



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA  
DE MEXICO

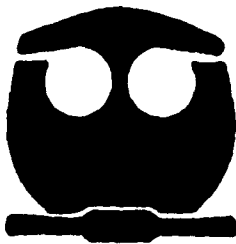
FACULTAD DE QUIMICA

ESTUDIO DE LA SOLIDIFICACION DE  
PIEZAS CON GEOMETRIA RECTANGULAR  
EN MOLDES DE ARENA MEDIANTE UN  
MODELO MATEMATICO



EXAMENES ESPECIALIALES  
FAC. DE QUIMICA

**T E S I S**  
PARA OBTENER EL TITULO DE:  
*INGENIERO QUIMICO METALURGICO*  
P R E S E N T A  
*JORGE GARCIA SANCHEZ*



MEXICO. D.F.

1995

FALLA DE ORIGEN

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO ASIGNADO

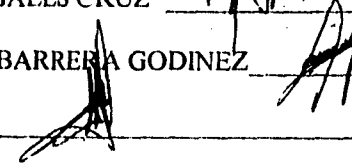
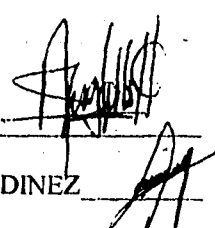
PRESIDENTE: Dr. FIDEL REYES CARMONA  
VOCAL: M en C. ALBERTO INGALLS CRUZ  
SECRETARIO: M en C. LUIS MIGUEL VILLEGAS SILVA  
1 er. SUPLENTE: I.Q.M. SERGIO GARCIA GALAN  
2 do. SUPLENTE: I.Q.M. VERONICA AYALA ROMAN

SITIO DONDE SE DESARROLLO EL TEMA : EDIFICIO D. FACULTAD DE QUIMICA. C.U.

ASESOR DEL TEMA : M en C. ALBERTO INGALLS CRUZ

SUPERVISOR TECNICO: Dr JOSE ANTONIO BARRERA GODINEZ

SUSTENTANTE: JORGE GARCIA SANCHEZ



*AGRADEZCO A MI FAMILIA  
POR LA GRAN PACIENCIA QUE ME TUVIERON  
Y POR TODO EL APOYO QUE ME BRINDARON DURANTE TODO ESTE TIEMPO*

**GRACIAS:**

*MAMÁ, MANUEL, CRISTINA, MIRIAN, DULCE Y DOÑA TERE.*

*AGRADEZCO A TODAS AQUELLAS PERSONAS QUE CONTRIBUYERON  
A QUE CONTINUARA CON MIS ESTUDIOS, EN ESPECIAL A:*

*ANGY*

*GEORGINA*

*VÍCTOR VEGA*

*Y*

*POR TODO EL APOYO BRINDADO, ADEMÁS DE PACIENCIA, AL PROFESOR*

*ALBERTO INGALLS CRUZ.*

**GRACIAS**

## Contenido

<b>RESUMEN</b>	<b>1</b>
<b>INTRODUCCIÓN</b>	<b>2</b>
<b>CAPITULO I. GENERALIDADES</b>	<b>3</b>
1.1 MÉTODOS DE SOLUCIÓN .....	3
1.2 OBJETIVO .....	9
<b>CAPITULO II. DEFINICIÓN DE LOS SISTEMAS BAJO ESTUDIO</b>	<b>10</b>
II.1 FORMULACIÓN MATEMÁTICA .....	10
II.2 DETERMINACIÓN DEL MÉTODO DE SOLUCIÓN .....	14
II.3 ECUACIONES DE LOS NODOS CARACTERÍSTICOS .....	15
II.4 PROPIEDADES TÉRMICAS .....	21
<b>CAPITULO III. PROGRAMA DE COMPUTO</b>	<b>22</b>
III.1 ESTRUCTURA DEL PROGRAMA .....	22
III.2 ESTABILIDAD .....	24
<b>CAPITULO IV. RESULTADOS</b>	<b>26</b>
IV.1 SISTEMA I .....	26
IV.2 CONVERGENCIA Y VALIDACIÓN DEL MODELO .....	31
IV.3 APLICACIÓN DEL MODELO .....	33
<b>CAPITULO V. ANÁLISIS DE RESULTADOS</b>	<b>38</b>
<b>CAPITULO VI. CONCLUSIONES</b>	<b>40</b>
<b>BIBLIOGRAFÍA</b>	<b>41</b>
ANEXO A	42
ANEXO B	70
ANEXO C	75
ANEXO D	76

## RESUMEN

En el presente trabajo se desarrolló un modelo matemático que permite estudiar la solidificación de piezas con geometría rectangular en moldes de arena. El mecanismo que controla el proceso es la transferencia de calor por conducción. Los resultados obtenidos por este modelo fueron comparados con los resultados experimentales reportados por Phelke y Kirt [7]. La diferencia que existe en esta comparación es de tan solo  $\pm 1^{\circ}\text{C}$  hasta que se alcanza la temperatura de solidificación en todo el sistema, posteriormente este valor crece en  $\pm 5^{\circ}\text{C}$ . Esta diferencia se atribuye al efecto que pueden tener la posible formación de espacios en la intercara molde-metal. Sin embargo, a pesar de está, las aproximaciones son estables, consistentes y convergen de forma inmediata lo cual se atribuye a la metodología empleada en el desarrollo del modelo, logrando así una apropiada precisión y una elevada eficiencia en la velocidad de respuesta para el estudio de estos sistemas.

## INTRODUCCIÓN

La importancia de la solidificación de metales radica en que a través de este proceso se originan la mayoría de las piezas metálicas comerciales, con la excepción de algunas que han sido fabricadas por alguna otra técnica metalúrgica (metalurgia de polvos, electrodeposición, etc.). Por tal motivo, siempre han sido tema de investigación todos los factores relativos al proceso de solidificación de metales y aleaciones.

Cuando este proceso se realiza en un molde, la solidificación del metal es determinada por la manera en que interactúan las propiedades termofísicas molde-metal y las condiciones de operación que existen. Esta interacción se lleva a cabo mediante la transferencia de calor, la cual se encarga de remover el calor mientras que el producto metálico adquiere una forma sólida.

La importancia del estudio de la transferencia de calor en la solidificación, repercute en aspectos que en la industria de la fundición representan al control de calidad por diseño. Es decir, su conocimiento proporciona un medio para establecer las condiciones bajo las cuales una pieza determinada debe de ser producida libre de defectos. Así también, la estructura del metal solidificado tiene una dependencia directa con el flujo de calor, siendo esta estructura la responsable de las propiedades mecánicas de la pieza solidificada.[6]

Monitorear y controlar la influencia de la variación de los factores que caracterizan al proceso de solidificación ( como lo es la velocidad de solidificación, que determina el tiempo de solidificación ) resulta difícil de hacer en la práctica. Por lo que, para tratar de entender estos factores, se han desarrollado ó adaptado diversos métodos matemáticos (métodos analíticos exactos, métodos aproximados y métodos no analíticos), mediante los cuales se ha tenido un conocimiento cada vez más preciso de este proceso, teniendo así un mejor control de estos factores.

De estos métodos, las soluciones no analíticas han tenido un gran impulso, debido a los avances en software (conjunto de instrucciones para procesar datos) y hardware (forma de crear ó modificar instrucciones dentro del lenguaje máquina) durante los últimos años. El uso de estas soluciones no analíticas, implementadas en programas de cómputo, aproximan la solución de formulaciones matemáticas de problemas complejos, siendo la solidificación un ejemplo de dichos problemas.



## CAPITULO I. GENERALIDADES

### 1.1 MÉTODOS DE SOLUCIÓN

En el estudio de la transferencia de calor durante la solidificación, existen diversos procedimientos matemáticos, que son básicamente agrupados en tres tipos de métodos. Una descripción muy general de cada uno de los métodos, permitirá introducirnos a la naturaleza del problema asociado al proceso de solidificación de metales.

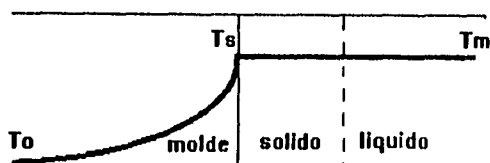
#### 1) Métodos analíticos exactos.

Estos métodos involucran la derivación de una solución analítica para la temperatura del sistema, como una función del espacio ó coordenadas espacio-tiempo. La solución debe de satisfacer la ecuación diferencial parcial "gobernante", juntamente con la condición inicial y las condiciones de frontera apropiadas al problema en particular. Usualmente la derivación de las soluciones analíticas requeridas son simplificadas para aproximarse al fenómeno físico, particularizando así la solución. Con frecuencia estas soluciones resultan útiles y proporcionan una comprensión excelente del comportamiento de algunos sistemas de solidificación. Sin embargo, las soluciones analíticas pueden alcanzarse sólo para una clase limitada de problemas. Estos problemas incluyen aquellos que pueden aproximarse mediante modelos lineales y aquellos que tienen una geometría simple. En consecuencia, las soluciones analíticas tienen valor práctico limitado, porque la mayor parte de los problemas reales, durante la solidificación, no son lineales e implican formas geométricas y procesos complejos.

Un caso representativo de estos métodos es la derivación de la ecuación de Chvorinov, la cual permite la comparación del tiempo de solidificación de diferentes cuerpos con formas y dimensiones simples[1]. La deducción de esta ecuación como un ejemplo ilustrativo se muestra a continuación.

En este análisis se considera que la resistencia al flujo de calor se va a dar dentro del molde y se hacen las siguientes consideraciones:

- el metal se vierte sin sobrecalentamiento.
- como la resistencia al flujo de calor se da dentro del molde, la temperatura de la interfase es casi igual a la temperatura de fusión del metal.
- durante el enfriamiento la temperatura de la interfase se mantiene constante.
- el molde se asume comportarse como un sólido semiinfinito



Esta distribución de temperaturas es descrita por la ecuación diferencial parcial siguiente:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t}$$

donde las condiciones de frontera son:

$$T(\infty, t) = T_0$$

$$T(0, t) = T_m$$

y la condición inicial es

$$T(x, 0) = T_0$$

La ecuación diferencial antes descrita se puede resolver por la técnica de transformadas de Laplace [4] y el resultado a esta ecuación junto con las condiciones de frontera y/o inicial es:

$$\frac{T - T_m}{T_0 - T_m} = \text{ferr} \frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}$$

ferr. es la función error y se define como:

$$\text{ferr} \frac{x}{2\sqrt{\alpha t}} = \frac{2}{\pi \int_0^{x/2\sqrt{\alpha t}} e^{-\eta^2} d\eta}$$

donde:

- $\eta$  = variable falsa, cuyo valor esta en función del límite superior de la integral
- $x$  = distancia dentro del molde
- $T_0$  = temperatura inicial uniforme
- $\alpha$  = difusividad térmica

Apartir de la Ley de Fourier se establece que el flux de calor dentro del molde sigue la siguiente ecuación:

$$q_{x=0} = -K \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x=0}$$

Al sustituir la definición de la función error en la solución de la ecuación diferencial parcial, el gradiente de la temperatura con respecto a la posición queda expresado de la siguiente forma:

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{T_0 - T_m}{\sqrt{\pi \alpha t}} \exp\left(\frac{-x^2}{4\alpha t}\right)$$

por lo que el flux es:

$$q_{x=0} = \frac{K(T_m - T_0)}{\sqrt{\alpha \pi t}}$$

si sustituimos el conjunto de variables que definen a la difusividad térmica

$$\alpha = \frac{K}{\ell C_p}$$

el flux de calor queda finalmente expresado por la siguiente ecuación:

$$q_{x=0} = \frac{\sqrt{K \ell C_p} (T_m - T_0)}{\sqrt{\pi t}}$$

Si un molde de área superficial dada tiene la habilidad de absorber una cierta cantidad de calor en un tiempo dado sin importar el contorno, el flujo de calor estará descrito por la siguiente ecuación:

$$Q = \int_0^t A q_{x=0} dt = \frac{\sqrt{K \ell C_p} (T_m - T_0)}{\sqrt{\pi}} \int_0^t \frac{dt}{\sqrt{t}}$$

Por otro lado para una colada de volumen V completamente solidificada, todo el calor latente puede ser removido, entonces el calor latente involucrado es:

$$Q = \ell' V H_f$$

Considerando que el calor extraído del molde es igual al calor latente involucrado durante la solidificación.

$$\ell' V H_f = \frac{\sqrt{K \ell C_p} (T_m - T_0)}{\sqrt{\pi}} \int_0^t \frac{dt}{\sqrt{t}}$$

Cuando esta ecuación se rearregla de tal manera que permita tener una comparación del tiempo de enfriamiento de fundiciones con diferentes formas y tamaños, finalmente se tiene la expresión conocida como la ecuación de Chvorinov's

$$t = \left(\frac{V}{A}\right)^2 \left(\frac{\ell' H_f}{(T_m - T_o)}\right)^2 \frac{1}{4} \left(\frac{\pi}{k \ell C_p}\right)$$

donde de manera simplificada es descrita de la siguiente forma:

$$t = C \left(\frac{V}{A}\right)^2$$

La derivación de esta ecuación se caracteriza por mantenerse en un margen matemático estricto, siendo este el mayor problema en la derivación de una ecuación analítica que contabilice todos los parámetros de un proceso real.

## 2) Métodos analíticos aproximados.

Los métodos analíticos aproximados incluyen aproximaciones matemáticas para mantener algunas de las condiciones físicas del problema. Las aproximaciones matemáticas son funciones auxiliares mediante las cuales se "ajusta" el perfil térmico dentro del metal que se encuentra solidificándose.

Para resolver un problema de este tipo se parte de la ecuación integral de conducción de calor y se integra la solución auxiliar propuesta, por lo que, éste método de solución se conoce como Método de Perfil Integral ó Método del Balance Integral de Calor.

El uso de condiciones de frontera para evaluar las constantes de la función auxiliar asegura que el perfil supuesto es correcto en las cercanías de las fronteras del sistema, mientras que la ecuación de conservación asegura que el perfil es correcto en el interior de la capa del metal solidificado.

Su aplicación principal, por ejemplo, ha sido en colada continua ya que no se dispone de una solución analítica exacta. Para este proceso se han desarrollado soluciones que manejan funciones auxiliares lineales, cuadráticas y cúbicas. Cuando se aplica este método se requieren de algunas consideraciones para aproximar el problema físico:

- la conducción de calor unidireccional.
- la transferencia de calor sobre la interfase se aproxima por coeficientes de transferencia de calor.
- no hay sobrecalentamiento en el metal líquido.
- el metal solidifica bajo la "conducta" de un metal puro.

## 3) Métodos no analíticos

En este grupo se incluyen a los métodos numéricos, gráficos y analógicos, los cuales generan soluciones aproximadas a formas geométricas y fenómenos naturales complejos, característicos de la solidificación de metales y aleaciones, y que a menudo resultan imposibles de resolver analíticamente.

De entre los métodos numéricos, tradicionalmente los métodos de diferencias finitas han representado una poderosa técnica para aproximar cuantitativamente todos aquellos factores relativos al proceso de solidificación. Estos métodos, al igual que cualquier otro método numérico, dan la posibilidad de "formular" problemas de tal forma que pueden resolverse usando únicamente operaciones aritméticas. Sin embargo, resulta tedioso y hasta complicado si no se resuelven mediante cómputo (que tiene una influencia muy significativa en el proceso de solución).

Los métodos de diferencias finitas básicamente consisten en reemplazar el dominio de la solución por una etapa finita de puntos nodales, que se generan al introducir una malla constituida de volúmenes bien definidos conocidos como nodos, donde se aproxima la temperatura en cada uno de ellos, mediante ecuaciones características de diferencias finitas. Estas ecuaciones se obtienen a partir de reemplazar los términos diferenciales de la ecuación diferencial parcial gobernante del sistema en términos de "diferencias" ó por consideraciones de flujo de calor directo [ 14].

Existen una gran variedad de técnicas que utilizan diferencias finitas en el estudio de la solidificación, de las cuales algunas son presentadas de manera ilustrativa en el "anexo D" de este trabajo. La precisión de los resultados independientemente de la técnica utilizada, usualmente se basa sobre la "intuición" y la "experiencia" que se tenga en esta área.

En años recientes, otros métodos numéricos se han adaptado específicamente para usarse en problemas de transferencia de calor, de ellos el más prominente ha sido el método del elemento finito que difiere básicamente del método de diferencias finitas por su "flexibilidad", debido a las siguientes características:

- el método del elemento finito puede trabajar con cualquier tipo de ecuación sea ésta: diferencial, diferencial parcial, integral, integral diferencial ó variacional.
- el método se aplica a cualquier tipo de condición a la frontera ó condicional.
- el método se aplica a cualquier geometría (cualquier número de dimensiones).
- el método admite que las propiedades físicas ó los coeficientes varíen con el tiempo y el espacio.
- las ecuaciones diferenciales que representan al fenómeno bajo estudio pueden no ser lineales .

## OBJETIVO

El objetivo de este trabajo es el desarrollo de un modelo matemático que permita el estudio de la solidificación de piezas unidas mediante geometrías rectangulares en moldes de arena. Donde el mecanismo que controla el proceso de solidificación, es la transferencia de calor por conducción.

De donde se infiere que la evolución del proceso de solidificación ó el avance de las isoterms con respecto al tiempo en tales sistemas, no puede ser descrito por una ecuación como la regla de Chvorinov's .

## CAPITULO II DEFINICIÓN DE LOS SISTEMAS BAJO ESTUDIO

### II.1 FORMULACIÓN MATEMÁTICA

El diseño final que tiene un molde de arena, que contiene cavidades como las que definen a los sistemas bajo estudio, se muestran en las figuras 1 y 2. (en las figuras no se consideran las partes complementarias del sistema de colada, su estudio queda fuera de los alcances de este trabajo.). Donde el material fundido es vertido a una temperatura determinada sobre el bebedero (parte fundamental del sistema de colada) llenando posteriormente la cavidad, de donde el calor es removido hasta que la pieza adquiere una forma solida. Esto representa esencialmente un problema de transferencia de calor, donde aparte del transporte de calor por conducción, la convección causada por el movimiento del fluido tiene un papel importante, ya que durante este periodo suceden fenómenos que tienen una relación directa con la estructura cristalina [1][12]. Así también, el transporte de calor por radiación tiene una influencia marcada sobre el tiempo de solidificación. Este mecanismo se presenta en este proceso por la formación de "espacios" en la interfase molde metal, debido a la contracción del metal durante la solidificación ó a las propiedades del molde [9][12].

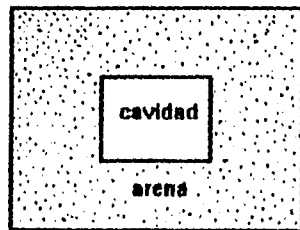


Fig.1. Sistema rectangular

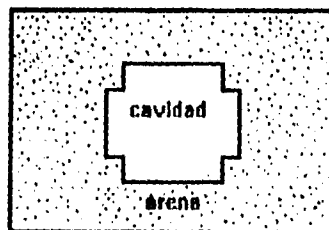


Fig.2. Sistema en forma de "cruz"

La ecuación que representa matemáticamente la solidificación en estos sistemas es la ecuación de conservación energía térmica, que se expresa en notación vectorial de la siguiente forma:

$$\rho C_p (\partial T / \partial t) = -\rho C_p U \nabla \cdot T + \nabla K \nabla T + G \quad (1)$$

acumulación de
transporte
transporte
generación  
energía térmica
convectivo
por conducción
de calor.

donde:

- $\rho$  = Densidad de la masa,
- $C_p$  = Capacidad calorífica
- $k$  = Conductividad térmica.
- $G$  = Generación de calor.
- $T$  = Temperatura.
- $t$  = tiempo



El símbolo  $\nabla$  (nabla) es el operador que representa la divergencia de un vector, se define como [+]:

$$\nabla \equiv (\partial / \partial x)i + (\partial / \partial y)j + (\partial / \partial z)k$$

y presenta la siguiente propiedad.

$$\nabla \cdot \nabla = \partial / \partial x (\partial / \partial x) + \partial / \partial y (\partial / \partial y) + \partial / \partial z (\partial / \partial z)$$

Con la finalidad de reducir lo complicado que resultaría utilizar todos los términos de la ecuación (1) para obtener una solución se enlistan una serie de suposiciones y consideraciones:

(a) El molde se llena "instantáneamente" con el metal líquido a una temperatura de vertido  $T_v$  determinada y el metal queda totalmente "estancado". Por lo que, el transporte de calor por convección que hay durante la solidificación puede aproximarse mediante la asignación de un valor elevado a la conductividad del metal líquido. Esto nos permite despreciar el primer término del lado derecho de la ecuación (1), quedando reducida a la siguiente expresión:

$$\rho C_p (\partial T / \partial t) = \nabla K \nabla T + G \quad (2)$$

(b) La generación de calor por reacciones químicas posibles ó cambios de fase queda fuera de los alcances de este trabajo; por lo tanto, este término tampoco se considera. Estableciéndose la ecuación siguiente:

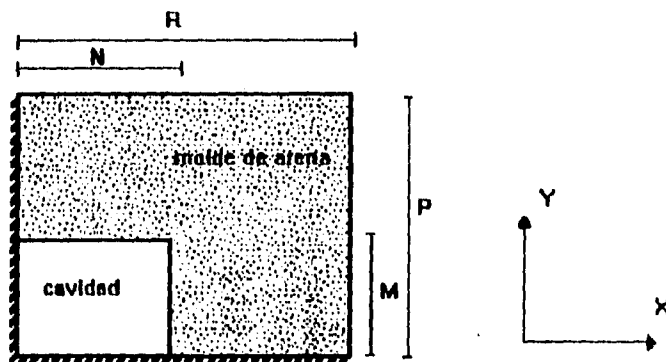
$$\rho C_p (\partial T / \partial t) = \nabla K \nabla T \quad (3)$$

(c) Es un problema bidireccional en X y Y. De tal forma que, la ecuación que representa finalmente el problema en forma cartesiana es la siguiente:

$$\rho C_p (\partial T / \partial t) = K [(\partial^2 T / \partial x^2) + (\partial^2 T / \partial y^2)] \quad (4)$$

## REPRESENTACIÓN ESQUEMÁTICA DEL SISTEMA I

El sistema I consiste en un rectángulo ó cuadrado. Debido a su simetría puede ser dividido en cuadrantes y tan solo basta considerar uno como parte representativa del sistema (vease fig. 3) [8]



----- Fronteras aisladas por simetría

- N = mitad del ancho la pieza.  
M = mitad de la altura de la pieza.  
R = mitad del ancho del molde.  
P = mitad de la altura del molde.

