



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTONOMA DE MEXICO

20  
ZEJ

FACULTAD DE QUIMICA

APLICACION DE UN ADQUISIDOR DE  
DATOS Y MODELACION NUMERICA  
PARA EL ANALISIS TERMICO DE LA  
PROBETA JOMINY

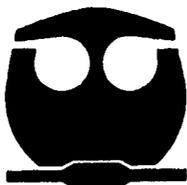
TESIS

EXAMEN DE PROFESIONALES  
FAC. DE QUIMICA

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE  
INGENIERO QUIMICO METALURGICO

PRESENTA

RAFAEL SU RAMOS



México, D.F. 1995

FALLA DE ORIGEN

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

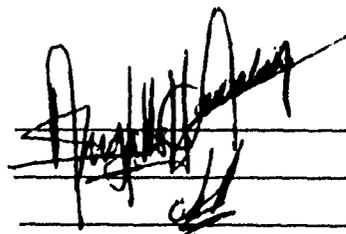
Jurado asignado según el tema:

Presidente	Profa. María Luisa Flores García Diego
Vocal	Prof. Fidel Reyes Carmona
Secretario	Prof. José Antonio Barrera Godínez
1er. Suplente	Prof. Alberto Ingalls Cruz
2do. Suplente	Prof. Sergio García Galán

Sitio donde se desarrolló el tema:

Laboratorios y Talleres del Departamento de Ingeniería  
Metalúrgica, Edificio D, Facultad de Química, U.N.A.M.

Asesor del tema	Dr. José Antonio Barrera Godínez
Supervisor Técnico	M. en C. Alberto Ingalls Cruz
Sustentante	Rafael Su Ramos

A handwritten signature in black ink, appearing to be 'Rafael Su Ramos', is written over three horizontal lines. The signature is stylized and somewhat cursive.

## **AGRADECIMIENTOS:**

### **A mis padres**

Gracias por estar siempre a mi lado y creer en mi. Les debo más de lo que nunca podré pagarles.

### **Abuelita**

Te agradezco cada uno de los muchos consejos que a diario aprendo de tí.

### **Angélica**

Por tu inmejorable ejemplo.

### **Erika**

Por tu tenacidad infranqueable.

### **Javier**

Por tu lucha silenciosa.

### **Arturo**

Por tu valor a prueba de bombas.

*Los quiero*

**José A. Barrera**

Gracias por su invaluable amistad, su tiempo y su confianza en mí.

**Vero Cid**

Gracias por tu cariño y comprensión.

**A mis amigos, compañeros y todas las personas que no dejaron que el cansancio me agobiara, MIL GRACIAS.**

*LO LOGRE*

## Resumen

En este trabajo se evaluó el coeficiente de transferencia de calor por convección, a través de un modelo matemático, cuya solución es numérica.

En virtud de que el ensayo Jominy es una prueba estandarizada respecto del tipo de enfriamiento, ésta técnica se empleó para medir la historia térmica en la base de la probeta y así mediante el método inverso, se determinó el coeficiente de transferencia de calor por convección ( $h$ ).

En éste trabajo, se utilizaron agua y salmuera para el enfriamiento. Para lograr esto, se dividió el sistema físico en dos subsistemas virtuales de transferencia de calor; uno que se resolvió con un método directo; y el segundo, que se resolvió inversamente para proporcionar el coeficiente convectivo. Este modelo utilizó el método de Crank-Nicolson en diferencias finitas para resolver ambos subsistemas. Además, el programa de cómputo utiliza valores experimentales de temperatura, y considera propiedades termofísicas en función de la temperatura.

Las mediciones de temperatura se obtuvieron a través de un termopar que fue conectado a una tarjeta adquisidora de datos. El termopar se introdujo oblicuamente hasta una distancia de 0.002286 m a partir de la superficie expuesta al choque térmico, en probetas hechas de acero inoxidable tipo 316, y de aluminio puro.

Se encontraron valores de  $3000 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ K}$  para agua con probeta de acero inoxidable y  $9000 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ K}$  para aluminio puro; y para el caso de salmuera se obtuvo  $4500 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ K}$  para acero inoxidable y  $12500 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ K}$  en el caso de aluminio.

Lo anterior puso en evidencia que las propiedades altamente conductoras del aluminio, en relación con las de acero inoxidable, propician que el coeficiente de transferencia convectivo del chorro de fluido bajo probetas de aluminio, sea mayor al del acero, logrando una rápida extracción del calor en la misma.

Así también, debido a las propiedades inherentes de la salmuera, se logra una extracción de calor más rápida cuando se emplea ésta, que cuando se hace bajo un chorro de agua. Lo cual repercute en encontrar mayores valores del coeficiente convectivo para salmuera, que para agua.

El potencial de este modelo puede extenderse fácilmente para predecir la microestructura y el perfil de durezas a lo largo de la probeta. De tal forma que procesos industriales de temple que involucran a dicho coeficiente pueden ser modelados para ser simulados y finalmente optimizados.

# Contenido

<b>Lista de Tablas</b>	<b>6</b>
<b>Lista de Figuras</b>	<b>7</b>
<b>1 Introducción</b>	<b>9</b>
1.1 El coeficiente de transferencia de calor por convección . . . . .	9
1.2 El problema inverso . . . . .	11
1.3 Objetivo . . . . .	12
<b>2 Revisión de la Literatura</b>	<b>13</b>
2.1 Modelo matemático . . . . .	13
2.1.1 Objetivos de los modelos matemáticos . . . . .	13
2.1.2 Pasos de un modelo matemático . . . . .	14
2.2 Método numérico . . . . .	15
2.2.1 Discretización . . . . .	16
2.2.2 Estabilidad . . . . .	17
2.2.3 Convergencia . . . . .	17
2.3 Método de Crank-Nicholson . . . . .	17
2.3.1 Algoritmo de solución de una matriz tridiagonal . . . . .	19
2.4 Método inverso . . . . .	19
2.4.1 División del sistema real en dos dominios virtuales . . . . .	20
2.4.2 Dominio directo . . . . .	20
2.4.3 Dominio inverso . . . . .	21
2.4.4 Secuencias de solución . . . . .	21
2.4.5 Criterios de convergencia en el método inverso . . . . .	22

<b>3</b>	<b>Análisis térmico</b>	<b>25</b>
3.1	Definición del sistema . . . . .	25
3.2	Formulación Matemática . . . . .	27
3.2.1	Ecuación general de conducción de calor . . . . .	27
3.2.2	Condiciones de frontera e inicial . . . . .	27
3.3	Suposiciones y simplificaciones . . . . .	30
3.4	Modelo a resolver . . . . .	32
3.4.1	Condiciones de frontera . . . . .	32
3.4.2	Alternativas de solución del problema . . . . .	32
<b>4</b>	<b>Solución del problema inverso</b>	<b>36</b>
4.1	División virtual del sistema . . . . .	36
4.2	Condiciones de frontera . . . . .	38
4.2.1	Dominio directo. . . . .	38
4.2.2	Dominio inverso. . . . .	39
4.3	Método de Crank-Nicholson . . . . .	39
4.3.1	Discretización del sistema . . . . .	39
4.3.2	Ecuaciones en forma de diferencias finitas . . . . .	41
4.3.3	Implementación del método de Crank - Nicholson . . . . .	45
4.3.4	Validación del método de Crank-Nicholson . . . . .	45
4.3.5	Algoritmo de solución de una matriz tridiagonal . . . . .	46
4.4	Solución del problema inverso . . . . .	46
4.4.1	Secuencia de solución . . . . .	47
4.4.2	Criterio de Convergencia . . . . .	50
4.4.3	Validación del método inverso . . . . .	50
4.4.4	Restricciones del modelo . . . . .	51
4.5	Procedimientos experimentales . . . . .	53
4.5.1	Condiciones experimentales . . . . .	53
4.5.2	Dispositivo experimental . . . . .	55
4.6	Pruebas experimentales . . . . .	57
4.6.1	Pruebas preliminares . . . . .	58
4.6.2	Pruebas finales . . . . .	59
<b>5</b>	<b>Resultados</b>	<b>62</b>
5.1	Procedimientos numéricos . . . . .	62
5.1.1	Validación de la solución de la matriz tridiagonal . . . . .	62
5.1.2	Validación del método Crank-Nicholson . . . . .	62

5.1.3	Validación del método inverso . . . . .	63
5.1.4	Criterio de Convergencia . . . . .	65
5.1.5	Restricciones del modelo . . . . .	65
5.2	Procedimientos experimentales . . . . .	67
5.2.1	Calibración del sistema adquisidor . . . . .	67
5.3	Predicciones del modelo . . . . .	67
5.3.1	Pruebas Preliminares . . . . .	68
5.3.2	Pruebas Finales . . . . .	71
5.3.3	Comparación de las predicciones del coeficiente con- vectivo predicho por el modelo contra las estimaciones iniciales . . . . .	76
<b>6</b>	<b>Análisis de Resultados</b>	<b>77</b>
6.1	Procedimientos numéricos . . . . .	77
6.1.1	Validación de la solución de la matriz tridiagonal . . . . .	77
6.1.2	Validación del método Crank-Nicholson . . . . .	77
6.1.3	Validación del método inverso . . . . .	78
6.1.4	Criterio de convergencia . . . . .	78
6.1.5	Restricciones del modelo . . . . .	79
6.2	Predicciones del modelo . . . . .	80
6.2.1	Efecto del material de las probetas . . . . .	82
6.2.2	Efecto del medio enfriante . . . . .	83
6.2.3	Comparación de las predicciones del coeficiente con- vectivo predicho por el modelo contra las estimaciones iniciales . . . . .	85
<b>7</b>	<b>Conclusiones</b>	<b>86</b>
	<b>Bibliografía</b>	<b>87</b>
	<b>Apéndices</b>	<b>89</b>
<b>A</b>	<b>Notación</b>	<b>89</b>
<b>B</b>	<b>Correlaciones y datos</b>	<b>90</b>

<b>CONTENIDO</b>	<b>5</b>
<b>C Cálculo de los coeficientes para aire</b>	<b>93</b>
C.1 Acero inoxidable 316 . . . . .	93
C.2 Aluminio puro . . . . .	94
<b>D Comparación de flujos de calor</b>	<b>97</b>
<b>E Gráficas de los datos experimentales</b>	<b>100</b>
<b>F Programa Crank-Nicholson</b>	<b>104</b>
<b>G Programa Jominy</b>	<b>109</b>
<b>H Programa Adquisidor</b>	<b>122</b>

# Lista de Tablas

4.1	Distribución de pruebas preliminares . . . . .	58
4.2	Distribución de pruebas finales . . . . .	60
B.1	Tipo de flujo para cilindros verticales . . . . .	90
B.2	Tipo de flujo para placas horizontales . . . . .	91
B.3	Propiedades del aire como una función de la temperatura . . .	91
B.4	Propiedades termofísicas como función de la temperatura para aluminio puro . . . . .	91
B.5	Propiedades termofísicas como función de la temperatura para acero inoxidable 316 . . . . .	92
B.6	Composición química del acero inoxidable 316 . . . . .	92

## Lista de Figuras

2.1	División del sistema físico con un solo sensor . . . . .	20
3.1	Esquema del ensayo Jominy y los mecanismos principales . . .	26
4.1	División del sistema físico en los dominios virtuales . . . . .	37
4.2	Discretización de la Probeta Jominy . . . . .	40
4.3	Representación y ubicación de los nodos en ambos dominios .	41
4.4	Flujos de calor en nodos convectivos . . . . .	42
4.5	Flujos de calor en un nodo interno . . . . .	44
4.6	Diagrama de flujo del método de solución del problema inverso	47
4.7	Corte transversal de la probeta Jominy . . . . .	54
4.8	Esquema del ensayo experimental . . . . .	55
5.1	Comparación de los perfiles térmicos calculados a 30 segundos, usando la solución analítica y el método de Crank-Nicholson .	63
5.2	Validación del Método Inverso . . . . .	64
5.3	Prueba I. Predicciones para acero inoxidable bajo un chorro de agua . . . . .	69
5.4	Prueba II. Predicciones para aluminio puro bajo un chorro de agua . . . . .	70
5.5	Prueba A. Predicciones para acero inoxidable bajo un chorro de agua . . . . .	72
5.6	Prueba B. Predicciones para aluminio puro bajo un chorro de agua . . . . .	73
5.7	Prueba C. Predicciones para acero inoxidable bajo un chorro de salmuera . . . . .	74

5.8	Prueba D. Predicciones para aluminio puro bajo un chorro de salmuera . . . . .	75
6.1	Predicciones para el coeficiente de transporte convectivo con el termopar a una distancia de $9.6 \times 10^{-3}$ m . . . . .	81
E.1	Prueba I. Lectura experimental de acero inoxidable bajo un chorro de agua . . . . .	100
E.2	Prueba II. Lectura experimental de aluminio puro bajo un chorro de agua . . . . .	101
E.3	Prueba A. Lectura experimental de acero inoxidable bajo un chorro de agua . . . . .	101
E.4	Prueba B. Lectura experimental de aluminio puro bajo un chorro de agua . . . . .	102
E.5	Prueba C. Lectura experimental de acero inoxidable bajo un chorro de salmuera . . . . .	102
E.6	Prueba D. Lectura experimental de aluminio puro bajo un chorro de salmuera . . . . .	103

# Capítulo 1

## Introducción

Es bien sabido que el análisis gráfico utilizado tradicionalmente para realizar cálculos de procesos que experimentan transformaciones de fase debido a algún tratamiento térmico, está basado en una serie de parámetros obtenidos empíricamente. Para poder aplicar esta información a la resolución de problemas industriales prácticos, el metalúrgico se ve obligado a hacer consideraciones por demás cuestionables en ocasiones, con objeto de tener una base que le permita diseñar pruebas prácticas antes de realizar operaciones en la planta.

Por otro lado, el cambio que ha sufrido la Metalurgia de acuerdo con las necesidades que el presente está planteando, sugiere el estudio microestructural de los materiales con la finalidad de obtener las mejores propiedades que logren satisfacer las nuevas demandas. Así, el poder determinar el coeficiente convectivo, normalmente encargado en forma preponderante del enfriamiento de piezas finales, es una fuerte herramienta para llevar a cabo el estudio microestructural en forma profunda y con base, para poder diseñar, predecir y controlar las propiedades antes, durante y en forma posterior a los tratamientos térmicos.

### 1.1 El coeficiente de transferencia de calor por convección

Desde el punto de vista de los fenómenos de transporte, es evidente que uno de los factores que más limita la validez de las predicciones, es el coeficiente

de transferencia de calor por convección durante el templado, el cual muchas veces no es constante y tiene valores particulares en cada situación. Otro de estos factores críticos para poder realizar predicciones más precisas, es el reconocimiento de que las propiedades termofísicas de cada uno de los materiales son distintas y que en la mayoría de los casos varían con la temperatura.

De acuerdo con la definición del número de Nusselt [11], el coeficiente de transferencia de calor por convección puede ser descrito por:

$$h = \frac{Nu k}{Le} \quad (1.1)$$

Donde el número de Nusselt queda también expresado como:

$$Nu = c (Gr_L Pr)^n \quad (1.2)$$

De esta última ecuación, el coeficiente  $c$  y el exponencial  $n$  dependen del número de Reynolds. Así también, el número de Grassof se expresa mediante la siguiente relación:

$$Gr_L = \frac{g \beta (T_w - T_\infty) Le^3}{\nu^2} \quad (1.3)$$

Por tanto, el valor del coeficiente de transferencia depende de forma directa e indirecta, del tipo de fluido (laminar o turbulento), tipo de enfriamiento (natural o forzada), forma de incidencia del fluido a la pieza (lateralmente, perpendicularmente, etc.), propiedades del fluido y condiciones del mismo (viscosidad, conductividad térmica, temperatura y presión, etc.), diferencia de temperatura entre el medio enfriente y la temperatura de saturación de la superficie, y por tanto del tipo del material que definirá de manera indirecta el cambio de esta diferencia. Así, en este trabajo se trata de contemplar la mayoría de estos factores, para proporcionar predicciones del coeficiente convectivo, lo más apegable a la realidad física de los procesos industriales.

Con esta idea en mente, este trabajo se plantea como un paso inicial hacia la evaluación sistemática de los coeficientes de transferencia de calor por convección a través de superficies que puedan experimentar cambios bruscos de temperatura.

El coeficiente de transferencia de calor por convección se puede evaluar por medio de los métodos siguientes [1]:

- Medición experimental directa del coeficiente. Esta plantea muchas dificultades prácticas, pues se requiere medir temperaturas superficiales en una intercara sólido-fluido.
- Utilización de correlaciones empíricas. La aplicabilidad de estas, se ve muy disminuida cuando se analizan situaciones particulares.
- Mediciones indirectas del coeficiente. Involucra la resolución de un problema inverso de transferencia de calor [2] y la medición precisa de la temperatura dentro de un cuerpo.

Por otro lado, la definición del problema y la resolución del mismo llevan consigo el cuestionamiento de la suposición de un coeficiente constante. Sin embargo, éste puede variar con respecto al tiempo puesto que la temperatura a la cual se encuentre la superficie disipadora, varía conforme se desarrolle el ensayo.

## 1.2 El problema inverso

Vale la pena hacer incapié en que el problema inverso de transferencia de calor es una estrategia nueva y aplicable a toda una serie de problemas de tipo ingenieril, ya sea en el vaciado de una pieza [3], en refinación de aceros, o bien en la predicción de pérdidas de calor a través de superficies. Este método se basa en la predicción de coeficientes de transferencia a partir de los perfiles de temperatura en función del tiempo; y proyectar estas predicciones a hechos y fenómenos que ocurren en el proceso, por ejemplo, cambio de fases, transformaciones de las mismas, cambios de propiedades, etc.

### 1.3 Objetivo

De acuerdo con lo anteriormente expresado, es evidente la necesidad de proponer y aplicar una técnica de solución a los problemas de transferencia de calor por conducción, y en donde el enfriamiento se lleva esencialmente por convección; con la finalidad de evaluar a partir de la determinación de éste coeficiente, la velocidad de las pérdidas de calor. Estas condiciones se presentan en procesos físicos, en los cuales se realizan tratamientos térmicos. Así, la importancia de obtener una solución del método inverso en procesos conductivos enfriados por convección, radica en el poder determinar la historia térmica y la velocidad de enfriamiento en cada uno de los puntos del sistema, así como el cálculo de los flujos de calor que experimenta el mismo. Lo anterior puede proporcionar la información necesaria para poder establecer de manera directa o indirecta, parámetros como son; profundidad del temple, microestructura presente en cada punto, propiedades del material, estimación de dureza, etc.

De esta forma, este trabajo está enfocado a la obtención de la solución del método inverso, aplicable a procesos caracterizados por tratamientos térmicos; es decir, en sistemas físicos que presenten transporte de calor por conducción, y donde el enfriamiento se lleve por mecanismos convectivos.

Por lo cual cabe hacer la aclaración, que la elección de utilizar el ensayo Jominy como proceso en donde se obtuvo la solución del método inverso, se hizo por conveniencia técnica. Lo anterior debido a que éste ensayo está totalmente estandarizado, relativamente barato, y factible de llevar a cabo gracias a su fácil manejo.

De lo anterior, es posible establecer el objetivo central que se persigue a través del desarrollo de este trabajo:

1. Desarrollar una técnica de solución de problema inverso de conducción de calor, para la evaluación de los coeficientes de transferencia por convección y temperatura superficial, en procesos que experimentan tratamientos térmicos.

# Capítulo 2

## Revisión de la Literatura

### 2.1 Modelo matemático

Un modelo matemático puede definirse, de manera general, como una formulación o ecuación que describa cuantitativamente las características fundamentales de un sistema o proceso físico y/o químico en términos matemáticos. Los modelos se clasifican desde simples relaciones algebraicas hasta grandes y complicados de ecuaciones diferenciales [4]. Por descripción cuantitativa se puede entender la relación entre las variables independientes, tales como el tamaño del sistema, rapidez de alimentación, velocidades de calentamiento o enfriamiento, consumo de energía, etc.; con las variables dependientes, como producto obtenido y calidad del mismo, perfiles de velocidad y temperatura, distribución de esfuerzos [5], etc.

#### 2.1.1 Objetivos de los modelos matemáticos

La fuerza de los modelos matemáticos radica en que estos unen los principios fundamentales (leyes), con el comportamiento de un fenómeno; lo cual permite el entendimiento básico de los procesos [6]. Así, estos se encargan de ayudar en el análisis y desarrollo de los procesos industriales. A continuación se enlistan las ventajas de aplicar los modelos matemáticos en procesos reales industriales.

- Mejorar el entendimiento general del comportamiento de un proceso y las relaciones entre las variables del mismo.

- Facilitar la aplicación del análisis de sensibilidad y de proveer así, de un medio para optimizar el proceso en cuestión.
- Ayudar a la planeación y evaluación de pruebas en planta.
- Decidir si un proceso en desarrollo es factible o no, de acuerdo a las predicciones del modelo.

La solución de un modelo matemático se puede llevar a cabo mediante una técnica analítica, un método numérico, o mediante experimentación.

No obstante, pueda ser preferible usar una solución analítica, ésta no es generalmente aplicable a la mayoría de los casos, debido a las complicaciones que representaría intentar resolver una serie de ecuaciones diferenciales, con la finalidad de apegarse más al proceso real. Así que una solución numérica puede representar una alternativa de solución, durante el desarrollo de un modelo matemático, no obstante esta sea aproximada.

### 2.1.2 Pasos de un modelo matemático

De forma breve, se describe a continuación los pasos generales a realizar en el desarrollo de un modelo matemático; con la finalidad de establecer una metodología de análisis de procesos [5] [6].

- **Definición del problema a resolver.** Se debe establecer el problema real que presenta el proceso a analizar. En este punto se debe especificar el sistema de estudio, sus alcances y limitaciones.
- **Formulación matemática.** Es la parte medular de un modelo matemático, pues es aquí donde se debe establecer matemáticamente, cada una de las etapas y fenómenos participantes en el sistema.
  - **Ecuaciones.** De igual forma se debe plantear todas las ecuaciones que representen al proceso, incluyendo de forma aislada o en conjunto, los fenómenos de transporte de masa, energía y momentum.
  - **Suposiciones.** En esta parte se proponen consideraciones y/o suposiciones, las cuales puedan reducir la complejidad matemática del planteamiento propuesto en la formulación matemática.

- **Condiciones de frontera e inicial.** Aun cuando ya se conoce el sistema de estudio y sus limitaciones físicas, de acuerdo con la definición del problema; será necesario expresar matemáticamente cada una de las fronteras. De igual forma, si el problema a resolver es en estado transitorio, se debe obtener la expresión matemática que represente la condición inicial del proceso.
- **Solución del modelo.** De acuerdo con la complejidad del proceso, y la habilidad de manejo de las técnicas numéricas y analíticas, se debe seleccionar la forma como se llevará a cabo la solución del modelo desarrollado.
- **Validación del modelo.** La validación de un modelo, se lleva a cabo comúnmente, mediante la comparación de las mediciones experimentales de las variables dependientes, con las predicciones hechas por el modelo de las mismas. Sin embargo, en algunos casos es imposible realizar este tipo de validación. En estos casos, se debe validar cada uno de los procedimientos utilizados para la solución del modelo, ya sea mediante el uso de una técnica analítica, o por la comparación de soluciones o mediciones experimentales reportadas en la literatura; para lo cual se debe restringir el modelo a las condiciones bajo las cuales se lograron tales datos.

## 2.2 Método numérico

Un método numérico logra predecir el comportamiento de las variables de un proceso, de forma relativamente más fácil. Sin embargo, ésta elección puede representar una serie de largos cálculos, que en la mayoría de los casos sólo es posible mediante el uso de programas computacionales [7]. Cabe aclarar que los métodos numéricos siempre producen soluciones aproximadas de los procesos físicos y/o químicos reales. Sin embargo, la exactitud de tales soluciones se basa en los parámetros físicos usados para su solución [8]. Finalmente, una solución numérica aplicada en un problema de conducción de calor, se basa en la subdivisión de espacios y tiempo, a los cuales se logrará la predicción del comportamiento del fenómeno.

Los métodos numéricos aplicables a problemas que involucran conducción de calor, son esencialmente los siguientes [9]:

- Diferencias finitas en forma explícita.
- Diferencias finitas en forma implícita.
- Diferencias finitas por Crank-Nicholson.
- Métodos de líneas.
- Método del elemento finito.

Considerando las ventajas, desventajas, y las características de cada uno de estos métodos, en éste trabajo se ha elegido la aplicación del método de Crank-Nicholson para la aplicación del problema inverso de transferencia de calor por conducción.

### **2.2.1 Discretización**

Cuando se ha optado por una solución numérica para un modelo matemático, el primer paso a realizar en tal solución, es la discretización de tiempo y espacio. De acuerdo como éstas divisiones se incrementen en el sistema de igual forma la solución numérica se aproximará más a una solución exacta y/o real.

El objetivo de discretizar el sistema físico en pequeños subsistemas, es que al aplicar el método numérico, se pueda obtener una predicción del comportamiento de las variables del fenómeno, en cada una de esas divisiones.

Se le denomina nodo, al estado puntual en donde se puede determinar el cambio de las variables del sistema. Se coloca un nodo por cada división realizada, y se presume que la predicción obtenida para éste, representará la totalidad de la porción recortada por la discretización, en donde se encuentre.

En forma general, el nodo se ubica en el centro geométrico del subsistema o elemento, de acuerdo a las direcciones que sean consideradas para el análisis. Lo anterior se realiza a lo largo de todo el sistema, exceptuando las fronteras. Para estos casos se debe colocar el nodo, exactamente en las frontera delimitante del sistema, pues siempre interesa encontrar la solución en estas.

### 2.2.2 Estabilidad

La estabilidad de un procedimiento numérico se refiere a la forma como responde el método, al cambio de los parámetros bajo los cuales se ejecuta. Es decir, para que un método numérico sea considerado estable, será necesario que se pueda lograr la convergencia sin importar la discretización de tiempo y espacio, que se seleccione para su aplicación al modelo matemático [10].

### 2.2.3 Convergencia

Todo método numérico debe llegar a su convergencia natural, es decir, a la predicción de una única solución para un caso específico, en un intervalo de espacio y/o tiempo también específico [7]. Lo anterior expresa que sin importar las veces que se realice un cálculo mediante éste método numérico, bajo las mismas condiciones de operación, el resultado deberá ser incondicionalmente el mismo. Así que a un método se le puede llamar convergente cuando éste reproduce resultados iguales, cuando se opera bajo condiciones iguales para cada una de las aplicaciones del mismo [4].

## 2.3 Método de Crank-Nicholson

El método de Crank-Nicholson es un procedimiento numérico, capaz de obtener una aproximación para un problema de conducción inestable. Esta aproximación, dependerá de los parámetros utilizados en la solución del mismo. Está basado en diferencia finitas como un promedio algebraico tanto en los pasos de tiempo, como en los espacios internodales [9].

Al método de Crank-Nicholson se le considera un método implícito de forma modificada; por lo tanto, contiene las ventajas inherentes de un método implícito. No tiene restricción alguna en la selección del paso de tiempo para realizar los cálculos. Así también, se le considera incondicionalmente estable y convergente [11].

Las expresiones en diferencias finitas por Crank-Nicholson, pueden ser obtenidas mediante expansiones de Taylor. Tales expansiones son cortadas hasta el término útil para la representación de las derivadas, de acuerdo al orden de las mismas. Sus aproximaciones se basan en que el cambio de tiempo sea tan pequeño como sea posible; así como también los espacios internodales. De ésta forma, la aproximación de la solución obtenida mediante éste método

respecto a la solución analítica, será mayor, conforme los intervalos de tiempo y espacio sean más próximos a cero.

