



13
ZEF

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

**MODELO ESTADÍSTICO QUE DESCRIBE EL
COMPORTAMIENTO DE LA DURACION DE LA
INSOLACION EN UN AREA SEMIDESERTICA
DEL ESTADO DE HIDALGO.**

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:

F I S I C O

PRESENTA:

Antonia María Teresa Díaz Martínez

MEXICO, D.F.

1995

FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

TESIS CON FALLA DE ORIGEN



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

Cd. Universitaria, a 25 de abril de 1995.

M. en C. Virginia Abrín Batule
Jefe de la División de Estudios Profesionales de la
Facultad de Ciencias
P r e s e n t e

Comunicamos a usted que hemos revisado el trabajo de Tesis:

"MODELO ESTADÍSTICO QUE DESCRIBE LA DURACION DE LA INSOLACION EN UN
AREA SEMIDESERTICA DEL ESTADO DE HIDALGO"

realizado por ANTONIA MARIA TERESA DIAZ MARTINEZ.

con número de cuenta 7407178-6 , pasante de la carrera de FISICA

Dicho trabajo cuenta con nuestro voto aprobatorio.

Atentamente

ANTONIA MARIA TERESA DIAZ MARTINEZ.

Director de Tesis
Propietario M. EN C. JOSE LUIS BRAVO CABRERA
Propietario DR. AMANDO LEYVA CONTRERAS
Propietario DRA. ELBA ELSA VILLANUEVA URRUTIA
Suplente M. EN C. AGUSTIN MUJILIA VELAZQUEZ
Suplente FIS. SERGIO GUZMAN RUIZ

Consejo Departamental de Física

DR. ROBERTO ALEJANDRO RUELAS MAYORGA
Coordinador de Licenciatura

AGRADECIMIENTOS.

Mi especial agradecimiento al M. en C. José Luis Bravo Cabrera por la sugerencia del tema de este trabajo y dirección del mismo.

Agradesco a los profesores: Dr. Amando Leyva C., M. en C. Agustín Muhlia V. y Dra. Elba E. Villanueva U., por sus valiosos comentarios y sugerencias en la revisión de la Tesis.

Deseo expresar mi agradecimiento al grupo del Observatorio de Radiación Solar, del Instituto de Geofísica de la Universidad Nacional Autónoma de México, por la ayuda prestada en la realización de este trabajo.

INDICE.

RESUMEN.

INTRODUCCION.

CAPITULO I.- CONCEPTOS FISICO-CLIMATOLOGICOS.

- 1.- FLUJO PRIMARIO DE RADIACION SOLAR.
- 2.- MODULACION DEL FLUJO DE RADIACION SOLAR EN LA ATMOSFERA.
- 3.- DURACION DE LA INSOLACION.

CAPITULO II.- CONCEPTOS ESTADISTICOS.

- 1.- VARIABLES ALEATORIAS Y FUNCIONES DE DISTRIBUCION.
- 2.- DISTRIBUCION DE POISSON.
- 3.- METODO DE SIMULACION MONTE CARLO.
- 4.- PRUEBA DE BONDAD DE AJUSTE.

CAPITULO III.- BASE DE DATOS.

- 1.- FUENTE DE DATOS.
- 2.- DISTRIBUCION DE FRECUENCIAS.
- 3.- ISOLINEAS.

CAPITULO IV.- MODELO ESTADISTICO.

- 1.-. DESCRIPCION DEL MODELO.
- 2.-. CALCULO DE LOS PARAMETROS.
- 3.-. SIMULACION DE LOS HISTOGRAMAS.
- 4.-. BONDAD DE AJUSTE DEL MODELO.

CAPITULO V.- RESULTADOS Y ANALISIS DEL COMPORTAMIENTO DE LA DURACION DE LA INSOLACION.

CAPITULO VI.- COMPARACION ENTRE LOS RESULTADOS OBTENIDOS EN EL AREA DE ORIZABITA HGO. Y LOS OBSERVADOS EN CD. UNIVERSITARIA.

CONCLUSIONES.

APENDICE.

BIBLIOGRAFIA.

RESUMEN.

En este trabajo se propone un modelo estadístico para simular el comportamiento de la duración de la insolación en un sitio semidesértico localizado en el Edo. de Hidalgo, Orizabita Hgo.

Con ésto se pretende establecer un procedimiento para la evaluación de la potencialidad de un sitio para el aprovechamiento de la energía solar aplicable a éste u otro lugar de condiciones climatológicas semejantes.

En el Observatorio de Radiación Solar del Instituto de Geofísica se ha ensayado un modelo probabilístico de Poisson para describir el comportamiento de la duración de la insolación que permite la evaluación probabilística de la presencia o ausencia, para una época del año y una hora del día, de radiación directa.

Para encontrar la correspondiente función de densidad de probabilidad se supone que la longitud de los intervalos de tiempo entre la situación "sol" y la situación "sombra" obedecen una distribución exponencial. Se calculan los parámetros t_1 y t_2 , los cuales son las medias de la duración de cada uno de los intervalos "sol" y "sombra", respectivamente. Se realiza un proceso de simulación Monte Carlo, obteniendo valores que se comparan con los observados. El ajuste del modelo se realiza planteando un sistema de dos ecuaciones simultaneas trascendentes que se resuelven empleando el método de Newton. La bondad del modelo se estudia utilizando la prueba de la Ji-cuadrada. El modelo propuesto puede describirse como dos procesos de Poisson alternantes. Se hace un análisis del comportamiento de la duración de la insolación para éste sitio, reportandose los resultados.

Finalmente se compara dicho comportamiento con el observado en la zona de Ciudad Universitaria, en donde el modelo ha probado ajustarse adecuadamente.

INTRODUCCION.

Los cambios climáticos que se suceden en diversas partes del mundo repercuten inmediatamente en la estabilidad económica y social de los pueblos. La demanda de alimentos y energía se incrementa continuamente, pero la satisfacción de estas necesidades depende de una manera directa del conocimiento que el hombre tenga de los factores que causan los cambios climáticos y del manejo coordinado de los recursos naturales.

Actualmente, en todas las naciones el problema de los energéticos alcanza grandes proporciones, por lo que se buscan nuevas fuentes de energía. La energía solar constituye una solución inmediata y se pretende adecuar la tecnología, de tal manera que resulte funcional sobre todo en el medio rural haciéndola más económica y apegada a la naturaleza (Charters, 1994).

Lo anterior ha hecho necesario realizar estudios del comportamiento y disponibilidad de la energía solar, los cuales se han incrementado considerablemente en virtud de la posibilidad de conversión de la energía del sol en otras formas de energía útiles a la actividad humana; estos estudios son de gran importancia en áreas como la agricultura, la biología, la ecología, etc.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.

En Orizabita Hgo. existe una estación de medición de la radiación solar, que cuenta con datos de la duración de la insolación. La estación se encuentra en el Valle del Mezquital, que es un área semidesértica y con un aparente potencial de aprovechamiento de la energía solar. El presente trabajo pretende modelar el comportamiento de la duración de la insolación como un primer paso para establecer un procedimiento de evaluación de la potencialidad para el aprovechamiento de la energía solar

aplicable en este u otro lugar de condiciones físico climáticas semejantes.

En el Observatorio de Radiación Solar del Instituto de Geofísica de la Universidad Nacional Autónoma de México se ha ensayado un modelo estadístico de Poisson para describir el comportamiento de la duración de la insolación, que permite la evaluación probabilística de la presencia o ausencia, para una época del año y una hora del día, de radiación directa. Este modelo se ajusta en un 89% a los datos del Observatorio situado en Ciudad Universitaria, que es una zona urbana. Ahora, se pretende probar el modelo en una zona semidesértica y razonablemente libre de contaminación atmosférica, tratando de aumentar, con ésto, la generalidad de dicho modelo.

Las etapas en las que se divide la realización de este trabajo son las siguientes:

Construcción de una tabla de distribución de frecuencias que muestre los valores porcentuales para obtener determinado valor de la duración de la insolación durante los doce meses del año en cada una de las horas observadas.

Cálculo de los parámetros de la función de distribución, de acuerdo al modelo propuesto.

Elaboración de un proceso de simulación Monte Carlo para reproducir, con el modelo, los valores observados de la duración de la insolación.

Realización de la bondad de ajuste del modelo usando la prueba de la Ji-cuadrada.

Comparación entre los resultados obtenidos en Orizabita y los observados en Ciudad Universitaria, haciendo incapie en la bondad de ajuste del modelo en ambos sitios.

ANTECEDENTES.

La estimación de la Radiación Solar que llega a un lugar determinado es importante en un gran número de actividades, donde ésta se usa como energético primario. El conocimiento de los valores promedio mensuales y diarios de la radiación global y difusa, es esencial en el diseño de sistemas que funcionan con energía solar, siendo también importante conocer estos valores en intervalos horarios, ya sea en superficies horizontales o inclinadas.

Sin embargo, no siempre se dispone de estaciones, que mediante sensores, determinen éste tipo de radiación. Esta limitación ha llevado a la proposición de métodos empíricos que usando parámetros meteorológicos, dan una estimación de la radiación global y difusa. Uno de estos parámetros es la duración de la insolación, el cual es un parámetro usado en regiones donde no se cuenta con estaciones que midan la radiación solar de una manera directa.

La ventaja principal de calcular las distribuciones horarias de la radiación global y difusa usando registros de la duración de la insolación es que existen más estaciones que registran estos datos que estaciones que midan directamente este tipo de radiaciones.

En México, al igual que en otros países, el número de estaciones que cuentan con sensores que estimen la radiación solar incidente es mínimo pero, los registros de la duración de la insolación se hacen cotidianamente en un buen número de estaciones.

Entre los trabajos desarrollados en México, en relación al análisis de la duración de la insolación, se encuentran los realizados por Galindo et al.,(1978); Bravo et al.,(1988) y Bravo (1993), el primero de éstos hace un análisis de la duración de la insolación en algunas zonas de la República Mexicana, entre las

que se encuentran la zona de Ciudad Universitaria y la de Orizabita Hgo. Además de proponer un modelo para relacionar la duración de la insolación entre la registrada en Cd. Universitaria y la registrada en la zona de Tacubaya, D.F. Entre algunos de los resultados de dicho trabajo, destaca el hecho de que, la distribución anual de la insolación es semejante en Orizabita y en la Cd. de México pero de menor duración en esta última.

En el segundo trabajo se propone un modelo estadístico para simular la duración de la insolación en Cd. Universitaria. El último de éstos trabajos, hace un desarrollo similar al anterior para la zona de Coahuila.

Para el caso de la estimación de la radiación solar en la República Mexicana, con ayuda de los registros de la duración de la insolación, se han realizado un mayor número de trabajos. encontrándose entre estos los realizados por Galindo y Chavez (1977); Almanza y López(1975) y Jáuregui(1978). Cada uno de estos trabajos reportó mapas solarimétricos de la República Mexicana, para cada uno de los meses del año. Debido a las diferencias tan marcadas en los resultados obtenidos en los diferentes trabajos, Almanza et al., (1991), realizaron una actualización de dichos mapas utilizando datos meteorológicos recopilados de 1941 a 1980 en 54 localidades.

Trabajos del mismo tipo se han realizado en diversas partes del mundo, los cuales estan enfocados, principalmente, a estimar la radiación global y difusa, que incide en un lugar determinado, con ayuda de los registros de la duración de la insolación.

Entre estos se encuentran los desarrollados en regiones donde además de contar con mediciones de radiación global y difusa se hacen estimaciones de éstas a traves de registros de la duración de la insolación, para luego comparar resultados (Page, 1964; Iqbal, 1979; Halouani, et al., 1993; etc.).

También se han realizado trabajos que estiman la radiación solar global y difusa usando sólo registros de la duración de la insolación, como ya se menciono, este tipo de trabajos se desarrollan en regiones donde no se cuenta con mediciones directas de este tipo de radiaciones.

Un ejemplo de éstos es el realizado para una región del sur de Africa, la cual es conciderada una zona potencialmente explotable de energía solar, pero no se dispone de estaciones que midan la radiacion incidente mediante sensores (Gopinathan, 1992). Otro trabajo similar es reportado por Hussain, (1992) para la región de la India y Bangladesh. Al igual que el desarrollado por Raja, (1994) para la región de Pakistan.

El análisis de la duración de la insolación y la estimación de la radiación global y difusa tiene numerosas aplicaciones aplicaciones entre las que se mencionarán:

a) Utilización de la radiación solar como energético primario. El importante aporte que puede proporcionar ha sugerido desde hace algún tiempo su captación con fines diversos. De acuerdo a la forma en que es captada puede ser utilizada o transformada en otras formas de energía: calorífica, eléctrica, etcétera, derivandose de ello una gran diversidad de colectores, por ejemplo, colectores planos, concentradores solares, celdas fotoeléctricas, etc. Para estimar el potencial de aprovechamiento de un lugar determinado se hace necesario el conocimiento de su climatología solar. Actualmente, la investigación científica y tecnológica se realiza con el proposito de mejorar la eficiencia de los colectores y en la localización de sitios que de acuerdo a su insolación y climatología permitan la instalación de colectores para el aprovechamiento eficiente de la energía solar.

El análisis del comportamiento de la duración de la insolación en un lugar determinado puede indicar, además, los períodos a lo largo del año en los que se tendra la máxima o mínima captación lo que se traduce en la estimación de la energía

disponible para el cálculo del área que deberán tener los colectores.

México, debido a su situación geográfica, cuenta con zonas de alta insolación las cuales son sitios potenciales para la captación de energía solar, ya sea como energético primario o como auxiliar.

De acuerdo a los trabajos realizados con registros de duración de la insolación en Orizabita, Hgo, este sitio es una zona potencialmente explotable de energía solar.

Entre las aplicaciones particulares que a futuro contempla la utilización de la energía solar como energético primario se encuentran, entre otras (Charters, 1994):

Descentralización a pequeña, mediana y gran escala de los sistemas generadores de energía basados en el calentamiento solar y en el suministro fotovoltaico.

Conservación de alimentos a través de secado y refrigeración.

Procesos de calentamiento industrial, en particular la industria procesadora de alimentos.

Servicios de salud pública como: purificación del agua, bombeo de agua para beber e irrigación.

b) Modelamiento del Clima. La distribución de la insolación indica los días o las horas con cielo despejado y las áreas de poca insolación informan sobre la distribución probable de la nubosidad. La duración de la insolación permite evaluar las condiciones energéticas y con esto el balance de energía entre la superficie terrestre y la atmósfera, parámetros que intervienen en los modelos dinámicos y termodinámicos del clima.

c) Producción agrícola. La producción agrícola depende de una serie de relaciones físico-químicas entre el suelo, el agua y la energía solar. Así, el conocimiento de la distribución de la insolación ayuda en la solución de problemas tales como:

- Determinar la inclinación y orientación óptimas de un sembradio o de un invernadero, de tal manera que se les proporcione la cantidad de radiación solar requerida.
- Conocer la influencia de la nubosidad en el rendimiento por hectárea.
- Pronosticar el inicio de la nubosidad y con ayuda de otros elementos meteorológicos el comienzo de las precipitaciones.

d) Arquitectura e Ingeniería. La duración de la insolación conjuntamente con otros parámetros, como la altura solar y la iluminación natural son factores que determinan la orientación óptima de una construcción además de ayudar a la selección de materiales que se deban utilizar para disponer de buenas condiciones de confort (Givoni, 1973)

CAPITULO I.

CONCEPTOS FISICO-CLIMATOLOGICOS.

1.- FLUJO PRIMARIO DE RADIACION SOLAR.

El flujo de radiación solar que incide en el tope superior de la atmósfera es el que emite el sol considerado como un cuerpo negro que irradia a una temperatura cercana a los 6000 K. A la densidad superficial de radiación solar, medida a la distancia media tierra-sol se le denomina "constante solar" y es aproximadamente igual a 1367 W/ m^2 (Wehrli, 1985). Cabe señalar que este parámetro no es constante en el sentido estricto de la palabra, sino que presenta fluctuaciones del orden del 1% en períodos de 100-200 años y del orden de 0.1% en lapsos menores (Smith, et al., 1974).

El espectro de emisión de la radiación solar, en su parte más energética, se encuentra en el rango de 0.3 a 4.0 μm . La figura 1 muestra la distribución espectral de la irradiancia solar extraterrestre a la distancia media tierra-sol comparada con la de un cuerpo negro a una temperatura de 5777 K.

2.- MODULACION DEL FLUJO DE RADIACION SOLAR EN LA ATMOSFERA.

La irradiancia que se recibe en la superficie terrestre depende de una serie de factores que podemos clasificar de la manera siguiente:

Astronómicos.

- a) Movimiento de translación terrestre.
- b) Movimiento de rotación terrestre.
- c) Magnitud de la constante solar.
- d) Altura solar.
- e) Acimut del sol.

Geográficos.

- a) Posición geográfica.
- b) Altura sobre el nivel del mar.
- c) Características fisiográficas de la localidad: montaña, costa, ciudad, etc.
- d) Cubierta vegetal
- e) Continentalidad: cercanía, lejanía o ausencia de cuerpos de agua.

Geométricos.

- a) Masa óptica relativa.
- b) Hora del día.

Atmosféricos.

- a) Nubosidad.
- b) Contenido de agua en la atmósfera.
- c) Contenido de ozono en la atmósfera.
- d) Contenido de partículas en la atmósfera.
- e) Nubosidad del cielo.
- f) Reflexiones múltiples entre la atmósfera y el suelo.

Con el fin de entender algunas definiciones posteriores mostraremos algunas relaciones trigonométricas entre la posición del sol en el cielo y las coordenadas de un punto de observación en la superficie de la Tierra. La figura 2 representa esquemáticamente los siguientes ángulos:

Angulo cenital θ_z . Es el ángulo entre el cenit local y la línea que une al observador con el sol.

Angulo de elevación solar α . Es la altura angular del sol sobre el horizonte del observador.

Angulo acimutal ψ . Es el ángulo entre el meridiano del observador y el círculo que une al cenit con el sol.

Angulo horario ω . Es el ángulo medido entre el meridiano del observador y el meridiano solar respecto al polo norte celestial.

Declinación solar δ . La trayectoria imaginaria del sol alrededor de la Tierra constituye la llamada eclíptica y el ángulo entre el plano de la eclíptica y el plano del ecuador celeste es la declinación solar. Figura 3.

Para un sitio de observación determinado, suponiendo la ausencia de atmósfera terrestre, la relación trigonométrica entre estos parámetros, sobre una superficie horizontal, se da a través del seno de la altura solar (Iqbal, 1983).

$$\sin \alpha = \sin \delta \sin \phi + \cos \delta \cos \phi \cos \omega \quad (1)$$

donde ϕ es la latitud del lugar.

La atenuación de la radiación solar se debe principalmente a efectos de absorción, dispersión, y reflexión que son fenómenos causados por los constituyentes de la atmósfera terrestre. La radiación solar es absorbida por gases, por el vapor de agua y los aerosoles. La dispersión provoca que la radiación solar sea desviada de su dirección original por las moléculas de aire, por el vapor de agua y por los aerosoles. La radiación solar que llega a la superficie terrestre es reflejada por ésta y puede decirse que el tope de las nubes también contribuye a la reflexión de la radiación solar. Así, la radiación solar se descompone en radiación directa y en radiación difusa, la primera se refiere al flujo de radiación recibida desde la dirección del disco solar y la segunda es la radiación que llega a la superficie como resultado de la dispersión que sufre la luz a través de la atmósfera. La suma de ambas componentes medidas en una superficie horizontal, al nivel de la superficie terrestre, se llama radiación global.

3.-Duración de la insolación.

La duración de la insolación es un parámetro meteorológico que indica el número total de horas que se encuentra presente el sol en un sitio determinado; en ausencia de nubes, es el tiempo que transcurre entre la salida y puesta del sol (duración de la insolación astronómica).

A continuación se harán algunas consideraciones para el mejor entendimiento de este concepto.

Como se dijo en la introducción, la altura solar α desde un punto de observación en un momento dado se expresa mediante la ecuación (1).

Cuando el sol esta en el horizonte

$$\text{sen}\alpha = 0$$

entonces

$$\text{sen}\phi \text{ sen}\delta + \text{cos}\phi \text{ cos}\delta \text{ cos}(2t_0/T) = 0 \quad (1.1)$$

donde T es el período de rotación de la Tierra y t_0 es el tiempo medido a partir del mediodía solar verdadero..

Despejando

$$t_0 = T \cos^{-1}(-\tan\phi \tan\delta)$$

Claramente t_0 depende de cada lugar como función de la latitud geográfica y de la declinación solar.

La duración astronómica de la insolación para un día en cuestión esta dada por

$$N = 2 t_0 \quad (1.2)$$

El número de horas de insolación real para un lugar determinado depende de la topografía del mismo y de la presencia de nubes, impurezas que se encuentran en suspensión en la atmósfera son capaces de disminuir la intensidad de la radiación directa y en consecuencia la duración de la insolación.

Existe una relación entre la duración real de la insolación n y la duración de la insolación astronómica N , la cual esta dada por

$$k = n/N ; \quad (1.3)$$

a este factor, multiplicado por cien, se le conoce como insolación efectiva.