FIG.3. Sistema I

Por lo que las condiciones de frontera y la condición inicial de este sistema son las siguientes:

**CONDICIONES DE FRONTERA:**

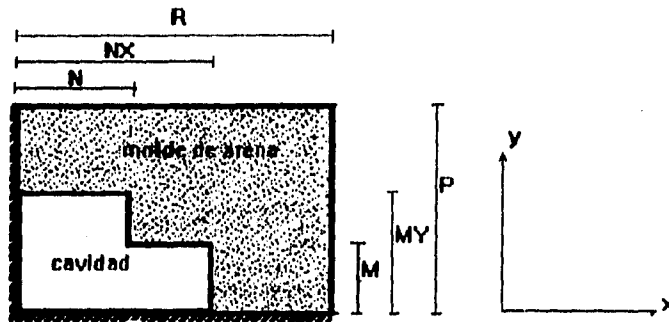
- C.F.I. PARA  $X=0$ ,  $0 \leq Y \leq P$ ,  $t > 0$   $-K(\partial T / \partial x) = 0$   
C.F.II PARA  $0 \leq X \leq R$ ,  $Y=0$ ,  $t > 0$   $-K(\partial T / \partial y) = 0$   
C.F.III PARA  $X=R$ ,  $0 \leq Y \leq P$ ,  $t > 0$   $-K_A(\partial T / \partial x) = q_A$   
C.F.IV PARA  $0 \leq X \leq R$ ,  $Y=P$ ,  $t > 0$   $-K_A(\partial T / \partial y) = q_A$

**CONDICION INICIAL.**

- $0 \leq X \leq N$ ,  $0 \leq Y \leq M$ ,  $t = 0$   $T = T_i$   
 $N \leq X \leq R$ ,  $0 \leq Y \leq P$ ,  $t = 0$   $T = T_a$   
 $0 \leq X \leq R$ ,  $M \leq Y \leq P$ ,  $t = 0$   $T = T_a$

## REPRESENTACIÓN ESQUEMÁTICA DEL SISTEMA II

El sistema II consiste en una geometría en forma de "cruz", que bajo condiciones de simetría puede ser dividido en cuadrantes, de los cuales bastaría uno para representar al sistema.



## Fronteras aisladas por simetría

- N = mitad del ancho de los brazos verticales de la pieza.  
 M = mitad del ancho de los brazos horizontales de la pieza.  
 NX = distancia que determina la longitud de los brazos horizontales.  
 MY = distancia que determina la longitud de los brazos verticales.  
 R = mitad del ancho del molde.  
 P = mitad de la altura del molde.

FIG.4. Sistema II.

Por lo que las condiciones de frontera y la condición inicial de este sistema son las siguientes:

## CONDICIONES DE FRONTERA

C.F.I	PARA	$X = 0,$	$0 \leq Y \leq P,$	$t > 0$	$-K(\partial T / \partial x) = 0$
C.F.II	PARA	$0 \leq X \leq R,$	$Y = 0,$	$t > 0$	$-K(\partial T / \partial y) = 0$
C.F.III	PARA	$X = R,$	$0 \leq Y \leq P,$	$t > 0$	$-K_A(\partial T / \partial x) = q_A$
C.F.IV	PARA	$0 \leq X \leq R,$	$Y = P,$	$t > 0$	$-K_A(\partial T / \partial y) = q_A$

## CONDICION INICIAL.

$0 \leq X \leq NX,$	$0 \leq Y \leq M,$	$t = 0$	$T = T_v$
$0 \leq X \leq N,$	$M \leq Y \leq MY,$	$t = 0$	$T = T_v$
$NX \leq X \leq R,$	$0 \leq Y \leq M,$	$t = 0$	$T = T_a$
$N \leq X \leq R,$	$M \leq Y \leq MY,$	$t = 0$	$T = T_a$
$0 \leq X \leq R,$	$MY \leq Y \leq P,$	$t = 0$	$T = T_a$

## II.2 DETERMINACIÓN DEL MÉTODO DE SOLUCIÓN

La ecuación (4) y las condiciones de frontera planteadas junto con la condición inicial, para los sistemas I y II, respectivamente, describen matemáticamente el fenómeno de transferencia de calor en el sistema bajo estudio. La solución analítica de esta ecuación no es sencilla debido a las condiciones de frontera. Por tal motivo, se usa un método numérico para aproximar cuantitativamente la historia térmica del metal durante su solidificación.

De entre los métodos existentes, los métodos de diferencias finitas tienen la característica de utilizar una "malla fija", que puede ser similar en geometría al sistema de análisis. Cuando el sistema corresponde a una geometría simple, se puede utilizar una malla constituida de volúmenes tan simples como el sistema ó aún más. Además, este método permite evaluar la variación de aquellas propiedades que son dependientes de la temperatura en cada punto espacial de la red a intervalos de tiempo específicos.

Aunque, la aplicación de estos métodos genera una solución aproximada que está expuesta a dos tipos de errores [2], las características que reúne son suficientes para satisfacer los objetivos de este trabajo. Por tal motivo se empleara el método de diferencias finitas, utilizando la técnica explícita, además, de ser un modelo inicial en el estudio de sistemas de manera bidireccional, donde se evalúa la variación de las propiedades termofísicas como función de la temperatura.

El primer tipo de error de este método es llamado error de truncación, debido al cómputo de las derivadas reemplazadas por diferencias finitas, y éste es función de: la distribución de temperaturas inicial, las condiciones de frontera, el cambio de esquema de diferencias finitas y los criterios de estabilidad utilizados. El segundo tipo de error es el "error de redondeo" el cual revela que los valores computados "oscilan" incrementando la magnitud de la oscilación conforme el cálculo se desarrolla.

### II.3 ECUACIONES DE LOS NODOS CARACTERÍSTICOS

Un nodo es nombrado característico, debido a su ubicación dentro del sistema caracterizándose esta ubicación por la diferente forma de interactuar con sus alrededores respecto a otros nodos.

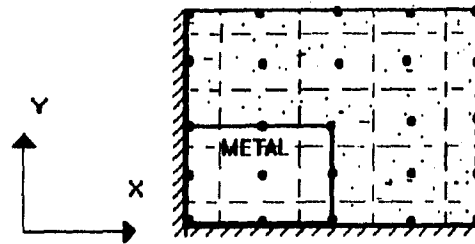
El número de ecuaciones nodales características es determinado por el tipo de arreglo establecido sobre el sistema. Para los fines de este trabajo se escogieron arreglos como los que se muestran en las figs. (5 y 7), considerando los siguientes factores:

- El arreglo debe ser, de tal forma que los nodos que se encuentren en las fronteras del sistema satisfagan las condiciones de frontera establecidas.
- Se debe identificar el número máximo de formas diferentes de interactuar con los alrededores para cada uno de los nodos utilizando únicamente el patrón geométrico que facilite el desarrollo de las ecuaciones algebraicas.

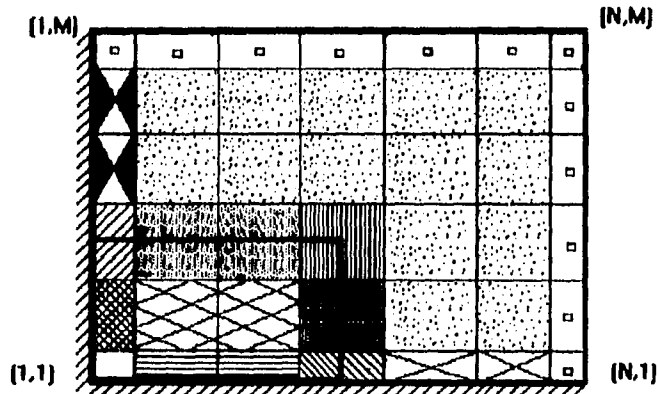
En los arreglos escogidos, figuras 6 y 8, fácilmente se identifica el "dominio" de los nodos característicos. La derivación de la ecuación representativa de cada caso se desarrolla en base a consideraciones hechas para facilitar el trabajo de cómputo, las cuales se describen a continuación.

- Los intervalos de distancia que hay de un nodo a otro, son igualmente espaciados sobre el mismo eje.
- No existe una resistencia de contacto en la interfase molde-metal.
- En un nodo ubicado en la interfase molde-metal el flux neto de calor y la rapidez del incremento de energía térmica se determinará a partir de la suma de proporciones volumétricas de energía térmica de los materiales que constituyen dicho volumen.

**DISCRETIZACION DEL SISTEMA I**



**Fig.5. Cantidad mínima de nodos que describen el número máximo de formas de interactuar entre ellos mismos.**



**Fig.6 En un arreglo de  $N \times M$  nodos, se identifican las zonas gráficas donde la transferencia de calor es determinada por una ecuación algebraica similar.**

ECUACIONES QUE REPRESENTAN A TODOS LOS NODOS  
CARACTERÍSTICOS DEL SISTEMA I.

$$\square T_{(1,1)}^{n+1} = T_{(1,1)}^n [1 - 2M_m Z] + [2M_m (XT_{(1,2)}^n + YT_{(2,1)}^n)]$$

$$\text{▨} T_{(1,1)}^{n+1} = T_{(1,1)}^n [1 - 2M_m Z] + [M_m (Y(T_{(1,1)}^{n-1}) + T_{(1,1)}^n) + 2XT_{(1,2)}^n]$$

$$\text{▩} T_{(N,1)}^{n+1} = T_{(N,1)}^n \left[ 1 - \left( \frac{2\Delta t K_e}{\Delta x \Delta y W} Z \right) \right] + \left[ \frac{2\Delta t}{\Delta x \Delta y W} (Y(K_M T_{(N-1,1)}^n + K_A T_{(N+1,1)}^n) + XT_{(N,2)}^n K_e) \right]$$

$$\text{⊠} T_{(1,1)}^{n+1} = T_{(1,1)}^n [1 - 2M_A Z] + [M_A (Y(T_{(1,1)}^{n-1}) + T_{(1,1)}^n) + 2XT_{(1,2)}^n]$$

$$\text{▣} T_{(1,j)}^{n+1} = T_{(1,j)}^n [1 - 2M_m Z] + [M_m (X(T_{(1,j-1)}^n + T_{(1,j)}^n) + 2YT_{(2,j)}^n)]$$

$$\text{▧} T_{(1,M)}^{n+1} = T_{(1,M)}^n \left[ 1 - \frac{2\Delta t K_e}{\Delta x \Delta y W} Z \right] + \left[ \frac{2\Delta t}{\Delta x \Delta y W} (X(K_M T_{(1,M-1)}^n + K_A T_{(1,M+1)}^n) + YT_{(2,M)}^n K_e) \right]$$

$$\text{⊞} T_{(1,j)}^{n+1} = T_{(1,j)}^n [1 - 2M_A Z] + [M_A (X(T_{(1,j-1)}^n + T_{(1,j)}^n) + 2YT_{(2,j)}^n)]$$



$$T_{(1,M)}^{n+1} = T_{(1,M)}^n \left[ 1 - \left( \frac{2\Delta t K_e}{\Delta x \Delta y W} Z \right) \right] + \left[ \frac{\Delta t}{\Delta x \Delta y W} (YK_e (T_{(1,M)}^{n-1}) + T_{(1,M)}^n) + 2X(K_A T_{(1,M+1)}^n + K_M T_{(1,M-1)}^n) \right]$$



$$T_{(N,M)}^{n+1} = T_{(N,M)}^n \left[ 1 - \left( \frac{\Delta t K_e}{\Delta x \Delta y W_1} Z \right) \right] + \left[ \frac{\Delta t}{\Delta x \Delta y W_1} (2K_e (YT_{(N-1,M)}^n + XT_{(N,M-1)}^n) + 4K_A (YT_{(N+1,M)}^n + XT_{(N,M+1)}^n)) \right]$$



$$T_{(N,j)}^{n+1} = T_{(N,j)}^n \left[ 1 - \left( \frac{2\Delta t K_e}{\Delta x \Delta y W} Z \right) \right] + \left[ \frac{\Delta t}{\Delta x \Delta y W} (2Y(K_M T_{(N-1,j)}^n + K_A T_{(N+1,j)}^n) + XK_e (T_{(N,j-1)}^n + T_{(N,j+1)}^n)) \right]$$

FALLA DE ORIGEN



$$T_{(i,j)}^{i+1} = T_{(i,j)}^i [1 - 2M_m Z] + \left[ M_m (Y(T_{(i-1,j)}^i + T_{(i+1,j)}^i) + X(T_{(i,j-1)}^i + T_{(i,j+1)}^i)) \right]$$



$$T_{(i,j)}^{j+1} = T_{(i,j)}^i [1 - 2M_A Z] + \left[ M_A (Y(T_{(i-1,j)}^i + T_{(i+1,j)}^i) + X(T_{(i,j-1)}^i + T_{(i,j+1)}^i)) \right]$$

donde:

$$Z = \left( \frac{\Delta x}{\Delta y} + \frac{\Delta y}{\Delta x} \right)$$

$$X = \frac{\Delta x}{\Delta y}$$

$$Y = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

$$K_e = (K_A + K_M)$$

$$K_{e1} = (6K_A + 2K_M)$$

$$W = (\ell_M C_{pM} + 3\ell_A C_{pA})$$

$$M_m = \frac{\alpha_M \Delta t}{\Delta x \Delta y}$$

$$M_A = \frac{\alpha_A \Delta t}{\Delta x \Delta y}$$

FALLA DE ORIGEN



DISCRETIZACION DEL SISTEMA II

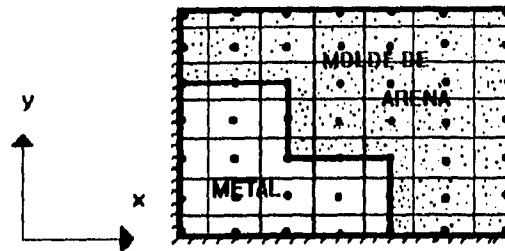


Fig. 7. Cantidad mínima de nodos que describen el número máximo de formas de interactuar entre ellos mismos.

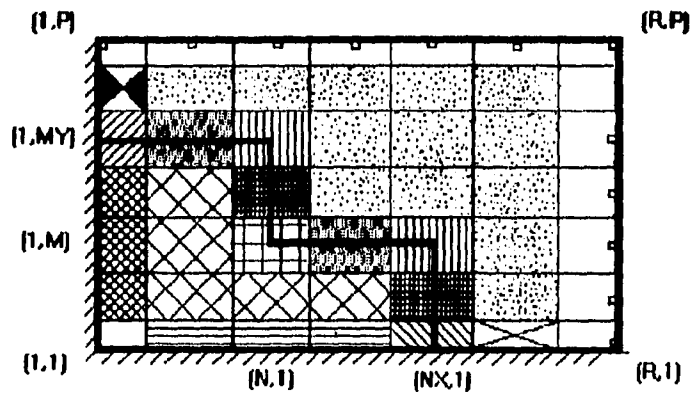


Fig. 8. Zonas donde la transferencia de calor es determinada por una ecuación algebraica similar.

ECUACIONES QUE REPRESENTAN A TODOS LOS NODOS  
CARACTERÍSTICOS DEL SISTEMA II.

Las ecuaciones que representan a los nodos característicos de las diferentes zonas gráficas que aparecen en este sistema son algebraicamente similares a las que corresponden a una misma zona gráfica del sistema I. La diferencia se presenta únicamente en la notación de subíndices asignados, esto debido a la variación de geometría. Sin embargo en este sistema aparece una "zona diferente", que representa otra forma de interactuar con los alrededores, la cual está ubicada en las coordenadas (N,M) y la ecuación que representa a esta región es la siguiente.



$$T_{(N,M)}^{i+1} = T_{(N,M)}^i \left[ 1 - \left( \frac{\Delta K_{e2}}{\Delta x \Delta y W_1} Z \right) \right] + \left[ \frac{\Delta t}{\Delta x \Delta y W_1} \left( 2K_e (YT_{(N+1,M)}^i + XT_{(N,M+1)}^i) + 4K_M (YT_{(N-1,M)}^i + XT_{(N,M-1)}^i) \right) \right]$$

donde:

$$K_{e2} = (6K_M + 2K_A)$$

$$W_1 = (\ell_A C p_A + 3\ell_M C p_M)$$

## II.4 PROPIEDADES TÉRMICAS

Las propiedades térmicas del molde de arena y el material metálico (Aluminio) como función de la temperatura, fueron elegidas basándose en datos reportados en la literatura [7,8] y son descritas en el ANEXO C de este trabajo.

### Molde de arena.

Las características de composición y la técnica de moldeo del molde de arena son las siguientes:

#### --- Composición del molde

Bentonita occidental:	4 %	en peso
Agua:	2.5 %	en peso
Dextrina:	1 %	en peso

Balace: Arena silica Wedron malla 80AFS.

#### --- Moldeo y secado

- Aplanamiento hidráulico alcanzando una dureza de molde equivalente a 85-90 AFS
- Secado con gas arriba de  $350^{\circ} F$  ( $177^{\circ} C$ ) por 24 h.
- Enfriado por 24 h. para su uso.
- Densidad después de secado:  $100-150 \text{ lb/ft}^3$  ( $1.60-1.68 \text{ g/cm.}^3$ )

### Material metálico

Para aproximar la liberación de calor de fusión se establece un pequeño rango de enfriamiento, donde la liberación de energía se contabiliza por medio de la capacidad calorífica, a través de las siguientes expresiones [ 7 ]:

$$C_p = 0.336(T - 1197) + 0.303 \quad 1197 \leq T < 1220^{\circ} F$$

$$C_p = 0.334(1242 - T) + 0.313 \quad 1220 \leq T < 1242^{\circ} F$$

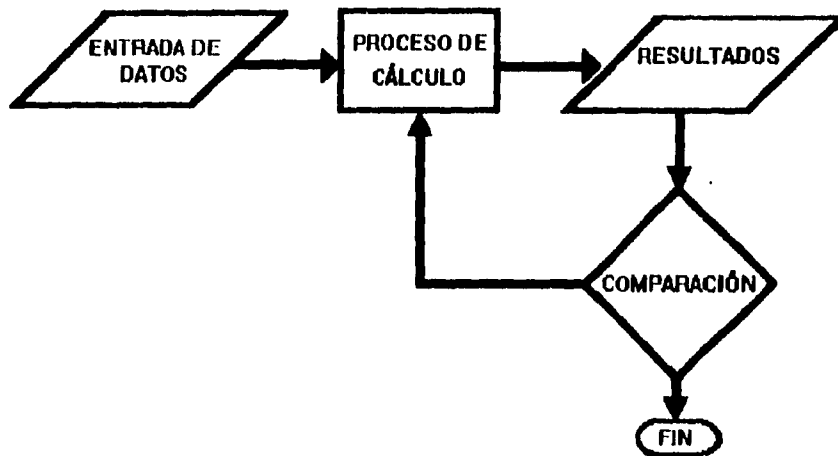
donde el área generada por estas líneas aproxima un  $\Delta H_f = 170 \text{ BTU / lb.}$

## CAPITULO III PROGRAMA DE COMPUTO

### III.1 ESTRUCTURA DEL PROGRAMA

El programa de cómputo se desarrolló en lenguaje BASIC. Este programa presenta dos alternativas de análisis: Sistema I y Sistema II (figuras 5 y 7). Las características del funcionamiento de cada alternativa en el programa, son muy similares entre si. Las diferencias más específicas son la cantidad de datos proporcionados y la cantidad de cálculos realizados. Esto es debido a la geometría que se analiza en cada caso.

El programa para los dos sistemas (geometría rectangular y geometría en forma de "cruz") está constituido básicamente con la siguiente estructura.



#### Entrada de datos.

La entrada de datos tiene dos etapas:

- (1) Diseño físico del sistema.
  - (a) El dimensionamiento físico de la pieza metálica.
  - (b) La discretización del dominio de la pieza metálica.
  - (c) El dimensionamiento físico del molde de arena.
- (2) Condiciones iniciales de operación del proceso.
  - (a) La temperatura de vertido.
  - (b) La temperatura inicial del molde de arena.

**Proceso de cálculo.**

Bajo las condiciones iniciales de operación se establece la distribución inicial de temperaturas para el sistema. Posteriormente, con estas mismas condiciones iniciales, se evalúan los criterios de estabilidad para encontrar el intervalo de tiempo que asegura durante todo el enfriamiento la estabilidad del sistema. Consecutivamente se evalúan las propiedades termofísicas del material que solidifica y del molde de arena, como función de la distribución de temperaturas presentes, para que posteriormente se obtenga una nueva distribución de temperaturas, finalizando así un ciclo de cálculo.

**Resultados.**

Los resultados que proporciona el programa son arreglos tabulares en base a la geometría del sistema, en donde las cantidades indican la posición correspondiente en el arreglo discretizado y el valor correspondiente de temperatura.

**Comparación.**

En cada intervalo de tiempo los resultados obtenidos se comparan contra los resultados que se desean. Presentándose así dos alternativas: Una establece un nuevo ciclo de cálculo, regresando al proceso de operación y la otra finaliza el programa de computo.

**Fin.**

Si los resultados son los que se desean el programa finaliza.

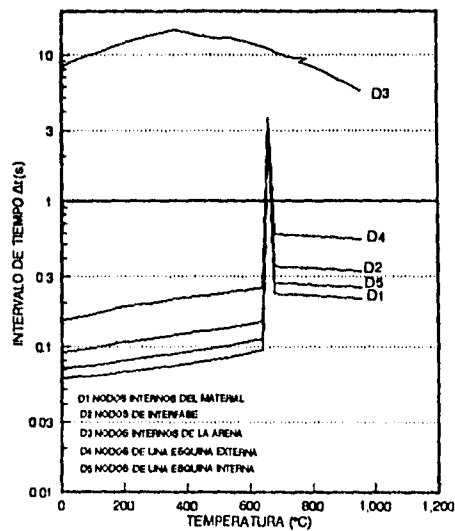
### III.2 ESTABILIDAD

La estabilidad en el calculo de la transferencia de calor para los sistemas bajo estudio con respecto a un fenómeno físico real, se mantuvo al utilizar como parámetro de estabilidad el menor intervalo de tiempo calculado de todos aquellos que se generaron. La derivación de estos se muestra en el ANEXO B de este trabajo.

