, tendrá que ser una matriz cuadrada de orden 6x6:

$$\begin{matrix} [P]_i & = & [K]_i & [e]_i \\ (6 \times 1) & & (6 \times 1) & (6 \times 1) \end{matrix}$$

Obtención de la matriz K de rigidez de barra

Enumeramos los grados de libertad de una barra plana:

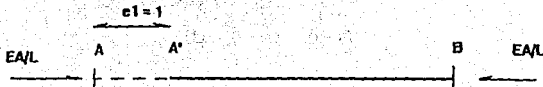


Se partirá del concepto de rigidez; La fuerza que hay que aplicar a la barra para producirle una deformación unitaria.

Idealizando la barra i : tiene sección transversal constante, la cual tiene una área A , módulo de elasticidad E y un momento de inercia I .

Dando desplazamientos unitarios a los grados de libertad del nudo origen, y veamos cuales serán los elementos mecánicos para cada uno de ellos en la barra.

A) Deformación unitaria de la barra en las dirección 1.



En la dirección 1 : EA/L

En la dirección 2 : 0

En la dirección 3 : 0

En la dirección 4 : $-EA/L$

En la dirección 5 : 0

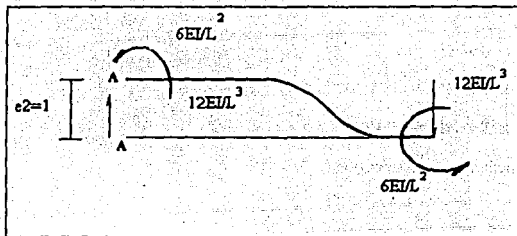
En la dirección 6 : 0

El grado de libertad está desacoplado de las direcciones 2,3,4,5 y 6

Acoplando la matriz en su primer renglón.

$$[K] = \begin{matrix} \text{dir. 1} \\ \text{dir. 6} \end{matrix} \begin{bmatrix} EA/L & 0 & 0 & -EA/L & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

B) Deformación unitaria a la barra en la dirección 2



Las fuerzas que se producen en la barra al deformarla son.

En la dirección 1 : 0

En la dirección 2 : $12 EI / L^3$

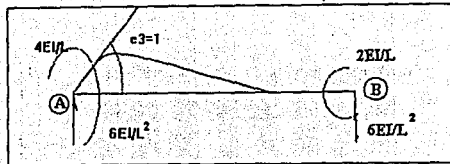
En la dirección 3 : $6 EI / L^2$

En la dirección 4 : 0

En la dirección 5 : $-12EI / L^3$

En la dirección 6 : $6EI / L$

C) Giro a la barra en la dirección 3 :



Las fuerzas que se producen en la barra al aplicar el giro son :

En la dirección 1 : 0

En la dirección 2 : $6EI/L^3$

En la dirección 3 : $4EI/L$

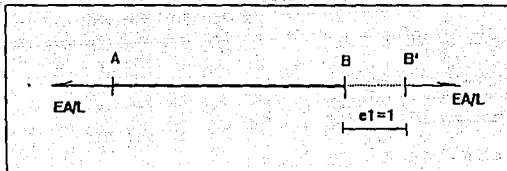
En la dirección 4 : 0

En la dirección 5 : $-6EI/L^2$

En la dirección 6 : $2EI/L$

obteniendo el tercer renglón.

D) Deformación unitaria a la barra en la dirección 4



Las fuerzas que se producen en la barra al deformarla son :

En la dirección 1 : $-EA/L$

En la dirección 2 : 0

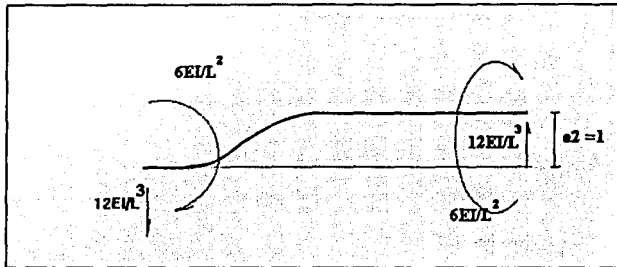
En la dirección 3 : 0

En la dirección 4 : EA/L

En la dirección 5 : 0

En la dirección 6 : 0

E) Deformación unitaria a la barra en la dirección 5 :



En la dirección 1 : 0

En la dirección 2 : $-12EI/L^3$

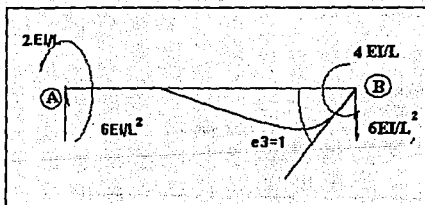
En la dirección 3 : $-6EI/L^2$

En la dirección 4 : 0

En la dirección 5 : $12EI/L^3$

En la dirección 6 : $-6EI/L^2$

F) Giro en la barra en la dirección 6 :



Las fuerzas que se producen al girar la barra son :

En la dirección 1 : 0

En la dirección 2 : $6EI/L^2$

En la dirección 3 : $2EI/L$

En la dirección 4 : 0

En la dirección 5 : $-6EI/L^2$

En la dirección 6 : $4EI/L$

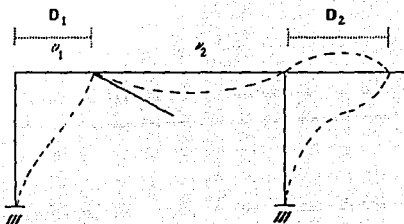
Ensamblando la matriz:

$$\begin{array}{l}
 \text{dir. 1} \\
 \text{dir 2} \\
 \text{dir 3} \\
 \text{dir 4} \\
 \text{dir 5} \\
 \text{dir 6}
 \end{array}
 \left[\begin{array}{cccccc}
 \frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\
 0 & \frac{12EI}{L} & \frac{6EI}{L'} & 0 & \frac{-12EI}{L'} & \frac{6EI}{L'} \\
 0 & \frac{6EI}{L'} & \frac{4EI}{L'} & 0 & \frac{6EI}{L'} & \frac{2EI}{L'} \\
 \frac{-EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\
 0 & \frac{-12EI}{L'} & \frac{-6EI}{L'} & 0 & \frac{12EI}{L'} & \frac{-6EI}{L'} \\
 0 & \frac{6EI}{L'} & \frac{2EI}{L'} & 0 & \frac{6EI}{L'} & \frac{4EI}{L'}
 \end{array} \right]$$

La matriz K es simétrica

2.5 Método de rigideces aplicado a marcos en 2a. dimensión.

ejemplo:



$nN = 2$, $nB = 3$

$nD = 1$ (grados de libertad)

Por lo tanto:

$$[d] = \begin{bmatrix} U1 \\ U2 \\ U3 \end{bmatrix} \quad [F] = \begin{bmatrix} M1 \\ M2 \\ F1 \end{bmatrix}$$

La energia del sistema es:

$$W = \frac{1}{2} \int Fd = \frac{1}{2} Fd$$

Escribiendo matricialmente:

$$W = \frac{1}{2} F^T \theta$$

Ecuaciones generales de la barra:

$$MA = 0$$

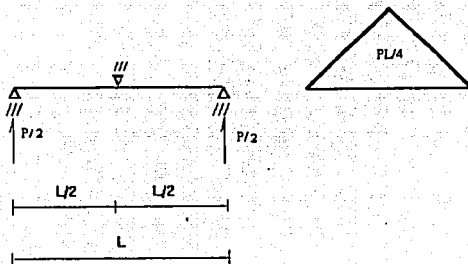
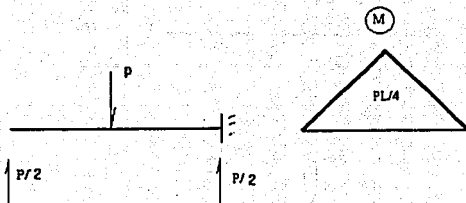
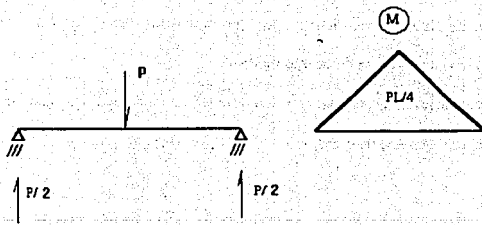
$$MA = 4 \frac{AE}{L} (UA + \frac{\Delta}{L}) + 2 \frac{EI}{L} (UB + \frac{\Delta}{L}) + 6 \frac{EI}{L^2} \Delta$$

$$MB = 0$$

$$MB = 2 \frac{EI}{L} (UA + \frac{\Delta}{L}) + 4 \frac{EI}{L} (UB + \frac{\Delta}{L}) + 6 \frac{EI}{L^2} \Delta$$

$$\begin{bmatrix} MA \\ MB \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} UA \\ UB \\ D \end{bmatrix}$$

No. De variables dependientes distinto a No. De variables independientes.



Las tres vigas por tener momentos iguales, tienen elásticas congruentes) sin embargo se tienen desplazamientos distintos por que la elástica de la viga (2) y (3) son iguales a las de (1) más movimiento de cuerpo rígido.

Por lo tanto las ecuaciones de rigidez no cambian si se le dan movimiento de cuerpo rígido por ejemplo para el extremo (A) tal que $\Delta = 0$



Sea :

$$M_A = 4 \frac{EI}{L} \theta_A + 2 \frac{EI}{L} \theta_B$$

$$M_B = 2 \frac{EI}{L} \theta_A + 4 \frac{EI}{L} \theta_B$$

$$\begin{bmatrix} \theta_A \\ \theta_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{U_A + \frac{\Delta}{L}}{L} \\ \frac{U_B + \frac{\Delta}{L}}{L} \end{bmatrix}$$

CAPITULO 3

DESCRIPCION DEL PROGRAMA ANET

3.1. Introducción.

En esta tesis se aplicará programa de análisis estructural denominado "ANET" , el cual utiliza el método de rigideces para el análisis de estructuras reticulares tales como: vigas continuas, armaduras planas, armaduras espaciales, marcos planos, parrillas y marcos espaciales.

El método de las rigideces (método de desplazamientos), es el más utilizado para el análisis matricial de estructuras por ser más fácil de programar comparándolo con el método de las flexibilidades, como se observa en el capítulo dos.

Definido el modelo analítico de una estructura no se tienen que hacer más decisiones para realizar el análisis. El método de las rigideces difiere del método de las flexibilidades, aunque los modelos matemáticos son similares. En el método de las flexibilidades, las incógnitas son acciones redundantes que son seleccionadas arbitrariamente; mientras en que en el método de las rigideces, las incógnitas los son desplazamientos de los nudos en la estructura que son especificados directamente a partir del modelo analítico. En el método de las rigideces, el número de incógnitas por calcular es igual al número de grados de libertad de la estructura.

El método consiste en determinar la matriz de rigidez global de la estructura a partir de las matrices de rigideces locales de cada uno de los elementos que la componen, para resolver, de acuerdo a la situación de carga de la estructura de sistema, la ecuación:

$$\text{Fuerza} = \text{Rigidez} \times \text{Desplazamiento}$$

En donde las incógnitas son las fuerzas o reacciones en los apoyos y los desplazamientos de los nudos libres. De esta manera, el sistema se resuelve parcialmente, para obtener los desplazamientos de los nudos libres y posteriormente calcular las reacciones en los apoyos. Finalmente con el sistema resuelto, se calculan los elementos mecánicos que actúan en los extremos de cada uno de los elementos de la estructura.

3.1.1 Descripción del sistema.

Se proporcionan en primer término las características geométricas de la estructura, las propiedades de los elementos que la integran y el estado de cargas que actúa sobre ella. Con esta información el sistema ANET calcula los desplazamientos de los nudos, las reacciones en los apoyos y los elementos mecánicos en los extremos de las barras.

El sistema maneja toda la información mediante una base de datos que permite modificar cualquier dato fácilmente con el objeto de probar diferentes propiedades y cargas sin requerir la captura de información nuevamente.

El método genera la matriz de rigideces globales de la estructura en banda para un mejor aprovechamiento de la memoria e incrementar la magnitud de los problemas que el sistema puede resolver.

Los reportes que se generan son:

- Coordenadas en los nudos
- Propiedades de los elementos
- Geometría de la estructura
- Cargas en los nudos
- Cargas en los elementos

- Desplazamientos en los nudos
- Elementos mecánicos en los extremos de las barras.

3.2.1 Reacciones en los apoyos.

El sistema ANET permite resolver problemas de elemento finito para el análisis de estructuras continuas como presas, placas, marcos con elementos de área y momento de inercia variable (con el método de las dovelas), etc.

El sistema está dividido en varios módulos para aprovechar al máximo la capacidad de memoria de la computadora. Estos módulos se listan a continuación y deben de estar presentes en el disco del sistema.

Módulo	Descripción
ANET	Presentación del sistema
ANETSEMO	Selector principal
ANETINPU	Entrada de datos
ANETEDIT	Editor de la base de datos
ANETMAT	Ensamblador de matrices
ANETSOLU	Solución de la estructura
ANETCAES	Cálculo de elementos mecánicos
ANETDISP	Despliegue en pantalla
ANETIMR	Despliegue en impresor

La capacidad del sistema ANET varía de acuerdo a varios factores como son: el ancho de banda (máximas diferencias en la numeración de los nudos), los grados de libertad, el tipo de estructura, etc.

3.3.1 Estructural reticulares y el ANET.

Toda estructura reticular está formada de miembros que son largos en comparación con las dimensiones de su sección transversal.

Los nudos de una estructura reticular son los puntos de intersección de los miembros de extremos libres. Los apoyos pueden ser empotrados, articulados o deslizantes. En casos especiales las conexiones entre miembros o entre miembros y apoyos pueden ser elásticas (semirígidas), sin embargo, esta última posibilidad no se puede analizar con el sistema ANET.

Las cargas en una estructura reticular puede ser fuerzas concentradas, cargas distribuidas o momentos.

Consideremos las características principales de cada tipo de estructura reticular.

3.3.2. Vigas

Una viga está formada por un miembro recto que tiene uno o más puntos de apoyo. Las fuerzas que se aplican a una viga se supone que actúan en un plano que contiene el eje de simetría de la sección transversal de la viga (el eje de simetría es también el eje principal de la sección transversal) y todos los momentos exteriores que actúan sobre la viga tienen sus vectores de momento normales a este plano. La viga se deforma en el mismo plano (el plano de flexión) y no sufre torsión. En cualquier sección de la viga pueden existir esfuerzos internos y, en el caso general, pueden incluir una fuerza axial, una fuerza cortante y un momento de flexión.

3.3.3. Armaduras planas.

Una armadura plana se idealiza como un sistema de miembros en un plano e interconectados por nudos articulados. Todas las fuerzas aplicadas se consideran actuando en el plano de la estructura. Las cargas son fuerzas concentradas aplicadas en los nudos. El sistema ANET no permite en el caso de armaduras la acción de cargas que actúan en los propios miembros, para propósitos de análisis, las cargas en los miembros pueden reemplazarse por cargas estáticamente equivalentes que actúen en las articulaciones. Como consecuencia de esto, el análisis de una armadura sujeta únicamente a cargas en los nudos dará como resultado exclusivamente fuerzas axiales de tensión o de compresión en los miembros. El cálculo de los esfuerzos resultantes constituye el análisis completo de las fuerzas que actúan en los miembros de una armadura.

3.3.4. Armaduras espaciales.

Una armadura en el espacio es similar a una armadura plana, excepto que los miembros pueden tener cualquier dirección en el espacio. Las fuerzas que actúan en una armadura en el espacio pueden tener direcciones arbitrarias.

3.3.5. Marcos planos.

Un marco en el plano está compuesto de miembros en un solo plano y que tienen su eje de simetría en el mismo plano. Los nudos entre los miembros son conexiones rígidas. Las fuerzas que actúan sobre un marco y los desplazamientos están en el mismo plano de la estructura. Todos los momentos que actúan sobre el marco tienen sus vectores de momentos normales al plano. Los esfuerzos internos resultantes que actúan en cualquier sección de un

miembro del marco pueden consistir, en general, de un momento de flexión, una fuerza cortante y una fuerza axial.

3.3.6. Parrillas.

Una parrilla es una estructura plana compuesta de miembros continuos que se intersectan o se cruzan. En el último caso, las conexiones entre miembros se consideran a menudo como articuladas, en tanto que en el primer miembro caso las conexiones se consideran rígidas. Mientras que en un marco plano todas las fuerzas aplicadas actúan en el plano de la estructura, en el caso de una parrilla estas fuerzas son normales al plano de la estructura y todos los momentos tienen sus vectores en el plano de la parrilla. Esta orientación de la carga puede dar como resultado efectos de torsión así como de flexión en algunos de los miembros. Se considera que cada miembro tiene dos ejes de simetría en su sección transversal, de modo que la flexión y la torsión toman lugar independientemente una de la otra.

3.3.7. Marcos espaciales.

El último tipo de estructura es un marco en el espacio. Los marcos en el espacio son el tipo más general de estructura reticular, ya que no hay restricciones en la posición de los nudos, direcciones de los miembros ni direcciones en las cargas. Los miembros individuales de un marco en el espacio pueden soportar fuerzas axiales internas, momentos torsionantes, momentos flexionantes en las dos direcciones principales de la sección transversal y fuerzas cortantes en las dos direcciones principales. Se considera que los miembros tienen dos ejes de simetría en la sección transversal, como se explicó anteriormente para la parrilla.

El sistema ANET considera que las estructuras sometidas al análisis tienen miembros prismáticos, es decir, cada miembro tiene un eje recto y una sección transversal constante en toda su longitud.

Los miembros no prismáticos se pueden simular con métodos alternos como el de las dovelas en el caso de análisis de marcos.

3.4.1. Expresión de estructuras en modelos.

Un modelo analítico como representación de una estructura debe ser organizado a través de la numeración de todos sus componentes para poder ser capturado en la computadora.

Un modelo está formado por coordenadas que localizan los nudos en un espacio vectorial.

Los elementos que componen la estructura son conectados a través de estos nudos.

Cuando se define un elemento con el origen en el nudo 1 y destino en el nudo 2, el sistema ANET genera su propio sistema de coordenadas locales. El sistema de coordenadas locales siempre tiene su origen en el primer nudo con la dirección local "X" sobre el eje del elemento, la dirección local "Y" está a 90 grados en sentido contrario a las manecillas del reloj con respecto a la dirección "X".

No es necesario que se entienda perfectamente el sistema de coordenadas locales ya que las cantidades que tendrá que manejar, siempre serán de acuerdo al sistema de coordenadas globales de la estructura (exceptuando las cargas de los elementos).

Una vez definidas las coordenadas de los nudos que conectan al elemento, es necesario especificar las características físicas del elemento. Estas son expresadas mediante el módulo de elasticidad (E), el momento de inercia de la sección transversal (Y) y su área (A).

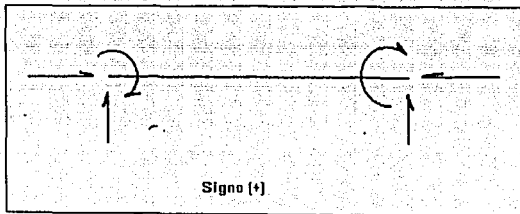
Las fuerzas externas aplicadas a la estructura también tienen que ser especificadas. Una carga de 1000 unidades hacia abajo se debe de expresar como $F_y = -1000$ (el signo negativo indica la dirección hacia abajo de acuerdo al sistema de coordenadas globales).

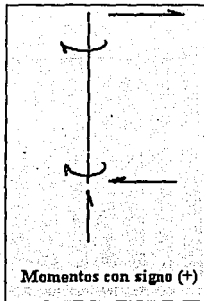
En forma similar, las condiciones de apoyo del modelo deben de ser especificadas. Los nudos pueden tener desplazamientos en la dirección "X", en la dirección "Y" y pueden girar en el plano XY para el caso de un marco plano. Por ejemplo, si el extremo izquierdo está totalmente empotrado, el nudo no tiene desplazamiento de ninguna clase (cero grados de libertad); si el extremo derecho puede desplazarse en ambas direcciones y además puede girar, es un nudo libre (tres grados de libertad).

Los elementos que se deben especificar para cada uno de los diferentes tipos de estructuras reticulares que se pueden analizar con este sistema se enlistan más adelante. El proceso para representar una estructura mediante un modelo analítico, es decir, la definición de sus elementos y sus conexiones, para representarla es responsabilidad del ingeniero estructuralista.

Convenciones de signos.

Se muestran las convenciones de signos que son consideradas por el sistema ANET para los datos proporcionados por el usuario:





Captura de datos.

El proceso de captura de datos para resolver la estructura con el sistema de análisis estructural (ANET), se divide en dos partes principales :

- La primera se refiere a los parámetros generales de la estructura; con ellos, se forma la base de datos donde quedará almacenada toda la información.
- La segunda, donde se describen la geometría de la estructura, las propiedades de los elementos que la componen y las cargas que actúan sobre ella.

Deben prepararse los datos de captura previamente a su proceso, según se lista a continuación:

Parametro de control

- Clave del problema. 8 caracteres
- Descripción del problema. 20 caracteres
- Tipo de estructura. 1 al 4
- Número de nudos.

- Número de elementos tipo.
- Número de elementos.
- Número de barras cargadas.
- Número de nudos cargados.
- Número de nudos restringidos.

3.5.1. Descripción de la estructura.

A) Marco plano, estructura tipo (1)

- Coordenadas de los nudos

N. número de nudos

X. coordenadas "x"

Y. coordenadas "y"

- Propiedades de los elementos tipo

N. número de elemento tipo.

A. área de la sección transversal.

E. módulo de elasticidad para tensión y compresión.

Iz. momento de inercia en "z".

- Geometría de la estructura.

N. número de elementos.

TE. tipo de elementos.

NO. nudo origen.

ND. nudo destino.

- Cargas distribuidas.

N. número de elementos cargados.

Q. valor de la carga con el signo de acuerdo al sistema global de coordenadas.

AQ. ángulo de carga en relación al sistema local de coordenadas.

- Cargas en los nudos.

NC. número de nudo cargado.

Fx. valor de la carga en el sentido "x"

Fy. valor de la carga en el sentido "y"

Mz. valor del momento de giro.

- Restricciones en los nudos.

N. número de nudos restringidos

Fx. restricción sobre "x".

Fy. restricción sobre "y".

Mz. restricción al giro en "z".

B) Armaduras, estructura tipo (2)

El módulo para el análisis de armaduras se diseñó para trabajar armaduras espaciales. Para analizar armaduras planas simplemente deben restringirse al movimiento en "Z" todos los nudos que forman la estructura.

- **Coordenadas de los nudos.**

N. número de nudo

X. coordenada "x".

Y. coordenada "y".

Z. coordenada "z".

- **Propiedades de los elementos tipo.**

N. número de elemento tipo.

A. área de la sección transversal.

E. módulo de elasticidad para tensión y compresión.

- **Geometría de la estructura.**

N. número de elemento

TE. tipo de elemento.

NO. nudo origen.

ND. nudo destino.

- **Cargas en los nudos.**

N. número de nudo cargado.

Fx. valor de la carga en "x".

Fy. valor de la carga en "y".

Fz. valor de a carga en "z".

- **Restricción en los nudos.**

N. número de nudo restringido.

Fx. restricción sobre "x".

Fy. restricción sobre "y".

Fz. restricción "z".

C) Parrilla, estructura tipo (3).

- **Coordenadas de los nudos.**

X. coordenada "x".

Z. coordenada "z".

- **Propiedades de los elementos tipo.**

N. número de elemento tipo.

E. Módulo de elasticidad para tensión y compresión.

G. Módulo de elasticidad para cortante.

Ix. momento de inercia en "x".

Iz. momento de inercia en "z".

- **Geometría de la estructura.**

N. número de elemento.

TE. tipo de elemento.

NO. nudo origen.

ND. nudo destino.

N. número de nudo.

- Cargas distribuidas.

\bar{N} : número del elemento

Q: valor de la carga con el signo de acuerdo al sistema global de coordenadas.

- Cargas en los nudos.

NC: número de nudo cargado.

Mx: valor del momento de giro en "x".

Fy: valor de la carga en el sentido "y".

Mz: valor del momento de giro en "z".

- Restricciones en los nudos.

N: número de nudo restringido.

Mx: restricción al giro en "x".

Fy: restricción sobre "y".

Mz: restricción al giro en "z".

D) Marco espacial, estructura tipo (4).

- Coordenadas de los nudos.

N: número de nudo.

X: coordenada "x".

Y: coordenada "y".

Z: coordenada "z".

- **Propiedades de los elementos tipo.**

N. número de elemento tipo.

A. área de la sección transversal.

E. módulo de elasticidad para torsión y compresión.

G. módulo de elasticidad para cortante.

Ix. momento de inercia en "x".

Iy. momento polar de inercia en "y".

Iz. momento de inercia en "z".

- **Geometría de la estructura**

N. número de elemento.

TE. tipo de elemento.

NO. nudo origen nudo destino.

AG. ángulo de giro.

- **Cargas distribuidas.**

N. número de elemento.

Ei. nudo de extremo inicial.

Fx. fuerza de empotramiento en "x".

Fy. fuerza de empotramiento en "y".

Fz. fuerza de empotramiento en "z".

Mx. momento de empotramiento en "x".

My. momento de empotramiento en "y".

Mz. momento de empotramiento en "z".

Ej. nudo en extremo final.

Fx. fuerza de empotramiento en "x".

Fy. fuerza de empotramiento en "y".

Fz. fuerza de empotramiento en "z".

Mx. momento de empotramiento en "x".

My. momento de empotramiento en "y".

Mz. momento de empotramiento en "z".

- Cargas en los nudos.

N. número de nudos cargado

Fx. valor de la carga en "x".

Fy. valor de la carga en "y".

Fz. valor de la carga en "z".

Mx. momento en "x".

My. momento en "y".

Mz. momento en "z".

- Restricciones en los nudos.

Nx. número de nudo restringido.

Fx. restricciones sobre "x".

Fy. restricciones sobre "y".

Fz. restricción sobre "z".

Mx. restricción al giro en "x".

My. restricción al giro en "y".

Mz. restricción al giro en "z".

Las restricciones para los nudos de apoyo en todos los tipos de estructura deben de ser expresadas como una sola cantidad, por ejemplo, preentamos a continuación diferentes condiciones de apoyo para un marco plano.

<u>Condiciones de apoyo</u>	<u>Restricción</u>
1. Totalmente empotrado	1,2,3
2. Articulación	1,2
3. Carretilla horizontal	2,3
4. Carretilla vertical	1,3

El sistema de Análisis estructural (ANET), está provisto de editor para el fácil acceso y modificación de los datos que definen a la estructura y su condición de carga. Los datos generados en la primera parte de la captura no-pueden ser modificados ya que establecen el control de la base de datos; en caso de tener la necesidad de modificar, se tendrá que capturar la información nuevamente.

3.6.1 Bases del programa.

BASES DEL PROGRAMA PARA EL ANALISIS DE MARCOS

```
5   REM ANALISIS DE MARCOS
11  DATA
12  DATA
13  DATA
14  DATA
15  DATA
16  DATA
17  DATA
18  DATA
19  DATA
160 CLS:GOSUB 5000
170 PRINT "ANALISIS DE MARCO PLANO"
180 GOSUB 5000
185 REM LEER DATOS DE ENTRADA
190 READ E,NM,N
200 PRINT "MODULO DE ELASTICIDAD=";E
210 PRINT "NUMEROS DE MIEMBROS=";NM
220 PRINT "NUMERO DE DESPLAZAMIENTOS DESCONOCIDOS=";n
230 GOSUB 5000
240 DIM P(NM,9),A(N,N),SB(N),B(N),Q(NM,6),M(6,6),X(N)
250 DIM CC(6,1),BB(6,1),GM(NM,6),AA(6,6),TM(6,6)
260 FOR I=1 TO NM
270 READ P(I,1),P(I,2),P(I,3),P(I,4),P(I,5),P(I,6)
280 READ Q(I,1),Q(I,2),Q(I,3),Q(I,4),Q(I,5),Q(I,6)
290 P(I,7)=P(I,3)-P(I,1)
300 P(I,8)=P(I,4)-P(I,2)
310 P(I,9)=SQR(P(I,7)^2+P(I,8)^2)
320 NP(I,7)=P(I,7)/P(I,9)
330 P(I,8)=P(I,8)/P(I,9)
340 NEXT I
350 FOR I=1 TO N
360 READ B(I)
370 SB(I)=B(I)
380 NEXT I
385 REM ENSAMBLE DE LA MÁTRIZ DE RIGIDECES DE LA ESTRUCTURA
390 FOR R=1 TO NM
400 GOSUB 10000
410 FOR I=1 TO 6
420 FOR J=1 TO 6
430 A(Q(R,I),Q(R,I)) = A(Q(R,I),Q(R,J))+M(I,J)
440 NEXT J,I,R
```

```
445 REM SOLUCION DE LA MATRIZ DE RIGIDECE DE LA ESTRUCTURA
450 GOSUB 20000
480 PRINT "NO","CARGA","DESPLAZAMIENTO"
490 GOSUB 5000
500 FOR R=1 TO N
510 PRINT R,SB(R),
520 PRINT USING "#####";X(R)
530 NEXT R
540 GOSUB 5000
545 REM IMPRIME FUERZAS GLOBALES EN MIEMBROS
550 PRINT "FUERZAS GLOBALES EN MIEMBROS"
560 GOSUB 5000
590 PRINT "NO          FXA FYA MA  FXB FYB  MB"
600 GOSUB 5000
610 FOR R=1 TO NM
620 FOR I=1 TO 6
630 BB (I,I) = X (Q(R,I))
640 NEXT I
650 GOSUB 10000
660 FOR I=1 TO 6
670 FOR J=1 TO 6
680 AA(I,J)=M(I,J)
690 NEXT J,I
700 GOSUB 12000
710 FOR J=1 TO 6
720 GM(R,J)=CC(J,I)
730 NEXT J
740 GOSUB 16000
750 NEXT R
760 GOSUB 5000
765 REM IMPRIME FUERZAS LOCALES DE MIEMBROS
770 PRINT "FUERZAS LOCALES DE MIEMBROS"
780 GOSUB 5000
790 PRINT "NO          PA VA MA  PB  VB  MB"
800 GOSUB 5000
810 FOR R=1 TO NM
820 FOR J=1 TO 6
830 BB(J,I)=GM(R,J)
840 NEXT J
850 GOSUB 14000
860 FOR I=1 TO 6
870 FOR J= TO 6
880 AA(I,J)=TM(I,J)
890 NEXT J,I
900 GOSUB 12000
```

```
1000 GOSUB 16000
1010 NEXT R
1020 GOSUB 5000
1030 GOTO 30000
5000 PRINT
5010 PRINT"*****"
5020 PRINT
9000 REM SUBROUTINA PARA CALCULAR LA MATRIZ DE RIGIDECES
10000 L=P(R,9)
10010 L2=L*L
10020 L3=L*L*L
10030 S=P(R,8)
10040 S2=S*S
10050 C=P(R,7)
10060 C2=C*C
10070 AE=P(R,5)*E
10080 EI=P(R,6)*E
10090 K1=AE*C2/L+12*EI*S2/L3
10100 K2=((AE/L)-(12*EI/L3))*S*C
10110 K3=AE*S2/L+12*EI*C2/L3
10120 K4=6*EI*S/L2
10130 K5=6*EI*C/L2
10140 K6=2*EI*C/L2
10150 M(1,1)=K1
10160 M(4,4)=K1
10170 M(1,2)=K2
10180 M(4,5)=K2
10190 M(1,3)=-K4
10200 M(1,6)=-K4
10210 M(1,4)=-K1
10220 M(1,5)=-K2
10230 M(2,4)=-K2
10240 M(2,2)=K3
10250 M(5,5)=K3
10260 M(2,3)=K5
10270 M(2,6)=K5
10280 M(2,5)=-K3
10290 M(3,3)=2*K6
10300 M(6,6)=2*K6
10310 M(3,4)=K4
10320 M(4,6)=K4
10330 M(3,5)=-K5
10340 M(5,6)=-K5
10350 M(3,6)=K6
10360 FOR I=2 TO 6
```

```
10370 FOR J=1 TO I-1
10380 M(I,J)=M(J,I)
10390 NEXT J,I
10400 RETURN
11000 REM MULTIPLICACION DE MATRICES
12000 M=6
12010 N=6
12020 P=1
12030 FOR I=1 TO M
12040 FOR J=1 TO P
12050 CC(I,J)=CC(I,J)+AA(I,K)*BB(K,J)
12080 NEXT K,J,I
12090 RETURN
13000 REM TRANSFORMACION DE MATRICES
14000 FOR I=1 TO 6
14010 FOR J=1 TO 6
14020 TM(I,J)=0
14030 NEXT J,I
14040 S=P(R,8)
14050 C=P(R,7)
14060 TM(1,1)=C
14070 TM(2,2)=C
14080 TM(4,4)=C
14090 TM(5,5)=C
14100 TM(3,3)=1
14110 TM(6,6)=1
14120 TM(1,2)=S
14130 TM(4,5)=S
14140 TM(2,1)=-S
14150 TM(5,4)=-S
14160 RETURN
16000 PRINT R,
16010 PRINT USING "###.###";CC(1,1),CC(2,1),CC(3,1),CC(4,1),CC(5,1),CC(6,1)
16020 RETURN
19000 REM SUBROUTINA PARA RESOLVER ECUACIONES
20000 FOR I=1 TO N-1
20010 FOR J=1 TO N
20020 D=A(J,I)/A(I,I)
20030 FOR K=1 TO N
20040 A(J,K)=A(J,K)-D*A(I,K)
20050 NEXT K
20060 B(J)=B(J)-D*B(I)
20070 NEXT J,I
20080 X(N)=B(N)/A(N,N)
20090 FOR I=1 TO N-1
```

```
20100 J=N-1
20110 D=0
20120 FOR K=J+1
20130 D=D+A(J,K)*X(K)
20140 NEXT K
20150 X(J)=B(J)/A(J,)-D/A(J,J)
20160 NEXT I
20170 RETURN
30000 END
OK
```