La topografía del lugar es un factor constante en la modulación de la insolación; la nubosidad es un fenómeno aleatorio y la duración de la insolación se reduce de acuerdo al espesor de las nubes y de acuerdo a su localización respecto al rayo incidente.

La nubosidad es el factor principal en la modulación de la radiación solar en una superficie. Dependiendo de su altitud y grosor, las nubes dispersan o absorben la radiación solar en mayor o menor grado. En algunos estudios que se realizan para cuantificar la radiación solar media que llega a un lugar determinado es necesario tomar en cuenta, entre otros factores, las condiciones climáticas bajo un cielo nublado.

Kimball, (1919) propuso una relación entre la duración de la insolación y la fracción promedio mensual del período de tiempo en el que el cielo esta cubierto de nubes C , la cual esta dada por

$$\bar{H} = \bar{H}_0 [a_1 - b_1 C]$$

donde \bar{H}_0 es la radiación solar extraterrestre promedio diaria.

Para ciertas aplicaciones es necesario determinar la distribución estadística de la radiación global diaria para un lugar determinado, Liu and Jordan, (1960) mostraron que ésta puede caracterizarse por

$$\bar{K}_r = \bar{H} / \bar{H}_0$$

En un día claro, la radiación global recibida es un indicador de la ausencia de nubosidad y podría ser, también un indicador de la ausencia de radiación difusa. Para un lugar determinado, el parámetro $K_r = H / H_0$, es un indicador de la nubosidad diaria.

La duración de la insolación es un parámetro importante en el estudio de la radiación solar, porque permite evaluar la radiación global, la radiación difusa y la nubosidad en un lugar determinado.

Ångström (1924, 1956) fue el primero en proponer una relación lineal entre la duración de la insolación n y la radiación global promedio diaria, horizontal \bar{H} .

$$\bar{H} = \bar{H}_c \left[a + b \frac{n}{N} \right] \quad (1.5)$$

donde; \bar{H}_c es la radiación global promedio diaria, horizontal para un día claro y a y b son coeficientes de regresión.

REGISTRO DE LA DURACION DE LA INSOLACION.

La duración de la insolación es registrada en las estaciones de radiación solar y en las estaciones meteorológicas por medio de un instrumento llamado heliógrafo. Existen cuatro tipos de heliógrafos (WMO, 1971)

a) Registrador de Jordan. Este registrador consiste de dos cámaras semicilíndricas, cada una de las cuales tiene una abertura

a través de la cual entra la radiación solar. Las cámaras están montadas de tal forma que la abertura de una apunta hacia el este y la otra hacia el oeste. Todo esto sobre una base que puede ajustarse a la latitud del lugar por medio de un arco graduado. Los registros se marcan en un papel fotográfico colocado alrededor de los cilindros de cada cámara.

b) Registrador de Marvin. El registrador de Marvin es esencialmente un termómetro de aire diferencial con un bulbo transparente y un bulbo oscuro en un recipiente de vidrio al vacío. Los bulbos están separados por una columna de mercurio y alcohol que cierran un circuito eléctrico cuando una cantidad suficiente de radiación incide en el instrumento. La columna de mercurio cierra el circuito cuando el sol aparece libre de nubes.

c) Registrador de Foster. Este instrumento es sensible a la radiación por medio de una celda fotovoltaica sombreada y una no sombreada ambas montadas dentro de un tubo translúcido soportado por una montura ecuatorial la cual se ajusta de acuerdo a la época del año. Una banda sombreada concéntrica al tubo translúcido protege la celda de la luz directa del sol. La salida diferencial se incrementa durante períodos de insolación suficiente para activar un circuito el cual es usado para marcar la duración de la insolación.

d) Registrador de Campbell-Stokes. Revisando los datos registrados en los anteriores instrumentos se encuentran diferencias de hasta un 20% entre uno y otro, debidas tanto al aparato usado como al método para evaluar los registros, entonces se hace necesario reducir estos valores a un estandar por lo cual se adoptó el registrador de Campbell-Stokes (fig. 4) como referencia. Este registrador fue inventado y perfeccionado en Inglaterra en el año de 1879. El aparato es una esfera de vidrio pulido, de aproximadamente 10 cm de diametro; posee un eje de montura que debe colocarse paralelamente al eje de la Tierra. La esfera actúa como una lente y la imagen afocada del sol se mueve a

lo largo de una tira de cartón especialmente preparada la cual se encuentra relacionada a una escala de tiempo. La radiación solar quema el papel marcando una trayectoria a lo largo de éste, Fig.5a. Las tiras de cartón o cartas de registro se colocan en la dirección este-oeste para lo cual el registrador debe de estar correctamente alineado respecto a esta dirección y ajustado adecuadamente a la latitud del lugar.

Para compensar la declinación del sol en las diferentes épocas del año se utilizan tres tipos de cartas de registro: a) carta de curva recta en los equinoccios, fig. 5a, b) carta de curva larga en el verano, fig 5b y c) carta de curva corta en el invierno, Fig. 5c. Como se puede ver en esta misma figura las tiras están divididas en secciones que representan las horas del día. Para evaluar los registros cada una de estas horas se divide en 10 décimos, si la quemadura del sol marca una trayectoria continua a lo largo de una hora tendremos una duración de la insolación igual a 10 décimos, si la quemadura se interrumpe y después de cierto intervalo vuelve a continuar, sólo se contarán los décimos que quemó la radiación solar. El número total de horas de sol durante un día se determina midiendo la longitud total de los segmentos quemados por el sol.

La cantidad de energía suficiente para quemar en una tira de cartón se estima en, aproximadamente, 200 W/m^2 .

CAPITULO II.

CONCEPTOS ESTADISTICOS.

En este trabajo se desarrolla un modelo estadístico, por tanto es necesario tratar algunos conceptos indispensables para la mejor comprensión del mismo.

1.-VARIABLES ALEATORIAS Y FUNCIONES DE DISTRIBUCION.

Un espacio muestral es la totalidad de puntos que corresponden a todos los resultados posibles de un experimento.

Evento se define como la ocurrencia, ya sea de un resultado prescrito, o cualquier otro, entre varios resultados posibles.

Si J es el número de veces que se realiza un experimento y f es el número de veces que ocurre el evento s , la frecuencia relativa de la ocurrencia de s es la razón f/J y la probabilidad de obtener un evento s se define como

$$P(s) = \lim_{J \rightarrow \infty} f/J \quad (2.1)$$

donde se supone la existencia del límite.

La definición axiomática de la probabilidad $P(s)$ de un evento s es la siguiente:

$$\begin{aligned} P(s) &> 0 \\ P(s) &= 1 \\ P(s \cup s') &= P(s) + P(s') && \text{donde } s \cap s' = \emptyset \quad (2.2) \\ P(s) &= 1 - P(\bar{s}) && \bar{s} \text{ representa el complemento de } s, \\ &&& \text{es decir la no ocurrencia de } s. \end{aligned}$$

Dado un experimento aleatorio en un espacio muestral B . Una función X la cual asigna a cada elemento $b \in B$ uno y sólo un número real, $X(b) = x$ es llamada una **variable aleatoria**.

Las variables aleatorias se dividen en discretas y continuas:

Sea A un conjunto el cual contiene un número finito de puntos en cada subintervalo finito, es decir, A es un conjunto de puntos discretos.

Sea $f(x)$ tal que $f(x) > 0$, $x \in A$ y que

$$\sum_A f(x) = 1$$

Podemos expresar $P(A) = P(X \in A) = \sum_A f(x)$ (2.3)

Entonces X es una variable aleatoria del tipo **discreto**.

Sea A un conjunto tal que la integral

$$\int_A f(x) dx = 1$$

donde a) $f(x) > 0 \forall x \in A$, b) $f(x)$ tiene a lo más un número finito de discontinuidades en cada subintervalo finito de A . Si A es el espacio de la variable aleatoria X y si podemos expresar

$$P(A) = P(X \in A) = \int_A f(x) dx$$
 (2.4)

entonces X es una variable aleatoria del tipo **continuo**.

En los dos casos anteriores la función $f(x)$ es llamada la **función de densidad de probabilidad** de la variable aleatoria X .

Consideremos la probabilidad $P(X)$ de que una variable aleatoria X , cuya función de densidad de probabilidad es $f(x)$ tome un valor menor o igual a x_0 . La función $P(X)$ se denomina función de distribución de probabilidad y esta dada por

$$F(x_0) = P(X \leq x_0) \quad (2.5)$$

Dependiendo del tipo de variable aleatoria las funciones de distribución también son del tipo discreto o continuo.

Para el caso discreto:

$$F(x) = \sum_{w \leq x} f(w) \quad (2.6)$$

Para el caso continuo:

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(w) dw \quad (2.7)$$

Otro de los conceptos útiles en problemas que involucran distribuciones de variables aleatorias es el de esperanza matemática o valor esperado.

Sea X una variable aleatoria que tiene una función de distribución de probabilidad $f(x)$ y sea $u(x)$ una función de X la esperanza matemática de $u(x)$ se denota por

$$E[u(x)] = \int_{-\infty}^{\infty} u(x) f(x) dx \quad (2.8)$$

si la integral existe y la variable aleatoria X es del tipo continuo.

Análogamente si X es una variable aleatoria del tipo discreto

$$E[u(x)] = \sum_x u(x) f(x) \quad (2.9)$$

si existe la sumatoria.

Definiremos dos casos especiales de esperanza matemática.

El valor medio (media) μ de una variable aleatoria X se define como

$$\mu = E(X) \quad (2.10)$$

Tomando $u(X) = (X - \mu)^2$ se define la varianza de la variable aleatoria X como

$$\sigma^2 = E[(X - \mu)^2] = E(X^2) - \mu^2 \quad (2.11)$$

La función generadora de momentos de una variable aleatoria discreta X se define por

$$M(t) = \sum_x e^{tx} f(x) \quad t \in R \quad (2.12)$$

Para el caso de una variable aleatoria continua

$$M(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{tx} f(x) dx \quad (2.13)$$

Existen funciones de densidad de probabilidad que sirven como modelos aproximados para situaciones dadas. La importancia de estas funciones es que describen el comportamiento de una gran variedad de fenómenos de la vida real. Cuando la función de una variable aleatoria permite representar el comportamiento aleatorio de una variable bajo estudio, decimos que tenemos un modelo probabilístico para la variable, i.e., un modelo probabilístico de una variable X es la forma específica de la función de probabilidad que refleja el comportamiento de X .

Variando las condiciones bajo las cuales se manifiesta un fenómeno se generan diferentes distribuciones de probabilidad para las variables en estudio. Las variables involucradas en el análisis de un fenómeno son descritas en términos de ciertas constantes llamadas parámetros, que son características de la población que se estudia.

Una de estas distribuciones es la distribución de Poisson.

2.-DISTRIBUCION DE POISSON.

Los procesos que ocurren bajo una distribución de Poisson son procesos estocásticos, por lo cual, antes de ahondar en las características de este proceso se harán las siguientes consideraciones.

Un proceso estocástico es aquel que asigna, de acuerdo con cierta regla, una función continua del tiempo $f(t)$, a todo resultado de un experimento aleatorio. Esta puede interpretarse como una función de dos variables: tiempo t y resultado s .

Debe de tenerse en cuenta que $f(t)$ representa:

a) Una familia de funciones en la cual tanto t como s son variables.

b) Una variable aleatoria, i.e. para un tiempo fijo t , $f(t)$ depende de s .

c) Una función del tiempo única, a un resultado fijo s le corresponde una única $f(t)$.

La importancia de la distribución de probabilidades de Poisson se ha venido haciendo mayor y ha crecido el número de los fenómenos aleatorios que se estudian con aplicaciones de esta distribución: emisión aleatoria de electrones de un cátodo caliente o de una substancia fotosensitiva bajo la influencia de

la luz, descomposición espontánea de un núcleo atómico radiactivo, número de defectos en un artículo manufacturado, número de accidentes automovilísticos por unidad de tiempo, daños o mal funcionamiento de sistemas y otros. Esta función de distribución también se usa frecuentemente en los campos de la investigación de operaciones y ciencias administrativas, donde la demanda de servicios y la rapidez con que se ofrecen conducen a fenómenos aleatorios que obedecen exacta o aproximadamente una ley de probabilidades de Poisson.

Poisson publicó por primera vez su ley de probabilidades en 1837, sin embargo hasta 1907 no se consideraba a esta distribución si no como una curiosidad, puesto que sus aplicaciones se limitaban a la incidencia de accidentes domésticos. Una forma sencilla de generar el modelo probabilístico que se describe como Poisson es considerar un número muy grande de repeticiones de un experimento Bernoulli (Kannan) con probabilidad de éxito muy pequeña; bajo ciertas condiciones ($n \rightarrow \infty$) la distribución de la variable X , definida como el número de éxitos en las n repeticiones, se aproxima a la función de probabilidades de Poisson. Por esta razón se considera en ocasiones el modelo de Poisson como una forma límite de la distribución binomial y se utiliza para aproximar probabilidades en ésta. La distribución sirve como modelo para experimentos donde los eventos ocurren en intervalos de tiempo o espacio y nos interesa el número promedio de ocurrencias en estos intervalos. Los postulados que rigen un experimento cuyo modelo probabilístico es Poisson son los siguientes:

1. El espacio muestral se genera por un número muy grande de repeticiones de un experimento cuyo modelo probabilístico es Bernoulli, con probabilidad muy pequeña de éxito. Por esta razón a la distribución de Poisson se le llama de "eventos raros".

2. El número de éxitos en el intervalo I_j es independiente del número de éxitos en el intervalo I_k , donde $I_j \cap I_k = \emptyset$.

3. La probabilidad de que se tengan dos o más éxitos en un mismo punto del intervalo es cero.

4. El número promedio de éxitos en un intervalo es una constante λ que no cambia de intervalo a intervalo. La definición matemática de la función de probabilidades de Poisson es la siguiente:

Una variable aleatoria X tiene una distribución de Poisson si su función de probabilidades esta dada por:

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}; & x = 0, 1, 2, \dots, \lambda > 0 \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases} \quad (2.14)$$

La figura 6 muestra la forma general de esta distribución.

El parámetro de la distribución de Poisson es λ , y representa el número promedio de éxitos por intervalo. Para ésta distribución el valor esperado de éxitos por intervalo y la varianza de X son iguales a la media de la distribución que es λ .

$$E(X) = \lambda \quad (2.15)$$

$$\text{Var}(X) = \lambda \quad (2.16)$$

La demostración de (2.15) y (2.16) se da en el apéndice de éste capítulo.

De acuerdo con lo anterior, si se desea aproximar el cálculo de probabilidades de una variable Binomial por una Poisson, recordando que la media de la Binomial es np , la aproximación correcta es, con una distribución de Poisson, con $\lambda=np$. Para que la aproximación sea buena se requiere que n sea grande y p sea pequeña.

DISTRIBUCION EXPONENCIAL.

Es importante hacer notar que la distribución de los tiempos de espera entre dos eventos consecutivos que ocurren de acuerdo a una ley de probabilidades de Poisson, obedecen una ley exponencial con parámetro t .

De acuerdo al postulado 2 del modelo probabilístico de Poisson, la ocurrencia o no de un evento durante un intervalo de tiempo $(t, t+dt)$ no depende de la ocurrencia o no de algún otro evento sucedido fuera de dicho intervalo.

Ahora, la probabilidad P de que no se produzca ningún evento entre los instantes t y $t+h$ sólo depende de h : $P=g(h)$.

La probabilidad de que no se produzca ningún evento entre los instantes t y $t+h+k$ será $g(h+k)=g(h)g(k)$ pues el evento no puede ocurrir en el intervalo $(t, t+h)$ ni en el intervalo $(t+h, t+h+k)$ ya que estos también se suponen independientes. Entonces $\forall h, k$

$$g(h+k)=g(h)g(k)$$

una solución positiva de esta ecuación es necesariamente de la forma exponencial. Por lo tanto los tiempos de espera en una distribución de Poisson obedecen una ley de probabilidad exponencial.

Si consideramos que todos los eventos son igualmente probables, sean t_i y t_{i-1} los instantes en los que se producen dos eventos consecutivos E_i y E_{i-1} . Decir que estos instantes están separados un tiempo menor a t , equivale a afirmar que al menos ha sucedido un evento en el intervalo $t_i - t_{i-1}$. Entonces

$$P \{t_{i+1} - t_i < t\} = 1 - e^{-t/t}$$

la cual es la función de distribución de los tiempos que separan dos hechos consecutivos.

Así, la función de densidad exponencial se define como

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{t} e^{-x/t} & x > 0 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (2.17)$$

con parámetro $1/t$.

La media μ o valor esperado de (2.17) es igual a t .

La función de distribución de probabilidad es

$$F(x) = 1 - e^{-x/t} \quad (2.18)$$

Como se mencionó arriba la probabilidad de que ocurra un evento en un determinado intervalo de tiempo está dada por $1 - e^{-x/t}$, si este valor lo restamos de uno, que es la probabilidad total, obtendremos la probabilidad de que no ocurra un evento entre dicho intervalo de tiempo

$$1 - (1 - e^{-x/t}) = e^{-x/t} \quad (2.19)$$

3.-METODO DE SIMULACION MONTE CARLO.

Un modelo científico puede definirse como una abstracción de algún sistema real, que se usa para predecir y controlar variables; así mismo, el modelo analiza y determina cómo uno o más cambios afectan al sistema en su totalidad.

Existen varios tipos de modelos entre los que se encuentran:

Modelo analógico.-Este modelo emplea un conjunto de propiedades semejantes a las que el sistema posee, para representar su funcionamiento.

Modelo simbólico.- Este tipo de modelos requieren de operaciones lógicas o matemáticas para formular la solución del problema.

Las ventajas de contar con un modelo son las siguientes:

-El investigador puede organizar sus hipótesis y las observaciones empíricas de un sistema y deducir las implicaciones lógicas de ésta organización.

-Abre perspectivas para detallar y evidenciar aspectos del sistema.

-Permite controlar fuentes de variación que el manejo directo del sistema no permite.

-En algunos casos el manejo del modelo es menos costoso que el manejo real.

Los modelos pueden clasificarse de muchas maneras; algunos modelos son estáticos y otros dinámicos. Los estáticos no toman en cuenta las variaciones en el tiempo; los dinámicos, sí. Como un ejemplo de modelo estático tenemos la ley de Ohm y de un dinámico, la segunda ley de Newton del movimiento. También hay modelos determinísticos y estocásticos. En un modelo determinístico todas las relaciones lógicas y matemáticas entre las variables están fijas. En un modelo estocástico al menos una variable es aleatoria.

Un modelo científico exige que exista una alta correlación entre lo predicho por el modelo y lo que sucede en el sistema real. Para ver si este requerimiento se satisface o no, es importante probar y establecer un control sobre la solución, identificando los parámetros críticos de entrada, los cuales están sujetos a variaciones que pueden alterar la solución. Además, hay que establecer procedimientos sistemáticos para controlarlos.

Después de la construcción del modelo es necesario derivar una solución de éste para lo cual existen ciertos métodos entre los que se encuentran los numéricos y los analíticos.

Una solución numérica es generalmente una aproximación a la solución obtenida como resultado de la sustitución de valores numéricos por las variables y parámetros del modelo. Muchos de estos métodos son iterativos, es decir, cada paso de la solución usa el resultado del paso anterior. El método de Newton para aproximar las raíces de una ecuación no lineal es un ejemplo.

Dos tipos especiales de métodos numéricos son: la simulación y el método Monte Carlo.

La simulación es una técnica numérica para conducir experimentos, los cuales involucran cierto tipo de modelos lógicos y matemáticos que describen el comportamiento de sistemas.

La simulación hace uso de modelos abstractos y físicos para describir el comportamiento de un sistema dinámico usando un conjunto de ecuaciones matemáticas.

Algunas de las ventajas del método de simulación son:

Hace posible estudiar un experimento que contenga interacciones internas complejas.

Pueden estudiarse los efectos de ciertos cambios por las alteraciones en el modelo del sistema.

Pueden simularse observaciones detalladas del sistema.

El diseño de un modelo por computadora puede ser más interesante que la simulación en sí.

Permite estudiar modelos dinámicos en su tiempo real, menor o mayor. Los resultados obtenidos de la simulación no siempre son iguales a las mediciones u observaciones que se hubieran hecho en el sistema original, por esto la simulación es una técnica imprecisa que proporciona sólo una estimación estadística en vez de los resultados exactos. La simulación estadística es un

muestreo aleatorio que experimenta con el modelo involucrando, claramente, al análisis estadístico.

Cuando el muestreo de una distribución particular hace uso de números aleatorios, la simulación estadística es llamada simulación Monte Carlo.

El método Monte Carlo es una técnica que usa números aleatorios o pseudoaleatorios para la solución de un modelo. De ahí el papel tan importante que juegan los microprocesadores como generadores de números aleatorios.

METODO MONTECARLO

El desarrollo sistemático del método Montecarlo (MMC) data del año 1944 . El uso real del MMC se dió cuando se utilizó como una herramienta de trabajo en el diseño de la bomba atómica durante la segunda Guerra Mundial. La posibilidad de aplicar el MMC a este problema fue sugerida por Fermi y Von Neumann, usándola también para calcular los eigenvalores de la Ecuación de Shroedinger (Hammerley, et al., 1979)

El MMC es un método matemático que está relacionado con experimentos que utilizan números aleatorios. Se le ha encontrado un uso extensivo en los campos de investigación de operaciones y física nuclear y esporádicamente en otros numerosos campos de la ciencia como la química, biología y medicina.

