



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA  
DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO

10  
2es  
AYDA  
RUIZ

DETERMINACION DEL COEFICIENTE DE FRICCION POR EL  
METODO DE COMPRESION DE ANILLOS

FALLA DE ORIGEN

T E S I S

PARA OBTENER EL GRADO DE:

MAESTRIA EN INGENIERIA (Estructura)

P R E S E N T A:

TERESITA DEL NIÑO JESUS ROBERT NUÑEZ

MEXICO, D. F.

1995



Universidad Nacional  
Autónoma de México



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO  
Facultad de Ingeniería

DETERMINACION DEL COEFICIENTE DE FRICCION POR EL  
METODO DE COMPRESION DE ANILLOS

TESIS QUE SUSTENTA:  
TERESITA DEL NIÑO JESUS ROBERT NUÑEZ  
PARA OBTENER EL GRADO DE  
MAESTRIA EN INGENIERIA

MEXICO, D.F. 1995

JURADO ASIGNADO

DRA. DORA K. DE GRINBERG  
DR. ADOLFO GRINBERG F.  
M EN I. BERNARDO CAMPILLO I.  
M EN C. MA. EUGENIA NOQUEZ A.  
DR. LUIS FERRER A.

SITIO DONDE SE DESARROLLO EL TEMA:

SECCION DE ESTRUCTURAS  
INSTITUTO DE INGENIERIA  
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

ASESOR DEL TEMA: DR. ADOLFO GRINBERG F.  
SUSTENTANTE: TERESITA DEL N.J. ROBERT NUÑEZ

Agradezco al Dr. David Muria Villa, Jefe de la Sección de Estructuras del Instituto de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México, las facilidades otorgadas para la experimentación de esta Tesis.

**Reconocimiento a:**

**M en C. Ma. Eugenia Noguez A.**

**Dr. Luis Ferrer A.**

**M en I. Bernardo Campillo I.**

**por sus útiles sugerencias.**

### Reconocimiento

Por su imprescindible ayuda:

- Juan Elías Ramírez Gómez
- Alberto Fuentes González
- Concepción Hernández
- José Ramírez Vieyra
- Rubén Saldivar Guerrero

### Agradecimientos

Al Ing. Efraín Ramos de Aceros Solar  
por el Acero Inoxidable.

A la Dra. Dora K. de Grinberg por el  
acero para las placas compresoras y  
sus comentarios.

a: Carlos Aire  
Guillermo Salas B.  
Laura Luna y  
por su colaboración.

a: Laila Zubieta W.  
por su inmensa paciencia.



## I N D I C E

Capítulo	Pág.
I	Introducción ..... 1
II	Fricción ..... 2
	Leyes de fricción ..... 2
	Expresión de la fricción ..... 4
	Orígenes de la fricción ..... 6
	Métodos de medición de la fricción ..... 8
III	Método de compresión de anillos ..... 14
IV	Cartas de calibración ..... 19
V	Determinación de la tensión de fluencia del material... 31
VI	Abarrilamiento de la superficie libre ..... 39
VII	Desarrollo experimental ..... 46
VIII	Resultados y Discusión ..... 52
	Determinación de coeficientes y factores de fric- ción ..... 52
	Abarrilamiento ..... 67
	Curvas esfuerzo-determinación ..... 76
IX	Conclusiones ..... 104
	Apéndices
	I. Métodos de fricción ..... 105
	II. Antecedentes metalúrgicos ..... 114
	III. Ejemplo de hoja de cálculo ..... 117
	IV. Equilibrio de cuerpo libre de un disco colado ..... 119
	Referencias ..... 125

## CAPITULO I INTRODUCCION

La fricción es, en términos comunes, la fuerza resistente al movimiento de un cuerpo sobre otro. En la actualidad gran parte de la energía empleada en el movimiento de maquinaria, se pierde por esta causa. Por lo que resulta vital su evaluación a fin de controlarla.

La caracterización de la fricción por un coeficiente fue propuesta por Leonardo Da Vinci como una relación entre la fuerza tangencial a dos superficies en contacto y la fuerza normal que las une. Otra manera de cuantificar la fricción es el factor de fricción, definido como la relación entre el esfuerzo cizallante generado entre las dos superficies en contacto y la resistencia al corte del material en estudio.

Los métodos de determinación del coeficiente o del factor de fricción de un sistema deben reproducir, lo más posible, las condiciones reales de operación del mismo.

La prueba de compresión de anillos satisface estos requerimientos y los valores obtenidos son aplicables en procesos de compresión industriales como: la forja, estampado, etc. Este ensayo consiste en la compresión uniaxial de un anillo de dimensiones establecidas, durante la compresión disminuye la altura y el diámetro interno varía en función de la fricción: si es baja, aumenta el diámetro interno mientras que si es alta disminuye.

Para determinar la fricción se recurre a cartas de calibración en las que se indica el coeficiente o factor de fricción en función de la deformación del anillo: reducción en altura o variación del diámetro interno. La mayoría de estas cartas teóricas está determinada sin considerar la influencia del material.

La tesis a demostrar en este trabajo es que además de influir el material en la fricción desarrollada entre la muestra y las placas compresoras, también lo hacen las diferentes microestructuras que pueda tener una misma aleación.

También se pretende comprobar que la geometría anular influye en las características de fluencia del material comparadas con las obtenidas mediante la aplicación de un esfuerzo tensil uniaxial.

Debido a la fricción, al disminuir la altura del anillo se produce un mayor incremento del diámetro externo en la altura media que en las superficies en contacto con las placas compresoras, este efecto se conoce como abarbillamiento. Un tercer objetivo es evaluar la proporcionalidad de los abarbillamientos interno y externo de los anillos en diferentes condiciones de fricción.

## CAPITULO 11 FRICCIÓN

### LEYES DE FRICCIÓN

La fricción se define como "la fuerza resistente", tangente al límite común entre dos cuerpos, cuando bajo la acción de una fuerza externa un cuerpo se mueve o tiende a moverse en relación a la superficie del otro (1).

La fricción ha sido estudiado desde tiempos remotos. Dos de los descubrimientos más importantes en la historia de la humanidad han sido la producción del fuego y la utilización de la rueda; ambos productos de la aplicación de la fricción (1).

Quando se empezaron a trabajar los metales probablemente también se inició, de una manera intuitiva, el estudio de la lubricación como un método para reducir la fricción (2).

Las leyes básicas de la fricción fueron descubiertas por Leonardo Da Vinci, en 1508. Las notas de estas investigaciones se perdieron y solo fueron encontradas recientemente. No obstante, en 1699 Amontons redescubrió dichas leyes, es poco probable que tuviera conocimiento del trabajo de Da Vinci (3). Estas leyes son:

1. La fuerza de fricción es proporcional a la carga aplicada.
2. La fricción estática es mayor que la fricción cinética.
3. La fricción es independiente de la velocidad de deslizamiento.
4. La fuerza de fricción es independiente del área aparente de contacto.

La primera ley establece que la fuerza,  $F_t$ , requerida para iniciar o mantener el movimiento de un cuerpo, es proporcional a la fuerza normal,  $F_N$ , actuante:

$$F_t = \delta F_N$$

donde  $\delta$  es una constante de proporcionalidad llamada coeficiente de fricción. Aunque Leonardo Da Vinci introdujo este concepto, el matemático suizo Euler lo desarrolló alrededor de 1750 (3).

La segunda ley compara los coeficientes de fricción estático y cinético. Si se aplica una fuerza para iniciar el movimiento,  $F_S$ , entonces se obtiene un coeficiente de fricción estático:

$$s = \frac{F_S}{F_N}$$

mientras que si se aplica una fuerza,  $F_C$ , para continuar el movimiento se obtiene un coeficiente de fricción cinético:

$$\mu_s = \frac{F_C}{F_N}$$

Euler (3) fué el primero en establecer una clara diferencia entre los coeficientes de fricción estático y dinámico.

La tercera ley considera que no existe influencia de la velocidad de deslizamiento en la fricción desarrollada. Alrededor de 1940, se pensaba que la fricción disminuía con el aumento de la velocidad, ahora se sabe que a bajas velocidades se incrementa, a velocidades medias es casi independiente y a altas velocidades disminuye. Esto se puede entender por la unión entre asperezas; a bajas velocidades se establecen fuertemente los enlaces entre ellas y a altas velocidades no (3).

En la cuarta ley se considera el área aparente de contacto o sea la superficie macroscópica sobre la cual se está deslizando el cuerpo. Sin embargo, una superficie que a simple vista se ve plana y tersa, al analizarla microscópicamente se observa que tiene asperezas con crestas y valles; de tal manera tal que cuando se acercan dos superficies, el contacto se produce únicamente a través de las crestas. La suma de estas pequeñas áreas es el área real de contacto:

Área aparente >> Área Real

La fricción está determinada por el área real de contacto y es independiente de la fuerza normal aplicada; esta última solo es importante en la medida en que afecta dicha área al deformar las asperezas.

En ciertas condiciones, como las usadas en los procesos industriales de conformado de metales: porcentaje de alta deformación, alta velocidad de deformación y altas temperaturas, las leyes clásicas de fricción no siempre se cumplen. No obstante, la fricción es muy importante en estos procesos porque produce disipación o pérdida de energía al ocasionar:

- a) Deformación heterogénea del material a conformar, al restringir el flujo del espécimen en las zonas que están en contacto con los dados.
- b) Incremento de la fuerza necesaria para la deformación.
- c) Incremento de la temperatura, que puede dañar la maquinaria, limitación de las condiciones en que puede operar ésta y modificación de la estructura del material que se está deformando.
- d) Desgaste de la herramienta que produce la pérdida de dimensiones requeridas de la pieza y en último caso la reposición de la herramienta.

## EXPRESION DE LA FRICCION

Existen dos parámetros para caracterizar la fricción (1).

### a) Coeficiente de fricción.

La forma más común de definir el coeficiente de fricción es aplicando la 1a. Ley de Leonardo Da Vinci, tal que:

$$\mu = \frac{F_T}{F_N} = \frac{F}{N}$$

Esta definición ha evolucionado (1) a:

$$\mu = \frac{F/A}{P/A} = \frac{\tau}{\sigma}$$

donde:

F = es la fuerza necesaria para mover al cuerpo

P = es la fuerza normal

A = es el área aparente sobre la cual se aplican las fuerzas anteriores

$\mu$  = fricción promedio

$\tau$  = esfuerzo cortante interfacial

$\sigma$  = esfuerzo normal actuante, presión.

La fricción se divide en deslizando y adherente.

El primer caso se presenta cuando el esfuerzo cortante,  $\tau_1$ , generado en la interfase entre dos superficies es menor al esfuerzo de fluencia en corte, k, de cualquiera de los materiales en contacto:

$$\tau_1 = \mu P < k$$

Cuando se mantiene el coeficiente de fricción constante, lo cual implica que el esfuerzo constante interfacial,  $\tau_1$ , se incrementa a la misma rapidez que la presión normal, p, se dice que se tiene fricción de Coulomb (3).

En el caso de fricción adherente el esfuerzo cortante interfacial es mayor que el esfuerzo cortante puro, k, del material de pruebas y en vez de deslizarse éste sobre la herramienta, lo hace tangencialmente dentro de sí mismo.

$$\tau_1 = \mu P > k$$

El valor mínimo del coeficiente de fricción es cero y se presenta cuando hay deslizamiento perfecto.

El valor máximo es  $\mu = 0.577$ . Si el material sigue el criterio de fluencia de Von Mises:

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = \text{cte} = 2Y^2 = 6k^2$$

$$2Y^2 = 6k^2 \Rightarrow k = \sqrt{\frac{2Y^2}{6}} = \frac{Y}{\sqrt{3}}$$

Este valor es válido cuando  $Y = \sigma_0$ . ( $Y = \sigma_0$  = tensión de fluencia del material obtenido a partir de un ensayo de tracción). Entonces:

$$\mu = \frac{Z}{P} = \frac{k}{\sigma_0} = \frac{\sigma_0/\sqrt{3}}{\sigma_0} = \frac{1}{\sqrt{3}} = 0.577$$

donde:

$\sigma_{1,2,3}$  = son los esfuerzos principales de un estado de esfuerzos.

Cuando  $\mu = \mu_c > k$ , es preferible considerar que el coeficiente de fricción carece de significado debido a que no hay deslizamiento entre las superficies (1).

b) Factor de esfuerzo cortante interfacial o factor de fricción,  $m$ .

En este parámetro se considera que el esfuerzo tangencial interfacial,  $m$ , es una fracción de la tensión de fluencia de corte,  $k$ . Este factor de fricción,  $m$ , se utiliza especialmente en procesos de conformado de metales y es así definido por:

$$m = \frac{\tau}{k}$$

11.2

$m$  varía desde 0 para una condición de fricción nula (deslizamiento perfecto) hasta 1 para fricción adherente. Una ventaja de  $m$  es que no se necesita conocer la fuerza normal que se está aplicando (1).

Este parámetro se utiliza principalmente en procesos de deformación en caliente que involucran grandes deformaciones. No obstante, la mayoría de los análisis de procesos de conformado se han hecho tomando en consideración al coeficiente de fricción  $\mu$ , a pesar de que el uso de  $m$  simplifica el análisis matemático (1).

## ORIGENES DE LA FRICCIÓN

La fricción se origina por numerosos mecanismos en las interfases de las superficies de contacto. Estos mecanismos se producen por las propiedades de los materiales y de las áreas de contacto. La fricción es una propiedad de un sistema, esto es, depende de la naturaleza de las dos superficies, de los materiales, del medio ambiente, de las condiciones de aplicación de la carga, etc.

Una clasificación de estos mecanismos es (3):

- a) La interacción mecánica de las asperezas o rugosidades superficiales, Fig. 11.1,
- b) La adhesión entre las superficies,
- c) La formación de surcos en la superficie del material más blando debido a las asperezas del otro,
- d) La formación o ruptura de las capas superficiales,
- e) La deformación plástica generada por cuerpos ajenos, por ejemplo, partículas de desgaste, etc.

En general, estos factores actúan simultáneamente en diferente grado.

A continuación se amplían estos conceptos:

- a) Al acercarse dos superficies el primer contacto se efectúa únicamente en los puntos más altos de las asperezas, por lo que el área real de contacto es una fracción del área aparente. En estos puntos se produce un fuerte incremento de temperatura que, en algunos casos puede fundir al metal más suave, formando microsoldaduras.

La deformación mecánica de las asperezas puede ser elástica y/o plástica. Si es elástica, la mayor parte de la energía gastada en esa deformación es recuperable, pero si es plástica no se recupera ya que se produce aumento del área de contacto. Aún cuando las presiones interfaciales son insuficientes para causar deformación plástica de toda la masa, algunas asperezas se deforman plásticamente. La masa impone una restricción al flujo local de la aspezeza por lo que se requiere localmente una presión mayor que el esfuerzo de fluencia; el esfuerzo requerido se incrementa con la disminución del radio de curvatura de la aspezeza hasta alcanzar un valor límite  $p = 3\sigma_0$  (1).

Archad (3) comentó que en el deslizamiento repetido de un cuerpo sobre otro se presenta flujo plástico de los materiales en los primeros pasos, esto es, las asperezas más altas inicialmente pueden fluir plásticamente pero las interacciones superficiales en los pasos sucesivos disminuyen la altura promedio de las asperezas y, por tanto, el radio de curvatura de éstas se incrementa hasta que el contacto es principalmente elástico.

b) Uno de los mecanismos más importantes en la adhesión de metales es la formación de microsoldaduras en los puntos de unión de las asperezas de dos superficies metálicas. Cuando dichas superficies están muy limpias no es necesario que se formen las microsoldaduras, es suficiente la cercanía estrecha de ambos metales para que se establezcan uniones interatómicas (1).

La difusión incrementa la resistencia del enlace, esto es, el mantenimiento del contacto durante un tiempo prolongado antes de la separación de las superficies incrementa la fuerza necesaria para hacerlo, especialmente a temperaturas homólogas superiores a 0.5. La adhesión entre dos metales diferentes puede formar soluciones sólidas o compuestos en función de los diagramas de fases del par metálico en contacto, así dos metales altamente compatibles y que formen solución sólida tendrán alta adhesión y, por tanto, fricción (3).

Rabinowicks (2) presentó una carta de compatibilidad para varios pares de metales obtenida a partir de sus diagramas de fase, Fig. 11.2. Con la ayuda de esta tabla se pueden evitar las combinaciones que producen mayor fricción. Además un alto endurecimiento por deformación endurece las uniones por lo que se requiere mayor esfuerzo para separarlas, incrementando la fuerza de fricción.

c) Si uno de los materiales que se está deslizando es más duro que el otro, entonces las asperezas del más duro pueden penetrar e incluirse en el más suave, incrementando así la fricción. Por otra parte, los materiales frágiles pueden sufrir deformación plástica en la región de presión hidrostática compresiva enfrente y por debajo de una aspereza, estos materiales disipan energía formando microgrietas (3).

d) Algunas alteraciones superficiales que se presentan en los sólidos (3) son la segregación de elementos de aleación durante el procesamiento o en el tratamiento térmico, el cambio de estructura cristalina de las capas externas de átomos, la quimisorción que consiste en la adsorción de moléculas de agua y/o de compuestos de carbón en la atmósfera o de lubricantes utilizados durante la manufactura, el tipo y la cantidad de especie adsorbida; el grado de recubrimiento superficial afectan la adhesión entre las superficies y, por tanto, su fricción.

e) Este mecanismo controla el proceso de desgaste. Consiste en el atrapamiento de partículas entre las dos superficies. Contribuyen a la fricción porque generalmente se aglomeran e indentan dichas superficies.

Aunque se sabe que los factores mencionados influyen en la generación de la fricción la predicción del grado de participación de cada uno de ellos aún no es posible.



## MÉTODOS DE MEDICIÓN DE LA FRICCIÓN

La fuerza de fricción y el coeficiente de fricción son específicos del sistema que se esté trabajando y dependen de factores como: la composición de los materiales, el acabado superficial, la velocidad de deslizamiento, la temperatura, la contaminación, la lubricación, la humedad, las películas de óxido, etc. Esto es, la fricción es un parámetro de un sistema.

La determinación del coeficiente de fricción para diferentes materiales y condiciones está normalizada por la ASTM. Por ejemplo, las Normas B960 y B961 establecen la determinación del coeficiente de fricción y de desgaste para metales sinterizados en condiciones de presencia y ausencia del lubricante, la D3108 lo hace para la fricción entre el hilo textil y materiales sólidos, la E303 entre el hule y el pavimento, etc. No obstante, Schey comenta que no existe un método básico, universal, de determinación de la fricción bajo condiciones aplicables a procesos de deformación (1).

El método ideal para la determinación de la fricción debe efectuarse físicamente, tener un mínimo de simplificaciones, simular las condiciones de formación del proceso y evaluar confiablemente al lubricante. Como este método aún no existe, se trata de determinar la fricción desde diferentes enfoques.

Las técnicas más comunes para medir la fricción son: el plano inclinado, la prueba cabrestante y el deslizamiento horizontal de un material sobre otro.

En el plano inclinado se coloca un material sobre un plano del otro. Se inclina este último hasta que el objeto sobre él comienza a moverse. La tangente de este ángulo crítico es el coeficiente estático de fricción,  $\mu = \tan \theta$ , Fig. 11.3a. No obstante, es difícil encontrar industrialmente un sistema que utilice este principio.

La prueba del cabrestante, Fig. 11.3b, se llama así porque está basada en el principio cabrestante que sostiene líneas en tracción como cables, cuerdas, estambres, etc., deslizándose sobre una superficie cilíndrica. Con este método se pueden determinar la fricción estática y cinética y si se instrumenta con transductores se puede medir  $T_f$  y  $W$ . Cuando se usa este sistema el deslizamiento de la cuerda sobre el rodillo debe simular las condiciones de servicio. Para medir el deslizamiento se puede instalar un medidor en la cuerda (medidor de distancia) y en el rodillo (tacómetro). La diferencia entre las dos medidas da el deslizamiento.

La prueba del deslizamiento de un material sobre otro puede ser cualquier sistema donde el movimiento de una pieza se debe a la acción de una celda de carga, Figura 11.3c. Al jalar la muestra sobre una superficie pla

na auxiliados con sensor de carga, se obtiene la fuerza tangencial o de fricción,  $F_t$ , de la definición  $F = \mu \cdot N$ .

La determinación de la fricción en los procesos de conformado mecánico es más complicado que los métodos anteriores.

Existen tres enfoques para hacerlo: reproducción de los procesos a escala reducida, transferencia de resultados obtenidos en pruebas sencillas a procesos industriales y simulación de los procesos.

Los procesos a escala reducida parecen reproducir exactamente las condiciones del proceso real. Sin embargo, se presentan algunas limitantes como el que las muestras resulten ser muy delgadas y difíciles de manejar; además la rugosidad superficial requerida puede presentar un porcentaje elevado del espesor.

Si la deformación es en caliente los problemas son más severos. Por ejemplo, una muestra pequeña tiene una relación área superficial/volumen mayor que una pieza grande y por tanto se enfría rápidamente al entrar en contacto con la herramienta.

En general, los procesos reales se hacen a altas velocidades, difíciles de reproducir en condiciones de laboratorio. Los procesos a escala requieren de equipo e instrumentos de medición que limitan su aplicación a gran escala.

Debido a las limitaciones de las pruebas a escala se permite evaluar la fricción en equipos sencillos y transferir los resultados al proceso de producción. Un ejemplo de éstos es la forja, en la que se puede comprimir una muestra en cualquier prensa o máquina universal y adaptar los resultados al proceso industrial. Un gran inconveniente de este proceso es la transferencia de datos de un estado no estacionario a uno estacionario.

Por último, en las pruebas de simulación se desea controlar mejor las variables del proceso. Generalmente, permiten determinar  $\mu$  sin conocer  $\sigma_0$  y sin recurrir a la teoría. Un ejemplo de estas pruebas es la comprensión uniaxial de una muestra entre placas paralelas. La prueba de comprensión de anillos, tema de esta tesis, se encuentra en este grupo. Otro método basado en el mismo principio consiste en deformar dos cilindros idénticos uno sobre el otro, perfectamente alineados; en una de las intercaras dado-muestra se coloca una película de teflón y en la otra la condición a evaluar. Después de la deformación la superficie muestra-muestra se curva en función de la diferencia de fricción entre los dados y las muestras, Fig. 11.4.

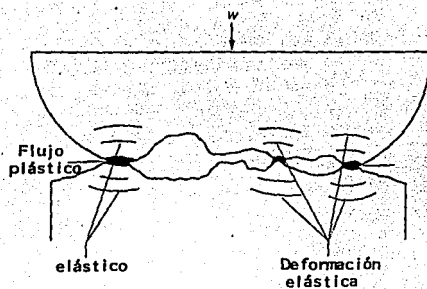


Fig. 11.1 Esquema de la interacción de asperezas de las superficies en contacto.

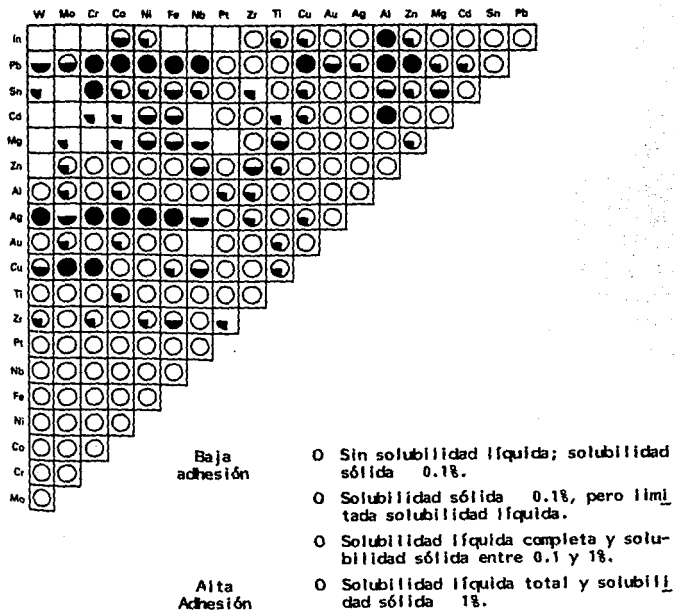
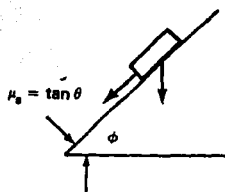
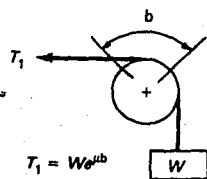


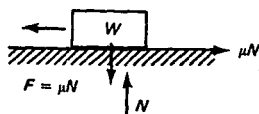
Fig. 11.2. Carta de solubilidad de algunas combinaciones de metales, obtenida a partir de los diagramas de fase. Indica el grado de adhesión esperado y por tanto de la fricción, en la combinación de dos metales (3).



(a)



(b)



(c)

Fig. 11.3. Métodos más comunes para la determinación del coeficiente de fricción. (a). Plano inclinado, (b). Cabrestante, (c). Deslizamiento de un cuerpo sobre una superficie horizontal de otro (3).

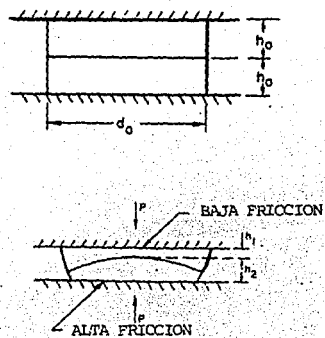


Fig. 11.4. Compresión de anillos gemelos. (a). antes de la deformación. (b). después de la deformación (4).

### CAPITULO III METODO DE COMPRESION DE ANILLOS

En 1964, Male y Cockroft (6) presentaron un método para la determinación del coeficiente de fricción, notable por su sencillez. Este método consiste en la deformación de un anillo, Fig. III.1 con las superficies superior e inferior planas; la deformación se efectúa en pequeños pasos y entre cada uno de ellos se miden las dimensiones del diámetro externo, del interno y la altura.

