



01162  
15  
2ej

DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO

Facultad de Ingeniería

MÉTODO DE MUSKINGUM - CUNGE  
ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD Y  
LÍMITES DE APLICACIÓN

MARCO ANTONIO SALAS SALINAS

FALLA DE ORIGEN  
T E S I S

PRESENTADA A LA DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE  
POSGRADO DE LA  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
DE LA  
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

COMO REQUISITO PARA OBTENER  
EL GRADO DE

MAESTRO EN INGENIERÍA  
(HIDRÁULICA)

CIUDAD UNIVERSITARIA

MARZO DE 1995



Universidad Nacional  
Autónoma de México



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

# TESIS CON FALLA DE ORIGEN

*A mis padres*

*Ana M<sup>a</sup> y Antonio:*

*Por su ejemplo,  
cariño y apoyo*

*A mis hermanos*

*Ricardo y Edgar:*

*Porque también de ustedes  
he aprendido*

*A Lizbeth:*

*Por lo que hemos compartido  
y por lo que vamos a compartir*

*A mi "nueva" familia*

*Guadalupe y Mariana:*

*por ser parte de nosotros*

## *AGRADECIMIENTOS*

*Quiero agradecer al Dr. Ramón Domínguez Mora su paciencia, dedicación y consejos durante la dirección de este trabajo. A mi tutor académico y amigo, el Ing. Víctor Franco, por su sincera amistad y apoyo incondicional. A todos los miembros del jurado, por sus comentarios y sugerencias para el mejoramiento de este trabajo.*

*A mis amigos y compañeros.*



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO  
FACULTAD DE INGENIERIA

RECIBI COPIA DE: ( ) TRABAJO ESCRITO  
(XXXX) TESIS

DESARROLLADO POR EL ALUMNO: MARCO ANTONIO SALAS SALINAS  
PARA PRESENTAR EXAMEN:

( ) DE ESPECIALIZACION  
(XX) DE GRADO

EN INGENIERIA: HIDRAULICA

FIRMA FECHA

PRESIDENTE:	M EN I. JOSE LUIS SANCHEZ BRIBIESCA	17/03/95
VOCAL:	DR. RAMON DOMINGUEZ MORA	17/03/95
SECRETARIO	M EN I. OSCAR A. FUENTES MARILES	17/03/95
SUPLENTE:	M EN I. VICTOR FRANCO	17/03/95
SUPLENTE:	M EN I. MOISES BEREZOWZKY VERDUZCO	17/03/95

APROBACION DEL TRABAJO O DE TESIS POR EL DEPARTAMENTO Hidráulica

[Firma]  
PROMEDIO EN CREDITOS

10 (DIEZ)

NEUM\*BJS\*jac.

# ÍNDICE

ÍNDICE DE FIGURAS . . . . .	vii
ÍNDICE DE CUADROS . . . . .	ix
ÍNDICE DE TABLAS . . . . .	x
NOMENCLATURA . . . . .	xi
INTRODUCCIÓN . . . . .	xiii
CAPÍTULO 1. ESTADO DEL ARTE . . . . .	1
1.1 Objetivo del tránsito de avenidas . . . . .	2
1.2 Ecuaciones básicas para el tránsito de avenidas . . . . .	3
1.2.1 <u>Ecuación de continuidad</u> . . . . .	3
1.2.2 <u>Ecuación dinámica</u> . . . . .	5
1.3 Métodos para el tránsito de avenidas . . . . .	9
1.3.1 <u>Clasificación conceptual</u> . . . . .	9
1.3.2 <u>Clasificación cualitativa</u> . . . . .	11
CAPÍTULO 2. MÉTODO DE MUSKINGUM-CUNGE . . . . .	15
2.1 Generalidades . . . . .	15
2.2 Método de Muskingum-Cunge . . . . .	16
CAPÍTULO 3. ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD . . . . .	22
3.1 Planteamiento del problema . . . . .	23
3.2 Simulaciones del tránsito de avenidas . . . . .	23
3.2.1 <u>Determinación de la importancia del incremento de tiempo "<math>\Delta t</math>"</u> . . . . .	25
3.2.2 <u>Determinación de la importancia del incremento de longitud "<math>\Delta x</math>"</u> . . . . .	28
3.2.3 <u>Determinación de la importancia de la forma de la sección</u> . . . . .	31

3.2.4	<u>Determinación de la importancia de los parámetros "<math>\omega</math>" y "<math>\mu</math>"</u> . . . . .	34
3.2.4.1	<i>Variabilidad en el tiempo</i> . . . . .	34
3.2.4.2	<i>Efecto de cada parámetro</i> . . . . .	37
3.2.5	<u>Determinación de la importancia de la condición de frontera</u> <u>aguas abajo</u> . . . . .	41
3.2.6	<u>Determinación de la importancia de la pendiente del cauce</u> . . . . .	49
3.2.7	<u>Determinación de la influencia de corrientes tributarias</u> . . . . .	58
<b>CONCLUSIONES</b> . . . . .		68
<b>BIBLIOGRAFÍA</b> . . . . .		74
<b>REFERENCIAS</b> . . . . .		76
<b>Apéndice A</b>	<i>Programa para el tránsito de avenidas</i> <i>Método de Muskingum-Cunge</i> . . . . .	A-1
<b>Apéndice B</b>	<i>Programa para el tránsito de avenidas</i> <i>Esquema "Sánchez-Fuentes"</i> . . . . .	B-1



## ÍNDICE DE FIGURAS

<i>Fig. 1</i>	<i>Esquema del ciclo hidrológico</i>	xiv
<i>Fig. 1.1</i>	<i>Discretización de una cuenca</i>	2
<i>Fig. 1.2</i>	<i>Esquema para la deducción de la ecuación de continuidad</i>	4
<i>Fig. 1.3</i>	<i>Esquema para la deducción de la ecuación dinámica</i>	5
<i>Fig. 1.4</i>	<i>Curva de aforo (ecuación 1.6)</i>	8
<i>Fig. 2.1</i>	<i>Representación gráfica del algoritmo de cálculo del método del método de Muskingum-Cunge</i>	20
<i>Fig. 2.2</i>	<i>Relación para la estabilidad del método</i>	21
<i>Fig. 3.1</i>	<i>Esquema del cauce a simular, a partir del cual se determina la importancia de los diferentes parámetros que intervienen en el método</i>	23
<i>Fig. 3.2</i>	<i>Hidrograma de entrada</i>	24
<i>Fig. 3.3</i>	<i>Resultados del tránsito de la avenida, variando "<math>\Delta t</math>"</i>	27
<i>Fig. 3.4</i>	<i>Resultados del tránsito de la avenida, variando "<math>\Delta x</math>"</i>	30
<i>Fig. 3.5</i>	<i>Resultados del tránsito de la avenida, variando el coeficiente "P"</i>	33
<i>Fig. 3.6</i>	<i>Resultados del tránsito de la avenida, tomando constantes y variables los coeficientes <math>\omega</math> y <math>\mu</math></i>	36
<i>Fig. 3.7</i>	<i>Simulaciones del tránsito de la avenida con <math>\omega = cte</math></i>	38
<i>Fig. 3.8</i>	<i>Simulaciones del tránsito de la avenida con <math>\mu = cte</math></i>	39
<i>Fig. 3.9</i>	<i>Ubicación de las secciones que presentan resultados de las simulaciones para diferentes condiciones de frontera</i>	42
<i>Fig. 3.10</i>	<i>Resultados de la simulación cambiando la condición de frontera aguas abajo (ley de descarga Q-Y)</i>	44
<i>Fig. 3.11</i>	<i>Resultados de la simulación cambiando la condición de frontera aguas abajo (tirante constante)</i>	45
<i>Fig. 3.12</i>	<i>Interpretación del efecto debido a una frontera de tirante constante</i>	47

<i>Fig. 3.13</i>	<i>Resultados de la simulación combinando el efecto de la pendiente del cauce y la frontera inferior (sección no 7) . . . . .</i>	<i>52</i>
<i>Fig. 3.14</i>	<i>Resultados de la simulación combinando el efecto de la pendiente del cauce y la frontera inferior (sección no 14) . . . . .</i>	<i>53</i>
<i>Fig. 3.15</i>	<i>Resultados de la simulación combinando el efecto de la pendiente del cauce y la frontera inferior (sección no 21) . . . . .</i>	<i>54</i>
<i>Fig. 3.16</i>	<i>Perfiles máximos del agua a lo largo del canal (variando la frontera inferior y la pendiente del cauce) . . . . .</i>	<i>56</i>
<i>Fig. 3.17</i>	<i>Interpretación de resultados al combinar los efectos de la pendiente del cauce con la condición de frontera . . . . .</i>	<i>57</i>
<i>Fig. 3.18</i>	<i>Estructura típica de un modelo para el tránsito de avenidas en un río . . . . .</i>	<i>58</i>
<i>Fig. 3.19</i>	<i>Arreglo para simular el tránsito de avenidas en cauces con aportación de tributarios . . . . .</i>	<i>59</i>
<i>Fig. 3.20</i>	<i>Hidrograma de entrada en la primera sección del afluente . . . . .</i>	<i>60</i>
<i>Fig. 3.21</i>	<i>Resultados de la simulación considerando aportación de un tributario (sección no 11, sobre el cauce principal) . . . . .</i>	<i>63</i>
<i>Fig. 3.22</i>	<i>Resultados de la simulación considerando aportación de un tributario (sección no 21, sobre el cauce principal) . . . . .</i>	<i>64</i>
<i>Fig. 3.23</i>	<i>Resultados de la simulación considerando aportación de un tributario (sección no 5, sobre el afluente) . . . . .</i>	<i>65</i>
<i>Fig. 3.24</i>	<i>Resultados de la simulación considerando aportación de un tributario (sección no 10, sobre el afluente) . . . . .</i>	<i>66</i>

## ÍNDICE DE CUADROS

Cuadro I	Hipótesis utilizadas para calcular la pendiente de fricción (de acuerdo con la ecuación 1.3) . . . . .	7
Cuadro II	Clasificación de algunos modelos para el tránsito de avenidas . . . . .	11
Cuadro III	Valores del coeficiente "P", para diferentes secciones transversales . . . . .	20
Cuadro IV	Síntesis de resultados (variando " $\Delta t$ ") . . . . .	27
Cuadro V	Síntesis de resultados (variando " $\Delta x$ ") . . . . .	30
Cuadro VI	Síntesis de resultados (variando el coeficiente de forma "P" * de la sección transversal) . . . . .	33
Cuadro VII	Síntesis de resultados (parámetros constantes y variables) . . . . .	36
Cuadro VIII	Variación de los parámetros " $\omega$ " y " $\mu$ " . . . . .	40
Cuadro IX	Síntesis de resultados (efecto de la condición de frontera aguas abajo) . . . . .	46

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 3.1	Resultados del tránsito de la avenida, variando " $\Delta t$ "	26
Tabla 3.2	Resultados del tránsito de la avenida, variando " $\Delta x$ "	29
Tabla 3.3	Resultados del tránsito de la avenida, variando el coeficiente de forma de la sección transversal	32
Tabla 3.4	Resultados del tránsito de la avenida, con parámetros constantes y variables	35
Tabla 3.5	Resultados de las simulaciones variando la condición de frontera aguas abajo	43
Tabla 3.6	Resultados de las simulaciones variando la pendiente del cauce, con ley Q-Y como condición de frontera	50
Tabla 3.7	Resultados de las simulaciones variando la pendiente del cauce, con tirante constante como condición de frontera	51
Tabla 3.8	Resultados de la simulación, considerando aportación de un tributario (sobre el cauce principal)	61
Tabla 3.9	Resultados de la simulación, considerando aportación de un tributario (sobre el afluente)	62

## NOMENCLATURA

A	área de la sección transversal del cauce [m <sup>2</sup> ]
C <sub>1</sub>	constante del método de Muskingum [adim]
C <sub>2</sub>	constante del método de Muskingum [adim]
C <sub>3</sub>	constante del método de Muskingum [adim]
C <sub>4</sub>	constante que incluye la aportación lateral en el método de Muskingum-Cunge [adim]
ex	exponente de la ley que define la relación gastos-tirantes utilizada en el esquema Sánchez-Fuentes [adim]
g	constante gravitacional [9.81 m/s <sup>2</sup> ]
K	coeficiente de almacenamiento del método de Muskingum [adim]
K <sub>0</sub>	coeficiente de la ley que define la relación gastos-tirantes utilizada en el esquema Sánchez-Fuentes [adim]
P	coeficiente de forma de la sección transversal [adim]
q	gasto unitario [m <sup>3</sup> /s/m]
Q	gasto [m <sup>3</sup> /s]
Q <sub>máx</sub>	gasto máximo del hidrograma [m <sup>3</sup> /s]
Q <sub>n</sub>	gasto normal [m <sup>3</sup> /s]
V <sub>m</sub>	velocidad media del flujo [m/s]
S	volumen de almacenamiento [m <sup>3</sup> ]
s <sub>0</sub>	pendiente del cauce [adim]
s <sub>r</sub>	pendiente del gradiente de energía [adim]
t <sub>pico</sub>	tiempo de ocurrencia del gasto máximo de la avenida [s]
T	ancho de la superficie libre del agua en el cauce [m]
y	distancia vertical del espejo del agua al centro de gravedad de la sección [m]
γ	peso específico del fluido [kg/m <sup>3</sup> ]
ρ	densidad relativa del fluido [kg <sup>2</sup> /m <sup>3</sup> ]
Δx	diferencial o incremento de longitud [m]

$\Delta t$	diferencial o incremento de tiempo [s]
$\epsilon$	factor de peso del método de Muskingum [adim]
$\mu$	coeficiente de difusión [m <sup>2</sup> /s]
$\omega$	coeficiente de traslación [m/s]

## INTRODUCCIÓN

El concepto fundamental en Hidrología es el ciclo hidrológico (figura 1). Debido a que no tiene principio ni fin, la descripción se puede iniciar en cualquiera de sus etapas. A grandes rasgos se desarrolla de la forma siguiente:

Debido a los rayos del sol, grandes masas de agua de los océanos, y en menor escala de los lagos, se evaporan y forman las nubes que son arrastradas tierra adentro por el viento. Bajo ciertas condiciones atmosféricas (especialmente la altitud y la temperatura del aire) estas nubes se condensan y el vapor de agua que las forma pasa nuevamente a su estado líquido, precipitándose en el lugar donde se encuentren.

Del agua que llega a la tierra, alguna cae directamente sobre las superficies acuáticas, otra parte escurre sobre la tierra y hace su propia ruta por arroyos y ríos, una porción más retorna de inmediato a la atmósfera por evaporación, desde las superficies acuáticas y terrestres así como

por evaporación y transpiración de la vegetación y otra parte se infiltra en la tierra. Parte del agua que penetra en la corteza terrestre, es retenida cerca de la superficie, donde alguna cantidad se evapora directamente y otra es tomada por la vegetación para ser retornada a la atmósfera por transpiración. El remanente de agua infiltrada escurre hacia abajo por gravedad, hasta alcanzar el nivel freático, para unirse al depósito subterráneo dentro de la corteza terrestre. La mayor parte del agua subterránea es descargada hacia la superficie del suelo a través de manantiales y afloramientos de transminaciones, o pasa, ya sea al nivel freático o bajo él, a las corrientes o masas estáticas de agua, incluyendo los océanos.

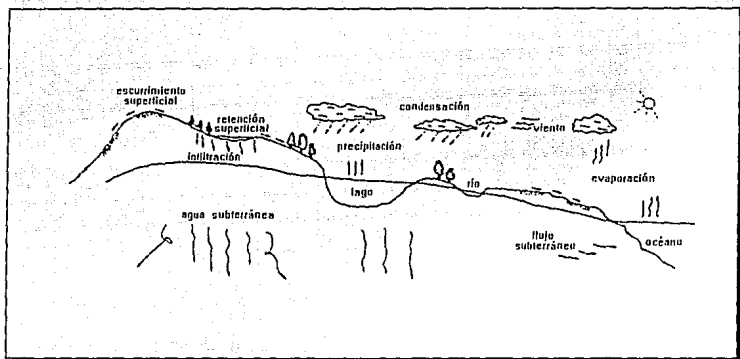


Figura 1 Esquema del ciclo hidrológico

El trabajo de Pierre Perraul en el siglo XVII, sobre la existencia de la interacción entre diferentes procesos naturales, contribuyó a una concepción de la forma en que se desarrolla el ciclo hidrológico. Aunque la idealización del proceso es reciente, desde el inicio de la civilización el hombre ha tenido que enfrentarse a desastres causados por inundaciones, que en la actualidad se agravan debido a un mayor número de poblaciones cerca de los ríos.



Por otra parte, el desarrollo tecnológico ha permitido conocer mejor la historia de los escurrimientos en los ríos y las causas que los originan, contribuyendo así a tomar las medidas necesarias para reducir los daños ocasionados a las poblaciones. Dichas medidas pueden clasificarse en dos grandes grupos:

- a) Medidas estructurales. Están constituidas por obras hidráulicas permanentes, que se dimensionan tomando en cuenta la magnitud y forma de la creciete que podría ocurrir durante la vida útil de la estructura.
- b) Medidas no estructurales. Son aquéllas que permiten mitigar los daños causados por una avenida específica, ya sea operando las obras existentes o alertando anticipadamente a la población.

Con el fin de aprovechar los recursos hidráulicos disponibles y al mismo tiempo evitar o al menos mitigar los daños causados por las avenidas, se llevan a cabo análisis hidrológicos para planear, diseñar, construir y operar obras hidráulicas, o bien, para utilizar adecuadamente las medidas no estructurales (debido a la necesidad de contar con un pronóstico que permita estimar la magnitud y el tiempo de la avenida). Los estudios necesarios para realizar el diseño de estas estructuras no pueden progresar sin una estimación de los escurrimientos, es por ello que el hidrólogo trata de recopilar datos sobre los registros de los aforos del escurrimiento en el sitio del proyecto; sin embargo, frecuentemente el registro más cercano corresponde a otro sitio de la corriente o a una corriente adyacente.

En la fase de escurrimiento del ciclo hidrológico, el agua de una cuenca es usualmente concentrada en un cauce y no siempre es posible medir la cantidad total del líquido, conforme sale de la cuenca. Un registro continuo del escurrimiento requiere el establecimiento de una relación entre la cantidad de agua que escurre y el nivel que ésta alcanza en el cauce. En los pequeños cauces, ésto se puede hacer mediante el empleo de un vertedor o de un dispositivo medidor; sin embargo, en grandes corrientes, el uso de dispositivos de aforo de gasto se vuelve impráctico y la cuantificación del gasto se hace midiendo con un molinete la velocidad del agua.

y estimando el área hidráulica se construye una curva que relacione gastos y elevaciones. Sin embargo, sólo en ocasiones se pueden recopilar datos sobre los registros de los afloros del escurrimiento, en el sitio de estudio. Por esta razón, el hidrólogo debe estar preparado para interpretar esos datos disponibles y adecuarlos a su problema mediante los ajustes apropiados y tomando en cuenta las características hidrológicas de la cuenca.

Lo anterior da origen al "pronóstico de crecientes" que es la estimación de la magnitud y del tiempo de ocurrencia de una avenida en un sitio determinado. La principal herramienta para llevar a cabo lo anterior es el *tránsito de avenidas*, cuyo principal objetivo es precisamente pronosticar en el tiempo la evolución de la creciente.

Para ejemplificar lo antes mencionado, puede citarse el problema que se genera al tratar de operar obras existentes para controlar una avenida específica, en este caso, el objetivo es definir la forma del hidrograma completo. Otro caso, puede ser cuando se requiere tomar medidas de alerta, evacuación, etc.; en esta ocasión lo que se requiere es pronosticar el gasto máximo de la avenida en "tiempo real", es decir, indicar el momento (día y hora) en que ocurre.

El escurrimiento en los cauces se deriva de las lluvias sobre la cuenca hidrológica tributaria y está influido principalmente por 1) la intensidad, duración y distribución de la precipitación; 2) el tamaño, forma, cubierta y topografía del área de captación; 3) la naturaleza y condiciones del suelo. Más aún, debe tenerse en cuenta que la respuesta de la cuenca no es inmediata, ya que transcurre cierto intervalo de tiempo desde el momento en que se precipita el agua hasta el tiempo en que se produce el escurrimiento (intervalo durante el que se producen las pérdidas). A lo anterior se agrega que de acuerdo con las características del cauce se lleva a cabo un proceso de almacenamiento y regulación, y por consiguiente un defasamiento temporal del escurrimiento. La simulación de esta última parte del fenómeno se realiza con modelos para transitar avenidas, su importancia queda de manifiesto en el gran número de metodologías existentes para resolver el problema.

Quizá por la diversidad misma, los usuarios de los modelos suelen tener una tendencia

natural a recurrir preferentemente a uno o algunos de ellos en sus aplicaciones, despreciando y aún criticando el uso de los demás. En este trabajo sólo se pretende mostrar el alcance y limitaciones del método Muskingum-Cunge. Lo anterior se pretende lograr comparando sus resultados con los que se obtienen con métodos más precisos.

En el capítulo uno se muestra un panorama general del tránsito de avenidas en cauces, objetivos, clasificación, ventajas y desventajas, alcances y limitaciones. El capítulo dos se enfoca al método de Muskingum-Cunge, cuáles son las ideas básicas que le dan forma y las posibles modificaciones en sus parámetros. En el capítulo tres se muestran los resultados de las diferentes simulaciones con las que se trabajó el método de Muskingum-Cunge y uno hidráulico (esquema Sánchez-Fuentes), así como el análisis de los resultados obtenidos con cada método, para diferentes simulaciones.

Finalmente, en las conclusiones se dan algunas recomendaciones para obtener mayor provecho del método de Muskingum-Cunge, utilizándolo de forma más adecuada (dependiendo de las condiciones de frontera, pendientes, red de drenaje, -si es el caso-, etc., con base en el grado de aproximación deseado).

## **CAPÍTULO 1 ESTADO DEL ARTE**

Quando una avenida viaja por un cauce, su duración aumenta y la magnitud de su gasto máximo disminuye, dando origen al "pronóstico de crecientes", que consiste precisamente en la determinación progresiva, en función del tiempo, de la forma de esa avenida a lo largo del río y su objetivo es cuantificar los niveles y/o el tiempo de ocurrencia en puntos de la corriente donde no se conoce el hidrograma, además de integrar eventos de cuencas que han sido divididas en subcuencas. De esta forma, la anticipación con la que se pueda pronosticar las probables características de la avenida en un sitio en particular, resulta de gran interés para tomar las medidas preventivas que se requieran. Generalmente, este problema es atacado por medio de modelos conceptuales cuyos parámetros tienen una interpretación física y es posible cuantificarlos en campo.

## 1.1 Objetivo del tránsito de avenidas

Para algunos propósitos es adecuado hacer un cálculo del gasto máximo de la avenida en la cuenca, para otros lo es la determinación del tiempo en que ocurrirá el pico de la avenida, sin precisar el valor de éste; sin embargo, en ocasiones es necesario estimar el hidrograma completo.

Dicho lo anterior, resulta claro que cuando se trata de operar obras existentes para controlar una avenida específica con la finalidad de tomar medidas de alerta, evacuación, etc. lo que se requiere es pronosticar las características de las avenidas en "tiempo real", es decir, indicando el momento (día y hora) en que ocurren. En otros casos, como resultado de la discretización de una cuenca (figura 1), para integrar los eventos aislados en algún punto de interés como son, por ejemplo, sitios de proyecto, embalses existentes, inicio de tramos de cauce con áreas urbanas, etc. o bien, porque en cada subcuenca se intentan definir áreas homogéneas o de propiedades hidrológicas e hidráulicas similares.

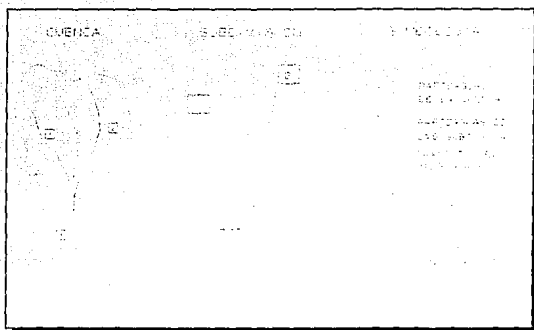


Figura 1.1 Discretización de una cuenca

Para obtener soluciones significativas es necesario obtener buenas muestras de las características hidrológicas de una cuenca tanto en tiempo como en espacio. Estas muestras

deben ser representativas y homogéneas; sin embargo, el significado preciso de los términos "representativo" y "homogéneo" queda confuso por el hecho de que las necesidades dependen del propósito para el que se utilizan los datos y del método de análisis por emplearse.