Los problemas que se manejan con el MMC son del tipo probabilístico y determinístico los cuales estan relacionados con el comportamiento o el resultado de un experimento aleatorio. En el caso de problemas determinísticos se hace una aproximación Monte Carlo para observar números aleatorios, elegidos de tal manera, que simulan directamente el proceso aleatorio físico del problema original para inferir la solución deseada del comportamiento de estos números aleatorios.

El estudio del diseño de reactores nucleares es un ejemplo de un problema probabilístico. Las partículas fundamentales de la física nuclear obedecen mas bien leyes probabilísticas que determinísticas. Se puede simular el funcionamiento de un reactor nuclear eligiendo números aleatorios, los cuales representan el movimiento azaroso de los neutrones en éste. De esta manera se puede experimentar con el reactor sin incurrir en gastos de dinero, tiempo y seguridad que se utilizarían en su construcción física real.

Uno de los principales objetivos de la matemática teórica es la que concierne a la abstracción y a la generalidad: uno puede escribir bajo expresiones simbólicas o ecuaciones formales las cuales abstraen la esencia de algún problema y revelan su estructura interior, expresando en un lenguaje más general y formal la teoría disponible para proporcionar una solución numérica a un problema particular.

Supongamos que tenemos un problema determinístico el cual puede formularse en un lenguaje teórico pero no puede resolverse por medios teóricos. Siendo determinístico este problema no tiene asociación directa con procesos aleatorios, pero cuando la teoría ha expuesto su estructura interna podemos reconocer que esta estructura de expresiones formales describe también algunos procesos aleatorios "aparentemente no relacionados" y entonces puede resolverse el problema determinístico numéricamente por medio de una simulación Monte Carlo.

Existen varias razones para utilizar el MMC y la principal es su naturaleza inferencial. Sin embargo, se "inferencian" leyes generales en base a observaciones particulares asociadas a ellas, las conclusiones así como las observaciones particulares son más o menos representativas de la totalidad de todas las observaciones que puedan hacerse. Un buen observador busca que la muestra sea lo más representativa posible y la buena presentación de las conclusiones debe indicar "cuanto y como" son erróneas.

Los resultados obtenidos por el MMC son inciertos en tanto que se derivan de números aleatorios y pueden servir como herramienta de trabajo si la incertidumbre es tal que pueda hacerse despreciable.

Los postulados matemáticos de las leyes físicas son siempre válidos, sin embargo, cuando en una fórmula teórica se sustituyen parámetros determinados experimentalmente, tales como la velocidad de la luz o la aceleración de la gravedad, el resultado incluye necesariamente, una incertidumbre.

Una manera de reducir la incertidumbre en un resultado es procurarse más observaciones.

El MMC es en la actualidad el método más eficaz y comunmente usado para analizar problemas donde se requiere la aplicación de números aleatorios.

Ya se menciona la importancia de la generación de números aleatorios en el MMC y en la simulación, ahora describiremos un método de generación de números aleatorios en computadoras.

Debemos de hacer notar que los números aleatorios en el sentido estricto de la palabra no existen, si no que estos son pseudoaleatorios o casi aleatorios. Los números generados por el método que describiremos o por cualquier otro se consideran "buenos" si están uniformemente distribuidos, son independientes estadísticamente y son reproducibles, estas características se comprueban por medio de algunas pruebas de bondad de ajuste como la prueba serial o la de Kolmogorov-Smirnov (Fishman, 1978).

Método Congruencial.

Este método produce una sucesión aleatoria de números de acuerdo a una fórmula recursiva basada en el cálculo de los residuos modulo de algún entero m de una transformación lineal.

Aunque este proceso es completamente determinístico, los números generados por la sucesión están uniformemente distribuidos y son independientes estadísticamente.

El método está basado en una relación congruencial fundamental

$$X_{i+1} = (aX_i + c) \bmod m \quad (2.20)$$

donde el multiplicador a , el incremento c y el módulo m son enteros no negativos.

La notación $\bmod m$ significa que

$$X_{i+1} = aX_i + c - mk_i \quad (2.21)$$

Dado un valor inicial X_0 , (2.21) produce una relación congruencial módulo m para cualquier valor i de la sucesión $\{X_i\}$.

El generador que produce números aleatorios de acuerdo a (2.21) es llamado generador congruencial mixto. Los números aleatorios en el intervalo $(0,1)$ pueden obtenerse por

$$U_i = X_i / m \quad (2.22)$$

Se sigue de (2.21) que $X_i < m$, $\forall i$. Esta desigualdad significa que el período de la generación no puede exceder m , esto es, la sucesión X_i contiene al menos m números distintos.

Resumiendo, el procedimiento para generar números aleatorios por el método congruencial en una computadora binaria es el siguiente

- Como valor inicial se elige un número par X_0 .
- Se elige un entero $a = 2e^{\beta/2}$, donde β es la longitud de palabra de la computadora en cuestión.

-Se calcula $U_1 = X_1 / 2^\beta$ para obtener una variable distribuida uniformemente.

-Cada número aleatorio sucesivo X_{i+1} , se obtiene del producto aX_i .

Método de la transformada inversa.

Uno de los procedimientos para generar variable aleatorias de una distribución determinada, es el basado en el método de la transformada inversa, en el cual cualquier variable aleatoria X con función de distribución de probabilidad $F(x)$ se puede representar por una variable aleatoria U , la cual se encuentra uniformemente distribuida en el intervalo $(0,1)$.

Como la función de distribución de probabilidad de la variable aleatoria X esta dada por $F(x)$ a cada valor de X le corresponde un valor $F(x)$ que necesariamente se encuentra en el intervalo $(0,1)$. Para cada valor u de la variable aleatoria U , la función $u = F(x)$ define una correspondencia uno a uno entre U y X , Además como U esta distribuida uniformemente en el intervalo $(0,1)$ la relación inversa esta dada por

$$X = F^{-1}(U) \quad (2.23)$$

la cual tiene una función de distribución de probabilidad $F(x)$.

Así, se puede obtener el valor x de una variable aleatoria X conociendo un valor u de la variable aleatoria U calculando $F(u)$ e igualandolo a x de tal manera que

$$F(x) = u \quad (2.24)$$

El procedimiento para generar la función de distribución exponencial, de acuerdo al método de la transformada inversa es el siguiente:

Tomando la definición (2.17) de la distribución exponencial

$$U = F_X(X) = 1 - e^{-x/t} \quad (2.25)$$

asi que

$$X = -t \ln (1-U) \quad (2.26)$$

ya que 1-U esta distribuida de la misma manera que U, tenemos

$$X = -t \ln U \quad (2.27)$$

Entre otros de los métodos para generar variables aleatorias de una distribución determinada se encuentran: el método de composición y el método de Forsythe (Rubinstein, 1981).

4. - PRUEBA DE BONDAD DE AJUSTE.

Si suponemos que un modelo probabilístico representa adecuadamente una situación dada, el siguiente paso es llegar a conclusiones sobre la estructura del modelo usando los datos, i.e. inferir sobre la población usando la muestra que se tiene. La prueba de bondad de ajuste es muy útil para determinar si los datos de una determinada muestra pueden modelarse mediante una función probabilística específica.

A continuación mencionaremos algunos conceptos relacionados con la prueba de bondad de ajuste.

Una hipótesis estadística H_0 es una información acerca de la distribución que sigue un conjunto de variables aleatorias.

Una prueba de hipótesis estadística es una regla, la cual, cuando se ha obtenido el conjunto de valores experimentales, lleva a la decisión de rechazar o no la hipótesis bajo consideración.

Sea D un subconjunto del espacio muestral, en el cual, de acuerdo a la prueba realizada, se rechaza la hipótesis bajo consideración; D es llamada la región crítica de la prueba y el

tamaño de D es el nivel de significancia.

La función potencia de una prueba de hipótesis estadística H_0 , contra una hipótesis alternativa H_1 , es una función la cual da la probabilidad de que los puntos de la muestra caigan en la región D.

El nivel de significancia de la prueba es, también, el valor máximo de la función potencia, cuando H_0 es cierta.

PRUEBA DE LA JI-CUADRADA (χ^2).

Una de las pruebas que se utilizan para la bondad de ajuste es la prueba de la ji-cuadrada la cual se define de la manera siguiente:

Sea X_1, X_2, \dots, X_{k-1} variables aleatorias con parámetros n, p_1, \dots, p_{k-1} .

Sea $X_k = n - (X_1 + \dots + X_{k-1})$ y sea $p_k = 1 - (p_1 + \dots + p_{k-1})$.

Definimos

$$Q = \sum_{i=1}^k \frac{(X_i - np_i)^2}{np_i} \quad (2.28)$$

Cuando $n \rightarrow \infty$, Q tiene una distribución límite que es $\chi^2(k-1)$, entonces podemos decir que, Q tiene, aproximadamente, una distribución χ^2 con k-1 grados de libertad.

La manera en que se aplica esta prueba a una hipótesis estadística es la siguiente:

Se toma un experimento aleatorio A. Se define $P(A_i) = p_i$, $i=1, 2, \dots, k$ donde $p_k = 1 - p_1 - \dots - p_{k-1}$, así que, p_i es la probabilidad de que el resultado del experimento sea un elemento de A. El experimento se repite n veces, independientes; X_i representa el número de veces que el resultado del experimento es

un elemento de A. Así, $X_1, X_2, \dots, X_k = n - X_1 - \dots - X_{k-1}$ son las frecuencias con que el resultado cae en A.

Considerando la hipótesis H_0 :

$$p_1 = p_{1,0}, p_2 = p_{2,0}, \dots, p_{k-1} = p_{k-1,0} \quad (p_k = p_{k,0} = 1 - p_{1,0} - \dots - p_{k-1,0}),$$

donde $p_{1,0}, \dots, p_{k-1,0}$ son números especificados. Si la hipótesis H_0 es cierta, la variable aleatoria

$$Q = \sum \left[\frac{(X_i - np_{i,0})^2}{np_{i,0}} \right] \quad (2.29)$$

tiene, aproximadamente, una distribución χ^2 con $k-1$ grados de libertad.

Ya que, cuando H_0 es cierta np es el valor esperado de X , se esperaría, intuitivamente, que los valores experimentales de Q no fueran mayores a X si la hipótesis H_0 es cierta.

Una vez determinados los grados de libertad y el nivel de significancia se consulta, en las tablas correspondientes, el valor de D , tal que, $P(Q \geq D) = \alpha$. La prueba es rechazada cuando los valores observados de Q son mayores o iguales a D .

Los valores esperados np deben de ser mayores a cinco para que la aproximación sea buena. Si este no es el caso, se recomienda unir celdas adyacentes para obtener valores mayores. El número de grados de libertad cuando no se estiman parámetros es $k-1$, en el caso que sea necesario estimar algún parámetro, se disminuye un grado de libertad por cada parámetro estimado.

CAPITULO IV.

MODELO ESTADISTICO.

1.-DESCRIPCION DEL MODELO.

De acuerdo al comportamiento observado de los datos tanto en los histogramas como en las isolinas se hace la proposición del modelo. En principio, el modelo toma en cuenta la ocurrencia de dos eventos obviamente relacionados con la duración de la insolación: uno, el hecho de que se observe la presencia del sol, y el otro, que no se observe, caso al que llamaremos sombra.

Supondremos que los intervalos de tiempo entre los que ocurre el primer evento obedecen una distribución exponencial que tendrá como parámetro el valor $1/t_1$. De la misma manera supondremos que los intervalos de tiempo entre la ocurrencia del segundo evento obedecen una distribución exponencial ahora con un parámetro $1/t_2$. Donde t_1 y t_2 representan el tiempo medio con la presencia de sol o sombra, respectivamente.

Las funciones de densidad de probabilidad para el tiempo que permanece el sol brillando o con sombra son, respectivamente.

$$f_1(x) = (1/t_1)e^{-x/t_1} \qquad f_2(x) = (1/t_2)e^{-x/t_2} \qquad (4.1)$$

Como mostraron los histogramas, la distribución de los valores horarios porcentuales para 100 % de insolación y los valores horarios para 0% de insolación, dependen tanto de la época del año como de la hora del día, entonces, es de esperar que los parámetros $1/t_1$ y $1/t_2$ también dependan de estos factores. Así, el modelo propuesto describe la duración de la insolación horaria como la ocurrencia de dos eventos alternantes, sol y sombra. De

acuerdo a la teoría estadística el modelo puede verse como dos procesos de Poisson alternantes, con parámetros $1/t_1$ y $1/t_2$, respectivamente.

Propuesto el modelo de esa manera vemos que cumple con los postulados del modelo probabilístico de Poisson, mencionados en el Capítulo I :

1.-Ya que un cambio de sol a sombra o viceversa se realiza rápidamente en comparación con el tiempo que permanece el sistema en estado de sol o sombra; es decir, si dividimos la hora en intervalos de tiempo muy pequeños, tan pequeños como el tiempo que le lleva al sistema pasar de un estado a otro (del orden de segundos) la probabilidad de ocurrencia de un evento en ese momento preciso es pequeña, puesto que durante una hora no hay demasiados cambios en el sistema (a lo más 3 o 4).

2.-Si cada intervalo de tiempo es una hora, es razonable suponer que el número de cambios de sol a sombra en una cierta hora es independiente, al menos físicamente, del número de cambios de sol a sombra a la misma hora de cualquier otro día.

3.-Ya que una repetición del evento ocurre en intervalos de tiempo cortos, podemos suponer que no pueden ocurrir dos cambios simultáneamente.

4.-Supondremos que el número promedio de cambios de sol a sombra durante una hora permanece constante.

Para explicar el proceso de construcción del modelo tomaremos en cuenta lo que sucede en una hora para luego repetir el proceso tantas horas como las observadas. Lo primero que tendremos presente es, la característica anotada anteriormente de, considerar constantes los parámetros de la distribución exponencial durante la hora en la que se desarrolla el modelo.

El proceso se inicia con la ocurrencia de cualquiera de los eventos sol o sombra, esto se hace aleatoriamente usando la probabilidad para obtener sol o sombra en un momento dado. Evaluaremos esta probabilidad usando el modelo propuesto. Llamaremos n al número de cambios entre los eventos alternantes de sol y sombra, así el número de intervalos de tiempo con duración t será: $nf_1(t)dt$ para sol y $nf_2(t)dt$ para sombra, siendo f_1 y f_2 las funciones de densidad de probabilidad para sol y sombra, respectivamente. La suma de estos intervalos de tiempo será $tnf_1(t)dt$ para sol y $tnf_2(t)dt$ para sombra. La razón total de insolación en el total de tiempo es

$$\Pi_1 = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \int_0^{\infty} t f_1(t) dt}{n \left[\int_0^{\infty} t f_1(t) dt + \int_0^{\infty} t f_2(t) dt \right]} = \frac{E_1(t)}{E_1(t) + E_2(t)} = \frac{t_1}{t_1 + t_2} \quad (4.2)$$

donde $E_1(t)$ y $E_2(t)$ son los valores esperados para el tiempo con sol y para el tiempo con sombra, respectivamente.

De la misma manera la razón de sombra total en el tiempo total será:

$$\Pi_2 = \frac{t_2}{t_1 + t_2} \quad (4.3)$$

La hora comienza con sol o sombra seleccionando aleatoriamente con probabilidad Π_1 o Π_2 , respectivamente. Una vez hecha la elección el proceso continua con la introducción de un intervalo de tiempo distribuido exponencialmente, con parámetro $1/t_1$ o $1/t_2$, dependiendo de la elección original. Si el intervalo de tiempo es mayor o igual a una hora consideraremos que ha transcurrido un intervalo $I=1.0$ hr de sol (sombra) o $I=0$ hr de sol

(sombra), según haya comenzado la hora. Cuando el intervalo de tiempo es menor a una hora, comienza otro intervalo de tiempo distribuido exponencialmente ya sea simulando sol ó sombra según se necesite, hasta completar una hora. Los tiempos totales de sol y sombra son contados separadamente. Entonces, el tiempo total con sol es la suma de los intervalos de tiempo simulados con el parámetro $1/t_1$. La duración de la insolación quedará descrita repitiendo el proceso N veces, siendo N el número de horas observadas.

2.-CALCULO DE LOS PARAMETROS.

Uno de los objetivos que persigue el modelo propuesto es la evaluación de los parámetros t_1 y t_2 ya que, en una distribución de Poisson, estos representan la media de la distribución. El comportamiento asintótico de los histogramas en los intervalos $I=1.0$ hr e $I=0$ hrs de duración de la insolación es uno de los factores que permiten el cálculo de dichos parámetros.

La probabilidad de que una hora comience con sol es $P_1=t_1/(t_1+t_2)$, cuando una hora comienza de ésta manera la probabilidad de no ocurrencia de cualquier evento durante esa hora será, $\exp(-1/t_1)$ (2.18). Entonces la probabilidad para que ocurra $I=1.0$ hr de sol es

$$P_1 = \frac{t_1}{t_1 + t_2} e^{-1/t_1} \quad (4.4)$$

Análogamente para sombra:

$$P_0 = \frac{t_2}{t_1 + t_2} e^{-1/t_2} \quad (4.5)$$

En estas ecuaciones los valores P_1 y P_0 son los correspondientes valores porcentuales para $I=1.0$ hr e $I=0$ hrs de duración de la insolación. Ya que P_1 y P_0 se estiman de los histogramas, las ecuaciones (4.4) y (4.5) forman un sistema trascendente de dos ecuaciones con dos incógnitas, que son t_1 y t_2 . El sistema se resuelve usando el método de Newton, el cual se describe en el apéndice de éste capítulo. La Tabla II muestra los parámetros calculados para cada hora del día y para los diferentes meses del año. Hay que tener en cuenta que estos valores representan la media de la distribución del modelo de Poisson. Las gráficas de las figuras 11 y 12 muestran las isocurvas para los parámetros t_1 y t_2 , respectivamente.

Una vez que los parámetros t_1 y t_2 se han encontrado, es inmediato el cálculo de las probabilidades Π_1 y Π_2 , que como se recordará representan la probabilidad de que en un momento dado se observe la presencia de sol o sombra, respectivamente.

La tabla III muestra las probabilidades Π_1 y Π_2 en los diferentes meses del año para cada una de las horas observadas.

Con estos parámetros, t_1 y t_2 , también podemos calcular la probabilidad de que dado que se observó sol al inicio de una hora cualquiera, permanezca esa situación por el resto de la hora (S_1) y la probabilidad de que dado que se observó sombra al inicio de una hora, permanezca esa condición por el resto de la hora (S_2).

La tabla IV muestra las probabilidades S_1 y S_2 .

3.-SIMULACION DE LOS HISTOGRAMAS.

El siguiente paso en el desarrollo del modelo es comprobar si éste reproduce o se aproxima a los valores observados.

Se simulan los 108 histogramas que corresponden a cada uno de los 12 meses del año y a cada una de las nueve horas observadas. Cada histograma se simula cien veces y la media de estas cien

simulaciones será el valor que tomen cada una de las nueve clases centrales, es decir, serán los valores simulados para los intervalos entre 0.1 y 0.9 hrs de duración de la insolación.

Cabe mencionar que la distribución del número de eventos en cada clase central del histograma debe ser binomial con un parámetro de probabilidad pequeño aproximándose, entonces, con una distribución de Poisson. Considerando ésto y que las cien simulaciones son suficientes, la varianza puede ser aproximada por la media. Así, la varianza de un histograma medio será 1% de la misma, ya que la varianza de la media de una muestra de una variable aleatoria es la varianza de la variable aleatoria dividida entre el tamaño de la muestra (Hoog, et. al., 1965).

Para simular los histogramas se utiliza el Metodo Monte Carlo:

El proceso de simulación se inicia con la generación de una serie de números aleatorios .

De acuerdo al método de la transformada inversa, se genera la función U distribuida uniformemente, esto, haciendo uso de los parámetros t_1 y t_2 y calculando el cociente $t_2 / (t_1 + t_2)$: Si el primer número generado aleatoriamente es mayor que dicho cociente el proceso comenzará con la presencia de sol y si no es el caso comenzará con sombra. De esta manera se elige aleatoriamente si el proceso se inicia con sol o sombra.

Posteriormente se introduce un intervalo de tiempo distribuido exponencialmente, que de acuerdo al método de la transformada inversa queda determinado por la multiplicación del parámetro t_1 o t_2 por el logaritmo natural del número aleatorio (ec. 2.27). Si el intervalo de tiempo transcurrido es menor al número de horas observadas, comienza otro intervalo de tiempo distribuido exponencialmente ya sea simulando sol o sombra, según se necesite, hasta completar el número de horas observadas.

Finalmente se obtiene el número total de horas con sol para cada una de las nueve clases centrales.

4. -BONDAD DE AJUSTE DEL MODELO.