Si la fricción es baja, el anillo se comporta como si fuera un cilindro y fluye hacia afuera, lo que resulta en un aumento del diámetro interno. Por el contrario, si la fricción es alta parte del material fluye hacia afuera y parte hacia adentro, originándose así una superficie inmóvil, cuyo radio es conocido como radio neutro, Fig. III.1. El material que está entre el radio neutro,  $R_n$ , y el radio externo,  $R_e$ , fluye hacia afuera y el material que está entre el radio interno,  $R_i$ , y el  $R_n$  fluye hacia adentro, lo cual origina una disminución en el diámetro interno. La relación entre el cambio en el diámetro interno y el cambio en altura es una indicación del coeficiente de fricción existente entre la probeta y las placas de compresión.

Para calibrar esta variación en diámetro interno, Male & Cockroft (6) determinaron los valores límites del coeficiente de fricción: fricción adherente y fricción cero. Para los valores intermedios utilizaron el método de Schroeder y Webster (7), apéndice Ia.

A continuación se mencionan algunos factores que influyen en los resultados de esta prueba:

a) Influencia de la geometría de la probeta

La geometría utilizada por Male & Cockroft (6) fue la relación 6:3:2, donde el orden indica  $D_e:D_i:h$ , diámetro externo, diámetro interno y altura respectivamente; esta geometría se adoptó como una norma no oficial por la mayoría de los autores interesados en este tema. Si se mantiene esta relación geométrica, el tamaño del anillo no influye y se obtienen los mismos valores de deformación del diámetro interno (6).

De Pierre et al (8) analizaron el efecto del diámetro del orificio manteniendo constante el diámetro externo y la altura en anillos de aluminio comercialmente puro. Encontraron que cuando el diámetro interno es grande ( $D_i = D_e/2$ ) es difícil mantener constantes las condiciones de fricción.

Kobayashi (9) estudió la influencia de la altura en anillos con la misma relación  $D_e:D_i$ , observó que el diámetro interno primero aumenta y luego disminuye en pruebas lubricadas y que esta tendencia es más marcada en los anillos con una relación pequeña altura-diámetro externo.

b) Influencia de la deformación.

La influencia de la deformación, en varios metales y diferentes temperaturas (6), indica que no hay una tendencia definida en el comportamiento del factor de fricción. La tendencia general es que el factor y el coeficiente de fricción se incrementen de una manera gradual al aumentar el porcentaje de deformación.

c) Influencia de las condiciones de deformación (temperatura, deformación, rapidez de deformación).

Male & Cockroft (6) encontraron que por debajo de 120-140°C la temperatura no influye en la fricción para aluminio, acero de bajo carbón, cobre y latón sin lubricación. Al incrementar la temperatura por arriba del rango mencionado se incrementa el coeficiente de fricción, probablemente debido a la desaparición de contaminantes orgánicos y a la formación de óxidos. Al continuar aumentando la temperatura el comportamiento de la fricción es característico de cada metal.

La rapidez de deformación también fue estudiada por Male y Cockroft (6), utilizando valores de  $10^{-2}$ , 10 y  $1200 \text{ seg}^{-1}$ . En este rango las muestras limpias, secas y sin lubricante, a temperatura ambiente, no tuvieron cambio apreciable en el coeficiente de fricción; al utilizar parafina como lubricante aumentó el coeficiente de fricción al aumentar la deformación.

Para aluminio comercialmente puro, lubricado con parafina líquida, la fricción disminuyó al aumentar la velocidad de deformación (10). Al aplicar grafito, como lubricante en anillos de latón alfa, no hubo influencia de la velocidad de deformación ni de la deformación en el coeficiente de fricción; cuando se utilizó lanolina líquida como lubricante, el aumento en la velocidad de deformación provocó una disminución de la fricción, Fig. III.2.

d) Influencia del material

Male y Cockroft (6) en experimentación con anillos de aluminio de diferentes durezas, en condiciones de deformación idénticas, obtuvieron resultados semejantes. En el mismo trabajo (6) se menciona que anillos de Cu y de latón 70:30 lubricados con grafito dieron la misma curva variación del diámetro interno-reducción en altura, pese a que sus esfuerzos de fluencia y coeficientes de endurecimiento lineal son muy diferentes.

Hawkyard y Johnson (12) apuntaron que si se tienen dos materiales, uno con gran capacidad de endurecimiento por deformación sobre un gran rango de deformación y otro que alcance la condición de endurecimiento completo a bajo nivel de deformación, se esperará mayor divergencia de las curvas teóricas en el primer caso que en el segundo, por tanto, al comparar las características de fricción de estos dos metales se debe considerar su endurecimiento por deformación.

Para resolver la incógnita sobre la posible influencia del material en



el comportamiento del radio interno del anillo en condiciones iguales de fricción y geometría, Martorell (13) comprimió anillos de geometría 6:3:2, hechos de aluminio comercialmente puro, cobre, bronce y plomo. Los resultados se muestran en la Fig. III.3, donde se evidencia que el material más duro (bronce) es el que presenta mayor variación en el diámetro interno y el más dúctil (plomo) es el que presenta menor variación; esta tendencia se mantiene en los cuatro materiales deformados a bajas y altas condiciones de fricción, excepto en el caso del aluminio con alta fricción.

Mele estableció que el incremento en el contenido de zinc en latones alfa es inversamente proporcional al coeficiente de fricción (10), Fig. III.4

#### c) Influencia de otras variables y otras aplicaciones

En un estudio de la influencia de varias variables en el coeficiente de fricción, efectuado por Mulc y Kalpakjian (14) se encontró que, a temperatura ambiente, los factores más importantes son: lubricación, superficie del dado y deformación, en ese orden de importancia. Cuando se analizaron dos condiciones al mismo tiempo, la combinación de mayor influencia fue lubricación y superficie del dado.

Otra aplicación que se ha dado a este método es la determinación de la anisotropía de metales laminados (15). Si se garantiza una baja fricción en la interfase muestra-dado, una relación geométrica adecuada (6:3:1) tal que el radio neutro siempre sea menor que el radio interno, entonces se deforma únicamente con las restricciones impuestas por la anisotropía, obteniéndose así una elipse. Este método es superior a las pruebas tensiles tradicionales cuya desventaja principal es la limitada deformación que puede soportar el material antes del inicio de la estricción.

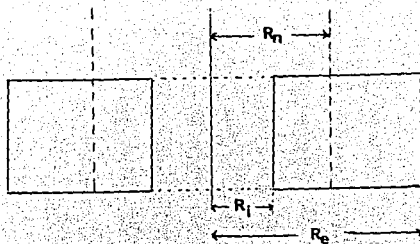


Figura III.1. Esquema de un anillo de compresión.  $R_i$ = Radio interno,  $R_e$ = Radio externo,  $R_n$ = Radio neutro.

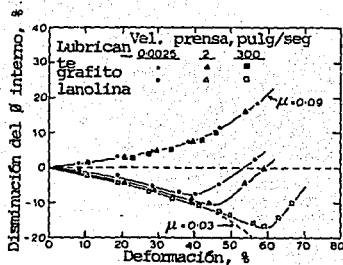


Figura III.2. Influencia de la rapidez de deformación en el coeficiente de fricción de anillos de latón (10).

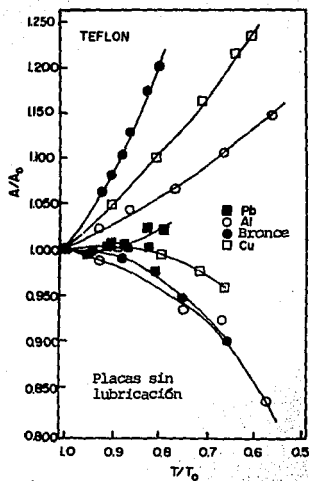


Figura III.3 Variación del radio interno en función de la deformación, en dos condiciones de fricción; de diferentes metales (13). La secuencia de dureza es: bronce > latón > aluminio > plomo.

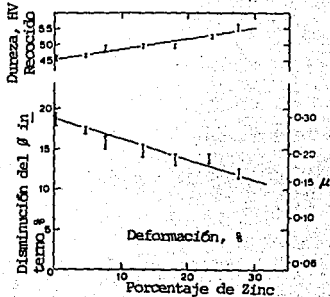


Figura III.4. Efecto del contenido de Zinc en la fricción de aleaciones Cu-Zn (10).

CAPITULO IV  
 CARTAS DE CALIBRACION

En el método de compresión de anillos la variación en el diámetro interno, al disminuir la altura, es una función de la fricción existente entre las placas compresoras y la muestra; esta característica nos permite asignar un valor numérico a dicha variación. Con ayuda de las cartas de calibración publicadas (6,8,12,16) se obtiene el coeficiente o el factor de fricción de una muestra problema localizando en dichas cartas el porcentaje de variación del diámetro interno y el porcentaje de deformación, ambos obtenidos experimentalmente, y leyendo el valor de fricción en la curva de la carta que coincida con la curva problema.

La primera carta de calibración, para anillos 6:3:2, la determinaron experimentalmente Male y Cockroft (6); graficando el porcentaje de variación del diámetro interno en función de la reducción en altura para varios valores de coeficientes de fricción. Los valores extremos determinados son  $\mu = 0.57$  (fricción adherente) y  $\mu = 0.0$  (fricción deslizante), Fig. IV.1.

Para el caso de fricción deslizante, Male y Cockroft consideraron la constancia del volumen de la muestra y la deformación homogénea del anillo semejante a la de un cilindro. Esto implica que  $R_n < R_i$ . La nomenclatura está indicada en la Fig. IV.2.

Para el caso de fricción adherente supusieron: adhesión completa de la probeta con la placa compresora, inexistencia de abarillamiento y tensiones circunferenciales y un radio neutro constante para cada incremento de deformación. Entonces, al comprimir un anillo de espesor  $h_0$  a  $h$  se tiene que:

$$h(R_n^2 - R_i^2) = h_0(R_n^2 - R_i^2) \quad \text{IV. (1)}$$

Y:

$$R_i = \left[ \frac{R_n^2 h - (R_n^2 - R_i^2) h_0}{h} \right]^{1/2} \quad \text{IV. (2)}$$

Si la diferencia entre el radio interno y el externo es pequeña, el radio neutro se aproxima a la media aritmética:

$$R_n = \frac{R_i + R_e}{2} \quad \text{IV. (3)}$$

y si la diferencia es grande, el radio neutro se expresa mejor por la media geométrica:

$$R_n = (R_i R_e)^{1/2} \quad \text{IV. (4)}$$

La curva  $\mu = 0.57$  está calculada suponiendo reducciones de 10% y determinando el valor de  $r_1$  para cada caso, considerando al radio neutro como la media aritmética.

Para las curvas de coeficiente de fricción intermedios, Male et al (6) utilizaron la técnica de Schroeder y Webster (7), en muestras cilíndricas, para determinar los coeficientes de fricción. Posteriormente comprimió anillos del mismo material y en las mismas condiciones que los cilindros. Así obtuvieron las curvas de variación del radio interno vs. reducción en altura de anillos para valores conocidos de coeficientes de fricción.

Schroeder y Webster (7) expresaron su análisis matemático en función de  $P_a/\sigma_0$  (esfuerzo aplicado promedio/esfuerzo de fluencia del material) y comentaron que el valor de esta relación es independiente del material, apéndice Ia. En la figura IV.3 se presenta la gráfica que ellos obtuvieron para la determinación del coeficiente de fricción.

Male y Cockroft (6) adoptaron esta idea y la adaptaron a anillos de compresión indicando que el coeficiente de fricción parece ser independiente del material utilizado.

Otro método para calibrar la prueba de anillos de compresión es el presentado por Avitzur (17), quien plantea matemáticamente un patrón de deformación admisible cinemáticamente, esto es, que satisface el requerimiento de constancia de volumen y las condiciones geométricas de la frontera. También deriva la existencia de un radio neutro que limita las regiones de flujo radial hacia adentro y hacia afuera de la muestra, apéndice Ib.

Hawkyard y Johnson (8) verificaron el trabajo de Avitzur (2) empleando el método de análisis de esfuerzos. La figura IV.4 muestra la curva de calibración obtenida por ellos.

En su estudio, Hawkyard y Johnson (12), comentaron que "la rapidez de deformación es aproximadamente constante en la región de flujo radial hacia afuera de la probeta, pero se incrementa rápidamente cuando se entra a la región de flujo hacia adentro por lo que habrá mayor deformación en esta última región y por tanto, la rapidez de endurecimiento por deformación será mayor que en la otra zona". El incremento de la tensión de fluencia en esa región tenderá a disminuir la rapidez de contracción por lo que deberán modificarse las curvas de calibración.

Por otra parte, Male y De Pierre (11) experimentaron con anillos de diferentes alturas y dimensiones iguales de diámetros externos e internos de las 6:3:1 y 6:3:5, utilizando la teoría de Avitzur (17). Encontraron que para la geometría 6:3:1 los valores de  $m$  son mayores que la unidad, mientras que para los anillos 6:3:0.05 hay mayor aproximación a la curva teórica. Esta discrepancia se debe a la suposición de la distribución uniforme de esfuerzos en el espesor de la muestra; la cual es válida para probetas muy delgadas como las de relación 6:3:0.05, aunque con esta geometría se requieran

mayores cargas para la deformación. No obstante, la geometría recomendada por Male y De Pierre (11), por la facilidad de experimentación y la sensibilidad de la medición es 6:3:2. Algunas cartas de calibración están calculadas en función del coeficiente de fricción (6,12) y otras del factor de fricción (8,16,19) sin que exista una relación directa entre ellas.

Male y De Pierre (11) sugirieron una equivalente empírica entre  $\mu$  y  $m$  para anillos 6:3:2, basados en sus cálculos teóricos y en los resultados experimentales de Male y Cockroft (6), para aproximadamente 50% de deformación. Esta relación es:

$$\bar{\sigma} = m_f \sigma / \sqrt{3} \quad \text{IV. (5)}$$

donde:

$m_f$  = factor de fricción del anillo.

Con el fin de reducir las discrepancias entre las curvas teóricas y las experimentales Avitzur (18), suprimió la suposición de la deformación uniforme a través del espesor del material, propuso otro campo de velocidad para la compresión de anillos que considera al abarillamiento, apéndice 1c.

De Pierre et al (8) dan una solución a este nuevo planteamiento de Avitzur (18): Considerando que el perfil del abarillamiento es parabólico (apén dice 1c) presentan la curva de calibración teórica de la Fig. IV.5.

En la deducción de las curvas de calibración vistas hasta ahora no está considerado el coeficiente de endurecimiento del material, por lo que se infiere que estas curvas pueden ser aplicables a cualquier material, ver apéndice 11. De Pierre et al (8) reportan la compresión de anillos de diferentes materiales pero o tienen diferente condición de fricción o diferentes temperaturas homólogas por lo que resulta encubierta la influencia del material en el coeficiente o factor de fricción.

En un estudio más completo Lee y Altan (16) incluyen el abarillamiento y al endurecimiento por deformación. Utilizan el método de límite superior, para cada incremento de deformación determinan la distribución de  $\sigma$  (esfuerzo real) y un valor promedio de  $\bar{\sigma}$ , ver apéndice 1d. En base a este análisis, considerando pequeños incrementos de deformación y  $\bar{\sigma}$  promedio constante para cada incremento, se obtiene la carta de calibración de la Fig. IV.6. Esta curva está calculada para aluminio 1100-0 cuyo comportamiento esfuerzo-deformación satisface la ecuación  $\sigma = 21,936 \epsilon^{+0.245}$ . El estudio de Lee y Altan comprende la influencia del material pero, por alguna razón, su experimentación y análisis se limitaron al aluminio mencionado, desperdiciando así la oportunidad de demostrar la influencia del coeficiente de endurecimiento y del material en las curvas de calibración. De Pierre et al (8) consideran que esta carta de calibración teórica es poco satisfactoria.

A su vez, Tanaka et al (19) mencionan que no es posible aplicar la misma carta de calibración para materiales con diferentes endurecimiento por defor

mación porque la reducción del diámetro interno es dependiente de dicho endurecimiento. Estos autores presentan dos gráficas, obtenidas teóricamente, en las cuales se observa dicha dependencia (Figs. IV.7 y IV.8). En la Fig. IV.7 se puede concluir que a bajos valores de fricción el endurecimiento por deformación no influye demasiado pero al incrementar la fricción interfacial aumenta dicha influencia, especialmente a grandes deformaciones.

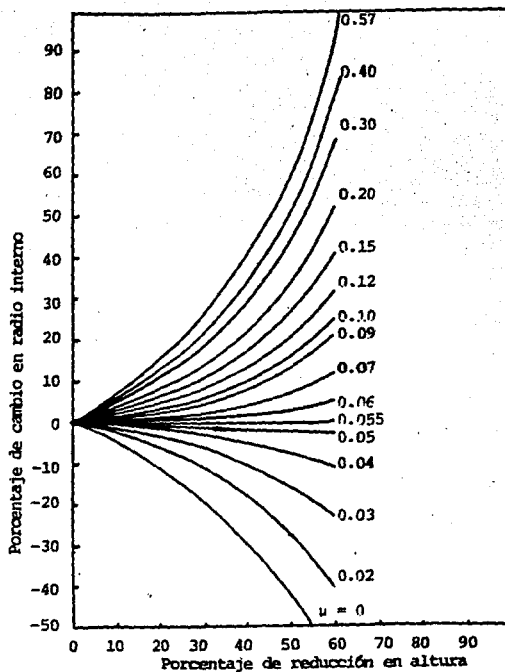


Fig. IV.1 Curva de calibración para anillos 6:3:2, sin abarrelamiento. Male y Cockroft (6).



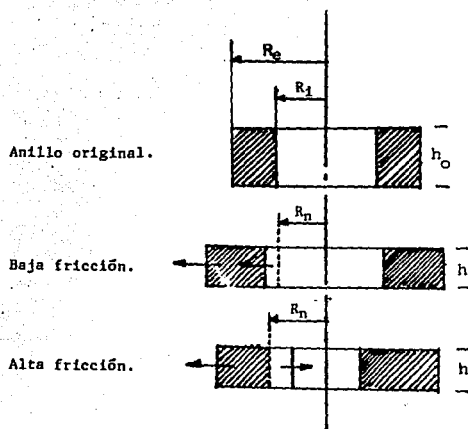


Fig. IV.2 Esquema de un anillo deformado con baja y alta fricción en la interfase muestra-placa compresora.

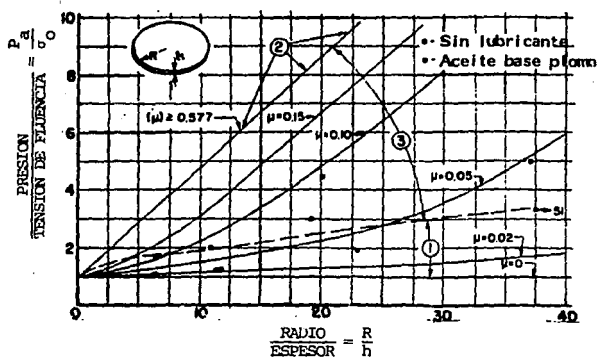


Fig. IV.3. Representación adimensional de la relación presión aplicada entre esfuerzo de fluencia en función de la geometría  $R/h$  de la probeta. Calculada con el análisis de Schroeder y Webster (7).

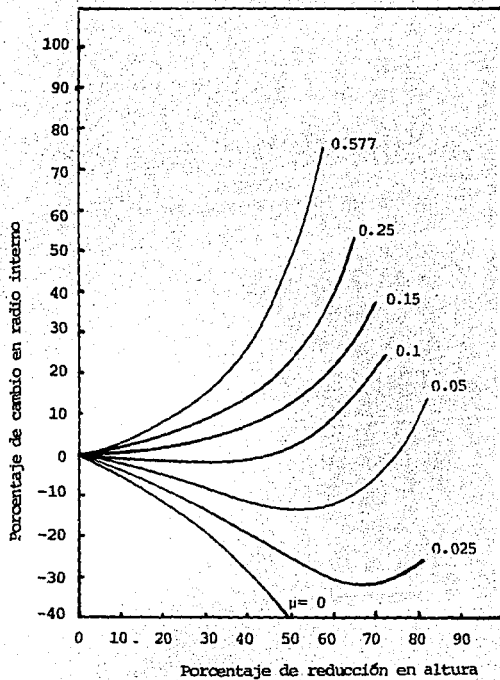


Fig. IV.4 Curva de calibración para anillos 6:3:2 sin considerar abarrilamiento. Hawkyard y Johnson (12).

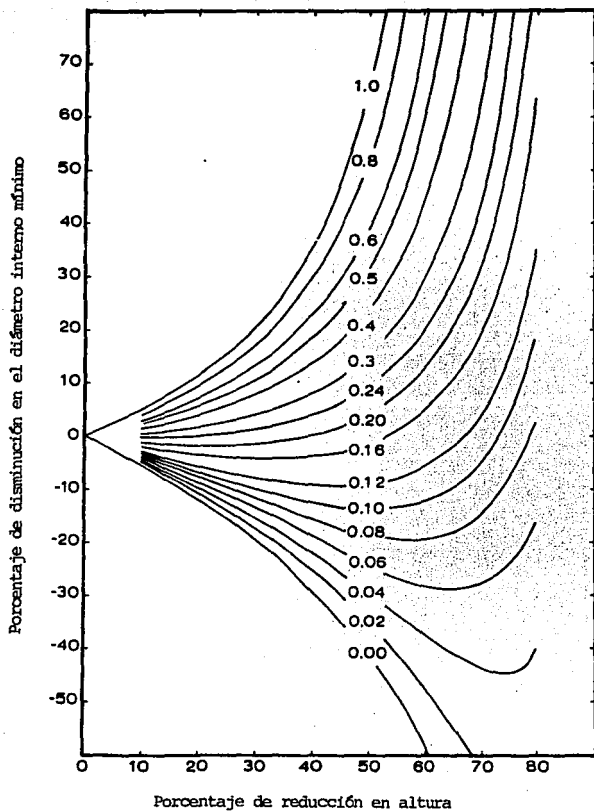


Fig. IV.5 Curva de calibración para anillos 6:3:2 considerando abarriamiento. De Pierre et al (8).

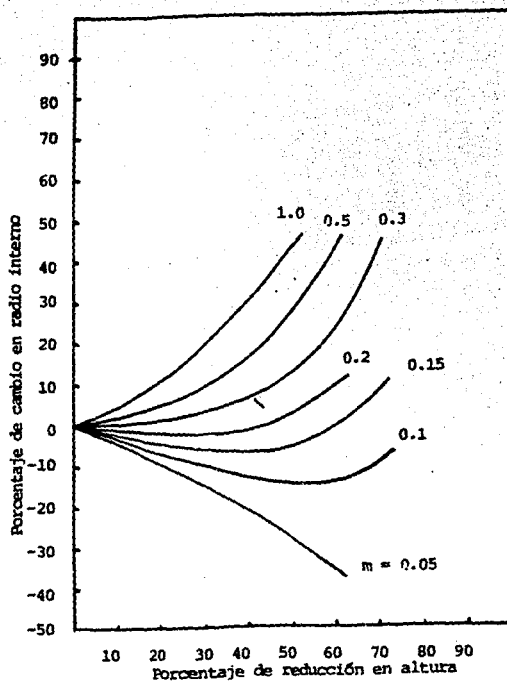


Fig. IV.6 Curva de calibración para anillos 6:3:2, considerando abarillamiento. Lee y Altan (16).

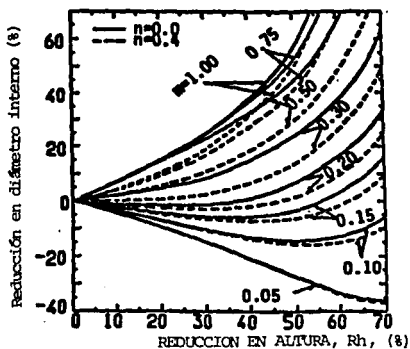


Fig. IV.7 Curva de calibración para anillos 6:5:2 considerando dos coeficientes de endurecimiento. Tanaka (19).

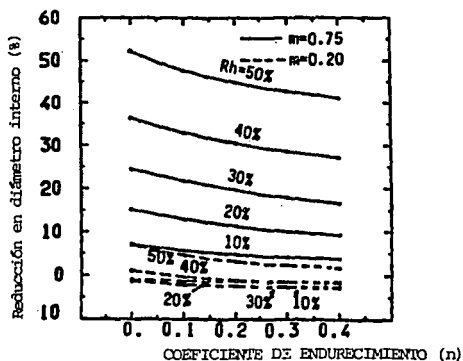


Fig. IV.8 Influencia del coeficiente de endurecimiento en la reducción del diámetro interno, a diferentes valores de reducción en altura y dos factores de fricción. Tanaka (19).

## CAPITULO V DETERMINACION DE LA TENSION DE FLUENCIA DEL MATERIAL

El método más usado para la determinación de la tensión de fluencia de un material es el ensayo de tracción. En esta prueba se produce estricción de las probetas a deformaciones relativamente bajas. Muchas veces no es posible efectuar este ensayo, o no es recomendable, debido a que el material es frágil o a que la geometría de la pieza no permite obtener una probeta de tracción; en estos casos se recurre al ensayo de compresión de cilindros, obteniéndose así mayor deformación que en el ensayo de tracción. El esfuerzo requerido para la deformación, en el método de compresión, consiste en la suma del esfuerzo para vencer la fricción entre la probeta y las placas compresoras, del esfuerzo necesario para obtener una deformación no homogénea y del esfuerzo requerido para vencer el endurecimiento por deformación del material.

