UNIVERSIDAD AUTONOMA DE GUADALAJARA

INCORPORADA A LA UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

ESCUELA DE INGENIERIA

PRACTICAS DE LABORATORIO DE CONTROL I

TESIS PROFESIONAL

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE

INGENIERO MECANICO ELECTRICISTA

P R E S E N T A

DELFINO GARCIA RUIZ

GUADALAJARA, JAL. [redacted]
2002

UNIV. AUT. DE GUADALAJARA

FACULTAD DE INGENIERIA

Vo. Bo.
José Irvázquez

Guadalajara, Jal., 12 de Junio de 1981.

CUELA DE INGENIERIA

Al Pasante de
Ingeniero Mecánico Electricista
Area: Sistemas Eléctricos y Electrónicos
Sr. Delfino García Ruíz
P r e s e n t e .

En contestación a su solicitud de fecha 4 de Mayo del presente año, me es grato informarle que la Comisión de Tesis que me honro en presidir, aprobó como tema que usted deberá desarrollar para su examen de Ingeniero Mecánico Electricista, el que a continuación transcribo:

" PRACTICAS DE LABORATORIO DE CONTROL I ".

I.- INTRODUCCION.

II.- GENERALIDADES.

III.- SISTEMAS MECANICOS.

IV.- SISTEMAS HIDRAULICOS.

V.- SISTEMAS NEUMATICOS.

VI.- SISTEMAS ELECTRICOS.

VII.- ANALOGIAS.

VIII.- CONCLUSIONES.

BIBLIOGRAFIA.

Ruego a usted tomar nota que la copia fotografiada del presente oficio, deberá ser incluída en los preliminares de todo ejemplar de su tesis.

A t e n t a m e n t e .
"CIENCIA Y LIBERTAD"

Ing. Luís Jorge Aguilera Casillas.
Director.

D E D I C A T O R I A

CON CARIÑO Y AGRADECIMIENTO A MI ESPOSA, QUE ME APOYO EN TODOS LOS SENTIDOS PARA LA REALIZACION DE ESTE TRABAJO. A MI MADRE QUE CON TEZON Y SACRIFICIOS VIO REALIZADO SU PROPOSITO. A MIS TIOS Y FAMILIARES QUE DEPOSITARON TODA SU CONFIANZA, Y DESINTERESADAMENTE ME AYUDARON EN LA CULMINACION DE ESTA META. IGUALMENTE A PROFESORES Y AMIGOS QUE CONTRIBUYERON CON SU GRAN ENTUSIASMO EN AUXILIARME EN TODOS ASPECTOS.

INDICE

I.- INTRODUCCION 1

Avances existentes dentro de la materia en cuestion y las necesidades del mismo en una institucion educativa.

II.- GENERALIDADES 3

Breve explicación de lo que es la materia y de cómo se somete a prueba dicho sistema analizando el modelo físico, el modelo matemático, su analogía respecto a otros sistemas y las facilidades que nos presentan las computadoras -- Analógicas y Digitales.

III.- SISTEMAS MECANICOS 4

- Conocimiento del tema con su bibliografía
- Obtención del modelo matemático a partir del modelo físico, como también su simulación computacional.
- Ejemplo
- Equipo sugerido para realizar la práctica
- Práctica
- Test sobre la práctica

Todos los capítulos posteriores se desglosarán con el mismo desarrollo.

IV.- SISTEMAS HIDRAULICOS 16

V.- SISTEMAS NEUMATICOS 24

VI.- SISTEMAS ELECTRICOS 37

VII.- ANALOGIAS 45

Apéndice A: COMPUTADORAS ANALOGICAS 52
Apéndice B: COMPUTADORAS DIGITALES 74
Apéndice C: SOLUCION A LAS DIFERENTES PRACTICAS Y RESPUESTAS DE LOS TESTS 84

BIBLIOGRAFIA 97

CAPITULO I

I N T R O D U C C I O N

Desde tiempo atrás el hombre ha tenido la necesidad de controlar todo tipo de procesos que él mismo ha inventado para que con ese centro, poder tener un resultado más óptimo; por lo tanto esto nos lleva a tener un sistema de control, en donde encontraremos un sinnúmero de ellos como lo son los sistemas eléctricos, mecánicos, neumáticos, hidráulicos, electrónicos, etc.

Como todo ha ido evolucionando, la Ingeniería de Control no se quedó atrás y fue abarcando cada vez más campos como son: El económico, estadístico, etc.; por lo tanto conforme al avance tecnológico, hay nuevos campos para la Ingeniería de Control.

Desde sus inicios hasta la fecha, la Ingeniería de Control ha avanzado enormemente, de tal forma que se pueden considerar dos períodos ligados entre sí, debido al inicio clásico o convencional y al gran auge moderno que existe en la actualidad.

Es importante hacer notar que la teoría de control moderna no reemplaza totalmente al control clásico, ya que en la actualidad se basa en aspectos útiles tanto en lo clásico como en lo moderno.

En toda institución educativa a nivel universitario existe la necesidad de contar con un laboratorio de prácticas, el cual debe tener como objetivo principal aumentar el nivel educativo del alumno como complemento de la teoría. Compaginando la teoría con la práctica el alumno se siente más capacitado para atacar problemas que se le presenten en la vida profesional, teniendo un criterio más amplio.

Viendo esta necesidad, decidimos aportar un manual de prácticas para la materia de Ingeniería de Control, el cual sólo será un complemento de la materia; cabe señalar que este manual no se aplicaría únicamente a esta materia sino a todas aquellas que se enfoquen hacia esta área de estudio, tal vez sólo se cambiaría el formato de las preguntas, dependiendo del objetivo de la materia.

En este manual enfocaremos estas prácticas dentro de la teoría de control clásico, para dar al alumno unas bases para el mejor uso de las herramientas de la Ingeniería de Control Moderna.

CAPITULO II

G E N E R A L I D A D E S

En la ingeniería, muchos sistemas dinámicos lineales y no lineales (sist. lineales son aquellos en los que las ecuaciones diferenciales del modelo físico son lineales) ya sean mecánicos, eléctricos, hidráulicos, etc., -- pueden ser caracterizados por ecuaciones diferenciales, - que al ser resueltas, se puede conocer la respuesta de un sistema dinámico ante una entrada de prueba (ejem. entrada escalón, rampa, senoidal, etc.). Para obtener las - - ecuaciones diferenciales se utilizan las leyes físicas -- que gobiernan a un sistema en particular.

La descripción matemática de las características - dinámicas de un sistema se denomina modelo matemático. - Una vez obtenido el modelo matemático se pueden utilizar- diversas herramientas analíticos y computacionales, con el objeto de un adecuado análisis y síntesis.

En el análisis, el primer paso es obtener un modelo matemático del sistema, el cual es sólo una colección- de relaciones lógicas entre las señales de entrada y salida o excitaciones y respuestas de un sistema dado.

Esto se obtiene al juntar de una manera secuencial los modelos matemáticos de los distintos componentes que forman al sistema, sintetizando así, en un solo bloque todo el sistema, para poder analizarlo ya sea analíticamente o con ayuda de computadoras analógicas o digitales.

CAPITULO III

SISTEMAS MECANICOS

Los sistemas mecánicos pueden clasificarse en tres categorías basadas en la naturaleza del movimiento:

1. SISTEMAS TRANSLACIONALES. Estos son sistemas mecáni-- cos en los cuales el movimiento es a lo largo de una - línea recta.

2. SISTEMAS ROTACIONALES. Estos son sistemas mecánicos - en los cuales el movimiento es circular.

3. SISTEMAS TRANSLACIONALES Y ROTACIONALES. Son sistemas- en los cuales simultáneamente ocurren ambos movimien-- tos.

En esta práctica nos enfocaremos a los sistemas - translacionales, debido a la facilidad de obtención de los materiales para realizar la práctica y también por su simplicidad para su mejor comprensión.

Para las dos últimas categorías se puede ver la similitud que hay respecto a la primera, en cuanto a la obtención del modelo matemático se refiere; si se desea profundizar véase ref. [1]

En los sistemas translacionales existen dos clases de elementos:

SISTEMA DE TRANSLACION

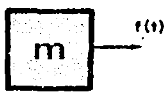
- ELEMENTOS ACTIVOS
  - FUERZA
  - VELOCIDAD
  - INERCIA
  - RIGIDEZ
- ELEMENTOS PASIVOS
  - MASA
  - FRICCION
  - ELASTICIDAD

La representación simbólica de estos elementos y sus modelos matemáticos los veremos a continuación:

SIMBOLO	MODELO MATEMATICO	DEFINICION

MASA $f(t) = ma$

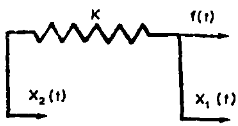
$f(t)$=Fuerza aplicada



a = Aceleración

m = Masa

RESORTE $f(t)= K[x_1(t)-x_2(t)]$

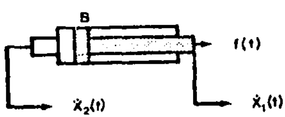


$f(t)$= Fuerza aplicada por el resorte.

$x_1(t)=x_2(t)$=Desplazamiento.

K = Constante del resorte.

AMORTIGUADOR $f(t)=B[\dot{x}_1(t) - \dot{x}_2(t)]$



B = Coeficiente de fricción o amortiguamiento.

$\dot{x}_1 = \dot{x}_2$ = Velocidad.

A continuación se dará una tabla en la cual se encuentran las dimensiones y unidades de los elementos de un sistema mecánico (translacional).

ELEMENTO	SIMBOLO	SIST.MKS	SIST. INGLES	
FUERZA	f	Newtons	Libras	Onzas
DESPLAZAMIENTO	X(t)	Metros	Pies	Pulgadas
VELOCIDAD	$\dot{X}(t)$	Met./Seg.	Pies/Seg.	Pul./Seg.
ACELERACION	$\ddot{X}(t)$	Met./Seg^2.	Pies/Seg^2.	Pul./Seg^2.
MASA	M	Kilogramos	Slug*	+
RIGIDEZ ELASTICA	K	Newton/Metro	Libras/Pies	Onzas/Pulg.
COEFICIENTE DE FRICCION VISCOSA	B	Newton/Metro/Seg.	Libras/Pies/Seg	Onzas/Pulg/Seg.

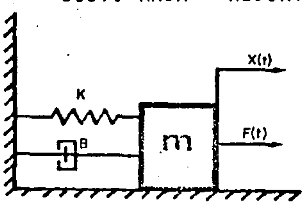
* SLUG.- Libras/g donde g = 32.2 pies/seg^2

\+ No hay nombre para esta columna. Si es necesario puede expresarse como onzas/g por pulgada.

Ejemplo: SISTEMA MECANICO

SIST. MASA - RESORTE - AMORTIGUADOR

SEA:



Señal de entrada

f(t) = Fuerza aplicada

Señal de salida

X(t) = Desplazamiento

Fig.3.1

Aplicando la segunda ley de Newton al diagrama de cuerpo libre (F=ma) nos da la ecuación diferencial que gobierna a este sistema mecánico.

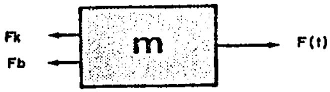


FIGURA 3.2

Diagrama de Cuerpo Libre de la fig. 3.1

$$F(t) - F_k - F_b = m\,\ddot{X}\,(t)$$

$$F(t) - B\,\dot{X}(t) - K\,X\,(t) = m\,\ddot{X}\,(t)$$

$$m\,\ddot{X}\,(t) + B\,\dot{X}\,(t) + K\,X\,(t) = F\,(t)$$

Aplicando transformadas de Laplace (C.I. = 0)

Encontramos la función de transferencia.

$$\frac{X\,(s)}{F\,(s)} = \frac{1/m}{S^2 + \frac{B}{m}\,S + K/m}$$

Como tenemos un sistema de segundo orden podemos utilizar la fórmula general:

$$\frac{X\,(s)}{F\,(s)} = \frac{C\,W_n}{S^2 + 2\,\zeta\,W_n\,S + W_n^{\,2}}$$

ζ = Relación de amortiguamiento = $\dfrac{B}{2\sqrt{Km}}$

W_n = Frec. Natural no amortiguada $= \sqrt{K/m}$ (rad/seg)

Se observará que W_n se controla mediante K y M pero no a través de B y que ζ queda determinado por B.

La ecuación característica es:

$$S^2 + 2\zeta W_n S + W_n^2 = 0$$

Cuyas raíces son: $S_{1,2} = -\zeta W_n \pm \sqrt{\zeta^2 - 1}\ W_n$

Examinando el comportamiento de ζ (variando B), manteniendo constante los demás parámetros, encontraremos tres tipos de respuestas según las raíces.

$\zeta > 1$ RAICES REALES DIFERENTES (Sist. responde con un amortiguamiento grande)

$\zeta = 1$ RAICES REALES REPETIDAS (Responde con amortiguamiento crítico)

$0 < \zeta < 1$ RAICES COMPLEJAS CONJUGADAS (Responde con amortiguamiento pequeño)

Si la relación de amortiguamiento es igual a cero, la respuesta se vuelve no amortiguada y las oscilaciones continúan indefinidamente a una frecuencia W_n (Sit. ideal).

Metemos una señal de prueba, escalón al sistema y vemos su respuesta; esto se logra aplicando la transformada inversa de Laplace a nuestra función de transferencia, lo cual da:

$$X(t) = 1 - \frac{e^{-\zeta \omega_n t}}{\sqrt{1-\zeta^2}} \operatorname{Sen}\left(W_d + \tan^{-1} \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta}\right)$$

$W_d = W_n \sqrt{1-\zeta^2}$ = Frec. natural amortiguada.

Daremos a "B" diferentes valores, de tal forma que obtendremos los casos mencionados anteriormente.