Una vez conocido el hidrograma de la avenida, el estudio de su propagación permite determinar las características que tendrá dicha creciente en alguna zona de interés, situada aguas abajo. Generalmente, interesa conocer el nivel máximo que puede alcanzar el agua en el cauce y/o el tiempo que tardará en presentarse, para conocer el posible riesgo y tomar las medidas preventivas que sean necesarias.

Por todo lo anterior, una de las etapas más importantes del ciclo hidrológico es sin duda el escurrimiento en los cauces, fenómeno simulado a través del tránsito de avenidas. La relevancia del fenómeno, pese a lo difícil de su representación, ha motivado que exista una buena cantidad de métodos que van desde aquéllos con una concepción muy simple, de los que resultan gruesas aproximaciones, hasta los sumamente complejos, cuyos resultados son bastante parecidos a la realidad.

## 1.2 Ecuaciones básicas para el tránsito de avenidas

La importancia de transitar una creciente está reflejada en la cantidad de métodos que han sido desarrollados. En todos los casos, el problema consiste en resolver simultáneamente las ecuaciones de continuidad y dinámica. A continuación se presenta la forma general de las ecuaciones para flujo espacialmente variado y no permanente.

### 1.2.1 Ecuación de continuidad

Esta ecuación expresa que el flujo que entra menos el que sale es igual al cambio en el almacenamiento. Para considerar lo anterior en la sección de un río, bajo la condición de lluvia o gasto lateral de entrada, considérese un elemento de longitud  $\Delta x$ , como se muestra en la siguiente figura.

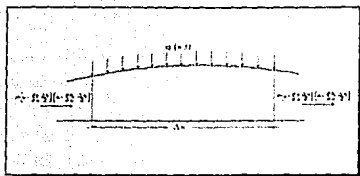


Figura 1.2 Esquema para la deducción de la ecuación de continuidad

El flujo total a la entrada del tramo es:

$$\rho \left( v - \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\Delta x}{2} \right) \left( A - \frac{\partial A}{\partial x} \frac{\Delta x}{2} \right) \Delta t$$

El flujo total a la salida del tramo es:

$$\rho \left( v + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\Delta x}{2} \right) \left( A + \frac{\partial A}{\partial x} \frac{\Delta x}{2} \right) \Delta t$$

La aportación por lluvia o gasto lateral es:

$$\rho \int_x^{x+\Delta x} \int_t^{t+\Delta t} q(x,t) dt dx$$

El cambio en el almacenamiento es:

$$\rho \frac{\partial A}{\partial t} \Delta x \Delta t$$

Consecuentemente, al establecer la condición de continuidad resulta:

$$-\rho \left( A \frac{\partial v}{\partial x} \Delta x + v \frac{\partial A}{\partial x} \Delta x \right) \Delta t + \rho \bar{q} \Delta x \Delta t - \rho \frac{\partial A}{\partial t} \Delta x \Delta t = 0$$

Simplificando la ecuación anterior, se obtiene la forma general de la ecuación de continuidad para flujo espacialmente variado y no permanente:

$$A \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} = \bar{q} \quad (1.1)$$

### 1.2.2 Ecuación dinámica

De acuerdo con la segunda ley de Newton, el cambio en el momentum por unidad de tiempo en un cuerpo, es igual a la resultante de todas las fuerzas externas actuantes en el cuerpo.

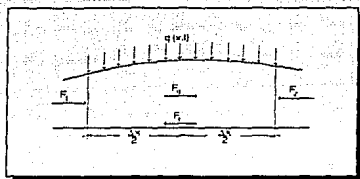


Figura 1.3 Esquema para la deducción de la ecuación dinámica

Las fuerzas que actúan en un elemento de longitud  $\Delta x$  se muestran en la figura anexa.

$F_1$  y  $F_2$  representan a las fuerzas hidrostáticas y son expresadas como:

$$F_1 = \gamma \left( \bar{y} A - \frac{\partial (\bar{y} A)}{\partial x} \frac{\Delta x}{2} \right)$$

$$F_2 = \gamma \left( \bar{y} A + \frac{\partial (\bar{y} A)}{\partial x} \frac{\Delta x}{2} \right)$$

De acuerdo con lo anterior, la resultante de las fuerzas hidrostáticas es:

$$F_p = - \gamma \frac{\partial (\bar{y} A)}{\partial x} \Delta x$$



suponiendo que la pendiente del río es pequeña, las fuerzas gravitacionales son:

$$F_g = \gamma A s_0 \Delta x$$

las fuerzas de fricción a lo largo del fondo son igual a:

$$F_f = \gamma A s_f \Delta x$$

el cambio en el momentum en una longitud  $\Delta x$  se expresa como:

$$\frac{d(mv)}{dt} = m \frac{dv}{dt} + v \frac{dm}{dt}$$

considerando que la entrada de flujo lateral no tiene componente de velocidad en la dirección del flujo en el río, la relación en el cambio del momentum se expresa como:

$$\frac{d(mv)}{dt} = \rho A \Delta x \frac{dv}{dt} + \rho v \bar{q} \Delta x$$

donde  $dv/dt$  representa

$$\frac{dv}{dt} = \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x}$$

el cambio en el momentum es, entonces:

$$\rho A \Delta x \left( \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \rho v \bar{q} \Delta x$$

igualando el cambio en el momentum con todas las fuerzas externas que actúan sobre el cuerpo, y factorizando, resulta:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{g}{A} \frac{\partial (v A)}{\partial x} - g (s_0 - s_f) = - \frac{v \bar{q}}{A} \quad (1.2)$$

La ecuación de continuidad (1.1) representa la conservación de la masa; por su parte, la ecuación dinámica (1.2) representa la conservación de la cantidad de movimiento (ambas

expresiones se conocen como *ecuaciones de Saint Venant*). De esta última, los dos primeros términos corresponden a la aceleración local y convectiva (comúnmente llamados términos de inercia), los siguientes tres a las fuerzas de presión, gravedad y fricción y el último a la aportación lateral.

Generalmente, la ecuación de continuidad es utilizada de igual forma por todos los métodos para el tránsito de avenidas; no así la ecuación dinámica, debido a lo cual es posible distinguir varios tipos de métodos, según los términos que sean considerados.

Si se acepta que en la ecuación dinámica  $q=0$ , la pendiente de fricción puede definirse como la suma de varios términos y el tipo de flujo se define en función de los términos involucrados:

$$s_f = s_0 - \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{v}{g} \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} \quad (1.3)$$

flujo uniforme permanente

flujo no uniforme permanente

flujo no uniforme no permanente

Cuadro 1 Hipótesis utilizadas para calcular la pendiente de fricción de acuerdo con la ecuación 1.3

Método	Condición de flujo para evaluar la pendiente de fricción	Perfil de la superficie libre del agua
Onda dinámica completa	no permanente	no uniforme
Analogía de difusión	permanente	no uniforme
Onda cinemática	permanente	uniforme
Muskingum - Cunge	permanente	uniforme

En la ecuación 1.3 y el cuadro I se observa que sólo al considerar la ecuación dinámica completa, la pendiente de fricción se calcula bajo la hipótesis de flujo no permanente, en cualquier otro caso se trabaja con alguna simplificación de la ecuación 1.3.

Por otra parte, cualquier fórmula para el cálculo de flujo uniforme, del tipo de la de Manning o Chezy, se escribe de la forma siguiente:

$$Q = K \cdot A \cdot R^2 \sqrt{s_f} \quad (1.4)$$

Cabe recordar que para el caso en el que el flujo es no permanente,  $s_f$  varía con el tiempo; en cambio, cuando el flujo es permanente y uniforme  $s_f$  es constante, por lo tanto el gasto normal  $Q_n$  es una función única del tirante, esto es:

$$Q_n = K \cdot A \cdot R^2 \sqrt{s_0} = f(y) \quad (1.5)$$

Al sustituir la ecuación 1.4 en la 1.3, para después factorizar y sustituir en la 1.5, se obtiene:

$$Q = Q_n \sqrt{1 - \frac{1}{s_0} \frac{\partial y}{\partial x} - \frac{v}{g s_0} \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{1}{g s_0} \frac{\partial v}{\partial t}} \quad (1.6)$$

onda cinemática  
analogía de difusión  
onda dinámica completa

La ecuación anterior define la curva de aforo (figura 1.4) en cualquier sección del cauce. El ancho de la forma, y por lo tanto la exactitud de los métodos aproximados, depende de la magnitud de los términos del radical de la ecuación 1.6.

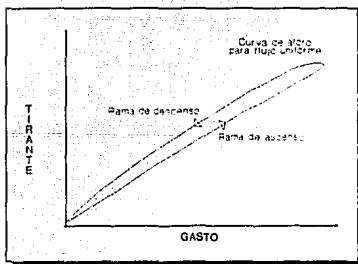


Figura 1.4 Curva de aforo (ecuación 1.6)

### 1.3 Métodos para el tránsito de avenidas

El interés por estudiar la propagación de una avenida trae consigo el problema de integrar las ecuaciones de continuidad y la dinámica cuya solución analítica es prácticamente imposible; sin embargo, el problema se ha resuelto al integrar numéricamente dichas ecuaciones utilizando la computadora, para lo cual se ha desarrollado una gran cantidad de esquemas numéricos que están basados principalmente en el método de las características o en el de diferencias finitas.<sup>[Ref. 1,2,3]</sup>

#### 1.3.1 Clasificación conceptual

Entiéndase como clasificación conceptual aquella basada en cuáles y de qué tipo son las ecuaciones que se deberán resolver para definir el desarrollo de una creciente. Esta clasificación es muy general y al agrupar las técnicas para el tránsito de avenidas presenta dos categorías:

- a) métodos hidrológicos o de almacenamiento
- b) métodos hidráulicos o de proceso

a su vez, cada grupo de los mencionados puede subdividirse tanto como se desee.

- Métodos hidrológicos

Estos métodos son los más numerosos y, en general, más simples. Se basan en el concepto de almacenamiento del agua y no incluyen directamente los efectos de la resistencia del flujo, esto es, se toma al río como una "caja negra" en la que el almacenamiento depende de los gastos de entrada y salida y, necesariamente, se cuenta con uno o más parámetros cuyos valores son particulares del río en estudio. Uno de los caminos más fáciles de seguir para calibrar dichos parámetros es simular el modelo en una computadora y variar su valor hasta obtener la mejor aproximación entre el hidrograma pronosticado y el medido. Para

aplicar estos métodos en cualquier corriente es necesario contar con el hidrograma, al menos de una creciente, tanto a la entrada como a la salida del río.

El concepto fundamental de estos métodos es la capacidad de almacenamiento que existe en el cauce, se basan en la ecuación de continuidad que iguala el cambio en el almacenamiento  $ds/dt$  con la diferencia entre el gasto de entrada  $Q_1$ , en la sección de aguas arriba, y el gasto de salida  $Q_2$ , en la sección de aguas abajo. Además es necesaria una relación entre el almacenamiento y los gastos (de entrada y salida). Con todo lo anterior, es claro que los requerimientos computacionales y de información de los métodos hidrológicos son mínimos, pero los resultados que se obtienen son también limitados en exactitud y generalización.

Algunas desventajas son:

- no consideran efectos locales de cambios en el perfil de la superficie libre del agua (como son, por ejemplo, los remansos y efectos de marea)
  - suponen la existencia de una relación (gastos-tirantes) única a lo largo de un tramo dado, lo cual es contrario a observaciones realizadas, en las que se muestra que para un determinado nivel de la superficie libre del agua el gasto es mayor cuando el flujo se incrementa que cuando decrece (figura 1.4).
- Métodos hidráulicos

Por su parte, los métodos hidráulicos utilizan las ecuaciones de continuidad y dinámica para describir en forma más precisa el proceso de regulación en un cauce, tanto en el espacio como en el tiempo. El empleo cada vez más frecuente de este tipo de métodos es consecuencia del mejoramiento de las técnicas numéricas y una mayor accesibilidad a computadoras cada vez más eficientes, alcanzando así un alto nivel de precisión; sin embargo, las demandas desde el punto de vista computacional, así como de la cantidad y calidad de la información requerida, muchas veces restringe su aplicación práctica.

Las principales desventajas son:

- la necesidad de un gran volumen de información disponible referente a las características del cauce, condiciones de frontera, aportaciones laterales, etc.
- el tiempo de cálculo en la computadora se incrementa notablemente.

### 1.3.2 Clasificación cualitativa

Por otra parte, debido a que el empleo de la ecuación dinámica es complicado, en ocasiones se utiliza una simplificación de la misma (la cual consiste en omitir algún(os) término(s) de manera que, dependiendo del (los) que se excluya(n), se obtienen diferentes métodos). De acuerdo con la forma de agrupar los métodos que resultan existen varias clasificaciones, así por ejemplo, al desprestigiar los términos de inercia se obtiene el modelo de analogía de difusión; si además de los términos de inercia se desprestigia el de presión, se obtiene el modelo de la onda cinemática.

Con base en la ecuación 1.2, al suprimir los diferentes términos que la componen, la clasificación resultante se muestra en el cuadro II.

**Cuadro II** *Clasificación de algunos modelos para el tránsito de avenidas*

	SIMPLIFICACIÓN	MÉTODO DE SOLUCIÓN
Ecuaciones de Saint-Venant	ninguna	Onda dinámica completa (basada en las ecuaciones 1.1 y 1.2)
	considerando que los términos de inercia son muy pequeños	Analogía de difusión (ecuación 1.7)
	desprestigiar los términos de inercia (aceleración convectiva y local) y el de presión	Onda cinemática (ecuación 1.8)
	sustituyendo la ec. dinámica con una expresión lineal para el almacenamiento	Muskingum - Cunge (ecuación 2.14)

De acuerdo con Viessman<sup>[Ref. 4]</sup>, los cuatro métodos de solución difieren no sólo por los términos de la ecuación 1.2 que incluyen, sino también con respecto a las hipótesis del flujo para el cálculo de la pendiente de fricción, ecuación 1.3 (ver cuadro I).

A grandes rasgos, las principales características de los esquemas que se muestran en la tabla anterior son:

- *Modelo dinámico completo*

Es el esquema más completo, debido a que intervienen todos los términos de la ecuación dinámica (se basa en las ecuaciones 1.1 y 1.2). Es el esquema que mejores resultados proporciona; sin embargo, es también el más difícil para resolver.

- *Modelo de la analogía de difusión*

Considera que debido a que los términos de inercia son tan pequeños, es posible despreciarlos y la ecuación dinámica queda de la forma siguiente:

$$s_0 = \frac{\partial y}{\partial x} + s_f$$

Al combinar la ecuación de continuidad con la simplificación correspondiente de la ecuación dinámica, se obtiene la conocida *ecuación convectiva-difusiva*:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \omega \frac{\partial Q}{\partial x} = \mu \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} \quad (1.7)$$

donde:

$$\omega = \left( \frac{dQ}{dA} \right)_t = \frac{1}{T} \left( \frac{dQ}{dy} \right)_t$$

$$\mu = \frac{Q}{2 T s_0}$$

- *Modelo cinemático*

Este modelo considera que los términos de inercia y de presión pueden ser despreciados, lo que equivale a suponer una relación biunívoca entre gastos y tirantes. La ecuación dinámica se reduce a:

$$s_f = s_0$$

y las ecuaciones de Saint Venant se reducen a una sola expresión conocida como la *ecuación de la onda cinemática*:

$$\frac{1}{\omega} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q \quad (1.8)$$

este método describe satisfactoriamente el cambio de forma de la avenida pero no la atenuación.

- *Método de Muskingum-Cunge*

Este método es el tema de estudio del presente trabajo. se basa en un método hidrológico (método de Muskingum) que supone la existencia de una relación lineal entre los gastos de entrada y salida y el volumen de agua en un tramo del río. La diferencia básica respecto al método original es que no es necesario el registro simultáneo de hidrogramas tanto



a la entrada como a la salida del tramo de río en estudio; a cambio de esto, los parámetros propios del método (para cuya calibración era indispensable el registro antes mencionado) dependen únicamente de las propiedades del cauce, con lo que se transforma en una teoría hidráulica bien fundamentada y pasa a ser una especie de método híbrido.

En el capítulo 2 se muestran con todo detalle las ideas, hipótesis y desarrollos matemáticos que dan origen a este método.

a la entrada como a la salida del tramo de río en estudio; a cambio de ésto, los parámetros propios del método (para cuya calibración era indispensable el registro antes mencionado) dependen únicamente de las propiedades del cauce, con lo que se transforma en una teoría hidráulica bien fundamentada y pasa a ser una especie de método híbrido.

En el capítulo 2 se muestran con todo detalle las ideas, hipótesis y desarrollos matemáticos que dan origen a este método.

## CAPÍTULO 2 MÉTODO DE MUSKINGUM-CUNGE

### 2.1 Generalidades

Como se mencionó en el capítulo anterior, el tránsito de avenidas consiste en una serie de procedimientos que permite calcular los efectos dinámicos y/o cinemáticos en un flujo no permanente, así como la forma y recorrido de una avenida. Su estudio se hace con base en las ecuaciones de Saint Venant (métodos hidráulicos), o bien con la de continuidad y alguna otra relación entre los gastos de entrada y salida en un tramo del cauce (métodos hidrológicos), de forma tal que la anticipación con la que se pronostiquen los probables niveles y gastos en un sitio en particular resulta de gran interés para tomar medidas preventivas.

Los métodos hidrológicos son más numerosos y, en general, más simples. Se basan en el concepto de almacenamiento del agua y no incluyen directamente los efectos de la resistencia del flujo, esto es, se toma al río como una "caja negra" en la que el

almacenamiento depende de los gastos de entrada y salida, y necesariamente se cuenta con uno o más parámetros cuyos valores son particulares del río en estudio. Uno de los caminos más fáciles de seguir para calibrar dichos parámetros es variar su valor hasta obtener la mejor aproximación entre el hidrograma pronosticado y el medido.

El concepto de almacenamiento se basa en la ecuación de continuidad, que iguala el cambio del almacenamiento  $dS/dt$  con la diferencia entre el gasto de entrada  $Q_j$ , en la sección aguas arriba, y el gasto de salida  $Q_{j+1}$ , en la sección aguas abajo. Además, es necesaria una segunda expresión matemática que relacione el almacenamiento y los gastos de entrada y de salida.

Uno de los esquemas más utilizados en la actualidad por la "buena" aproximación (a la realidad) de sus resultados, no obstante su relativa simplicidad y requerimientos de información, es el que motiva el presente estudio: el método de Muskingum-Cunge. A continuación se presentan las ideas que le dan forma.

## 2.2 Método de Muskingum-Cunge

El tránsito de avenidas con un método hidrológico, se basa en la ecuación de continuidad (ecuación 1.1), que en forma de diferenciales y ya discretizada es<sup>1</sup>:

$$\frac{Q_j^t - Q_j^{t-1}}{\Delta t} - \frac{Q_{j+1}^t - Q_{j+1}^{t-1}}{\Delta t} = \frac{S^{t-1} - S^t}{\Delta t} \quad (2.1)$$

Este tipo de métodos requieren una segunda relación algebraica, entre los gastos de entrada y salida, que permita encontrar una solución para el flujo de salida cuando se conoce el flujo de entrada. Uno de los métodos mejor conocidos es el de Muskingum, que se basa

<sup>1</sup> El subíndice "j" representa la sección involucrada en el cálculo, mientras que "j+1" se refiere a la sección inmediata aguas abajo. Por su parte, el superíndice "t" referencia el intervalo de tiempo actual y "t-1" indica un intervalo de tiempo posterior.

en la suposición de una relación lineal entre los gastos a la entrada,  $Q_j$ , a la salida,  $Q_{j-1}$ , y el almacenamiento,  $S$ , de la forma:

$$S = K [\varepsilon Q_j + (1 - \varepsilon) Q_{j-1}] \quad (2.2)$$

donde  $K$  y  $\varepsilon$  son los parámetros del método y son determinados mediante una calibración, utilizando hidrogramas medidos a la entrada y salida del tramo en estudio.

Muchos investigadores han estudiado el método y discutido las implicaciones que conlleva su utilización; sin embargo, al mejorar el algoritmo de Muskingum, Cunge lo transforma de una teoría hidrológica en un método basado en principios hidráulicos.

Derivando la ecuación 2.2 respecto al tiempo, se obtiene:

$$\frac{dS}{dt} = \frac{d}{dt} K [\varepsilon Q_j + (1 - \varepsilon) Q_{j-1}] \quad (2.3)$$

que en forma discretizada se expresa como:

$$\frac{S^{t+\Delta t} - S^t}{\Delta t} = \frac{K}{\Delta t} [\varepsilon (Q_j^{t+\Delta t} - Q_j^t) + (1 - \varepsilon) (Q_{j-1}^{t+\Delta t} - Q_{j-1}^t)] \quad (2.4)$$

sustituyendo el resultado en la ecuación 2.1:

$$\begin{aligned} \frac{k}{\Delta t} [\varepsilon Q_j^{t+\Delta t} - (1 - \varepsilon) Q_{j-1}^{t+\Delta t} - \varepsilon Q_j^t - (1 - \varepsilon) Q_{j-1}^t] &= \\ &= \frac{1}{2} [Q_j^{t+\Delta t} - Q_{j-1}^{t+\Delta t} + Q_j^t - Q_{j-1}^t] \end{aligned} \quad (2.5)$$

generalizando la ecuación anterior, se llega a la expresión:

$$Q_j^{t+\Delta t} = C_1 Q_j^t + C_2 Q_j^{t-\Delta t} + C_3 Q_{j-1}^t \quad (2.6)$$

donde:

$$C_1 = \frac{K\varepsilon + \frac{1}{2} \Delta t}{K - K\varepsilon + \frac{1}{2} \Delta t} \quad (2.7)$$

$$C_2 = \frac{-K\varepsilon + \frac{1}{2} \Delta t}{K - K\varepsilon + \frac{1}{2} \Delta t} \quad (2.8)$$

$$C_3 = \frac{K - K\varepsilon - \frac{1}{2} \Delta t}{K - K\varepsilon + \frac{1}{2} \Delta t} \quad (2.9)$$

Es importante aclarar que la determinación de los parámetros del método depende de su interpretación: así al relacionarlos con el modelo de convección-difusión (ecuación 1.7), se puede demostrar que la ecuación 2.6 es una aproximación de este último, siempre y cuando se cumplan las expresiones siguientes:

$$K = \frac{\Delta x}{\omega} \quad (2.10)$$

$$\varepsilon = \frac{1}{2} - \frac{\mu}{\omega \Delta x} \quad (0 < \varepsilon < 0.50) \quad (2.11)$$

Al mismo tiempo, los parámetros se pueden expresar en términos de las características hidráulicas y morfológicas del río.

$\mu$  coeficiente de difusión que refleja la atenuación de la onda de la avenida y se calcula como:

$$\mu = \frac{Q}{2 T S_0} \quad (2.12)$$

donde:

- Q Gasto en la sección y para un  $\Delta t$
- T Ancho de la superficie libre del agua
- $S_0$  Pendiente del cauce

$\omega$  coeficiente de traslación que depende de la forma de la sección transversal<sup>2</sup>, su valor es función de la velocidad media del flujo de acuerdo con la expresión siguiente:

$$\omega = P \cdot V_m \quad (2.13)$$

donde:

- $V_m$  Velocidad media del cauce (para este caso, se evalúa de acuerdo con la fórmula de Manning)
- P Parámetro que es función de la forma de la sección transversal del cauce (los posibles valores que puede tomar, se muestran en el cuadro III)

---

<sup>2</sup> Esto es una simplificación utilizada para calcular el coeficiente de difusión (ver Ref. 4)

Cuadro III Valores del coeficiente "P", para diferentes secciones transversales

Forma de la sección transversal	Valor del coeficiente P
Rectangular	5/3
Triangular	4/3
Parabólica	11/9

Retomando las ideas expresadas por Cunge, se observa que para calcular el gasto correspondiente a un instante y una sección posterior,  $Q_{j+1}^{t+\Delta t}$ , sólo son necesarias las características de la sección en estudio en los instantes actual ( $Q_j^t$ ) y posterior ( $Q_j^{t+\Delta t}$ ), así como las correspondientes a la siguiente sección en el tiempo actual ( $Q_{j+1}^t$ ).