Existen tres grandes inconvenientes en el ensayo de compresión de cilindros y anillos:

1. El abarrilamiento debido a la fricción entre las superficies de contacto de la probeta con las placas compresoras
2. La geometría de la probeta y
3. el pandeo cuando la muestra es esbelta.

$$(D_0/h_0 < 0.5)$$

Para disminuir el efecto de la geometría de la probeta, Cook y Larke (20) sugirieron la obtención de una curva base de fluencia extrapolada para una probeta de geometría (relación de aspecto)  $D_0/h_0 = 0$ . Para esta extrapolación determinaron las curvas de fluencia ( $\sigma$ - $\epsilon$ ) del mismo material en probetas de diferente relación  $D_0/h_0$ , posteriormente obtuvieron la gráfica esfuerzo vs.  $D_0/h_0$  a valores de deformación constante y allí extrapolaron las curvas de cada valor de deformación al valor  $D_0/h_0 = 0$ ; los valores así obtenidos dan la curva esfuerzo-deformación libre del efecto de la geometría de la probeta, Fig. V.1.

El abarrilamiento debido a la fricción está considerado en el capítulo del mismo nombre.

Polakowsky (6,21) desarrolló otro método para determinar la curva de fluencia de un material por medio de un ensayo de compresión; el método consiste en comprimir un cilindro de  $D_0/h_0 = 1.5-2.0$  y remaquinar periódicamente para eliminar todo abarrilamiento y mantener la relación  $D_0/h_0$  constante.

La compresión de anillos también se puede utilizar para determinar la tensión de fluencia del material, aunque la fórmula para ello no es simplemente  $\sigma = F/A$  porque, además de los esfuerzos adicionales requeridos, ya mencionados, se debe considerar el cambio de posición del radio neutro, lo que im-

plica, el flujo del material hacia adentro o afuera del orificio. Para determinar la tensión de fluencia existen dos soluciones al campo de velocidad propuesto por Avitzur (21,22) y otro método sugerido por Lee y Altan (16).

La primera solución al método de Avitzur (17) está dada por Saul et al (21) ellos consideraron que  $m = \sqrt{3}/\sigma$  es constante debido a que la deformación se efectuó en pequeños incrementos; presentaron la gráfica de la Fig. V.2, en la que se muestra la influencia de la relación de la presión total aplicada,  $P_A$ , con la tensión de fluencia del material en la variación del radio interno a diferentes valores de compresión.

Para aplicar esta gráfica se procede de la siguiente manera:

- Se localiza el porcentaje de variación del radio interno y se lleva el valor a la curva del porcentaje de deformación correspondiente; el valor del punto de intersección se lee en la escala  $P_A/\sigma$ .
- Se determina la presión total aplicada de acuerdo con:

$$P_A = \frac{F}{A} \quad V. (1)$$

donde  $F$  es la fuerza aplicada y  $A$  es el área de contacto de la muestra con la placa compresora, al final de cada incremento de deformación. Conocido el valor de  $P_A$  y  $P_A/\sigma$ , se determina el valor de  $\sigma$ .

- Se repite esta secuencia hasta obtener la curva esfuerzo-deformación para el material y las condiciones ensayadas.

Saul et al (21) determinaron las curvas de fluencia de varios materiales y encontraron que las obtenidas con los anillos 6:3:2 fueron consistentemente más bajas que las calculadas con la técnica de Polakowski (6).

La otra solución al método de Avitzur (17) la propusieron Bramley y Abdul (22), resolviendo incrementalmente las ecuaciones 15 y 18, apéndice Ib. Para esto consideraron un anillo de dimensiones iniciales  $R_e:R_i:h$  y un factor de fricción arbitrario  $m$ , donde  $1 > m > 0$ ; determinaron si  $R_n > R_i$  o  $R_n < R_i$ , calcularon  $R_n$  con las ecs. 17 o 22 y después  $P/\sigma_0$  con las ecuaciones 16 y 20. Utilizaron un incremento de reducción en altura de 4% y supusieron que el  $R_n$  permaneció constante durante el incremento, con ésto calcularon la nueva geometría al final del incremento  $R_i', R_e'$  y  $h'$ :

$$(R_e')^2 = \frac{(R_i^2 - R_n^2) h - h' R_n^2}{h'} \quad V. (2)$$

$$(R_e') = \frac{(R_e^2 - R_n^2) h + h' R_n^2}{h'} \quad V. (3)$$

Esto se repite en todo el rango de deformación. En la figura V.3, están graficados los valores obtenidos para determinar  $P_A/\sigma$ , que en este caso es  $\sigma/\sigma_y$ , para ésto se localiza el porcentaje de variación del diámetro interno



con la reducción en altura y se lee el valor  $P_a/$  coincidente, posteriormente se determina  $\mu$ , ya que el valor de  $P_a$  es la carga aplicada entre el área de aplicación.

En los métodos mencionados para determinar la tensión de fluencia se comparan las curvas teóricas - con curvas obtenidas por métodos experimentales. Así, Saul et al (21) utilizaron como método de comparación la compresión de cilindros con la técnica de Polakowski (1), Fig. V.5; Bramley y Abdul (22) compararon las curvas de tracción y compresión de cilindros con la de anillos, Fig. V.6. Lee y Altan (16) no obtuvieron curvas esfuerzo-deformación sino carga-desplazamiento y compararon las experimentales con las calculadas.

En ningún caso hay una perfecta concordancia entre las curvas teóricas y las experimentales. Para Saul et al (21) la curva calculada para anillos 6:3 :2 está por debajo de la experimental; la curva obtenida por compresión de anillos está por debajo de las de tracción y compresión de cilindros hasta un valor de deformación de 0.1 posteriormente y hasta  $\mu = .25$  se observa buena concordancia y para Lee y Altan (16) se observa la mayor congruencia entre la curva experimental y la teórica para  $\mu = 0.25$ .

Los modelos de Bramley y Abdul (23) y de Saul et al (21) parecen sobrevaluar las restricciones al flujo del material impuestas por la geometría del anillo lo que da como resultado que las curvas esfuerzo-deformación obtenidas con este tipo de muestras estén por debajo de las determinadas con otros métodos de ensayo.

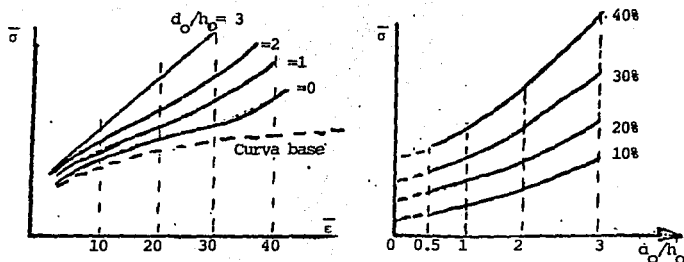


Fig. V.1 Obtención de una curva de fluencia por el método de Cook y Larke (20):

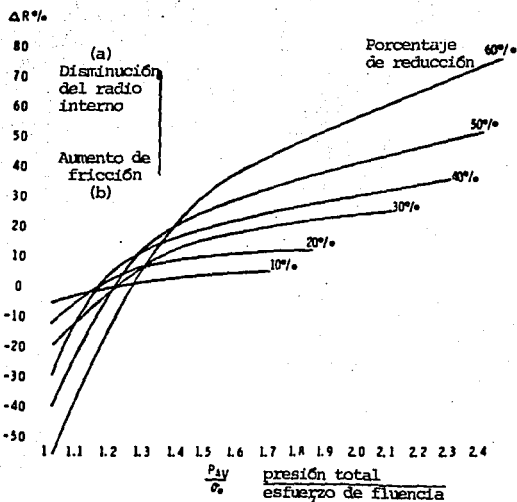


Fig. V.2 Variación del radio interno en función de la relación de la presión total con el esfuerzo de fluencia del material. Para anillos de relación D.E./D.I. = 1 (21).

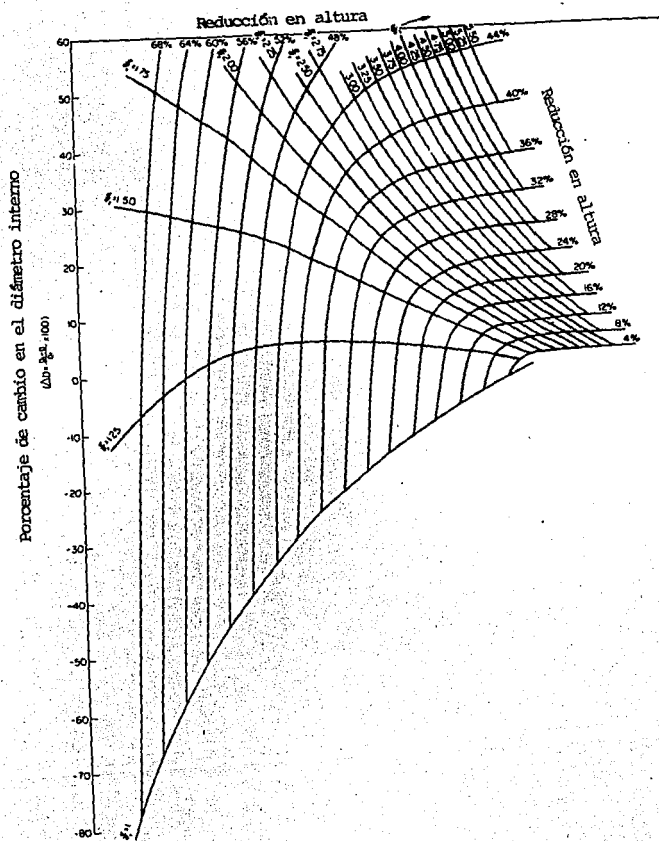


Fig. V.3 Carta de calibración de pruebas de anillos. Bramley y Abdül (22).

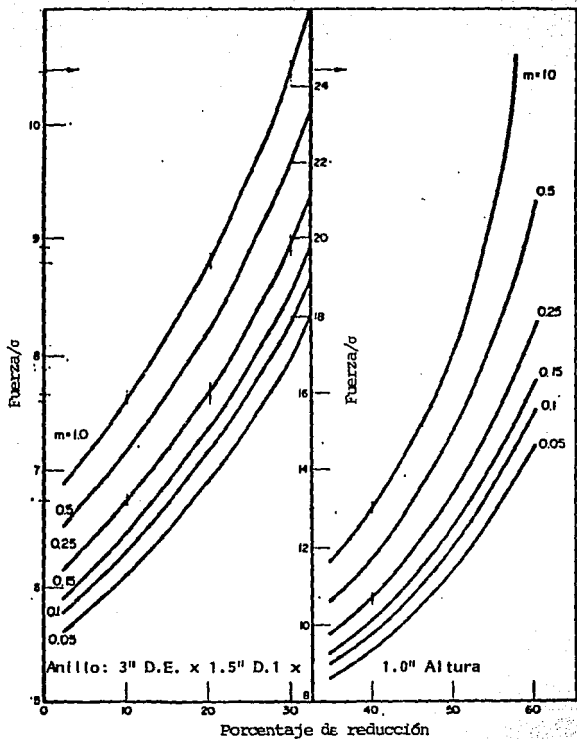


Fig. V.4 Relación de presión total con esfuerzo de fluencia ver sus reducción en altura para un anillo 6:3:2; considerando abrilamiento (16).

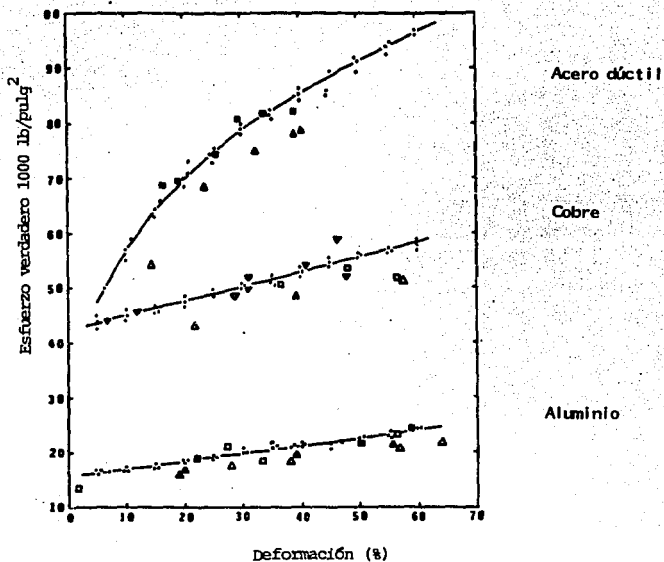


Fig. V.5 Curvas esfuerzo-deformación de aluminio, cobre y acero, obtenidas usando la técnica de compresión de anillos y la de Polakowski. Saul et al (21).

- |                              |                            |
|------------------------------|----------------------------|
| ▲ 6:3:2 Sin lubricante       | ■ 5:3:1 Sin lubricante     |
| △ 6:3:2 Lubricante: grafito  | ◻ 6:3:1 Lubricante: teflón |
| ▼ 6:3:0.5 Sin lubricante     |                            |
| ▽ 6:3:0.5 Lubricante: teflón |                            |
| ● Técnica de Polakowski      |                            |

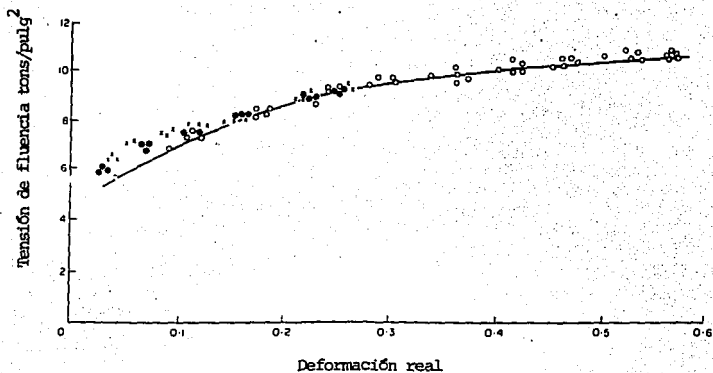


Fig. V.6 Curva esfuerzo-deformación para aluminio.  
 ○ Compresión de anillos, \*prueba de tracción.  
 ● Compresión de cilindros. Bramley y Abdul (22).

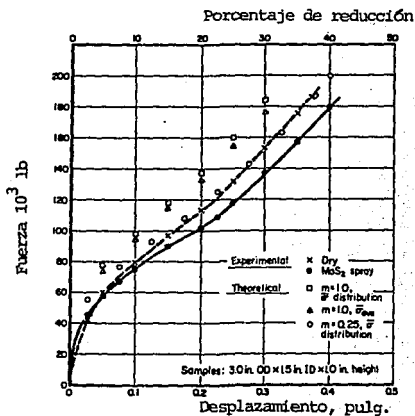


Fig. V.7 Curvas carga-desplazamiento para aluminio 1100 recocido obtenidas por compresión de anillos 6:3:2. Lee y Altan (16).

## CAPITULO VI ABARRILAMIENTO DE LA SUPERFICIE LIBRE

Al comprimir una probeta cilíndrica o un anillo las caras planas, en contacto con las placas compresoras, presentan mayor resistencia al flujo plástico que las otras superficies debido a la restricción impuesta por la fuerza de fricción generada en sentido opuesto al desplazamiento del material. La zona localizada en la altura media de la probeta no presenta dicha limitación por lo que puede fluir libremente. Esta diferencia de condiciones origina una deformación heterogénea conocida como abarrilamiento, Fig. VI.1. El cambio de geometría de la superficie es un indicador del flujo del metal (23).

El estudio del abarrilamiento ha tenido básicamente dos enfoques: (a) tratar de eliminarlo o (b) aceptarlo y determinar la influencia de varios parámetros en su formación.

Uno de los primeros intentos para eliminar el abarrilamiento en cilindros lo hizo Sachs, (23), sugiriendo el uso de placas de compresión cónicas (Fig. VI.2) en las que la fuerza horizontal de la fricción, que se dirige hacia el centro de la muestra, está balanceada por el ángulo de inclinación de las placas ( $\mu = \tan \alpha$ ), con lo que la tensión resultante es de compresión uniaxial.

Otro método, propuesto por Mayer y Mehl, (20), consiste en colocar tres probetas del mismo material, perfectamente alineadas, Fig. VI.3, la geometría inicial es de  $H/D = 2.5$ . Las mediciones se efectúan únicamente en el cilindro central; cuando las deformaciones son pequeñas se obtienen resultados satisfactorios pero cuando el cono rígido llega a la probeta central, ésta también se abarrila.

Otra forma de disminuir el efecto de la fricción y obtener deformación homogénea es dar un acabado superficial fino a la placa compresora y a la probeta y aplicar un buen lubricante, generalmente teflón, en la interfase de contacto entre ambas (24,25). Dentro del mismo enfoque, está el maquinarse pequeños canales en las superficies planas de las probetas y aplicarles lubricante. De esta forma se llenan dichos canales que, en la posterior deformación, proporcionarán un suministro continuo de lubricante.

En el segundo enfoque con que se trata el abarrilamiento, se considera que éste está determinado por varios factores, a saber:

- a) La fricción existente entre las probetas y las placas de compresión.
- b) La geometría de la probeta.
- c) EL endurecimiento por deformación del material.
- d) Las condiciones de deformación (temperatura, deformación y velocidad de deformación).

Algunos de estos factores han sido estudiados pero, hasta ahora, no existe un estudio que los abarque simultáneamente.

A continuación se analizan los factores mencionados:

a) Fricción.

Como se mencionó en el capítulo III, en un estudio diseñado para especificar la influencia de varios parámetros (acabado superficial del dado, deformación, lubricación y rapidez de deformación) en el coeficiente de fricción (14), se encontró que el factor más importante es "lubricación", seguido por "acabado superficial del dado" y, por último, "deformación". Cuando se consideró la influencia combinada de dos factores, la pareja más importante fue "lubricación-acabado superficial del dado". La condición que más incrementa la fricción es la que incrementa más al abarillamiento.

En el caso de los anillos cuando la fricción es baja, el radio neutro del anillo es menor que el radio interno y se puede producir una superficie convexa en el orificio. El caso extremo de la posición de un radio neutro se presenta en un cilindro, donde dicho radio neutro es cero y todo el material fluye hacia afuera. Por otro lado, cuando hay alta fricción el radio neutro es mayor que el radio interno y menor que el radio externo y se produce concavidad en las superficies interna y externa.

b) La geometría de la probeta

El aumento de la relación  $H_0/D_0$  incrementa el abarillamiento (9,23,26). Los extremos de cilindros y de anillos, en contacto con las placas compresoras, incrementan su área debido a la disminución en altura de la probeta y al contacto del material abarillado con la placa compresora. Es difícil precisar que parte del incremento del área de los extremos corresponde a cada factor (23).

Kobayashi (9) hizo una comparación del abarillamiento en cilindros y en anillos y encontró que, en igualdad de condiciones de fricción y  $H_0/D_0$ , el radio de curvatura de la superficie libre es menor en anillos que en cilindros. Una explicación a esta observación es que, en los cilindros todo el material fluye radialmente hacia afuera, mientras que, en los anillos parte del material fluye hacia adentro (excepto a muy baja fricción), por lo que la cantidad de metal disponible para flujo hacia el exterior es menor en anillos que en cilindros.

Kobayashi (9) realizó mediciones del desplazamiento radial en cilindros y anillos, haciendo pequeñas marcas en las muestras, y encontró que, en igualdad de diámetros externo e interno y variando las alturas, en la muestra de menor altura el comportamiento es cercano al homogéneo, excepto en los bordes. Bajo las mismas condiciones de deformación, la geometría de la probeta no afecta únicamente al grado de abarillamiento sino que también afecta al modo de deformación (19).



Cuando va disminuyendo la relación  $H/D$  al aumentar la reducción, se incrementa el diámetro de contacto, mientras que el diámetro en la altura media se incrementa con menor rapidez, lo cual da lugar a una deformación más homogénea (26) en cilindros. En este caso los esfuerzos se transmiten homogéneamente en todo el espesor y disminuye el abarriamiento (23). Esto es válido para el radio externo de anillos (26).

### c) El endurecimiento por deformación

Cuando se combina baja fricción con bajo endurecimiento por deformación se facilita la libre expansión de las superficies planas, lo cual disminuye el abarriamiento (26).

Tanaka (19) apuntó que la reducción del diámetro interno depende del coeficiente de endurecimiento por deformación del material y que un alto valor de éste ayuda a obtener una deformación más homogénea.

### Evaluación de la superficie abarriada.

Como en el caso de fricción, para estudiar el abarriamiento se presentan dos enfoques. El primero consiste en caracterizar matemáticamente el grado de deformación heterogénea y el segundo en representarlo por un valor equivalente al que habría si no se presentara. A continuación se amplían estos conceptos:

#### a) Parámetros de abarriamiento

La evaluación del abarriamiento y la determinación del perfil abarriado ha sido estudiada por varios autores, así:

- i) Kulkarni y Kalpakjian (23) seleccionaron un parámetro para describir el abarriamiento. Lo definieron como la diferencia entre el diámetro máximo y el diámetro de contacto. Consideraron que el perfil de abarriamiento se aproxima a un arco de un círculo.
- ii) Martorell (26) dedujo matemáticamente, basado en Avitzur (17), las siguientes ecuaciones para los radios externo e interno, respectivamente:

$$iR_e = \alpha R_e (t_i/t_0) S_e \quad \text{VI. (1)}$$

$$iR_i^2 = \alpha R_i^2 - e^{11} (t_i S_i - t_0 S_i) + e^{21} (t_i^2 S_e - t_0^2 S_e) \quad \text{VI. (2)}$$

donde los subíndices  $i$  y  $o$ , a la izquierda de  $R_e$  y  $R_i$ , indican el valor de esas variables en el tiempo  $T_i$  y  $T_0$ . Al graficar  $\log R_e$  vs  $\log t$  (espesor) se obtienen  $1_e$  que es el valor de la intersección con el eje y  $S_e$  que es la pendiente de la curva.  $1_i$  y  $S_i$  son los valores correspondientes al graficar  $\log (R_e^2 - R_i^2)$  vs  $\log t$ . Martorell (26) indicó que el perfil del abarriamiento en las superficies cilíndricas interna y externa se puede presentar por ecuaciones de la forma:

$$R_0 = C + (B - C) 4y^2/t^2 \quad \text{VI. (3)}$$

donde:

y = es una variable a través del espesor del anillo (0 y t).  
C, B = son constantes, diferentes para el radio interno o externo.

- iii) Lee y Altan (16) sugirieron un factor de severidad de abarriamiento B, que está explícito en la definición de velocidad axial, v, y es:

$$v = -2AZ (1 - BZ^2/3) \quad \text{VI. (4)}$$

donde:

B = severidad del abarriamiento  
Z = una posición en el espesor del anillo  
A = una función de la velocidad de desplazamiento del cabezal de la máquina, la altura de la probeta y el abarriamiento.

b) Obtención de un diámetro equivalente

- i) Para determinar un diámetro equivalente, Schey et al (26) consideraron que el perfil es parabólico. La expresión que dedujeron es:

$$d_c + 2/3 (d_m - d_c) = d_1 \quad \text{VI. (5)}$$

esta ecuación y su análoga la reportan otros autores (28).

$$d_m - 1/3 (d_m - d_c) = d_1 \quad \text{VI. (6)}$$

Los subíndices c y m indican las dimensiones de los diámetros de contacto y máximo respectivamente.  $d_1$  es el diámetro equivalente.

- c) De Pierre y Gurney (29) también propusieron el cálculo de un radio equivalente considerando que el perfil de abarriamiento es una parábola. Su premisa fue que los radios externo  $R_e$ , e interno  $R_i$ , deben dar un cilindro con un volumen igual al del anillo abarriado, lo calculan de acuerdo con:

$$R_e = ((R_{e_c})^2 + 4/3 R_{e_c} (R_{e_m} - R_{e_c}) + 8/15 (R_{e_m} - R_{e_c})^2)^{1/2} \quad \text{VI. (7)}$$

cuando  $R_{i_c} \geq R_{i_m}$

$$R_i = ((R_{i_c})^2 - 4/3 R_{i_c} (R_{i_c} - R_{i_m}) + 8/15 (R_{i_c} - R_{i_m})^2)^{1/2} \quad \text{VI. (8a)}$$

y cuando  $R_{i_c} < R_{i_m}$

$$R_i = ((R_{i_c})^2 + 4/3 R_{i_c} (R_{i_m} - R_{i_c}) + 8/15 (R_{i_m} - R_{i_c})^2)^{1/2} \quad \text{VI. (8b)}$$

donde los subíndices c y m indican de contacto y máximo respectivamente, se llama  $R_{i_m}$  al radio interno en la altura media.

El radio interno, en su altura media, puede ser mayor o menor que el radio interno de contacto; es mayor cuando la fricción es baja y todo el material fluye radialmente como si fuera un cilindro ( $R_n < R_i$ ) y es menor cuando hay abarriamiento en la superficie interna del anillo ( $R_n > R_i$ ).

Otro aspecto importante en la formación del abarrafamiento es la posición del diámetro neutro ya que al reducir la altura de un anillo cambian los diámetros interno y externo, siendo la variación del interno una función de la posición del diámetro neutro. Este último depende a su vez, de la fricción existente entre las placas compresoras y la probeta. Por ésto es interesante el determinar la posición del diámetro neutro. Experimentalmente, se ha tratado de medirlo haciendo marcas en las superficies planas de anillos (9) y después midiendo su desplazamiento al deformarlos pero, obviamente, este método altera la condición de fricción que se pretende estudiar.

Se han hecho varios modelos matemáticos para la determinación del diámetro neutro (10,12,16,17,29,30). Martorell (30) propuso un método muy sensible en el que una pequeña variación en la medición de las dimensiones del anillo ocasiona una discrepancia muy grande entre el radio neutro calculado y el experimental. No obstante, confirma su teoría con un análisis metalográfico.

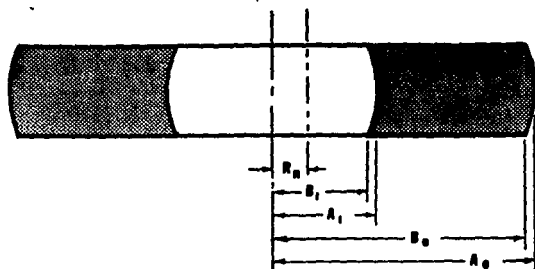
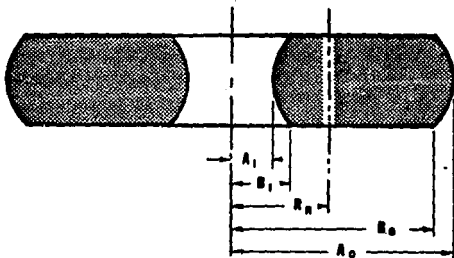
(a)  $R_n < B_1$ (b)  $B_1 < R_n < B_0$ 

Fig. VI.1 Abarrilamiento de las superficies libres de un anillo.  
 (a) Baja fricción. (b) Alta fricción.