CASO DE SOBREAMORTIGUAMIENTO ($\zeta > I$)

$K = 25$ Kg./m $\quad M = 4.24 \frac{Kg - seg.^2}{m} \quad B = 30.89 \frac{Kg - seg}{m}$

$F(t) = I7\, u(t)\, Kg_f$

APLICANDO ESTOS VALORES A LA FUNCION DE TRANSFERENCIA:

$$X(s) = \frac{(4)\,(F(s))}{S^2 + 7.285\,S + 5.9} = \frac{C\;5.9}{S\,(S^2 + 7.285\,S + 5.9)}$$

APLICANDO TRANSFORMADA INVERSA (Fracciones parciales)

$$X(t) = C\,(I - 1.171e^{-0.9282\,t} + 0.171e^{-6.3568\,t})$$

$$C = 0.678$$

$$X(t) = 0.678 - 0.794e^{-0.93\,t} + 0.116e^{-6.36\,t}$$

CASO CRITICAMENTE AMORTIGUADO ($\zeta = I$)

$K = 25$ Kg/m $\quad M = \frac{4.24\ Kg - seg^2}{m} \quad B = 20.61$ Kg-seg/m

$F(t) = 17\, u(t)\, Kg_f$

$$X(s) = \frac{C\,(5.9)}{S\,(S^2 + 4.8601\,S + 5.9)} = \frac{C\,(5.9)}{S\,(S + 2.429)^2}$$

$$X(t) = C\,(I - 1.647te^{-2.429\,t} - 0.678e^{-2.429\,t})$$

$$X(t) = 0.678 - 1.646te^{-2.429\,t} - 0.678e^{-2.429\,t}$$

CASO SUBAMORTIGUADO $(0 < \zeta < 1)$

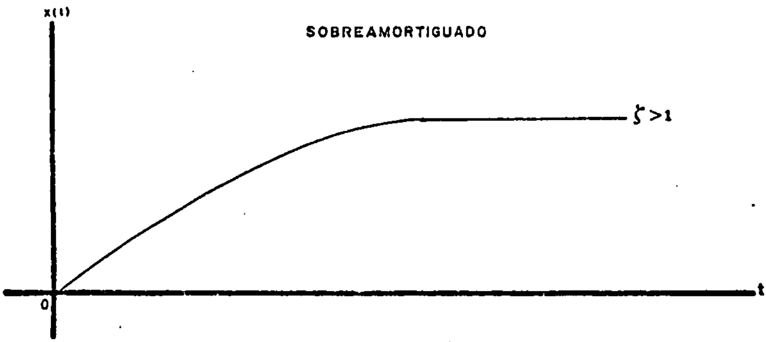
$K = 25\ Kg/m \qquad M = \frac{4.24\ Kg - seg^2}{m} \qquad B = 8.48\ Kg - seg/m$

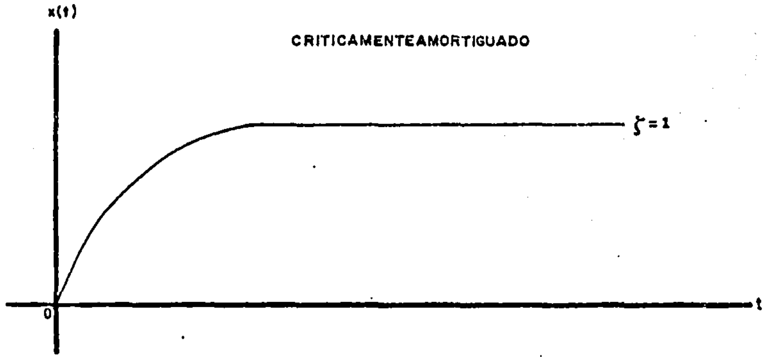
$F(t) = 17\ u(t)\ Kg,$

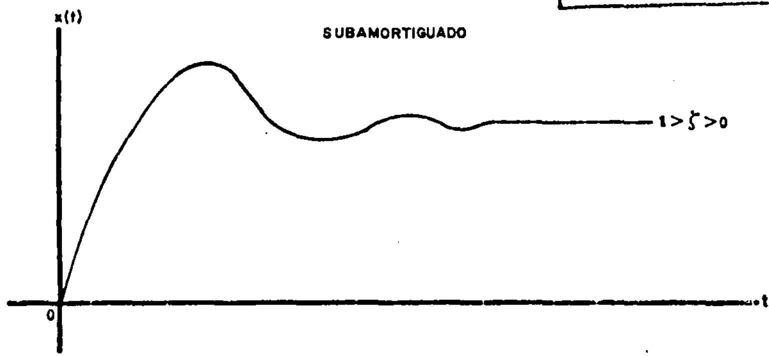
$X(t) = C \left[1 - 1.1e^{-t}\ \ Sen\,(2.21t + 1.15) \right]$

$X(t) = 0.678 - 0.746e^{-t}\ \ Sen\,(2.21t + 1.15)$

A continuación se mostrarán las gráficas de las respuestas para cada uno de los casos.




x(t)
CRITICAMENTEAMORTIGUADO
ζ=1
0
t


x(t)
SUBAMORTIGUADO
1>ζ>0
0
t

Para obtener la simulación en la computadora analógica (Apéndice A) ocupamos las ecuaciones diferenciales para sacar el diagrama del circuito analógico.

PARA EL CASO DE $\zeta > I$

$\ddot{X}(t) + 7.285\,\dot{X}(t) + 5.9\,X(t) = 4\,u(t)$

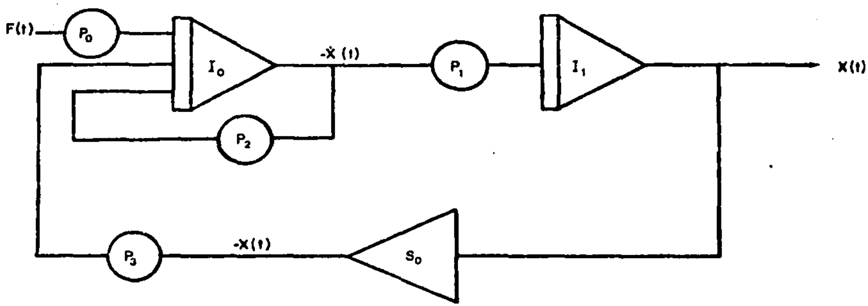
EN $\zeta = I$ TENEMOS

$\ddot{X}(t) + 4.86\,\dot{X}(t) + 5.9\,X(t) = 4\,u(t)$

Y PARA $0 < \zeta < I$

$\ddot{X}(t) + 2\,\dot{X}(t) + 5.9\,X(t) = 4\,u(t)$

Por lo tanto nuestro Diagrama Analógico será:
REFERENCIA APENDICE A



Para poder obtener los valores de los potenciómetros necesitamos los valores máximos de nuestra variable de salida y su derivada y además el valor de β que es el escalamiento en el eje de tiempo, o sea, tiempo máquina.

En este caso:

$X(t)_{max} = 0.678$ m $\quad \dot{X}(t)_{max} = 0.453$ m/seg $\quad \beta = 10$

$\ddot{X}(t)_{max} = 0.303 \quad X(o) = \dot{X}(0) = 0$

Entonces obtenemos los valores de los potenciómetros y sus respectivas entradas K a los integradores.

PARA $\zeta > 1$

$P_0 = 0.132 \quad P_1 = 0.109 \quad P_2 = 0.109 \quad P_3 = 0.132 \qquad \beta = 1$

$K_0 = 10 \quad K_1 = 10 \quad K_2 = 10 \quad K_3 = 10$

PARA $\zeta = 1$

$P_0 = 0.738 \quad P_1 = 0.543 \quad P_2 = 0.543 \quad P_3 = 0.738$

$K_0 = 10 \quad K_1 = 10 \quad K_2 = 10 \quad K_3 = 10$

PARA $0 < \zeta < 1$

$P_0 = 0.415 \quad P_1 = 0.138 \quad P_2 = 0.138 \quad P_3 = 0.515 \qquad \beta = 1$

$K_0 = 10 \quad K_1 = 10 \quad K_2 = 10 \quad K_3 = 10$

Al obtener las gráficas en la computadora analógica se verá que concuerdan con las obtenidas analíticamente.

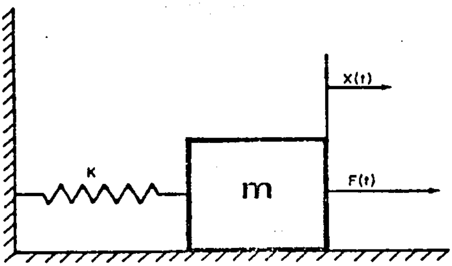
REFERENCIA APENDICE A

P R A C T I C A # 1

OBJETIVO:

Estudio del comportamiento de un sistema mecánico - de segundo orden ante un cambio de entrada escalón, comparando la respuesta real físicamente con la simulada por el computador analógico.

SISTEMA MASA - RESORTE



$X(t)_{max} = 0.55$ m

$\dot{X}(t)_{max} = 0.84$ m/seg.

$\ddot{X}(t)_{max} = 2.52$

$\beta = 1$

FIG. 3

Equipo sugerido para realizar la práctica:

- Una fuente variable que origine una fuerza de 10 u(t) Nt
- Una masa de 4 Kg - seg^2/m
- Un resorte que tenga una constante de 36 Kg/m (K)
- Computador analógico
- Conexiones
- Dinamómetro

CUESTIONARIO

a) Encontrar la función de transferencia.

b) Determinar la respuesta de la señal X(t) analíticamente y graficarla cuando la entrada es un escalón $\left[10\,u(t)\right]$

c) Obtener el diagrama del computador analógico al simular la respuesta del sistema.

d) Se podrán aplicar otras preguntas de acuerdo al avance de la materia (se deja al criterio del maestro).

e) Conclusiones.

CAPITULO IV

SISTEMAS HIDRAULICOS

Trataremos de definir la palabra hidráulica, la - - cual proviene del griego Hydor que significa agua y trata- todas las leyes relacionadas con el medio. (agua)

Hoy en día a la hidráulica se le usa para transmi-- tir y controlar fuerzas y movimientos por medio de líqui-- dos; esto es, utilizarlos para la transmisión de energía.- En la mayoría de los casos se usa aceite mineral, pero también pueden ser líquidos sintéticos, agua o una emulsión - aceite-agua.

Debemos tener en cuenta una cosa muy importante en un sistema hidráulico y es que si el líquido es incompre-- sible, el gasto que entra es igual al que sale; por otro - lado la diferencia de presión en cualquier instante de - - tiempo alrededor de una trayectoria cerrada es nula.

Expondremos algunas razones para usar un sistema hidráulico:

- Grandes fuerzas o momentos de giro producidos en reducidos espacios de montaje.

- Graduación de la fuerza automáticamente según las necesidades.

- El movimiento puede realizarse con carga máxima desde el arranque.

- Graduación continua simple (control o regulación) de velocidad, momento o fuerza.

- Protección simple contra sobrecarga.

- Util en movimientos rápidos controlados como también en movimientos de precisión y extremadamente lentos.

- Acumulación relativamente sencilla de energía por medio de gases.

- Posibilidad de un sistema de propulsión central con - - transformación en energía mecánica descentralizada.

Un dispositivo hidráulico que utiliza el impacto o energía cinética del líquido para transmitir potencia, se le denomina dispositivo hidrodinámico, y cuando el dispositivo opera mediante la fuerza aplicada a un líquido confinado, se le denomina dispositivo hidrostático; en este caso la presión resulta ser la fuerza aplicada, distribuida en toda el área libre y se expresa como: fuerza entre unidad de área = $\frac{F}{A}$

En unidades podemos expresarlo de la siguiente forma normalmente en $lbs/pulg^2$ o como psi.

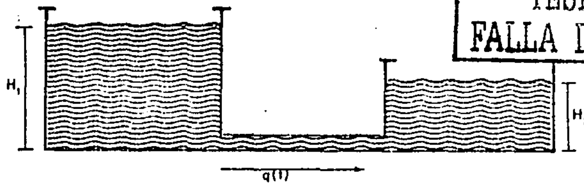
- DIFERENTES UNIDADES UTILIZADAS EN LOS SISTEMAS HIDRAULICOS

SISTEMA HIDRAULICO.

GASTO	Q	$Q= A\ v(t)$	$M^3/seg.$
PRESION	p	$p= F/A$	$Newton/m^2$
RESISTENCIA	R	$R= d\ \left(\frac{\Delta H}{dq}\right)$	seg/m^2
CAPACITANCIA	C	$C= \frac{d\ q}{d\ h}$	m^2

Enseguida veremos unos ejemplos sencillos a grandes rasgos.

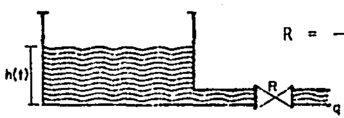
En el primer ejemplo, tenemos dos tanques, como vemos en la siguiente figura:



Este sistema formado por los tanques de sección -- cte. y niveles dados H_1 y H_2 de fluido interconectados - por una línea o tubería de pequeña longitud. Esta línea - representa una resistencia a la circulación del fluido y ésta es igual al cambio de diferencia de nivel entre los tanques necesarios para causar un cambio unitario en la - relación de flujo.

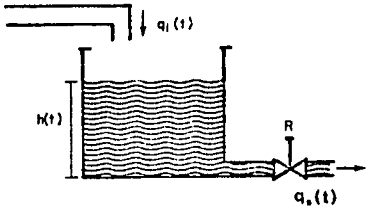
$$R = \frac{\text{Cambio en diferencia de nivel}}{\text{Cambio en relación de flujo}} = \frac{\Delta (H_2 - H_1)}{\Delta Q}$$

En el caso de tener un solo tanque como veremos a continuación, será entonces $H_2 = 0$ y tendríamos una válvu la como restricción de salida.



$$R = \frac{\Delta H}{\Delta Q}, \text{ en el límite } R = \frac{dh(t)}{dq(t)}$$

Ahora consideraremos de nuevo el tanque anterior - pero con un flujo de entrada q_1 (t) y drenándole un flujo de salida $q_o(t)$ se puede aplicar sobre este sistema la continuidad la cual establece que el flujo de entrada menos el flujo de salida es igual a la variación temporal del volumen de fluido en el interior del tanque.



$$q_i(t) - q_o(t) = \frac{d\,Vol(t)}{dt}$$

$$q_i(t) - q_o(t) = \frac{d\,A(t)\cdot h(t)}{dt}$$

En donde h(t) es el nivel de fluido y A(t) el área de la sección transversal del tanque y como esta última es <u>Cte</u>

$$q_i(t) - q_o(t) = \frac{A\,dh(t)}{dT} \quad \therefore$$

$$A\frac{dh(t)}{d(t)} + \frac{1}{R}h(t) = q_i$$

Utilizando la transformada de Laplace nos da:

$$(ARS + 1)\,H(s) = R\,Q_i(s)$$

Ahora si consideramos $q_i(t)$ como entrada y h(t) como salida tenemos lo siguiente:

$$\frac{H(s)}{Q_i(s)} = \frac{R}{ARS + 1}$$

Para llegar a la solución que se obtendrá en la computadora analógica partiremos de la función de transferencia anterior.

$$\frac{H\ (s)}{Q_1\ (s)} = \frac{R}{ARS+1}$$

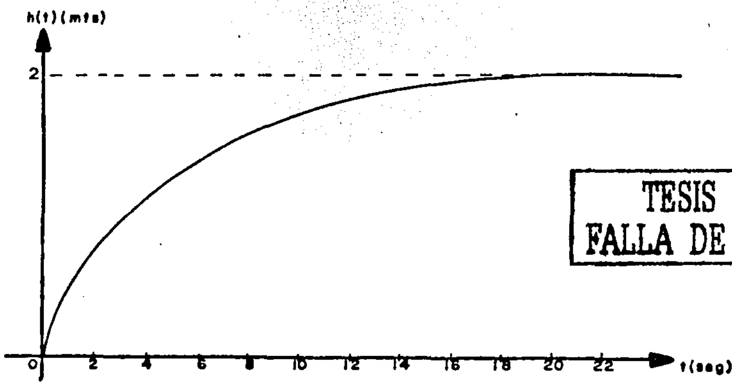
En este caso la constante de tiempo es τ = AR seg., donde la respuesta ante una entrada de prueba escalón, $[q_1(t) = K\,u(t)]$ mts.^{3} /seg. será:

$$h(t) = u(t) \left[1 - K_1\, e^{-t/\tau} \right] \text{ mts.}$$

Tomando valores arbitrarios para A y R por ejemplo- $A = 3M^2$ y $R = 2$ seg/m^2 resulta que $\tau = 6$ seg.

Y considerando un escalón unitario para la entrada- de flujo $q_1(t)$ tendremos: $h(t) = 2 - 2^{-1/6t} = 2\,(1 - e^{-1/6t})$

Graficando la respuesta nos da

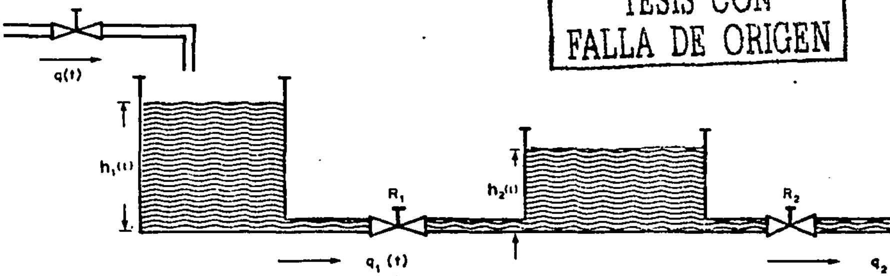


PRACTICA No. 2

Analizar el comportamiento de un sistema hidráulico de segundo orden ante una entrada escalón y comparar la respuesta obtenida analíticamente con la simulada en la computadora analógica.

Sistema:

Dos tanques de nivel de líquido que interactúan entre sí.



SEÑAL DE ENTRADA ESCALON

$q(t) = 0.02\ m^3/seg.$

Señal de salida = $q_2(t)\ m^3/seg.$

En esta práctica se utilizará la capacitancia C, definida como la variación en cantidad de líquido acumulado necesario para producir una variación unitaria en el potencial.

$$C = \frac{\text{Variación en el líquido almacenado, en } m^3}{\text{Variación de carga, en metros.}}$$

La capacitación del tanque es igual al área de la sección recta. Si ésta es constante, la capacitancia es constante para cualquier carga.