De ésta forma, se analiza cada uno de los nodos propuestos por la discretización, alrededor de un intervalo igual a  $\frac{1}{2}$ ; es decir, medio paso hacia adelante, y medio paso hacia atrás.

$$\left[ \frac{\partial T(X)}{\partial X} \right]_{i+\frac{1}{2}} \cong \frac{T_{i+1} - T_i}{\Delta X} \quad (2.1)$$

$$\left[ \frac{\partial T(X)}{\partial X} \right]_{i-\frac{1}{2}} \cong \frac{T_i - T_{i-1}}{\Delta X} \quad (2.2)$$

Las expresiones 2.1 y 2.2 representan las aproximaciones de la primera derivada evaluadas en el nodo  $i$ , medio paso adelante y medio paso hacia atrás, respectivamente. Siguiendo con este principio, la segunda derivada de la temperatura en el nodo  $i$  quedará definida por la siguiente expresión:

$$\left[ \frac{\partial^2 T}{\partial X^2} \right]_i \cong \frac{\left[ \frac{\partial T(X)}{\partial X} \right]_{i+\frac{1}{2}} - \left[ \frac{\partial T(X)}{\partial X} \right]_{i-\frac{1}{2}}}{\Delta X} \quad (2.3)$$

De igual forma se realiza la aproximación para el término de tiempo, evaluado a medio paso de cálculo hacia adelante, es decir, un promedio del paso anterior con el paso siguiente:

$$\left[ \frac{\partial T}{\partial t} \right]_i^{t+\frac{1}{2}} \cong \frac{T_i^{t+1} - T_i^t}{\Delta t} \quad (2.4)$$

Finalmente, la expresión de transferencia de calor para un nodo  $i$ , en estado inestable, con propiedades constantes, y flujo unidireccional; por medio del método de Crank-Nicholson, sería la siguiente:

$$\frac{1}{\alpha} \frac{T_i^{t+1} - T_i^t}{\Delta t} = \frac{1}{2} \left[ \frac{T_{i+1}^t - 2T_i^t + T_{i-1}^t}{(\Delta X)^2} + \frac{T_{i+1}^{t+1} - 2T_i^{t+1} + T_{i-1}^{t+1}}{(\Delta X)^2} \right] \quad (2.5)$$

De esta forma, se puede obtener una expresión mediante diferencias finitas por Crank-Nicholson, para cualquier tipo de problema que presente transporte de calor por conducción.

Así, la ecuación 2.5 se ajusta para cada uno de los nodos presentes, los cuales se agrupan para representar una matriz tridiagonal. A continuación se muestra como se representaría un renglon cualquiera de la matriz:

$$a_i T_{i-1}^{t+1} + b_i T_i^{t+1} + c_i T_{i+1}^{t+1} = d_i \quad (2.6)$$

Finalmente, se resuelve el sistema matricial mediante un algoritmo diseñado para resolver una matriz de éste tipo, encontrando así, cada una de las temperaturas en cada uno de los nodos, en cada paso de tiempo.

### 2.3.1 Algoritmo de solución de una matriz tridiagonal

El algoritmo de solución de una matriz tridiagonal, se basa en una eliminación gaussiana matricial, para el caso propio en donde como lo indica su nombre, la matriz posea un banda de ancho tres [4]. Es decir, que sólo se identifiquen tres términos dentro de cada renglón. Esto se exceptúa en el primer y último renglón de la matriz, los cuales sólo contienen dos. Esto debido a que representan a las fronteras del sistema.

## 2.4 Método inverso

El caso especial, en donde se desea estimar una condición de frontera, normalmente la historia de flujo de calor, a partir de una medición térmica experimental dentro del cuerpo donde ocurre el transporte conductivo; se le conoce como el problema inverso de transferencia de calor por conducción. Intentar resolverlo mediante una solución analítica, resulta mucho más difícil que hacer lo mismo a un problema directo [12]. Por tanto, siempre es recomendable la aplicación de un método numérico, en la búsqueda de una solución del problema inverso.

El problema inverso pertenece a los muchos problemas matemáticos denominados "mal estructurados". Lo cual se debe a su extremada sensibilidad a los errores de medición, los cuales llegan a provocar inestabilidades en el método de solución. Así también, cuando se considera el intercambio de calor por radiación, el problema llega a ser no lineal.

Por otro lado, la solución de un problema inverso típico requiere el desarrollo de un modelo matemático adecuado [12].

### 2.4.1 División del sistema real en dos dominios virtuales

Para resolver el problema inverso, se divide el sistema físico en dos dominios virtuales, uno de los cuales se denomina directo y un segundo dominio, llamado inverso. Esta división se hace de acuerdo a la posición en donde se mide experimentalmente la historia térmica. Esta técnica se basa en un solo sensor de medición experimental; realizando tantas divisiones, como puntos de medición de temperatura [2].

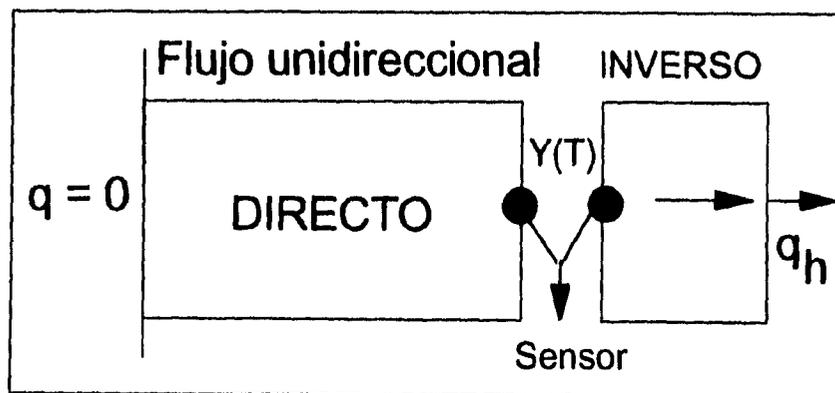


Figura 2.1: División del sistema físico con un solo sensor

La Figura 2.1, muestra esquemáticamente la división que se realiza en el sistema físico, en donde se debe enfatizar que el dominio directo representa en forma mayoritaria al sistema, aun cuando por fines de presentación, no se aprecia gran diferencia.

### 2.4.2 Dominio directo

Para el dominio directo se conocen ambas condiciones de frontera, lo cual permite calcular el perfil térmico en forma convencional. Aun cuando no es una regla en la solución del método inverso, se procura que la primera condición de frontera para el dominio directo, se defina como punta adiabática.

Las ecuaciones 2.7 y 2.8 representan las condiciones de frontera para el dominio directo.

$$\frac{\partial T}{\partial X} = 0 \quad \text{para } X = 0 \quad (2.7)$$

$$T(t) = Y(t) \quad \text{para } X = X_1 \quad (2.8)$$

### 2.4.3 Dominio inverso

Para el dominio inverso, la primera condición de frontera queda especificada de acuerdo a la medición experimental del sensor (ecuación 2.8). La segunda condición es precisamente, la que no quedaría definida para la solución directa, sin embargo ésta sería de la siguiente forma:

$$-k \frac{\partial T}{\partial X} = -h_{\text{fluido}}^{\text{conv}} (T|_{x=L} - T_{\text{fluido}}) \quad \text{para } X = X_2 \quad (2.9)$$

Cabe aclarar que sin importar la forma de solución que se seleccione utilizar, es totalmente recomendable el uso de un método numérico estable y convergente, el cual puede ser el método implícito, o el método de Crank-Nicholson. Lo anterior con la finalidad de lograr la estabilidad en el método inverso.

### 2.4.4 Secuencias de solución

Una primera forma de resolver el problema inverso, es bajo la suposición de un valor del coeficiente de transporte de calor por convección. Con éste valor, y con el conocimiento de la primera frontera del dominio inverso, es posible calcular el perfil térmico en función del tiempo. Con la información procedente del dominio directo, y la obtenida del dominio inverso; puede ser propuesto el criterio de convergencia adecuado, ya sea mediante comparación de flujos, acumulación, o por medio de diferencia de temperaturas. Esta forma de solución tiene la desventaja de poseer una mayor sensibilidad a los errores de medición, que cualquier otra [2]. Sin embargo, ésta es la técnica más comúnmente usada en la actualidad para dar solución al PICC<sup>1</sup>.

Una segunda técnica de solución, es la llamada "especificación secuencial de funciones", la cual tiene una menor sensibilidad a los errores de medición,

<sup>1</sup>Problema inverso de conducción de calor

pero los cálculos realizados por iteración, son mayores [2]. Esta técnica se basa en proponer el valor de flujo de calor en la frontera convectiva, de forma que el perfil térmico del dominio directo, pueda ser calculado mediante conocimiento de ambas condiciones de frontera. Posteriormente con la aplicación de un método básicamente implícito (observar la ecuación 2.6), se propone la ecuación del nodo en contacto con el fluido ( $M$ ) de la forma siguiente:

$$a_M T_{M-1}^{t+1} + b_M T_M^{t+1} + c_M h_{\text{fluido}}^{\text{conv}} = T_M^t \quad (2.10)$$

De la ecuación 2.10 se despeja el valor del coeficiente de transporte convectivo al fluido.

El criterio de convergencia para ésta técnica, se basa en la comparación de la temperatura experimental, contra la calculada en esa misma posición, para el valor propuesto del coeficiente convectivo.

Finalmente, esta forma de solución continua calculando el coeficiente convectivo en función del tiempo, con la suposición inicial de que el flujo convectivo se conserva en la punta. Con la finalidad de no realizar un número ilimitado de cálculos, se seleccionan pasos de tiempo muy pequeños para que el flujo de calor no varíe en forma brusca [2].

### 2.4.5 Criterios de convergencia en el método inverso

Los tipos de criterios de convergencia aplicados al problema inverso de transferencia de calor por conducción, son los siguientes [2]:

- Convergencia de la temperatura de un punto.
- Convergencia de la acumulación o flujo en un punto.

Para la convergencia de temperaturas, los pasos involucrados son los siguientes:

- Se considera un solo sistema, sin discontinuidad.
- Se supone el valor del coeficiente convectivo de transferencia para el fluido frío.
- Se obtiene el perfil térmico a lo largo de toda la probeta.

- Se extrae el valor de temperatura predicho para la posición a la cual se localiza el termopar en el ensayo.
- Esta temperatura se compara contra la obtenida experimentalmente.
- La diferencia de ambas temperaturas se compara con la tolerancia deseada.
- Finalizando por aceptar o rechazar el valor supuesto para el coeficiente convectivo de transferencia

Para el criterio de convergencia por funciones; el cual se traduce en acumulación en el nodo que divide al sistema, los pasos a realizar son los que se explican a continuación:

- Se divide en dos subsistemas virtuales al sistema; directo e inverso.
- Con las condiciones bien definidas para el primer dominio se calcula su perfil térmico.
- La acumulación del nodo divisor se conoce, puesto que se tiene el cambio de temperatura con el paso de tiempo, en este punto.
- Se presupone un valor del coeficiente convectivo de transferencia para el fluido frío, a cada intervalo o lapso de tiempo.
- Se calcula el perfil térmico de dominio inverso con el valor propuesto para la frontera en contacto con el fluido.
- Se plantea la ecuación en diferencias finitas para el nodo compartido, involucrando los flujos de calor radiante y convectivo; así como los flujos conductivos anteriores y futuros establecidos con sus vecinos dominios. La representación de los flujos de calor presentes en el nodo divisor sería:

$$\left( Q_{N-1 \rightarrow N}^K + Q_{N+1 \rightarrow N}^K \right) + \left( Q_{Rad}^{aire} + Q_{Conv}^{aire} \right) = Acumulación_N \quad (2.11)$$

Con los perfiles térmicos de ambos dominios, pueden calcularse los términos de la ecuación 2.11, para encontrar el valor de la acumulación

del nodo<sup>2</sup>  $N$ . Este debe coincidir con el calculado a partir de los datos experimentales del ensayo.

- Se despeja el valor de acumulación de la ecuación antes mencionada, pues todos los demás términos son conocidos.
- Se compara el valor de acumulación calculado a partir de ambos dominios contra el calculado de datos experimentales. Se debe recordar que la parte del dominio inverso involucra el valor propuesto para el coeficiente convectivo del chorro de fluido.
- Finalmente, si la convergencia no es satisfecha, el valor propuesto del coeficiente convectivo de transferencia se rechaza y se propone un segundo valor posible.

---

<sup>2</sup>Este nodo es donde se mide la temperatura

## Capítulo 3

### Análisis térmico

De acuerdo con la metodología de los Análisis de Procesos para el desarrollo de un modelo matemático [13], primeramente se debe establecer el problema a resolver. En este caso es; *el determinar el coeficiente de transferencia de calor por convección en la parte basal de la probeta Jominy, durante su enfriamiento*. Sin embargo, no se debe perder de vista que el objetivo central de este trabajo, es el desarrollar una técnica de solución de problemas de conducción de calor, enfriados esencialmente por convección.

Por lo que, en esta parte se describe la secuencia de pasos seguidos para discernir y analizar el mecanismo de transferencia de calor preponderante en el ensayo Jominy. Para ésto, se define el sistema, sus fronteras y alrededores (aire y fluido en forma de chorro), debido a los cuales se da el enfriamiento de la probeta. Posteriormente, se hacen suposiciones y simplificaciones que hagan más accesible la solución de la transferencia de calor.

#### 3.1 Definición del sistema

Por lo anteriormente dicho, el sistema consiste esencialmente en la probeta Jominy y sus fronteras. La Figura 3.1, muestra el esquema del sistema bajo estudio, y que consiste en el enfriamiento de la probeta Jominy durante su ensayo.

Se reconoce que la probeta intercambia calor con sus alrededores por medio de los mecanismos de convección y radiación, los cuales se ilustran en la Figura 3.1, por medio de flechas. Debe notarse que existe un chorro

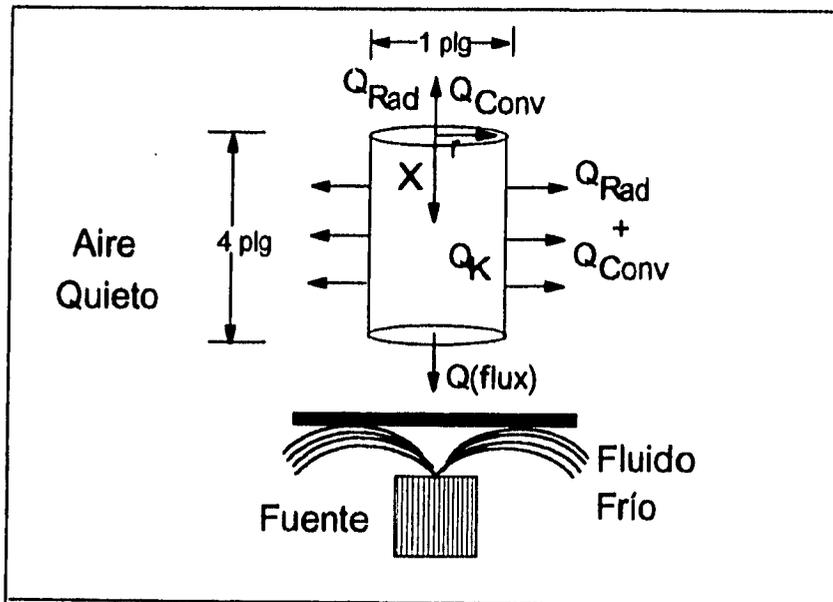


Figura 3.1: Esquema del ensayo Jominy y los mecanismos principales

continuo de agua (o salmuera), el cual se proyecta en la base o punta de la probeta. Este chorro enfría a la probeta y dirige la extracción de calor hacia la punta. El resto de las superficies de la probeta quedan expuestas al aire, el cual se encuentra a temperatura ambiente, creándose un gradiente térmico entre la probeta y el aire. Por lo que se puede afirmar que la probeta también intercambia calor con el aire durante su enfriamiento.

A continuación se analizan en detalle los mecanismos de transporte de energía participantes en este proceso:

**Conducción** : Ocurre en toda la parte interna de la probeta. Los gradientes térmicos se deben al enfriamiento a la que está expuesta la base de la probeta. Además de la conducción longitudinal o axial, existe la conducción en la dirección radial. Esta última es causada por el intercambio de calor con el aire que rodea la probeta.

**Convección** : Existen dos mecanismos de convección. El primero se da por el contacto con el agua (o salmuera.) a través de la base inferior de la

probeta. La segunda convección es debida al contacto con el aire a través del resto del área de la probeta.

**Radiación** : Este mecanismo se da en combinación con la convección al aire. Por lo que existen tanto una contribución en dirección radial como una en la axial o "x".

## 3.2 Formulación Matemática

Ahora, se describen matemáticamente los mecanismos y condiciones a la frontera mencionados anteriormente.

### 3.2.1 Ecuación general de conducción de calor

El sistema de coordenadas adoptado para este sistema es el cilíndrico, dado que éste replica fácilmente la geometría de la probeta Jominy. Por lo que la versión de la **Ecuación General de Conducción de Calor** será la correspondiente, en coordenadas cilíndricas con propiedades termofísicas no constantes [1].

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( -k(T) \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial \phi} \left( -k(T) \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial \phi} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( -k(T) \frac{\partial T}{\partial x} \right) + q''' = \frac{\partial}{\partial t} (\rho C_p T) \quad (3.1)$$

Esta ecuación considera que el flujo de calor ocurre en las tres direcciones,  $r$ ,  $\theta$  y  $x$ . El término  $q'''$  considera la generación de energía homogénea en el sistema.

### 3.2.2 Condiciones de frontera e inicial

Para resolver la ecuación 3.1, se requiere establecer las condiciones de frontera a las cuales está sujeta la probeta. Además se debe incluir, la condición inicial del sistema.

En este trabajo se propone que el origen del sistema esté situado en el centro geométrico de la superficie transversal superior, el cual está indicado

en la Figura 3.1 de la página 22. Por lo que, el dominio positivo del sistema se dirigira hacia la superficie que tiene contacto con el chorro de fluido.

Se designa "L" como la longitud a partir del origen del sistema hasta la superficie expuesta al chorro del fluido<sup>1</sup>.

### En dirección "x"

Para la superficie en  $x = 0$ , se tiene:

C.F. 1 :

$$-k \frac{\partial T}{\partial x} = - ( h_{\text{aire}}^{\text{conv}} ) ( T |_{x=0} - T_{\text{aire}} ) - ( h_{\text{aire}}^{\text{rad}} ) ( T |_{x=0} - T_{\text{aire}} )$$

para  $x = 0$  (3.2)

*En la formulación de la condición a la frontera se ha utilizado  $h_{\text{aire}}^{\text{rad}}$ . Es pertinente sustentar porque se ha preferido modelar el flujo por radiación, como la multiplicación de un coeficiente de transporte radiante por una diferencia de temperaturas, la superficial de la probeta y la del aire que rodea al sistema. La razón de ésto radica en que de esta manera se puede modelar la radiación por medio de términos lineales, los cuales son más fáciles de tratar matemáticamente, que los elevados a la cuarta potencia.*

*Como se sabe la Ley de Boltzman para energía radiante se expresa de la manera siguiente:*

$$E_{\text{rad}} = \sigma T^4 \quad (3.3)$$

*De ésta forma, la expresión que representaría las pérdidas de calor por radiación, experimentadas por la probeta es la siguiente:*

$$Q_{\text{rad}} = A \sigma \epsilon F_{12} ( T_{\text{aire}}^4 - T_i^4 ) \quad (3.4)$$

*El coeficiente por radiación ( $h_{\text{aire}}^{\text{rad}}$ ) se utiliza para lograr la linealización de esta ecuación. De este modo, el coeficiente de transferencia de calor por radiación queda definido por la siguiente expresión [11]:*

---

<sup>1</sup>Longitud de la probeta Joniny es de 0.1016 m

$$h_{\text{aire}}^{\text{rad}} = \frac{\sigma \epsilon F_{12} (T_{\text{aire}}^4 - T_i^4)}{(T_{\text{aire}} - T_i)} \quad (3.5)$$

Donde  $T_i$  es la temperatura de la superficie.

Se debe aclarar que debido a su definición, este coeficiente radiante es una función de la temperatura superficial, la cual varía tanto con el tiempo como con la posición. Por tanto  $h_{\text{aire}}^{\text{rad}}$  es también una función de la posición y del tiempo. Por lo mismo, será necesario considerar para el análisis térmico de la probeta Jominy, que el mecanismo de radiación se debe evaluar en forma local a lo largo de la superficie en contacto con el aire.

De manera estricta, se debería considerar que esta dependencia se presenta también con el coeficiente de transferencia por convección, el cual depende de la temperatura superficial a la que se determine su valor (Ver el apéndice C). Sin embargo, debido a su baja contribución a las pérdidas de calor de la probeta, y su poca variación; se ha optado por considerarlo constante a lo largo de todo el análisis, así como con un valor igual tanto en dirección axial, como radialmente.

Para la superficie expuesta al fluido enfriante:

**C.F. 2 :**

$$-k \frac{\partial T}{\partial x} = -h_{\text{fluido}}^{\text{conv}} (T|_{x=L} - T_{\text{fluido}}) \quad \text{para } x = L \quad (3.6)$$

### Dirección radial

Para el eje de simetría:

**C.F. 3 :**

$$-k \frac{\partial T}{\partial r} = 0 \quad \text{para } r = 0 \quad (3.7)$$

Para la superficie lateral expuesta al aire:

**C.F. 4 :**

$$-k \frac{\partial T}{\partial r} = - (h_{\text{aire}}^{\text{conv}}) (T|_{r=R} - T_{\text{aire}}) - (h_{\text{aire}}^{\text{rad}}) (T|_{r=R} - T_{\text{aire}}) \quad \text{para } r = R \quad (3.8)$$

**Condición Inicial**

Finalmente para definir completamente al sistema se requiere de la siguiente condición:

$$T(x, r) = T_i \quad \text{para } t = 0 \quad (3.9)$$

**3.3 Suposiciones y simplificaciones**

Para facilitar la formulación o generación del modelo, el problema se puede simplificar de acuerdo a las siguientes consideraciones y suposiciones:

1. La extracción de calor se da principalmente en dirección "x" debido al choque térmico con el agua (o salmuera) como se puede ver al revisar el Apéndice D, donde se incluye un análisis de los flujos de calor en la probeta Jominy. Por lo cual se puede considerar que los gradientes térmicos principales se presentan en dirección "x" y no en dirección radial (lateral). Esto permite considerar al problema como uno de tipo esencialmente unidireccional. Aunque, las pérdidas de calor en la dirección lateral se toman en cuenta.

*Se obtiene un resultado interesante al investigar los valores de los números de Biot,  $Bi$ , en las direcciones "x" y "r" para acero inoxidable. Para éstos cálculos se usó un coeficiente de transferencia de calor por convección publicado por la literatura [14] y el otro calculado en el Apéndice C.*

$$Bi_{longitudinal} = \frac{8000 \frac{W}{m^2K} \times 0.0254 m}{17 \frac{W}{mK}} =$$

$$= 11.95 \implies \text{No Newtoniano}$$

$$Bi_{radial} = \frac{12.5 \frac{W}{m^2K} \times 0.1016 m}{17 \frac{W}{mK}} =$$

$$0.0747 \implies \text{Newtoniano}$$

*Se sabe que en un sistema Newtoniano, los gradientes térmicos internos son tan pequeños que pueden despreciarse. Por lo tanto, se puede considerar que durante el enfriamiento de la probeta Jominy se desarrollan gradientes térmicos considerables en la dirección longitudinal. Por el contrario, en la dirección radial (o lateral), éstos son tan pequeños que no se consideran en este modelo.*

Lo anterior da pauta para que el análisis térmico de la probeta Jominy se realice en una sólo dirección y como una función del tiempo; es decir, se reconoce que:  $T(r, x, t)$  cambia a  $T(x, t)$

2. No existe generación o consumo de calor dentro de la probeta Jominy. Dado que se utilizó acero austenítico y aluminio puro para obtener las probetas, y ambos materiales no poseen transformaciones de fase en estado sólido en el rango de temperaturas utilizados; se puede considerar que no se tiene generación o consumo de energía por transformación de fase dentro del sistema. Por lo cual la suposición de no considerar generación de calor dentro del sistema se hace válida.
3. La convección de la probeta al aire se puede considerar de tipo natural, ya que el aire en contacto con la probeta no fue agitado. Esto se afirma, puesto que el ensayo Jominy se realizó en este trabajo, en un laboratorio cerrado y sin ventilación para evitar así las corrientes de aire. Por lo que se puede afirmar que la convección de la probeta con los alrededores es del tipo *natural*.
4. El coeficiente convectivo del aire sobre la probeta Jominy es constante. Al igual que el agua o la salmuera, el aire puede ser visto como un fluido de temple; sin embargo, el rango de valores sobre el cuál fluctúa su coeficiente de transferencia de calor por convección es pequeño [11], del orden de 10 a  $20 \frac{W}{m^2 \cdot K}$ . Además, se afirma que la contribución de este mecanismo a la pérdida de calor total es también pequeña (Ver los Apéndices C y D).
5. Finalmente, debe reconocerse que las propiedades termofísicas de las probetas utilizadas en este trabajo, cambian respecto a la temperatura [14], y ésta a su vez es una función de "x" y "t". Por lo tanto, ésta

dificultad se debe tomar en cuenta al elaborar un método de solución del modelo.

### 3.4 Modelo a resolver

Recordando que el sistema se sujeta a condiciones de enfriamiento en estado inestable, y tomando en cuenta las consideraciones y suposiciones de la sección anterior; se tiene la siguiente expresión, la cual describe adecuadamente la transferencia de calor en la probeta Jominy:

$$A_{axial} \frac{\partial}{\partial x} \left( -k \frac{\partial T(x,t)}{\partial x} \right) + A_{lateral} \times h_{aire}^{conv} [T_{aire} - T(x,t)]$$

$$A_{lateral} \times h_{aire}^{rad}(x,t) [T_{aire} - T(x,t)] = (\rho A_{axial} dx) \frac{\partial (C_p T(x,t))}{\partial t} \quad (3.10)$$

Donde se reconoce que el coeficiente de transferencia por radiación es una función de la posición a lo largo de la probeta en dirección "x" y del tiempo, ver la sección 3.2.2 de la página 23.

#### 3.4.1 Condiciones de frontera

Las simplificaciones hechas al modelo, no alteran las condiciones de frontera para la dirección "x", ni tampoco la condición inicial ya establecidas en la sección 3.2.2 de la página 23. Por lo tanto, esas condiciones se mantienen para la resolución del modelo.

Al despreciar los gradientes térmicos en dirección radial, es necesario establecer de cualquier forma, la existencia de convección y radiación. Esto ya fue hecho con un término adicional, uno por cada mecanismo, en la ecuación 3.10.

#### 3.4.2 Alternativas de solución del problema

De acuerdo con la complejidad hasta ahora vista, la obtención de la historia térmica de cada uno de los puntos del sistema, requeriría la solución de una ecuación diferencial parcial, no lineal y en estado inestable. Además es

necesario establecer adecuadamente cada una de las fronteras que delimitan el sistema. Lo anterior provocaría que la búsqueda de una solución analítica se convierta en un trabajo exhaustivo y poco exitosa.

Sin embargo, aún cuando el problema se resolviese de forma numérica, sería necesario conocer de antemano el coeficiente de transferencia de calor por convección en el chorro del fluido de temple.

De lo anterior se ve que mientras no se conozca el valor real de este coeficiente, es imposible establecer de manera directa, la temperatura como una función del tiempo en cualquier punto de la probeta.

Problemas de transferencia de calor como éstos, son los que requieren de un método de solución no analítica. En otras palabras, el poder determinar el valor del coeficiente de transporte convectivo predominante en una de sus fronteras. En este trabajo, esta dificultad se enfrenta a través de la búsqueda de la solución del problema inverso de conducción. La aplicación de éste método conduce a una nueva redefinición del sistema físico.

La determinación del coeficiente convectivo a través de este método, y la secuencia de ataque del problema se describe detalladamente en el siguiente capítulo.

Finalmente se debe hacer hincapié en que éste método es sólo una alternativa posible de aplicarse; la cual ha sido seleccionada debido a los buenos resultados reportados por la literatura [2] [14].

### **Estimaciones iniciales del coeficiente convectivo en agua**

A continuación se presentan algunos cálculos y datos reportados en la literatura, que aportan estimaciones del coeficiente de transferencia de calor por convección. Cabe destacar que en ninguno de los casos siguientes se presentan las mismas condiciones de trabajo, ya sea en cuanto a simetría, forma de incidencia del fluido con la superficie disipadora, forma de enfriamiento, etc., sin embargo, sirven como punto de referencia en la comparación de los valores del coeficiente de transferencia de calor que se predicen mediante el desarrollo de este trabajo.