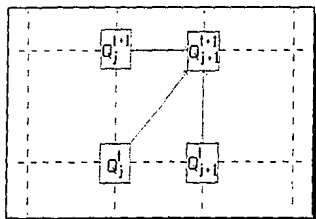


Figura 2.1 Representación gráfica del algoritmo de cálculo del método de Muskingum-Cunge

De acuerdo con lo anterior, es factible simular la avenida de dos diferentes maneras:

- Para cada  $\Delta t$  "barrer" todo el río, esto es, de la primera a la última sección (y avanzar de  $\Delta x$  en  $\Delta x$ ) e ir determinando el comportamiento de la avenida en cualquier sección del cauce, al mismo tiempo.
- Para cada  $\Delta x$  "barrer" en el tiempo cada una de las secciones (y avanzar de  $\Delta t$  en  $\Delta t$ ). En este caso se determinaría por completo el comportamiento de la avenida en cada sección.

Por otra parte, al añadir un término que incluya la aportación lateral "q" (en  $m^3/s/m$ ), el hidrograma a la salida del tramo en análisis se determina como sigue:



$$Q_{j+1}^{t+1} = C_1 Q_j^t + C_2 Q_j^{t+1} + C_3 Q_{j+1}^t + C_4 \quad (2.14)$$

donde:

$$C_4 = \frac{q \Delta t \Delta x}{K (1 - \epsilon) + \frac{1}{2} \Delta t} \quad (2.15)$$

Para finalizar la presentación de este método, es conveniente aclarar que en la práctica la selección de los parámetros  $\Delta x$  (longitud de los tramos en que se subdivide el cauce) y  $\Delta t$  (intervalo de tiempo para el cálculo) sólo debe cuidar una restricción, al calcular el cociente:

$$\frac{\Delta x}{\omega \Delta t}$$

y relacionarlo con el valor de  $\epsilon$  (figura 2.2), el punto que se forme por la intersección de ambos valores debe localizarse debajo de la curva mostrada en dicha figura, en caso contrario el valor para  $\Delta t$  se debe reducir. Lo anterior, según Cunge, asegura la estabilidad del método propuesto por él.

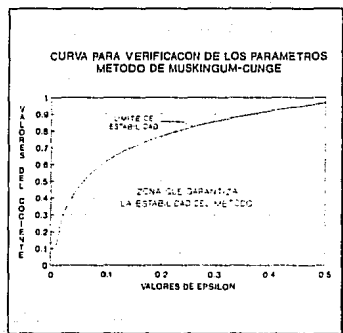


Figura 2.2 Relación para la estabilidad del método

### CAPÍTULO 3 ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD

Las técnicas simples para el tránsito de avenidas, tales como el método de Muskingum-Cunge, han encontrado gran aceptación en la ingeniería hidrológica; sin embargo, un análisis con series de Taylor del esquema en diferencias finitas utilizado para calcular el hidrograma de salida, con este método, muestra que el modelo es una aproximación de segundo orden de la ecuación de convección-difusión. Además de que la ecuación 2.13 es una simplificación del valor real del coeficiente de traslación  $\omega$ , el procedimiento de cálculo derivado de la discretización se realiza de aguas arriba hacia aguas abajo, y por tanto no considera correctamente el efecto de la frontera aguas abajo. Para tener una idea clara de sus límites de aplicación, en este capítulo se analizan las posibles fuentes de error, con base en las simulaciones realizadas con un método hidráulico (dando como válidos sus resultados) y se concluye cuáles son los parámetros que tienen mayor repercusión en los resultados.

### 3.1 Planteamiento del problema

Para lograr el objetivo mencionado en el párrafo anterior, se plantea una serie de parámetros que se consideran susceptibles para el cálculo, tales como:

- $\Delta t$
- coeficiente "P"
- $\omega$
- pendiente del cauce
- $\Delta x$
- $\mu$
- frontera aguas abajo
- interacción con corrientes tributarias

El presente trabajo pretende cuantificar los efectos debidos a modificaciones de los parámetros antes enlistados, por lo cual, para contar con algún punto de referencia y tener "contra qué" comparar, se toma como base un modelo matemático hidráulico. Más aún, para facilitar el análisis de los resultados, se ha pensado en separar el efecto de cada parámetro.

### 3.2 Simulaciones del tránsito de avenidas

Para simplificar el análisis, se propuso un canal rectangular de 10 m de ancho (de acuerdo con el cuadro III, el coeficiente de forma es  $P = 5/3$ ) y 200 km de longitud, con 20 tramos de 10 000 m  $c/u^2$ , pendiente media de 0.00032, lo que significa que el desnivel entre los extremos es de 64.00 m y una rugosidad media del canal de 0.030. Los

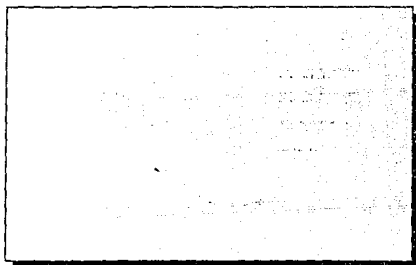


Figura 3.1 Esquema del cauce a simular, a partir del cual se determina la importancia de los diferentes parámetros que intervienen en el método

<sup>3</sup> No obstante que el tamaño de  $\Delta x$  puede ser considerado como un intervalo muy grande, y los resultados juzgarse como conservadores, se aceptó ya que se trabajó con él en todas las simulaciones.

coeficientes  $\omega$  y  $\mu$ , varían de acuerdo con las ecuaciones 2.12 y 2.13 y son función del gasto instantáneo en cada sección.

Con respecto al cálculo de los tirantes y velocidades medias, éste se realiza de acuerdo con la fórmula de Manning. El  $\Delta t$  utilizado para la simulación es de 50 minutos.

Es importante hacer notar que en esta primera parte del análisis no se considera la aportación de corrientes tributarias ni gastos laterales.

Aguas arriba ingresa un hidrograma como el que se muestra en la figura anexa.

Una vez planteados los datos para simular el tránsito de la avenida (figura 3.2) a través del canal de la figura 3.1, sólo resta definir el método hidráulico a utilizar como base. En este caso el elegido fue el esquema Sánchez-Fuentes<sup>[Roz 51]</sup>, debido a que después de trabajar alrededor de 3 años con este método, la experiencia adquirida muestra que se trata de un método confiable y, dentro del contexto de los modelos matemáticos hidráulicos, fácil de manejar y con un requerimiento de datos aceptable.

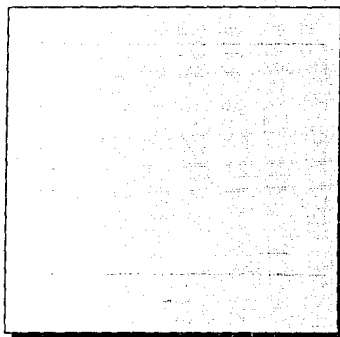


Figura 3.2 Hidrograma de entrada

Con la finalidad de agilizar los cálculos al realizar las simulaciones correspondientes al método de Muskingum-Cunge así como al método hidráulico, se elaboraron dos programas en lenguaje Quick Basic (Apéndices A y B).

### 3.2.1 Determinación de la importancia del incremento de tiempo " $\Delta t$ "

De acuerdo con los datos del ejemplo anterior, primero se realizó una corrida con el método hidráulico y posteriormente se utilizó el método Muskingum-Cunge, variando el " $\Delta t$ " desde 50 min. hasta 500 min.

Los resultados que se muestran, para llevar a cabo el análisis de cada uno de los parámetros antes enlistados, se presentan de la forma siguiente:

- Una primera tabla que muestra los resultados de las simulaciones, tanto del modelo hidráulico como del método de Muskingum-Cunge.

Es importante aclarar que para efecto de presentación de resultados, éstos se imprimen cada 400 min., por lo que el gasto máximo que aparece en la tabla, no necesariamente corresponde al máximo de la avenida resultante del tránsito.

- Una gráfica que ayuda a observar, de una manera más sencilla, las diferencias entre los resultados que se obtienen en cada simulación.
- Finalmente aparece un cuadro que resume tanto los datos de entrada, para la simulación, como los resultados de la misma.

Cabe señalar que los valores de  $Q_{\max}$  y  $t_{\text{picu}}$  corresponden al gasto máximo alcanzado por la creciente y su correspondiente tiempo de ocurrencia, para cada simulación (a diferencia de la tabla anterior, aquí sí se presentan el valor máximo del gasto a la salida del canal y su respectivo tiempo de ocurrencia, por lo que pueden no coincidir con los de la tabla anterior).

Tiempo (min)	Hidrograma de entrada (m <sup>3</sup> /s)	Método Hidráulico (m <sup>3</sup> /s)	Método de Muskingum-Cunge (m <sup>3</sup> /s) ( $\Delta t$ en min.)			
			$\Delta t = 50$	$\Delta t = 100$	$\Delta t = 200$	$\Delta t = 500$
0	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00
400	35.00	10.00	10.00	10.00	10.00	
800	60.00	10.00	10.00	10.00	10.00	
1200	85.00	10.00	10.00	10.00	10.00	
1600	93.30	10.01	10.01	10.01	10.01	
2000	76.70	10.01	10.17	10.17	10.12	10.52
2400	60.00	8.20	13.26	12.75	11.35	
2800	43.33	40.20	34.69	31.86	29.64	
3200	26.70	68.30	67.86	66.00	51.43	
3600	10.00	76.80	82.30	82.06	79.31	
4000	10.00	74.00	77.07	77.07	80.76	84.99
4400	10.00	68.70	69.87	69.71	69.72	
4800	10.00	55.10	58.07	54.82	57.27	
5200	10.00	43.00	44.23	43.92	45.93	
5600	10.00	32.50	34.81	34.45	36.02	
6000	10.00	24.70	26.98	26.63	27.80	25.65
6400	10.00	18.10	20.85	20.55	21.41	
6800	10.00	13.80	16.41	16.17	16.76	
7200	10.00	11.50	13.70	13.60	14.00	
7600	10.00	10.40	13.42	13.31	13.75	
8000	10.00	10.30	13.11	13.15	13.42	13.25
8400	10.00	10.00	12.75	12.80	13.02	
8800	10.00	10.00	12.41	12.35	12.70	
9200	10.00	10.00	11.10	11.00	11.45	
9600	10.00	10.00	10.83	10.75	11.08	
10000	10.00	10.00	10.60	10.50	10.91	10.83

Tabla 3.1 Resultados del tránsito de la avenida, variando " $\Delta t$ "

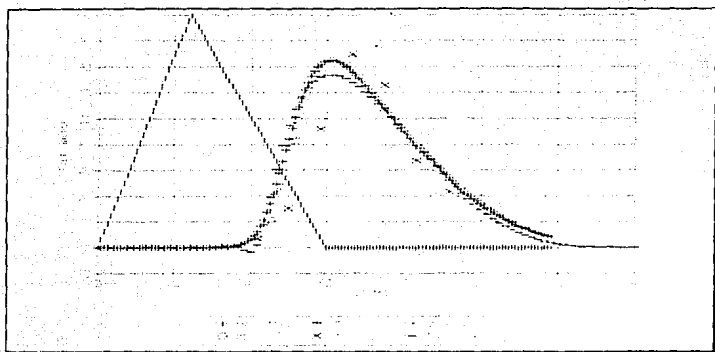


Figura 3.3 Resultados del tránsito de la avenida, variando " $\Delta t$ "

Cuadro IV Síntesis de resultados (variando " $\Delta t$ ")

Hidrograma	Longitud (km)	Método	$\Delta x$ (km)	$\Delta t$ (min)	$Q_{max}$ ( $m^3/s$ )	$t_{p,c}$ (hrs)	Conservación de masa (%)
A	---	entrada	---	---	100	24	---
B	200	hidráulico	10	5.00	76.90	60.50	99.99
C	200	MC	10	50.00	82.53	60.83	97.35
D	200	MC	10	100.00	82.40	61.67	95.84
E	200	MC	10	200.00	82.76	61.67	93.01
F	200	MC	10	500.00	84.99	66.67	85.41

Como se puede observar, la selección del incremento del tiempo utilizado para el cálculo " $\Delta t$ ", no tiene como consecuencia variaciones apreciables en la estimación del gasto máximo ni del momento en que éste ocurre; sin embargo, entre menor sea el incremento del tiempo de cálculo, se obtiene un mejor resultado. Por el contrario, entre mayor sea dicho incremento, la precisión de los resultados es menor, por lo que se puede concluir que la

selección de este parámetro, dentro de un amplio rango, no causa errores de consideración en la estimación del tránsito.

No obstante lo anterior, se debe tener en cuenta que al utilizar  $\Delta t$ 's muy grandes, el posible error en el cálculo se debe más que al método en sí, a la gruesa aproximación del (los) hidrograma(s) con el (los) que se lleva a cabo la simulación, ya que entre menor sea el número de puntos utilizados para definir un hidrograma, su forma, con respecto al original, diferirá más. Esto es claramente visible en la figura 3.3, donde el hidrograma correspondiente a  $\Delta t = 500$  min, varía con respecto a los demás.

Concluyendo, se debe tomar en cuenta que si bien, por condiciones de estabilidad se requiere un  $\Delta t$  mínimo, por razones de aproximación también es necesario un  $\Delta t$  máximo.

### 3.2.2 Determinación de la importancia del incremento de longitud " $\Delta x$ "

De la misma forma que en el caso anterior, para analizar el efecto que tiene en el cálculo la distancia entre secciones<sup>4</sup>, se tomó como base el esquema descrito en el inciso 3.2 (21 secciones con 20 tramos de 10,000 m c/u, con un  $\Delta t = 50$  min), posteriormente se modificó a 11 secciones con 10 tramos de 20,000 m c/u y, finalmente, a 41 secciones con 40 tramos de 5,000 m c/u.

Es importante aclarar que aunque se varía el  $\Delta x$ , no se hace lo mismo con el  $\Delta t$  ya que la finalidad del ejercicio es, precisamente, observar el comportamiento de los resultados y determinar cuál es la influencia del incremento de longitud ( $\Delta x$ ) en el cálculo.

Los resultados pueden verse en la tabla 3.2 y la figura 3.4.

---

<sup>4</sup> Es importante aclarar que para los fines del presente estudio, se tomó una longitud entre secciones " $\Delta x$ " constante; sin embargo, dicha longitud puede variar, esto es, cada tramo puede tener su propia longitud " $\Delta x$ ", por lo que no es una limitante del método, y sólo debe cuidarse la condición de estabilidad.



Tiempo (min)	Hidrograma de entrada (m <sup>3</sup> /s)	Método Hidráulico (m <sup>3</sup> /s)	Método de Muskingum-Cunge (m <sup>3</sup> /s) ( $\Delta x$ en m)		
			$\Delta x = 5000$	$\Delta x = 10,000$	$\Delta x = 20,000$
0	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00
400	35.00	10.20	10.00	10.00	10.01
800	60.00	18.40	10.00	10.00	10.00
1200	85.00	32.20	10.00	10.00	10.00
1600	<b>93.30</b>	38.70	10.00	10.00	10.15
2000	76.70	58.90	10.00	10.17	12.01
2400	60.00	72.00	10.26	13.26	21.66
2800	43.33	81.90	21.31	34.69	43.94
3200	26.70	<b>94.30</b>	70.30	67.86	68.69
3600	10.00	91.50	<b>86.87</b>	<b>82.30</b>	<b>79.63</b>
4000	10.00	84.60	70.43	77.97	76.44
4400	10.00	76.80	66.96	60.87	66.70
4800	10.00	68.80	54.86	55.07	55.36
5200	10.00	60.70	43.90	44.23	45.09
5600	10.00	52.70	34.38	34.81	35.75
6000	10.00	44.70	26.52	26.98	27.72
6400	10.00	36.80	20.44	20.85	21.52
6800	10.00	29.10	16.06	16.41	17.05
7200	10.00	21.50	13.12	13.40	14.00
7600	10.00	14.70	11.35	11.57	12.08
8000	10.00	11.00	10.46	10.60	10.98
8400	10.00	10.10	10.12	10.19	10.42
8800	10.00	10.00	10.02	10.05	10.17
9200	10.00	10.00	10.00	10.01	10.06
9600	10.00	10.00	10.00	10.00	10.02
10000	10.00	10.00	10.00	10.00	10.01

Tabla 3.2 Resultados del tránsito de la avenida, variando " $\Delta x$ "

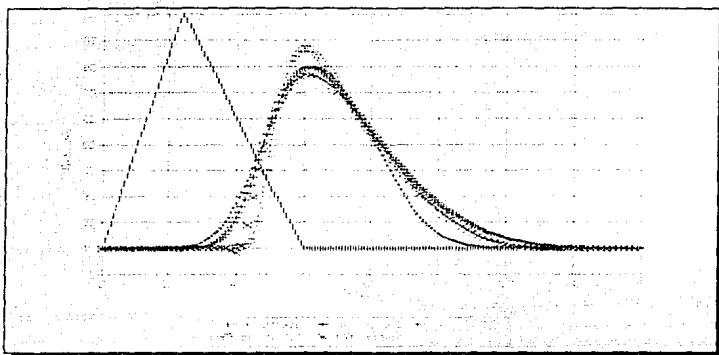


Figura 3.4 Resultados del tránsito de la avenida, variando " $\Delta x$ "

Cuadro V Síntesis de resultados (variando " $\Delta x$ ")

Hidrograma	Longitud (km)	Método	$\Delta x$ (km)	$\Delta t$ (min)	$Q_{max}$ (m <sup>3</sup> /s)	$t_{pcc}$ (hrs)	Conservación de masa (%)
A	---	entrada	---	---	100	24	---
B	200	hidráulico	10	5,00	76,90	60,50	99,99
C	200	MC	20	50,00	79,86	60,83	99,35
D	200	MC	10	50,00	82,53	60,83	97,35
E	200	MC	5	50,00	86,87	60	90,27

Al analizar la influencia de este parámetro ( $\Delta x$ ), se observa tanto en la figura 3.4 como en el Cuadro V que su importancia es relativamente pequeña. Sin embargo, es importante hacer notar que en las simulaciones no tienen lugar cambios en la geometría de las secciones, es más, la sección es la misma a lo largo del canal, por lo que la conclusión anterior es aplicable a ríos más o menos uniformes en su geometría, o bien, será necesario contar con un mayor número de secciones cuando se tenga el caso contrario (que sí haya

cambios abruptos en la geometría), con la finalidad de tener la menor discrepancia entre secciones adyacentes.

Por otra parte, es importante recordar que en cualquier esquema, incluyendo el Muskingum-Cunge, los valores de  $\Delta t$  y  $\Delta x$  están relacionados entre sí, de acuerdo con la condición de estabilidad: sin embargo, para precisar su importancia individual, se varía uno a la vez. No obstante lo anterior, para concluir el ejercicio, se realizó una corrida más tomando como base el esquema planteado en el punto 3.2 ( $\Delta t=50$  min y  $\Delta x=10,000$  m), para posteriormente aumentar o disminuir, al mismo tiempo y en la misma proporción dichos parámetros ( $\Delta t=25$  min y  $\Delta x=5,000$ ;  $\Delta t=100$  min y  $\Delta x=20,000$  m).

Los resultados mostraron que entre menor fue el incremento (tanto en tiempo como en longitud), la malla formada para el cálculo conduce a mejores resultados.

### 3.2.3 Determinación de la importancia de la forma de la sección

Como fue expuesto en su momento, una forma simplificada para estimar la celeridad de la onda de la avenida está dada por la ecuación 2.13. Es claro que dicha celeridad es directamente proporcional a la velocidad del flujo en el cauce y sólo depende de la forma de la sección transversal, así pues, las simulaciones realizadas se basaron en modificar el valor del coeficiente de forma "P" de la sección y evaluar su correspondiente celeridad con el propósito de realizar dos análisis:

- estimar qué valor del coeficiente de forma proporciona resultados medios para el método de Muskingum-Cunge (para tener una primera aproximación, o bien, cuando no se disponga de datos topográficos de las secciones en el cauce).
- comparar los resultados obtenidos con el método de Muskingum-Cunge contra los del esquema hidráulico (para una misma sección transversal) y definir qué relación existe entre ambos resultados al utilizar la simplificación dada en la ecuación 2.13.

Tiempo (min)	Hidrograma de entrada (m <sup>3</sup> /s)	Método Hidráulico (m <sup>3</sup> /s)	Método de Muskingum-Cunge (m <sup>3</sup> /s) (coef. de forma [adim])		
			P=5.3	P=4.3	P=11.9
0	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00
400	35.00	10.00	10.00	10.00	10.00
800	60.00	10.00	10.00	10.00	10.00
1200	85.00	10.00	10.00	10.00	10.00
1600	<b>93.30</b>	10.00	10.00	10.00	10.00
2000	76.70	10.00	12.03	10.17	10.05
2400	60.00	8.20	17.62	13.26	11.05
2800	43.33	40.20	73.60	34.69	21.55
3200	26.70	68.30	<b>85.85</b>	67.86	51.78
3600	10.00	<b>76.80</b>	78.58	<b>82.30</b>	76.68
4000	10.00	74.00	65.90	77.97	<b>80.51</b>
4400	10.00	65.70	53.28	66.87	72.24
4800	10.00	55.10	41.79	55.07	60.94
5200	10.00	43.90	31.84	44.23	49.90
5600	10.00	33.50	23.69	34.81	40.04
6000	10.00	24.70	17.51	26.98	31.65
6400	10.00	18.10	13.45	20.85	24.83
6800	10.00	13.80	11.22	16.41	19.61
7200	10.00	11.50	10.31	13.40	15.83
7600	10.00	10.40	10.06	11.87	13.24
8000	10.00	10.10	10.01	10.60	11.61
8400	10.00	10.00	10.00	10.19	10.09
8800	10.00	10.00	10.00	10.05	10.25
9200	10.00	10.00	10.00	10.01	10.08
9600	10.00	10.00	10.00	10.00	10.02
10000	10.00	10.00	10.00	10.00	10.01

*Tabla 3.3 Resultados del tránsito de la avenida, variando el coeficiente de forma de la sección transversal*

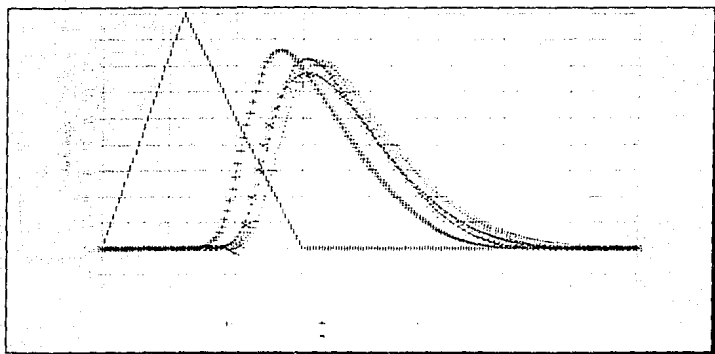


Figura 3.5 Resultados del tránsito de la avenida, variando el coeficiente "P"

Cuadro VI Síntesis de resultados variando el coeficiente de forma "P" de la sección transversal

Hidrograma	Método	$\Delta x$ (km)	$\Delta t$ (min)	coef. de forma	$Q_{max}$ (m <sup>3</sup> /s)	$t_{pico}$ (hrs)	Conservación de masa (%)
A	entrada	---	---	---	100	24	---
B	hidráulico	10	5.00	---	76.90	66.50	90.99
C	MC	10	50.00	5.3	85.85	53.33	90.66
D	MC	10	50.00	4.3	82.53	60.83	89.40
E	MC	10	50.00	11.9	81.20	64.17	88.72

Comparando los tres resultados correspondientes al método de Muskingum-Cunge, se observa que tanto el gasto máximo de la avenida,  $Q_{max}$ , como el momento en que este ocurre,  $t_{pico}$ , dependen directamente del valor asignado al coeficiente "P" (según la geometría de la sección), debido a que este parámetro afecta directamente al coeficiente de traslación, que a su vez influye en el coeficiente de difusión. Por lo anterior, se debe tener cuidado al evaluarlo ya que se observa que en función de su valor existen variaciones tanto en el gasto máximo como en el tiempo de ocurrencia del pico de la avenida.

Por otro lado, comparando con los resultados del método hidráulico, se observa que para  $P = 5/3$ , que corresponde a la sección utilizada en el esquema Sánchez-Fuentes, el gasto de pico se sobreestima mientras que el tiempo de pico se subestima.

### 3.2.4 Determinación de la importancia de los parámetros " $\omega$ " y " $\mu$ "

Mientras que los parámetros  $K$  y  $e$  del método convencional (Muskingum) son determinados por calibración, utilizando hidrogramas de entrada y salida medidos, en la versión Muskingum-Cunge son calculados con las expresiones propuestas por Cunge (ecuaciones 2.10 y 2.11), de este modo los parámetros pueden relacionarse con las características morfológicas e hidráulicas del canal, ya sea como constantes o en función del gasto.