La prueba usada para verificar la bondad de ajuste del modelo fue la prueba de la Ji-cuadrada. De acuerdo a lo expresado en el capítulo II, en esta prueba los valores esperados deben de ser mayores a cinco para que la aproximación sea buena, las nueve clases centrales de cada uno de los histogramas tanto observados como simulados se agruparon en tres: el primer grupo de 0.1 a 0.3 hrs , el segundo grupo de 0.4 a 0.6 hrs y el tercero de 0.7 a 0.9 hrs. Ya que, en la prueba de Ji-cuadrada los grados de libertad se calculan de acuerdo al número de factores que se utilizan para evaluar los parámetros, aquí tendremos 2 grados de libertad, porque para calcular t_1 y t_2 sólo utilizamos dos clases que fueron los valores porcentuales para $I=0$ hrs e $I=1.0$ hr de duración de la insolación, los valores centrales no fueron usados. Se eligió un nivel de significancia de 0.05 que junto con los grados de libertad dan un valor de rechazo igual a 5.99.

CAPITULO V

RESULTADOS Y ANALISIS DEL COMPORTAMIENTO DE LA DURACION DE LA INSOLACION.

De los datos proporcionados por los histogramas se realizaron gráficas para cada una de las estaciones del año que muestran los valores porcentuales para $I=1.0$ hr de duración de la insolación.

La fig.13 presenta la época de primavera, o lo que serían los meses de marzo, abril y mayo, como podemos ver en esta temporada el máximo valor de la probabilidad para $I=1.0$ hr de duración de la insolación se alcanza entre las 10 y las 11 hrs. Particularmente, en el mes de abril ocurre el máximo valor para todo el año, siendo éste igual a 0.88. En ésta gráfica también podemos observar que en el mes de marzo, además de tener valores porcentuales altos éstos se mantienen relativamente constantes durante el día. Por último podemos notar que durante el mes de mayo, los valores porcentuales después de alcanzar un máximo durante las horas de la mañana, decaen rápidamente después del mediodía, debido a la entrada de la nubosidad en la tarde.

La fig.14 muestra el comportamiento de la duración de la insolación para la época de verano, o sea, los meses de junio, julio y agosto. Por considerarse una estación netamente de lluvias los valores de máxima probabilidad para $I=1.0$ hr de duración de la insolación para los tres meses, decaen un poco con respecto a los que se observan el resto del año. Es en el mes de agosto que se alcanza el valor máximo siendo éste igual a 0.72. En esta temporada las gráficas muestran un comportamiento peculiar ya que las curvas tienen un máximo local que se alcanza a las 16 hrs, debido, probablemente, a que la nubosidad ocurre a horas más tempranas.

La fig.15 representa la época de otoño, o sea los meses de septiembre, octubre y noviembre. En ésta gráfica los tres meses tienen un comportamiento bien diferenciado. Cabe hacer notar que en esta época del año el máximo está desplazado hacia lo que sería el mediodía, a excepción del mes de noviembre que lo alcanza a las 14 hrs. El comportamiento del mes de septiembre es muy peculiar, ya que aunque alcanza un valor porcentual relativamente bajo, éste se mantiene casi constante durante el día. Como el mes de noviembre es considerado un mes de secas, es en éste mes donde se alcanza el valor máximo para esta temporada y es igual a 0.85.

Por último la fig.16 muestra la estación de invierno, que son los meses de diciembre, enero y febrero. En esta época se aprecia que el comportamiento de todos los meses es relativamente el mismo, alcanzando un máximo bien diferenciado alrededor del mediodía. El mayor valor porcentual para la probabilidad de $I=1.0$ hr de duración de la insolación se encuentra en el mes de enero, siendo éste igual a 0.82. En el mes de diciembre encontramos el valor porcentual más bajo para todo el año: 0.23.

En general, hay que hacer notar que, aunque es en el mes de diciembre que se obtiene el valor porcentual más bajo, la gran mayoría de los valores mínimos obtenidos el resto del año están muy por encima de dicho valor.

Una gráfica que resume el comportamiento de la duración de la insolación es la de la fig.17, ésta representa la probabilidad media para $I=1.0$ hr de sol, de 8 a 13 hrs durante todos los meses del año. De ahí podemos observar que:

La probabilidad de obtener intervalos de tiempo iguales a una hora de duración de la insolación durante la mañana, para todos los meses del año es mayor a 0.51, con un máximo de 0.84.

Claramente podemos distinguir entre lo que serían las temporadas de lluvia y secas; los valores porcentuales altos se localizan en los meses de secas y los valores porcentuales bajos en los meses de lluvias.

El máximo ocurre en el mes de abril, encontrándose en estos primeros meses del año valores porcentuales altos, pero después del mes de mayo este valor decae hasta llegar a su mínimo anual durante el mes de julio. Después de éste período esperaríamos que la gráfica continuará teniendo bajos valores porcentuales durante los dos meses siguientes, considerados de lluvias, pero en el mes de agosto existe un máximo significativo.

Octubre es un mes de transición para comenzar en noviembre con valores porcentuales altos.

Respecto a la prueba de laji-cuadrada, encontramos que 10 valores están en la zona de rechazo el restante 91% queda en el área donde el modelo no puede rechazarse. Cuatro de éstos valores son extremos y se suscitaron, probablemente, por algún fenómeno meteorológico que originó un cambio brusco. Bajo estas condiciones podemos decir que el modelo se ajusta adecuadamente al conjunto de datos.

La tabla IV muestra los valores calculados para la prueba de ji-cuadrada en cada uno de los meses del año y para las distintas horas observadas.

La gráfica de la figura 18 muestra el total anual de horas con 100 % de insolación en el período de tiempo estudiado. El año en el que se observó mayor insolación fue el año de 1985 y la menor en 1984.

Se calculó el número total de horas al año con 100% de insolación, encontrando que para los datos observados el total de horas con ésta característica fue de 1995 hrs. El número total de horas observadas en el período estudiado (1988-1991) fue de 3285 hrs. Así, el número de horas al año con 100% de insolación representa el 60% del total de horas observadas.

CAPITULO VI
COMPARACION ENTRE LOS RESULTADOS OBTENIDOS EN EL AREA DE
ORIZABITA, HGO. Y LOS OBSERVADOS EN CD. UNIVERSITARIA.

Esta comparación se hace tomando en cuenta los resultados aquí obtenidos junto con los encontrados por Bravo et. al., (1988) para la zona de Ciudad Universitaria. Hay que hacer notar que el trabajo de Bravo fue elaborado contando con una base de datos mayor y que corresponde a años anteriores a los analizados en el presente trabajo. Sin embargo, éstas limitaciones no afectan el propósito de ésta comparación el cuál es confrontar el ajuste del modelo propuesto en dos sitios con condiciones ambientales diferentes, ya que, Ciudad Universitaria esta ubicada en un ambiente urbano y Orizabita puede considerarse un sitio rural.

Así, lo más significativo será comparar los parámetros y el comportamiento general de la duración de la insolación..

Los valores obtenidos para los parámetros son muy semejantes en ambos trabajos, incluso el valor más alto para t_1 se obtiene el mismo mes y a la misma hora en los dos lugares. Pero las isolíneas que muestran el comportamiento de estos parámetros son diferentes en dichos lugares. Como ya se había mencionado, las gráficas de Orizabita tienen un comportamiento donde los máximos y mínimos estan más señalados.

En la prueba de Ji-cuadrada los valores encontrados son muy semejantes en ambos trabajos. Para la zona de Ciudad Universitaria, el 89% de los datos caen en la zona donde el modelo no puede rechazarse y en Orizabita fueron el 91% de los datos. En el trabajo citado cuatro valores son muy discrepantes del valor de rechazo y en éste trabajo tenemos cinco valores extremos y tres de ellos coinciden, con los de la zona de Ciudad Universitaria, en el mes y hora de ocurrencia.

Ahora, con respecto al comportamiento de la duración de la insolación, podemos decir lo siguiente:

El comportamiento de los histogramas es el mismo en ambos trabajos. El valor porcentual más alto para $I=1.0$ hr de duración de la insolación ocurre en el mismo mes, abril y a la misma hora, 10 a 11 hrs, siendo de 0.89 para Ciudad Universitaria y de 0.88 para Orizabita. Al igual que ocurre con las isolíneas para los parámetros, las isolíneas para los valores porcentuales encontradas para Orizabita muestran un comportamiento donde los máximos tienen una menor duración que la observada para Ciudad Universitaria.

La comparación del comportamiento de la duración de la insolación por épocas del año muestra que:

Durante los meses de marzo, abril y mayo el valor porcentual más alto ocurre en Ciudad Universitaria una hora antes que en Orizabita, dicho valor decae durante las horas de la tarde de una manera más rápida en la zona de Ciudad Universitaria.

En los meses siguientes, junio, julio y agosto las gráficas para Orizabita revelan un comportamiento más irregular que el encontrado en Ciudad Universitaria: mientras que en ésta zona la probabilidad para $I=1.0$ hr de duración de la insolación alcanza su valor mínimo (0.18), en Orizabita ésta se mantiene en valores intermedios.

Para la temporada de otoño, que son los meses de septiembre, octubre y noviembre, en Orizabita, la probabilidad se mantiene poco variable a lo largo del día, lo que no sucede en la zona de Ciudad Universitaria. Es de hacer notar el hecho de que el comportamiento de los distintos meses está bien diferenciado uno del otro en ambos lugares.

Para los meses de invierno, diciembre, enero y febrero, sólo cabe mencionar el corrimiento que sufre la máxima probabilidad

hacia las 12 hrs. en Orizabita, mientras que en Ciudad Universitaria ésta ocurre entre las 10 y 11 hrs.

La gráfica de la figura 19 muestra de manera comparativa la probabilidad media para $I=1.0$ hr de duración de la insolación de 8 a 13 hrs, en ambos sitios.

Como podemos ver, en los primeros meses del año la probabilidad para $I=1.0$ hr de duración de la insolación es más alta para la zona de Ciudad Universitaria, pero después del mes de marzo y durante el resto del año la situación se invierte. En ambos lugares se presenta un máximo en el mes de agosto, siendo más pronunciado el observado en Orizabita.

Hablando en términos de la duración de la insolación existe un comportamiento similar en ambos sitios; la semejanza puede deberse a la cercanía geográfica entre estos dos lugares y la variación en la duración puede atribuirse a las diferencias físicas y ambientales entre ellos.

En Orizabita el número de horas al año con 100% de insolación fue de 1995 hrs mientras que para Ciudad Universitaria esta cantidad fue de 1523 hrs. Es decir en el área de Orizabita se reciben 472 hrs al año con 100% de insolación más que en Cd. Universitaria. El número de horas con dicha característica representa, en la zona de Cd. Universitaria, el 46% del total de horas observadas, mientras que, para Orizabita esta cantidad constituye el 60%.

TABLA I.-HISTOGRAMAS EN VALORES PORCENTUALES PARA LA DURACION DE LA INSOLACION EN ORIZABITA NGO.

HORAS (TSV)	DECIMOS DE HORA										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ENERO											
8 A 9	14.1	1.2	3.6	2.4	1.6	0.8	1.6	2.4	2.0	4.8	65.3
9 A10	9.3	1.6	2.8	1.2	0.8	0.4	2.0	3.6	2.0	5.2	71.0
10A11	5.6	2.8	0.8	1.6	1.2	0.8	2.0	1.6	1.6	3.6	78.2
11A12	3.2	1.6	0.8	0.8	1.2	0.0	1.6	1.2	4.1	2.8	82.6
12A13	2.4	2.8	0.0	1.2	1.2	2.4	1.2	2.4	3.2	2.8	80.2
13A14	2.4	1.2	2.8	0.8	1.6	1.6	2.8	2.8	3.6	4.4	75.8
14A15	3.7	1.2	1.6	2.4	2.0	2.0	3.3	2.4	3.7	6.1	71.5
15A16	7.5	2.4	2.4	0.8	2.8	2.8	2.8	4.8	5.2	6.7	61.9
16A17	16.3	2.8	4.9	3.7	2.4	2.4	5.3	4.9	9.3	11.8	36.2
FEBRERO											
8 A 9	10.7	1.5	1.5	1.5	0.5	0.5	3.4	2.9	2.4	5.9	69.3
9 A10	5.4	2.4	2.0	1.0	1.5	1.0	2.9	3.4	2.0	2.9	75.6
10A11	4.9	1.5	1.5	0.5	1.5	1.0	2.4	2.0	2.9	3.4	78.6
11A12	4.9	0.5	1.5	1.5	0.5	1.0	0.5	2.4	3.9	2.9	80.5
12A13	3.9	2.4	1.0	1.0	1.9	0.5	1.9	2.9	2.4	4.9	77.2
13A14	3.9	3.9	1.0	1.9	1.9	1.9	1.9	2.9	4.9	3.4	72.3
14A15	8.3	2.9	1.5	2.9	2.9	0.5	3.9	3.4	2.9	6.8	64.1
15A16	13.1	5.3	2.4	1.0	1.9	2.9	2.4	2.4	3.4	5.3	59.7
16A17	19.4	3.9	5.3	3.4	3.4	0.5	3.4	3.9	4.9	6.8	45.1
MARZO											
8 A 9	5.2	3.6	2.8	1.2	1.2	1.2	1.2	3.2	1.6	3.2	75.4
9 A10	4.4	0.4	2.4	0.8	0.4	1.2	2.8	1.6	1.2	2.0	82.7
10A11	4.0	0.4	1.6	1.2	0.8	1.2	0.8	2.0	2.8	0.8	84.3
11A12	3.2	2.0	0.8	1.2	0.0	0.4	1.6	2.4	2.0	3.2	83.1
12A13	3.2	0.0	0.8	0.8	3.2	1.6	2.8	3.6	2.0	3.2	78.6
13A14	3.2	0.4	1.2	1.2	1.6	0.8	2.4	2.8	4.0	5.6	76.6
14A15	4.4	2.8	2.8	1.2	2.4	0.4	3.2	6.5	2.0	3.2	71.0
15A16	8.5	2.0	3.6	3.6	0.8	2.0	5.2	3.6	2.8	3.2	64.5
16A17	14.1	3.6	3.6	4.0	2.0	1.6	3.2	4.0	5.6	6.0	52.0
ABRIL											
8 A 9	2.9	0.4	1.3	1.3	0.4	0.8	1.3	1.3	4.6	4.2	81.7
9 A10	2.1	0.0	0.0	0.8	0.8	0.4	0.8	3.3	1.7	2.5	87.5
10A11	1.7	0.0	1.3	1.3	0.0	0.8	2.1	0.4	2.5	2.5	87.5
11A12	1.7	0.4	2.5	0.4	1.3	0.8	0.8	2.1	2.1	3.3	84.6
12A13	2.5	1.3	2.1	0.8	2.1	0.0	3.3	3.3	3.3	5.0	76.3
13A14	4.6	2.5	1.7	1.7	3.3	0.8	4.6	6.3	7.5	6.3	60.8
14A15	10.0	3.8	4.6	4.2	3.8	2.9	7.1	5.0	4.2	8.3	46.3
15A16	15.0	5.0	7.5	5.8	2.1	2.1	5.0	7.1	6.7	8.8	35.0
16A17	26.3	5.0	6.7	3.8	5.8	3.3	3.3	7.1	7.9	6.7	24.2

Tabla I. Continuación.

DECIMOS DE HORA

HORAS (TSV)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
MAYO											
8 A 9	2.0	2.4	0.4	0.0	1.6	0.8	1.6	2.9	2.9	0.8	84.5
9 A10	1.6	1.2	0.8	0.0	0.8	0.4	0.4	1.2	3.2	3.6	86.7
10A11	1.2	1.6	1.2	0.0	0.8	0.4	0.8	2.0	2.0	2.0	87.9
11A12	1.6	1.2	0.4	0.8	1.2	0.0	2.8	2.0	2.4	4.1	83.4
12A13	4.5	1.6	0.8	0.8	1.6	1.6	3.6	5.3	5.7	9.3	65.2
13A14	8.5	2.8	3.6	4.5	2.4	6.5	5.7	6.9	5.7	7.7	45.8
14A15	17.0	4.5	3.2	3.6	4.1	4.1	7.7	6.1	4.1	10.1	35.6
15A16	17.0	6.1	7.7	4.5	4.5	3.6	4.5	5.3	5.7	3.2	38.1
16A17	24.7	4.5	4.5	4.1	5.3	2.8	5.7	6.1	4.1	9.3	29.2
JUNIO											
8 A 9	14.0	1.7	3.4	3.8	2.1	1.3	5.5	3.4	3.4	4.7	56.6
9 A10	7.7	3.8	1.7	3.8	3.0	0.4	1.7	3.4	6.0	4.7	63.8
10A11	7.2	1.3	2.6	0.4	1.7	3.8	3.0	3.8	4.7	8.9	62.6
11A12	6.8	3.4	3.0	1.3	2.6	1.7	5.1	3.4	8.1	10.2	54.5
12A13	8.1	2.1	2.6	3.4	5.1	3.8	5.5	4.3	7.7	10.6	46.8
13A14	9.4	8.1	6.4	3.0	3.8	4.3	4.3	4.7	10.2	10.2	35.7
14A15	17.0	4.7	8.9	2.6	6.4	2.6	5.1	4.7	7.2	8.9	31.9
15A16	25.1	6.4	5.5	3.0	3.8	2.1	5.1	3.4	5.5	6.0	34.0
16A17	28.5	4.7	6.4	2.1	3.8	2.1	4.3	3.4	5.1	8.5	31.1
JULIO											
8 A 9	23.0	3.6	3.2	4.0	2.8	1.6	1.6	3.2	4.4	6.0	46.4
9 A10	15.8	6.7	3.3	2.1	4.2	1.3	2.9	2.1	3.3	7.1	51.3
10A11	14.2	3.3	2.9	2.9	2.9	2.1	3.8	2.5	7.1	5.8	52.5
11A12	12.9	4.0	3.2	1.6	4.0	0.4	4.8	1.6	6.0	6.0	55.2
12A13	12.1	2.4	2.8	2.4	3.2	3.2	7.3	4.4	8.1	6.0	48.0
13A14	13.7	4.0	2.8	1.6	2.8	3.6	3.2	6.9	9.7	8.9	42.7
14A15	18.1	4.0	3.6	4.4	2.8	4.0	3.6	4.0	5.6	8.5	41.1
15A16	25.8	4.8	4.0	1.6	2.8	1.6	3.6	4.4	5.2	6.9	39.1
16A17	29.4	4.8	6.0	2.0	3.2	3.6	3.6	5.6	5.6	7.3	28.6
AGOSTO											
8 A 9	7.9	2.1	2.1	2.1	1.7	1.3	5.0	3.3	3.8	5.4	65.3
9 A10	5.9	2.1	3.3	1.3	2.5	1.3	2.1	1.3	4.2	7.9	68.2
10A11	3.3	2.5	2.9	2.1	3.8	2.1	1.3	2.5	3.8	3.3	72.4
11A12	3.3	0.8	2.9	2.5	1.3	2.5	3.3	3.3	2.5	5.9	71.5
12A13	3.8	1.7	1.3	2.1	3.3	1.3	3.8	6.3	5.4	6.3	64.9
13A14	7.5	1.7	1.7	4.2	1.7	2.9	2.5	9.2	7.1	7.1	54.4
14A15	5.4	2.9	3.3	3.8	1.7	2.5	3.8	7.1	5.4	8.4	55.6
15A16	11.7	3.3	3.3	2.9	2.9	2.9	2.5	2.1	3.8	5.9	58.6
16A17	22.2	2.1	2.9	2.9	2.5	2.9	5.0	4.2	5.0	14.2	36.0

Tabla I. Continuación.