**Correlación empírica** Esta correlación empírica fue tomada de la Literatura [1], y se aplica cuando el fluido incide perpendicularmente sobre la superficie que disipa la energía térmica. Además, es aplicable para convección

forzada, pues de acuerdo a la definición de convección forzada, se descartan los gradientes térmicos en el fluido [11].

$$Nu = C Re^n Pr^{\frac{1}{3}} \quad (3.11)$$

Cálculo del número de Reynolds (propiedades evaluadas a 21 °C):

- $U_{\infty} = 1 \frac{m}{s}$
- $\mu = 9.8 \times 10^{-4} \frac{Kg}{m \cdot s}$
- $D = 0.0254 m$
- $\rho = 997.4 \frac{Kg}{m^3}$
- $C = 0.102$  y  $n = 0.675$
- $Pr = 6.78$
- $K = 0.604 \frac{W}{m \cdot ^{\circ}K}$

$$Re = \frac{\rho U_{\infty} D}{\mu} = \frac{(997.4 \frac{Kg}{m^3}) (1 \frac{m}{s}) (0.0254 m)}{9.8 \times 10^{-4} \frac{Kg}{m \cdot s}} \quad (3.12)$$

$$Re = 25851 \quad (3.13)$$

$$Nu = 0.102 \cdot (25851)^{0.675} (6.78)^{\frac{1}{3}} = 183.7 \quad (3.14)$$

Por lo tanto y con la definición del número de Nusselt (Apéndice B):

$$h = \frac{Nu k}{D} = \frac{(183.7) (0.604 \frac{W}{m \cdot ^{\circ}K})}{0.0254 m} = 4368 \frac{W}{m^2 \cdot ^{\circ}K} \quad (3.15)$$

**Valores reportados para colada continua** Para este caso sólo cabe señalar que los valores del coeficiente de transferencia de calor por convección, que normalmente reportan algunos investigadores para la colada continua por enfriamiento por rocío [24], es del orden de  $1000 \frac{W}{m^2 \cdot ^{\circ}K}$  a  $2000 \frac{W}{m^2 \cdot ^{\circ}K}$ , aunque ocasionalmente algún autor llega a reportarlo en el orden de  $3000 \frac{W}{m^2 \cdot ^{\circ}K}$ .

**Curvas experimentales** De acuerdo con la gráfica de la Figura 8.14 de la literatura [23], se reporta un valor de  $2835 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ K}$  para una temperatura media de  $380 \text{ }^\circ\text{C}$ , para condiciones de temple en agua.

**Cilindros sumergidos en un temple de agua, cuando el fluido incide lateralmente** De acuerdo con la Figura 6.11 reportada en la literatura [1], se extrapola el valor del número de Reynolds para obtener un valor del Número de Nusselt de 190, el cual corresponde a un valor del coeficiente de transferencia de calor por convección de  $4518 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ K}$ . Cabe señalar que este valor se reporta para el primer contacto con el cilindro, es decir, cuando el ángulo de curvatura de la geometría cilíndrica, es de 0 grados.

## Capítulo 4

# Solución del problema inverso

El planteamiento del problema inverso junto con su solución, es la técnica utilizada en este trabajo para la evaluación del coeficiente de transferencia de calor por convección en el chorro de fluido en el ensayo Jominy.

La obtención de este coeficiente permitiría la definición de la condición de frontera que se encuentra en contacto con el chorro de fluido. Una vez que el sistema se encuentra completamente definido, se pueden determinar los perfiles térmicos internos de la probeta, o aplicarse a otros usos.

Por lo tanto, en esta parte se describen los pasos involucrados en la obtención de dicho coeficiente utilizando la solución del problema inverso.

### 4.1 División virtual del sistema

La solución del problema inverso involucra primero un replanteamiento de la percepción de la transferencia de energía en el sistema. Para ésto, el sistema físico se partió imaginariamente en dos dominios continuos y adyacentes. En cada uno de los dominios se sigue cumpliendo la ecuación de conducción de calor 3.10. Esto es debido a que el sistema físico sigue siendo el mismo; sólo se ha dividido virtualmente.

Por experiencia, se sabe que la división imaginaria debe realizarse lo más cercana a la punta de la probeta expuesta al choque térmico [14, 2]. Ya que el dominio comprendido entre la frontera convectiva de temple y la frontera divisoria, presenta gradientes térmicos de grandes magnitudes.

De esta manera, se cuenta con un dominio grande que representa la mayor

parte del sistema físico real, y en donde predomina esencialmente la conducción. El segundo dominio representa la zona más cercana al contacto con el chorro de fluido, para el cual se desea estimar su valor de coeficiente de transporte, y es muy pequeño.

La Figura 4.1 muestra el esquema de la probeta Jominy, en forma horizontal, presentando la división del sistema en los dos dominios ya descritos. Se ilustra también, la dirección del flujo de calor por conducción dentro del sistema, así como las direcciones de los flujos de calor por convección y radiación.

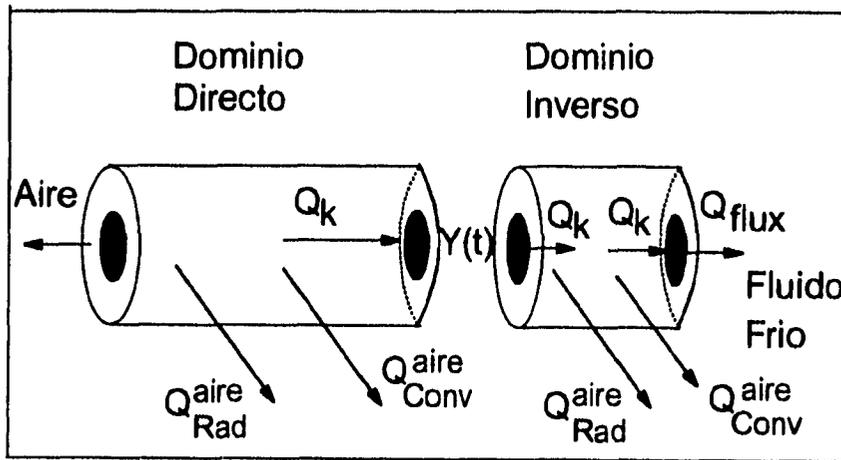


Figura 4.1: División del sistema físico en los dominios virtuales

Se ha designado *dominio directo* al que inicia con la superficie transversal en contacto con el aire ( $x = 0$ ), y termina en la frontera que divide imaginariamente al sistema físico. Como se verá adelante, en este dominio se pueden determinar los perfiles térmicos en forma *directa* ó convencional. Ya que esta parte del sistema está completamente definida; gracias a que todas sus fronteras son bien conocidas.

El *dominio inverso* se localiza entre la división imaginaria y la superficie en contacto con el fluido enfriante. Para este dominio no se pueden determinar los perfiles térmicos en forma directa. Esto debido a que no se conoce la condición de frontera expuesta al choque térmico, pues se desconoce el valor del coeficiente de transporte convectivo para el chorro del fluido. Dado

que por el otro extremo de este dominio se tiene el sistema sobredefinido, se conoce el flux de calor y se mide la temperatura local, es posible resolverlo inversamente para determinar el coeficiente convectivo de transferencia.

## 4.2 Condiciones de frontera

De acuerdo con la aplicación de la metodología del problema inverso, la división virtual del sistema provocará que se definan condiciones de fronteras adicionales para cada dominio, en el plano que los separa.

### 4.2.1 Dominio directo.

Para este caso, se pueden escribir tres condiciones en la dirección "x", una más en dirección radial, y una condición inicial.

La primera condición describirá el flujo convectivo en dirección "x" al aire, ver la ecuación 3.2, página 24.

En la segunda frontera, donde ahora se encuentra la división virtual, se deben escribir dos tipos de condiciones de frontera. Una que indique que la historia térmica de tal frontera es conocida.

**C.F. 2a axial:**

$$T(x, t) = f(t) \quad \text{para } x = L_N \quad (4.1)$$

La segunda condición de frontera representa que el flujo conductivo que atraviesa la frontera que divide al sistema; es igual en ambos dominios, en la posición exacta de la división imaginaria.

**C.F. 2b axial:**

$$-k \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)_{\text{direc}} = -k \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)_{\text{inver}} \quad \text{para } x = L_N \quad (4.2)$$

Donde se ha definido a  $L_N$  como la distancia a partir del origen del sistema hasta el encuentro con la frontera divisoria, y a  $L_M$  como la longitud total de la probeta.

La condición inicial propuesta en el análisis térmico se mantiene, ver la ecuación 3.9 de la página 26.

### 4.2.2 Dominio inverso.

En el plano que divide los dos dominios ( $L_N$ ), se mantienen las mismas condiciones expresadas anteriormente en las ecuaciones 4.1 y 4.2 de la página 34.

La condición de convección, donde  $h_{fluido}^{conv}$  se desconoce; de igual forma se mantiene de acuerdo con la ecuación 3.6 de la página 25.

Finalmente, la condición inicial del dominio inverso es la misma del dominio anterior, ver ecuación 3.9 de la página 26.

En estas ecuaciones se ha usado el término  $h_{fluido}^{conv}$  para representar el coeficiente de transferencia de calor por convección para el fluido de temple, agua o salmuera.

Se debe aclarar que la condición a la frontera convectiva en la base de la probeta no se usa para la solución del problema inverso, puesto que es precisamente ésta la incógnita. Sin embargo, como se verá adelante, la secuencia de solución involucra el uso de esta condición.

## 4.3 Método de Crank-Nicholson

Como se aprecia de la descripción del problema hasta ahora expuesto y lo mencionado en la revisión de la literatura, es evidente que para la solución de éste problema; conducción unidireccional, inestable con propiedades función de la temperatura, se requiere de un esquema como el del Crank-Nicholson. Además éste método permite "actualizar" propiedades ( $k$ ,  $\rho$ , y  $C_p$ ) y coeficientes ( $h_{rad}$  y  $h_{conv}$ ), que son funciones de la temperatura a cada paso de tiempo.

### 4.3.1 Discretización del sistema

Como se ha mencionado en la Revisión de la literatura, el método numérico de diferencias finitas de Crank-Nicholson inicia con la discretización del sistema bajo estudio. Esta discretización será aplicada en los dominios de la probeta Jominy sólo en dirección "x", en la cual se presentan los gradientes térmicos considerables.

La discretización se realizará a lo largo de cada dominio contabilizando sus fronteras. Por ejemplo, un total de 20 nodos en un dominio, corresponderá a 2 nodos frontera y 18 nodos internos. Aclarando que el total de nodos a

lo largo de la probeta, es la suma algebraica del número de nodos de cada dominio, menos uno, que es el que se comparte y por lo tanto se repite.

$$Nodos_{totales} = Nodos_{directo} + Nodos_{inverso} - 1$$

La Figura 4.2 muestra el esquema de la discretización de ambos dominios y la numeración de los nodos.

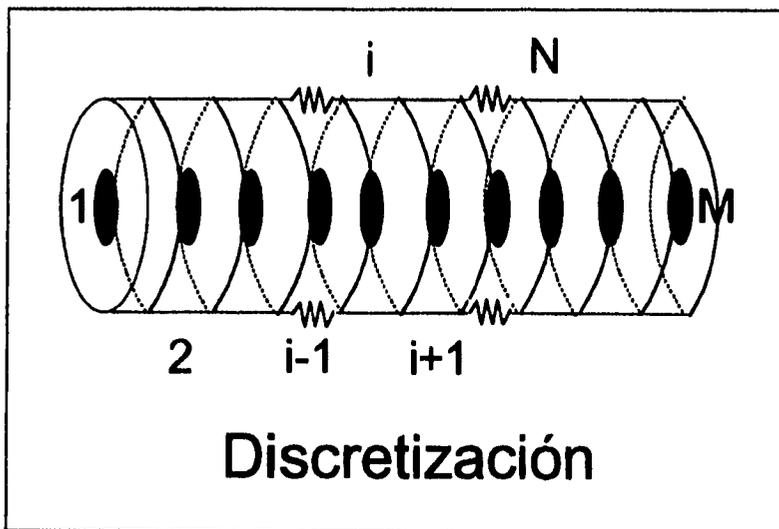


Figura 4.2: *Discretización de la Probeta Jominy*

La distancia internodal será constante dentro de cada dominio; y ésta puede variar de un dominio a otro. Sin embargo, los nodos frontera sólo tienen la mitad de volumen de los nodos internos.

Una vez discretizado el sistema, el paso siguiente es la numeración de los nodos impuestos al mismo. Se denomina con el número 1, al nodo que está en  $x = 0$ . En forma secuencial se aumenta la numeración con "x". Al nodo localizado en la división imaginaria, será denominado como el nodo  $N$ . Y finalmente al nodo que está en la superficie en contacto con el chorro de fluido, se le llamará el nodo  $M$ . Por lo tanto, para el dominio directo se tienen los nodos:  $1, 2, 3, 4, \dots, N$ ; y para el inverso son:  $N, N + 1, N + 2, N + 3, \dots, M$ .

### 4.3.2 Ecuaciones en forma de diferencias finitas

La Figura 4.3 muestra la ubicación y discretización de los nodos en cada dominio.

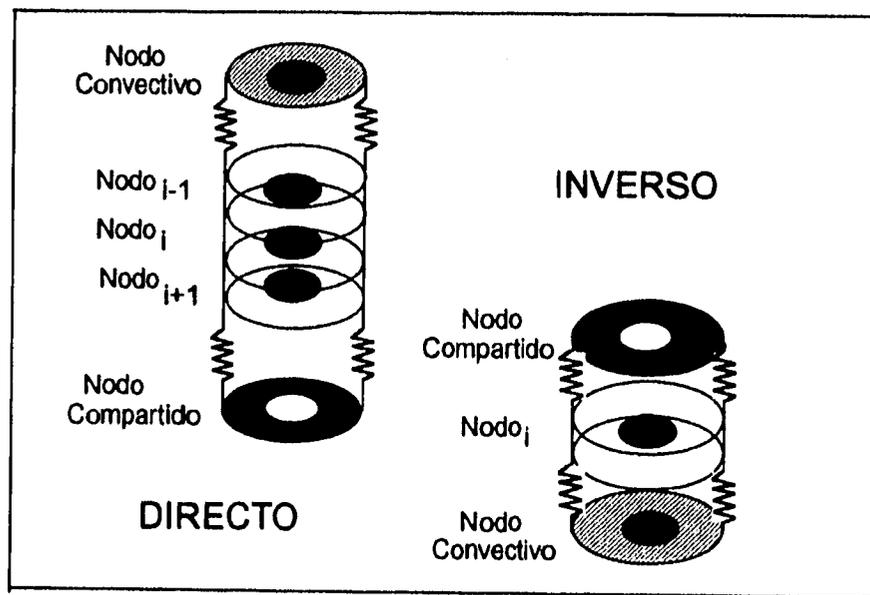


Figura 4.3: Representación y ubicación de los nodos en ambos dominios

#### Nodos convectivos

La deducción detallada de las ecuaciones para estos nodos y los restantes no se presentarán en este trabajo. Sin embargo, deducciones similares se encuentran publicadas en la literatura [9].

La Figura 4.4 muestra los flujos de calor considerados en la deducción de las ecuaciones de diferencias finitas, para los nodos "1" y "M".

Una vez que se ha establecido el utilizar el esquema diferencias finitas propuesto por Crank y Nicholson; las ecuaciones en diferencias finitas para los nodos fronteras, 1 y  $M$  se expresan de la forma siguiente:

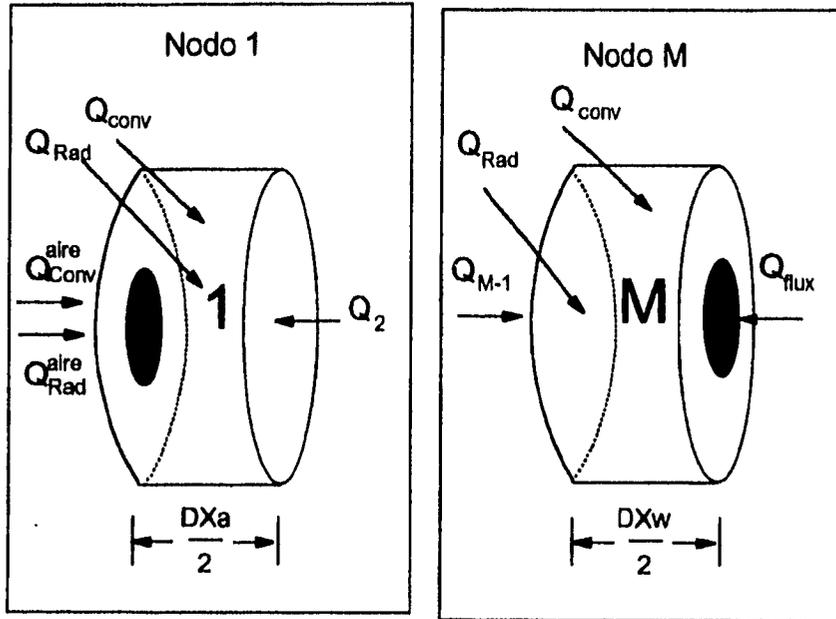


Figura 4.4: a) Esquema del nodo 1      b) Esquema del nodo M

**Nodo 1.**

$$\begin{aligned}
 & \left( 1 + \Delta Fo_1 (1 + \Delta Bi_1 + \pi (\Delta xa)^2 (\Delta Bi_{conv_1} + \Delta Bi_{rad_1})) \right) T_1^{j+1} \\
 & - \Delta Fo_1 T_2^{j+1} = 2 \Delta Fo_1 \left( \Delta Bi_1 + \pi (\Delta xa)^2 (\Delta Bi_{conv_1} + \right. \\
 & \left. \Delta Bi_{rad_1}) \right) T_{aire} - \left( \Delta Fo_1 (1 + \Delta Bi_1 + \pi (\Delta xa)^2 (\Delta Bi_{conv_1} + \right. \\
 & \left. \Delta Bi_{rad_1})) - 1 \right) T_1^j + \Delta Fo_1 T_2^j \tag{4.3}
 \end{aligned}$$

Donde los términos expresados en la ecuación 4.3 son:

- $\Delta Bi$  en dirección "x":

$$- \Delta Bi_1 = \frac{h_{aire} \Delta xa}{\frac{k_1 + k_2}{2}}$$

- $\Delta Bi$  en dirección radial:

$$- \Delta Bi_{conv_1} = \frac{h_{aire}^{conv} R}{(k_1 + k_2)}$$

$$- \Delta Bi_{rad_1} = \frac{h_{aire}^{rad} R}{(k_1 + k_2)}$$

Nodo M.

$$\begin{aligned} & (1 + \Delta Fo_{M-1} (1 + \Delta Bi_M) + \pi (\Delta x w)^2 (\Delta Bi_{conv_M} + \\ & \Delta Bi_{rad_M})) T_M^{j+1} - \Delta Fo_{M-1} T_{M-1}^{j+1} = 2 \Delta Bi_{fluido} \Delta Fo_{M-1} T_{fluido} \\ & + 2 \pi \Delta Fo_{M-1} (\Delta x w)^2 (\Delta Bi_{conv_M} + \Delta Bi_{rad_M}) T_{aire} + \\ & \Delta Fo_{M-1} T_{M-1}^j - (\Delta Fo_{M-1} (1 + \Delta Bi_M + \\ & \pi (\Delta x w)^2 (\Delta Bi_{conv} + \Delta Bi_{rad}))) T_M^j \end{aligned} \quad (4.4)$$

Donde los términos expresados en la ecuación 4.4 son:

- $\Delta Bi$  en dirección "x":

$$- \Delta Bi_M = \frac{h_{fluido} \Delta x w}{(k_M + k_{M-1})}$$

- $\Delta Bi$  en dirección radial:

$$- \Delta Bi_{conv_M} = \frac{h_{aire}^{conv} R}{(k_M + k_{M-1})}$$

$$- \Delta Bi_{rad_M} = \frac{h_{aire}^{rad} R}{(k_M + k_{M-1})}$$

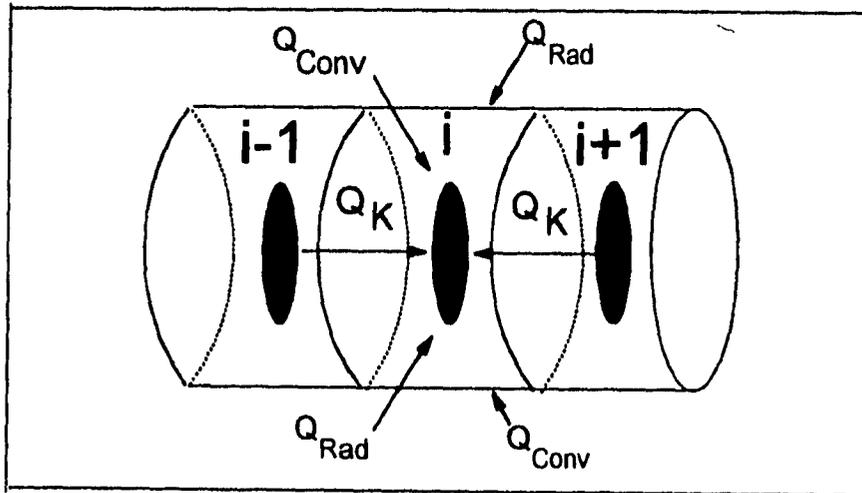


Figura 4.5: Flujos de calor en un nodo interno

**Nodos internos**

Para la deducción de las ecuaciones de balance de los nodos internos, se consideraron los flujos de calor ilustrados en la Figura 4.5.

Por lo tanto, las expresiones en diferencias finitas, Crank-Nicholson, que denotan el balance del nodo i queda como:

$$\begin{aligned} & \Delta F o_{i-1} T_{i-1}^{j+1} + \left( -2 - \Delta F o_{i-1} ( 1 + 2 \pi (\Delta x_i)^2 \Delta B i_{conv,i} ) \right. \\ & \left. - \Delta F o_i ( 1 + 2 \pi (\Delta x_i)^2 \Delta B i_{rad,i} ) \right) T_i^{j+1} + \Delta F o_i T_{i+1}^{j+1} = \\ & - \Delta F o_{i-1} T_{i-1}^j + \left( -2 + \Delta F o_{i-1} ( 1 + 2 \pi (\Delta x_i)^2 \Delta B i_{conv,i} ) + \right. \\ & \left. \Delta F o_i ( 1 + 2 \pi (\Delta x_i)^2 \Delta B i_{conv,i} ) \right) T_i^j - \Delta F o_i T_{i+1}^j \end{aligned} \quad (4.5)$$

Donde los términos expresados en la ecuación 4.5 son:

- $\Delta B i$  en dirección radial:

$$- \Delta B i_{conv,i} = \frac{h_{aire}^{conv} R}{(k_i + k_{i-1})/2}$$

$$- \Delta B i_{rad,i} = \frac{h_{aire}^{rad} R}{(k_i + k_{i-1})/2}$$

### 4.3.3 Implementación del método de Crank - Nicholson

Al agrupar las ecuaciones 4.3 a 4.5, se conforma una matriz tridiagonal. Para obtener las temperaturas de todos los nodos, se requiere la solución de esta matriz, en cada paso de tiempo.

Las temperaturas resultantes de la solución de la matriz tridiagonal, se usan después en los términos independientes de cada una de las ecuaciones de balance en diferencias finitas. Los coeficientes de la matriz y estos nuevos términos, vuelven a conformar una nueva matriz tridiagonal. El sistema de ecuaciones se resuelve nuevamente, y se determinan las nuevas temperaturas en cada uno de los nodos. Es así, como en forma cíclica se logra predecir el cambio de temperatura, en cada uno de los nodos, en función del tiempo.

Con el fundamento anterior, se implementó un programa de cómputo, en lenguaje TurboPascal, capaz de resolver un sistema cilíndrico, conductivo unidireccional, en estado inestable, de  $n$  nodos, con propiedades termofísicas en función de temperatura, y pérdidas de calor por radiación y convección al aire, usando diferencias finitas de tipo Crank-Nicholson. El programa calcula los coeficientes de cada una de las ecuaciones en función de la temperatura, mismos que conformarán la matriz a resolver. Cada uno de estos términos es introducido a la subrutina de solución de matriz tridiagonal. La matriz se resuelve para obtenerse las nuevas temperaturas a lo largo de una geometría cilíndrica, en cada paso de tiempo. Tales valores son reciclados para el cálculo de los términos independientes de las ecuaciones. De esta forma se calculan el perfil térmico en la pieza a cada intervalo de tiempo seleccionado. El listado de este programa se incluye en el Apéndice F.

### 4.3.4 Validación del método de Crank-Nicholson

Es importante reconocer que aun el mejor método numérico carece de utilidad, si no es validado primero. De manera que se pueda asegurar de que sus predicciones son consistentes con la realidad. Por lo tanto, para validar

este método se empleó la solución analítica obtenida para la transferencia de calor para un placa, unidireccional, en estado inestable, reportada en la literatura [11]. La placa simulada es adiabática por una superficie y experimentalmente pérdidas de calor por convección en la otra de sus superficies, lo cual resulta en un flujo unidireccional de energía. Esta solución fue obtenida por el método de separación de variables y se utilizaron los primeros seis términos de la suma.

El algoritmo de Crank-Nicholson fue restringido a las mismas condiciones de la solución analítica. Se utilizaron espaciamentos internodales iguales a las distancias en las cuales se evaluaría la solución analítica, y se propusieron propiedades constantes.

Cabe señalar que aun cuando la geometría de ambas soluciones no es la misma, el hecho de que presenten flujo unidireccional; permite la comparación.

#### **4.3.5 Algoritmo de solución de una matriz tridiagonal**

Se elaboró un algoritmo para resolver la matriz procedente de la aplicación del método Crank-Nicholson, en forma conjunta a éste. Se recurre a este procedimiento tantas veces como cálculos se realicen para obtener predicciones de temperatura.

El algoritmo realizado para éste propósito, es capaz de resolver una matriz de  $n$  ecuaciones con igual número de incógnitas, ordenadas tridiagonalmente. La secuencia que lleva el programa de solución de una matriz tridiagonal, es el mencionado en la sección 2.3.1 de la página 15.

Para llevar a cabo su validación, se decidió probar matrices tridiagonales reportadas en las literaturas [4, 7] con sus correspondientes soluciones, que serían comparadas con las obtenidas mediante el algoritmo desarrollado.

### **4.4 Solución del problema inverso**

En esta sección se presentará la propuesta de solución que se ha adoptado para atacar el problema inverso de conducción de la probeta Jominy. Para tal fin, será necesario que se describan algunos puntos importantes dentro de esta solución; tales como la secuencia seguida, el tipo de convergencia seleccionado, así como su necesaria validación.

**4.4.1 Secuencia de solución**

Una vez validado el método de Crank-Nicholson, éste se implementó ahora para ambos dominios con la finalidad de resolverlos en forma independiente uno del otro. Para lograr esto, se requerirá de un programa computacional, que involucre una secuencia de solución del problema inverso de transferencia de calor ya planteado para el ensayo Jominy. La Figura 4.6 presenta el diagrama de flujo que indica la secuencia para la solución del problema inverso.

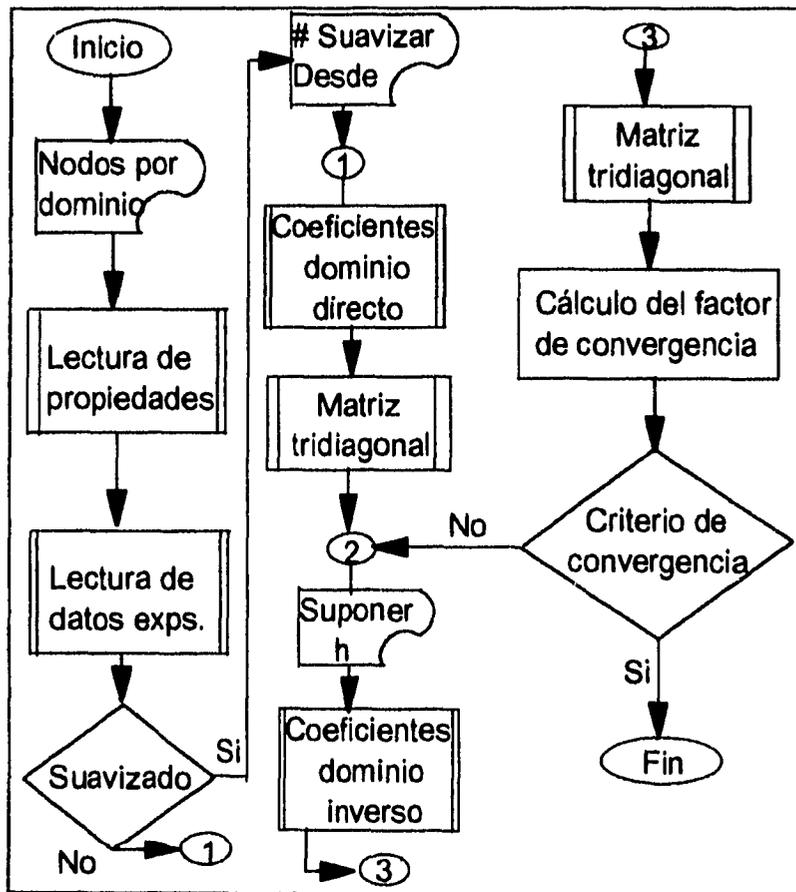


Figura 4.6: Diagrama de flujo del método de solución del problema inverso

Se debe mencionar que la mayor parte de los pasos, que se incluyen en el programa se hacen en forma de procedimientos. Para algunos módulos

solo se ha escrito el nombre del procedimiento computacional que se requiere llevar a cabo. Estos procedimientos se pueden interpretar mejor a través de la lectura del listado del programa en el Apéndice G y del texto siguiente.