Donde: $C_1 = 0.5\ m^2$, $C_2 = 0.66\ m^2$

$R_1 = 1\ seg/m^2$ $R_2 = 0.6\ seg/m^2$

Como equipo sugerido para la práctica se tomarán los dos tanques y las válvulas con las condiciones necesarias para la práctica, de cualquier modo se puede efectuar la práctica sin que se tenga el equipo necesario, lógicamente no se puede prescindir de la computadora analógica.

CUESTIONARIO

a) Encontrar la función de transferencia por medio de -- diagramas de bloques.

b) Determinar la respuesta $q_2(t)$ analíticamente y grafi-- carla.

c) Observar la respuesta físicamente y tomar las lecturas de los indicadores.

d) Obtener el diagrama de la computadora al simular la -- respuesta.

e) Comparar las respuestas y sacar conclusiones.

f) Se pueden aplicar otras preguntas de acuerdo al avance de la materia.

g) Conclusiones.

CAPITULO V

SISTEMAS NEUMATICOS

Causará asombro el hecho de que la neumática se haya podido expandir en tan corto tiempo y con tanta rapidez. Esto se debe, entre otras cosas, a que en la solución de algunos problemas de automatización no puede disponerse de otro medio que sea más simple y más económico.

¿Cuáles son las propiedades del aire comprimido que han contribuido a su popularidad?

ABUNDANTE: Está disponible para su comprensión prácticamente en todo el mundo, en cantidades ilimitadas.

TRANSPORTE: El aire comprimido puede ser fácilmente transportado por tuberías, incluso a grandes distancias. No es necesario disponer de tuberías de retorno.

ALMACENABLE: No es preciso que un compresor permanezca continuamente en servicio. El aire comprimido puede almacenarse en depósitos y tomarse de éstos. Además se puede transportar en recipientes.

TEMPERATURA: El aire comprimido es insensible a las variaciones de temperatura; garantiza un trabajo seguro incluso a temperaturas extremas.

ANTIDEFLAGRANTE: No existe ningún riesgo de explosión ni incendio; por lo tanto, no es necesario disponer de instalaciones antideflagrantes, que son caras.

LIMPIO: El aire comprimido es limpio y, en caso de faltas de estanqueidad en tuberías o elementos no produce ningún ensuciamiento. Esto es muy importante, por ejemplo, en las industrias alimenticias, de la madera, textiles y del cuero.

CONSTITUCION DE LOS ELEMENTOS: La concepción de los elementos de trabajo es simple, y por tanto, de precio económico.

VELOCIDAD: Es un medio de trabajo muy rápido y, por eso, permite obtener velocidades de trabajo muy elevadas.

(La velocidad de trabajo de cilindros neumáticos puede regularse sin escalones).

A PRUEBA DE SOBRECARGAS: Las herramientas y elementos de trabajo neumáticos pueden utilizarse hasta su parada completa sin riesgo alguno de sobrecargas.

Para delimitar el campo de utilización de la neumática es preciso conocer también las propiedades adversas.

PREPARACION: El aire comprimido debe ser preparado antes de su utilización. Es preciso eliminar impurezas y humedad (al objeto de evitar un desgaste prematuro de los componentes).

COMPRENSIBLE: Con aire comprimido no es posible obtener -

para los émbolos velocidades uniformes y -- constantes.

FUERZA: El aire comprimido es económico sólo hasta cierta fuerza. Condicionado por la presión de servicio normalmente usual de 700 kPa -- (7 bar), el límite, también en función de - la carrera y la velocidad, es de 20,000 a - 30,000 N (2000 a 3000 kp).

ESCAPE: El escape de aire produce ruido. No obstante, este problema ya se ha resuelto en gran parte gracias al desarrollo de materiales - insonorizantes.

COSTOS: El aire comprimido es una fuente de energía relativamente cara; este elevado costo de - recompensa en su mayor parte por los elementos de precio económico y el buen rendimiento (cadencias elevadas).

A continuacion mostramos una tabla de unidades basicas para el auxilio de estas practicas.

Unidades básicas		Unidades y símbolos	
Magnitud	Abreviatura	Sistema técnico	Sistema de unidades SI
Longitud	I	metro (m)	el metro (m)
Masa	m	$\frac{kp \cdot S^2}{m}$	el kilogramo (kg)
Tiempo	t	segundo (s)	el segundo (s)
Temperatura	T	grado centígrado (°C) (grado Celsio)	el kelvin (K)
Intensidad de corriente	I	Amperio (A)	el amperio (A)
Intensidad luminosa	I		La candela (cd)
Volumen molecular	n		el mol (mol)

Unidades derivadas		Unidades y símbolos derivados	
Magnitud	Abreviatura	Sistema técnico	Sistema de unidades SI
Fuerza	F	kilopondio (kp) o Kilogramo fuerza (kgf)	Newton (N) 1 N = $\frac{1\ kg.\ m}{S^2}$
Superficie	A	metro cuadrado (m^2)	metro cuadrado (m^2)
Volumen	V	metro cúbico (m^3)	metro cúbico (m^3)
Caudal	$\dot{V}$ (Q)	(m^3/s)	(m^3/s)
Presión	P	atsmósfera (at) (kp/cm^2)	Pascal (Pa) 1 pa = $\frac{1\ N}{m^2}$ Bar (bar) 1 bar= 10^5 Pa= 100kPa

La combinación entre los sistemas internacional y - técnico de medidas está constituida por la

LEY DE NEWTON	FUERZA	= Masa Aceleración
	F	= m a , siendo a la
ACELERACION DE LA GRAVEDAD	G	$= 9.81 \; m/s^2$.

Para convertir las magnitudes antes indicadas de un sistema a otra rigen los siguientes valores de conversión:

Masa $\quad 1 \; Kg = \frac{1}{9.81} \; \frac{kp. \; s^2}{m}$

Fuerza $\quad 1 \; kp = 9.81 \; N$

Para los cálculos aproximados puede suponerse

$1 \; kp \approx 10 \; N$

Temperatura $\quad$ Diferencia de temperatura $1°C = 1 \; K$ (kelvin)

Punto cero $\quad 0°C = 273 \; K$ (kelvin)

Presión $\quad$ Además de las unidades indicadas en la relación (at en sl sistema técnico, así como bar y Pa en el 'sistema SI'), se utilizan a menudo otras designaciones. Al objeto de completar la relación, también se citan a continuación.

1. Atmósfera, at
(presión absoluta en el sistema técnico de medidas
$1 \; at = 1 \; kp/cm^2 = 0.981$ bar (98.1 kPa)

2. Pascal, Pa
   Bar, bar
   (presión absoluta en el sistema de unidades)

   $$1\ Pa = \frac{1\ N}{m^2} = 10^{-5}\ bar$$

   $$1\ Bar = \frac{10^5\ N}{m^2} = 10^5\ Pa = 1{,}02\ at$$

3. Atmósfera física, at
   (presión absoluta en el sistema físico de medidas)
   1 atm = 1,033 at = 1,013 bar (101,3 kPa)

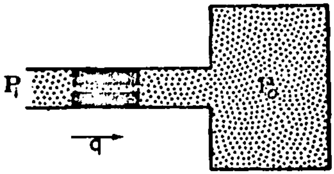
4. Milímetros de columna de mercurio, mm Hg (corresponde a la unidad de presión Torr)
   1 mm Hg = 1 Torr
   1 at = 736 Torr, 100 Kpa (1 bar) = 750 Torr

Como sobre la tierra todo está sometido a la presión atmosférica, no notamos ésta. Se toma la correspondiente presión atmosférica Pamb como presión de referencia y cualquier divergencia de ésta se designa de sobrepresión Pe.(Presión Monométrica).

EJEMPLO DE SISTEMA NEUMATICO

Expondremos un ejemplo sencillo de un sistema de -- presión.

Sea el sistema de presión que aparece en la Fig. -- 5.1, en este caso la diferencia de presión marca el flujo- de gas a través de la restricción.



Un sistema de presión como éste, se caracteriza en términos de una resistencia y una capacitancia.

Se puede definir la resistencia R del flujo de gas del siguiente modo:

$$R = \frac{\text{Variación de la diferencia de presión del gas en libras/pie}^2}{\text{Variación del caudal en libras/seg.}}$$

Se define la capacitancia del recipiente como:

$$C = \frac{\text{Variación del gas almacenado en libras.}}{\text{Variación de la presión del gas en libras/pie}^2}$$

$$C = \frac{dm}{dp} = V\frac{d\rho}{dp}$$

m = Masa del gas en el recipiente

ρ = Densidad en libras/pie^3

V = Volumen del gas en el recipiente en pie^3

De donde se puede llegar a:

$$C = \frac{V}{n \, R_{gas} \, T}$$

T = Temperatura absoluta °R

R_{gas} = Constante del gas en pies-libra °R

n = Exponente politrópico

El exponente politrófico n es igual a la unidad para la expansión isotérmica.

Para la expansión adiabética n es igual a la relación de los calores específicos.

C_p / C_v.

C_p = Calor específico a P= constante

C_v = Calor específico a V= constante

Para un recipiente determinado la capacitancia es constante si la temperatura es constante.

Para valores pequeños de P_i y P_o

La resistencia R se vuelve constante como $R = \dfrac{P_i - P_o}{q}$

La modificación de presión dp_o multiplicada por la capacitancia C da el gas añadido al recipiente durante dt segundos, por lo que

$$C \frac{d\,p_o}{dt} = q \; d \; t$$

$$C \frac{d\,p_o}{dt} = \frac{P_i - P_o}{R}$$

Si P_i y P_o son consideradas la entrada y la salida respectivamente, la función de transferencia del sistema es:

$$\frac{P_o(s)}{P_i(s)} = \frac{1}{RCS + 1}$$

Supongamos que tenemos un recipiente de 20 pies^3 que contiene aire de 160°, y sabiendo que $R_{aire} = 53.3$ pie-libra/libra ^oR, además el proceso de expansión es isotérmico.

Encontramos.

$$C = \frac{20}{1x53.3x620} = 6.05 \times 10^{-4} \text{ libras/libras/pie}^2$$

y usando un estrechamiento con $R = 800 \times 10^3 \; \frac{lb/pie^2}{lb/seg}$

Con $P_i(t) = 14\, u(t)$ lb/pulg^2

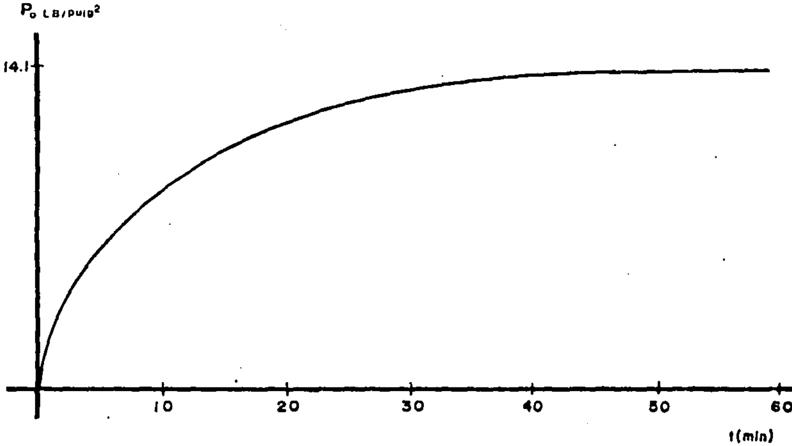
Observamos que $\tau = 484$ seg = 8.06 min.

$$P_o(s) = \frac{0.029}{S\,(S + 2.06 \times 10^{-3})}$$

Encontrando la solución por medio de la transformadora inversa de Laplace.

$$P_o(t) = 14.1\,(1 - e^{-2.06 \times 10^{-3} t})$$

y graficándola:

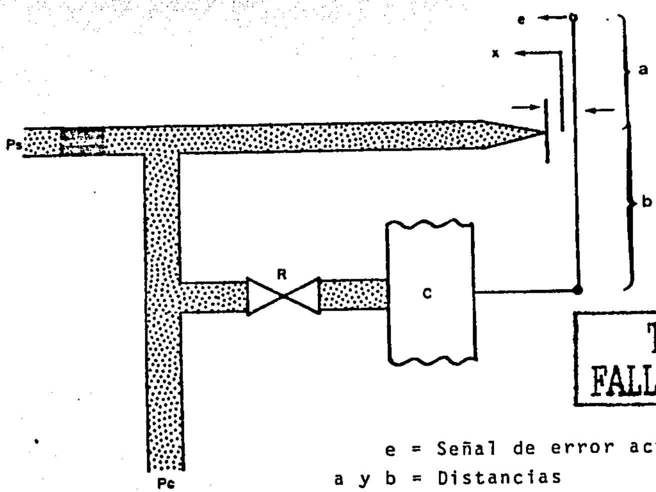


P_o LB/pulg²
14.1
10
20
30
40
50
60
t(min)

P R A C T I C A No. 3

• Analizar el comportamiento de un control neumático, encontrando la respuesta a una señal escalón. Veremos lo - que se llama una acción de control neumática proporcional- y derivativa. Para mayor información ver Ref. [1]

En la Fig. 5.2 se muestra el diagrama esquemático - de un sistema neumático donde se tiene una combinación de acciones de control proporcional y derivativa.



e = Señal de error actuante

a y b = Distancias

X = Desplazamiento

R = Restricción

C = Capacitancia del fuelle

P_s = Presión de Alimentación

P_c = Presión de Control

Fig. 5.2

Como señal de entrada se tiene la señal de error -- actuante e(t) y como señal de salida la presión P_c (t).

Se supone primeramente un pequeño cambio de escalón. Entonces el cambio en la presión de control P_c será instantáneo. La restricción R momentáneamente impide que el fuelle de realimentación reciba la modificación de presión P_c así, el fuelle de realimentación no responde instantáneamente y la válvula accionadora neumática siente todo el efecto del movimiento de la aleta. Al pasar el -- tiempo, el fuelle de realimentación se expande o contrae.

Como práctica se expondrá un sistema que dejará a sugerencia del alumno, con la condición de que utilice el amplificador tobera-aleta mencionado anteriormente, aplicado por ejemplo, como regulador en otro sistema neumático.

CUESTIONARIO

a).- Representar en un diagrama esquemático el sistema sugerido.

b).- Representarlo en diagrama de bloques.

c).- Encontrar la función de transferencia del sistema completo.

d).- Ver su respuesta analíticamente ante una entrada escalón.

e).- Simular la respuesta con el computador analógico.

f).- C o n c l u s i o n e s .

CAPITULO VI

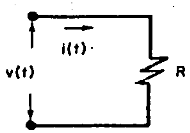
SISTEMAS ELECTRICOS

En este tema veremos que los S.E. están constitui-- dos por dos tipos de elementos que son los pasivos y acti- vos, los cuales están gobernados por las leyes básicas de OHM y las leyes de KIRCHHOFF de tensión y de corriente.

ELEMENTOS PASIVOS: Son aquellos que tienen la ca-- racterística de que no proporcionan energía, sólo pueden - disiparla o almacenarla y estando acumulada puede ser de-- vuelta a nuestro sistema.

LOS ELEMENTOS PASIVOS SON:

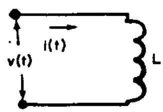
RESISTENCIA (OHMS)



$$v(t) = Ri(t)$$

$$i(t) = \frac{v(t)}{R}$$

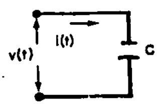
INDUCTANCIA (HENRIOS)



$$v(t) = L\frac{di(t)}{dt}$$

$$i(t) = \frac{1}{L}\int_0^t v(t)\,dt$$

CAPACITANCIA (FARADIOS)



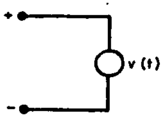
$$v(t) = \frac{1}{C}\int_0^t i(t)\,dt$$

$$i(t) = C\frac{dv(t)}{dt}$$

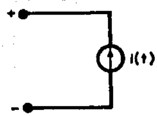
ELEMENTOS ACTIVOS: Son todos aquellos que pueden suministrar energía externa al sistema.

LOS ELEMENTOS ACTIVOS SON: Las fuentes de tensión, de corriente, entre ellos también tenemos los amplificadores.

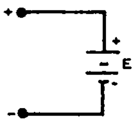
FUENTES DE TENSION (C.A.)