HORAS (TSV)	DECIMOS DE HORA										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
SEPTIEMBRE											
8 A 9	20.8	3.8	4.2	1.7	3.3	2.5	1.7	2.9	5.0	4.2	50.0
9 A10	16.3	5.0	3.3	2.9	2.5	2.5	2.5	3.8	5.4	4.2	51.7
10A11	17.1	4.2	4.6	3.3	1.7	1.3	3.3	3.3	3.8	4.2	53.3
11A12	15.0	2.9	5.0	2.5	2.5	2.1	2.5	4.2	2.5	5.4	55.4
12A13	15.0	2.5	3.8	2.9	2.9	1.7	3.8	5.0	3.8	5.8	52.9
13A14	12.5	5.0	3.3	3.3	2.9	2.1	3.8	3.3	6.7	5.4	51.7
14A15	15.4	2.9	3.3	3.3	3.3	2.5	6.3	4.2	6.7	6.3	45.8
15A16	17.5	3.8	3.8	0.8	3.8	3.8	4.6	4.2	7.5	8.8	41.7
16A17	27.9	2.9	2.9	2.5	4.2	4.2	4.6	3.3	4.2	10.4	32.9
OCTUBRE											
8 A 9	18.4	2.0	1.2	1.2	3.7	1.2	4.5	2.0	2.5	5.3	57.8
9 A10	12.2	2.4	0.8	1.2	2.4	1.6	2.4	3.7	4.1	3.7	65.4
10A11	7.7	1.2	1.6	1.6	0.8	1.2	4.5	2.4	3.7	4.9	70.3
11A12	7.3	2.0	2.0	0.8	1.6	1.2	2.8	3.2	2.0	3.2	73.7
12A13	8.1	2.4	0.4	0.8	2.0	1.6	2.4	3.6	2.8	4.9	70.8
13A14	7.3	1.6	2.0	1.6	0.8	2.4	3.6	4.9	5.7	7.3	62.7
14A15	7.3	3.2	2.8	1.6	2.0	4.0	4.5	3.6	5.3	6.1	59.5
15A16	12.1	3.2	2.4	4.5	3.6	1.6	4.0	3.6	3.6	6.1	55.1
16A17	17.4	6.5	6.5	4.5	2.8	3.2	4.0	3.2	6.1	4.5	41.3
NOVIEMBRE											
8 A 9	13.0	1.3	2.1	2.1	0.8	0.4	1.7	1.3	2.9	4.6	69.9
9 A10	7.5	2.9	2.5	1.3	0.8	0.8	1.3	2.5	1.3	2.5	76.6
10A11	5.9	0.4	0.8	2.5	1.7	1.3	1.7	2.9	1.3	0.8	80.8
11A12	5.0	1.7	0.8	0.0	1.3	0.4	0.8	2.9	1.7	1.7	83.7
12A13	3.8	0.0	1.7	0.8	1.7	0.4	1.3	2.5	1.3	2.5	84.1
13A14	3.3	2.5	0.0	1.3	0.8	0.8	0.4	0.8	2.1	2.5	85.4
14A15	4.2	0.8	1.7	0.8	0.8	1.7	2.9	4.2	2.1	3.8	77.0
15A16	5.0	2.9	1.7	2.1	1.7	2.5	3.8	3.8	2.9	4.2	69.5
16A17	12.1	2.9	4.2	3.3	4.6	3.3	6.3	4.6	6.7	6.3	45.6
DICIEMBRE											
8 A 9	18.5	5.2	4.0	2.4	1.6	2.0	1.6	2.4	3.2	4.0	54.8
9 A10	12.5	3.2	2.8	1.2	1.6	1.2	1.6	3.2	4.8	3.2	64.5
10A11	5.6	1.6	0.4	2.0	1.2	2.8	4.4	1.6	4.8	2.4	73.0
11A12	5.6	1.2	0.8	0.8	1.6	0.8	2.8	1.6	2.4	4.8	77.4
12A13	2.4	1.6	3.2	1.2	1.6	2.8	1.2	2.0	2.8	5.6	75.4
13A14	3.6	2.0	3.2	1.2	0.8	2.0	1.6	2.8	5.2	5.6	71.8
14A15	4.9	1.6	4.9	2.0	1.6	2.4	2.4	2.4	3.3	6.5	67.9
15A16	12.5	2.0	2.8	2.4	4.4	2.8	2.4	2.8	4.4	6.9	56.5
16A17	23.0	5.2	3.6	4.0	4.0	2.4	5.6	8.1	8.1	12.5	23.4

TABLA.II PARAMETROS T1 Y T2 DE LA DISTRIBUCION EXPONENCIAL PARA SOL Y SOMBRA, RESPECTIVAMENTE.

MES	HORAS.									
		8-9	9-10	10-11	11-12	12-13	13-14	14-15	15-16	16-17
ENE.	t ₁	6.34	6.93	8.84	10.14	7.84	5.95	5.16	4.25	1.88
	t ₂	1.95	1.51	1.25	0.98	0.76	0.69	0.78	1.18	1.17
FEB.	t ₁	6.75	7.28	8.62	9.98	7.26	5.45	4.52	4.47	2.87
	t ₂	1.65	1.11	1.15	1.23	0.93	0.82	1.23	1.52	1.62
MAR.	t ₁	7.09	11.51	12.87	10.58	7.53	6.63	5.24	4.66	3.27
	t ₂	1.08	1.25	1.25	1.01	0.86	0.81	0.86	1.17	1.36
ABR.	t ₁	9.16	14.26	13.46	10.20	6.17	3.34	2.32	1.74	1.43
	t ₂	0.89	0.93	0.82	0.73	0.71	0.73	0.94	1.08	1.50
MAY.	t ₁	10.48	12.21	13.00	9.13	4.00	2.20	1.86	2.05	1.70
	t ₂	0.79	0.77	0.69	0.68	0.78	0.84	1.20	1.25	1.53
JUN.	t ₁	3.99	4.34	4.03	2.85	2.24	1.60	1.63	2.08	1.98
	t ₂	1.50	1.06	0.99	0.83	0.83	0.79	1.13	1.71	1.88
JUL.	t ₁	3.38	3.35	3.35	3.60	2.63	2.25	2.35	2.63	1.82
	t ₂	2.04	1.49	1.38	1.34	1.11	1.13	1.38	1.97	1.85
AGO.	t ₁	4.71	4.93	5.27	5.03	3.81	2.91	2.83	4.02	2.11
	t ₂	1.12	0.97	0.75	0.74	0.71	0.88	0.74	1.33	1.55
SEP.	t ₁	3.72	3.46	3.83	3.92	3.50	3.07	2.64	2.37	2.11
	t ₂	1.97	1.55	1.70	1.56	1.47	1.22	1.30	1.36	1.90
OCT.	t ₁	5.05	5.79	6.07	7.28	6.39	4.06	3.54	3.50	2.32
	t ₂	2.11	1.66	1.25	1.33	1.33	1.00	0.94	1.27	1.34
NOV.	t ₁	8.04	9.04	11.18	13.48	12.34	13.27	7.32	5.02	2.40
	t ₂	2.12	1.53	1.47	1.47	1.19	1.14	0.97	0.90	1.07
DIC.	t ₁	4.33	5.59	6.29	8.34	5.82	5.21	4.62	3.77	1.31
	t ₂	1.94	1.66	1.06	1.22	0.68	0.78	0.86	1.34	1.30

TABLA III.- PROBABILIDAD DE QUE EN UN MOMENTO DADO SE OBSERVE LA PRESENCIA DE SOL Π_1 y PROBABILIDAD DE QUE EN UN MOMENTO DADO SE OBSERVE SOMBRA Π_2 .

MES		HORAS (tsv)								
		8-9	9-10	10-11	11-12	12-13	13-14	14-15	15-16	16-17
ENE	Π_1	0.58	0.68	0.72	0.78	0.74	0.73	0.72	0.68	0.46
	Π_2	0.42	0.32	0.28	0.22	0.26	0.27	0.28	0.32	0.54
FEB.	Π_1	0.73	0.76	0.76	0.74	0.77	0.77	0.69	0.69	0.42
	Π_2	0.27	0.24	0.24	0.26	0.23	0.23	0.31	0.31	0.58
MAR	Π_1	0.79	0.83	0.82	0.84	0.83	0.80	0.80	0.75	0.64
	Π_2	0.21	0.17	0.18	0.16	0.17	0.20	0.20	0.25	0.36
ABR	Π_1	0.68	0.67	0.69	0.68	0.65	0.66	0.62	0.62	0.60
	Π_2	0.32	0.33	0.31	0.32	0.35	0.34	0.38	0.38	0.40
MAY	Π_1	0.89	0.88	0.90	0.95	0.96	0.94	0.95	0.94	0.92
	Π_2	0.11	0.12	0.10	0.05	0.04	0.06	0.05	0.06	0.08
JUN	Π_1	0.80	0.95	0.92	0.95	0.93	0.95	0.95	0.88	0.74
	Π_2	0.20	0.05	0.08	0.05	0.07	0.05	0.05	0.12	0.26
JUL	Π_1	0.74	0.77	0.77	0.78	0.75	0.69	0.62	0.60	0.57
	Π_2	0.26	0.23	0.23	0.22	0.25	0.31	0.38	0.40	0.43
AGO	Π_1	0.83	0.84	0.85	0.85	0.87	0.85	0.81	0.68	0.57
	Π_2	0.17	0.16	0.15	0.15	0.13	0.15	0.19	0.32	0.43
SEP.	Π_1	0.69	0.78	0.80	0.79	0.75	0.72	0.73	0.65	0.58
	Π_2	0.31	0.22	0.20	0.21	0.25	0.28	0.27	0.35	0.42
OCT.	Π_1	0.79	0.82	0.85	0.88	0.88	0.87	0.88	0.85	0.55
	Π_2	0.21	0.18	0.15	0.12	0.12	0.13	0.12	0.15	0.45
NOV.	Π_1	0.69	0.77	0.79	0.80	0.79	0.78	0.74	0.69	0.43
	Π_2	0.31	0.23	0.21	0.20	0.21	0.22	0.26	0.31	0.57
DIC.	Π_1	0.47	0.51	0.57	0.61	0.65	0.63	0.54	0.48	0.33
	Π_2	0.53	0.49	0.43	0.39	0.35	0.37	0.46	0.52	0.67

TABLA IV .PROBABILIDAD DE QUE DADO QUE SE OBSERVO SOL AL INICIO DE UNA HORA, PERMANEZCA ESA SITUACION POR EL RESTO DE LA HORA S₁ Y PROBABILIDAD DE QUE DADO QUE SE OBSERVO SOMBRA AL INICIO DE UNA HORA, PERMANEZCA ESA CONDICION POR EL RESTO DE LA HORA S₂.

MES		HORAS								
		8-9	9-10	10-11	11-12	12-13	13-14	14-15	15-16	16-17
ENE	S ₁	0.80	0.85	0.91	0.94	0.89	0.95	0.91	0.85	0.59
	S ₂	0.73	0.70	0.78	0.81	0.70	0.87	0.79	0.72	0.64
FEB	S ₁	0.92	0.90	0.90	0.92	0.91	0.93	0.90	0.87	0.43
	S ₂	0.81	0.71	0.71	0.78	0.73	0.79	0.80	0.74	0.55
MAR	S ₁	0.92	0.92	0.94	0.96	0.92	0.95	0.86	0.92	0.78
	S ₂	0.73	0.66	0.73	0.81	0.65	0.81	0.55	0.77	0.64
ABR	S ₁	0.85	0.92	0.91	0.89	0.86	0.81	0.83	0.78	0.82
	S ₂	0.72	0.84	0.81	0.79	0.75	0.67	0.73	0.67	0.75
MAY	S ₁	0.90	0.92	0.94	0.95	0.97	0.96	0.95	0.93	0.89
	S ₂	0.44	0.56	0.57	0.38	0.46	0.50	0.38	0.32	0.25
JUN	S ₁	0.88	0.97	0.95	0.98	0.95	0.94	0.93	0.84	0.87
	S ₂	0.60	0.58	0.59	0.65	0.49	0.33	0.29	0.26	0.67
JUL	S ₁	0.78	0.84	0.83	0.85	0.78	0.74	0.77	0.67	0.79
	S ₂	0.50	0.56	0.53	0.55	0.47	0.51	0.66	0.55	0.73
AGO	S ₁	0.86	0.92	0.86	0.90	0.80	0.84	0.76	0.70	0.78
	S ₂	0.47	0.63	0.41	0.55	0.22	0.39	0.31	0.47	0.72
SEP	S ₁	0.88	0.89	0.92	0.93	0.89	0.85	0.87	0.82	0.83
	S ₂	0.75	0.67	0.71	0.75	0.72	0.67	0.69	0.69	0.78
OCT	S ₁	0.87	0.90	0.92	0.95	0.94	0.95	0.95	0.92	0.47
	S ₂	0.58	0.62	0.61	0.68	0.66	0.70	0.68	0.61	0.40
NOV	S ₁	0.82	0.91	0.92	0.95	0.90	0.93	0.91	0.93	0.54
	S ₂	0.64	0.73	0.73	0.83	0.67	0.78	0.76	0.84	0.63
DIC	S ₁	0.82	0.90	0.87	0.86	0.88	0.94	0.91	0.89	0.60
	S ₂	0.84	0.90	0.83	0.79	0.79	0.89	0.89	0.89	0.78

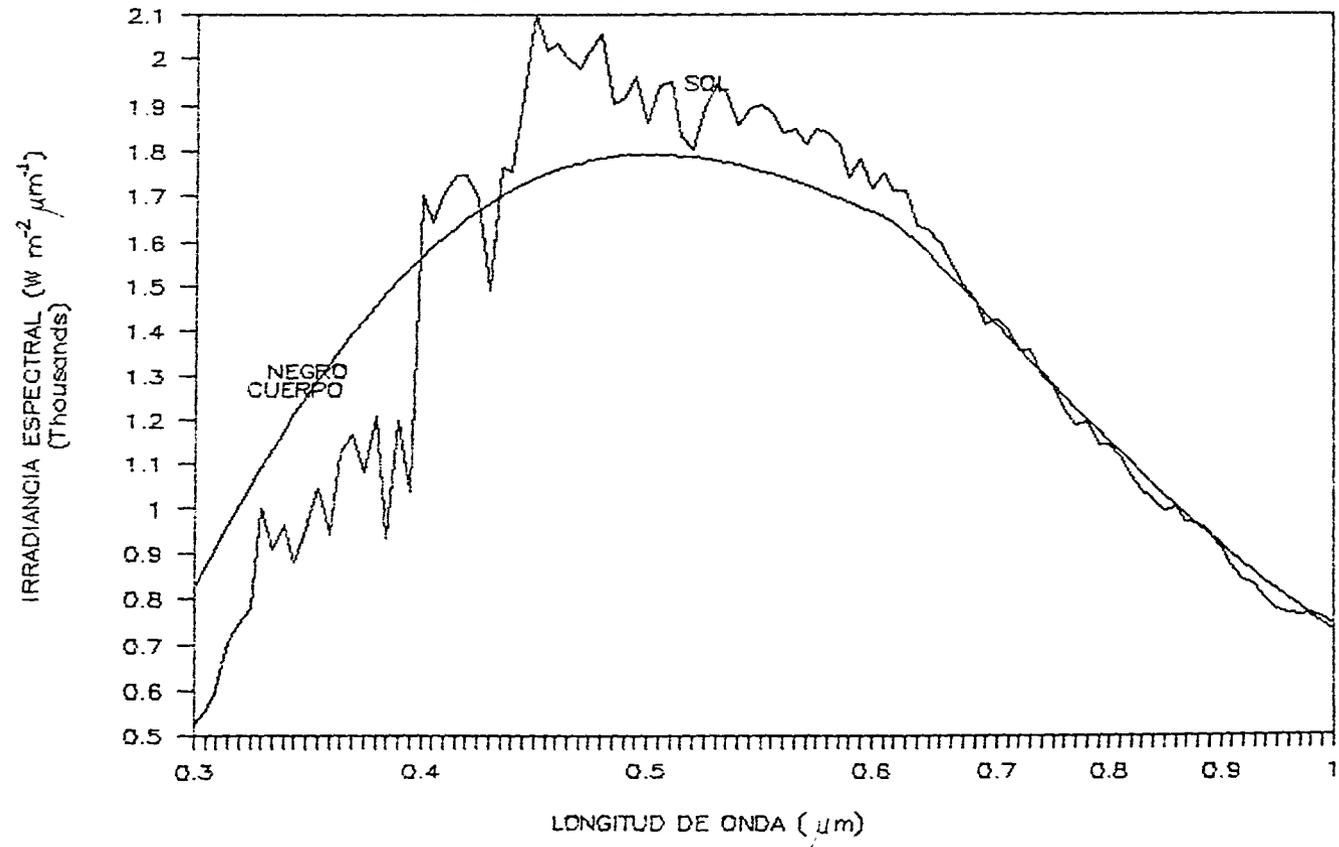
TABLA IV. VALORES PARA LA PRUEBA DE JI-CUADRADA.

MES.	HORAS.								
	8A9	9A10	10A11	11A12	12A13	13A14	14A15	15A16	16A17
ENE.	2.5	4.6	0.7	1.6	0.4	1.1	0.3	3.9	12.5
FEB.	2.3	0.2	0.5	4.6	0.6	1.3	0.4	0.4	3.5
MAR.	6.5	1.6	0.8	1.9	5.6	2.6	1.1	4.0	4.8
ABR.	4.4	3.9	0.3	1.6	0.4	1.8	1.0	9.7	5.2
MAY.	0.2	3.2	1.4	0.1	6.8	0.4	2.2	6.7	2.6
JUN.	0.2	5.0	3.7	2.6	1.9	5.9	0.6	0.6	2.4
JUL.	4.8	1.8	1.0	0.03	3.6	12.9	1.8	4.7	4.4
AGO.	0.2	1.9	5.1	1.3	1.6	10.1	3.5	1.0	15.9
SEP.	1.2	1.4	5.4	1.9	0.7	1.6	1.2	5.2	7.8
OCT.	4.3	2.2	1.0	0.2	2.0	5.4	0.6	0.5	7.1
NOV.	3.4	5.8	1.0	1.4	0.3	2.6	1.0	1.5	0.5
DIC.	5.5	3.9	1.8	1.2	4.6	4.1	4.6	0.7	0.6

TESIS SIN PAGINACION

COMPLETA LA INFORMACION

FIG. 1. COMPARACION DEL ESPECTRO SOLAR
CON EL DE UN CUERPO NEGRO A 5777 K.



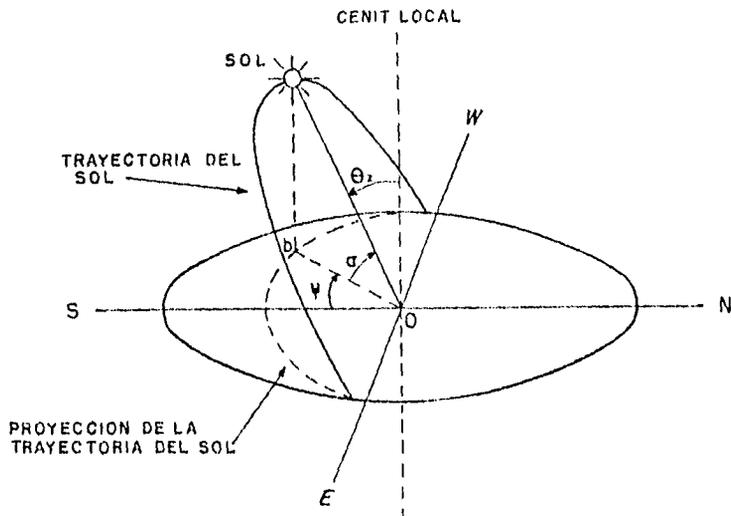


FIG. 2.-REPRESENTACION ESQUEMATICA DE LOS ANGULO DE ALTURA SOLAR, CENITAL Y ACIMUTAL.

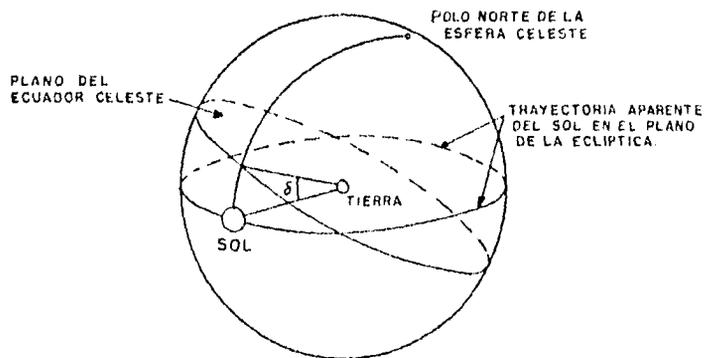


FIG. 3.-ESFERA CELESTE QUE MUESTRA EL ANGULO DE DECLINACION SOLAR.