**Solución directa** Para obtener la solución se requiere conocer los datos de propiedades termofísicas en función de la temperatura para el material con que se este trabajando<sup>1</sup>.

Posteriormente es necesario saber el número de nodos espaciales que se ha seleccionado para cada dominio; así como las condiciones bajo las cuales se intentará converger la solución (tolerancia, número de suavizados, desde que par de datos se empezará este suavizado, etc.) para el cálculo de temperaturas.

Contando con toda la información antes mencionada, se puede dar paso a los primeros cálculos. Los cuales comprenderán la evaluación de los  $\Delta Bi$  y  $\Delta Fo$ , ambos como función de la temperatura, y que finalmente resultarán ser un función del tiempo y de la posición a lo largo de la dirección "x".

Se determinan los coeficientes de las  $N - 1$  ecuaciones del dominio directo, una por cada nodo espacial. Lo anterior debido a que el nodo  $N$  está definido por la historia térmica de ese punto.

Los coeficientes forman una matriz tridiagonal representativa del primer dominio. Esta se resuelve según lo mencionado en la sección 4.3.5 de la página 42. De lo que se obtiene el perfil de temperaturas de este dominio de una manera *directa*.

**Solución inversa** Se supone un valor para el coeficiente de transferencia de calor por convección para el chorro del fluido.

Con la suposición de este valor, se calculan los números adimensionales para el nodo en contacto con el chorro de fluido; lo cual permite determinar los coeficientes de las ecuaciones de los nodos pertenecientes al dominio inverso. Estando completa la información del dominio inverso, se calculan los coeficientes de este dominio para obtener la solución de su matriz tridiagonal. El resultado de la misma, proporciona el perfil térmico de este segundo dominio.

Al conocer la historia térmica, mediante mediciones experimentales del punto que divide al sistema, es posible el cálculo del flujo de calor que

---

<sup>1</sup>Revisar el Apéndice B

atraviesa la frontera imaginaria; así como conocer la acumulación que presenta este nodo. Este cálculo se lleva a cabo, tomando en cuenta las propiedades del nodo.

Se aplica entonces el criterio de convergencia seleccionado; ya sea por flujos o por temperatura, y se observa la estabilidad del método resultante de ésta aplicación.

Del resultado de la aplicación precedente del criterio de convergencia, se deduce si el valor propuesto para el coeficiente convectivo del chorro de fluido es válido, o si se requiere proponer un nuevo valor. Esta secuencia se repite tantas veces como sean necesarias para satisfacer la restricción de tolerancia.

**Iteración del valor del coeficiente de transporte convectivo** Para la convergencia es importante establecer el rango bajo el cual fluctúa el valor del coeficiente de transporte por convección en el chorro del fluido.

Durante los cálculos del programa Jominy, se iteran tres valores distintos y de forma creciente. Lo anterior da como resultado, que se cuente con dos rangos continuos, dentro de los cuales se deberá encontrar el valor del coeficiente convectivo de transferencia convergente.

Se ejecuta el programa principal con cada uno de estos tres valores, se obtiene una predicción de temperatura en la posición del termopar, por cada valor del coeficiente convectivo de transferencia supuesto. Cada una de estas temperaturas se compara contra la temperatura experimental reportada por el ensayo.

Es claro que al utilizar el valor más pequeño del coeficiente convectivo de transferencia, la temperatura predicha por el programa será la mayor dentro de las tres temperaturas obtenidas a partir de cada suposición del coeficiente convectivo. Esto debido a que un coeficiente convectivo pequeño, establecería el menor intercambio de calor con el chorro de fluido. Y de forma análoga, el mayor valor del coeficiente convectivo de transferencia conducirá a una predicción de temperatura, la cual será la menor de todas.

De acuerdo a esta lógica, el fundamento de este algoritmo se sustenta en indentificar dentro de que rango, ahora de temperaturas; se localiza la temperatura experimental.

Una vez que se ha identificado el rango de temperaturas; éste se asocia al rango de valores de coeficientes convectivos que produjeron el rango térmico.

Posteriormente se obtiene el valor medio de los límites del rango resultante<sup>2</sup>. Teniéndose los nuevos tres valores de coeficiente convectivo de transferencia para ser sometidos a esta misma secuencia; recortando cada vez más el rango bajo el cual, fluctúa el valor que haga converger la solución.

Los valores propuestos como coeficientes convectivos, son valores extremos; lo que asegura que dentro del rango mayor<sup>3</sup>, se localice el valor convergente. Por ejemplo, para el primer paso de cálculo se proponen valores de  $10^{-1}$ ,  $10^3$  y  $10^5$ .

Para pasos de tiempo subsecuentes, y tratando de evitar cálculos innecesarios; se propone que el valor para el coeficiente convectivo de transferencia del paso anterior al cálculo que se esté realizando, sea el valor medio del rango mayor. Obteniendo los límites de este rango; como la mitad del valor anterior convergente, y que el segundo límite sea el doble de éste mismo valor.

Este mecanismo es en realidad un algoritmo parecido al procedimiento matemático llamado de bisectriz, el cual se encarga de encontrar una raíz real de un ecuación cualquiera.

#### 4.4.2 Criterio de Convergencia

De acuerdo a la metodología del problema inverso de transporte de calor por conducción, el criterio de convergencia que se seleccione, debe ser aplicado en la posición justa donde se localice la frontera que divide virtualmente al sistema.

Los tipos de criterio de convergencia descritos en la Revisión de la Literatura, se implementaron en el programa principal "Jominy" bajo condiciones operacionales iguales, para lograr establecer cual de los dos, proporciona los resultados más satisfactorios para predicciones del valor del coeficiente convectivo del chorro de fluido enfriante.

#### 4.4.3 Validación del método inverso

La secuencia de solución para la aplicación del problema inverso, se lleva a cabo por el programa de cómputo "Jominy", el cual finalmente es el que estará sujeto a validación de las predicciones para el coeficiente convectivo de transferencia.

---

<sup>2</sup>Se obtiene un media algebraica o logaritmica, de acuerdo a la magnitud del rango

<sup>3</sup>El mayor valor del coeficiente convectivo de transferencia, menos el menor valor

Dado que el programa que utiliza el nuevo algoritmo propuesto aquí, para resolver el problema inverso de transferencia de calor en el ensayo Jominy, predice coeficientes de transferencia de calor en la punta de la probeta, y no se tienen datos confiables para validar este modelo; la validación no puede ser directa.

Por lo que para la validación del método inverso, programa "Jominy", se ha optado por recurrir al algoritmo de Crank-Nicholson, el cual ya se validó anteriormente. Para lograr este propósito, se usa el programa basado en el método Crank-Nicholson, con la modificación de reconocer propiedades como una función de la temperatura, al momento de calcular los coeficientes de la matriz tridiagonal. Se le suministra un valor conocido del coeficiente de transferencia de calor por convección en la punta de la probeta Jominy. Posteriormente se predice la temperatura en el nodo compartido por ambos dominios, como una función del tiempo; y que es precisamente donde se mide la temperatura experimental. Comparando las predicciones que reporta el algoritmo del método inverso, con el valor aplicado al algoritmo que trabaja el Crank-Nicholson, se logró validar el algoritmo de resolución del problema inverso en la probeta Jominy.

En ésta etapa ya se han introducido los efectos de intercambio de calor por radiación y convección al aire. Esto se hace con la finalidad de poder simular de forma más real lo que ocurre en el ensayo Jominy.

#### **4.4.4 Restricciones del modelo**

Una vez que se cuenta con el programa de cómputo capaz de realizar la solución antes propuesta, es necesario encontrar bajo que restricciones, o condiciones óptimas; puede llevarse a cabo la simulación del problema inverso de conducción de calor. Estas condiciones son las que permitirán al programa Jominy converger para lograr las predicciones de los coeficientes de transferencia para el chorro de fluido.

#### **Tratamiento preliminar de datos experimentales**

Es importante establecer si los datos experimentales como tales, son capaces de proporcionar predicciones acertadas de acuerdo a las condiciones del experimento; o si es necesario que sean tratados previamente.

De acuerdo a las características de la señal obtenida de los ensayos, es totalmente posible que exista ruido en las señales de temperatura. Lo cual provoca falta de convergencia en el programa, así como inestabilidad en el método de solución. Así que, la forma de determinar si puede existir alguna restricción en cuanto a tratar o no previamente los datos experimentales; será mediante la ejecución del programa usando datos burdos, y posteriormente con subrutinas encargadas de minimizar el ruido. Tales procedimientos se explican ampliamente en la sección 4.6.

### **Nodos espaciales**

Para este caso, el número de nodos espaciales en cada uno de los dominios es el objeto de estudio de otra posible restricción del modelo.

Para el dominio directo se designó un rango dentro del cual se variaría el número de nodos espaciales, con un número de nodos constantes para el dominio inverso, el cual se seleccionó de tres. Se ejecutó el programa Jominy una vez por cada elección de esta variable, y se registraron las predicciones realizadas.

De forma similar se atacó el problema del dominio inverso, con un número de nodos directos de acuerdo al procedimiento anterior. Las predicciones realizadas bajo la ejecución del programa, también fueron almacenadas para su posterior estudio.

Finalmente se propuso un análisis alternativo para los nodos espaciales, tratando de reducir el número de corridas a realizar. Este consiste en tomar como variable, a la relación nodal de ambos dominios. Donde éste patrón consistirá en la división del número de nodos del dominio directo, entre el número que exista en el dominio inverso. Por tanto, éste término puede variar desde fracciones hasta números tan grandes como se quieran.

### **Valor de la tolerancia**

Siguiendo la tónica usada en los nodos espaciales, se eligió un rango de valores sobre el cual se variaría el valor de tolerancia; con los nodos espaciales totales registrados con el análisis anterior.

Se completa nuevamente el rango deseado, y la información procedente de cada una de las ejecuciones se almacena en archivos de datos para un posterior estudio.

Cabe señalar que se debe tenerse cuidado al seleccionar el rango bajo el cual se trabajará; debido a que ésta variable establecerá de manera indirecta el número de pasos de cálculo a realizar, antes de lograr un valor satisfactorio.

## 4.5 Procedimientos experimentales

Una vez que se validó el nuevo método de resolución del problema inverso de transferencia de calor en el ensayo Jominy, se procedió a desarrollar un procedimiento para medir la historia térmica de un punto dentro de la probeta Jominy. Para alcanzar esta meta, se utilizó un termopar tipo K<sup>4</sup> conectado a un adquirente de datos mediante una computadora.

### 4.5.1 Condiciones experimentales

A continuación se presenta de forma breve las condiciones experimentales bajo las que se trabajó. Sólo se mencionará en ésta sección, los materiales empleados, medios enfriantes y condiciones de las probetas experimentales.

En secciones posteriores, se hará mayor hincapié en las combinaciones posibles de tales condiciones.

#### Material de las probetas

El ensayo Jominy fue llevado a cabo con probetas de aluminio puro y acero inoxidable 316<sup>5</sup>. Las dimensiones estándares de las probetas aparecen en la Figura 3.1 de la página 22. Se utilizaron dos probetas de cada material en combinación de los medios enfriantes<sup>6</sup>.

#### Fluidos de Temple

Se realizaron las pruebas bajo un chorro de agua, y posteriormente con salmuera con concentración igual a  $20.6 \frac{\text{kg NaCl}}{\text{m}^3}$ . Ambos chorros fueron de tamaño controlado de acuerdo a las normas reportadas por la literatura [15].

---

<sup>4</sup>Formado por Cromel-Alumel

<sup>5</sup>La composición química aparece en el apéndice B

<sup>6</sup>Agua y salmuera

### Localización del termopar

Se insertó el termopar a cada una de las probetas que conformaban las pruebas experimentales, a una distancia de  $2.286 \times 10^{-3} \text{ m}$  a partir de la superficie en contacto con el chorro de fluido. Lo anterior como resultado de experimentos previos reportados en la literatura [14]. Para lograr introducir el termopar en el centro radial a ésta distancia, se hizo un pequeño orificio diagonal en la parte lateral de cada probeta, por el cual se introduce éste.

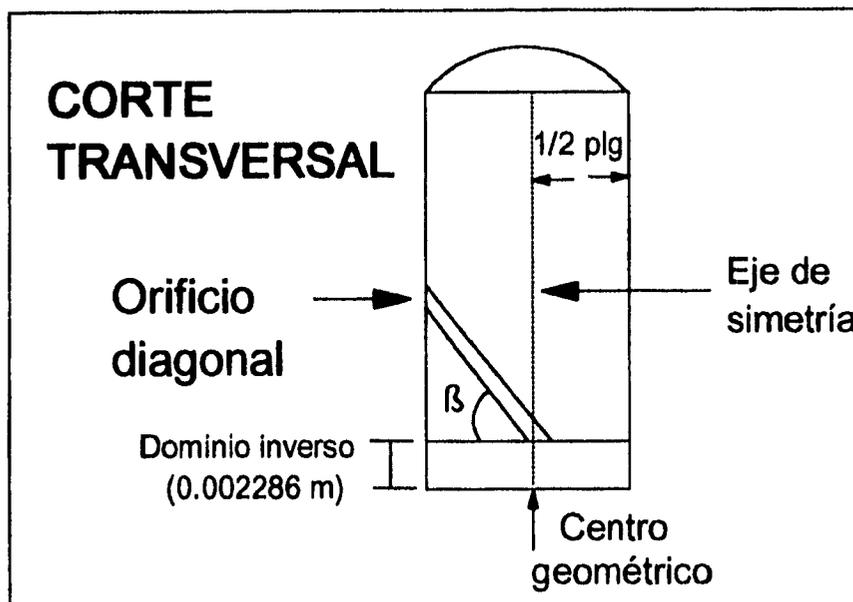


Figura 4.7: Corte transversal de la probeta Jominy Jominy

La Figura 4.7, muestra un esquema del corte transversal de la probeta Jominy, en la cual se puede apreciar la forma de poder precisar la distancia requerida para la medición experimental. Una vez que se ha seleccionado el ángulo de inclinación al cual se hará el orificio, y se conoce la distancia desde centro de la probeta, a la superficie lateral de la misma; resulta fácil determinar la altura requerida para lograr que la punta del termopar se localice en la posición deseada.

De tal forma, la punta del termopar es introducida a través del orificio de la probeta, hasta que ésta llegue a tocar la superficie de medición. Las

extremidades del mismo, son sostenidas mediante una abrazadera que evita que el termopar sea expulsado, por movimientos naturales del ensayo.

#### 4.5.2 Dispositivo experimental

El dispositivo empleado en éste trabajo, consiste esencialmente de un ensayo Jominy interconectado al sistema adquirente mediante el termopar insertado en la probeta. La Figura 4.8 representa el esquema del dispositivo empleado en las pruebas experimentales, donde se muestran las conexiones realizadas y los instrumentos requeridos para el ensayo.

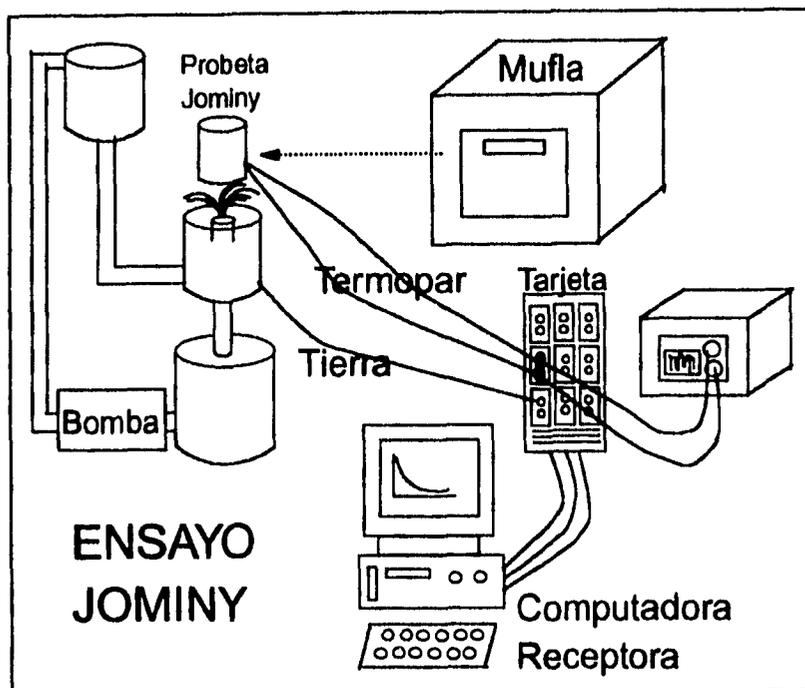


Figura 4.8: Esquema del ensayo experimental

#### Sistema adquirente

El adquirente de datos se compone de una tarjeta electrónica analógica mini-16, para máquinas IBM o compatibles. La tarjeta está insertada directamente

en una computadora personal 486. Mediante un cable conductor de señales, mantiene comunicación con una tarjeta de conexiones; a la cual se conecta el termopar.

**Programa adquisidor** Para lograr la captura de información de temperaturas a través del sistema adquisidor, se creó un programa computacional específico para lograr lecturas de temperaturas. Este programa adquisidor fue elaborado en lenguaje Turbo BASIC; y contiene instrucciones especiales para el software adquisidor, que es el que realmente manipula la tarjeta adquisidora y la memoria de la computadora.

La señal captada es almacenada en variables de tipo numérico, conformando un vector del mismo tipo. La información de éste arreglo, se actualiza continuamente conforme avanza la lectura del ensayo.

El programa seguía la orden de calcular el promedio de las lecturas realizadas durante un intervalo constante, mismo que el usuario designaba. Tal información se almacena en una segunda vector en memoria de máquina. Esto con la finalidad de no entorpecer la ejecución de lectura. Cuando el ensayo finalizaba, los valores de tiempo acompañados de sus promedios de temperatura, fueron archivados en un banco de datos permanente. El Apéndice H contiene el programa descrito en esta parte.

**Calibración del sistema adquisidor** Para lograr la calibración del sistema adquisidor, se empleó un multímetro digital marca "Yokogawa", modelo 7552. Este se conectó paralelamente a las líneas del termopar; registrándose la diferencia de voltaje emitida por el termopar durante el enfriamiento de la pieza. El voltaje directamente leído del multímetro, fue transformado a temperatura gracias a tablas de conversión [16]. Posteriormente se llevó a cabo la comparación de ésta temperatura con la que se obtuvo a partir del multímetro. La semejanza o disparidad de las mismas, permitió saber si el sistema adquisidor era confiable y hasta que punto lo era.

### **Mufla**

La probeta con el termopar ya insertado se introduce a una mufla, con las siguientes características: marca Lindberg de 220 volts y 15.9 Amperes, trabaja a 60 ciclos, y que puede calentar por resistencia hasta una temperatura de 1100 °C como máximo.

Dependiendo del material con el que se esté realizando el ensayo, la temperatura de calentamiento de la mufla cambia. Si se trata de acero inoxidable 316, la temperatura será de 950 °C; y 760 °C para el caso de aluminio puro.

Cuando se registra el set-point de la mufla, se continua el calentamiento de la probeta por aproximadamente una hora más para acero; y 25 minutos para aluminio. Lo anterior con el fin de asegurar la homogeneidad térmica.

### **Ensayo Jominy**

Se puede considerar que el ensayo Jominy empieza en el momento de sacar la probeta de la mufla para ser templada. La pieza se coloca en un sostén que la suspende sobre una pequeña plataforma, que es la encargada de contener al chorro del fluido, mientras no se dé por iniciado el ensayo. Esta acción debe realizarse lo más rápido posible, evitando que la probeta pierda su temperatura uniforme al estar en contacto con el aire.

Inmediatamente se hace girar la plataforma de manera que el chorro incida directamente sobre la superficie inferior de la probeta. Esto provoca que se inicie el enfriamiento súbito; y que se dé el flujo de calor unidireccional.

El enfriamiento de la probeta se detecta con el termopar. La diferencia de voltaje que emite el termopar la recibe el adquisidor a través de la tarjeta de conexiones. Una vez que la señal ha llegado a la tarjeta, ésta diferencia se procesa mediante el programa de computación de adquisición, para obtenerse un valor de temperatura.

El chorro de fluido se mantiene de manera continua, gracias al sistema de bomba dispuesto para el experimento. Lo cual permite que el fluido que está en contacto con la superficie de la probeta, sea renovado constantemente.

Finalmente, el ensayo fue interrumpido, cuando se observaba una tendencia asintótica de la curva de enfriamiento. Recopilándose en cada corrida, alrededor de 1500 a 2000 lecturas totales de tiempo-temperatura.

## **4.6 Pruebas experimentales**

De acuerdo con las restricciones del modelo expuestas en la sección 4.4.4, los archivos experimentales fueron utilizados para las distintas ejecuciones del programa "Jominy" una vez tal cuales, y en otra ocasión bajo un tratamiento previo de minimización de ruido.

Los procedimientos empleados para ésta labor, no son sino algoritmos numéricos que suavizan la tendencia general de un archivo de datos experimental. Ya sea en base a un ajuste polinomial de los datos, o mediante la minimización de alteraciones bruscas de señales.

Se describe dentro de ésta sección tales subrutinas, puesto que cada una de los archivos provenientes de las siguientes pruebas, fueron tratados previamente, al menos una vez antes de ser introducidos a la ejecución del programa principal.

Se creó un programa en language TurboPascal que se encargaba de encontrar los coeficientes de un polinomio de octavo orden, que representara los datos experimentales en cuestión. Se eligió un polinomio de tal orden, pues de ésta manera se considera la mayor cantidad de datos y sus tendencias.

A la par se creó una subrutina que propiciaba el suavizado de la tendencia de los datos, ésto en base que cada dato se corrigiera de acuerdo a la tendencia de sus 4 vecinos más cercanos. Este paso permitía que lecturas que presentaran saltos muy bruscos, fueran moderados de acuerdo al movimiento de los datos circunvecinos.

#### 4.6.1 Pruebas preliminares

Con el fin de establecer las condiciones necesarias para llevar a cabo los ensayos experimentales; fueron realizadas dos pruebas preliminares. Ambas pruebas fueron bajo un chorro de agua y con distinto material; una vez con acero inoxidable, y una prueba con aluminio puro. La Tabla 4.1 presenta el tipo de material empleado, y el medio enfriante para cada una de las pruebas preliminares.

	Material	Medio enfriante
<b>Prueba I</b>	Acero inoxidable	Agua
<b>Prueba II</b>	Aluminio puro	Agua

Tabla 4.1: *Distribución de pruebas preliminares*

### **Prueba I**

Esta prueba comprende la combinación de acero inoxidable como material de la probeta, y agua como medio enfriante a una temperatura de 22 °C.

Como se ha mencionado con anterioridad, la probeta de acero fue perforada lateralmente hasta la distancia establecida. El termopar se insertó, y la abrazadera fue colocada a una altura de 2 centímetros a partir del orificio.

La probeta de acero fue introducida al experimento, cuando ésta presentaba una temperatura inicial de 825 °C. Cabe destacarse que la prueba experimental de esta combinación, se llevó a cabo durante la noche, alrededor de las 7:00 p.m.

### **Prueba II**

Esta prueba se realizó bajo un chorro de agua y con una probeta de aluminio puro; donde ésta combinación, representan lo ocurrido en el segundo ensayo experimental.

De igual forma, la probeta fue dispuesta para el ensayo con un orificio lateral por donde se introdujo el termopar, y la abrazadera se colocó a la misma distancia a la cual fue puesta en el ensayo anterior.

El experimento se realizó alrededor de la 8 p.m. con condiciones de 21 °C como temperatura del agua, y 22 °C como la persistente en el aire quieto. Finalmente, la probeta inició el ensayo con una temperatura de 490 °C al entrar en contacto con el agua.

#### **4.6.2 Pruebas finales**

Para éstas pruebas, y de acuerdo con los resultados provenientes de las pruebas preliminares; se ajustó el sistema bajo una misma tierra física. Este paso se realizó con un cable conductor que conectaba la tierra de la tarjeta de conexiones, con el tambor que funcionaba como fuente del chorro del fluido. Este tambor mantenía contacto con la probeta Jominy, mediante el soporte que suspendía a la misma. Lo anterior se puede verificar en el esquema del ensayo experimental de la Figura 4.8 de la página 51.

La Tabla 4.2 presenta la distribución seleccionada para realizar las pruebas finales, de acuerdo a las advertencias reportadas por las pruebas preliminares.

	Material	Medio enfriante
<b>Prueba A</b>	Acero inoxidable	Agua
<b>Prueba B</b>	Aluminio puro	Agua
<b>Prueba C</b>	Acero inoxidable	Salmuera
<b>Prueba D</b>	Aluminio puro	Salmuera

Tabla 4.2: Distribución de pruebas finales

**Prueba A**

Esta prueba representa el tercer ensayo realizado en orden progresivo, contabilizando las pruebas preliminares. Se realizó en el laboratorio cerrado, aproximadamente a las 12:00 p.m. Para éste momento se registró una temperatura de 25 °C para el aire circundante; y una de 23 °C para el agua. La probeta se mantuvo a una temperatura de 750 °C al momento de ser sometida al choque térmico con el agua.

Las condiciones experimentales de la probeta se siguieron conservando, el termopar insertado a una distancia de  $2.286 \times 10^{-3}$  y un adecuado ajuste de la abrazadera.

**Prueba B**

El segundo experimento para aluminio se realizó aproximadamente a la 1 p.m. de la tarde, con una temperatura de 25 °C para aire quieto, y una temperatura de 23 °C para el chorro de agua. Cabe señalar que para éste experimento sólo se calentó la probeta hasta 350 °C reportada por la mufla; en oposición a 300 °C, temperatura que se registro como temperatura al inicio del ensayo.

**Prueba C**

Como se informó anteriormente, la concentración de la salmuera fue de  $20.6 \frac{\text{kg NaCl}}{\text{m}^3}$ . Este ensayo se realizó alrededor de la 1 p.m. con una temperatura de 21 °C para el medio enfriante, y 25 °C para aire quieto. La prueba inició con una temperatura de 900 °C para la probeta de acero inoxidable, registrado por el adquisidor.

De igual forma, el chorro de salmuera fue controlado bajo condiciones estándares [15], y el termopar ajustado a la misma distancia a la cual se colocó en los ensayos para agua.

### **Prueba D**

Finalmente, la tercera prueba para aluminio se llevó a cabo a las 2:30 p.m., aproximadamente. Se reportaron condiciones similares a las cuales se llevó a cabo la probeta de acero; una temperatura de 21 °C para el medio enfriante, y 25 °C para aire quieto.

Para éste ensayo la temperatura inicial registrada por el adquisidor, fue de 580 °C.

# Capítulo 5

## Resultados

En éste capítulo se presentan los resultados obtenidos a través de las validaciones a las cuales fueron sometidos los procedimientos numéricos. Además, se incluye las predicciones para el coeficiente convectivo de transferencia, generadas a partir del modelo, y método de solución, que aquí se presentan.

### 5.1 Procedimientos numéricos

#### 5.1.1 Validación de la solución de la matriz tridiagonal

El algoritmo de solución de la matriz tridiagonal se sometio a una validación exhaustiva. Esto se logró mediante la solución de una matriz tridiagonal cuya su solución era conocida. Los coeficientes de la matriz de prueba fueron introducidos en el programa específico de solución matricial. La solución obtenida fue comparada con la ya conocida, siendo el resultado el mismo.

#### 5.1.2 Validación del método Crank-Nicholson

Para lograr la comparación de resultados reportados por la solución analítica y la del método de Crank-Nicholson, los perfiles térmicos fueron evaluados a un mismo tiempo de 30 segundos. De igual forma, se tomó 950 °C como temperatura inicial y uniforme en la pieza. Finalmente se obtuvieron ambas soluciones mediante un programa computacional desarrollado para cada una

de ellas, usando un valor del coeficiente de transporte convectivo constante de  $4500 \frac{W}{m^2K}$ .

