

54  
2 ej



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

Escuela Nacional de Estudios Profesionales

# FALLA DE ORIGEN

"ANALISIS DE ESTRUCTURAS RETICULARES POR UN METODO RACIONAL DE DISTRIBUCION DE MOMENTOS".



ENEP



ARAGON

# T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:

I N G E N I E R O C I V I L

P R E S E N T A:

JOSE GABRIEL OLGUIN CUADRA

DIRECTOR DE TESIS: ING. ROMULO HERNANDEZ PEREZ.



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES

ARAGÓN  
DIRECCIÓN

JOSE GABRIEL OLGUIN CUADRA  
PRESENTE.

En contestación a su solicitud de fecha 20 de marzo del año en curso, relativa a la autorización que se le debe conceder para que el señor profesor, ing. ROMULO HERNANDEZ PEREZ pueda dirigirse el trabajo de Tesis denominado "ANÁLISIS DE ESTRUCTURAS RETICULARES POR METODO RACIONAL DE DISTRIBUCION DE MOMENTOS", con fundamento en el punto 6 y siguientes, del Reglamento para Exámenes Profesionales en esta Escuela, y toda vez que la documentación presentada por usted reúne los requisitos que establece el precitado Reglamento; me permito comunicarle que ha sido aprobada su solicitud.

Aprovecho la ocasión para reiterarle mi distinguida consideración.

ATENTAMENTE

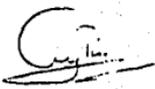
"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"

San Juan de Aragón, Mex., 31 de marzo de 1995

EL DIRECTOR



M. FERRUFINO CASTRO



c c p Jefe de la Unidad Académica.  
c c p Jefatura de Carrera de Ingeniería Civil.  
c c p Asesor de Tesis.

CCMC/AIR/11a.

**A MIS PADRES:**

Isaura y Julio. Gracias por su apoyo y comprensión a lo largo de mi formación profesional. Los admiro y respeto.

**A MIS HERMANOS:**

José Luis, Ma. Angelica, Rosa María y Oscar. Gracias por su confianza y apoyo que siempre me mostrarón en los momentos más difíciles.

**Mi agradecimiento y  
respeto al Ing. ROMULO  
HERNANDEZ PEREZ, por  
su apoyo brindado du  
rante la elaboración  
de la presente tesis.**

## SIMBOLOGIA Y ABREVIATURAS

ME	Momento de empotramiento.
R	Rigidez angular.
RLC	Rigidez lineal al corte.
FD	Factor de distribución.
FT	Factor de transporte.
MD	Momento de desequilibrio.
MG	Momento de giro.
MH	Momento de desplazamiento.
MF	Momento final.
V	Cortante.
Vi	Cortante isostático.
Vh	Cortante hiperestático.
$\phi$	Giro.
$\Delta$	Desplazamiento.

## CONTENIDO

<b>CAPITULO 1. INTRODUCCION</b>	<b>1</b>
<b>CAPITULO 2. CONCEPTOS BASICOS</b>	<b>3</b>
2.1 Convención de signos para la designación de momentos.	3
2.2 Rigidez absoluta y factor de distribución.	4
2.3 Rigidez relativa de un miembro.	7
2.4 Factor de transporte.	7
<b>CAPITULO 3. DESCRIPCION DEL METODO</b>	<b>8</b>
3.1 Razonamiento.	8
<b>CAPITULO 4. APLICACION</b>	<b>70</b>
<b>REFERENCIAS</b>	<b>97</b>

## CAPITULO 1

### INTRODUCCION

El analizar estructuras por métodos aproximados tiene grandes desventajas: por un lado, si el método empleado proporciona elementos mecánicos mayores que los que realmente actúan sobre las estructuras, estaremos desperdiciando materiales, y si el método subestima la magnitud de los elementos mecánicos, la estructura podría resentir daños considerables, y aún llegar al colapso.

Las computadoras electrónicas se han transformado en una herramienta poderosísima para analizar, revisar o aún diseñar estructuras. Pero no se debe abusar en el uso de éstas máquinas pretendiendo que resuelvan todos los problemas que se presenten existen muchas estructuras para las cuales su análisis es más rápido y económico "a mano" que usando un programa.

Muchas veces se analizan estructuras con el auxilio de una computadora, no por la magnitud de los cálculos a desarrollar o por el grado de dificultad de la estructura, sino para cubrir la ignorancia del proyectista. Se debe considerar que hay ocasiones en las que no se cuenta con una computadora a disposición.

Es una de las funciones del ingeniero proyectista de estructuras, el decidir para un problema determinado, en función de la rapidez y economía, si analiza la estructura "a mano" ó hace uso de un programa de computadora.

Este método, no pretende ser original, puesto que está basado en los métodos de distribución de momentos de Hardy Cross y Kani, los que convenientemente combinados eliminan las desventajas que tiene cada uno por separado.

Este método tiene las siguientes ventajas:

1.- Es autocorrectivo.

2.- Es capaz de analizar a un mismo tiempo estructuras en las que se tenga libertad para el giro de sus nudos y de desplazarse estos horizontal y verticalmente.

3.- No es necesario aplicar ninguna expresión complicada para la valuación de cortantes de piso, momentos de piso, factores de distribución lineal, etc.

## CAPITULO 2

### CONCEPTOS BASICOS

#### 2.1 CONVENCION DE SIGNOS PARA LA DESIGNACION DE MOMENTOS

Es necesaria la convención de signos que se habrá de usar para la distribución de momentos.

Cualquier momento considerado en el extremo de un miembro será siempre el momento que el miembro aplique en la unión o apoyo. Si el miembro tiende a hacer girar el apoyo en el sentido de las manecillas del reloj, el momento se considerará positivo. Si el miembro tiende a hacer girar el apoyo en el sentido contrario a las manecillas del reloj, el momento se considerará negativo.

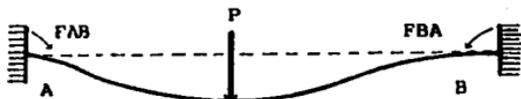


FIG. 1

En la Fig. 1 el momento del extremo fijo en A, FAB es positivo, mientras que el del apoyo B, FBA es negativo. En el marco que se muestra en la Fig. 2, el momento del extremo fijo FAB es positivo, FDA es negativo, FBC es positivo y FCB es negativo.

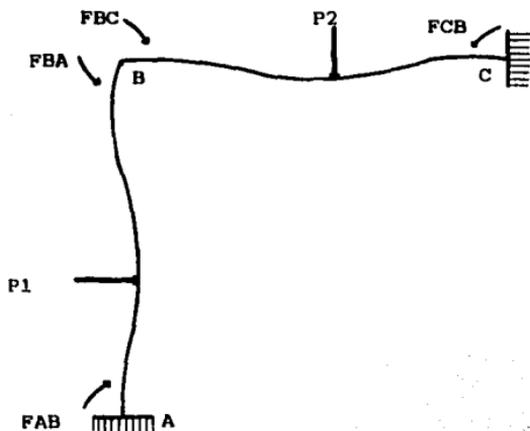


FIG. 2

## 2.2 RIGIDEZ ABSOLUTA Y FACTOR DE DISTRIBUCION

Es necesario tener una medida de la capacidad de un miembro para resistir la rotación de un extremo cuando se aplica un momento a ese extremo. Considérese la Fig. 3, si el apoyo en A gira un cierto ángulo, la viga deformada aparecerá como en la Fig. 4. Por lo que respecta a los esfuerzos internos de la viga, el apoyo de la izquierda puede representarse por un apoyo simple, y el efecto del nudo girado por un par externo  $M$ . El resultado se muestra en la Fig. 5; de ésta figura es fácilmente comprensible la medida de la capacidad de un miembro para resistir la rotación de un extremo. Si el valor de  $\theta$  es un radián, entonces el valor de  $M$  requerido para producir esta rotación unitaria se llama rigidez absoluta. Luego, se aplica la siguiente definición:

Rigidez absoluta es el valor del momento, aplicado en un extremo simplemente apoyado de un miembro, necesario para producir la rotación de un radián de este extremo simplemente apoyado, no permitiéndose translación de ninguno de los extremos, siendo el extremo más alejado simplemente apoyado, restringido o fijo.

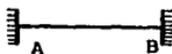


FIG. 3



FIG. 4



FIG. 5

La aplicación de la rigidez absoluta a la distribución de momentos puede entenderse hasta cierto grado, haciendo referencia a la Fig. 6, bajo la acción del momento aplicado M el marco se flexionará como se muestra en la Fig. 7.

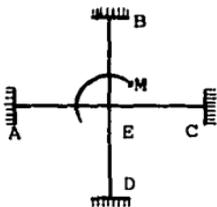


FIG. 6

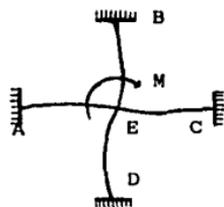


FIG. 7

Es necesario saber qué momentos internos se desarrollan en los extremos de los diferentes miembros en E. Supóngase que los valores de la rigidez absoluta para los diferentes miembros (en ton-cm) son las que se indican en la Fig. 8. Es claro que la suma de los valores de rigidez absoluta de todos los miembros en E dará una medida de la resistencia de la junta E a la rotación.

Debe ser igualmente claro que la acción de cualquier momento aplicado M se verá resistida por cada miembro en en proporción a su capacidad para resistir rotación de su extremo en E. Cada miembro pues, habrá de suministrar una proporción del momento resistente total para satisfacer la condición de que  $\Sigma M=0$  en la junta. Así pues, MEA (momento interno del miembro EA en el extremo E) sería de  $(12000/40000) \times M$  MEC sería  $(16000/40000) \times M$ ; MEB y MED pueden expresarse en la misma forma. El valor  $(12000/40000)$  se como el factor de distribución para EA;  $(16000/40000)$  es el factor de distribución para EC. Resulta entonces la siguiente definición: El factor de distribución para cualquier miembro de una junta es igual a la rigidez del miembro dividida por la suma de las rigideces de todos los miembros de la junta.

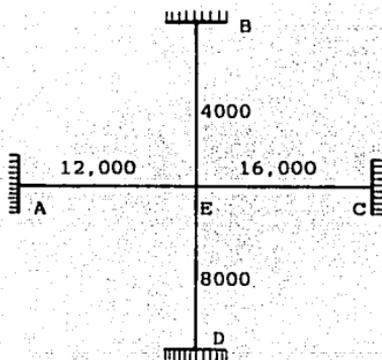


FIG. 8

### 2.3 RIGIDEZ RELATIVA DE UN MIEMBRO

Resulta aparente que los valores anteriores de rigidez absoluta son incómodos para trabajar; obviamente, resultan más fáciles de usar en los cálculos, si se reducen a términos más pequeños, por un divisor común. Cuando se efectúa ésta división, los valores resultantes estarán de todas maneras relacionados en proporción a sus correspondientes valores de rigidez absoluta, y se llaman en consecuencia, rigideces relativas.

Así pues, cuando un marco está formado completamente de miembros prismáticos, es muy habitual el usar valores de  $I/L$  para la rigidez relativa de cada miembro. Sin embargo, si uno o más de los miembros del marco no es prismático y puesto que todas las rigideces relativas deben guardar una relación con las rigideces absolutas y en la misma proporción, debe tenerse cuidado al seleccionar las rigideces relativas para los miembros prismáticos.

### 2.4 FACTOR DE TRANSPORTE

Considerando el marco deformado de la Fig. 7 hace aparente que, cuando se desarrolla un momento resistente en un extremo de un miembro en E, entonces se induce también un momento en el extremo opuesto de ese miembro. El momento inducido en el extremo fijo o restringido de cualquier miembro cuando gira el extremo opuesto, tiene siempre una relación definida con el momento resistente desarrollado en el extremo que gira. El factor de transporte es el factor por el cual debe multiplicarse el momento desarrollado en el extremo girado (siendo el otro extremo fijo o restringido) para dar el momento inducido en el extremo fijo o restringido.

## CAPITULO 3

### DESCRIPCION DEL METODO

#### 3.1 RAZONAMIENTO

Considérese un nudo cualquiera de una estructura reticular, sujeta a un sistema arbitrario de cargas y con libertad para desplazarse en las direcciones "X" y "Y", tal como se indica en la Fig. 9.

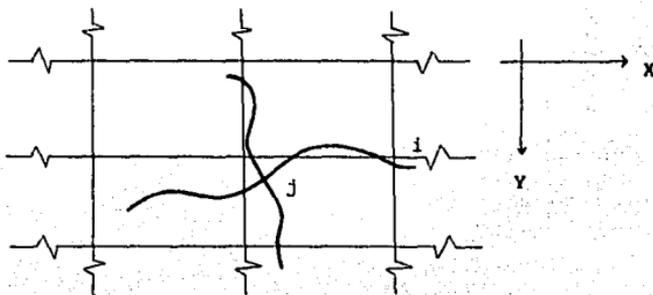


Fig. 9

Con línea gruesa se muestra el nudo desplazado en la dirección de los ejes "X" y "Y", y girando un ángulo  $\alpha$ . Los desplazamientos y el giro del nudo son debidos a las fuerzas que actúan sobre la estructura. De la Fig. 9 y para la solución de la estructura se plantean las siguientes interrogantes con sus respectivas respuestas.

1.- ¿ Qué momentos actúan sobre el nudo ?

a) Suma de momentos de empotramiento en el extremo j, de

las cargas que obran sobre las barras  $j_i$ .

b) Suma de momentos de empotramiento en el extremo  $j$ , de las cargas que producen desplazamientos en el sentido "X" de las barras que concurren al nudo.

c) Suma de momentos de empotramiento en el extremo  $j$ , de las cargas que producen desplazamientos en el sentido "Y" de las barras que concurren al nudo.

d) Suma de los transportes de los momentos debidos al giro, en los extremos  $i$  de las barras  $j_i$ .

El momento total que actúa sobre el nudo será la suma de los incisos a, b, c y d.

2. ¿ Qué momentos actúan en el extremo  $j$  de barra  $j_i$  ?

a) Momento de empotramiento en el extremo  $j$ , de las cargas que obran sobre la barra  $j_i$ .

b) Momento de empotramiento en el extremo  $j$ , de las cargas que producen desplazamientos en el sentido "X", en la barra  $j_i$ , cuando la barra es horizontal.

c) Momento de empotramiento en el extremo  $j$ , de las cargas que producen desplazamientos en el sentido "Y", en la barra  $j_i$ , cuando la barra es vertical.

d) Transporte del momento debido al giro en el extremo  $i$  de la barra  $j_i$ .

e) Momento debido al giro del nudo  $j$ , correspondiente a la barra  $j_i$ .

El momento total que actúa en el extremo  $j$  de la barra  $j_i$  será la suma de los incisos a, b, d y e ó bien a, c, d y e.

3. ¿Como se obtienen los valores numéricos de las preguntas 1 y 2 ?

a) Momentos de empotramiento debidos a cargas que obran sobre las barras, se encuentran en cualquier manual.

b) Momentos de empotramiento debidos a desplazamientos en la dirección "X": se obtienen los cortantes exteriores de la estructura en la dirección "X", se calcula el momento de piso que es el producto del cortante por la longitud de las barras, y este momento de piso se distribuye en función de las rigideces lineales.

c) Momentos de empotramiento debidos a desplazamientos en la dirección "Y": se obtienen los cortantes exteriores de la estructura en la dirección "Y", se calcula el momento de piso que es el producto del cortante por la longitud de las barras, y este momento de piso se distribuye en función de las rigideces lineales.

d) Momento transportado debido al giro en el extremo i: es el producto del momento debido al giro en el extremo i de la barra por el factor de transporte angular.

e) Momento debido al giro del nudo j en la barra ji: es el producto del momento total que obra sobre el nudo o por el factor de distribución angular correspondiente a la barra ji.

4. ¿ Qué pasos son necesarios para empezar a resolver una estructura dada ?

a) Se obtienen los factores de distribución angular y lineal y los factores de transporte angular y lineal como en el método de Hardy Cross.

b) Se calculan los momentos de empotramiento debidos a

las cargas en los nudos y los momentos de empotramiento causados por cargas que originan desplazamientos.

5.\_ ¿ Estará la estructura en equilibrio angular ?

No. para tratar de lograrlo se efectúa la distribución angular de los momentos totales (momento total por factor de distribución angular de la barra  $j_i$  en el extremo  $j$ ) en todos los nudos de la estructura; después de esto la estructura no queda en equilibrio angular debido a los transportes causados por los giros de todos los nudos de la estructura y además se debe subrayar que se han modificado los momentos de piso y en consecuencia los cortantes exteriores.

6.\_ ¿ Porque se han modificado los momentos de piso ?

Los momentos de giro resultantes de la distribución angular modifican el valor del momento de piso, en una cantidad igual a la suma de cada uno de los momentos de giro más la suma de cada uno de los momentos de giro multiplicados por su factor de transporte angular en cada una de las barras del piso.

7.\_ ¿ Como se corrigen los cortantes exteriores para conservar su valor original ?

Conociendo cuánto se ha modificado el cortante exterior bastará con sumarle una cantidad igual y de signo contrario para tener el valor original del cortante exterior. Esta corrección, convertida a momento de piso, la distribuimos entre todas las barras del piso en función de sus rigideces lineales.

8.\_ ¿ Como se prosigue ?

Una vez corregidos los cortantes debidos a los desplazamientos en las direcciones "X" Y "Y", se hace una nueva

distribución angular en todos los nudos, corrigiendo nuevamente los cortantes de piso y así sucesivamente.

9.\_ ¿ Cuando termina el proceso de análisis ?

Cuando los últimos valores de los momentos debidos al giro y los momentos debidos a los desplazamientos no varien significativamente, dependiendo primordialmente del grado de aproximación que desee el calculista.

10.\_ ¿ Como se valúan los momentos finales en los extremos de las barras ?

De acuerdo con la contestación de la pregunta 2.

11.\_ ¿ Como se valúan los cortantes de piso finales ?

Sumando los momentos finales en los extremos de las barras de cada piso (direcciones "X" y "Y") y convirtiéndolos a cortantes.

12.\_ ¿ Como se sabe si la estructura quedó en equilibrio?

Verificando:

a) Equilibrio angular de todos los nudos con los momentos finales.

b) Los cortantes (en las direcciones "X" y "Y") deben ser iguales a los de partida.

c) El equilibrio de cada una de las barras consideradas como cuerpo libre.

13.\_ ¿ Qué otros datos es necesario obtener ?

Los giros de los nudos y los desplazamientos de los mismos en las direcciones "X" y "Y".

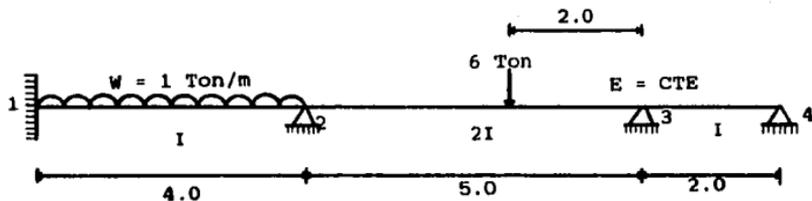
14.\_ ¿ Como se obtienen los giros de los nudos ?