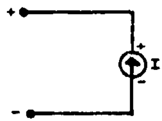
FUENTES DE CORRIENTE (C.A.)



FUENTES DE TENSION (C.D.)



FUENTES DE CORRIENTE (C.D.)

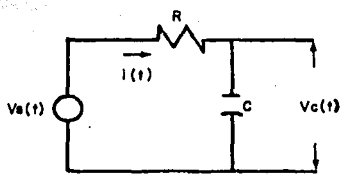


UNIDADES (MKS)

MAGNITUD	SIMBOLO	UNIDAD
Tiempo	t	segundo - (s)
Voltaje	V - v(t)	voltio - (V)
Corriente	I - i(t)	amperio - (A)
Carga	Q - q(t)	Culombio - (c)
Resistencia	R	ohm - (Ω)
Autoinducción	L	henrio - (h)
Capacidad	C	faradio - (f)

EJEMPLO CIRCUITO R—C

En este ejemplo obtendremos la función de transferencia de un circuito de primer orden y con ello obtener la respuesta ante una entrada escalón; ya sea analíticamente y simulándolo en la computadora analógicamente, y si es posible viendo la respuesta realizada físicamente con el material necesario para la práctica.



+ SEÑAL DE ENTRADA

V_s (t) = Voltaje de la fuente.

+ SEÑAL DE SALIDA

V_c (t) = Voltaje en el capacitor.

Aplicando la ley de voltajes de KIRCHHOFF encontramos la función de transferencia.

$$\frac{V_c}{V_s}(s) = \frac{1}{RCS + 1} = \frac{1/RC}{S + 1/RC} = \frac{T^{-1}}{S + T^{-1}}$$

Donde **T** es la constante de tiempo del circuito.

Si $\quad R = 11\ M\Omega \quad$ y $\quad C = 0.1\ \mu F$

$\quad T = 1.1$ seg.

$$\frac{V_c}{V_s}(s) = \frac{0.9}{S + 0.9} \qquad \text{(Función de Transferencia)}$$

Ahora veremos su respuesta ante una entrada escalón con una amplitud de 1.10 volts.

Lo cual nos da:

$$\dot{V}_c(s) = \frac{0.99}{S(S + 0.9)}$$

$$V_c(t) = (1.1 - 1.1e^{-0.9t})u(t)V$$

Para el computador analógico tenemos:

$$\frac{d\,V_c(t)}{dt} = \frac{V_s(t)}{RC} - \frac{V_c(t)}{RC}$$

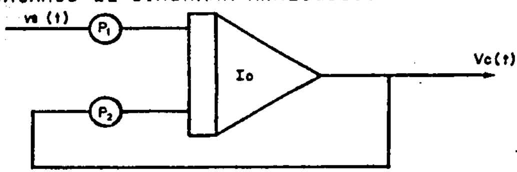
Además:

$$V_c(t)_{max} = 10\ v$$

$$\dot{V}_c(t)_{max} = 10\ v/seg. \qquad \text{Con } \beta = I$$

$$V_s(t) = 110\ v.$$

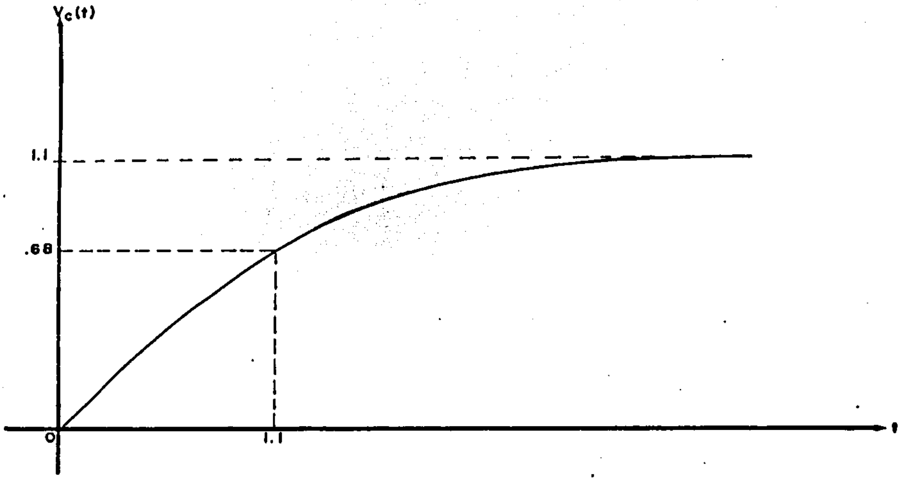
SACAMOS EL DIAGRAMA ANALOGICO:



$$P_1 \quad K_1 = \frac{I}{\beta} \cdot \frac{V_s(t)_{max}}{T\ V_c(t)_{max}} = 10 \qquad P_1 = I,\ K_1 = 10$$

$$P_2 \quad K_2 = \frac{I}{\beta} \cdot \frac{V_c(t)_{max}}{T\ V_c(t)_{max}} = 0.9 \qquad P_2 = 0.9,\ K_2 = I$$

Y LA RESPUESTA QUE NOS DA EL COMPUTADOR ES:



$V_c(t)$
1.1
.68
0
1.1
t

P R A C T I C A No. 4

OBJETIVO:

Analizar el comportamiento de un sistema eléctrico de segundo orden ante una entrada escalón y comparar la respuesta real con la simulada en el computador.

SISTEMA:

CIRCUITO R - C - L SERIE

Señal de entrada

V_i (t) = 5 u (t) volts

Señal de salida = V_c (t)

EQUIPO SUGERIDO PARA REALIZAR LA PRACTICA:

- Un capacitor de c = 625 μf
- Una resistencia de R = 10 Ω
- Una inductancia de L = 4 H
- Un generador de ondas que nos dé V_i (t) = 5 u (t) volts.
- Un tablero de conexiones.
- Un osciloscopio (para observar las señales)
- Computador analógico (con sus conexiones)

CUESTIONARIO

a) Encontrar la función de transferencia.

b) Determinar la respuesta de la señal $V_c(t)$ analítica-- mente y graficarla.

c) Observar la respuesta en el osciloscopio tomando las - mediciones en el circuito.

d) Obtener el diagrama del computador analógico al simú-- lar la respuesta.

e) Comparar las tres respuestas y sacar conclusiones.

f) Se pueden aplicar otras preguntas de acuerdo al avance de la materia.

g) Conclusiones.

Se pueden hacer otras prácticas en este circuito, - por ejemplo al aplicar otra función excitatriz ya sea -- senoidal o pulso y ver sus respuestas o cambiar -- al circuito paralelo, etc.

CAPITULO VII

A N A L O G I A S

Esta técnica es usada frecuentemente para estable-cer y resolver las ecuaciones diferenciales de un sistema reduciéndolo a un circuito o red equivalente. Este método es muy conveniente debido a que los métodos del análisis de circuitos eléctricos se han desarrollado grandemente. Un ingeniero que tenga un sistema hidráulico muy complicado podría tener una solución más fácilmente si convierte el sistema hidráulico a un sistema eléctrico equivalente.

Una presentación completa de este método va más allá de nuestros propósitos.

Sin embargo, se darán definiciones generales para resistencia, capacitancia e inductancia; estas definiciones serán útiles para un mejor conocimiento del método. Después mostraremos unas tablas y daremos unos ejemplos para ilustrar las definiciones generales.

La resistencia es la aposición a un flujo; puede definirse como el cambio de potencial necesario para causar un cambio unitario en la rapidez del flujo. En un sistema eléctrico, el potencial se mide en volts, y la variación de flujo se mide en amperes (coulombs/seg.). Por tanto de acuerdo con la definición, si la relación entre e (volts) e i (ampers) es lineal la ecuación es simplemente:

$$R = \frac{e}{i} \quad \text{Unidad es el ohm}$$

Consideremos un sistema térmico: En este caso el -

potencial es la diferencia de temperaturas (grados) y el calor (B t u) es el flujo por la definición general; la resistencia térmica tiene por unidades grado/ B t u /seg.- No se tendrá conocimiento de la resistencia térmica como tal, pero sí con su recíproco, la conductancia térmica.

En un sistema hidráulico el potencial es la diferencia de niveles (m) y el caudal (M^3/seg) es el flujo. $R = \frac{h}{q}$ Unidad seg/m^2.

Para un sistema neumático el potencial sería la diferencia de presiones del gas (Kg/cm^2) y el caudal (Kg/seg) es el flujo del gas. $R = p/q$ Unidad seg/cm^2 y el sistema mecánico tendría como el potencial la diferencia de fuerzas aplicadas (Newton) y la velocidad de desplazamiento (m /seg) como caudal, esto es, para la analogía fuerza tensión.

$$B = \frac{F}{\dot{X}}$$

que tendría como unidades Newton / M / seg.

Un condensador es un elemento que sirve para almacenar. La capacitancia puede definirse como el cambio en cierta cantidad por el cambio unitario de cierta variable de referencia.

Por ejemplo, un condensador eléctrico contiene una carga q (coulombs) y la variable de referencia es el voltaje. La capacitancia eléctrica lineal se define como $C = q/e$.

Las unidades son coulombs/volts que recibe el nombre de farad.

Para la capacitancia del sistema hidráulico se tiene que es el cambio en el volumen por cambio unitario en la variable de referencia (h).

Entonces por definición.

$$C = \frac{A\ \Delta h}{\Delta h} = A \quad (m^2)$$

La ecuación nos dice que la capacitancia es igual al área de la sección transversal del tanque. De la misma forma se encontraría la capacitancia de un sistema neumático.

Y en el sistema mecánico el equivalente de la capacitancia sería la inversa de la constante del resorte K (Rigidez Elástica) o sea,

$$C = \frac{1}{K} \text{ y sus unidades } \frac{m}{\text{Newton}}.$$

La inductancia es la oposición a la aceleración; puede definirse como el cambio en el potencial necesario para producir un cambio unitario en la aceleración. En un sistema eléctrico, el potencial es el voltaje y si la corriente i se toma como la velocidad de carga (d q/dt), entonces di/dt es la aceleración de dicha carga. Por tanto,

$$L = \frac{F}{di\ /dt} \quad \text{Unidad en henrio}$$

Consideremos un sistema mecánico compuesto por una masa **M**, la cual se desplaza a una distancia y (t) debido a una fuerza f (t) que actúa sobre ella. Si se toma la fuerza como el potencial, la inductancia es, por definición.

$$L = \frac{F}{d^2 y/dt^2} = \frac{F}{a} = M$$

En la tabla 7.1 hay una lista de magnitudes análo-- gas de eléctricas y mecánicas.

SISTEMA MECANICO	SISTEMA ELECTRICO
Fuerza F	Tensión e
Masa m	Inductancia L
Coeficiente de fricción viscosa B	Resistencia R
Constante de resorte K	Recíproca de capacitancia 1/c
Desplazamiento X	Carga q
Velocidad $\dot{X}$	Corriente i

TABLA 7.1 MAGNITUDES ANALOGAS

Ejemplo: Considere el sistema mecánico mostrado en la figu ra 7.3

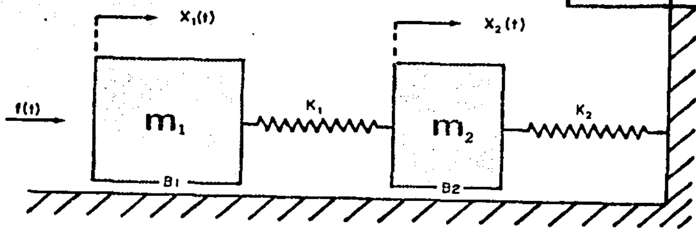


Fig. 7.3

LAS ECUACIONES DIFERENCIALES DEL SISTEMA SON:

$$F(t) = M_1 \frac{d^2 x_1}{dt^2} + B_1 \frac{dx_1}{dt} + K_1 (X_1 - X_2)$$

$$0 = M_2 \frac{d^2 x_2}{dt^2} + B_2 \frac{d x_2}{dt} + K_2 (X_2 - X_1)$$

LAS ANALOGIAS ELECTRICAS DEL SISTEMA MECANICO SE MUESTRA - EN LA FIG. 7.4

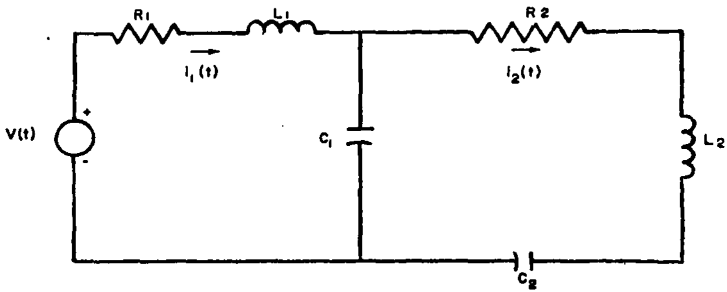


Fig. 7.4

En este otro ejemplo, mostraremos un sistema rota-- cional con engranes. Ver referencia [1].

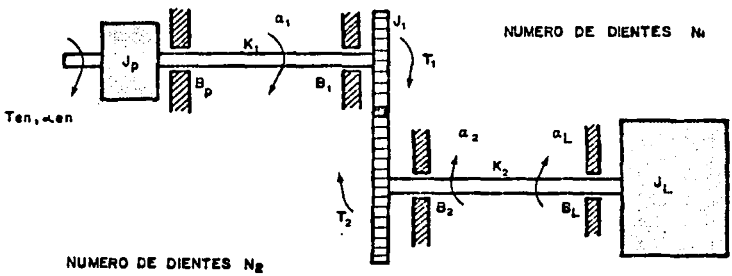


Fig. 7.5

El primotor puede ser una máquina, un motor eléctrico, una turbina de vapor o cualquier otro dispositivo de potencia. Este desarrolla un par T_{en} (t). El desplazamiento angular del primotor es α_{en} (t). Las flechas que conectan la carga y el primotor no son rígidas. Sus rigideces como se muestra, son K_1 y K_2. Los otros parámetros son los mostrados. Se debe obtener un modelo matemático de este sistema y se requieren también las analogías eléctricas. Cuando se observa del lado izquierdo se supone que el primotor está girando en dirección de las manecillas del reloj.

Ecuación en el dominio del tiempo.

Primotor:

$$T_{en}(t) = J_p \frac{d^2 \alpha_{en}}{dt^2} + B_p \frac{d\,\alpha_{en}}{dt} + K_1 (\alpha_{en} - \alpha_1) \quad .$$

ENGRANE 1 :

$$0 = J_1 \frac{d^2 \alpha_1}{d\,t^2} + B_1 \frac{d\,\alpha_1}{dt} + K_1 (\alpha_1 - \alpha_{en}) + T_1(t)$$

Donde T_1 (t) es el valor reflejado de T_2 (t) lo cual ocurre en la siguiente ecuación.

$$\frac{T_1(t)}{T_2(t)} = \frac{\alpha_2(t)}{\alpha_1(t)} = \frac{N_1}{N_2}$$

ENGRANE 2:

$$T_2(t) = J_2 \frac{d^2\alpha_2}{dt^2} + B_2 \frac{d\,\alpha_2}{dt} + K_2 (\alpha_2 - \alpha_1)$$

CARGA:

$$0 = J_L \frac{d^2\alpha_L}{dt^2} + B_L \frac{d\alpha_L}{dt} + K_2 \left(\alpha_L - \alpha_2\right)$$

La analogía eléctrica basada en estas ecuaciones -- está trazada en la Fig. 7.6 .

