



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

1
1 eg.
53

DISEÑO DE LOSAS DE
CONCRETO PRESFORZADO

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:
INGENIERO CIVIL

P R E S E N T A:

Sergio Guerrero Coy

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

MEXICO, D. F.

UNICO EJEMPLAR

1982



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

FACULTAD DE INGENIERIA
EXAMENES PROFESIONALES
60-J-80 T.E.



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA

Al Pasante señor SERGIO GUERRERO COY,
P r e s e n t e .

En atención a su solicitud relativa, me es grato transcribir a usted a continuación el tema que aprobado por esta Dirección propuso el Profesor Ing. José Luis Camba Castañeda, para que lo desarrolle como tesis en su Examen Profesional de Ingeniero CIVIL.

"DISEÑO DE LOSAS DE CONCRETO PRESFORZADO"

- 1) Introducción.
- 2) Conceptos fundamentales.
- 3) Criterios de diseño.
- 4) Ejemplos de aplicación.

Ruego a usted se sirva tomar debida nota de que en cumplimiento de lo especificado por la Ley de Profesiones, deberá prestar Servicio Social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito indispensable para sustentar Examen Profesional; así como de la disposición de la Dirección General de Servicios Escolares en el sentido de que se imprima en lugar visible de los ejemplares de la tesis, el título del trabajo realizado.

A t e n t a m e n t e
"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"
Cd. Universitaria, 20 de abril de 1981
EL DIRECTOR

ING. JAVIER JIMENEZ ESPRIU

JJE/0811/ser

III

A MIS PADRES

Sra. Gloria Coy de Guerrero

y

Sr. Jesús Guerrero Revueltas

Con todo mi agradecimiento y cariño,
y en especial a mi madre, a cuya de-
dicación y ejemplo debo mi carrera.

A MIS HERMANOS

A cuya insistencia, debo la
terminación de este trabajo.

IV

A MIS MAESTROS Y A LA
FACULTAD DE INGENIERIA

Forjadores de hombres de lucha
y espíritu.

Agradezco en especial la supervisión de este trabajo a mi maestro Ing. José Luis Camba Castañeda.

V

I N D I C E

	Página
AGRADECIMIENTOS	III
1) INTRODUCCION	1
2) CONCEPTOS FUNDAMENTALES:	
Conceptos fundamentales de losas ^N	5
Conceptos fundamentales del concreto preesforzado	9
3) CRITERIOS DE DISEÑO	
Criterios de diseño de losas planas de concreto preesforzado	38
4) EJEMPLOS DE APLICACION	
Primer ejemplo de aplicación	58
Segundo ejemplo de aplicación	70
Tercer ejemplo de aplicación	81

"DISEÑO DE LOSAS DE CONCRETO PREESFORZADO"

- 1) INTRODUCCION
- 2) CONCEPTOS FUNDAMENTALES
- 3) CRITERIOS DE DISEÑO
- 4) EJEMPLOS DE APLICACION

1) INTRODUCCION

Preesforzar implica crear intencionalmente esfuerzos en un elemento estructural, con el fin de mejorar su comportamiento y resistencia ante diversas condiciones de servicio.

El concreto preesforzado es aquel concreto al cual se introducen esfuerzos internos cuya magnitud y distribución, equilibra a un grado deseado los esfuerzos resultantes producidos por las cargas externas actuantes. La manera de introducir el preesfuerzo en miembros de concreto reforzado se realiza mediante el tensado del acero de refuerzo.

La creación del concreto preesforzado se basó en el concepto de que el concreto, aun cuando es resistente a la compresión, es bastante débil a la tensión, y preesforzando el acero contra el concreto este último queda bajo un esfuerzo de compresión que puede ser utilizado para equilibrar cualquier esfuerzo de tensión producido por las cargas actuantes.

Los primeros métodos patentados de concreto preesforzado (1950) no tuvieron éxito porque el bajo preesfuerzo, producido en aquel entonces en el acero, se perdía rápidamente como resultado de la contracción y escurrimiento plástico del concreto.

El desarrollo moderno del concreto preesforzado se le acredita a E. Freyssinet, de Francia, quien en 1928 empezó usando alambres de acero de alta resistencia para el preesforzado ($f_y = 13,000 \text{ Kg/cm}^2$).