El giro en el extremo de una barra es igual al producto del momento debido al giro multiplicado por el recíproco de la rigidez angular de la barra. Por compatibilidad de deformaciones angulares los giros de todas las barras que concurren a un nudo deben ser iguales, y ese es el valor del giro del nudo.

15.\_ ¿ Como se obtienen los desplazamientos de los nudos ?

El desplazamiento relativo de los extremos de una barra es igual al producto de los momentos finales de empotramiento debidos al desplazamiento (en una dirección dada) por el recíproco de la rigidez lineal de la barra. Por compatibilidad de deformaciones lineales, los desplazamientos relativos de todas las barras de un piso deben ser iguales. Se debe verificar la compatibilidad de desplazamientos de todos los pisos de la estructura en las direcciones "X" y "Y".

Ejercicio 3-1. Viga continua de tres claros, sujeta a cargas verticales.



Se describirán los pasos a seguir explicando la tabulación que aparece al final del problema.

Rigideces:

$$R_{1-2} \text{ y } R_{2-3} = 4EI/L \quad R_{3-4} = (3/4)(4EI/L)$$

Como E es constante e I es proporcional para cada claro basta dividir la proporción entre el claro.

$$R_{1-2} = 1/4 = 0.25 \quad R_{3-4} = (3/4)(1/2) = 0.37$$

$$R_{2-1} = 1/4 = 0.25 \quad R_{2-3} = 2/5 = 0.4 \quad R_{2-4} = 0.65$$

$$R_{3-2} = 2/5 = 0.4 \quad R_{3-4} = (3/4)(1/2) = 0.37 \quad R_{3-4} = 0.77$$

Factores de distribución:

$$FD_{2-1} = 0.25/0.65 = 0.38 \quad FD_{2-3} = 0.4/0.65 = 0.62$$

$$FD_{3-2} = 0.4/0.77 = 0.52 \quad FD_{3-4} = 0.37/0.77 = 0.48$$

Momentos de empotramiento:

$$ME_{1-2} \text{ y } ME_{2-1} = \pm WL^2/12 = \pm 1(4)^2/12 = \pm 1.33 \text{ Ton-m}$$

$$ME_{2-3} = Pab^2/L^2 = 6(3)(2)^2/(5)^3 = 2.88 \text{ Ton-m}$$

$$ME_{3-2} = -Pa^2b/L^2 = -6(3)^2(2)/(5)^3 = -4.32 \text{ Ton-m}$$

Momentos de disequilibrio (MD). Es la suma algebraica de los momentos de empotramiento que concurren a un nudo.

Procedimiento:

Primera vuelta. Normalmente se elige el nudo más disequilibrado (en valor absoluto) para llegar más rápido a la solución; sin embargo, puede empezarse indistintamente con cualquiera.

Iniciando con el nudo 3, basta multiplicar el momento de disequilibrio por cada uno de los factores de distribución e invertir el signo para procurar el equilibrio del nudo. Los valores que aparecen son momentos debidos al giro (MG).

$$MG_{3-4} = -(-4.32 \times 0.48) = 2.07$$

$$MG_{3-2} = -(-4.32 \times 0.52) = 2.25$$

Nudo 2. Debe sumarse el momento de disequilibrio del nudo 2 más la suma algebraica de los momentos de giro por los factores de transporte (ft) de los nudos opuestos de las barras que concurren al nudo (ft = 1/2). Multiplicar la sumatoria por los factores de distribución respectivos con cambio de signo para equilibrio del nudo. Es decir:

$$MG_{2-1} = -[1.55 \cdot (2.25/2)] \times 0.38 = -1.01$$

$$MG_{2-3} = -[1.55 \cdot (2.25/2)] \times 0.62 = -1.66$$

Segunda vuelta. En cada vuelta se obtienen nuevos valores del momento de giro (MG) que eliminan a los obtenidos

anteriormente. Es decir, siempre se va operando con los últimos valores de MG, desechando los anteriores.

Nudo 3. Súmese el momento de desequilibrio del nudo 3 más el factor de transporte multiplicado por el momento de giro de los extremos opuestos de las barras que concurren al nudo y multiplíquese este valor por los factores de distribución respectivos, sin olvidar el cambio de signo.

$$MG_{3-4} = - [-4.32 + (-1.66/2)] \times 0.48 = 2.47$$

$$MG_{3-2} = - [-4.32 + (-1.66/2)] \times 0.52 = 2.68$$

Nudo 2. Se opera semejante a la primera vuelta, pero tomando  $ft \times MG = (1/2)(2.68)$ , desechando el valor anterior.

Alternando los nudos, se sigue el proceso hasta que los últimos valores de MG en el nudo no varíen senciblemente con respecto a los anteriores.

El momento final en los extremos de las barras es la sumatoria del momento de empotramiento más el momento de giro propio más el momento de giro en el extremo opuesto multiplicado por el factor de transporte. Para la barra 2-3 el momento final es el siguiente:

$$MF = 2.88 - 1.80(1/2)(2.71) = 2.43$$

Es obvio que cuando no aparezca alguno de estos conceptos debe tomarse cero.

Cortantes. Para el claro 1-2 se obtiene el cortante isostático ( $V_i$ ) considerando la viga como simplemente apoyada.

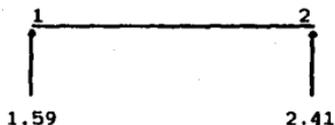


El cortante hiperestático se obtiene sumando algebraicamente los momentos finales (MF) y dividiendo este valor entre el claro.



$$v_h = (-2.41 + 0.78)/4 = 0.41$$

El cortante total será la suma del cortante isostático y del cortante hiperestático.



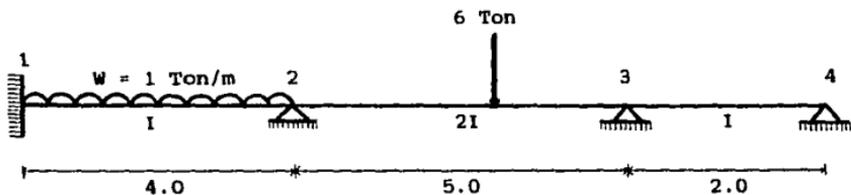
Para obtener los giros en los nudos sólo basta aplicar la siguiente expresión:

$$\theta = (MG \times L)/4EI$$

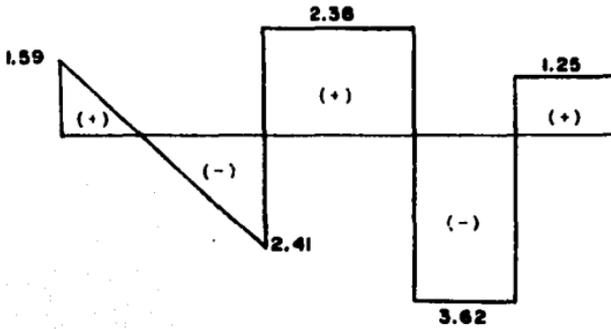
Donde:

MG = Momento de giro.

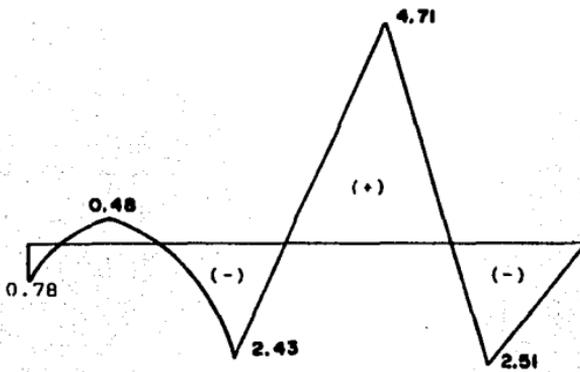
L = Longitud de la barra.



FD		0.38	0.62		0.52	0.48
ME	1.33	-1.33	2.88		-4.32	
MD		1.55			-4.32	
MG		-1.01	-1.66		2.25	2.07
		-1.10	-1.79		2.68	2.47
		-1.10	-1.80		2.71	2.50
MF	0.78	-2.43	2.43		-2.51	2.50
Vi	2.00	2.00	2.40		3.60	
Vh	0.41	0.41	0.02		0.02	1.25 1.25
Vt	1.59	2.41	2.38		3.62	1.25 1.25

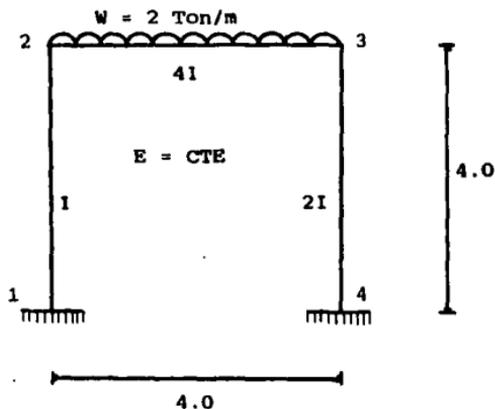


V ( TON )



M ( TON-M )

Ejercicio 3-2. Marco de un nivel y una crujía con carga uniforme en la trabe.



Este marco tiene la complicación de que sus columnas no son de la misma rigidez y por lo tanto no hay simetría en cuanto a su geometría, aunque sí lo haya en cargas; por tal motivo se inducen desplazamientos horizontales. Este inconveniente implica utilizar la rigidez lineal debida a desplazamientos, que en este caso son horizontales.

Rigideces angulares.

$$R_{2-1} = 1/4 = 0.25$$

$$R_{2-3} = 4/4 = 1$$

$$R_2 = 1.25$$

$$R_{3-2} = 4/4 = 1$$

$$R_{3-4} = 2/4 = 0.5$$

$$R_3 = 1.50$$

Factores de distribución al giro.

$$FD_{2-1} = 0.25/1.25 = 0.2$$

$$FD_{2-3} = 1/1.25 = 0.8$$

$$FD,3-2 = 1/1.5 = 0.67$$

$$FD,3-4 = 0.5/1.50 = 0.33$$

Momentos de empotramiento.

$$ME,2-3 = 2(4)^2/12 = 2.67 \text{ Ton-m}$$

$$ME,3-2 = -2.67 \text{ Ton-m}$$

Las rigideces lineales al corte, se calculan con la siguiente fórmula:

$RLC = 12EI/L^3$  unicamente para columnas.

$$RLC,2-1 = 12(1)/(4)^3 = 0.1875$$

$$RLC,3-4 = 12(2)/(4)^3 = 0.375$$

Factores de distribución al corte.

$$FD,2-1 = 0.1875/0.5625 = 0.333$$

$$FD,3-4 = 0.375/0.5625 = 0.666$$

Por nudo simplemente es la mitad del valor, ya que cada columna tiene dos nudos. Este valor está consignado dentro del símbolo  $\diamond$

$$0.333 \times 0.5 = 0.167$$

$$0.666 \times 0.5 = 0.333$$

Primera vuelta de giro. En el nudo 2, sólo actúa el momento de empotramiento, por lo tanto, basta multiplicar este momento por el factor de distribución al giro con signo cambiado.

$$MG,2-1 = -(2.67 \times 0.2) = -0.53$$

$$MG,2-3 = -(2.67 \times 0.8) = -2.13$$

En el nudo 3, además del momento de empotramiento, ya existe momento de giro en el nudo opuesto. Por lo tanto:

$$MG,3-2 = -[-2.67 + (-2.13/2)] \times 0.67 = 2.50$$

$$MG,3-4 = -[-2.67 + (-2.13/2)] \times 0.33 = 1.23$$

Primera vuelta de desplazamiento. Intervienen las las columnas, que son los elementos desplazados, de la siguiente manera:

Súmense los momentos de giro y multiplíquese este valor por 1.5 (este factor se obtiene de sumar una vez el propio nudo y la mitad que tiene al transportarse al nudo opuesto del miembro considerado). El valor así obtenido, es el momento que está provocando desequilibrio horizontal, de modo que debe aplicarse un momento igual pero opuesto para lograr el equilibrio. Ahora bien, este momento debe darse por nudo, multiplicándolo simplemente por el factor de distribución lineal. O sea:

$$MH = -(-0.53 + 1.23) \times 1.5 = -1.05$$

$$MH,2-1 = -1.05 \times 0.167 = -0.17$$

$$MH,3-4 = -1.05 \times 0.333 = -0.34$$

Segunda vuelta de giro. Además del momento de ME, aparecen en el nudo 2 momentos de giro en el extremo opuesto de la trabe y además momentos de desplazamiento horizontal (MH).

$$MG,2-1 = -[2.67 + (2.50/2) + (-0.17)] \times 0.20 = -0.75$$

$$MG,2-3 = -[2.67 + (2.50/2) + (-0.17)] \times 0.80 = -3.00$$

Y para el nudo 3 tenemos:

$$MG,3-2 = -[-2.67 + (-3/2) + (-0.34)] \times 0.67 = 3.02$$

$$MG,3-4 = -[-2.67 + (-3/2) + (-0.34)] \times 0.33 = 1.48$$

En este nudo se elimina el valor anterior de giro del nudo opuesto, de -2.13 y se toma el nuevo de -3.00

Segunda vuelta de desplazamiento. Operando semejante a lo explicado para la primera vuelta, se tiene:

$$MH = -(-0.75 + 1.48) \times 1.5 = -1.095$$

$$MH,2-1 = -1.095 \times 0.167 = -0.18$$

$$MH,3-4 = -1.095 \times 0.333 = -0.36$$

De ésta manera se siguen dando vueltas hasta llegar a la aproximación deseada, terminando indistintamente en giros ó en desplazamientos.

Los momentos finales en el extremo de una barra, se obtienen sumando:

- 1.\_ Momento de empotramiento.
- 2.\_ Momento de giro del extremo considerado.
- 3.\_ Momento de giro por el factor de transporte del extremo opuesto.
- 4.\_ Momento de desplazamiento de la barra considerada.

De acuerdo a lo anterior, los momentos finales en las barras son los siguientes:

$$\text{Barra,1-2} = 0 + 0 + (-0.81/2) + (-0.18) = -0.59$$

$$\text{Barra,2-1} = 0 + (-0.81) + 0 + (-0.18) = -0.99$$

$$\text{Barra,2-3} = 2.67 + (-3.23) + (3.11/2) + 0 = 0.99$$

$$\text{Barra,3-2} = -2.67 + (3.11) + (-3.23/2) + 0 = -1.18$$

$$\text{Barra,3-4} = 0 + (1.53) + 0 + (-0.36) = 1.17$$

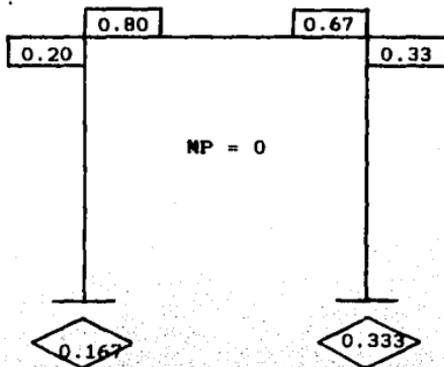
$$\text{Barra,4-3} = 0 + 0 + (1.53/2) + (-0.36) = 0.41$$

En la solución numérica están obtenidos los desplazamientos en el extremo superior de columnas, que como puede verse, son iguales; los giros en las barras que

concurrer a los nudos, también son iguales; y muy importante: como en este marco no hay fuerza horizontal, la suma de momentos finales en las columnas debe ser cero, porque de otra manera aparecería una fuerza en el cabezal que no puede existir. La suma mencionada está indicada como  $M_p=0$ . Puede notarse que el cortante en las columnas es igual y de signo opuesto, por lo tanto está en equilibrio.

En resumen, es necesario verificar las siguientes condiciones en un marco para comprobar su correcta solución:

- 1.\_ Equilibrio de momentos en los nudos.
- 2.\_ Equilibrio de cortantes en el cabezal.
- 3.\_ Desplazamientos iguales.
- 4.\_ Giros iguales.

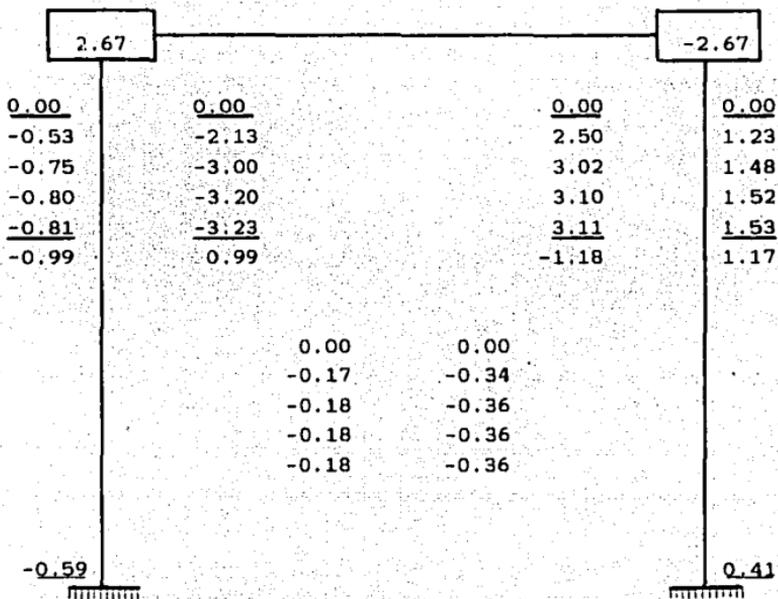


$$M_i = WL^2/8 = 2(4)^2/8 = 4 \text{ Ton-m}$$

$$M_E = WL^2/12 = 2(4)^2/12 = \pm 2.67 \text{ Ton-m}$$

$$\delta = MG(L)/4EI$$

$$\Delta = MH(L^2)/6EI$$



$$\Delta_{izq.} = (-0.18 \times 4^2) / 6EI = -0.48/EI$$

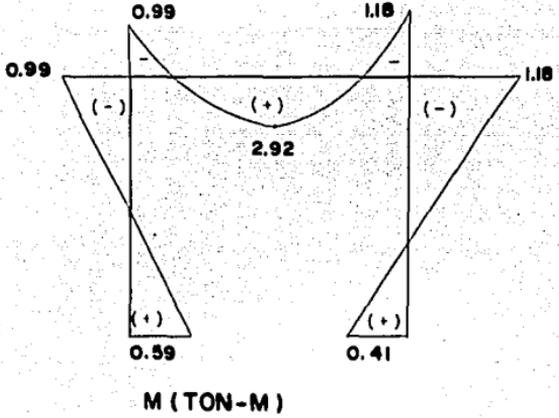
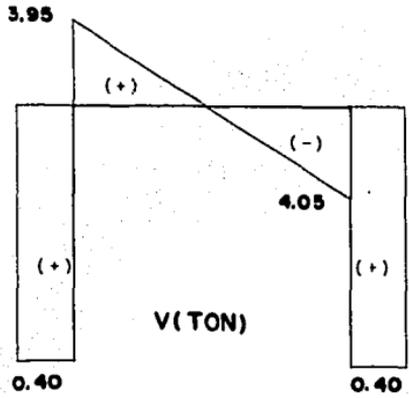
$$\& 2-1 = (-0.81 \times 4) / 4EI = -0.81/EI$$

$$\& 2-3 = (-3.23 \times 4) / (4 \times 4EI) = -0.81/EI$$

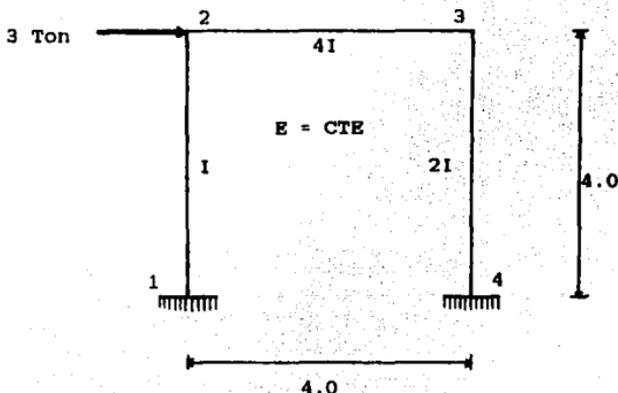
$$\Delta_{der.} = (-0.36 \times 4^2) / (6 \times 2EI) = -0.48/EI$$

$$\& 3-2 = (3.11 \times 4) / (4 \times 4EI) = 0.78/EI$$

$$\& 3-4 = (1.53 \times 4) / (4 \times 2EI) = 0.77/EI$$



Ejercicio 3-3. Marco de un nivel y una crujía con carga horizontal en el cabezal.