#### 3.2.4.1 *Variabilidad en el tiempo*

En esta primera parte se analiza el efecto que produce en los resultados, considerar que los parámetros del método sean constantes o variables. La nomenclatura utilizada es la siguiente:

- MCPV Cuando se haga esta indicación, se hará referencia al modelo de Muskingum-Cunge considerando que los parámetros  $\omega$  y  $\mu$  son variables tanto en el tiempo como en el espacio.
- MC/100 Hará referencia al modelo de Muskingum-Cunge considerando parámetros constantes y tomando como gasto  $Q = 100 \text{ m}^3/\text{s}$  (gasto máximo del hidrograma).
- MC/50 Hará referencia al modelo de Muskingum-Cunge considerando parámetros constantes y tomando como gasto  $Q = 50 \text{ m}^3/\text{s}$  (gasto medio del hidrograma).
- MC/25 Hará referencia al modelo de Muskingum-Cunge considerando parámetros constantes y tomando como gasto  $Q = 25 \text{ m}^3/\text{s}$  (gasto correspondiente al centroide del hidrograma).

Los resultados del análisis se muestran a continuación:

Tiempo (min)	Hidrograma de entrada (m <sup>3</sup> /s)	Método Hidráulico (m <sup>3</sup> /s)	Método de Muskingum-Cunge (m <sup>3</sup> /s)			
			MCPV	MC 100	MC 50	MC 25
0	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00
400	35.00	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00
800	60.00	10.00	10.00	10.02	10.00	10.00
1200	85.00	10.00	10.00	11.12	10.20	10.00
1600	93.30	10.01	10.00	16.09	13.20	10.01
2000	76.70	10.01	10.17	17.33	21.71	12.76
2400	60.00	8.20	13.26	69.67	13.75	24.30
2800	43.33	40.20	34.04	80.60	67.42	44.66
3200	26.70	68.30	67.86	<b>85.11</b>	<b>82.52</b>	67.85
3600	10.00	<b>76.80</b>	<b>82.30</b>	74.96	81.87	<b>83.43</b>
4000	10.00	74.00	77.97	59.41	69.98	82.42
4400	10.00	68.70	66.87	42.87	54.22	70.11
4800	10.00	58.10	55.67	26.94	37.80	54.19
5200	10.00	43.90	44.23	15.59	23.15	37.68
5600	10.00	33.50	34.81	11.09	14.15	22.79
6000	10.00	24.70	26.98	10.13	10.86	13.82
6400	10.00	18.10	20.85	10.01	10.12	10.73
6800	10.00	13.80	16.41	10.00	10.01	10.10
7200	10.00	11.50	13.46	10.00	10.01	10.01
7600	10.00	10.40	10.98	10.00	10.02	10.00
8000	10.00	10.10	10.24	10.00	10.00	10.00
8400	10.00	10.00	10.04	10.00	10.00	10.00
8800	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00
9200	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00
9600	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00
10000	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00

Tabla 3.4 Resultados del tránsito de la avenida, con parámetros constantes y variables

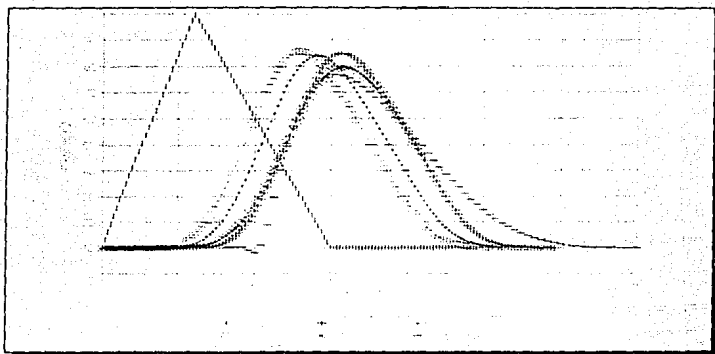


Figura 3.6 Resultados del tránsito de la avenida, tomando constantes y variables los coeficientes  $\alpha$  y  $\mu$

Cuadro VII Síntesis de resultados (parámetros constantes y variables)

Hidrograma	Longitud (km)	Método	$\Delta x$ (km)	$\Delta t$ (min)	$Q_{0.50}$ (m <sup>3</sup> /s)	$t_{0.50}$ (hrs)	Conservación de masa (%)
A	---	entrada	---	---	104.00	24.00	---
B	200	hidráulico	10	5.00	76.90	60.50	99.99
C	200	MC'PV	10	50.00	2.53	60.53	96.56
D	200	MC'100	10	50.00	5.70	51.67	99.48
E	200	MC'50	10	50.00	84.13	56.67	99.82
F	200	MC'25	10	50.00	84.97	62.50	99.85

Como se muestra en la figura 3.6, la suposición de parámetros constantes hace que la solución dependa del valor del gasto seleccionado para evaluar esos parámetros. Una aproximación física más realista es considerar que los parámetros varían en el tiempo y el espacio en función del gasto, aunque esto implica un mayor tiempo de cálculo.



El análisis de los resultados, del ejemplo anterior, mostrados en la figura 3.6 y el cuadro VII, hace posible las conclusiones siguientes:

- El método de Muskingum-Cunge con parámetros variables muestra resultados que caen dentro del rango definido al realizar los cálculos suponiendo parámetros constantes.

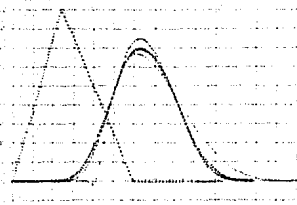
- El método de Muskingum-Cunge con parámetros constantes muestra resultados (gasto máximo y tiempo de pico) que dependen del valor del gasto seleccionado para evaluar los parámetros constantes.

#### 3.2.4.2 Efecto de cada parámetro

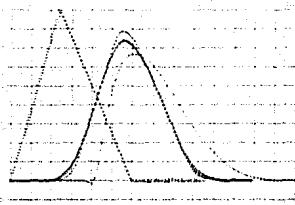
Debido a los resultados obtenidos, es un hecho que la forma de calcular los parámetros del método define su precisión<sup>18ref. 61</sup>, por lo que a continuación se realiza un análisis de sensibilidad con respecto a estos parámetros.

Para llevar a cabo el objetivo anterior, se seleccionan tres gastos dentro del rango del hidrograma de entrada (en este caso  $Q = 25, 50$  y  $100 \text{ m}^3/\text{s}$ ). A continuación, y utilizando las ecuaciones 2.11 y 2.12, se calcula manualmente el valor de los coeficientes " $\omega$ " y " $\mu$ ", correspondiente a cada gasto y se realizan cálculos con cada uno de los valores tomándolos como constante tanto en tiempo como en espacio, esto es, para la primera simulación se toman los valores de  $\omega_{25}$  y  $\mu_{25}$ , después los de  $\omega_{50}$  y  $\mu_{50}$ , ... ,  $\omega_{100}$  y  $\mu_{100}$  y finalmente  $\omega_{100}$  y  $\mu_{100}$ .

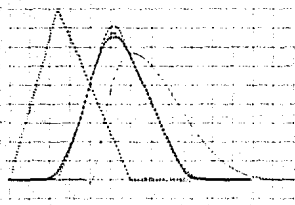
Finalmente, al dibujar las gráficas correspondientes a cada una de las simulaciones, en diferentes secciones, es fácil observar el efecto de cada parámetro, a lo largo del cauce. Así, por ejemplo, la figura 3.7a muestra los resultados obtenidos en la sección no 7, al tomar constante " $\omega_{25}$ " (el valor obtenido para el coeficiente de traslación con un gasto de  $25 \text{ m}^3/\text{s}$ ) y hacer variar el coeficiente de difusividad " $\mu$ " (de acuerdo con el gasto correspondiente en la simulación, esto es,  $\mu = f(Q)$ ). Las demás figuras siguen la misma metodología.



$$a) \omega = f(Q_{25}) = 1.773$$

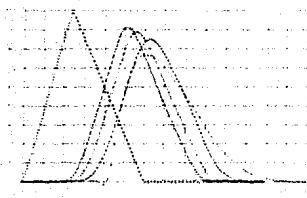


$$b) \omega = f(Q_{50}) = 1.788$$

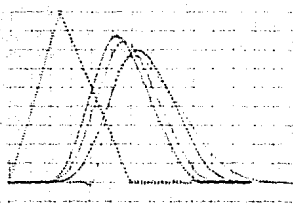


$$c) \omega = f(Q_{100}) = 2.0981$$

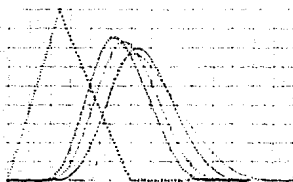
Figura 3.7 Simulaciones del tránsito de la avenida con  $\omega = cte.$



$$a) \mu = f(Q_{25}) = 3,906$$



$$b) \mu = f(Q_{50}) = 7,813$$



$$c) \mu = f(Q_{75}) = 15,625$$

Figura 3.8 Simulaciones del tránsito de la avenida con  $\mu = cte$ .

Cuadro VIII Variación de los parámetros " $\omega$ " y " $\mu$ "

$\mu$ \ $\omega$	$\omega_{25} = 1.473$		$\omega_5 = 1.788$		$\omega_{100} = 2.098$	
	Q (m <sup>3</sup> /s)	t (min)	Q (m <sup>3</sup> /s)	t (min)	Q (m <sup>3</sup> /s)	t (min)
$\mu_{25} = 3.906$	84.97	3.750	88.76	3.350	91.14	3.050
$\mu_{50} = 7.813$	79.67	3.800	84.13	3.400	87.53	3.100
$\mu_{100} = 15.625$	79.67	3.800	83.20	3.400	85.70	3.100

Al analizar los resultados anteriores se observa que cuando el coeficiente de traslación " $\omega$ " permanece constante y el de difusividad " $\mu$ " varía, el tiempo de ocurrencia del gasto máximo de la avenida prácticamente coincide; al mismo tiempo, conforme " $\mu$ " aumenta el gasto máximo disminuye. Por el contrario, cuando " $\omega$ " varía y " $\mu$ " permanece constante existen diferencias tanto en  $Q_{max}$  como en el tiempo en que éste ocurre.

Las observaciones anteriores coinciden con lo expresado en las ecuaciones 2.12 y 2.13, esto es, mientras que " $\omega$ " afecta a los dos parámetros del método de Muskingum "original" (tanto el coeficiente de almacenamiento "K" como el factor de peso de la relación entre los gastos de entrada y salida " $\epsilon$ "), " $\mu$ " sólo influye en el segundo. De lo anterior se deduce que el método de Muskingum-Cunge es más sensible al coeficiente de traslación, por lo que se debe tener mayor cuidado al evaluarlo.

Un último comentario con respecto al tiempo ocurrencia del pico de la avenida:

Se observa que a este respecto, las simulaciones que mejor se apegan al resultado del método hidráulico, son las referentes a  $\mu_{25}$ . La posible explicación a esto es que, lejos de tomar un gasto medio del hidrograma (para el ejemplo 50 m<sup>3</sup>/s), es más conveniente tomar, aproximadamente, el gasto correspondiente al centroide del hidrograma (en este caso, alrededor de 30 m<sup>3</sup>/s), con lo que para el tiempo de pico, se obtendrá un mejor resultado.

### 3.2.5 Determinación de la importancia de la condición de frontera aguas abajo

La principal limitante del método de Muskingum-Cunge es su consideración de flujo uniforme, lo que implica trabajar siempre con tirantes normales. Al mismo tiempo, es claro que en el extremo final de aguas abajo, la condición de frontera tendrá mayor o menor influencia de acuerdo con el (los) valor(es) real(es) que deba tomar.

Dado que los resultados obtenidos con el método de Muskingum-Cunge no se modifican al variar la condición de frontera de aguas abajo, para analizar el efecto de esa limitante, se realizan simulaciones con el modelo hidráulico; haciendo variar la condición de frontera al final del cauce. Las opciones propuestas son:

- Ley de descargas-tirantes normales ( $Q-Y_{normal}$ )
- Ley de descargas-tirantes críticos ( $Q-Y_{critico}$ )
- Tirante constante grande
- Tirante constante medio
- Tirante constante chico

Las dos primeras son de la forma:

$$Y = K_0 Q^{ex}$$

Ley	$K_0$	ex
$Q-Y_{normal}$	0.29617	0.70707
$Q-Y_{critico}$	0.10064	0.66667

Por otra parte, el valor para los tirantes constantes es:

- Tirante grande,  $Y = 35.00$  m
- Tirante medio,  $Y = 10.00$  m
- Tirante chico,  $Y = 5.50$  m

Para realizar un mejor análisis de las simulaciones, se presentan resultados en varias secciones a lo largo del canal (figura 3.9), de la siguiente forma:

- En la tabla 3.5 los gastos estimados en la última sección para cada una de las diferentes condiciones de frontera (Muskingum-Cunge, ley de descarga "Q-Y" y tirante constante).
- En la figura 3.10, se muestran los gastos (lado izquierdo) y tirantes (lado derecho), correspondientes a las secciones no 7, 14 y 21, calculados para las condiciones de frontera con ley de descarga, Q - Y, además del método de Muskingum-Cunge. Posteriormente (figura 3.11), se presentan los resultados obtenidos al simular condiciones de frontera con nivel constante.

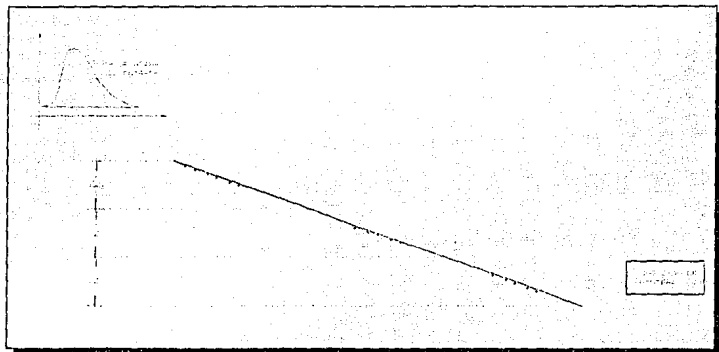


Figura 3.9 Ubicación de las secciones que presentan resultados de las simulaciones para diferentes condiciones de frontera

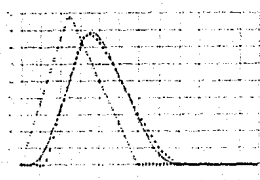
Tiempo (min)	Hidrograma de entrada (m <sup>3</sup> /s)	Método M - C (m <sup>3</sup> /s)	Método Hidráulico (m <sup>3</sup> /s)				
			Q-Y	Q-Y	Y = 35 m	Y = 40 m	Y = 5,50 m
0	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00
400	35.00	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00
800	60.00	10.00	10.00	10.00	9.50	10.00	10.00
1200	85.00	10.00	10.00	10.00	8.60	10.00	10.00
1600	<b>93.30</b>	10.00	10.00	10.00	24.30	9.90	10.00
2000	76.70	10.00	10.10	10.10	28.30	9.90	10.40
2400	60.00	13.26	8.20	9.80	70.10	20.50	10.70
2800	43.30	33.60	40.26	27.80	<b>80.00</b>	81.00	47.57
3200	26.70	67.86	68.30	82.40	77.00	73.80	71.24
3600	10.00	<b>82.30</b>	<b>76.80</b>	68.40	68.40	<b>77.50</b>	<b>77.36</b>
4000	10.00	77.97	74.00	<b>68.20</b>	55.10	72.30	73.38
4400	10.00	60.87	65.70	64.70	40.30	62.50	64.30
4800	10.00	55.07	55.10	57.70	28.90	50.90	53.16
5200	10.00	44.23	43.90	49.00	15.20	39.30	41.70
5600	10.00	34.81	33.50	40.00	11.00	28.70	31.36
6000	10.00	26.98	24.70	31.80	10.10	20.20	22.75
6400	10.00	20.85	18.10	24.80	10.00	14.60	16.52
6800	10.00	16.41	13.80	19.50	10.00	11.60	12.69
7200	10.00	13.40	11.50	15.80	10.00	10.40	10.85
7600	10.00	11.57	10.40	12.70	10.00	10.10	10.20
8000	10.00	10.60	10.10	10.80	10.00	10.00	10.04
8400	10.00	10.19	10.00	10.20	10.00	10.00	10.00
8800	10.00	10.05	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00
9200	10.00	10.01	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00
9600	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00
10000	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00

Tabla 3.5 Resultados de las simulaciones variando la condición de frontera aguas abajo

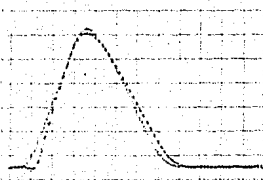
Gastos

SECCION No. 7

Tirantes

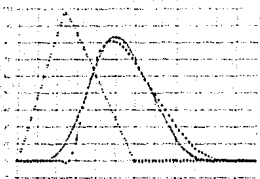


a)

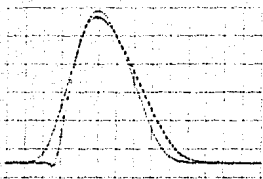


b)

SECCION No. 14

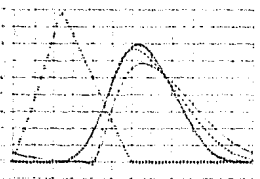


c)

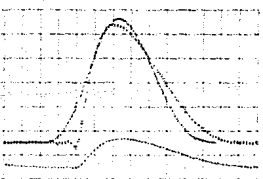


d)

SECCION No. 21



e)



f)

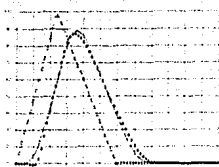
Figura 3.10 Resultados de la simulación cambiando la condición de frontera aguas abajo (ley de descargas  $Q-V$ )



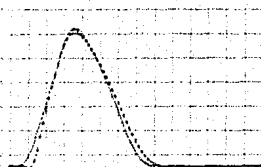
Gastos

SECCION No. 7

Tirantes

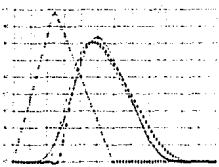


a)

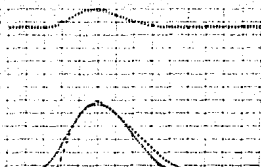


b)

SECCION No. 14

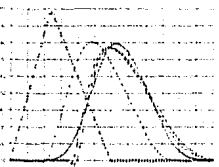


c)

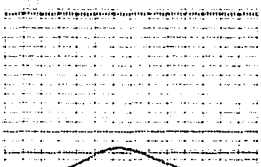


d)

SECCION No. 21



e)



f)

Figura 3.11 Resultados de la simulación cambiando la condición de frontera aguas abajo (tirante constante)

Hidrograma	Longitud (km)	$\Delta x$ (km)	Método	Condición de frontera	$Q_{max}$ (m <sup>3</sup> /s)	$t_p$ (hrs)	Conservación de masa (%)
A	---	---	entrada	---	100,00	24,00	---
B	200	10	M-C	---	79,67	63,33	97,33
C	200	10	hidráulico	Q-Y <sub>35</sub>	76,90	60,32	99,99
D	200	10	hidráulico	Q-Y <sub>10</sub>	68,30	65,08	99,32
E	200	10	hidráulico	Y = 35 m	80,40	47,78	99,99
F	200	10	hidráulico	Y = 10 m	77,70	58,58	99,99
G	200	10	hidráulico	Y = 5,50 m	77,36	60,00	99,99

Al analizar los resultados que se muestran en las figuras 3.10 y 3.11, se puede concluir que la atenuación y el defasamiento del hidrograma en las primeras secciones son, en todos los casos, muy similares: sin embargo, conforme la onda de la avenida avanza hacia aguas abajo, los resultados difieren más entre sí, (sobre todo el método de Muskingum-Cunge, que no toma en cuenta la condición que existe aguas abajo y, por lo tanto, desprecia el efecto que se produce, como se muestra en el lado izquierdo de las figuras 3.10 y 3.11).

Se observa claramente que conforme el tiempo de ocurrencia del pico de la avenida disminuye, la atenuación del  $Q_{max}$  es menor, y viceversa, esto es que a mayor atenuación mayor tiempo de pico. Lo anterior se atribuye a lo siguiente: a medida que la atenuación disminuye (el hidrograma en cualquier sección se parece más al de aguas arriba, esto es, experimenta una menor regulación), los tirantes en el canal son mayores (puesto que la regulación del gasto es mínima y sigue pasando un caudal similar al registrado en la sección de aguas arriba), produciendo celeridades relativamente grandes, lo que implica que la avenida se traslade más rápido y el pico de la misma se presente en un tiempo menor (de otra forma, si el gasto se regulara más, esto es, la atenuación fuera mayor, el caudal disminuiría con respecto a la sección anterior y los tirantes decrementarían su valor, trayendo consigo

celeridades menores).

Con la finalidad de explicar lo anterior, se analizan los tirantes resultantes de las simulaciones en cuestión. Se observa que en las primeras secciones los resultados son similares, pero conforme aumenta la influencia del nivel del agua en el extremo aguas abajo, los resultados difieren más (como se aprecia en el lado derecho de las figuras 3.10 y 3.11). Más aún, las mayores variaciones se presentan con respecto a la condición de frontera con tirante constante. Debido, quizás, al remanso en el extremo de aguas abajo del cauce, esto se retomará en el siguiente punto de análisis (pendiente del cauce).

Para ejemplificar lo que se menciona en el párrafo anterior, se toman como ejemplo los resultados obtenidos al simular la condición de frontera como tirante constante,  $Y=35$  m, y se plantea el esquema mostrado en la siguiente figura.

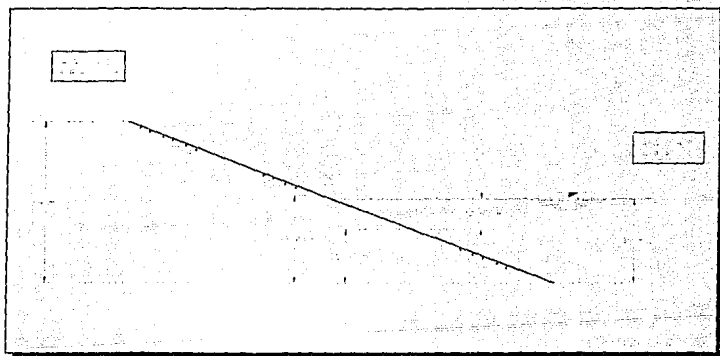


Figura 3.12 Interpretación del efecto debido a una frontera de tirante constante

En la figura se observa que la influencia del nivel de 35 m, aguas abajo del canal, se manifiesta como un remanso que afecta el comportamiento del flujo desde la sección final.

hasta poco después de la sección no 10. Al analizar los resultados obtenidos en la sección no 14, se observa que el tirante de 12.60 m (figura 3.11 d) es precisamente el colchón de agua esperado en esa sección, debido a su nivel respecto del P.H.C. (22.40 m). Con lo anterior, parece que las diferencias comienzan en la sección que queda aguas abajo del punto hasta donde llega el remanso producido por el tirante constante. De esa sección en adelante las diferencias entre los resultados obtenidos con el método de Muskingum-Cunge y el esquema hidráulico aumentan conforme se está más cerca de la frontera.

Es importante resaltar el resultado obtenido con el método de Muskingum-Cunge es de los que menor atenuación presenta, y contrariamente a lo expresado en párrafos anteriores, es también de los que muestra un tiempo mayor para la ocurrencia del pico.

Los resultados anteriores obligan a realizar un siguiente análisis: tratar de ubicar la sección a partir de la cual, los resultados del M-C ya no son válidos (o bien, disminuye su confiabilidad), para ello en el siguiente punto se analiza el efecto combinado de la condición de frontera aguas abajo y la pendiente del fondo del canal, tratando de ubicar la mencionada sección.

### 3.2.6 Determinación de la importancia de la pendiente del cauce

Para este análisis se trabaja con un mismo canal, pero con diferentes pendientes. Así, las pendientes que se adoptan son:

- $S = 0.000032$
- $S = 0.00032$  (resultados del inciso 3.2.5)
- $S = 0.001$

Como se pudo observar en el inciso anterior, el nivel del agua en el extremo final del cauce, tienen gran repercusión en los resultados de la simulación, por lo que al combinar ambos parámetros (pendiente y frontera inferior), se espera una acentuación o disminución de sus efectos. Las condiciones de frontera a considerar son las mismas que en el inciso anterior, pero los coeficientes de cada ley de descarga se modifican de acuerdo con la pendiente en cuestión.