BASE PARA OBTENER EL PROGRAMA DE ANALISIS DE ARMADURAS.

```
100 REM RIGIDECES ARMADURAS PLANAS
200 REM NUMERO DE NUDOS, NUMERO DE BARRAS
300 REM NUMERO DE CONDICIONES DE CARGA, NUMERO DE NUDOS
400 REM INCLUYENDO APOYOS
500 READ NPN, NBA, NCC, MPN
600 DIM KK(2*MPN, 2*MPN), X(NPN), Y(NPN)
700 DIM F(2*MPN, NCC), E(NBA), P(NBA), A(NBA), B(NBA)
800 PRINT
900 PRINT "COORDENADAS EN LOS NUDOS"
1000 REM DATOS DE LOS NUDOS: NUMERO Y COORDENADAS
    RESPECTIVAMENTE
1100 FOR I = 1 TO NPN
1200 READ N, X(N), Y(N)
1300 PRINT "X(";N;") = "; X(N), "Y(";N;") = "; Y(N)
1400 NEXT I
1500 PRINT
1600 MX = 0
1700 PRINT "UNION A-B DE LOS MIEMBROS"
1800 REM DATOS DE LAS BARRAS : NUMERO, PARTES A Y B -
1900 REM (NUMERO DE NUDO CORRESPONDIENTE)
2000 FOR I = 1 TO NBA
2100 READ M, A(M), B(M)
2200 PRINT "A(";M;") = "; A(M), "B(";M;") = "; B(M)
2300 IF (A(M) > MPN) OR (B(M) > MPN) THEN 2600
2400 OS = ABS(A(M) - B(M))
2500 IF OS > MX THEN MX = OS
2600 NEXT I
2800 IB = (MX + 1) ^ 2
2900 PRINT "EL ANCHO DE LA DE BANDA ES = "; IB
3000 REM DATOS DE LAS RIGIDECES DE BARRAS
3100 FOR J = 1 TO NBA
3200 READ K
3300 XBA = X(B(J)) - X(A(J))
3400 YBA = Y(B(J)) - Y(A(J))
3500 DI = XBA ^ 2 + YBA ^ 2
3600 LB = SQR(DI)
3700 SA = YBA / LB
3800 CA = XBA / LB
3900 Z1 = A(J) ^ 2 - 1
4000 Z2 = A(J) ^ 2
4100 Z3 = B(J) ^ 2 - 1
4200 Z4 = B(J) ^ 2
4300 IF A(J) > MPN THEN 5200
4400 KK(Z1, 1) = KK(Z1, 1) + CA ^ 2 * K
4500 KK(Z1, Z2 - Z1 + 1) = KK(Z1, Z2 - Z1 + 1) + CA * SA * K
```

```
4600 KK(Z2,1)=KK(Z2,1)+SA^2*K
4700 IF B(J)>MPN THEN 5500
4800 KK(Z1,Z4-Z1+1)=KK(Z*K1,Z4-Z1+1)-CA*SA
4900 KK(Z1,Z3-Z1+1)=KK(Z1,Z3-Z1+1)-CA^2*K
5000 KK(Z2,Z3-Z2+1)=KK(Z2,Z3-Z2+1)-SA*CA*K
5100 KK(Z2,Z4-Z2+1)=KK(Z2,Z4-Z2+1)-SA^2*K
5200 KK(Z3,1)=KK(Z3,1)+CA^2*K
5300 KK(Z3,Z4-Z3+1)=KK(Z3,Z4-Z3+1)+CA*SA*K
5400 KK(Z4,1)=KK(Z4,1)+SA^2K
5500 NEXT J
5600 FOR J=2 TO 2*MPN
5700 I1=1
5800 IF J>IB THEN I1 = J-IB+1
5900 I2=J+1-I1
6000 IF I1=J-I THEN 6900
6100 FOR I=I1+1 TO J-1
6200 I3=I2-J+1
6300 SUMA=0
6400 FOR K1=1 TO I-I1
6500 SUMA = SUMA +KK(I1+K1-1,I3-K1+1)*KK(I1+K1-1,I2-K1+1)
6600 NEXT K1
6700 KK(I,J-I+1)=KK(I,J-I)-SUMA
6800 NEXT I
6900 SUMA=0
7000 FOR K100 TO J-I1-1
7100 BZ=KK(I1+K1,I2-K1)/KK(I1+K1,1)
7200 SUMA = SUMA +BZ*KK(I1+K1,I2-K1)
7300 KK(I1+K1,I2-K1)=BZ
7400 NEXT K1
7500 KK(J,1) = KK(J,1)-SUMA
7600 NEXT J
7700 FOR L=1 TO NCC
7800 PRINT "CONDICIONES DE CARGA:";L
7900 PRINT
8000 PRINT "VECTOR DE FUERZAS [F] ES :"
8100 FOR I=1 TO 2*MPN
8200 READ F(I,L)
8300 PRINT "F(";I;";";L;")=";F(I,L)
8400 SUMA=0
8500 IF I=1 THEN 92003
8600 I1=1
8700 IF I>=IB THEN I1=I-IB
8800 I2 =I+1-I1
8900 FOR K1=0 TO I-I1-1
9000 SUMA =SUMA + KK(I1+K1,I2-K1) * KK(I1+K1,1)*F(I1+K1,L)
```

```
9100 NEXT K1
9200 F(I,L)=(F(I,L)-SUMA)/KK(I,1)
9300 NEXT I
9400 PRINT
9500 FOR IP=1 TO (2*MPN)-1
9600 I=(2*MPN)-IP+1
9700 I1=1
9800 IF I>IB THEN I1= I-IB+1
9900 I2=I+1-I1
10000 FOR K1=0 TO I-I1-1
10100 F(I1+K1,L)=F(I1+K1,L)-KK(I1+K1,I2-K1)*F(I,L)
10200 NEXT K1
10300 NEXT IP
10400 PRINT "EL VECTOR DE DESPLAZAMIENTO [D] ES : "
10500 FOR JO=1 TO*MPN
10600 PRINT "D(“;JO;”,”;L;”)=;F(JO,L)
10700 NEXT JO
10800 NEXT L
10900 PRINT "LISTO"
11000 END
```

CAPITULO 4 SOLICITACIONES EN PUENTES

4.1 Introducción

Presentaremos los requerimientos que se deben tomar en cuenta para el proyecto de un puente de acuerdo con las normas técnicas utilizadas en México.

4.2 Cargas de proyecto.

Se proyectará la estructura tomando en cuenta las cargas y fuerzas siguientes si existieran:

Carga muerta, carga viva, impacto o efecto dinámico de la carga viva, cargas por viento, las fuerzas de frenaje, fuerza centrífuga, fuerza por cambios de temperatura, empuje de tierra, subpresión, esfuerzos por contracción del concreto, acortamiento por compresión del acero, esfuerzos durante el montaje, presión de la corriente de agua o hielo y efectos del sismo.

4.2.1 Carga muerta.

Se considera carga muerta la que constituye el peso de la estructura total, incluyendo la carpeta, banquetas, vías, conductos, tuberías, cables e instalaciones para servicios públicos.

Cuando al construir el puente, se coloque sobre la carpeta una capa adicional para desgaste, o cuando se piense ponerla en el futuro, deberá considerarse al calcular la carga muerta. Cuando se considere necesario se agregará una superficie de desgaste de 0.6 cm de espesor sobre la losa.

Se considerarán los siguientes pesos volumétricos al calcular la carga muerta:

	kg/m ³
Acero	7,850
Hierro fundido.....	7,210
Aleaciones de aluminio.....	2,800
Madera (tratada o sin tratar).....	800
Concreto (simple o reforzado).....	2,400
Arena, tierra, grava suelta, grava compactadas con aplanadora	1,920
Relleno de escorias.....	960
Pavimento (excluyendo adoquinado de madera)	2,400
Mamposteria	2300

4.2.2 Carga viva.

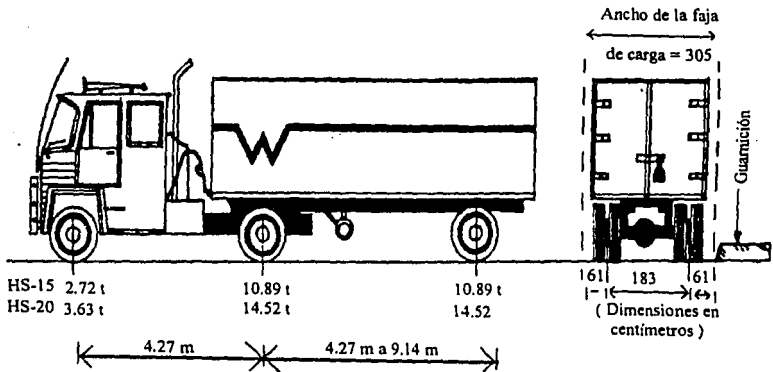
Se tomará en cuenta como carga viva el peso de la carga móvil aplicada, como son : los camiones, coches y peatones.

4.2.3 Cargas para puentes de caminos.

-Generalidades. Las cargas vivas que se consideran sobre la calzada de los puentes o en las estructuras que se presenten en los caminos, serán las establecidas para camiones tipo o carga uniforme por carril, equivalente a un convoy de camiones. Se especifican dos tipos de cargas, las tipo H y HS.

Cargas:

Se denominan HS-15 y HS-20, para puentes con un ancho total de 8.00 m y 10.00 m, las cuales se muestran en la figura:



Cargas por eje y separaciones entre ejes.

Como carga móvil extraordinaria se ha considerado, unicamente la carga HS-15, el tránsito de un vehículo de peso doble del especificado, en la posición más desfavorable dentro de la calzada, para las superestructuras de concreto armado con claros hasta de 28.00m.

-Cargas tipo H . Consiste en un camión de dos ejes, o la carga uniforme equivalente correspondiente sobre carril. Estas cargas se designan con la letra H, seguida de un número que indica el peso bruto, en toneladas cortas (2000 lb)

-Carga tipo HS. Consiste en un camión tractor con semi-remolque o la carga uniforme equivalente correspondiente, sobre carril. Estas cargas se designan con las letras HS seguidas de un número que indica el peso bruto, en toneladas cortas de (2000 lb).

-Clases de cargas Son cinco clases de cargas para los puentes: H20, H15, H10, HS20, y HS15. las cargas, H15 y H10 constituyen, respectivamente el 75% y el 50% del carga H20. Si se utilizan las cargas con pesos diferentes de los anotados, se podrán obtener cambiando proporcionalmente los pesos indicados para el camión tipo y las cargas correspondientes por carril.

-Carga mínima. Será la de HS 15 para caminos principales o para los que tengan tránsito de camiones pesados.

-Cargas en puentes de carreteras interestatales. Serán proyectados para cargas HS20-44.

4.2.4. Revisión de sobrecarga

Se preverán las cargas pesadas poco frecuentes aplicando sobre cualquier carril sencillo, un camión de tipo H HS de los especificados, aumentando 100%, sin aplicar simultáneamente carga alguna en otros carriles.

4.2.5. Carriles de tránsito.

La carga por carril o la del camión tipo, ocupa un ancho de 3.05 m. Se colocarán sobre los carriles de tránsito para proyecto de 3.66 m de ancho, colocado en todo el ancho de la calzada del puente, en el número de posiciones requeridas para producir el máximo esfuerzo en el elemento considerado. El ancho de calzada será la distancia entre guarniciones. No

utilizar partes fraccionarias para carriles de proyecto. En calzadas con anchos entre 6.10 m y 7.32 m se utilizarán dos carriles para proyecto cada uno con un ancho igual a la mitad de ancho de la calzada.

4.2.6 Cargas por carril y camiones tipo.

Las cargas por carril consistirán de una carga uniforme por metro lineal de carril de tránsito, combinada con una sola carga concentrada o dos cargas concentradas tratándose de claros continuos, colocadas sobre el claro, de madera tal que produzca el máximo esfuerzo. La carga concentrada y la carga uniforme se considerarán uniformemente distribuidas en un ancho de 3.05 m, sobre una línea normal al eje central de carril.

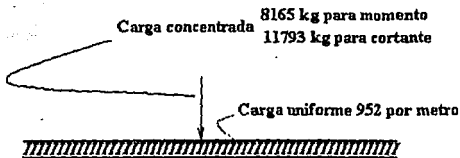
Para el cálculo de momentos flexionantes y esfuerzos cortantes, se emplearán diferentes cargas concentradas. Si se trata de esfuerzos flexionantes, se usarán las cargas concentradas más ligeras, cuando se trate de esfuerzos cortantes se emplearán las cargas concentradas más pesadas.

4.2.7. Aplicación de las cargas.

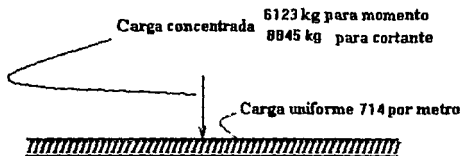
Unidades en un carril de tránsito. Se considera como una unidad cada carga por carril de 3.05 m de ancho o camión tipo, al calcular los esfuerzos.

Numero y posición de las unidades por carril de tránsito. Como se mencionó en el inciso de carriles de tránsito y para una carga uniforme por carril o la carga de camión que produzcan el máximo esfuerzo.

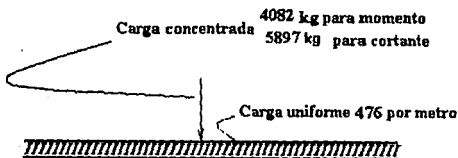
Cargas por carril en claros continuos. En el proyecto de claros continuos, la carga por carril que semuestra en la figura, se modifica de la siguiente manera: las cargas por carril son las especificadas, pero se coloca una carga concentrada de igual peso en otro claro de la serie, tal que se produzca el máximo momento negativo. Se usará solamente una carga



CARGA HS-20



CARGA HS-15



CARGA HS-10

Para cargas sobre claros continuos que incluyan cargas de carril.

concentrada por carril para el máximo momento positivo, combinando la carga en tantos claros uniformemente como sean necesarios, para producir el momento máximo.

Carga para producir el máximo esfuerzo. En claros continuos y simples, sea una carga por carril o carga de camión tipo, la carga que se aplica es la del esfuerzo máximo. Para claros simples el espaciamiento entre ejes para los camiones tipo HS se podrá variar dentro de los límites especificados para obtener el máximo esfuerzo.

En los claros continuos la carga por carril puede ser continua o discontinua, para producir el máximo esfuerzo y la carga concentrada o cargas por carril en claros continuos, se colocan según produzcan el máximo esfuerzo.

En los claros continuos se toman en cuenta sobre la estructura un camión tipo H o HS por carril para producir los momentos, positivos y negativos máximos.

4.2.8 Reducción en la intensidad de las cargas.

Si se producen los máximos esfuerzos en cualquier miembro al cargar al mismo tiempo cualquier número de carriles de tránsito, se toman los siguientes porcentajes de esfuerzos resultantes de carga viva:

Uno o dos carriles 100%

Tres carriles..... 90%

Cuatro carriles o más 75%

No se considera probable que coincidan todas las cargas para producir un máximo. La intensidad de cargas se reduce sobre las piezas del puente. Se determina para armaduras o traves principales que el ancho de calzada deberá cargarse en forma tal que produzca los esfuerzos máximos en esas piezas.

4.2.9 Cargas para guarniciones, banquetas y parapetos.

Cargas para guarniciones. Se proyectarán las guarniciones para resistir una fuerza lateral mayor que 744 kg por metro lineal., aplicada a 0.25 m arriba del piso o en la parte superior de la misma. Si la banqueta, la guarnición y el parapeto para calzada forman un sistema integral, se considerará la carga del barandal para calzada y de acuerdo con ella se calcularán los esfuerzos de la guarnición.

Cargas para banquetas. Los pisos, y largueros y apoyos inmediatos a las banquetas, se proyectan para una carga viva de 415 kg/m por metro cuadrado de banqueta. Las traveses de sección compuesta, armadura, arcos y otros, se proyectan para las siguientes cargas vivas sobre la banqueta:

Claros de 0 a 7.62 m e longitud415 kg/m²

Claros de 7.62 m a 30.48 m de longitud293 kg/m²

Claros mayores que 30.48 m de longitud, de acuerdo con la fórmula siguiente:

$$P = [1435 + 43800/L] [16.7 - A/15.2]$$

Donde : P = carga viva por metro cuadrado con valor máximo de 293 kg/m²

L = longitud cargada de banqueta, en metros.

A = ancho de banqueta, en metros.

Los esfuerzos en estructuras que soporten banquetas en voladizo se calculan, considerando la banqueta cargada completamente en un solo lado de la estructura, si produce los esfuerzos máximos.

Los puentes para peatones se proyectarán para una carga viva de 415 kg/m² por área de pasillo..

4.2.10. Impacto.

En las estructuras, comprendidas en el grupo A, los esfuerzos por carga viva producidos por las cargas H o HS se incrementan por los efectos: dinámicos, vibratorios y de impacto. El impacto no deberá aplicarse a los elementos del grupo B.

Grupo A

I) La superestructura, también columnas de acero o de concreto, torres de acero, columnas de marcos rígidos, y todas, aquellas partes de la estructura que se prolonguen hasta la cimentación principal.

II) La parte de los pilotes de concreto o de acero que sobresalgan del nivel del terreno y que se encuentren rigidemente conectados a la superestructura, ya sea formando marcos rígidos o parte de la estructura.

Grupo B

I) Los estribos, muros de contención, pilas, pilotes (excepto lo especificado en el grupo A (II))

II) Zapatas y presiones en las cimentaciones.

III) Estructuras de madera.

IV) Cargas para banquetas

V) Alcantarillas y estructuras que tengan un colchón de tierra de 0.91 m de espesor o mayor.

Fórmula para impacto.

El incremento de los esfuerzos expresada en fracción de los esfuerzos por carga viva, y se determina de la forma siguiente:

$$I = 15.24 / L + 38$$

Donde :

I = Impacto en por ciento (máximo 30 %)

L = Longitud en metros de la parte del claro que debe cargarse para producir el máximo esfuerzo en el miembro.

Para uniformar su aplicación, la longitud cargada, "L", se considerará : para pisos de la calzada, la longitud de proyecto del claro.

Para miembros transversales, tales como piezas de puente, longitud del claro del miembro, entre centros de apoyo.

Para calcular los momentos debidos a cargas de camión, la longitud del claro.

Para tramos en voladizo, la longitud desde el centro de momentos hasta el eje más alejado del camión.

Para esfuerzo cortante debido a cargas de camión, la longitud de la parte cargada del claro, desde el punto en consideración hasta la sección más alejada. Para tramos en voladizo, se considerará un 30%.

En claros continuos, la longitud del claro considerado para momento positivo y para momento negativo, el promedio de los dos claros adyacentes cargados.

4.2.11. Fuerzas Longitudinales de frenaje

Se considera el efecto de una fuerza longitudinal del 5% de la carga viva en todos los carriles destinados al tránsito en una misma dirección. En los puentes que puedan ser de un solo sentido, se consideran cargados todos sus carriles. Se utilizará la carga por carril y la carga concentrada para momento, sin impacto y con la reducción para el caso de cargas múltiples. El centro de gravedad de la fuerza longitudinal se supone a 1.83 m arriba de la losa del piso, y se transmite a la subestructura a través de la superestructura. La resistencia al esfuerzo cortante en los apoyos elastómeros, y la fuerza longitudinal debida a la fricción en los apoyos para dilatación, se toman en cuenta en el proyecto.

4.2.12. Cargas por viento

La fuerza por la presión del viento, por metro cuadrado de área expuesta, se aplica a todas las estructuras. El área expuesta será la suma de las proyecciones verticales de las áreas de todos los miembros, incluyendo el sistema de piso y el parapeto a 90° con respecto al eje longitudinal de la estructura. Las cargas y fuerzas dadas son para una velocidad del viento de 160. km/h. para el grupo II. Para el grupo III, la condición de cargas se puede reducir o incrementar a la relación del cuadrado de la velocidad del viento para proyecto, (160. al cuadrado) cuando se pueda obtener el valor probable de la velocidad del viento si las características permanentes del terreno permiten hacer los cambios recomendables con seguridad. El cambio de la velocidad de proyecto del viento deberá especificarse en los planos.

1. Proyecto de la subestructura: se supondrá una carga debida al viento, uniformemente distribuida y aplicada horizontalmente 90° con respecto al eje longitudinal de la estructura de la siguiente intensidad:

Para armaduras y arcos	360 kg/m ²
Para traveses y vigas	240 kg/m ²

Para claros de armaduras, la fuerza total no será menor que 446 kg/m en el plano de la cuerda cargada, ni menor de 223 kg/m en el plano de la cuerda sin carga; en claros de trabes ésta no será menor que 446 kg/m.

Las fuerzas mencionadas se aplican para la condición de carga del del grupo II. Para el grupo III, se incrementa una carga de 150 kg/m, aplicada a 90° con respecto al eje longitudinal de la estructura y a 1.83 m arriba del piso, como una carga de viento sobre carga viva. Cuando se trate de losas de piso de concreto reforzado o de piso de rejillas de acero firmemente conectadas a sus miembros de apoyo, se considera que ese piso resiste en su plano el esfuerzo cortante producido por la carga del viento sobre la carga viva.

2. Proyecto de la subestructura. Las fuerzas transmitidas por la superestructura a la subestructura y las aplicadas directamente a la subestructura por carga del viento, se consideran como:

a) Fuerza de la superestructura. Las fuerzas longitudinales y transversales transmitidas por la superestructura a la subestructura para distintos ángulos de dirección del viento se muestra en la siguiente tabla. El ángulo de esviajamiento se medirá desde la perpendicular al eje longitudinal. La dirección del viento será la que produzca el máximo esfuerzo en la subestructura que se esté proyectando. Las fuerzas transversales y longitudinales deberán aplicarse simultáneamente a la altura del centro de gravedad del área expuesta de la superestructura.

ESTA TESIS NO DEBE
SALIR DE LA BIBLIOTECA

Angulo de esviajamiento del viento (en grados)	ARMADURAS		TRABES	
	Carga	Carga	Carga	Carga
	Transversal	longitudinal	Transversal	Longitudinal
	kg/m ²		kg/m ²	
0	366.0	0	44.0	0
15	341.0	58.0	107	29.0
30	317.0	136.0	963	58.0
45	229.0	200.0	580	78.0
60	122.0	244.0	83.0	93.0

Estas cargas se usarán en la condición de carga del grupo II.

En el grupo III, estas cargas pueden reducirse en un 70% y agregar una carga por metro lineal, como una carga de viento sobre la carga viva, en la forma siguiente:

Angulo de esviajamiento del viento (en grados)	Carga lateral	Carga longitudinal
	kg/m	kg/m
0	150	0
15	132	180
30	120	39
45	100	50
60	53	60

Esta carga se aplica a 1.83 m arriba del piso.

En puentes de losa sobre traveses, con longitud máxima del claro de 38.10m pueden usarse las siguientes cargas por viento en lugar de las cargas más exactas especificadas anteriormente:

VE (carga del viento sobre la estructura)

240.0 kg/m² transversalmente

59.0 kg/m² longitudinalmente

Estas cargas se aplican simultáneamente.

VCV (carga del viento sobre carga viva)

150 kg/m transversalmente

62 kg/m longitudinalmente

Estas cargas se aplican simultáneamente.

b) Fuerzas aplicadas directamente a la subestructura

Las fuerzas transversales y longitudinales que deben aplicarse directamente a la subestructura para viento de 160. km/h se calcularán para una presión supuesta del viento de 195 kg/m². Para direcciones del viento que se supongan esviadas con la subestructura, esa presión se resolverá en sus componentes perpendiculares a la elevación del frente lateral de la subestructura, de acuerdo con las funciones trigonométricas del ángulo de esviamiento. La componente perpendicular a la elevación lateral actuará sobre el área expuesta de la subestructura, tal como se ve en elevación lateral, la componente perpendicular actuará sobre al área expuesta de la subestructura. Esas cargas se supone que actúan horizontalmente en el centro de gravedad de las áreas expuestas, se aplican simultáneamente con las cargas del viento sobre la superestructura. Estas cargas son para la condición de carga del grupo II y se pueden reducir en un 70 % para las condiciones de carga del grupo III.

3) Fuerzas de volteamiento. Se calculará dentro los grupos II y III el efecto de las fuerzas que tiendan a voltear las estructuras, poniendo una fuerza aplicada hacia arriba, en un punto ubicado a la cuarta parte del ancho transversal de la superestructura y hacia el lado expuesto al viento. Esta fuerza es de 98 kg/m² del área en planta del piso y banqueta para el grupo II

y 30 kg/m^2 para el rupo III. Se supone que la dirección del viento es de 90° respecto al eje longitudinal de la estructura.

4.2.13. Fuerzas por variaciones térmicas.

Se toman en consideración los esfuerzos o movimientos resultantes de los cambios de temperatura. En el sitio donde se construirá se fija la variación de la temperatura. Estas variaciones se calculan a partir de una temperatura supuesta para el tiempo de su erección.

Se toma en cuenta la diferencia entre la temperatura del aire y la interior de los miembros voluminosos de concreto o de las estructuras.

La variación de temperatura será:

En estructuras de acero: para clima moderado, de -20° a 50° C y para clima frío, de -35° a 50° C .

En estructuras de concreto:	Elevación de temperatura	Descenso de temperatura
Para clima modeado	15° C	25° C
Para clima frío	20° C	25° C

(Estas normas son demasiado severas para México.)

4.2.14. Reacción negativa

Se ancla la subestructura mediante un volumen de mampostería de peso equivalente a la fuerza mayor que se obtenga bajo las condiciones siguientes:

- 1) 100% de la reacción negativa calculada, producida por cualquier carga o combinación de cargas donde la carga viva más el impacto se incremente en 100%.
- 2) 150% la reacción negativa calculada a nivel de carga de trabajo.

El anclaje de pernos sujetos a tensión a los esfuerzos de otros elementos de la estructura bajo las condiciones anteriores, se proyecta al 150% de los esfuerzos permisibles.

4.2.15. Presiones debidas a corrientes de agua, hielos y cuerpos flotantes.

Las pilas y partes de la estructura que se encuentren sujetas al empuje de la corriente de agua, de hielo flotante o de los materiales de arrastre se calculan para resistir los máximos esfuerzos.

La presión del hielo sobre las pilas se calcula a razón de 0.30 kg/m El espesor de la capa de hielo y la altura a la que se considera, se determina por las investigaciones que se realicen en el sitio de la estructura. La presión de la corriente de agua sobre la pila se calculan con la siguiente fórmula:

$$P = 515 KV^2$$

donde:

P = presión, en kg/m²

V = velocidad del agua en m/seg.

K = constante que vale 1.375 para pilas con extremos rectangulares, 0.50 para pilas con extremos con parte-aguas en donde el ángulo es de 30° o menos y 0.67 para pilas de sección circular.

4.2.16. Subpresión.

Se toma en cuenta la subpresión en el grado que afecte al proyecto de la subestructura, tambien para pilotes hincados y para el proyecto de la superestructura.

4.2.17. Presiones debidas a empuje de tierras.

Se proyectarán para resistir las presiones dadas por la fórmula de Rankine, las estructuras para contener los rellenos de tierra no se proyectarán para una presión menor que la de un fluido con peso de 480 kg/m³.

En marcos rígidos, el momento causado por la presión (lateral) de la tierra puede reducirse al 50% como máximo para determinar el momento positivo de las vigas en la losa superior y en la losa inferior o ambas.

Si los vehículos quedan dentro una distancia horizontal igual a la mitad de altura de la estructura, medida desde la parte superior, la presión se incrementará con una sobrecarga viva equivalente a no menos de 61 cm de espesor de tierra. La sobrecarga viva no es necesaria cuando se utilice una losa de acceso de concreto reforzado, apoyada en un extremo del puente.

Se debe incluir un drenaje suficiente para rellenos, que puede constituir en una capa de piedra triturada o grava, tubos para drenar, drenes de grava o drenes perforados, agujeros de escurrimiento.

4.2.18. Fuerza centrífuga.

La estructura que se proyecte en curva se considerará sometida a una fuerza horizontal radial igual a un porcentaje de la carga viva, sin impacto, en todos los carriles de tránsito:

$$FC = 0.00117S^2D$$

$$D=0.79S^2/R$$

donde:

FC = fuerza centrífuga, en por ciento de la carga viva, sin impacto.

S = velocidad de proyecto, en km/hora.

D = grado de curvatura en el sistema métrico decimal

R = radio de la curva, en m.

Se toman en cuenta los efectos de la sobre elevación. La fuerza centrífuga se aplicará a 1.83m sobre la superficie del camino. La velocidad de proyecto se determina en función de la sobre elevación prevista en el camino. Cada carril de proyecto se carga con un camión-tipo, colocado en los sitios que se produzca la carga máxima (no se aplicará, en ningún caso, la carga por carril).

Se supone que una losa de concreto reforzado o piso de emparrillado de acero resiste, dentro de su plano, al esfuerzo cortante resultante de las fuerzas centrífugas que actúan sobre la carga viva.

4.2.19. Esfuerzos por sismo.

Las normas A.A.S.H.T.O. no son aplicables a México ya que no consideran las condiciones de riesgo sísmico del territorio nacional.

En vista de eso se transcribe un resumen de las normas de diseño sísmico del manual de obras civiles de la Comisión Federal de Electricidad de 1993, en su parte correspondiente a puentes.

Según estudios de riesgo sísmico, la República Mexicana se considera dividida en cuatro zonas.

Las fronteras entre zonas coinciden con curvas de igual aceleración máxima del terreno; la zona A es la de menor intensidad sísmica, la de mayor intensidad es la zona D.

Espectros de diseño sísmico. Las ordenadas del espectro de aceleración para diseño sísmico están dadas por la siguiente expresión:

$$a = a_0 + (c - a_0) \frac{T}{T_1} ; \text{ si } T < T_1$$

$$a = c ; \text{ si } T_1 \leq T \leq T_2$$

$$a = c \left[\frac{T_2}{T} \right]^2 ; \text{ si } T > T_2$$

donde:

a_0 = al coeficiente del terreno

c = al coeficiente sísmico

T = al periodo natural de interés

T_1 y T_2 = a dos periodos característicos que limitan la meseta

TABLA DE ESPECTRO DE DISEÑO

ZONA SISMICA	TIPO DE SUELO	a _o	c	T _a (seg)	T _b (seg)	r
A	I	0.02	0.08	0.2	0.6	1/2
	II	0.04	0.16	0.3	1.5	2/3
	III	0.05	0.20	0.6	2.9	1
B	I	0.04	0.14	0.2	0.6	1/2
	II	0.08	0.30	0.3	1.5	2/3
	III	0.10	0.36	0.6	2.9	1
C	I	0.36	0.36	0	0.6	1/2
	II	0.64	0.64	0	1.4	2/3
	III	0.64	0.64	0	1.9	1
D	I	0.50	0.50	0	0.6	1/2
	II	0.86	0.86	0	1.2	2/3
	III	0.86	0.86	0	1.7	1
ZONA METROPOLITANA	I	0.04	0.16	0.2	0.6	1/2
	II	0.08	0.32	0.3	1.5	2/3
	III	0.10	0.40	0.6	3.9	1

donde:

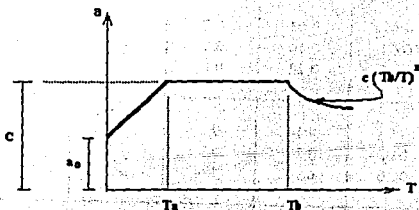
- I Corresponde a terreno firme
- II Corresponde a terreno intermedio
- III Corresponde a terreno blando

Los valores de esta tabla, corresponden a estructuras comunes (Grupo B).

Para estructuras importantes (Grupo A), los valores a_o, c deben de ser afectados por un factor de importancia cuyo valor corresponde a 1.5. Los valores de T_a, T_b y r no cambian.

$r = a$ un exponente que define la parte curva del espectro de diseño.

Los valores de estos parámetros se proporcionan en la tabla siguiente para las diferentes zonas sísmicas y los distintos tipos de terreno de cimentación.