En este caso, hay cortante en el cabezal, y existe momento de piso provocado por el desplazamiento horizontal y es el producto del cortante por la altura de las columnas.

$$M_p = 3(4) = 12 \text{ Ton-m}$$

Con el signo obtenido en igual forma que en el ejemplo anterior.

Las rigideces y factores de distribución son los mismo del ejercicio 3-2.

Repartiendo el momento de piso por nudo:

$$MH,2-1 = MH,1-2 = 12(0.167) = 2.00 \text{ Ton-m}$$

$$MH,3-4 = MH,4-3 = 12(0.333) = 4.00 \text{ Ton-m}$$

No hay otra carga, y por lo tanto en los nudos el momento es cero.

La secuela de análisis es similar a la del ejemplo anterior, por ello, sólo se indican los pasos numéricos:

Primera vuelta de giro. Nudo 2:

$$MG,2-1 = -(2 \times 0.2) = -0.40$$

$$MG,2-3 = -(2 \times 0.8) = -1.60$$

Nudo 3:

$$MG,3-2 = -\{(-1.60/2) + 4\} \times 0.67 = -2.15$$

$$MG,3-4 = -\{(-1.60/2) + 4\} \times 0.33 = -1.05$$

Primera vuelta de desplazamientos.

$$MH = -(-0.40 - 1.05) \times 1.5 = 2.175$$

$$MH,1-2 = MH,2-1 = (2.175 \times 0.167) + 2 = 2.36$$

$$MH,3-4 = MH,4-3 = (2.175 \times 0.333) + 4.00 = 4.72$$

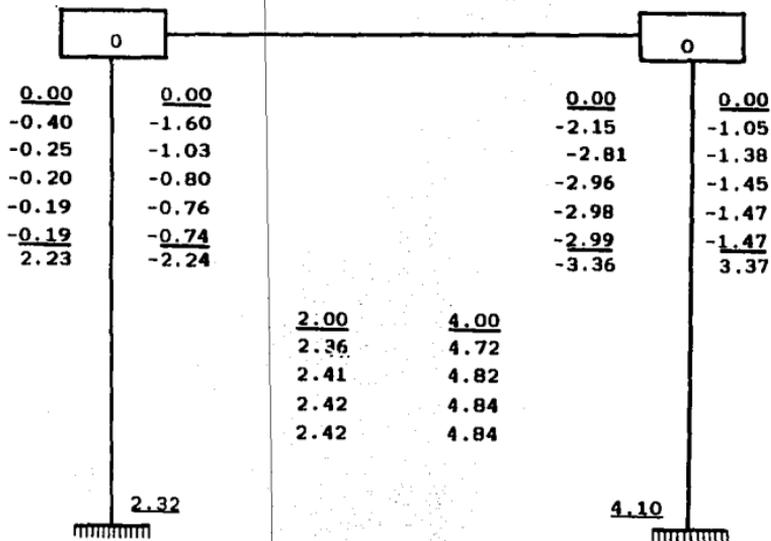
Y así sucesivamente.

El momento final del extremo de cualquier barra, como la barra 3-4:

$$MF,3-4 = 0 + (-0.47) + 0 + 4.84 = 3.37$$

Debe verificarse, además de giros y desplazamientos que la suma algebraica de los momentos finales de las columnas

sea igual al momento de piso inicial, con lo cual está comprobado el equilibrio.



2.00	4.00
2.36	4.72
2.41	4.82
2.42	4.84
2.42	4.84

$$\Delta_{12q} = (2.42 \times 4^2) / 6EI = 6.45/EI$$

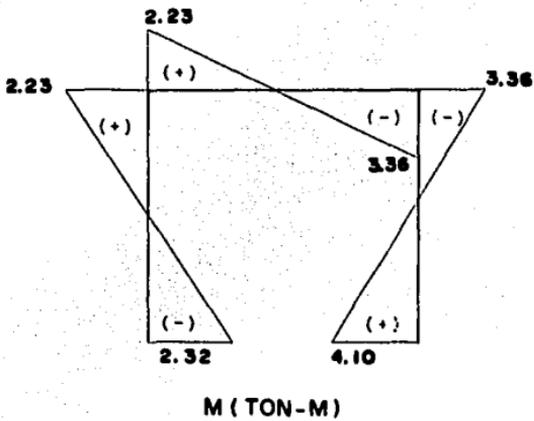
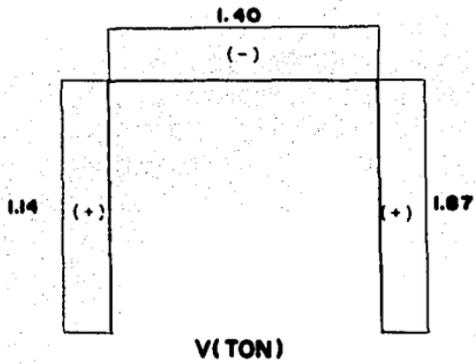
$$\& 2-1 = (-0.19 \times 4) / 4EI = -0.19/EI$$

$$\& 2-3 = (-0.74 \times 4) / (4 \times 4EI) = -0.19/EI$$

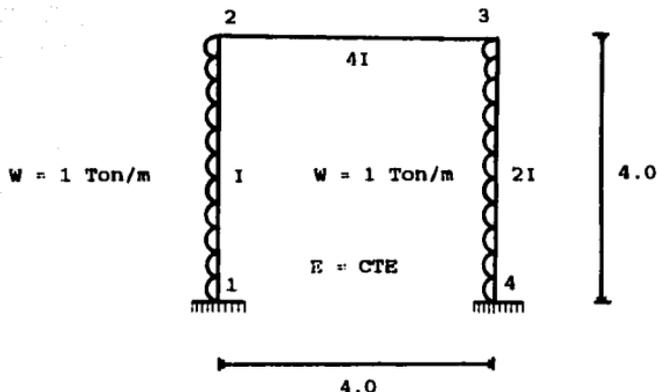
$$\Delta_{der} = (4.84 \times 4^2) / (6 \times 2EI) = 6.45/EI$$

$$\& 3-2 = (-2.99 \times 4) / (4 \times 4EI) = -0.75/EI$$

$$\& 3-4 = (-1.47 \times 4) / (4 \times 2EI) = -0.74/EI$$



Ejercicio 3-4. Marco de un nivel y una cruzija con carga uniforme en las columnas.



En este caso, también se provoca un desplazamiento horizontal producido por la reacción de la carga uniforme en las columnas. Pero además existen momentos de empotramiento en ambos extremos de la columna, inducidos por la propia carga uniforme. Son respectivamente:

$$\text{Reacción} = 1(4)/2 = 2 \text{ Ton} \quad \text{por dos columnas: } V = 4 \text{ Ton.}$$

Momentos de empotramiento.

$$ME = \pm WL^2/12 = \pm 1(4)^2/12 = \pm 1.33 \text{ Ton-m.}$$

El momento de piso es:

$$M_p = 4(4) = 16 \text{ Ton-m}$$

Repartiendo el momento de piso por nudo:

$$MH_{2-1} = MH_{1-2} = 16(0.167) = 2.67 \text{ Ton-m}$$

$$MH_{3-4} = MH_{4-3} = 16(0.333) = 5.34 \text{ Ton-m}$$

Primera vuelta de giros. Nudo 2:

$$MG_{2-1} = -(2.67-1.33) \times 0.2 = -0.26$$

$$MG_{2-3} = -(2.67-1.33) \times 0.8 = -1.07$$

Nudo 3:

$$MG_{3-2} = -[5.34-1.33-(+1.07/2)] \times 0.67 = -2.33$$

$$MG_{3-4} = -[5.34-1.33-(1.07/2)] \times 0.33 = -1.14$$

Primera vuelta de desplazamientos:

$$MH = -(-0.26-1.14) \times 1.5 = 2.10$$

$$MH_{2-1} = MH_{1-2} = (2.10 \times 0.167) + 2.67 = 3.02$$

$$MH_{3-4} = MH_{4-3} = (2.10 \times 0.333) + 5.34 = 6.04$$

Y así sucesivamente.

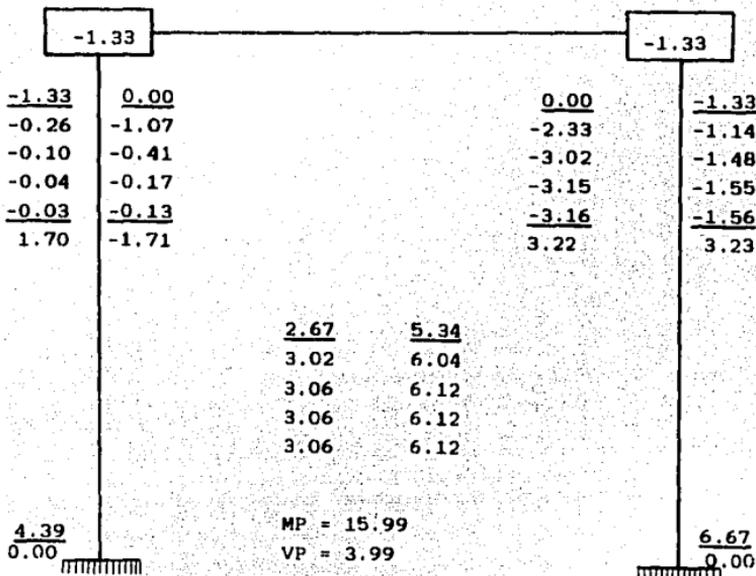
Momento final en barras:

$$MF_{2-1} = -1.33 - 0.03 + 0 + 3.06 = 1.70$$

$$MF_{2-3} = 0 - 0.13 - (3.16/2) = -1.71$$

$$MF_{1-2} = 1.33 + 0 - (0.03/2) + 3.06 = 4.39$$

De nuevo debe verificarse la suma de momentos en las columnas con el momento de piso inicial.



MP = 15.99  
VP = 3.99

$$\Delta_{1zq} = (3.06 \times 4^3) / 6EI = 8.16/EI$$

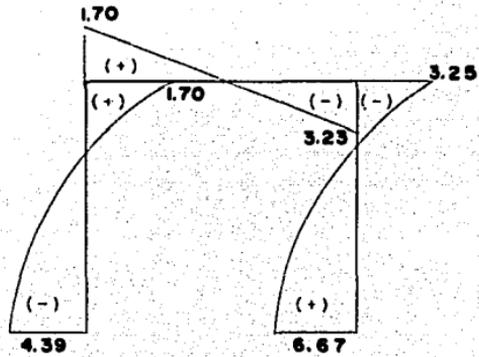
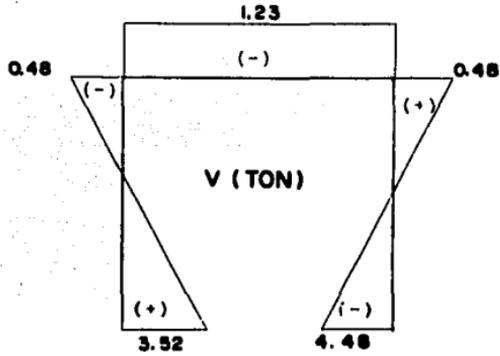
$$\Delta_{2-1} = (-0.03 \times 4) / 4EI = -0.03/EI$$

$$\Delta_{2-3} = (-0.13 \times 4) / (4 \times 4EI) = -0.03/EI$$

$$\Delta_{der.} = (6.12 \times 4^3) / (6 \times 2EI) = 8.16/EI$$

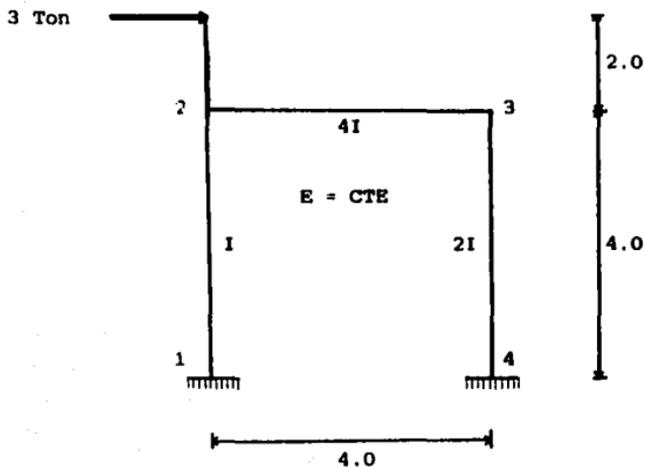
$$\Delta_{3-2} = (-3.16 \times 4) / (4 \times 4EI) = -0.79/EI$$

$$\Delta_{3-4} = (-1.54 \times 4) / (4 \times 2EI) = -0.77/EI$$



M (TON-M)

Ejercicio 3-5. Marco de un nivel y una cruzía con extensión de una columna y carga concentrada en el extremo libre.



Unicamente difiere del ejemplo anterior, en que aparece un momento en el nudo 2, provocado por la fuerza en el extremo libre del voladizo.

Momento de empotramiento, momento de piso y cortante.

$$ME,2 = PL = 3(2) = 6 \text{ Ton-m}$$

$$V,2 = 3 \text{ Ton.}$$

$$MP = VL = 3(4) = 12 \text{ Ton-m}$$

Las rigideces y factores de distribución son los mismos del ejercicio 3-4.

Primera vuelta de giros. Nudo 2:

$$MG_{2-1} = -(6 + 2) \times 0.2 = -1.60$$

$$MG_{2-3} = -(6 + 2) \times 0.8 = -6.40$$

Nudo 3:

$$MG_{3-2} = -[4 - (6.40/2)] \times 0.67 = -0.53$$

$$MG_{3-4} = -[4 - (6.40/2)] \times 0.33 = -0.26$$

Primera vuelta de desplazamientos.

$$MH = -(-1.60 - 0.26) \times 1.5 = 2.79$$

$$MH_{2-1} = MH_{1-2} = (2.79 \times 0.167) + 2 = 2.46$$

$$MH_{3-4} = MH_{4-3} = (2.79 \times 0.333) + 4 = 4.92$$

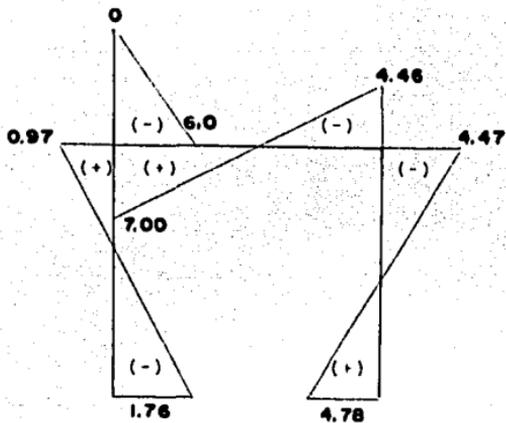
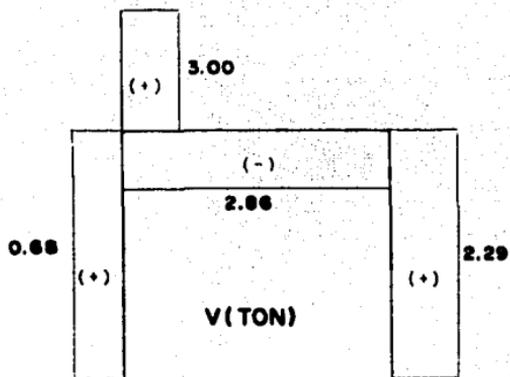
Momentos finales en el nudo 2:

$$M_{2-1} = 0 - 1.58 + 0 + 2.55 = 0.97$$

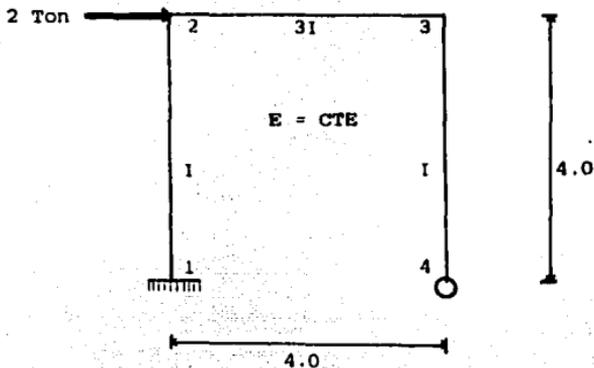
$$M_{2-3} = 0 - 6.34 - (1.29/2) + 0 = -6.99$$

Cuya suma algebraica debe estar en equilibrio con el momento del voladizo.





Ejercicio 3-6. Marco de un nivel y una cruzía articulado en el apoyo 4, con carga horizontal en el cabezal.



Factores de distribución al giro.

$$R_{,2-1} = 1/4 = 0.25 \quad R_{,2-3} = 3/4 = 0.75 \quad R_{,2} = 1.00$$

$$FD_{,2-1} = 0.25/1 = 0.25 \quad FD_{,2-3} = 0.75/1 = 0.75$$

$$R_{,3-2} = 3/4 = 0.75 \quad R_{,3-4} = (3/4)(1/4) = 0.1875$$

$$FD_{,3-2} = 0.75/0.9375 = 0.80 \quad FD_{,3-4} = 0.1875/0.9375 = 0.20$$

Factores de distribución al corte.