La gráfica de la Figura 5.1, muestra la comparación del perfil térmico predicho por la solución analítica, en comparación del calculado usando el método de Crank-Nicholson.

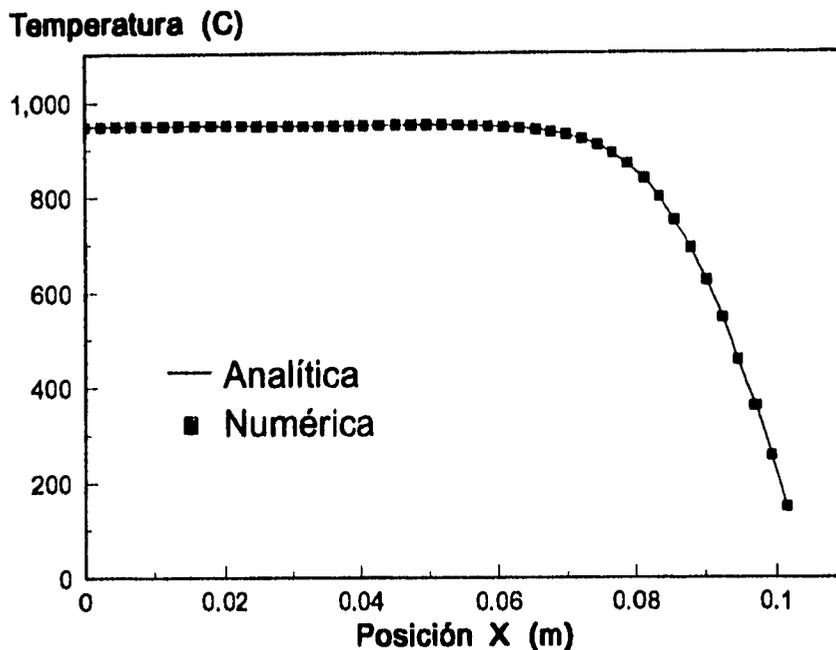


Figura 5.1: Comparación de los perfiles térmicos calculados a 30 segundos, usando la solución analítica y el método de Crank-Nicholson

Como se puede observar, ambas soluciones resultan prácticamente superpuestas. Sin embargo, es posible detectar que pequeñas zonas de la gráfica, presentan un mayor grosor de la línea general de la curva a lo largo de la misma.

### 5.1.3 Validación del método inverso

Para la validación del programa Jominy (método inverso), se hizo ejecutar el programa basado en el método Crank-Nicholson, utilizando un valor cons-

tante de coeficiente de calor para el chorro de fluido de  $5500 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ K}$ . Este programa se modificó para poder grabar los perfiles térmicos de la probeta cada 0.2s, en archivos ASCII.

La valores contenidos en estos archivos, simulan lo que se obtendría de una prueba experimental, cuyo coeficiente de transporte convectivo fuera de  $5500 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ K}$ . Posteriormente, ésta información fue alimentada al programa Jominy. De esta forma, se obtienen las predecciones del coeficiente de transporte convectivo, las cuales deben ser convergentes al valor constante y conocido que fue introducido al programa de Crank-Nicholson.

De acuerdo con el procedimiento anterior, la gráfica de la Figura 5.2 muestra la comparación de los valores del coeficiente de transferencia de calor, predichos por el método inverso (programa Jominy), contra el valor constante (línea horizontal), que se suministró al método de Crank-Nicholson.

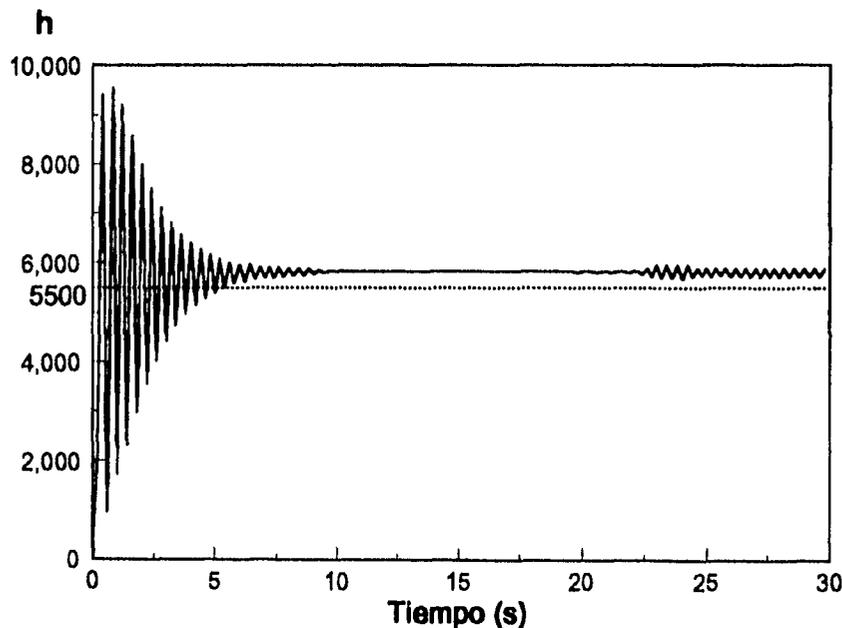


Figura 5.2: Ejecución del método inverso con valores producidos en el Crank-Nicholson.

Como se observa, el algoritmo del método inverso llega a converger a un

valor de aproximadamente  $5800 \frac{W}{m^2 \cdot oK}$ , siendo el valor inicial suministrado de  $5500 \frac{W}{m^2 \cdot oK}$ . Así, es posible calcular el error del algoritmo del método de la siguiente forma:

$$\%Error = 100 \% \frac{5800 - 5500}{5800} = 5.1724 \%$$

También se debe resaltar que al programa Jominy le toma alrededor de 15 pasos de cálculo para lograr la convergencia. Como se observa, esta predicción converge y oscila alrededor de un valor constante.

#### 5.1.4 Criterio de Convergencia

De acuerdo a la aplicación de los criterios de convergencia mencionados en la sección 4.4.2 de la página 46, se encontraron los siguientes resultados:

Cuando se aplicó el criterio de convergencia de temperatura del nodo compartido, no se logró convergencia total, aun usando varias corridas con restricciones de tolerancia menos estrictas. Sólo era posible llegar a predecir algunos valores en rangos de tiempo muy pequeños. Además, éstos resultados presentaban diferencias enormes entre ellos; es decir, provocan que el problema inverso de transferencia de calor resulte inestable.

Para el caso del criterio de convergencia de la acumulación en el nodo  $N$ ; los resultados logran entrar a un rango convergente. Para éste caso, se logran predicciones para el total de datos provenientes del archivo experimental. Sin embargo y como se mencionó en las observaciones de la Figura 5.2, se necesitará de aproximadamente 15 pasos de cálculo para lograr la convergencia y estabilidad del método.

#### 5.1.5 Restricciones del modelo

Cada una de las siguientes restricciones fueron encontradas al trabajar con combinaciones de las mismas, y en base a resultados anteriores. Es decir, cuando se pudo establecer el número de nodos óptimo para la convergencia, se establecía éste resultado parcial en la búsqueda de la siguiente restricción. Sin embargo para el caso del tratamiento preliminar de datos experimentales, sólo se realizaron dos pruebas; una sin tratamiento previo y una segunda con datos tratados.

### Tratamiento preliminar de datos experimentales

El primer resultado en base a ésta restricción, fue que no era posible alcanzar convergencia alguna si los datos experimentales no eran tratados previamente. El introducir tales archivos al programa "Jominy", impedían la convergencia desde los primeros pasos de cálculo, y por tanto la finalización del mismo.

Se encontró que era necesario aplicar sin excepción, el programa de regresión polinomial a cada uno de los archivos experimentales. Al ser aplicado éste procedimiento, la subrutina de suavizado sólo afinaba las predecciones hechas por el programa; sin ser ésta etapa una limitante estricta para lograr la convergencia.

De acuerdo a estos resultados, cada una de las corridas para los archivos experimentales, fue tratado previamente mediante una regresión polinomial de octavo orden, y posteriormente un suavizado que lograra afinar las predicciones.

### Nodos espaciales

Se encontró que de acuerdo a la relación nodal propuesta en la sección 4.4.4, ésta fue de aproximadamente de 23, resultando en 45 nodos directos y 2 nodos inversos. Con ésta relación se logró que un convergencia continua con los datos experimentales.

Cabe destacar que el punto crítico en la obtención de ésta relación nodal, es el establecer que sólo se poseen dos nodos espaciales en el dominio inverso. Para el dominio directo ya no es tan relevante el número de nodos que se establezcan, una vez que se tienen sólo dos en la punta. Sin embargo, la relación de 45-2, resulta ser la que predijo los mejores resultados.

### Valor de tolerancia

De acuerdo a las pruebas realizadas cambiando el valor de tolerancia, se encontró que ésta, no efecta en gran medida el éxito de las corridas. De manera que en la medida en que se afina la tolerancia para las distintas ejecuciones, sólo se precisa las predecciones realizadas.

Un ejemplo de lo anterior, se observa en la comparación de los valores reportados para una tolerancia de 10 contra una  $10^3$ . Para ambas corridas se estableció un número de nodos iguales (45-2); observándose que para una

tolerancia de 10, sólo cambiaban en decimales los valores de temperaturas superficiales, en comparación con las predichas con una tolerancia de  $10^3$ ; y las predecciones para el coeficiente de transferencia, sólo cambiaban en unidades.

## 5.2 Procedimientos experimentales

En esta sección se reporta los resultados de la calibración del sistema adquirente y la forma de corrección de ésta.

### 5.2.1 Calibración del sistema adquirente

Se realizó el procedimiento propuesto en la sección 4.5.2 de la página 51, para conocer que tan confiable resultaba ser el sistema adquirente empleado.

Se compararon las temperaturas leídas a partir del multímetro, contra las obtenidas directamente del sistema adquirente. Se encontró que las lecturas realizadas por la tarjeta, presentaban un error sistemático y conocido. Las temperaturas leídas reportaban  $0.001\text{ mV}$  menos; que las presumiblemente correctas, dadas por el multímetro.

La diferencia de voltaje es aproximadamente de  $-3\text{ }^\circ\text{C}$ , para las temperaturas capturadas. Por lo que, cada archivo de datos se modifica para contabilizar tal diferencia al momento de la adquisición. De esta manera el error sistemático de  $-3\text{ }^\circ\text{C}$  se corrigió para todas las pruebas, como se observa en el listado del programa adquirente, en el Apéndice H. Tal error se presenta debido a un desajuste de la tarjeta adquirente (mayores detalles de este aspecto se presentan en el manual del manejo y ayuda de ésta [17]).

## 5.3 Predicciones del modelo

A continuación se presentarán los resultados de las predecciones hechas por el programa Jominy, cada vez que los archivos experimentales fueron procesados uno a uno.

Cabe señalar que todas las ejecuciones realizadas por medio del programa principal, fueron hechas bajo las mismas condiciones de restricciones del modelo. Así mismo, que cada una de las gráficas que aparecerán en esta sección

de resultados; presentarán una doble curva continua en función del tiempo en el cual transcurre el ensayo. Una primera curva representará las predecciones de temperatura superficial, que presumiblemente experimenta la punta de la probeta durante su enfriamiento. La segunda curva muestra las predecciones hechas en la determinación del coeficiente de transporte convectivo del chorro de fluido.

Finalmente, cada uno de los archivos experimentales realizados en éste trabajo, se representan mediante una curva de tiempo contra temperatura de acuerdo a la nomenclatura de las secciones siguientes, las cuales se pueden observar en el Apéndice E

### 5.3.1 Pruebas Preliminares

Estas primeras pruebas permitieron concluir que era necesario ajustar la tierra física del ensayo Jominy a la tarjeta de conexiones. Esto se realizó mediante un cable conductor que mantenía en contacto al ensayo Jominy, directo a la tierra de la tarjeta.

#### Prueba I

La gráfica de la Figura 5.3 presenta las predecciones hechas para acero inoxidable 316, en presencia de agua como medio enfriante a una temperatura de 22 °C.

Se observa que las predecciones de temperatura superficial conforman una curva totalmente suave, aún cuando se registran pequeñas variaciones, casi indistinguibles. La curva parece llevar a una tendencia asintótica para un valor de 200 °C, lo cual se llega a observar para un tiempo de 70 a 80 segundos.

Para las predecciones del coeficiente convectivo, se observa que durante todo el ensayo, se registran variaciones alrededor de una tendencia central de un valor del coeficiente en forma de ruido, sin que estas variaciones registrarán un error mayor al 5 %. Estas variaciones se registran en torno a una tendencia central y que puede ser vista como suave. Esta curva central presenta una tendencia general creciente; sin embargo presenta cambio de concavidad en forma cíclica, aproximadamente cada 20 segundos (puntos de inflexión) empezando a partir de 30 segundos.

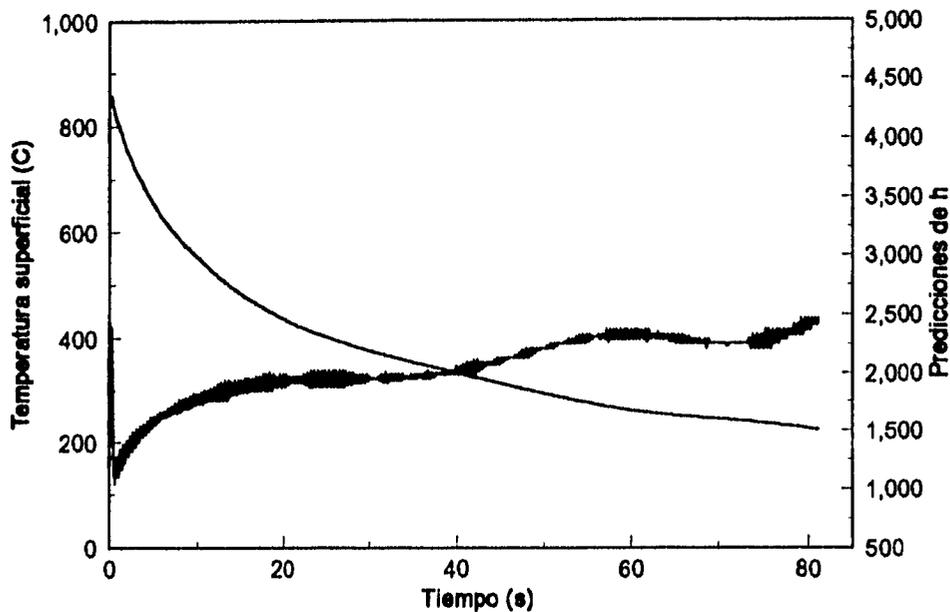


Figura 5.3: Prueba I. Predicciones para acero inoxidable bajo un chorro de agua

Para éste gráfico, no es posible detectar una tendencia para las predicciones del coeficiente de transporte convectivo, que haga suponer que estas varían alrededor de un valor constante.

Finalmente se observa que a los tiempos en donde las variaciones de temperatura superficial son más notables, son los mismos para donde se presentan las mayores variaciones en las predicciones del coeficiente de transporte convectivo.

## Prueba II

La gráfica de la Figura 5.4 muestra una curva de predicciones para temperatura superficial en la punta de la probeta de aluminio con variaciones a lo largo de toda la curva. Aun cuando parezca que estas alteraciones permanecen constantes durante todo el ensayo; se puede observar que conforme avanza el tiempo del mismo, las variaciones empiezan a dar "saltos" mayores cada vez.

Cabe aclarar que el ensayo con aluminio se dió sumamente rápido, apro-

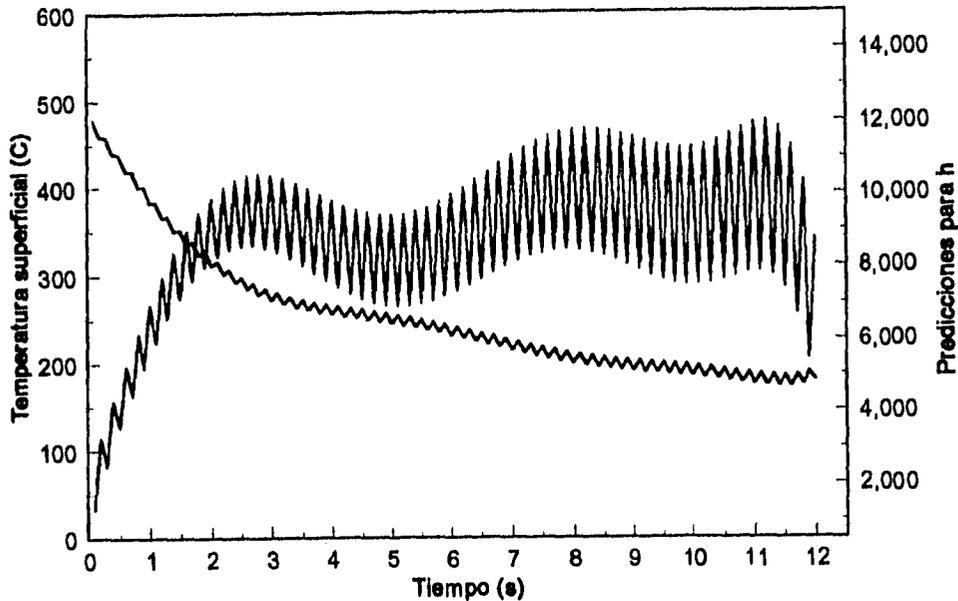


Figura 5.4: Prueba II. Predicciones para aluminio puro bajo un chorro de agua

ximadamente en 12 segundos. De esta forma, a éste tiempo se observa que la curva toma una tendencia asintótica a un valor de 200 °C. Finalmente se puede estimar que las variaciones en las predicciones de temperatura para la punta de la probeta, no rebasan más allá de 5 % sobre un valor central de la tendencia de la curva.

En cuanto a las predicciones para el coeficiente de transferencia convectivo por rocío de agua para la probeta de aluminio, se observa que la curva presenta también ruido constante a lo largo de toda la curva. De forma similar a lo ocurrido con la curva de temperatura, las variaciones se van acentuando conforme pasa el tiempo.

Al mismo tiempo que parece que ha finalizado el ensayo, debido a que se presenta un tendencia asintótica con respecto a la curva de enfriamiento de la punta de la probeta; es el mismo tiempo al cual parece que las predicciones de coeficiente de transporte convectivo han alcanzado un valor persistente. Este valor de coeficiente parece ser de un valor de  $9000 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ K}$ , presentándose únicamente altibajos alrededor de este valor en el resto del ensayo.

Nuevamente se observa que estas predicciones forman una curva que pre-

senta cambios de concavidad cada 2.5 segundos; empezando éste efecto a partir de los 2.5 segundos de iniciado el choque térmico con el chorro de agua.

### 5.3.2 Pruebas Finales

En vista de las conclusiones de las pruebas preliminares, en la lectura de cambios de temperaturas para éstas pruebas finales, se decidió interconectar el ensayo Jominy a la tierra de la tarjeta adquisidora, para lograr tener una misma tierra física.

Así, a continuación se presentan los resultados de las predecciones hechas por el modelo, para cada una de las combinaciones propuestas en la sección 4.6.2 de la página 55.

#### Prueba A

La gráfica de la Figura 5.5 presenta las predecciones hechas para acero inoxidable 316, cuando se usa agua como medio enfriante, e interconectado el ensayo Jominy a la tarjeta adquisidora con la misma tierra.

Se puede observar que las predecciones para la temperatura superficial de la probeta presentan una tendencia prácticamente suave. Se detectan variaciones pequeñas a lo largo de la curva; acentuándose las mayores, al inicio de la curva; y unas menores al final de la misma.

En cuanto a las predecciones para el coeficiente del agua, se observa nuevamente variaciones coincidentes con las presentes en la curva de las temperaturas superficial. Para ésta combinación, las alteraciones del coeficiente son mayores a las presentes en la primera curva (sin corrección de la tierra).

También es evidente que de forma similar al primer ensayo, la curva muestra cambios de concavidad en forma cíclica, y nuevamente se presentan cada 20 segundos aproximadamente, empezando desde 10 segundos.

Sin embargo, en ésta ocasión se observa que la curva parece moverse alrededor de un valor de  $3000 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ K}$ , por debajo y por arriba de éste. Así, se puede decir que parece alcanzar éste valor, relativamente rápido. Lo anterior se propone debido que desde los 10 segundos iniciado el ensayo, se empiezan a detectar los cambios de concavidad en la curva.

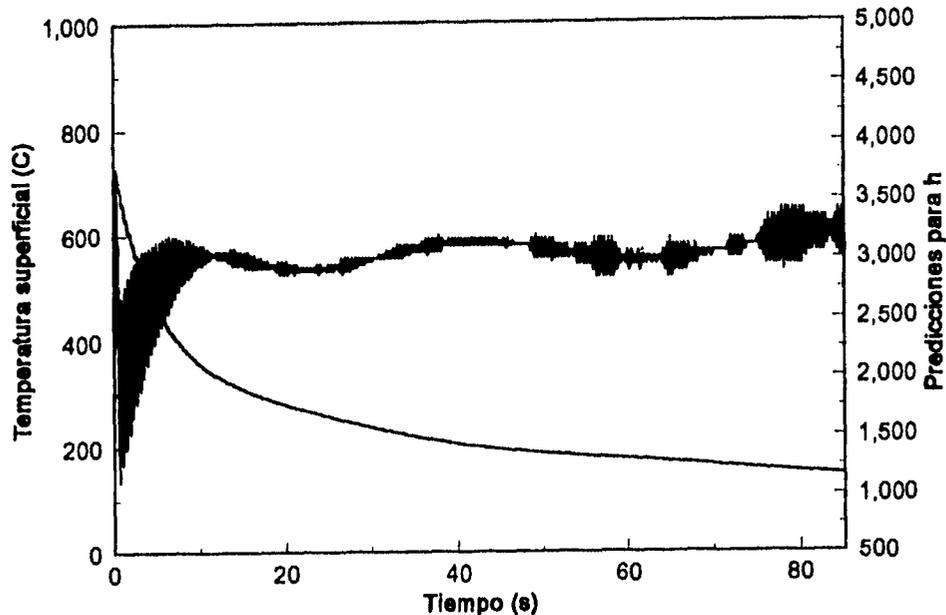


Figura 5.5: Prueba A. Predicciones para acero inoxidable bajo un chorro de agua

### Prueba B

La gráfica de la Figura 5.6 presenta los resultados arrojados por el programa Jominy, al introducir los datos experimentales para ésta combinación.

Se puede observar que la curva para la temperatura superficial de la probeta de aluminio, posee variaciones abruptas durante todo el ensayo. Estas alteraciones rebasan fácilmente el 15 % de diferencia en comparación de una tendencia central de la curva.

También se observa que parece que el ensayo termina a un tiempo de 11 segundos, tiempo para el cual parece que la tendencia de la curva se comporta de una forma asintótica a un valor de 75 °C.

Como ya se ha reportado en los demás experimentos, las continuas alteraciones presentes en la curva de enfriamiento, se ven reflejadas con mayor claridad en la curva de predicciones para coeficiente de transporte convectivo. En este caso las variaciones presentes, son del orden de más menos 50 % en comparación con un valor medio de la curva.

En esta ocasión, la curva parece presentar un sólo punto de inflexión; el

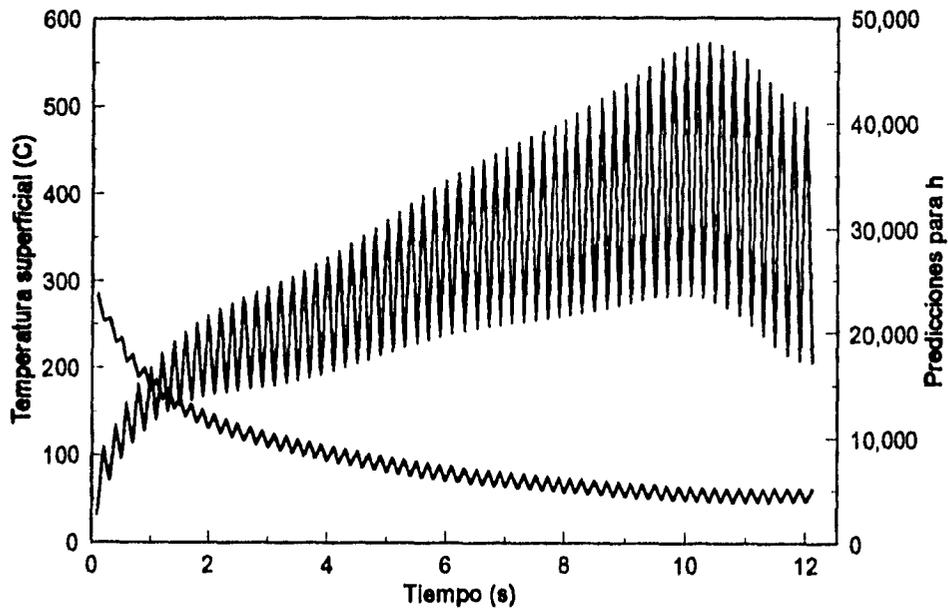


Figura 5.6: Prueba B. Predicciones para aluminio puro bajo un chorro de agua

cual se localiza a los 11 segundos de transcurrido el evento. Para éste mismo tiempo, el valor central de la curva marca un valor de  $30000 \frac{W}{m^2 \cdot K}$ .

### Prueba C

La gráfica de la Figura 5.7 muestra los resultados de las predicciones realizadas para acero inoxidable en contacto con salmuera como medio enfriante.

Se observa que la curva de enfriamiento para la punta de la probeta de acero, representa una curva totalmente suave. Presenta mínimas alteraciones respecto a la tendencia central de la curva; siendo más aparentes en el rango de 50 a 60 segundos de ensayo.

A diferencia de las curvas anteriores, en ésta ocasión se puede observar que las predicciones de temperatura superficial, conforman una curva que presenta pequeños cambios de concavidad a intervalos de tiempo no constantes. Los puntos de inflexión a penas visibles, son totalmente coincidentes con los presentes en la curva de predicciones para el coeficiente convectivo para el chorro de salmuera. Así también, se vuelve a presentar una tendencia

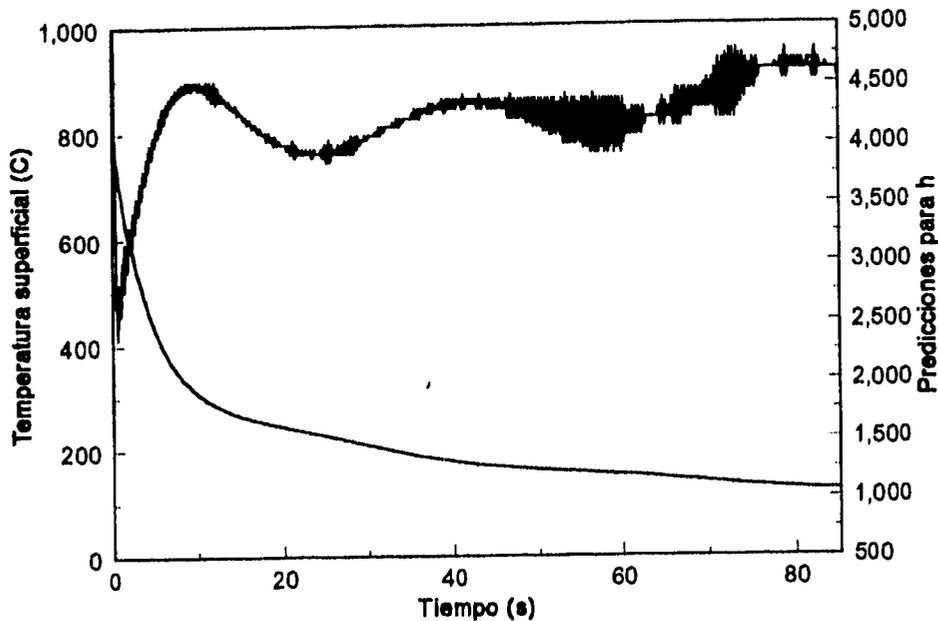


Figura 5.7: Prueba C. Predicciones para acero inoxidable bajo un chorro de salmuera

asintótica cercana a los 200 °C.

Las predicciones para coeficiente de transporte convectivo variaron en torno a una curva suave a lo largo de todo el ensayo. Las variaciones registradas, son de magnitudes pequeñas en términos generales; observando que las mayores se presentan para los intervalos de tiempo de 50 a 70 segundos y de 90 a 100 segundos del evento.