Los espectros de diseño especificados son aplicables a estructuras del grupo B. Para estructuras del grupo A, los valores de las ordenadas espectrales se multiplican por 1.5.

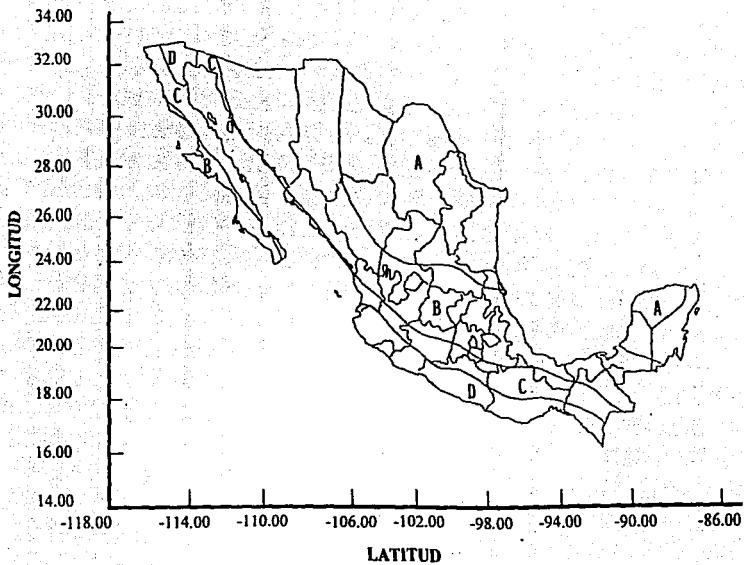
En sitios en que se conozca el periodo dominante del suelo, T_1 se determina modificando las ordenadas espectrales. Siendo de terrenos tipo II y III se podrán modificar los periodos del espectro de la forma siguiente:

Terreno tipo II

$$\text{Zona sísmica A y B} \begin{cases} T_1 = 0.64 T_1 \\ T_b = 1.2 T_1 ; 0.6 < T_b < 1.5 s \end{cases}$$

$$\text{Zona sísmica C} \begin{cases} T_b = 1.2 T_1 ; 0.6 < T_b < 1.4 s \end{cases}$$

$$\text{Zona sísmica D} \begin{cases} T_b = 1.2 T_1 ; 0.6 < T_b < 1.2 s \end{cases}$$



Regionalización sísmica de la República Mexicana

Terreno tipo III

$$\text{Zona sísmica A y B} \begin{cases} T_b = 0.35T_s \\ T_b = 1.2 T_s ; 0.8 < T_b < 2.9 \text{ s} \end{cases}$$

$$\text{Zona sísmica C} \{ T_b = 1.2 T_s ; 0.8 < T_b < 1.9 \text{ s}$$

$$\text{Zona sísmica D} \{ T_b = 1.2 T_s ; 0.8 < T_b < 1.7 \text{ s}$$

En el terreno tipo I no se admiten modificaciones en el espectro de diseño.

Las normas correspondientes análisis sísmico de puentes nos indican lo siguiente:

Elección del tipo de análisis.

Para el análisis sísmico de puentes se utilizan tres métodos:

- A) método simplificado.
- B) análisis estático.
- C) análisis dinámico.

El método simplificado de análisis sólo es aplicable a puentes regulares. Los puentes que tengan una irregularidad se tratan aplicando el método de análisis estático. Para los puentes irregulares y especiales se aplica el método de análisis dinámico.

A) Método simplificado.

El método simplificado es aplicable al análisis transversal y longitudinal de puentes que cumplan estas características:

1. Que tengan dos o más claros o tramos.
2. Que sean rectos y que la longitud de sus tramos sea muy parecida.

3. Que se pueda suponer que los marcos del puente trabajan de manera independiente, en sentido longitudinal como transversal.

4. Que se sus claros sean menores de 40m y el ancho de la calzada menor de 30m.

Los pasos a seguir son los siguientes:

- Se elige el marco a diseñar .
- Se obtiene la masa tributaria correspondiente.
- Se calcula la rigidez lineal del marco en el sentido de análisis, teniendo en cuenta que el marco en la dirección longitudinal trabaja como columnas en voladizo.
- Se obtiene el periodo natural de vibración.

Se calcula la ordenada espectral a correspondiente al periodo natural de vibración y se define el factor reductivo Q' del marco.

- La fuerza lateral equivalente P se obtiene con:

$$P = \frac{a}{Q'} W$$

donde:

W es el peso de la masa tributaria.

$$Q' = 1 + \frac{Q-1}{T_a} T$$

Valores de Q

4 en marcos con columnas de concreto.

2 en marcos con muros de concreto.

1 en muros de mampostería.

Superestructuras sobre apoyos de neopreno se toma 4.

B) Análisis estático.

El método se aplica al análisis transversal de puentes que cumplan con las siguientes características:

1. Que tengan dos o más claros o tramos.
2. Que sean rectos o alojados horizontalmente en curva de poco grado.
3. Que la longitud de sus tramos sea muy parecida.
4. Que la fuerza sísmica se distribuya en todos los marcos resistentes.
5. Que la relación de la rigidez transversal de toda la estructura y la rigidez transversal de la superestructura sola sea menor que 2.
6. Que sus claros sean de 120m y el ancho de la calzada no supere los 30m.

Los pasos a seguir para este método son los siguientes.

- Se aplica una carga uniforme horizontal de magnitud unitaria, en dirección perpendicular a la superestructura.
- Se obtienen los desplazamientos y elementos mecánicos resultantes de la aplicación de la carga uniforme.
- Con base en los desplazamientos calculados en el paso anterior se escala el valor de la carga uniforme para que produzca un desplazamiento horizontal máximo unitario en las estructura.
- Se calcula la rigidez lineal total de la estructura multiplicando la longitud por el nuevo valor de la carga uniforme.
- Se calcula la carga muerta total de la estructura.
- Se determina el periodo fundamental de vibración.

- Se calcula la ordenada espectral a correspondiente al periodo fundamental de vibración y se define el factor reductivo Q' de la estructura.
- La fuerza lateral equivalente P se obtiene con:

$$p = \frac{a}{Q'} W$$

donde W es el peso de la carga muerta total

- La fuerza P se transforma en una carga uniforme equivalente.

Efectos combinados de los movimientos del terreno. Los puentes se analizan ante dos componentes horizontales ortogonales del movimiento del terreno. Los efectos se combinan de acuerdo a la dirección en que se analice el puente, 100 por ciento de los efectos que obran en esa dirección y el 30 por ciento de los efectos perpendiculares a él, considerando los signos más desfavorables.

C) Análisis dinámico.

Análisis modal espectral.

La participación de cada modo natural de vibración en la fuerza que actúa sobre la estructura se define en base a las aceleraciones espectrales reducidas por ductilidad de acuerdo con su regionalización sísmica y espectro de diseño.

Las respuestas modales S_n , donde S_n (fuerza cortante, fuerza axial, desplazamiento lateral, momento flexionante, etc.) Se combina para calcular las respuestas totales S :

$$S = \left(\sum_{n=1}^N S_n^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad N = \text{el número de modos naturales de vibración considerándose en la respuesta total.}$$

4.2.20. Combinaciones de cargas.

Las partes de la estructura y la cimentación sobre la que se apoyen, se diseñarán para resistir con seguridad todos los grupos de combinaciones de estas fuerzas que puedan aplicarse al sitio o tipo.

Los grupos de combinación de cargas tomando en cuenta el factor de carga y la carga de servicio se obtiene por medio de:

$$\text{Grupo (N)} = \{\beta_{CM}CM + \beta_{CV}(CV+T) + \beta_{FC}FC + \beta_{ET}ET + \beta_{VE}VE + \beta_{PC}PC + \beta_{VCP}VCP + \beta_{FL}FL + \beta_{A+C+T}(A+C+T) + \beta_{TT}TT + \beta_{PH}PH\}$$

donde:

N = número de grupo

σ = factor de carga

β = coeficiente

Se observará el porcentaje de incremento de los esfuerzos unitario básicos para los diversos grupos, aplicables a la carga de servicio de proyecto que aparecen en la siguiente tabla.

Los factores aplicables a la carga de proyecto gama y beta, serán utilizados para el proporcionamiento de miembros estructurales solo para el método del factor de carga. Las cargas efectivas no serán incrementadas por los factores que se muestran en la tabla cuando se trate de proyecto de cimentaciones (presión del suelo, cargas de pilotes, tec.). Los factores de carga no serán aplicados en la revisión de la estabilidad de cimentaciones, (factores de seguridad contra volteamiento, deslizamiento, etc.) de una estructura.

En el diseño de estructuras de grandes claros por el método del factor de carga, los factores gama y beta especificados para este factor representan condiciones generales y

Tabla de los coeficientes: γ y β .

Col. n.º	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	
Grupo	γ	Factores β												$\%$	
		CM	CV+I	FC	HT	S	PC	VE	VCV	FL	MC+T	TT	PH		
Campa de Servicio	I	1.0	1	1	1	β_E	1	1	0	0	0	0	0	0	100
	II	1.0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	125
	III	1.0	1	1	1	β_E	1	1	0.3	1	1	0	0	0	125
	IV	1.0	1	1	1	β_E	1	1	0	0	0	1	0	0	125
	V	1.0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	1	0	0	140
	VI	1.0	1	1	1	β_E	1	1	0.3	1	1	1	0	0	140
	VII	1.0	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	133
	VIII	1.0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1	140
	IX	1.0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	150
	X	1.0	1	1	0	β_E	0	0	0	0	0	0	0	0	100 ALCANTILLA
Factor de Carga	I	1.3	β_0	1.67 ^a	1.0	β_E	1	1	0	0	0	0	0	0	
	IA	1.3	β_0	2.20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	II	1.3	β_0	0	0	β_E	1	1	1	0	0	0	0	0	
	III	1.3	β_0	1	1	β_E	1	1	0.3	1	1	0	0	0	
	IV	1.3	β_0	1	1	β_E	1	1	0	0	0	1	0	0	Aplicable
	V	1.25	β_0	0	0	β_E	1	1	1	0	0	1	0	0	Aplicable
	VI	1.25	β_0	1	1	β_E	1	1	0.3	1	1	1	0	0	Aplicable
	VII	1.1	β_0	0	0	β_E	1	1	0	0	0	0	1	0	
	VIII	1.3	β_0	1	1	β_E	1	1	0	0	0	0	0	1	NO
	IX	1.2	β_0	0	0	β_E	1	1	1	0	0	0	0	1	
X	1.5	1	1.67	0	β_E	0	0	0	0	0	0	0	0	Alcantilla	

se incrementan si se requiere por las cargas previstas, las condiciones de servicio, o materiales de construcción son diferentes a los especificados.

CM = Carga muerta

CV = Carga viva

I = Impacto por carga viva

ET = Empuje de tierras

S = Subpresión

VE = Viento sobre la estructura

VCV = Presión del viento sobre carga viva (150 kg/m)

FL = Fuerza longitudinal por carga viva

FC = Fuerza centrífuga

A = Acortamiento por compresión

C = Contracción

T = Temperatura

TT = Sismo

PC = Presión de la corriente

PH = Presión del hielo

Diseño por cargas de servicio.

Puede permitirse no incrementar los esfuerzos permisibles en los elementos o conexiones que estén sujetos a cargas debidas a la acción del viento.

$\beta_E = 0.70$ para traveses tipo cajón de concreto reforzado;

= 0.83 para cualquier otro tipo de alcantarillas.

$\beta_E = 1.0$ y 0.5 para cargas laterales en estructuras rígidas.

Diseño por factor de carga.

Para las cargas mayores que H 20 deberá considerarse para cargas pesadas, poco usuales, al grupo I A de cargas, con la carga viva considerada en un solo carril de tránsito sin cargar el otro carril.

El valor de 1.25 puede ser utilizado para el diseño de traveses extremos cuando la combinación de carga viva sobre la banqueta sea igual a la carga viva debida al tránsito más el impacto que gobierne el diseño, pero la capacidad de la sección no deberá ser menor que la requerida por carga viva del tránsito sobre la carretera, aplicando el factor β de 1.67.

El valor de 1.00 puede ser utilizado para el diseño de la cubierta de la losa con la combinación de cargas.

$\beta_{ET} = 1.3$ para empuje de tierras lateral y 0.5 para verificar los momentos positivos en los marcos rígidos

$\beta_{ET} = 1.0$ para empuje de tierras vertical.

$\beta_{CM} = 0.75$ para verificar los elementos sujetos a carga axial mínima y momento máximo o excentricidad máxima

$\beta_{CM} = 1.0$ para verificar los elementos sujetos a carga axial máxima y momento mínimo.

$\beta_{CM} = 1.0$ para elementos a flexión y tensión.

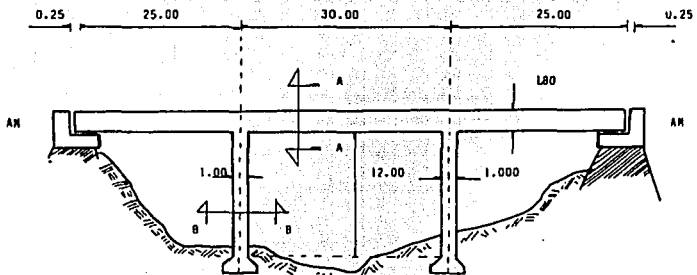
$\beta_{ET} = 1.0$ para alcantarillas rígidas.

$\beta_{ET} = 1.67$ para alcantarillas flexibles.

CAPITULO 5
APLICACION A UN EJEMPLO

DATOS DEL PUENTE.

En una autopista entre Jalapa y Veracruz , se construirá el siguiente puente para el que, se determinarán los elementos mecánicos por carga muerta, carga viva y sismo así como las envolventes para diseño, elástico y plástico.



Dimensiones en m.

DETALLES

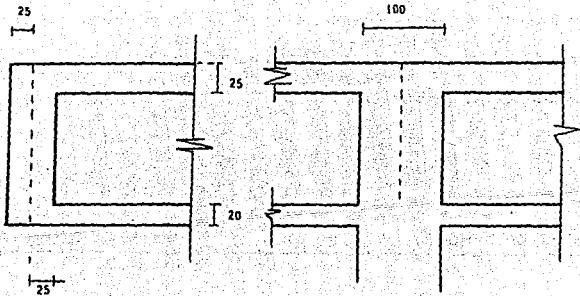
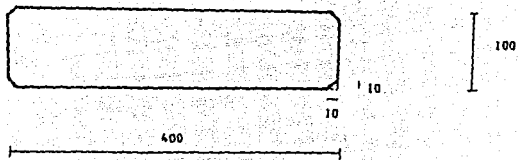


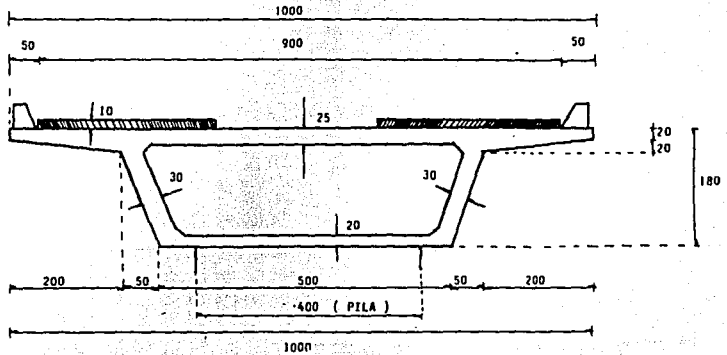
DIAGRAMA
SOBRE ESTRIBO

DIAGRAMA
SOBRE PILA



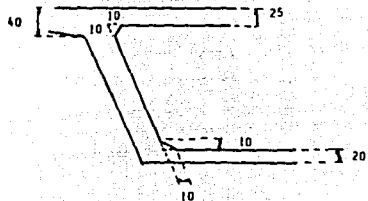
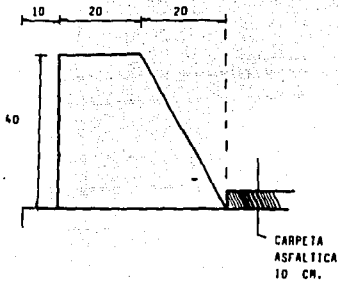
CORTE B - B ACOT CMS.

DATOS DE LA SUPERESTRUCTURA



CORTE A - A

ACOT. CM.



DETALLES

ESPECTRO DE DISEÑO

Datos:

Ubicación: Jalapa, Veracruz - Zona B

Estructura: Importante (Autopista)
aplicar el factor 1.5

Terreno: Suelo intermedio (Tipo II)

De la tabla, entrando con la zona sísmica y el tipo de suelo, tenemos:

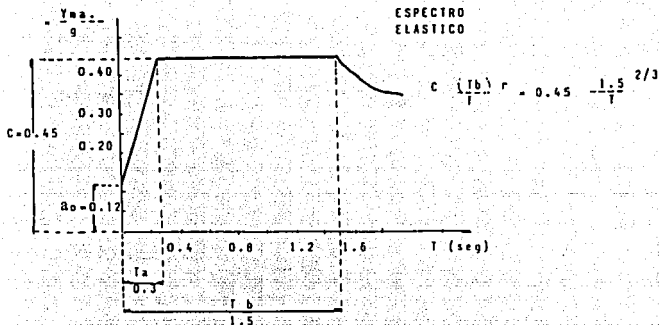
$$a_0 = 0.08 \times 1.5 = 0.12$$

$$c = 0.30 \times 1.5 = 0.45$$

$$T_a = 0.03 \text{ seg.}$$

$$T_b = 1.5 \text{ seg.}$$

$$r = 2/3$$



Se trata de un marco dúctil de concreto reforzado (columnas continuas con la superestructura).

Factor de ductilidad $Q = 4$

$$\frac{c}{Q} = \frac{0.45}{4} = 0.1125 a_0$$

$$\frac{c}{Q} = 0.12$$

Propiedades geométricas.

Superestructura : Media sección transversal central en sección "A-A".

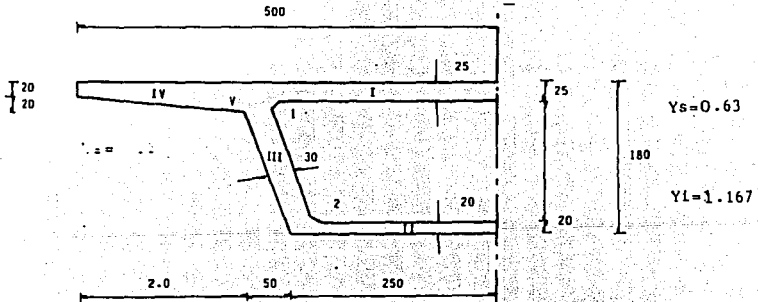


FIG.	AREA	\bar{Y}	$A \bar{Y}$	\bar{Y}^2	$A \bar{Y}^2$	I_0
I	0.750	1.675	1.256	$(0.508)^2$	0.1935	0.0156
II	0.503	0.1	0.050	$(1.067)^2$	0.5749	0.0016
III	0.429	0.875	0.375	$(0.292)^2$	0.0365	0.0512
IV	0.400	1.70	0.680	$(0.533)^2$	0.1136	0.0026
V	0.200	1.53	0.306	$(0.363)^2$	0.0264	0.0004
1	0.005	1.60	0.008	$(0.433)^2$	0.0009	0.000003
2	0.005	0.25	0.001	$(0.917)^2$	0.0004	0.000003
	2.294		2.676		0.9579	0.0714

$$Y_i = \frac{2.676}{2.294} = 1.167 \text{ m}$$

$$Y_s = Y_i - Y_1 = 1.8 - 1.17 = 0.63$$

Propiedades geométricas.

Superestructura : Media sección transversal central en sección " A - A "

$$A_T = 2.294 \times 2 = 4.588 \text{ m}^2$$

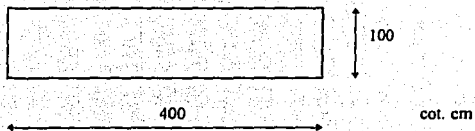
$$Y_1 = 2.676 / 2.294 = 1.167 \text{ m}$$

$$Y_3 = Y_T - Y_1 = 1.8 - 1.167 = 0.633 \text{ m}$$

$$I_{xT} = \Sigma A Y^2 + Y_0$$

$$I_x = (0.9579 + 0.0714) 2 = 2.06 \text{ m}^4$$

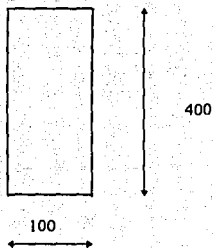
Subestructura : Propiedades de la sección transversal.



$$I_x = \frac{bh^3}{12} = \frac{4(1)^3}{12} = 0.333$$

$$A_T = 4.00 \text{ m}^2$$

Subestructura : Propiedades de la sección longitudinal



$$I_y = \frac{bh^3}{12} = \frac{1(5)^3}{12} = 5.333$$

$$A_T = 4.00 \text{ m}^2$$

Cálculo de pesos.

Superestructura.

a) Sección A - A (transversal).

$$W_{A-A} = 4.588 \text{ m}^2 \times 1 \text{ m} \times 2.4 \text{ T} / \text{m}^3$$

$$W_{A-A} = 11.01 \text{ T}$$

b) Asfalto.

$$W_A = 0.10 \times 9.00 \times 2.2 \text{ T/m}^3 = 1.98 \text{ T}$$

c) Guarnición.

$$W_G = \frac{(0.20 + 0.40)}{2} \times 0.40 \times 2.4 \text{ T/m}^3 = 0.29 \text{ T}$$

$$W_G = 0.29 \times 2 = 0.58 \text{ T}$$

d) Parapeto.

$$W_P = 150 \text{ kg/m} \times 2 = 0.300 \text{ T}$$

Peso total de las cargas distribuidas.

$$W_T = 11.01 + 1.98 + 0.58 + 0.30 = 13.87 \text{ T}$$

Peso de la subestructura.

Pila:

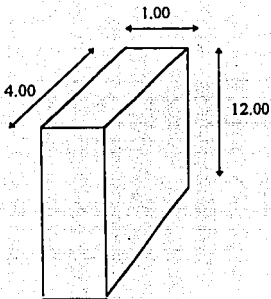
$$A = 4.0 \times 1.0 = 4.00 \text{ m}^2$$

$$W_{\text{PILA}} = 4.00 \times 12.00 \times 2.4 \text{ T/M}^3 = 115.2 \text{ T.}$$

$$W_{\text{TOTAL}} = 115.2 \text{ T} \times 2 = 230.4 \text{ T}$$

Para el análisis por sismo longitudinal se toma : la mitad.

$$W_T = \frac{230.4}{2} = 115.2 \text{ T}$$



Elementos mecánicos por carga muerta.

Primera etapa de construcción.

Por procedimiento constructivo se deben de calcular en primera instancia los volados de acuerdo con como se construyen los puentes tomando en cuenta una tercera parte del claro central.

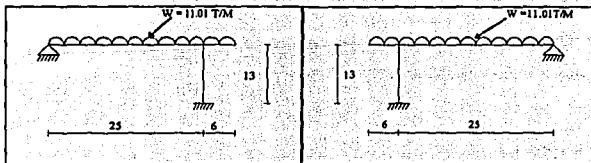
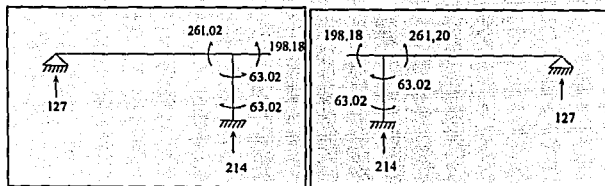


figura que corresponde a la primera etapa de construcción.



Resultados que corresponden a la corrida del programa anet.

COORDENADAS DE LOS NUDOS :

NUDO	COORD. X	COORD. Y	COORD. Z
1	2.50000E+01	0.00000E+00	0.00000E+00
2	0.00000E+00	1.30000E+01	0.00000E+00
3	2.50000E+01	1.30000E+01	0.00000E+00
4	3.10000E+01	1.30000E+01	0.00000E+00

PROPIEDADES DE LOS ELEMENTOS TIPO :

ELEMENTO	AREA	E	G	J	IY	IZ
1	4.00000E+00	2.00000E+06	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	3.33000E-01
2	4.58800E+00	2.00000E+06	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	2.00600E+00

GEOMETRIA DE LA ESTRUCTURA :

ELEMENTO	TIPO	NUDO ORIGEN	NUDO FIN	ANGULO DE GIRO
1	1	1	3	0.00000E+00
2	2	2	3	0.00000E+00
3	2	3	4	0.00000E+00

CARGAS EN ELEMENTOS :

ELEMENTO	CARGA	ANGULO
2	-1.10100E+01	9.00000E+01
3	-1.10100E+01	9.00000E+01

CARGAS EN NUDOS :

NUDO	FX	FY	FZ	MX	MY	MZ
------	----	----	----	----	----	----

NUDOS RESTRINGIDOS :

NUDO	X	Y	Z	RX	RY	RZ
1	1	1	0	0	0	1
2	0	1	0	0	0	0

FUERZAS EN ELEMENTOS :

ELEM	NUDO	FX	FY	FZ	MX	MY	MZ
1	1	2.14133E+02	-1.52588E-05	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-6.30227E-01
	3	-2.14133E+02	1.52588E-05	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	6.30225E+01
2	2	3.13829E+04	1.27177E+02	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
	3	-6.62733E+04	1.46073E+02	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-2.51200E+02
3	3	-4.18685E-05	6.60600E-01	0.00000E+00	0.00000E+00	-0.00000E+00	1.93180E+02
	4	-4.18685E-05	3.43233E-05	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	2.67029E-05

DESPLAZAMIENTO DE LOS NUDOS:

NUDO	X	Y	Z	RX	RY	RZ
1	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
2	-7.99611E-03	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.52925E-03
3	-7.99611E-03	-3.47566E-04	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.23017E-03
4	-7.99611E-03	6.55848E-02	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.13178E-03

REACCIONES EN LOS APOYOS:

NUDO	X	Y	Z	MX	MY	MZ
1	1.52588E-05	2.14133E+02	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-6.30227E+01
2	0.00000E+00	1.27177E+02	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00

COORDENADAS DE LOS NUDOS :

NUDO	COORD. X	COORD. Y	COORD. Z
1	6.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
2	0.00000E+00	1.30000E+01	0.00000E+00
3	6.00000E+00	1.30000E+01	0.00000E+00
4	3.10000E+01	1.30000E+01	0.00000E+00

PROPIEDADES DE LOS ELEMENTOS TIPO :

ELEMENTO	AREA	E	G	J	IY	IZ
1	4.00000E+00	2.00000E+06	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	3.33000E-01
2	4.58800E+00	2.00000E+06	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	2.00000E+00

GEOMETRIA DE LA ESTRUCTURA :

ELEMENTO	TIPO	NUDO ORIGEN	NUDO FIN	ANGULO DE GIRO
1	1	1	3	0.00000E+00
2	2	2	3	0.00000E+00
3	2	3	4	0.00000E+00

CARGAS EN ELEMENTOS :

ELEMENTO	CARGA	ANGULO
2	-1.10100E+01	9.00000E+01
3	-1.10100E+01	9.00000E+01

CARGAS EN NUDOS :

NUDO	FX	FY	FZ	MX	MY	NZ
------	----	----	----	----	----	----

NUDOS RESTRINGIDOS :

NUDO	X	Y	Z	RX	RY	RZ
1	1	1	0	0	0	1
4	0	1	0	0	0	0

FUERZAS EN ELEMENTOS :

ELEM	NUDO	FX	FY	FZ	MX	MY	NZ
1	1	2.14133E+02	-1.67847E-04	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	6.30213E+01
	3	-2.14133E+02	1.67847E-04	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-6.30235E+01
2	2	-4.18685E-05	9.55674E-05	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	7.05719E-04
	3	4.18685E-05	-9.55674E-05	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-7.05719E-04
3	3	-1.74452E-04	1.48073E+02	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	2.61204E+02
	4	1.74452E-04	-1.48073E+02	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-2.61204E+02

DESPLAZAMIENTO DE LOS NUDOS:

NUDO	X	Y	Z	RX	RY	RZ
1	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
2	7.99604E-03	6.58846E-03	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.13137E-03
3	7.99604E-03	-3.47966E-04	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.23017E-03
4	7.99604E-03	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.52928E-03

REACCIONES EN LOS APOYOS:

NUDO	X	Y	Z	MX	MY	NZ
1	1.67847E-04	2.14133E+02	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	6.30213E+01
4	0.00000E+00	1.27177E+02	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00

Diagramas de momento y cortante de la primera etapa de construcción.

Diagrama de momentos.

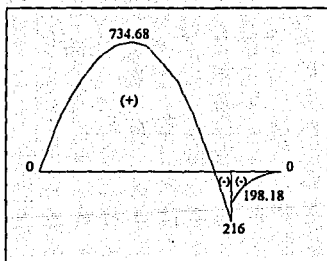
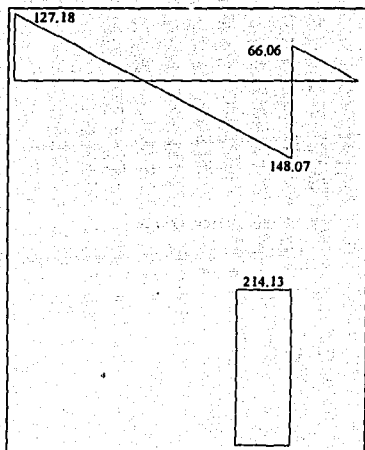
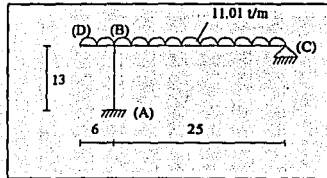


Diagrama de cortante.



Comprobación.

Comprobación de la 1a. Etapa de construcción para carga muerta por el método manual



La etapa de la comprobación.

Se toma

$$I = 0.33 = I$$

$$I = 2 = 6I$$

Se sacan los factores:

$$r_{BA} = \frac{4EI}{L} = \frac{4EI}{13} = 0.31 EI$$

$$r_{BC} = \frac{3EI}{L} = \frac{3E \cdot 6I}{25} = 0.72 EI$$
$$\frac{0.31 EI}{1.03 EI}$$

Factores de distribución

Factores de transporte

$$fd_{BA} = \frac{0.31}{1.03} = 0.30$$

$$ft_{BA} = \frac{1}{2}$$

$$fd_{BC} = \frac{0.72}{1.03} = 0.70$$

$$ft_{BC} = 0$$

Momentos de empotramiento B S A.

Me B S A

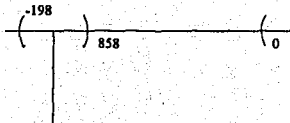
$$Me_{BC} = \frac{wl^2}{8} = \frac{11 \times 25^2}{8} = 858 \text{ T-M}$$

$$Me_{BD} = \frac{wl^2}{2} = \frac{11 \times 6^2}{2} = 198 \text{ T-M}$$

Momento de distribución.

$$Md = 858 - 198 = 660$$

Me B S A

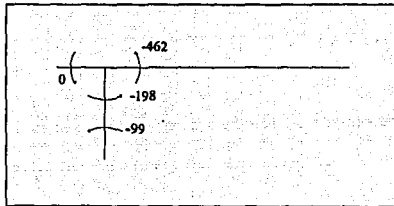


My B S A

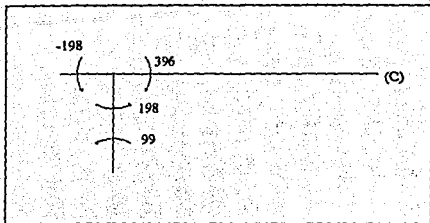
Md x fd

y

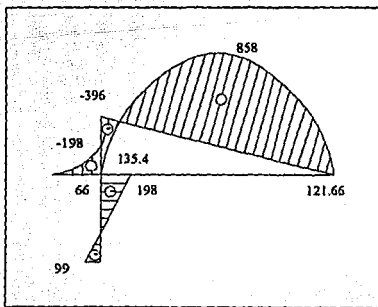
Mt B S A



Momentos finales B S A



Como existe una una fuerza en C y no debe de existir se realiza lo siguiente:



Se obtiene las fuerzas:

$$11 \times 2.5 = 137.5 + 15.84 = 153.34$$

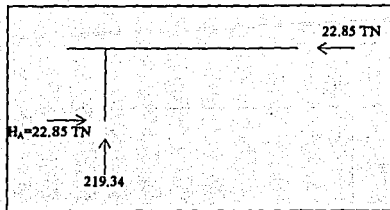
$$137.5 - 15.84 = 121.66$$

Fuerzas existentes en C y (a)

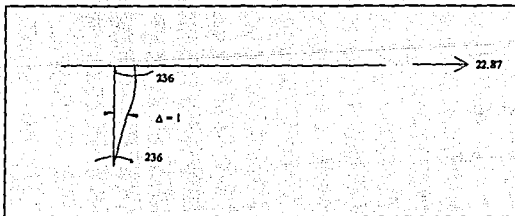
$$99 - H_A \times 13 = -198$$

$$H_A = 22.85 \text{tn}$$

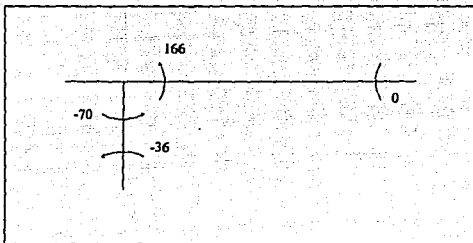
fuerzas existentes.