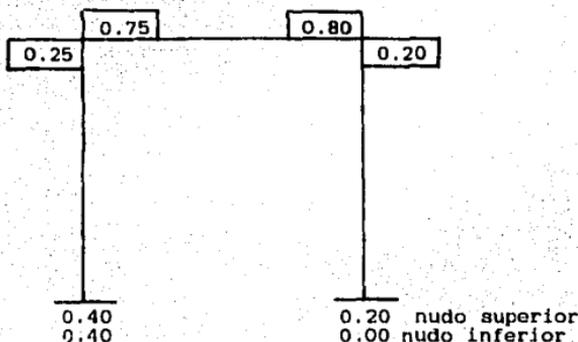
$$RLC_{,2-1} = RLC_{,1-2} = 12EI/L^3 = 12 \quad EI/L^3 = CTE$$

$$RLC_{,4-3} = 3EI/L^3 = \frac{3}{15}$$

FD,1-2 =  $12/15 = 0.80$ /Columna.      FD,4-3 =  $3/15 = 0.20$ /Columna.

FD,1-2 = FD,2-1 =  $0.40$ /nudo

FD,4-3 =  $0.2$  puesto que hay articulación en 4.



Momento de piso:

$$MP = 2(4) = 8 \text{ Ton-m}$$

Momentos de piso por nudo. Basta multiplicar el momento de piso por cada factor al corte, recordando que para la columna derecha no existe momento en el nudo 4 por ser articulación.

$$MP,1-2 = M, P2-1 = 8(0.4) = 3.20 \text{ Ton-m}$$

$$MP,3 = 8(0.2) = 1.60 \text{ Ton-m}$$

Primera vuelta de giros. Nudo 2:

$$MG,2-3 = -3.20(0.75) = -2.40 \text{ Ton-m}$$

$$MG,2-1 = -3.20(0.25) = -0.80 \text{ Ton-m}$$

Nudo 3:

$$MG_{3-2} = -[1.60 - (2.40/2)] \times 0.80 = -0.32$$

$$MG_{3-4} = -[1.60 - (2.40/2)] \times 0.20 = -0.08$$

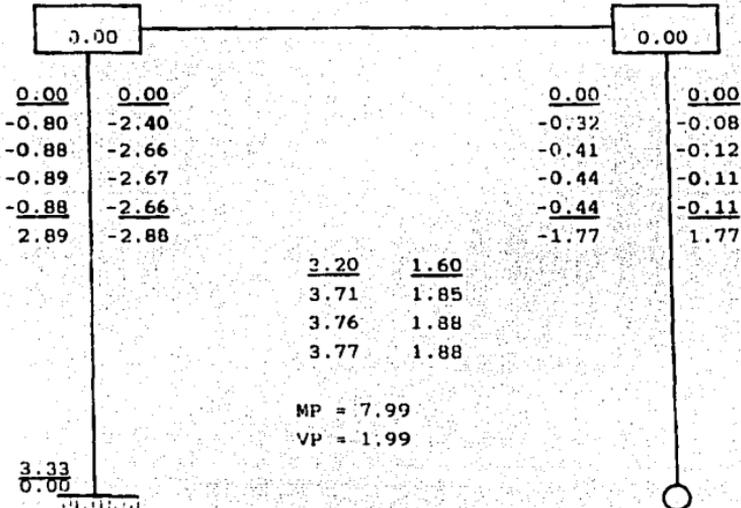
Primera vuelta de desplazamientos. Difiere de casos anteriores en que al obtener el momento de desplazamiento (MH), para efectos de la columna derecha no se multiplica por 1.5, pues en ésta no hay transporte por tener un extremo articulado, es decir:

$$MH = -[(-0.80 \times 1.5) - 0.08] = 1.28$$

$$MH_{2-1} = MH_{1-2} = (1.28 \times 0.40) + 3.20 = 3.71$$

$$MH_3 = (1.28 \times 0.20) + 1.60 = 1.85$$

Los momentos finales deben obtenerse de manera semejante a los casos anteriores y también la verificación en cuanto a desplazamientos, giros y momentos de piso.



$$\Delta_{12q} = (3.77 \times 4^2) / 6EI = 10.05/EI$$

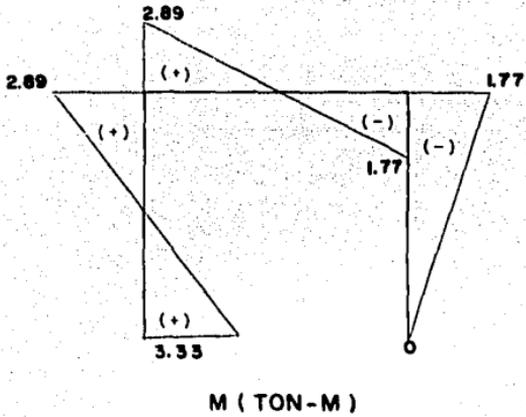
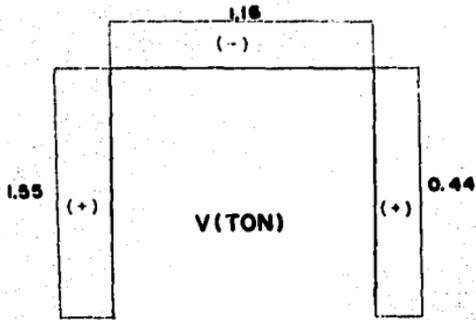
$$\& 2-1 = (-0.88 \times 4) / 4EI = -0.88/EI$$

$$\& 2-3 = (-2.66 \times 4) / (4 \times 3EI) = -0.89/EI$$
  

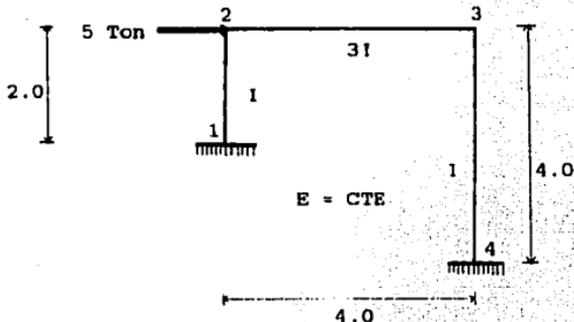
$$\Delta_{der} = (1.88 \times 4^2) / 3EI = 10.03/EI$$

$$\& 3-2 = (-0.44 \times 4) / (4 \times 3EI) = -0.15/EI$$

$$\& 3-4 = (-0.11 \times 4) / 3EI = -0.15/EI$$



Ejercicio 3-7. Marco de un nivel y una cruzía, con columnas de altura desigual y carga horizontal en el cabezal.



Las rigideces y factores de distribución al giro se obtienen similarmente a casos anteriores. Sin embargo, como las columnas no tienen la misma altura, no es posible tener momento de piso del marco, como en otros casos. Debe entonces repartirse el cortante en base a la rigidez al corte de las columnas.

En la columna izquierda.

$$K_C = 12EI/L^3 = 1/8 = 0.125 \quad 12EI = CTE.$$

En la columna derecha.

$$K_C = 12EI/L^3 = 1/64 = 0.0156 \quad 12EI = CTE.$$

Factores de distribución al corte.

Columna izquierda.

$$FD = 0.125 / (0.125 + 0.0156) = 0.889 \text{ por columna.}$$

Columna derecha.

$$FD = 0.0156 / (0.125 + 0.0156) = 0.111 \text{ por columna.}$$

Con estos valores, es posible obtener el cortante por columna y su respectivo momento, es decir:

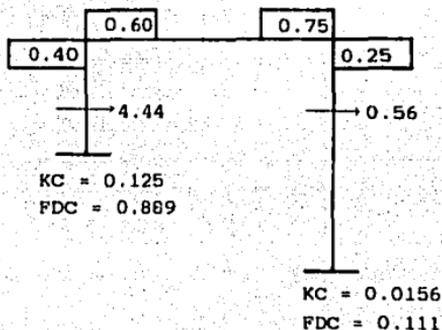
$$V_{izq.} = 5(0.889) = 4.44 \text{ Ton.}$$

$$V_{der.} = 5(0.111) = 0.56 \text{ Ton.}$$

MP = Cortante(Longitud/N. de nudos)

$$MP_{izq} = 4.44(2/2) = 4.44 \text{ Ton-m por nudo}$$

$$MP_{der} = 0.56(4/2) = 1.11 \text{ Ton-m por nudo}$$



Primera vuelta de giros. Nudo 2:

$$MG,2-1 = -(4.44 \times 0.40) = -1.78$$

$$MG,2-3 = -(4.44 \times 0.60) = -2.66$$

Nudo 3:

$$MG,3-2 = -[1.11 - 2.66(1/2)] \times 0.75 = 0.16$$

$$MG,3-4 = -[1.11 - 2.66(1/2)] \times 0.25 = 0.06$$

Primera vuelta de desplazamientos. A diferencia de casos anteriores, en éste se obtiene el cortante en el cabezal que está provocando el desequilibrio (aumentado 1.5 veces); se cambia su signo y se procede de la misma forma a la explicada antes.

$$VH = -[-(1.78/2) + (0.06/4)] \times 1.5 = 1.31$$

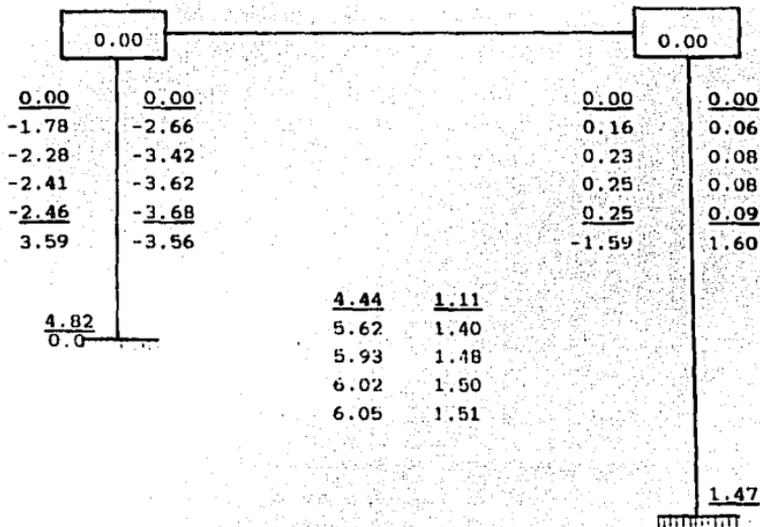
$$VH,izq = 1.31 \times 0.889 = 1.18$$

$$VH,der = 1.31 \times 0.111 = 0.15$$

$$M,izq. = [1.18(2/2)] + 4.44 = 5.62$$

$$M,der. = [0.15(4/2)] + 1.11 = 1.40$$

Todos los demás pasos son similares a los ejemplos anteriores.



$$\Delta_{izq.} = (6.05 \times 2^3)/6EI = 4.03/EI$$

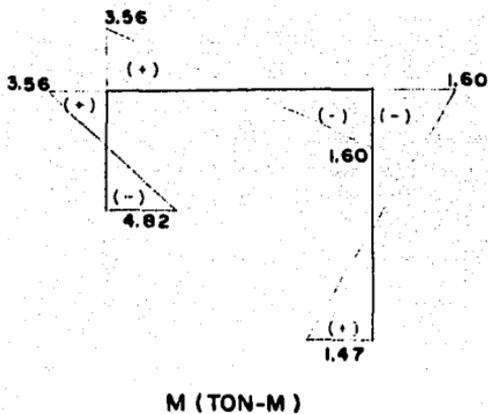
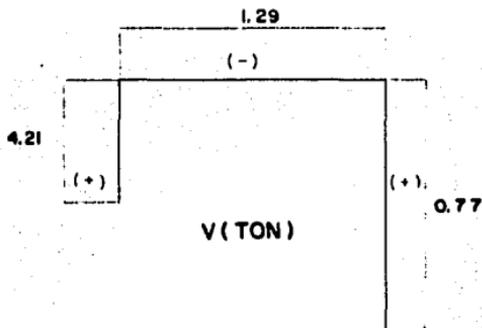
$$\delta_{2-1} = (-2.46 \times 2)/4EI = -1.23/EI$$

$$\delta_{2-3} = (-3.68 \times 4)/(4 \times 3EI) = -1.23/EI$$

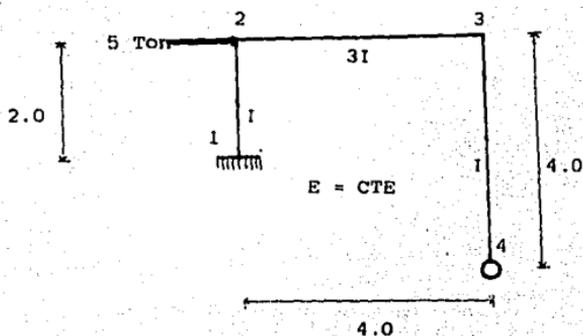
$$\Delta_{der.} = (1.51 \times 4^3)/6EI = 4.03/EI$$

$$\delta_{3-2} = (0.25 \times 4)/(4 \times 3EI) = 0.08/EI$$

$$\delta_{3-4} = (0.09 \times 4)/4EI = 0.09/EI$$



Ejercicio 3-8. Marco de un nivel y una cruzía, con columnas de altura desigual, articulado en el apoyo 4 y carga horizontal en el cabezal.



Difiere del ejercicio anterior en la articulación y debe considerarse tanto para factores de distribución al giro, como al desplazamiento.

Para giros, obténgase el factor de manera similar al ejercicio 3-6, y para desplazamientos de la siguiente manera:

En la columna izquierda.

$$KC = 12EI/L^3 = 12/(2)^3 = 1.5000 \quad EI = \text{CTE.}$$

En la columna derecha.

$$KC = 3EI/L^3 = 3/(4)^3 = 0.0469 \quad EI = \text{CTE.}$$

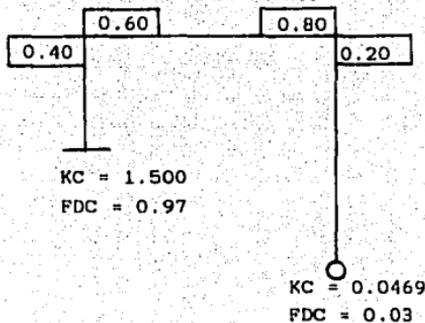
Factores de distribución al corte

Columna izquierda.

$$FD = 1.5000/(1.5000 + 0.0469) = 0.97 \quad \text{hay 2 nudos: 1 y 2}$$

Columna derecha.

$$FD = 0.0469/(1.5000 + 0.0469) = 0.03 \quad \text{hay un nudo: 3}$$



Los cortantes y momentos son:

$$V_{izq.} = 5(0.97) = 4.85 \text{ Ton.}$$

$$V_{der.} = 5(0.03) = 0.15 \text{ Ton.}$$

$$M_{P,izq.} = (4.85 \times 2)/2 = 4.85 \text{ Ton-m por nudo.}$$

$$M_{P,der.} = (0.15 \times 4)/1 = 0.60 \text{ Ton-m por nudo.}$$

La primera vuelta por giros se hace de la misma forma a los ejercicios anteriores.

Primera vuelta de desplazamientos. Debe tenerse cuidado al trabajar con una articulación y recordar que no admite momento.

$$V_H = -[-(1.94/2) \times 1.5 + (0.17/4)] = 1.41 \text{ Ton.}$$

Obsérvese que el cociente en el cual interviene la articulación (0.17/4), no está afectado por 1.5, ya que no hay transporte de la articulación al nudo 3.

$$V_{izq.} = 1.41 \times 0.97 = 1.37 \text{ Ton.}$$

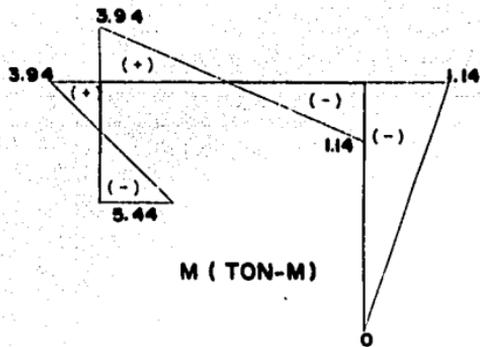
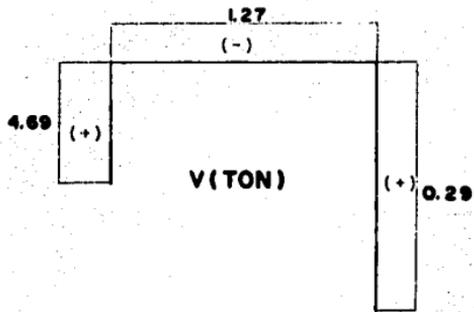
$$V_{der.} = 1.41 \times 0.03 = 0.04 \text{ Ton.}$$

$$M_{,izq.} = [1.37(2/2)] + 4.85 = 6.22 \text{ Ton-m.}$$

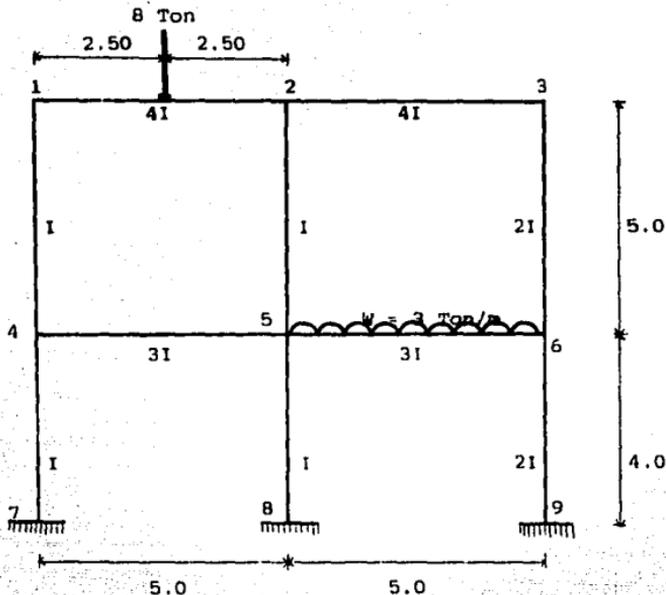
$$M_{,der.} = [0.04(4/1)] + 0.60 = 0.76 \text{ Ton-m.}$$

Y así sucesivamente.





Ejercicio 3-9. Marco de dos niveles, sujeto a cargas verticales.



En este ejercicio, aunque es más largo el proceso, por tener más nudos, basta con repetir la secuencia de cálculo de los casos anteriores.

No es simétrico, ni en geometría ni en cargas, y por lo tanto hay desplazamiento lateral aunque no exista momento de piso inicial.