Pendiente	Ley de descarga				Tirante constante <sup>5</sup>
	$Q - Y_{crítico}$		$Q - Y_{crítico}^*$		$Y = cte$ (m)
	$K_n$	ex	$K_n$	ex	
0.000032	0.550395	0.780712	0.10064	0.606669	35
0.00032	0.296171	0.70707			
0.001	0.217481	0.679932			

Los resultados se muestran en la tablas 3.6 y 3.7 y en las figuras 3.13, 3.14 y 3.15.

<sup>5</sup> Para estas simulaciones sólo se trabaja con un valor para el tirante constante

<sup>6</sup> Se debe recordar que el tirante crítico es independiente de la inclinación del fondo de la plantilla y sólo influye en él la geometría de la sección del canal.

Tiempo (min)	Histograma de entrada (m <sup>3</sup> /s)	S = 0.000032				S = 0.00032				S = 0.003			
		M - C (m <sup>3</sup> /s)	Hidráulico (m/s)		M - C (m <sup>3</sup> /s)	Hidráulico (m/s)		M - C (m <sup>3</sup> /s)	Hidráulico (m/s)				
			Q-Y <sub>1</sub>	Q-Y <sub>2</sub>		Q-Y <sub>1</sub>	Q-Y <sub>2</sub>		Q-Y <sub>1</sub>	Q-Y <sub>2</sub>			
0	10.00	10.00	10.00	10.38	10.00	10.38	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00		
500	41.25	10.00	10.00	10.38	10.00	10.38	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00		
1000	72.50	10.00	10.00	10.34	10.00	10.34	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00		
1500	97.50	10.00	10.01	10.31	10.00	10.31	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00		
2000	76.67	10.00	10.01	10.29	10.00	10.29	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00		
2500	55.83	10.00	10.00	10.30	10.00	10.30	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00		
3000	35.00	10.00	10.00	10.32	10.00	10.32	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00		
3500	14.17	10.02	10.00	10.34	10.00	10.34	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00		
4000	10.00	10.00	10.00	10.38	10.00	10.38	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00		
4500	10.00	10.00	10.00	10.39	10.00	10.39	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00		
5000	10.00	10.00	10.00	10.39	10.00	10.39	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00		
5500	10.00	10.00	10.00	10.39	10.00	10.39	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00		
6000	10.00	10.00	10.00	10.39	10.00	10.39	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00		
6500	10.00	10.00	10.00	10.39	10.00	10.39	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00		
7000	10.00	10.00	10.00	10.39	10.00	10.39	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00		
7500	10.00	10.00	10.00	10.39	10.00	10.39	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00		
8000	10.00	10.00	10.00	10.39	10.00	10.39	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00		
8500	10.00	10.00	10.00	10.39	10.00	10.39	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00		
9000	10.00	10.00	10.00	10.39	10.00	10.39	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00		
9500	10.00	10.00	10.00	10.39	10.00	10.39	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00		
10000	10.00	10.00	10.00	10.39	10.00	10.39	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00		
10500	10.00	10.00	10.00	10.39	10.00	10.39	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00		
11000	10.00	10.00	10.00	10.39	10.00	10.39	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00		
11500	10.00	10.00	10.00	10.39	10.00	10.39	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00		
12000	10.00	10.00	10.00	10.39	10.00	10.39	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00		
12500	10.00	10.00	10.00	10.39	10.00	10.39	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00		
13000	10.00	10.00	10.00	10.39	10.00	10.39	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00		
13500	10.00	10.00	10.00	10.39	10.00	10.39	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00		
14000	10.00	10.00	10.00	10.39	10.00	10.39	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00		

Tabla 3.6 Resultados de las simulaciones variando la pendiente del cauce, con ley Q-Y como condición de frontera

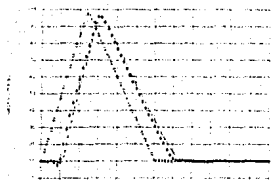
Tiempo (min)	Hidrograma de entrada (m <sup>3</sup> /s)	S = 0.000012		S = 0.000012		S = 0.0001	
		M + C (m <sup>3</sup> /s)	Hidráulico (m <sup>3</sup> /s) Y = 35 m	M + C (m <sup>3</sup> /s)	Hidráulico (m <sup>3</sup> /s) Y = 35 m	M + C (m <sup>3</sup> /s)	Hidráulico (m <sup>3</sup> /s) Y = 35 m
0	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00
500	41.25	10.00	29.06	20.00	20.00	20.00	10.00
1000	72.50	10.00	52.50	20.00	32.50	20.00	20.00
1500	97.50	10.00	74.00	21.00	53.00	20.00	7.00
2000	76.67	10.00	85.00	20.17	48.50	20.00	61.50
2500	55.83	10.00	75.20	20.50	33.80	21.50	92.70
3000	35.00	10.00	52.50	22.22	30.15	30.31	43.30
3500	14.17	10.00	20.00	30.00	21.21	22.17	64.30
4000	10.00	10.15	6.75	33.67	15.35	15.72	46.10
4500	10.00	10.06	10.00	63.88	36.63	40.94	29.30
5000	10.00	14.45	10.50	40.40	19.83	28.49	15.30
5500	10.00	22.23	9.00	27.02	11.55	18.06	8.80
6000	10.00	36.28	10.00	26.98	10.23	12.84	9.70
6500	10.00	47.49	10.00	19.50	10.01	10.27	10.00
7000	10.00	54.27	10.00	14.74	10.00	10.01	10.00
7500	10.00	54.07	10.00	11.50	10.00	10.00	10.00
8000	10.00	51.61	10.00	10.02	10.00	10.00	10.00
8500	10.00	46.18	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00
9000	10.00	40.16	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00
9500	10.00	34.43	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00
10000	10.00	29.54	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00
10500	10.00	25.15	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00
11000	10.00	21.68	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00
11500	10.00	18.88	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00
12000	10.00	16.60	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00
12500	10.00	14.91	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00
13000	10.00	13.55	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00
13500	10.00	12.52	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00
14000	10.00	11.75	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00

*Tabla 3.7 Resultados de las simulaciones variando la pendiente del cauce, con tirante constante como condición de frontera*

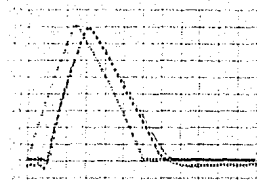
Gastos

$$S = 0.001$$

Tirantes

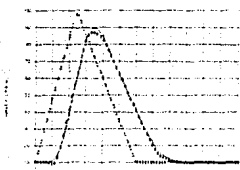


a)

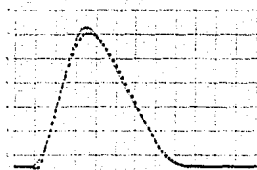


b)

$$S = 0.00032$$

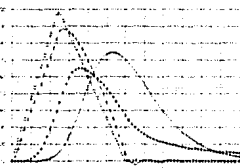


c)

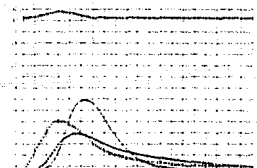


d)

$$S = 0.000032$$



e)



f)

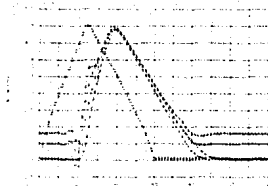
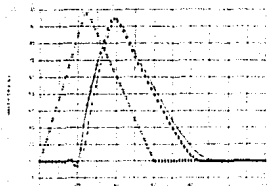
Figura 3.13 Resultados de la simulación combinando el efecto de la pendiente del cauce y la frontera inferior (sección no 7)



Gastos

$$S = 0.001$$

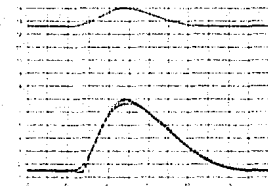
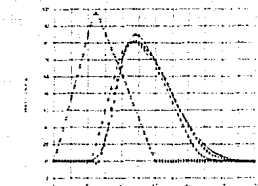
Tirantes



a)

b)

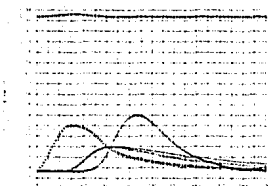
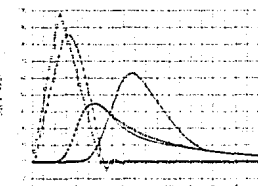
$$S = 0.00032$$



c)

d)

$$S = 0.000032$$



e)

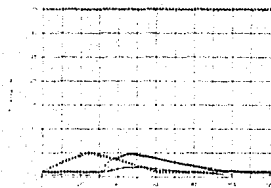
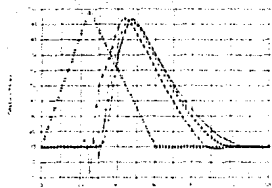
f)

Figura 3.14 Resultados de la simulación combinando el efecto de la pendiente del cauce y la frontera inferior (sección no 14)

Gastos

$$S = 0.001$$

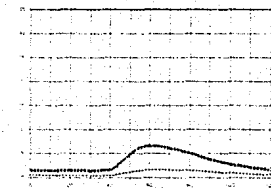
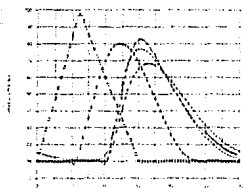
Tirantes



a)

b)

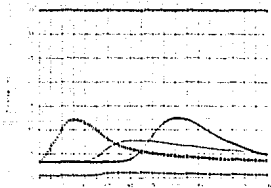
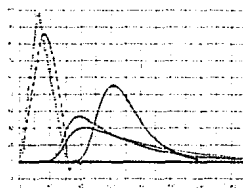
$$S = 0.00032$$



c)

d)

$$S = 0.000032$$



e)

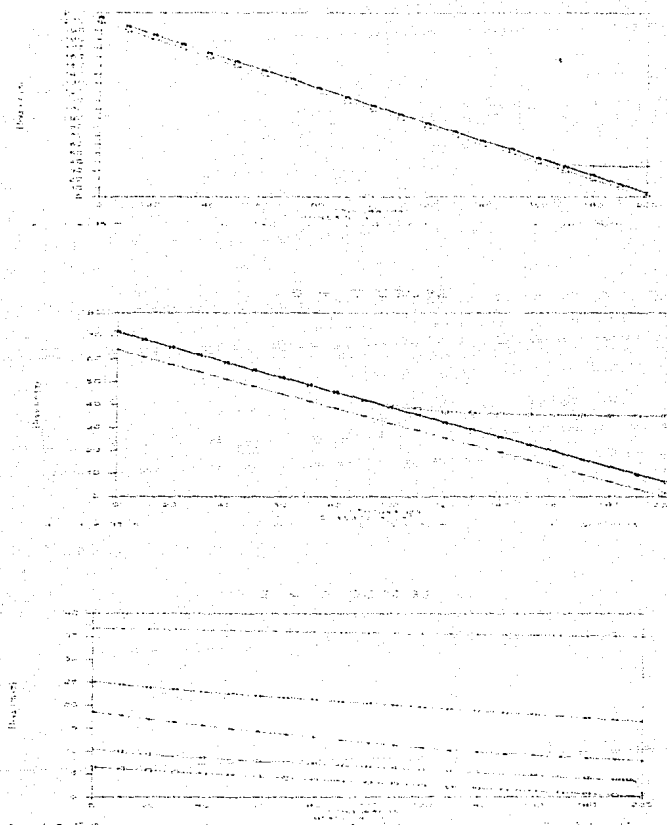
f)

Figura 3.15 Resultados de la simulación combinando el efecto de la pendiente del cauce y la frontera inferior (sección no 21)

Se observa que con una pendiente muy suave, los efectos de la condición de frontera se magnifican, así por ejemplo, para  $S = 0.000032$ , un tirante alto en la frontera ( $Y \approx 35$  m) repercute a todo lo largo del canal (200 km), debido a que desde las primeras secciones existe diferencia entre los tirantes calculados con el método de Muskingum-Cunge y los calculados con el esquema hidráulico (figuras 3.13f, 3.14f y 3.15f), y consecuentemente entre los gastos regulados de los hidrogramas (figuras 3.13e, 3.14e y 3.15e), al mismo tiempo el problema se acentúa a medida que la onda de la creciente viaja hacia aguas abajo. Por el contrario, al tener una pendiente fuerte,  $S=0.001$ , los resultados obtenidos con cada método son muy similares entre sí (figuras 3.13a y b, 3.14a y b y 3.15a y b).

Con lo anterior, se vuelve a concluir que debido a su concepción misma (cálculo de aguas arriba hacia aguas abajo), los resultados del método de Muskingum-Cunge son mejores cuando las condiciones hidráulicas corresponden a una pendiente fuerte (subcrítica).

Más aún, de acuerdo con los resultados que se muestran en páginas anteriores (50 a 54), es claro que el efecto producido por una frontera de tirante constante, aumenta o disminuye de acuerdo con la pendiente del cauce (figuras 3.16 y 3.17), esto implica que la simulación mediante el método de Muskingum-Cunge se puede considerar "válida", aproximadamente, hasta la sección en que no haya efecto del nivel de la frontera inferior. Con lo anterior se ve que entre mayor sea la pendiente, el tramo influenciado por el tirante constante, es menor, y viceversa. Por su parte, cuando en la frontera exista una ley gastos-tirantes, es factible considerar que los resultados del método de Muskingum-Cunge tenderán a ser más parecidos a los "reales" (método hidráulico), cuanto mayor sea la pendiente del fondo del cauce.



**Figura 3.16** *Perfiles máximos del agua a lo largo del canal (variando la frontera inferior y la pendiente del cauce)*

Las figuras 3.16 demuestran que de acuerdo con la pendiente, la influencia de la frontera en la sección de aguas abajo aumenta conforme la primera disminuye, y viceversa, con lo que, en definitiva, los resultados del Muskingum-Cunge dejan de ser válidos a partir de la sección en la cual el efecto de la frontera es mayor que el tirante máximo producido por la avenida. Más aún, es factible que desde la sección en la que dicho efecto es mayor siquiera que el tirante para gasto base, comiencen las diferencias en los resultados.

Lo anterior queda de manifiesto con el esquema que se muestra en la figura 3.17.

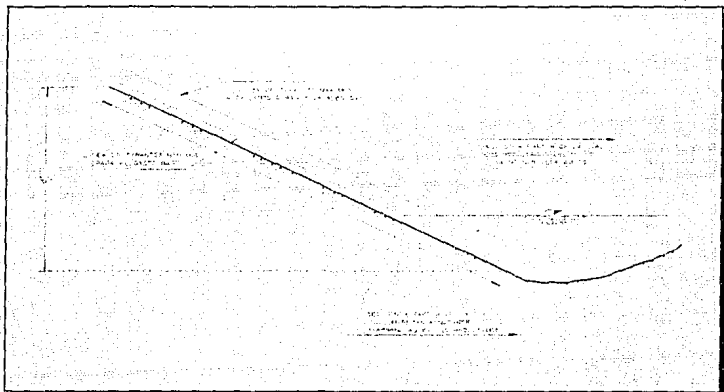


Figura 3.17 Interpretación de resultados al combinar los efectos de la pendiente del cauce con la condición de frontera

### 3.2.7 Determinación de la influencia de corrientes tributarias

En todos los modelos para el tránsito de avenidas existe la pregunta ¿Es posible representar la entrada de flujo lateral<sup>7</sup> y/o corrientes tributarias<sup>8</sup> en un cauce?

Una condición inicial para llevar a cabo lo anterior es aforar el volumen de escurrimiento tanto en el cauce principal como en los afluentes y/o la aportación lateral para conocer la cantidad y la proporción con la que ingresan los volúmenes de agua al sistema de ríos planteado, con la finalidad de llevar a cabo una representación lo más fielmente que sea posible (figura 3.18).

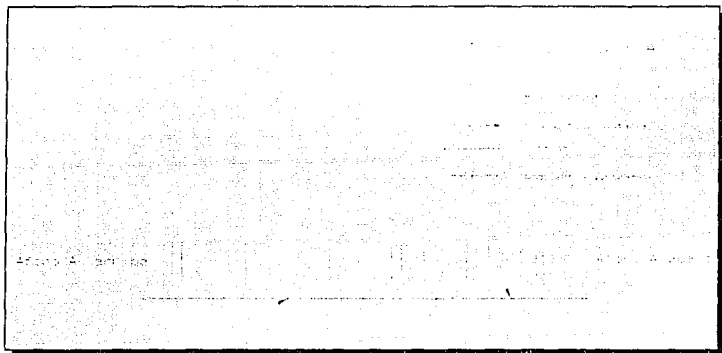


Figura 3.18 Estructura típica de un modelo para el tránsito de avenidas en un río

Para simular los volúmenes de entrada por concepto de aportación lateral, primero se debe cuantificar ésta, generalmente con ayuda de un modelo lluvia-escurrimiento, y después

- 
- <sup>7</sup> El concepto de *flujo o aportación lateral*, se refiere al gasto adicionado por concepto de lluvia al que escurre sobre el cauce principal y sus afluentes.
- <sup>8</sup> La interpretación de *corriente tributaria* corresponde al gasto que escurre sobre los afluentes y es adicionado al que corre sobre el cauce principal.

se "distribuye" a lo largo del cauce (proporcionalmente con el tamaño de la subcuenca correspondiente a cada subtramo).

Por su parte, la aportación de corrientes tributarias se toma en cuenta transitando la avenida sobre el afluente y adicionando el hidrograma resultante al caudal que escurra por el cauce principal.

Con la finalidad de estimar el grado de aproximación que se obtiene al utilizar el método de Muskingum-Cunge para simular un cauce principal que cuenta con la aportación de un afluente<sup>9</sup>, se realiza un planteamiento similar al que se ha venido manejando, con la diferencia de que ahora, en la sección no 11 existe un afluente (figura 3.19).

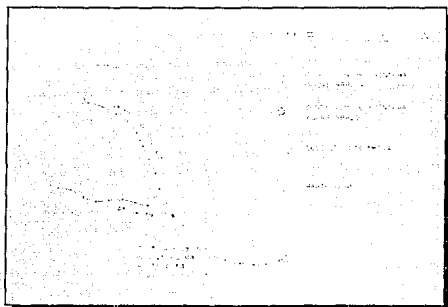


Figura 3.19 Arreglo para simular el tránsito de avenidas en cauces con aportación de tributarios

Los datos generales para la simulación del esquema planteado, en el caso del cauce principal, son los mismos que los utilizados en el caso anterior (inciso 3.2), mientras que los

<sup>9</sup> En el ejemplo sólo se simula la existencia de aportación producida por un afluente y no se considera aquella producto de lluvia (lateral).

correspondientes al afluente se enlistan a continuación: una longitud de desarrollo de 45 km, dividido en nueve subtramos de 5.000 m c/u, con una pendiente del fondo igual al doble de la del cauce principal (según sea el caso, como se verá más adelante) y una rugosidad media  $n = 0.030$ . Además, en la primera sección de la corriente tributaria ingresa un hidrograma como el que se muestra en la figura 3.20.

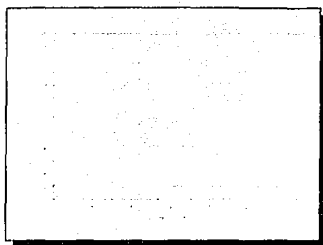


Figura 3.20 Hidrograma de entrada en la primera sección del afluente

Debido a que el método de Muskingum-Cunge no puede transitar simultáneamente las avenidas en el cauce principal y en los afluentes, la metodología a seguir es la siguiente:

- Las simulaciones se realizan por separado, pero tomando en cuenta las diferencias en los tiempos de recorrido de las avenidas, tanto en el cauce principal como en el afluente.
- El hidrograma de entrada al afluente (figura 3.20) es transitado a lo largo del mismo; posteriormente se integra al cauce principal en la sección no 11, como una aportación lateral, definida mediante un hidrograma (el resultante del tránsito en el mismo afluente).
- El resultado final de la simulación de todo el sistema de ríos, será el que se obtenga de simular el cauce principal junto con la aportación lateral mencionada en el punto anterior (producto del tránsito en el afluente).

Las condiciones de frontera a simular son un tirante constante de 35.00 m y una ley Q-Y normales. Para establecer los efectos producidos por el cauce principal a su afluente, se realiza la simulación con las pendientes seleccionadas en el inciso 3.2.6. Los resultados se muestran en las tablas 3.8 y 3.9, así como en las figuras 3.20, 3.21, 3.22 y 3.23.



Tiempo (min)	Hid de entrada (cauce principal)	Hid de entrada (cauce 3)	S = 0.000032			S = 0.000032			S = 0.0001		
			M.C. (m/s)	V. 35 m (m/s)	Q.V. 35 m (m³/s)	M.C. (m/s)	V. 35 m (m/s)	Q.V. 35 m (m³/s)	M.C. (m/s)	V. 35 m (m/s)	Q.V. 35 m (m³/s)
0	10.00	8.00	24.88	28.00	24.86	28.00	28.00	28.00	28.00	28.00	28.00
500	41.25	36.25	24.92	41.26	41.66	37.48	26.24	28.00	28.00	24.08	24.71
1000	72.50	68.33	15.97	81.70	24.34	35.48	31.38	28.00	28.00	8.02	24.84
1500	97.50	17.50	24.94	97.68	28.26	28.00	31.78	24.02	28.00	88.70	22.15
2000	70.67	8.00	14.69	98.46	27.37	23.42	20.04	21.25	8.38	90.44	96.86
2500	55.83	8.00	15.02	88.71	21.47	33.47	84.24	39.89	101.12	107.87	105.09
3000	35.00	8.00	15.78	68.10	20.38	37.31	86.43	26.21	64.28	89.08	68.47
3500	14.17	8.00	16.44	37.01	17.13	89.78	24.21	87.54	26.21	69.60	28.12
4000	10.00	8.00	16.85	22.84	14.63	82.27	14.11	81.00	26.21	41.27	37.08
4500	10.00	8.00	20.04	18.81	10.26	68.22	14.87	69.94	40.10	34.88	42.01
5000	10.00	8.00	34.88	24.01	26.37	83.62	27.22	88.56	32.36	20.57	28.65
5500	10.00	8.00	44.26	18.07	28.07	41.60	27.10	81.87	22.17	24.78	37.80
6000	10.00	8.00	54.30	15.00	34.63	31.61	18.28	26.86	16.37	18.12	18.01
6500	10.00	8.00	61.34	15.00	37.47	23.11	15.10	21.21	15.17	15.00	14.68
7000	10.00	8.00	63.85	15.00	32.31	18.46	15.00	16.88	15.00	15.00	15.00
7500	10.00	8.00	62.02	18.00	31.28	16.71	15.00	15.38	15.00	15.00	15.00
8000	10.00	8.00	57.28	28.00	40.20	24.28	15.00	15.65	15.00	15.00	15.00
8500	10.00	8.00	51.91	22.00	29.39	28.64	15.00	15.00	15.00	15.00	15.00
9000	10.00	8.00	44.42	18.00	28.23	28.63	15.00	15.00	15.00	15.00	15.00
9500	10.00	8.00	38.42	18.00	27.24	28.00	15.00	15.00	15.00	15.00	15.00
10000	10.00	8.00	33.22	18.00	26.40	28.00	15.00	15.00	15.00	15.00	15.00
10500	10.00	8.00	28.92	18.00	25.62	28.00	15.00	15.00	15.00	15.00	15.00
11000	10.00	8.00	25.43	18.00	24.89	28.00	15.00	15.00	15.00	15.00	15.00
11500	10.00	8.00	22.67	18.00	24.20	28.00	15.00	15.00	15.00	15.00	15.00
12000	10.00	8.00	20.53	18.00	23.56	28.00	15.00	15.00	15.00	15.00	15.00
12500	10.00	8.00	18.90	18.00	22.97	28.00	15.00	15.00	15.00	15.00	15.00
13000	10.00	8.00	17.68	18.00	22.41	28.00	15.00	15.00	15.00	15.00	15.00
13500	10.00	8.00	16.80	18.00	21.88	28.00	15.00	15.00	15.00	15.00	15.00
14000	10.00	8.00	16.17	18.00	21.36	28.00	15.00	15.00	15.00	15.00	15.00

Tabla 3.8 Resultados de la simulación, considerando aportación de un tributario (sobre el cauce principal)