Se observa que la variación de éstas predicciones se da en forma cíclica, pero a intervalos no constantes de tiempo. Parece que la tendencia de la curva varía alrededor de un valor constante igual a  $4500 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ K}$ , y que éste valor es alcanzado desde los primeros 15 segundos de transcurrido el ensayo.

Sin embargo, se observa que la tendencia final, se deslinda de la trayectoria general de la curva (variando alrededor de un valor), para subir más allá de los  $5000 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ K}$  y posteriormente bajar súbitamente hasta un valor de  $3000 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ K}$ .

**Prueba D**

La gráfica de la Figura 5.8 presenta los resultados provenientes de las predicciones del programa Jominy, utilizando un chorro de salmuera como medio enfriante.

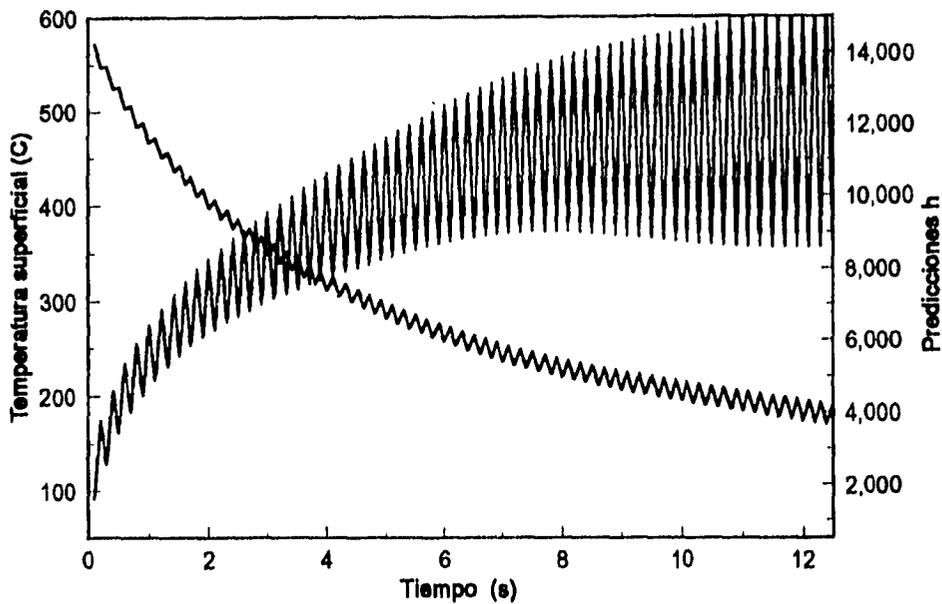


Figura 5.8: Prueba D. Predicciones para aluminio puro bajo un chorro de salmuera

Se observa que de forma similar a las demás pruebas para aluminio, las curvas conseguidas a partir de predicciones, presentan alteraciones de ruido a lo largo de todo el ensayo.

Si se observa la curva de temperatura superficial, las variaciones no rebasan el 8 % respecto a un valor central; subiendo un poco al final de la curva. Se observa que la tendencia asintótica se registra hasta un valor cercano a 100 °C.

Para las predicciones de coeficiente, se observa que las alteraciones alcanzan hasta un valor de 40 % de error respecto al valor central de la curva. Se presenta una tendencia creciente hasta alcanzar un valor de  $12500 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ K}$ , el cual se logra desde los primeros 8 segundos.

### 5.3.3 Comparación de las predecciones del coeficiente convectivo predicho por el modelo contra las estimaciones iniciales

De acuerdo con las estimaciones descritas en la sección 3.4.2 de la página 28, se puede observar que las predecciones hechas para agua cuando se utilizó acero inoxidable, están ligeramente por debajo de las estimaciones hechas por la correlación empírica y de la encontrada mediante la gráfica que esquematiza a un cilindro sumergido con flujo incidente lateralmente. Se observa que existen diferencias del orden de 1300 a 1500  $\frac{W}{m^2 \cdot ^\circ K}$ .

Por otro lado, las predecciones del coeficiente convectivo hechas por el modelo, concuerdan con los valores reportados para valores de colada continua, y valores reportados gráficamente de datos experimentales [23].

Se debe notar también, que los valores de las predecciones hechas para el caso de aluminio, presentan diferencias mucho mayores que las observadas para acero, siendo en magnitud, del doble de las reportadas en la literatura.

Finalmente, se debe aclarar que no fue posible hacer comparaciones para el caso de la salmuera, pues las propiedades termofísicas de la salmuera utilizada en el experimento, no se encontraron reportadas.

# Capítulo 6

## Análisis de Resultados

A continuación se tratará de dar explicación a los resultados obtenidos a partir de los procedimientos propuestos con anterioridad. Así como de analizar a cada una de las predicciones realizadas por el modelo desarrollado, para las pruebas experimentales.

### 6.1 Procedimientos numéricos

#### 6.1.1 Validación de la solución de la matriz tridiagonal

Al encontrar que los resultados del algoritmo de la solución de matriz tridiagonal, son los mismos que los de una solución conocida y aceptada como válida, permite asegurar que la implementación del algoritmo para la solución del método de Crank-Nicholson predecirá resultados correctos.

#### 6.1.2 Validación del método Crank-Nicholson

Los resultados obtenidos para la validación del método de Crank-Nicholson en la sección 5.1.2, aseguran que el resolver un problema de transferencia de calor y en estado inestable, mediante una técnica numérica (Crank-Nicholson); es totalmente factible y válido. Ya que los resultados obtenidos, son prácticamente los mismos de una solución analítica.

Sin embargo, las zonas que presentaron mayor grosor en la curva de la

Figura 5.1 de la página 59, son debidas a pequeñas variaciones de los resultados del método de Crank-Nicholson. Lo anterior es debido a que éste método, sólo da una aproximación a la solución analítica

### 6.1.3 Validación del método inverso

Los resultados obtenidos para la validación del método inverso pueden ser considerados válidos, y las predicciones hechas por el mismo, sólo contendrán alrededor de 5.1724 % de error en sus predicciones. Donde éste porcentaje de error, puede ser atribuido a la secuencia de solución propuesta en éste trabajo. Por otro lado, se debe recordar que se eligió trabajar con un valor de tolerancia de  $10^3$ , el cual pudo ser la causa. Finalmente, se puede pensar en que el error pudo ser propiciado por redondeos de los datos que se lleva a lo largo de todo el procesamiento de los mismos, el cual fue indispensable para optimizar el uso de variables; además de que la computadora realiza redondeos por sí sola, al no poder tomar un número infinito de dígitos para realizar sus cálculos.

Al programa Jominy le toma a proximadamente de 10 a 15 pasos de cálculos para lograr la convergencia, esto quizás es debido al mismo método; aun cuando se aplicó un criterio de convergencia adecuado, y se tomó un valor de tolerancia rutinario (fraccionario al orden de los valores de acumulación,  $10^3$ ).

### 6.1.4 Criterio de convergencia

No obstante la facilidad de la aplicación de un criterio de convergencia de temperaturas, éste no pudo ser satisfecho después de varios intentos. Lo anterior fue quizá provocado por las altas velocidades de enfriamiento, que generan gradientes térmicos grandes cerca de la punta expuesta al chorro enfriante.

Por tal razón se optó por convergencia de acumulaciones, en este caso la comparación del valor de acumulación presente en el nodo  $N$ . Este criterio produjo buenas predicciones debido a que permitía trabajar dentro de un rango de error, pues al contar con valores de acumulaciones del orden de  $10^6$ , cualquier valor menor a éste, siempre representaba un fracción de la acumulación experimental. De ésta forma, se usaron ciertos redondeos internos que

mantenían un mayor margen de convergencia indirectamente, lo cual reducía significativamente la inestabilidad del método inverso.

### 6.1.5 Restricciones del modelo

Los resultados obtenidos como restricciones del modelo, fueron sumamente importantes para lograr las predicciones adecuadas con él; es decir, éstos parámetros permitieron ajustar la convergencia del programa Jominy.

#### Tratamiento preliminar de datos experimentales

Como se encontró en los resultados, el tratamiento preliminar de datos experimentales fue indispensable para la convergencia, puesto que permitían eliminar, y reducir las grandes manifestaciones de ruido que eran en realidad, las encargadas de la falta de convergencia.

Lo anterior debido a que las variaciones de ruido en la lectura de temperaturas, eran "entendidas" por el programa, como que la pieza se enfriaba e inmediatamente se calentaba en ciclos repetitivos. Lo anterior quería decir que las predicciones tendrían que oscilar de positivo a negativo; y esto limitaban al modelo desarrollado, pues no se contabiliza la posibilidad de que existan coeficientes convectivos negativos que puedan calentar la punta de la probeta. Sin embargo tales variaciones debidas al ruido, eran detectadas en su totalidad, debido a la gran sensibilidad del adquisidor.

#### Nodos espaciales

La relación nodal que mejores resultados propició al programa Jominy, fue la de 45 nodos directos y sólo 2 nodos inversos. Lo anterior, debido que ésta distribución de nodos, permitía que la distancia internodal se pudiera conservar a lo largo de toda la pieza; lo cual ayudaba a que los gradientes térmicos se distribuyeran en toda la probeta.

#### Valor de tolerancia

El valor de tolerancia no afectaba en gran medida al éxito o fracaso de las distintas corridas; sólo afinaba resultados. Lo anterior, debido a que los valores de acumulación reportados para el nodo  $N$ , eran del orden de  $10^6$  W, así que cualquier tolerancia con menor valor, siempre repercutía en ser una

**ESTA TESIS NO DEBE  
SALIR DE LA BIBLIOTECA**

fracción del valor de acumulación. Es decir, el modelo es poco sensible al valor seleccionado como restricción de tolerancia.

## 6.2 Predicciones del modelo

Como una consecuencia de las pruebas preliminares, se encontró la necesidad de detectar y trabajar bajo la misma tierra física, el ensayo Jominy y la tarjeta de conexiones. Lo anterior, debido a que la falta de ésta corrección, propiciaba alteraciones bruscas en la lectura de los valores de temperatura, aumentando el ruido eléctrico detectado por la tarjeta adquisidora.

Como se observó en cada una de las gráficas de la sección 5.3 de la página 63, para cada una de ellas se presenta un valor distinto de ruido a lo largo de las predicciones hechas; mismo que corresponde en magnitud, al ruido detectado desde la lectura experimental, y que puede ser observado en el Apéndice E. De ésta forma, en cuanto mayor ruido se detecte desde el ensayo, mayor será el ruido presente en las predicciones del modelo.

Los cambios de concavidad presentes a lo largo de cada uno de las pruebas, lleva a pensar en un fenómeno ajeno al ensayo como tal, ó a inestabilidades del mismo método. Por un lado, si se compara estos efectos en las pruebas preliminares contra pruebas finales; se observa que se conservan. Lo anterior quiere decir que se presenta éste fenómeno de forma similar en ambas pruebas, sin importar que sean preliminares o finales; lo cual significa que el no tener una misma tierra física, no provoca en definitiva los cambios de concavidad o forma de la curva. Por tanto, se puede decir que el ruido producido por salidas adicionales de energía a través de los cables conductores, a los cuales se encontraba conectada la tarjeta; provocaron oscilaciones en las lecturas de datos experimentales. Sin embargo, es totalmente válido pensar que los valores de los coeficientes convectivos se nueueven de esa forma, quedando claro que estos no son constantes en un proceso de enfriamiento por convección.

Otra observación que surge de la confrontación de pruebas preliminares contra finales, es el suponer que las pruebas bajo condiciones experimentales parecidas, producirían similares predicciones.

Primeramente, las predicciones para la prueba final de aluminio con agua, se piensa están fuera de contexto; pues se detectan valores para el coeficiente de transporte convectivo hasta de  $40000 \frac{W}{m^2 \cdot K}$ , contrarias totalmente a valores reportados por la literatura [2] [14]. Donde la explicación de tan dis-

parados valores, se sustenta en el gran ruido en las lecturas experimentales, mismo que se puede observar en la gráfica de la Figura E.4 de la página 98.

Para el caso de acero inoxidable, las predicciones son consideradas válidas; sin embargo, los resultados para la prueba preliminar no concide con las predicciones hechas para la prueba final, en la cual se llega a detectar un valor de  $3000 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ K}$ . Una explicación de lo anterior, es el pensar que la distancia a la que se encontraba el termopar, se desajustó debido a movimientos naturales del ensayo. Con el fin de verificar lo anterior, se realizó una corrida con los datos experimentales correspondientes a la prueba preliminar, y suponiendo que el termopar se localizaba a una mayor distancia<sup>1</sup>.

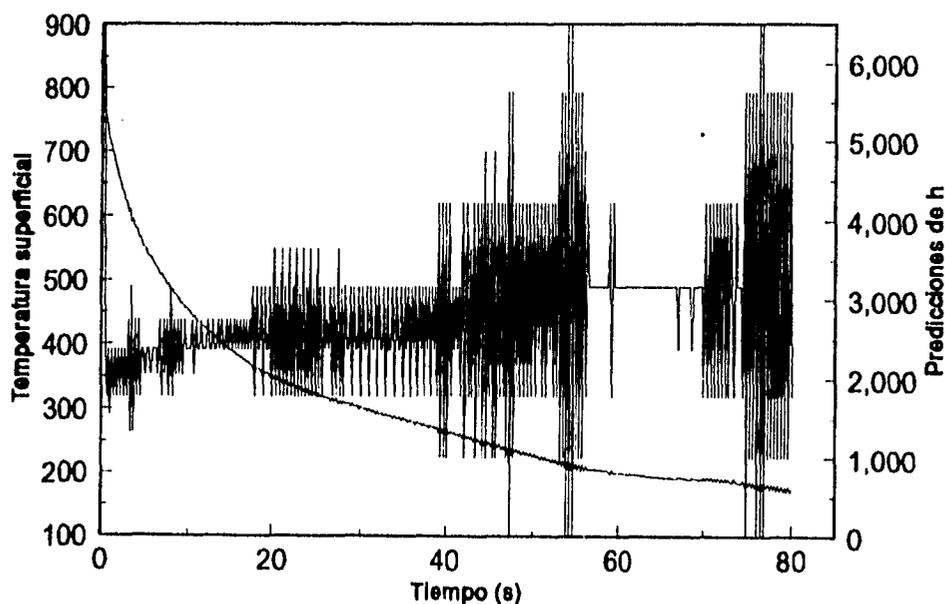


Figura 6.1: Predicciones para el coeficiente de transporte convectivo con el termopar a una distancia de  $9.6 \times 10^{-3} m$

La gráfica de la Figura 6.1, muestra que aún cuando el ruido en las predicciones para el coeficiente de transporte convectivo es sumamente grande, éste varía alrededor de un valor central, que corresponde a  $3000 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ K}$ . Por lo tanto, muy posiblemente ésta es la causa por lo que se reportan valores distintos para pruebas similares.

<sup>1</sup> $9.6 \times 10^{-3} m$  a partir de la superficie de temple

parados valores, se sustenta en el gran ruido en las lecturas experimentales, mismo que se puede observar en la gráfica de la Figura E.4 de la página 98.

Para el caso de acero inoxidable, las predicciones son consideradas válidas; sin embargo, los resultados para la prueba preliminar no concide con las predicciones hechas para la prueba final, en la cual se llega a detectar un valor de  $3000 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ K}$ . Una explicación de lo anterior, es el pensar que la distancia a la que se encontraba el termopar, se desajustó debido a movimientos naturales del ensayo. Con el fin de verificar lo anterior, se realizó una corrida con los datos experimentales correspondientes a la prueba preliminar, y suponiendo que el termopar se localizaba a una mayor distancia<sup>1</sup>.

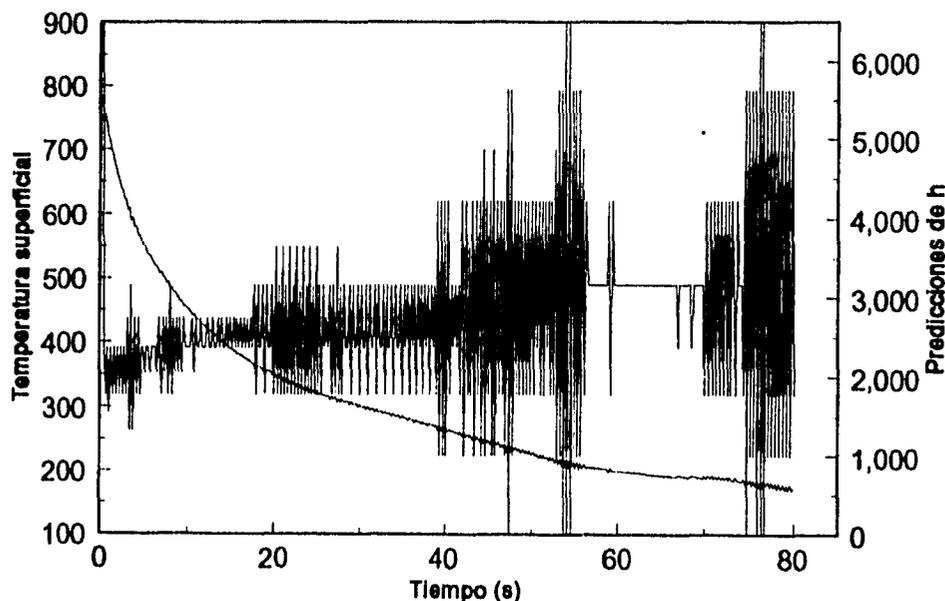


Figura 6.1: Predicciones para el coeficiente de transporte convectivo con el termopar a una distancia de  $9.6 \times 10^{-3} m$

La gráfica de la Figura 6.1, muestra que aún cuando el ruido en las predicciones para el coeficiente de transporte convectivo es sumamente grande, éste varía alrededor de un valor central, que corresponde a  $3000 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ K}$ . Por lo tanto, muy posiblemente ésta es la causa por lo que se reportan valores distintos para pruebas similares.

<sup>1</sup> $9.6 \times 10^{-3} m$  a partir de la superficie de temple

Finalmente cabe señalar que el ruido tan extradamente alto que se observa en las predicciones para el coeficiente de transporte convectivo, cuando el termopar está a una distancia mayor; es debido a que conforme el termopar se aleje de la superficie enfriada por el chorro, mayor será la inestabilidad que ocasionará en el método de resolver inversamente el problema de conducción de calor.

### 6.2.1 Efecto del material de las probetas

Si se analiza el efecto del material con el cual fueron hechas las probetas, se encuentra que siempre se reportan valores para el coeficiente de transporte convectivo mayores en aluminio que en acero, sin importar el medio enfriante, ni el estado de la prueba (preliminar o final).

Lo anterior se puede explicar desde el punto de vista, de que debido a las propiedades tan conductoras para el aluminio, y de forma adicional a su baja emisividad que reduce sus pérdidas de calor por radiación; el medio enfriante debe encargarse de la mayor extracción de calor posible, teniéndose que ajustar el valor del coeficiente de transporte convectivo, para lograr el enfriamiento tan rápido. De lo contrario, se presentaría una saturación de calor en la superficie de la probeta, que conducirían a que después de que se enfríe ésta, se tuviera que calentar inmediatamente; lo cual no está contemplado por el modelo realizado. Lo anterior debido a que puede ser posible que el enfriamiento de aluminio, cambie de régimen, cambiando el mecanismo controlante de la extracción de calor. Esto ya sea a la formación de una pequeña capa de vapor alrededor de la superficie en contacto con el chorro de fluido, lo cual provocaría que la convección pase a un papel secundario en el enfriamiento, y que los factores de radiación puedan tener mayor importancia.

Si se recuerda, el acero tiene una conductividad baja y que su emisividad es aproximadamente el doble de la que presenta el aluminio, entonces es posible entender que las predicciones para acero, sean menores a las reportadas para aluminio.

Sin embargo, también es válido pensar que algunos parámetros en la experimentación no fueron totalmente controladas, y que las pruebas de acero se realizaron bajo condiciones distintas a las que se hicieron para aluminio. Es posible que los flujos de chorro no fueran exactamente iguales; que la temperatura del fluido pueda cambiar de un ensayo a otro; así también que las alteraciones en las lecturas de temperatura se incrementen conforme mayores

salidas de energía se tengan en cada ensayo. Además, la alta conductividad del aluminio permite que el aluminio pierda calor con el soporte al cual se sujeta antes del impacto térmico; obligando también a tener que realizar lecturas a menores intervalos de tiempo, lo cual repercute en tener mayores errores experimentales. Sabiendo que la técnica de solución seleccionada es sumamente sensible a errores experimentales.

Así también, el aluminio podría tener la posibilidad que debido a impurezas, se llegen a presentar pequeñas precipitaciones en el material. Lo anterior se debería modelar matemáticamente como un cambio de fase, sin embargo en éste trabajo no se ha llegado hasta esa parte. De hecho, y sustentando la posibilidad de la formación de la película de vapor; se sabe que el aluminio presenta algunas precipitaciones debido a relativas bajas velocidades de enfriamiento que se dan en rangos de temperatura específicos dependiendo de las impurezas y la cantidad de ellas [25]. Entoces, es posible pensar que la formación de la película de vapor se haya conservado hasta este rango de temperaturas, lo cual sería entendido por el modelo como errores experimentales; aun cuando en realidad sea un efecto de cambio de fase en estado sólido. De hecho se sabe que una de las desventajas de templar con agua, es el que la película de vapor suele conservarse aun cuando la temperatura disminuya progresivamente [25].

Finalmente, se encontró que para aluminio se observan manifestaciones con mayores magnitudes de ruido a lo largo de toda la curva. Esto se debe a que las pruebas para aluminio se sensibilizan, debido al rápido enfriamiento que experimenta la probeta debido a su alta conductividad térmica<sup>2</sup>, que también transmiten de una mejor manera, el ruido eléctrico.

### 6.2.2 Efecto del medio enfriante

Para el caso donde se esté analizando el efecto del cambio de medio enfriante, se encontró que se reportan valores mayores del coeficiente de transporte convectivo para el caso de salmuera, que para las pruebas hechas bajo un chorro de agua. De hecho se sabe experimentalmente que una salmuera compuesta con cloruro de sodio, es el medio enfriante<sup>3</sup> que mayor severidad de temple posee.

---

<sup>2</sup>Revisar el Apéndice B, donde se pueden observar los valores de conductividad térmica para acero inoxidable 316 y aluminio puro

<sup>3</sup>Dentro de las salmueras usadas para temple

Para acero, el valor del coeficiente de transporte convectivo se incrementó de  $3000 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ K}$  a  $4500 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ K}$ , significando un aumento del 50 % debido al cambio de medio enfriante. Por otro lado, para aluminio se incrementó de  $7000 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ K}$  a  $12500 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ K}$ , reportando un aumento del 78 % como resultado de un distinto medio enfriante. Ambos aumentos se dan en consecuencia de las mejores características de la salmuera para extraer calor por convección, en comparación con el agua; pues al agregar una sal al agua, se cambian las propiedades termofísicas del medio. Lo cual provoca que el punto de fusión del nuevo medio enfriante (salmuera) aumente en comparación con la del agua. Esto permite que existan mayores dificultades para la formación de una película de vapor, que repercute en tener como mecanismo preponderante, a la convección con la salmuera.

Así también, se puede entender que el aumento haya sido mayor en aluminio, en comparación con acero; esto nuevamente es debido a las mayores propiedades conductoras de aluminio; las cuales se mencionaron en la sección 6.2.1. Por otra parte, es común que al tratar aluminio bajo una salmuera, ésta lo ataque intergranularmente. Lo anterior provocaría nuevamente un efecto que debería ser modelado como cambio de fase. Sin embargo, el modelo no contempla esta posibilidad, dando resultados no muy alentadores; pues lo vuelve a traducir como errores experimentales, que se ven incrementados por la alta sensibilidad en la lectura de los datos al trabajar con aluminio.

Finalmente, se observa que las oscilaciones dadas en las predicciones del coeficiente de transporte convectivo para acero, usando salmuera como medio enfriante (ver la Figura 5.7 de la página 74), no son cíclicas en un mismo intervalo de tiempo. Por tal razón, es posible pensar que tales variaciones se deban a inestabilidades del método; o a que los valores del coeficiente de transporte convectivo para salmuera se mueven de esa forma, de acuerdo a la temperatura de la superficie que se esté enfriando.

Por otro lado, estas oscilaciones no se dan para el caso de aluminio, así que queda más abierta la posibilidad de que los cambios reportados, en el caso de salmuera como medio enfriante; sean en realidad propios de los valores que toma el coeficiente de transporte convectivo, más que a inestabilidades naturales del método inverso.

### 6.2.3 Comparación de las predicciones del coeficiente convectivo predicho por el modelo contra las estimaciones iniciales

Con las observaciones presentadas en la sección 5.3.3 de la página 76, se puede pensar que las predicciones hechas a través del modelo desarrollado, no son del todo confiables. Sin embargo, se debe recordar que los valores de estas estimaciones, sólo son eso, estimaciones; pues no contabilizan que el sistema intercambia calor por radiación, ni que la convección sea el mecanismo preponderante, que la geometría no es la misma, la diferencia en la forma de incidencia del fluido y forma de enfriamiento, etc. Por otro lado, la mayoría de estas estimaciones<sup>4</sup> son iniciales, y se debe hacer hincapié, que una de las restricciones de éste modelo, es precisamente el tener que tomar de 10 a 15 pasos de cálculo iniciales para lograr la convergencia, lo cual anula la posibilidad de una comparación real.

Así también, la validación realizada al modelo reportó que si se cuenta con una adecuada lectura de datos, se lograrán predicciones con un mínimo error del 5.71 %, el cual obviamente se incrementa debido a los errores de medición.

Finalmente, para aluminio se puede pensar que debido a alta conductividad térmica, el sistema de adquisición se ve sensibilizado, causando mayores errores de lectura que se reflejan directamente en las predicciones del coeficiente convectivo y de la temperatura superficial.

---

<sup>4</sup>La estimación dada por los valores de colada continua y valores experimentales reportados por Geiger [23], son a lo largo de todo el proceso

# Capítulo 7

## Conclusiones

Las conclusiones encontradas al desarrollar este trabajo, se describen a continuación:

1. Mediante diferencias finitas por el método numérico de Crank - Nicholson, se logró obtener la solución del problema inverso de transferencia de calor por conducción.
2. Es posible lograr la predicción del coeficiente de transferencia de calor por convección para el chorro de fluido en el ensayo Jominy, mediante la técnica de solución desarrollada en éste trabajo.
3. La herramienta creada en este trabajo, es totalmente aplicable a cualquier problema de conducción de calor, en donde su enfriamiento es esencialmente por convección, y las predicciones que se realicen a estos sistemas tendrán un error del 5.1724 %.
4. Finalmente debe quedar claro que el coeficiente de transferencia de calor por convección, no es constante y que depende de las propiedades del fluido. Las cuales dependen a su vez de las condiciones a las cuales esté sometido el medio enfriante.

# Bibliografía

- [1] J.P. Holman **Transferencia de calor** Bogotá, Colombia 1979. McGraw-Hill.
- [2] B. Hernández Morales; S. M. Gupta; J.K. Brimacombe; and E. B. Hawbolt *Determination of Quench Heat-Transfer coefficients Using Inverse Techniques in the First International Conference on Quenching & Control of Distortion; Chicago Illinois.* University of British Columbia; Vancouver, B. C., Canada. p 155-164.
- [3] K. L. Schwaha; H. Holl; H. W. Engl and T. Lanthaler *Inverse solidification analysis a valuable tool for computer aided process engineering in Metallurgical Process for the year 2000 and beyond* H. Y. Sohn and E. S. Geskin (editors). T. M. S. 1988. p 139-253.
- [4] Steven C. Chapra, Raymond P. Canale **Numerical Methods For Engineers** United State of America 1985. McGraw-Hill.
- [5] J. Szekely *The role of mathematical models in new process development in Productivity and technology in the metallurgical Industry* T.M.S. 1989. p 105-143.
- [6] J.K. Brimacombe *The Mathematical Modelling in Metallurgical Engineering in International Conference in Metallurgical Research: Fundamentals and Applied Aspects* February 1985, Kampur, India. p 241-268.
- [7] Richard L. Burden and J. Douglas Faires. **Análisis Numérico** 3ra. Edición. México 1985. Ed. Iberoamericana.
- [8] Harris M. Burte and Harold L. Gegel *The role of process modeling in the future of materials science and technology in Process Modeling-Fundamentals and applications to metals* Materials/Metalworking Technology Series. American Society for Metals 1979. p. 1-26.
- [9] A. D. Roming Jr.; N. Y. Pehlivanurk and O. T. Inal *modeling of Diffusion processes: Numerical solutions to the diffusion equation* in **Diffusion Analysis and applications** Edited by A. D: Roming Jr. and M. A. Dayananda. T. M. S. 1989. p 45-77.
- [10] Dale .A. Anderson, John C. Tannehill and Richard H. Pletcher. *Computational Fluid Mechanics and Heat Trasfer* United States of America, 1984. H. Publishing Corporation.