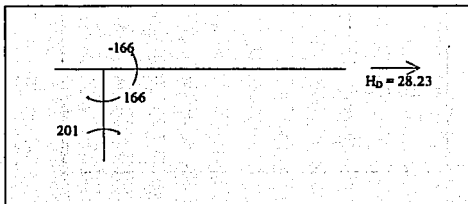
2a. etapa de comprobación.



$$M_e = \frac{6EI\Delta}{L^2} = \frac{6 \times 2000000 \times 0.33}{13^2} \times 0.01 = 236 \text{ TN-M}$$



Momentos finales



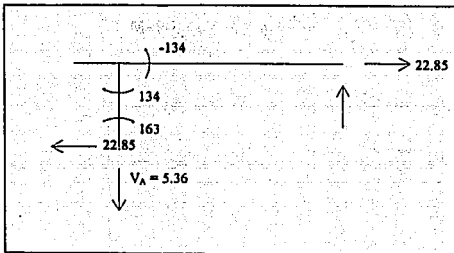
$$-201 + H_A \cdot 13 = 166$$

$$H_A = \frac{367}{13} = 28.23 = H_D$$

Factor de momento

$$\alpha = \frac{22.85}{28.23} = 0.8$$

2a. Etapa



$$\sum M_D = 0;$$

$$-168 + 22.85(13) - V_A(25) = 0$$

$$V_A = \frac{297 - 163}{25} = 5.36 \text{ TN}$$

$$V_B = V_A$$

\sum 1a. Etapa + 2a. Etapa

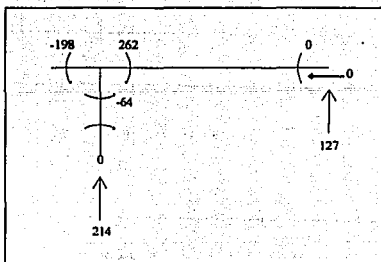
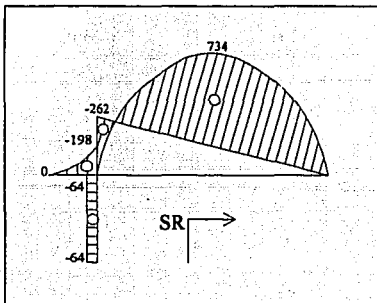
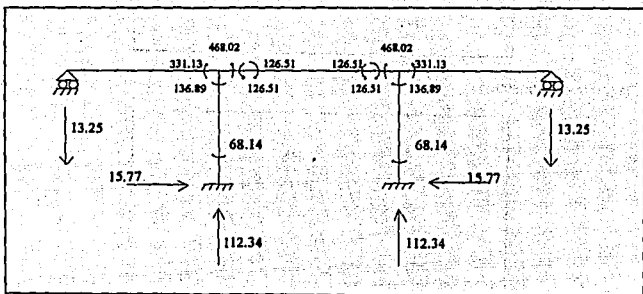
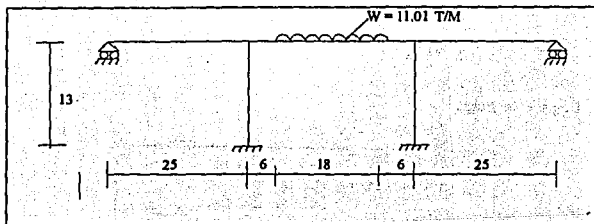


Diagrama de momentos.



2a. ETAPA DE CONSTRUCCION



COORDENADAS DE LOS NUDOS :

NUDO	COORD. 1	COORD. Y	COORD. Z
1	2.50000E+01	0.00000E+00	0.00000E+00
2	5.50000E+01	0.00000E+00	0.00000E+00
3	0.00000E+00	1.30000E+01	0.00000E+00
4	2.50000E+01	1.30000E+01	0.00000E+00
5	3.10000E+01	1.30000E+01	0.00000E+00
6	4.00000E+01	1.30000E+01	0.00000E+00
7	4.90000E+01	1.30000E+01	0.00000E+00
8	5.50000E+01	1.30000E+01	0.00000E+00
9	8.00000E+01	1.30000E+01	0.00000E+00

PROPIEDADES DE LOS ELEMENTOS TIPO :

ELEMENTO	AREA	E	G	J	IY	IZ
1	4.00000E+00	2.00000E+06	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	3.30000E-01
2	4.58800E+00	2.00000E+06	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	2.06000E+00

GEOMETRIA DE LA ESTRUCTURA :

ELEMENTO	TIPO	NUDO ORIGEN	NUDO FIN	ANGULO DE GIRO
1	1	1	4	0.00000E+00
2	1	2	8	0.00000E+00
3	2	3	4	0.00000E+00
4	2	4	5	0.00000E+00
5	2	5	6	0.00000E+00
6	2	6	7	0.00000E+00
7	2	7	8	0.00000E+00
8	2	8	9	0.00000E+00

CARGAS EN ELEMENTOS :

ELEMENTO	CARGA	ANGULO
5	-1.10100E+01	9.00000E+01
6	-1.10100E+01	9.00000E+01

CARGAS EN NUDOS :

NUDO	F1	FY	FZ	MX	MY	MZ
------	----	----	----	----	----	----

NUDOS RESTRINGIDOS:

NUDO	X	Y	Z	RX	RY	RZ
1	1	1	0	0	0	1
2	1	1	0	0	0	1
3	0	1	0	0	0	0
9	0	1	0	0	0	0

FUERZAS EN ELEMENTOS :

ELEM	NUDO	FX	FY	FZ	MX	MY	MZ
1	1	1.12335E+02	-1.57720E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-6.81436E+01
	4	-1.12335E+02	1.57720E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.36892E+02
2	2	1.12335E+02	1.57722E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	6.81453E+01
	8	-1.12335E+02	-1.57722E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.36894E+02
3	3	0.00000E+00	-1.32453E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.52588E-05
	4	0.00000E+00	1.32453E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-3.31134E-02
4	4	1.57720E+01	9.90900E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	4.68026E+02
	5	-1.57720E+01	-9.90900E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.26515E+02
5	5	1.57720E+01	9.90899E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.26515E+02
	6	-1.57721E+01	9.91821E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	5.72420E+02
6	6	1.57721E+01	-3.81470E-05	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-5.72420E+02
	7	-1.57722E+01	9.90901E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.26514E+02
7	7	1.57722E+01	-9.90902E-01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.26514E+02
	8	-1.57722E+01	9.90902E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-4.68027E+02
8	8	9.53674E-07	1.32453E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	3.31133E-02
	9	-9.53674E-07	-1.32453E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.52588E-05

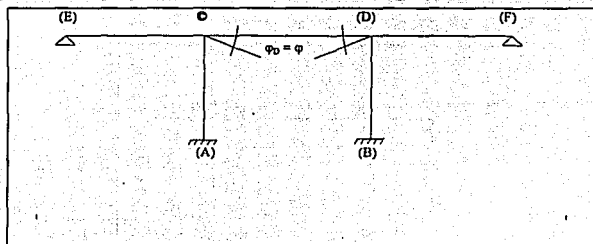
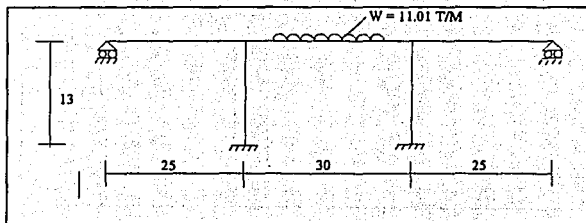
DESPLAZAMIENTO DE LOS NUDOS:

NUDO	X	Y	Z	RX	RY	RZ
1	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
2	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
3	2.58230E-05	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	3.2753E-04
4	2.58230E-05	-1.82545E-04	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-6.77071E-04
5	1.55100E-05	-5.42390E-03	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-9.25743E-04
6	4.04216E-08	-1.03203E-02	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	5.49335E-10
7	-1.54292E-05	-5.42390E-03	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	9.25743E-04
8	-2.57424E-05	-1.82545E-04	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	6.77071E-04
9	-2.57424E-05	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-3.27532E-04

REACCIONES EN LOS APOYOS:

NUDO	X	Y	Z	MX	MY	MZ
1	1.57720E+01	1.12335E+02	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-6.81436E+01
2	-1.57722E+01	1.12335E+02	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	6.81453E+01
3	0.00000E+00	-1.32453E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
9	0.00000E+00	-1.32453E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00

Comprobación de 2a. etapa de construcción.



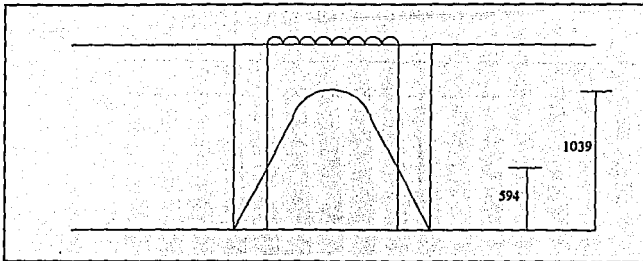
Momentos de empotramiento

$M_{c,d}$

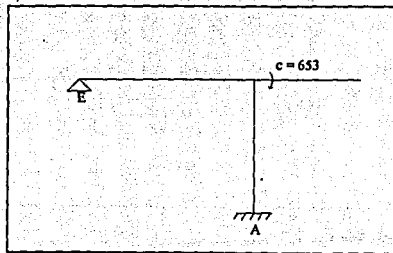
Isostatica : $R_c = 18 \times 11.01 = 99 \text{ Tn.}$

$$M_{c'} = 99 \times 6 = 594 \text{ Tn-m}$$

$$M_{cL} = 99 \times 15 = 99 \times 4.5 = 99 \times 10.5 = 1039 \text{ Tn-m}$$



$$M = \frac{Pl^2}{24} \sigma(3-\sigma^2) = \frac{11 \times 30^3}{24} (3-0.36) = 653$$



$$r_{AC} = \frac{4EI}{L} = \frac{4}{13} EI = 0.31 EI$$

$$r_{AC} = \frac{2EI}{L} = \frac{2}{30} EI = 0.40 EI$$

$$r_{CB} = \frac{3EI}{L} = \frac{3EI}{25} = 0.72 EI$$

$$\xi = \sqrt{1.43 EI}$$

Factor de distribución

$$fd_{AC} = 0.22$$

$$fd_{CB} = 0.28$$

$$fd_{CB} = 0.50$$

Factor de transporte

$$f_{AC} = 0.50$$

$$f_{CB} = 0$$

$$f_{CE} = 0$$

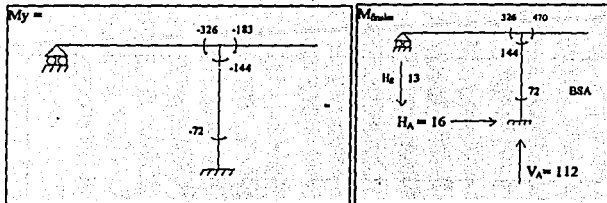


Diagrama de fuerza cortante.

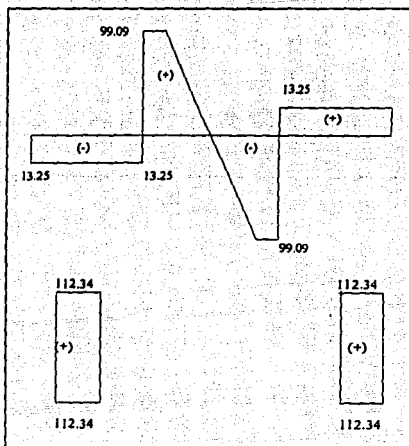
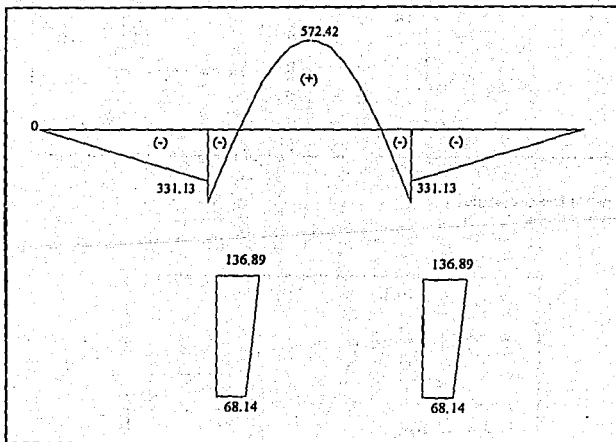
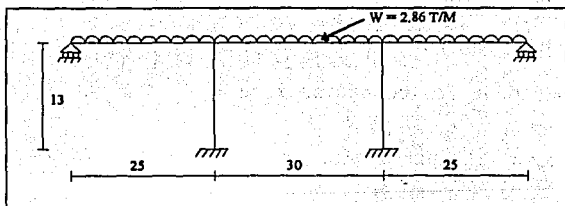


Diagrama de momentos.

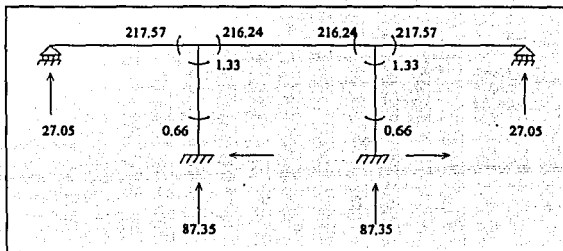


Etapla 3a.

3a. etapa de construcción.



Reacciones resultantes del programa:



COORDENADAS DE LOS NUDOS :

NUDO	COORD. I	COORD. Y	COORD. Z
1	2.50000E+01	0.00000E+00	0.00000E+00
2	5.50000E+01	0.00000E+00	0.00000E+00
3	0.00000E+00	1.30000E+01	0.00000E+00
4	2.50000E+01	1.30000E+01	0.00000E+00
5	4.00000E+01	1.30000E+01	0.00000E+00
6	5.50000E+01	1.30000E+01	0.00000E+00
7	8.00000E+01	1.30000E+01	0.00000E+00

PROPIEDADES DE LOS ELEMENTOS TIPO :

ELEMENTO	AREA	E	6	J	IY	IZ
1	4.00000E+00	2.00000E+06	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	3.33000E-01
2	4.58800E+00	2.00000E+06	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	2.00600E+00

GEOMETRIA DE LA ESTRUCTURA :

ELEMENTO	TIPO	NUDO ORIGEN	NUDO FIN	ANGULO DE GIRO
1	1	1	4	0.00000E+00
2	1	2	6	0.00000E+00
3	2	3	4	0.00000E+00
4	2	4	5	0.00000E+00
5	2	5	6	0.00000E+00
6	2	6	7	0.00000E+00

CARGAS EN ELEMENTOS :

ELEMENTO	CARGA	ANGULO
3	-2.86000E+00	9.00000E+01
4	-2.86000E+00	9.00000E+01
5	-2.86000E+00	9.00000E+01
6	-2.86000E+00	9.00000E+01

CARGAS EN NUDOS :

NUDO	FX	FY	FZ	MX	MY	MZ
------	----	----	----	----	----	----

NUDOS RESTRINGIDOS :

NUDO	X	Y	Z	RX	RY	RZ
1	1	1	0	0	0	1
2	1	1	0	0	0	1
3	0	1	0	0	0	1
7	0	1	0	0	0	1

FUERZAS EN ELEMENTOS :

ELEM	NUDO	FX	FY	FZ	MX	MY	MZ
1	1	8.73528E+01	1.53173E-01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	6.62135E-01
	4	-8.73528E+01	-1.53173E-01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.52912E-00
2	2	8.73528E+01	-1.52983E-01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-6.60177E-01
	6	-8.73528E+01	1.52883E-01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.32731E+00
3	3	-1.94268E-09	2.70472E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
	4	-9.06308E-05	4.44528E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-2.17570E+02
4	4	-1.53083E-01	4.29000E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	2.16241E+02
	5	1.53026E-01	3.91470E-05	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.95509E+02
5	5	-1.53029E-01	-3.62396E-05	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.85509E+02
	6	1.52974E-01	4.29000E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-2.16242E+02
6	6	-9.07575E-05	4.44528E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-2.17567E+02
	7	1.24717E-07	2.70472E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-3.05175E-05

DESPLAZAMIENTO DE LOS NUDOS :

NUDO	X	Y	Z	RX	RY	RZ
1	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
2	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
3	-2.05635E-07	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-2.43923E-04
4	-2.05758E-07	-1.41948E-04	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	6.50970E-06
5	4.44412E-08	-1.59681E-03	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	3.44447E-10
6	2.94552E-07	-1.41948E-04	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-5.51111E-06
7	2.94676E-07	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	2.43524E-04

REACCIONES EN LOS APOYOS :

NUDO	X	Y	Z	MX	MY	MZ
1	-1.53173E-01	8.73528E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	6.62135E-01
2	1.52983E-01	8.73528E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-6.60177E-01
3	0.00000E+00	2.70472E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
7	0.00000E+00	2.70472E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00

Diagramas de momento y cortantes

Diagrama de fuerza cortante.

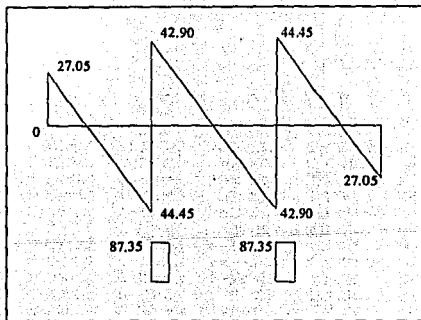
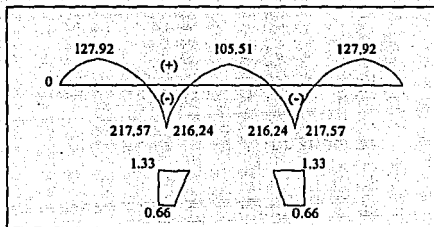
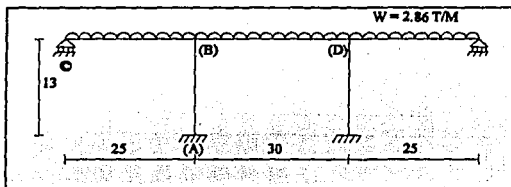


Diagrama de momentos.



Comprobación de la 3a. etapa de construcción.

Comprobación de la 3a. etapa de construcción considerando una carga uniformemente repartida de 2.86 T/M.



$$M_{BC} = \frac{WL^2}{8} = \frac{2.86 \times 25^2}{8} = 223$$

$$M_{BD} = \frac{WL^2}{12} = \frac{2.86 \times 30^2}{12} = 214.5$$

Factores:

$$r_{BA} = \frac{4EI}{13} = 0.31$$

$$r_{BS} = \frac{3EI}{25} = 0.72$$

$$r_{BD} = \frac{2EI}{30} = 0.40$$

factores de distribución

$$fd_{BA} = \frac{0.31}{1.43} = 0.22$$

$$fd_{BC} = \frac{0.72}{1.43} = 0.50$$

$$fd_{BD} = \frac{0.40}{1.43} = 0.28$$

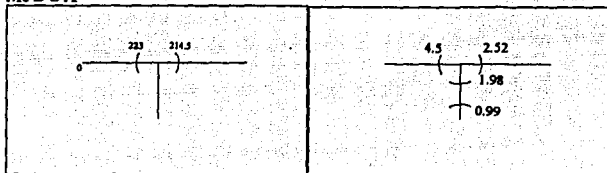
factores de transporte

$$f_{BA} = 0.50$$

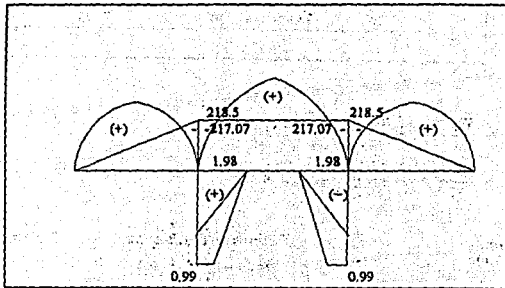
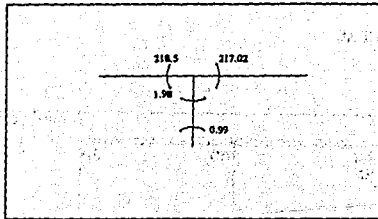
$$f_{BC} = 0$$

$$f_{BD} = 0$$

Me B S A



Momentos finales



COORDENADAS DE LOS NUDOS :

NUDO	COORD. X	COORD. Y	COORD. Z
1	2.50000E+01	0.00000E+00	0.00000E+00
2	5.50000E+01	0.00000E+00	0.00000E+00
3	0.00000E+00	1.30000E+01	0.00000E+00
4	2.50000E+01	1.30000E+01	0.00000E+00
5	4.00000E+01	1.30000E+01	0.00000E+00
6	5.50000E+01	1.30000E+01	0.00000E+00
7	8.00000E+01	1.30000E+01	0.00000E+00

PROPIEDADES DE LOS ELEMENTOS TIPO :

ELEMENTO	AREA	E	G	J	IY	IZ
1	4.00000E+00	2.00000E+06	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	3.33000E-01
2	4.58800E+00	2.00000E+06	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	2.00600E+00

GEOMETRIA DE LA ESTRUCTURA :

ELEMENTO	TIPO	NUDO ORIGEN	NUDO FIN	ANGULO DE GIRO
1	1	1	4	0.00000E+00
2	1	2	5	0.00000E+00
3	2	3	4	0.00000E+00
4	2	4	5	0.00000E+00
5	2	5	6	0.00000E+00
6	2	6	7	0.00000E+00

CARGAS EN ELEMENTOS :

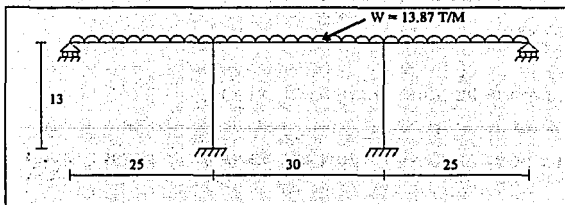
ELEMENTO	CARGA	ANGULO
3	-1.38700E+01	9.00000E+01
4	-1.38700E+01	9.00000E+01
5	-1.38700E+01	9.00000E+01
6	-1.38700E+01	9.00000E+01

CARGAS EN NUDOS :

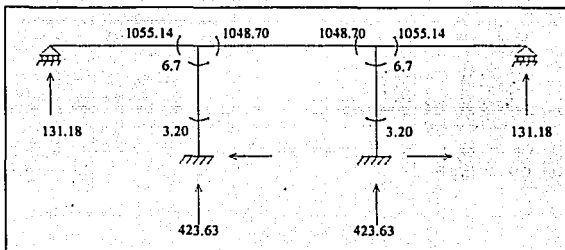
NUDO	FX	FY	FZ	MX	MY	NZ
------	----	----	----	----	----	----

Etapa 4a.

Etapa 4a. de cálculo considerando todo el marco cargado.



Reacciones resultantes del programa:



NUDOS RESTRINGIDOS:

NUDO	X	Y	Z	RX	RY	RZ
1	1	1	0	0	0	1
2	1	1	0	0	0	1
3	0	1	0	0	0	0
7	0	1	0	0	0	0

FUERZAS EN ELEMENTOS :

ELEM	NUDO	FX	FY	FZ	MX	MY	MZ
1	1	4.23630E+02	7.42835E-01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	3.21199E+00
	4	-4.23630E+02	-7.42835E-01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	5.44577E+00
2	2	4.23631E+02	-7.41428E-01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-3.20160E+00
	6	-4.23631E+02	7.41428E-01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-6.43697E+00
3	3	2.35591E-08	1.31170E+02	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	6.10352E-05
	4	-4.39581E-04	2.15581E+02	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.95514E+02
4	4	-7.42395E-01	2.08050E+02	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.04369E+02
	5	7.42132E-01	1.67847E-04	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	5.11680E+02
5	5	-7.42133E-01	-1.33105E-04	0.00000E+00	0.00000E-00	0.00000E+00	-5.11580E+02
	6	7.41369E-01	2.08050E+02	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.04870E+03
6	6	-4.39352E-04	2.15580E+02	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.05513E+02
	7	-1.25957E-07	1.31170E+02	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00

DESPLAZAMIENTO DE LOS NUDOS:

NUDO	X	Y	Z	RX	RY	RZ
1	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
2	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
3	-9.97211E-07	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.12746E-03
4	-9.97910E-07	-6.25400E-04	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	7.15697E-05
5	2.15568E-07	-7.74598E-03	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.38702E-09
6	1.42352E-06	-6.88400E-04	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-3.12785E-03
7	1.42511E-06	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.18246E-03

REACCIONES EN LOS APOYOS:

NUDO	X	Y	Z	MX	MY	MZ
1	-7.42835E-01	4.23630E+02	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	3.21199E+00
2	7.41428E-01	4.23631E+02	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-3.20160E+00
3	0.00000E+00	1.31170E+02	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
7	0.00000E+00	1.31170E+02	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00

Diagramas de momento y cortantes

Diagrama de fuerza cortante.

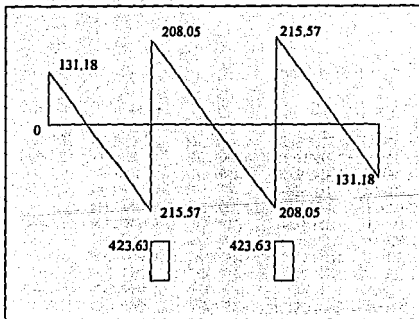
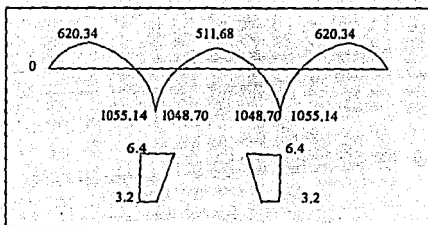
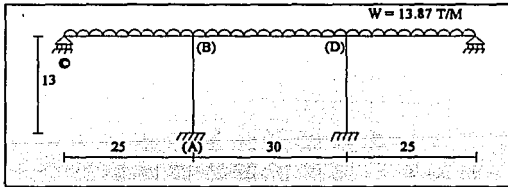


Diagrama de momentos.



Comprobación de la 4a. etapa de construcción.

Comprobación de la 4a. etapa de construcción considerando una carga uniformemente repartida de 13.87 T/M.



$$M_{e_{BC}} = \frac{WL^2}{8} = \frac{11.87 \times 25^2}{8} = 1083$$

$$M_{e_{BD}} = \frac{WL^2}{12} = \frac{11.87 \times 30^2}{12} = 1040$$

Factores:

$$r_{BA} = \frac{4EI}{13} = 0.31$$

$$r_{BS} = \frac{3E6I}{25} = 0.72$$

$$r_{BD} = \frac{2E6I}{30} = 0.40$$

factores de distribución

$$fd_{BA} = \frac{0.31}{1.43} = 0.22$$

$$fd_{BC} = \frac{0.72}{1.43} = 0.50$$

$$fd_{BD} = \frac{0.40}{1.43} = 0.28$$

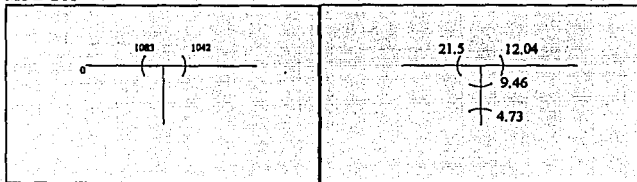
factores de transporte

$$ft_{BA} = 0.50$$

$$ft_{BC} = 0$$

$$ft_{BD} = 0$$

Me B S A



Momentos finales.

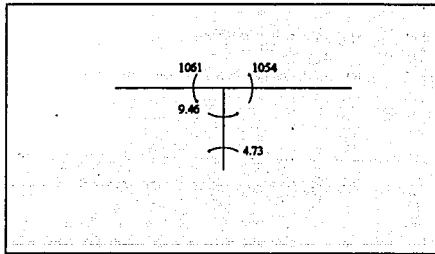
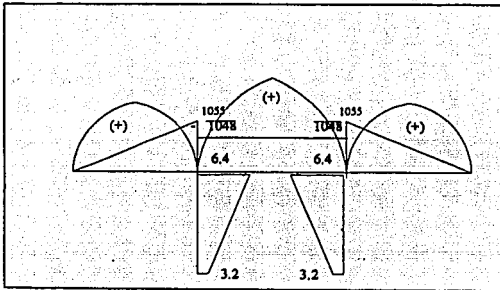


Diagrama de momentos.



Envolvente de momento de carga muerta.

Diagrama de cortante

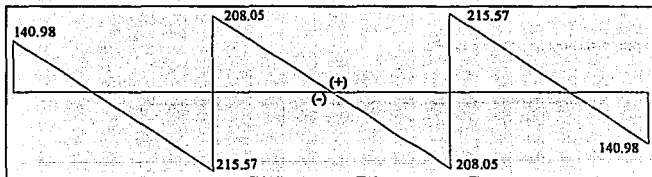
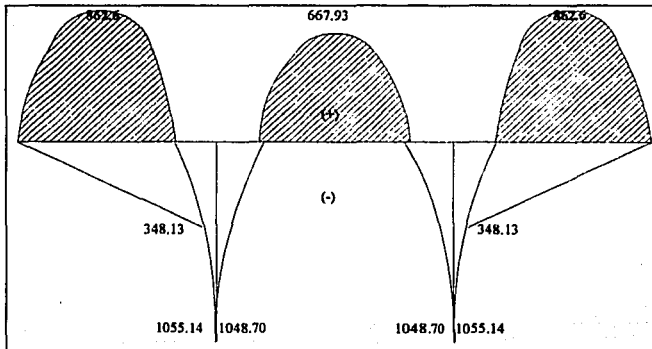


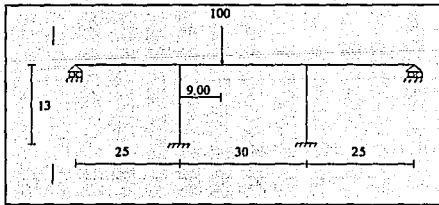
Diagrama envolvente de mometo de carga muerta.



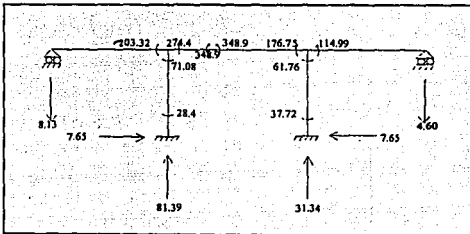
Factor de corrección para cálculo de líneas de influencia.

Se toman en consideración para sacar un factor y utilizar las tablas de líneas de influencia para observar la utilidad del paquete "ANET" considerando a 9.00 mts de la pila y a 15 m de ésta (claro central) y a 10 m del estribo.

Carga concentrada a 9m de la pila.



Reacciones obtenidas del programa ANET.



COORDENADAS DE LOS NUDOS :

NUDO	COORD. X	COORD. Y	COORD. Z
1	2.50000E+01	0.00000E+00	0.00000E+00
2	5.50000E+01	0.00000E+00	0.00000E+00
3	0.00000E+00	1.30000E+01	0.00000E+00
4	2.50000E+01	1.30000E+01	0.00000E+00
5	3.40000E+01	1.30000E+01	0.00000E+00
6	5.80000E+01	1.30000E+01	0.00000E+00
7	8.00000E+01	1.30000E+01	0.00000E+00

PROPIEDADES DE LOS ELEMENTOS TIPO :

ELEMENTO Y	AREA IZ	E	G	J	I
1	4.00000E+00	2.00000E+06	0.00000E+00	0.00000E+00	0.0000
0E+00	3.33000E-01				
2	4.58800E+00	2.00000E+06	0.00000E+00	0.00000E+00	0.0000
0E+00	2.06000E+00				

GEOMETRIA DE LA ESTRUCTURA :

ELEMENTO	TIPO	NUDO ORIGEN	NUDO FIN	ANGULO DE GIRO
1	1	1	4	0.00000E+00
2	1	2	6	0.00000E+00
3	2	3	4	0.00000E+00
4	2	4	5	0.00000E+00
5	2	5	6	0.00000E+00
6	2	6	7	0.00000E+00

CARGAS EN NUDOS :

NUDO	MZ	F _y	F _x	F _z	N _x	R _x
5	0.00000E+00	1.00000E+02	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
	0.00000E+00					

NUDOS RESTRINGIDOS :

NUDO	X	Y	Z	R _x	R _y
1	1	1	0	0	0
2	1	1	0	0	0
3	0	1	0	0	0
7	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0

ELEM	NUDO	ELEMENTOS MECANICOS EN MARCO PLANO		
		AXIAL	CORTANTE	MOMENTO
1	1	8.13875E+01	-7.65274E+00	-2.84038E+01
	4	-8.13875E+01	7.65274E+00	-7.10818E+01
2	2	3.13448E+01	7.65269E+00	3.77226E+01
	6	-3.13448E+01	-7.65269E+00	6.17625E+01
3	3	0.00000E+00	-8.13263E+00	0.00000E+00
	4	0.00000E+00	8.13263E+00	-2.03316E+02
4	4	7.65271E+00	7.32548E+01	2.74398E+02
	5	-7.65271E+00	-7.32548E+01	3.84896E+02
5	5	7.65271E+00	-2.67452E+01	-3.84896E+02
	6	-7.65271E+00	2.67452E+01	-1.76753E+02
6	6	-3.05176E-05	4.59963E+00	1.14991E+02
	7	3.05176E-05	-4.59963E+00	-1.52588E-05

NUDO	DESPLAZAMIENTOS EN MARCO PLANO		
	X	Y	GIRO
1	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
2	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
3	6.03690E-04	0.00000E+00	2.00328E-04
4	6.03690E-04	-1.32255E-04	-4.16527E-04
5	5.96184E-04	-4.41805E-03	-2.95837E-04
6	5.78670E-04	-5.09353E-05	2.54624E-04
7	5.78670E-04	0.00000E+00	-1.14256E-04

NUDO	REACCIONES EN MARCO PLANO		
	X	Y	MOMENTO
1	7.65274E+00	8.13875E+01	-2.84038E+01
2	-7.65269E+00	3.13448E+01	3.77226E+01
3	0.00000E+00	-8.13263E+00	0.00000E+00
7	0.00000E+00	-4.59963E+00	0.00000E+00

Diagrama de momentos y cortante.