Se encontró que para un  $\Delta x$  y/o  $\Delta y$  cualquiera bajo las condiciones iniciales de operación Temperatura de vertido y Temperatura ambiente, la mas severa restricción corresponde a todos aquellos nodos internos del sistema en cuestión

$$0 < \Delta t < \left( \frac{1}{\frac{2\alpha_M}{\Delta x \Delta y} \left( \frac{\Delta x}{\Delta y} + \frac{\Delta y}{\Delta x} \right)} \right)$$

Para valores fuera de este intervalo el método numérico es inestable. Es decir los resultados obtenidos no corresponden al fenómeno natural esperado. Por otro lado, es importante corroborar que esta restricción tenga validez durante todo el periodo de enfriamiento. Lo cual se muestra gráficamente (gráfico 1) al hacer uso de los diferentes  $\Delta t$  como función de la temperatura.



GRAFICA 1 COMPORTAMIENTO DEL PARAMETRO DE ESTABILIDAD  
COMO FUNCION DE LA TEMPERATURA

Se utilizaron tres procedimientos para confirmar que el programa de cómputo genera resultados estables, los cuales se listan a continuación.

(1) Dentro del rango de restricción al cual está sujeto el parámetro de estabilidad  $\Delta t$ , el uso de cualquier valor que esté dentro de este rango para efectuar los cálculos, genera resultados que van desde  $0 \pm 0.5^\circ\text{C}$ . de diferencia.

(2) Bajo el mismo valor de las condiciones iniciales de operación (temperatura de vertido y temperatura ambiente) a un tiempo infinito de cálculo prevaleció este valor en el sistema.

(3) Para las condiciones iniciales de operación dadas, siempre se alcanza el equilibrio térmico en el mismo valor del tiempo.

## CAPITULO IV RESULTADOS

Los resultados del estudio sobre el sistema I, permiten comprobar la validez del Modelo Matemático desarrollado mediante la comparación de las aproximaciones obtenidas y los resultados experimentales reportados por R.D Pehlke, M.J. Kirt, R.E. Marrone and D.J. Cook [ 7 ]. Así también, a través de ellos se evalúan las condiciones de calculo para las cuales el modelo es más eficiente.

Los resultados del estudio del sistema II, se presentan como un ejemplo de aplicación del modelo donde se permite estudiar los diferentes factores relativos al proceso de solidificación de este sistema.

La forma en que se presentan los resultados es mediante perfiles de temperaturas, obtenidos como función del tiempo para los sistemas I y II. A partir de éstos se establece la posición de la isoterma de solidificación del material en cuestión (Aluminio puro) y su evolución con el tiempo. En ambos sistemas, esto es representado gráficamente por perfiles isocronos de solidificación y se muestran a continuación para cada sistema respectivamente.

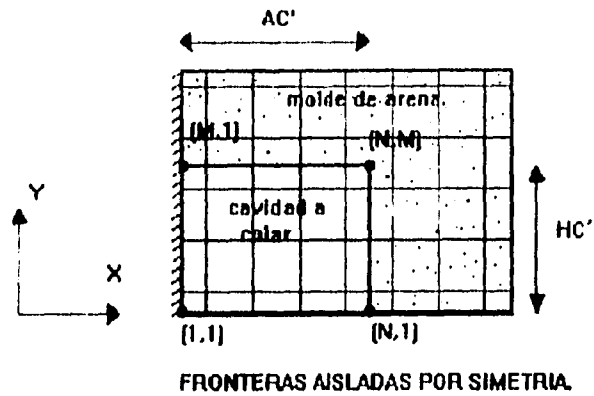
### IV.1 SISTEMA I (GEOMETRÍA RECTANGULAR)

Este sistema tiene una geometría cuadrada (vease figura 9), donde el valor de una de las aristas es de 4.5 cm y las condiciones iniciales del proceso son: Temperatura de vertido = 732°C y Temperatura ambiente = 23.5°C. Estas características tanto del sistema como del proceso mantienen las mismas condiciones físicas y de operación utilizadas en la obtención de resultados experimentales [ 7 ], Bajo estas condiciones y junto con las consideraciones hechas en la formulación matemática; así como en la evaluación de las propiedades termofísicas del material metálico y del molde, los resultados obtenidos por el modelo se muestran a continuación:

- CASO A. Se presenta el perfil de solidificación en tres diferentes posiciones del sistema, así como el perfil isocrono de solidificación ( $660^{\circ}\text{C} \pm 0.5^{\circ}\text{C}$ ) para las dimensiones y condiciones de operación descritas, con una discretización del sistema de 10 x 10 nodos en las direcciones X y Y respectivamente (gráficas 2 y 3).
- CASO B. En diferencia al caso A, se tiene una discretización de 20 x 20 nodos en las direcciones X y Y respectivamente. Los resultados se presentan de igual manera que en el caso anterior (gráficas 4 y 5).
- CASO C. En este caso se mantiene la mayor discretización del sistema con 40 x 40 nodos en las direcciones X y Y respectivamente. Al igual que los casos anteriores los resultados se presentan de la misma forma (gráficas 6 y 7).

Una representación de las dimensiones del sistema y condiciones de operación que caracteriza los casos anteriores se muestra esquemáticamente en la figura 9.





DONDE:

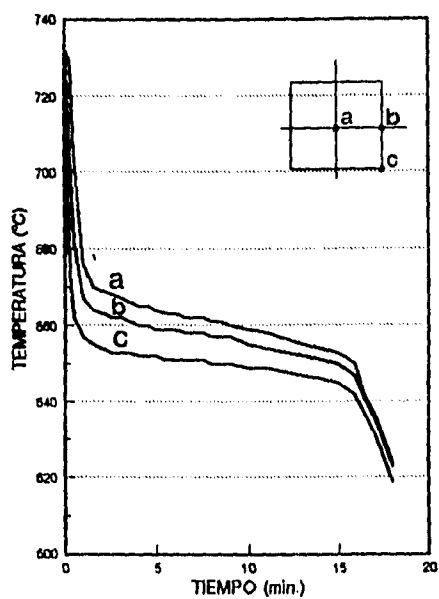
$AC'$  = ANCHO MEDIO DE LA CAVIDAD EN EL MOLDE, (cm.).  
 $HC'$  = ALTURA MEDIA DE LA CAVIDAD EN EL MOLDE, (cm.).

(N,M) = NUMERO DE NODOS EN LAS DIRECCIONES X y Y, RESPECTIVAMENTE  
 (DENTRO DE LA CAVIDAD DEL MOLDE).

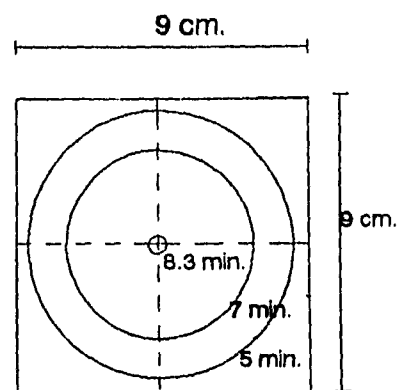
$T_v$  = TEMPERATURA DE VERTIDO ( $^{\circ}C$ ).  
 $T_a$  = TEMPERATURA AMBIENTE ( $^{\circ}C$ ).

**Fig. 9. Representación gráfica de las dimensiones del sistema I.**

## CASO A. (SISTEMA I)

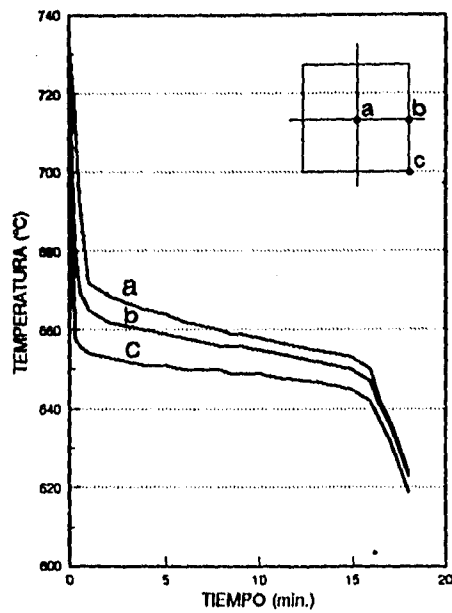


GRAFICA 2. PERFIL DE SOLIDIFICACIÓN  
EN TRES DIFERENTES POSICIONES

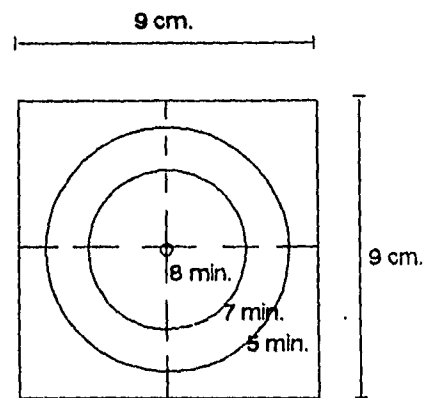


GRAFICA 3. PERFIL ISOCRONO DE  
SOLIDIFICACIÓN ( $660^{\circ}\text{C} \pm 0.5^{\circ}\text{C}$ )

## CASO B. (SISTEMA I)

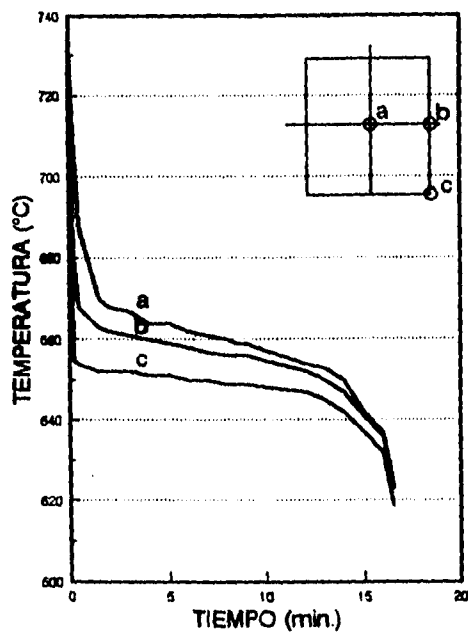


GRAFICA 4. PERFIL DE SOLIDIFICACIÓN EN TRES DIFERENTES POSICIONES

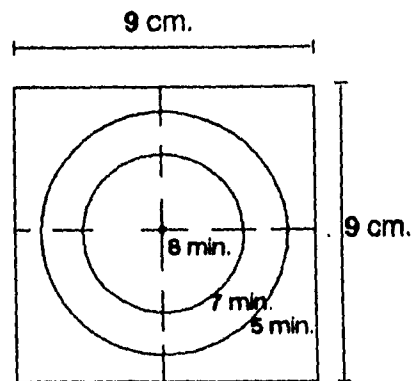


GRAFICA 5. PERFIL ISOCRONO DE SOLIDIFICACIÓN ( $660^{\circ}\text{C} \pm 0.5^{\circ}\text{C}$ )

## CASO C. (SISTEMA I)



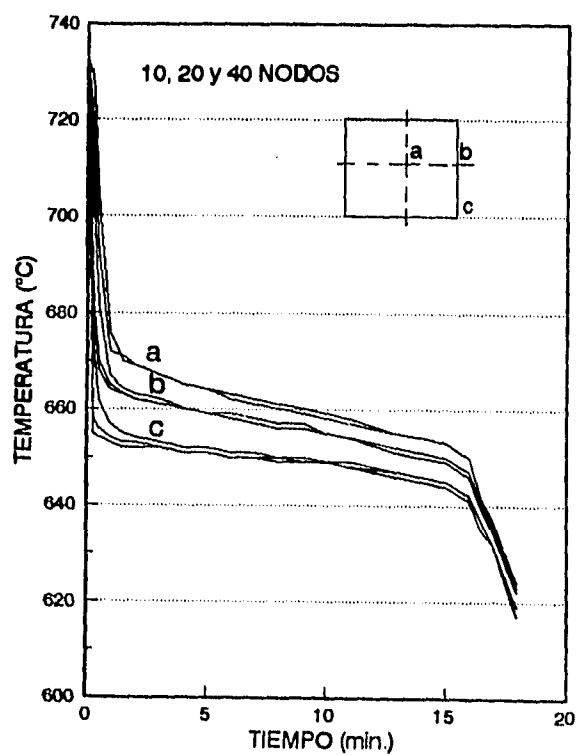
GRAFICA 6. PERFIL DE SOLIDIFICACIÓN  
EN TRES DIFERENTES POSICIONES



GRAFICA 7. PERFIL ISOCRONO DE  
SOLIDIFICACION ( $660^{\circ} \pm 0.5^{\circ}\text{C}$ )

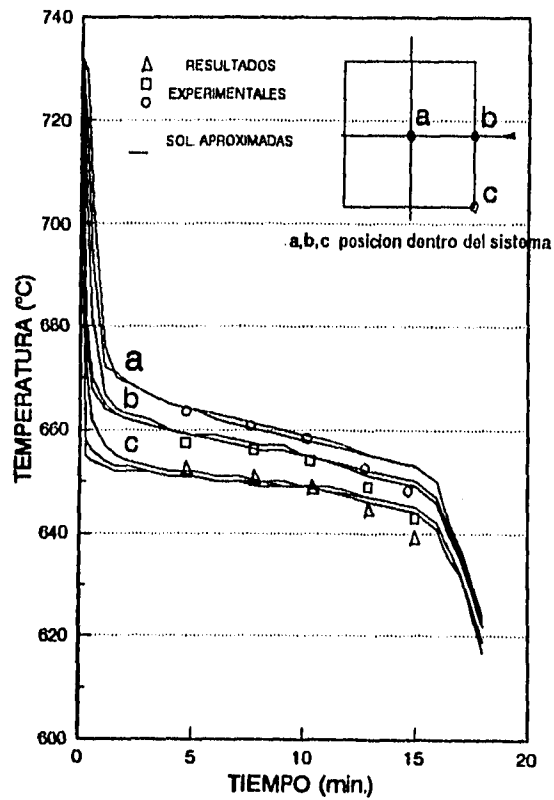
#### IV.2 CONVERGENCIA Y VALIDACIÓN DEL MODELO.

Conforme se disminuyen los intervalos de distancia  $\Delta x$  y/ó  $\Delta y$ , se generaron prácticamente los mismos resultados, los cuales son estables bajo su respectivo  $\Delta t$ . En la siguiente gráfica (gráfico 8) se observa que existe una mínima diferencia inicial entre las curvas correspondientes de dichos intervalos en tres diferentes posiciones. Sin embargo conforme el tiempo avanza esta diferencia prácticamente desaparece.



GRAFICA 8. EFECTO DE LA DISCRETIZACIÓN EN LOS VALORES OBTENIDOS PARA EL SISTEMA BAJO ESTUDIO

Haciendo uso de resultados experimentales reportados por R. D. Pehlke and M. J Kirt [7], los cuales han sido obtenidos para las condiciones del sistema I (geometría cuadrada), se puede observar en la siguiente gráfica (gráfico 9) la consistencia de los resultados de nuestra simulación.



GRAFICA 9. CONVERGENCIA DE LAS SOLUCIONES APROXIMADAS  
HACIA LOS RESULTADOS EXPERIMENTALES

### IV.3 APLICACIÓN DEL MODELO

#### Uso del modelo matemático desarrollado para simular el sistema en diferentes condiciones.

El programa de cómputo se estructuró de tal manera que permite simular la solidificación de un sistema que está sujeto a la combinación de las siguientes condiciones de operación.

- a. Material del molde.
- b. Material metálico.
- c. Temperatura inicial del molde y del metal.
- d. Dimensiones y forma en el sistema de estudio.

Los resultados obtenidos mediante gráficos (gráficas 10-15) para el sistema II proporcionan un claro ejemplo de esto, donde existe una variación en la forma y dimensiones del sistema.

A través de los diferentes casos que se presentan se muestra el efecto de los contornos y las condiciones simétricas ó asimétricas sobre el avance de las isotermas; como también, el efecto de lo que comúnmente se conoce como "área de no transferencia de calor" durante el proceso de solidificación.

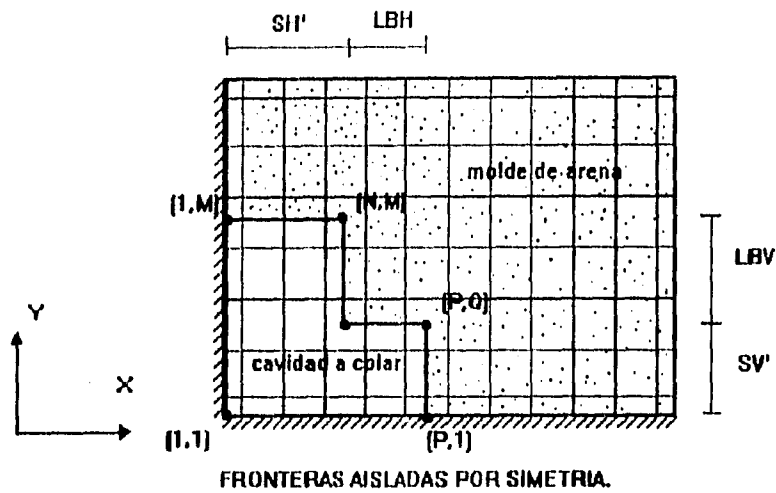
-CASO A'. Se presenta el perfil de solidificación en seis diferentes posiciones del sistema, donde ahora se tiene una variación en la geometría (geometría en forma de cruz) con respecto al sistema I (geometría rectangular). Las dimensiones de este caso mantienen condiciones simétricas y su efecto sobre la forma y avance en la isoterma de solidificación se muestra mediante los perfiles isocronos de solidificación (gráficas 10 y 11).

-CASO B'. Se mantiene la misma geometría que en el caso A', pero se establece una condición asimétrica; esto es, se varía la longitud de uno de los brazos del sistema con respecto al otro, al igual que en el caso A' el efecto sobre la forma y avance en la isoterma de solidificación debido a esta asimetría se muestra mediante los gráficos 12 y 13.

-CASO C'. Se mantiene la misma geometría que en el caso A' y se establece otra condición asimétrica, ahora se varía la longitud y amplitud de uno de los brazos con respecto al otro, los resultados se presentan de igual manera que en los dos casos anteriores graficos 14 y 15.

Una representación de las dimensiones de este sistema y condiciones de operación que caracterizan los casos anteriores se muestra en la figura 10.

FALLA DE ORIGEN



DONDE:

$SV'$  = (MITAD DE LA AMPLITUD VERTICAL DE LA PARTE CENTRAL) (cm).  
 $SH'$  = (MITAD DE LA AMPLITUD HORIZONTAL DE LA PARTE CENTRAL) (cm.).

$(N,Q)$  = NUMERO DE NODOS EN LAS DIRECCIONES X y Y, RESPECTIVAMENTE  
 (DENTRO DE LA PARTE CENTRAL DE LA PIEZA).

$LBH$  = LONGITUD DEL BRAZO HORIZONTAL (cm.).  
 $LBV$  = LONGITUD DEL BRAZO VERTICAL (cm.).

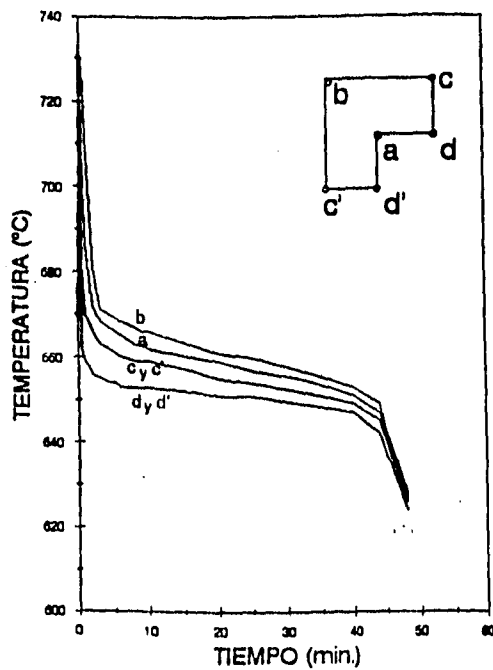
LA DISCRETIZACION DE LOS BRAZOS ESTA EN FUNCION DE LA DISCRETIZACION ESTABLECIDA PARA LA PARTE CENTRAL.

$T_v$  = TEMPERATURA DE VERTIDO ( $^{\circ}C$ ).  
 $T_a$  = TEMPERATURA AMBIENTE ( $^{\circ}C$ ).

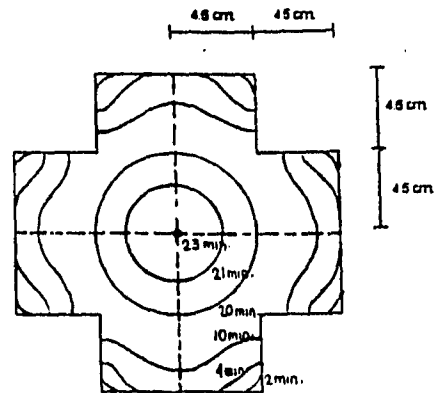
**Fig. 10.** Representación gráfica de las dimensiones del sistema II.