Debe comenzarse por obtener los momentos de empotramiento, factores de distribución y fijarse un sentido de recorrido que en este problema sera: 1-2-3-4-5-6.

**Momentos de empotramiento.**

$$ME,1-2 \text{ y } ME,2-1 = PL/8 = 8(5)/8 = \pm 5 \text{ Ton-m.}$$

$$ME,5-6 \text{ y } ME,6-5 = WL^2/12 = 3(5)^2/12 = \pm 6.25 \text{ Ton-m.}$$

**Factores de distribución.**

$$R,1-4 = 1/5 = 0.2 \quad R,1-2 = 4/5 = 0.8 \quad R,1 = 1.00$$

$$FD,1-4 = 0.2/1 = 0.2 \quad FD,1-2 = 0.8/1 = 0.8$$

$$R,2-1 = 4/5 = 0.8 \quad R,2-5 = 1/5 = 0.2 \quad R,2-3 = 4/5 = 0.8$$

$$FD,2-1 = 0.8/1.8 = 0.44 \quad FD,2-5 = 0.2/1.8 = 0.12$$

$$FD,2-3 = 0.8/1.8 = 0.44$$

$$R,3-2 = 4/5 = 0.8 \quad R,3-6 = 2/5 = 0.4 \quad R,3 = 1.2$$

$$FD,3-2 = 0.8/1.2 = 0.67 \quad FD,3-6 = 0.4/1.2 = 0.33$$

$$R,4-1 = 1/5 = 0.2 \quad R,4-5 = 3/5 = 0.6 \quad R,4-7 = 1/4 = 0.25$$

$$FD,4-1 = 0.2/1.05 = 0.19 \quad FD,4-5 = 0.6/1.05 = 0.57$$

$$FD,4-7 = 0.25/1.05 = 0.24$$

$$R,5-4 = 3/5 = 0.6 \quad R,5-2 = 1/5 = 0.2 \quad R,5-8 = 1/4 = 0.25$$

$$R,5-6 = 3/5 = 0.6$$

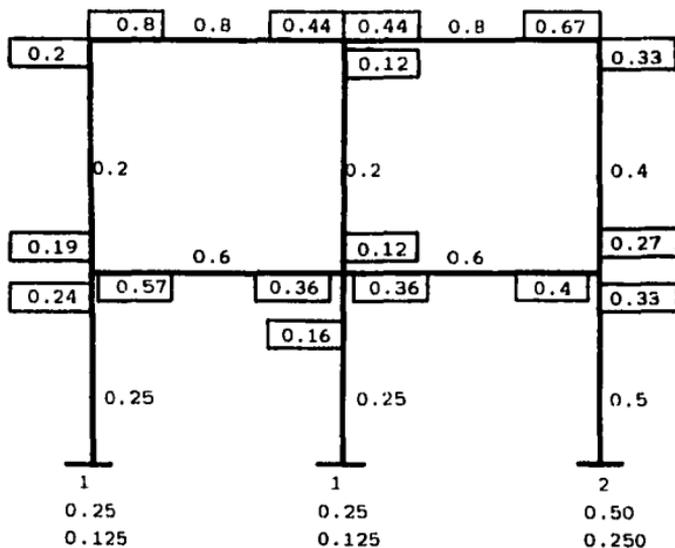
$$FD,5-4 = 0.6/1.65 = 0.36 \quad FD,5-2 = 0.2/1.65 = 0.12$$

$$FD,5-8 = 0.25/1.65 = 0.16 \quad FD,5-6 = 0.6/1.65 = 0.36$$

$$R,6-3 = 2/5 = 0.4 \quad R,6-5 = 3/5 = 0.6 \quad R,6-4 = 2/4 = 0.5$$

$$FD,6-3 = 0.4/1.5 = 0.27 \quad FD,6-5 = 0.6/1.5 = 0.4$$

$$FD,6-9 = 0.5/1.5 = 0.33$$



Primera vuelta de giros. Nudo 5:

$$\begin{array}{l}
 \text{MG, 5-4} \\
 \text{MG, 5-2} \\
 \text{MG, 5-6} \\
 \text{MG, 5-8}
 \end{array}
 = \left\{ \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right. \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l}
 \times 0.36 = -2.45 \\
 \times 0.12 = -0.82 \\
 \times 0.36 = -2.45 \\
 \times 0.16 = -1.09
 \end{array}$$

De esta misma forma se opera hasta completar los nudos 1, 2, 3, 4, 5 y 6.

Primera vuelta de desplazamientos. Nivel superior:

$$MH = -(-1.00 + 0.10 + 0.84 - 0.82 - 0.51 + 2.09) \times 1.5 = -1.05$$

$$MH1 = MH2 = MH4 = MH5 = -1.05 \times 0.125 = -0.13$$

$$MH3 = MH6 = -1.05 \times 0.250 = -0.26$$

Similarmente para el piso inferior.

Ultima vuelta de giros. Nudo 6:

$$\begin{array}{l} MG,6-5 \\ MG,6-3 \\ MG,6-9 \end{array} = \left\{ \begin{array}{l} \\ -[-6.25 + (1/2)(-1.03-3.23)-0.28-0.90] \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \times 0.40 = 3.82 \\ \times 0.27 = 2.58 \\ \times 0.33 = 3.15 \end{array}$$

En este ejercicio se finaliza el método por giros y no se calculan los momentos por desplazamiento de la quinta y última vuelta por considerar suficiente la aproximación.

Momentos finales de barras que concurren al nudo 5. Siguiendo la secuencia de los ejercicios anteriores, se tiene:

$$MF5-4 = 0 - 3.23 + (1/2)(1.66) + 0 = -2.40$$

$$MF,5-2 = 0 - 1.08 + (1/2)(1.15) - 0.14 = -0.65$$

$$MF,5-6 = 6.25 - 3.23 + (1/2)(3.82) + 0 = 4.93$$

$$MF,5-8 = 0 - 1.44 + 0 - 0.45 = -1.89$$

Haciendo la suma de los momentos finales en el nudo 5 da como resultado -0.01, y por lo tanto el nudo está en equilibrio.

Obtención de giros.

Nudo 1:

$$\& 1-2 = (-5.78 \times 5)/(4 \times 4EI) = -1.81/EI$$

$$\& 1-4 = (-1.45 \times 5)/4EI = -1.81/EI$$

Nudo 5:

$$\& 5-4 = (-3.23 \times 5)/(4 \times 3EI) = -1.35/EI$$

$$\& 5-2 = (-1.08 \times 5)/4EI = -1.35/EI$$

$$\& 5-6 = (-3.23 \times 5)/(4 \times 3EI) = -1.35/EI$$

$$\& 5-8 = (-1.44 \times 4)/4EI = -1.44/EI$$

Los giros de los nudos restantes se obtienen en forma similar.

Obtención de desplazamientos. Nivel superior:

$$\Delta 1-4 = 2-5 = (-0.14 \times 5^2)/6EI = -0.58/EI$$

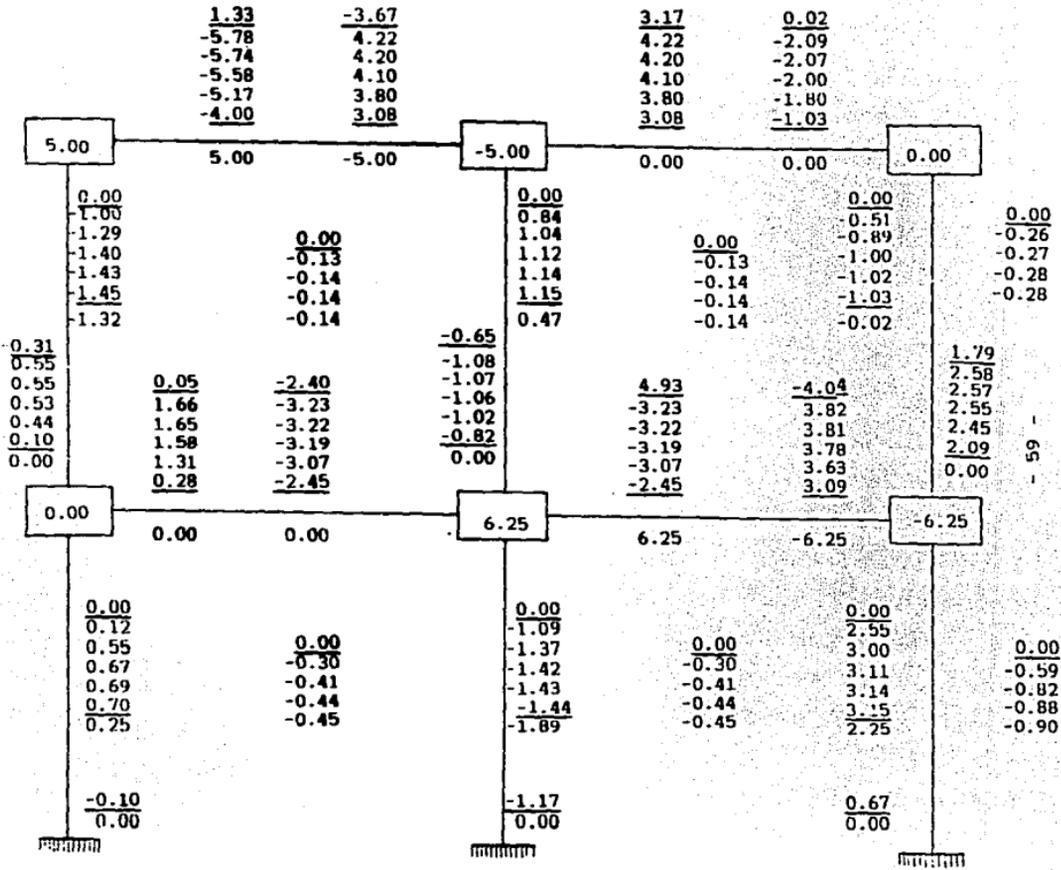
$$\Delta 3-6 = (-0.28 \times 5^2)/(6 \times 2EI) = -0.58/EI$$

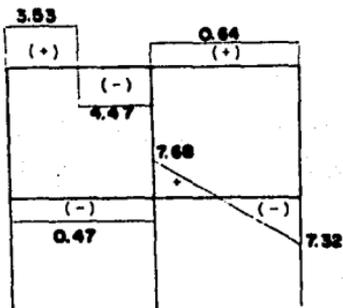
Nivel inferior.

$$\Delta 4-7 = 5-8 = (-0.45 \times 4^2)/6EI = -1.20/EI$$

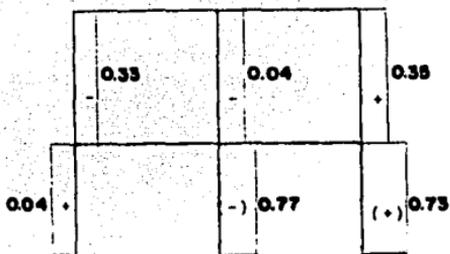
$$\Delta 6-9 = (-0.90 \times 4^2)/(6 \times 2EI) = -1.20/EI$$

FALLA DE ORIGEN

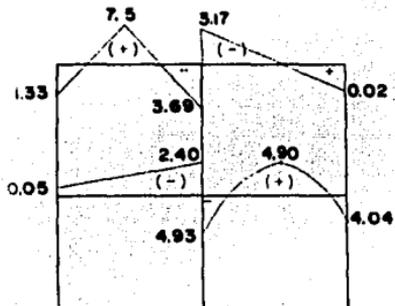




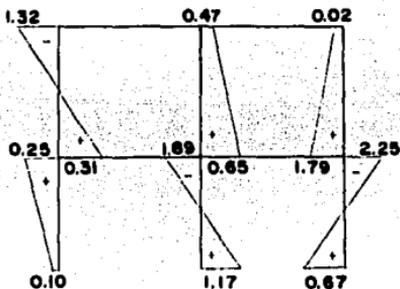
VIGAS V(TON)



COLUMNAS V(TON)

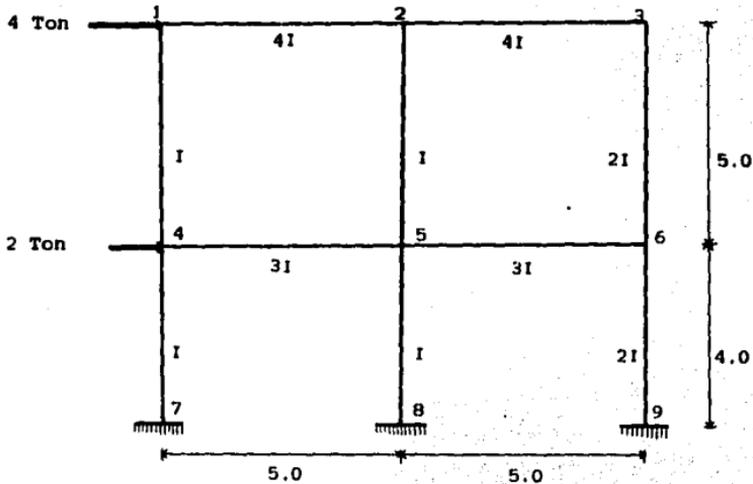


VIGAS M(TON-M)



COLUMNAS M(TON-M)

Ejercicio 3-10. Marco de dos niveles, sujeto a cargas horizontales en cada cabezal.



Se procede, una vez obtenidos los factores del caso 3-9 a obtener cortantes, sumando la fuerza del nivel considerado más todas las fuerzas de pisos arriba de él; o sea:

Cortante en el segundo nivel.

$$V = 4 + 0 = 4 \text{ Ton.}$$

Cortante en el primer nivel.

$$V = 4 + 2 = 6 \text{ Ton.}$$

Momentos de piso.

$$MP, \text{Segundo nivel} = 4 \times 5 = 20 \text{ Ton-m.}$$

$$MP, \text{primer nivel} = 6 \times 4 = 24 \text{ Ton-m.}$$

Previamente se tienen los valores de rigideces y factores de distribución. Los momentos de piso por nudo para cada nivel deben darse en función de la rigidez lineal.

$$M_{1-4} = M_{2-5} = 20 \times 0.125 = 2.5 \text{ Ton-m.}$$

$$M_{3-6} = 20 \times 0.250 = 5 \text{ Ton-m.}$$

Primer nivel.

$$M_{4-7} = M_{5-8} = 24 \times 0.125 = 3 \text{ Ton-m.}$$

$$M_{6-9} = 24 \times 0.25 = 6 \text{ Ton-m.}$$

Primera vuelta de giros. Nudo 3 (ya han sido calculados los nudos 1 y 2):

$$\begin{array}{l} MG_{3-2} = \\ MG_{3-6} = \end{array} \left\{ \begin{array}{l} -[5.00 - 0.66(1/2)] \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \times 0.67 = -3.13 \\ \times 0.33 = -1.54 \end{array}$$

Hasta completar el ciclo.

Primera vuelta de desplazamientos. Nivel inferior:

$$MH = -(-1.26 - 0.62 - 3.14) \times 1.5 = 7.53$$

$$MH_{1-2} = MH_{4-5} = (7.53 \times 0.125) + 3.00 = 3.94$$

$$MH_{3-6} = (7.57 \times 0.250) + 6.00 = 7.88$$

Ultima vuelta de giros. Nudo 5. recuérdese que están obtenidos también en la última vuelta los nudos 1 al 4, y en la penúltima el nudo 6.

$$\begin{array}{l}
 \text{MG,5-4} \\
 \text{MG,5-2} \\
 \text{MG,5-6} \\
 \text{MG,5-8}
 \end{array}
 = \left\{ \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \end{array} \right. - [4.12 + 4.38 - (1/2)(4.31 + 0.06 + 6.11)] \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \times 0.36 = -1.17 \\ \times 0.12 = -0.39 \\ \times 0.36 = -1.17 \\ \times 0.16 = -0.52 \end{array}$$

Momentos finales en el nudo 2.

$$\text{MF,2-1} = 0 - 0.24 - 2.63(1/2) + 0 = -1.56$$

$$\text{MF,2-3} = 0 - 0.24 - 4.06(1/2) + 0 = -2.27$$

$$\text{MF,2-5} = 0 - 0.06 - 0.39(1/2) = 3.86$$

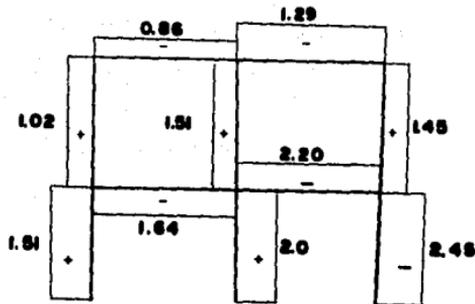
Debe verificarse que en cada uno de los entrepisos, la suma de los momentos en cada extremo de columnas, sea la misma que el momento de piso inicial.

Para el segundo entrepiso, tenemos:

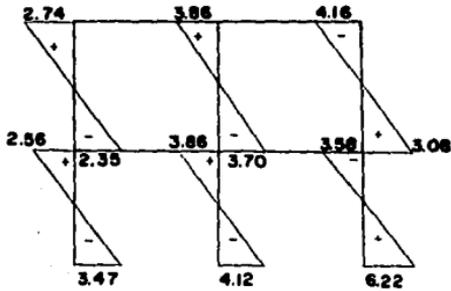
$$\text{MP} = 2.74 + 2.35 + 3.86 + 3.70 + 4.16 + 3.08 = 19.89$$

Valor aproximadamente igual a las 20 Ton-m. De esta forma se procede para el primer entrepiso.

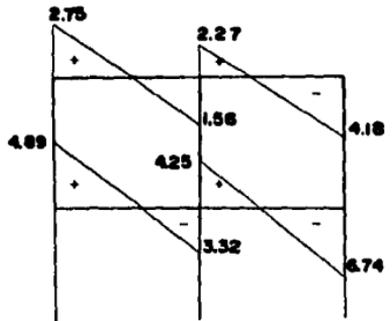




V (TON)

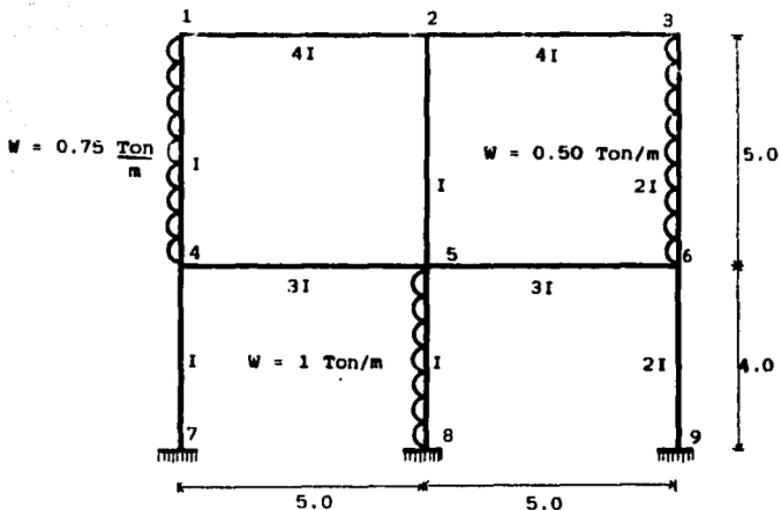


COLUMNAS M (TON-M)



VIGAS M (TON-M)

Ejercicio 3-11. Marco de dos niveles, con carga de viento en las columnas.



los factores de distribución son los mismos del ejercicio 3-9.