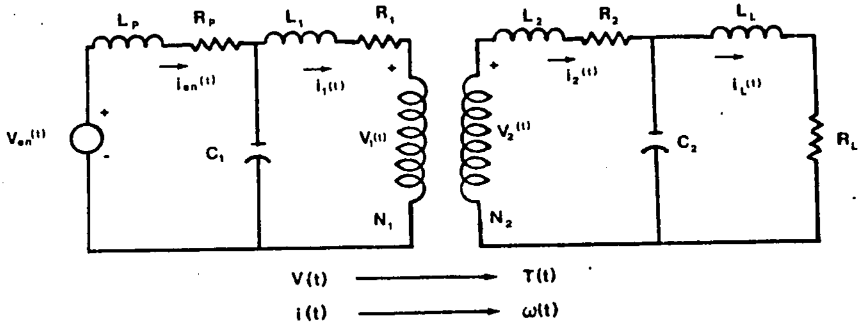


Fig. 7.6

APENDICE A

COMPUTADORA ANALOGICA

Las computadoras analógicas son muy útiles en el -- análisis y diseños de sistemas dinámicos complejos. En la computadora analógica pueden resolverse ecuaciones diferenciales simultáneas que representan un sistema y obtenerse- los resultados gráficamente como funciones del tiempo. Puede estudiarse con facilidad el efecto de la variación de - uno o más parámetros del sistema sobre un rango de valores en la respuesta de salida.

En una computadora analógica las variables en las - ecuaciones diferenciales de un sistema se representan por voltajes. La computadora consiste de ciertas componentes- que están interconectadas en una manera apropiada y la computadora es capaz entonces de realizar operaciones matemáticas de suma, resta, multiplicación, división e integración.

COMPONENTES BASICOS DE UN COMPUTADOR ANALOGICO

a).- Dispositivos capaces de sumar varias cantidades.

b).- Dispositivos capaces de multiplicar por una - constante.

c).- Dispositivos capaces de multiplicar por la - - constante - 1.

d).- Dispositivos capaces de llevar a cabo el proceso de integración.

e).- Dispositivos capaces de hacer gráficas relativas a los resultados de los problemas.

EL AMPLIFICADOR OPERACIONAL

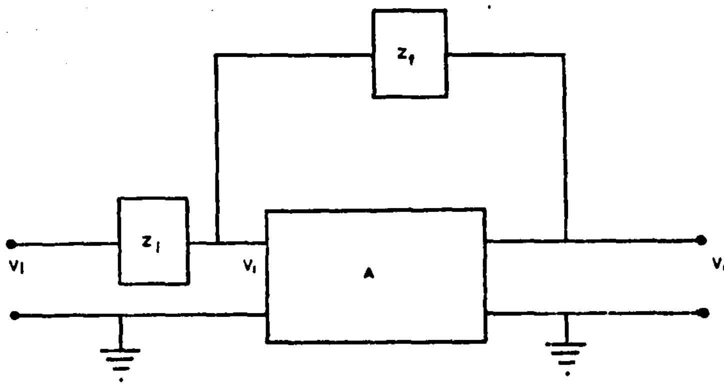
Es el dispositivo fundamental para llevar a cabo -- las distintas operaciones anunciadas con anterioridad. Es un amplificador de corriente directa, de alta ganancia. - Para las computadoras analógicas este amplificador trabaja conectándole dos impedancias, una de ellas es retroalimentación:

Z_f Es la impedancia de retroalimentación

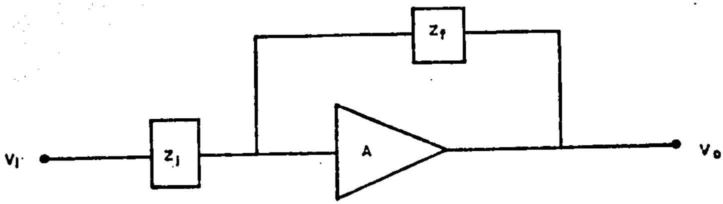
v_o Es el voltaje de salida

v_1 Es el voltaje de reja

v_i Es el voltaje de entrada



La forma simplificada del amplificador operacional-la tenemos así:



O P E R A C I O N E S

a).- INVERSION.-

$$\text{Se tiene: } \frac{V_o}{V_i} = -\frac{Z_f}{Z_i}$$

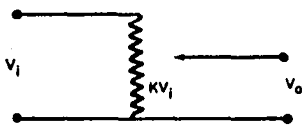
Si $Z_f = Z_i = 1M\Omega$, entonces $V_o = -V_i$.

Al amplificador así conectado se le llama inversor; su símbolo es:

b).- MULTIPLICACION POR UNA CONSTANTE.-

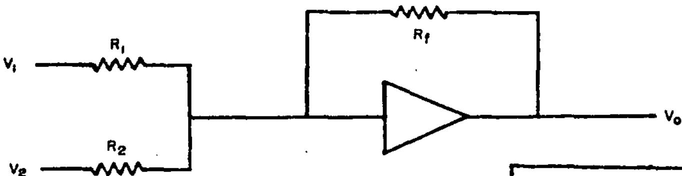
Si la constante es mayor que 1.0 ; hágase la relación Z_f/Z_i mayor que 1.0, es decir: $Z_f/Z_i = K$, en donde $K > 1$

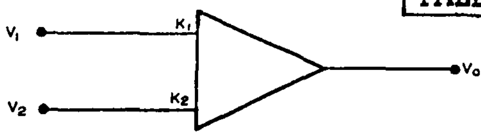
Si se necesita un voltaje por una constante menor que 1.0, se utiliza generalmente un potenciómetro como divisor de voltaje:



c).- ADICION.-

Para sumar dos cantidades en un computador analógi co, los voltajes que representan dichas cantidades, son conectadas como entradas en paralelo:

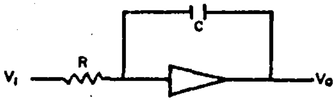


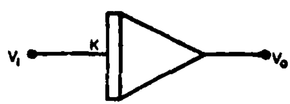


Entonces se tiene $V_o = -\left(\frac{R_f}{R_1}\right) V_1 + \frac{R_f}{R_2} V_2 \,)$

d).- INTEGRACION.-

El circuito para llevar a cabo la integración, es - utilizar resistencias de entrada y como retroalimentación- de un condensador:





La ecuación es:

$$v_o = -\frac{1}{RC} \int_o^t v_i \; dt + E_o$$

En donde E_o es el valor de v_o en $t = o$

Generalizando: Si tenemos n entradas

$$V_o = \frac{1}{C} \int_o^t \left(\frac{e_1}{R_1} + \frac{e_2}{R_2} + \cdots + \frac{e_n}{R_n} \right) dt + E_0$$

ALGUNAS APLICACIONES DEL COMPUTADOR ANALOGICO

a).- SOLUCIONES DE ECUACIONES DIFERENCIALES.

Los pasos para preparar el circuito del computador analógico para resolver una ecuación diferencial son:

1.- Despéjese la derivada de orden superior.

2.- Admítase que hay un voltaje disponible y que es proporcional a la derivada de mayor orden.

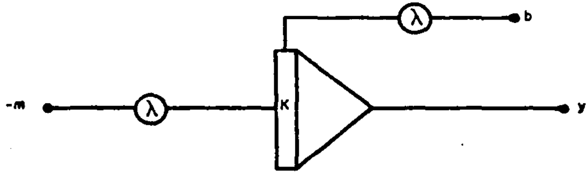
3.- Intégrese el voltaje en forma sucesiva hasta que cada una de las derivadas de menor orden y la función quedan disponibles.

4.- Entonces los voltajes proporcionales a cada uno de los términos del miembro derecho de la ecuación diferencial, están como salidas de los amplificadores integradores.

5.- Súmense las cantidades necesarias para producir la derivada mayor orden, utilizando amplificadores sumadores si es necesario para obtener los cambios de signo y utilícese dicho voltaje para producir retroalimentación como la derivada de orden superior en lugar del voltaje que se supuso se tenía disponible.

b).- GENERACION DE FUNCIONES.-

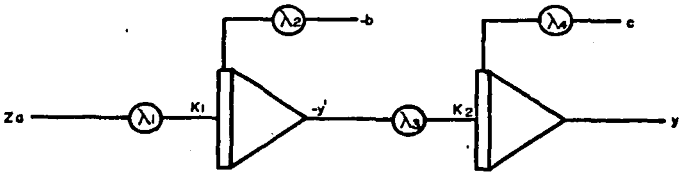
1.- Lineales. Sea generar la función lineal $y=mx+b$. Cambiando la variable x por t (tiempo) y derivando con respecto al tiempo, tenemos : $\frac{dy}{dt} = m$: $y(o) = b$ entonces sólo se necesita un integrador con condiciones iniciales $= b$.



2.- Polinómicas. Sea generar la función polinómica - - - $Y=at^2+bt+c$ obtenemos la primera derivada $Y'=2at+b$: $y(o)=c$

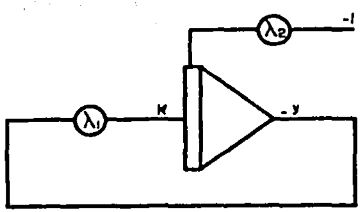
Luego la segunda derivada $Y''=2a$: $y'(o)=b$.

Se necesitan dos integradores y sus condiciones iniciales.



3.- Trascendentes. Sea generar la función $y=e^{-at}$. derivando $y'=-ae^{-at}$. Es decir $y'=-ay$. Recordando que - $y(o)=1$.

El diagrama de bloques queda:



c).- SOLUCION DE PROBLEMAS FISICOS.

Para resolver problemas físicos mediante un computador analógico, los variables del problema se traducen a -- variables correspondientes de la máquina, multiplicándolas por factores de escala constantes. El factor de escala - generalmente se hace tan grande como sea posible sin exceder el rango de voltaje del computador o sobrecargar alguno de sus componentes.

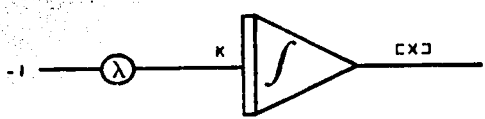
En el primer problema se desea generar sobre la --- calculadora una base de tiempo puesta en escala donde simule la ecuación

$$X\ (t)\ \text{con}\ \begin{cases} o < x < x_{max} = t_{max} \\ t_{max} = 5\ \text{seg} \end{cases}$$

Que corresponde a la ecuación diferencial:

$$\frac{dx}{dt} = 1 \quad \begin{cases} X_o = x(o) = o \\ X_{max} = 5\ \text{seg.} \end{cases}$$

El cableado correspondiente sobre la calculadora está realizado a partir de un integrador-inversor de ganancia K asociado a un potenciómetro de ganancia λ , según el esquema de la figura.



Observamos que el valor $[x]$ de salida del integrador correspondiente a valor de X. El está expresado en unidades-máquina (U.M.); por otro lado la tensión de trabajo de la calculadora es (1 U.M.).

Llamemos a_x al factor de escala tal que:

$$[X] = a_x x \quad \text{con } a_x = \frac{1}{X_{max}}$$

A la entrada del potenciómetro λ está proporcionada la tensión continua 1 U.M. de forma de tener en cuenta la inversión de signo aportada por el integrador; y llamando a β factor de escala de tiempo.

Tendremos:

$$\lambda K = \frac{1}{\beta} \cdot \frac{1}{X_{max}} = \frac{1}{1(5)}$$

$$\therefore K = 1 \quad y \quad \lambda = 0.2$$

Uno de los usos más comunes de los potenciómetros en las computadoras analógicas consiste en multiplicar un voltaje por una constante positiva menor que la unidad; para esto se utiliza el moltner function switch en la posición pot-bus, en seguida se fija el valor deseado en el potenciómetro de referencia colocado debajo del switch de encendido, después se ajusta a cero la aguja del voltímetro, haciendo girar el potenciómetro deseado manteniendo al mismo tiempo presionando el botón que se encuentra a un lado del potenciómetro.

El comienzo de la resolución es propiciado por la -

acción del switch de control en la posición oper

La lectura de los resultados puede ser hecha sobre:

VOLTIMETRO { La salida del amplificador a leer es seleccionada por el conmutador y el resultado está en U.M.

GRAFICADOR { Entrada X
Entrada Y

El graficador deberá ser calibrado, procediendo de la forma siguiente:

Para ser explotado el graficador deberá ser puesto en escala de acuerdo a las unidades correspondientes al problema físico sea la variable física que corresponde una tensión 1 U.M. dentro de la computadora. Es suficiente por lo tanto de arreglar los potenciómetros de ganancias del graficador de forma que los desplazamientos de la plumilla sea máximo para 1 U.M. estando todo esto en correspondencia a una graduación dada.

En el problema considerado, la variable [x] será conectada simultáneamente sobre las vías X e Y del graficador y se adoptaron los datos siguientes:

$$Y_{max} = 5 \text{ seg.} \begin{cases} 10 \text{ cm } / 1 \text{ U.M.} \\ 2 \text{ cm } / \text{ U.} \end{cases}$$

$$X_{max} = 5 \text{ seg} \begin{cases} 25 \text{ cm } / 1 \text{ U.M.} \\ 5 \text{ cm } / \text{ U.} \end{cases}$$

Se verificará que el trazado es correcto y que la amplitud máxima es esperada en $\beta\, X_{max} = 5$ seg. (cronometrados).

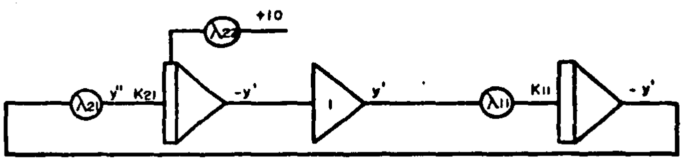
En el segundo problema se deberá generar la función $Y(t) = \text{sen}5t$ que corresponde a la ecuación diferencial

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 2\ y = o$$

$y(o) = 0 \qquad y'(0) = 5$

$Y_{max} = 1 \qquad y'_{max} = 5$

El cableado correspondiente a este problema es el siguiente:

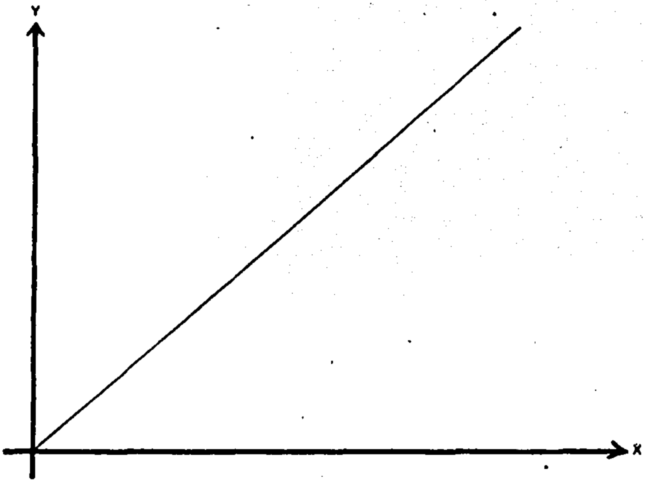


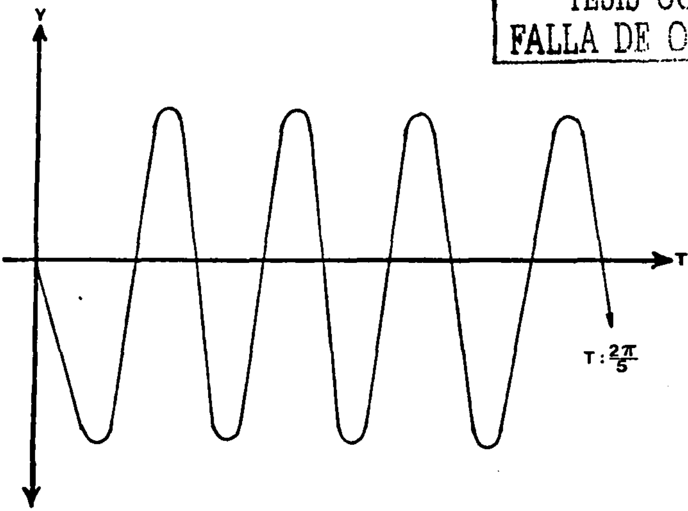
$\lambda_{11}\,K_{11} = \dfrac{Y'_{max}}{Y_{max}} = \dfrac{5}{1} = 5 \qquad K_{11} = 10 \qquad \lambda_{11} = 0.5$

$\lambda_{21}K_{21} = 25\ \dfrac{Y_{max}}{Y_{max}} = 25/5 = 5 \qquad K_{21} = 10 \qquad \lambda_{21} = 0.5$

$\lambda_{22} = \dfrac{Y'}{Y'_{max}} = \dfrac{5}{5} = 1 \qquad \lambda_{22} = 1$

A continuación se ven las gráficas de los dos problemas planteados en esta práctica.