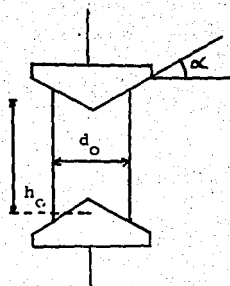


Fig. VI.2 Placas de compresión cónicas. Método de Sachs

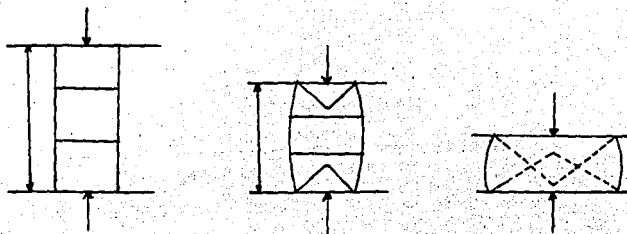


Fig. VI.3 Compresión de tres cilindros alineados. Método de Mayer y Mehl

**CAPITULO VII  
DESARROLLO EXPERIMENTAL**

**MUESTRAS****a) Materiales**

Las aleaciones empleadas fueron aluminio 1100 y acero inoxidable AISI 304, ambos materiales deformados de origen, Fig. VII.1. En la Tabla VII.1 se indica la composición química de ambos:

**Tabla VII.1 Composición Química de las Probetas.**

Aluminio 1100			
Cr	0.069%	Zn	0.013%
Ni	0.009%	Fe	0.211%
Mn	0.151%	Mg	0.408%
Cu	0.198%	Ti	0.021%
		Si	0.0093%
Acero AISI 304			
C	0.041%	Cr	18.81%
S	0.006%	Ni	8.39%
P	0.026%	Mo	0.26%
Mn	1.36%	Cu	0.22%
Co	0.10%		

Se hicieron tres grupos de cada material, el primero se mantuvo con la estructura original deformada, tanto por la laminación de la barra como por la manufactura de las muestras. Los otros dos grupos fueron tratados termicamente con el fin de obtener distintas microestructuras y garantizar un comportamiento mecánico diferente.

La selección de los tratamientos térmicos del aluminio se hizo en base a un estudio preliminar manteniendo muestras a 400°C durante 0.5 h, 2 y 3 h en un horno eléctrico y enfriándolas en agua a 20°C. En la Tabla VII.11 se reportan las durezas de los grupos de aluminio estudiados. La determinación de las durezas se hizo en un durómetro Shimadzu aplicando 125 kg. de carga durante 30 seg. con un penetrador de 5 mm.

**Tabla VII.11 Condiciones del aluminio.**

<u>Tratamiento</u>	<u>Dureza Brinell</u>	<u>Microestructura</u>
Ninguno	105	Deformado
30 min a 400°C	47	Recuperado
120 min a 400°C	43	Recristalizado

La Fig. VII.2 presenta la microestructura del aluminio recristalizado 43 BHN.

- Para el acero inoxidable los tratamientos térmicos efectuados fueron:
- recristalización y homogeneización a 1000°C durante 1 h., en un horno de tubo Lindberg con atmósfera de Ar, seguidos por enfriamiento en agua a 20°C;
  - Lo anterior más 90 minutos a 600°C y enfriamiento en el horno. En la Tabla VII.III están reportadas las durezas Rockwell B obtenidas con cada tratamiento.

Tabla VII.III Condiciones del acero inoxidable.

<u>Tratamiento</u>	<u>Dureza R<sub>B</sub></u>	<u>Condición</u>
Ninguno	85	Deformada
1 h a 1000°C	80	Homogeneizada
1 h a 1000°C	73	Grano Crecido
+1.5 h a 600°C		

La Fig. VII.3 presenta la microestructura del acero inoxidable homogeneizado y mantenido 90 min. a 600°C. Se observa que desaparecieron los indicios de deformación en frío.

#### b) Anillos

La relación geométrica de los anillos fue 6:3:2 y las dimensiones 30 mm. de diámetro externo, 15 mm. de diámetro interno y 10 mm. de altura. Una vez obtenidas las muestras se sometieron a los tratamientos térmicos previamente mencionados.

El acabado superficial de todos los anillos fue el proporcionado por lija 600 que implica una profundidad de raya de 0.32 mm.

#### c) Placas

La mayoría de las pruebas se efectuaron en placas compresoras de acero 4340 endurecido a 52 R<sub>C</sub>. Las compresiones de aluminio 105 BHN se efectuaron en placas diferentes, con una dureza superior a 52 R<sub>C</sub>, con acabado superficial de lija 600 y de lija 600 + lubricante.

La condición superficial de las placas fue: acabado a lija 600, acabado a lija 600 recubiertas con una capa de grasa lubricante grafitada, anticorrosiva y anticorrosiva Roshfrans y, por último, acabado a lija 120.

#### d) Compresión

Los anillos se ensayaron en la máquina universal SATEC de 250 t. de capacidad, de la sección de estructuras del Instituto de Ingeniería de la UNAM. La velocidad de carga y descarga fue de 10 ton/min. y el rango de carga de 125 t.

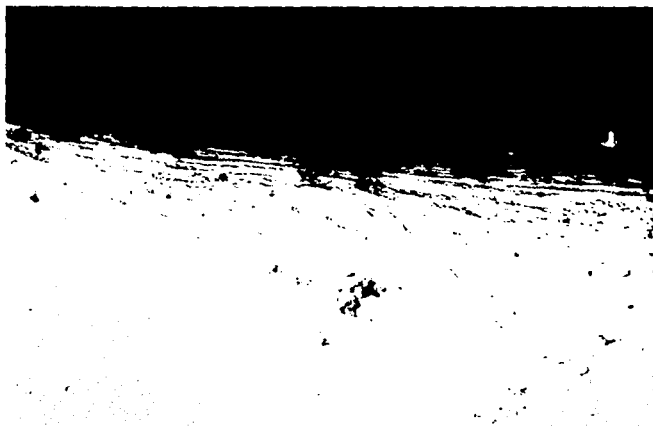
Las compresiones se hicieron en incrementos de 10t en promedio. Después de cada incremento se midieron las muestras. Al terminar la serie de compresiones de cada muestra se lijaron las placas compresoras.

Las mediciones se realizaron con un calibrador digital Mitutoyo. Todas las pruebas se hicieron al menos en dos probetas. Ver Fig. VII.4.





(a)



(b)

Fig. VII.1 Microestructuras deformadas de: (a) Aluminio 1100, 900X.  
(b) Acero inoxidable, 450X.



Fig. VII.2 Aluminio recristalizado 43 B-N, 900X.



Fig. VII.3 Acero inoxidable homogeneizado y mantenido 90 min. a 600°C, 73 Rb, 450X.

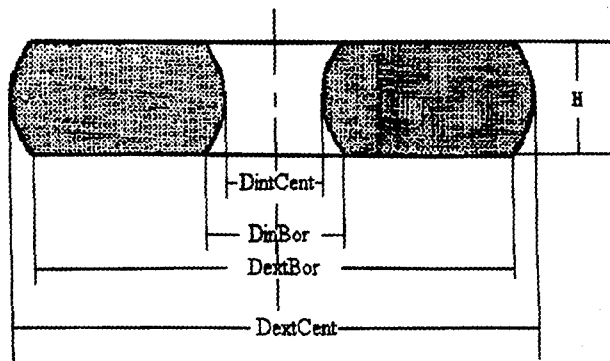


Figura VII.4. Indicación de las mediciones efectuadas.

### CAPITULO VIII RESULTADOS Y DISCUSION

Se analizaron tres aspectos en la deformación de anillos:

- i) La determinación de coeficientes y factores de fricción.
- ii) La formación del abarillamiento
- iii) El comportamiento esfuerzo-deformación de los materiales.

#### Determinación de coeficientes y factores de fricción.

Para la determinación de los coeficientes y factores de fricción se hicieron, por cuadruplicado en diferentes posiciones, las siguientes mediciones de las probetas anulares:

- a) la altura,
- b) los diámetros externos e internos de las caras en contacto con las placas compresoras y,
- c) los diámetros externos e internos en la altura media.

Estas determinaciones se efectuaron al inicio de la prueba y al final de cada incremento de deformación.

Con los valores promedio de altura se calculó el porcentaje de reducción en cada incremento de deformación, de acuerdo con la ec. VIII.(1)

$$\% \text{ Reducción de altura} = \frac{H_f - H_0}{H_0} * 100 \quad \text{VIII.(1)}$$

Con las ecuaciones VI.(5) y VI.(6) del Capítulo VI adaptadas a la geometría anular, se determinaron los diámetros externos, equivalentes a los que habría en caso de no presentarse abarillamiento. Las fórmulas utilizadas fueron:

$$D_{\text{ext}} = D_{\text{Econ}} + 2/3 (D_{\text{Emax}} - D_{\text{Econ}}) \quad \text{VIII.(2a)}$$

$$D_{\text{ext}} = D_{\text{Emax}} - 1/3 (D_{\text{Emax}} - D_{\text{Econ}}) \quad \text{VIII.(2b)}$$

donde  $D_{\text{Econ}}$  y  $D_{\text{Emax}}$  indican el diámetro medido en la superficie externa de contacto con las placas y el diámetro externo medido en la altura media, respectivamente.

En el diámetro interno la medida que se hace indica el tamaño del orificio mientras que en el diámetro externo la medición es del metal. Por este motivo no es adecuado utilizar las ecuaciones anteriores para la determinación del diámetro interno.

Con base en las ecs. 2a y 2b, considerando un perfil cóncavo del orificio, se dedujeron las ecs. 3a y 3b que indican el diámetro interno que habría

si no se abarritarían las muestras:

$$D_{int} = D_{con} - 2/3 (D_{con} - D_{max}) \quad (VIII.3a)$$

$$D_{int} = D_{max} + 1/3 (D_{con} - D_{max}) \quad (VIII.3b)$$

donde  $D_{con}$  y  $D_{max}$  son los diámetros internos de contacto y en la altura media, máximo o mínimo.

Con el fin de validar estas ecuaciones se hizo una comparación, en una probeta elegida al azar, de los valores obtenidos con ellos y los calculados con las ecuaciones VI.7, VI.8 a de De Pierre y Gurney (29).

En la Tabla I se muestra dicha comparación.

Tabla I. Valores de los diámetros externos e internos equivalentes obtenidos con diferentes ecuaciones.

Ec. VI.7	Ec. VIII.2a	% Diferencia
30.346	30.354	0.026
30.400	30.400	0.000
30.906	30.916	0.032
31.400	31.400	0.000
33.216	33.216	0.000
34.850	34.850	0.000
35.251	35.251	0.000

Diámetro externo

Ec. VI.8a	Ec. VIII.3a	% Diferencia
14.951	14.948	-0.020
14.840	14.840	0.000
14.508	14.508	0.000
14.334	14.333	-0.006
13.256	13.256	0.000
12.550	12.548	-0.016
12.158	12.156	-0.016

Diámetro interno

La máxima diferencia obtenida utilizando las ecs. VI.7 y VIII.2a, para el diámetro externo es 0.032% mientras que para el diámetro interno es -0.020%, de las ecs. VI.8a y VIII.3a. Por lo que la máxima diferencia que se obtiene en el cálculo del área del anillo es 1.2%. Dado que el enfoque de este trabajo es netamente ingenieril se considera aceptable esta diferencia máxima y se consideran correctas las ecuaciones deducidas.

Una vez determinados los diámetros internos y externos se calcularon los porcentajes de variación del diámetro interno con la ecuación VIII.(4):

$$\% \text{ Dint} = \frac{\text{Dint}_f - \text{Dint}_o}{\text{Dint}_o} (-100) \quad \text{VIII.(4)}$$

donde la  $f$  y la  $o$  indican final e inicial respectivamente.

En el apéndice III se incluyen como ejemplo dos hojas de los cálculos efectuados para la elaboración de las gráficas 1a-31b.

En las curvas de calibración reportadas, capítulo IV, la parte positiva del eje de las ordenadas corresponde a la disminución del diámetro interno del anillo y la negativa al aumento de éste; para que concuerden los valores calculados con la dirección del eje se multiplicaron éstos por  $-1$ , Ec. VIII.(4).

Las figuras 1a-9b se calcularon con las ecs. VIII.(3) y VIII.(4). La posición de las curvas indican la fricción desarrollada, mientras mayor sea el porcentaje de reducción del diámetro interno mayor es la fricción.

En la Tabla VIII.(II) están reportados los valores de los coeficientes y los factores de fricción obtenidos gráficamente de las curvas de calibración del capítulo IV. Para hacer éstos se graficaron las curvas  $\% \text{ Dint}$  vs. el porcentaje de reducción experimental sobre las reportadas en la literatura (6,8,16) y/o se leyeron directamente o se interpolaron los valores de fricción correspondientes a cada incremento de deformación en cada una de las muestras.

Tabla VIII.(II) Coeficientes y Factores de Fricción obtenidos gráficamente

Dureza	Lija 600 + Lub.			Lija 600			Lija 120		
	(a)	(b)	(c)	(a)	(b)	(c)	(a)	(b)	(c)
105 NDB	0.24	0.26	0.073	0.80	1.00	0.27	0.70	0.80	0.21
47 NDB	0.14	0.14	0.034	0.72	0.91	0.29	0.74	0.91	0.30
43 NDB	0.17	0.19	0.052	0.53	0.71	0.21	0.80	0.94	0.33
85 RB	0.07	0.08	0.015	0.40	0.45	0.10	0.54	0.60	0.15
80 RB	0.10	0.10	0.020	0.43	0.49	0.11	0.48	0.55	0.13
73 RB	0.11	0.11	0.022	0.45	0.55	0.13	0.41	0.48	0.11

a= Factor de fricción, calibración de De Pierre (8).

b= Factor de fricción, calibración de Lee y Altan (16).

c= Coeficiente de fricción, calibración de Mael y Cockroft (6).

Las curvas de calibración propuestas por Lee y Altan (16) son exclusivas para el aluminio y no consideran el abarillamiento. Las curvas de De Pierre et al (8) si lo hacen y sugieren un comportamiento general para todos los metales. Las de Mael y Cockroft (6) también consideran el mismo comportamiento para todos los metales, aunque sin formación de abarillamiento. La

primera teoría (columnas a de la Tabla VIII.11) de valores de coeficientes de fricción más altos que la segunda (columnas b), lo cual se debe a la no inclusión del abarritamiento en su desarrollo. Los valores de las columnas c son menores porque el valor máximo del coeficiente de fricción es 0.57 mientras que en los casos anteriores el valor del factor de fricción máximo es 1.

En la generalidad de los casos se observó la tendencia esperada de un aumento de la fricción con la aspereza superficial de las placas:

Lija 600 + Lub < Lija 600 < Lija 240  
Baja fricción            Media            Alta

Al analizar la Tabla VIII.11 se observa que para el aluminio predomina la tendencia de que al aumentar la dureza aumenta la fricción mientras que para el acero inoxidable al disminuir la dureza aumenta la fricción.

Es importante recordar que las compresiones de Al deformado a lija 600 y a lija 600 + lubricante, se efectuaron en placas compresoras diferentes al resto de las pruebas, lo cual dió un comportamiento no comparable con el resto de ellas, pero demostró fehacientemente la influencia del material, no únicamente de la condición superficial, en la fricción desarrollada.

Por otra parte, no se observaron residuos de aluminio adheridos a las placas compresoras ni hubo deslizamiento de las probetas durante la experimentación.

Analizando al aluminio se observa en la Tabla VIII.11 que los incrementos de los valores de la dureza no son proporcionales a los incrementos de los valores de fricción. Esto es, un gran cambio en dureza no corresponde a un gran cambio en valor de fricción. Por ejemplo, el cambio de dureza de 43 a 47 BHN implica un incremento de 4 unidades de dureza y corresponden a un decremento de 6 unidades de fricción, a lija 120; y para las mismas placas compresoras un incremento de 58 unidades de dureza da origen a un decremento de 4 unidades de fricción. Evidentemente, en este caso, la dureza no es un parámetro determinante en la fricción desarrollada.

Para el acero inoxidable se presenta una mayor proporcionalidad entre los incrementos de dureza y de fricción que en el aluminio. Por ejemplo, también para la lija 120 (tercera columna, Tabla VIII.11), un incremento de 6 unidades de fricción corresponde a 5 unidades  $R_B$  y un decremento de 7 unidades de fricción se correlaciona con un decremento de 6 unidades de dureza.

Una explicación a esto pudiera estar en la microestructura de ambos metales, mientras que en el aluminio la estructura deformada original presenta precipitados alineados en una matriz deformada, la estructura de 47 NDB presenta recristalización de la matriz y en la estructura de 43 NDB hay cambio en los precipitados. El cambio microestructural del acero inoxidable no es tan marcado.

La fricción puede tener un origen químico-metalúrgico (formación de compuestos o soluciones sólidas) y/o mecánicos, éste último predomina en condiciones de alta fricción en ambos metales, Fig. 3a y 3b, enmascarando así las diferencias microestructurales, dando como consecuencia muy poca variación en los valores de fricción encontrados.

Las Figs. 1a-3b muestran la influencia de la dureza (microestructura) en la fricción desarrollada en las placas con el mismo acabado superficial. Dicha influencia es más notoria en la deformación efectuada con las placas lubricadas. En este caso se puede considerar que la diferencia en los valores de fricción encontrados se deben principalmente a la microestructura de las muestras y la influencia de las asperezas es mínima.

Las figuras 4a, 5a, 6a, 4b, 5b y 6b muestran la influencia de la fricción en la variación del diámetro en función de la reducción de altura para cada una de las condiciones del aluminio y acero inoxidable. Estas curvas hacen más evidente lo comentado en esta discusión.

La existencia de un diámetro neutro en el anillo implica que la fuerza de fricción varía de sentido, como en el caso de las colinas de fricción para deformación axisimétrica (32) de cilindros, Fig. 1, apéndice IIV. En el caso de fricción nula el anillo seguirá esa distribución con el diámetro neutro dentro del orificio. Cuando la fricción es mayor se esperarfa una distribución similar en la sección externa pero en la interna la restricción impone una distribución de esfuerzo diferente.

En general, los valores de fricción obtenidos para el aluminio son mayores que para el acero inoxidable. De acuerdo con la Fig. 11.2 se presenta cierta afinidad entre los pares metálicos Al-Al, Fe-Fe, Al-Fe, Cr-Al, Cr-Fe, Al-Ni, Fe-Ni y Fe-Mo, siendo menor la del Al-Mo; lo cual sugiere que el factor adhesión, debido a la formación de solución sólida, no es determinante en la fricción generada entre el aluminio y el acero inoxidable con las placas compresoras.

Otro factor que afecta los comportamientos es la diferencia de módulos de Young (Al, 69 GPa y acero inoxidable 193 GPa (31)). Al ponerse en contacto el Al con el acero de las placas la mayor deformación elástica se produce en las crestas del aluminio, incrementando el área de contacto mientras que en el acero la deformación elástica es mínima. Cuando se rebasó la tensión de fluencia del aluminio el incremento del área de las asperezas produjo aumento de la fricción.

En el caso de la compresión del acero inoxidable los módulos elásticos de las placas compresoras y de las muestras son semejantes pero las tensiones de fluencia diferentes, siendo mayor la del acero de las placas.

Las deformaciones elásticas son semejantes pero una vez que se rebasa la tensión de fluencia del acero inoxidable, éste se deforma plásticamente mientras que las placas elásticamente. El acero inoxidable tiene un alto



coeficiente de endurecimiento por deformación por lo que para altas reducciones el esfuerzo aplicado alcanza al valor de fluencia del acero de las placas compresoras, lo cual se evidenció por la impresión de la probeta en éstas.

Las Figs. 7 y 9 presentan el comportamiento compresivo de los anillos de ambos metales en las mismas condiciones superficiales, tanto de las muestras como de las placas compresoras. Analizando conjuntamente estas tres gráficas observamos que las curvas siguen el orden descendente: Al alta fricción (lija 120), acero alta fricción, Al baja fricción (lija 600 + lub.) y acero baja fricción.

Martorell (13), Fig. III.3, encontró que los materiales más resistentes (bronce y cobre), de los que él estudió, presentaron mayor separación de las cuevas a alta y baja fricción y en el de menor resistencia (Pb) prácticamente no hubo diferencia entre dichas curvas. El hecho de que el Pb haya presentado los mismos valores en condiciones de alta y baja fricción indica que existe otro parámetro que influye notablemente en los resultados, dada la baja dureza del Pb se puede pensar que hubo adhesión total tanto a las placas como al teflón pero, por las características de este último es poco probable que haya sucedido esto. Por otra parte el bronce muestra una mayor variación en diámetro interno (en las condiciones de más alta y más baja fricción) que el Cu. Se puede considerar que en la deformación de un anillo están en juego dos aspectos: la fricción y la ductilidad-dureza del material de la muestra. En el caso del Pb el factor determinante es la ductilidad mientras que para el bronce lo es la fricción.

De acuerdo con Martorell (13), se esperaba mayor diferencia en las curvas del acero inoxidable que en las del aluminio. La causa de esta divergencia con lo esperado puede estar en la naturaleza de las placas compresoras y/o a que los metales reportados por Martorell son únicamente no ferrosos (los módulos de Young son más bajos que los de los aceros) y el acero inoxidable sigue otro comportamiento, más afín con los aceros que con los no ferrosos.