Momentos de empotramiento.

$$ME_{1-4} \text{ y } ME_{4-1} = WL^2/12 = 0.75(5)^2/12 = \pm 1.56 \text{ Ton-m}$$

$$ME_{5-8} \text{ y } ME_{8-5} = WL^2/12 = 1(4)^2/12 = \pm 1.33 \text{ Ton-m}$$

$$ME_{3-6} \text{ y } ME_{6-3} = WL^2/12 = 0.50(5)^2/12 = \pm 1.04 \text{ Ton-m}$$

Sólo se hace una explicación de la obtención de cortantes, ya que a partir de este momento deben seguirse los mismos pasos del ejercicio

Primero se obtienen las reacciones en cada uno de los miembros como viga libremente apoyada, sumando las propias del nivel considerado. Así, en el segundo nivel se tiene:

$$1.88 + 1.25 = 3.13$$

Y en el primer nivel, tenemos:

$$1.88 + 2.00 + 1.25 = 6.13$$

Con estos valores, los cortantes en cada nivel son:

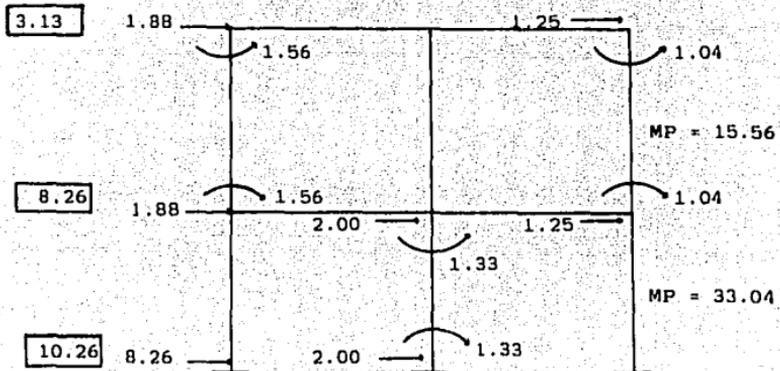
$$\text{Segundo nivel: } V = 3.13 \cdot 0 = 3.13 \text{ Ton.}$$

$$\text{Primer nivel: } V = 3.13 \cdot 5.13 = 8.26 \text{ Ton.}$$

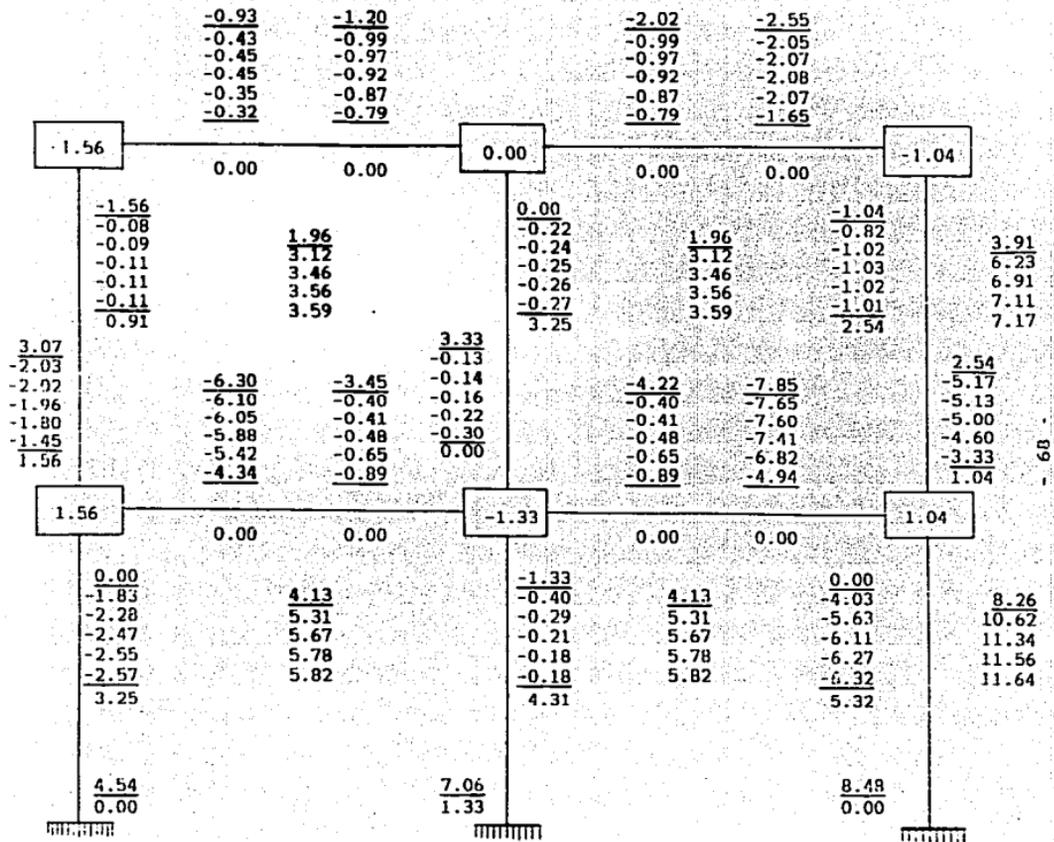
$$\text{Nivel de piso: } V = 8.26 + 2.00 = 10.26 \text{ Ton.}$$

Valor que debe corresponder con la carga total, o sea:

$$P = (0.75 \times 5.00) + (0.50 \times 5.00) + (1.00 \times 4.00) = 10.25 \text{ Ton.}$$

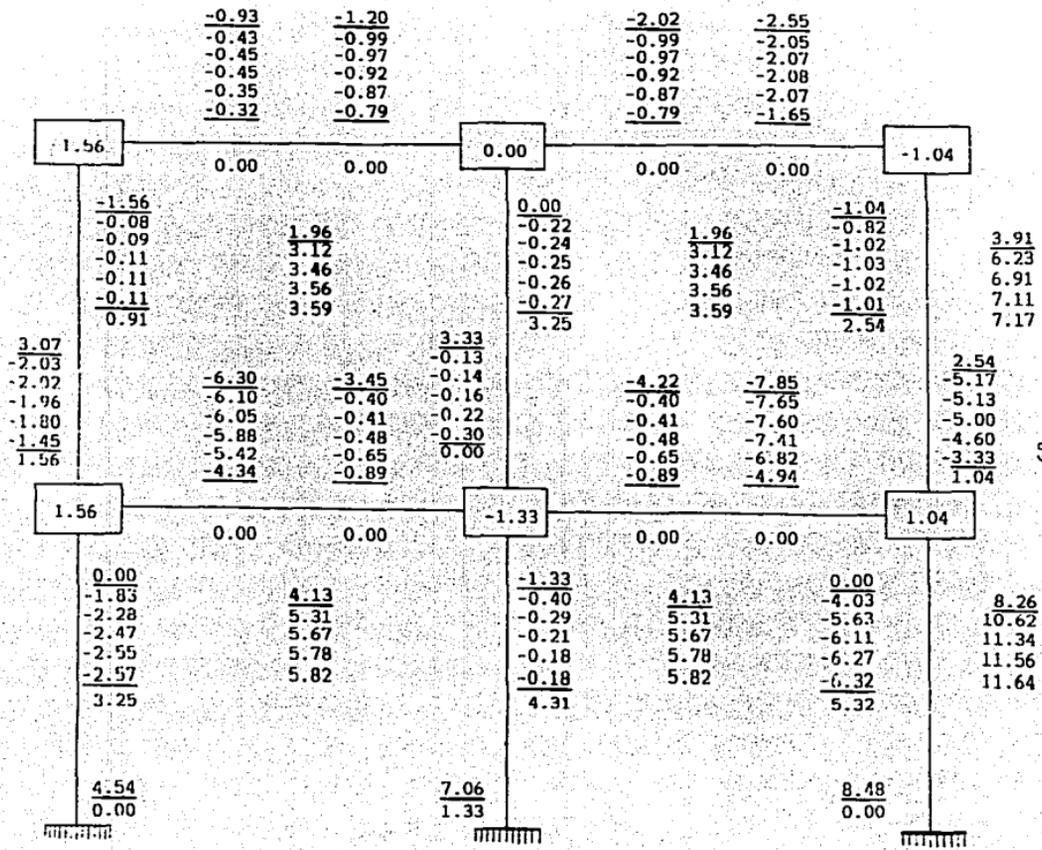


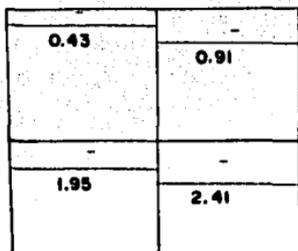
# FALLA DE ORIGEN



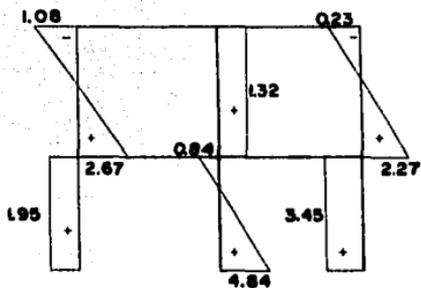
- 68 -

FALLA DE ORIGEN

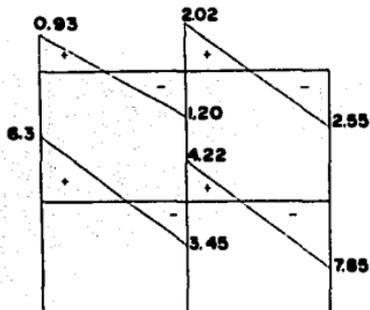




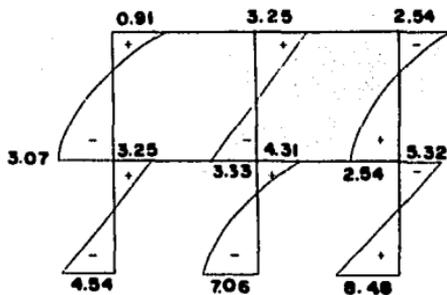
VIGAS V(TON)



COLUMNAS V(TON)



VIGAS M(TON-M)



COLUMNAS M(TON-M)

## CAPITULO 4

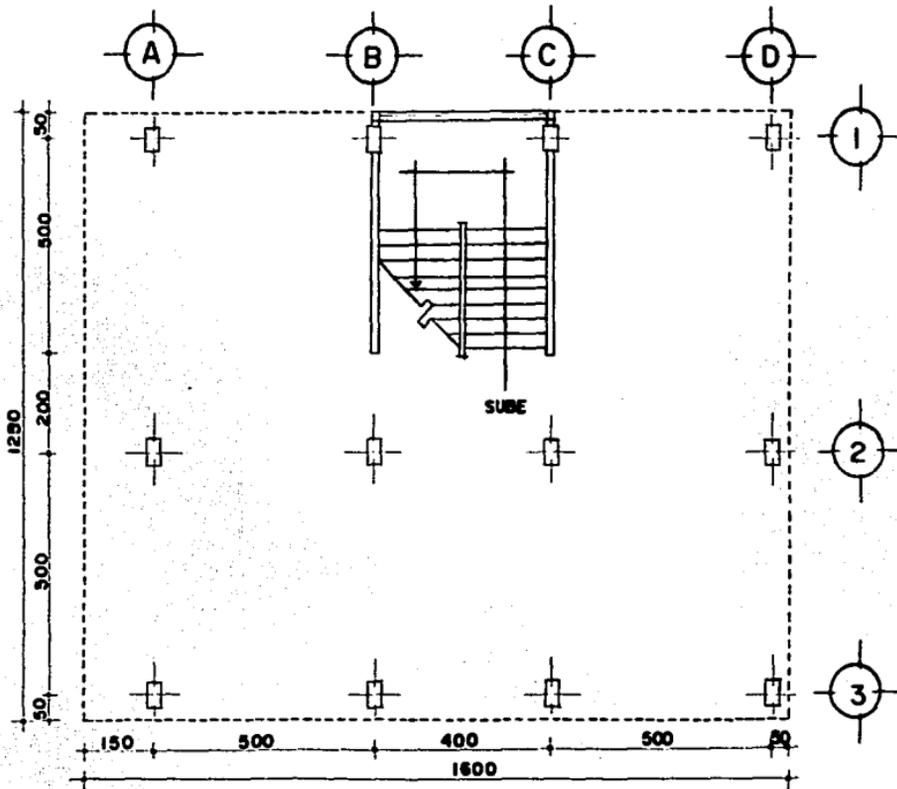
### **APLICACION**

En este capítulo se hace el análisis estructural de un edificio de oficinas de tres niveles.

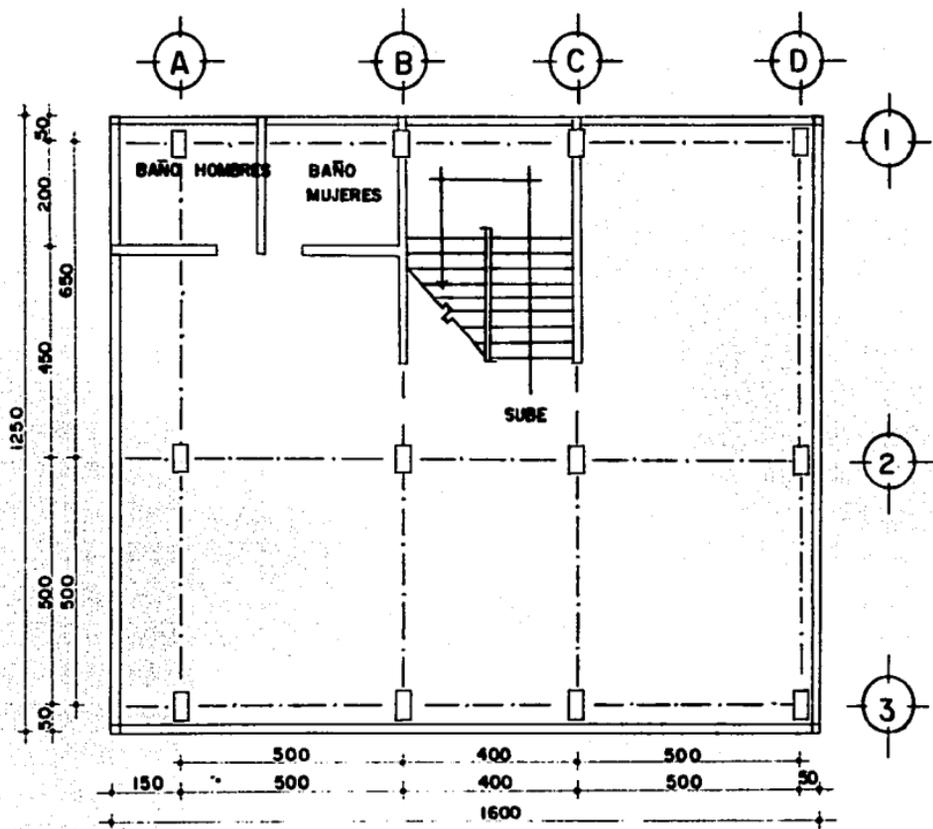
A partir de la distribución de cargas se calculán los elementos mecánicos de algunas vigas, empleando el método descrito en el capítulo 3. Unicamente se dan los valores de los cortantes y momentos finales, ya que no tiene caso volver a repetir paso por paso la obtención de los elementos mecánicos.

De los diagramas de cortantes y momentos se hace el cálculo de las áreas de acero y separación de estribos, empleando El Reglamento De Construcciones Del Distrito Federal de 1987.

Las acotaciones de las plantas del edificio están en centímetros y la de las vigas calculadas en metros.