Diagrama de cortante.

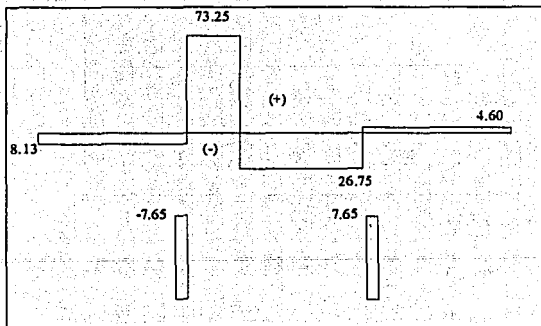
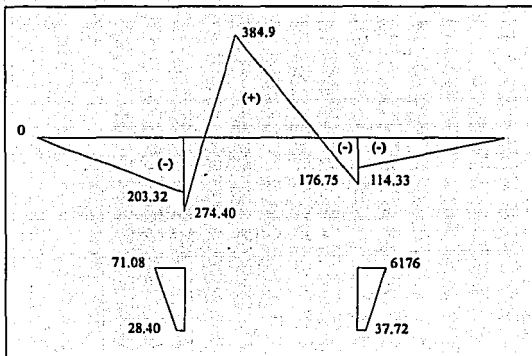
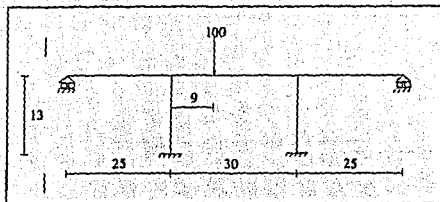


Diagrama de momento.



Comprobación de la carga a 9.00 m de la pila (1).

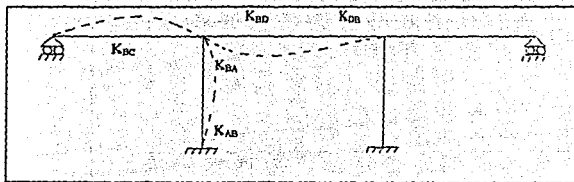


Momento de empotramiento.

$$\text{Nudo B ; } \frac{Pab^2}{L^2} = \frac{100 \times 9 \times 21^2}{30^2} = 441 \text{ TN-M}$$

$$\text{Nudo D ; } \frac{Pa^2b}{L^2} = \frac{100 \times 9^2 \times 21}{30^2} = 189 \text{ TN-M}$$

Rigideces en el nudo B.



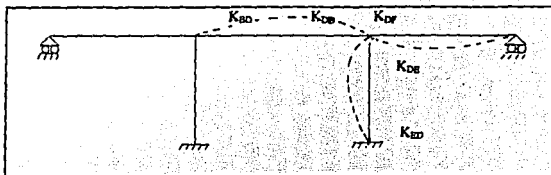
$$K_{BC} = \frac{3E6I}{L} = 0.72 \quad ; \quad K_{BD} = \frac{4EI}{L} = \frac{4EI}{13} = 0.31$$

$$K_{DB} = \frac{4E6I}{L} = 0.80 \quad ; \quad K_{AB} = \frac{2EI}{L} = \frac{2EI}{13} = 0.15$$

$$K_{DB} = \frac{2E6I}{L} = 0.40 \quad ; \quad V_1 = -\frac{6EI}{L^2} = -0.035$$

Rigideces en el nudo (D).

Etapa (2) de comprobación.

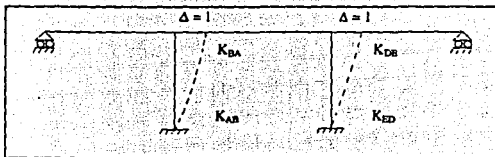


$$K_{DF} = \frac{3E6I}{25} = 0.72 \quad ; \quad K_{DE} = \frac{4EI}{13} = 0.31$$

$$K_{DB} = \frac{4E6I}{30} = 0.80 \quad ; \quad K_{AB} = \frac{2EI}{13} = 0.15$$

$$K_{BD} = \frac{2E6I}{30} = 0.40 \quad ; \quad V_j = \frac{-6EI}{13} = -0.035$$

Desplazamientos 3a. Etapa de comprobación.



$$K_{BA} = K_{AB} = K_{DE} = K_{ED} = -6EI = -0.04$$

$$V_j = \frac{2(12EI)}{13^3} = 0.011$$

Etapa 4a. de comprobación.

Nudo B.

$$M_{TB} = M_{BC} = -441$$

$$K' = K_{BC} + K_{BD} + K_{BA} = 1.83$$

$$K^2_B = 0.40$$

$$K^3_B = -0.04$$

Nudo D.

$$M_{TD} = M_{BD} = -441$$

$$K'_D = K_{DB} = 0.40$$

$$K^2_D = K_{DB} + K_{DF} + K_{DE} = 1.38$$

$$K^3_D = -0.04$$

Cabezal.

$$V^T = 0$$

$$V^1 = -0.035$$

$$V^2 = -0.035$$

$$V^3 = 0.011$$

Sustituyendo valores.

$$\begin{bmatrix} 1.83 & 0.40 & -0.035 \\ 0.40 & 1.83 & -0.035 \\ -0.035 & -0.035 & 0.011 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \Delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 441 \\ -189 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\theta_{B1} = 283.05$$

$$\theta_{B2} = -152.51$$

$$\Delta = 399.45$$

Sustituyendo valores.

$$M_{AB} = K'_{AB} \theta_B + K^2_{AD} \Delta = -28$$

$$M_{BD} = MT + K'_{BD} \theta_B + K^2_{BD} \theta_D = 274$$

$$M_{DE} = K^2_{DE} \theta_D + K^3_{DE} \Delta = 62$$

$$M_{BC} = K_{BC} \theta_B = 203.7$$

$$M_{BA} = K'_{BA} \theta_B + K^3_{BA} \Delta = 71$$

$$M_{DB} = MT_{DB} + K'_{DB} \theta_B + K^2_{DB} \theta_D = 176$$

$$M_{ED} = K^2_{ED} + K^3_{ED} \Delta = 37.60$$

$$M_{DF} = K^2_{DF} \theta_D = 113.55 = 114$$

Diagrama de momento y reacciones obtenidos de la comprobación.

Reacciones.

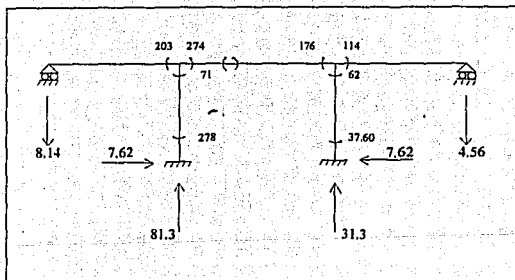
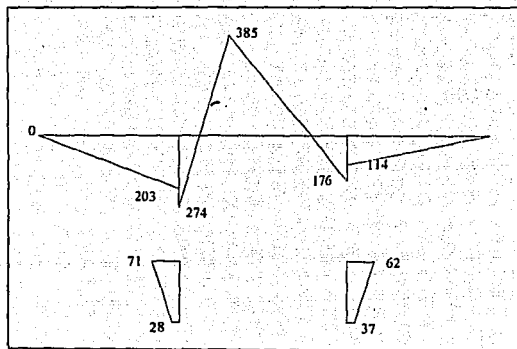


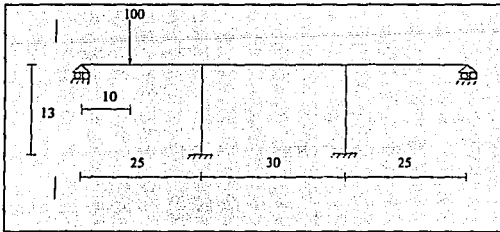
Diagrama de momentos.



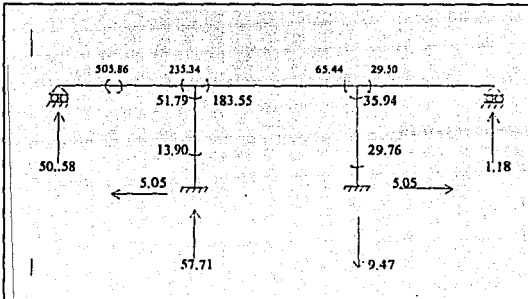
Factor de corrección para calculo de líneas de influencia.

Se toman en consideración para sacar un factor y utilizar las tablas de líneas de influencia para observar la utilidad del paquete (ANET) considerando a 9.00 m de la pila y a 15 m de está (claro central) y a 10 m del estribo.

Carga concentrada a 10 m del es tribo.



Reacciones obtenidas del programa ANET.



COORDENADAS DE LOS NUDOS :

NUDO	COORD. X	COORD. Y	COORD. Z
1	2.50000E+01	0.00000E+00	0.00000E+00
2	5.50000E+01	0.00000E+00	0.00000E+00
3	0.00000E+00	1.30000E+01	0.00000E+00
4	1.00000E+01	1.30000E+01	0.00000E+00
5	2.50000E+01	1.30000E+01	0.00000E+00
6	5.50000E+01	1.30000E+01	0.00000E+00
7	8.00000E+01	1.30000E+01	0.00000E+00

PROPIEDADES DE LOS ELEMENTOS TIPO :

ELEMENTO	AREA	E	G	J	IY	IZ
1	4.00000E+00	2.00000E+06	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	3.33000E-01
2	4.58000E+00	2.00000E+06	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	2.04000E+00

GEOMETRIA DE LA ESTRUCTURA :

ELEMENTO	TIPO	NUDO ORIGEN	NUDO FIN	ANGULO DE GIRO
1	1	1	5	0.00000E+00
2	1	2	6	0.00000E+00
3	2	3	4	0.00000E+00
4	2	4	5	0.00000E+00
5	2	5	6	0.00000E+00
6	2	6	7	0.00000E+00

CARGAS EN NUDOS :

NUDO	FX	FY	FZ	MX	MY	MZ
4	0.00000E+00	-1.00000E+02	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00

NUDOS RESTRINGIDOS :

NUDO	X	Y	Z	RY	RZ
1	1	1	0	0	1
2	1	1	0	0	1
3	0	1	0	0	0
7	0	1	0	0	0

FUERZAS EN ELEMENTOS :

ELEM	NUDO	F1	F2	F3	M1	M2	M3
1	1	5.77136E+01	5.05389E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.39082E+1
	5	-5.77136E+01	-5.05389E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	5.17924E+01
2	2	-9.47978E+00	-5.05395E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-2.97622E+01
	5	9.47978E+00	5.05395E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-5.59391E+01
3	3	0.00000E+00	5.05862E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	7.62939E+0e
	4	0.00000E+00	-5.05862E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	5.05862E+02
4	4	-6.10352E-05	-4.94138E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-5.05862E+02
	5	6.10352E-05	4.94138E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-2.35346E+02
5	5	-5.05402E+00	8.29978E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.83553E+02
	6	5.05402E+00	-8.29978E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	6.54395E+01
6	6	-6.10352E-05	-1.18002E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-2.95004E+01
	7	6.10352E-05	1.18002E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00

DESPLAZAMIENTO DE LOS NUDOS :

NUDO	X	Y	Z	R1	R2	R3
1	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
2	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
3	-1.01400E-03	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-7.36614E-04
4	-1.01400E-03	-5.31977E-03	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.22704E-04
5	-1.01400E-03	-9.37846E-03	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	3.69740E-04
6	-9.97474E-04	1.54046E-03	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-6.02353E-03
7	-9.97474E-04	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	2.72184E-03

REACCIONES EN LOS APOYOS :

NUDO	X	Y	Z	M1	M2	M3
1	-5.05389E+00	5.77136E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.39082E+01
2	5.05395E+00	-9.47978E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-2.97622E+01
3	0.00000E+00	5.05862E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
7	0.00000E+00	1.18002E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00

ELEMENTOS MECANICOS EN MARCO PLANO

ELEN	NUDO	AXIAL	CORTANTE	MOMENTO
1	1	-5.77136E+01	5.05389E+00	1.39082E+01
	5	-5.77136E+01	-5.05389E+00	5.17924E+01
2	2	-9.47978E+00	-5.05395E+00	-2.97622E+01
	6	9.47978E+00	5.05395E+00	-3.39391E+01
3	3	0.00000E+00	5.05862E+01	7.62939E-06
	4	0.00000E+00	-5.05862E+01	5.05862E+02
4	4	-6.10352E-05	-4.94138E+01	-5.05862E+02
	5	6.10352E-05	4.94138E+01	-2.35346E+02
5	5	-5.05402E+00	8.29976E+00	1.63553E+02
	6	5.05402E+00	-8.29976E+00	6.54395E+01
6	6	-6.10352E-05	-1.18002E+00	-2.95004E+01
	7	6.10352E-05	1.18002E+00	0.00000E+00

DESPLAZAMIENTOS EN MARCO PLANO

NUDO	X	Y	GIRO
1	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
2	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
3	-1.01400E-03	0.00000E+00	-7.36614E-04
4	-1.01400E-03	-5.31977E-03	-1.22704E-04
5	-1.01400E-03	-9.37846E-05	3.69740E-04
6	-9.97474E-04	1.54046E-05	-6.02853E-05
7	-9.97474E-04	0.00000E+00	2.92184E-05

REACCIONES EN MARCO PLANO

NUDO	X	Y	MOMENTO
1	-5.05389E+00	5.77136E+01	1.39082E+01
2	5.05395E+00	-9.47978E+00	-2.97622E+01
3	0.00000E+00	5.05862E+01	0.00000E+00
7	0.00000E+00	1.18002E+00	0.00000E+00

Diagrama de momentos y cortantes.

Diagrama de cortante.

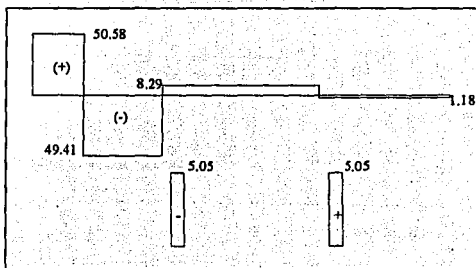
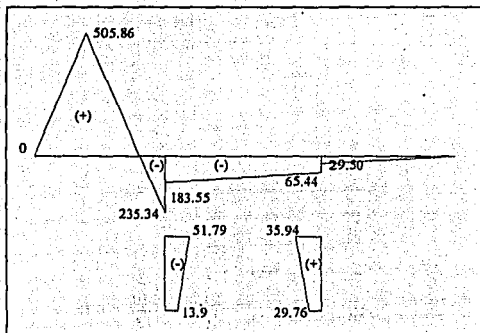
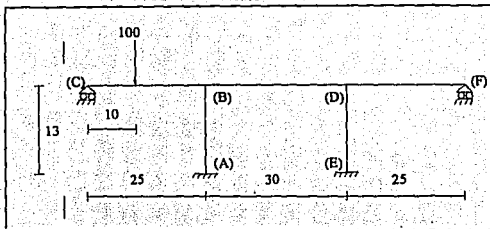


Diagrama de momento



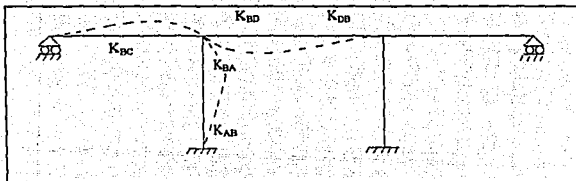
Comprobación de la carga a 9.00 m de la pila (1)



Momento de empotramiento.

$$\text{Nudo B ; } \frac{Pab(b+1)}{2L^2} = \frac{100(15)(10)(10+25)}{2(25^2)} = 420 \text{ Tm}$$

Rigideces en el nudo B.



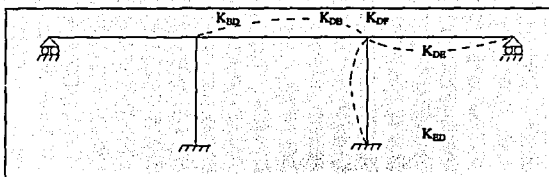
$$K_{BC} = \frac{3E6I}{L} = 0.72 \quad ; \quad K_{BD} = \frac{4EI}{L} = \frac{4EI}{13} = 0.31$$

$$K_{BD} = \frac{4E6I}{L} = 0.80 \quad ; \quad K_{AB} = \frac{2EI}{L} = \frac{2EI}{13} = 0.15$$

$$K_{DB} = \frac{2E6I}{L} = 0.40 \quad ; \quad V_1 = \frac{-6EI}{L^2} = -0.035$$

Rígideces en el nudo (D)

Etapa (2) de comprobación.

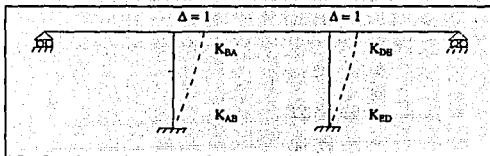


$$K_{DF} = \frac{3E6I}{25} = 0.72 \quad ; \quad K_{DE} = \frac{4EI}{13} = 0.31$$

$$K_{DB} = \frac{4E6I}{30} = 0.80 \quad ; \quad K_{AB} = \frac{2EI}{13} = 0.15$$

$$K_{BD} = \frac{2E6I}{30} = 0.40 \quad ; \quad V_1 = -\frac{6EI}{13} = -0.035$$

Desplazamientos 3a. Etapa de comprobación.



$$K_{BA} = K_{AB} = K_{DE} = K_{ED} = -6EI = -0.04$$

$$V_3 = \frac{2(12EI)}{13^3} = 0.011$$

Etapla 4a. de comprobación

Nudo B.

$$MT_B = M_{BC} = -441$$

$$K_B^2 = 0.40$$

$$K' = K_{BC} + K_{BD} + K_{BA} = 1.83$$

$$K_B^3 = -0.04$$

Nudo D.

$$MT_D = M_{BD} = -441$$

$$K_D^2 = K_{DB} + K_{DF} + K_{DE} = 138$$

$$K'_D = K_{DB} = 0.40$$

$$K_D^3 = -0.04$$

Cabezal.

$$V^1 = 0$$

$$V^2 = -0.035$$

$$V^3 = -0.035$$

$$V^4 = 0.011$$

Sustituyendo valores.

$$\begin{bmatrix} 1.83 & 0.40 & -0.035 \\ 0.40 & 1.83 & -0.035 \\ -0.035 & -0.035 & 0.011 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \Delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 420 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\theta_{B1} = 251.43$$

$$\theta_{B2} = -42.23$$

$$\Delta = 665.76$$

Sustituyendo valores.

$$M_{AB} = K'_{AB} \theta_B + K^2_{AB} \Delta = 14$$

$$M_{BD} = MT + K'_{BD} \theta_B + K^2_{BD} \theta_D = 235$$

$$M_{DE} = K^2_{DE} \theta_D + K^3_{DE} \Delta = 36.3$$

$$M_{BC} = K_{BC} \theta_B = 181$$

$$M_{BA} = K'_{BA}\theta_B + K^3_{BA}\Delta = 51.18$$

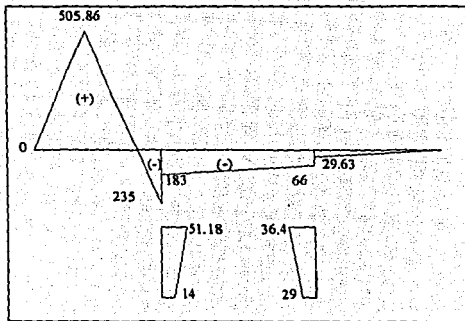
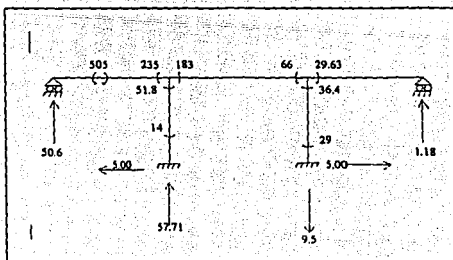
$$M_{DB} = MT_{DB} + K'_{DB}\theta_B + K^2_{DB}\theta_D = 66.72$$

$$M_{ED} = K^2_{ED} + K^3_{ED}\Delta = 29$$

$$M_{DE} = K^2_{DE}\theta_D + K^3_{ED}\Delta = 36$$

$$M_{DF} = K^2_{DF}\theta_D = 30$$

Reacciones obtenidas de la comprobación.



Momento positivo en la sección 4

$$M(+)_4 = (0.2072)(25)(100) = 518 \text{ Tm}$$

Momento en marco.

$$M(+)_4 = 506$$

Factor

$$\frac{506}{518} = 0.97$$

Momento negativo izquierda

$$M(-)_{10} = (0.0825)(25)(100) = 206$$

Momento en marco

$$M(-)_{10} = 235$$

Factor

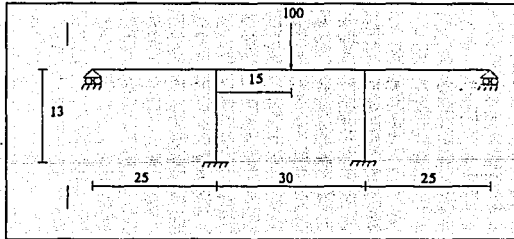
$$\frac{235}{206} = 1.14$$

Momento a la derecha

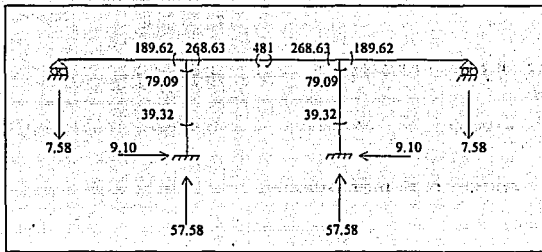
$$\frac{183}{206} = 0.88$$

Factor de corrección para el cálculo de líneas de influencia.

Carga concentrada al centro del claro intermedio de la pila



Reacciones obtenidas del programa ANET.



COORDENADAS DE LOS NUDDS :

NUDD	COORD. X	COORD. Y	COORD. Z
1	2.50000E+01	0.00000E+00	0.00000E+00
2	5.50000E+01	0.00000E+00	0.00000E+00
3	0.00000E+00	1.30000E+01	0.00000E+00
4	2.50000E+01	1.30000E+01	0.00000E+00
5	4.00000E+01	1.30000E+01	0.00000E+00
6	5.50000E+01	1.30000E+01	0.00000E+00
7	8.00000E+01	1.30000E+01	0.00000E+00

PROPIEDADES DE LOS ELEMENTOS TIPO :

ELEMENTO	AREA	E	G	J	I
Y	IZ				
1	4.00000E+00	2.00000E+06	0.00000E+00	0.00000E+00	0.0000
2	4.58800E+00	2.00000E+06	0.00000E+00	0.00000E+00	0.0000
3	2.06000E+00				

GEOMETRIA DE LA ESTRUCTURA :

ELEMENTO	TIPO	NUDD ORIGEN	NUDD FIN	ANGULO DE GIRO
1	1	1	4	0.00000E+00
2	1	2	6	0.00000E+00
3	2	3	4	0.00000E+00
4	2	4	5	0.00000E+00
5	2	5	6	0.00000E+00
6	2	6	7	0.00000E+00

CARGAS EN NUDDS :

NUDD	MZ	FX	FY	FZ	MY	MX
5	0.00000E+00	-1.00000E+02	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
	0.00000E+00					

NUDDS RESTRINGIDOS :

NUDD	RZ	X	Y	Z	RX	PY
1	1	1	1	0	0	0
2	1	1	1	0	0	0
3	0	0	1	0	0	0
7	0	0	1	0	0	0

ELEM	NUDO	ELEMENTOS MECANICOS EN MARCO PLANO		
		AXIAL	CORTANTE	MOMENTO
1	1	5.75847E+01	-9.10299E+00	-3.93290E+01
	4	-5.75847E+01	9.10299E+00	-7.90098E+01
2	2	5.75847E+01	9.10299E+00	3.93290E+01
	6	-5.75847E+01	-9.10299E+00	7.90098E+01
3	3	0.00000E+00	-7.58474E+00	-7.62939E-06
	4	0.00000E+00	7.58474E+00	-1.89618E+02
4	4	9.10299E+00	5.00000E+01	2.68628E+02
	5	-9.10299E+00	-5.00000E+01	4.81372E+02
5	5	9.10299E+00	-5.00000E+01	-4.81372E+02
	6	-9.10299E+00	5.00000E+01	-2.68628E+02
6	6	-4.76837E-07	7.58474E+00	1.89618E+02
	7	4.76837E-07	-7.58474E+00	0.00000E+00

NUDO	DESPLAZAMIENTOS EN MARCO PLANO		
	X	Y	GIRO
1	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
2	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
3	1.48805E-05	0.00000E+00	1.88023E-04
4	1.48805E-05	-9.35752E-05	-3.87275E-04
5	-1.65528E-10	-6.41137E-03	1.45519E-11
6	-1.48808E-05	-9.35752E-05	3.87275E-04
7	-1.48808E-05	0.00000E+00	-1.88023E-04

NUDO	REACCIONES EN MARCO PLANO		
	X	Y	MOMENTO
1	9.10299E+00	5.75847E+01	-3.93290E+01
2	-9.10299E+00	5.75847E+01	3.93290E+01
3	0.00000E+00	-7.58474E+00	0.00000E+00
7	0.00000E+00	-7.58474E+00	0.00000E+00

Diagrama de momentos y cortante

Diagrama de cortante.

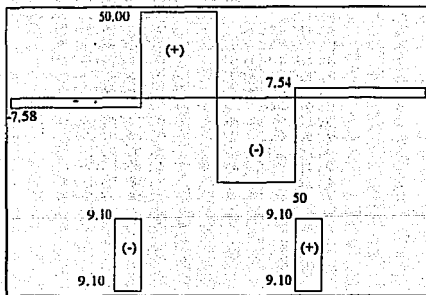
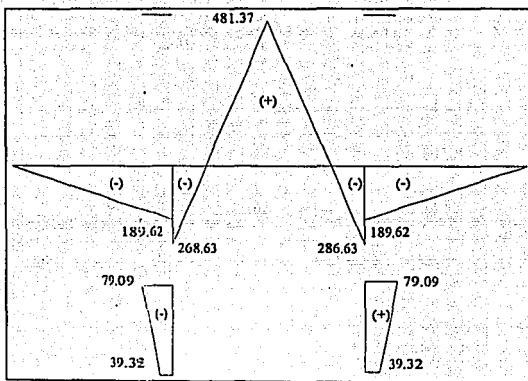
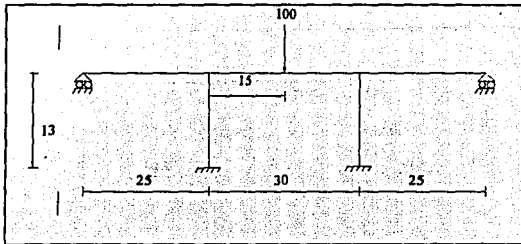


Diagrama de momento



Comprobación en el claro central.



Momento de empotramiento.

$$\text{Nudo B y D; } \frac{PL}{8} = \frac{100 \times 30}{8} = 375 \text{ Tm}$$

Rigideces

$$K_{BC} = \frac{3E6I}{L} = 0.72$$

$$K_{BD} = \frac{4E6I}{L} = 0.80$$

$$K_{DA} = \frac{2E6I}{L} = 0.40$$

Factores de distribución

$$F_{d_{BC}} = \frac{0.72}{1.43} = 0.50$$

$$F_{d_{BD}} = \frac{0.40}{1.43} = 0.28$$

$$F_{d_{DA}} = \frac{0.31}{1.43} = 0.22$$

Factores de transporte

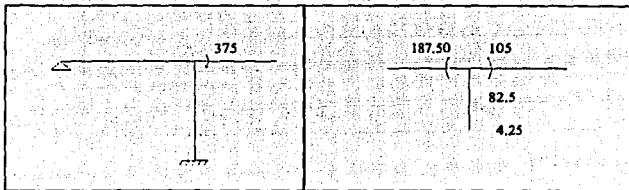
0

0

0.5

Momento de empotramiento B S A.

Momentos B S A



Reacciones obtenidas de la comprobación

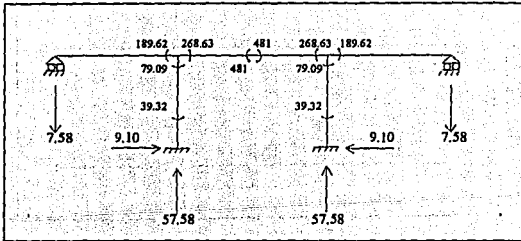
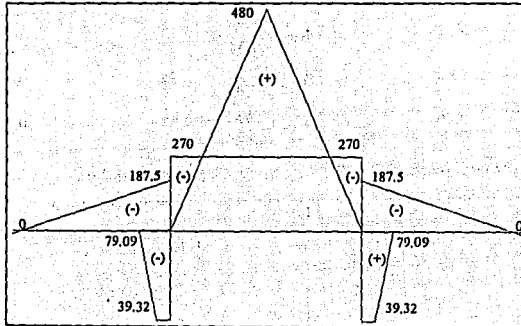


Diagrama de momentos de la comprobación.



Comparamos los momentos en el centro del claro(sec. 15) y en el apoyo sobre una pila(sec.

10) Para esta condición de carga, suponiendo el efecto de marco y la condición de viga continua de 3 tramos.

Momentos positivos en la sección 15 como viga continua, de las tablas de Bollinger:

$$M(+)_15 = (0.2036)(25)(100) = 509 \text{ Tm}$$

Como marco del análisis anterior.

$$M(+)_15 = 481 \text{ Tm}$$

Factor de corrección de viga a marco:

$$\frac{481}{509} = 0.94$$

Momento negativo a la derecha de la sección 10:

Como viga continua, de las tablas de Bollinger.

$$M(-)_{10} = (0.0964)(25)(100) = 241 \text{ Tm}$$

Como marco del análisis anterior

$$M(-)_{10} = 268 \text{ Tm}$$

Factor de corrección de viga a marco:

$$\frac{268}{241} = 1.1$$

Momento negativo a la izquierda de la sección 10:

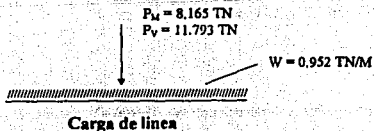
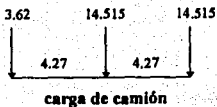
$$M(-)_{15} = 190 \text{ TN-M}$$

Factor de corrección.

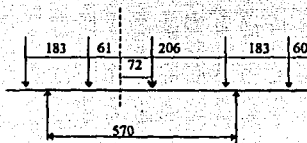
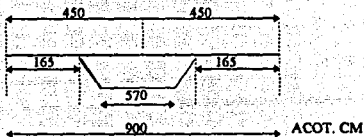
$$\frac{190}{240} = 0.79$$

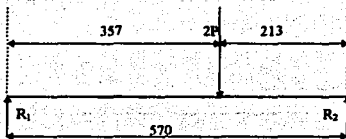
Cargas por carril

Carga de camión HS-20



Factor de concentración y factor de impacto.





Se calcula la reacción

$$R_2 = \frac{357}{570} 2P = 1.26$$

Las cargas anteriores se multiplican por $1.26 \times 2 = 2.52$ para tener los momentos por sección completa y por factor de impacto.

$$\frac{15}{L+38} = \frac{15}{30+38} = 0.22$$

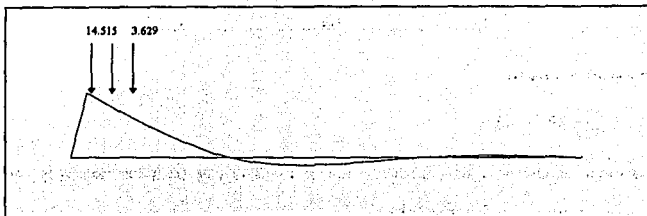
$$\frac{15}{25+38} = \frac{15}{63} = 0.24$$

Se toma el de mayor valor.