## CASO A'. (SISTEMA II)

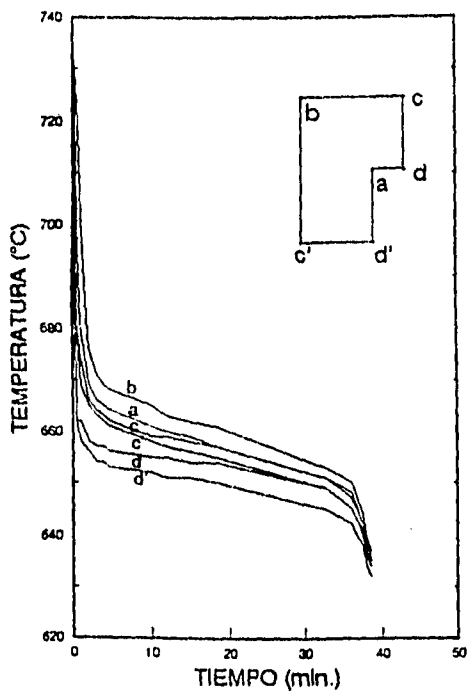


GRAFICA 10. PERFIL DE SOLIDIFICACIÓN  
EN SEIS DIFERENTES POSICIONES

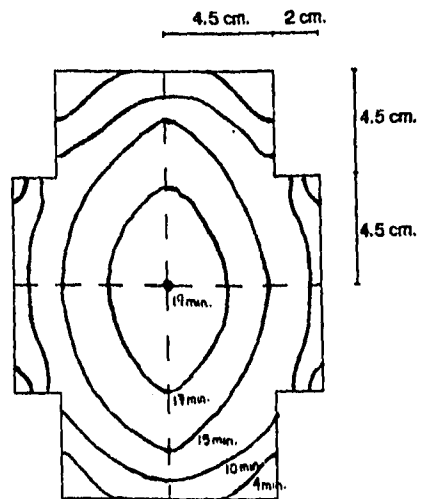


GRAFICA 11. PERFIL ISOCRONO DE  
SOLIDIFICACIÓN ( $660^{\circ}\text{C} \pm 0.5^{\circ}\text{C}$ )

## CASO B'. (SISTEMA II)

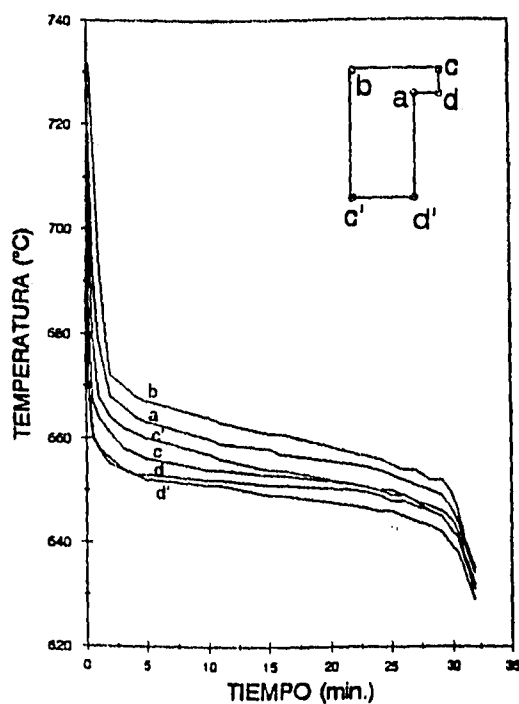


GRAFICA 12. PERFIL DE SOLIDIFICACIÓN  
EN SEIS DIFERENTES POSICIONES

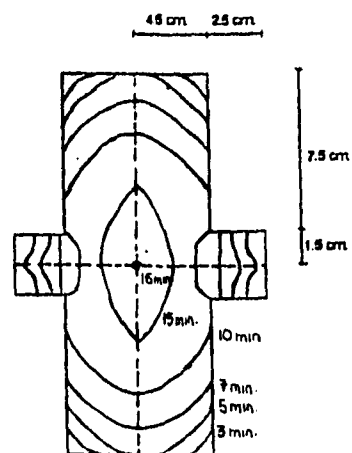


GRAFICA 13. PERFIL ISOCRONO DE  
SOLIDIFICACIÓN ( $660^{\circ}\text{C} \pm 0.5^{\circ}\text{C}$ )

## CASO C'. (SISTEMA II)



GRAFICA 14. PERFIL DE SOLIDIFICACION  
EN SEIS DIFERENTES POSICIONES



GRAFICA 15. PERFIL ISOCRONO DE  
SOLIDIFICACION ( $660^{\circ}\text{C} \pm 0.5^{\circ}\text{C}$ )

## CAPITULO V ANÁLISIS DE RESULTADOS

### SISTEMA I.

Al revisar los resultados obtenidos en el estudio del sistema I se encontró que un refinamiento de la malla en el método numérico empleado (diferencias finitas explícitas) mejoró la precisión de aproximación hacia los resultados experimentales, pero a su vez demandando un mayor tiempo de cómputo (tal vez excesivo desde el punto de vista práctico).

Estos resultados se esperaban y una explicación de ello se encuentra en el siguiente razonamiento matemático " Si los intervalos de distancia en la región discreta del sistema tienden a cero la aproximación se va haciendo más precisa a la solución exacta de una función continua", lo cual se comprueba en nuestra simulación.

Es importante hacer notar que, la precisión alcanzada con una menor discretización no está muy lejos de lo que se requiere para validar el modelo matemático. En los gráficos 9 y 10, se aprecia que independientemente de la discretización las aproximaciones convergen de manera inmediata en gran parte del enfriamiento hacia los resultados experimentales reportados. El hecho de que converjan nuestras aproximaciones de manera inmediata a los valores determinados experimentalmente, se explica por la importancia que tuvo el cuantificar los valores de las propiedades termofísicas como función de la temperatura en la elaboración del modelo, ya que la interacción de éstas determinan la rapidez de transferencia de calor.

La diferencia de las aproximaciones en comparación con los resultados experimentales reportados es de tan solo  $\pm 1^\circ\text{C}$  hasta que se alcanza la temperatura de solidificación en todo el sistema. Posteriormente, este valor crece en  $\pm 5^\circ\text{C}$ , lo cual se atribuye al efecto que pueden tener la posible formación de espacios en la intercara molde metal, desafortunadamente este aspecto quedo fuera de los alcances de este trabajo. Sin embargo, la aproximación puede considerarse como apropiada. Estudios reportados en la bibliografía respaldan esta consideración [9].

El análisis anterior nos permite considerar que el modelo matemático desarrollado es válido y eficiente ya que no requiere de una gran cantidad de cálculos para hacer lo suficientemente precisa la aproximación, consecuentemente su velocidad de respuesta es rápida independientemente del equipo de cómputo utilizado.

### SISTEMA II

El uso del modelo matemático en el estudio del sistema II, se considera como una aplicación válida de nuestro modelo. Fundamentando esta consideración, en el empleo de la misma metodología utilizada en el sistema I, para abordar el problema de transferencia de calor y en la precisión alcanzada por las aproximaciones que generó el modelo para el sistema I.

En los gráficos 10, 12 y 14 se presenta el perfil de solidificación en 6 diferentes posiciones específicas de este sistema, que permiten tener una indicación cualitativa y cuantitativa si se requiere del comportamiento del flujo de calor en estas posiciones, mostrando así, junto con la ayuda de los gráficos 11, 13 y 15, el efecto de los contornos sobre el tiempo de solidificación. Esto es, se aprecia como una esquina externa (superficie convexa) el flujo de calor es divergente, en comparación con una esquina interna (superficie cóncava) donde el flujo de calor es convergente, requiriéndose así un mayor tiempo en la extracción de calor en esta última zona, lo cual retarda el avance de las isoterma de solidificación.

Bajo condiciones simétricas se puede apreciar mediante los perfiles de solidificación en las posiciones (b) centro de la pieza y (a) superficie cóncava, que en el gráfico 10 existe una diferencia de temperaturas apreciable al inicio del enfriamiento, sin embargo, al tiempo que se alcanza la temperatura de solidificación en ambas posiciones prácticamente esta diferencia de temperaturas es mínima y posteriormente diverge nuevamente. Esta observación confirma los resultados expuestos en la literatura [13], donde Sciana establece la siguiente observación "El tiempo de solidificación de codos simétricos es igual al tiempo de solidificación del ángulo reentrante (superficie cóncava)". Aunque la geometría es diferente la simetría es un factor común en ambos sistemas.

En condiciones asimétricas la situación es diferente aquí el brazo más delgado ó de menor longitud solidifica más rápido y posteriormente el resto del sistema, esto constituye una influencia de mayor rapidez de transferencia de calor cerca de la superficie cóncava, lo cual se puede apreciar en los gráficos 10 y 12 por la forma que toma el perfil isocrono de solidificación ( $660^{\circ}\text{C} \pm 0.5^{\circ}\text{C}$ ), esto es esperado debido a que la zona caliente (generalmente zona donde se encuentra la superficie cóncava) se desplaza al brazo de mayor longitud ó amplitud, posiciones que facilitan más el "desplazamiento" hacia el equilibrio térmico.

En los gráficos 11, 13 y 15 se muestran perfiles isocronos de solidificación ( $660^{\circ}\text{C} \pm 0.5^{\circ}\text{C}$ ) para las diferentes dimensiones del sistema, en ellos se puede apreciar la existencia de una área que comúnmente se conoce en la práctica como "área de no transferencia de calor", esta región más específicamente es el área que une a dos porciones de nuestro sistema con diferentes magnitudes. Sin embargo a pesar del nombre que se le da, existe transferencia de calor, lo cual se confirma por la existencia de diferentes temperaturas a través y sobre de esta área. Esta diferencia de temperaturas a un tiempo dado es la manifestación de la existencia de un flujo de calor en esta área.

La implicación de los resultados que se obtienen mediante el modelo desarrollado invalidan las predicciones hechas con la regla de Chvorinov's. Esto es, que una pieza solidifica por módulos sin que exista una interacción térmica entre éstos. Este hecho resulta ser mucho más crítico, cuando la diferencia de las dimensiones de los módulos es más significativa.

El enfoque analítico que se le dio a los resultados de este sistema fue meramente cualitativo, con la finalidad de mostrar que el modelo realmente permite estudiar la solidificación de piezas con geometrías simples.

La cuantificación del análisis elaborado puede hacerse para los fines que se requieran, con la confianza que las aproximaciones que se obtengan serán apropiadas, siempre y cuando se satisfagan las siguientes restricciones a las que está sujeto el modelo:

- a. flujo de calor bidireccional
- b. geometría simple (específicamente uniones de ángulos rectos)
- c. propiedades termofísicas como función de la temperatura (material a colar y molde).

## CAPITULO VI CONCLUSIONES

La solución de las ecuaciones diferenciales de los sistemas considerados, esto es molde-metal, son congruentes con los resultados experimentales.

Este postulado implica que tanto la discretización, las condiciones de frontera, en las que se contabiliza los criterios de estabilidad, como la adecuación de las propiedades termofísicas fueron los correctos.

Adicionalmente tales bondades del modelo se manifiestan consistentemente, sin implicar que tan fina se haga la discretización en el sistema molde-metal.

Los resultados obtenidos en la aplicación del modelo, cuando se tiene una variación de la geometría muestran que la ecuación de Chvorinov's no predice apropiadamente el proceso de solidificación. En cambio mediante la predicción de la evolución de las isothermas (perfiles isocronos) considerando al sistema como un todo y no como módulos separados, se aprecia claramente que si existe interacción térmica entre éstos.

**BIBLIOGRAFIA**

- 1.-Geiger, G.H. y Poirier, D.R. "Transport Phenomena in Metallurgy". Addison-Wesley Publishing Co., 1a.Ed., Massachusetts, 1973.
- 2.-David R. Croft. y David G. Lilley. "Heat Transfer Calculation Using Finite Difference Equations." Applied Science Publishers LTD. London, 1977.
- 3.-J.P. Holman. "Transferencia de Calor." Compañía Editorial Continental, S.A. de C.V., México, 1989.
- 4.-Richard Haberman. "Elementary Applied Partial Differential Equations". Englewood Cliffs, New Jersey. Prentice Hall, 1987.
- 5.-Walter A. Strauss. "Partial Differential Equations". John Wiley and Sons, 1992.
- 6.-Metals Handbook. Ninth Edition. Vol. 15. Casting. ASM International, Printed in United States of America, 1988.
- 7.-R.D.Pehlke, M.J.Kirt, R.E.Marrone and D.J.Cook. "Numerical Simulation of Casting Solidification". AFS Cast Metals Research Journal, Tonawanda N. Y. Pag. 49-56. 1973.
- 8.-X.C.Zeng and R.D.Pehlke. "Analysis of Heat Transfer at Metal-Sand Mold". AFS Transactions, University of Michigan, Ann Arbor, MI. Pag. 275-282. 1986.
- 9.-Kai Ho and R.D.Pehlke. "Metal-Mold Interfacial Heat Transfer". Metallurgical Transactions, Vol 16B, September. Pag 585- 594. 1985.
- 10 "Numerical methods", Heat Transfer Division, "Reporte de General Electric Co." , Junio 1976.
- 11.- Jose Bernardo Hernández Morales. "Transferencia de Calor con Cambio de Fase (Solidificación)". U.N.A.M, Fac. de Química, Depto. de Ingeniería Química Metalúrgica. Concurso Abierto de Oposición Ingeniería Metalúrgica II, Marzo 1985.
- 12.- Atsumi Ohno. "Solidification. The Separation Theory and Its Practical Applications".
- 13.- G.Sciama. "Study of the Solidification of Elbows in Cast Iron". AFS. Cast Metals Research Journal. March, Pag 20-24. 1972.

ANEXO A  
PROGRAMA DE COMPUTO

```

10 REM PROGRAMA DE COMPUTO ASOCIADO AL MODELO MATEMATICO DESARROLLADO
    PARA EL ESTUDIO DE LA SOLIDIFICACION DEL SISTEMA I
    (SISTEMA RECTANGULAR)

20 KEY OFF
30 CLS
40 SCREEN 2
50 REM ***** DIMENSIONAMIENTO DE LA PIEZA A COLAR *****
60 REM
70 LOCATE 2,20 :PRINT "DIMENSIONES DE LA PIEZA A COLAR"
80   DRAW "BM138,16C1R270D1L270D1R270D2L270BD45D60R180U60L180BD20BR60R60D20L60
U20BU20BL60E35BG35BR180E35BG35BD60E35BG35BL60BU40R30BR20R60G5BE5F5BH5D2OE5BG5H5B
F5L60BL20L30D10BD5D10H3BF3G3BE3L60F3BH3E3BG3U10BU5U10"
90   PAINT (200,97 ),1,1
100 LOCATE 10,22 :PRINT "MOLDE DE ARENA"
110 LOCATE 12,49 :PRINT "HC"
120 LOCATE 18,28 :PRINT "AC"
130 LOCATE 20,5 :INPUT "ALTURA DE LA CAVIDAD A COLAR EN (cm.) HC = .....
.....";HC
140 IF HC <= 0 THEN GOTO 130
150 LOCATE 22,5 :INPUT " ANCHO DE LA CAVIDAD A COLAR EN (cm.) AC = .....
.....";AC
160 IF AC <= 0 THEN GOTO 150
170 LOCATE 24,20:INPUT "PARA CONTINUAR PRESIONE CUALQUIER TECLA";GS
180 REM *****
190 REM   CONFORMACION DE LA MALLA PARA LA CAVIDAD
200 REM
210 CLS
220 LOCATE 1,18 :PRINT "CONFORMACION DE LA MALLA PARA LA CAVIDAD"
230   DRAW "BM50,50C1D70R240D1L241U71L1D72R242U72L239D69R1U68R1D68BU34R110D34"
240   DRAW "BM135,8C1R320D1L320D1R320D2L320BL85BD28R112BR161BD45D38BR110R100BL
100U50F3BH3G3BD49BR103E2H2BL208BD3L5BU40R5BU45BL162D3BL114U3"
250 LOCATE 9,15:PRINT "MOLDE DE ARENA"
260 LOCATE 10,58 :PRINT "Y"
270 LOCATE 15,70 :PRINT "X"
280 HC=HC/2
290 AC=AC/2
300 LOCATE 4,12 :PRINT "AC=";AC
310 LOCATE 14,44 :PRINT "HC=";HC
320 FOR I=1 TO 10
330 IF I/2=INT(I/2) THEN GOTO 340 ELSE 350

```



```

340 DRAW "BM163,119C1BU2L110BU5R110BU5L110BU5R110BU5L110BU5R110BU4L110BU2BR5
036BR10U36BR10D36BR10DU36BR10D36BR10U36BR10D36BR10U36BR10D36BR10U36BR10D36" :GOTO
360
350 DRAW "BM163,119COBU2L110BU5R110BU5L110BU5R110BU5L110BU5R110BU4L110BU2BR5
D36BR10U36BR10D36BR10U36BR10D36BR10U36BR10D36BR10U36BR10D36BR10U36BR10D36"
360 FOR J=1 TO 1000
370 NEXT J
380 NEXT I
390 LOCATE 18,51:PRINT "CUANTOS NODOS DESEAS EN X, N =....."
....";
400 INPUT N
410 IF N<>INT(N) OR N<3 THEN 390
420 LOCATE 21,51:PRINT "CUANTOS NODOS DESEAS EN Y, M =....."
....";
430 INPUT M
440 IF M<>INT(M) OR M<3 THEN 420
450 LOCATE 24,10:INPUT "PARA CONTINUAR PRESIONE CUALQUIER TECLA";G$
460 REM *****
470 REM IMPRESION DE LOS INCREMENTOS DE DISTANCIA EN X Y Y
480 REM
490 REM
500 CLS
510 DX=AC/(N-1)
520 DY=HC/(M-1)
530 LOCATE 10,1D:PRINT "LA DISTANCIA ENTRE UN NODO Y OTRO EN EL EJE X ES DX=";DX
540 LOCATE 15,1D:PRINT "LA DISTANCIA ENTRE UN NODO Y OTRO EN EL EJE Y ES DY=";DY
550 LOCATE 24,1D:INPUT "PARA CONTINUAR PRESIONE CUALQUIER TECLA";G$
560 CLS
570 REM *****
580 REM DIMENSIONAMIENTO DEL MOLDE DE ARENA
590 REM
600 REM
610 LOCATE 1,25 :PRINT "DIMENSIONES DEL MOLDE DE ARENA"
620 DRAW "BM135,8C1R320D1L320D1R320D2L320D1L85BD2BR383BD78R100BL100U5DF3BH3G
3BD49BR103E2H2"
630 DRAW "BM50,50C1D70R240D1L241U71L1D72R242U72L239D69R1U68R1D68BU34R110D34B
D8DJU2R20U1D3BL150BU45L1R3L2U8L1R3"
640 PAINT (200,97),1,1
650 LOCATE 10,58 :PRINT "Y"
660 LOCATE 15,70 :PRINT "X"
670 LOCATE 11,2 :PRINT "DY"
680 LOCATE 18,22 :PRINT "DX"
690 REM DRAW "BM100,70COR150U1L150U1R150U1L150U1R150U1L150U1R150U1L150U1R150U1L1
50"
700 LOCATE 9,15:PRINT " MOLDE DE ARENA"
710 LOCATE 20,5 :INPUT "# DE INCREMENTOS EN DX DE LA INTERFASE A LA SUPERF. DEL
MOLDE =" ;LX
720 IF LX <> INT(LX) OR LX<M THEN GOTO 710
730 LOCATE 22,5 :INPUT "# DE INCREMENTOS EN DY DE LA INTERFASE A LA SUPERF. DEL
MOLDE =" ;LY
740 IF LY<> INT(LY) OR LY<M THEN GOTO 730
750 REM *****
760 REM PRESENTACION DEL SISTEMA DIMENSIONADO

```

```

770 REM
780 REM
790 CLS
800 LOCATE 1,25 :PRINT "DIMENSIONES DEL MOLDE DE ARENA"
810 DRAW "BH50,50C1D70R240D1L241U71L1D72R242U72L239D69R1U66R1D66BU34R110D37B
R155L1R3BL2U72L1R3BU11BL27D1U3BD1L245U1D3"
820 DRAW "BH135,8C1R320D1L320DIR320DZL320BL85R028R3B3BD78R100BL100U50F3BH3G
3BD49BR103E2H2"
830 LOCATE 9,15:PRINT "MOLDE DE ARENA"
840 LOCATE 10,58 :PRINT "Y"
850 LOCATE 15,70 :PRINT "X"
860 Q=AC+(DX*LX)
870 P=HC+(DY*LY)
880 LOCATE 4,13 :PRINT "Q(cm.) =";Q
890 LOCATE 13,43 :PRINT "P(cm.)=";P
900 NX = N+LX
910 NY = M+LY
920 LOCATE 18,5 :PRINT "NUMERO TOTAL DE BODOS EN EL EJE X ES NX =";NX
930 LOCATE 20,5 :PRINT "NUMERO TOTAL DE BODOS EN EL EJE Y ES NY =";NY
940 LOCATE 24,10:INPUT "PARA CONTINUAR PRESIONE CUALQUIER TECLA";G$
950 REM *****
960 REM METAL DE ANALISIS
970 REM
980 CLS
990 LOCATE 2,25:PRINT "METAL DE ANALISIS"
1000 DRAW "BH135,18 C1R220D1L220D1R220D2L220U20R220D20"
1010 TF=660
1020 LOCATE 10,20:PRINT "ALUMINIO PURO"
1030 LOCATE 12,20:PRINT "TEMPERATURA DE FUSION TF(°C) = .....";TF
1040 HF=94.46
1050 LOCATE 14,20 :PRINT "CALOR DE FUSION HF(CAL/gmol) = .....";HF
1060 LOCATE 24,10:INPUT "PARA CONTINUAR PRESIONE CUALQUIER TECLA";G$
1070 CLS
1080 REM *****
1090 REM COMPOSICION DE LA ARENA
1100 REM
1110 REM
1120 LOCATE 2,25:PRINT "COMPOSICION DE LA ARENA"
1130 DRAW "BH170,18C1R220D1L220D1R220D2L220U20R220D20"
1140 LOCATE 8,10 :PRINT "BENTONITA OCCIDENTAL -----4 % Wt."
1150 LOCATE 10,10:PRINT "AGUA -----2.5% Wt."
1160 LOCATE 12,10:PRINT "DEXTRINA -----1 % Wt."
1170 LOCATE 16,20:PRINT "BALANCE MALLA 80 AFS"
1180 LOCATE 18,20:PRINT "DUREZA DEL MOLDE 85-90 AFS"
1190 LOCATE 20,10 :PRINT "SECADO CON GAS ARRIBA DE UNA T=350°C POR 24 h."
1200 LOCATE 22,10 :PRINT "DENSIDAD DE SECADO (100 -105 )(lb/ft³)"
1210 LOCATE 24,10:INPUT "PARA CONTINUAR PRESIONE CUALQUIER TECLA";G$
1220 REM *****
1230 REM CONDICIONES DE OPERACION
1240 REM
1250 REM
1260 CLS