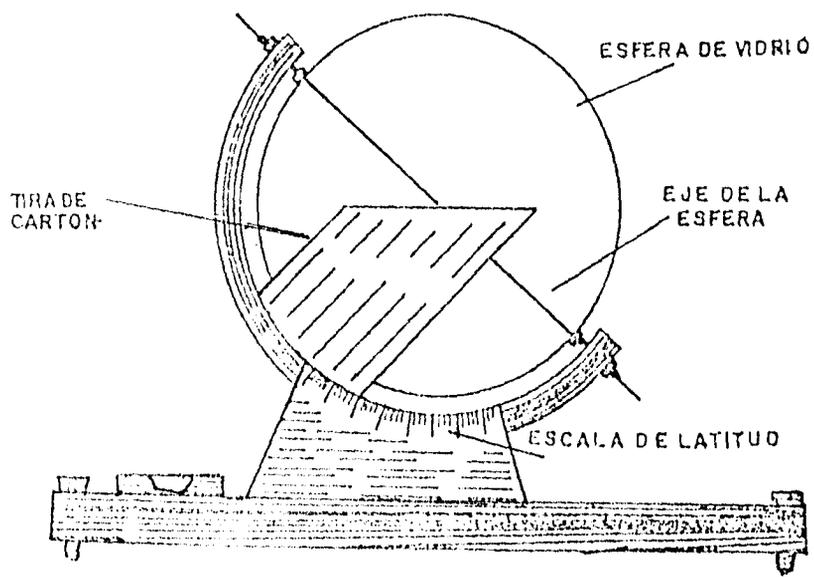
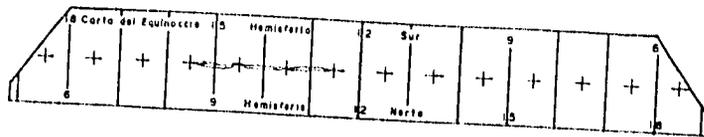
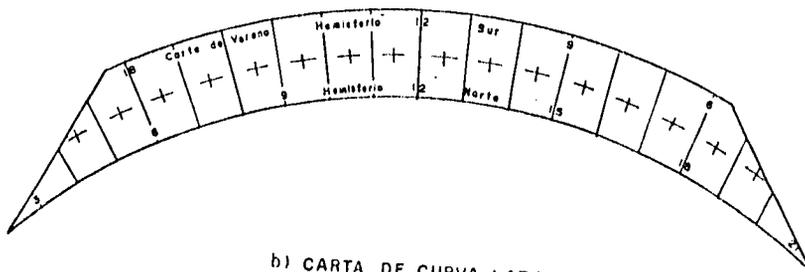


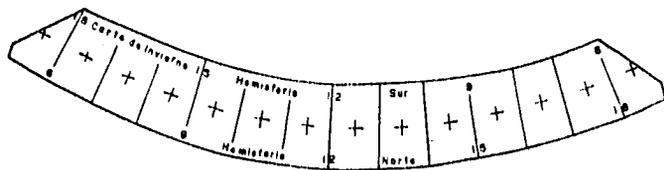
FIG. 4. HELIOGRAFO DE CAMPBELL-STOKES.



a) CARTA DE CURVA RECTA



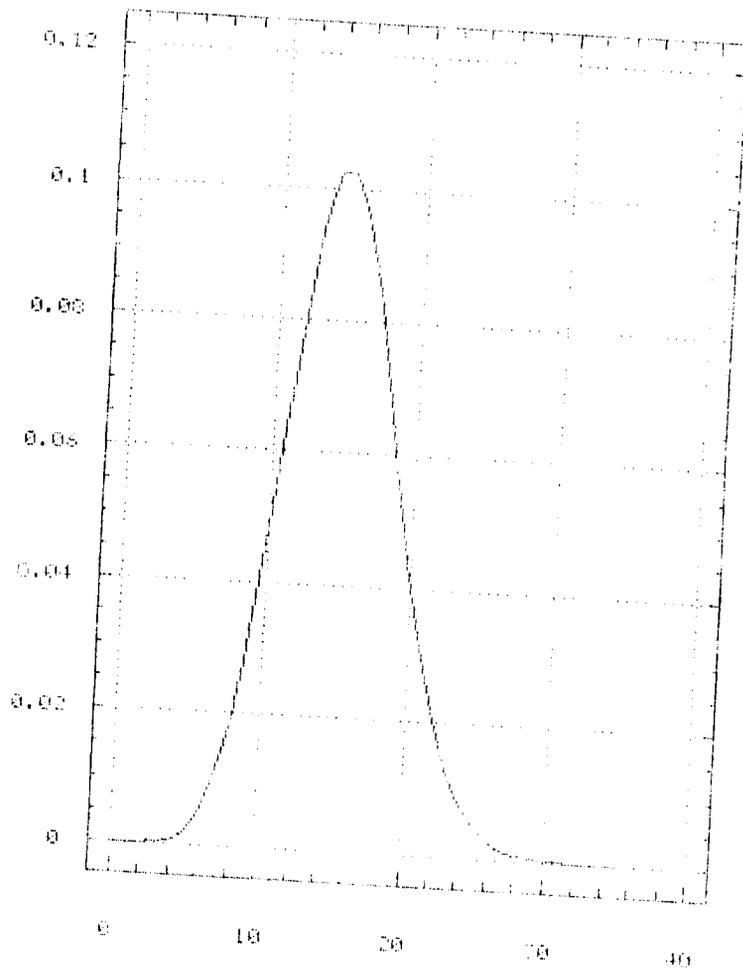
b) CARTA DE CURVA LARGA



c) CARTA DE CURVA CORTA

FIG. 5.-CARTAS DE REGISTRO.

FIG. 6
FUNCION DE DISTRIBUCION DE PROBABILIDAD
DE
LASSON



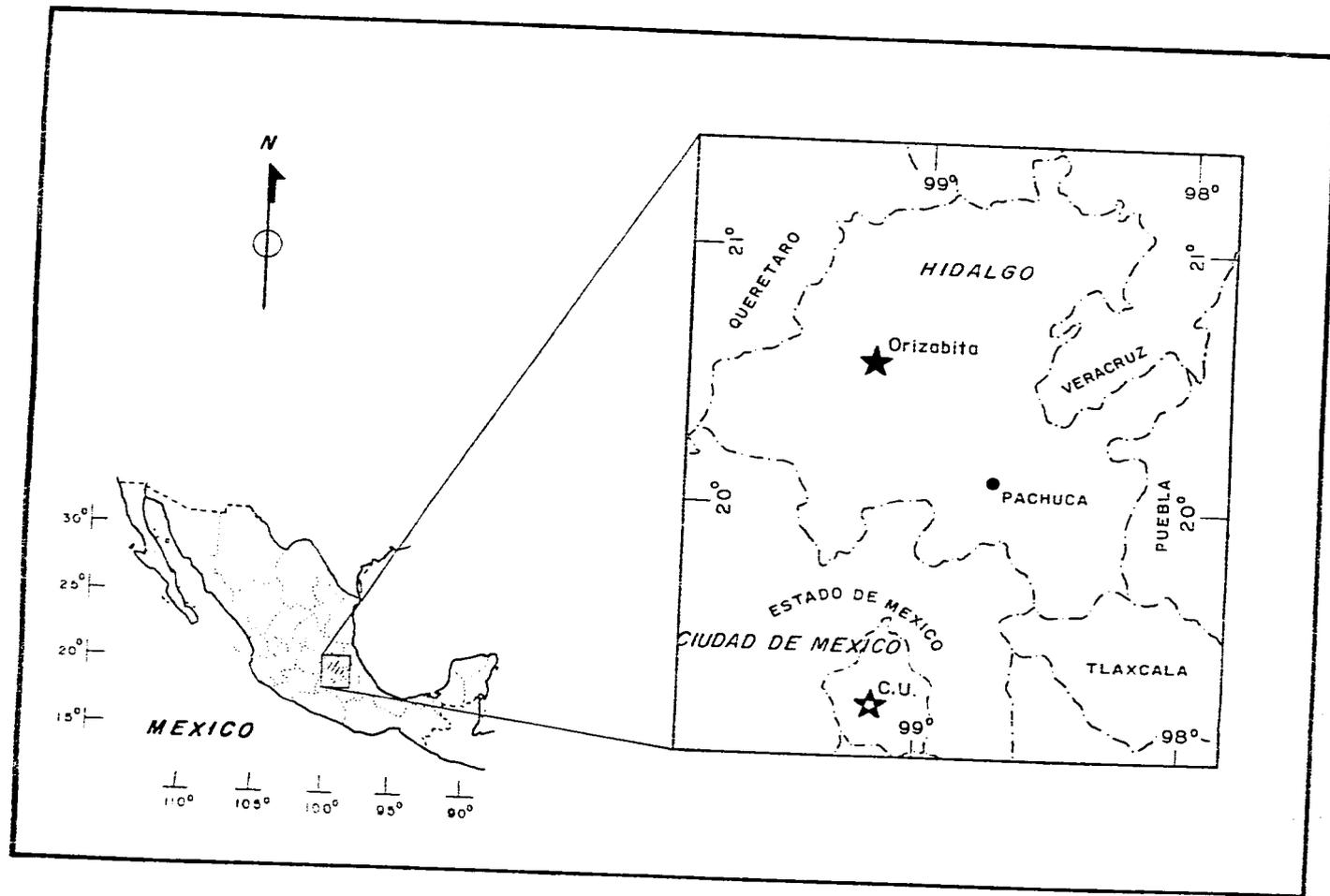


FIG. 7.-MAPA DE LOCALIZACION DE ORIZABITA HGO.

HISTOGRAMA TIPO.

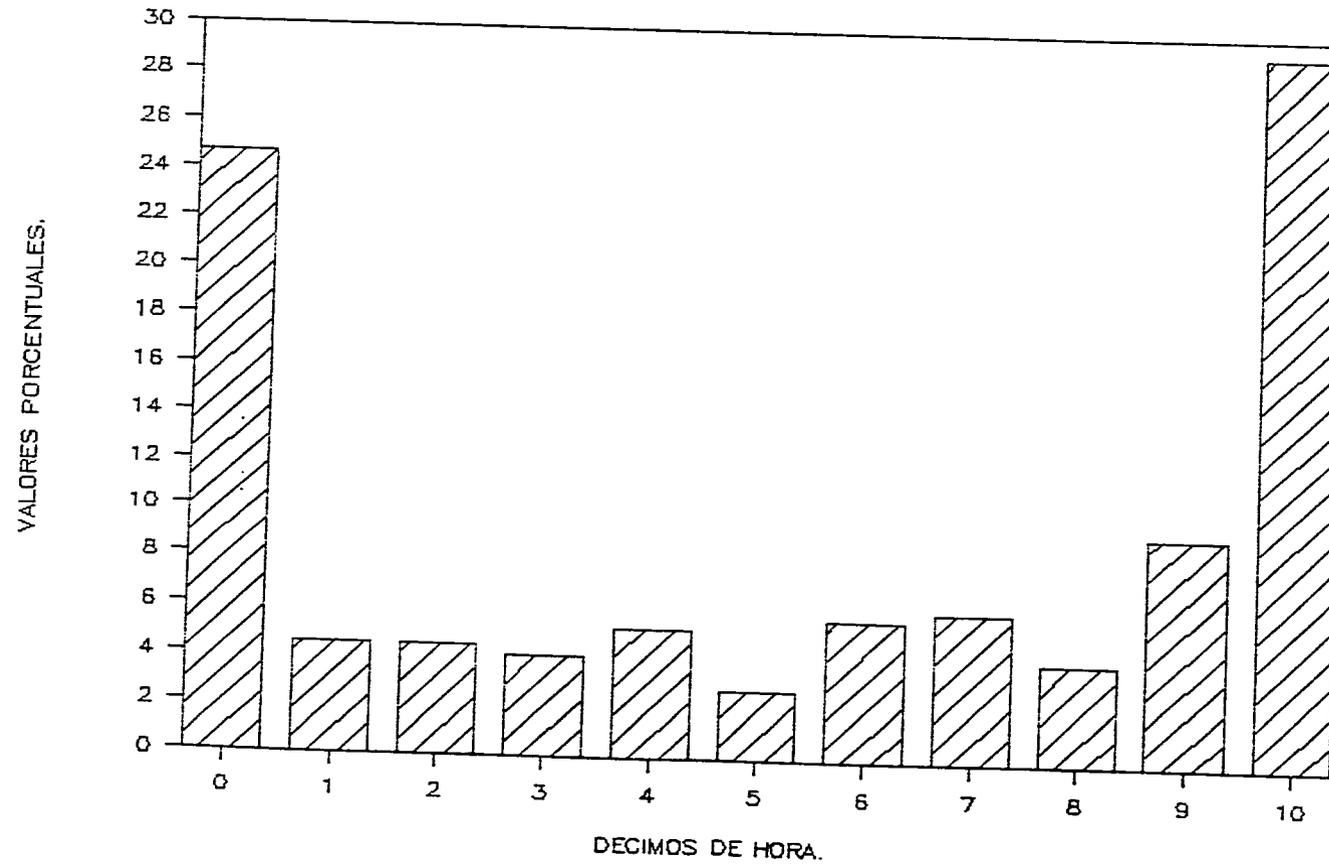


FIG. 8

FIG. 9. VALORES PORCENTUALES PARA $t=0$ HORAS

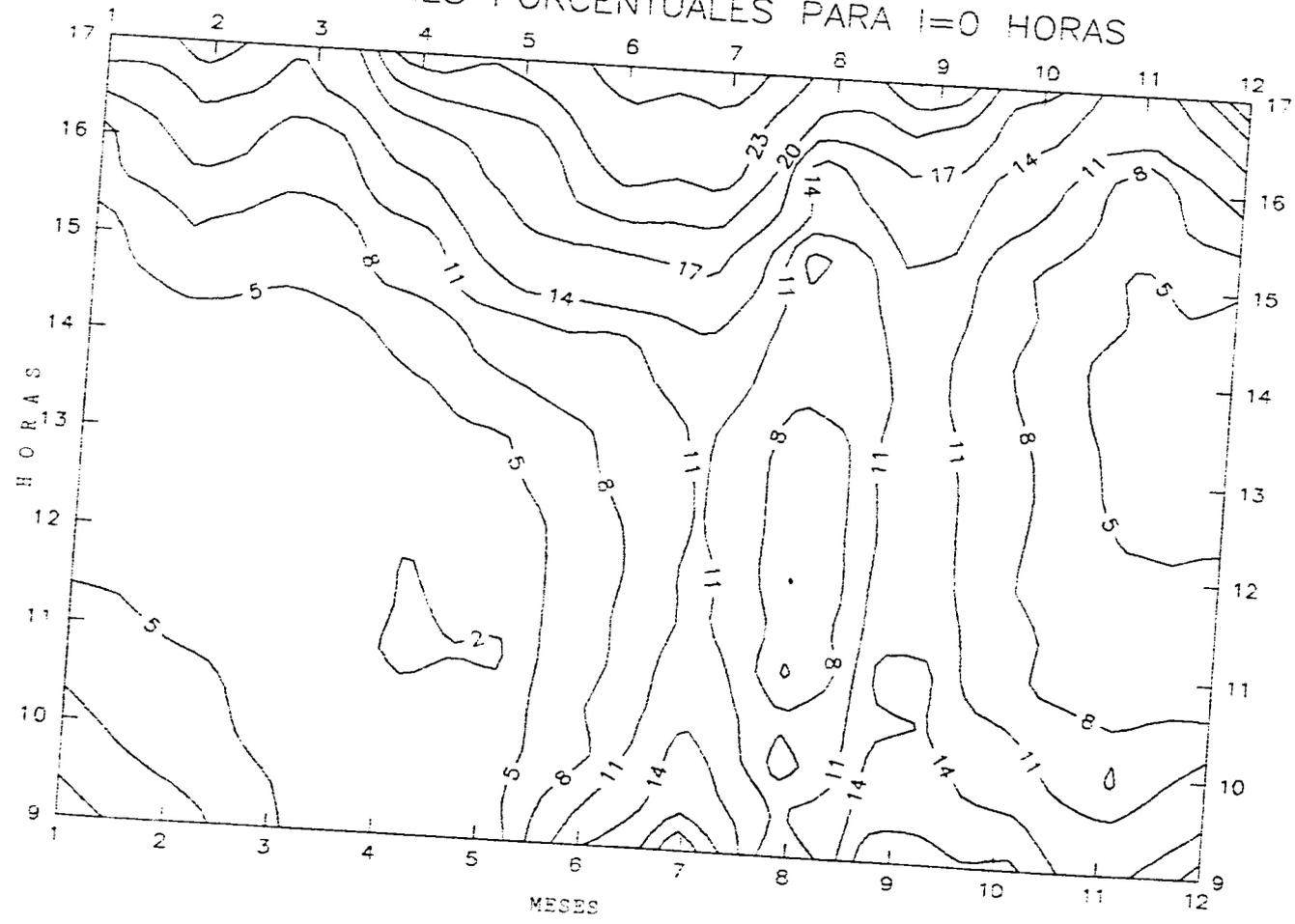


FIG. 10. VALORES PORCENTUALES PARA $i=1.0$ HR

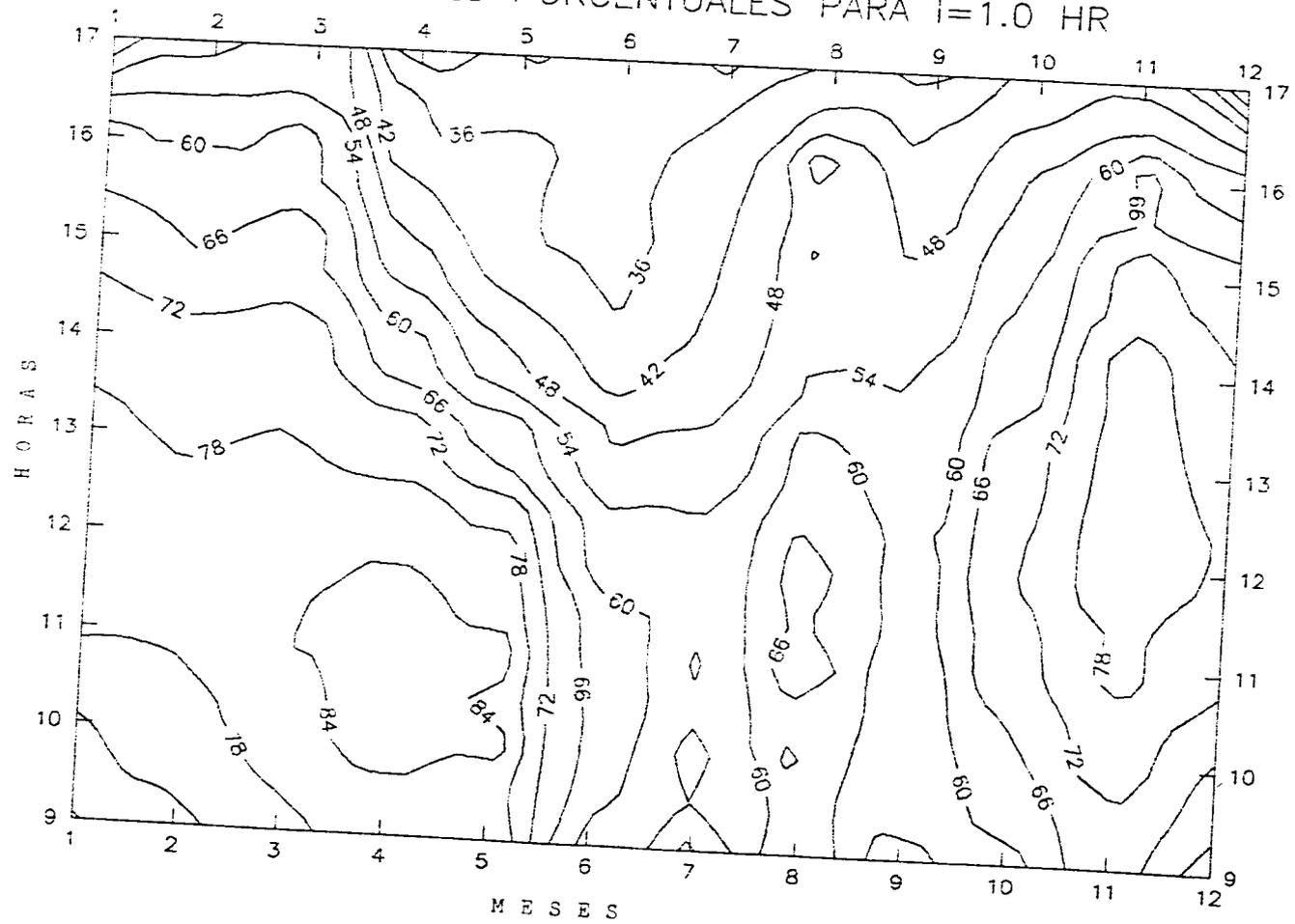


FIG. 11. PARAMETROS T1 PARA SOL.

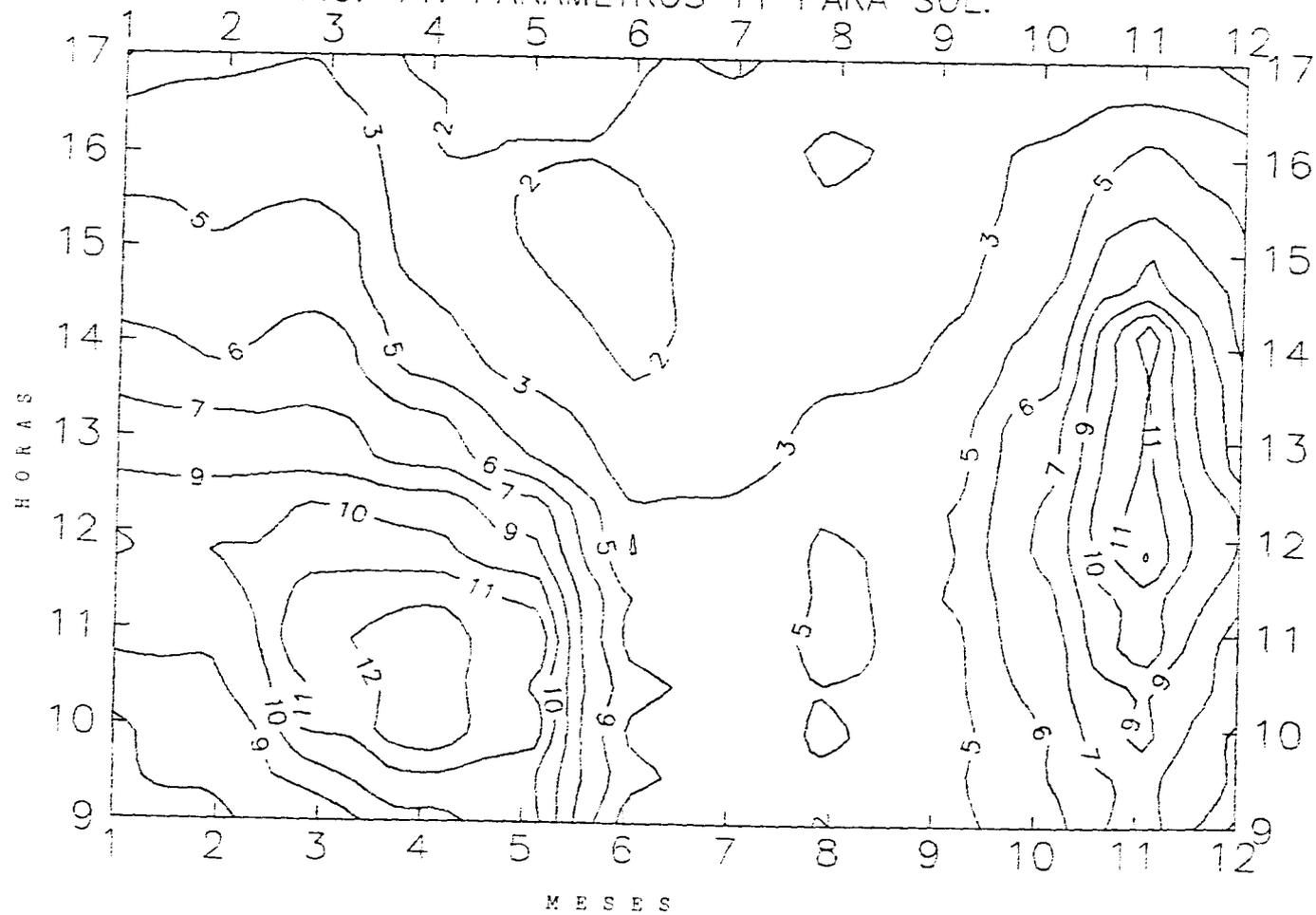


FIG. 12. PARAMETROS T2 PARA SOMBRA.