Lineas de influencia.

Momentos de carga viva.

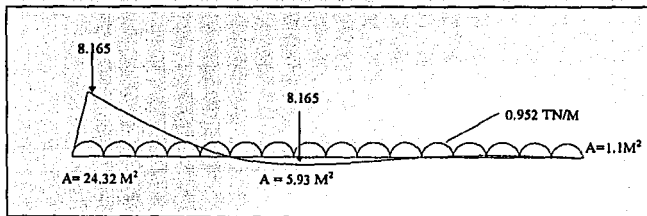
Lineas de influencia en la sección I



Carga de camión

$$M(+)_1 = [14.515(2.19) + 14.515(1.68) + 3.629(1.20)] 0.97 \times 1.24 \times 2.52 = 183.46 \text{ Tm}$$

$$M(-)_1 = [14.515(0.2575) + 14.515(0.23) + 3.629(0.18)] 1.14 \times 1.24 \times 2.52 = 27.23 \text{ Tm}$$



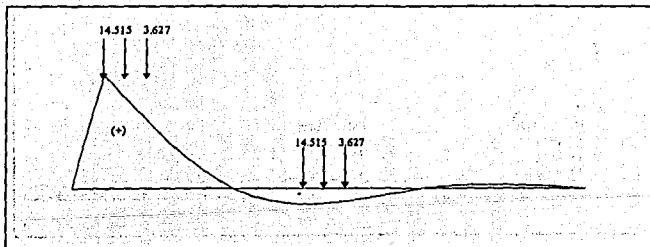
Carga lial

$$M(+)= [0.952(25.42) + 8.165(2.19)] 0.97 \times 1.24 \times 2.52 = 127.55 \text{ Tm}$$

$$M(-)= [0.952(5.93) + 8.16(0.2575)] 1.14 \times 1.24 \times 2.52 = 27.59 \text{ Tm}$$

Momentos de carga viva.

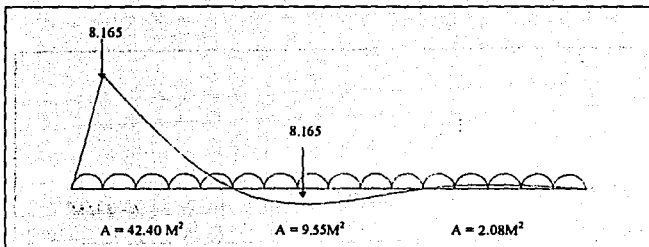
Lineas de influencia en la sección 2.



Carga de camión.

$$M(+)_2 = [14.515(3.765) + 14.515(2.75) + 3.629(1.82)] 0.97 \times 1.24 \times 2.52 = 306.65 \text{ Tm}$$

$$M(-)_2 = [14.515(0.5175) + 14.515(0.45) + 3.689(0.32)] 1.14 \times 1.24 \times 2.52 = 54.16 \text{ Tm}$$



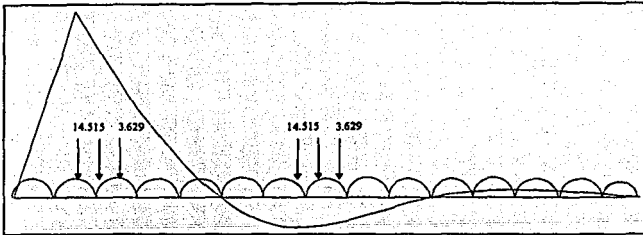
Carga lineal

$$M(+)_2 = [0.952(44.48) + 8.165(3.765)] 0.97 \times 1.24 \times 2.52 = 221.53 \text{ Tm}$$

$$M(-)_2 = [0.952(9.55) + 8.165(0.5175)] 1.1 \times 1.24 \times 2.52 = 45.77 \text{ Tm}$$

Momento de carga viva.

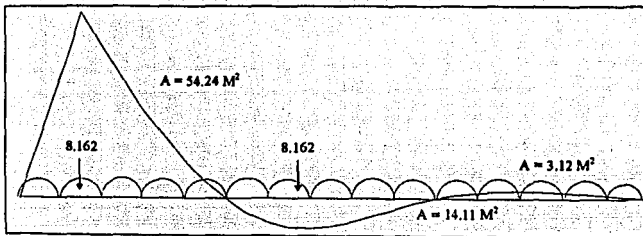
Líneas de influencia en la sección 3



Carga de camión.

$$M(+) = [14.515(4.7475) + 14.515(3.5) + 3.629(2.20)] 0.97 \times 1.24 \times 2.52 = 287.05 \text{ Tm}$$

$$M(-) = [14.515(0.775) + 14.515(0.68) + 3.629(0.84)] 1.14 \times 1.24 \times 2.52 = 81.44 \text{ Tm}$$



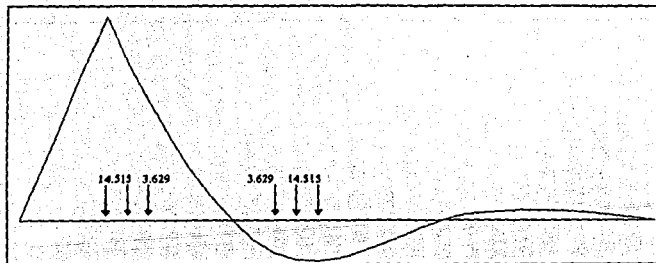
Carga lineal.

$$M(+) = [0.952(57.36) + 8.162(4.7475)] 0.97 \times 1.24 \times 2.52 = 282.96 \text{ TN-M}$$

$$M(-) = [0.952(14.11) + 8.162(0.775)] 1.14 \times 1.24 \times 2.52 = 70.38 \text{ TN-M}$$

Momento de carga viva

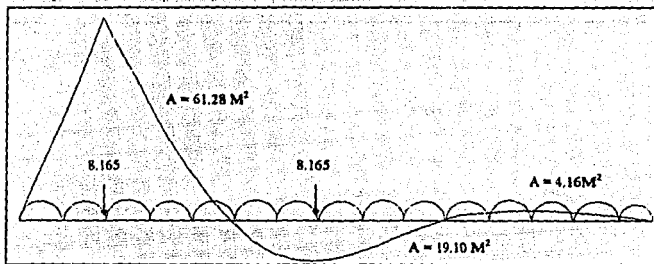
Lineas de influencia en la sección 4.



Carga de camión.

$$M(+)_4 = [14.515(5.175) + 14.515(3.40) + 3.63(1.8)] 2.52 \times 1.24 \times 0.97 = 397.07 \text{ Tm}$$

$$M(+)_4 = [14.515(1.035) + 14.515(0.90) + 3.63(0.55)] 2.5 \times 1.24 \times 1.14 = 106.30 \text{ Tm}$$



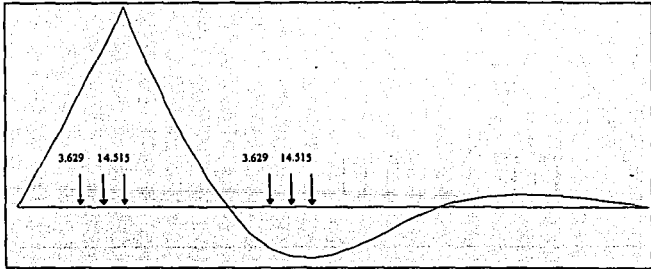
Carga lineal

$$M(+)_4 = [0.952(65.44) + 8.165(5.175)] 2.52 \times 1.24 \times 0.97 = 316.91 \text{ Tm}$$

$$M(-)_4 = [0.952(19.10) + 8.165(1.035)] 2.52 \times 1.24 \times 1.14 = 61.26 \text{ Tm}$$

Momento de carga viva

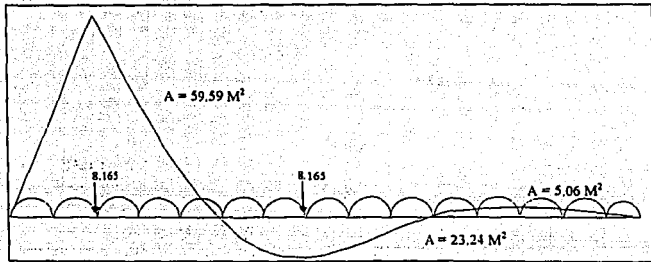
líneas de influencia en la sección 5



Carga de camión.

$$M(+)_5 = [14.515(5.10) + 14.515(3.2) + 3.629(1.3)] 0.97 \times 1.24 \times 2.52 = 370.46 \text{ Tm}$$

$$M(-)_5 = [14.515(1.2925) + 14.515(1.2) + 3.629(0.70)] 1.14 \times 1.24 \times 2.52 = 137.93 \text{ Tm}$$

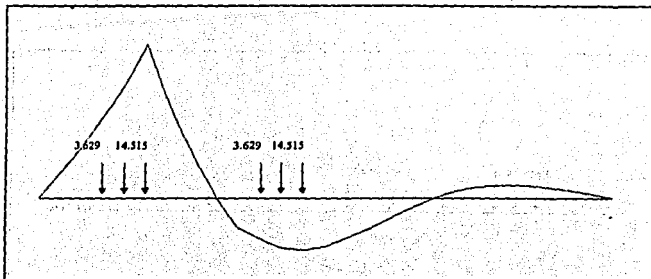


Carga lineal

$$M(+)= [0.952(64.15) + 8.165(5.10)] 0.97 \times 1.24 \times 2.52 = 379.46 \text{ Tm}$$

$$M(-)= [0.952(23.24) + 8.165(1.2925)] 1.14 \times 1.24 \times 2.52 = 116.41 \text{ Tm}$$

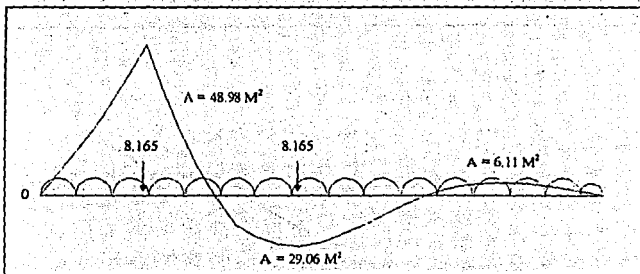
Lineas de influencia de momento en la sección 6.



Carga de camión

$$M(+)_6 = [14.515(4.585) + 14.515(3.00) + 3.629(1.70)] 0.97 \times 2.52 \times 1.24 = 3.52.41 \text{ Tm}$$

$$M(-)_6 = [14.515(1.55) + 14.515(1.40) + 3.629(0.95)] 1.14 \times 2.52 \times 1.24 = 164.81 \text{ Tm}$$

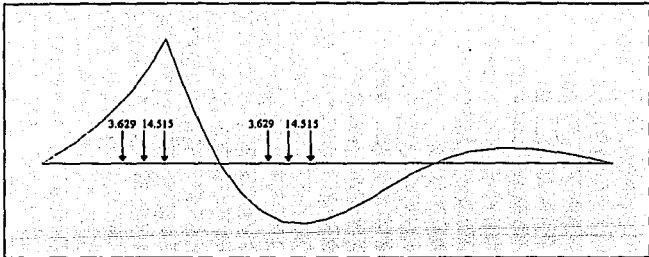


Carga lineal

$$M(+)_6 = [0.952(55.09) + 8.165(4.585)] 0.97 \times 2.52 \times 1.24 = 272.44 \text{ Tm}$$

$$M(-)_6 = [0.952(29.06) + 8.165(1.55)] 1.14 \times 2.52 \times 1.24 = 143.63 \text{ Tm}$$

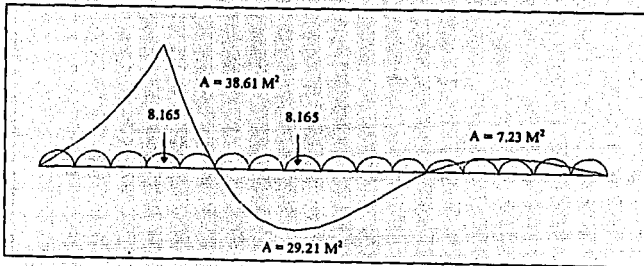
Lineas de influencia del momento en la sección 7



Carga de camión.

$$M(+)= [14.515(3.715) + 14.515(2.33) + 3.63(1.33)] 0.97 \times 2.52 \times 1.24 = 280.59 \text{ Tm}$$

$$M(-)= [14.515(1.81) + 14.515(1.60) + 3.63(1.00)] 1.14 \times 2.52 \times 1.24 = 189.25 \text{ Tm}$$



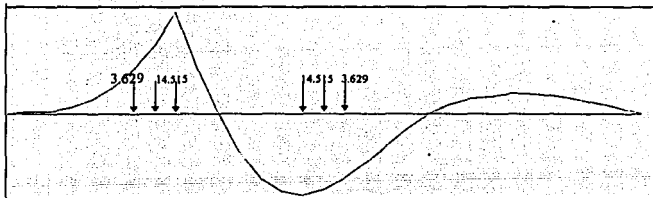
Carga lineal.

$$M(+)= [0.952(45.84) + 8165(3.715)] 0.97 \times 2.52 \times 1.24 = 224.22 \text{ Tm}$$

$$M(-)= [0.952(29.21) + 8165(1.81)] 1.14 \times 2.32 \times 1.24 = 151.70 \text{ Tm}$$

Momento de carga viva.

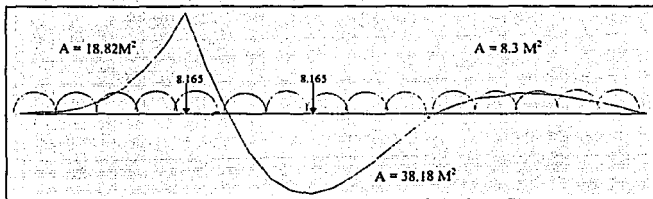
Lineas de influencia en la sección 8



Carga de camión.

$$M(+)_8 = [14.515(2.585) + 14.515(1.3) + 3.629(1.05)] 0.97 \times 1.24 \times 2.52 = 182.47 \text{ Tm}$$

$$M(-)_8 = [14.515(2.06) + 14.515(1.80) + 3.629(1.30)] 1.14 \times 1.24 \times 2.52 = 216.39 \text{ Tm}$$



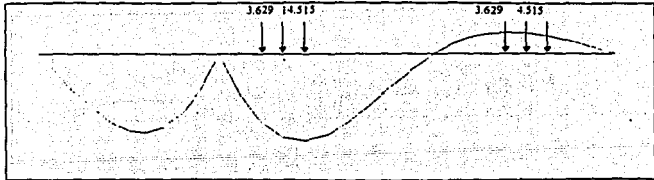
Carga lineal.

$$M(+)= [0.952(27.12) + 8.165(2.585)] 0.97 \times 1.24 \times 2.52 = 142.23 \text{ Tm}$$

$$M(-)= [0.952(38.18) + 8.165(2.06)] 1.14 \times 1.24 \times 2.52 = 189.40 \text{ Tm}$$

Momento por carga viva.

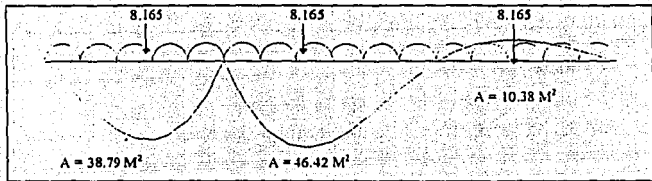
Lineas de influencia en la sección 10



Carga de camión

$$M(+)_10 = [14.515(0.6425) + 14.515(0.58) + 3.629(0.40)] 0.94 \times 2.52 \times 1.24 = 56.39 \text{ Tm}$$

$$M(-)_10 = [14.515(2.585) + 14.515(2.30) + 3.629(1.35)] 1.11 \times 2.52 \times 1.24 = 421 \text{ Tm}$$



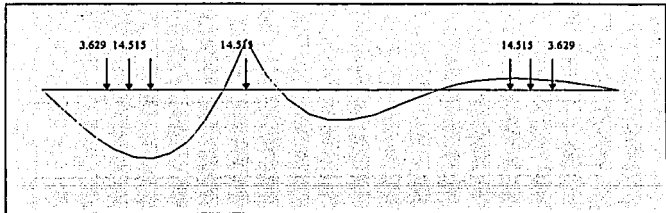
Carga lineal.

$$M(+)= [0.952(10.38) + 8.165(0.6425)] 0.94 \times 2.52 \times 1.24 = 44.43 \text{ Tm}$$

$$M(-)= [0.952(85.15) + 8.165(2.585) + 8.165(2.3575)] 1.11 \times 2.52 \times 1.24 \text{ Tm}$$

Momento de carga viva

Lineas de influencia en la sección 11.

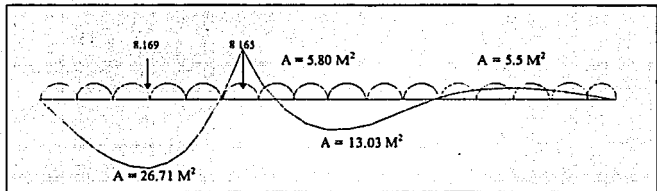


Carga de camión

$$M(+)_11 = [14.515(0.3425) + 14.515(0.32) + 3.629(0.20)] 0.94 \times 2.52 \times 1.24 = 30.37$$

$$+36.29 = 66.66 \text{ Tm}$$

$$M(-)_11 = [14.515(2.0575) + 14.515(1.90) + 3.629(1.30)] 1.11 \times 2.52 \times 1.24 = 215.61 \text{ Tm}$$



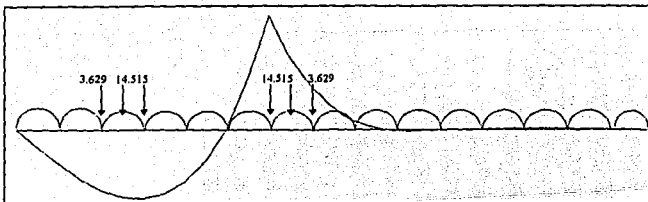
Carga lineal.

$$M(+)_11 = [0.952(11.50) + 8.165(1.507)] 0.94 \times 2.52 \times 1.24 = 67.75 \text{ Tm}$$

$$M(-)_11 = [0.952(39.74) + 8.165(2.057)] 1.11 \times 2.52 \times 1.24 = 189.49 \text{ Tm}$$

Momento de carga viva.

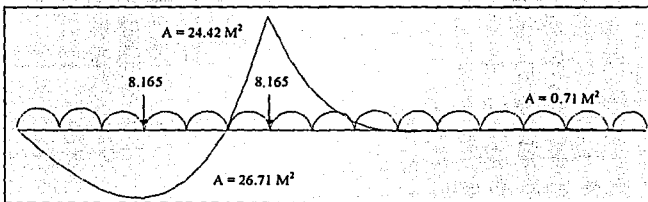
Lineas de influencia en la sección 12.



Carga de camión.

$$M(+)_12 = [14.515(2.9345) + 14.515(1.53) + 3.629(0.65)] \cdot 0.94 \times 1.24 \times 2.52 = 197.27 \text{ Tm}$$

$$M(-)_12 = [14.515(1.7575) + 14.515(1.60) + 3.629(1.10)] \cdot 1.11 \times 1.24 \times 2.52 = 182.86 \text{ Tm}$$



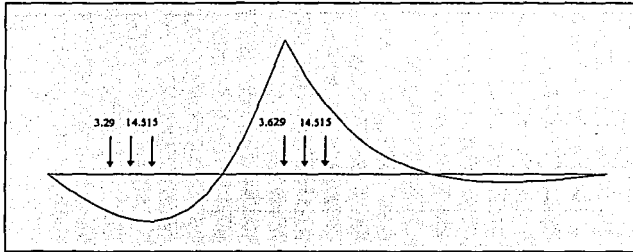
Carga lineal.

$$M(+)_12 = [0.952(25.13) + 8.165(2.9345)] \cdot 0.94 \times 1.24 \times 2.52 = 140.65 \text{ Tm}$$

$$M(-)_12 = [0.952(26.85) + 8.165(1.7575)] \cdot 1.11 \times 1.24 \times 2.52 = 138.43 \text{ Tm}$$

Momentos por carga viva.

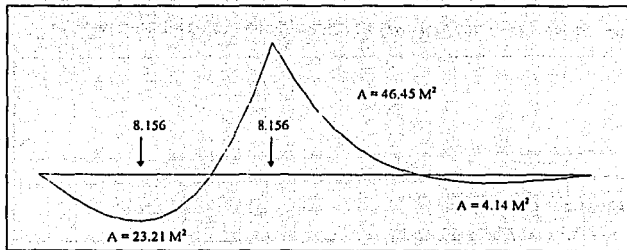
Líneas de influencia en la sección 13



Carga de camión.

$$M(+)_13 = [14.515(4.085) + 14.515(2.60) + 3.629(1.5)] 0.94 \times 2.52 \times 1.24 = 301 \text{ Tm}$$

$$M(-)_13 = [14.515(1.4575) + 14.515(1.34) + 3.629(0.90)] 1.1 \times 2.52 \times 1.24 = 150.80 \text{ Tm}$$



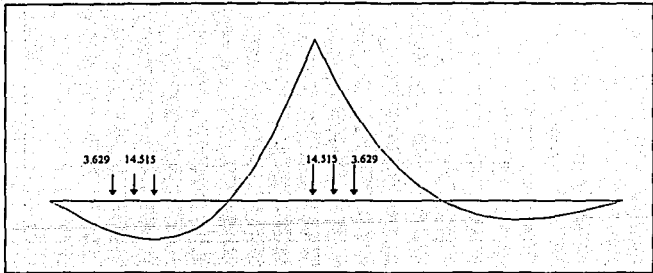
Carga lineal.

$$M(+)_13 = [0.952(46.29) + 8.165(4.085)] 0.94 \times 2.52 \times 1.24 = 227.86 \text{ Tm}$$

$$M(-)_13 = [0.952(27.35) + 8.165(1.4575)] 1.11 \times 2.52 \times 1.24 = 130.40 \text{ Tm}$$

Momentos de carga viva .

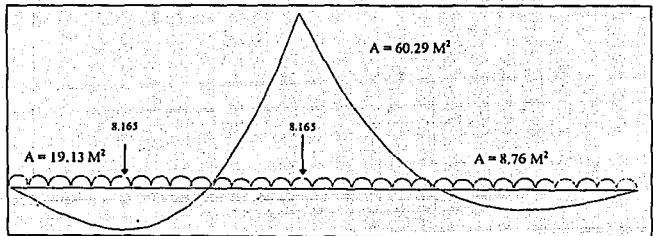
Lineas de influencia en la sección 14



Carga de camión

$$M(+),_{14} = [14.515(4.83) + 14.515(3.2) + 3.629(1.82)] 0.94 \times 2.52 \times 1.24 = 361.86 \text{ Tm}$$

$$M(-),_{14} = [14.515(1.16) + 14.515(1.02) + 3.629(0.70)] 1.11 \times 2.52 \times 1.24 = 118.43 \text{ Tm}$$



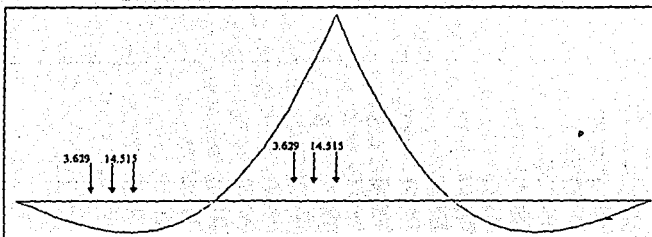
Carga lineal.

$$M(+)= [0.952(60.29) + 8.165(4.8325)] 0.94 \times 2.52 \times 1.24 = 284.49 \text{ Tm}$$

$$M(-)= [0.952(27.89) + 8.165(1.16)] 1.11 \times 2.52 \times 1.24 = 124.87 \text{ Tm}$$

Momento de carga viva.

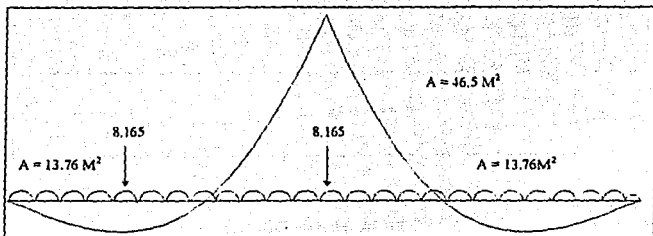
Lineas de influencia en la sección 15



Carga de camión.

$$M(+)_s = [14.515(5.09) + 14.515(3.10) + 3.629(2.5)] 0.94 \times 2.52 \times 1.24 = 375.84 \text{ Tm}$$

$$M(-)_s = [14.515(0.8575) + 14.515(0.80) + 3.629(0.55)] 1.11 \times 2.52 \times 1.24 = 90.3 \text{ Tm}$$



Carga lineal

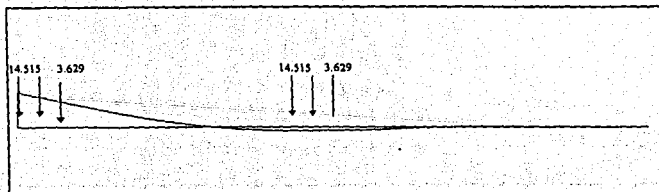
$$M(+)_s = 0.952(46.5) + 8.165(5.09)] 0.94 \times 2.52 \times 1.24 = 252.10 \text{ Tm}$$

$$M(-)_s = 0.952(13.76) + 8.165(0.8575)] 1.11 \times 2.52 \times 1.24 = 115.15 \text{ Tm}$$

Lineas de influencia del cortante

Se realizó el cálculo de líneas de influencia para el cálculo del cortante del puente

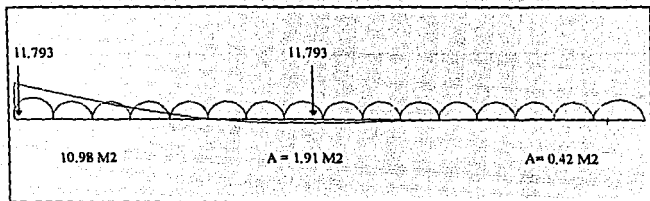
Cortante en la sección cero.



Carga de camión.

$$V(+)_0 = [14.515(1.00) + 14.515(0.79) + 3.629(0.50)] 0.97 \times 1.24 \times 2.52 = 85.13 \text{ T}$$

$$V(-)_0 = [14.515(0.1034) + 14.515(0.09) + 3.629(0.07)] 1.14 \times 1.24 \times 2.52 = 10.82 \text{ T}$$

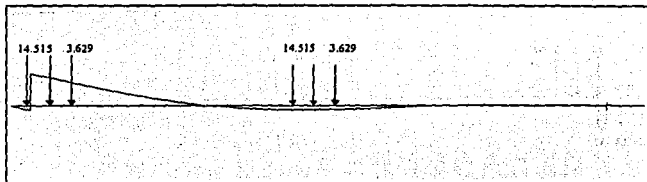


Carga lineal.

$$V(+)= [0.952(11.40) + 11.793(1.00)] 0.97 \times 2.52 \times 1.24 = 68.64 \text{ T}$$

$$V(-)= [0.952(1.91) + 11.793(0.1034)] 1.14 \times 1.24 \times 2.52 = 10.82 \text{ T}$$

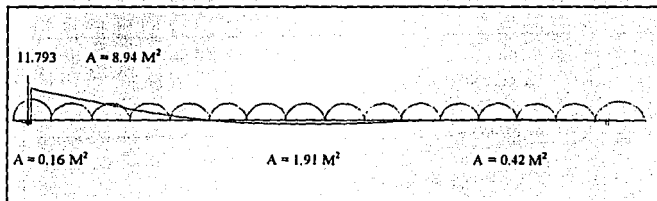
Cortante en la sección 1.



Carga de camión.

$$V(+)_1 = [14.515(0.8757) + 14.515(0.67) + 3.629(0.746)] 0.97 \times 1.24 \times 2.52 = 73.06 \text{ T}$$

$$V(-)_1 = [14.515(0.1034) + 14.515(0.09) + 3.629(0.07)] 1.14 \times 1.24 \times 2.52 = 10.90 \text{ T}$$

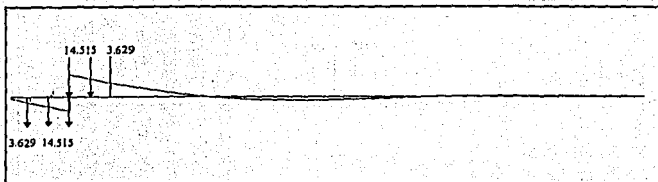


Carga lineal.

$$V(+)_1 = [0.952(6.36) + 11.793(0.8757)] 0.97 \times 1.24 \times 2.52 = 58.31 \text{ T}$$

$$V(-)_1 = [0.952(2.07) + 11.793(0.1249)] 1.14 \times 1.24 \times 2.52 = 12.27 \text{ T}$$

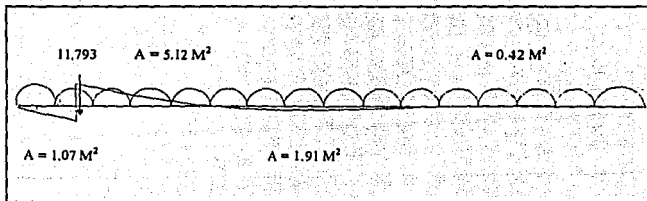
Cotante en la sección 3



Carga de camión.

$$V(+)_3 = [14.515(0.633) + 14.51(0.43) + 3.629(0.26)] 0.97 \times 1.24 \times 2.42 = 49.62 \text{ T}$$

$$V(-)_3 = [14.515(0.367) + 14.515(0.16)] 1.14 \times 1.24 \times 2.42 = 27.24 \text{ T}$$

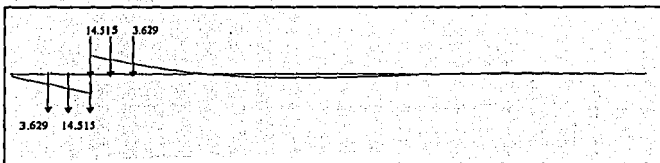


Carga lineal:

$$V(+)_3 = [0.952(5.54) + 11.793(0.633)] 0.97 \times 1.24 \times 2.42 = 38.61 \text{ T}$$

$$V(-)_3 = [0.952(3.11) + 11.793(0.367)] 1.14 \times 1.24 \times 2.42 = 26.20 \text{ T}$$

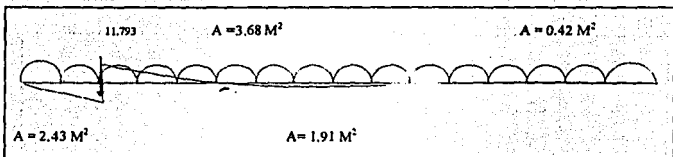
Cortante en la sección 4.



Carga en camión.

$$V(+)_4 = [14.515(0.5175) + 14.515(0.33) + 3.629(0.18)] 0.97 \times 1.24 \times 2.52 = 39.27 \text{ T}$$

$$V(-)_4 = [14.515(0.4825) + 14.515(0.28) + 3.629(0.08)] 1.14 \times 1.24 \times 2.52 = 40.46 \text{ T}$$

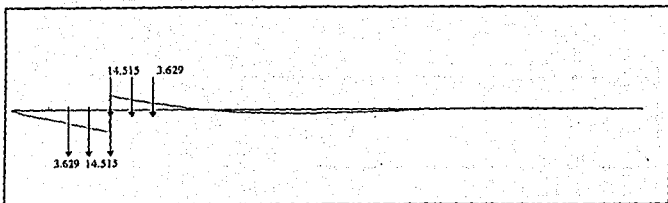


Carga lineal.

$$V(+)= [0.952(4.10) + 11.793(0.5175)] 0.97 \times 1.24 \times 2.52 = 30.33 \text{ T}$$

$$V(-)= [0.952(4.34) + 11.793(0.4825)] 1.14 \times 1.24 \times 2.52 = 34.99 \text{ T}$$

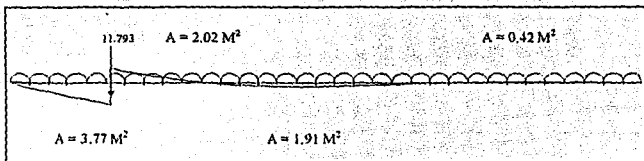
Cortante en la sección 5.