## VARIACION DE $D_i$ vs REDUCCION DE H ALUMINIO, PLACAS A LIJA 600

58

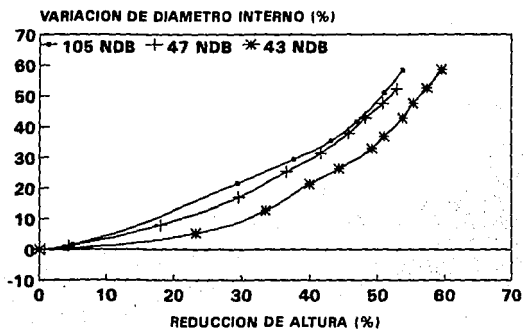


FIGURA 1A

## VARIACION DE $D_i$ vs REDUCCION DE H ALUMINIO, PLACAS A LIJA 600 + LUB

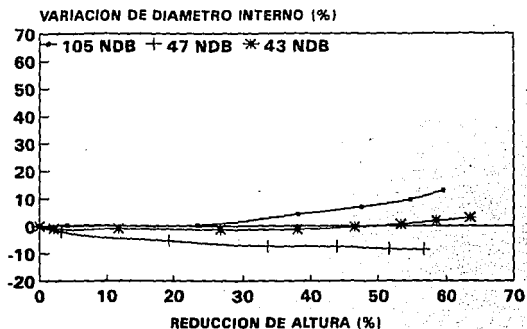


FIGURA 2A

## VARIACION DE $D_i$ vs REDUCCION DE H ALUMINIO, PLACAS A LIJA 120

59

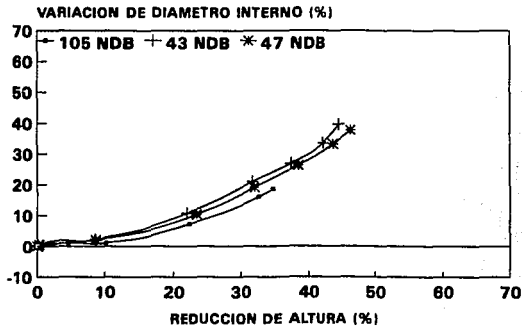


FIGURA 3A

## VARIACION DE $D_i$ vs REDUCCION DE H ALUMINIO 105 NDB, DIFERENTES PLACAS

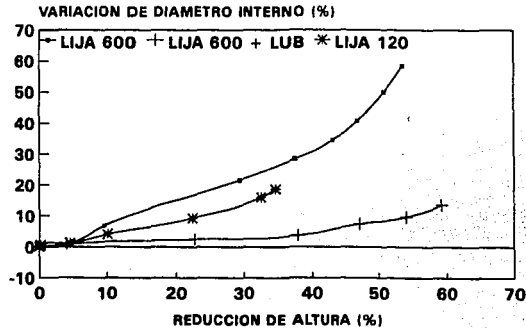


FIGURA 4A

## VARIACION DE $D_i$ vs REDUCCION DE H ALUMINIO 43 NDB, DIFERENTES PLACAS

60

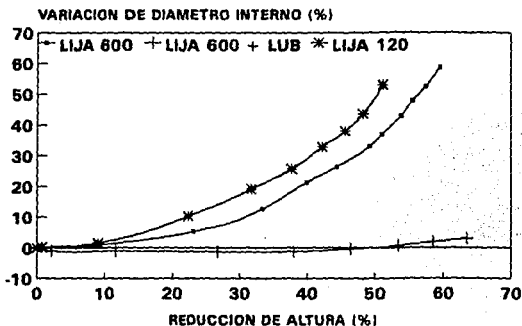


FIGURA 5A

## VARIACION DE $D_i$ vs REDUCCION DE H ALUMINIO 47 NDB, DIFERENTES PLACAS

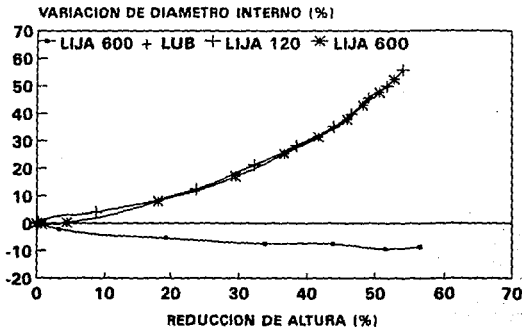


FIGURA 6A

## VARIACION DE $D_i$ vs REDUCCION DE H ACERO INOXIDABLE, PLACAS A LIJA 600

61

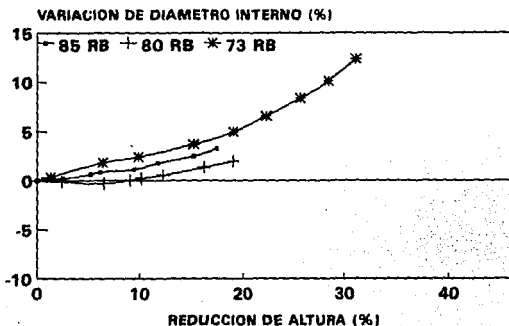


FIGURA 1B

## VARIACION DE $D_i$ vs REDUCCION DE H ACERO INOX. PLACAS A LIJA 600 + LUB

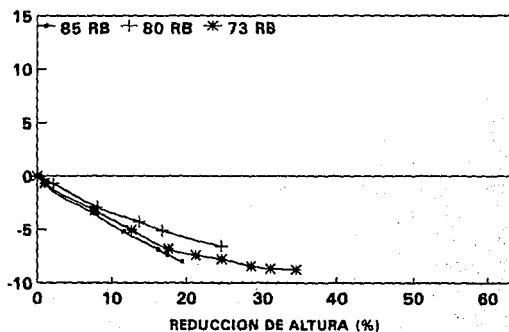


FIGURA 2B

## VARIACION DE Di vs REDUCCION DE H ACERO INOXIDABLE, PLACAS A LIJA 120

62

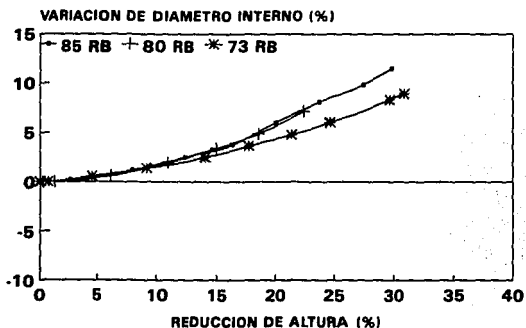


FIGURA 3B

## ACERO INOXIDABLE 85RB DIFERENTES CONDICIONES DE LAS PLACAS

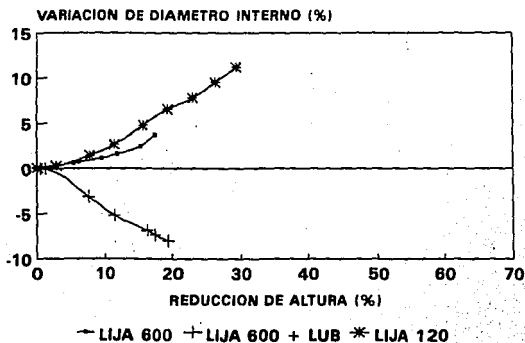


FIGURA 4B

## VARIACION DE $D_i$ VS REDUCCION DE H ACERO INOX. 80 RB, DIFERENTES PLACAS

63

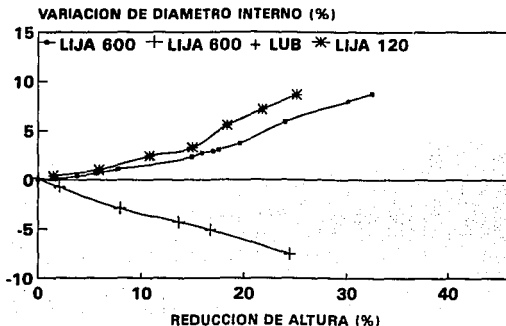


FIGURA 5B

## VARIACION DE $D_i$ vs REDUCCION DE H ACERO INOX. 73 RB, DIFERENTES PLACAS

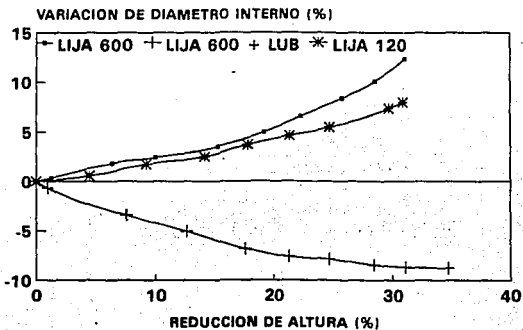


FIGURA 6B

# VARIACION DE $D_i$ vs REDUCCION DE H ALUMINIO Y ACERO INOXIDABLE PLACAS A LIJA 600 + LUBRICANTE

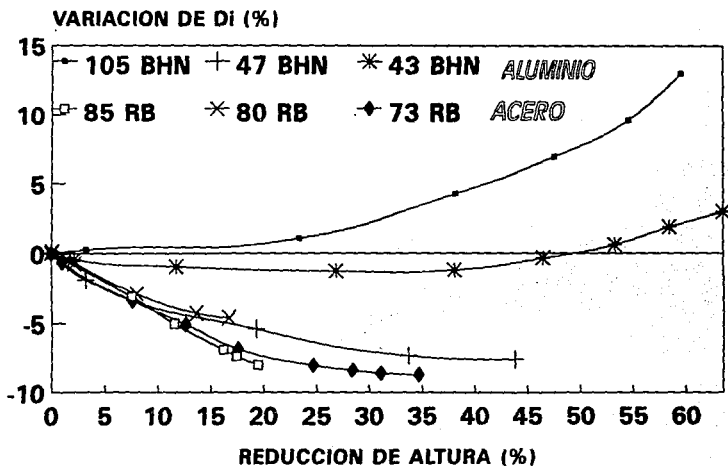


FIGURA 7



# VARIACION DE Di vs REDUCCION DE H ALUMINIO Y ACERO INOXIDABLE PLACAS A LIJA 600

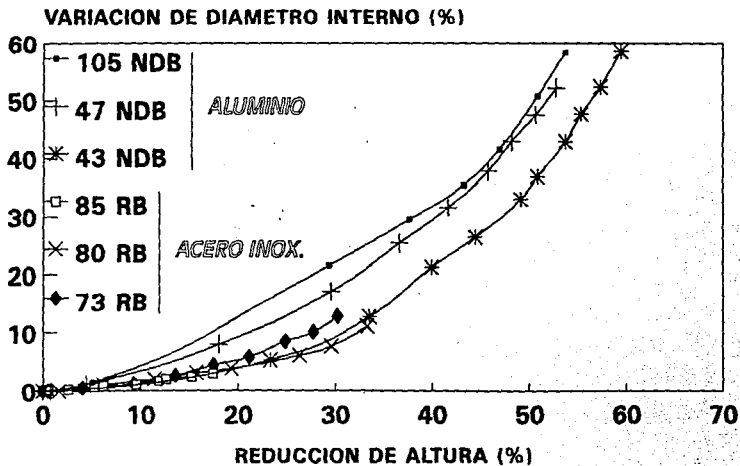


FIGURA 8

# VARIACION DE $D_i$ vs REDUCCION DE H ALUMINIO Y ACERO INOXIDABLE PLACAS A LIJA 120

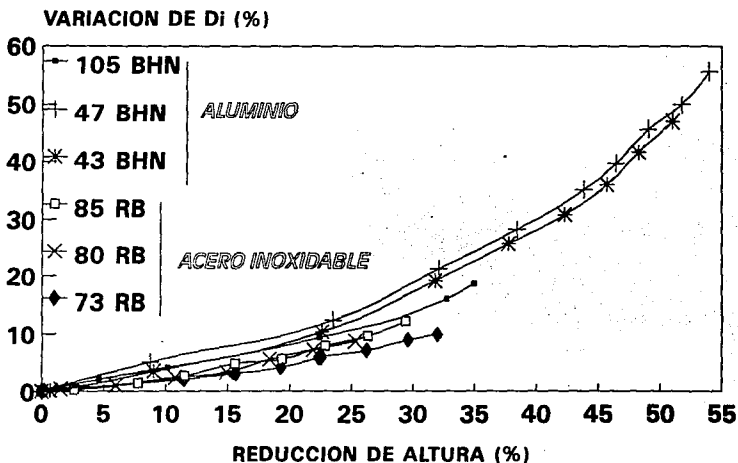


FIGURA 9

## ABARRILAMIENTO

El abarrilamiento se origina en los anillos y en los cilindros debido a la heterogeneidad de esfuerzos generados durante la compresión con fricción en la intercara probeta-placas compresoras.

La forma seleccionada en este trabajo para indicar dicho abarrilamiento es la diferencia entre el diámetro central (en la mitad de la altura de la muestra) y el diámetro en el borde (la superficie en contacto con las placas compresoras) de las superficies interna y externa, en cada incremento de deformación, Fig. 10.

Esta manera de representar el abarrilamiento se seleccionó después de ensayar varias opciones como: graficar el porcentaje de diferencia entre el diámetro central y el borde, las relaciones diámetro externo central/diámetro externo en el borde y diámetro externo central instantáneo/diámetro externo central inicial, todas en función de la deformación; pero las gráficas obtenidas resultaron confusas.

Las Figuras 10A-12A y 10B-12B indican el abarrilamiento para el aluminio y el acero inoxidable respectivamente. La abreviaturas que se utilizan en dichas gráficas significan:

DE = Diámetro externo central-diámetro externo en el borde

DI = Diámetro interno central-diámetro interno de contacto.

En la identificación de cada curva de las gráficas mencionadas se indica, por ejemplo DE 600, lo cual significa la diferencia DEC-DEB para cada material utilizando placas compresoras con acabado superficial a lija 600.

En la Fig. 10A se grafican las curvas de aluminio deformado en las tres condiciones de fricción. Las curvas de diámetro interno siguen la secuencia esperada: Lija 600 + lub. — Lija 600 — Lija 120 lo cual indica que el mayor abarrilamiento se obtiene con la lija 120 y al incrementar la deformación disminuye el abarrilamiento, de acuerdo con lo mencionado en (16). El abarrilamiento a lija 600 + lub. es prácticamente constante en el rango de deformación estudiada, lo cual indica que la condición de fricción se mantuvo constante durante toda la deformación. No obstante, las curvas del diámetro externo no siguen la misma secuencia de abarrilamiento. Una conclusión de este hecho pudiera ser que el diámetro interno es más sensible a las condiciones de fricción que el externo y que éste último lo es a la influencia del material. Hay que recordar que la compresión con placas a lija 600 y a lija 600 + lubricante se efectuó en diferentes placas compresoras a las del resto de las pruebas.

La Fig. 11A muestra el abarrilamiento para aluminio mantenido 47BHN. Las curvas obtenidas con las placas lubricadas indican muy poco abarrilamiento tanto en la superficie externa como interna. El abarrilamiento es muy parecido en las otras dos condiciones de fricción aunque la tendencia de la lija 120 es incrementar el abarrilamiento con el incremento de deformación.

En la Fig. 12 se observa que en el aluminio 43 BHN a deformaciones bajas, menores de 5% el abarriamiento es semejante en las tres condiciones de lubricación y se incrementa la diferenciación con el aumento de deformación. En este caso, las curvas obtenidas con las placas lubricadas son prácticamente constantes indicando un mayor abarriamiento en el diámetro externo que en el interno.

Analizando las Figs. 10A-12A conjuntamente, las curvas obtenidas con las placas a lija 600 + lubricante indican que no hay variación en los abarriamientos, externo e interno que se desarrollaron al inicio de la deformación y se mantuvieron constantes.

En estas tres gráficas es notorio el mayor abarriamiento en el diámetro interno que en el externo, en la mayoría de los casos, lo cual confirma la sensibilidad del orificio a las condiciones de fricción.

En las tres condiciones del acero inoxidable, el abarriamiento siguió la tendencia esperada, esto es, fue mayor con lija 120 y menor con lija 600 + lubricante. A diferencia del aluminio, se produce mayor abarriamiento en la superficie externa que en la interna, esto puede ser debido a la gran diferencia en el endurecimiento por deformación de las dos aleaciones. El acero inoxidable tiene un mayor coeficiente por deformación que el aluminio por lo cual, a igualdad de deformación es mayor la energía que se tiene que proporcionar al acero para continuar deformándolo. Esto, aunado a la restricción impuesta por la geometría en el diámetro interno limita la posterior deformación producida en el abarriamiento.

En el acero inoxidable no se observa una disminución en el abarriamiento en función de la deformación debido a que, probablemente, la máxima deformación alcanzada no fue suficiente para que se produjera ese fenómeno.

También en el acero inoxidable se presentaron abarriamientos externo e interno constantes, Fig. 10B-12B.

En la Fig. 12B se aprecia la mayor diferencia de los abarriamientos obtenidos en el acero inoxidable 73 Rg, debido a que en esta microestructura se presenta la mayor capacidad de endurecimiento por deformación.

# ABARRILAMIENTO EN LOS DIAMETROS INTERNO Y EXTERNO ALUMINIO 105 BHN

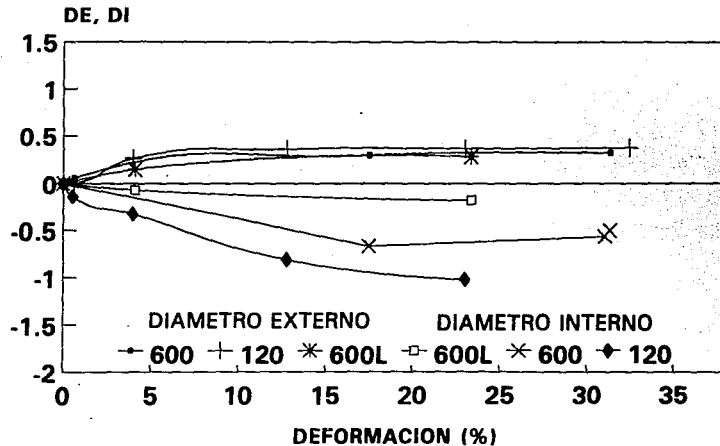


FIGURA 10A; DE = DIAM. EXT.(CENTRAL-BORDE)  
DI = DIAM. INT.(CENTRAL-BORDE)

# ABARRILAMIENTO EN LOS DIAMETROS INTERNO Y EXTERNO ALUMINIO 47 BHN

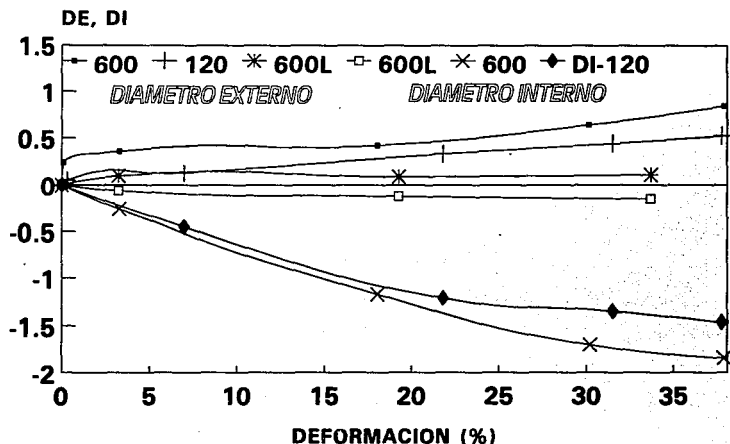


FIGURA 11A. DE = DIAM. EXT. (CENTRAL-BORDE)  
DI = DIAM. INT. (CENTRAL-BORDE)

# ABARRILAMIENTO EN LOS DIAMETROS INTERNO Y EXTERNO ALUMINIO 43 BHN

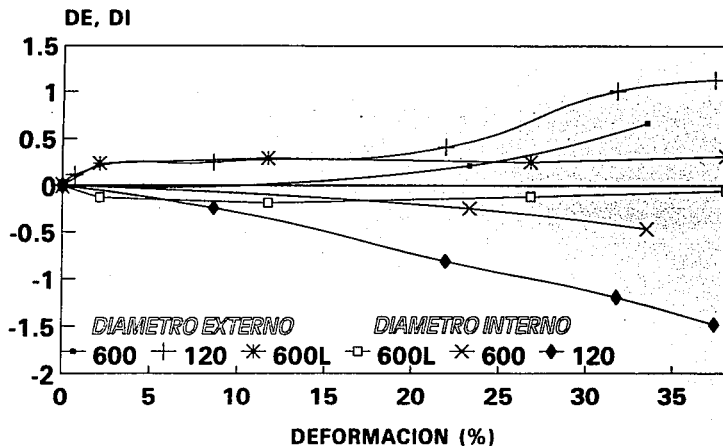


FIGURA 12A. DE = DIAM. EXT.(CENTRAL-BORDE)  
DI = DIAM. INT. (CENTRAL-BORDE)

# ABARRILAMIENTO EN LOS DIAMETROS INTERNO Y EXTERNO ACERO INOXIDABLE 85 RB

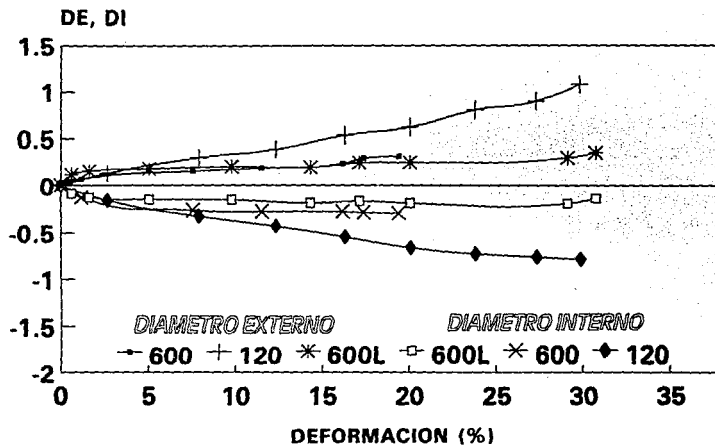


FIGURA 10B. DE = DIAM.EXT. (CENTRAL-BORDE)  
DI = DIAM. INT. (CENTRAL-BORDE)



# ABARRILAMIENTO EN LOS DIAMETROS INTERNO Y EXTERNO ACERO INOXIDABLE 80 RB

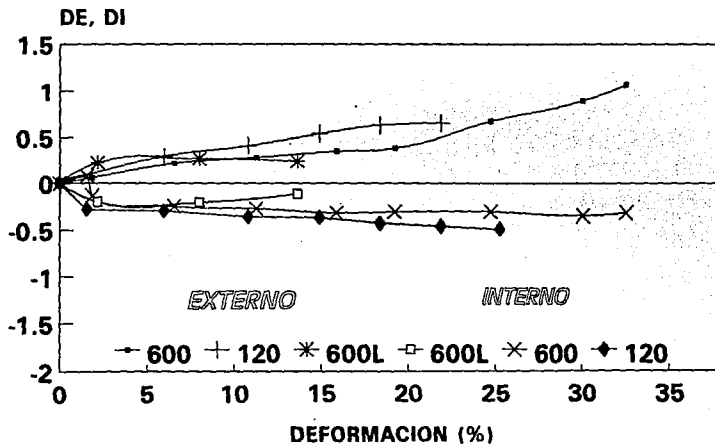


FIGURA 11B. DE = DIAM.EXT. (CENTRAL-BORDE)  
DI = DIAM. INT. (CENTRAL-BORDE)

# ABARRILAMIENTO EN LOS DIAMETROS INTERNO Y EXTERNO ACERO INOXIDABLE 73 RB

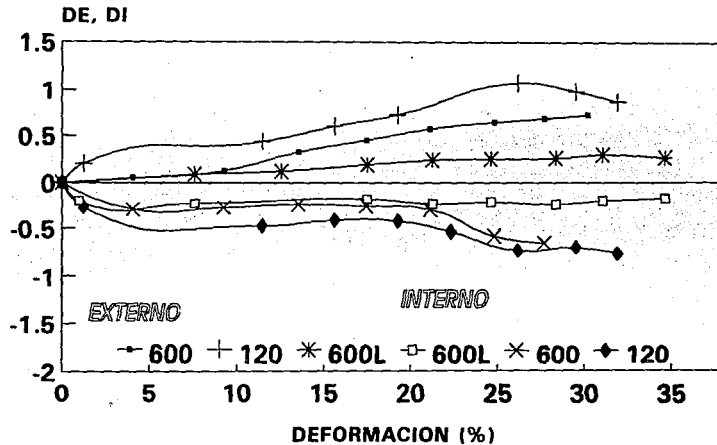


FIGURA 12B. DE = DIAM.EXT. (CENTRAL-BORDE)  
DI = DIAM. INT. (CENTRAL-BORDE)

## CURVAS ESFUERZO-DEFORMACION

Este inciso se subdivide en varias secciones:

- a) Influencia de la microestructura (dureza) en las curvas esfuerzo-deformación obtenidas con la misma condición superficial de las placas, Figs. 13A-15A y 13A-15B.
- b) Influencia de las condiciones de las placas, manteniendo constante la microestructura (dureza) del material, Figs. 16A-18A y 16B-18B.
- c) Comparación entre las curvas obtenidas por compresión de anillos, las calculadas teóricamente con las teorías de Saul et al (21) y Bramley et al (22), y la determinada por el ensayo de tracción, Figs. 19A-27A y 19B-27B.
- d) Comparación entre las curvas esfuerzo-deformación obtenidas por compresión de anillos y las calculadas con la teoría de Saul et al (26), agrupadas por cada condición de material, para condición superficial de las placas compresoras constantes, Figs. 28A-30A y 28B-30B.
- e) Comparación de las curvas esfuerzo-deformación obtenidas por el ensayo de tracción, Figs. 31A-31B.

Para elaborar estas gráficas se calculó el esfuerzo real, en todos los casos con la fórmula:

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad \text{VIII. (5)}$$

donde F es la carga aplicada y A es el área instantánea.

Para obtener el área instantánea en la compresión de anillos se calcularon los diámetros equivalentes con las ecs. (2a) y (3a) de este capítulo y, posteriormente se aplicó la siguiente ecuación:

$$A = \frac{\pi (D_{ext}^2 - D_{int}^2)}{4} \quad \text{VIII.5a)}$$

El área instantánea del ensayo de tracción se determinó considerando constancia de volumen hasta carga máxima:

$$A_0 h_0 = A h$$

por lo tanto:

$$A = \frac{A_0 h_0}{h}$$

donde los subíndices "o" indican "inicial".

El cálculo del porcentaje de deformación se hizo utilizando la ec. (1).

La deformación real se computó con:

$$\epsilon = \ln \frac{h}{h_0} \quad \text{VIII. (6)}$$

a) En la sección (a), Figs. 13A-15A las curvas siguen la tendencia esperada, es mayor la energía requerida para comprimir el aluminio 105 BHN que para el 47 BHN y el aluminio 43 BHN es el que requiere menor energía. Esto va de acuerdo con la dureza del material, el más duro requiere mayor energía y el menos duro menor, Tabla VIII.II.

Lo sobresaliente de esta serie de gráficas es que la diferencia entre las curvas de los aluminios 47 y 43 BHN se incrementa con el aumento de fricción. En la Fig. 14A, lija 600 + lubricante, se supone que la diferencia entre ambas curvas es debido únicamente a la influencia de los materiales, mientras que a lija 120, Fig. 15A, además de dicha influencia también se considera el esfuerzo extra que hay que aplicar para vencer la resistencia al flujo debido a la fricción.

b) Las figuras 16A-18A y 16B-18B muestran las curvas esfuerzo-deformación de los materiales de diferentes durezas variando las condiciones de fricción.

Es importante notar que la zona elástica no es comparable debido a que la experimentación se hizo midiendo los anillos después de cada incremento de carga y la carga inicial no fue siempre la misma.

En las figuras mencionadas, exceptuando la Fig. 16A se obtuvo la secuencia lógica en el incremento de esfuerzo requerido para la deformación:

Lija 600 + lub.  $\rightarrow$  Lija 600  $\rightarrow$  Lija 120

La observación de las figuras 16A-18A indica que las curvas obtenidas a lija 600 + lub. no presentan el brusco incremento en esfuerzo característico de las pruebas de compresión aunque las otras curvas sí lo hacen. Para el caso de cilindros se explica este fenómeno por el incremento del área transversal, lo cual implica mayor superficie de contacto con las placas compresoras, y la disminución de la relación h/d. En el caso de los anillos, la lubricación disminuye aún más la relación h/d, de acuerdo con los valores experimentales obtenidos, al incrementar más el área de contacto; por tanto, se considera que la influencia de la relación h/d es mínima en la compresión con las placas compresoras a lija 600 + lub. y que el aumento de esfuerzo se debe al endurecimiento por deformación.

En el acero inoxidable, Fig. 16B-18B no se observa este fenómeno, probablemente debido al bajo nivel de deformación alcanzado. La mayor separación entre las curvas se presenta en el acero 73 R<sub>B</sub>, de donde se infiere que esta estructura es más sensible a las variaciones de la fricción por tener mayor posibilidad de endurecimiento por deformación que las otras.

c) Las curvas esfuerzo-deformación con las modificaciones propuestas por Saul et al (21) y Bramley y Abdul (22) se indican en las gráficas 19A-27A y 19B-27B. Para obtener estas curvas se localizó el porcentaje de reducción en altura y la variación del radio interno obtenido en cada incremento de deformación, en las Figs. V.2 y V.3, obteniendo así un valor de  $\sigma/\sigma_0$  donde  $\sigma$  es el esfuerzo aplicado en cada incremento de deformación y  $\sigma_0$  es la tensión del flujo del material correspondiente.

Los valores de  $\sigma_0$  calculados con la teoría de Lee y Altan (16) están fuera del rango obtenido experimentalmente y con las teorías (21) y (22) por lo que se desecharon.

d) Las curvas esfuerzo-deformación corregidas con la propuesta de Saul et al (21) y Bramley y Abdul (22), Figs. 19A-27A, coinciden entre sí para muestras de aluminio deformadas con las placas compresoras a lija 600. Con las otras dos condiciones de las placas compresoras se presentan pequeñas diferencias

en la separación de las dos curvas aunque, en general, se mantiene el paralelismo. En todos los casos estas curvas calculadas teóricamente están por debajo de las obtenidas experimentalmente por la compresión de anillos. Esto implica que estos autores (21,22) subestiman el esfuerzo adicional que se tiene que aplicar para vencer la restricción impuesta por la geometría del anillo y por el efecto de la fricción. Probablemente les falta considerar algún otro factor, que tal vez sea el mismo enunciado previamente en esta discusión.