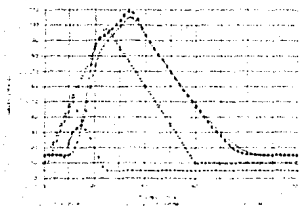
Tiempo (min)	Hid. de entrada (cauce principal)	Hid. de entrada (afluente)	S = 0.000032			S = 0.000032			S = 0.0001		
			M0 (m/s)	V. 35 m (m/s)	Q. Y. m3 (m3/s)	M0 (m/s)	V. 35 m (m/s)	Q. Y. m3 (m3/s)	M0 (m/s)	V. 35 m (m/s)	Q. Y. m3 (m3/s)
0	10.00	5.00	5.00	5.00	4.50	5.00	5.00	5.00	5.00	5.00	5.00
200	41.25	36.25	5.00	13.95	5.00	5.00	5.00	5.00	5.00	5.00	5.00
400	72.50	38.33	5.00	24.58	6.80	5.00	5.00	5.00	5.00	4.43	4.28
600	97.50	37.50	5.00	35.27	11.32	5.00	5.00	4.80	5.00	18.35	16.20
800	76.67	5.00	4.33	42.76	15.07	17.88	4.33	26.49	15.70	36.70	31.78
1000	55.83	5.00	7.21	35.70	17.50	17.88	43.03	4.33	44.08	46.35	45.70
1200	35.00	5.00	13.88	25.02	30.41	43.28	67.78	43.86	41.71	43.43	43.36
1400	14.17	5.00	23.67	15.89	58.70	74.77	85.70	37.48	31.67	36.33	36.14
1600	10.00	5.00	31.11	12.00	117.77	128.48	117.77	24.49	22.68	28.15	28.11
1800	10.00	5.00	32.87	6.80	150.00	171.43	150.00	11.87	11.86	20.67	20.68
2000	10.00	5.00	30.23	6.00	130.00	111.17	80.00	12.00	8.72	13.68	13.66
2200	10.00	5.00	25.66	7.71	112.00	112.00	4.00	8.00	8.70	8.80	8.80
2400	10.00	5.00	21.02	8.22	97.00	88.00	4.00	8.00	8.80	8.80	8.87
2600	10.00	5.00	16.90	8.00	77.00	80.00	8.70	8.00	8.42	8.42	8.42
2800	10.00	5.00	13.77	8.02	60.00	80.00	6.00	8.80	8.00	8.31	8.31
3000	10.00	5.00	11.31	8.68	48.00	80.00	6.00	6.38	8.00	8.28	8.27
3200	10.00	5.00	9.47	8.37	2.20	80.00	7.20	6.71	8.00	8.28	8.28
3400	10.00	5.00	8.11	8.00	3.00	80.00	7.00	6.38	8.00	8.17	8.17
3600	10.00	5.00	7.12	7.44	5.27	80.00	7.12	6.87	8.00	8.18	8.16
3800	10.00	5.00	6.42	6.78	6.00	80.00	7.00	6.80	8.00	8.18	8.18
4000	10.00	5.00	5.92	6.71	7.00	80.00	6.70	6.78	8.00	8.18	8.12
4200	10.00	5.00	5.50	6.42	8.32	80.00	6.80	6.64	8.00	8.18	8.18
4400	10.00	5.00	5.30	6.00	8.20	80.00	6.60	6.31	8.00	8.00	8.03
4600	10.00	5.00	5.25	6.00	8.15	80.00	6.20	6.00	8.00	8.18	8.13
4800	10.00	5.00	5.17	6.00	8.10	80.00	6.10	6.00	8.00	8.20	8.18
5000	10.00	5.00	5.11	6.00	8.00	80.00	6.00	6.00	8.00	8.12	8.04
5200	10.00	5.00	5.08	6.00	8.00	80.00	6.00	6.20	8.00	8.08	8.00
5400	10.00	5.00	5.02	6.00	8.00	80.00	6.00	6.00	8.00	8.02	8.00
5600	10.00	5.00	5.01	6.00	7.90	80.00	6.00	6.00	8.00	8.00	8.00

Tabla 3.9 Resultados de la simulación, considerando aportación de un tributario (sobre el afluente)

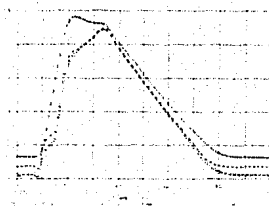
Gastos

$$S = 0.001$$

Tirantes

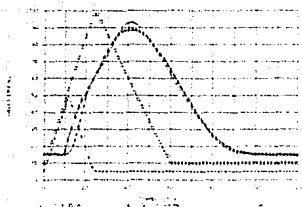


a)

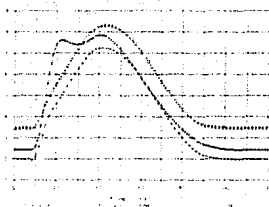


b)

$$S = 0.00032$$

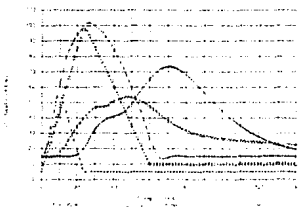


c)

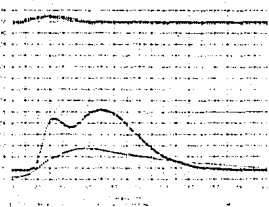


d)

$$S = 0.000032$$



e)



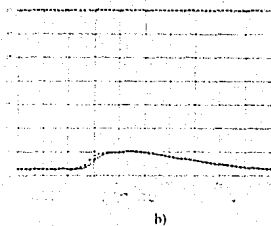
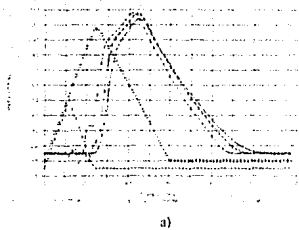
f)

Figura 3.21 Resultados de la simulación considerando aportación de un tributario (sección no 11, sobre el cauce principal)

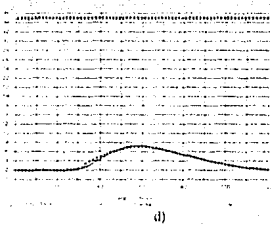
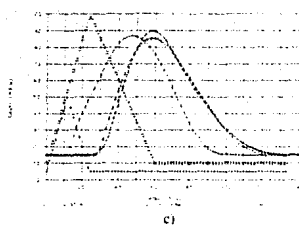
Gastos

$$S = 0.001$$

Tirantes



$$S = 0.00032$$



$$S = 0.000032$$

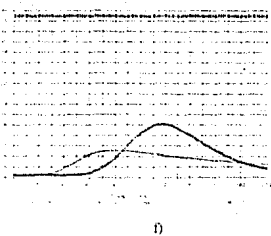
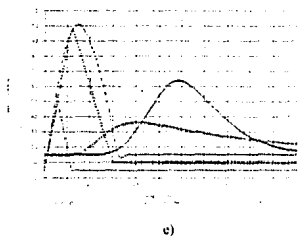
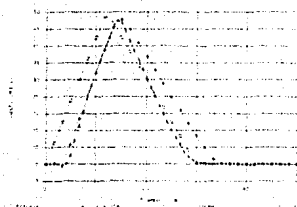


Figura 3.22 Resultados de la simulación considerando aportación de un tributario (sección no 21, sobre el cauce principal)

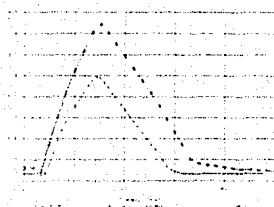
Gastos

$$S = 0.001$$

Tirantes

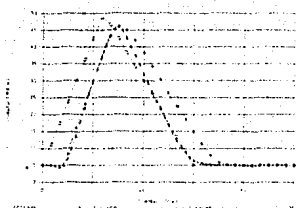


a)

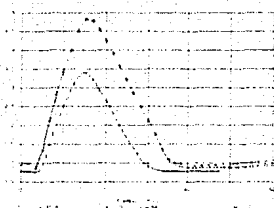


b)

$$S = 0.00064$$

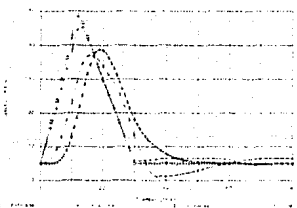


c)

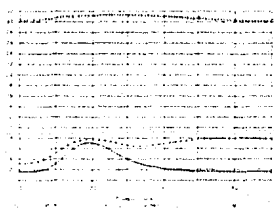


d)

$$S = 0.000064$$



e)



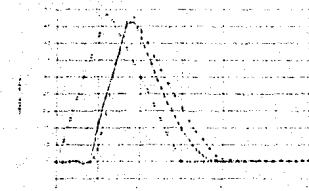
f)

Figura 3.23 Resultados de la simulación considerando aportación de un tributario (sección no 5, sobre el afluente)

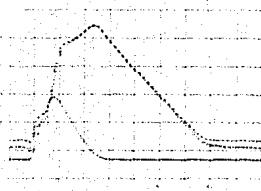
Gastos

$$S = 0.001$$

Tirantes

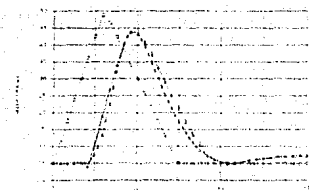


a)

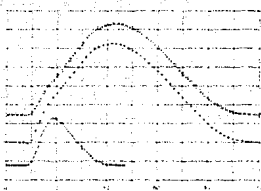


b)

$$S = 0.00064$$

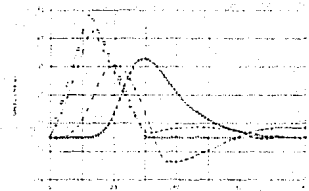


c)

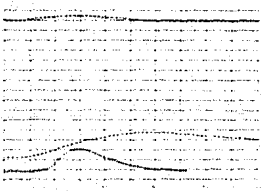


d)

$$S = 0.000064$$



e)



f)

Figura 3.24 Resultados de la simulación considerando aportación de un tributario (sección no 10, sobre el afluente)

Tal y como se esperaba, en esencia, los resultados sobre el tributario son similares a los del cauce principal (como se observa al comparar las figuras 3.21 con 3.23 y 3.22 con 3.24).

En general, como en las anteriores simulaciones, la reproducción de los hidrogramas mejora conforme aumenta la pendiente, y viceversa. Para este caso particular (con afluentes), el error se manifiesta principalmente en la confluencia y sobre el tributario, debido al efecto generado por el remanso que se forma sobre el afluente ya que al tener un caudal menor que el conducido por el río principal las elevaciones en éste son mayores que en aquél, lo que es equivalente al caso de frontera inferior de tirante constante alto. En lo referente a las elevaciones del agua, éstas varían (aumentando o disminuyendo), en función de la diferencia de gastos que conduzca uno y otro río.

Por último, es importante tener en cuenta que dependiendo del alcance que tenga la influencia de algún efecto, por ejemplo el remanso que pueda formarse debido a la combinación de los efectos provocados por una frontera aguas abajo con tirante constante y un valor "alto" para la pendiente del fondo del canal, éste puede ser más significativo que el correspondiente a la interacción con corrientes tributarias (como se muestra en las figuras 3.21 a 3.24), con lo que resulta que la interacción cauce principal-afluente, no proporciona las consecuencias más críticas.

De acuerdo con lo anterior, resulta claro que el problema a resolver por un modelo de tránsito de avenidas al tratar de simular la interacción de una corriente principal con afluentes, es interpretar de alguna manera ese efecto y cómo debe ser cuantificado.

## CONCLUSIONES

Una solución completa de las ecuaciones de Saint Venant parecería ser la solución ideal; sin embargo, algunas desventajas muy notable son, por ejemplo, la demanda de datos (no solo topográficos, sino también de rugosidades), los requerimientos de computación (tanto en el equipo<sup>10</sup> como en la programación de los algoritmos de solución) y, en la fase final, ya concebido el modelo, la calibración, esto es, inicializarlo de manera que se llegue a una condición de flujo establecido. Más aún, si el modelo más simple puede hacer el trabajo casi tan bien como modelos más elaborados, ¿Cuándo es conveniente aplicar estos últimos?

Debido a lo anterior, las ocasiones en las que es posible aplicar modelos hidráulicos son casos especiales: cuando los métodos más simples fallan claramente, o cuando son parte

---

<sup>10</sup> Hoy en día este aspecto parece estar casi resuelto, debido a las velocidades de procesamiento que se han alcanzado en los equipos de cómputo utilizados; sin embargo, la cuestión de programación sigue vigente (aún con las nuevas técnicas de integración para este caso específico).



de metodologías más complicadas, que hacen funcional su utilización. El ejemplo más claro se tiene cuando existe "influencia", de la zona de aguas abajo hacia la de aguas arriba, debida a marea, a tirantes altos (incisos 3.2.5 y 3.2.6) o a una interacción con corrientes tributarias (inciso 3.2.7).

Para definir cuál será el modelo a utilizar cuando sea necesario transitar una avenida, primeramente habrá que considerar cuáles son los datos disponibles y con base en ello, definir entre uno "complicado" (hidráulico) y otro "sencillo" (hidrológico o, en este caso, el método de Muskingum-Cunge). Si los datos disponibles no son los adecuados para el primero, no habrá más que deliberar (la opción será el segundo); ahora bien, con un análisis simple es posible determinar si existe o no algún remanso que ejerza influencia hacia aguas arriba del (los) cauce(s) en estudio. Si existe tal influencia, se deberá elegir el primer modelo; sin embargo, si existen los datos adecuados para el "complicado" y no es posible que haya influencia de remansos (caso en el que es posible utilizar ambos), el elegido deberá ser el hidráulico, debido a que los resultados obtenidos con éste son más representativos que los del "sencillo". Además se debe tener en cuenta que la idea de los modelos hidrológicos se basa en tratar de representar de una manera simplificada el fenómeno que se llevar a cabo durante el paso de una avenida a lo largo de un cauce, y la exactitud de sus resultados está en función de los términos de la ecuación dinámica que se utilicen, esto es, a una mayor simplificación corresponde una menor aproximación y viceversa. Por consiguiente, si se desea la "mejor aproximación" deberá seleccionarse el "mejor" modelo.

Si el método "complicado" fue el seleccionado, no hay más que decir en el presente trabajo; sin embargo, suponiendo que la elección realizada apunta al "sencillo", con base en la presentación realizada y los resultados ya discutidos, a continuación se presenta una serie de recomendaciones que se han propuesto a lo largo de este trabajo, con la finalidad de realizar simulaciones más reales.

El mejoramiento hecho por Cunge, al método básico de Muskingum, es el resultado de la aplicación numérica de las ecuaciones originalmente propuestas en este último y de

comprobar la posibilidad de mejorar la solución de la ecuación de convección-difusión. Esta mejora se basa en una ecuación en diferencias finitas que introduce una difusión arbitraria que es aprovechada por Cunge para relacionarla con el término de difusión de la ecuación de convección-difusión y, puesto que este último permite simular un amortiguamiento de la avenida<sup>11</sup>, el modelo de Muskingum-Cunge también presentará esta característica si sus parámetros,  $\mu$  y  $\omega$ , son evaluados según las ecuaciones 2.12 y 2.13, respectivamente. La precisión en el amortiguamiento calculado, respecto al real, será mayor conforme el modelo de convección-difusión se aproxime a las ecuaciones de Saint Venant.

Por lo anterior, se debe tomar en cuenta que el método presentado puede ser descrito como un modelo basado en principios matemáticos, con parámetros cuyo significado físico es cuantificable a partir de las características intrínsecas del cauce y es el modelo para transitar avenidas más comúnmente utilizado, debido a que su principal mérito es que ofrece un grado de realismo físico y flexibilidad para utilizar la avenida de la creciente sin hacer una excesiva demanda de datos topográficos y de rugosidad. No obstante, simula una atenuación que no es posible determinar suponiendo una relación gastos-tirantes única, ya que para explicar dicha atenuación es necesario recurrir a la ecuación dinámica, que incluye el efecto de resistencia al flujo y sustituye la relación algebraica propuesta por Mc Carthy para el método original de Muskingum. Debido a esa relación biunívoca entre gastos y tirantes, aún cuando el método describe satisfactoriamente el cambio en la forma de la avenida, no sucede lo mismo con los niveles del agua.

Ahora bien, resumiendo los resultados del análisis de sensibilidad efectuado (para los parámetros del método) se puede concluir lo siguiente:

- Con respecto a los parámetros  $\Delta x$  y  $\Delta t$ , se determinó que su influencia no es definitiva dentro del cálculo; sin embargo, conviene tener en cuenta los siguientes comentarios:

---

<sup>11</sup> Entiéndase como amortiguamiento el hecho de que una avenida en su propagación experimenta, en ausencia de nuevas aportaciones, una disminución de su gasto y tirante máximos al tiempo que aumenta su duración.

El incremento de longitud,  $\Delta x$ , tiene un objetivo fundamental: utilizar el menor número de secciones transversales (datos) siempre y cuando se especifique adecuadamente la configuración a lo largo del cauce, tratando de definir los cambios bruscos en la geometría. De otra manera, se caería en los requerimientos de modelos más elaborados.

La selección del incremento de tiempo,  $\Delta t$ , no produce variaciones apreciables en la simulación de la avenida (ni en  $Q_{max}$  ni en  $t_{pico}$ ); sin embargo, debe conciliar dos objetivos contrapuestos: entre menor sea el incremento de tiempo utilizado para el cálculo, la precisión de los resultados es mejor; por otro lado, entre mayor sea el  $\Delta t$ , la definición del hidrograma de entrada va deteriorándose de la original. Es por eso que se debe definir un valor mínimo por condiciones de estabilidad y, al mismo tiempo, uno máximo con la finalidad de tener bien definido el hidrograma a la entrada.

- Para el coeficiente de forma de la sección transversal ( $P$ ), el análisis puso de manifiesto que tiene una repercusión inmediata en el parámetro de traslación,  $\omega$ , que a su vez afecta al de difusión,  $\mu$ , lo que puede ocasionar el éxito o fracaso del método, por lo que se debe tener mucho cuidado al evaluarlo. Además, los siguientes comentarios, para los parámetros mencionados son válidos para el primero.
- Con respecto a los parámetros del método ( $\omega$  y  $\mu$ ), se ha definido que el más importante es el primero, de velocidad de traslación de la onda de la avenida, debido a que éste a su vez influye en el de difusión, por lo que éste es una desventaja del método, debido quizás a que se requiera de un gran número de avenidas registradas para determinar un coeficiente con el que se obtenga un valor confiable.
- Se observó también que la pendiente es un parámetro fundamental y, en principio, con ella se tiene una idea aproximada de que tan buena o mala resulta la aplicación del método de Muskingum-Cunge, de tal suerte que sus resultados son mejores cuanto

mayor es la pendiente y son menos precisos a medida que ésta disminuye. Debido a lo anterior, es claro que la mejor utilización del método se lleva a cabo en ríos de montaña o con pendiente fuerte, mientras que en ríos de planicie no es recomendable su utilización.

Más aún, debido a que la pendiente de la superficie del agua produce una difusión en la solución de la ecuación de la onda cinemática, una consecuencia es que provoca una atenuación del gasto de pico. Henderson<sup>[8]</sup> demostró cómo los términos de inercia de la ecuación dinámica también contribuyen a la atenuación del pico de la avenida y su importancia se incrementa a medida que aumenta el número de Froude del flujo. Así, para ríos con gran pendiente, Henderson señala que todos los términos de la ecuación dinámica pueden ser importantes. Sin embargo, en forma aproximada, la atenuación del pico es inversamente proporcional al cuadrado de la pendiente del cauce y la magnitud de la atenuación en ríos de gran pendiente no es tan importante como en ríos con pendiente pequeña.

A lo largo de este trabajo, no se ha mencionado nada referente al coeficiente de rugosidad, de hecho, no se realizaron simulaciones variando el valor de éste. Sin embargo, al recordar la expresión propuesta por Manning, para evaluar la velocidad, se observa que ésta es inversamente proporcional al valor del coeficiente de rugosidad, por lo que valores grandes del coeficiente disminuyen la velocidad del flujo (esto trae como consecuencia un efecto similar al que produce una pendiente pequeña). De igual manera, para valores pequeños del coeficiente, la velocidad aumenta (como lo haría con una pendiente fuerte).

El hecho de no realizar simulaciones para diferentes coeficientes de rugosidad se debe a la similitud antes expuesta, que hace pensar que el empleo del método de Muskingum-Cunge tiene mejores resultados en cauces con rugosidades bajas que en aquellos cuyos coeficientes son altos.

Con respecto al tránsito de avenidas en cauces con gasto lateral (ya por corrientes tributarias, o bien, debido a aportación lateral), los resultados se resumen como sigue:

- El análisis de la influencia de corrientes tributarias mostró que el efecto es exactamente el mismo tanto en el cauce principal como en el afluente. Más que depender de la condición de frontera que exista en el extremo de aguas abajo (el caso de marea, o bien, la confluencia con algún tributario), depende de la combinación de efectos que resulten de la frontera en el extremo aguas abajo con la pendiente del cauce.
- Por su parte, al simular un gasto de entrada como aportación lateral, los resultados obtenidos con Muskingum-Cunge son mejores que para el caso anterior.

No hay que olvidar que, en términos generales, la selección de un modelo hidrológico es un acto voluntario donde el usuario decide que el modelo en cuestión es adecuado para atacar un problema específico, pero debe tener plena conciencia de la potencialidad y limitaciones del mismo; es decir, se sabe qué se puede obtener y qué no se puede obtener del modelo. No obstante, no siempre es posible contar con un modelo idóneo para analizar un problema particular (considerando todos los detalles a la profundidad requerida). Más aún, en ocasiones la adecuación e implantación de un modelo es suficiente para resolver algunos problemas, aún así, ciertos problemas requieren llevar a cabo investigación, siendo necesario planear la adecuación de los nuevos modelos así como su implantación.

## BIBLIOGRAFÍA

1. Acosta G. A., "Problemática del desarrollo de la hidrología", Problemas nacionales de la hidrología superficial en la CNA, Ingeniería Hidráulica en México, número especial, octubre, pp 22 - 38, México, 1990.
2. Aparicio M. F. J., "Apuntes de hidrología de superficie", FI-UNAM, México, 1985.
3. Campos A. D., "Modelo Precipitación - Esguerrimiento de eventos", Tesis Doctoral, DEPMI-UNAM, México, 1987.
4. Collado, Jaime, "Hidrología superficial en México: estado del arte y necesidades de investigación", Ingeniería Hidráulica en México, número especial, octubre, pp 62-81, México, 1990.
5. Cunge J. A., "On the subject of a flood propagation method", *Journal of Hydraulic Research*, Vol. 7, No. 2, pp 205-229, 1969.
6. Cunge J. A., "Simulation des écoulements non permanents dans les rivières et canaux", Institut National Polytechnique de Grenoble, France, 1984.
7. Chaudhry M. H., "Applied Hydraulic Transients", Van Nostrand Reinhold Co., Vancouver, Canada, 1979.
8. Chaudhry M. H., "Open-Channel Flow", Prentice Hall, New Jersey, USA, 1993.
9. Dolz R. J., "Propagación de avenidas. Métodos de cálculo", C.I.C.C.P., pp 157 - 182, Madrid, 1987.

10. Domínguez M. R., "El desarrollo de la hidrología en México". Ingeniería Hidráulica en México, número especial, octubre, pp 148 - 153. México, 1990.
11. Henderson F. M., "Open Channel Flow", Mc. Millan Publishing Co. Inc., New York, 1966.
12. Koussis A., "Comparison of Muskingum method difference schemes", Journal of Hydraulics, Division ASCE, Vol. 106, No. HY5, pp 925 - 929, may, 1980.
13. Linsley, R. K. y Franzini, J. B., "Ingeniería de los Recursos Hidráulicos", C.E.C.S.A., México, 1984.
14. Natural Environment Research Council, "Flood Studies Reports", Flood Routing Studies, Vol. III, London, 1975.
15. Reed D. W., "A review of British flood forecasting practice", Report No. 90, Institute of Hydrology, Wallingford, 1984.
16. Salas S. M. A. y Domínguez M. R., "Desarrollo de un modelo para predicción de avenidas a partir de datos de lluvia", Segundo informe parcial, CENAPRED, México, 1993.
17. Salas S. M. A. y Jiménez E. M., "Manual de uso de los programas de cómputo MC.EXE y TX.EXE para el tránsito de avenidas en cauces naturales", CENAPRED, México, 1993.
18. Sánchez B. J. L. y Domínguez M. R., "Algunas consideraciones sobre el desarrollo de la Hidrología en el país", Ingeniería Hidráulica en México, número especial, octubre, pp 17 - 21, México, 1990.

19. Sotelo A. G., "Hidráulica General. Fundamentos", Vol. I, Ed. Limusa, México, 1977.
20. U.S. Soil Conservation Service, "National Engineering Handbook", sec. 4, suplement A, Hydrology, 1957.
21. Ysla A. J., "El método de Muskingum-Cunge", Tesis de Licenciatura, FI-UNAM, México, 1983.