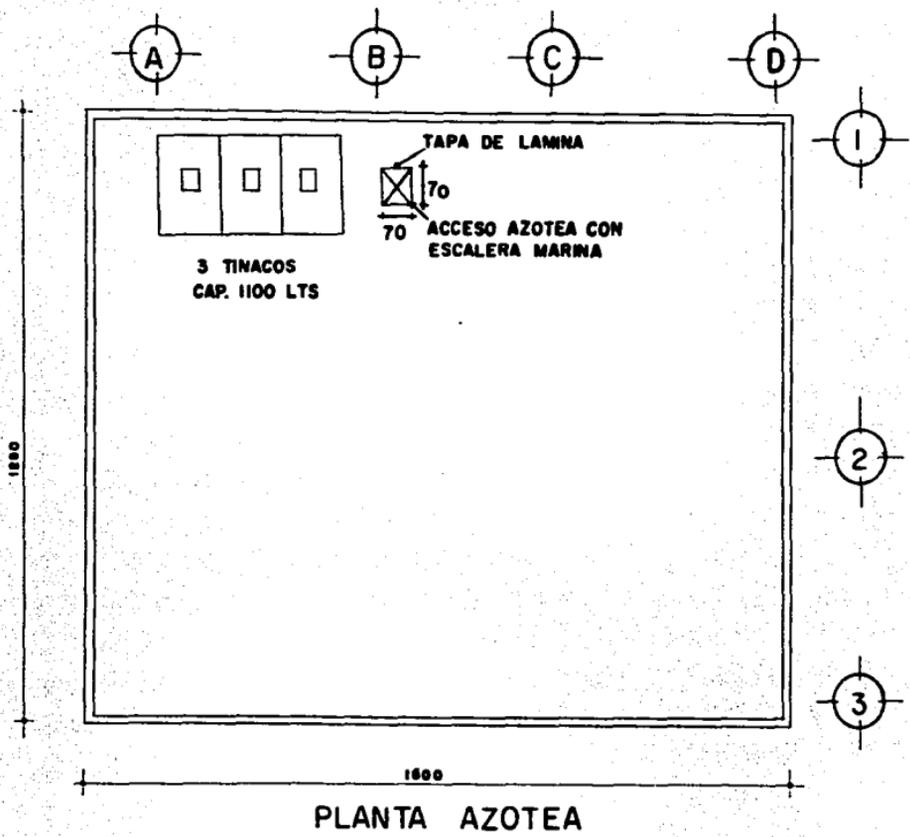


PLANTA BAJA

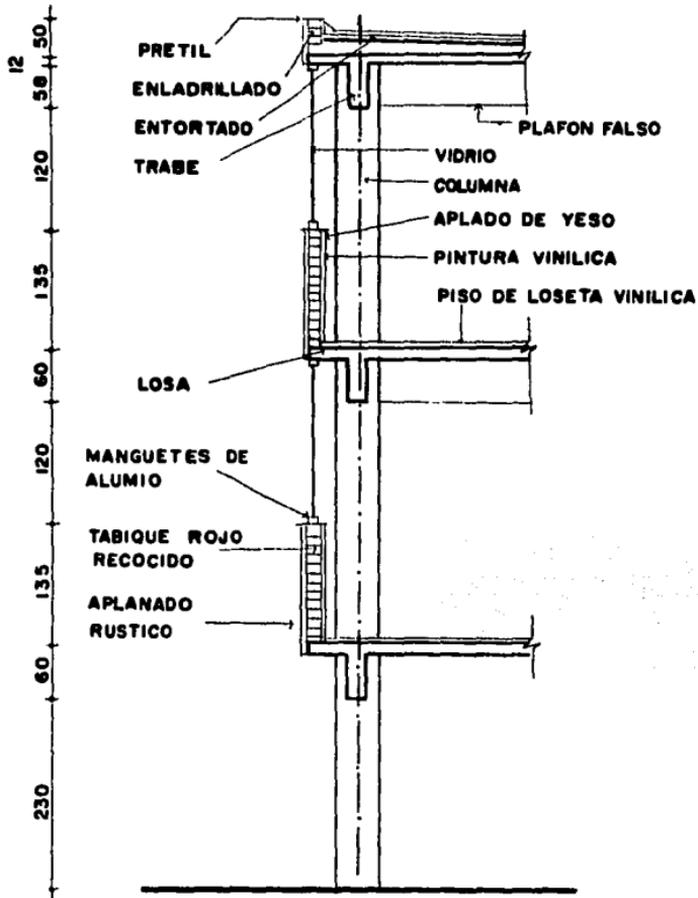


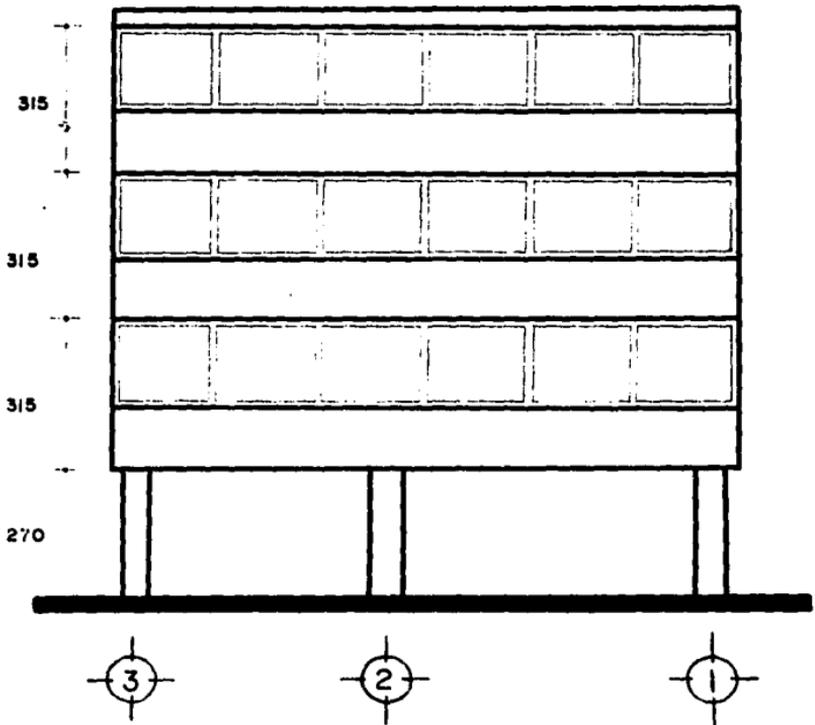
PLANTA TIPO (3 NIVELES)

- 73 -



# CORTE POR FACHADA





FACHADA EJE D

## ANALISIS DE CARGAS

### LOSA DE OFICINAS

Peso propio losa (0.12m)(1.00m)(1.00m)(2400kg/m <sup>3</sup> )	=	288 kg/m <sup>2</sup>
Firme (0.05m)(1.00m)(1.00m)(2000kg/m <sup>3</sup> )	=	100 kg/m <sup>2</sup>
Loseta vinilica	=	15 kg/m <sup>2</sup>
Falso plafón	=	35 kg/m <sup>2</sup>
Carga muerta	=	438 kg/m <sup>2</sup>
Carga viva (oficinas)	=	250 kg/m <sup>2</sup>
Se tomarán:	=	700 kg/m <sup>2</sup>

### LOSA DE BAÑO

Peso propio losa (0.12m)(1.00m)(1.00m)(2400kg/m <sup>3</sup> )	=	288 kg/m <sup>2</sup>
Mortero (0.03m)(1.00m)(1.00m)(2000kg/m <sup>3</sup> )	=	60 kg/m <sup>2</sup>
Loseta antiderrapante (0.025m)(1.00m)(1.00m)(2000kg/m <sup>3</sup> )	=	50 kg/m <sup>2</sup>
Instalaciones	=	10 kg/m <sup>2</sup>
Falso plafón	=	35 kg/m <sup>2</sup>
Carga muerta:	=	443 kg/m <sup>2</sup>
Carga viva:	=	250 kg/m <sup>2</sup>
Se tomarán:	=	700 kg/m <sup>2</sup>

### LOSA AZOTEA

Peso propio losa (0.12m)(1.00m)(1.00m)(2400kg/m <sup>3</sup> )	=	288 kg/m <sup>2</sup>
Relleno promedio (0.15m)(1.00m)(1.00m)(1600kg/m <sup>3</sup> )	=	240 kg/m <sup>2</sup>
Entortado (0.025m)(1.00m)(1.00m)(1800kg/m <sup>3</sup> )	=	45 kg/m <sup>2</sup>
Enladrillado (0.02m)(1.00m)(1.00m)(1700kg/m <sup>3</sup> )	=	34 kg/m <sup>2</sup>
Falso plafón	=	35 kg/m <sup>2</sup>
Carga muerta:	=	642 kg/m <sup>2</sup>
Carga viva:	=	100 kg/m <sup>2</sup>
Se tomarán:	=	750 kg/m <sup>2</sup>

### MUROS DE FACHADA

Tabique rojo recocido (0.14m)(1.00m)(1.35m)(1700kg/m <sup>3</sup> )	=	321 kg/m
Aplanado exterior (0.02m)(1.00m)(1.35m)(1800kg/m <sup>3</sup> )	=	49 kg/m
Yeso (0.02m)(1.00m)(1.35m)(1400kg/m <sup>3</sup> )	=	38 kg/m
Cancelería (40kg/m <sup>2</sup> )(1.70m)	=	68 kg/m
Se tomarán:	=	480 kg/m

### MURO DE BAÑO

Tabique rojo recocido (0.14m)(1.00m)(3.05m)(1700kg/m <sup>3</sup> )	=	725 kg/m
Aplanado en dos caras (2)(0.02)(1.00m)(2.55m)(1800kg/m <sup>3</sup> )	=	220 kg/m
Azulejo una cara (15kg)(2.55m)	=	95 kg/m
Se tomarán:	=	1040 kg/m

### MURO ESCALERA BAÑO

Tabique rojo recocido (0.14m)(1.00m)(2.55m)(1700kg/m <sup>3</sup> )	= 607 kg/m
Aplanado en dos caras (2)(0.02m)(1.00m)(2.55m)(1800kg/m <sup>3</sup> )	= 184 kg/m
Azulejo una cara (15kg)(2.55m)	= 38 kg/m
Se tomarán:	830 kg/m

### MURO ESCALERA OFICINA

Tabique rojo recocido	= 607 kg/m
Aplanado una cara	= 95 kg/m
Yeso una cara (0.02m)(2.55m)(1400kg/m <sup>3</sup> )	= 71 kg/m
Se tomarán:	775 kg/m
Peso propio trabes (0.50m)(0.30m)(2400kg/m <sup>3</sup> )	= 345 kg/m

TABLA DE REPARTICION DE CARGAS EN LOSAS

Losa Tipo	A Men.	B May.	Relac m	Coef A	coef. B	W Carga	WA	WB
a	1.50	2.00	0.75	0.60	0.40	700	420	280
b	2.00	5.00	0.40	1.00	0.00	700	700	0.00
c	1.50	4.50	0.33	0.97	0.03	700	679	21
d	4.50	5.00	0.90	0.60	0.40	700	420	280
e	1.50	5.00	0.30	0.98	0.02	700	686	14
f	5.00	5.00	1.00	0.50	0.50	700	350	350
g	2.00	4.00	0.50	0.89	0.11	700	623	77
h	4.50	5.00	0.90	0.76	0.24	700	532	168
i	2.00	5.00	0.40	1.00	0.00	700	700	0.00
j	4.00	5.00	0.80	0.71	0.29	700	497	203
k	5.00	5.00	1.00	0.50	0.50	700	350	350

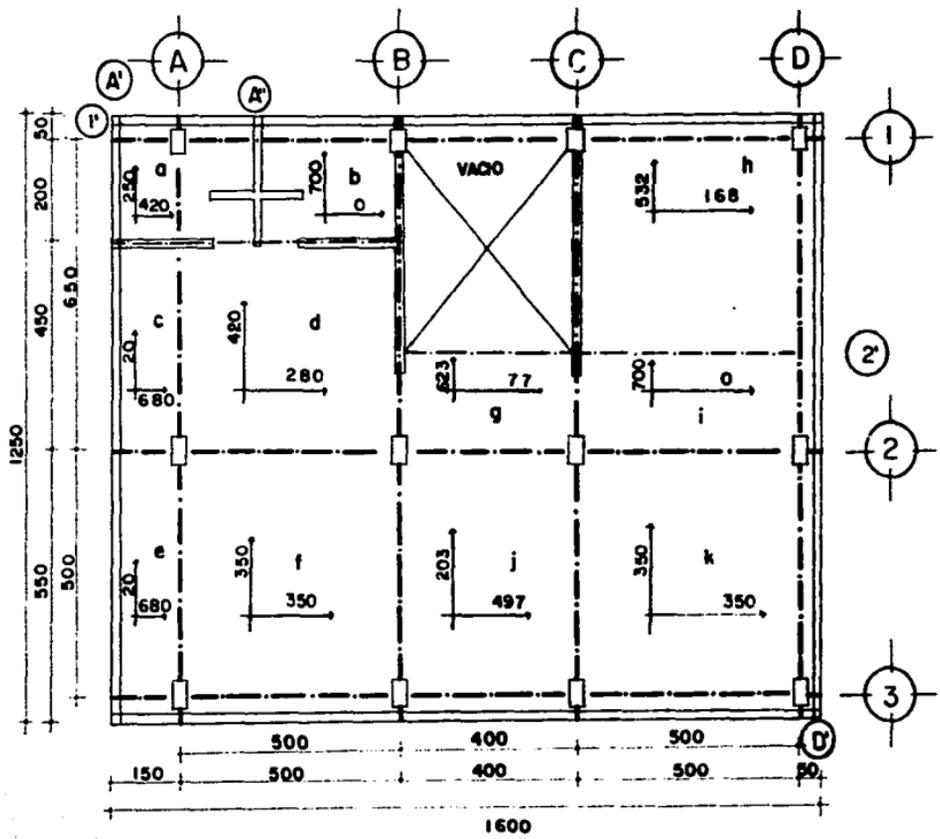
PLANTA TIPO

Losa Tipo	A Men.	B May.	Relac m	Coef. A	Coef. B	W Carga	WA	WB
a	1.50	2.00	0.75	0.60	0.40	750	450	300
b	2.00	5.00	0.40	1.00	0.00	750	750	0.00
c	1.50	4.50	0.33	0.97	0.03	750	728	22
d	4.50	5.00	0.90	0.60	0.40	750	450	300
e	1.50	5.00	0.30	0.98	0.02	750	735	15
f	5.00	5.00	1.00	0.50	0.50	750	375	375
g	3.25	4.00	0.81	0.70	0.30	750	525	225
h	3.25	4.00	0.81	0.70	0.30	750	525	225
i	4.00	5.00	0.80	0.71	0.29	750	533	217
j	3.25	5.00	0.65	0.85	0.15	750	638	112
k	3.25	5.00	0.65	0.85	0.15	750	638	112
l	5.00	5.00	1.00	0.50	0.50	750	375	375

PLANTA AZOTEA

FALLA DE ORIGEN

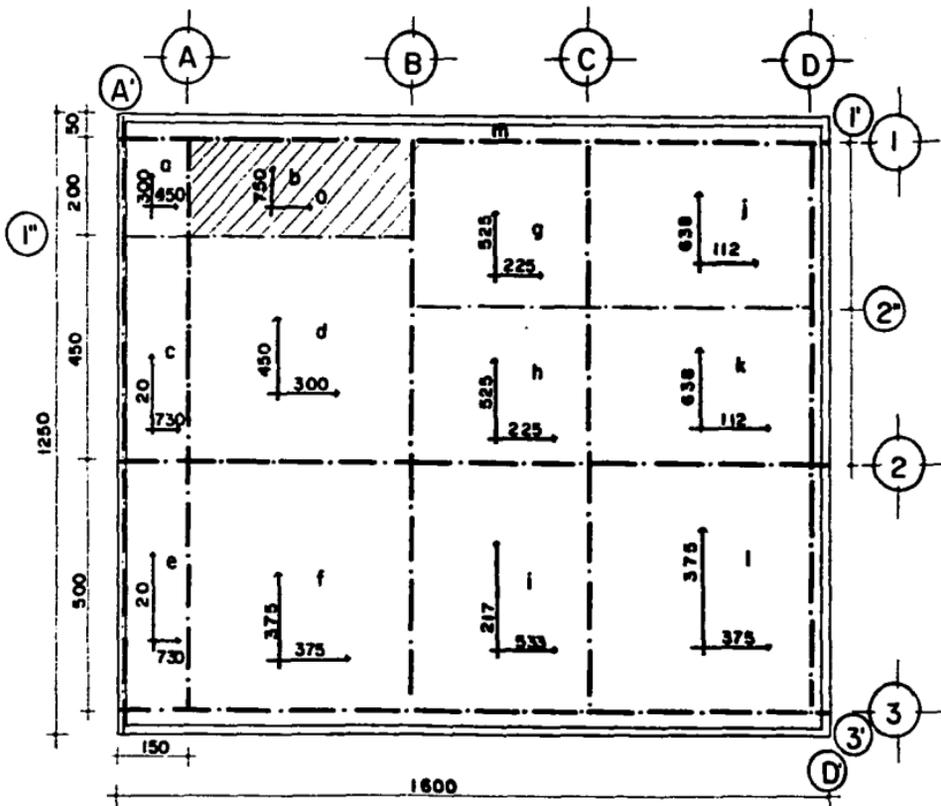
08 ..



REPARTICION DE CARGAS

PLANTA TIPO (3 NIVELES)

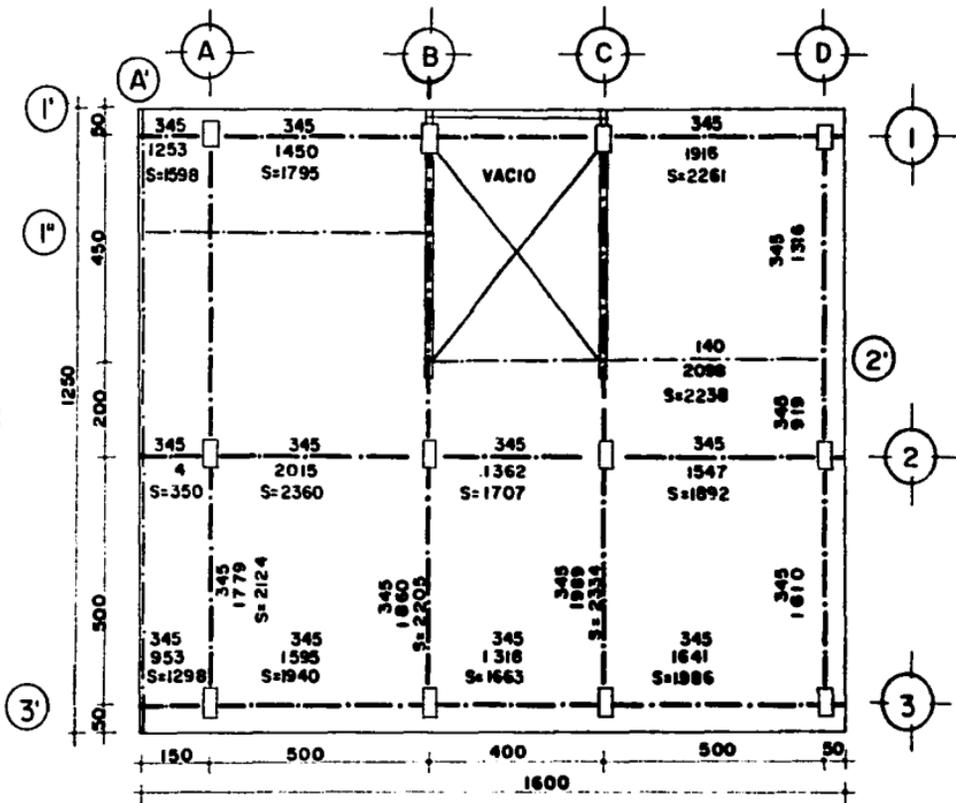
REPARTICION DE CARGAS



PLANTA AZOTEA

# FALLA DE ORIGEN

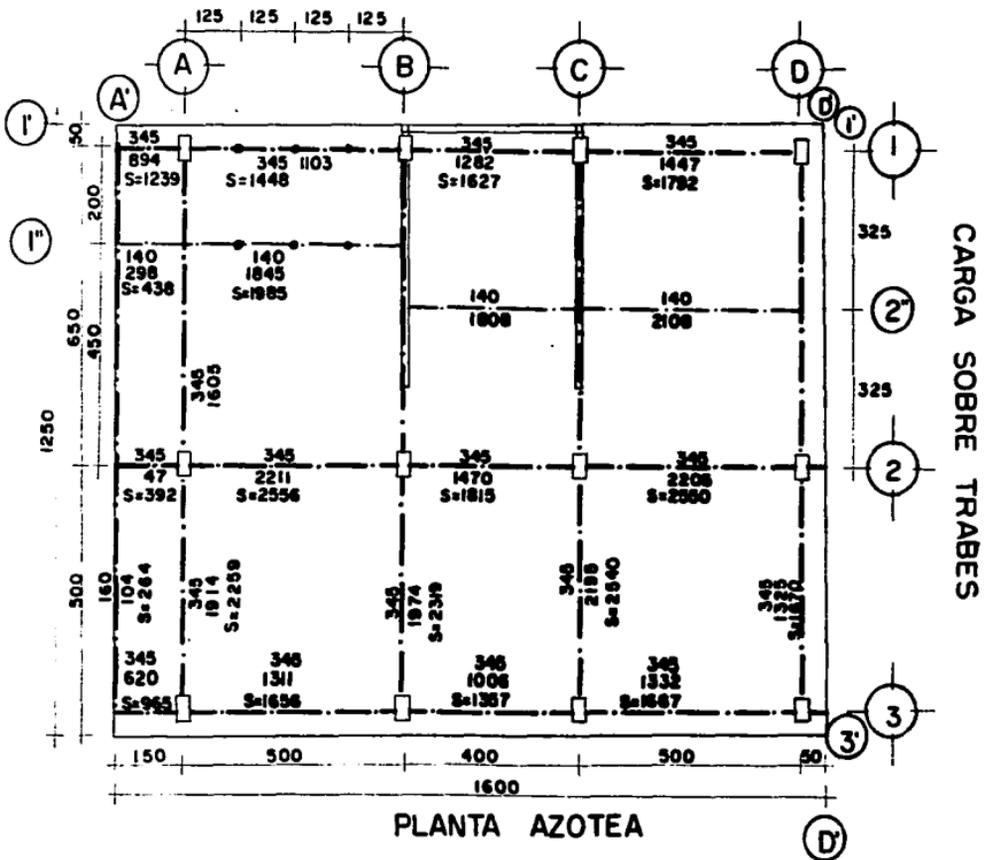
- 82 -



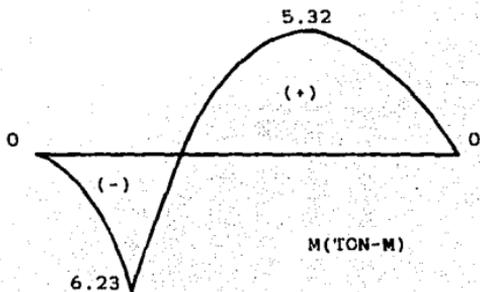
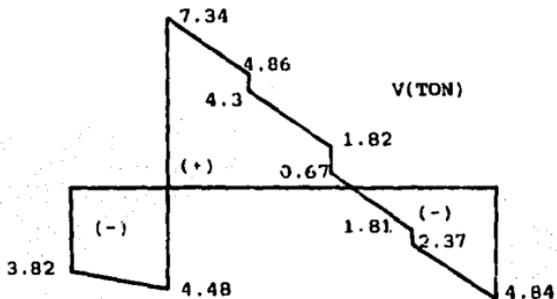
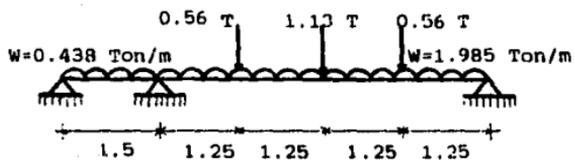
CARGA SOBRE TRABES