En las muestras deformadas con lija 600 + lubricante, las curvas obtenidas experimentalmente están muy cercanas a las calculadas con (21) y (22). Esto es una comprobación de que ambas teorías funcionan para condición de fricción baja donde la resistencia a la fluencia del anillo es poca y la heterogeneidad de la deformación es mínima. Analizando ahora las curvas esfuerzo-deformación obtenidas por el ensayo de tracción y por compresión de anillos, se tiene que:

En el aluminio 105 BHN, Figs. 20A y 21A, las curvas esfuerzo-deformación de tracción están por arriba de las de compresión. Esto indica que se requiere mayor energía para deformar por tracción que por compresión de anillos; esto es, la existencia del orificio central favorece, en vez de dificultar la deformación.

En el aluminio mantenido 47 BHN, Fig. 22A, las curvas de tracción son prácticamente iguales a las de compresión. En la curva obtenida con las placas compresoras a lija 120, Fig. 24, la influencia de esta alta fricción se observa en la posición superior de la curva de compresión con respecto a la de tracción. En el aluminio más suave, 43 BHN, las curvas de tracción y compresión prácticamente coinciden en la Fig. 27A, en la que la compresión de anillos se hizo con superficie de las placas a lija 120.

En general, se observa que las curvas obtenidas con la simple consideración del abarritamiento y el cálculo de las áreas de contacto con los diámetros equivalentes, como en las Figs. 13A-27A y 13B-27B, dan una mayor aproximación a las curvas obtenidas por tracción que las teorías estudiadas (21,22).

Enfocando la atención en el acero inoxidable, Fig. 19B-27B observamos que hay mayor concordancia entre las curvas de tracción y las calculadas teóricamente que en el aluminio.

En el acero inoxidable deformado la curva esfuerzo-deformación obtenida por compresión de anillos casi siempre es mayor que la de tracción. Esto probablemente se debe a los principales efectos que están en juego; el endurecimiento por deformación, la heterogeneidad de la deformación que origina endurecimiento diferente en cada zona de la probeta y la restricción debida al orificio de la muestra. En el caso de la curva obtenida por tracción únicamente se presenta el endurecimiento por deformación mientras que en la de compresión de anillos los tres factores participan.

ESTA TESIS NO DEBE  
SALIR DE LA BIBLIOTECA

El coeficiente de endurecimiento del acero inoxidable es considerablemente mayor en el acero inoxidable que en el aluminio. En el aluminio la mayoría de las curvas de tracción fueron superiores a las de compresión, por lo que concluimos que el orificio de la muestra ayudó a la deformación del anillo. El endurecimiento debido a la deformación homogénea debe ser el mismo tanto en tracción como en compresión; por tanto, el único factor capaz de producir la diferencia entre ambas curvas es el endurecimiento heterogéneo debido al abarillamiento. Aunque la fricción desarrollada por el acero inoxidable fue menor que la del aluminio, cualquier deformación por pequeña que sea, endurece mucho más al acero que al aluminio, Fig.

En acero inoxidable 80 Rg las curvas de tracción y compresión son muy semejantes hasta cierto rango de deformación; después de éste la curva de tracción es mayor que la de compresión a lija 600 + lubricante e inferior para las otras dos condiciones de fricción (lija 600 y lija 120), Figs. 22B-24B. Esto confirma lo comentado anteriormente respecto a que el mayor incremento de energía necesaria para deformar se debe al endurecimiento localizado en determinadas áreas de la probeta.

El acero inoxidable 74 Rg presenta una curva de tracción que cruza la curva de compresión obtenida con placas lubricadas; en las otras placas la curva de compresión siempre está por arriba de la de tracción, confirmando que influyen más los factores ya mencionados que el endurecimiento por deformación homogénea en la curva de compresión.

## CURVAS ESFUERZO-DEFORMACION EXPERIMENTALES DE ALUMINIO PLACAS A LIJA 600

81

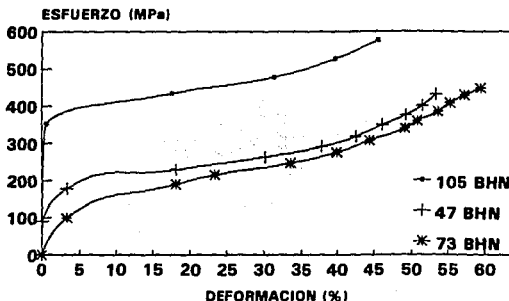


FIGURA 13A

## CURVAS ESFUERZO-DEFORMACION EXPERIMENTALES DE ALUMINIO PLACAS A LIJA 600 + LUBRICANTE

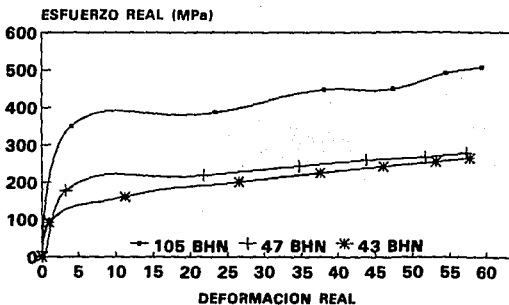


FIGURA 14A



## CURVAS ESFUERZO-DEFORMACION EXPERIMENTALES DE ALUMINIO PLACAS A LIJA 120

82

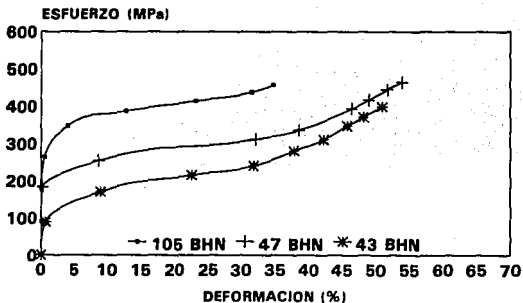


FIGURA 15A

## CURVAS ESFUERZO-DEFORMACION EXPERIMENTALES ALUMINIO 105 BHN

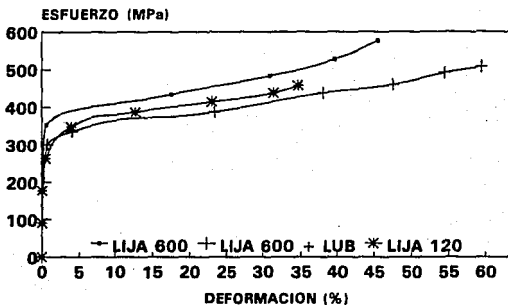


FIGURA 16A

## CURVAS ESFUERZO-DEFORMACION EXPERIMENTALES ALUMINIO 47 BHN

83

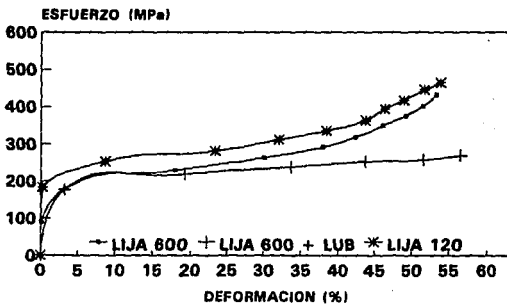


FIGURA 17A

## CURVAS ESFUERZO-DEFORMACION EXPERIMENTALES ALUMINIO 47 BHN

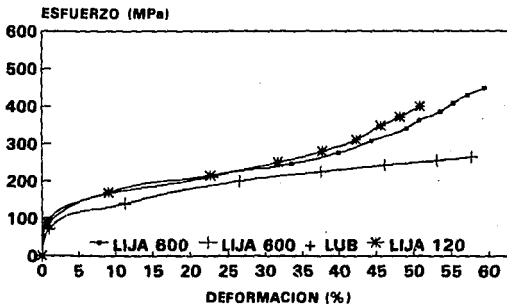


FIGURA 18A

## CURVAS ESFUERZO-DEFORMACION TRACCION ALUMINIO

84

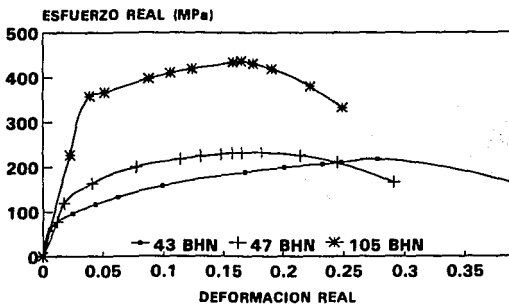


FIGURA 31A

## CURVAS ESFUERZO-DEFORMACION EXPERIMENTALES, PLACAS A LIJA 600 ACERO INOXIDABLE

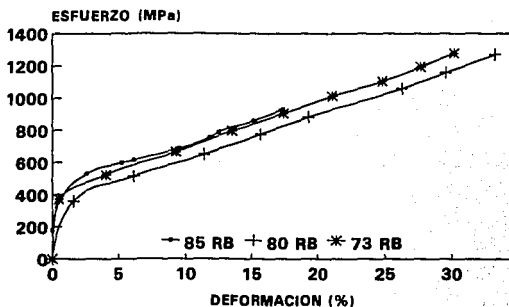


FIGURA 13B

## CURVAS ESFUERZO-DEFORMACION EXPERIMENTALES, LIJA 120 ACERO INOXIDABLE

85

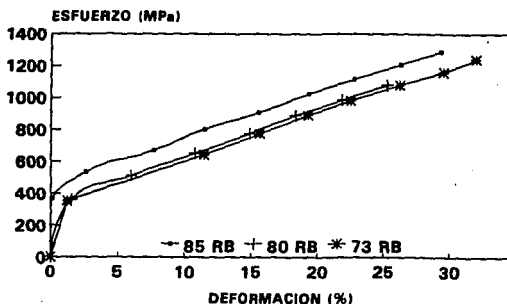


FIGURA 14B

## CURVAS ESFUERZO-DEFORMACION EXPERIMENTALES, LIJA 120 ACERO INOXIDABLE

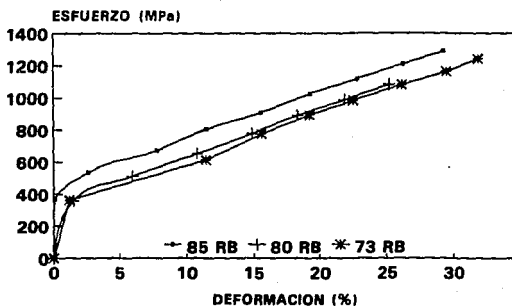


FIGURA 15B

## CURVAS ESFUERZO-DEFORMACION EXPERIMENTALES ACERO INOXIDABLE 83 RB

86

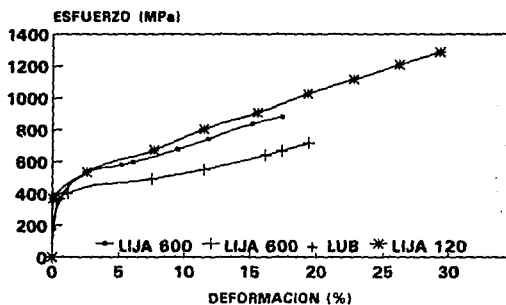


FIGURA 166

## CURVAS ESFUERZO-DEFORMACION EXPERIMENTALES ACERO INOXIDABLE 80 RB

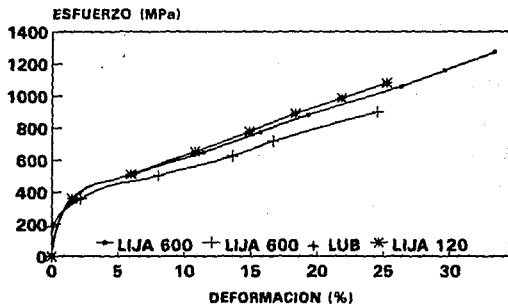


FIGURA 178

**CURVAS ESFUERZO-DEFORMACION:  
TRACCION, COMPRESION Y TEORICAS  
ALUMINIO 105 BHN, LIJA 600**

87

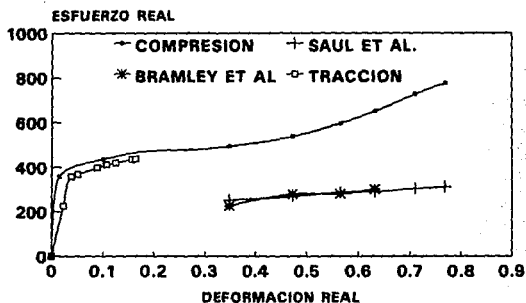


FIGURA 19A

**CURVAS ESFUERZO-DEFORMACION:  
COMPRESION, TRACCION Y TEORICAS  
ALUMINIO 105 BHN, LIJA 600 + LUB.**

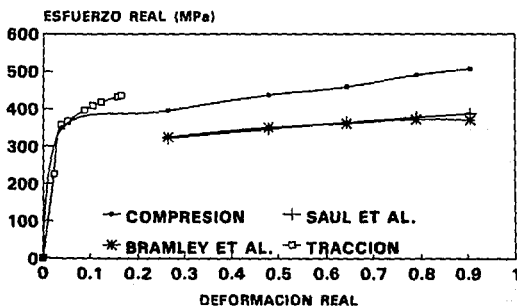


FIGURA 20A

**CURVAS ESFUERZO-DEFORMACION:  
COMPRESION, TRACCION Y TEORICAS  
ALUMINIO 105 BHN, LIJA 120**

88

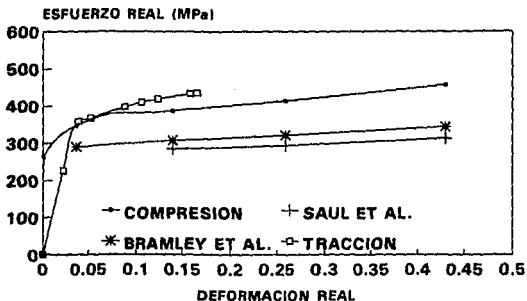


FIGURA 21A

**CURVAS ESFUERZO-DEFORMACION:  
COMPRESION, TRACCION Y TEORICAS  
ALUMINIO 47 BHN, LIJA 600**

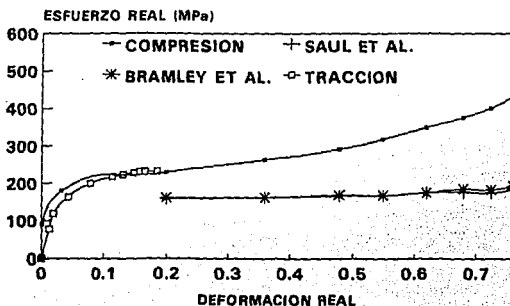


FIGURA 22A

**CURVAS ESFUERZO-DEFORMACION:  
COMPRESION, TRACCION Y TEORICAS  
ALUMINIO 47 BHN, LIJA 600 + LUB**

89

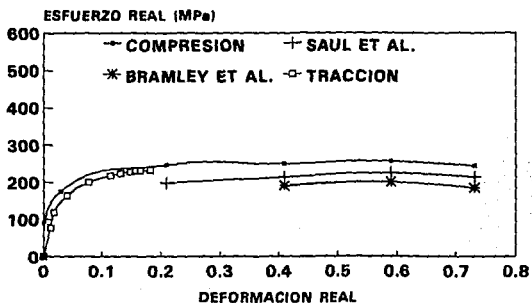


FIGURA 23A

**CURVAS ESFUERZO-DEFORMACION:  
COMPRESION, TRACCION Y TEORICAS  
ALUMINIO 47 BHN, LIJA 120**

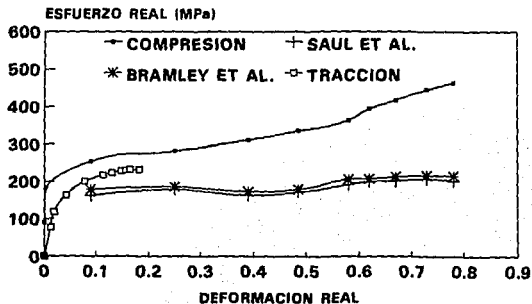


FIGURA 24A



## CURVAS ESFUERZO-DEFORMACION COMPRESION, TRACCION Y TEORICAS ALUMINIO 43 BHN, LIJA 600

90

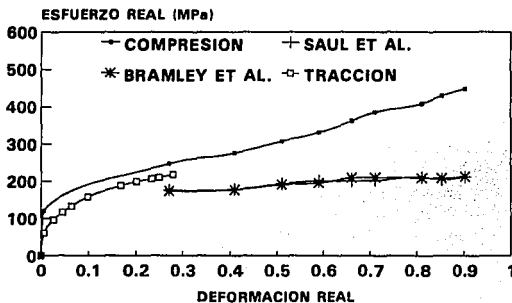


FIGURA 25A

## CURVAS ESFUERZO-DEFORMACION: COMPRESION, TRACCION Y TEORICAS ALUMINIO 43 BHN

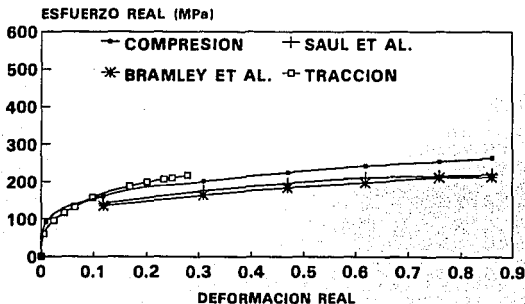


FIGURA 26A

# CURVAS ESFUERZO-DEFORMACION: COMPRESION, TRACCION Y TEORICAS ALUMINIO 43 BHN

91

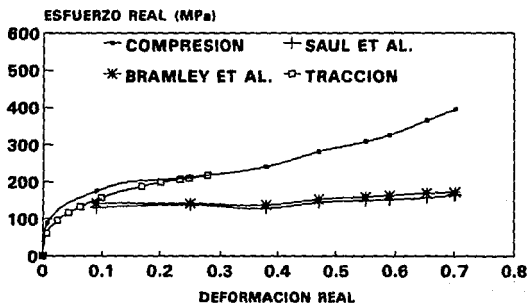


FIGURA 27A

# CURVAS ESFUERZO-DEFORMACION EXPERIMENTALES Y TEORICAS ALUMINIO 47 BHN

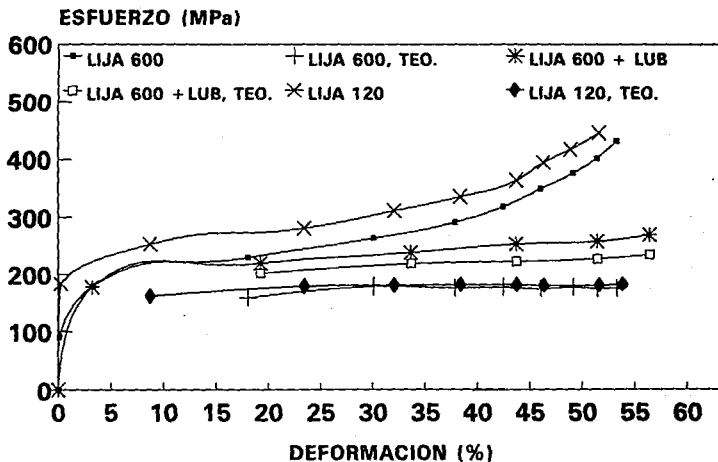


FIGURA 28A. TEORIA DE SAUL ET AL (21)

# CURVAS ESFUERZO-DEFORMACION EXPERIMENTALES Y TEORICAS ALUMINIO 43 BHN

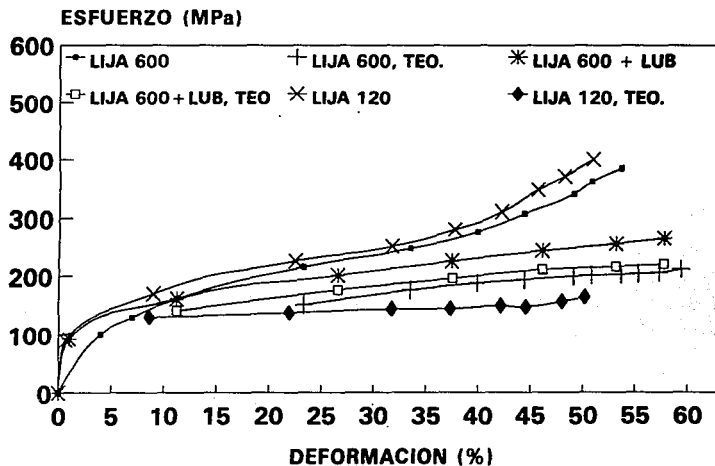


FIGURA 29A. TEORIA DE SAUL ET AL (21)

# CURVAS ESFUERZO-DEFORMACION EXPERIMENTALES Y TEORICAS ALUMINIO 105 BHN

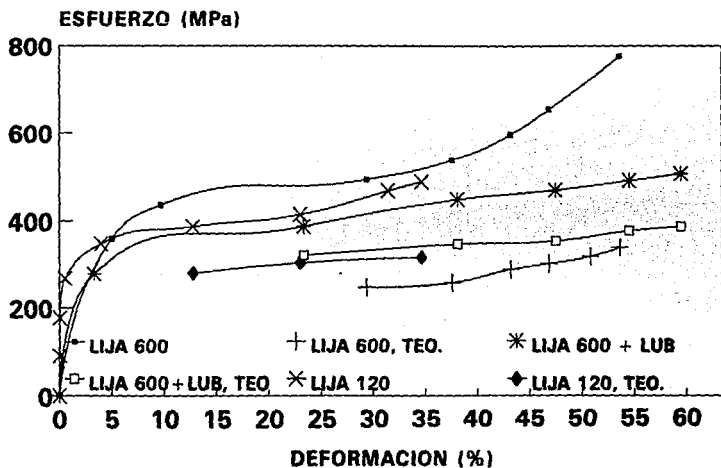


FIGURA 30A. TEORIA DE SAUL ET AL (21)