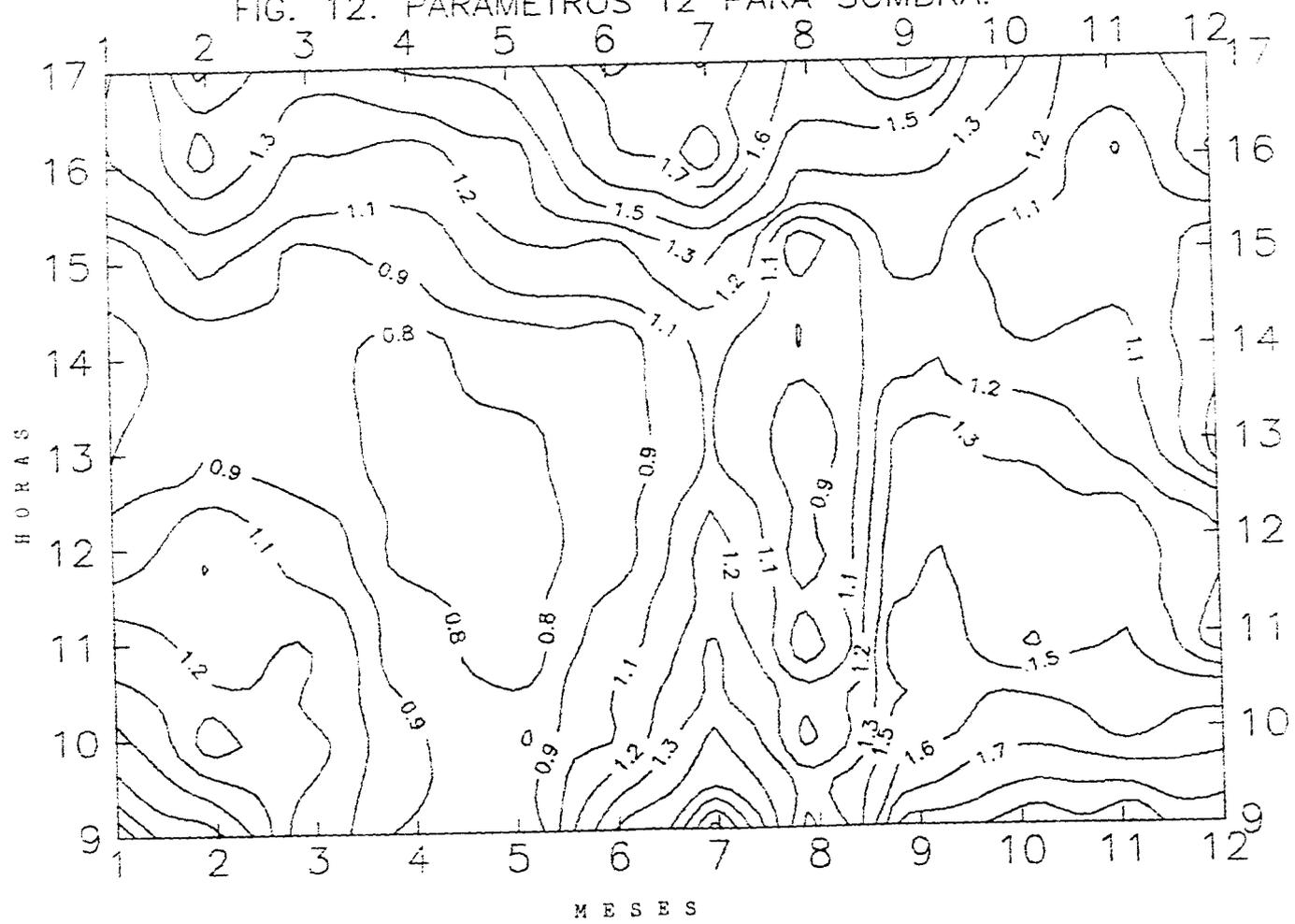


FIG. 13. PROBABILIDAD PARA I=1.0 HR DE DURACION DE LA INSOLACION.

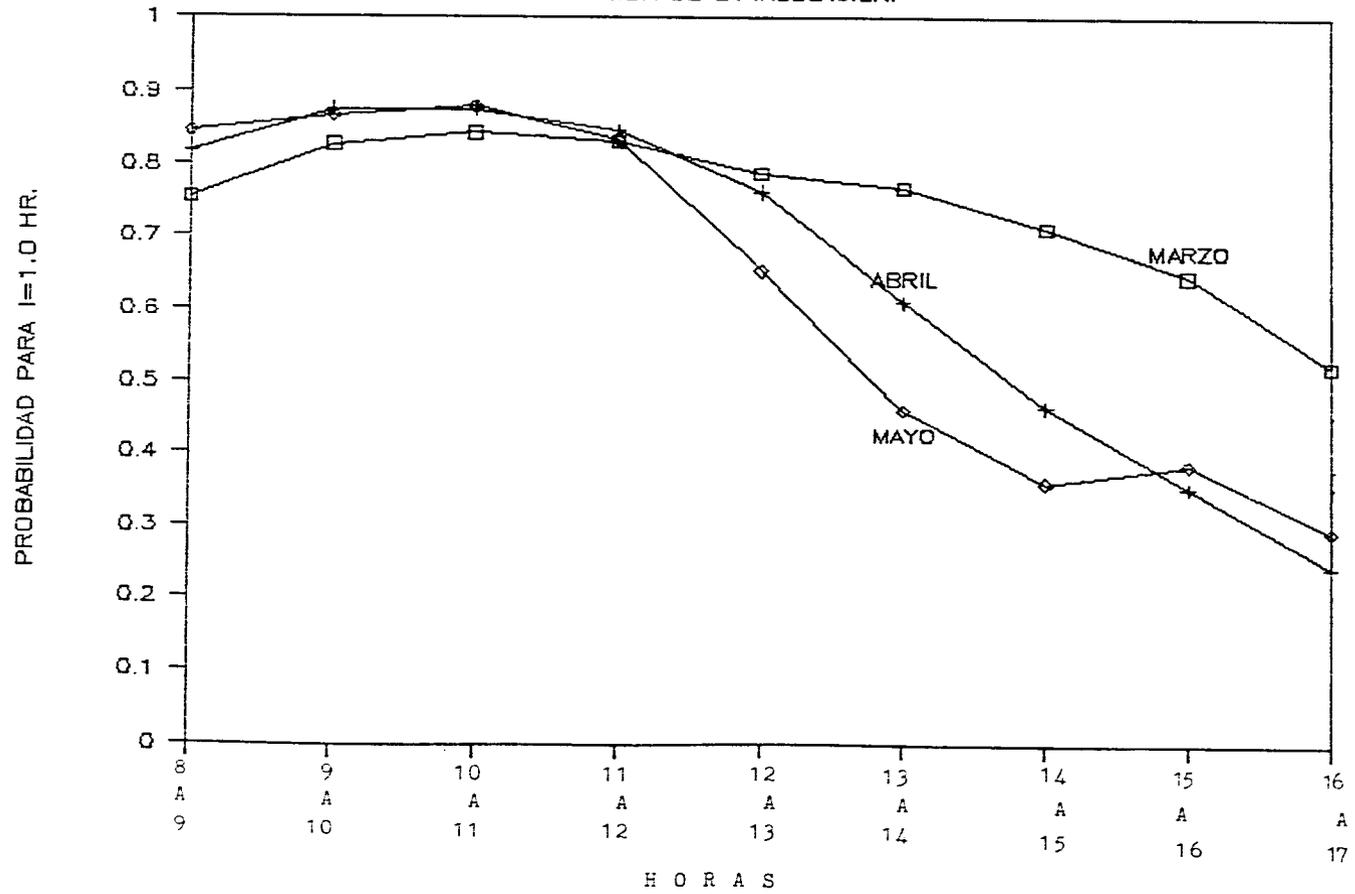


FIG. 14. PROBABILIDAD PARA I=1.0 HR DE DURACION DE LA INSOLACION.

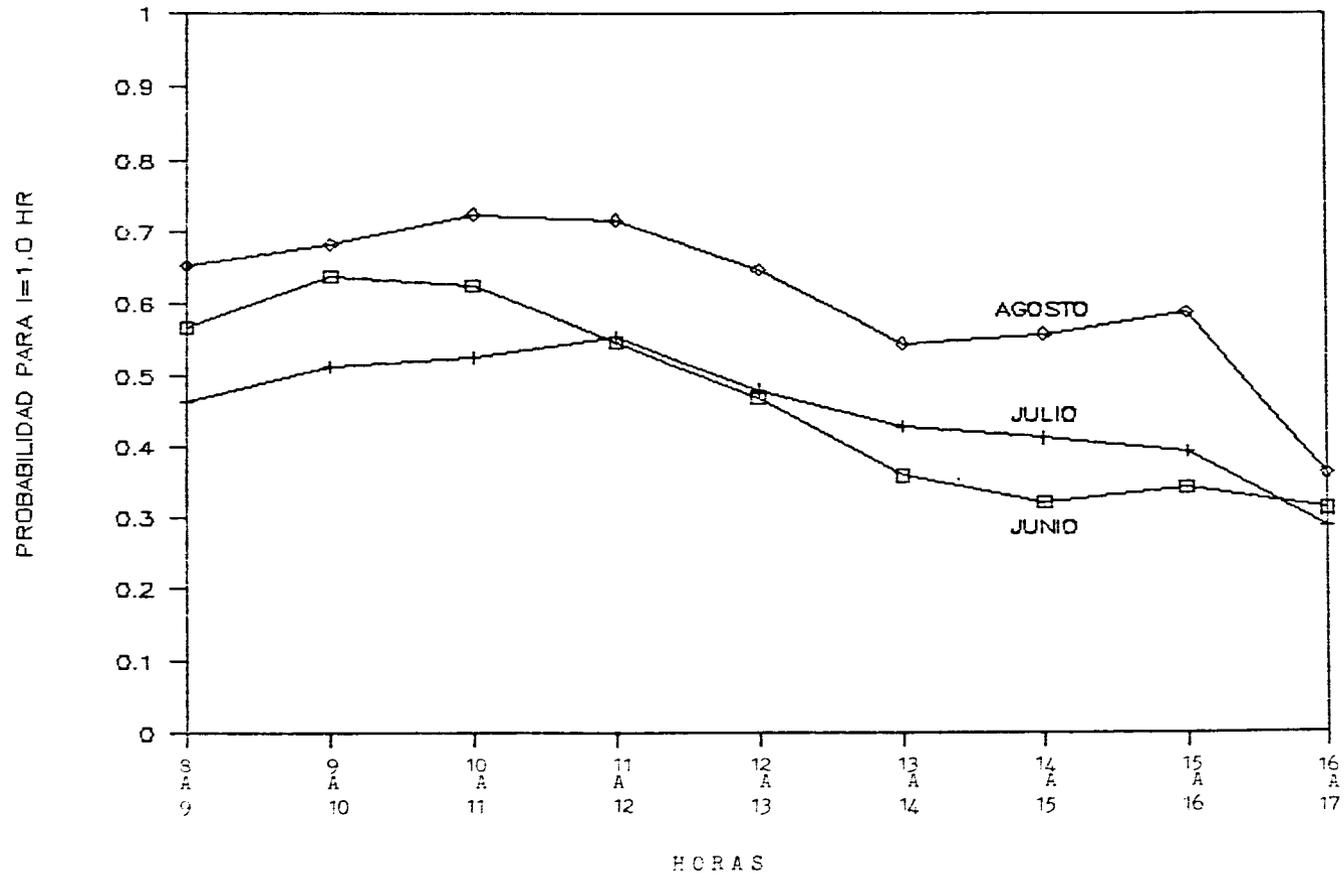


FIG. 15. PROBABILIDAD PARA $I=1.0$ HR DE DURACION DE LA INSOLACION.

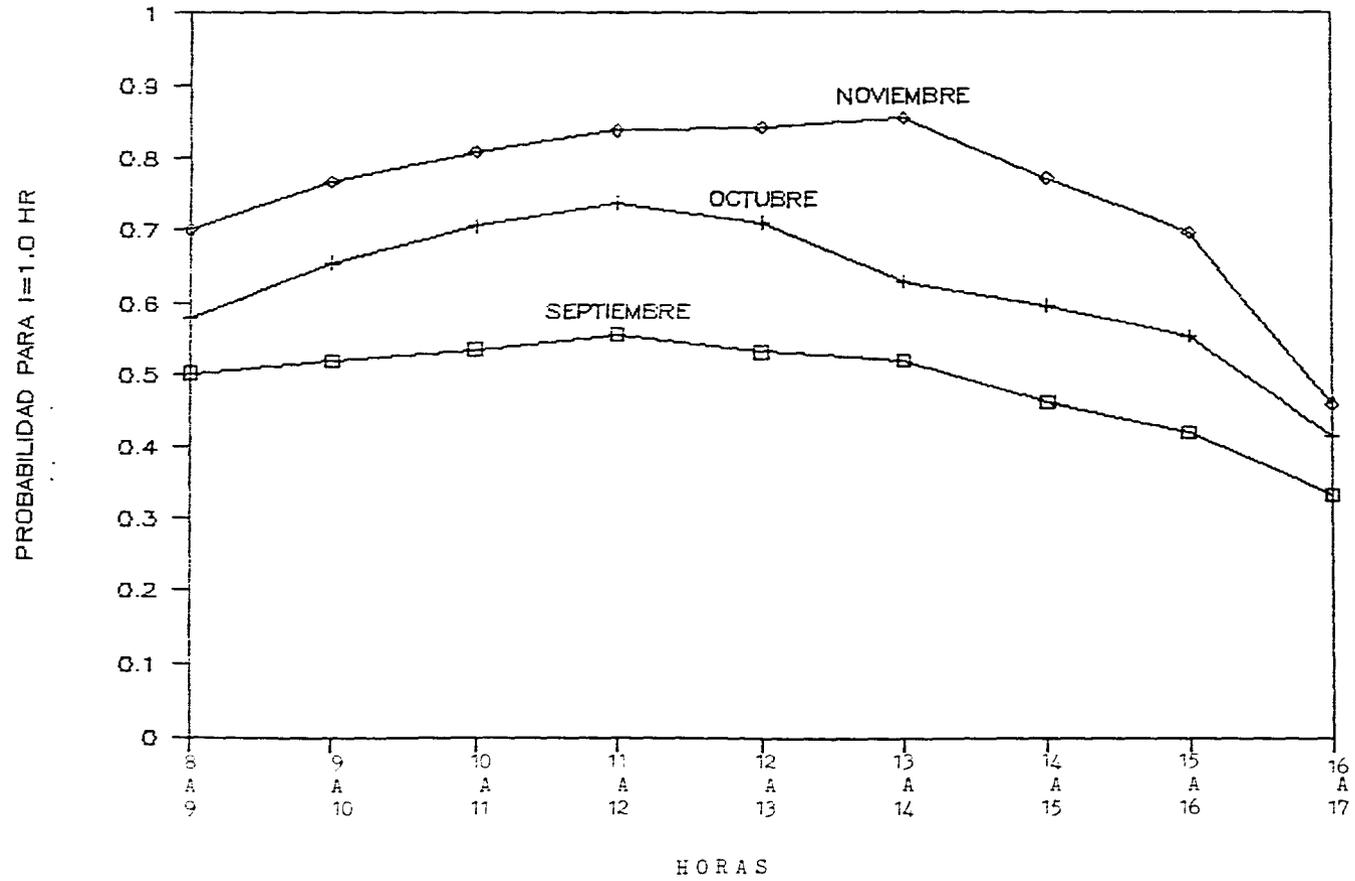


FIG. 16. PROBABILIDAD PARA I=1.0 HR DE DURACION DE LA INSOLACION.

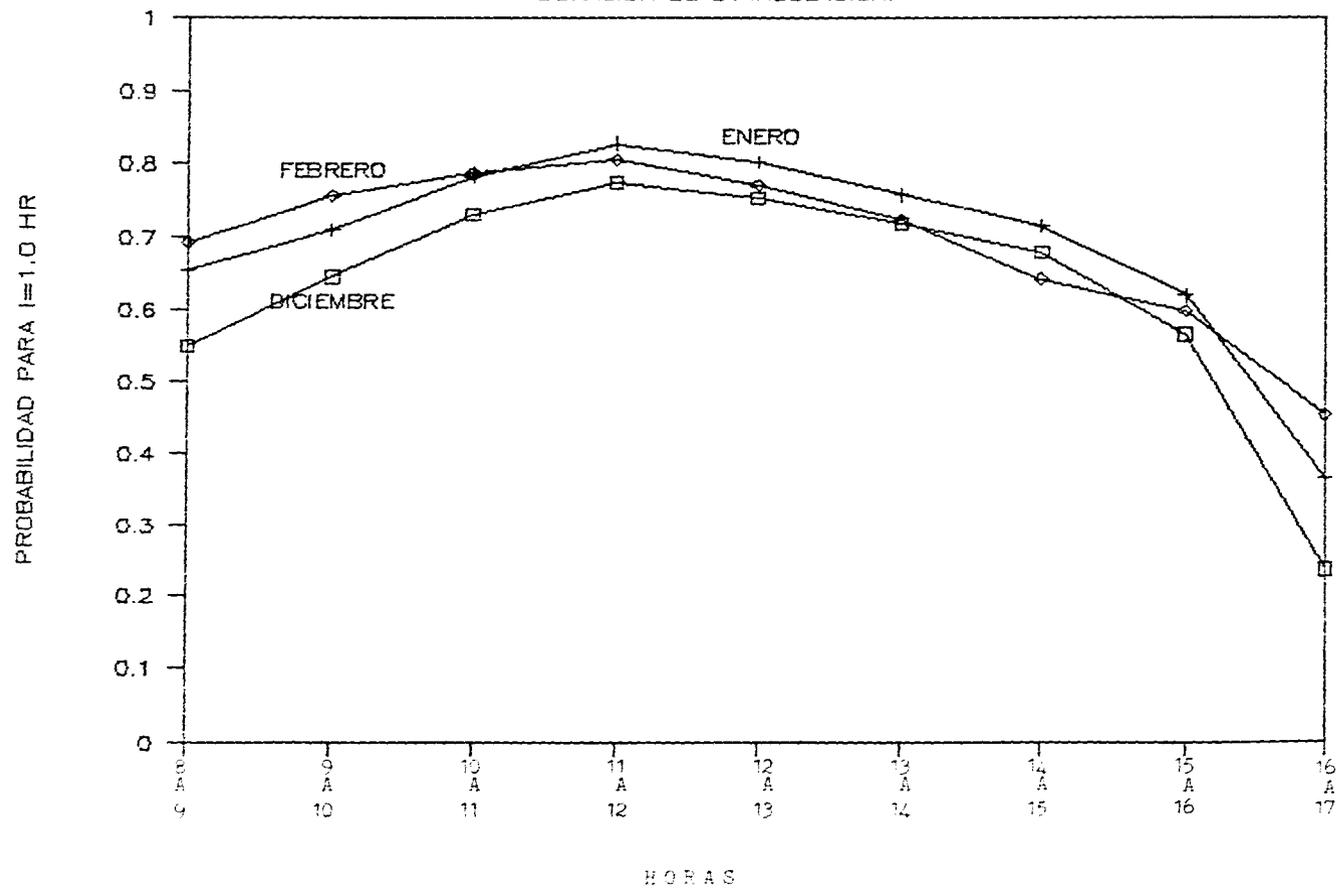


FIG. 17. PROBABILIDAD MEDIA PARA
I=1.0 HR DE DURACION DE LA INSOLACION.