- [11] M. Necati Özisik. **Transferencia de calor** Bogotá, Colombia 1979. McGraw-Hill.
- [12] J.V. Beck, B. Blackwell and Charles R. St Clair, Jr. **Inverse Heat Conduction: III Posed Problems**. Wiley-Interscience, New York, 1985, p 1-39.
- [13] J. Szekely, James W. Evans and J.K. Brimacombe *The mathematical and physical modeling of primary metals processing operations* United States of American 1988. John Wile and Sons.
- [14] M. Magdalena. Chaires Rngel *Evaluación del coeficiente de transferencia de calor en el ensayo Jominy* Tesis Facultad de Química, U.N.A.M. México 1994.
- [15] A.S.M Handbook. Vol. 4. **Heat Treating**
- [16] George L. Kehl. **The principles of metallographic laboratory practice**. 3th. Edition. New York 1949. McGraw-Hill.
- [17] Manual de uso de tarjeta adquisidora electrónica mini-16, para máquinas IBM y compatibles.
- [18] A.S.M Handbook Vol. 2. **Properties and Selection: Noferrous Alloys and Special-Purpose Materials**
- [19] John E. Hatch. **Aluminum: Properties and Physical Metallurgy** American Society for Metals.
- [20] Donal Peckner and I.M. Bernstein. **Handbook of Stainless Steels**. McGraw-Hill Company 1977.
- [21] R.A. Lula. **Stainless Steel** American Society for Metals. 3ra. Edition 1986.
- [22] B.V. Karlekar y R.M. Desmond **Transferencia de calor** México 1985. Segunda Edición. McGraw-Hill.
- [23] G.H. Geiger and D.R. Poirier **Transport phenomena in Metallurgy** U.S.A. 1973. Ed. Addison-Wesley
- [24] J.K. Brimacombe, I.V. Samarasekera and J.E. Lait *Continuous Casting Heat Flow, Solidification and Crack Formation* Vol. 2. IIS-AIME 1984.
- [25] Howard E. Boyer. **Quenching and control of distortion** *ASM International Metal Park, Ohio* 1988.
- [26] R. I. L. Guthrie. **Engineering in Process Metallurgy** 1st. Edition. United State of America 1989. Ed. Clarendon Press Oxford.
- [27] F. Fitzgerald *Aspects of Mathematical Modelling of Heat and Mass Transfer in Iron and Steelmaking* in **Heat and Mass Transfer in Metallurgical System**; por D.B. Spalding and Afgan. McGraw-Hill 1981.

# Apéndice A

## Notación

$A_{flux}$	Area de la probeta en contacto con el fluido (agua ó salmuera)
$A_{aire}$	Area de la probeta en contacto con el aire estancado
$h_{aire}^{conv}$	Coefficiente de convección al aire
$k_i$	Conductividad térmica como f(T) para el nodo i
$h_{aire}^{rad}$	Coefficiente de radiación al aire = $\frac{\sigma \epsilon (T_a^4 - T_i^4)}{(T_a - T_i)}$
$h_{flux}$	Coefficiente de convección al fluido (agua o salmuera)
$L_N$	Longitud del dominio directo
$L_M$	Longitud total de la probeta <i>Dom. direc + Dom. inver</i>
$Q_B$	Calor disipado por la superficie transversal inferior de la probeta
$Q_T$	Calor disipado por la superficie transversal superior de la probeta
$Q_L$	Calor disipado por la superficie radial de la probeta
$T(x, t)$	Temperatura como función de la distancia $x$ y del tiempo $t$
$T_o$	Temperatura inicial del ensayo
$T_a$	Temperatura del aire
$T_{fluido}$	Temperatura del fluido de temple (agua o salmuera)
$C_p$	Capacidad calorífica
$Gr$	Número de Grasoff
$Nu$	Número de Nusselt
$Pr$	Número de Prandtl
$Re$	Número de Reynolds
$Sh$	Número de Sherwood
$\beta$	Coefficiente de temperatura de la conductividad térmica
$\Delta X_a$	Distancia internodal del dominio directo
$\Delta X_w$	Distancia internodal del dominio inverso
$r, \phi$ y $x$	Ejes coordenados cilíndricos
$\rho$	Densidad
$\mu$	Viscosidad del fluido

# Apéndice B

## Correlaciones y datos

1. Número de Grasoﬀ:

$$Gr_{Le} = \frac{g \beta (T_w - T_\infty) Le^3}{\nu^2}$$

2. Número de Nusselt:

$$Nu = \frac{h Le}{k}$$

$$Nu = c (Gr_{Le} Pr)^n$$

3. Número de Reynolds:

$$Re = \frac{\rho v Le}{\nu}$$

Tipo de flujo	Rango de $Gr_L Pr$	$c$	$n$
Laminar	$10^4$ a $10^9$	0.59	$\frac{1}{4}$
Turbulento	$10^9$ a $10^{13}$	0.10	$\frac{1}{3}$

Tabla B.1: Constante  $c$  y exponente  $n$  para el cálculo del Número de Nusselt para cilindros verticales [11]

Tipo de flujo	Rango de $Gr_L Pr$	$c$	$n$
Laminar	$10^5$ a $2 \times 10^7$	0.54	$\frac{1}{4}$
Turbulento	$2 \times 10^7$ a $3 \times 10^{10}$	0.14	$\frac{1}{3}$

Tabla B.2: Constante  $c$  y exponente  $n$  para el cálculo del Número de Nusselt para placas horizontales con convección por la parte superior [11]

Propiedades	Temperaturas		
	450 °K	500 °K	588 °K
$\rho \left( \frac{Kg}{m^3} \right)$	0.7833	0.7048	0.603
$k \left( \frac{mW}{m^2K} \right)$	0.03707	0.04038	0.0455
$\nu \times 10^6 \left( \frac{m^2}{s} \right)$	31.71	37.90	49.56
$\beta \times 10^3 \left( K^{-1} \right)$	3.222	3.222	3.222
$Pr$	0.683	0.680	0.686

Tabla B.3: Propiedades del aire como una función de la temperatura [1]

Temperatura °K	$k \left( \frac{W}{m \cdot K} \right)$	$C_p \left( \frac{J}{Kg \cdot K} \right)$	$\rho C_p \left( \frac{W \cdot s}{m^3 \cdot K} \right)$
300	237	900	$2.1312 \times 10^6$
400	240	954.124	$2.259 \times 10^6$
500	236	998.555	$2.364 \times 10^6$
600	231	1039.891	$2.462 \times 10^6$
700	225	1083.548	$2.566 \times 10^6$
800	218	1140.958	$2.702 \times 10^6$
900	210	1223.190	$2.896 \times 10^6$

Tabla B.4: Propiedades termofísicas como función de la temperatura para aluminio puro [18, 19]

Temperatura ° K	$k \left( \frac{W}{m \cdot ^\circ K} \right)$	$C_p \left( \frac{J}{Kg \cdot ^\circ K} \right)$	$\rho C_p \left( \frac{W \cdot s}{m^3 \cdot ^\circ K} \right)$
100	13.272	338.288	$2.706 \times 10^6$
200	13.909	404.504	$3.236 \times 10^6$
300	14.630	454.054	$3.632 \times 10^6$
400	15.363	500.000	$4.000 \times 10^6$
500	16.042	524.774	$4.198 \times 10^6$
600	16.741	545.450	$4.360 \times 10^6$
700	17.441	551.801	$4.441 \times 10^6$
800	18.140	574.324	$4.594 \times 10^6$
900	18.839	587.837	$4.702 \times 10^6$
1000	19.539	604.504	$4.836 \times 10^6$
1100	20.240	627.027	$5.016 \times 10^6$
1200	20.940	651.801	$5.214 \times 10^6$
1300	21.640	665.315	$5.322 \times 10^6$

Tabla B.5: *Propiedades termofísicas como función de la temperatura para acero inoxidable 316 [20, 21]*

	% C	% Mn	% Cr	% Ni	% Mo
Acero 316	0.08 max	2.0	16-18	10-14	2-3

Tabla B.6: *Composición química del acero inoxidable 316 [20, 21]*

# Apéndice C

## Cálculo de los coeficientes con el aire

### C.1 Acero inoxidable 316

1. La temperatura media superficial de la probeta será definida como un promedio algebraico de la temperatura de máximo calentamiento para iniciar el ensayo, y la temperatura mínima a la cual se suspende el mismo.

$$T_{max} = 950 \text{ }^{\circ}\text{C} \quad T_{min} = 200 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$T_s = 575 \text{ }^{\circ}\text{C} = 848 \text{ }^{\circ}\text{K}$$

2. El segundo paso será definir la temperatura media entre la superficie de la probeta y el medio ambiente. Este cálculo se realiza para establecer a cual temperatura serán evaluadas las propiedades de aire.

$$T_m = \frac{(T_s + T_{aire})}{2} = \frac{(575 \text{ }^{\circ}\text{C} + 25 \text{ }^{\circ}\text{C})}{2} = 300 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

3. Definir la longitud equivalente.

- Respecto al área lateral:  $Le = 0.1016 \text{ m}$
- Respecto al área axial:  $Le = 0.0254 \text{ m}$

4. Cálculo del Número de Grasoﬀ:

$$Gr_{lateral} = \frac{(9.81 \frac{m}{s^2})(3.222 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1})(848 \text{ }^{\circ}\text{K} - 298 \text{ }^{\circ}\text{K})(0.1016 \text{ m})^3}{(49.56 \times 10^{-6} \frac{m^2}{s})^2}$$

$$Gr_{lateral} = 7.4229 \times 10^6$$

$$Gr_{axial} = \frac{(9.81 \frac{m}{s^2})(3.222 \times 10^{-3} K^{-1})(848 \text{ }^\circ K - 298 \text{ }^\circ K)(0.0254 \text{ m})^3}{(49.56 \times 10^{-6} \frac{m^2}{s})^2}$$

$$Gr_{axial} = 1.1598 \times 10^5$$

5. Definir el tipo de flujo (laminar o turbulento):

- Lateral (Tabla B.1):

$$Gr_{lateral} \times Pr = 5.0921 \times 10^6 \implies \text{Flujo Laminar}$$

- Axial (Tabla B.2):

$$Gr_{axial} \times Pr = 7.9564 \times 10^4 \implies \text{Flujo Laminar}$$

6. Cálculo del Número de Nusselt:

- $Nu_{lateral} = 0.59 (5.0921 \times 10^6)^{\frac{1}{4}} = 28.0269$
- $Nu_{axial} = 0.54 (7.9564 \times 10^4)^{\frac{1}{4}} = 9.06928$

7. Cálculo del coeficiente convectivo para probeta de Acero inoxidable 316:

- $h_{aire}^{radial} = \frac{(28.0269)(0.0455 \frac{W}{m^2 \cdot K})}{(0.1016 \text{ m})} = 12.551 \frac{W}{m^2 \cdot K}$
- $h_{aire}^{axial} = \frac{(9.06928)(0.0455 \frac{W}{m^2 \cdot K})}{(0.0254 \text{ m})} = 16.246 \frac{W}{m^2 \cdot K}$

## C.2 Aluminio puro

1. Definición de la temperatura media superficial de la probeta de Aluminio puro.

$$T_{max} = 760 \text{ }^\circ C \quad T_{min} = 100 \text{ }^\circ C$$

$$T_s = 430 \text{ }^\circ C = 703 \text{ }^\circ K$$

2. Definir la temperatura media entre la superficie de la probeta y el medio ambiente.

$$T_m = \frac{(T_s + T_{aire})}{2} = \frac{(430 \text{ }^\circ C + 25 \text{ }^\circ C)}{2} = 227.5 \text{ }^\circ C$$

3. Definir la longitud equivalente.

- Respecto al área lateral:  $Le = 0.1016 \text{ m}$
- Respecto al área axial:  $Le = 0.0254 \text{ m}$

4. Cálculo del Número de Grasoﬀ:

$$Gr_{lateral} = \frac{(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})(3.222 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1})(703 \text{ }^\circ\text{K} - 298 \text{ }^\circ\text{K})(0.1016 \text{ m})^3}{(37.9 \times 10^{-6} \frac{\text{m}^2}{\text{s}})^2}$$

$$Gr_{lateral} = 9.3465 \times 10^6$$

$$Gr_{axial} = \frac{(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})(3.222 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1})(703 \text{ }^\circ\text{K} - 298 \text{ }^\circ\text{K})(0.0254 \text{ m})^3}{(37.9 \times 10^{-6} \frac{\text{m}^2}{\text{s}})^2}$$

$$Gr_{axial} = 1.4604 \times 10^5$$

5. Definir el tipo de flujo (laminar o turbulento):

- Lateral (Tabla B.1):

$$Gr_{lateral} \times Pr = 6.355 \times 10^6 \implies \textit{Flujo Laminar}$$

- Axial (Tabla B.2):

$$Gr_{axial} \times Pr = 9.9307 \times 10^4 \implies \textit{Flujo Laminar}$$

6. Cálculo del Número de Nusselt:

- $Nu_{lateral} = 0.59 (6.355 \times 10^6)^{\frac{1}{4}} = 29.6239$
- $Nu_{axial} = 0.54 (9.9307 \times 10^4)^{\frac{1}{4}} = 9.586$

7. Cálculo del coeficiente convectivo para probeta de Aluminio puro:

- $h_{aire}^{radial} = \frac{(29.6239)(0.04038 \frac{W}{m^2 \cdot K})}{(0.1016 m)} = 11.7737 \frac{W}{m^2 \cdot K}$
- $h_{aire}^{axial} = \frac{(9.58602)(0.04038 \frac{W}{m^2 \cdot K})}{(0.0254 m)} = 15.239 \frac{W}{m^2 \cdot K}$

## Apéndice D

### Comparación de flujos de calor

De acuerdo a la Figura 3.1 en la página 22, las áreas requeridas son calculadas de la forma siguiente:

$$A_{flux} = \pi \times \left( \frac{0.0254 \text{ m}}{2} \right)^2 = 5.06708 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$A_{aire}^{axial} = \pi \times \left( \frac{0.0254 \text{ m}}{2} \right)^2 = 5.06708 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$A_{aire}^{lateral} = (0.1016 \text{ m}) \times (2 \times \pi \times \frac{0.0254 \text{ m}}{2}) = 8.1073 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

Suposición planteada:

$$Q_{flux} \stackrel{?}{>} Q_{Rad} + Q_{Conv} \quad (D.1)$$

Expresándose los términos de la expresión D.1 como:

$$Q_{flux} = A_{flux} \times h_{flux} \times (\Delta T) \quad (D.2)$$

$$Q_{Rad} = (A_{aire}^{axial} + A_{aire}^{lateral}) \times (h_{aire}^{rad}) \times (\Delta T) \quad (D.3)$$

$$Q_{Conv} = (A_{aire}^{axial} \times h_{aire}^{axial} + A_{aire}^{lateral} \times h_{aire}^{lateral}) \times (\Delta T) \quad (D.4)$$

Donde el valor de  $h_{flux}$ , presente en la expresión D.2, es referido al coeficiente convectivo del fluido bajo el cual se este realizando el ensayo (agua o salmuera). Para fines prácticos se usará el de agua.

De igual forma el  $\Delta T$  presente en las ecuaciones D.2, D.3 y D.4 es el que se obtiene de la diferencia de la temperatura de la probeta y la temperatura a la que se encuentre

el fluido convectivo, llámese en este caso aire, agua o salmuera. Utilizando condiciones iniciales del ensayo.

$$\Delta T = ( 1223 \text{ }^\circ\text{K} - 298 \text{ }^\circ\text{K} )$$

Aclarando que  $h_{rad}$  no es sino la linealización de la Ley de Boltzman de transferencia de calor por radiación [22].

$$h_{rad} = \frac{\sigma \epsilon F_{12} (T_{aire}^4 - T_i^4)}{(T_{aire} - T_i)} \quad (D.5)$$

Considerando el factor de forma como 1, tomando un valor de 0.585 como la emisividad para acero inoxidable [1], y sabiendo que la constante de Stefan-Boltzman tiene un valor de  $5.669 \times 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4}$  [22], podemos reescribir la ecuación D.5 como:

$$h_{rad} = 3.3163 \times 10^{-8} \left( \frac{T_i^4 - T_{aire}^4}{T_i - T_{aire}} \right) \quad (D.6)$$

$$h_{rad} = 3.3163 \times 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4} \times \left( \frac{(1223 K)^4 - (298 K)^4}{1223 K - 298 K} \right)$$

$$h_{rad} = 79.92 \frac{W}{m^2 \text{ }^\circ\text{K}}$$

Obtenido este valor, ya es posible calcular los términos de la expresión D.1. (Valores de los coeficientes convectivos para aire tomados del Apéndice C)

$$Q_{agua} = ( 5.06708 \times 10^{-4} m^2 ) ( 8000 \frac{W}{m^2 K} ) ( \Delta T ) = 3749.6392 W$$

$$Q_{Conv} = \left( ( 5.06708 \times 10^{-4} m^2 ) ( 16.2 \frac{W}{m^2 K} ) + ( 8.1073 \times 10^{-3} ) \right. \\ \left. \times ( 12.5 \frac{W}{m^2 K} ) \right) \times ( \Delta T ) = 101.3336 W$$

$$Q_{Rad} = ( 5.06708 \times 10^{-4} m^2 + 8.1073 \times 10^{-3} ) \\ \times ( 79.92 \frac{W}{m^2 K} ) ( \Delta T ) = 636.7991 W$$

Se puede ahora escribir la expresión D.1 de la forma:

$$3749.6392 \frac{W}{m^2 \cdot K} \stackrel{?}{>} 101.3336 \frac{W}{m^2 \cdot K} + 636.7991 \frac{W}{m^2 \cdot K}$$

Finalizando por presentar los por cientos de calor de cada flujo:

$$\% Q_{Conu}^{aire} = 100 \% \left( \frac{101.3336}{3749.6392 + 101.3336 + 638.7991} \right) = 2.257 \%$$

$$\% Q_{Rad}^{aire} = 100 \% \left( \frac{638.7991}{3749.6392 + 101.3336 + 638.7991} \right) = 14.189 \%$$

$$\% Q_{agua}^{conv} = 100 \% \left( \frac{3749.6392}{3749.6392 + 101.3336 + 638.7991} \right) = 83.554 \%$$

Se ve que el porcentaje de calor disipado hacia los alrededores por convección más radiación, es de aproximadamente 16 %. Por ésta razón, este trabajo considera las pérdidas de energía por convección y radiación de las superficie expuestas al aire.

Al igual, el porcentaje presentado por el chorro de fluido, es considerablemente mayor a las pérdidas debidas al contacto con el aire. Razón por la cual, es posible considerar la formación de gradientes internos en la dirección axial de la probeta.

## Apéndice E

### Gráficas de los datos experimentales

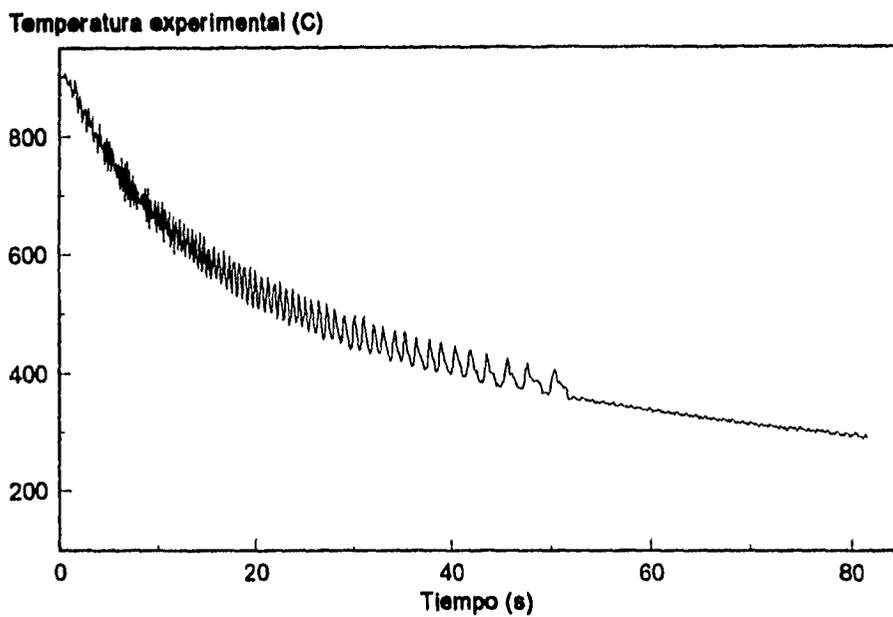


Figura E.1: Prueba I. Lectura experimental de acero inoxidable bajo un chorro de agua

Temperatura experimental (C)

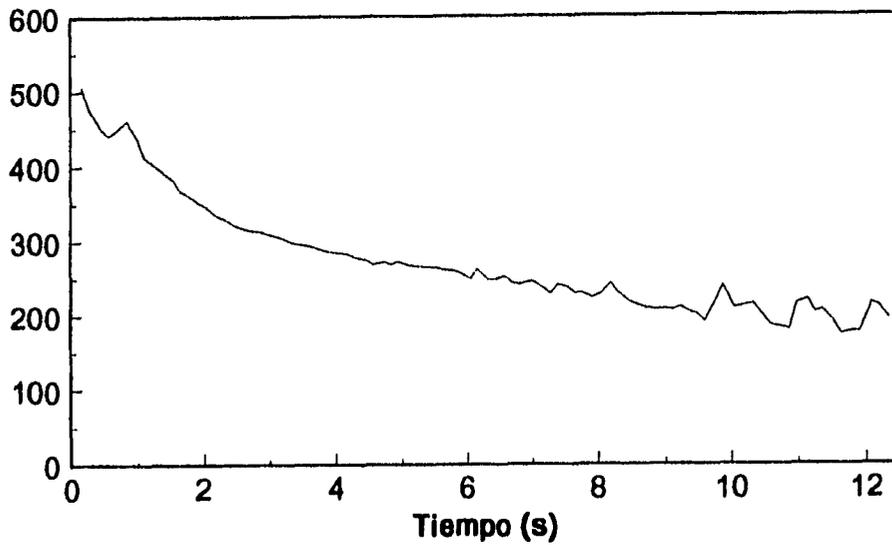


Figura E.2: Prueba II. Lectura experimental de aluminio puro bajo un chorro de agua

Temperatura experimental (C)

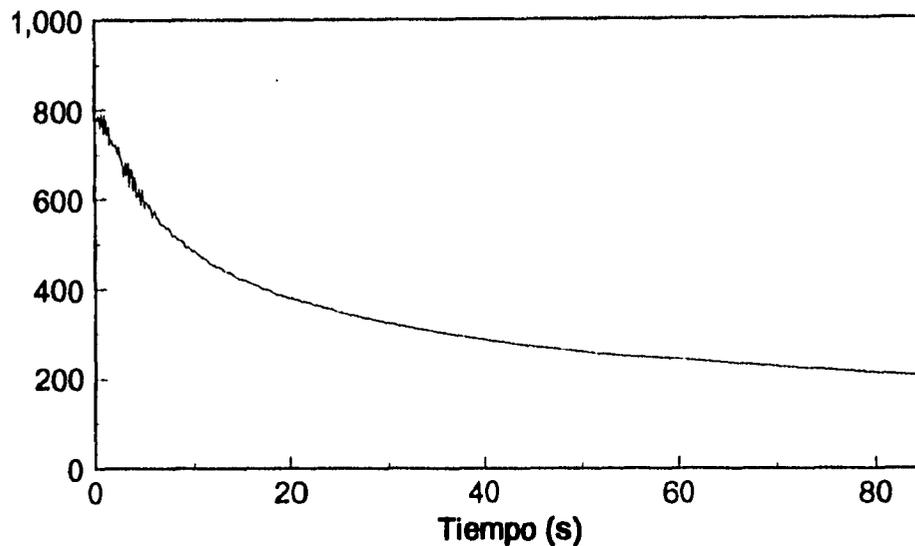


Figura E.3: Prueba A. Lectura experimental de acero inoxidable bajo un chorro de agua

Temperatura experimental (C)

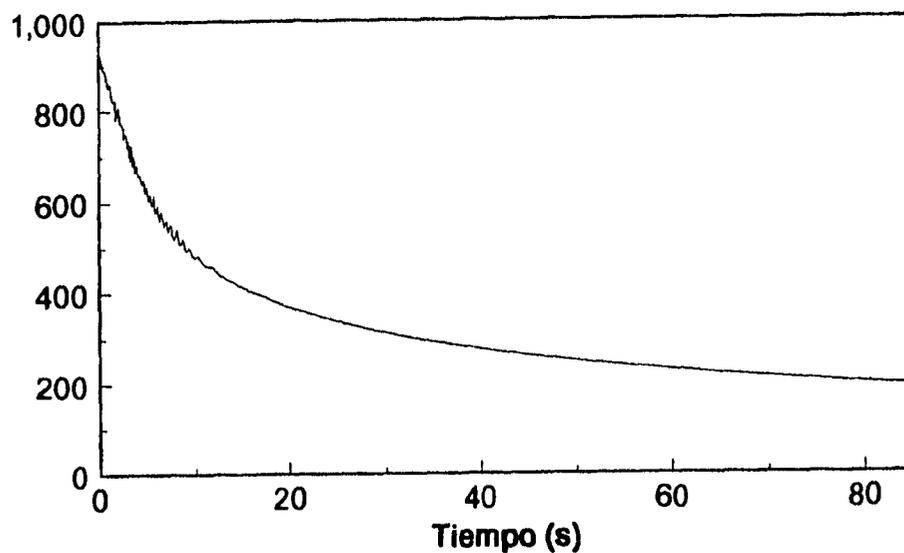


Figura E.4: Prueba B. Lectura experimental de aluminio puro bajo un chorro de agua

Temperatura experimental (C)

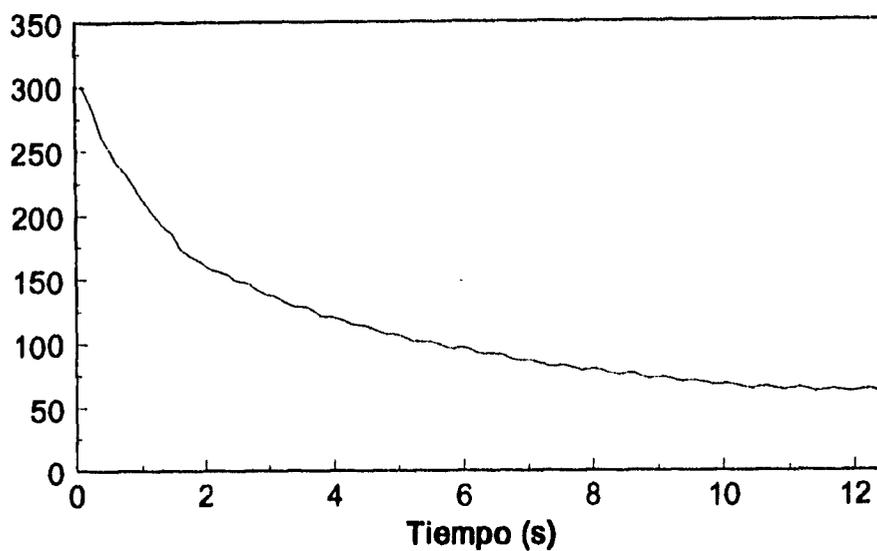


Figura E.5: Prueba C. Lectura experimental de acero inoxidable bajo un chorro de salmuera