## CURVAS ESFUERZO-DEFORMACION EXPERIMENTALES ACERO INOXIDABLE 73 RB

96

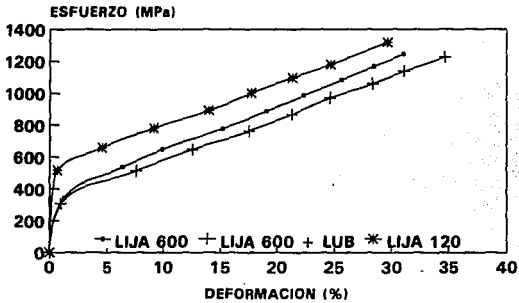


FIGURA 18B

## CURVAS ESFUERZO-DEFORMACION: COMPRESION, TRACCION Y TEORICAS ACERO INOXIDABLE 85 RB, LIJA 600

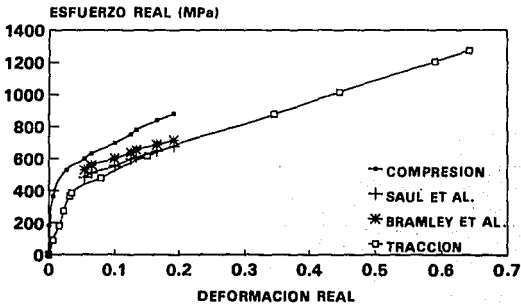


FIGURA 19B

## CURVAS ESFUERZO DEFORMACION: COMPRESION, TRACCION Y TEORICAS ACERO INOXIDABLE 85 RB, LIJA 600 + LUB

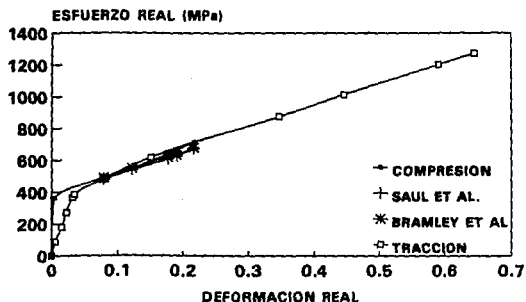


FIGURA 20B

## CURVAS ESFUERZO-DEFORMACION: COMPRESION, TRACCION Y TEORICAS ACERO INOXIDABLE 85 RB, LIJA 120

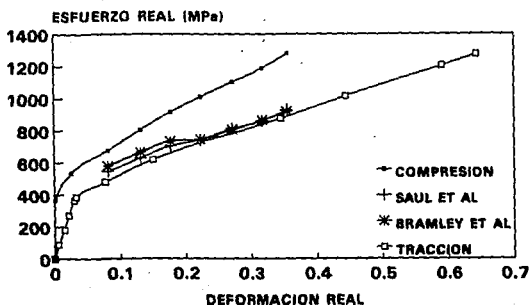


FIGURA 21B

**CURVAS ESFUERZO-DEFORMACION:  
COMPRESION, TRACCION Y TEORICAS  
ACERO INOXIDABLE 80RB, LIJA 600**

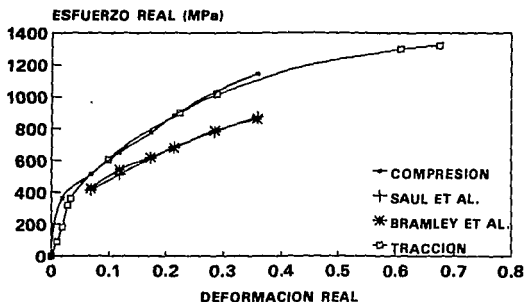


FIGURA 22B

**CURVAS ESFUERZO-DEFORMACION:  
COMPRESION, TRACCION Y TEORICAS  
ACERO INOXIDABLE 80 RB, LIJA 600 + LUB**

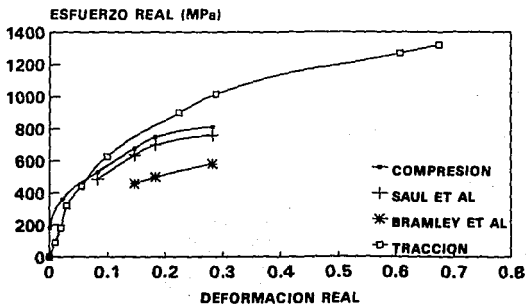


FIGURA 23B



**CURVAS ESFUERZO-DEFORMACION:  
COMPRESION, TRACCION Y TEORICAS  
ACERO INOXIDABLE 80 RB, LIJA 120**

99

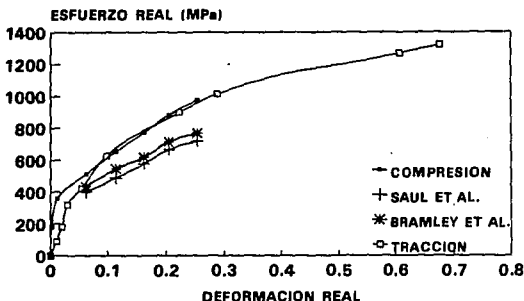


FIGURA 248

**CURVAS ESFUERZO DEFORMACION:  
COMPRESION, TRACCION Y TEORICAS  
ACERO INOXIDABLE 73 RB, LIJA 600 + LUB**

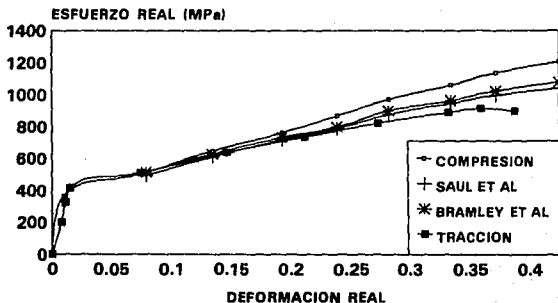


FIGURA 258

**CURVAS ESFUERZO-DEFORMACION:  
COMPRESION, TRACCION Y TEORICAS  
ACERO INOXIDABLE 73 RB, LIJA 600**

100

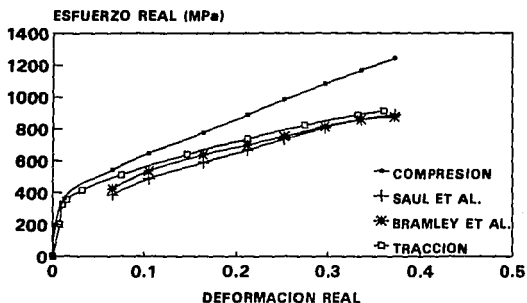


FIGURA 26B

**CURVAS ESFUERZO-DEFORMACION:  
COMPRESION, TRACCION Y TEORICAS  
ACERO INOXIDABLE 73 RB, LIJA 120**

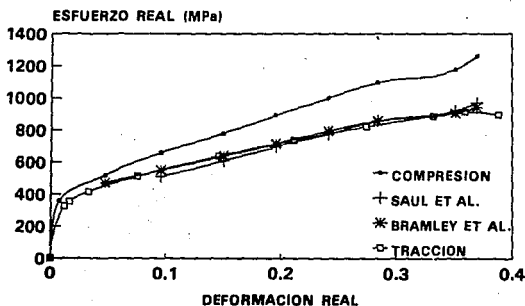


FIGURA 27B

# CURVAS ESFUERZO-DEFORMACION EXPERIMENTALES Y TEORICAS ACERO INOXIDABLE 85 RB

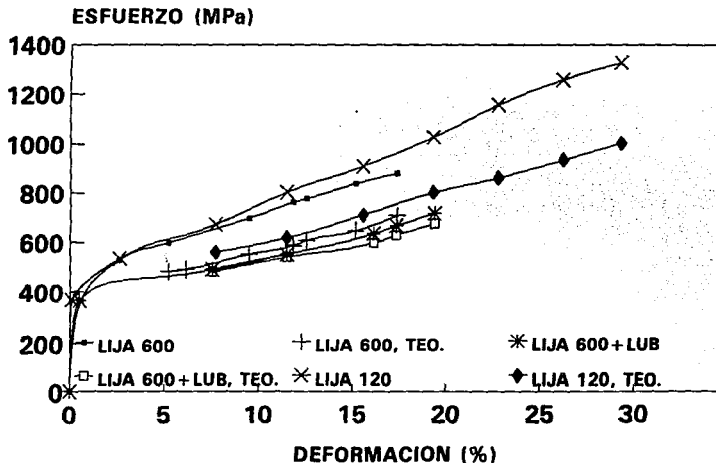


FIGURA 28B. TEORIA DE SAUL ET AL (21)

# CURVAS ESFUERZO-DEFORMACION EXPERIMENTALES Y TEORICAS ACERO INOXIDABLE 80 RB

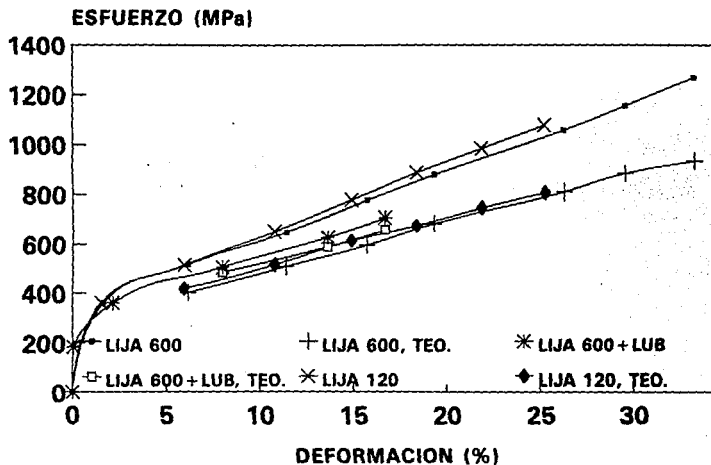


FIGURA 29B. TEORIA DE SAUL ET AL (21)

# CURVAS ESFUERZO-DEFORMACION EXPERIMENTALES Y TEORICAS ACERO INOXIDABLE 73 RB

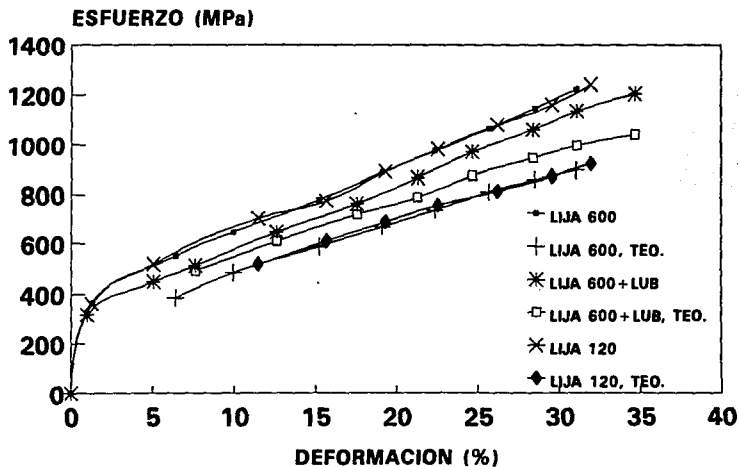


FIGURA 30B. TEORIA DE SAUL ET AL (21)

## IX CONCLUSIONES

1. Las microestructuras de las aleaciones con que se fabrican muestras son determinantes en la fricción desarrollada al deformarse éstas entre las placas compresoras.
2. En general, los valores de coeficientes y factores de fricción son mayores para el aluminio que para el acero inoxidable.
3. En general, para un mismo acabado superficial de las placas compresoras, aumenta la fricción con la disminución de dureza de los metales estudiados.
4. En la deformación de un anillo hay dos aspectos determinantes: la fricción y la dureza-ductilidad de la muestra.
5. En condiciones de baja fricción predomina el efecto tipo de material-microestructura en la fricción mientras que a alta fricción predomina el mecánico.
6. El diámetro interno es más sensible (se produce mayor abarritamiento) que el externo en el aluminio y viceversa en el acero inoxidable.
7. Las curvas obtenidas en base a las dos teorías mencionadas (21,22) presentan mayor congruencia con las curvas obtenidas experimentalmente con lubricación; por lo que se deduce que ambas teorías subestiman la influencia de la fricción.
8. La ecuación propuesta en este trabajo VIII.(3b) para la determinación del diámetro interno, equivalente al que habría si no se presentara abarritamiento, da resultados semejantes a los de la ecuación propuesta por De Pierre et al (8).
9. No es posible cuantificar el efecto del orificio en el comportamiento es fuerza-deformación porque depende del material, la microestructura del mismo y la fricción.

APENDICE I  
METODOS DE ANALISIS

a) Schroeder y Webster (2).

En este análisis se consideran tres casos de fricción:

- a) Cuando se presenta movimiento relativo entre la pieza y la superficie de la placa en todos los puntos, excepto en el centro geométrico de la pieza (baja fricción y baja relación  $r/h$ ).
- b) Cuando no se presenta movimiento relativo entre las superficies. El incremento del área de contacto de la probeta es debido a la deformación tangencial paralela a la superficie de la placa.
- c) Cuando existe una condición intermedia cuando se presenta deslizamiento cerca del borde y adherencia en la zona central de la probeta:

$$(\mu < k) \text{ y } \frac{R}{h} > \frac{1}{2} \mu \ln \frac{K}{\mu}$$

Basados en el análisis de la distribución de presión en un cilindro sólido y el cálculo de la presión promedio requerida, que se puede consultar por ejemplo en (21), se obtiene:

- i) La distribución de esfuerzos en la muestra:
- a) Para el primer caso:

$$\frac{P}{\sigma_0} < \frac{k}{\mu} \text{ es:}$$

$$\frac{P}{\sigma_0} = \exp 2\mu \left( \frac{R}{h} - \frac{r}{h} \right) \quad (1)$$

Donde:

- R = Radio de la muestra  
r = radio variable  
h = espesor de la muestra

$\sigma_0$  = esfuerzo de fluencia del material de la muestra  
 $p$  = presión normal en un punto  
 $k$  = constante = 0.577

b) Para el segundo caso:

$\mu \geq k$  tenemos:

$$\frac{p}{\sigma_0} = 1 + 2k \left( \frac{R}{h} - \frac{r}{h} \right) \quad (2)$$

c) y para el tercer caso:

$$\mu < k \text{ y } \frac{p}{\sigma_0} > \frac{k}{\mu}$$

dentro de la zona circular crítica de radio  $r_c$ , la presión se puede calcular con:

$$\frac{p}{\sigma_0} = \frac{k}{\mu} + 2k \left( \frac{r_c}{h} - \frac{r}{h} \right)$$

donde el valor de  $r_c$  está dado por:

$$\frac{r_c}{h} = \frac{R}{\mu} - \frac{1}{2\mu} \ln \frac{k}{\mu} \quad (3)$$

y para valores de  $r$  entre  $r_c$  y  $R$ , donde se presenta deslizamiento, la presión se puede determinar con:

$$\frac{p}{\sigma_0} = \exp 2\mu \left( \frac{R}{h} - \frac{r}{h} \right) \quad (4)$$

ii) La presión promedio requerida para el primer caso es:

$$\frac{p_a}{\sigma_0} = \frac{2}{c} (e^c - c - 1) \quad (5)$$

donde:

$$c = \frac{2\mu R}{h}$$

$p_a$  = presión promedio



Para el segundo caso tenemos:

$$\frac{P_a}{\sigma_0} = -1 + \frac{2k}{3} \frac{R}{h}$$

y para el tercer caso tenemos:

$$\frac{P_a}{\sigma_0} = \frac{2}{c^2} (D+1) e^{c-D} - c - 1 + \frac{D^2}{c^2} \left( \frac{k}{\mu} + \frac{2k}{3} \frac{r}{h} \right) \quad (6)$$

donde:

$$D = \frac{2\mu r c}{h}$$

La gráfica 3 está determinada con las ecuaciones (4), (5) y (6), asignando un valor a  $\mu$  y a  $R/h$  y obteniendo la relación  $P_a/\sigma_0$ .

b) Avitzur (22)

Utiliza coordenadas cilíndricas, los ejes de un sistema de coordenadas cilíndricas son la dirección radial  $R$ , la dirección circunferencial  $\theta$  y la dirección del eje de simetría  $y$ . El vector de velocidad es  $\vec{U}_i$  ( $U_R, U_\theta, U_y$ ) y los componentes  $\epsilon_{ij}$  son los componentes de la velocidad de deformación. Las velocidades de deformación en función de los componentes de velocidad son:

$$\epsilon_{RR} = \frac{\partial U_R}{\partial R}, \quad \epsilon_{\theta\theta} = \frac{U_R}{R} + \frac{1}{R} \frac{\partial U_\theta}{\partial \theta}, \quad \epsilon_{yy} = \frac{\partial U_y}{\partial y} \quad (7a)$$

$$\epsilon_{R\theta} = \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{R} \frac{\partial U_R}{\partial \theta} + \frac{\partial U_\theta}{\partial R} - \frac{U_\theta}{R} \right] \quad (7b)$$

$$\epsilon_{\theta y} = \frac{1}{2} \left[ \frac{U_\theta}{R} \frac{\partial U_y}{\partial y} + \frac{1}{R} \frac{\partial U_y}{\partial \theta} \right] \quad (7c)$$

$$\epsilon_{yR} = \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial U_R}{\partial y} + \frac{\partial U_y}{\partial R} \right] \quad (7d)$$

Las suposiciones en las que está basado este análisis son:

- a) La deformación del nillo es uniforme a través del espesor del material. Esto implica que no se produce abarriamiento.
- b) El material de la probeta sigue la regla de fluencia de Von Mises. Esto es, no se presenta endurecimiento por deformación, no hay deformación elástica ni cambio volumétrico.
- c) Se presenta un factor de fricción constante ( $m$ ) en las interfaces muestra-placas compresoras, tal que el esfuerzo constante interfacial es:

$$\tau = \frac{m \sigma}{\sqrt{3}}$$

En el campo de velocidad propuesto se considera que el componente de la velocidad angular  $\dot{\theta}_\theta$  es cero, debido a la simetría. También se supone que esto es cierto en los planos normales al eje de simetría. La velocidad varía linealmente con su distancia vertical,  $h$ , desde el origen  $O$ . Entonces, el campo de velocidad propuesto es:

$$\dot{\theta}_\theta = 0 \quad \dot{\theta}_y = \frac{y}{h} \dot{\theta} \quad \dot{\theta}_R = \dot{\theta}_R(R, y) \quad (8)$$

$\dot{\theta}_y$  en los límites con las placas compresoras tiene la velocidad de éstas.

Si sustituimos (8) en (7), las velocidades de deformación resultantes son:

$$\dot{\epsilon}_{RR} = \frac{\partial \dot{\theta}_R}{\partial R} \quad \dot{\epsilon}_{\theta\theta} = \frac{\dot{\theta}_R}{R} \quad \dot{\epsilon}_{yy} = \frac{\dot{\theta}_R}{h} \text{ const} = C \quad (9)$$

$$\dot{\epsilon}_{R\theta} = \dot{\epsilon}_{\theta y} = \dot{\epsilon}_{yR} = 0$$

Introduciendo la condición de constancia de volumen tenemos que:

$$\epsilon_{RR} + \epsilon_{\theta\theta} + \epsilon_{yy} = \frac{\partial \dot{u}_R}{\partial R} + \frac{\partial \dot{u}_R}{\partial R} + C = 0 \quad (10)$$

y esto conduce a:

$$\frac{\partial \dot{u}_R}{\partial R} + \frac{\partial \dot{u}_R}{\partial R} + C = \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R \dot{u}_R) + C = 0$$

por tanto:

$$\dot{u}_R = -\frac{1}{2} C R + \frac{B(y)}{R} = -\frac{1}{2} \epsilon_{yy} R + \frac{B(y)}{R} \quad (11)$$

Considerando el caso general de un disco hueco, se resuelve para un radio neutro cualquiera:

$$\dot{u}_R \Big|_{R=R_n} = 0 \quad (12)$$

substituyendo la condición de frontera (16) en (15) entonces:

$$B = \frac{1}{2} \epsilon_{yy} R_n^2$$

y:

$$\dot{u}_R = -\frac{1}{2} \epsilon_{yy} R \left[ 1 - \left( \frac{R_n}{R} \right)^2 \right] \quad (13)$$

y el campo de velocidad se transforma a:

$$\dot{u}_\theta = 0 \quad \dot{u}_y = \frac{y}{h} \dot{u} \quad \dot{u}_R = -\frac{1}{2} \left( 1 - \frac{R_n^2}{R^2} \right) \epsilon_{yy} R \quad (14)$$

Nótese que se supone que  $\dot{u}_y$  varía linealmente con  $y$ , lo cual conduce a una función  $\dot{u}_R$  donde no hay abarrilamiento.

Con este campo de velocidad se obtiene:

a) Cuando  $R_n < R_1$

donde  $m$  es el factor de fricción.

$$m \frac{R_o}{T} \leq \frac{1}{2(1 - R_1/R_o)} \ln \frac{3(R_o/R_1)^2}{1 + \sqrt{1 + 3(R_o/R_1)^4}}$$

$$\frac{P_{ave}}{\sigma_o} = \frac{1}{1 - (R_1/R_o)^2} \left( \sqrt{1 + \frac{1}{3} \left(\frac{R_n}{R_o}\right)^4} - \sqrt{\left(\frac{R_1}{R_o}\right)^4 + \frac{1}{3} \left(\frac{R_n}{R_o}\right)^4} \right) + \frac{2}{3\sqrt{3}} m \frac{R_o}{h} \left[ 1 - \left(\frac{R_1}{R_o}\right)^3 \right] \quad (15)$$

y:

$$\left(\frac{R_n}{R_o}\right)^2 = \frac{\sqrt{3} \left[ 1 - (R_1/R_o)^4 \right]^{1/2}}{2 \sqrt{x(x-1) \left[ 1 - (R_1/R_o)^4 \right]}}$$

$$f = \left( \frac{R_o}{R_1} \exp \left[ -m \frac{R_o}{h} \left( 1 - \frac{R_1}{R_o} \right) \right] \right)^2 \quad (16)$$

Cuando  $R_1 \leq R_n \leq R_o$

$$m \frac{R_o}{h} \geq \frac{1}{2(1 - R_1/R_o)} \ln \frac{3(R_o/R_1)^2}{1 + \sqrt{1 + 3(R_o/R_1)^4}} \quad (17)$$

o cuando  $m \frac{R_o}{h} > \frac{1}{2}$

$$\frac{P_{ave}}{\sigma_o} = \frac{1}{1 - (R_1/R_o)^2} \left( \sqrt{1 + \frac{1}{3} \left(\frac{R_n}{R_o}\right)^4} - \sqrt{\left(\frac{R_1}{R_o}\right)^4 + \frac{1}{3} \left(\frac{R_n}{R_o}\right)^4} \right) + \frac{2}{3\sqrt{3}} m \frac{R_o}{h} \left[ 1 + \left(\frac{R_1}{R_o}\right)^2 - 2 \left(\frac{R_n}{R_o}\right)^3 \right] \quad (18)$$

donde  $R_n/R_o$  se encuentra por aproximaciones sucesivas de:

$$2\pi \frac{R_0}{h} \left[ 1 + \frac{R_1}{R_0} - 2 \frac{R_n}{R_0} \right] + \ln \left| \left( \frac{R_1}{R_0} \right)^2 \frac{(R_n/R_0)^2 + \sqrt{3 + (R_n/R_0)^4}}{(R_n/R_0)^2 + \sqrt{3(R_1/R_0)^4 + (R_n/R_0)^4}} \right| = 0 \quad (19)$$

Considerando como una primera aproximación a:

$$\frac{R_n}{R_0} = \frac{2 \sqrt{3mR_0}/h}{(R_0/R_1)^2 - 1} \left[ 1 + \frac{(1 + R_1/R_0)[(R_0/R_1)^2 - 1]}{2 \sqrt{3mR_0}/h} - 1 \right] \quad (20)$$

Aunque este desarrollo matemático no parece complejo, el encontrar una solución numérica sí lo es. Algunas soluciones a estas ecuaciones están reportadas en la literatura (3,24,26).

c) Avitzur, considerando abarrilamiento (25).

El nuevo campo de velocidad que propone es:

$$\dot{u}_R = \frac{b}{4} \frac{0}{h} R \left[ 1 - \left( \frac{R_n}{R} \right)^2 \right] \left[ \frac{e^{-by/h}}{1 - e^{-b/2}} \right] \quad (21a)$$

$$\dot{u}_y = \frac{-0}{2} \frac{1 - e^{-by/h}}{1 - e^{-b/2}} \quad (21b)$$

$$\dot{u}_\theta = 0 \quad (21c)$$

donde b es un parámetro que determina el abarrilamiento.

El significado de las literales es el mismo que en el método previo del mismo autor.

Una propuesta de solución a estas ecuaciones la dan De Pierre et al (3). Para esto transforman las ecuaciones 21a:

$$\Delta R = \frac{b}{4} R \left( 1 - \frac{R}{R_0} \right)^2 \frac{e^{-by/h}}{1 - e^{-b/2}} \frac{\Delta h}{h} \quad (22)$$

donde  $\Delta R$  y  $\Delta h$  son pequeños incrementos de  $R$  y  $h$ .

d) Lee y Altan (7)

Consideran que la componente de velocidad axial, que incluye el abarrilamiento es:

$$\dot{u}_y = v = -2 A_z \left( 1 - \frac{\beta Z^2}{3} \right) \quad (23a)$$

y la componente de velocidad radial es:

$$\dot{u}_R = \mu = A(1 - \beta Z^2) r - \frac{A(1 - \beta Z^2) R^2}{r} \frac{n}{2} \quad (23b)$$

Donde:

$r, Z$  = coordenadas radial y axial respectivamente.

$\beta$  = parámetro que representa el grado de abarrilamiento.

$A$  = parámetro determinado de las condiciones de frontera de la velocidad  $Z = h/2$ ,  $v = v_0/2$ :

$$A = \frac{v_0}{2h \left( 1 - \frac{\beta h^2}{12} \right)}$$

Con este campo de velocidades se obtienen los componentes de la rapidez de deformación:

$$\dot{\epsilon}_r = \frac{\partial u}{\partial r} = A(1 - \beta Z^2) \left( 1 + \frac{R}{r} \right)^2 \quad (24a)$$

$$\dot{\epsilon}_t = \frac{u}{r} = A(1 - \beta Z^2) \left( 1 - \frac{R}{r} \right)^2 \quad (24b)$$

$$\epsilon_z = \frac{\partial v}{\partial z} = -2(1 - z^2)$$

$$\gamma_{rz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial r} = -2ABzr - 1 - \frac{R_n^2}{r}$$

$$\gamma_{tz} = \gamma_{rt} = 0$$

y la rapidez de deformación efectiva está dada por:

$$\dot{\epsilon} = \frac{2A}{3} (1 - \beta z^2)^{3/2} + \frac{R_n^4}{r} + (\beta r z)^2 - 1 - \frac{R_n^2}{r} \quad (25)$$

En las ecs. (28) y (29) hay dos incógnitas,  $\beta$  y  $R_n$ , las cuales se determinan para una deformación dada, a partir de la consideración de que la rapidez de disipación de la energía total  $\dot{E}$  (o la presión de compresión) es mínima, esto es:

$$\frac{\partial \dot{E}}{\partial \beta} = 0 \quad \text{y} \quad \frac{\partial \dot{E}}{\partial R_n} = 0$$

y está dada por:

$$\dot{E} = 2\pi \int_0^R \left[ \frac{\sigma}{c} r \, dr \, dz + \frac{4}{3} \eta m \frac{R_0}{R_1} U_s \bar{\sigma} x \, dr \right]$$

donde:

$U_s$  = velocidad en la interfase dado-material, para  $z = H/2$ .

$$U_s = A \left( 1 - \frac{\beta h^2}{4} \right) \left( 1 - \frac{R_n^2}{x} \right) x$$

## Apendice II

### Antecedentes Metalúrgicos (31)

#### Recristalización

Al deformar plásticamente un metal por debajo de la mitad de su temperatura de fusión, expresada en grados Kelvin, se dice que se deforma en frío. La temperatura homóloga,  $T_H$ , ( $T_H = \frac{T}{T_{\text{fusión}}} [^{\circ}\text{K}]$ ) exacta a la cual una deformación en frío deja de serlo, depende de la composición, la rápidez y la cantidad de deformación.

La mayoría del trabajo proporcionado para deformar un metal en frío se disipa en forma de calor, pero una pequeña parte, alrededor del 10%, se almacena en el metal en forma de defectos cristalinos.

La deformación en frío incrementa de gran manera el número de dislocaciones de un metal, así en un metal recocido, con nula deformación en frío, la densidad de dislocaciones es del orden de  $10^{10}$  a  $10^{12} \text{ m}^{-2}$  y un metal severamente deformado en frío es de aproximadamente  $10^{16}$ . Como cada dislocación representa un defecto cristalino con una deformación en la red, al incrementar la densidad de dislocaciones se incrementa la energía de deformación dentro del metal.

Cuando se deforma en frío un metal, se presentan cambios en la mayoría de sus propiedades físicas y mecánicas. Se incrementa la resistencia a la fluencia, la dureza y la resistencia tensil y disminuye la ductilidad.

El proceso de liberación de la energía almacenada consiste de tres etapas: recuperación, recristalización y crecimiento de grano.

En la etapa de recuperación las propiedades físicas y mecánicas que habían cambiado con la deformación en frío, tienden a recuperar sus valores originales aunque no con la misma rapidez. La rapidez de recuperación es función de la temperatura.

La recuperación, probablemente, es un proceso de aniquilación del exceso de dislocaciones. Esta aniquilación puede presentarse por la agrupación de segmentos de dislocaciones de signo opuesto; es probable que en este proceso estén involucrados los mecanismos de deslizamiento y trepado.

Cuando un cristal doblado se recupera, la superficie curva se divide en pequeños segmentos de cristal relacionados, Fig. 1a, a ésto se le llama poligonización.

Al alinearse verticalmente las dislocaciones, Fig 1b, los campos de deformación de las dislocaciones adyacentes se cancelan mutuamente ya que la deformación tensil en la región por debajo del plano extra de una dislocación se sobrepone al campo de deformación compresivo de la siguiente dislocación. A los bordes de bajo ángulo de diferencia entre dos cristallitos adyacentes se les llama sub-bordes o bordes de subgranos.