Carga de camión.

$$V(+)_3 = [14.515(0.4079) + 14.515(0.26) + 3.629(0.10)] 0.97 \times 1.24 \times 2.52 = 30.48 \text{ T}$$

$$V(-)_3 = [14.515(0.5921) + 14.515(0.40) + 3.629(0.20)] 1.14 \times 1.24 \times 2.52 = 53.88 \text{ T}$$

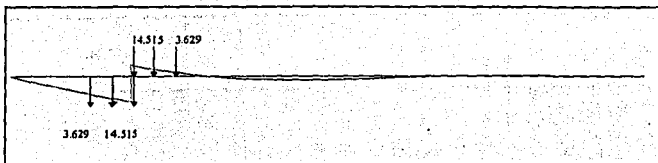


Carga lineal.

$$V(+)_3 = [0.952(2.44) + 11.793(0.4079)] 0.97 \times 1.24 \times 2.52 = 21.62 \text{ T}$$

$$V(-)_3 = [0.952(5.680) + 11.793(0.5921)] 1.14 \times 1.24 \times 2.52 = 44.14 \text{ T}$$

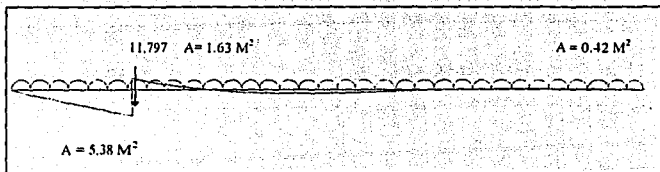
Cortante en la sección 6.



Carga de camión.

$$V(+)_6 = [14.515(0.3057) + 14.515(0.15) + 3.629(0.05)] 0.97 \times 1.24 \times 2.52 = 20.60 \text{ T}$$

$$V(-)_6 = [14.515(0.6943) + 14.515(0.52) + 3.629(0.32)] 1.14 \times 1.24 \times 2.52 = 66.92 \text{ T}$$

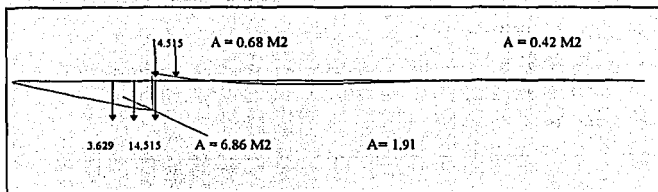


Carga lineal.

$$V(+)_6 = [0.952(2.05) + 11.793(0.3057)] 0.97 \times 1.24 \times 2.52 = 16.84 \text{ T}$$

$$V(-)_6 = [0.952(7.29) + 11.793(0.6943)] 1.14 \times 1.24 \times 2.52 = 53.89 \text{ T}$$

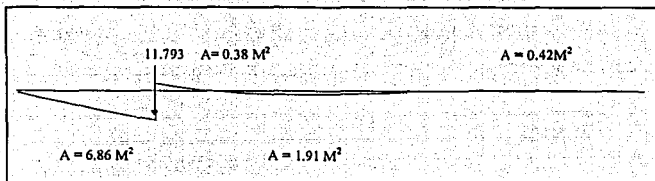
Cortante en la sección 7.



Carga de camión.

$$V(+)_7 = [14.515(0.2123) + 14.515(0.08) + 3.629(0.00)] 0.97 \times 1.24 \times 2.52 = 12.86 \text{ T}$$

$$V(-)_7 = [14.515(0.7877) + 14.515(0.63) + 3.629(0.44)] 1.14 \times 1.24 \times 2.52 = 78.99 \text{ T}$$

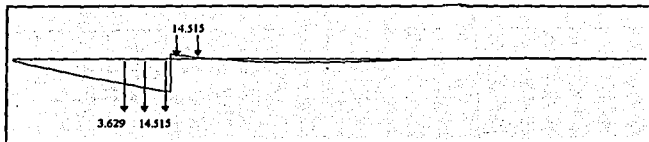


Carga lineal.

$$V(+)_7 = [0.952(0.80) + 11.793(0.2123)] 0.97 \times 1.24 \times 2.52 = 9.90 \text{ T}$$

$$V(-)_7 = [0.952(8.77) + 11.793(0.7877)] 1.14 \times 1.24 \times 2.52 = 62.83 \text{ T}$$

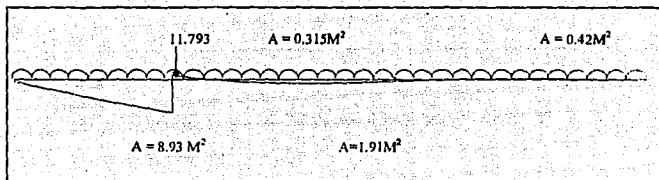
Cortante en la sección 8.



Carga de camión.

$$V(+)_8 = [14.515(0.1293) + 14.515(0.02) + 3.629(0.00)] 0.97 \times 1.24 \times 2.52 = 6.57 \text{ T}$$

$$V(-)_8 = [14.515(0.8707) + 14.515(0.72) + 3.629(0.56)] 1.14 \times 1.24 \times 2.52 = 89.48 \text{ T}$$

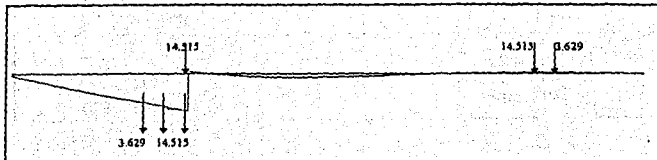


Carga lineal.

$$V(+)_8 = [0.952(0.94) + 11.793(0.1293)] 0.97 \times 1.24 \times 2.52 = 6.54 \text{ T}$$

$$V(-)_8 = [0.952(10.86) + 11.793(0.8707)] 1.14 \times 1.24 \times 2.52 = 73.40 \text{ T}$$

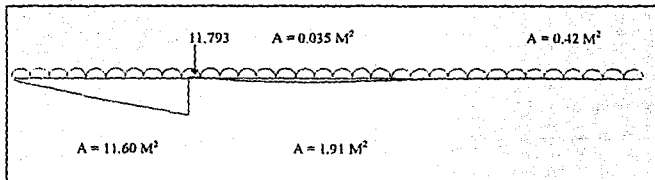
Cortante en la sección 9.



Carga de camión.

$$V(+)_y = [14.515(0.0580) + 14.515(0.79) + 3.629(0.58)] 0.97 \times 1.24 \times 2.52 = 2.55 \text{ T}$$

$$V(-)_y = [14.515(0.942) + 14.515(0.81) + 3.629(0.66)] 1.14 \times 1.24 \times 2.52 = 99.12 \text{ T}$$

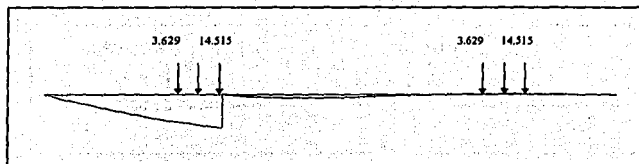


Carga lineal.

$$V(+)_y = [0.952(0.46) + 11.798(0.058)] 0.97 \times 1.24 \times 2.52 = 3.40 \text{ T}$$

$$V(-)_y = [0.952(13.51) + 11.798(0.942)] 1.14 \times 1.24 \times 2.52 = 85.39 \text{ T}$$

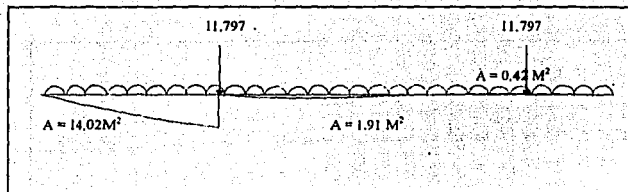
Cortante en 10. ↓



Carga de camión.

$$V(+)_10 = [14.515(0.0257) + 14.515(0.02) + 3.629(0.016)] \cdot 0.97 \times 1.24 \times 2.52 = 2.19 \text{ T}$$

$$V(-)_10 = [14.515(1.00) + 14.515(0.90) + 3.629(0.74)] \cdot 1.14 \times 1.24 \times 2.52 = 107.81 \text{ T}$$

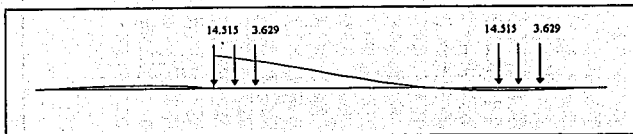


Carga lineal.

$$V(+)_10 = [0.952(0.42) + 11.793(0.0257)] \cdot 0.97 \times 1.24 \times 2.52 = 0.92 \text{ T}$$

$$V(-)_10 = [0.952(15.93) + 11.793(1.00)] \cdot 1.14 \times 1.24 \times 2.52 = 96.37 \text{ T}$$

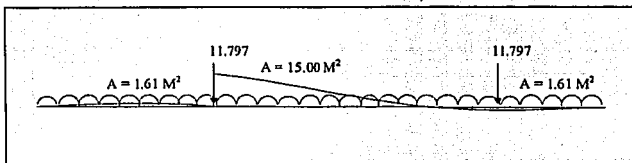
Cortante en la sección 10. ↑



Carga de camión.

$$V(+)_10 = [14.515(1.00) + 14.515(0.88) + 3.629(0.75)] 0.94 \times 1.24 \times 2.52 = 88.15 \text{ T}$$

$$V(-)_10 = [14.515(0.10) + 14.515(0.085) + 3.629(0.065)] 1.11 \times 1.24 \times 2.52 = 10.13 \text{ T}$$

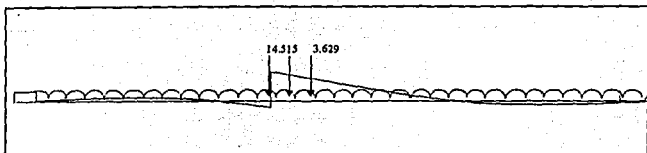


Carga lineal.

$$V(+)= [0.958(16.61) + 11.793(1.00)] 0.94 \times 1.24 \times 2.52 = 81.38 \text{ T}$$

$$V(-)= [0.958(1.61) + 11.793(0.10)] 1.11 \times 1.24 \times 2.52 = 9.41 \text{ T}$$

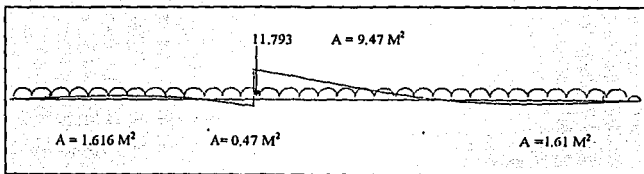
Cortante en la sección 12.



Carga de camión.

$$V(+)_12 = [14.515(0.836) + 14.515(0.68) + 3.629(0.52)] 0.94 \times 1.24 \times 2.52 = 70.18 \text{ T}$$

$$V(-)_12 = [14.515(0.164) + 14.515(0.04) + 3.629(0.0)] 1.11 \times 1.24 \times 2.52 = 10.27 \text{ T}$$

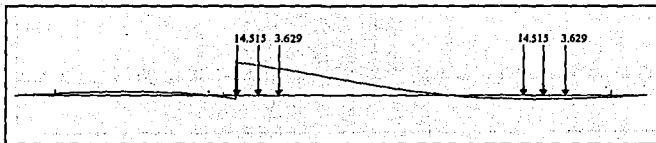


Carga lineal.

$$V(+)= [0.952(11.08) + 11.793(0.836)] 0.94 \times 1.24 \times 2.52 = 59.94 \text{ T}$$

$$V(-)= [0.952(2.08) + 11.793(0.164)] 1.11 \times 1.24 \times 2.52 = 13.58 \text{ T}$$

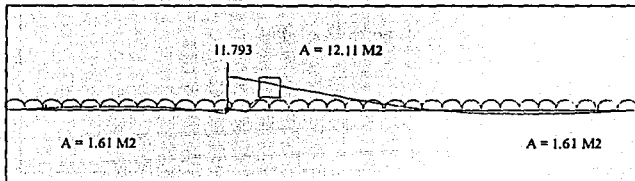
Cortante en la sección 11.



Carga de camión.

$$V(+)_11 = [14.515(0.987) + 14.515(0.80) + 3.629(0.62)] 0.94 \times 1.24 \times 2.52 = 80.24 \text{ T}$$

$$V(-)_11 = [14.515(0.100) + 14.515(0.085) + 3.629(0.065)] 1.11 \times 1.24 \times 2.52 = 10.13 \text{ T}$$

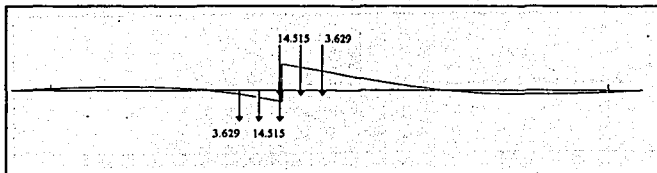


Carga lineal.

$$V(+)= [0.952(13.72) + 11.793(0.927)] 0.94 \times 1.24 \times 2.52 = 70.74 \text{ T}$$

$$V(-)= [0.952(1.72) + 11.793(0.10)] 1.11 \times 1.24 \times 2.52 = 9.77 \text{ T}$$

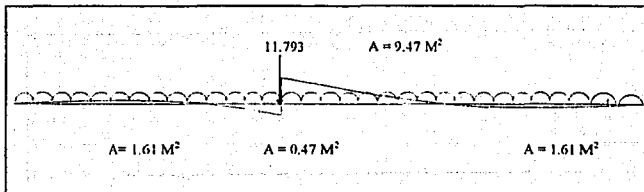
Cortante en la sección 13.



Carga de camión.

$$V(+)_13 = [14.515(0.7315) + 14.515(0.56) + 3.629(0.40)] 0.94 \times 1.24 \times 2.52 = 59.33 \text{ T}$$

$$V(-)_13 = [14.515(0.2685) + 14.515(0.12) + 3.629(0.01)] 1.11 \times 1.24 \times 2.52 = 19.69 \text{ T}$$

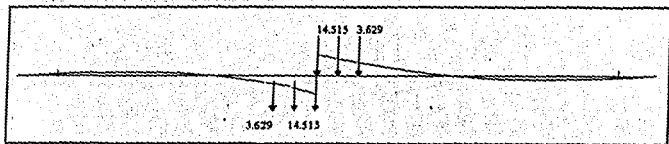


Carga lineal.

$$V(+)_13 = [0.952(8.739 + 11.793(0.7315))] 0.94 \times 1.24 \times 2.52 = 49.75 \text{ T}$$

$$V(-)_13 = [0.952(2.73) + 11.793(0.2685)] 1.11 \times 1.24 \times 2.52 = 19.99 \text{ T}$$

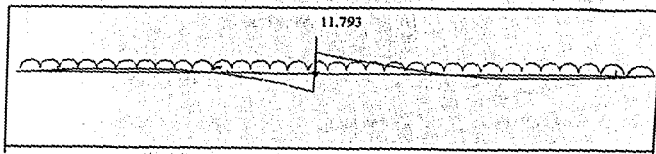
Cortante en la sección 14



Carga de camión.

$$V(+)_14 = [14.515(0.618) + 14.515(0.44) + 3.629(0.28)] 0.94 \times 1.24 \times 2.52 = 48.09 \text{ T}$$

$$V(-)_14 = [14.515(0.382) + 14.515(0.20) + 3.629(0.073)] 1.11 \times 1.24 \times 2.52 = 30.22 \text{ T}$$

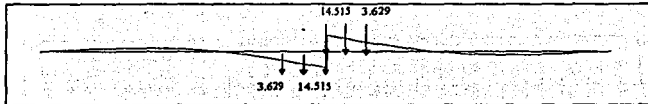


Carga lineal.

$$V(+)_14 = [0.952(6.71) + 11.793(0.618)] 0.94 \times 1.24 \times 2.52 = 40.17 \text{ T}$$

$$V(-)_14 = [0.952(3.70) + 11.793(0.382)] 1.11 \times 1.24 \times 2.52 = 27.43 \text{ T}$$

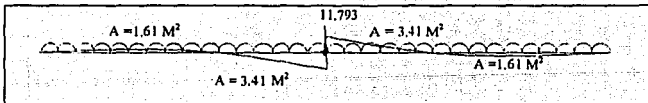
Cortante en la sección 15 .



Carga de camión.

$$V(+)_15 = [14.515(0.50) + 14.515(0.34) + 3.629(0.18)] 0.94 \times 1.24 \times 2.52 = 37.73 \text{ T}$$

$$V(-)_15 = [14.515(0.50) + 14.515(0.34) + 3.629(0.18)] 1.11 \times 1.24 \times 2.52 = 44.55 \text{ T}$$



Carga lineal.

$$V(+)= [0.952(5.02) + 11.793(0.50)] 0.94 \times 1.24 \times 2.52 = 31.36 \text{ T}$$

$$V(-)= [0.952(5.02) + 11.793(0.50)] 1.11 \times 1.24 \times 2.52 = 37.03 \text{ T}$$

Envolvente de líneas de influencia de la carga viva.

Diagrama de envolvente de líneas de influencia correspondiente al cortante.

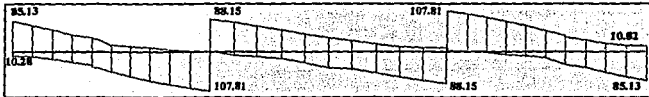
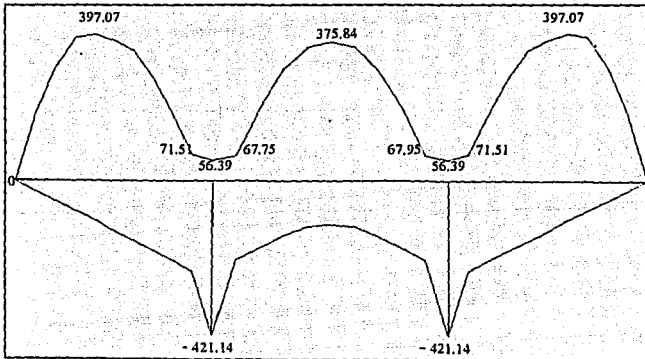
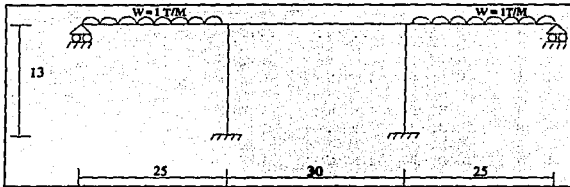


Diagrama de envolvente de líneas de influencia correspondiente al momento cortante.



Cálculo de carga viva en columnas.



Diagramas de fuerza cortante y momento para el calculo de carga viva en columnas.

Diagrama de fuerza cortante.

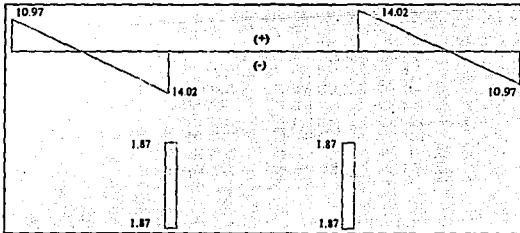
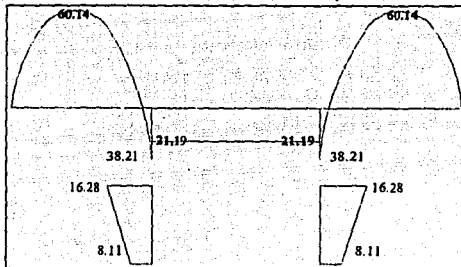


Diagrama de momentos.

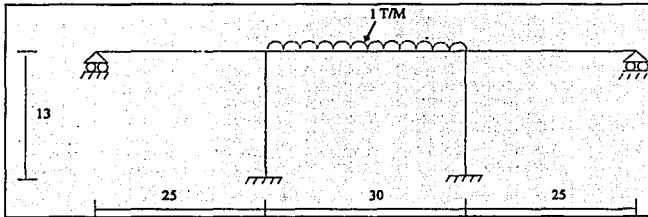


ELEMENTOS MECANICOS EN MARCO PLANO				
ELEM	NUDD	AXIAL	CORTANTE	MOMENTO
1	1	1.40284E+01	1.87629E+00	8.10647E+00
	4	-1.40284E+01	-1.87629E+00	1.62852E+01
2	2	1.40284E+01	-1.87622E+00	-8.10604E+00
	5	-1.40284E+01	1.87622E+00	-1.62848E+01
3	3	-1.09259E-07	1.09716E+01	0.00000E+00
	4	-3.15805E-05	1.40284E+01	-3.82098E+01
4	4	-1.87625E+00	-8.58307E-06	2.19246E+01
	5	1.87625E+00	8.58307E-06	-2.19248E+01
5	5	-3.18189E-05	1.40284E+01	3.82097E+01
	6	-1.29159E-07	1.09716E+01	1.14441E-05

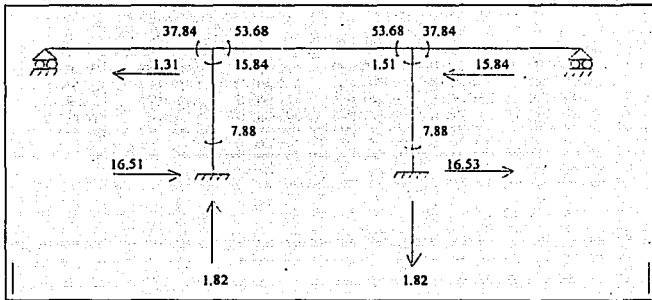
DESPLAZAMIENTOS EN MARCO PLANO			
NUDD	X	Y	GIRO
1	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
2	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
3	-3.05734E-06	0.00000E+00	-1.20289E-04
4	-3.05738E-06	-2.27961E-05	7.98228E-05
5	3.07684E-06	-2.27961E-05	-7.98231E-05
6	3.07689E-06	0.00000E+00	1.20289E-04

REACCIONES EN MARCO PLANO			
NUDD	X	Y	MOMENTO
1	-1.87629E+00	1.40284E+01	8.10647E+00
2	1.87622E+00	1.40284E+01	-8.10604E+00
3	0.00000E+00	1.09716E+01	0.00000E+00
5	0.00000E+00	1.09716E+01	0.00000E+00

Factores para cálculo de las reacciones para carga viva en columnas.



Reacciones obtenidas del programa.



FUERZAS EN ELEMENTOS :

ELEM	NUDO	FX	FY	FZ	MX	MY	MZ
1	1	1.65138E+01	-1.82446E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-7.98243E+00
	2	-1.65138E+01	1.82446E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.98243E+01
2	1	1.65138E+01	1.82450E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	6.00000E+00	7.88267E+00
	2	-1.65138E+01	-1.82450E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.98243E+01
3	3	0.00000E+00	-1.51379E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.90735E+06
	4	0.00000E+00	1.51379E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-3.78447E+01
4	4	1.82446E+00	1.50000E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	5.36803E+01
	5	-1.82450E+00	1.50000E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-5.26904E+01
5	5	1.19209E+07	1.51379E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	3.78447E+01
	6	-1.19209E+07	-1.51379E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-3.81470E+06

DESPLAZAMIENTO DE LOS NUDOS :

NUDO	X	Y	Z	RX	RY	RZ
1	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
2	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
3	2.98827E-06	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	3.72000E-05
4	2.88827E-06	-2.68349E-05	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-7.76202E-05
5	-2.97667E-06	-2.58349E-05	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	7.76200E-05
6	-2.97667E-06	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-3.71999E-05

REACCIONES EN LOS APOYOS :

NUDO	X	Y	Z	MX	MY	MZ
1	1.82446E+00	1.65138E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-7.98243E+00
2	-1.82450E+00	1.65138E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	7.88267E+00
3	0.00000E+00	-1.51379E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
5	0.00000E+00	-1.51379E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00

Diagramas de momentos y cortante.

Diagrama de cortante.

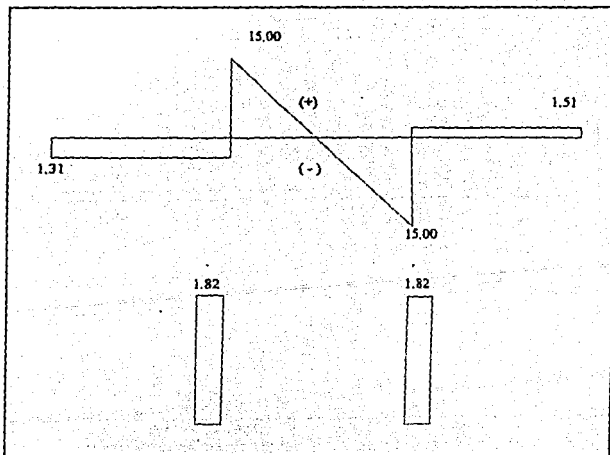
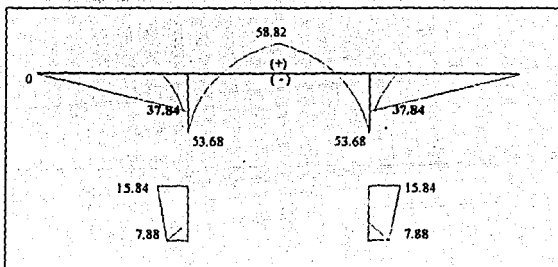
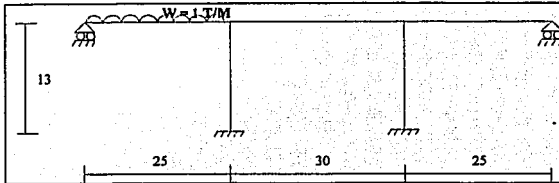


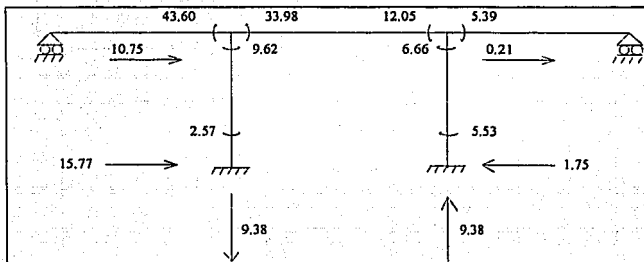
Diagrama de cortante.



Para el cálculo en las columnas de carga viva de líneas de influencia.



Reacciones obtenidas del programa.



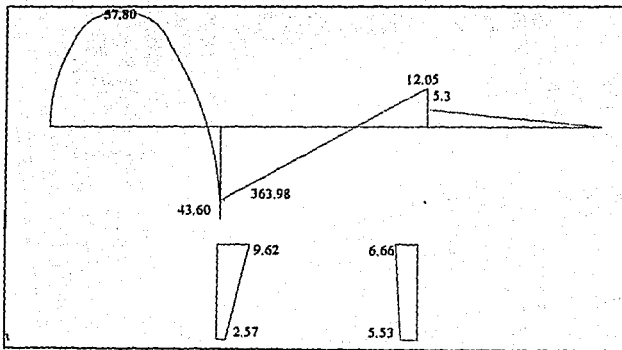
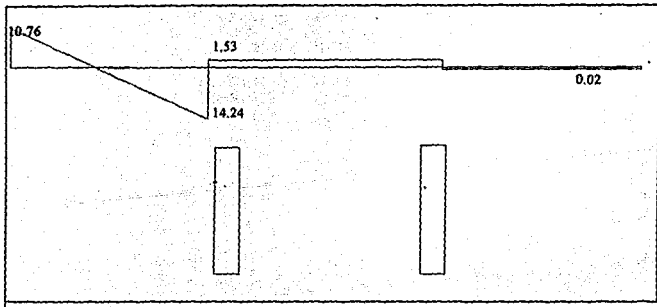
ELEMENTOS MECANICOS EN MARCO PLANO				
ELEM	NUDO	AXIAL	CORTANTE	MOMENTO
1	1	1.57788E+01	9.38150E-01	2.57343E+00
	4	-1.57788E+01	-9.38150E-01	9.62252E+00
2	2	-1.75043E+00	-9.38103E-01	-5.53282E+00
	5	1.75043E+00	9.38103E-01	-6.66252E+00
3	3	-5.86097E-07	1.07558E+01	3.81470E-06
	4	-3.11037E-05	1.42442E+01	-4.36045E+01
4	4	-9.38110E-01	1.52464E+00	3.39820E+01
	5	9.38110E-01	-1.53464E+00	1.20573E+01
5	5	7.62939E-06	-2.15790E-01	-5.39476E+00
	6	-7.62939E-06	2.15790E-01	4.76837E-07

DESPLAZAMIENTOS EN MARCO PLANO			
NUDO	X	Y	GIRO
1	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
2	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
3	-1.89286E-04	0.00000E+00	-1.14947E-04
4	-1.89286E-04	-2.26496E-05	6.87974E-05
5	-1.86219E-04	2.84445E-06	-1.10253E-05
6	-1.86219E-04	0.00000E+00	3.34209E-06

REACCIONES EN MARCO PLANO			
NUDO	X	Y	MOMENTO
1	-9.38150E-01	1.57788E+01	2.57343E+00
2	9.38103E-01	-1.75043E+00	-5.53282E+00
3	0.00000E+00	1.07558E+01	0.00000E+00
6	0.00000E+00	2.15790E-01	0.00000E+00

Diagramas de momentos y cortantes.

Diagrama de fuerza cortante.



Partes de la superestructura cargadas para el cálculo de las reacciones encolumnas.

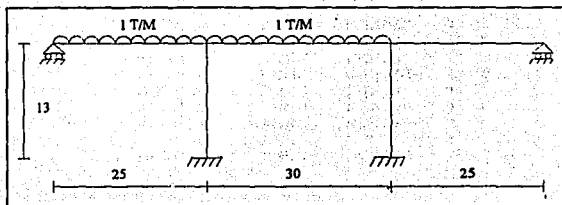


Diagrama de cortante.

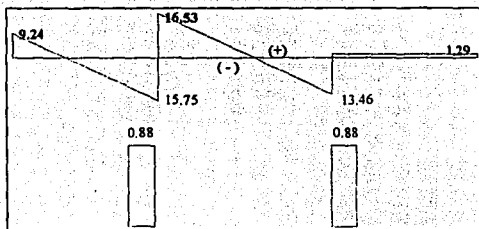
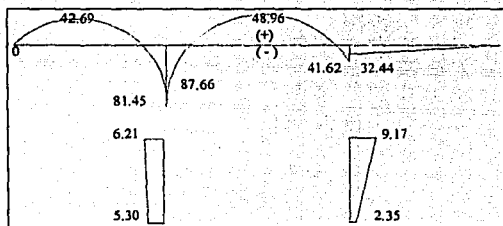


Diagrama de momentos.



ELEMENTOS MECANICOS EN MARCO PLANO				
ELEM	NUDO	AXIAL	CORTANTE	MOMENTO
1	1	3.22926E+01	-8.86307E-01	-5.30909E+00
	4	-3.22926E+01	8.86307E-01	-6.21309E+00
2	2	1.47634E+01	8.86392E-01	2.34986E+00
	5	-1.47634E+01	-8.86392E-01	9.17324E+00
3	3	-5.86097E-07	9.24203E+00	0.00000E+00
	4	-3.11037E-05	1.37580E+01	-8.14492E+01
4	4	8.86345E-01	1.65346E+01	6.76622E+01
	5	-8.86383E-01	1.34654E+01	-4.16231E+01
5	5	0.00000E+00	1.29800E+00	3.24499E+01
	6	0.00000E+00	-1.29800E+00	-5.72205E-06

DESPLAZAMIENTOS EN MARCO PLANO			
NUDO	X	Y	GIRO
1	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
2	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
3	-1.86297E-04	0.00009E+00	-7.77470E-05
4	-1.86297E-04	-5.24755E-05	-9.82282E-06
5	-1.89195E-04	-2.39905E-05	6.65945E-05
6	-1.89195E-04	0.00000E+00	-3.18578E-05

REACCIONES EN MARCO PLANO			
NUDO	X	Y	MOMENTO
1	8.86307E-01	3.22926E+01	-5.30909E+00
2	-8.86392E-01	1.47634E+01	2.34986E+00
3	0.00000E+00	9.24203E+00	0.00000E+00
6	0.00000E+00	-1.29800E+00	0.00000E+00

Relación para obtener la influencia en las columnas de carga viva.

Se toma el mayor y se realiza una regla de tres de acuerdo con los momentos máximos de la superestructura de las líneas de influencia.

Fuerza cotante.

$$16.53 = 1.87$$

$$15.75 = 1.87$$

$$8.15 = X$$

$$107.81 = X$$

$$X = 9.97 \text{ T}$$

$$X = 12.19 \text{ T}$$

Para momento.

$$54.82 = 16.28$$

$$375.84 = X$$

Realizando la regla de tres.

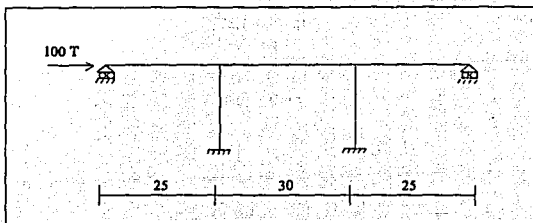
$$X1 = 111.61 \text{ T/m}$$

$$X2 = 55.60 \text{ T/m}$$

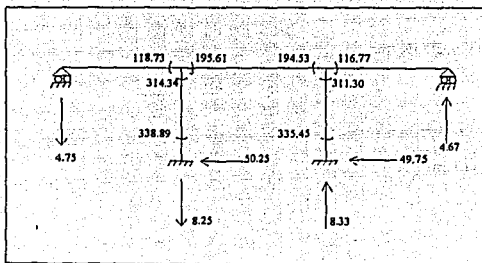
Análisis por sismo.