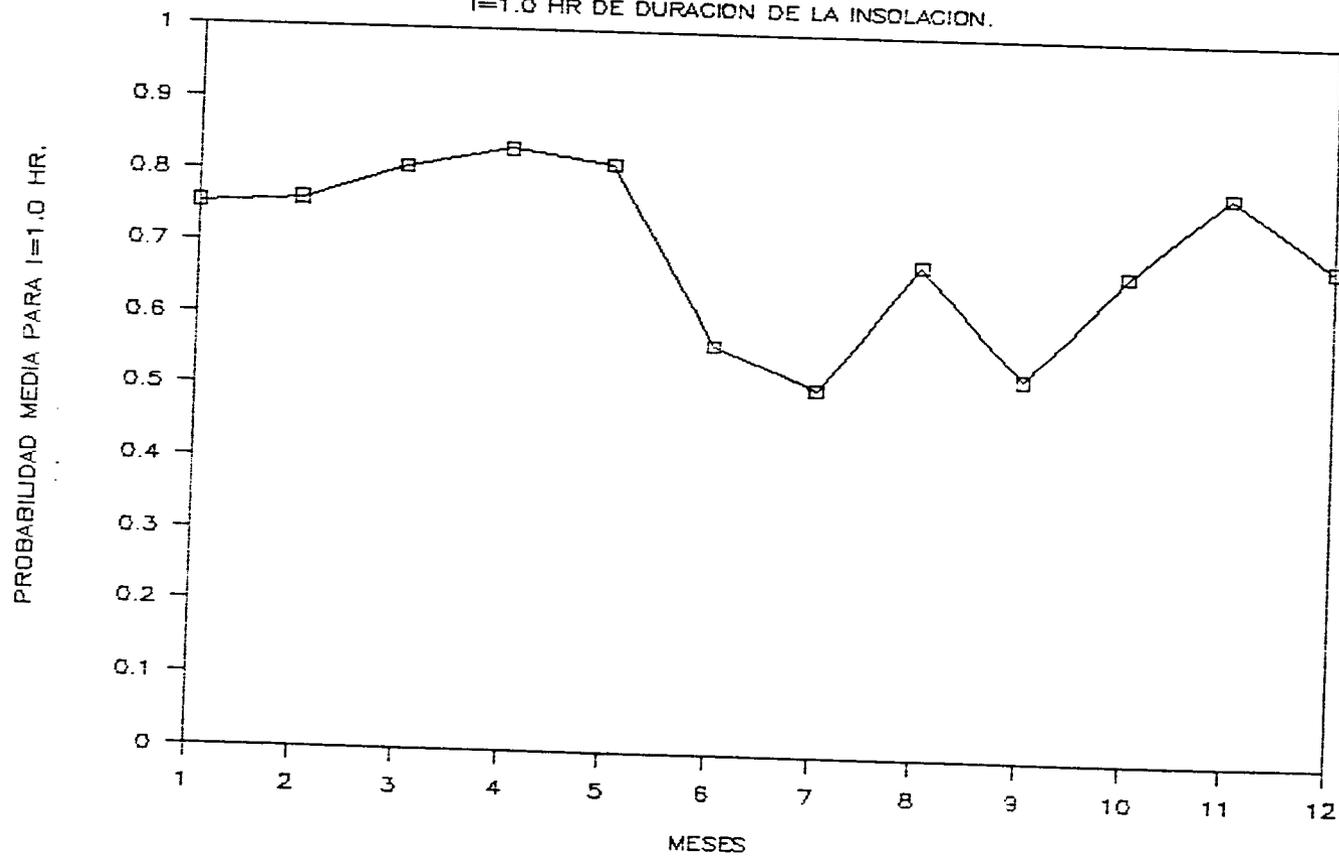


FIG. 18. TOTALES ANUALES.

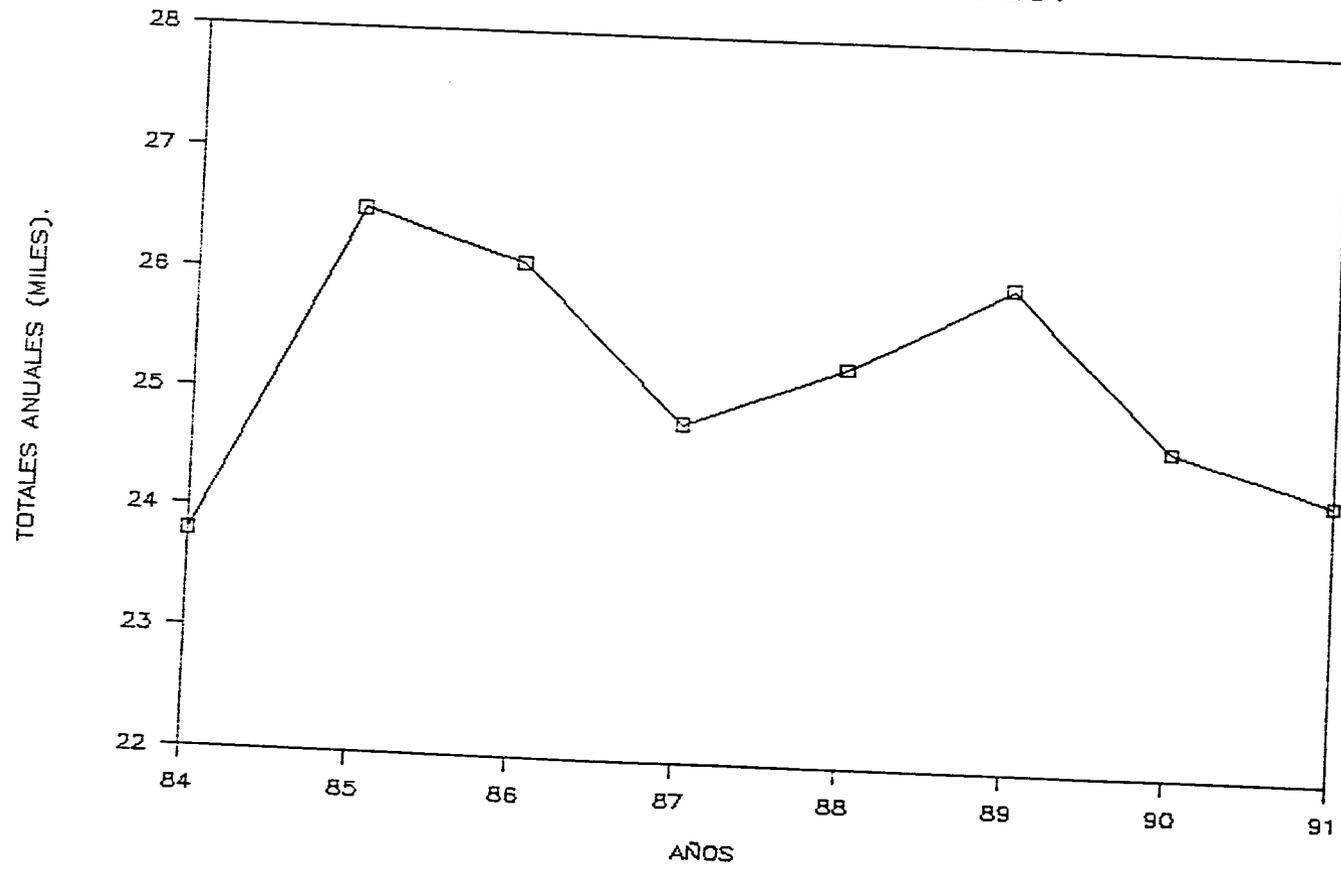
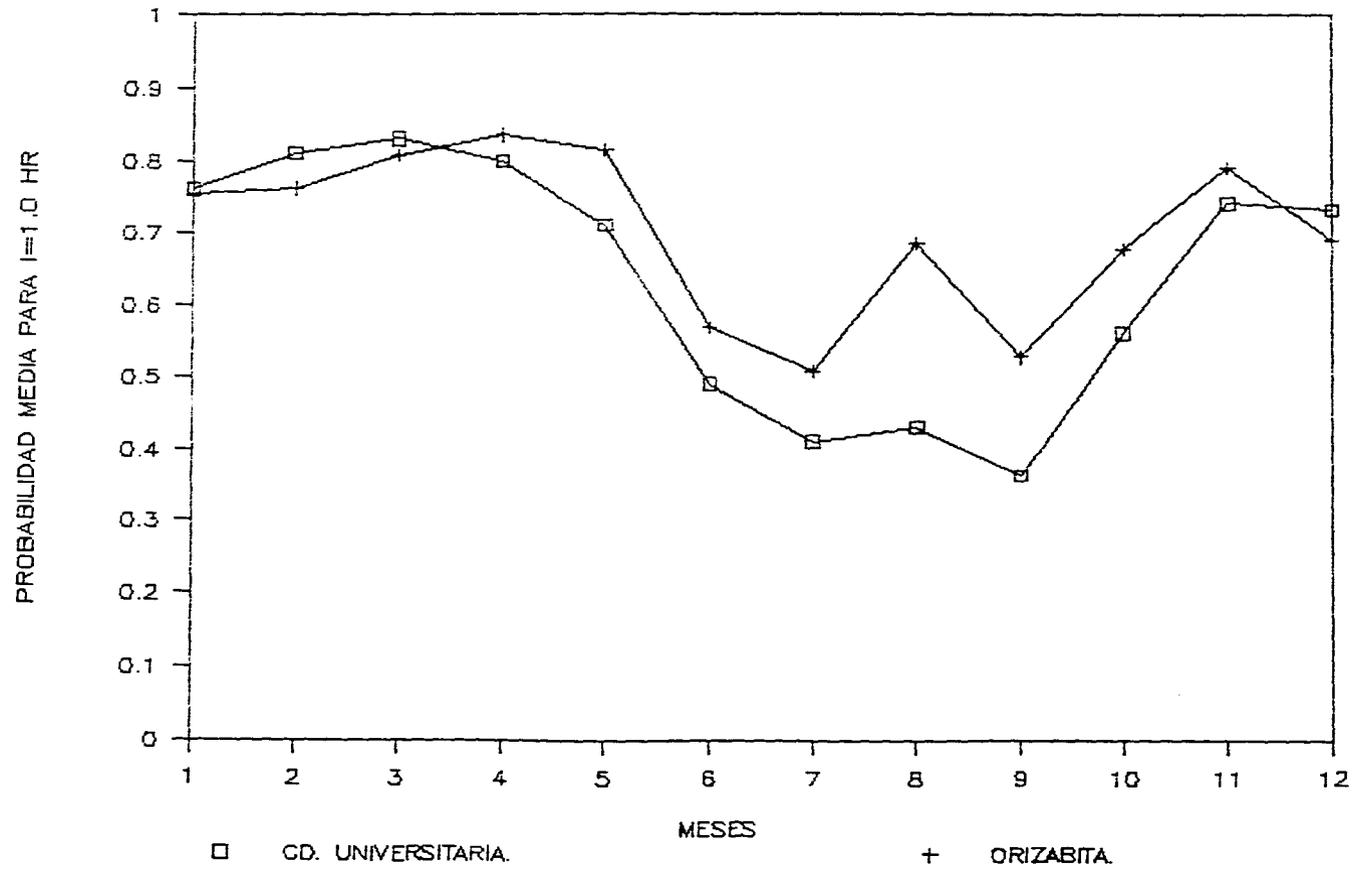


FIG. 19. PROBABILIDAD MEDIA PARA
I=1.0 HR DE DURACION DE LA INSOLACION.



CONCLUSIONES.

La validación del modelo muestra que este reproduce adecuadamente los datos observados, ya que el 91% de éstos caen en el área donde el modelo no puede rechazarse. Para la zona de Ciudad Universitaria este valor fue de 89%.

El modelo propuesto reproduce adecuadamente el comportamiento de la insolación en el área de Orizabita Hgo.

El modelo propuesto para simular la función de densidad de probabilidad de la duración de la insolación se construyó usando dos intervalos de tiempo alternantes distribuidos exponencialmente, uno que reproduce los períodos con sol y otro los períodos con sombra.

La probabilidad de observar la presencia de sol en un momento dado queda determinada por la expresión $t_1/(t_1 + t_2)$ donde t_1 y t_2 son parámetros que representan la media de cada una de las referidas funciones de distribución exponencial. Los valores calculados para t_1 y t_2 muestran que estos parámetros son función de la hora del día y de la época del año.

La estimación de t_1 y t_2 nos permite conocer, además de la probabilidad de observar la presencia de sol o sombra en un momento dado, la probabilidad de que si se observa sol o sombra al inicio de un hora cualquiera esta condición se mantenga por el resto de la hora.

La probabilidad de obtener intervalos de tiempo $I=1.0$ hr de duración de la insolación en Orizabita durante la mañana (8 a 13 hrs) se encuentra por encima de 0.51, para todos los meses del año.

La temporada de mayor insolación se alcanza de los meses de noviembre a mayo que es la época de secas y la temporada de menor insolación durante los meses de junio a septiembre, temporada de lluvias, observandose un máximo significativo en el mes de agosto.

El número de horas al año con 100% de insolación, en Orizabita, constituye el 60% del total de horas observadas.

El año de mayor insolación fue 1985 y el de menor 1984 no observandose una variación significativa en los otros años.

En Orizabita se reciben 472 hrs al año con 100% de insolación más que en la zona de Cd. Universitaria.

Existe un comportamiento similar de la duración de la insolación en Orizabita y Cd. Universitaria pese a las diferencias en las condiciones ambientales.

APENDICE DEL CAPITULO II.

Media y Varianza de la distribución de Poisson.

De acuerdo a la ecuación (2.12), la función generadora de momentos para la distribución de Poisson esta dada por

$$M(t) = \sum_{x=0}^{\infty} e^{xt} \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!} = e^{-\lambda} \sum_{x=0}^{\infty} \frac{(\lambda e^t)^x}{x!} ; \text{ como } \sum_{u=0}^{\infty} \frac{s^u}{u!} \text{ converge a } e^s, \forall \lambda$$

$$= e^{-\lambda} e^{\lambda e^t} = e^{\lambda(e^t - 1)}$$

$$M'(t) = e^{\lambda(e^t - 1)} (\lambda e^t)$$

$$M''(t) = e^{\lambda(e^t - 1)} (\lambda e^t) + e^{\lambda(e^t - 1)} (\lambda e^t)^2$$

de acuerdo a (2.10), $\mu = E(X) = M'(0)$

entonces $E(X) = \lambda$

por (2.11) $\sigma^2 = E(X^2) - \mu^2 = M''(0)$, entonces $\sigma^2 = \lambda + \lambda^2 - \lambda^2 = \lambda$.

entonces $\text{Var}(X) = \lambda$

APENDICE DEL CAPITULO IV.

Método de Newton.

Consideremos el siguiente sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas

$$\begin{cases} F(x,y) = 0 \\ G(x,y) = 0 \end{cases} \quad \text{A.1}$$

dónde las funciones F y G son dos veces diferenciables sobre cierto rectángulo R en el plano xy . Supongamos que el sistema A.1 tiene una solución (s,t) en el interior de R , y que el determinante Jacobiano

$$D(x,y) = \begin{vmatrix} F_x(x,y) & F_y(x,y) \\ G_x(x,y) & G_y(x,y) \end{vmatrix} \quad \text{A.2}$$

es diferente de cero cuando $(x,y) = (s,t)$ entonces, el sistema (A.2) no tiene otra solución más que (s,t) en cierta vecindad del punto (s,t) (Buck, 1956).

Suponiendo que (x,y) es un punto próximo a la solución buscada (s,t) , reemplazamos la función $F(x+\delta, y+\epsilon)$ por su polinomio de Taylor de primer grado en el punto (x,y) , es decir, por $F(x,y) + F_x(x,y)\delta + F_y(x,y)\epsilon$, un reemplazo análogo se hace respecto a la función $G(x+\delta, y+\epsilon)$.

Igualando a cero los polinomios de Taylor obtenemos un sistema de dos ecuaciones lineales para δ y ϵ .

$$\begin{aligned} F_x(x,y)\delta + F_y(x,y)\epsilon &= -F(x,y) \\ G_x(x,y)\delta + G_y(x,y)\epsilon &= -G(x,y) \end{aligned} \quad \text{A.3}$$

el determinante de este sistema es justamente el determinante jacobiano (A.2) como D es continua y $D(s,t) \neq 0$ por hipótesis se sigue que $D(x,y) \neq 0 \forall (x,y)$ suficientemente próximo a (s,t) .

Así para todos estos puntos (x,y) el sistema (A.3) tiene una solución única $\delta = \delta(x,y)$, $\epsilon = \epsilon(x,y)$ la cual está dada por

$$\delta = \frac{\begin{vmatrix} -F & F_y \\ -G & G_y \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} F_x & F_y \\ G_x & G_y \end{vmatrix}} = \frac{G F_x - F G_y}{F_x G_y - F_y G_x}$$

A.4

$$\epsilon = \frac{\begin{vmatrix} F_x & -F \\ G_x & -G \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} F_x & F_y \\ G_x & G_y \end{vmatrix}} = \frac{F G_x - G F_x}{F_x G_y - F_y G_x}$$

el punto $(x+\delta(x,y), y+\epsilon(x,y))$ es ahora el que se elige como siguiente aproximación a (s,t) .

ESTE LIBRO NO PUEDE
SER DE LA BIBLIOTECA

BIBLIOGRAFIA.

- 1.-Almanza R. y López S., Radiación Solar en la República Mexicana mediante datos de insolación. Instituto de Ingeniería UNAM, No.357, 1975.
- 2.-Almanza R. Estrada-Cajigal V. y Barrientos J., Actualización de los mapas de irradiación global solar en la República Mexicana. Memorias del XV Congreso de la Asociación Nacional de Energía Solar, Zacatecas, Zac., 1991.
- 3.-Angström A., Solar and terrestrial radiation. Quart. Jour. Roy. Met. Soc. 50, 121, 1924.
- 4.-Angström A., On computation of global radiation from records of sunshine. Arkiv. Geophysik. 3, 1956.
- 5.-Bravo J.L., Muhlia A., Leyva A. y Mota A., On statistic model that describes the sunshine at the southern metropolitan area of the México valley. Comunicaciones Técnicas-Serie Investigación No.90, Instituto de Geofísica, 1988.
- 6.-Bravo J.L. y 12 coautores mas. Registros de duración de la Insolación II. Datos Geofísicos. Serie B. Meteorología 2. UNAM. 436 p. 1984.
- 7.- Bravo J.L., Reporte Técnico Final de las mediciones de Radiación Solar efectuadas en la Laguna del Rey, Coahuila presentado a la empresa Química del Rey del Grupo Peñoles, 1993.
- 8.-Buck R. C., Advanced Calculus, McGraw Hill, New York, 1978.
- 9.-Charters W.W., Solar Energy: A viable pathway towards ecologically sustainable development., Solar Energy, vol 52, No.

5, pp. 367-370. (1994).

10.-Feller W., Introducción a la Teoría de Probabilidades y sus Aplicaciones. Vol. I y II, Ed. Limusa. México. 1978.

11.-Fishman G., Principles of Discrete Event Simulation. Wiley, New York, 1978.

12.-Galindo I, Muhlia A. y Leyva A., Un método de análisis de la duración de la insolación y sus aplicaciones prácticas. Anal. del Inst. de Geof. Vols. 18-19, 1972-1973.

13.-Galindo I., Chavéz A., Estudio del clima solar en la República Mexicana. I: Radiación Solar Total. Dir. Gral. de Geogr. y Meteorol. SARH, 1977.

14.-Givoni B., Man , Climate and Architecture, Applied Science. Pub., London , 1973.

15.-Gopinathan K.K., Estimation of hourly global and diffuse solar radiation from hourly sunshine duration. Solar Energy, vol. 48, No. 1, pp. 3-5, 1992.

16.-Halouani N., Nguyen, C. and Vo-Ngoc, D., Calculation of monthly average global solar radiation on horizontal surfaces using daily hours of bright sunshine., Solar Energy, Vol. 50, No. 3, 1993.

17.-Hammerley J.M. and Handscomb D.C., Monte Carlo Methods Chapman and Hall . London, 1979

18.-Henrici P., Elementos de Análisis Numérico, México, Trillas, 1972.

19.-Hoog R.V. and Craig T., Introduction to Mathematical Statistic, McMillan , New York, 1965.

- 20.-Hussain M., Correlation beam radiation with sunshine duration., Solar Energy, Vol. 48 , No. 3 ,1992.
- 21.-Iqbal M., Introduction to Solar Radiation, Ontario, Canada, Academic Press, 1983.
- 22.-Jauregui E., La Radiación Global en México. Revista Recursos Hidráulicos. SARH. VII(2), 1978.
- 23.-Kannan D., An Introduction to Stochastics Processes, North Holland , New York.
- 24.-Kimball N.N., Variations in the total and luminous solar radiation with geographical position in the United States. Mon. Weather Rev., 47 (11), 769-793, 1919.
- 25.-Liu B.Y. and Jordan R.C., The interrelationship and characteristic distribution of direct, diffuse and total solar radiation. Sol. Energy, 4 (3), 1-19, 1960.
- 26.-Robinson N., Solar Radiation, Elsevier Publishing Company. Amsterdam ,1966.
- 27.-Rubinstein R., Simulation and the Monte Carlo Method, Wiley & Sons., New York, 1981.
- 28.-Smith E.P.V. and Glottlieb D.M., Solar flux and its variations. Space Sci. Rev. 16, 771-802, 1974.
- 29.-Wehrli Ch., Extraterrestrial solar espectrum. Davos, Suiza. Physikalisch-Meteorologisches Observatorium World Radiation Center. Publication. No.615, 1985
- 30.-World Meteorological Organization Measurement of Radiation and Sunshine, Guide to meteorological Instrument and observing practices ,WMO, No. 8, Geneva, 1971.