La segunda etapa importante durante la liberación de la energía almacenada en un metal deformado en frío es la recristalización. La recuperación y la recristalización son muy diferentes ya que en la primera la rapidez del proceso siempre disminuye con el tiempo mientras que en la segunda la cinética se asemeja a un proceso de nucleación y crecimiento, éste es, inicia lentamente, alcanza un máximo de rapidez y termina lentamente. El mecanismo por el cual un metal deformado recristaliza es el siguiente: el origen de un grano recristalizado siempre es una región pre-existente de alta desorientación con respecto al material que la rodea, este alto grado de desorientación provee la movilidad requerida para el crecimiento.

La temperatura de recristalización se define como la temperatura a la cual un metal particular con una cantidad particular de deformación en frío recristaliza completamente en un período finito de tiempo, generalmente 1 h.

La cantidad de deformación en frío es determinante en el tiempo de recristalización.

La rapidez a la cual recristaliza un metal depende de la rapidez a la que se forma núcleos y también de la rapidez con la que crecen. Estas dos velocidades también determinan el tamaño de grano final de un metal recristalizado.

Debido a que los nuevos granos se forman en regiones de deformación localizada severa en los sitios en los que aparecen están aparentemente predeterminados: intersecciones de líneas de deslizamientos, intersecciones de maclas de deformación, áreas cercanas a los bordes de grano, etc.

Las condiciones para la formación de núcleos son: que el diámetro sea mayor de 15 nm. y que esté rodeado, al menos parcialmente, por un borde de grano de gran ángulo.

La fuerza motriz para la recristalización es energía almacenada por el trabajo en frío. En aquellos casos donde se requiere la poligonización completa antes de que inicie la recristalización, se supone que la energía almacenada se limita a las dislocaciones de las celdas de los polígonos. La eliminación de los sub-bordes es una parte básica del proceso de recristalización.

El tamaño de grano recristalizado, inmediatamente antes de que se inicie el crecimiento de grano, depende de la cantidad de deformación dada a la muestra previa al recocido para recristalización. Para que se inicie la recristalización debe haber una cantidad mínima de deformación en frío llamada "deformación crítica". Esta deformación crítica no es una propiedad de un metal sino varía con el tipo de deformación.

La rapidez de recristalización depende de dos variables: temperatura de recocido y cantidad de deformación. En el proceso de recristalización también influyen la pureza del metal y el tamaño de grano inicial.

La fuerza motriz para el crecimiento de grano está en la energía superficial de los bordes de grano. Al crecer el tamaño de los granos decrece su número, disminuye el área de los bordes de grano y desciende de la energía superficial total.

Los granos poseen superficies curvas, la curvatura varía de grano a grano. Cada superficie contiene un lado cóncavo y uno convexo.

Al observar metalográficamente una metalografía (bidimensional) se nota que los granos con menos de seis lados son principalmente cóncavos hacia sus centros mientras que los granos con más de seis lados son convexos hacia sus centros. Los primeros granos son inestables y tienden a disminuir su tamaño mientras que los de más de seis, los dos tienden a crecer. Existe una correspondencia definida entre el tamaño de los granos y el número de lados que contienen. Los granos más pequeños tienen el menor número de granos.

Los bordes de grano se mueven hacia sus centros de curvatura, los átomos tienden a migrar a través de los bordes en la dirección opuesta (del lado de alta presión, cóncavo, hacia el lado de baja presión, convexo) para reducir su energía libre o potencial químico. Mientras mayor sea la curvatura del borde son mayores estos efectos y la rapidez del movimiento del borde de grano. Este proceso origina la reducción del número total de granos por el crecimiento de los grandes a expensas de los primeros.

**APENDICE III. EJEMPLO DE UNA HOJA DE CALCULO  
(ACERO INOXIDABLE 73RB, LUJA 120)**

P(Kg)	D <sub>EXT</sub>	D <sub>INT</sub>	H (mm)	% H	% DI	S(Kg/mm <sup>2</sup> )	ε	D <sub>EXT</sub> CENT	D <sub>EXT</sub> BOR	D <sub>INT</sub> CENT	D <sub>INT</sub> BOR
0	30,043	14,720	9,834	0,000	0,000	0,000	0,000	30,085	29,960	14,623	14,915
20100	30,177	14,617	9,766	0,691	0,702	36,716	0,007	30,253	30,027	14,527	14,795
30000	30,632	14,638	9,386	4,556	0,555	52,756	0,047	30,663	30,570	14,535	14,845
40200	31,161	14,467	8,930	9,193	1,719	67,197	0,096	31,235	31,012	14,323	14,755
50100	31,735	14,357	8,454	14,033	2,468	79,637	0,151	31,840	31,525	14,215	14,640
60100	32,285	14,181	8,088	17,760	3,663	90,965	0,196	32,385	32,085	14,030	14,482
70000	32,705	14,043	7,730	21,395	4,597	102,160	0,241	32,923	32,270	13,925	14,280
70000	32,672	13,945	7,730	21,395	5,265	102,093	0,241	32,923	32,170	13,750	14,335
80100	33,173	13,767	7,405	24,700	6,476	111,956	0,284	33,465	32,590	13,595	14,110
90000	33,745	13,638	6,915	29,683	7,351	120,277	0,352	34,030	33,175	13,487	13,940
100000	34,178	13,397	6,796	30,893	8,990	128,781	0,370	34,480	33,575	13,240	13,710

S/S <sub>0</sub>	S <sub>0</sub>	M <sub>1</sub>	M <sub>2</sub>	μ	S/S <sub>y</sub>	S <sub>y</sub>	DEC-DEB	DIC-DIB	S(MPa)	S <sub>q</sub> (MPa)	S <sub>r</sub> (MPa)
							0,125	-0,292	0,000		
							0,225	-0,268	360,034		
			0,500		1,100	47,960	0,093	-0,310	517,323		470,293
1,290	52,091		0,500	0,090	1,200	55,998	0,223	-0,432	658,934	510,802	549,112
1,280	62,217	0,400	0,400	0,090	1,220	65,277	0,315	-0,425	780,925	610,097	640,102
1,280	71,066	0,400	0,500	0,110	1,250	72,772	0,300	-0,453	891,999	696,874	713,599
1,290	79,194	0,400	0,500	0,115	1,250	81,728	0,653	-0,355	1001,781	776,574	801,425
1,290	79,142	0,400	0,500	0,115	1,260	81,026	0,753	-0,585	1001,123	776,064	794,542
1,290	87,466	0,400	0,460	0,115	1,280	87,466	0,875	-0,515	1097,844	857,690	857,690
1,280	93,966	0,380	0,433	0,110	1,300	92,521	0,855	-0,453	1179,437	921,435	907,259
1,300	99,062	0,400	0,500	0,120	1,340	96,105	0,905	-0,470	1262,824	971,403	942,406

donde:

- $P$  = Carga (kg).  
 $D_{\text{ext}}$  = Diámetro externo calculado con la ec. VIII.(2a), (mm).  
 $D_{\text{int}}$  = Diámetro interno calculado con la ec. VIII.(3a), (mm).  
 $H$  = Altura del anillo experimental, (mm).  
 $\%H$  = Porcentaje de reducción de altura, ec. VIII.(1).  
 $\%D_i$  = Porcentaje de variación del diámetro interno, ec. VIII.(4).  
 $S(\text{kg/mm}^2)$  = Esfuerzo real calculado con las ecuaciones VIII.(5) y VIII.(5a) [kg/mm<sup>2</sup>].  
 $\xi$  = Deformación real, ec. VIII.(6).  
 $D_{\text{ext Cent}}$  = Diámetro externo central experimental, (mm).  
 $D_{\text{ext Bor}}$  = Diámetro externo en el borde, experimental, (mm).  
 $D_{\text{int Cent}}$  = Diámetro interno central, experimental, (mm).  
 $D_{\text{int Bor}}$  = Diámetro interno en el borde, experimental, (mm).  
 $S/S_0$  = Valor determinado con la curva de la Fig. V.2, Teoría de Saul et al (21), (kg/mm<sup>2</sup>).  
 $M_1$  = Factor de fricción determinado con la teoría de De Pierre et al (8), Fig. IV.5.  
 $M_3$  = Factor de fricción determinado con la teoría de Hawkyard y Johnson (12), Fig. IV.4.  
 = Coeficiente de fricción determinado con la teoría de Male y Cockroft (6), Fig. IV.1.  
 $S/S_y$  = Relación determinada con la curva de la Fig. V.3, Teoría de Bramley y Abdul (22).  
 $S_y$  = Esfuerzo de flujo del material modificado por la teoría de Bramley y Abdul (22), (kg/mm<sup>2</sup>).  
 $DEC-DEB$  = Diámetro externo central-diámetro interno en el borde, ambos experimentales, (mm).  
 $DIC-DIB$  = Diámetro interno central-diámetro interno en el borde, (mm).  
 $S(\text{MPa})$  = Esfuerzo real calculado con las ecs. VIII.(5) y VIII.(5a), [MPa].  
 $S_0(\text{MPa})$  = Esfuerzo modificado por la teoría de Saul et al (21), (MPa).  
 $S_y$  = Esfuerzo modificado por la teoría de Bramley y Abdul (22), (MPa).

APENDICE IV

EQUILIBRIO DE CUERPO LIBRE DE UN DISCO SÓLIDO (17).

Para el caso especial de un disco sólido, el campo de velocidad supuesto sin abarrilamiento es:

$$\dot{U}_\theta = 0 \quad \dot{U}_Y = \frac{Y}{T} \dot{U} \quad \dot{U}_R = -\frac{1R}{2T} \dot{U} \quad (1)$$

Ver Figura 1. Los componentes de la rapidez de deformación son:

$$\dot{\epsilon}_{RR} = \dot{\epsilon}_{\theta\theta} = -\frac{1}{2} \dot{\epsilon}_{YY} = -\frac{1}{2} \frac{\dot{U}}{T} \quad \dot{\epsilon}_{R\theta} = \dot{\epsilon}_{\theta Y} = \dot{\epsilon}_{YR} = 0 \quad (2)$$

De la ley de rapidez de esfuerzo-deformación de Von Mises:

$$\dot{\epsilon}_{ij} = S_{ij} \quad (3)$$

se sigue que:

$$S_{RR} = S_{\theta\theta} \quad \text{y} \quad \sigma_{RR} = \sigma_{\theta\theta} = \sigma \quad (4)$$

$$\sigma_{YY} = -P \quad \text{y todos los componentes cortantes son cero.}$$

Se supone que este campo de esfuerzos está en el interior del disco. Se modificará en la superficie debido a la fricción originada por el movimiento radial relativo entre el disco y las placas. El campo de esfuerzos en la superficie es:

$$\sigma_{YY} = -P \quad \sigma_{RR} = \sigma_{\theta\theta} = \sigma \quad \sigma_{RY} = \tau \quad \sigma_{R\theta} = \sigma_{\theta Y} = 0 \quad (5)$$

Substituyendo la Ec. (5) en el criterio de fluencia de Von Mises:

$$\begin{aligned} \frac{1}{6} (\sigma_{RR} - \sigma_{\theta\theta})^2 + (\sigma_{\theta\theta} - \sigma_{YY})^2 + (\sigma_{YY} - \sigma_{RR})^2 \\ + \sigma_{R\theta}^2 + \sigma_{\theta Y}^2 + \sigma_{YR}^2 = \frac{\sigma_0^2}{3} \end{aligned} \quad (6)$$

se sigue que:

$$(\sigma_{RR} + P)^2 + 3\tau^2 = \sigma_0^2 \quad (7)$$

Si el esfuerzo de fricción  $\zeta$  es lo suficientemente pequeño, se puede omitir el término cortante en la Ec. (7), la cual se reduce a:

$$P = \sigma_0 - \sigma_{RR} \quad d_P = -d\sigma_{RR} \quad (8)$$

### EQUILIBRIO DE UN CUERPO LIBRE

Obtengase una sección elemental del disco. Este elemento está limitado en dos lados por dos planos radiales que pasan a través del eje de simetría y contienen un ángulo  $d\theta$ , así como por dos cilindros concéntricos de radio  $R$  y  $R + dR$ . En las superficies superior e inferior el elemento conserva las superficies de arriba y de abajo del disco, ver Fig. 1.

Para el equilibrio de las fuerzas que actúan en el elemento mostrado en la Fig. 1:

$$\begin{aligned} T \left[ \sigma_{RR} R d\theta - \left( \sigma_{RR} + \frac{\partial \sigma_{RR}}{\partial R} dR \right) (R + dR) d\theta \right] \\ + 2\pi R d\theta dR + 2\sigma_{\theta\theta} dR T \frac{d\theta}{2} = 0 \end{aligned} \quad (a)$$

Omitiendo todos los incrementos de orden mayores de 1:

$$-TR \frac{\partial \sigma_{RR}}{\partial R} + T(\sigma_{RR} - \sigma_{\theta\theta}) + 2\pi R = 0 \quad (b)$$

y como  $\sigma_{RR} = \sigma_{\theta\theta}$ , la ecuación final para el equilibrio de cuerpo libre es:

$$T d\sigma_{RR} - 2r dR = 0 \quad (9)$$

### FACTOR DE FRICCIÓN CONSTANTE

Algunos investigadores prefieren suponer un esfuerzo cortante constante entre las placas y el cuerpo. Resulta la misma expresión si se colocan dos laminillas de bajo esfuerzo en ambos lados de la muestra. El es fuerza cortante se hace:

$$\zeta = m \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} \quad (10)$$

Donde el esfuerzo de fluencia de la laminilla lubricante es  $m\sigma_0$ , entonces la Ec. 9 queda:

$$T d\sigma_{RR} - \frac{2}{\sqrt{3}} m\sigma_0 dR = 0 \quad (a)$$

y usando la Ec. (8):

$$dP = -\frac{2}{\sqrt{3}} m \sigma_0 \frac{dR}{T} \quad (b)$$

la solución es:

$$P = -\frac{2}{\sqrt{3}} m \sigma_0 \frac{R}{T} + C \quad (11)$$

Se encuentra la constante de integración a partir de la condición de frontera:

$$\sigma_{RR} \Big|_{R=R_0} = 0$$

la cual, de la Ec. 8, nos da:

$$P \Big|_{R=R_0} = \sigma_0 \quad (c)$$

Por tanto:

$$C = \sigma_0 \left( 1 + \frac{2}{\sqrt{3}} m \frac{R_0}{T} \right) \quad (d)$$

y:

$$\frac{P}{\sigma_0} = 1 + \frac{2}{\sqrt{3}} m \frac{R_0}{T} \left( 1 - \frac{R}{R_0} \right) \quad (12)$$

La presión máxima es:

$$\frac{P_{\max}}{\sigma_0} = 1 + \frac{2}{\sqrt{3}} m \frac{R_0}{T} \quad (13)$$

y la presión relativa promedio es:

$$\frac{P_{\text{ave}}}{\sigma_0} = \frac{\int_{R=0}^R R_p dR}{\pi R_0^2 \sigma_0} = 1 + \frac{2}{3} \frac{m}{\sqrt{3}} \frac{R_0}{T} \quad (14)$$

#### COEFICIENTE DE FRICCION DE COULOMB

Deslizante. Cuando se supone fricción de Coulomb deslizante entre las placas y el material:

$$Z = \mu P \quad (16)$$

Sustituyendo la Ec. (8) en la (9) se obtiene:

$$T dP + 2\mu P dR = 0 \quad (17)$$

$$\frac{dP}{P} = -2 \frac{\mu}{T} dR \quad \text{por tanto} \quad \ln P = -2 \frac{\mu}{T} R + C \quad (a)$$

La constante de integración esta determinada de la frontera en el borde cuando:

$$R = R_0 \quad \sigma_{RR} = 0 \quad (b)$$

y por la Ec. (8),  $P = \sigma_0$

$$C = \ln \sigma_0 + 2 \mu \frac{R_0}{T} \quad (c)$$

Entonces:

$$\ln \frac{P}{\sigma_0} = 2 \mu \frac{R_0 - R}{T} \quad (d)$$

$$P = \sigma_0 e^{\left[ 2 \mu (R_0 - R) / T \right]} = \sigma_0 e^{\left[ \frac{2 \mu R_0}{T} \right]} e^{\left[ -2 \mu R / T \right]} \quad (18)$$

La presión promedio es:

$$P_{ave} = \frac{2\pi \int_{R=0}^{R_0} R P dR}{\pi R_0^2} = \frac{2\pi \sigma_0 \frac{2\mu R_0}{T}}{\pi R_0^2} \int_{R=0}^{R_0} R e^{-2\mu R/T} dR$$

$$P_{ave} = -2 \frac{\sigma_0}{R_0^2} e^{\left[ \frac{2\mu R_0}{T} \right]} \frac{T}{2\mu} \left[ e^{-2\mu R/T} \left( R + \frac{T}{2\mu} \right) \right]_{R=0}^{R_0} \quad (e)$$

$$P_{ave} = \frac{\sigma_0}{\mu} \frac{T}{R_0} \left[ \frac{T}{2\mu R_0} (e^{\left[ \frac{2\mu R_0}{T} \right]} - 1) - 1 \right]$$

por tanto:

$$\frac{P_{ave}}{\sigma_0} = \frac{P}{\pi R_0^2 \sigma_0} = \frac{2}{Q} \left[ \frac{1}{Q} (e^Q - 1) - 1 \right] \quad (19)$$

donde

$$Q = 2\mu \frac{R_0}{T}$$

La presión máxima se presenta en el centro, donde  $R = 0$

$$P_{max} = P \Big|_{R=0} = \sigma_0 e^{\left[ \frac{2\mu R_0}{T} \right]} = \sigma_0 e^Q \quad (20)$$



En la Fig. 2 se presentan distribuciones de presión típicas. El efecto de  $Q$  en la presión relativa promedio,  $P_{ave} \sqrt{\sigma_0}$ , se presenta en la Fig. 2. La figura 2 demuestra el incremento en presión desde el borde del disco hacia el centro. Este incremento es nulo con fricción cero y se hace más pronunciado al incrementarse la fricción. Por esta forma, esta distribución de presión característica se llama "colina de fricción". El término adimensional  $Q$  es linealmente proporcional al coeficiente de fricción y a la relación  $R_0/T$ . El efecto de un cambio de fricción en la presión es idéntico a un cambio semejante en  $R_0/T$ . La misma combinación de fricción y términos geométricos se encuentra también en otros procesos como laminación y forja.

#### Adherente:

La Ec. (7) muestra que el esfuerzo cortante es máximo a:

$$\sigma_{RR} = -P \quad \gamma = \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} \quad (a)$$

Se concluye que la solución presentada en la sección anterior es incorrecta cuando:

$$\frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} = \tau_{max} < \tau = \mu P \quad (b)$$

ya que a  $R = R_0$ :

$$P = \sigma_0 \quad (c)$$

se sigue que a  $\mu \geq 1/\sqrt{3}$  se presenta adherencia y la muestra se deforma tan genéricamente en una capa adyacente a la placa. Si se substituye la Ec. (a) en la Ec. (9), la ecuación diferencial resultante es idéntica a la Ec. (c) de la sección "Factor de fricción constante" excepto que aquí  $m = 1$ .

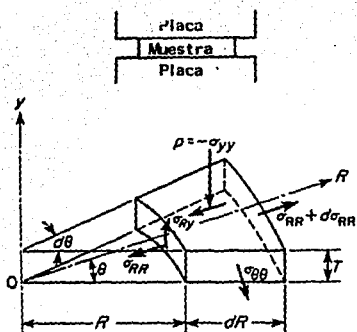


Fig. 1. La muestra y un elemento diferencial.

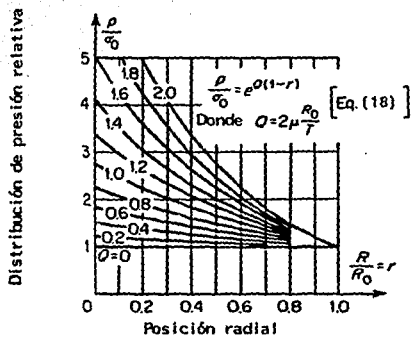


Fig. 2. Distribución de esfuerzos en cilindros forjados con fricción deslizante.

## REFERENCIAS

1. Schey, J.A. "Tribology in Metalworking". American Society for Metals, 1984.
2. Bharat Bhushan & B.K. Gupta. "Handbook of Tribology". Mc Graw Hill, 1991.
3. ASM Handbook, Vol. 18: "Friction, Lubrication and Wear Technology, 1992.
4. Schey, J.A. "The Validity of Simulating Test in Evaluating Lubricants for Deformation Processes". Metal Forming in Interrelation between Theory and Practice. Edited by A.L. Hoffmann, Plenum Press, 1971.
5. Ramaraj, T.C. & Shaw, M.C. "A New Method of Evaluating Metal-Working Lubricant". Journal of Tribology, Transactions of the ASME, Vol. 107, April 1985, pp. 216-219.
6. Male, A.T. & Cockroft, M.G. "A Method for the determination of the coefficient of friction of metals under conditions of bulk plastic deformation". Journal of the Institute of Metals, Vol. 93, 1964-1965, pp. 38-46.
7. Schroeder, W. and Webster, D.A. "Press-forging thin sections: Effect of Friction, Area and Thickness on pressure required". J. Appl. Mechanics, 1949, 16, pp. 289-294.
8. De Pierre, V., Curney, F., Male, A.J. "Mathematical calibration of the ring test with bulge formation". Technical report AFML-TR-72-37, March 1972, Air-Force Materials Laboratory, Air Force Systems Command, Wright-Patterson Air Force Base, Ohio, U.S.A.
9. Kobayashi, S. "Deformation characteristics and ductile fracture of 1040 Steel in Simple upsetting of solid cylinders and rings". Journal of Engineering for Industry. Trans. of the ASME, May 1970, pp. 391-399.
10. Male A.T. "Variations in friction coefficients of Metal during Compressive Deformation". Journal of the Institute of Metals, 1966, Vol. 94, pp. 121-125.
11. Male, A.T. & De Pierre, V. "The use of ring compression test for defining realistic metal processing parameters". Trans. ASME, Journal of Lubr. Technol., 92 (1970), pp. 389-400.

12. Hawkyard, J.B. & Johnson, W. "An Analysis of the changes in geometry of a short hollow cylinder during axial compression". Int. J. Mech. Scie. Pergamon Press Ltd. 1967, Vol. 9, pp. 163-182.
13. Martorell, I.A. "On the ring compression test". Compression testing of homogeneous materials and composites, A symposium sponsored by ASTM Committee E-28 on Mechanical Testing, Williamsburg, V.A. 10-11, March 1982, ASTM Publication Code Number 04-80 8000-23, 1916 Rare Street, Philadelphia, PA. 19103, U.S.A.
14. Mulc, A. & Kalpakjian, S. "Analysis of friction in ring compression: a factorial experiment". Journal of Engineering for Industry. Transaction of the ASME, November 1972, pp. 1189-1192.
15. Bhattacharyya, D. and Moltschamiwskyj, G. "Measurement of anisotropy by the ring compression test", Journal of Mechanical Working Technology, 13, 1986, pp. 325-330.
16. Lee, C.H. & Altan, T. "Influence of flow Stress and friction upon metal flow in upset forging rings and cylinders". Journal of Engineering for Industry, Transactions of the ASME, Aug. 1972, pp. 775-782.
17. Avitzur, B. Metal Forming: Processes and Analysis, Mc Graw Hill, Inc. New York, 1968.
18. Avitzur, B. "Bulge in Hollow Disk Forging". Air Force Materials Laboratory Technical Report TR-69-261, Nov. 1969.
19. Tanaka, M., Ono, S. and Iwadate, T. "Control of Friction for simulation forging using plasticine". Physical Modeling of Metalworking Processes, Erman and Seniantin, Eds. 1987, pp. 23-24.
20. Jurman, L., Martínez Vidal, C.A. y Saenz López A. "Comportamiento Mecánico y Trabajado de Metales". Apuntes del Curso Panamericano de Metalurgia, México, 1976.
21. Saul, G., Male, A. & De Pierre, J., "A new Method for the Determination of Material Flow Stress under Metalworking Conditions". USA AFML Tech. Report (1970) TR-70-19.
22. Bramley, A.N. and Abdul, N.A. "Stress Strain Curves from the Ring Test" Proc. 15th March. Tool Des. Cong., 1974, pp. 431-436.
23. Kulkarni, K.M. and Kalpakjian, S. "A Study of barreling as an example of free deformation in plastic working". Journal of Engineering for Industry, August 1969. pp. 743-754.
24. Mielnik, E. "Metalworking Science and Engineering", Mc Graw Hill, Inc. 1991.

25. Gunasekera, J.S., Havranek, J., Littlejohn, M.H. "The Effect of Specimen Size on Stress-Strain Behavior in Compression". *Journal of Engineering Materials and Technology, Transactions of the ASME, Vol. 104, October 1982, pp. 274-279.*
26. Schey, J.A., Venner, T.R. and Takomana, S.L. "Shape Changes in the Upsetting of Slender Cylinders". *Journal of Engineering for Industry, Transactions of the ASME, February 1982, Vol. 104, pp. 79-83.*
27. Martorell, I.A. "Concerning the ring compression Test: Bulding of the Cylinders Walls". Manuscrito proporcionado por el Dr. Martorell.
28. Colas, R. and Grinberg, A. "Stress-strain curves as derived from reduced gage section compression tests". *Scripta Metallurgica, Vol. 20, (1986), pp. 135-138.*
29. De Pierre, V. & Gurney, F. "A Method for Determination of Constant and Varying Friction Factors During Ring Compression Test". *Transaction of the ASME, Journal of Lubrication Technology, July 1974, pp. 482-488.*
30. Martorell, "Concerning the Ring Compression Test: The Neutral Radius" Manuscrito proporcionado por el Dr. Martorell.
31. Reed-Hill R. & Abbaschian R., "Physical Metallurgy Principles", Third Ed., PWS-Kent Publishing Co., 1992.