```

```

1270 LOCATE 2,25:PRINT "CONDICIONES DE OPERACION"
1280 DRAW "RM170,18C1R220D1L220D1R220D2L220U20R220D20"
1290 LOCATE 10,10:INPUT "** TEMPERATURA DE VERTIDO TV( F) -----";TV
1300 REM IF TV<=TF THEN GOTO 1380
1310 LOCATE 15,10:INPUT "** TEMPERATURA AMBIENTE TA( F) -----";TA
1320 REM IF TA>=TV THEN GOTO 1410
1330 DX=DX/30.4
1340 DY=DY/30.4
1350 Z=((DX/DY)+(DY/DX))*(1/(DX*DY))
1360 X=(1/(DX^2))
1370 Y=(1/(DY^2))
1380 TA=(9/5)*TA+32
1390 TV=(9/5)*TV+32
1400 TF=(9/5)*TF+32
1410 REM *****
1420 REM EVALUACION DE LAS PROP. TERMOFISICAS A LA CONDICION INICIAL
1430 REM PARA EL ALUMINIO
1440 REM
1450 REM
1460 IF TV<180 THEN KM=.03058*TV+134.5:GOTO 1510
1470 IF TV>=180 AND TV<610 THEN KM=.01181*(180-TV)+140:GOTO 1510
1480 IF TV>=610 AND TV<1197 THEN KM=.02263*(610-TV)+135:GOTO 1510
1490 IF TV>=1197 AND TV<1242 THEN KM=1.53*(1197-TV)+121.7:GOTO 1510
1500 IF TV>=1242 THEN KM=.00774*(TV-1242)+52.9:GOTO 1510
1510 IF TV<940 THEN CM=(.0000607)*TV+.213:GOTO 1570
1520 IF TV>=940 AND TV<1140 THEN CM=.0051075*(TV-940)+.27:GOTO 1570
1530 IF TV>=1140 AND TV<1197 THEN CM=.0002102*(TV-1140)+.2915:GOTO 1570
1540 IF TV>=1197 AND TV<1220 THEN CM=.336*(TV-1197)+.303:GOTO 1570
1550 IF TV>=1220 AND TV<1242 THEN CM=.334*(1242-TV)+.313:GOTO 1570
1560 IF TV>=1242 THEN CM=.313:GOTO 1570
1570 DH=161
1580 REM *****
1590 REM EVALUACION DE LAS PROP. TERMOFISICAS A LA CONDICION INICIAL
1600 REM PARA LA ARENA EN LA INTERFASE
1610 REM
1620 REM
1630 IF TV>1220 AND TV<1400 THEN KA=.736+TV*((-.0006896)+TV*((3.26939E-07)+TV*1.
2494E-10))
1640 IF TV>=1400 THEN KA=.769+TV*((-7.47168E-04)+TV*((3.6697E-07)+TV*1.12566E-1
0))
1650 IF TV>1220 AND TV<1400 THEN CA=.248+(.00002)*TV
1660 IF TV>=1400 THEN CA=.2592+(.000012)*TV
1670 DA=100
1680 REM *****
1690 REM EVALUACION DE LAS PROP. TERMOFISICAS A LA CONDICION INICIAL
1700 REM PARA LA ARENA FUERA DE LA INTERFASE
1710 REM
1720 REM
1730 IF TA<400 THEN KS=.49862+TA*((-3.248E-05)+TA*((-2.06672E-07)+TA*2.1633E-10)
)
1740 IF TA>=400 AND TA<700 THEN KS=.5817+TA*((-.0003248)+TA*((5.081E-08)+TA*1.1
4814E-10))
1750 IF TA>=700 AND TA<1000 THEN KS=.70638+TA*((-6.2972E-04)+TA*((3.0115E-07)+TA

```

```

      *1.4938E-10))
1760 IF TA>=1000 AND TA<=1400 THEN KS=.736+TA*(-.0006894)+TA*((3.26939E-07)+TA
      *1.2494E-10))
1770 IF TA>1400 THEN KS=.769+TA*(-7.47168E-04+TA*(3.6697E-07+TA*1.12566E-10))
1780 IF TA<400 THEN CS=.168+(.00016)*TA
1790 IF TA>=400 AND TA<700 THEN CS=.196+(.00009)*TA
1800 IF TA>=700 AND TA<1000 THEN CS=.238+(.00003)*TA
1810 IF TA>=1000 AND TA<=1400 THEN CS=.248+(.00002)*TA
1820 IF TA >1400 THEN CS=.2592+.000012*TA
1830 DS=105
1840 REM *****
1850 REM          DETERMINACION DEL CRITERIO DE ESTABILIDAD
1860 REM
1870 REM
1880 D1=1/(2*(KM/(CH*DH))*Z)
1890 D2=1/((2*Z*(KM+KA))/(DA*CA+DH*CH))
1900 D3=1/(2*Z*(KS/(CS*DS)))
1910 D4=1/(((6*KA+2*KM)*Z)/(3*DA*CA+DH*CH))
1920 CLS:LOCATE 10,10:PRINT "LOS DELTA DE TIEMPO ENCONTRADOS SON:"
1930 LOCATE 12,15:PRINT "D1=";D1
1940 LOCATE 14,15:PRINT "D2=";D2
1950 LOCATE 16,15:PRINT "D3=";D3
1960 LOCATE 18,15:PRINT "D4=";D4
1970 FOR I=1 TO 1000 :NEXT I
1980 IF D1<D2 AND D1<D3 AND D1<D4 THEN GOTO 1990
1990 CLS:LOCATE 10,10:PRINT "EL DELTA DE TIEMPO MAS RESTRICTIVO ES D1 = ";D1:
      GOTO 2060
2000 IF D2<D1 AND D2<D3 AND D2<D4 THEN GOTO 2010
2010 CLS:LOCATE 10,10:PRINT "EL DELTA DE TIEMPO MAS RESTRICTIVO ES D2 = ";D2:
      GOTO 2060
2020 IF D3<D1 AND D3<D2 AND D3<D4 THEN GOTO 2030
2030 CLS:LOCATE 10,10:PRINT "EL DELTA DE TIEMPO MAS RESTRICTIVO ES D3 = ";D3:
      GOTO 2060
2040 IF D4<D1 AND D4<D2 AND D4<D3 THEN GOTO 2050
2050 CLS:LOCATE 10,10:PRINT "EL DELTA DE TIEMPO MAS RESTRICTIVO ES D4 = ";D4:
      GOTO 2060
2060 LOCATE 14,10:PRINT "PROPORCIONA UN DELTA DE TIEMPO MENOR DT(hr.) =";
2070 INPUT DT
2080 IF DT>D1 OR DT>D2 OR DT>D3 OR DT>D4 THEN GOTO 2060
2090 CLS
2100 REM *****
2110 REM          INTERVALOS DE TIEMPO SOLICITADOS
2120 REM
2130 REM
2140 LOCATE 10,10:PRINT "CADA CUANTOS INTERVALOS DE TIEMPO DESEAS RESULTADOS IT
      =";
2150 INPUT IT
2160 IF IT <> INT(IT) THEN 2090
2170 REM *****
2180 REM          DIMENSIONAMIENTO DE VARIABLES
2190 REM
2200 REM
2210 DIM TP(NX,NY),CH(NX,NY),KM(NX,NY),DH(NX,NY),AM(NX,NY),CA(NX,NY),KA(NX,NY),D

```

```

A(NX,NY),AA(NX,NY),CB(NX,NY),CK(NX,NY),TF(NX,NY)
2220 REM *****
2230 REM          ASIGNACION DE TV AL t=0 A LOS NODOS DE LA CAVIDAD
2240 REM
2250 REM
2260 FOR I=1 TO N
2270   FOR J=1 TO M
2280     TP(I,J)= TV
2290   NEXT J
2300 NEXT I
2310 REM *****
2320 REM          ASIGNACION DE LA TA AL t=0 A LOS NODOS DEL MOLDE
2330 REM
2340 REM
2350 FOR I=N+1 TO NX
2360   FOR J=1 TO M
2370     TP(I,J) = TA
2380   NEXT J
2390 NEXT I
2400 REM *****
2410 REM          ASIGNACION DE LA TA AL t=0 A LOS NODOS DEL MOLDE
2420 REM
2430 REM
2440 FOR I=1 TO NX
2450   FOR J=M+1 TO NY
2460     TP(I,J)=TA
2470   NEXT J
2480 NEXT I
2490 REM *****
2500 REM          IMPRESION DE LA TEMPERATURA DE ALGUNOS NODOS
                A LA CONDICION INICIAL
2510 REM
2520 REM
2530 CLS
2540 LOCATE 1,25:PRINT "TEMPERATURA DE ALGUNOS NODOS AL t=0"
2550   DRAW "BM50,50C1D70R240D1L241U71L1D72R242U72L239D69R1U68R1D68B034R110D3
7BR155L1R3BL2U72L1R3BULL1BL27D1U3BD1L245U1D3"
2560   DRAW "BM135,8C1R320D1L320D1R320D2L320BL85BD28BR383BD78R100BL100U30P3BH3
G3BD49BR103EZH2"
2570 LOCATE 9,15:PRINT "MOLDE DE ARENA"
2580 LOCATE 10,58 :PRINT "Y"
2590 LOCATE 15,70 :PRINT "X"
2600 LOCATE 4,13 :PRINT "Q(ft.) =";Q
2610 LOCATE 13,43 :PRINT "P(ft.)=";P
2620 LOCATE 18,5 :PRINT "NUMERO TOTAL DE NODOS EN EL EJE X ES NX =";NX
2630 LOCATE 20,5 :PRINT "NUMERO TOTAL DE NODOS EN EL EJE Y ES NY =";NY
2640 REM
2650 REM ***** CONTINUACION *****
2660 REM
2670 LOCATE 7,6:PRINT TP(1,NY)
2680 LOCATE 7,36:PRINT TP(NX,NY)
2690 LOCATE 11,3:PRINT TP(1,M)
2700 LOCATE 11,20:PRINT TP(N,M)

```

```

2710 LOCATE 16,3:PRINT TP(1,1)
2720 LOCATE 16,20:PRINT TP(N,1)
2730 LOCATE 16,36:PRINT TP(NX,1)
2740 LOCATE 11,28:PRINT TP(N+1,M+1)
2750 LOCATE 13,12:PRINT TP(2,2)
2760 REM *****
2770 REM      EVALUACION DE LAS PROPIEDADES TERMOFISICAS EN FUNCION
          DE LA TEMPERATURA PRESENTE PARA EL METAL

2780 REM
2790 REM
2800 R1=1
2810 REM -----CONDUCTIVIDAD-----
2820 FOR I=1 TO N
2830   FOR J=1 TO M
2840     W = TP(I,J)
2850     IF W<180 THEN KM(I,J)=.03058*W+134.5:GOTO 2920
2860     IF W>=180 AND W<610 THEN KM(I,J)=.01181*(180-W)+140:GOTO 2920
2870     IF W>=610 AND W<1197 THEN KM(I,J)=.02263*(610-W)+135:GOTO 2920
2880     IF W>=1197 AND W<1242 THEN KM(I,J)=1.53*(1197-W)+121.7:GOTO 2920
2890     IF W>=1242 THEN KM(I,J)=.00774*(W-1242)+52.9:GOTO 2920
2900     REM -----
2910     REM -----CAPACIDAD CALORIFICA-----
2920     IF W<940 THEN CH(I,J)=.0000607*W+.213:GOTO 3000
2930     IF W>=940 AND W<1140 THEN CH(I,J)=.0001075*(W-940)+.27:GOTO 3000
2940     IF W>=1140 AND W<1197 THEN CH(I,J)=.000202*(W-1140)+.2915:GOTO 3000
2950     IF W>=1197 AND W<1220 THEN CH(I,J)=.336*(W-1197)+.303 :GOTO 3000
2960     IF W>=1220 AND W<1242 THEN CH(I,J)=.334*(1242-W)+.313 :GOTO 3000
2970     IF W>=1242 THEN CH(I,J)=.313:GOTO 3000
2980     REM -----
2990     REM -----DENSIDAD-----
3000     DM(I,J)=161
3010     REM -----
3020     REM -----DIFUSIVIDAD TERMICA DEL METAL-----
3030     AM(I,J)=(KM(I,J)/(CH(I,J)*DM(I,J)))
3040     NEXT J
3050 NEXT I
3060 REM *****
3070 REM      EVALUACION DE LAS PROPIEDADES TERMOFISICAS COMO FUNCION
          DE LA TEMPERATURA PARA LA ARENA

3080 REM
3090 REM
3100 REM -----CONDUCTIVIDAD-----
3110 FOR I=N TO NX-1
3120   FOR J=1 TO M-1
3130     W = TP(I,J)
3140     W1 = W*.00001
3150     V = (W2)*.0000001
3160     R = (W3)*1E-10
3170     IF W<400 THEN KA(I,J)=.49862-3.248*W1-2.06672*V+2.16336*R:GOTO 3230
3180     IF W>=400 AND W<700 THEN KA(I,J)=.5817-32.48*W1+.5081*V+1.14814*R
3190     IF W>=700 AND W<1000 THEN KA(I,J)=.70638-62.972*W1+3.0115*V+1.4938*R
3200     IF W>=1000 AND W<1400 THEN KA(I,J)=.736-68.96*W1+3.26939*V+1.2494*R
3210     IF W>=1400 THEN KA(I,J)=.769-74.7168*W1+3.6697*V+1.12566*R:GOTO 3230

```

```

3220 REM ----- CAPACIDAD CALORIFICA -----
3230 IF W<400 THEN CA(I,J)=.168+16*W1:GOTO 3290
3240 IF W>=400 AND W<700 THEN CA(I,J)=.196+9*W1:GOTO 3290
3250 IF W>=700 AND W<1000 THEN CA(I,J)=.238+3*W1:GOTO 3290
3260 IF W>=1000 AND W<1400 THEN CA(I,J)=.248+2*W1:GOTO 3290
3270 IF W>=1400 THEN CA(I,J)=.2592+1.2*W1:GOTO 3290
3280 REM ----- DENSIDAD -----
3290 DA(I,J)=100
3300 AA(I,J)=(KA(I,J)/(DA(I,J)*CA(I,J)))
3310 NEXT J
3320 NEXT I
3330 REM *****
3340 REM EVALUACION DE LAS PROPIEDADES TERMOFISICAS DE LA ARENA
      COMO FUNCION DE LA TEMPERATURA PRESENTE

3350 REM
3360 REM
3370 REM ----- CONDUCTIVIDAD -----
3380 FOR I= 1 TO NX-1
3390 FOR J=M TO NY-1
3400 W = TP(I,J)
3410 W1 = W*.00001
3420 V = (W^2)*.0000001
3430 R = (W^3)*1E-10
3440 IF W<400 THEN KA(I,J)=.49862-3.248*W1-2.06672*V+2.16336*R:GOTO 3500
3450 IF W>=400 AND W<700 THEN KA(I,J)=.5817-32.48*W1+.5081*V+1.14814*R
3460 IF W>=700 AND W<1000 THEN KA(I,J)=.70638-62.972*W1+3.0115*V+1.4938*R
3470 IF W>=1000 AND W<1400 THEN KA(I,J)=.736-68.96*W1+3.26939*V+1.2494*R
3480 IF W>=1400 THEN KA(I,J)=.769-74.7168*W1+3.6697*V+1.12566*R:GOTO 3500
3490 REM ----- CAPACIDAD CALORIFICA -----
3500 IF W<400 THEN CA(I,J)=.168+16*W1:GOTO 3560
3510 IF W>=400 AND W<700 THEN CA(I,J)=.196+9*W1:GOTO 3560
3520 IF W>=700 AND W<1000 THEN CA(I,J)=.238+3*W1:GOTO 3560
3530 IF W>=1000 AND W<1400 THEN CA(I,J)=.248+2*W1:GOTO 3560
3540 IF W>=1400 THEN CA(I,J)=.2592+1.2*W1:GOTO 3560
3550 REM ----- DENSIDAD -----
3560 DA(I,J)=100
3570 AA(I,J)=(KA(I,J)/(DA(I,J)*CA(I,J)))
3580 NEXT J
3590 NEXT I
3600 REM *****
3610 REM ----- TF DEL NODO DE LA ESQUINA INFERIOR IZQUIERDA -----
3620 REM
3630 REM
3640 TF(1,1) =TP(1,1)*(1-2*DT*AH(1,1)*E)+2*DT*AH(1,1)*(Y*TP(1,2)+X*TP(2,1))
3650 REM
3660 REM
3670 REM *****
3680 REM ----- TF DE LOS NODOS EN LA FRONTERA AISLADA HORIZONTAL -----
      ENTRE LA ESQUINA INFERIOR ISQ. Y LA INTERFASE

3690 REM
3700 REM
3710 FOR I=2 TO N-1
3720 TF(I,1)=TP(I,1)*(1-2*AH(I,1)*DT*Z)+AH(I,1)*DT*(X*(TP(I-1,1)+TP(I+1,1))+2*Y*

```

```

TP(I,2)
3730 NEXT I
3740 REM
3750 REM
3760 REM *****
3770 REM ----- TF DEL NODO UBICADO EN LA INTERSECCION INTERFASE -----
                VERTICAL Y FRONTERA AISLADA HORIZONTAL

3780 REM
3790 REM
3800 T1 = (DA(N,1)*CA(N,1)+DH(N,1)*CH(N,1))
3810 T2 = (KA(N,1)+KH(N,1))
3820 TP(N,1)=TP(N,1)*(1-2*DT*T2*Z/T1)+(2*DT/T1)*(X*(KM(N,1)*TP(N-1,1)+KA(N,1)*TP
(N+1,1))+Y*T2*TP(N,2))
3830 REM
3840 REM
3850 REM *****
3860 REM ----TF DE LOS NODOS UBICADOS SOBRE LA FRONTERA AISLADA HORIZONTAL ----
                ENTRE LA INTERFASE Y LA SUPERFICIE DEL MOLDE

3870 REM
3880 REM
3890 FOR I=N+1 TO NX-1
3900 TP(I,1)=TP(I,1)*(1-2*DT*AA(I,1)*Z)+DT*AS(I,1)*(X*(TP(I-1,1)+TP(I+1,1))+2*Y*
TP(I,2))
3910 NEXT I
3920 REM
3930 REM
3940 REM *****
3950 REM ---- TF DE LOS NODOS UBICADOS SOBRE LA FRONTERA AISLADA VERTICAL ----
                ENTRE LA ESQUINA INFERIOR IZQ. Y LA INTERFASE

3960 REM
3970 REM
3980 FOR J=2 TO M-1
3990 TP(1,J)=TP(1,J)*(1-2*DT*AM(1,J)*Z)+DT*AN(1,J)*(Y*(TP(1,J-1)+TP(1,J+1))+2*X*
TP(2,J))
4000 NEXT J
4010 REM
4020 REM
4030 REM *****
4040 REM -----TF DEL NODO UBICADO EN LA INTERSECCION FRONTERA AISLADA -----
                VERTICAL Y LA INTERFASE

4050 REM
4060 REM
4070 T3 = (DH(1,M)*CH(1,M)+DA(1,M)*CA(1,M))
4080 T4 = (KA(1,M)+KH(1,M))
4090 TP(1,M)=TP(1,M)*(1-2*DT*T4*Z/T3)+(2*DT/T3)*(Y*(KA(1,M)*TP(1,M+1)+KM(1,M)*TP
(1,M-1))+X*T4*TP(2,M))
4100 REM
4110 REM
4120 REM *****
4130 REM ---- TF DE LOS NODOS UBICADOS EN LA FRONTERA AISLADA VERTICAL ----
                ENTRE LA INTERFASE Y LA SUPERFICIE DEL MOLDE

4140 REM
4150 REM

```



```

4160 FOR J=M+1 TO NY-1
4170 TP(1,J)=TP(1,J)*(1-2*DT*AA(1,J)*Z)+DT*AS(1,J)*(Y*(TP(1,J+1)+TP(1,J-1))+2*X*
TP(2,J))
4180 NEXT J
4190 REM
4200 REM
4210 REM *****
4220 REM ---- TF DE LOS NODOS UBICADOS SOBRE LA INTERFASE HORIZONTAL -----
4230 REM
4240 REM
4250 FOR I=2 TO N-1
4260 T5 = (DH(I,M)*CM(I,H)+DA(I,M)*CA(I,M))
4270 T6 = (KH(I,H)+KA(I,M))
4280 TP(I,M)=TP(I,M)*(1-2*DT*Z*T6/T5)+(DT/T5)*(X*T6*(TP(I-1,M)+TP(I+1,M))+2*Y*(K
A(I,M)*TP(I,M+1)+KM(I,M)*TP(I,M-1)))
4290 NEXT I
4300 REM
4310 REM
4320 REM *****
4330 REM ---- TF DEL NODO UBICADO EN LA INTERSECCION DE LAS INTERFASES -----
4340 REM
4350 REM
4360 T7=(3*DA(N,M)*CA(N,M)+DH(N,M)*CM(N,H))
4370 T8=(6*KA(N,M)+2*KH(N,H))
4380 T9=(KX(N,M)+KM(N,H))
4390 TP(N,M)=TP(N,M)*(1-DT*Z*T8/T7)+(DT/T7)*(2*T9*(X*TP(N-1,M)+Y*TP(N,H-1))+4*KA
(N,M)*(X*TP(N+1,M)+Y*TP(N,M+1)))
4400 REM
4410 REM
4420 REM *****
4430 REM ---- TF DE LOS NODOS UBICADOS EN LA INTERFASE VERTICAL -----
4440 REM
4450 REM
4460 FOR J=2 TO M-1
4470 TO = (DA(N,J)*CA(N,J)+DH(N,J)*CM(N,J))
4480 TR = (KA(N,J)+KH(N,J))
4490 TP(N,J)=TP(N,J)*(1-2*DT*Z*TR/TO)+(DT/TO)*(2*X*(KH(N,J)*TP(N-1,J)+KA(N,J)*TP
(N+1,J))+Y*TR*(TP(N,J-1)+TP(N,J+1)))
4500 NEXT J
4510 REM
4520 REM
4530 REM *****
4540 REM ----TF DE LOS NODOS QUE SE ENCUENTRAN DENTRO DE LAS FRONTERAS DE ----
LA CAVIDAD
4550 REM
4560 REM
4570 FOR I=2 TO N-1
4580 FOR J=2 TO M-1
4590 TP(I,J)=TP(I,J)*(1-2*DT*AM(I,J)*Z)+DT*AM(I,J)*(X*(TP(I-1,J)+TP(I+1,J))+Y*
(TP(I,J+1)+TP(I,J-1)))
4600 NEXT J
4610 NEXT I
4620 REM

```

```

4630 REM
4640 REM *****
4650 REM ----- TF DE LOS NODOS CENTRALES DEL MOLDE -----
4660 REM
4670 REM
4680 FOR I=N+1 TO NX-1
4690 FOR J=2 TO H
4700 TP(I,J)=TP(I,J)*(1-2*DT*AA(I,J)*Z)+DT*AA(I,J)*(X*(TP(I-1,J)+TP(I+1,J))+Y*
(TP(I,J+1)+TP(I,J-1)))
4710 NEXT J
4720 NEXT I
4730 REM
4740 REM
4750 REM *****
4760 REM ----- TF DE LOS NODOS CENTRALES DEL MOLDE -----
4770 REM
4780 REM
4790 FOR I=2 TO NX-1
4800 FOR J=M+1 TO NY-1
4810 TP(I,J)=TP(I,J)*(1-2*DT*AA(I,J)*Z)+DT*AA(I,J)*(X*(TP(I-1,J)+TP(I+1,J))+Y*
(TP(I,J+1)+TP(I,J-1)))
4820 NEXT J
4830 NEXT I
4840 REM *****
4850 REM ---VERIFICACION DE LA TEMPERATURA AMBIENTE EN LA SUPP. DEL MOLDE ---
4860 REM
4870 IF TP(NX-1,1)=TA AND TP(1,NY-1)=TA THEN 4890
4880 IF TP(NX-1,1)>TA OR TP(1,NY-1)>TA THEN GOTO 12:PRINT "LOS PENULTI
MOS NODOS AN ALCANSADO UNA T > QUE TA":END
4890 LOCATE 24,10:PRINT "LAS TEMPERATURAS DE LOS PENULTIMOS NODOS AUN ESTAN A LA
TA"
4900 REM *****
4910 REM -----ASIGNACION DE LA TA A LOS NODOS DE LA SUPERFICIE -----
4920 REM
4930 REM
4940 FOR J=1 TO NY
4950 TP(NX,J)=TA
4960 NEXT J
4970 REM
4980 REM
4990 FOR I=1 TO NX-1
5000 TP(I,NY)=TA
5010 NEXT I
5020 REM *****
5030 REM ----- PROCESO DE INTERCAMBIO DE T.FUTURA A T.PRESENTE -----
5040 REM
5050 REM
5060 FOR I=1 TO NX
5070 FOR J=1 TO NY
5080 TP(I,J)=TP(I,J)
5090 NEXT J
5100 NEXT I
5110 REM *****

```

```
5120 REM                                DECISION DE IMPRESION
5130 REM
5140 REM
5150 IF R1/IT=INT(R1/IT) THEN 5180
5160 R1=R1+1
5170 GOTO 2820
5180 TS=R1*DT*3600
5190 CLS
5200 PRINT "EL PERFIL DE SOLIDIFICACION AL t=";TS"SEGUNDOS"
5210 FOR J =1 TO M
5220 FOR I = 1 TO N
5230 PRINT INT((TP(I,J)-32)*(5/9));
5240 NEXT I
5250 PRINT ; NEXT J
5260 FOR I=1 TO 100:NEXT I
5270 REM CLS
5280 GOTO 5320
5290 PRINT "ESPERE UN MOMENTO LOS RESULTADOS "
5300 IF TP(1,1)>TA THEN 5320
5310 IF TP(1,1)<=-TA THEN PRINT "LA PIEZA A SOLIDICADO TOTALMENTE";END
5320 GOTO 5160
```

10 REM PROGRAMA DE COMPUTO CORREGIDO PARA EL ESTUDIO DE LA SOLIDIFICACION  
DEL SISTEMA II (GEOMETRIA EN FORMA DE "CRUZ").