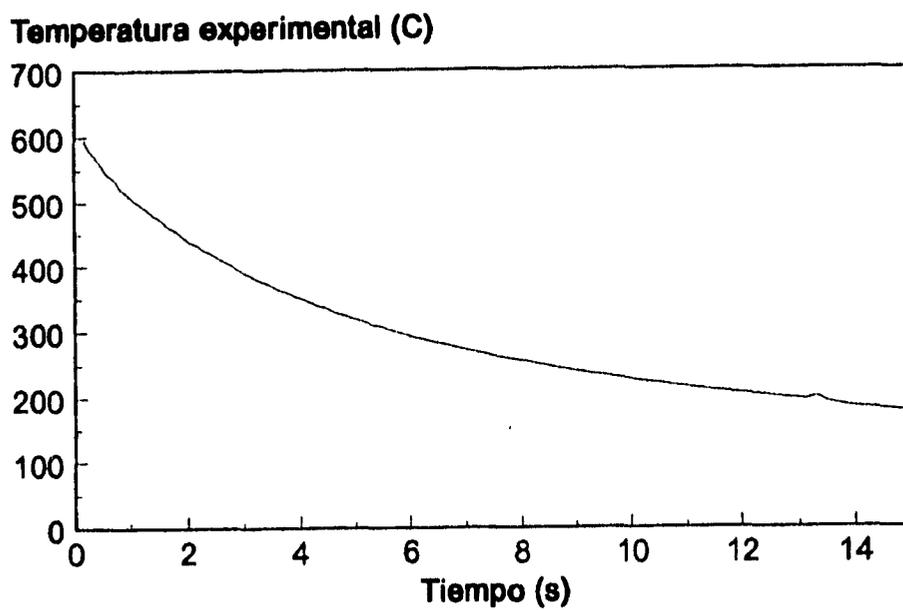


Figura E.6: Prueba D. Lectura experimental de aluminio puro bajo un chorro de salmuera

# Apéndice F

## Programa Crank-Nicholson

```
Program Crank-Nicholson;
```

```
Uses crt;
```

```
Type
```

```
  Pasos=Array[0..92] of real;  
  Vector=Array[1..100] of real;  
  Tres=Array[1..3] of real;
```

```
  const
```

```
  IOerr: boolean = false; { Flags an I/O error }
```

```
Var
```

```
  Tol,DT,DXa,Dxw,ts,DBiw,DBia,l,La,Lw,co,ha,hw,Ta,Tw:Real;  
  int1,int2,w1,w2,z1,z2:Real;  
  pen1,bm1,pen2,bm2,Km1,pCp,Dfoa,DFow:real;  
  A,B,C,D:Vector;  
  Tf,T:Vector;  
  i,j,k,kp,Ps,K1,i1,j1,gw:longint;  
  Num,Na,Nw,N,M:integer;  
  Filename: String[25];  
  Infile: Text;  
  opcion:char;
```

```
  Procedure entrada;
```

```
  Begin  
  clrscr;  
  WriteLN;
```

```

Write('El valor de su ha(W/m2°C)? ');
ReadLn(ha);
Write('El valor de su hw(W/m2°C)? ');
ReadLn(hw);
Write('Temperatura del agua, Tw(°C)? ');
ReadLn(Tw);
Write('Temperatura del aire, Ta(°C)? ');
ReadLn(Ta);
WriteLn;
write('Cual es la longitud de su primer dominio, La(m)? ');
ReadLn(La);
Write('Ahora longitud de su segundo dominio, Lw(m)? ');
ReadLn(Lw);
Write('Cuantos nodos en el primer dominio, Na? ');
ReadLn(Na);
Write('Cuantos nodos en el segundo dominio, Nw? ');
ReadLn(Nw);
WriteLn('Recuerde que que Na es igual al nodo 1 del segundo dominio');
WriteLn('Por tanto M(nodos totales) = Na+Nw-1');
N:=Na;M:=Na+Nw-1;
    WriteLn;
DXa:=La/(Na-1);
DXw:=Lw/(Nw-1);
L:=DXa/DXw;
WriteLn;
Write('CUAL ES LA TEMPERATURA INICIAL DE LA PIEZA To(°C)? ');
ReadLn(co);
For i:=1 to M Do
    T[i]:=co;

Write('Con que dt desea trabajar (seg)? ');
    ReadLn(dt);
    Write('Cual es su tiempo final, tf(seg)? ');
    ReadLn(ts);
Ps:=round(ts/dt);

WriteLn;
End;

Procedure Propiedades;
    Begin
    DBiw:=(hw*DXw)/Km1;
    For i:=1 to N Do

```

```

DFoa:=(Km1*dt)/(DXa*DXa*pCp);
For i:=N to M Do
DFow:=(Km1*dt)/(DXw*DXw*pCp);
DBia:=(ha*DXa)/Km1;
End;

```

Procedure coeficientes;

```

Begin
k1:=k-1;
D[1]:=1+DFoa*(1+DBia);
A[1]:=-DFoa;
C[1]:=2*DBia*DFoa*Ta-(DFoa*(1+DBia)-1)*T[1]+DFoa*T[2];
  For i:=2 to N-1 Do
    Begin
      B[i]:=DFoa;
      D[i]:=-2-2*DFoa;
      A[i]:=DFoa;
      C[i]:=-DFoa*T[i-1]+(-2+2*DFoa)*T[i]-DFoa*T[i+1];
    End;
  B[N]:=2*(DFoa/(1+1/l));
  D[N]:=2*(-DFoa/(1+1/l)-DFow/(1+1)-1);
  A[N]:=2*(DFow/(1+1));
  C[N]:=2*(-DFoa/(1+1/l))*T[N-1];
  C[N]:=C[N]+2*(DFoa/(1+1/l)+DFow/(1+1)-1)*T[N]-2*(DFow/(1+1))*T[N+1];
  For i:=N+1 to M-1 Do
    Begin
      B[i]:=DFow;
      D[i]:=-2-2*DFow;
      A[i]:=DFow;
      C[i]:=-DFow*T[i-1]+(-2+2*DFow)*T[i]-DFow*T[i+1];
    End;

  D[M]:=1+DFow*(1+DBiw);
  B[M]:=-DFow;
  C[M]:=2*DBiw*DFow*Tw-(DFow*(1+DBiw)-1)*T[M]+DFow*T[M-1];
End;

```

Procedure Matriz;

```

Begin
For i1:=2 to M Do
Begin

```

```

D[i1]:=D[i1]-(B[i1]/D[i1-1])*A[i1-1];
C[i1]:=C[i1]-(B[i1]/D[i1-1])*C[i1-1];

End;

Tf[M]:=C[M]/D[M];
For Ji:=1 to M-1 Do
  Begin
    Tf[M-Ji]:=(C[M-Ji]-A[M-Ji]*Tf[M-Ji+1])/D[M-Ji];
  End;
END;

BEGIN
  Entrada;
  Clrscr;
  For k:=1 to Ps Do
    Begin
      For i:=1 to M Do
        Begin
          pCp:=4.752e6;
          Km1:=17;
          End;
          Propiedades;
          Coeficientes;
          Matriz;
        For i:=1 to M Do
          T[i]:=Tf[i];

          end;

          For i:=1 to M Do
            Begin
              WriteLN('T(',i,')=',',',',T[i]:5:3);
            End;
            WriteLN;
          Write('Desea guardar los datos: (S/N)');
          READLN(opcion);
          If opcion in ['s','S'] then
            Begin
              Write('Cuál es el nombre de su archivo: ');
              ReadLN(FileName);
              assign(InFile, FileName);
            End;
          End;
        End;
      End;
    End;
  End;
END;

```

```
Rewrite(Infile);  
For i:=1 to N Do  
  Begin  
    WriteLN(Infile, T[i]:4:3, ' ':8,dxa*(i-1):2:4);  
  End;  
  WriteLN(Infile, T[M]:4:3, ' ':8,La+Lw:2:4);  
close(Infile);  
End;
```

END.

# Apéndice G

## Programa Jominy

```
Program Jominy;
```

```
Uses crt;
```

```
Type
```

```
  Pasos=Array[0..1150] of real;  
  Vector=Array[1..50] of real;  
  Tres=Array[1..3] of real;  
  Datos=Array[1..15] of real;  
  arreglo=datos;
```

```
  const
```

```
    emisi=0.59;  
    boltz=5.669e-8;  
    {pi=3.1416;}
```

```
  IOerr: boolean = false; { Flags an I/O error }
```

```
Var
```

```
  Tol,DXa1,Dxw1,ts,DBia,DBiw,l,La,Lw,co,ha,hw,Ta,Tw,int1,int2,w1,  
  w2,z1,z2:Real;  
  Kval1,Kval2,Kval,pCpval,mile,Tprueba:Real;  
  A,B,C,D,DBcon,DBrad,hrad:Vector;  
  pen1,bm1,pen2,bm2:real;  
  T,Tfin:Vector;  
  Km1,pCp,DFo:Vector;  
  i,j,k,kp,Ps,K1,i1,j1,z:integer;  
  Num,Na,Nw,N,M,Csua,Ddonde:integer;  
  Td,rhoCp,Km:Datos;
```

```

h,Acu1:tres;
hc,TSUPER,dt,Acu:pasos;
FileName: String[255];
InFile, OutFile: Text;
Ch,ESPERA,opcion,FINPRO,Tecla: char;
NumVar,NumPuntos: integer;
Time,Tempera,Tempmed:Pasos;
    
```

```
{*****INICIA LA LECTURA*****}
```

```
Procedure Lectura;
```

```

{$I-} { "Desconectar" el paro del programa por error de I/O }
{$R+} { "Conectar" la evaluación de los rangos en las variables }
(* {$N+} { Procesamiento numérico mediante el "co-procesador 8087" }
{$E+} { "Emulación" del co-procesador numérico 8087
si no está presente } *)
    
```

```

{$I COMMON.001} (* procedures: IOcheck, GetOutputFile *)
    
```

```
Begin {LEE LOS DATOS DE LAS PROPIEDADES FISICAS}
```

```

writeLn;
Num:= 1;
Write('Nombre del archivo donde se obtendrán las propiedades: ');
ReadLn(FileName);
ASSIGN(INFILE,FILENAME);
RESET(INFILE);
while not(EOF(InFile)) do
begin
readln(InFile,Td[Num],rhoCp[Num],km[Num]);
IOcheck; {DESIGNA VALORES DE LAS PROPIEDADES LEIDAS}
Num:=Num+1;
end;
close(InFile);
Num:=Num-1;
WriteLn;
    
```

```

Write('Nombre del archivo de los datos: ');
ReadLn(FileName);
{LLAMA AL ARCHIVO QUE CONTIENE LOS DATOS}
    
```

```

        assign(InFile, FileName);                {EXPERIMENTALES}

repeat
    reset(InFile);
    IOCheck;
until not IOerr;

NumVar:= 0; {CONTADOR DE CUANTOS PARES DE DATOS EXISTEN}

while not(EOF(InFile)) do
begin
    readln(InFile,Time[NumVar],Tempmed[NumVar]); {LEE CADA VALOR DE DATOS}
    IOCheck; {CHECA LA EXTRACCION DE LOS DATOS}
    NumVar:=NumVar+1;
end;
close(InFile);
NumVar:=NumVar-2;

for i:=1 to Numvar+1 DO
Begin
    dt[i]:=Time[i]-Time[i-1]; {OBTIENE LOS dt DE CALCULO}
    Tempmed[i]:=Tempmed[i]+273;
End;
Tempmed[0]:=Tempmed[0]+273;

END;
{*****FINALIZA LA LECTERA*****}

{*****SUAVIZADO A LOS DATOS*****}
Procedure Suavizado;
Begin
For j:=1 to Csua Do    {REALIZA LA CANTIDAD DE SUAVIZADOS PEDIDOS}
    Begin
        For i:=Ddonde to Numvar-2 Do
            Begin
Tempera[i]:=(-3*Tempmed[i-2]+12*Tempmed[i-1]+17*Tempmed[i]+12*Tempmed[i+1]
-3*Tempmed[i+2])/35;
            End;
        End;
    End;
End;

```

```
    For i:=Ddonde to Numvar-2 Do
{ASIGNA EL SUAVIZADO DESDE EL DATO DESEADO}
    Tempmed[i]:=Tempera[i];
    End;

End;
{*****FINALIZA EL SUAVIZADO*****}

{*****INICIA LA ENTRADA DE DATOS REQUERIDOS*****}
    Procedure entrada;
    Begin

        ha:=10;
        Tw:=298;
        Ta:=298;
        WriteLN('Los cálculos son realizados a 90 mm de pulgadas');
        WriteLN;
        opcion:='a';
        if opcion IN ['a','A'] then
            Begin
                La:=0.099314;Lw:=0.002286;
            End
        Else
            Begin
                La:=0.094742;Lw:=0.006858;
            End;

        WriteLN;
        Write('Cuántos nodos a lo largo de la probeta, Na? ');
        ReadLN(Na);
        Write('Cuántos nodos en las cercanías a la superficie, Nw? ');
        ReadLN(Nw);
        WriteLN;
        Repeat
            Write('Desea suavizado de los datos (S/N): ');
            ReadLN(Tecla);
            WriteLN;
        Until Tecla in ['s','S','n','N'];
        If Tecla in ['s','S'] then
            Begin
                Write('Cuántos suavizados de los datos requiere: ');
```

```

ReadLN(Csua);
WriteLN;
Write('Desde que valor desea suavizar (mayor ó igual a 3): ');
ReadLN(Ddonde);
End;
WriteLn;
Write('Que valor de tolerancia, Tol=Texp-Tcal? ');
ReadLn(Tol);

WriteLN;
WriteLN('El total de par de datos que se pueden interar es M=', NumVar);
WriteLN;
Write('Cuantos tiempos desea interar: ');
ReadLn(ps);
End;
{*****FINALIZA LA ENTRADA DE DATOS*****}

{*****DEFINE LAS PROPIEDADES EN F(X)*****}

Procedure Propiedades1;
Begin
DBcon[1] := (ha*0.0127)/((Km1[1]+Km1[2])/2);
DBrad[1] := (hrad[1]*0.0127)/((Km1[1]+Km1[2])/2);
For i:=1 to M-1 Do
DFo[i] := (((Km1[i]+Km1[i+1])/2)*dt[k])/(DXa1+DXa1*pCp[i]);
For i:=2 to M-1 Do
Begin
DBcon[i] := (ha*0.0127)/((Km1[i-1]+Km1[i])/2);
DBrad[i] := (hrad[i]*0.0127)/((Km1[i]+Km1[i+1])/2);
End;
DBia := (ha*DXa1)/Km1[1];
End;

Procedure Propiedades2;
Begin
DBia := (h[j]*DXw1)/Km1[1];
DBcon[1] := (ha*0.0127)/((Km1[1]+Km1[2])/2);
DBrad[1] := (hrad[1]*0.0127)/((Km1[1]+Km1[2])/2);
For i:=1 to M-1 Do
DFo[i] := (((Km1[i]+Km1[i+1])/2)*dt[k])/(DXw1+DXw1*pCp[i]);
For i:=2 to M-1 Do

```

```

Begin
DBcon[i] :=(ha*0.0127)/((Km1[i-1]+Km1[i])/2);
DBrad[i] :=(hrad[i]*0.0127)/((Km1[i]+Km1[i+1])/2);
End;
End;

{*****FINALIZAN LAS PROPIEDADES*****}

{*****SE OBTIENEN LOS COEFICIENTES*****}
{*****EM FUNCION DE LA POSICION DEL NODO*****}

Procedure coeficientes;

Begin
D[1] :=1+DFo[1]*(1+DBia+pi*Dxw1*Dxw1*(DBcon[1]+DBrad[1]));
A[1] :=-DFo[1];
C[1] :=2*DBia*DFo[1]*Ta-(DFo[1]*(1+DBia+pi*Dxw1*Dxw1*(DBcon[1]+
DBrad[1]))-1)*T[1]+DFo[1]*T[2];

For i:=2 to M-1 Do
Begin
B[i] :=DFo[i-1];
D[i] :=-2-DFo[i-1]*(1+2*pi*Dxw1*Dxw1*DBcon[i])-
DFo[i]*(1+2*pi*Dxw1*Dxw1*DBrad[i]);
A[i] :=DFo[i];
C[i] :=-DFo[i-1]*T[i-1]-DFo[i]*T[i+1];
C[i] :=C[i]+(-2+DFo[i-1]*(1+2*pi*Dxw1*Dxw1*DBcon[i])+
DFo[i]*(1+2*pi*Dxw1*Dxw1*DBrad[i]))*T[i]
End;

End;

{*****TERMINA LOS COEFICIENTES*****}

{*****RESUELVE LA MATRIZ TRIDIAGONAL*****}
Procedure Matriz1;
Begin
For i1:=2 to m-1 Do
Begin
D[i1] :=D[i1]-(B[i1]/D[i1-1])*A[i1-1];
C[i1] :=C[i1]-(B[i1]/D[i1-1])*C[i1-1];

```

```

End;

Tfin[m]:=TEMPmed[k];
  For J1:=1 to M-1 Do
    Begin
      Tfin[m-J1]:=(C[m-J1]-A[m-J1]*Tfin[M-J1+1])/D[m-J1];
    End;

  END;
{*****FINALIZA LA MATRIZ*****}

{*****INICIAN LAS APERTURAS DE h *****}
{Amplían los rangos en la búsqueda de h(convectiva) por interacción}

  Procedure apertura1;
  Begin
    int1:=int1/2;
    h[1]:=h[2]*int1; {REDUCE EL RANGO}
    h[3]:=h[2];
  End;

  Procedure apertura2;
  Begin
    int2:=2*int2;
    h[1]:=h[2]; {AMPLIA EL RANGO}
    h[3]:=h[3]*int2;
  End;

{*****TERMINAN LOS PROCEDIMIENTOS DE APERTURA*****}

{*****EMPIEZA EL GUARDADO DE DATOS*****}

  Procedure guarda;
  Begin

  if opcion in ['a','A'] then mile:=90
    else mile:=270;

    WriteLN;
    Write('Desea archivar estos resultados (S/N): ');

```

```

    Tecla:=ReadKEY;WriteLN(Tecla);
    WriteLN;
    IF Tecla in ['s','S'] then
    Begin
    WriteLN('Qué nombre desea para este archivo: ');
    Readln(Filename);
    Assign(outfile, Filename);
    Rewrite(outfile);
    writeLN(Outfile, Na,' ':5,Nw);
    writeLN(Outfile, Csua,' ':5,Ddonde);
    writeLN(Outfile, Tol,' ':5,mile);
    For i:=1 to k DO
    Begin
    WriteLN(Outfile, time[i],' ':3,Tsuper[i]-273,' ':3,hc[i],' ':3);
    End;
    close(Outfile);
    End;

```

```

End;
{*****FINALIZA EL GUARDADO DE DATOS*****}

```

```

{*INICIA EL PROGRAMA PRINCIPAL*}

```

```

Label inicio,Termino,fINAL;
  {$I-} { "Desconectar" el paro del programa por error de I/O }
  {$R+} { "Conectar" la evaluación de los rangos en las variables }
  (* {$M+} { Procesamiento numérico mediante el "co-procesador 8087" }
  {$E+} { "Emulación" del co-procesador numérico 8087
  si no está presente } *)

```

```

{$I COMMON.001} (* procedures: IOcheck, GetOutputFile *)

```

```

BEGIN

```

```

    clrscr;
    Lectura;

    Entrada;

    Suavizado;

```

```

For k:=1 to Ps Do
hc[k]:=0;

h[1]:=0.1;
h[2]:=1E3;
h[3]:=1E5;
int1:=0.5;
int2:=1.5;

Clrscr;

For i:=1 to na+nw Do
Begin
Tfin[i]:=Tempmed[0];
T[i]:=Tempmed[0];
End;

For k:=1 to Ps Do {Ps=Cuántos datos se quieren interar}
Begin

M:=na;      {Designación del primer dominio}
dxa1:=(La/(M-1));
dxw1:=(La/(M-1));

For i:=1 to M Do
Begin
For j:=1 to Num Do
Begin
IF (T[i]>=Td[j]) and (T[i]<Td[j+1]) then
Begin
pCp[i]:=rhoCp[j]*(Td[j+1]-T[i])/(Td[j+1]-Td[j]);
pCP[i]:=pCP[i]+rhoCp[j+1]*(T[i]-Td[j])/(Td[j+1]-Td[j]);
Km1[i]:=Km[j]*(Td[j+1]-T[i])/(Td[j+1]-Td[j]);
Km1[i]:=Km1[i]+Km[j+1]*(T[i]-Td[j])/(Td[j+1]-Td[j]);
End;
End;

End;

{Propiedades}

```

```

{del primer}  Tprueba:=T[i]*T[i];
{dominio}    Tprueba:=Tprueba*T[i]*T[i];
             hrad[i]:=boltz*emisi*(Tprueba-Ta*Ta*Ta*Ta)/(T[i]-Ta);
             {T[i]:=Tfin[i];}
             End;

             Propiedades1;
             Coeficientes;
             Matriz1;
             {For i:=1 to M Do
             Tfin[i]:=T[i];}

             dxw1:=(Lw/(nw-1));

             For j:=1 to Num Do
             Begin
             if (Tfin[m-1]>=Td[j]) and (Tfin[m-1]<Td[j+1]) then
             Begin
             Kval1:=Km[j]*(Td[j+1]-Tfin[m-1])/(Td[j+1]-Td[j]);
             Kval1:=Kval1+Km[j+1]*(Tfin[m-1]-Td[j])/(Td[j+1]-Td[j]);
             End;
             if (Tfin[m]>=Td[j]) and (Tfin[m]<Td[j+1]) then
             Begin
             Kval2:=Km[j]*(Td[j+1]-Tfin[m])/(Td[j+1]-Td[j]);
             Kval2:=Kval2+Km[j+1]*(Tfin[m]-Td[j])/(Td[j+1]-Td[j]);
             pCpval:=rhoCp[j]*(Td[j+1]-Tfin[m])/(Td[j+1]-Td[j]);
             pCpval:=pCpval+rhoCp[j+1]*(Tfin[m]-Td[j])/(Td[j+1]-Td[j]);
             End;
             End;
             Kval:=(Kval1+Kval2)/2;

             if ((opcion in ['a','A']) and (k=1)) then
             Acu[k]:=pCpval*(dxai+dxw1)*(Tfin[m]-T[m])/(2*dt[k])
             else
             Begin
             Acu[k]:=pCpval*(dxai+dxw1)*(Tfin[m]-T[m])/(dt[k]);

             Acu[k]:=Acu[k]+Kval*(Tfin[m]-Tfin[m-1])/dxai+
             Km1[m-1]*(T[m]-Tfin[m-1])/dxai;

             End;

             Inicio: {Comienza el segundo dominio}

```

```

M:=nw;
dxwi:=(Lw/(M-1));
dxa1:=dxwi;

For i:=1 to M Do
  Begin
    For j:=1 to Num Do
      Begin
        IF (T[i]>=Td[j]) and (T[i]<Td[j+1]) then
          Begin
            pCp[i]:=rhoCp[j]*(Td[j+1]-T[i])/(Td[j+1]-Td[j]);
            pCP[i]:=pCP[i]+rhoCp[j+1]*(T[i]-Td[j])/(Td[j+1]-Td[j]);
            Km1[i]:=Km[j]*(Td[j+1]-T[i])/(Td[j+1]-Td[j]);
            Km1[i]:=Km1[i]+Km[j+1]*(T[i]-Td[j])/(Td[j+1]-Td[j]);
          End;
        End;
      End;

{Propiedades}
{del segundo} Tprueba:=T[i]*T[i];
{dominio} Tprueba:=Tprueba*T[i]*T[i];
hrad[i]:=boltz*emisi*(Tprueba-Ta*Ta*Ta*Ta)/(T[i]-Ta);
End;

For j:=1 to 3 Do
  Begin {Empieza j}

  Propiedades2;
  Coeficientes;
  Matriz1;

  For z:=1 to Num Do
    Begin
      if (Tfin[m-1]>=Td[z]) and (Tfin[m-1]<Td[z+1]) then
        Begin
          Kval1:=Km[z]*(Td[z+1]-Tfin[m-1])/(Td[z+1]-Td[z]);
          Kval1:=Kval1+Km[z+1]*(Tfin[m-1]-Td[z])/(Td[z+1]-Td[z]);
        End;
      if (Tfin[m]>=Td[z]) and (Tfin[m]<Td[z+1]) then
        Begin
          Kval2:=Km[z]*(Td[z+1]-Tfin[m])/(Td[z+1]-Td[z]);
          Kval2:=Kval2+Km[z+1]*(Tfin[m]-Td[z])/(Td[z+1]-Td[z]);
          pCpval:=rhoCp[z]*(Td[z+1]-Tfin[m])/(Td[z+1]-Td[z]);
          pCpval:=pCpval+rhoCp[z+1]*(Tfin[m]-Td[z])/(Td[z+1]-Td[z]);
        End;
    End;
  End;

```

```
End;
```

```
  Kval:=(Kval1+Kval2)/2;
```

```
Acu1[j]:=-1*Kval*(Tfin[m]-Tfin[m-1])/dxw1-Km1[m-1]*(T[m]-T[m-1])/dxw1;
```

```
  If Abs(Acu[k]-Acu1[j])<=Tol then
```

```
    Begin
```

```
      hc[k]:=h[j];
```

```
      j:=3;
```

```
    End;
```

```
  End; {Final de j}
```

```
If hc[k]<>0 then
```

```
  Begin
```

```
    writeLN;
```

```
    WriteLN('t(s)=' ,TIME[K]:6:3);
```

```
    For i:=1 to M Do
```

```
      Tfin[na+nw-i]:=Tfin[i];
```

```
    Tsuper[k]:=Tfin[na+nw-1];
```

```
    For i:=na-1 to na+nw-1 Do
```

```
      Begin
```

```
        WriteLN('T(' ,i ,')=' ,Tfin[i]-273:6:3);
```

```
      End;
```

```
    WriteLN('hc(' ,k ,')=' ,hc[k]:6:3);
```

```
    For i:=1 to na+nw Do
```

```
      Begin
```

```
        T[i]:=Tfin[i];
```

```
      End;
```

```
    h[2]:=1e3;h[1]:=0.6;h[3]:=1e5;
```

```
    goto Termino
```

```
  End
```

```
  Else
```

```
    Begin
```

```
    If (Acu[k]>=Acu1[2]) and (Acu[k]<=Acu1[1]) then h[3]:=h[2];
```

```
    if (Acu[k]>=Acu1[3]) and (Acu[k]<=Acu1[2]) then h[1]:=h[2];
```

```
if h[1]<0.00001 then
  BEGIN
  WriteLN;
  WriteLN('YA NO ES POSIBLE LA CONVERGENCIA. GRACIAS');
  WRITELN;
  WRITE('PRESIONE CUALQUIER TECLA');
  FINPRO:=READKEY;
  GOTO FINAL;
  END;

  If Acu[k]>Acu1[1] {and (h[1]>100)} then apertura1;

  if Acu[k]<Acu1[3] then apertura2;
  End;

  If h[3]-h[1]<=500 then
  h[2]:=(h[1]+h[3])/2
  Else
  h[2]:=EXP((ln(h[1])+ln(h[3]))/2);

  goto inicio;

Termino:
End;

FINAL:

GUARDA;

End.
```

# Apéndice H

## Programa Adquisidor

```
' PROGRAMA ADQUISIDOR

dim A%(2), B(2),t(2000), tiempo(2000)
cls

locate 25, 20
print "Hit any key to EXIT"

C$ = "A" + chr$(0) '16 bits de resolución
A%(0) = 16
call ACPC( A%(), B(), C$ )

C$ = "r" + chr$(0) 'Para leer en rango de termopar R
A%(0) = 22 'Se indica que lea termopar tipo K, en grados C
call ACPC( A%(), B(), C$ ) ' Se pide señal de lectura

C$ = "h" + chr$(0)
print "Nombre de archivo"
input archi$
archi$="c:\temp\"+archi$+".dat"

j=0 'Contador de cuantas lecturas por promedio se hacen
i=0 'Contador de número de lecturas

'Asigna a ti el tiempo (en seg) en que inicio la corrida (tiempo real)

contador=0
'Este contador es el que definirá cada cuando se hace el promedio
```

```
tiempoinicial=timer

While Not instat ' Presentará continuamente la señal leída en el canal 1
'Deteniéndose hasta presionar cualquier tecla
suma=0 'Suma de los valores a leer en cada intervalo
A%(0) = 1
    11 call ACPC( A%(), B(), C$ )
suma=suma+B(0) 'Hace la suma de las lecturas en cada intervalo
    i=i+1
if i < 12 then 11
i=0
j=j+1
T(j)=suma/12+3 'Corrección del sistema adquisidor
    Tiempo(j)=timer-tiempoinicial
LOCATE 10,6
Print T(j),Tiempo(j)
wend

Print "lectura finalizada, estoy grabando los datos en ";archi$;chr$(7)

    Open archi$ For Output AS #1 'Abre el archivo de datos

For i=1 to j
write #1, tiempo(i),T(i)
Next i

close #1 'Cierra el archivo una vez finalizado el grabado

print "ya acabe de grabar"

END

SUB ACPC INLINE '( A()%, B(), C$ )

$INLINE "c:\acq\basic\TBCALL.BIN"

END SUB ' procedure ACPC
```