## REFERENCIAS

1. Ames W. F., "Numerical methods for partial differential equations", Barnes & Noble Inc., USA, 1969.
2. Michael A. C. and William G. G., "Numerical methods for differential equations", Fundamental concepts for scientific and engineering applications, John Wiley & Sons, New York, USA, 1992.
3. Mitchel A. R. and Griffith D. F., "The finite difference method in partial differential equations", John Wiley & Sons, New York, USA, 1980.
4. Viessman, W., "Introduction to Hydrology", Harper and Row, New York, EU, 1977.
5. Sánchez B. J. L. y Fuentes M.O.A., "Método alternativo para la evaluación de efectos transitorios en canales", C.F.E., México 1986.
6. Ponce, V. and Yeyjevich, V., "Muskingum-Cunge method with variable parameters", *Journal of Hydraulics, Division ASCE, Vol. 104, No. HY12, pp 1663 -1667, december, 1978.*
7. Henderson F. M., "Flood waves in prismatic channels", *Journal of the Hydraulics Division ASCE, Vol. 89, HY4, págs. 39-67, 1963.*



## A P E N D I C E A

### PROGRAMA PARA EL TRANSITO DE AVENIDAS METODO DE MUSKINGUM-CUNGE

por: Marco Antonio Salas Salinas  
Versión 2.1 Octubre de 1993

```
DECLARE FUNCTION gastos (tt, ttpico, tr, qpico, qbase, tdef)
DECLARE FUNCTION inter (tt, xder, xizq, yder, yizq)
DECLARE FUNCTION bisec (cons, nsec)
DECLARE FUNCTION manning (cons)
DECLARE FUNCTION curva (eps)
DECLARE SUB area (sup, j)
```

```
CLS : CLEAR
```

```
LOCATE 12, 10
```

```
INPUT "Nombre del archivo principal"; ppalS
```

```
CLS
```

```
* Apertura del archivo que contiene las características del cauce
```

```
OPEN "i", 1, ppalS
```

```
* Impresión de las características del cauce
```

```
LOCATE 5, 20
```

```
COLOR 15, 0: PRINT "CARACTERISTICAS DEL CAUCE PRINCIPAL:"
PRINT " "
```

```
INPUT #1, nsec
```

```
LOCATE , 20
```

```
COLOR 7, 0: PRINT "número de secciones:"
```

```
COLOR 15, 0: PRINT ; nsec
```

```
INPUT #1, ntrib
```

```

LOCATE , 20
COLOR 7, 0: PRINT "número de afluentes:";
COLOR 15, 0: PRINT ; ntrib
INPUT #1, coef
LOCATE , 20
COLOR 7, 0: PRINT "forma de la sección:";
COLOR 15, 0: PRINT ; coef
INPUT #1, So
LOCATE , 20
COLOR 7, 0: PRINT "pendiente del cauce:";
COLOR 15, 0: PRINT ; So
INPUT #1, n
LOCATE , 20
COLOR 7, 0: PRINT "rugosidad del cauce:";
COLOR 15, 0: PRINT ; n
INPUT #1, dx
LOCATE , 20
COLOR 7, 0: PRINT "longitud de cada tramo:";
COLOR 15, 0: PRINT ; dx
INPUT #1, inc
LOCATE , 20
COLOR 7, 0: PRINT "incremento de tiempo:";
COLOR 15, 0: PRINT ; inc
PRINT " "
LOCATE , 20
COLOR 15, 0: PRINT "ARCHIVOS DE ENTRADA:"
PRINT " "
INPUT #1, HIDROS
LOCATE , 20
COLOR 7, 0: PRINT "hidrograma de entrada:";
COLOR 15, 0: PRINT ; HIDROS
IF ntrib < > 0 THEN
  INPUT #1, RIOS
  LOCATE , 20
  COLOR 7, 0: PRINT "hidrogramas tributarios:";
  COLOR 15, 0: PRINT ; RIOS
ELSE
  LOCATE , 20
  COLOR 7, 0: PRINT "hidrogramas tributarios:";
  COLOR 15, 0: PRINT "NO HAY "
END IF
INPUT #1, TRANS
LOCATE , 20
COLOR 7, 0: PRINT "secciones transversales:";

```

```

COLOR 15, 0: PRINT ; TRANS
PRINT " "
LOCATE , 20
COLOR 15, 0: PRINT "ARCHIVOS DE SALIDA:"
PRINT " "
INPUT #1, SALQS
LOCATE , 20
COLOR 7, 0: PRINT "gastos calculados: ";
COLOR 15, 0: PRINT ; SALQS
INPUT #1, SALTS
LOCATE , 20
COLOR 7, 0: PRINT "tirantes calculados: ";
COLOR 15, 0: PRINT ; SALTS
INPUT #1, SALVS
LOCATE , 20
COLOR 7, 0: PRINT "velocidades calculadas: ";
COLOR 15, 0: PRINT ; SALVS

```

\* Pausa para verificar datos iniciales

```

LOCATE 25, 1
COLOR 31, 0
PRINT "press any key to continue"
COLOR 15, 9
SLEEP

```

\* Dimensionamiento de variables

```

DIM SHARED A, P, T, cte, secc$(nsec), trib$(nsec), suma(nsec), nph(nsec)
DIM np(nptos), gastrib(nsec + 1), veloc(nsec), seccion(nsec + 1)
DIM A(2, 2), P(2, 2), T(2, 2)

```

\* Identificación del hidrograma de entrada

```

OPEN "i", 9, HIDROS
WHILE NOT EOF(9)
    pasa = pasa + 1
    INPUT #9, xe, ye
WEND
CLOSE 9

```

\* Dimensionamiento del arreglo para guardar hidrograma de entrada

```

DIM xye(pasa, 2)

```

```

ant = 0
pasa = 0
OPEN "i", 9, HIDROS
WHILE NOT EOF(9)
    pasa = pasa + 1
    INPUT #9, xye(pasa, 1), xye(pasa, 2)
WEND
CLOSE 9

```

```
ren = INT(1.5 * xye(pasa, 1) / inc)
```

```
DIM Q(ren + 1, nsec + 1), yntren + 1, nsec + 1)
```

' *Identificación de las secciones con aportación lateral*

```

IF ntrib <> 0 THEN
    OPEN "i", 7, RIOS
    FOR k = 1 TO nsec
        INPUT #1, seccion(k), gastrib(k)
        IF gastrib(k) <> 0 THEN
            antes = cont
            INPUT #7, tribS(k)
            OPEN "i", 8, tribS(k)
            WHILE NOT EOF(8)
                cont = cont + 1
                INPUT #8, xt, yt
            WEND
            suma(k) = cont
            nph(k) = cont - antes
            CLOSE 8
        END IF
    NEXT k
    CLOSE 1

```

' *Dimensionamiento del arreglo para guardar los tributarios*

```

DIM xyt(cont, 2)
antes = 0
cont = 0
FOR k = 1 TO nsec
    IF gastrib(k) <> 0 THEN
        ini = suma(k) - nph(k)
        OPEN "i", 8, tribS(k)
        WHILE NOT EOF(8)

```

```

        ini = ini + 1
        INPUT #8, xyttini, 1), xyttini, 2)
    WEND
    CLOSE 8
ELSE
    realiza la siguiente iteración
END IF
NEXT k
CLOSE 7
ELSE
    ' no hay aportaciones laterales
END IF
READ g, tot
DATA 9.81,0

```

*Identificación de las secciones que intervienen en el cálculo*

```

OPEN "i", 2, TRANS
DIM SHARED nps(nsec), tot(nsec)
FOR k = 1 TO nsec
    pas = cta
    INPUT #2, seccS(k)
    OPEN "i", 3, seccS(k)
    WHILE NOT EOF(3)
        cta = cta + 1
        INPUT #3, x, y
    WEND
    tot(k) = cta
    nps(k) = cta - pas
    CLOSE 3
NEXT k

```

*Dimensionamiento del arreglo para guardar las secciones transversales*

```

DIM SHARED secc(cta, 2)
pas = 0
cta = 0
FOR k = 1 TO nsec
    princ = tot(k) - nps(k)
    OPEN "i", 3, seccS(k)
    WHILE NOT EOF(3)
        princ = princ + 1
        INPUT #3, secc(princ, 1), secc(princ, 2)
    WEND

```

```
CLOSE 3
NEXT k
CLOSE 2
```

' *Determinación del coeficiente según el tipo de sección*

```
SELECT CASE coef
CASE 1
coef = 5 / 3
CASE 2
coef = 4 / 3
CASE 3
coef = 11 / 9
END SELECT
```

' *Apertura de los archivos de resultados*

```
OPEN "o", 5, SALQS
OPEN "o", 6, SALTS
OPEN "o", 10, SALVS
```

' *Asignación de los gastos para la primera iteración*

```
FOR j = 1 TO nsec
IF gastrib = 0 THEN
Q(1, j) = xye(1, 2)
ELSE
noaf = noaf + 1
Q(1, j) = xye(1, 2) + noaf * xyt(1, 2)
END IF
NEXT j
```

```
CLS
```

' *Definición de los colores a utilizar*

```
COLOR 7, 1
```

' *Impresión de encabezados para archivos de resultados*

```
mco = INT((75 - (nsec * 9)) / 2)
```

```
PRINT #5, " dt ";
FOR k = 1 TO nsec
PRINT #5, " Q("; k; ")";
```

```

NEXT k
PRINT #5, " "

IF nsec < 8 AND nsec < 16 THEN
  LOCATE , mco
  PRINT " dt ";
  FOR k = 1 TO nsec
    PRINT " Q("; k; ")";
  NEXT k
  PRINT " "
ELSEIF nsec < 16 THEN
  mco = INT((75 - ((nsec / 2) * 9)) / 2)
  LOCATE , mco
  PRINT " dt ";
  FOR k = 1 TO nsec STEP 2
    PRINT " Q("; k; ")";
  NEXT k
  PRINT " "
ELSE
  mco = INT((75 - ((nsec / 3) * 9)) / 2)
  LOCATE , mco
  PRINT " dt ";
  FOR k = 1 TO nsec STEP 3
    PRINT " Q("; k; ")";
  NEXT k
  PRINT " "
END IF

PRINT #6, " dt ";
FOR k = 1 TO nsec
  PRINT #6, " y("; k; ")";
NEXT k
PRINT #6, " "

PRINT #10, " dt ";
FOR k = 1 TO nsec
  PRINT #10, " v("; k; ")";
NEXT k
PRINT #10, " "

```

' Definición de los colores a utilizar

```
COLOR 3, 1
```

· Inicia el proceso iterativo

```
dt = 0  
FOR i = 1 TO ren  
100 noaf = 0
```

· Asignación del gasto en la frontera (para la siguiente iteración)

```
IF (i * inc) >= xye(pasa, 1) THEN  
  Q(i + 1, 1) = xye(pasa, 2)  
ELSE  
  FOR cont = 1 TO (pasa - 1)  
  IF (i * inc) >= xye(cont, 1) AND (i * inc) < xye(cont + 1, 1) THEN  
    xder = xye(cont + 1, 1)  
    xizq = xye(cont, 1)  
    yder = xye(cont + 1, 2)  
    yizq = xye(cont, 2)  
    Q(i + 1, 1) = inter(i * inc, xder, xizq, yder, yizq)  
  EXIT FOR  
  END IF  
  NEXT cont  
END IF
```

```
FOR j = 1 TO nsec
```

· Llamado de la función de gastos tributarios

```
IF gastrib(j) <> 0 THEN  
  noaf = noaf + 1  
  nphj = suma(j)  
  IF dt >= xyt(nphj, 1) THEN  
    qt = xyt(nphj, 2)  
  ELSE  
    FOR cont = (suma(j) - nph(j) + 1) TO suma(j)  
    IF dt >= xyt(cont, 1) AND dt < xyt(cont + 1, 1) THEN  
      xder = xyt(cont + 1, 1)  
      xizq = xyt(cont, 1)  
      yder = xyt(cont + 1, 2)  
      yizq = xyt(cont, 2)  
      qt = inter(dt, xder, xizq, yder, yizq)  
    EXIT FOR
```



```

    END IF
  NEXT cont
END IF
END IF

```

· Cálculo de la constante para la fórmula de Manning

```

IF gastrib(j) = 0 THEN
  cons = Q(i, j) * n / So ^ (1 / 2)
ELSE
  cons = (Q(i, j) + noaf * qt) * n / (So ^ (1 / 2))
END IF

```

· Llamado de la subrutina para el método de bisección

yn(i, j) = bisec(cons, j)

```

IF P > 0 THEN
  R = A / P
ELSE
  P = .001
  R = A / P
END IF

```

· Cálculo del gasto unitario por unidad de longitud

qunit = qt / dx

· Cálculo de los parámetros del método

```

Vm = 1 / n * R ^ (2 / 3) * So ^ (1 / 2)
veloc(j) = Vm
c = coef * Vm
k = dx / c
IF gastrib(j) = 0 THEN
  mu = Q(i, 1) / (2 * T * So)
ELSE
  mu = (Q(i, j) + (noaf * qt)) / (2 * T * So)
END IF
eps = .5 - mu / (c * dx)
IF eps <= 0 THEN
  eps = .01
END IF
CI = ((inc * 60) / 2 + k * eps) / (k * (1 - eps) + (inc * 60) / 2)

```

```

C2 = ((inc * 60) / 2 - k * eps) / (k * (1 - eps) + (inc * 60) / 2)
C3 = (k * (1 - eps) - ((inc * 60) / 2)) / (k * (1 - eps) + (inc * 60) / 2)

```

```

IF gastrib(j + 1) <> 0 THEN

```

```

    C4 = (quit * (inc * 60) * dx) / (k * (1 - eps) + (inc * 60) / 2)

```

```

ELSE

```

```

    C4 = 0

```

```

END IF

```

```

' Tránsito del hidrograma en el cauce

```

```

Q(i + 1, j + 1) = C1 * Q(i, j) + C2 * Q(i + 1, j) + C3 * Q(i, j + 1) + C4

```

```

' Llamado de la subrutina para verificar condición de estabilidad

```

```

ycalc = curva(eps)

```

```

coc = dx / (inc * 60 * c)

```

```

IF ycalc > coc THEN

```

```

    dt = dt - inc

```

```

    inc = .99 * inc

```

```

    i = i - 1

```

```

    PRINT "Esta iteración no vale"

```

```

    PRINT "inc="; inc

```

```

    GO TO 100

```

```

END IF

```

```

NEXT j

```

```

' Impresión de resultados en archivos

```

```

PRINT #5, USING "#####": dt;

```

```

FOR k = 1 TO nsec

```

```

    PRINT #5, USING "#####.##": Q(i, k);

```

```

NEXT k

```

```

PRINT #5, " "

```

```

IF nsec < 8 AND nsec < 16 THEN

```

```

    LOCATE , meo

```

```

    PRINT USING "#####": dt;

```

```

    FOR k = 1 TO nsec

```

```

        PRINT USING "#####.##": Q(i, k);

```

```

    NEXT k

```

```

    PRINT " "

```

```

ELSEIF nsec < 16 THEN

```

```

mco = INT((75 - ((nsec / 2) * 9)) / 2)
LOCATE , mco
PRINT USING "#####"; dt;
FOR k = 1 TO nsec STEP 2
PRINT USING "#####.##"; Q(i, k);
NEXT k
PRINT " "
ELSE
mco = INT((75 - ((nsec / 3) * 9)) / 2)
LOCATE , mco
PRINT USING "#####"; dt;
FOR k = 1 TO nsec STEP 3
PRINT USING "#####.##"; Q(i, k);
NEXT k
PRINT " "
END IF
PRINT #6, USING "#####"; dt;
FOR k = 1 TO nsec
PRINT #6, USING "#####.##"; yu(i, k);
NEXT k
PRINT #6, " "
PRINT #10, USING "#####"; dt;
FOR k = 1 TO nsec
PRINT #10, USING "#####.##"; veloc(k);
NEXT k
PRINT #10, " "
dt = dt + inc
NEXT i
CLOSE 5
CLOSE 6
CLOSE 10
STOP
END

```

\*\*\*\*\* SUBROUTINAS \*\*\*\*\*

```

SUB area (sup, nsec)
tot = tot(nsec)
nps = nps(nsec)
DIM x(nps), y(nps)
l = 0
FOR cont = (tot - nps + 1) TO tot
l = l + 1
x(l) = secs(cont, l)

```

```

y(i) = secs(cont, 2)
NEXT cont
i = 0
A = 0
P = 0
T = 0
FOR i = 1 TO (nps - 1)
  dif1 = y(i) - sup
  dif2 = y(i + 1) - sup
  IF dif2 <= 0 AND dif1 <= 0 THEN
    A = A + ABS((sup - y(i)) + (sup - y(i + 1))) * (x(i + 1) - x(i)) / 2)
    T = T + ABS(x(i + 1) - x(i))
    P = P + SQR(ABS(x(i + 1) - x(i)) ^ 2 + (y(i + 1) - y(i)) ^ 2)
  ELSEIF dif2 <= 0 THEN
    IF x(i) = x(i + 1) THEN
      P = P + ABS((y(i + 1) - sup))
      A = A + 0
      T = T + 0
    ELSE
      m = (y(i + 1) - y(i)) / (x(i + 1) - x(i))
      yc = sup
      xc = x(i + 1) - (y(i + 1) - yc) / m
      P = P + SQR(ABS((xc - x(i)) ^ 2 + (y(i + 1) - yc) ^ 2))
      A = A + ABS((sup - yc) + (sup - y(i + 1))) * (x(i + 1) - xc) / 2)
      T = T + ABS(x(i + 1) - xc)
    END IF
  ELSEIF dif1 <= 0 THEN
    IF x(i) = x(i + 1) THEN
      P = P + ABS((y(i) - sup))
      A = A + 0
      T = T + 0
    ELSE
      m = (y(i + 1) - y(i)) / (x(i + 1) - x(i))
      yc = sup
      xc = x(i) - (y(i) - yc) / m
      P = P + SQR(ABS((xc - x(i)) ^ 2 + (y(i) - yc) ^ 2))
      A = A + ABS((sup - y(i)) + (sup - yc)) * (xc - x(i)) / 2)
      T = T + ABS(xc - x(i))
    END IF
  ELSE
    P = P + 0
    A = A + 0
    T = T + 0
  END IF

```

```
NEXT i
END SUB
```

```
FUNCTION biseq (cons, nsec)
```

```
  vmin = 0
```

```
  vmax = 30
```

```
  tol = .1
```

```
  i = 0
```

```
  erro = 1
```

```
  WHILE (ABS(erro)) > tol
```

```
    i = i + 1
```

```
    prom = (vmin + vmax) / 2
```

```
    area prom, nsec
```

```
    erro = manning(cons)
```

```
    IF erro > 0 THEN
```

```
      vmax = prom
```

```
    ELSE
```

```
      vmin = prom
```

```
    END IF
```

```
WEND
```

```
biseq = prom
```

```
END FUNCTION
```

```
FUNCTION curva (eps)
```

```
  curva = 1.35 * eps ^ (.37)
```

```
END FUNCTION
```

```
FUNCTION gastos (tt, tqpico, tr, qpico, qbase, tdef)
```

```
  IF tt < tqpico THEN
```

```
    gastos = ((qpico - qbase) / (tqpico - tdef)) * (tt - tdef) + qbase
```

```
  ELSE
```

```
    IF tt >= tqpico AND tt > (tqpico + tr) THEN
```

```
      gastos = qbase
```

```
    ELSEIF tt >= tqpico THEN
```

```
      gastos = (qbase - qpico) / tr * (tt - tqpico) + qpico
```

```
    END IF
```

```
  END IF
```

```
END FUNCTION
```

```
FUNCTION inter (tt, xder, xizq, yder, yizq)
```

```
  m = (yder - yizq) / (xder - xizq)
```

```
  inter = m * (tt - xizq) + yizq
```

```
END FUNCTION
```

```
FUNCTION manning (cons)
IF P > 0 THEN
  manning = A ^ (5 / 3) / P ^ (2 / 3) - cons
ELSE
  P = .001
  manning = A ^ (5 / 3) / P ^ (2 / 3) - cons
END IF
END FUNCTION
```

## A P E N D I C E B

### PROGRAMA DE TRÁNSITO DE AVENIDAS ESQUEMA SÁNCHEZ - FUENTES

por: José Luis Sánchez B. y Martín Jiménez E.  
Versión 2.0 Octubre de 1993

```
DECLARE FUNCTION Comlinea$(Arg%, CLS)
DECLARE FUNCTION qfin! (y!)
DECLARE FUNCTION qfin! (q!)
DECLARE SUB geom (numsec!, tir!)
DECLARE SUB escalaseces ()
DECLARE FUNCTION qpico! ()
DECLARE FUNCTION itpl! (t!, o%, s%, nor%)
DECLARE FUNCTION longi! (ms!)
DECLARE FUNCTION desni! (ms!)
CLEAR
```

```
DIM SHARED area, ancho, radio, carachid(1, 3)
CONST grav = 9.81
```

```
* ***** Identificación de línea de comando *****
```

```
lc$(1) = MIDS(Comlinea$(1, COMMANDS), 2, 1)
lc$(2) = MIDS(Comlinea$(2, COMMANDS), 2, 1)
pasci = 0
si = 0
FOR i% = 1 TO 2
  IF UCASES(lc$(i%)) = "A" OR pasci = 1 THEN pasci = 1 ELSE pasci = 0
  IF UCASES(lc$(i%)) = "L" OR si = 1 THEN si = 1 ELSE si = 0
NEXT i%
```

```
* ***** Lectura de datos *****
```

```
' Lee la ruta del directorio de los datos
```

```
OPEN "i", 1, "ruta.dat"
```

```
INPUT #1, ruta$
```

```
SHELL "del " + ruta$ + "\*.old"
```

```
SHELL "ren " + ruta$ + "\*.res *.old"
```

```
CLS
```

```

COLOR 14
PRINT TAB(35); "TX.EXE"
PRINT
COLOR 10
PRINT TAB(17); "Tránsito de avenidas en un sistema de ríos"
COLOR 19
LOCATE 14, 29
PRINT "Espere por favor ..."