54

```
20 KEY OFF
30 CLS
40 REM DEFDEL A-Z
50 SCREEN 2
60 REM ***** DIMENSIONAMIENTO DE LA PIEZA A COLAR *****
70 REM
80 LOCATE 2, 20: PRINT "DIMENSIONES DE LA PIEZA A COLAR"
90 DRAW "BM138,16C1R270D1L270D1R270DZL270BD45D6OR180U60L180BD10BR60R60D10R2D
D20L20D10L60U10L20U20R20U10BU10U3BU3U3BU3R60D3BD3D3BD3D3BD20BR60R5BR5R5BR5R5DD
20L5BL5L5BL5L5"
100 REM PAINT (2DD,97 ),1,1
110 REM LOCATE 10,22 :PRINT "MOLDE DE ARENA"
120 LOCATE 12, 45: PRINT "SV"
130 LOCATE 6, 28: PRINT "SH"
140 LOCATE 20, 5: INPUT "LONGITUD DE LA SALIENTE VERTICAL EN (cm.) SV = .....
....."; SV
150 IF SV <= 0 THEN GOTO 140
160 LOCATE 22, 5: INPUT "LONGITUD DE LA SALIENTE HORIZONTAL EN (cm.) SH = .....
....."; SH
170 IF SH <= 0 THEN GOTO 160
180 LOCATE 24, 20: INPUT "PARA CONTINUAR PRESIONE CUALQUIER TECLA"; GS
190 REM *****
200 REM          CONFORMACION DE LA MALLA PARA LA CAVIDAD
210 REM
220 CLS
230 LOCATE 1, 8: PRINT "CONFORMACION DE LA MALLA PARA EL TRONCO CENTRAL DE LA CA
VIDAD"
240 DRAW "BM50,50C1D70R240D1L241U71L1D72R242U37BU35BL127L112D69R1U68R1D68BU3
4R110D34BU34U34BD34R127"
250 DRAW "BM50,8C1R490D1L490D1R490DZL490BD28R112BR161BD46D35BR110R100BL100U5
DF3BH3G3BD49BR1D3E2H2BL208BDJL5BU37R5BU44BL162D3BL114U3"
260 LOCATE 10, 58: PRINT "Y"
270 LOCATE 15, 70: PRINT "X"
280 SV = SV / 2
290 SH = SH / 2
300 LOCATE 4, 12: PRINT "SH="; SH
310 LOCATE 14, 44: PRINT "SV="; SV
320 FOR I = 1 TO 2
330 IF I / 2 = INT(I / 2) THEN GOTO 340 ELSE 350
340 DRAW "BM163,119C1BU2L110BU5R110BU5L110BU5R110BU5L110BU5R110BU4L110BU2BR5
D36BR10U36BR10D36BR10U36BR10D36BR10U36BR10D36BR10U36BR10D36BR10U36BR10D36" : GOTO
360
350 DRAW "BM163,119C0BU2L110BU5R110BU5L110BU5R110BU5L110BU5R110BU4L110BU2BR5
D36BR10U36BR10D36BR10U36BR10D36BR10U36BR10D36BR10U36BR10D36BR10U36BR10D36"
360 FOR J = 1 TO 1000
370 NEXT J
380 NEXT I
390 LOCATE 18, 5: INPUT "CUANTOS NODOS DESEAS EN X, N =.....
....."; N
400 IF N <> INT(N) OR N < 3 THEN 390
410 LOCATE 21, 5: INPUT "CUANTOS NODOS DESEAS EN Y, Q =.....
....."; Q
```

```

....."; Q
420 IF Q <> INT(Q) OR Q < 3 THEN 410
430 LOCATE 24, 10: INPUT "PARA CONTINUAR PRESIONE CUALQUIER TECLA"; G$
440 REM .....
450 LOCATE 1, 8: PRINT "IMPRESION DE LOS INCREMENTOS DE DISTANCIA EN X Y Y"
460 REM
470 CLS
480 DX = SH / (N - 1)
490 DY = SV / (Q - 1)
500 LOCATE 10, 10: PRINT "LA DISTANCIA ENTRE UN NODO Y OTRO EN EL EJE X ES DX=";
DX;"cm."
510 LOCATE 15, 10: PRINT "LA DISTANCIA ENTRE UN NODO Y OTRO EN EL EJE Y ES DY=";
DY;"cm."
520 LOCATE 24, 10: INPUT "PARA CONTINUAR PRESIONE CUALQUIER TECLA"; G$
530 CLS
540 REM .....
550 REM          DIMENSIONAMIENTO DE LA CAVIDAD
560 REM
570 REM
580 LOCATE 1, 8: PRINT "CONFORMACION DE LA MALLA PARA LA SALIENTE VERTICAL DE LA
CAVIDAD"
590  DRAW "BH50,50C1D70R225D1L226U71L1D72R227U37BU35BL113L114D69R1U68R1D68BU3
4BR114U34BD34R112"
600  DRAW "BH50,8C1R49OD1L49OD1R49OD2L49OD2BR112BR161BD46D35BR11OR100BL100U5
0F3BH3G3BD49BR103E2H2BL208BD3L5BU37R5BU44EL162D3BL114U3"
610 LOCATE 10, 58: PRINT "Y"
620 LOCATE 15, 70: PRINT "X"
630 LOCATE 4, 12: PRINT "SH="; SH
640 LOCATE 14, 44: PRINT "SV="; SV
650  DRAW "BM163,119C1BU2L110BU5R110BU5L110BU5R110BU5L110BU5R110BU4L110BU2BR5
D36BR1OU36BR1OD36BR1OU36BR1OD36BR1OU36BR1OD36BR1OU36BR1OD36BR1OU36BR1OD36"
660 FOR I = 1 TO 2
670 IF I / 2 = INT(I / 2) THEN GOTO 680 ELSE 690
680  DRAW "BM274,119C1BU2L110BU5R110BU5L110BU5R110BU5L110BU5R110BU4L110BU2BR5
D36BR1OU36BR1OD36BR1OU36BR1OD36BR1OU36BR1OD36BR1OU36BR1OD36BR1OU36BR1OD36": GOTO
700
690  DRAW "BM274,119COBU2L110BU5R110BU5L110BU5R110BU5L110BU5R110BU4L110BU2BR5
D36BR1OU36BR1OD36BR1OU36BR1OD36BR1OU36BR1OD36BR1OU36BR1OD36BR1OU36BR1OD36"
700 FOR J = 1 TO 1000
710 NEXT J
720 NEXT I
730 LOCATE 18, 5: INPUT "CUANTOS INCREMENTOS EN DX APROXIMAN LA LONG. EXTERNA DE
LA SV =....."; P
740 IF P <> INT(P) OR P < 3 THEN 730
750 P = P + N
760 CLS
770 REM .....
780 REM          DIMENSIONAMIENTO DE LA CAVIDAD
790 REM
800 REM
810 LOCATE 1, 4: PRINT "CONFORMACION DE LA MALLA PARA LA SALIENTE HORIZONTAL DE
LA CAVIDAD"
820  DRAW "BH50,50C1D70R225D1L226U71L1D72R227U37BU35BL113L114D69R1U68R1D68BU3

```

FALLA DE ORIGEN

```

4BR114UJ34BD34R112"
830 DRAW "BM50,8C1R4900IL490D1R490D2L490BD2R112BR161BD46D35BR110R100BL100U5
OF3BH3G3BG49BR103E2H2BL208BD3L5BU37R5BU44BL16203BL114UJ"
840 LOCATE 10, 58: PRINT "Y"
850 LOCATE 15, 70: PRINT "X"
860 LOCATE 4, 12: PRINT "SH="; SH
870 LOCATE 14, 44: PRINT "SV="; SV
880 DRAW "BM163,119C1BU2L110BU5R110BU5L110BU5R110BU5L110BU5R110BU4L110BU2BR5
036BR10U36BR10D36BR10U36BR10D36BR10U36BR10D36BR10U36BR10D36BR10U36BR10D36"
890 DRAW "BM274,119C1BU2L110BU5R110BU5L110BU5R110BU5L110BU5R110BU4L110BU2BR5
036BR10U36BR10D36BR10U36BR10D36BR10U36BR10D36BR10U36BR10D36BR10U36BR10D36"
900 FOR I = 1 TO 2
910 IF I / 2 = INT(I / 2) THEN GOTO 920 ELSE 930
920 DRAW "BM163,85C1BU2L110BU5R110BU5L110BU5R110BU5L110BU5R110BU4L110BU2BR50
36BR10U36BR10D36BR10U36BR10D36BR10U36BR10D36BR10U36BR10D36BR10U36BR10D36": GOTO
940
930 DRAW "BM163,85C0BU2L110BU5R110BU5L110BU5R110BU5L110BU5R110BU4L110BU2BR50
36BR10U36BR10D36BR10U36BR10D36BR10U36BR10D36BR10U36BR10D36BR10U36BR10D36"
940 FOR J = 1 TO 1000
950 NEXT J
960 NEXT I
970 LOCATE 18, 5: INPUT "CUANTOS INCREMENTOS EN DX APROXIMAN LA LONG. EXTERNA DE
LA SH =..."; M
980 IF M <> INT(M) OR M < 3 THEN 970
990 M = M + Q
1000 CLS
1010 REM *****
1020 REM DIMENSIONAMIENTO DEL MOLDE DE ARENA
1030 REM
1040 REM
1050 LOCATE 1, 4: PRINT "CONFORMACION DE LA MALLA PARA EL MOLDE DE ARENA"
1060 DRAW "BM50,50C107OR225D1L226U7LL1D72R227U72L227D69R1U6BRID6BRU40R80D17R
80D23BD10L16DBL15BU9U40BU38BR15R8DBR158BD55Q24R2LSBD6L73D5BL162U5BL12BU7L5BU40R
5BU36BR12U5BR8105BR156BD52R5BD31BL15D5U3L6403U5BL177BU48U2BR2LS"
1070 PAINT (60, 60), 1, 1
1080 LOCATE 18, 12: PRINT OX * (P - 1); "cm."; " LX=?"
1090 LOCATE 13, 1: PRINT OY * (M - 1); "cm."
1100 LOCATE 14, 38: PRINT SV; "cm."
1110 LOCATE 5, 8: PRINT SH; "cm."
1120 LOCATE 9, 1: PRINT "LY=?"
1130 LOCATE 9, 15: PRINT "MOLDE DE ARENA"
1140 LOCATE 20, 1: INPUT "INCREMENTOS DE DX DE LA INTERFASE A LA SUPERF.DEL MOLD
E LX = "; LX
1150 IF LX <> INT(LX) OR LX < P - 2 THEN 1140
1160 LOCATE 22, 1: INPUT "INCREMENTOS DE OY DE LA INTERFASE A LA SUPERF.OEL MOLD
E LY = "; LY
1170 IF LY <> INT(LY) OR LY < M - 2 THEN 1160
1180 NX = P + LX
1190 NY = M + LY
1200 LOCATE 24, 10: INPUT "PARA CONTINUAR PRESIONE CUALQUIER TECLA"; GS
1210 CLS
1220 REM *****
1230 REM DIMENSIONES FINAL DEL SISTEMA

```

```

1240 REM
1250 REM
1260 LOCATE 1, 8: PRINT "DIMENSIONES FINALES DEL SISTEMA MOLDE-METAL"
1270 DRAW "BM50,50C1D7OR225D1L226U71L1D72R227U72L227D69K1U68R1D68BU40RBOD17R
80D23BD10L160BL15BU9U40BU38BR15R80BR158BD55D24R2LSBD6BL73D5BL162U5BL12BU7L5BU40R
5BU36BR12U5BR81D5BR156BD52R5BD31BL15D5U1L64D3U5BL177BU48U28R2L5"
1280 PAINT (60, 60), 1, 1
129D LOCATE 18, 12: PRINT DX * (P - 1); "cm."
1300 LOCATE 18, 26: PRINT DX * LX; "cm."
1310 LOCATE 13, 1: PRINT DY * (M - 1); "cm."
1320 LOCATE 14, 38: PRINT SV; "cm."
1330 LOCATE 5, 8: PRINT SH; "cm."
1340 LOCATE 9, 1: PRINT DY * LY; "cm."
1350 LOCATE 9, 15: PRINT "MOLDE DE ARENA"
1360 LOCATE 24, 10: INPUT "PARA CONTINUAR PRESIONE CUALQUIER TECLA"; GS
1370 REM *****
1380 REM *****
1390 REM METAL DE ANALISIS
1400 REM
1410 CLS
1420 LOCATE 2, 25: PRINT "METAL DE ANALISIS"
1430 DRAW "BM135,18 C1R220D1L220D1R220D2L220U20R220D20"
1440 TF = 660
1450 LOCATE 10, 20: PRINT "ALUMINIO PURO"
1460 LOCATE 12, 2D: PRINT "TEMPERATURA DE FUSION TF(°C) = ....."; T
F
1470 HF = 94.46
1480 LOCATE 14, 20: PRINT "CALOR DE FUSION HF(CAL/gmol) = ....."; H
F
1490 LOCATE 24, 10: INPUT "PARA CONTINUAR PRESIONE CUALQUIER TECLA"; GS
1500 CLS
1510 REM *****
.
1520 REM COMPOSICION DE LA ARENA
1530 REM
1540 REM
1550 LOCATE 2, 25: PRINT "COMPOSICION DE LA ARENA"
156D DRAW "BM170,18C1R220D1L220D1R220D2L220U20R220D20"
1570 LOCATE 8, 10: PRINT "NEFTONITA OCCIDENTAL -----4 % Wt."
1580 LOCATE 10, 10: PRINT "AGUA -----2.5% Wt."
1590 LOCATE 12, 10: PRINT "DEXTRINA -----1 % Wt."
1600 LOCATE 18, 20: PRINT "BALANCE MALLA 80 APS"
1610 LOCATE 18, 20: PRINT "DUREZA DEL MOLDE 85-90 APS"
1620 LOCATE 20, 10: PRINT "SECADO CON GAS ARRIBA DE UNA T=350°C POR 24 h."
1630 LOCATE 22, 10: PRINT "DENSIDAD DE SECADO (100 -105 )(lb/ft³)"
1640 LOCATE 24, 10: INPUT "PARA CONTINUAR PRESIONE CUALQUIER TECLA"; GS
1650 REM *****
1660 REM CONDICIONES DE OPERACION
1670 REM
1680 REM
1690 CLS
1700 LOCATE 2, 25: PRINT "CONDICIONES DE OPERACION"
1710 DRAW "BM170,18C1R220D1L220D1R220D2L220U20R220D20"

```

FALLA DE ORIGEN

```

1720 LOCATE 10, 10: INPUT " * TEMPERATURA DE VERTIDO TV(°C)= _____ "; TV
1730 REM IF TV<=TF THEN GOTO 1380
1740 LOCATE 15, 10: INPUT " * TEMPERATURA AMBIENTE TA( F) =-----"; TA
1750 REM IF TA>=TV THEN GOTO 1410
1760 DX = DX / 30.4
1770 DY = DY / 30.4
1780 Z = ((DX / DY) + (DY / DX)) * (1 / (DX * DY))
1790 X = (1 / (DX ^ 2))
1800 Y = (1 / (DY ^ 2))
1810 TV=(9/5)*TV+32
1820 TA=(9/5)*TA+32
1830 REM *****
1840 REM EVALUACION DE LAS PROP. TERMOFISICAS A LA CONDICION INICIAL
1850 REM PARA EL ALUMINIO
1860 REM
1870 REM
1880 IF TV < 180 THEN KH = .03058 * TV + 134.5: GOTO 1930
1890 IF TV >= 180 AND TV < 610 THEN KH = .01181 * (180 - TV) + 140: GOTO 1930
1900 IF TV >= 610 AND TV < 1197 THEN KH = .02263 * (610 - TV) + 135: GOTO 1930
1910 IF TV >= 1197 AND TV < 1242 THEN KH = 1.53 * (1197 - TV) + 121.7: GOTO 1930
1920 IF TV >= 1242 THEN KH = .00774 * (TV - 1242) + 52.9: GOTO 1930
1930 IF TV < 900 THEN CH = (.0000607) * TV + .213: GOTO 1990
1940 IF TV >= 940 AND TV < 1140 THEN CH = .0001075 * (TV - 940) + .27: GOTO 1990
1950 IF TV >= 1140 AND TV < 1197 THEN CH = .000202 * (TV - 1140) + .2915: GOTO 1990
1960 IF TV >= 1197 AND TV < 1220 THEN CH = .336 * (TV - 1197) + .303: GOTO 1990
1970 IF TV >= 1220 AND TV < 1242 THEN CH = .334 * (1242 - TV) + .313: GOTO 1990
1980 IF TV >= 1242 THEN CH = .313: GOTO 1990
1990 DH = 161
2000 REM *****
2010 REM EVALUACION DE LAS PROP. TERMOFISICAS A LA CONDICION INICIAL
2020 REM PARA LA ARENA EN LA INTERFASE
2030 REM
2040 REM
2050 IF TV > 1220 AND TV < 1400 THEN KA = .736 + TV * ((-.0006896) + TV * ((3.26
939E-07) * TV * 1.2494E-10))
2060 IF TV >= 1400 THEN KA = .769 + TV * ((-7.47168E-04) + TV * ((3.6697E-07) +
TV * 1.12566E-10))
2070 IF TV > 1220 AND TV < 1400 THEN CA = .248 + (.00002) * TV
2080 IF TV >= 1400 THEN CA = .2592 + (.000012) * TV
2090 DA = 100
2100 REM *****
2110 REM EVALUACION DE LAS PROP. TERMOFISICAS A LA CONDICION INICIAL
2120 REM PARA LA ARENA FUERA DE LA INTERFASE
2130 REM
2140 REM
2150 IF TA < 400 THEN KS = .49862 + TA * ((-3.248E-05) + TA * ((-2.06672E-07) +
TA * 2.1633E-10))
2160 IF TA >= 400 AND TA < 700 THEN KS = .5817 + TA * ((-.0003248) + TA * ((5.08
1E-08) + TA * 1.14814E-10))
2170 IF TA >= 700 AND TA < 1000 THEN KS = .70638 + TA * ((-6.2972E-04) + TA * ((
3.0115E-07) + TA * 1.4938E-10))
2180 IF TA >= 1000 AND TA <= 1400 THEN KS = .736 + TA * ((-.0006894) + TA * ((3.