Y
X


Y
T
T : $\frac{2\pi}{5}$

GRAFICA DE FLUJO DE SEÑALES DE LOS SISTEMAS LINEALES

Una gráfica de flujo de señales es similar, conceptualmente, a un diagrama de bloques y estan estrechamente relacionadas, ya que en ella también representa, como el diagrama de bloque lo hace, el esquema dependencia de variables en un sistema, en las diferentes trayectorias del -- flujo de señales.

S.J. Mason del Massachusetts Institute of Technology, fué el primero que lo formuló y presentó. Una gráfica de flujo de señales de un sistema, es más flexible y transmite información relativa al flujo de señales y a la interacción entre diferentes variables, con más detalles que -- en un diagrama de bloques. El cálculo de las funciones de transferencia de un sistema complejo, llega a ser una labor directa y mecánica debido a la disponibilidad de una fórmula general desarrollada por Mason.

La técnica de la gráfica de flujo de señales, puede - extenderse para tomar en cuenta condiciones iniciales, y obtener lo que es conocido como un diagrama integral, el cual puede ser usado fácilmente para simular en una computadora analógica el sistema que presenta la gráfica de -- flujo de señales.

FUNCIONES DE TRANSFERENCIA Y GRAFICAS DE FLUJO DE - SEÑALES INTEGRALES.

Será útil tener a nuestra disposición un método o métodos para obtener gráficas de flujo de señales integrales -

- incluyendo las condiciones iniciales de la función de - transferencia del sistema.

Uno de estos métodos será descrito en esta sección. En éste método, el cual se ilustrará por medio de un ejemplo, la función de transferencia del sistema bajo consideración, se descompone de manera tal como para producir un grupo de ecuaciones de estado, ver referencia (I).

Entonces se usan las ecuaciones de estado para trazar una gráfica de flujo de señales integral.

EJEMPLO:

Obtenga una gráfica de flujo de señales integral de la red eléctrica de la figura, partiendo de la función de transferencia dada por la ecuación.

ECUACION A.1

$$\frac{V_c(s)}{V(s)} = \frac{R}{S^2 + 5S + 5} = \frac{1}{S^2 + 5S + 5}$$

Y después obtener el diagrama de la computadora analógica.

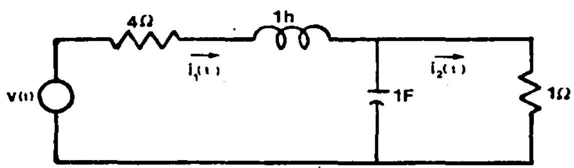


Fig. A.1

SOLUCION.- Divida tanto numerador como denominador del lado derecho de la ecuación No. A.1 entre S^{-2}, que es la potencia mayor de **S** en la función de transferencia, y obtenga:

$$\frac{V_c\ (s)}{V\ (s)} = \frac{S^{-2}}{1 + 5\ S^{-1} + 5\ S^{-2}}$$

Multiplique y divida el lado derecho de la ecuación por una función orbitaria **X** (s), de forma que:

$$\frac{V_c\ (s)}{V\ (s)} = \frac{S^{-2}\ \ X\ (s)}{(\ 1 + 5\ S^{-1} + 5\ S^{-2}\ )\ X\ (s)}$$

Como **X** (s) Es una función arbitraria, la ecuación puede escribirse:

$V_c\ (s) = S^{-2}\ X\ (s)$ Y: Ec.A.2.

$V\ (s) = (1 + 5\ S^{-1} + 5\ S^{-2}\ )\ X\ (s) = X(s) + 5S^{-1}\ X(s) + 5S^{-2}\ X\ (s)$ Ec. A.3

SEA:

$S^{-2}\ X\ (s) = X_1\ (s)$ Ec.A.4

$S^{-1}\ X\ (s) = X_2\ (s)$ Ec.A.5

TAMBIEN OBTENEMOS:

$X_2\ (s) = S\ X_1\ (s)$ Y: Ec.A.6

$X\ (s) = S\ X_2\ (s)$ EC.A.7

Sustituyendo las Ecs. A.4, A.5 y A.7 en las Ecs. A.2 y A.3, obtenemos:

$$V_c\,(s) = X_1\,(s) \qquad \text{Ec. A.8}$$

$$V\,(s) = S\,X_2\,(s) + 5\,X_2\,(s) + 5\,X_1\,(s)$$

ó $$S\,X_2\,(s) = -\,5X_1\,(s) - 5X_2\,(s) + V\,(s) \qquad \text{Ec. A.9}$$

Una gráfica de flujo de señales integral, se obtiene de las Ecs. A.6, A.8 y A.9, ésta se muestra en la fig. No. A.2

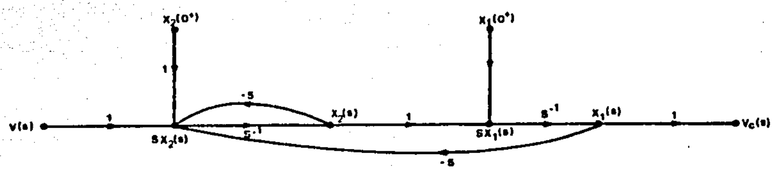


Fig. A.2

No obstante que las condiciones iniciales no aparecen en las ecuaciones, pueden incorporarse, como se muestra en las gráficas de flujo de señales.

Esto se puede justificar examinando las ecuaciones - A.6, y A.9 considerarse por ejemplo, la ecuación A.6

$$S\,X_1\,(s) = X_2\,(s) \qquad \text{Ec. A.10}$$

La relación correspondiente en función del tiempo es:

$$\frac{dx_1(t)}{dt} = X_2(t)$$

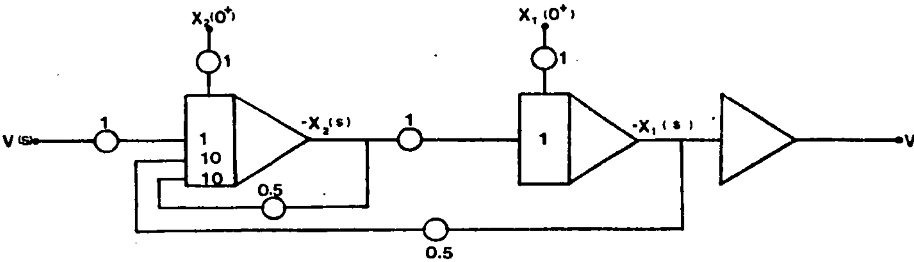
Supóngase que asumimos condiciones iniciales diferentes de cero, y tomamos la transformada de laplace de Ec. A.10, obtenemos:

$$S X_1(s) - X_1(0^+) = X_2(s)$$

$$S X_1(s) = X_2(S) + X_1(0^+)$$

La cual es lo que la gráfica de flujo de señales produce si se suman las señales en el nodo $SX_1(s)$ se justifica la introducción de $X_2(0^+)$ al nodo $SX_2(s)$ en una forma similar.

Teniendo la gráfica de flujo de señales integral, se obtiene el diagrama de la computadora analógica como se muestra en la fig. No. A.3



$V_C(t) ; X_1(t)$

$X_2(t) : \frac{dx_1(t)}{dt}$

Fig. A. 3

Los conceptos de tiempo y escalas de magnitud pueden combinarse en un método de escalamiento formal que puede ser usado para establecer escalas en una amplia variedad de problemas.

Considérese la ecuación diferencial general de tercer orden con coeficientes constantes.

$$a_0 \frac{d^3 X}{dt^3} + a_1 \frac{d^2 X}{dt^2} + a_2 \frac{dX}{dt} + a_3 X = f(t) \quad \text{Ec. A.11}$$

Se puede escoger para el cambio de la variable independiente:

$$t = Tt_c \qquad \text{Ec. A.12}$$

y para las variable dependiente:

$$x = Xx_c \qquad \text{Ec. A.13}$$

Las ecuaciones A.12 y A.13, pueden sustituirse en la ecuación A.11 a fin de obtener una nueva ecuación expresada en volts (las unidades de la variable dependiente) y segundos de computadora unidades de la variable independiente.

$$\frac{d^3 (Xx_c)}{d(Tt_c)^3} + \frac{a_1 d^2 (Xx_c)}{a_0 d(Tt_c)^2} + \frac{a_2 d(Xx_c)}{a_0 d(Tt_c)} + \frac{a_3 (Xx_c)}{a_0} = \frac{1}{a_0} f(Tt_c)$$

Puesto que T y X son factores constantes de escala, pueden sacarse al frente de cada uno de los términos para dar:

$$\frac{X}{T^3} \frac{d^3 x_c}{dt_c^3} + \frac{a_1 X}{a_0 T^2} \frac{d^2 X_c}{dt_c^2} + \frac{a_2 X}{a_0 T} \frac{dX_c}{dt_c} + \frac{a_3}{a_0} Xx_c = \frac{1}{a_0} f(Tt_c)$$

Dividiendo entre X y multiplicando por T obtenemos la ecuación con la escala establecida:

$$\frac{d^3 x_c}{dt_c^3} + \frac{a_1}{a_0} T \frac{d^2 X_c}{dt_c^2} + \frac{a_2}{a_0} T^2 \frac{dx_c}{dt_c} + \frac{a_3}{a_0} T^3 X_c = \frac{T^3}{a_0 X} f \; (Tt_c)$$

Si se escoge un valor para T tal que los coeficientes de todas las derivadas estén próximas a la unidad, o por lo menos menores que cierta ganancia máxima K , entonces la solución generalmente funcionará correctamente en la computadora, además es necesario escoger un valor de X tal que se obtenga una magnitud conveniente de la función de excitación. En general es conveniente tener una K menor que 10 y tan próxima a la unidad como sea posible.

Como ayuda en la elección del valor de T , consideramos un valor cercano y más pequeño que el menor de los siguientes términos:

$$K \frac{a_0}{a_1} ; \qquad \left(K \frac{a_0}{a_2} \right)^{1/2} \qquad \left(K \frac{a_0}{a_3} \right)^{1/3}$$

Donde K tiene un valor próximo a la unidad, entonces:

$$\frac{a_1}{a_0} T \leqq K \quad ; \quad \frac{a_2}{a_0} T^2 \leqq K \quad ; \quad \frac{a_3}{a_0} T^3 \leqq K$$

El paso final es escoger un valor de X tal que el término $T^3 f \; (t)' / a_0 X$, nos dé una función de excita-

-ción de magnitud conveniente.

Ejemplo: Establecer escala para la solución de la ecuación diferencial:

$$1000\frac{d^3x}{dt^3} + 100\frac{d^2x}{dt^2} + 20\frac{dx}{dt} + X = 500 \text{ Sen. } 0.1\,t$$

Condiciones iniciales:

$$X\Big|_{t=0} = 100 \qquad \frac{dx}{dt}\Big|_{t=0} = 5 \qquad \frac{d^2x}{dt^2}\Big|_{t=0} = 0$$

Solución:

$$\frac{d^3x_c}{dt_c^3} + 0.1\,T\frac{d^2x_c}{dt_c^2} + 0.02T^2\frac{dx_c}{dt_c} + 0.001\,T^3 . X_c = \frac{0.5\,T \text{ Sen })o.1t_c)}{X}$$

Si K se escoge como 2, entonces:

$$K\frac{a_o}{a_1} = 20 \qquad \left(K\frac{a_o}{a_2}\right)^{1/2} = 10 \qquad \left(K\frac{a_o}{a_3}\right)^{1/3} > 10$$

Por tanto, hagamos T=10 , entonces la ecuación se convierte en:

$$\frac{d^3x_c}{dt_c^3} + \frac{d^2x_c}{dt_c^2} + \frac{2\,dX_c}{dt_c} + X_c = \frac{500}{X}\text{ Sent}_c$$

Así sea X = 10 unidades / Volt. la ecuación final - con la escala establecida para ser resuelta por la computadora es:

$$\frac{d^3 X_c}{dt_c^3} = -\left(\frac{d^2 X_c}{dt_c^2} + 2\frac{dX_c}{dt_c} + X_c - 50 \text{ Sen } t_c\right)$$

APENDICE B

COMPUTADORA DIGITAL

La computadora digital suministra un dispositivo -- programable, que toma decisiones para aplicaciones de control. El aspecto más importante de la computadora digital es su habilidad para procesar y transformar grandes cantidades de información en una manera prescrita. Además del- cálculo la computadora digital de propósito general puede- almacenar y sacar información, hacer decisiones lógicas, - adaptarse a condiciones variables y finalmente aprender.

En las aplicaciones de la computadora digital para el control puede programarse para hacer funciones básicas- tales como:

a).- Recolección de los datos de la planta.
b).- Identificación de la dinámica de la planta
c).- Selección de los parámetros de control.
d).- Implementación de los algaritmos de control.
e).- Implementación de los procedimientos de optimización a fin de establecer el control- óptimo.
f).- Manipulación de las variables que sirven - de señal a la planta.

La extensión hasta la cual se utilizan cualquiera - de estas funciones en una aplicación dada, dependen de la complejidad del sistema, los objetivos operantes y las capacidades de Ingeniería.

La Fib. B.1 ilustra una computadora con las funciones potenciales de entrada y salida.

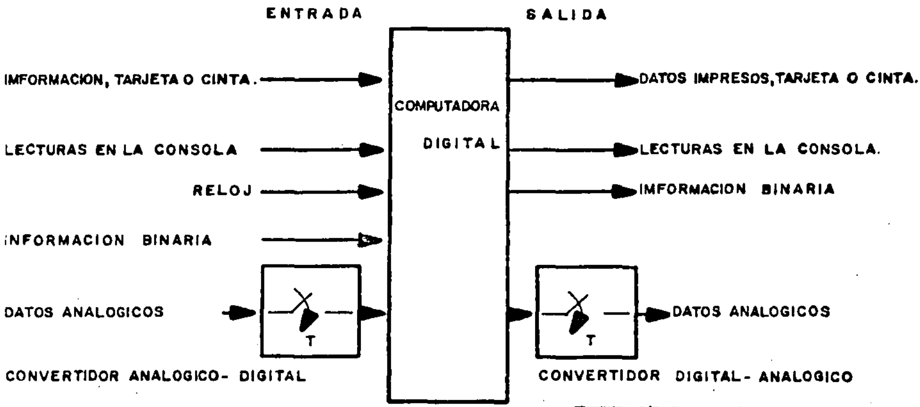


FIG. B. 1

La información que contiene las órdenes se puede aumentar a la computadora por medio de la información contenida en una cinta o tarjeta, mediante la manipulación por medio del operador.

Un reloj a la entrada establece una referencia temporal y la información proveniente del proceso puede ser alimentada en forma binaria directamente o una forma analógica mediante un convertidor analógico-digital. La salida de la información de la computadora puede estar en forma de tarjetas, cintas, datos impresos o imágenes. Puede obtenerse la información binaria o la información analógica por medio de la conversión de digital a analógica.

La capacidad de control de la computadora está regulada esencialmente mediante el tiempo de acceso o velocidad de la computadora y de la capacidad de memoria.

Existe una variedad de conceptos sobre el control a través de la computadora digital. El primer enfoque puede llamarse control fuera de línea y se ilustra en la Fig. B.2. En este caso la computadora se utiliza como un dispositivo de computación para ayudar al operador en la toma de decisiones: Este puede servir en una de dos capacidades: Puede realmente cerrar el ciclo alrededor de la planta y suministrar la retroalimentación primaria manipulando las funciones de entrada, o puede ajustar los puntos fijos de los controladores con señales de realimentación que vienen directamente de los sensores.

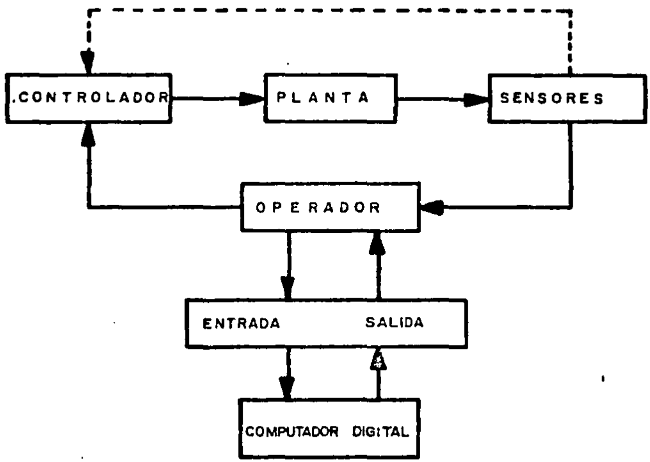


Fig. B.2.