PLANTA TIPO

# FALLA DE ORIGEN



VIGA 1'' (A' - B) AZOTEA



## DATOS

Sección 30 x 50 cm

Recubrimiento 5 cm

$F_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$

$F'_c = 200 \text{ kg/cm}^2$

## CALCULO DE CONSTANTES

$$F^*c = 0.80 F'_c$$

$$F^*c = 0.80(200) = 160 \text{ kg/cm}^2$$

$$F''c = 0.85 F^*c \text{ si } F^*c \leq 250 \text{ kg/cm}^2$$

$$F''c = 0.85(160) = 136 \text{ kg/cm}^2$$

## PORCENTAJE MINIMO

$$P_{\min} = (0.70 \sqrt{F'_c}) / F_y$$

$$P_{\min} = (0.70 \times \sqrt{200}) / 4200 = 0.00236$$

## PORCENTAJE BALANCEADO

$$PB = (4800 / (6000 + F_y)) (F''c / F_y)$$

$$PB = (4800 / (6000 + 4200)) (136 / 4200) = 0.0152$$

## PORCENTAJE MAXIMO

$$PM = 75 \% PB$$

$$PM = 0.75(0.0152) = 0.0114$$

## CUANTIA O INDICE DE ACERO

$$q = PM(F_y / F''c)$$

$$q = 0.0114(4200 / 136) = 0.35$$

### CALCULO DEL MOMENTO RESISTENTE

$$MR = FRbd^2F''c_q(1-0.50q)$$

$$MR = 0.90(30)(45^2)(136)(0.35)(1-0.50 \times 0.35)$$

$$MR = 2147087 \text{ Kg-cm}$$

$$MR = 21.47 \text{ Ton-m}$$

$$MR > 6.23 \text{ Ton-m} \quad \text{Bien}$$

### CALCULO DEL AREA DE ACERO

Para el cálculo del área de acero de la viga, se utilizará la gráfica 1.

Para el momento de 6.23 Ton-m tenemos:

$$F.C. = 1.4$$

$$MR \times F.C. = 623000 \times 1.4 = 872200 \text{ Kg-cm}$$

$$MR/bd^2 = 872200 / (30 \times 45^2) = 14.36$$

Con el dato obtenido anteriormente, entramos a la gráfica 1 y obtenemos el valor de P.

$$P = 0.004 \quad P = AS/bd$$

$$AS = Pbd = 0.004(30)(45) = 5.4 \text{ cm}^2$$

$$3 \# 5 = 5.97 \text{ cm}^2$$

El acero mínimo se toma como el 20 % del acero total.

$$AS_{\min} = 0.20(5.4) = 1.08 \text{ cm}^2 \quad 2 \# 3 = 1.42 \text{ cm}^2$$

Entonces, el área de acero es la siguiente:

$$5.97 - 1.42 = 4.55 \text{ cm}^2$$

$$4 \# 4 = 5.06 \text{ cm}^2$$

$$5.06 + 1.42 = 6.48$$

$$6.48 > 5.97 \quad \text{Bien}$$

Para el momento de 5.32 Ton-m, obtenemos el área de acero de manera similar al anterior momento.

$$MR/bd^2 = 532000/(30 \times 45^2) = 12.26$$

$$P = 0.0035 \quad (\text{De la gráfica 1})$$

$$AS = 0.0035(30)(45) = 4.73 \text{ cm}^2 \quad 4 \# 4 = 5.06 \text{ cm}^2$$

$$AS_{\min} = 0.20(4.73) = 0.95 \text{ cm}^2 \quad 2 \# 2.5 = 0.96 \text{ cm}^2$$

Entonces el área de acero es la siguiente:

$$5.06 - 0.96 = 4.1 \text{ cm}^2$$

$$2 \# 5 = 3.98 \text{ cm}^2$$

$$3.98 + 0.96 = 4.94 \text{ cm}^2$$

$$4.94 > 4.73 \text{ Bien}$$

#### CALCULO DE LA SEPARACION DE ESTRIBOS

Fuerza que absorbe el concreto.

$$\text{Si } P < 0.01 \quad VCR = FRbd(0.20 + 30P) \sqrt{F^*c}$$

$$\text{Si } P > 0.01 \quad VCR = 0.50FRbd \sqrt{F^*c}$$

$$FR = 0.80 \text{ (Cortante)}$$

$$P = 0.004 < 0.01 \quad VCR = FRbd(0.20 + 30P) \sqrt{F^*c}$$

$$VCR = 0.80 \cdot (30)(45)(0.20 + 30 \times 0.004) \sqrt{160}$$

$$VCR = 4371.53 \text{ Kg}$$

Como el cortante que absorbe el concreto, es menor que el cortante último, se requieren estribos.

$$VU > VCR$$

$$7340 > 4371.53$$

Proponiendo estribos del # 2.5 = 0.49 cm<sup>2</sup>

$$\text{Sep} = \frac{\text{FRAvFyd}(\text{Sen}\theta + \text{Cos}\theta)}{\text{VU-VCR}} \leq \frac{\text{FRAvFy}}{3.5b}$$

$$\text{Sep} = \text{FRAvFyd}/(\text{VU-VCR})$$

$$\text{Sep} = 0.80(2 \times 0.49)(4200)(45)/(7340-4371.53) = 50 \text{ cm}$$

$$\text{Sep} = \text{FRAvFy}/3.5b$$

$$\text{Sep} = 0.80(2 \times 0.49)(4200)/(3.5 \times 30) = 31 \text{ cm}$$

Por especificación:

$$\text{Sep. máx} = d/2 = 30/2 = 15 \text{ cm}$$

Por lo tanto, la separación será @ 15 cm

Se recomienda en los extremos, poner los dos primeros estribos a la mitad de la separación calculada.

$$2 @ 7 \text{ cm}$$

Para el cortante de 4.48 Ton. tenemos:

$$\text{Sep} = 0.80(2 \times 0.49)(4200)(45)/(7340-4480) = 52 \text{ cm}$$

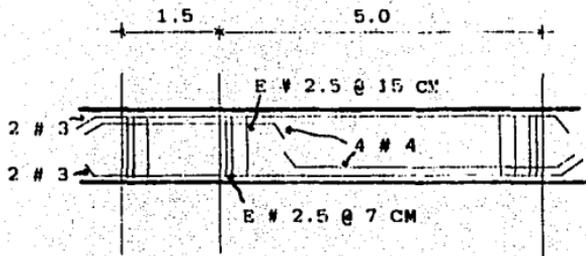
$$\text{Sep} = 0.80(2 \times 0.49)(4200)/(3 \times 30) = 31 \text{ cm}$$

$$\text{Sep. máx} = d/2 = 30/2 = 15 \text{ cm}$$

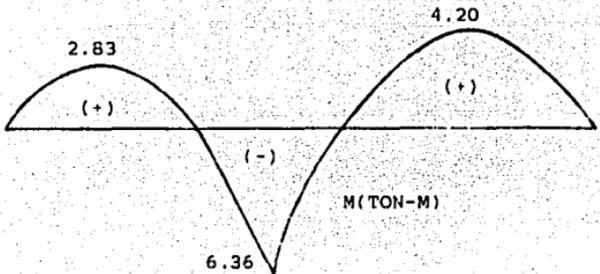
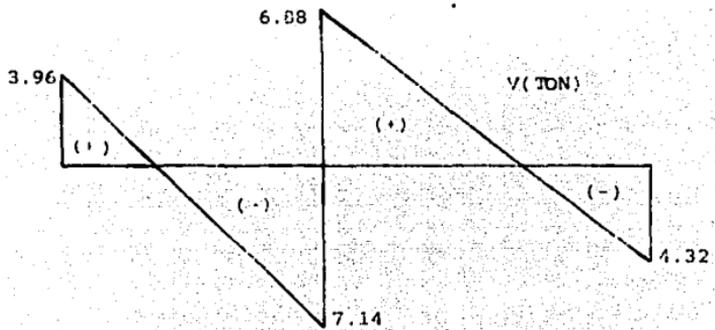
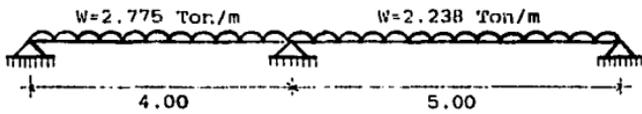
Los dos primeros estarán @ 7 cm

Por lo tanto, para el cortante de 3.82 Ton. los estribos estarán @ 15 cm, y solamente los dos primeros @ 7 cm.

DISTRIBUCION DE ACERO



VIGA 2' (D-D) PIANTA TIPO



#### DATOS

Sección 30 x 50 cm

Recubrimiento 5 cm

$F_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$

$F'_c = 200 \text{ kg/cm}^2$

#### CALCULO DE CONSTANTES

Como los datos y sección, son los mismos del caso anterior. Unicamente se darán los resultados, y se tomarán las mismas áreas de acero y separación de estribos. Ya que los valores de momentos y cortantes no varían mucho.

$F'_c = 136 \text{ kg/cm}^2$

#### PORCENTAJE MINIMO

$P_{\min} = 0.00236$

#### PORCENTAJE BALANCEADO

$P_B = 0.0152$

#### PORCENTAJE MAXIMO

$P_M = 0.0114$

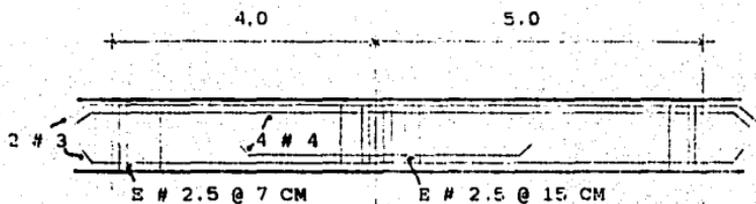
#### CUANTIA O INDICE DE ACERO

$q = 0.35$

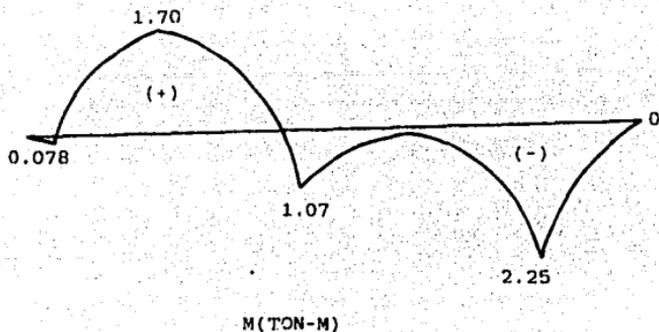
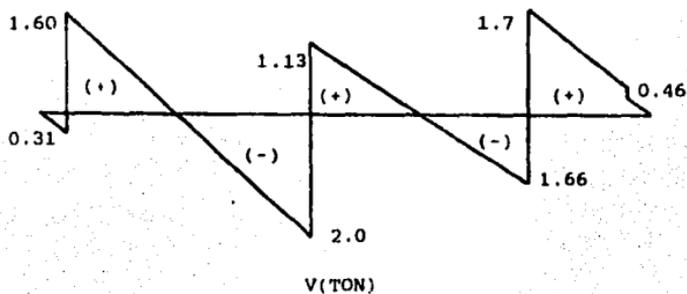
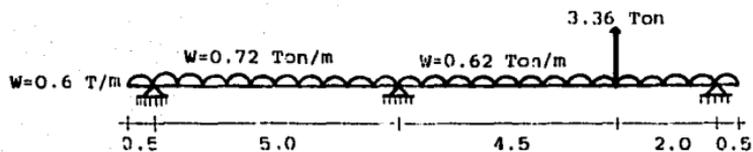
#### MOMENTO RESISTENTE

$MR = 21.47 \text{ Ton-m}$

DISTRIBUCION DE ACERO



VIGA A' (3'-1') PLANTA TIPO



DATOS

Sección 30 x45 cm  
Recubrimiento 5 cm  
 $F_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$   
 $F'_c = 200 \text{ kg/cm}^2$

CALCULO DE CONSTANTES

$$F''C = 136 \text{ kg/cm}^2$$

PORCENTAJE MINIMO

$$P_{min} = 0.00236$$

PORCENTAJE BALANCEADO

$$PB = 0.0152$$

PORCENTAJE MAXIMO

$$PM = 0.0114$$

CUANTIA O INDICE DE ACERO

$$q = 0.35$$

MOMENTO RESISTENTE

$$MR = 21.47 \text{ Ton-m}$$

#### CALCULO DEL AREA DE ACERO

Como los momentos son pequeños, se tomará el valor mínimo de P, para calcular las áreas de acero.

$$A_s = P_{\min} b d = 0.00236(30)(45) = 3.19 \text{ cm}^2$$

$$3 \# 4 = 3.81 \text{ cm}^2$$

#### CALCULO DE LA SEPARACION DE ESTRIBOS

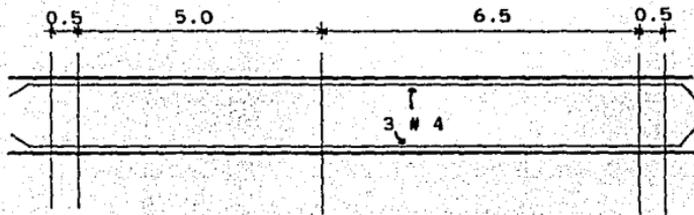
$$P < 0.01 \quad VCR = FRbd(0.20 + 30P)\sqrt{F^*c}$$

$$VCR = 0.80(30)(45)(0.20 + 30 \times 0.00236)\sqrt{160} = 3670 \text{ kg}$$

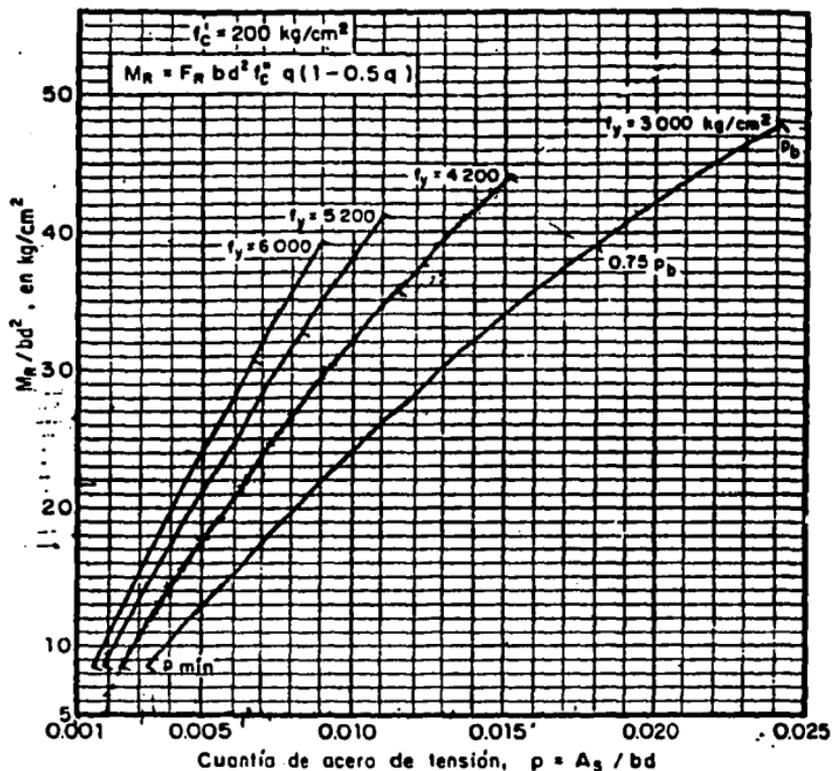
$VU < VCR$ . No se requieren estribos.

Pero, por especificación se requieren.

#### DISTRIBUCION DE ACERO



# MOMENTOS RESISTENTES DE SECCIONES RECTANGULARES



GRAFICA 1

## REFERENCIAS

- 1) ANALISIS DE ESTRUCTURAS INDETERMINADAS  
J. STERLING KINNEY  
C.E.C.S.A., 1960
  
- 2) ANALISIS ELEMENTAL DE ESTRUCTURAS  
NORRIS, WILBUR, UTKU  
MC GRAW HILL INC., 1983
  
- 3) ANALISIS ESTRUCTURAL  
RODOLFO LUTHE GARCIA  
REPRESENTACIONES Y SERVICIOS DE INGENIERIA, 1983
  
- 4) NORMAS TECNICAS COMPLEMENTARIAS