```

FALLA DE ORIGEN



```

26939E-07) + TA * 1.2494E-10))
2190 IF TA > 1400 THEN KS = .769 + TA * (-7.47168E-04 + TA * (3.6697E-07 + TA *
1.12566E-10))
2200 IF TA < 400 THEN CS = .168 + (.00016) * TA
2210 IF TA >= 400 AND TA < 700 THEN CS = .196 + (.00009) * TA
2220 IF TA >= 700 AND TA < 1000 THEN CS = .238 + (.00003) * TA
2230 IF TA >= 1000 AND TA <= 1400 THEN CS = .248 + (.00002) * TA
2240 IF TA > 1400 THEN CS = .2592 + .000012 * TA
2250 DS = 105
2260 REM *****
2270 REM          DETERMINACION DEL CRITERIO DE ESTABILIDAD
2280 REM
2290 REM
2300 D1 = 1 / (2 * (KM / (CM * DM)) * Z)
2310 D2 = 1 / ((2 * Z * (KM + KA)) / (DA * CA + DM * CM))
2320 D3 = 1 / (2 * Z * (KS / (CS * DS)))
2330 D4 = 1 / (((6 * KA + 2 * KM) * Z) / (3 * DA * CA + DM * CM))
2340 D5 = 1 / (((6 * KM + 2 * KA) * Z) / (DA * CA + 3 * DM * CM))
2350 CLS : LOCATE 10, 10: PRINT "LOS DELTA DE TIEMPO ENCONTRADOS SON:"
2360 LOCATE 12, 15: PRINT "D1="; D1 * 3600
2370 LOCATE 14, 15: PRINT "D2="; D2 * 3600
2380 LOCATE 16, 15: PRINT "D3="; D3 * 3600
2390 LOCATE 18, 15: PRINT "D4="; D4 * 3600
2400 LOCATE 20, 15: PRINT "D5="; D5 * 3600
2410 FOR I = 1 TO 1000: NEXT I
2420 IF D1 < D2 AND D1 < D3 AND D1 < D4 AND D1 < D5 THEN 2430 ELSE 2440
2430 CLS : LOCATE 10, 10: PRINT "EL DELTA DE TIEMPO MAS RESTRICTIVO ES D1 = "; D
1 * 3600: GOTO 2520
2440 IF D2 < D1 AND D2 < D3 AND D2 < D4 AND D2 < D5 THEN 2450 ELSE 2460
2450 CLS : LOCATE 10, 10: PRINT "EL DELTA DE TIEMPO MAS RESTRICTIVO ES D2 = "; D
2 * 3600: GOTO 2520
2460 IF D3 < D1 AND D3 < D2 AND D3 < D4 AND D3 < D5 THEN 2470 ELSE 2480
2470 CLS : LOCATE 10, 10: PRINT "EL DELTA DE TIEMPO MAS RESTRICTIVO ES D3 = "; D
3 * 3600: GOTO 2520
2480 IF D4 < D1 AND D4 < D2 AND D4 < D3 AND D4 < D5 THEN 2490 ELSE 2500
2490 CLS : LOCATE 10, 10: PRINT "EL DELTA DE TIEMPO MAS RESTRICTIVO ES D4 = "; D
4 * 3600: GOTO 2520
2500 IF D5 < D1 AND D5 < D2 AND D5 < D3 AND D5 < D4 THEN 2510
2510 CLS : LOCATE 10, 10: PRINT "EL DELTA DE TIEMPO MAS RESTRICTIVO ES D5 = "; D
5 * 3600: GOTO 2520
2520 LOCATE 14, 10: PRINT "PROPORCIONA UN DELTA DE TIEMPO MENOR DT(seg.) =";
2530 INPUT DT
2540 DT = DT / 3600
2550 IF DT > D1 OR DT > D2 OR DT > D3 OR DT > D4 OR DT > D5 THEN GOTO 2520
2560 CLS
2570 REM *****
2580 REM          INTERVALOS DE TIEMPO SOLICITADOS
2590 REM
2600 REM
2610 LOCATE 10, 10: PRINT "CADA CUANTOS INTERVALOS DE TIEMPO DESEAS RESULTADOS I
T
=";
2620 INPUT IT
2630 IF IT <> INT(IT) THEN 2560

```

FALLA DE ORIGEN

```

2640 REM *****
2650 REM          DIMENSIONAMIENTO DE VARIABLES
2660 REM
2670 REM
2680 DIM TP(NX, NY), CH(NX, NY), KH(NX, NY), DH(NX, NY), AM(NX, NY), CA(NX, NY),
    KA(NX, NY), DA(NX, NY), SA(NX, NY), TP(NX, NY)
2690 REM *****
2700 REM          ASIGNACION DE TV AL t=0 A LOS NODOS DE LA CAVIDAD
2710 REM
2720 REM
2730 FOR I = 1 TO N
2740     FOR J = 1 TO M
2750         TP(I, J) = TV
2760     NEXT J
2770 NEXT I
2780 FOR I = N + 1 TO P
2790     FOR J = 1 TO Q
2800         TP(I, J) = TV
2810     NEXT J
2820 NEXT I
2830 REM *****
2840 REM          ASIGNACION DE LA TA AL t=0 A LOS NODOS DEL MOLDE
2850 REM
2860 REM
2870 FOR I = P + 1 TO NX
2880     FOR J = 1 TO Q
2890         TP(I, J) = TA
2900     NEXT J
2910 NEXT I
2920 FOR I = N + 1 TO NX
2930     FOR J = Q + 1 TO NY
2940         TP(I, J) = TA
2950     NEXT J
2960 NEXT I
2970 FOR I = 1 TO N
2980     FOR J = M + 1 TO NY
2990         TP(I, J) = TA
3000     NEXT J
3010 NEXT I
3020 REM *****
3030 REM          IMPRESION DE LA TEMPERATURA DE ALGUNOS NODOS
                A LA CONDICION INICIAL
3040 REM
3050 REM
3060 CLS
3070 LOCATE 1, 25: PRINT "TEMPERATURA DE ALGUNOS NODOS AL t=0"
3080 FOR J = 1 TO NY
3090     FOR I = 1 TO NX
3100         PRINT INT(TP(I, J));
3110     NEXT I
3120 PRINT : NEXT J
3130 R1 = 1
3140 REM *****

```

FALLA DE ORIGEN

```

3150 REM      EVALUACION DE LAS PROPIEDADES TERMOFISICAS EN FUNCION
              DE LA TEMPERATURA PRESENTE PARA EL METAL
3160 REM
3170 REM
3180 REM -----CONDUCTIVIDAD-----
3190 FOR I = N + 1 TO P
3200   FOR J = 1 TO Q
3210     W = TP(I, J)
3220     IF W < 180 THEN KM(I, J) = .03058 * W + 134.5: GOTO 3290
3230     IF W >= 180 AND W < 610 THEN KM(I, J) = .01181 * (180 - W) + 140: GOTO
3290
3240     IF W >= 610 AND W < 1197 THEN KM(I, J) = .02263 * (610 - W) + 135: GOTO
3290
3250     IF W >= 1197 AND W < 1242 THEN KM(I, J) = 1.53 * (1197 - W) + 121.7: GO
TO 3290
3260     IF W >= 1242 THEN KM(I, J) = .00774 * (W - 1242) + 52.9: GOTO 3290
3270     REM -----
3280     REM -----CAPACIDAD CALORIFICA-----
3290     IF W < 940 THEN CM(I, J) = .0000607 * W + .213: GOTO 3370
3300     IF W >= 940 AND W < 1140 THEN CM(I, J) = .0001075 * (W - 940) + .27: GO
TO 3370
3310     IF W >= 1140 AND W < 1197 THEN CM(I, J) = .000202 * (W - 1140) + .2915:
GOTO 3370
3320     IF W >= 1197 AND W < 1220 THEN CM(I, J) = .336 * (W - 1197) + .303: GOT
O 3370
3330     IF W >= 1220 AND W < 1242 THEN CM(I, J) = .334 * (1242 - W) + .313: GOT
O 3370
3340     IF W >= 1242 THEN CM(I, J) = .313: GOTO 3370
3350     REM -----
3360     REM -----DENSIDAD-----
3370     DM(I, J) = 161
3380     REM -----
3390     REM -----DIFUSIVIDAD TERMICA DEL METAL-----
3400     AM(I, J) = (KM(I, J) / (CM(I, J) * DM(I, J)))
3410     NEXT J
3420 NEXT I
3430 REM *****
3440 REM      EVALUACION DE LAS PROPIEDADES TERMOFISICAS COMO FUNCION
              DE LA TEMPERATURA PRESENTE PARA EL METAL
3450 REM
3460 REM
3470 REM -----CONDUCTIVIDAD-----
3480 FOR I = 1 TO N
3490   FOR J = 1 TO M
3500     W = TP(I, J)
3510     IF W < 180 THEN KM(I, J) = .03058 * W + 134.5: GOTO 3580
3520     IF W >= 180 AND W < 610 THEN KM(I, J) = .01181 * (180 - W) + 140: GOTO
3580
3530     IF W >= 610 AND W < 1197 THEN KM(I, J) = .02263 * (610 - W) + 135: GOTO
3580
3540     IF W >= 1197 AND W < 1242 THEN KM(I, J) = 1.53 * (1197 - W) + 121.7: GO
TO 3580
3550     IF W >= 1242 THEN KM(I, J) = .00774 * (W - 1242) + 52.9: GOTO 3580

```

```

3560      REM -----
3570      REM ----- CAPACIDAD CALORIFICA -----
3580      IF W < 940 THEN CM(I, J) = .0000607 * W + .213: GOTO 3660
3590      IF W >= 940 AND W < 1140 THEN CM(I, J) = .0001075 * (W - 940) + .27: GO
TO 3660
3600      IF W >= 1140 AND W < 1197 THEN CM(I, J) = .000202 * (W - 1140) + .2915:
GOTO 3660
3610      IF W >= 1197 AND W < 1220 THEN CM(I, J) = .336 * (W - 1197) + .303: GOT
O 3660
3620      IF W >= 1220 AND W < 1242 THEN CM(I, J) = .334 * (1242 - W) + .313: GOT
O 3660
3630      IF W >= 1242 THEN CM(I, J) = .313: GOTO 3660
3640      REM -----
3650      REM ----- DENSIDAD -----
3660      DM(I, J) = 161
3670      REM -----
3680      REM ----- DIFUSIVIDAD TERMICA DEL MORTAL -----
3690      AM(I, J) = (KM(I, J) / (CM(I, J) * DM(I, J)))
3700      NEXT J
3710      NEXT I
3720      REM *****
3730      REM      EVALUACION DE LAS PROPIEDADES TERMOFISICAS COMO FUNCION
DE LA TEMPERATURA PARA LA ARENA

3740      REM
3750      REM
3760      REM ----- CONDUCTIVIDAD -----
3770      FOR I = P TO NX - 1
3780          FOR J = 1 TO Q - 1
3790              W = TP(I, J)
3800              W1 = W * .00001
3810              V = (W ^ 2) * .0000001
3820              R = (W ^ 3) * 1E-10
3830              IF W < 400 THEN KA(I, J) = .49862 - 3.248 * W1 - 2.06672 * V + 2.16336
* R: GOTO 3890
3840              IF W >= 400 AND W < 700 THEN KA(I, J) = .5817 - 32.48 * W1 + .5081 * V
+ 1.14814 * R
3850              IF W >= 700 AND W < 1000 THEN KA(I, J) = .70638 - 62.972 * W1 + 3.0115
* V + 1.4938 * R
3860              IF W >= 1000 AND W < 1400 THEN KA(I, J) = .736 - 68.96 * W1 + 3.26939 *
V + 1.2494 * R
3870              IF W >= 1400 THEN KA(I, J) = .769 - 74.7168 * W1 + 3.6697 * V + 1.12566
* R: GOTO 3890
3880      REM ----- CAPACIDAD CALORIFICA -----
3890      IF W < 00 THEN CA(I, J) = .158 + 16 * W1: GOTO 3950
3900      IF W >= 400 AND W < 700 THEN CA(I, J) = .196 + 9 * W1: GOTO 3950
3910      IF W >= 700 AND W < 1000 THEN CA(I, J) = .238 + 3 * W1: GOTO 3950
3920      IF W >= 1000 AND W < 1400 THEN CA(I, J) = .248 + 2 * W1: GOTO 3950
3930      IF W >= 1400 THEN CA(I, J) = .2592 + 1.2 * W1: GOTO 3950
3940      REM ----- DENSIDAD -----
3950      DA(I, J) = 100
3960      SA(I, J) = (KA(I, J) / (DA(I, J) * CA(I, J)))
3970      NEXT J
3980      NEXT I

```

```

3990 REM *****
4000 REM      EVALUACION DE LAS PROPIEDADES TERMOFISICAS DE LA ARENA
                        EN FUNCION DE LA TEMPERATURA PRESENTE

4010 REM
4020 REM
4030 REM ----- CONDUCTIVIDAD -----
4040 FOR I = N TO NX - 1
4050   FOR J = Q TO M - 1
4060     W = TP(I, J)
4070     W1 = W * .00001
4080     V = (W ^ 2) * .0000001
4090     R = (W ^ 3) * 1E-10
4100     IF W < 400 THEN KA(I, J) = .49862 - 3.248 * W1 - 2.06672 * V + 2.16336
      * R: GOTO 4160
4110     IF W >= 400 AND W < 700 THEN KA(I, J) = .5817 - 32.48 * W1 + .5081 * V
      + 1.14814 * R
4120     IF W >= 700 AND W < 1000 THEN KA(I, J) = .70638 - 62.972 * W1 + 3.0115
      * V + 1.4938 * R
4130     IF W >= 1000 AND W < 1400 THEN KA(I, J) = .736 - 68.96 * W1 + 3.26939 *
      V + 1.2494 * R
4140     IF W >= 1400 THEN KA(I, J) = .769 - 74.7168 * W1 + 3.6697 * V + 1.12566
      * R: GOTO 4160
4150 REM ----- CAPACIDAD CALORIFICA -----
4160 IF W < 400 THEN CA(I, J) = .168 + 16 * W1: GOTO 4220
4170 IF W >= 400 AND W < 700 THEN CA(I, J) = .196 + 9 * W1: GOTO 4220
4180 IF W >= 700 AND W < 1000 THEN CA(I, J) = .238 + 3 * W1: GOTO 4220
4190 IF W >= 1000 AND W < 1400 THEN CA(I, J) = .248 + 2 * W1: GOTO 4220
4200 IF W >= 1400 THEN CA(I, J) = .2892 + 1.2 * W1: GOTO 4220
4210 REM ----- DENSIDAD -----
4220 DA(I, J) = 100
4230 SA(I, J) = (KA(I, J) / (DA(I, J) * CA(I, J)))
4240 NEXT J
4250 NEXT I
4260 REM *****
4270 REM      EVALUACION DE LAS PROPIEDADES TERMOFISICAS DE LA ARENA
                        EN FUNCION DE LA TEMPERATURA PRESENTE

4280 REM
4290 REM
4300 REM ----- CONDUCTIVIDAD -----
4310 FOR I = 1 TO NX - 1
4320   FOR J = M TO NY - 1
4330     W = TP(I, J)
4340     W1 = W * .00001
4350     V = (W ^ 2) * .0000001
4360     R = (W ^ 3) * 1E-10
4370     IF W < 400 THEN KA(I, J) = .49862 - 3.248 * W1 - 2.06672 * V + 2.16336
      * R: GOTO 4430
4380     IF W >= 400 AND W < 700 THEN KA(I, J) = .5817 - 32.48 * W1 + .5081 * V
      + 1.14814 * R
4390     IF W >= 700 AND W < 1000 THEN KA(I, J) = .70638 - 62.972 * W1 + 3.0115
      * V + 1.4938 * R
4400     IF W >= 1000 AND W < 1400 THEN KA(I, J) = .736 - 68.96 * W1 + 3.26939 *
      V + 1.2494 * R

```

```

4410 IF W >= 1400 THEN KA(I, J) = .769 - 74.7168 * W1 + 3.6697 * V + 1.12566
* R: GOTO 4430
4420 REM ----- CAPACIDAD CALORIFICA -----
4430 IF W < 400 THEN CA(I, J) = .168 + 16 * W1: GOTO 4490
4440 IF W >= 400 AND W < 700 THEN CA(I, J) = .196 + 9 * W1: GOTO 4490
4450 IF W >= 700 AND W < 1000 THEN CA(I, J) = .238 + 3 * W1: GOTO 4490
4460 IF W >= 1000 AND W < 1400 THEN CA(I, J) = .248 + 2 * W1: GOTO 4490
4470 IF W >= 1400 THEN CA(I, J) = .2592 + 1.2 * W1: GOTO 4490
4480 REM ----- DENSIDAD -----
4490 DA(I, J) = 100
4500 SA(I, J) = (KA(I, J) / (DA(I, J) * CA(I, J)))
4510 NEXT J
4520 NEXT I
4530 REM *****
4540 REM ----- TF DEL NODO DE LA ESQUINA INFERIOR IZQUIERDA -----
4550 REM
4560 REM
4570 TF(1, 1) = TP(1, 1) * (1 - 2 * DT * AM(1, 1) * Z) + 2 * DT * AM(1, 1) * (Y
* TP(1, 2) + X * TP(2, 1))
4580 REM
4590 REM
4600 REM *****
4610 REM ----- CASO 2 -----
4620 REM
4630 FOR I = 2 TO P - 1
4640 TF(I, 1) = TP(I, 1) * (1 - 2 * AM(I, 1) * OT * Z) + AM(I, 1) * DT * (X * (T
P(I - 1, 1) + TP(I + 1, 1)) + 2 * Y * TP(I, 2))
4650 NEXT I
4660 REM
4670 REM
4680 REM *****
4690 REM ----- CASO 3 -----
4700 REM
4710 REM
4720 T1 = (DA(P, 1) * CA(P, 1) + DM(P, 1) * CM(P, 1))
4730 T2 = (KA(P, 1) + KM(P, 1))
4740 TP(P, 1) = TP(P, 1) * (1 - 2 * DT * T2 * Z / T1) + (2 * OT / T1) * (X * (KM
(P, 1) * TP(P - 1, 1) + KA(P, 1) * TP(P + 1, 1)) + Y * T2 * TP(P, 2))
4750 REM
4760 REM
4770 REM *****
4780 REM ----- CASO 4 -----
4790 REM
4800 FOR I = P + 1 TO NX - 1
4810 TF(I, 1) = TP(I, 1) * (1 - 2 * DT * SA(I, 1) * Z) + DT * SA(I, 1) * (X * (T
P(I - 1, 1) + TP(I + 1, 1)) + 2 * Y * TP(I, 2))
4820 NEXT I
4830 REM
4840 REM *****
4850 REM ----- CASO 5 -----
4860 REM
4870 FOR J = 2 TO H - 1
4880 TF(1, J) = TP(1, J) * (1 - 2 * DT * AM(1, J) * Z) + DT * AM(1, J) * (Y * (T

```

```

P(1, J - 1) + TP(1, J + 1)) + 2 * X * TP(2, J))
4890 NEXT J
4900 REM
4910 REM *****
4920 REM ----- CASO 6 -----
4930 REM
4940 T3 = (DM(1, M) * CM(1, M) + DA(1, M) * CA(1, M))
4950 T4 = (KA(1, M) + KM(1, M))
4960 TP(1, M) = TP(1, M) * (1 - 2 * DT * Z * T4 / T3) + (2 * DT / T3) * (Y * (KA
(1, M) * TP(1, M + 1) + KM(1, M) * TP(1, M - 1)) + X * T4 * TP(2, M))
4970 REM
4980 REM *****
4990 REM ----- CASO 7 -----
5000 REM
5010 FOR J = M + 1 TO NY - 1
5020 TP(1, J) = TP(1, J) * (1 - 2 * DT * SA(1, J) * Z) + DT * SA(1, J) * (Y * (T
P(1, J + 1) + TP(1, J - 1)) + 2 * X * TP(2, J))
5030 NEXT J
5040 REM
5050 REM *****
5060 REM ----- CASO 8 -----
5070 REM
5080 FOR I = 2 TO M - 1
5090 T5 = (DM(I, M) * CM(I, M) + DA(I, M) * CA(I, M))
5100 T6 = (KM(I, M) + KA(I, M))
5110 TP(I, M) = TP(I, M) * (1 - 2 * DT * Z * T6 / T5) + (DT / T5) * (X * T6 * (T
P(I - 1, M) + TP(I + 1, M)) + 2 * Y * (KA(I, M) * TP(I, M + 1) + KM(I, M) * TP(I
, M - 1)))
5120 NEXT I
5130 REM
5140 REM *****
5150 REM ----- CASO 9 -----
5160 REM
5170 REM
5180 T7 = (3 * DA(N, M) * CA(N, M) + DM(N, M) * CM(N, M))
5190 T8 = (6 * KA(N, M) + 2 * KM(N, M))
5200 T9 = (KA(N, M) + KM(N, M))
5210 TP(N, M) = TP(N, M) * (1 - DT * Z * T8 / T7) + (DT / T7) * (2 * T9 * (X * T
P(N - 1, M) + Y * TP(N, M - 1)) + 4 * KA(N, M) * (X * TP(N + 1, M) + Y * TP(N, M
+ 1)))
5220 REM
5230 REM
5240 REM *****
5250 REM ----- CASO 10 -----
5260 REM
5270 REM
5280 FOR J = Q + 1 TO M - 1
5290 TD = (DA(N, J) * CA(N, J) + DM(N, J) * CM(N, J))
5300 TR = (KA(N, J) + KM(N, J))
5310 TP(N, J) = TP(N, J) * (1 - 2 * DT * Z * TR / TD) + (DT / TD) * (2 * X * (KM
(N, J) * TP(N - 1, J) + KA(N, J) * TP(N + 1, J)) + Y * TR * (TP(N, J - 1) + TP(N
, J + 1)))
5320 NEXT J

```

```

5330 REM
5340 REM
5350 REM *****
5360 REM ----- CASO 11-----
5370 REM
5380 FOR I = 2 TO N - 1
5390 FOR J = 2 TO M - 1
5400 TF(I, J) = TP(I, J) * (1 - 2 * DT * AM(I, J) * Z) + DT * AM(I, J) * (X * (T
Y(I - 1, J) + TP(I + 1, J)) + Y * (TP(I, J + 1) + TP(I, J - 1)))
5410 NEXT J
5420 NEXT I
5430 REM
5440 REM *****
5450 REM ----- CASO 12-----
5460 REM
5470 FOR I = N TO P - 1
5480 FOR J = 2 TO Q - 1
5490 TF(I, J) = TP(I, J) * (1 - 2 * DT * AM(I, J) * Z) + DT * AM(I, J) * (X * (T
P(I - 1, J) + TP(I + 1, J)) + Y * (TP(I, J + 1) + TP(I, J - 1)))
5500 NEXT J
5510 NEXT I
5520 REM
5530 REM *****
5540 REM ----- CASO 13-----
5550 REM
5560 FOR I = N + 1 TO P - 1
5570 T5 = (DH(I, Q) * CH(I, Q) + DA(I, Q) * CA(I, Q))
5580 T6 = (KH(I, Q) + KA(I, Q))
5590 TP(I, Q) = TP(I, Q) * (1 - 2 * DT * Z * T6 / T5) + (DT / T5) * (X * T6 * (T
P(I - 1, Q) + TP(I + 1, Q)) + 2 * Y * (KA(I, Q) * TP(I, Q + 1) + KH(I, Q) * TP(I
, Q - 1)))
5600 NEXT I
5610 REM
5620 REM *****
5630 REM ----- CASO 14-----
5640 REM
5650 T7 = (3 * DA(P, Q) * CA(P, Q) + DN(P, Q) * CH(P, Q))
5660 T8 = (6 * KA(P, Q) + 2 * KH(P, Q))
5670 T9 = (KA(P, Q) + KH(P, Q))
5680 TP(P, Q) = TP(P, Q) * (1 - DT * Z * T8 / T7) + (DT / T7) * (2 * T9 * (X * T
P(P - 1, Q) + Y * TP(P, Q - 1)) + 4 * KA(P, Q) * (X * TP(P + 1, Q) + Y * TP(P, Q
+ 1)))
5690 REM
5700 REM
5710 REM *****
5720 REM ----- CASO 15-----
5730 REM
5740 FOR J = 2 TO Q - 1
5750 T0 = (DA(P, J) * CA(P, J) + DN(P, J) * CH(P, J))
5760 TR = (KA(P, J) + KH(P, J))
5770 TP(P, J) = TP(P, J) * (1 - 2 * DT * Z * TR / T0) + (DT / T0) * (2 * X * (KH
(P, J) * TP(P - 1, J) + KA(P, J) * TP(P + 1, J)) + Y * TR * (TP(P, J - 1) + TP(P
, J + 1)))