Dos tipos de control por medio de computadora representan un primer intento de incorporarla en una relación de control más directo. El control mediante una computadora programada coloca a la computadora en control del proceso siendo el operador quien cierra el ciclo. De la observación el operador somete los datos operantes a una computadora por los cuales éste manipula las señales del proceso a través de una conversión digital-analógica o por medio del control directo de pulsos programados.

En este arreglo la computadora regula el proceso muestreando señales provenientes de los sensores a través de un convertidor analógico-digital. La computadora sirve dos funciones: Mantiene un registro operante de las variables del proceso y periódicamente puede calcular líneas que sirven de guía para el operador a fin de iniciar cambios en los puntos fijos del proceso.

La forma más completa de control por computadora es cuando ésta se emplea para cerrar el ciclo, o muchos ciclos, dentro del proceso. La Fig. B.3. representa esquemáticamente el concepto de control de ciclo cerrado por medio de computadora.

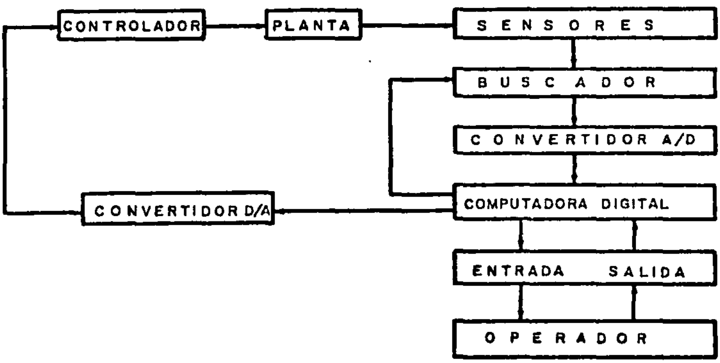


Fig. B.3.

La información se obtiene de muchos sensores a través de un muestreador que examina cada sensor a intervalos fijos. La formación se alimenta mediante un convertidor analógico-digital y después a la computadora para su almacenamiento.

Generalmente la computadora se programa para una multitud de funciones, siendo la principal la implementación de algoritmos digitales que suministran el valor y la manipulación directa de las señales. El operador observa el proceso y suplementa el control por medio de la informa cion dada por la consola, tarjeta o cinta. Los sistemas más elaborados también implican la identificación automática de la dinámica del proceso, sintonización del controlador o modificación del algoritmo y el cambio programado de un estado del proceso a otro.

El control digital directo infiere la manipulación directa de las funciones del proceso por medio de la computadora digital. Puede describirse como la modulación de la duración de pulsos. Con ésta se manipula un elemento aplicando un voltaje constante durante un intervalo predeterminado.

La Fig. B.4. ilustra una válvula que controla la velocidad de flujo en una línea. La válvula es activada por medio de un voltaje de control **Va**, el cual produce una rotación con la velocidad $d\theta/dt$.

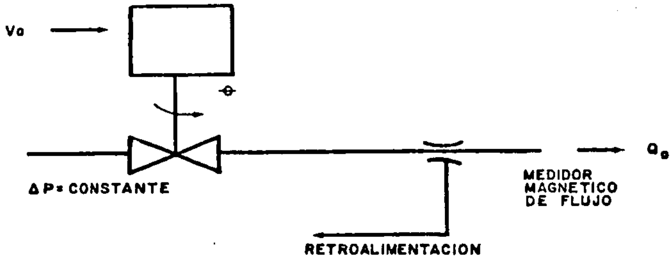


Fig. B.4.

Por tanto, $\theta = \alpha \int_0^{Tm} Va\,dt$

Donde θ = Posición de la válvula (radianes)

α = Constante de la válvula rad/seg/volts.

T_m = Duración del pulso actuante de amplitud constante, Va.

En el caso más sencillo en donde la caída de presión a través de la válvula es constante, la velocidad de flujo está dada por

$$Q_o = K_v\theta = K_v\alpha \int_0^{Tm} Va\,dt + Q_{i.c.}$$

Donde K_v es la constante para el flujo de la válvula.

El control del ciclo cerrado basado en la modulación de la duración del pulso se muestra esquemáticamente en la Fig. B. 5.

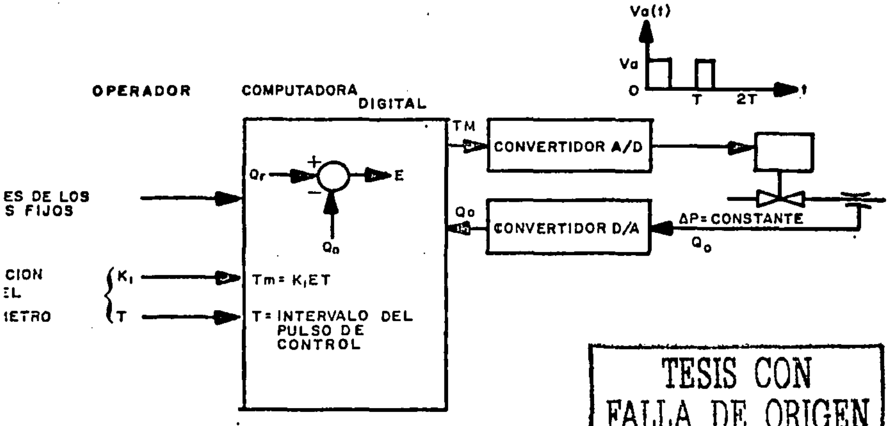


Fig. B.5.

El punto fijo o de referencia para el flujo es Q_r. Q_o se mide a través de un medidor magnético de flujo y el valor de flujo es muestreado y almacenado en la computadora.

Después se implementa un algoritmo para determinar la duración del voltaje actuante durante la cual va a corregir el error E.

$$E = Q_r - Q_o$$

La duración T_m del pulso puede definirse como una porción del producto del intervalo T y la magnitud del error. Así,

$$T_m(nT) = K_1 |E(nT)| T$$

Donde K_1 es el coeficiente de duración del pulso. - K_1 representa físicamente la relación de la duración del-pulso o intervalo T de control por error unitario en la velocidad del flujo. Se demostrará que el funcionamiento - del control depende de la selección de los parámetros de - control, estudiando una serie de respuestas de la veloci-- dad de flujo a cambios unitarios escalonados de los puntos fijos. El análisis se maneja más fácilmente en una forma-escalonada donde en cada intervalo.

$$T_m\ (nT) = K_1 \left| E\ (nT) \right| T$$

$$Q_o\ [nT + T_m\ (nT)] = K_1\ (K_v\ \alpha\ V_a\ T)\ E\ (nT) + Q_{nt}$$

En esta ecuación, n es un entero y el valor de Q en el tiempo (n T + T_m) se mantiene hasta el tiempo (n + 1)T conforme no ocurre cambio en la válvula después de la duración calculada T_m. A continuación se resume el cálculo-de la respuesta:

Intervalo 0 ← T ; (para el escalón unitario E = 1)

$$T_m\ (0) = K_1\ T$$

$$Q_o\ T_m\ (0) = K_1\ (K_v\ \alpha\ V_a\ T) + 0$$

Intervalo T ← 2 T ;

$$E\ (T) = 1 - Q_o\ (T)$$

$$T_m\ (T) = K_1 \left| 1 - Q_o\ (T) \right| T$$

$$Q_o\ [T + T_m\ (T)] = K_1\ (K_v\ \alpha\ V_a\ T)\ [1 - Q\ (T)] + Q_o\ (T)$$

La respuesta parece depender de dos cantidades. A saber, - K_1 y (K_v α V_a T). Por ejemplo, consideramos

K_1 = 1/2 y(K_v α V_a T)= 1, entonces.

Intervalo $0 \longrightarrow T$

$T_m \ (0) = 1/2 \ T$

$Q_o \ (1/2 \ T) = 1/2 \ (1) + 0 = 1/2$

Intervalo $T \longrightarrow 2 \ T$

$T_m \ (T) = 1/2 \ (1/2) \ T = T/4$

$Q_o \ (1.25T) = 1/2 \ (1) \ (1/2) + 1/2 = 3/4$

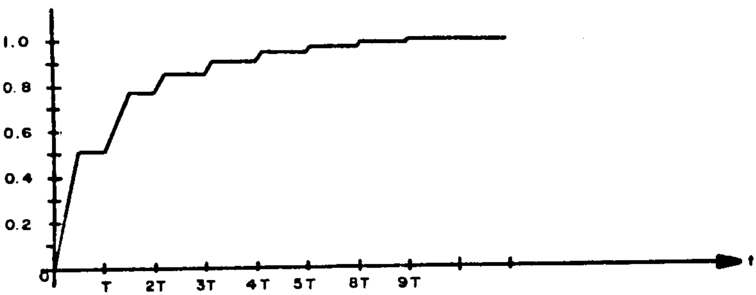
Intervalo $2 \ T \longrightarrow 3 \ T$

$T_m \ (2T) = 1/2 \ (1/4) = T/8$

$Q_o \ (2.125 \ T) = 1/2 \ (1) \ (1/4) + (3/4) = 7/8$

Una gráfica para el caso de $K_v = 1/2$ y $(K_v \ \alpha \ V_a \ T) = 1$ se muestra en la figura B.6. Una gráfica para el caso de $K_1 = 1/2$ y $(K_v \ \alpha \ V_a \ T) = 3$ se muestra en la Fig. B.7.

Estas sumas de respuesta son típicas del comportamiento de un sistema con integración pura y modulación de la duración del pulso. El sistema de ciclo cerrado puede comportarse en concepto de una forma análoga a un sistema sobreamortiguado, subamortiguado o inestable, dependiendo en la selección de parámetros.



$K_1 = 1/2$, $V_a(K_v \alpha T) = 1$

Fig. B.6.

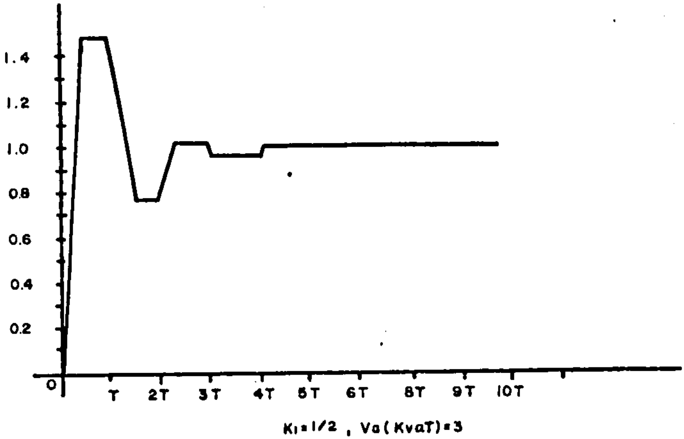
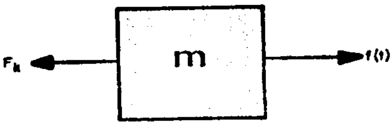


Fig. B. 7.

APENDICE C

SOLUCION A LAS DIFERENTES PRACTICAS Y RESPUESTAS DE LOS - TEST.

SOLUCION PRACTICA # 1 (SIST. MASA - RESORTE)



$$F(t) - F_k = M \frac{dx^2}{dt^2} = M \ddot{X}\,(t)$$

ORDENANDO Y TRANSFORMANDO

$$F(s) = (M S^2 + K)\; X\,(s)$$

DIAGRAMA CUERPO LIBRE

Fig. 5

FUNCION DE TRANSFERENCIA

$$\frac{X\,(s)}{F\,(s)} = \frac{1/m}{S^2 + K/m} = \frac{0.25}{S^2 + 9}$$

$$X\,(s) = \frac{2.5}{S\,(S^2 + 9)}$$

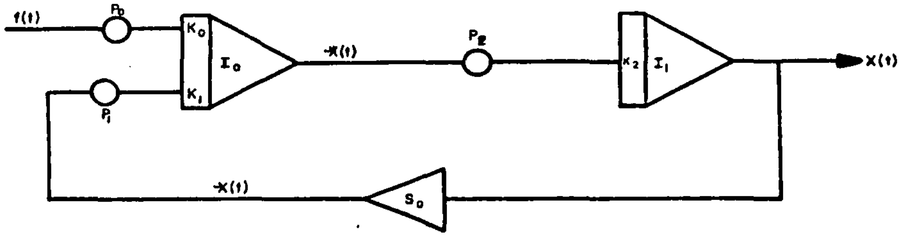
RESPUESTA:

$$X\,(t) = 0.28 - 0.28 \text{ Cos } 3\,t$$

ECUACION DIFERENCIAL

$$\ddot{X}(t) = -\,9\,x\,(t) + 2.5$$

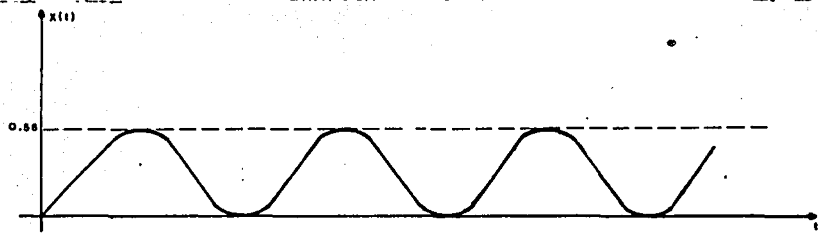
DIAGRAMA ANALOGICO



$P_0 = 0.25$ $P_1 = 0.1$ $P_2 = 0.9$

$K_0 = 10$ $K_1 = 10$ $K_2 = 10$

GRAFICA DEL COMPUTADOR



SOLUCION PRACTICA No. 2

Del sistema sacamos las siguientes ecuaciones:

$$\frac{h_1(t) - h_2(t)}{R_1} = q_1(t) \qquad \frac{H_1(s) - H_2(s)}{R_1} = Q_1(s)$$

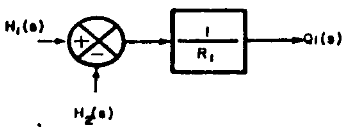
$$\frac{C_1 \, dh_1(t)}{dt} \quad q(t) - q_1(t)$$

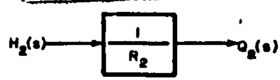
$$C_1 \, S \, H_1(s) = Q(s) - Q_1(s)$$

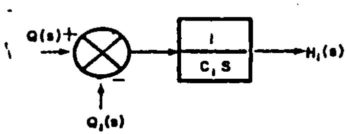
$$\frac{h_2(t)}{R_2} = q_2(t) \qquad \frac{H_2(s)}{R_2} = Q_2(s)$$

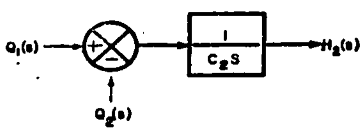
$$\frac{C_2 \, dh_2(t)}{dt} = q_1(t) - q_2(t) \qquad C_2 \, S \, H_2(s) = Q_1(s) - Q_2(s)$$

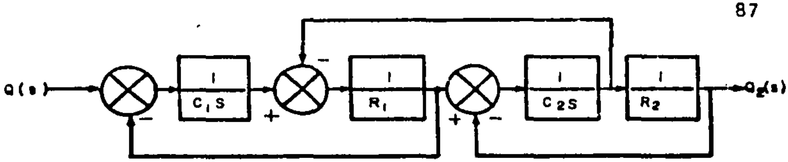
LUEGO.