```

```

' Lee ríos pares e impares y número de ríos (nrío)
OPEN "i", 2, rutaS + "\rios.dat"
WHILE NOT EOF(2)
    nrío = nrío + 1
    INPUT #2, basura, nrpi(nrío)
    ' PRINT basura, nrpi(nrío)
WEND
IF nrío <> basura THEN PRINT "Error en el archivo RIOS.DAT": STOP

```

```

' Lee datos generales: pario()
nop = 11
DIM pario(nop)
OPEN "i", 3, rutaS + "\datos.dat"
'PRINT rutaS + "\datos.dat"
FOR nk = 1 TO nop
    INPUT #3, basuraS, pario(nk)
    ' PRINT basuraS, pario(nk)
NEXT nk
nz = pario(11)      ' Número de sección más grande

```

```

' Lee nombre de sección, si recibe hidrograma, si recibe afluente y #conexión
' nomsec(#río, #sección), nomav(#río, #sección)
' nafl(#río, #sección), ncox(#río, #sección)
DIM secs(nz), nomsec(nrío, nz), nomav(nrío, nz), nafl(nrío, nz), ncox(nrío, nz)
nc% = nrío - 1
DIM max(nz + 1), gasto(nz), ga(nc%, nrío), tirante(nc%), ba(nz), ah(nz)
DIM rh(nz), rm(nz), p(nz), q(nz), r(nz), s(nz), t(nz), w(nz), a(nz, nz)
DIM b(nz), c(nz), d(nz)
FOR nr = 1 TO nrío
    nf = FREEFILE
    ioS = MIDS(STRS(nr), 2)
    OPEN "i", nf, rutaS + "r" + ioS + ".sec"
    ' PRINT rutaS + "r" + ioS + ".sec"
    nm = 0
    WHILE NOT EOF(nf)

```



```

nm = nm + 1
INPUT #nf, basura, nomsec(nr, nm), nomav(nr, nm), najl(nr, nm), ncox(nr, nm)
PRINT basura, nomsec(nr, nm), nomav(nr, nm), najl(nr, nm), ncox(nr, nm)
WEND
secs(nr) = nm
PRINT nm
NEXT nr

```

```

' Lee archivos de datos para los rios
DIM lec(200, nz, nrio), npur, nz), h(nrio), lt(nrio), u(nrio, nz), Qe(nrio)
DIM y(nrio, nz), so(nrio, nz), nm(nrio, nz), v(nrio, nz), dx(nrio, nz)
DIM dz(nrio, nz)
FOR nr% = 1 TO nrio

```

```

  nf = FREEFILE
  ios = MIDS(STR$(nr%), 2)
  OPEN "i", nf, ruta$ + "\r" + ios + ".dat"
  PRINT ruta$ + "\r" + ios + ".dat"

```

```

INPUT #nf, basura$ ' Lee vels. =====
PRINT basura$
FOR pk% = 1 TO secs(nr%)
  INPUT #nf, u(nr%, pk%)
  PRINT pk%, u(nr%, pk%)
  v(nr%, pk%) = u(nr%, pk%)
NEXT pk%
lt(nr%) = 0

```

```

INPUT #nf, basura$ ' Lee longs. =====
PRINT basura$
FOR pk% = 1 TO secst(nr%) - 1
  INPUT #nf, dx(nr%, pk%)
  PRINT pk%, dx(nr%, pk%)
  lt(nr%) = lt(nr%) + dx(nr%, pk%)
NEXT pk%

```

```

INPUT #nf, basura$ ' Lee tirantes =====
PRINT basura$
FOR pk% = 1 TO secs(nr%)
  INPUT #nf, y(nr%, pk%)
  PRINT pk%, y(nr%, pk%)
  IF najl(nr%, pk%) <> 0 THEN tirante(ncox(nr%, pk%)) = y(nr%, pk%)
NEXT pk%
h(nr%) = 0

```

```

INPUT #nf, basura$ ' Lee pendientes
FOR pk% = 1 TO secs(nr%) - 1
  INPUT #nf, so(nr%, pk%)
  dz(nr%, pk%) = -so(nr%, pk%) * dx(nr%, pk%)
  h(nr%) = h(nr%) + -dz(nr%, pk%)
NEXT pk%

```

```

INPUT #nf, basura$ ' n de Manning
FOR pk% = 1 TO secs(nr%) - 1
  INPUT #nf, nm(nr%, pk%)
NEXT pk%

```

```

' ***** Aquí se leen las avenidas *****
FOR kon% = 1 TO secs(nr%) - 1
  IF nomav(nr%, kon%) = 1 THEN
    nf = FREEFILE
    ave$ = MIDS(STRSmomsec(nr%, kon%), 2)
    OPEN "i", nf, rua$ + "ave" + ave$ + ".dat"
    np(nr%, kon%) = 0
    WHILE NOT EOF(nf)
      np(nr%, kon%) = np(nr%, kon%) + 1
      INPUT #nf, lec(np(nr%, kon%), kon%, nr%)
    WEND
  END IF
  CLOSE
NEXT kon%

```

```

Qe(nr%) = itpl(0, 0, 1, nr%)
NEXT nr%

```

\*\*\*\*\* Asignación de parámetros \*\*\*\*\*

```

dt = pario(1) ' delta tiempo
ih = pario(2) ' factor de peso
tc = pario(3) ' t cálculo total
tc = pario(4) ' t calentamiento
fi = pario(5) ' Frontera inferior
k0 = pario(6) ' k0
ex0 = pario(7) ' ex
if = pario(8) ' Tirante final
rep = pario(9) * dt ' Cada cuánto pasa en { n dt(seg) } en archivos
fe = pario(10) ' Factor de escala

```

```

ex1 = (1 / ex0)
k1 = (1 / k0) ^ ex1
ex2 = ex1 - 1
k2 = k1 * ex1
SELECT CASE ji
  CASE 1
    y(1, secs(1)) = tfin(Qe(1))
  CASE 2 TO 3
    y(1, secs(1)) = tf
END SELECT

' *** Encabezados de pantalla ***
COLOR 7
LOCATE 14, 29
PRINT "
IF si = 1 THEN
  CLS
  PRINT " ***** Secciones *****".
  VIEW PRINT 2 TO 23
END IF

' ***** Inicio del cálculo *****

IF si <> 1 THEN
  LOCATE 12, 27
  PRINT "Tiempo =          min";
END IF
nf% = 1
FOR nfn% = 1 TO nrto
  nS = MIDS(STRS(nfn%), 2)
  IF pasci = 1 THEN
    OPEN "o", nf%, rutaS + "\T" + nS + ".res"
    OPEN "o", nf% + 1, rutaS + "\Q" + nS + ".res"
    OPEN "o", nf% + 2, rutaS + "\V" + nS + ".res"
  ELSE
    OPEN "b", nf%, rutaS + "\T" + nS + ".res"
    OPEN "b", nf% + 1, rutaS + "\Q" + nS + ".res"
    OPEN "b", nf% + 2, rutaS + "\V" + nS + ".res"
  END IF
  nf% = nf% + 3
NEXT nfn%
mrc% = -777 ' Bandera de impresión de datos
j = dt / 60 ' Contador de tiempo
kp% = 0 ' Contador de pares=0 (falso) e impares=1 (verdadero)

```

kt% = 0                    \* Contador del tiempo  
 igyv% = 0                \* Bandera de impresión de gastos y velocidades defasadas

WHILE t < tcal            \* Aquí realmente inicia el cálculo ("ji")

FOR nr% = 1 TO nrio

  \* Si kp% MOD 2 = 0 entonces se calculan los rios pares

  \* Si kp% MOD 2 <> 0 entonces se calculan los rios impares

  IF kp% MOD 2 THEN par% = 1 ELSE par% = 0

  \* Se identifican los rios pares e impares

  IF par% = nrpi(nr%) OR nrio = 1 THEN

    FOR i% = 1 TO secs(nr%)

      IF y(nr%, i%) < 0 THEN y(nr%, i%) = .05

      geom nomsec(nr%, i%), ynr%, i%

      ba(i%) = ancho

      ah(i%) = area

      rh(i%) = radio

      \*\*\*\*\* Para el paso a paso:

      IF t = mrc% THEN

        LPRINT "ba(", i%, ") = "; ba(i%)

        LPRINT "ah(", i%, ") = "; ah(i%)

        LPRINT "rh(", i%, ") = "; rh(i%)

        LPRINT "ba(", i%, ") = "; ba(i%)

        LPRINT "tirant(", i%, ") = "; tirant(i%)

      END IF

      \*\*\*\*\* fin del paso a paso

  NEXT i%

\*\*\* Cálculo de parámetros del método \*\*\*

FOR i% = 1 TO secs(nr%) - 1

  rm(i%) = ((rh(i%) + rh(i% + 1)) / 2) ^ (2 / 3)

  C1 = (v(nr%, i% + 1) - u(nr%, i%) + dx(nr%, i%) / dt) / grav

  C2 = (nm(nr%, i%) / rm(i%)) ^ 2 \* dx(nr%, i%) \* ABS(u(nr%, i%) + v(nr%, i% + 1)) / 2

  ca = -(C1 + C2) / (2 \* th)

  C1 = (1 - th) \* (y(nr%, i% + 1) - y(nr%, i%)) + dz(nr%, i%)

  C2 = (u(nr%, i%) + v(nr%, i% + 1)) \* dx(nr%, i%) / (2 \* grav \* dt)

  CC = (C1 - C2) / th

  cb = (ba(i%) + ba(i% + 1)) \* dx(nr%, i%) / (4 \* dt)

  CD = cb \* (y(nr%, i% + 1) + y(nr%, i%))

  SA = ah(i%) + ah(i% + 1)

  C1 = ca \* SA

$p(i\%) = cb / SA + ah(i\% + 1) / CI$   
 $q(i\%) = cb / SA - ah(i\% + 1) / CI$   
 $r(i\%) = CC * ah(i\% + 1) / CI - CD / SA$   
 $s(i\%) = ah(i\%) / CI - cb / SA$   
 $t(i\%) = ah(i\%) / CI + cb / SA$   
 $w(i\%) = CC * ah(i\%) / CI + CD / SA$

\* \*\*\*\*\* Para el paso a paso:

```

IF t = mrc% THEN
  LPRINT "p("; i%; ") = "; p(i%)
  LPRINT "q("; i%; ") = "; q(i%)
  LPRINT "r("; i%; ") = "; r(i%)
  LPRINT "s("; i%; ") = "; s(i%)
  LPRINT "t("; i%; ") = "; t(i%)
  LPRINT "W("; i%; ") = "; w(i%)
END IF

```

\* \*\*\*\*\* fin del paso a paso

NEXT i%

\*\*\* Coeficientes de las secciones \*\*\*

```

IF j > tc THEN ' Cálculo del gasto 1a sección
  st = (j - tc) / 60
  g = ipl(st, 0, 1, nr%)
ELSE
  g = Qe(nr%)
END IF
a(1, 1) = q(1) ' Primera sección
a(1, 2) = p(1)
b(1) = g / ah(1) - r(1)

```

\* \*\*\*\*\* Para el paso a paso:

```

IF t = mrc% THEN
  LPRINT "a(1,1)= "; a(1, 1)
  LPRINT "a(1,2)= "; a(1, 2)
  LPRINT "b(1)= "; b(1)
END IF

```

\* \*\*\*\*\* fin del paso a paso

```

FOR i% = 2 TO secs(nr%) - 1      ' Secciones intermedias
  a(i%, i% - 1) = t(i% - 1)
  a(i%, i%) = q(i%) - s(i% - 1)
  a(i%, i% + 1) = p(i%)
  qave = 0
  IF nafi(nr%, i%) < > 0 THEN
    qave = gamcox(nr%, i%), nafi(nr%, i%)
  END IF
  IF nomav(nr%, i%) = 1 THEN ' < == Aquí entran los afluentes, chico
    IF j < tc THEN
      qave = ipt(0, 0, i%, nr%) + qave
    ELSE
      qave = ipt(st, 0, i%, nr%) + qave
    END IF
  END IF
  b(i%) = qave / ah(i%) + w(i% - 1) - r(i%)

```

\*\*\*\*\* Para el paso a paso:

```

IF i = mrc% THEN
  LPRINT "a("; i%; ", "; i% - 1; ") = "; a(i%, i% - 1)
  LPRINT "a("; i%; ", "; i%; ") = "; a(i%, i%)
  LPRINT "a("; i%; ", "; i% + 1; ") = "; a(i%, i% + 1)
  LPRINT "b("; i%; ") = "; b(i%)
END IF

```

\*\*\*\*\* fin del paso a paso

NEXT i%

Ultima sección

```

IF j1 = 1 AND nr% = 1 THEN j1 = 1 ELSE j1 = 2
SELECT CASE j1

```

CASE 1 ' Relación Q vs. Y

```

  a(secs(nr%), secs(nr%) - 1) = t(secs(nr%) - 1)
  a(secs(nr%), secs(nr%)) = .5 * k2 * y(nr%, secs(nr%)) ^ ex2 / ah(secs(nr%))
    - s(secs(nr%) - 1)
  b(secs(nr%)) = w(secs(nr%) - 1) + y(nr%, secs(nr%)) ^ ex1 / ah(secs(nr%))
    * (k2 / 2 - k1)

```

CASE 2 ' Tirante final constante

```

  a(secs(nr%), secs(nr%) - 1) = t(secs(nr%) - 1)
  a(secs(nr%), secs(nr%)) = q(secs(nr%)) - s(secs(nr%) - 1)

```

```

        b(secs(nr%)) = w(secs(nr%) - 1) - r(secs(nr%)) - p(secs(nr%))
        * tirame(ncox(nr%, i%)
END SELECT

* ***** Para el paso a paso:

IF t = mrc% THEN
    LPRINT "a("; secs(nr%); ", "; secs(nr%) - 1; ") = "; atsecs(nr%), secs(nr%) - 1)
    LPRINT "a("; secs(nr%); ", "; secs(nr%); ") = "; atsecs(nr%), secs(nr%)
    LPRINT "b("; secs(nr%); ") = "; b(secs(nr%))
END IF

* ***** fin del paso a paso

*** Solución al sistema tridiagonal ***
c(1) = a(1, 1)
d(1) = b(1)

* ***** Para el paso a paso:

IF t = mrc% THEN
    LPRINT "c(1) = "; c(1)
    LPRINT "d(1) = "; d(1)
END IF

* ***** fin del paso a paso

FOR i% = 2 TO secs(nr%)
    c(i%) = a(i%, i%) - a(i%, i% - 1) * a(i% - 1, i%) / c(i% - 1)
    d(i%) = b(i%) - a(i%, i% - 1) * d(i% - 1) / c(i% - 1)
NEXT i%

* ***** Para el paso a paso:

IF t = mrc% THEN
    LPRINT "c("; i%; ") = "; c(i%)
    LPRINT "d("; i%; ") = "; d(i%)
END IF

* ***** fin del paso a paso

IF fj = 1 AND nr% = 1 THEN fj1 = 1 ELSE fj1 = 2
SELECT CASE fj1
CASE 1

```

```

y(nr%, secs(nr%)) = d(secs(nr%)) / c(secs(nr%))
CASE 2
  IF nr% = 1 THEN
    y(nr%, secst(nr%)) = if
  ELSE
    y(nr%, secs(nr%)) = tirante(ncox(nr%, secs(nr%)))
  END IF
CASE ELSE
END SELECT

IF y(nr%, secs(nr%)) > max(secs(nr%)) THEN max(secs(nr%)) = y(nr%, secs(nr%))

* ***** Para el paso a paso:

  IF t = mrc% THEN
    LPRINT "y("; secs(nr%); ") = "; y(nr%, secs(nr%))
  END IF

* ***** fin del paso a paso

FOR i% = secst(nr%) - 1 TO 1 STEP -1
  y(nr%, i%) = (d(i%) - a(i%, i% + 1) * y(nr%, i% + 1)) / c(i%)
  IF y(nr%, i%) > max(i%) THEN max(i%) = y(nr%, i%)
  IF nafl(nr%, i%) <> 0 THEN
    tirantetncox(nr%, i%) = y(nr%, i%)
  ELSE
    tirantetncox(nr%, i%) = 0
  END IF

* ***** Para el paso a paso:

  IF t = mrc% THEN
    LPRINT "y("; i%; ") = "; y(nr%, i%)
  END IF

* ***** fin del paso a paso

NEXT i%

* ***** Cálculo de velocidades y gastos *****

FOR i% = 1 TO secs(nr%) - 1 ' de u(1) a u(n-1)
  u(nr%, i%) = p(i%) * y(nr%, i% + 1) + q(i%) * y(nr%, i%) + r(i%)
  gasto(i%) = ah(i%) * u(nr%, i%) ' de gasto(1) a gasto(n-1)

```



```

* ***** Para el paso a paso:
      IF t = mrc% THEN
        LPRINT "u("; i%; ") = "; u(nr%, i%)
      END IF
* ***** fin del paso a paso

NEXT i%

FOR i% = 1 TO secs(nr%) - 1 ' de v(2) a v(n)
  v(nr%, i% + 1) = s(i%) * y(nr%, i% + 1) - t(i%) * y(nr%, i%) + w(i%)
* ***** Para el paso a paso:
      IF t = mrc% THEN
        LPRINT "v("; i%; ") = "; v(nr%, i%)
      END IF
* ***** fin del paso a paso

NEXT i%

' Cálculo de la velocidad y del gasto de la última sección
IF j1 = 1 AND nr% = 1 THEN j1 = 1 ELSE j1 = 2

SELECT CASE j1
CASE 1
  QF = qfin(y(nr%, secs(nr%)))
  u(nr%, secs(nr%)) = QF / ah(secs(nr%))
CASE 2
  QF = v(nr%, secs(nr%)) * ah(secs(nr%))
  u(nr%, secs(nr%)) = v(nr%, secs(nr%))
  IF nafl(nr%, i%) <> 0 THEN
    ga(ncox(nr%, i%), nr%) = QF
  ELSE
    ga(ncox(nr%, i%), nr%) = 0
  END IF
END SELECT

IF QF > max(secs(nr%) + 1) THEN max(secs(nr%) + 1) = QF

```

```

* ***** Para el paso a paso:

      IF t = nrc% THEN
        LPRINT "v( "; secs(nr%); ") = "; v(nr%, secs(nr%))
      END IF

* ***** fin del paso a paso

t = (j - tc)      ' Aquí calculo el tiempo t
                  ' (que aparece en pantalla)

* ***** Impresión de resultados en ASCII *****

IF t * 60 MOD rep = 0 THEN
  m = t - dt / 60
  IF pasci = 1 THEN
    PRINT #3 * nr% - 2, USING "#####.##"; t;      ' Imprime tirantes
    PRINT #3 * nr% - 2, ", ";
    FOR ii% = 1 TO secs(nr%)
      PRINT #3 * nr% - 2, USING "#####.##"; y(nr%, ii%);
      PRINT #3 * nr% - 2, ", ";
    NEXT ii%
    PRINT #3 * nr% - 2, USING "#####.##"; QF
    PRINT #3 * nr% - 1, USING "#####.##"; m;      ' Imprime gastos
    PRINT #3 * nr% - 1, ", ";
    FOR ii% = 1 TO secs(nr%) - 1
      PRINT #3 * nr% - 1, USING "#####.##"; gastof(ii%);
      PRINT #3 * nr% - 1, ", ";
    NEXT ii%
    PRINT #3 * nr% - 1, USING "#####.##"; QF
    PRINT #3 * nr%, USING "#####.##"; m;          ' Imprime vels.
    PRINT #3 * nr%, ", ";
    FOR ii% = 1 TO secs(nr%)
      PRINT #3 * nr%, USING "###.##"; u(nr%, ii%);
      IF ii% < secs(nr%) THEN PRINT #3 * nr%, ", ";
    NEXT ii%
    PRINT #3 * nr%.
  ELSE
* ***** Impresión de resultados en binario

    PUT 3 * nr% - 2, , t      ' Imprime tirantes
    FOR ii% = 1 TO secs(nr%)
      PUT 3 * nr% - 2, , y(nr%, ii%)

```

```

NEXT ii%
PUT 3 * nr% - 2. , QF
PUT 3 * nr% - 1. , tn          ' Imprime gastos
FOR ii% = 1 TO secs(nr%) - 1
    PUT 3 * nr% - 1. , gasto(ii%)
NEXT ii%
PUT 3 * nr% - 1. , QF
PUT 3 * nr% , m              ' Imprime vels.
FOR ii% = 1 TO secs(nr%)
    PUT 3 * nr% , u(nr% , ii%)
NEXT ii%
END IF
END IF

```

\* \*\*\*\*\* Impresión de resultados en pantalla

```

IF si = 1 THEN
    IF t MOD rep = 0 THEN
        PRINT USING " #####.##"; t;          ' Imprime tirantes
        FOR ii% = 1 TO secs(nr%)
            PRINT USING " ###.##"; y(nr% , ii%);
        NEXT ii%
        PRINT USING " #####.##"; QF
        PRINT USING " #####.##"; m;          ' Imprime gastos
        FOR ii% = 1 TO secs(nr%) - 1
            PRINT USING " #####.##"; gasto(ii%);
        NEXT ii%
        PRINT USING " #####.##"; QF;
        COLOR 10
        PRINT USING " S:##"; nr%
        COLOR 7
    END IF
END IF
END IF
NEXT nr%
kt% = kt% + 1
IF si < > 1 THEN
    LOCATE 12, 36
    PRINT USING " #####.##"; t
END IF
IF kt% MOD 2 = 0 OR nrto = 1 THEN j = j + dt / 60
kp% = kp% + 1
WEND
END

```

```

DEFINT A-Z
FUNCTION Comlinea$( Arg%, CLS)
DIM args$(1 TO 15)
CONST TRUE = -1, FALSE = 0
  MaxArgs = 2
  NumArgs = 0: In = FALSE
  L = LEN(CLS)
  FOR i = 1 TO L
    c$ = MID$(CLS, i, 1)
    IF (c$ <> " " AND c$ <> CHR$(9)) THEN
      IF NOT In THEN
        IF NumArgs = MaxArgs THEN EXIT FOR
        NumArgs = NumArgs + 1
        In = TRUE
      END IF
      args$(NumArgs) = args$(NumArgs) + c$
    ELSE
      In = FALSE
    END IF
  NEXT i
  Comlinea$ = args$(Arg%)
END FUNCTION

```

```

DEFSNG A-Z
FUNCTION desni (ns)
SHARED dz()
k = 0
FOR L% = 1 TO ns - 1
  k = k + dz(nr, L%)
NEXT L%
desni = k
END FUNCTION

```

```

SUB escalaseccs
SHARED bm, ym, nomsec(), ruta$, secr
DIM sx(100), sy(100)
FOR ns% = 1 TO secr
  ym = 0
  L = 0
  WHILE NOT EOF(2)
    L = L + 1
    .INPUT #2, sx(L), sy(L)
    IF ym < sy(L) THEN ym = sy(L)
  WEND

```

CLOSE 2

b = sx(L) - sx(1)

IF bm < b THEN bm = b

NEXT ns%

END SUB

SUB geom (nomsec, tir)

SHARED j, tc, mono, rutaS, nrio

DIM sx(100), sy(100)

nof% = nrio \* 3 + 1

OPEN "i", nof%, rutaS + ".1" + MIDS(STR\$(nomsec), 2) + ".dat"

np = 0

WHILE NOT EOF(nof%)

np = np + 1

INPUT #nof%, sx(np), sy(np)

WEND

CLOSE nof%

L = 0

esla = tir

IF esla < 0 THEN STOP

ll = 1

ca = 0 'cálculo del área

cb = 0 'cálculo del ancho de superficie libre

cp = 0 'cálculo del perímetro mojado

bandx1 = 0

WHILE L < np

FOR L = ll TO np

IF esla > sy(L + 1) THEN EXIT FOR

NEXT L

IF L < np THEN

ll = L + 1

xi1 = sx(ll) - ((sx(ll) - sx(L)) / (sy(L) - sy(ll)) \* (esla - sy(ll)))

IF bandx1 = 0 THEN x1 = xi1: bandx1 = 1

ca = ca + xi1 \* sy(ll) - sx(ll) \* esla

cp = cp + SQR((sx(ll) - xi1) ^ 2 + (esla - sy(ll)) ^ 2)

FOR L = ll TO np - 1

l2 = L + 1

vt = esla - sy(l2)

IF vt <= 0 THEN EXIT FOR

ca = ca + sx(L) \* sy(l2) - sx(l2) \* sy(L)

cp = cp + SQR((sx(l2) - sx(L)) ^ 2 + (sy(l2) - sy(L)) ^ 2)

NEXT L

ll = l2

IF vt = 0 THEN

```

    xi2 = sx(l1)
ELSE
    IF sy(l1) = sy(L) THEN
        xi2 = sx(l1)
    ELSE
        xi2 = sx(l1) - ((sx(l1) - sx(L)) / (sy(l1) - sy(L))) * (sy(l1) - esla)
        'IF bandx2 = 0 THEN x2 = xi2: basox2 = 1
    END IF
END IF
ca = ca + sx(L) * esla - xi2 * sy(L)
cp = cp + SQR((xi2 - sx(L)) ^ 2 + (esla - sy(L)) ^ 2)
ca = ca + esla * (xi2 - xi1)
cb = cb + xi2 - xi1
END IF
WEND
area = ca / 2
ancho = cb
radio = area / cp
END SUB

FUNCTION itpl (t, o%, s%, nor%)
SHARED lec(), np()
FOR i = o% + 1 TO np(nor%, s%) STEP 2
    IF lec(i, s%, nor%) = t THEN
        itpl = lec(i + 1 - 2 * o%, s%, nor%)
        GOTO acabo
    ELSE
        IF (lec(i, s%, nor%) - t) < 0 AND (lec(i + 2, s%, nor%) - t) > 0 THEN
            ial1 = (lec(i + 3 - 2 * o%, s%, nor%) - lec(i + 1 - 2 * o%, s%, nor%)) / (lec(i
                + 2, s%, nor%) - lec(i, s%, nor%))
            ial2 = t - lec(i, s%, nor%)
            itpl = ial1 * ial2 + lec(i + 1 - 2 * o%, s%, nor%)
            GOTO acabo
        END IF
    END IF
NEXT i
acabo:
END FUNCTION

FUNCTION longi (ns)
SHARED dx()
k = 0
FOR L% = 1 TO ns - 1
    k = k + dx(nr, L%)

```

```
NEXT L%  
longi = k  
END FUNCTION
```

```
FUNCTION qfin (y)  
SHARED k1, ex1  
qfin = k1 * y ^ ex1  
END FUNCTION
```

```
FUNCTION qpico  
SHARED lec(), np()  
FOR i = 2 TO np(1, 1) STEP 2  
    IF max < lec(i, 1) THEN max = lec(i, 1)  
NEXT i  
qpico = max  
END FUNCTION
```

```
FUNCTION tfin (q)  
SHARED ex0, k0  
tfin = k0 * q ^ ex0  
END FUNCTION
```