```



```

5780 NEXT J
5790 REM
5800 REM
5810 REM *****
5820 REM ----- CASO 16 -----
5830 REM
5840 FOR I = P + 1 TO NX - 1
5850 FOR J = 2 TO Q
5860 TP(I, J) = TP(I, J) * (1 - 2 * DT * SA(I, J) * Z) + DT * SA(I, J) * (X * (T
P(I - 1, J) + TP(I + 1, J)) + Y * (TP(I, J - 1) + TP(I, J + 1)))
5870 NEXT J
5880 NEXT I
5890 REM
5900 REM
5910 REM *****
5920 REM ----- CASO 17 -----
5930 REM
5940 FOR I = N + 1 TO NX - 1
5950 FOR J = Q + 1 TO M
5960 TP(I, J) = TP(I, J) * (1 - 2 * DT * SA(I, J) * Z) + DT * SA(I, J) * (X * (T
P(I - 1, J) + TP(I + 1, J)) + Y * (TP(I, J - 1) + TP(I, J + 1)))
5970 NEXT J
5980 NEXT I
5990 REM
6000 REM
6010 REM *****
6020 REM ----- CASO 18 -----
6030 REM
6040 FOR I = 2 TO NX - 1
6050 FOR J = M + 1 TO NY - 1
6060 TP(I, J) = TP(I, J) * (1 - 2 * DT * SA(I, J) * Z) + DT * SA(I, J) * (X * (T
P(I - 1, J) + TP(I + 1, J)) + Y * (TP(I, J - 1) + TP(I, J + 1)))
6070 NEXT J
6080 NEXT I
6090 REM
6100 REM
6110 REM *****
6120 REM ----- CASO 19 -----
6130 REM
6140 REM
6150 T5 = (DA(N, Q) * CA(N, Q) + 3 * DM(N, Q) * CM(N, Q))
6160 TW = (6 * KM(N, Q) + 2 * KA(N, Q))
6170 TX = (KA(N, Q) + KM(N, Q))
6180 TP(N, Q) = TP(N, Q) * (1 - DT * Z * TW / T5) + (DT / T5) * (2 * TX * (X * T
P(N + 1, Q) + Y * TP(N, Q + 1)) + 4 * KM(N, Q) * (X * TP(N - 1, Q) + Y * TP(N, Q
- 1)))
6190 REM
6200 REM
6210 REM *****
6220 REM --VERIFICACION DE LA TEMPERATURA AMBIENTE EN LA SUPF. DEL MOLDE ----
6230 REM
6240 IF TP(NX - 1, 1) = TA AND TP(1, NY - 1) = TA THEN 6260
6250 IF TP(NX - 1, 1) > TA OR TP(1, NY - 1) > TA THEN CLS : LOCATE 12, 10: PRINT

```

```

"LOS PENULTIMOS NODOS HAN ALCANZADO UNA T > QUE TA": GOTO 6570
6260 LOCATE 24, 10; PRINT "LAS TEMPERATURAS DE LOS PENULTIMOS NODOS AUN ESTAN A
LA TA"
6270 REM *****
6280 REM -----ASIGNACION DE LA TA A LOS NODOS DE LA SUPERFICIE -----
6290 REM
6300 REM
6310 FOR J = 1 TO NY
6320 TP(NX, J) = TA
6330 NEXT J
6340 REM
6350 REM
6360 FOR I = 1 TO NX - 1
6370 TP(I, NY) = TA
6380 NEXT I
6390 REM *****
6400 REM ---- PROCESO DE INTERCAMBIO DE T.FUTURA A T.PRESENTE -----
6410 REM
6420 REM
6430 FOR I = 1 TO NX
6440 FOR J = 1 TO NY
6450 TP(I, J) = TP(I, J)
6460 NEXT J
6470 NEXT I
6480 REM *****
6490 REM                                DECISION DE IMPRESION
6500 REM
6510 REM
6520 IF R1 / IT = INT(R1 / IT) THEN 6550
6530 R1 = R1 + 1
6540 GOTO 3190
6550 TS = R1 * DT * 3600
6560 CLS
6570 PRINT "EL PERFIL DE SOLIDIFICACION AL t="; TS; "SEGUNDOS"
6580 FOR J = 1 TO Q
6590 FOR I = 1 TO P
6600 PRINT INT((TP(I, J) - 32) * (5 / 9));
6610 NEXT I
6620 PRINT : NEXT J
6630 FOR J = Q + 1 TO H
6640 FOR I = 1 TO N
6650 PRINT INT((TP(I, J) - 32) * (5 / 9));
6660 NEXT I
6670 PRINT : NEXT J
6680 FOR I = 1 TO 100: NEXT I
6690 REM CLS
6700 GOTO 6900
6710 PRINT "VALORES DE LA CONDUCTIVIDAD DE LA ARENA EVALUADAS EN TP(I,J)"
6720 FOR J = 1 TO NY
6730 FOR I = 1 TO NX
6740 PRINT KA(I, J);
6750 NEXT I
6760 PRINT : NEXT J

```

```
6770 INPUT "PARA CONTINUAR PRESIONE CUALQUIER TECLA", GS
6780 CLS
6790 PRINT "VALORES DEL CP DE LA ARENA EVALUADO EN FUNCION DE TP(I,J)"
6800 FOR J = 1 TO NY
6810 FOR I = 1 TO NX
6820 PRINT CA(I, J);
6830 NEXT I
6840 PRINT : NEXT J
6850 INPUT "PARA CONTINUAR PRESIONE CUALQUIER TECLA", GS
6860 CLS
6870 PRINT "ESPERE UN MOMENTO LOS RESULTADOS "
6880 IF TP(1, 1) > TA THEN 6900
6890 IF TP(1, 1) <= TA THEN PRINT "LA PIEZA A SOLIDICADO TOTALMENTE": END
6900 GOTO 6530
```

69

**ESTA TESIS NO DEBE  
SALIR DE LA BIBLIOTECA**

**ANEXO B**

**DESARROLLO DE LAS ECUACIONES DE LOS NODOS CARACTERÍSTICOS QUE  
EXPRESAN LOS DIFERENTES CRITERIOS DE ESTABILIDAD**

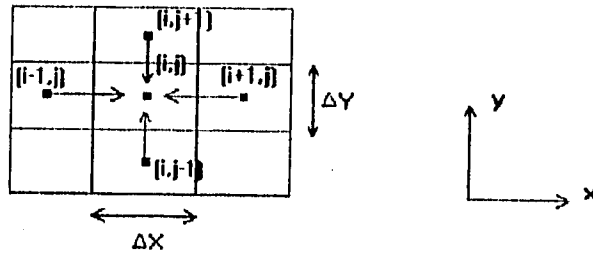
**NOMENCLATURA**

**q** = flujo de calor por unidad de área  
**T** = temperatura  
**t** = tiempo presente  
**C<sub>p</sub>** = capacidad calorífica  
**K** = conductividad térmica  
**ℓ** = densidad  
**A** = área  
**α** = difusividad térmica

**ÍNDICES**

**M** = metal  
**A** = arena  
**i** = posición sobre el eje x  
**j** = posición sobre el eje y  
**t+1** = tiempo futuro

PARA UN NODO INTÉRNO EN EL METAL.



Apartir de la ecuación de balance:

$$q_{(i-1,j) \rightarrow (i,j)} + q_{(i+1,j) \rightarrow (i,j)} + q_{(i,j+1) \rightarrow (i,j)} + q_{(i,j-1) \rightarrow (i,j)} = \frac{V \ell_M C p_M \Delta T}{\Delta t}$$

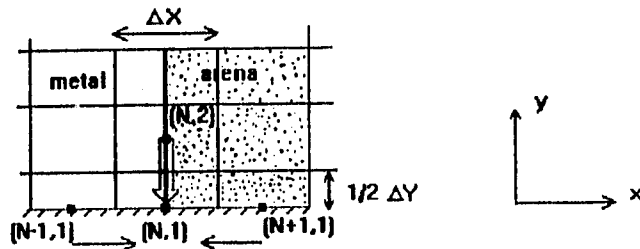
se obtiene la siguiente expresión para la temperatura "futura":

$$T_{(i,j)}^{t+\Delta t} = T_{(i,j)}^t \left( 1 - 2 \left( \frac{\alpha_M \Delta t}{\Delta x \Delta y} \right) \left( \frac{\Delta y}{\Delta x} + \frac{\Delta x}{\Delta y} \right) \right) + \left( \frac{\alpha_M \Delta t}{\Delta x \Delta y} \right) \left( \frac{\Delta y}{\Delta x} (T_{(i-1,j)}^t + T_{(i+1,j)}^t) + \frac{\Delta x}{\Delta y} (T_{(i,j-1)}^t + T_{(i,j+1)}^t) \right)$$

La solución estable se presentará si

$$\Delta t < \frac{1}{2 \frac{\alpha_M}{\Delta x \Delta y} \left( \frac{\Delta x}{\Delta y} + \frac{\Delta y}{\Delta x} \right)}$$

PARA UN NODO EN LA INTERFASE METAL-ARENA.



Apartir de la ecuación de balance:

$$q_{(N-1,1) \rightarrow (N,1)} + q_{(N+1,1) \rightarrow (N,1)} + q_{(N,2) \rightarrow (N,1)} = \frac{(1/4)V(\ell_M C_{p_M} + \ell_A C_{p_A})\Delta T}{\Delta t}$$

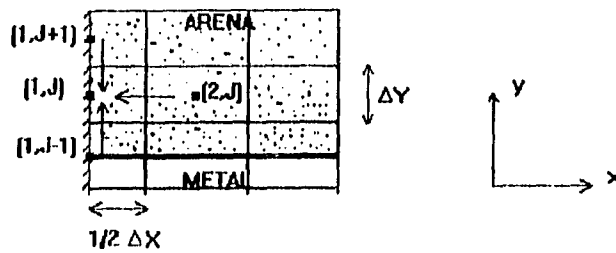
Se obtiene la siguiente expresión para la temperatura "futura":

$$T_{(N,1)}^{t+\Delta t} = T_{(N,1)}^t \left( 1 - \frac{2\Delta t(K_A + K_M)}{\Delta x \Delta y (\ell_M C_{p_M} + \ell_A C_{p_A})} \left( \frac{\Delta y}{\Delta x} + \frac{\Delta x}{\Delta y} \right) \right) + \left( \frac{2\Delta t}{\Delta x \Delta y (\ell_M C_{p_M} + \ell_A C_{p_A})} \right) * \\ \left( \frac{\Delta y}{\Delta x} (K_M T_{(N-1,1)}^t + K_A T_{(N+1,1)}^t) + \frac{\Delta x}{\Delta y} T_{(N,2)}^t (K_A + K_M) \right)$$

La solución estable se presentará si:

$$\Delta t < \frac{1}{\frac{2(K_A + K_M)}{\Delta x \Delta y (\ell_A C_{p_A} + \ell_M C_{p_M})} \left( \frac{\Delta x}{\Delta y} + \frac{\Delta y}{\Delta x} \right)}$$

PARA UN NODO HUBICADO ENTRE LA ARENA Y LA FRONTERA ADIABATICA.



Apartir de la ecuación de balance:

$$q_{(1,J-1) \rightarrow (1,J)} + q_{(1,J+1) \rightarrow (1,J)} + q_{(2,J) \rightarrow (1,J)} = \frac{(1/2)V \rho_A C p_A \Delta T}{\Delta t}$$

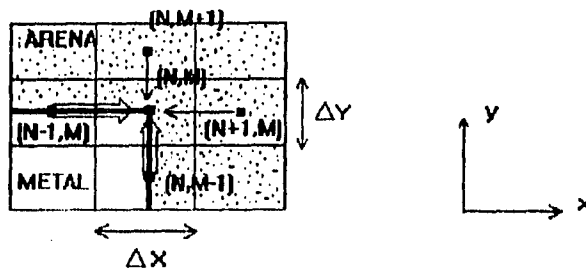
Se obtiene la siguiente expresión para la temperatura "futura":

$$T_{(1,J)}^{n+1} = T_{(1,J)}^n \left( 1 - 2 \frac{\alpha_A \Delta t}{\Delta x \Delta y} \left( \frac{\Delta x}{\Delta y} + \frac{\Delta y}{\Delta x} \right) \right) + \left( \frac{\alpha_A \Delta t}{\Delta x \Delta y} \right) \left( \frac{\Delta x}{\Delta y} (T_{(1,J-1)}^n + T_{(1,J+1)}^n) + 2 \frac{\Delta y}{\Delta x} T_{(2,J)}^n \right)$$

La solución estable se presentará si:

$$\Delta t < \frac{1}{\frac{2\alpha_A}{\Delta x \Delta y} \left( \frac{\Delta x}{\Delta y} + \frac{\Delta y}{\Delta x} \right)}$$

PARA UN NODO EN LA INTERFASE METAL-ARENA CORRESPONDIENTE A UNA ESQUINA.



A partir de la ecuación de balance:

$$q_{(N-1,M) \rightarrow (N,M)} + q_{(N+1,M) \rightarrow (N,M)} + q_{(N,M-1) \rightarrow (N,M)} + q_{(N,M+1) \rightarrow (N,M)} = \frac{((1/4)V\ell_M C_{p_M} + (3/4)V\ell_A C_{p_A})\Delta T}{\Delta t}$$

Se obtiene la expresión para la temperatura "futura":

$$T_{(N,M)}^{t+\Delta t} = T_{(N,M)}^t \left( 1 - \frac{\Delta t (6K_A + 2K_M)}{\Delta x \Delta y (\ell_M C_{p_M} + 3\ell_A C_{p_A}) \left( \frac{\Delta x}{\Delta y} + \frac{\Delta y}{\Delta x} \right)} \right) + \left( \frac{\Delta t}{\Delta x \Delta y (\ell_M C_{p_M} + 3\ell_A C_{p_A})} \right) \left( 2(K_A + K_M) \left( \frac{\Delta y}{\Delta x} T_{(N-1,M)}^t + \frac{\Delta x}{\Delta y} T_{(N,M-1)}^t \right) + 4K_A \left( \frac{\Delta y}{\Delta x} T_{(N+1,M)}^t + \frac{\Delta x}{\Delta y} T_{(N,M+1)}^t \right) \right)$$

La solución estable se presentara si:

$$\Delta t < \frac{1}{\frac{(6K_A + 2K_M)}{\Delta x \Delta y (\ell_M C_{p_M} + 3\ell_A C_{p_A}) \left( \frac{\Delta x}{\Delta y} + \frac{\Delta y}{\Delta x} \right)}}$$



## ANEXO C

## PROPIEDADES TERMOFISICAS DEL MOLDE COMO FUNCION DE LA TEMPERATURA

<i>Conductividad termica</i>	
$K = 0.49862 + T*(-3.248 * 10^{-5} + T*(-2.06672 * 10^{-7} + T*2.1633 * 10^{-10}))$	$T < 400$
$K = 0.5817 + T*(-3.243 * 10^{-4} + T*(5.081 * 10^{-9} + T*1.14814 * 10^{-10}))$	$T = 400 - 700$
$K = 0.70638 + T*(-6.2972 * 10^{-4} + T*(3.0115 * 10^{-7} + T*1.4938 * 10^{-10}))$	$T = 700 - 1000$
$K = 0.7360 + T*(-6.896 * 10^{-4} + T*(3.26939 * 10^{-7} + T*1.2494 * 10^{-10}))$	$T = 1000 - 1400$
$K = 0.7690 + T*(-7.47168 * 10^{-4} + T*(3.6697 * 10^{-7} + T*1.12566 * 10^{-10}))$	$T > 1400$
<i>Capacidad calorifica</i>	
$C_p = 0.168 + 1.6 * 10^{-4} T$	$T < 1400$
$C_p = 0.196 + 9.0 * 10^{-5} T$	$T = 400 - 700$
$C_p = 0.238 + 3.0 * 10^{-5} T$	$T = 700 - 1000$
$C_p = 0.248 + 0.02 * 10^{-5} T$	$T = 1000 - 1400$
$C_p = 0.2592 + 0.012 * 10^{-5} T$	$T > 1400$
<i>Densidad</i>	
$\ell = 100 - 105$	

## PROPIEDADES TERMOFISICAS DEL MATERIAL COMO FUNCION DE LA TEMPERATURA

<i>Conductividad termica</i>	
$K = 0.03058 T + 134.5$	$T < 180$
$K = 0.01181(180 - T) + 140$	$T = 180 - 610$
$K = 0.02263(610 - T) + 135$	$T = 610 - 1197$
$K = 1.53(1197 - T) + 121.7$	$T = 1197 - 1242$
$K = 0.00774(T - 1242) + 52.9$	$T > 1242$
<i>Capacidad calorifica</i>	
$C_p = 0.0000607 T + 0.213$	$T < 940$
$C_p = 0.0001075(T - 940) + 0.27$	$T = 940 - 1140$
$C_p = 0.000202(T - 1140) + 0.2915$	$T = 1140 - 1197$
$C_p = 0.336(T - 1197) + 0.303$	$T = 1197 - 1220$
$C_p = 0.334(1242 - T) + 0.313$	$T = 1220 - 1242$
$C_p = 0.313$	$T > 1242$
<i>Densidad</i>	
$\ell = 161$	

donde: T en °F, K en BTU/h ft °F, Cp en BTU/lb °F y  $\ell$  en lb/ft<sup>3</sup>.

## ANEXO D

### PRESENTACION DE ALGUNAS TECNICAS DE DIFERENCIAS FINITAS

#### NOMENCLATURA

T	=	temperatura
K	=	conductividad térmica
V	=	volumen
$\rho$	=	densidad
Cp	=	capacidad calorífica
g	=	generación de calor
W	=	fracción solidificada
t	=	tiempo

#### INDICES

r	=	índice de iteración
r+1	=	índice de iteración futura
m,n	=	índices de nodo
N	=	número de nodos totales
m	=	relación de un nodo a otro
*	=	indica unidad de volumen y unidad de tiempo
ij	=	coordenadas de una localización nodal

**(A) MÉTODO DE DIFERENCIAS FINITAS EXPLÍCITO**

En el método explícito, la temperatura de un nodo depende únicamente de las temperaturas de los nodos de los alrededores de previas iteraciones. La fórmula general para un nodo  $m$ , es la siguiente:

$$\frac{V\ell C_p}{t} (T_{(m)}^{r+1} - T_{(m)}^r) = \sum_{n=1}^N K_{nm} (T_{(n)}^r - T_{(m)}^r) + g^n V$$

La ventaja de este método es que  $T_{(m)}^{r+1}$  puede ser determinada, a partir de

$$T_{(m)}^{r+1} = \sum_{n=1}^N \frac{K_{nm} t}{V\ell C_p} (T_{(n)}^r - T_{(m)}^r) + \frac{g^n t}{\ell C_p} + T_{(m)}^r$$

donde todas las propiedades y la generación de calor son evaluadas en la iteración  $r$ . Este método no involucra la solución de un sistema de ecuaciones simultáneas. Sin embargo, no es estable para todos los incrementos de tiempo  $t$ . Frecuentemente el incremento de tiempo se elige, en base a los "criterios de estabilidad" que aparecen en los diferentes tipos de ecuaciones nodales características. Para este caso, por ejemplo.

$$\frac{K_{nm} t}{\ell C_p x^2} \leq \frac{1}{2}$$

Una vez elegido el intervalo de tiempo que satisface esta relación, para obtener estabilidad en la solución, este valor debe utilizarse a través de todas las iteraciones restantes.

**(B) MÉTODO DE DIFERENCIAS FINITAS IMPLÍCITO**

El método implícito requiere la solución de una serie de ecuaciones simultáneas en cada intervalo de tiempo, una expresión general para un nodo  $m$ , es la siguiente:

$$\frac{V\ell C_p}{t} (T_{(m)}^{r+1} - T_{(m)}^r) = \sum_{n=1}^N K_{nm} (T_{(n)}^{r+1} - T_{(m)}^{r+1}) + g^n V$$

donde la temperatura  $T_{(m)}^{r+1}$  depende no únicamente de la temperatura del nodo  $m$  sobre la iteración previa, si no también de las temperaturas de los nodos de los alrededores en la iteración en turno. La ecuación anterior puede ser resuelta para  $T_{(m)}^{r+1}$  estableciendo que:

$$T_{(m)}^{r+1} = \left[ \frac{1}{1 + \sum_{n=1}^N \frac{K_{nm}t}{V\ell C_p}} \right] \left\{ T_{(m)}^r + \sum_{n=1}^N \frac{K_{nm}t}{V\ell C_p} T_{(n)}^{r+1} + \frac{g''t}{\ell C_p} \right\}$$

El método implícito es estable incondicionalmente; Por que, una gran variedad de intervalos de tiempo pueden ser usados.

### (C) MÉTODO DE CRANK-NICHOLSON

Un "promedio" de temperaturas puede ser obtenido por la combinación de las dos ecuaciones obtenidas en la definición de cada uno de los dos métodos anteriores, obteniéndose:

$$T_{r+1}(m) = W \sum_{n=1}^N \frac{C_{nm}t}{V\ell C_p} (T_r(n) - T_r(m)) + W \frac{g''t}{\ell C_p} + WT_r(m) +$$

$$+ (1-W) \left[ \frac{1}{1 + \sum_{n=1}^N \frac{C_{nm}t}{V\ell C_p}} \right] \left\{ T_r(m) + \sum_{n=1}^N \frac{C_{nm}t}{V\ell C_p} T_{r+1}(n) + \frac{g''t}{\ell C_p} \right\}$$

Donde W tiene un valor de 0.5. Este método implícito de diferencias finitas es estable para cualquier valor de  $\Delta t$  y se conoce como Método de Crank- Nicholson.