De donde obtenemos la función de transferencia

$$Q(s) \longrightarrow \boxed{\frac{1}{R_1 C_1 R_2 C_2 S^2 + (R_1 C_1 + R_2 C_2 + R_2 C_1)S + 1}} \longrightarrow Q_2(s)$$

Como $q(t)$ es considerada la entrada y $q_2(t)$ la salida

$$\frac{Q_2(S)}{Q(S)} = \frac{1}{R_1 C_1 R_2 C_2 S^2 + (R_1 C_1 + R_2 C_2 + R_2 C_1) S + 1}$$

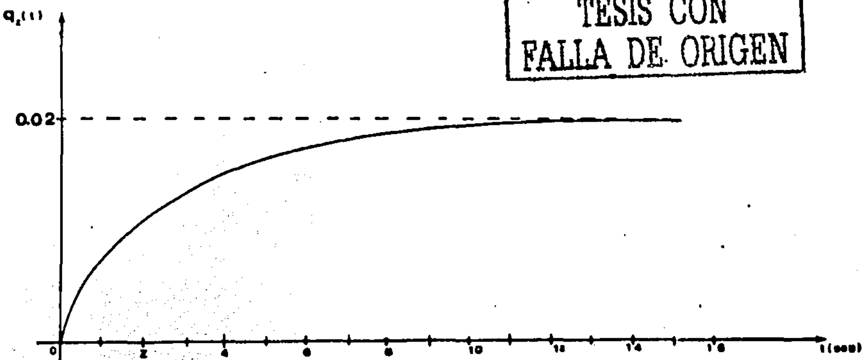
Y tomando los valores del problema.

$$Q_2(s) = \frac{0.1}{S(S^2 + 6S + 5)}$$

Resolviendo resulta

$$q_2(t) = (0.02 - 0.025 e^{-t} + 0.005 e^{-5t})\, u(t)$$

GRAFICANDOLA



SOLUCION PRACTICA No. 3

Para el amplificador tobera-aleta, sacamos las ecuaciones del sistema.

Tenemos que la presion de control es proporcional al desplazamiento.

$$p_c\ (t) = K\ x.\ (t)$$

La presión en el fuelle depende de la presión de control $p_c\ (t)$ y al cambio de presión debida a la restriccion de la válvula R y capacitancia del fuelle.

$$p_f\ (t) = p_c\ (t) - R\ C\ \frac{d\ p_f(t)}{dt}$$

Como el fuelle actúa como un resorte, esta presión la pasamos a un desplazamiento y (t) donde:

$$y\ (t) = \frac{A}{K_s}\ p_f\ (t)$$

A=Area efectiva del fuelle

K_s=Cte.de rigidez debida a la acción del costado ondulado del fuelle.

Ahora este desplazamiento y (t) lo referimos al punto donde se localiza la tobera, así como también la señal de error actuante e (t).

$$Z_1 = y\ (t)\ \left(\frac{a}{a+b} \right)$$

$$Z_2 = e\ (t)\ \left(\frac{b}{a+b} \right)$$

Aplicando transformadas de Laplace

$$P_c\ (s) = K\ x\ (s)$$

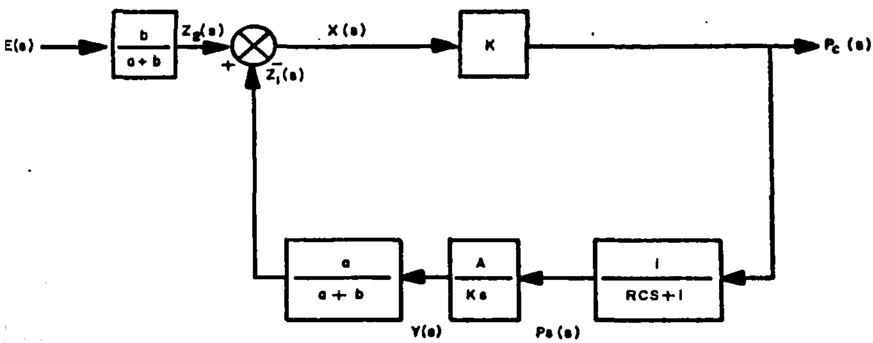
$$\frac{P_1\ (s)}{P_c\ (s)} = \frac{1}{RCS + 1}$$

$$Y\ (s) = \left(\frac{A}{K_s}\right) P_1\ (s)$$

$$Z_1\ (s) = Y\ (s) \left(\frac{a}{a+b}\right) \qquad Z_2\ (s) = E\ (s) \left(\frac{b}{a+b}\right)$$

$$X\ (s) = Z_2\ (s) - Z_1\ (s)$$

Utilizando diagrama de bloques



La función de transferencia entre P_c y e puede ser obtenida como:

$$\frac{P_c(s)}{E(s)} = \frac{1}{1 + \frac{Ka}{a+b} \cdot \frac{A}{K_s} \cdot \frac{1}{RCS + 1}}$$

La ganancia del lazo en un control como éste, normalmente es mucho mayor que la unidad. Entonces se puede simplificar la función de transferencia para dar:

$$\frac{P_c(s)}{E(s)} = K_p \, (1 + T_d \, S)$$

$$K_p = \frac{b \, K_s}{A \, a} = \text{Constante de proporcionalidad}$$

$$T_d = RC = \text{Constante de tiempo derivativo}$$

Entonces tenemos una acción de control proporcional y derivativo donde T_d es el intervalo de tiempo en que la acción de velocidad se adelante al efecto de acción proporcional.

Como este tipo de acción de control se aplicará a un sistema que el alumno seleccionará, se dejará al criterio del maestro para que califique el trabajo expuesto por el alumno de acuerdo al cuestionario presentado.

Presentaremos un ejemplo para auxiliar al alumno en esta práctica.

En la Fig. 5.3. se muestra un sistema de control para controlar la presión de una cámara cerrada.

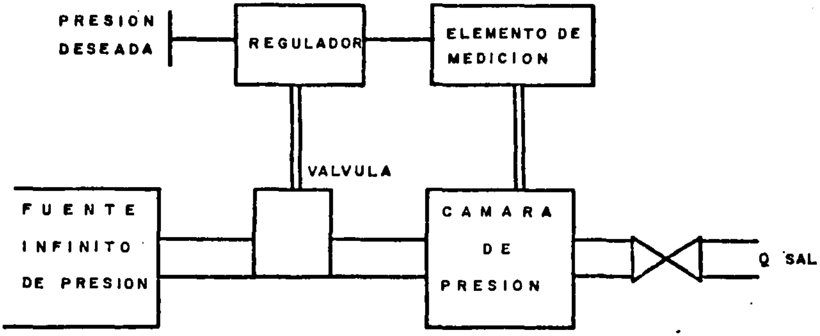


Fig. 5.3.

Aplicamos un integrador (1/s) para tratar de eliminar lo más posible los efectos de la perturbación que ocasionara la salida (Q_{sal}) de la cámara, para más detalle ver referencia [8].

Si se desea puede aumentarse la etapa amplificadora agregando un relevador neumático para controlar un mayor caudal, lo que no haría el amplificador tobera-aleta de la primera etapa.

La función de transferencia para el elemento de medición es:

$$H(s) = \frac{280}{(S + 1.208)}$$

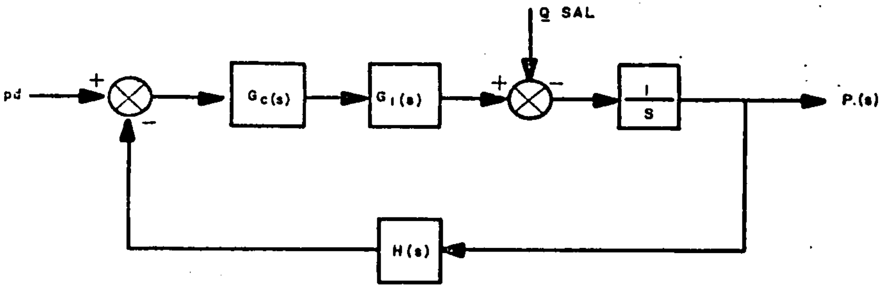
Para la válvula es:

$$G_{I}(s) = \frac{2.5}{(S^2 + 29.8s + 269)}$$

Para el regulador (proporcional-derivativo)

$$G_c(s) = (S + 1.0715)$$

En forma de diagrama de bloques



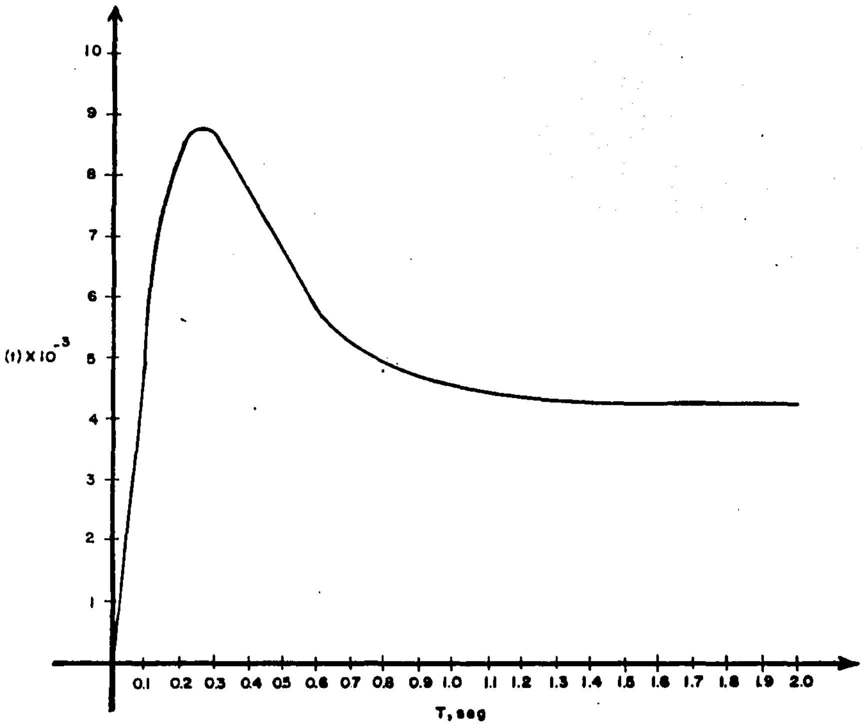
Donde sacamos la función de transferencia.

$$\frac{P_o(s)}{P_d(s)} = \frac{2.5\,(S + 1.0715)\,(S + 1.208)}{S^4 + 31S^3 + 305S^2 + 1{,}025S + 750}$$

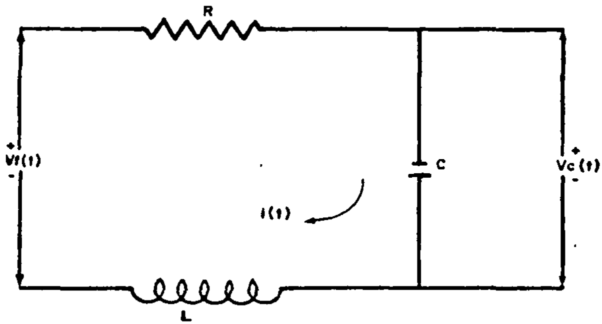
Suponiendo una entrada escalón unitario la respuesta sería:

$$p_o(t) = 43.15 \times 10^{-4} + 0.03724e^{-5t} + 0.04573e^{-15t} - 0.0872e^{-10t} - 7.4 \times 10^{-5}e^{-t}$$

GRAFICANDOLA



SOLUCION PRACTICA No. 4

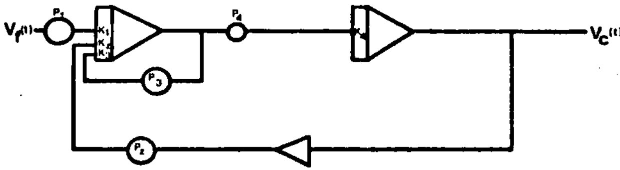


FUNCION DE TRANSFERENCIA

$$\frac{V_c(s)}{V_f(s)} = \frac{I/LC}{S^2 + R/L\ S + I/LC} = \frac{400}{(S+1.25+j19.96)\ (S+1.25-j19.96)}$$

$$V_c(s) = \frac{2000}{(S+1.25+j19.96)(S+1.25-j19.96)}$$

$$v_c(t) = 5 - 5e^{-1.25t}\ \text{Cos}\ (63.67\ t) - 0.313112e^{-1.25t}\ \text{Sen}(63.67t)$$

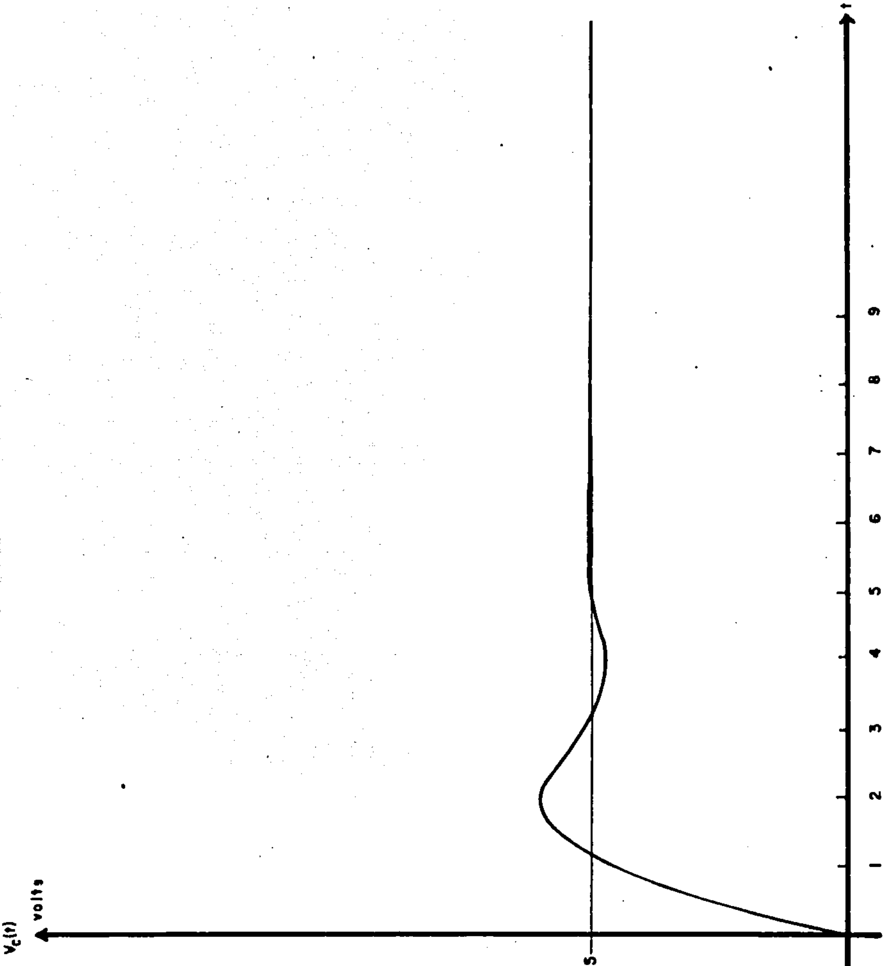


$P_1 = 0.006 \quad K_1 = 1$

$P_2 = 0.08 \quad K_2 = 1$

$P_3 = 0.37 \quad K_3 = 10$

$P_4 = 0.05 \quad K_4 = 1$



$V_c(t)$ volts
5
1
2
3
4
5
6
7
8
9
t

BIBLIOGRAFIA

1. Ogata, Katsuhiko. INGENIERIA DE CONTROL MODERNA. Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.J. 1970.

2. Harrison, H.I. y Bollinger, J.G. CONTROLES AUTOMATICOS, Trillas, México 13, D.F. 1979.

3. Gourishankar, V. CONVERSION DE ENERGIA ELECTROMECANICA, REPRESENTACIONES Y SERVICIOS DE INGENIERIA, S. A. México, México 20, D. F. 1975.

4. Deppert, W. y Stoll, K. DISPOSITIVOS NEUMATICOS, Marcombo Boixareu Editores, Barcelona 7, España. 1978.

5. Meixner, H. y Kobler, R. INTRODUCCION A LA NEUMATICA - (Manual de Estudio), Festo, Alemania Federal, 1980.

6. Dorf, R. C. SISTEMAS AUTOMATICOS DE CONTROL, Fondo Educativo Interamericano, S. A. México 20, D.F. 1977.

7. Schmidt, G. A. TRAINING HIDRAULICO, Rexroth, Establecimiento Gráfico GmbH, & Co. KG. 1983.