Se cálcula en primera instancia un desplazamiento para una carga lateral de 100 toneladas.

Carga lateral 100 T.



Reacciones obtenidas del programa ANET.



ELEM	NUDO	ELEMENTOS MECANICOS EN MARCO PLANO		
		AXIAL	CORTANTE	MOMENTO
1	1	-8.25551E+00	5.02485E+01	3.38891E+02
	4	8.25551E+00	-5.02485E+01	3.14340E+02
2	2	8.33355E+00	4.97502E+01	3.35449E+02
	5	-8.33355E+00	-4.97502E+01	3.11304E+02
3	3	1.00000E+02	-4.74912E+00	-7.62939E-06
	4	-1.00000E+02	4.74912E+00	-1.18728E+02
4	4	4.97510E+01	-1.30046E+01	-1.95612E+02
	5	-4.97510E+01	1.30046E+01	-1.94527E+02
5	5	-4.88281E-04	-4.67108E+00	-1.16777E+02
	6	4.88281E-04	4.67108E+00	7.62939E-06

NUDO	DESPLAZAMIENTOS EN MARCO PLANO		
	X	Y	GIRO
1	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
2	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
3	1.56432E-02	0.00000E+00	1.20609E-04
4	1.53708E-02	1.34152E-05	-2.39609E-04
5	1.52081E-02	-1.35420E-05	-2.35658E-04
6	1.52081E-02	0.00000E+00	1.18641E-04

NUDO	REACCIONES EN MARCO PLANO		
	X	Y	MOMENTO
1	-5.02485E+01	-8.25551E+00	3.38891E+02
2	-4.97502E+01	8.33355E+00	3.35449E+02
3	0.00000E+00	-4.74912E+00	0.00000E+00
6	0.00000E+00	4.67108E+00	0.00000E+00

Diagramas de momentos y cortantes.

Diagrama de cortantes.

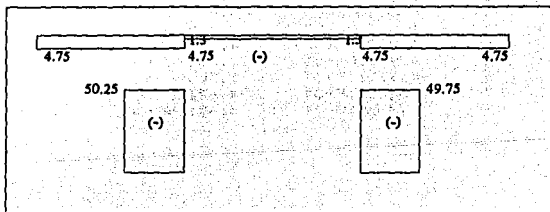
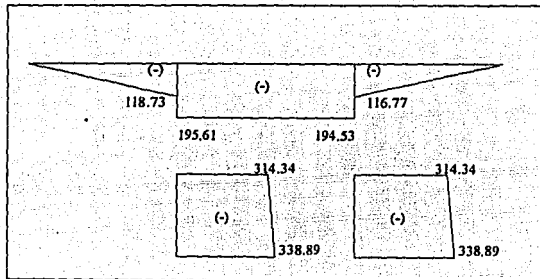
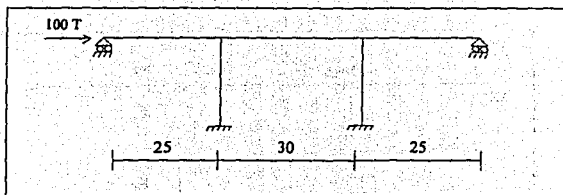


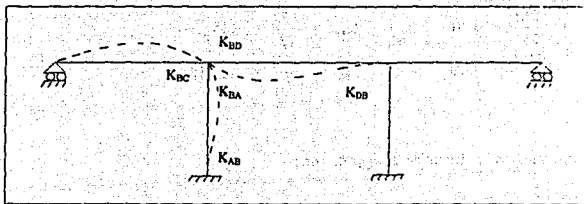
Diagrama de momentos



Comprobación de la carga lateral de 100 T.



Rígideces en el nudo B.



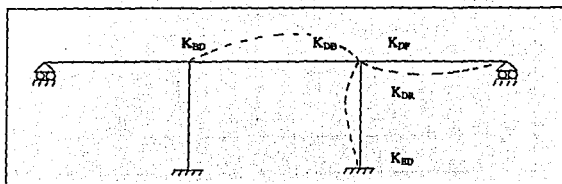
$$K_{BC} = \frac{3E6I}{L} = 0.72 \quad ; \quad K_{BD} = \frac{4EI}{L} = \frac{4EI}{13} = 0.31$$

$$K_{BD} = \frac{4E6I}{L} = 0.80 \quad ; \quad K_{AB} = \frac{2EI}{L} = \frac{2EI}{13} = 0.15$$

$$K_{DB} = \frac{2E6I}{L} = 0.40 \quad ; \quad V_1 = \frac{6EI}{L^2} = -0.035$$

Rigideces en el nudo (D)

Etapa (2) de comprobación.

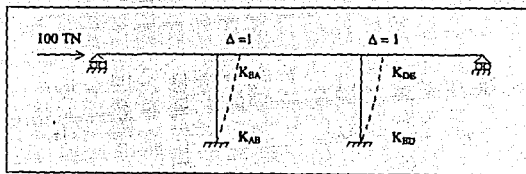


$$K_{DF} = \frac{3E6I}{25} = 0.72 \quad ; \quad K_{DB} = \frac{4EI}{13} = 0.31$$

$$K_{DB} = \frac{4E6I}{30} = 0.80 \quad ; \quad K_{AB} = \frac{2EI}{13} = 0.15$$

$$K_{BD} = \frac{2E6I}{30} = 0.40 \quad ; \quad V_3 = \frac{-6EI}{13} = -0.035$$

Desplazamientos 3a. Etapa de comprobación.



$$K_{BA} = K_{AB} = K_{DB} = K_{BD} = -6EI = -0.04$$

$$V_3 = \frac{2(12EI)}{13^3} = 0.011$$

Etapa 4a. de comprobación

Nudo B.

$$K'_B = K_{BC} + K_{BD} + K_{BA} = 1.83$$

$$K^2_B = 0.40$$

$$K^3_B = -0.04$$

Nudo D.

$$K'_D = K_{DB} = 0.40$$

$$K^2_D = K_{DB} + K_{DF} + K_{DE} = 138$$

$$K^3_D = -0.04$$

Cabezal.

$$V^T = -100$$

$$V^1 = -0.035$$

$$V^2 = -0.035$$

$$V^3 = 0.011$$

Sustituyendo valores.

$$\begin{bmatrix} 1.83 & 0.40 & -0.035 \\ 0.40 & 138 & -0.035 \\ -0.035 & -0.035 & 0.011 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \Delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -100 \end{bmatrix}$$

$$\theta_{B1} = -158.52$$

$$\theta_{B2} = -158.52$$

$$\Delta = 10099.6$$

Sustituyendo valores.

$$M_{AB} = K'_{AB} \theta_{B1} + K^2_{AB} \Delta = 339$$

$$M_{BD} = M_T + K'_{BD} \theta_{B2} + K^2_{BD} \theta_D = 194$$

$$M_{DE} = K^2_{DE} \theta_D + K^3_{DE} \Delta = 314$$

$$M_{BC} = K_{BC} \theta_B = 118$$

$$M_{BA} = K'_{BA} \theta_B + K^3_{BA} \Delta = 314$$

$$M_{DB} = M_{TD_B} + K'_{DB} \theta_B + K^2_{DB} \theta_D = 194$$

$$M_{ED} = K^2_{ED} + K^3_{ED} \Delta = 339$$

$$M_{DE} = K^2_{DE} \theta_D + K^3_{ED} \Delta = 314$$

$$M_{DF} = K^2_{DF} \theta_D = 118$$

Reacciones obtenidas de la comprobación.

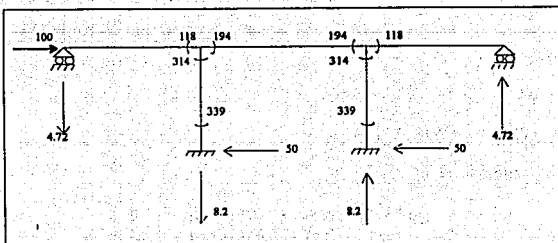
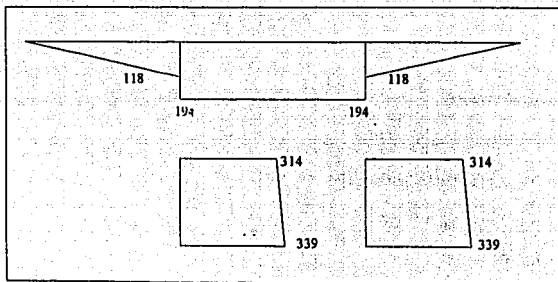


Diagrama de momentos.



El peso del diafragma se toma como carga puntual para el análisis estructural

$$W_{\text{diafragma sobre la pila}} = 6.885 \times 1.0 \times 2.4 = 16.52 \text{ T}$$

$$P_{\text{diafragma}} / \text{pilas} = 16.52 \times 2 \text{ T}$$

Area del diafragma

$$\frac{(5.60 + 4.60)}{2} (1.35) = 6.885 \text{ m}^2$$

$$W_{\text{diafragma sobre /estribo}} = 6.885 \times 0.5 \times 2.4 = 8.26 \text{ T}$$

$$^2 / \text{estribos} = 8.26 \times 2 = 16.52 \text{ T}$$

Cálculo del periodo.

De análisis longitudinal de $F = 100$; $\Delta = 1.53$ del nudo (6)

$$K = \frac{F}{\Delta} = \frac{100}{1.52} = 65.79$$

$$W = 13.87 \text{ T/m (80m)} + 16.52 + 33.04 + 0.5(230.4) = 1274.36 \text{ T}$$

$$T = 0.2 \sqrt{\frac{W}{K}} = 0.2 \sqrt{\frac{1274.36}{65.79}} = 0.880$$

Del espectro de diseño.

$$C = 0.45$$

$$\frac{C}{\phi} = \frac{0.45}{4} = 0.113 \quad \frac{C}{\phi} < a_0$$

Por lo tanto. $a_0 = 0.12$

Análisis por sismo longitudinal.

$$\text{Análisis estático } \frac{C}{\phi} = \frac{0.45}{4} = 0.113 \quad \frac{C}{\phi} < a_0$$

se toma $a_0 = 0.12$

$$W_{\text{SUPER}} = 13.87 \text{ T/m (80 m)} + 16.52 + 33.04 = 1159.16 \text{ T}$$

$$W_{\text{SUB}} = 115.2 \text{ T}$$

Fuerzas equivalentes para sismo.

En superestructura:

$$F1 = C/\phi \times W_{\text{SUPER}}$$

$$F1 = 0.12 \times 1159.16$$

$$F1 = 139 \text{ T}$$

En subestructura:

$$F2 = C/\phi \times W_{\text{SUB}}$$

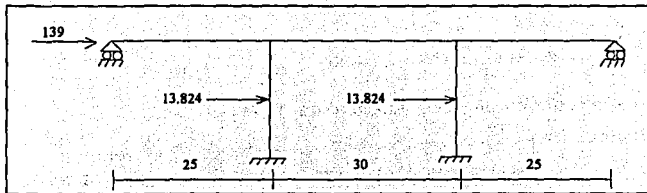
$$F2 = 0.12 \times 115.2$$

$$F2 = 13.824 \text{ T}$$

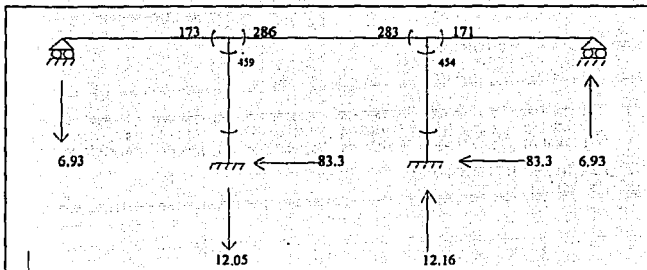
La fuerza equivalente en la subestructura se reparten en dos elementos.

$$F2 = 13.824 \text{ T}$$

Cálculo del movimiento sísmico.



Reacciones obtenidas del programa.



COORDENADAS DE LOS NUDOS :

NUDO	COORD. X	COORD. Y	COORD. Z
1	2.50000E+01	0.00000E+00	0.00000E+00
2	5.50000E+01	0.00000E+00	0.00000E+00
3	2.50000E+01	6.50000E+00	0.00000E+00
4	5.50000E+01	6.50000E+00	0.00000E+00
5	0.00000E+00	1.30000E+01	0.00000E+00
6	2.50000E+01	1.30000E+01	0.00000E+00
7	5.50000E+01	1.30000E+01	0.00000E+00
8	8.00000E+01	1.30000E+01	0.00000E+00

PROPIEDADES DE LOS ELEMENTOS TIPO :

ELEMENTO	AREA	E	G	J	IY	IZ
1	4.00000E+00	2.00000E+06	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	3.33000E-01
2	4.58800E+00	2.00000E+06	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	2.06000E+00

GEOMETRIA DE LA ESTRUCTURA :

ELEMENTO	TIPO	NUDO ORIGEN	NUDO FIN	ANGULO DE GIRO
1	1	1	3	0.00000E+00
2	1	2	4	0.00000E+00
3	1	3	6	0.00000E+00
4	1	4	7	0.00000E+00
5	2	3	6	0.00000E+00
6	2	6	7	0.00000E+00
7	2	7	8	0.00000E+00

CARGAS EN NUDOS :

NUDO	FX	FY	FZ	MX	MY	MZ
3	1.38240E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
4	1.38240E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
5	1.37000E+02	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00

NUDOS RESTRINGIDOS :

NUDO	X	Y	Z	RX	RY	FZ
1	1	1	0	0	0	1
2	1	1	0	0	0	1
5	0	1	0	0	0	0
8	0	1	0	0	0	0

FUERZAS EN ELEMENTOS :

ELEM	NUDO	FX	FY	FZ	MX	MY	MZ
1	1	-1.20487E+01	8.36709E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	5.39310E+02
	3	1.20487E+01	-8.36709E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	4.35945E+00
2	2	1.21572E+01	8.29783E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	5.34518E+02
	4	-1.21572E+01	-8.29783E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	4.84082E+00
3	3	-1.20487E+01	6.98469E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-4.35923E+00
	6	1.20487E+01	-6.98469E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	4.35856E+02
4	4	1.21572E+01	6.91543E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-4.84071E+00
	7	-1.21572E+01	-6.91543E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	4.34344E+02
5	5	1.39000E+02	-6.92698E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-7.62939E-06
	6	-1.39000E+02	6.92698E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.73174E+02
6	6	6.91543E+01	-1.89757E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-2.85390E+02
	7	-6.91543E+01	1.89757E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-2.83881E+02
7	7	0.00000E+00	-6.81850E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.70465E+02
	8	0.00000E+00	6.81850E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.52388E+03

DESPLAZAMIENTO DE LOS NUDOS :

NUDO	X	Y	Z	RX	RY	RZ
1	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
2	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
3	1.13559E-02	9.78959E-06	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-2.60948E-03
4	1.12518E-02	-9.87772E-06	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-2.58476E-03
5	2.37514E-02	0.90000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.75912E-04
6	2.33727E-02	1.95792E-05	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-3.49489E-04
7	2.31466E-02	-1.97594E-05	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-3.43996E-04
8	2.31466E-02	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.7184E-04

REACCIONES EN LOS APOYOS :

NUDO	X	Y	Z	MX	MY	MZ
1	-8.36709E+01	-1.20487E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	5.39310E+02
2	-8.29783E+01	1.21572E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	5.34518E+02
5	0.00000E+00	-6.92698E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
8	0.00000E+00	6.81850E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00

ELEMENTOS MECANICOS EN MARCO PLANO				
ELEM	NUDO	AXIAL	CORTANTE	MOMENTO
1	1	-1.20487E+01	8.36709E+01	5.39301E+02
	3	1.20487E+01	-8.36709E+01	4.55945E+00
	2	1.21572E+01	8.29783E+01	5.34518E+02
4	4	-1.21572E+01	-8.29783E+01	4.84082E+00
	3	-1.20487E+01	8.98469E+01	-4.55923E+00
	6	1.20487E+01	-8.98469E+01	4.58564E+02
4	4	1.21572E+01	6.91543E+01	-4.84071E+00
	7	-1.21572E+01	-6.91543E+01	4.54344E+02
	5	1.39000E+02	-6.92498E+00	-7.62939E-04
6	6	-1.39000E+02	6.92498E+00	-1.73174E+02
	6	6.91543E+01	-1.89737E+01	-2.85390E+02
	7	-6.91543E+01	1.89737E+01	-2.83881E+02
7	7	0.00000E+00	-6.81850E+00	-1.70463E+02
	8	0.00000E+00	6.81850E+00	1.52588E-03

DESPLAZAMIENTOS EN MARCO PLANO			
NUDO	X	Y	GIRO
1	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
2	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
3	1.15559E-02	9.78959E-06	-2.60948E-03
4	1.12519E-02	-9.87772E-06	-2.58476E-03
5	2.37514E-02	0.00000E+00	1.75919E-04
6	2.33727E-02	1.95792E-05	-3.49489E-04
7	2.31466E-02	-1.97554E-05	-3.43996E-04
8	2.31466E-02	0.00000E+00	1.73184E-04

REACCIONES EN MARCO PLANO			
NUDO	X	Y	MOMENTO
1	-8.36709E+01	-1.20487E+01	5.39301E+02
2	-8.29783E+01	1.21572E+01	5.34518E+02
3	0.00000E+00	-6.92698E+00	0.00000E+00
8	0.00000E+00	6.81850E+00	0.00000E+00

Diagramas de cortantes y momentos.

Diagrama de cortantes.

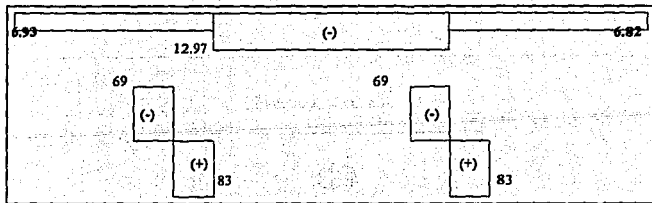
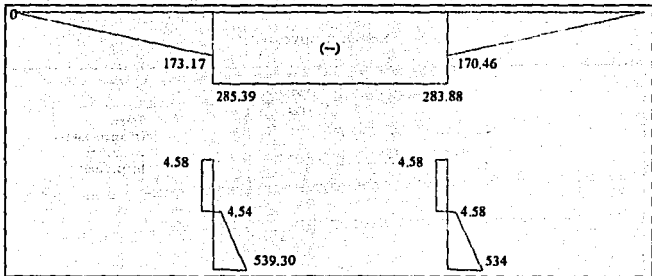
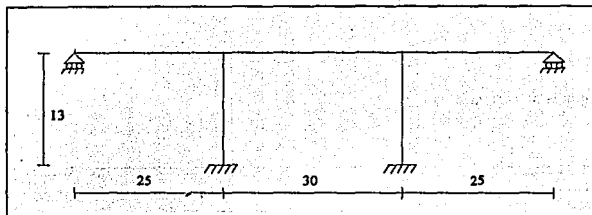


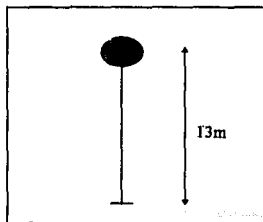
Diagrama de momentos.



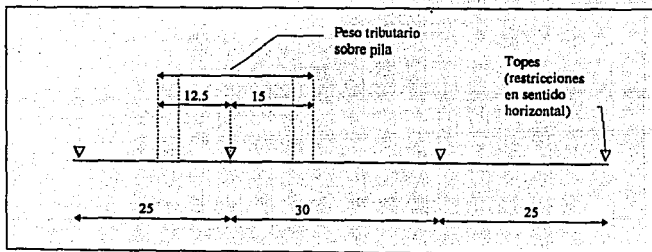
Idealización.



Sentido longitudinal.



Sentido transversal.

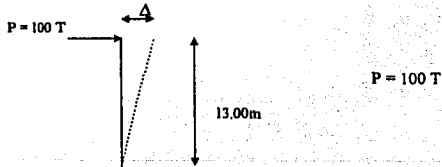


Planta.

Análisis sísmico transversal.

Cálculo del desplazamiento.

Se supone como viga en cantiliver con carga puntual aplicada en su extremo:



Momento :

$$PL = 100(13) = 1330 \text{ Tm}$$

Desplazamiento:

$$\Delta = \frac{PL^3}{3EI}$$

$$E = 2 \text{ E } 6 \text{ TN} / \text{m}^2$$

$$I = 5.33 \text{ m}^4$$

$$\Delta = \frac{100(13)^3}{3(2 \text{ E } 6)(5.33)} = 0.68 \times 10^{-1} = 0.0068 \text{ m}$$

$$\Delta = 0.68 \text{ cm}$$

Cálculo del período.

$$\Delta_{max} = 0.68 \text{ cm}$$

$$P = 100$$

$$K' = \frac{100}{0.68} = 147.06$$

$$W' = L_{TRIB}(W_{cm}) + Pd_{pila} + 0.5(W_{pila})$$

$$W' = 27(13.87) + 16.52 + 0.5(115.2)$$

$$W' = 455.55 \text{ T}$$

$$T' = 0.2 \sqrt{\frac{W'}{K'}}$$

$$T' = 0.2 \sqrt{\frac{455.55}{147.06}} = 0.35 \text{ seg.}$$

Del espectro de diseño obtenido anteriormente.

$$C' = 0.45$$

$$\varphi = 2 \text{ de normas}$$

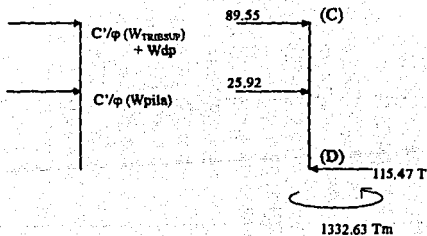
$$C' / \varphi = 0.45 / 2 = 0.225$$

$$0.225 > a_0$$

$$\text{Por lo tanto se toma } \frac{C'}{2} = 0.225$$

Análisis sísmico estático transversal.

$$C'/\varphi = 0.225$$



$$\Sigma M_D = 0$$

$$M_D - 25.92(6.5) - 89.55(13) = 0$$

$$M_D = 1332.63 \text{ Tm}$$

$$\Sigma M_C = 0$$

$$25.92(6.5) - R_D(13) + M_D = 0$$

$$R_D = \frac{168.48 + 1332.63}{13}$$

$$R_D = 1158.47 \text{ T}$$

Envolvente de la suma de los diagramas de carga viva más carga muerta

Diagrama de cortante (CM+CV).

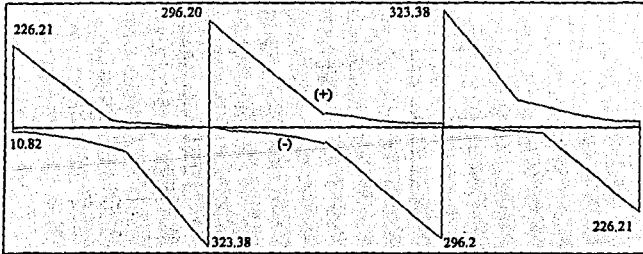
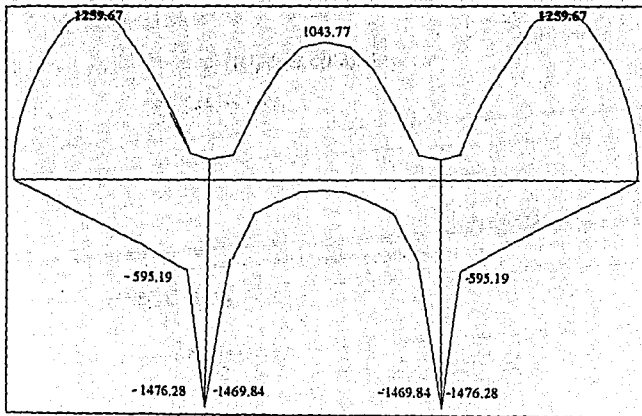


Diagrama de momentos (CM+CV).



Envolventes de diseño plástico según las normas AASHTO. 1.3(CM + 1.7 CV).

Diagrama de fuerza cortante.

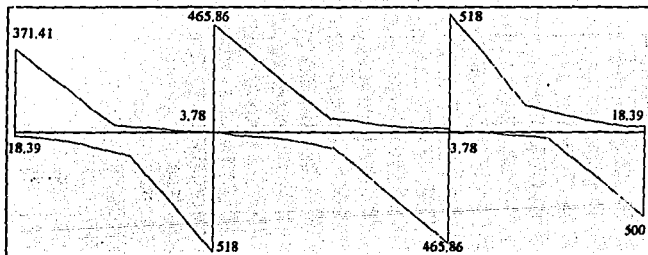


Diagrama de momentos.

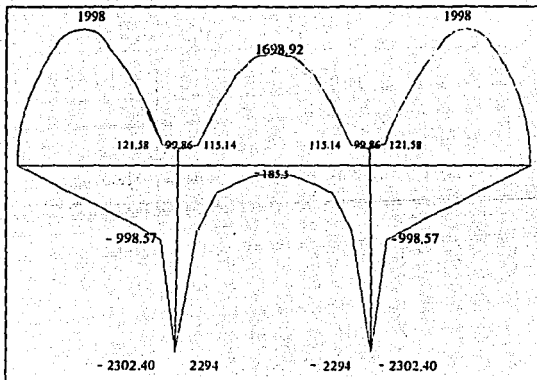


Diagrama de la suma de carga muerta más sismo (CM+S).

Diagrama de cortante (CM+ S).

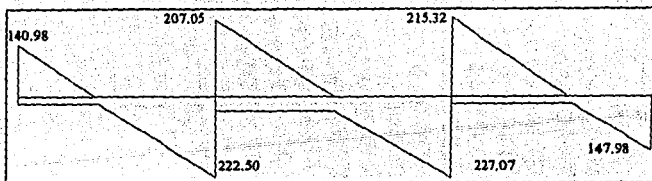
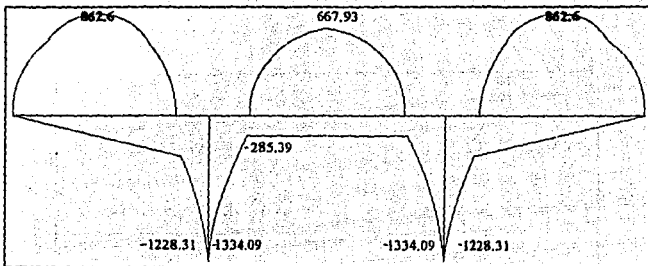


Diagrama de momento de (CM+S).



Suma de fuerzas cortantes y momentos de carga muerta más sismo multiplicado por 1.1

1.1(CM + S)

Diagrama de fuerza cortante.

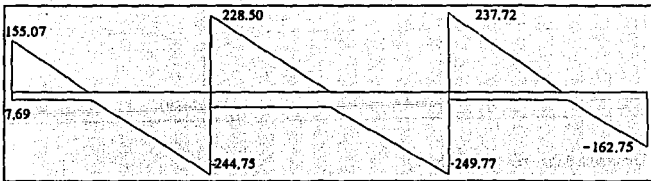


Diagrama de momentos.

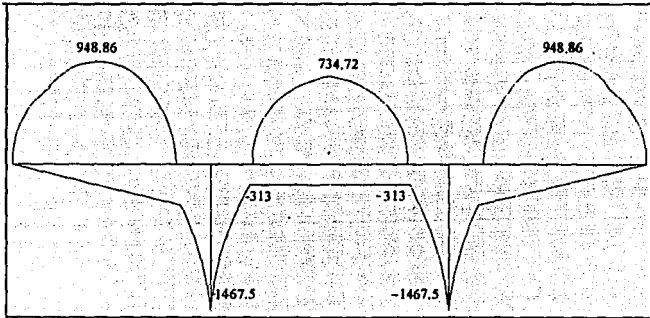


Diagrama de envolvente de carga muerta menos sismo (CM - S).

Diagrama de cortante

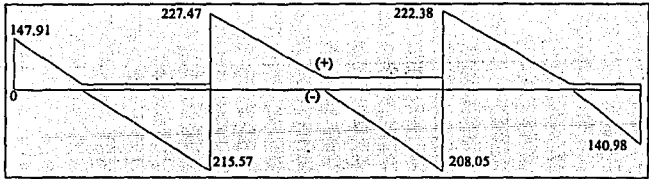


Diagrama de momento de (CM-S)

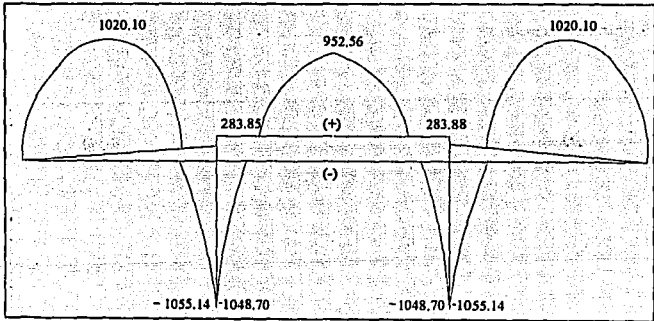


Diagrama de envolvente de carga muerta menos sismo por 1.1.

Diagrama de fuerza cortante de (CM - S) 1.1.

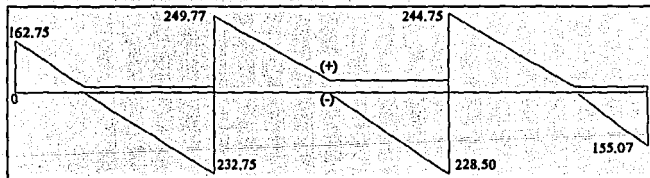
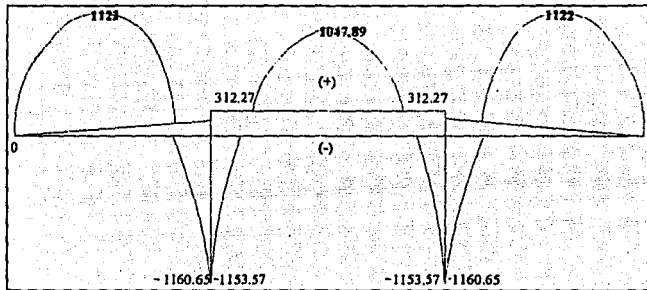


Diagrama de momento de (CM-S) 1.1.



CAPITULO 6

CONCLUSIONES

1.- Los paquetes disponibles en el mercado para el análisis y diseño de las estructuras, constituyen una herramienta poderosa que libera al ingeniero proyectista de la realización de cálculos prolongados y tediosos, por lo que deben aprovecharse al máximo.

2.- Antes de aplicar un paquete comercial debe verificarse su funcionamiento, comprobando resultados aunque sea de manera poco aproximada por métodos manuales.

En consecuencia, la existencia de programas de computación no excusa a los estudiantes de aprender y usar los métodos tradicionales de análisis.

3.- En el caso de los puentes la aplicación de programas de cómputo es particularmente útil para determinar los efectos de la carga viva que implican la consideración de posiciones múltiples de dicha carga a lo largo de la estructura. Es importante observar que la carga viva en puentes tiene una influencia en los efectos totales mucho mayor que la carga viva en edificios.

4.- Antes de que la computación se difundiera por el abaratamiento de los equipos, se desarrollaron ayudas diversas para el análisis estructural entre los que destaca el concepto de " líneas de influencia " para puentes. Algunos autores produjeron tablas para la rápida determinación de líneas de influencia en estructuras típicas.

Esas tablas siguen siendo útiles para comprobar resultados de programas de cómputo o bien pueden utilizarse en forma práctica, con la combinación de esos programas para la rápida determinación de los elementos de diseño, como pretendió ejemplificarse en este trabajo.

**APLICACION DE UN PROGRAMA DE COMPUTADORA AL ANALISIS
ESTRUCTURAL DE PUENTES.**

BIBLIOGRAFIA.

- Ref. 1** Tesis profesional: Aplicación de las computadoras al análisis estructural.
Autor: Alberto Guzmán Fuentes.
Facultad de Ingeniería UNAM México D.F. 1983
- Ref. 2** Manual de Diseño por sismo.
Editado por la Comisión Federal de Electricidad.
México D.F. 1993.
- Ref. 3** Manual del sistema de análisis estructural ANET.
BAI División de Computación.
- Ref. 4** Tablas para el cálculo de vigas continuas.
Otto E. Bollinger.
Editorial Reverté. Barcelona, 1950
- Ref. 5** Puentes para carreteras, Proyectos tipo de elementos de concreto reforzado.
Parte 1.
Secretaría de Asentamientos Humanos y Obras Públicas(SAHOP).
Dic. 1980
- Ref. 6** Apuntes de análisis estructural I.
Autor: Rodolfo Lopez Ruelas.
ENEP ARAGON julio 1993.

Ref. 7 Normas técnicas para el proyecto de puentes TOMO I

Secretaría de Comunicaciones y Transportes

México, 1984