La industrialización del concreto preesforzado se logró hasta que fueron ideados métodos para tensar y dar anclajes en los extremos económicos y confiables.

El concreto preesforzado se presenta básicamente en dos variantes:

a) El pretensado, que consiste en tensar el acero de preesfuerzo y posteriormente colar el concreto. Una vez que el concreto ha alcanzado una resistencia adecuada, se corta el acero de preesfuerzo y al tratar de volver a su estado inicial, el concreto se lo impide por adherencia y se logra así la compresión del mismo. El pretensado se usa generalmente en la prefabricación de estructuras.

b) El postensado, que consiste en dejar los cables de preesfuerzo protegidos por un ducto, colar el concreto y cuando éste adquiere la resistencia especificada, se tensa el acero de preesfuerzo y se bloquea el mismo en los anclajes, lográndose así la compresión del concreto. El postensado se usa principalmente en obras coladas en el lugar.

En la actualidad el concreto preesforzado tiene una gran aplicación, y se usa tanto en edificios, como en puentes, tanques, silos etc... Relacionado con el primer tipo de estructuras mencionado se diseñan y construyen travesaños y losas de concreto preesforzado, y es precisamente al diseño de las losas de concreto preesforzado al cual haremos referencia.

2) CONCEPTOS FUNDAMENTALES

2.1) CONCEPTOS FUNDAMENTALES DE LOSAS

En su forma más básica, una losa es una placa cuyo peralte es pequeño en relación a su longitud y ancho. Generalmente el peralte es constante, las losas pueden estar soportadas por paredes, pero más frecuentemente lo están por vigas de concreto que generalmente son coladas monolíticamente con la losa, o por traveses de acero, o directamente por columnas sin vigas o traveses.

Las losas soportadas por vigas pueden estar sostenidas solo a lo largo de dos de sus lados, en tal caso la acción estructural es esencialmente de flexión en un solo sentido.

Se pueden introducir vigas intermedias para subdividir las losas. Si la relación del lado corto al lado largo de una losa rectangular es menor que 0.5, la totalidad de la carga es llevada en el sentido corto de la misma, dado que los mayores esfuerzos se asocian con la longitud más corta de la losa; de tal forma que se obtiene flexión en un solo lado aun cuando exista soporte en sus cuatro aristas.

LOSAS PLANAS

Las losas planas transmiten la carga que actúa sobre-

ellas en una o dos direcciones y se apoyan directamente sobre columnas; pueden tener engrosamientos en la periferia de la columna los cuales se denominan "Abacos" y una ampliación de la columna en la zona de contacto con la losa que reciben el nombre de "Capiteles".

La función de los ábacos y capiteles es la de reducir el efecto del esfuerzo cortante en la periferia de la columna, y aumentar la resistencia a momento negativo en el apoyo.

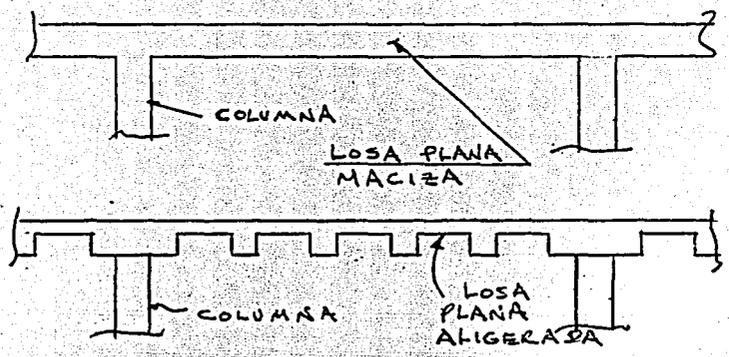
Este tipo de losas se consideran como un caso particular de losas perimetralmente apoyadas en el que las vigas se han ido reduciendo en su sección, hasta desaparecer.

Las losas planas pueden ser macizas o aligeradas.

Las losas planas macizas que no tienen abacos ni capiteles se denominan placas planas y son losas de piso de espesor uniforme, las cuales se usan cuando los claros a cubrir no son muy grandes y las cargas son relativamente ligeras.

Las losas planas aligeradas o losas nervadas consisten en una placa plana a la cual se le reduce el peso propio al crear huecos en la misma. En su mayor parte el concreto eliminado se encuentra bajo esfuerzos de tensión y resulta ineficaz, por lo tanto, el piso más ligero tiene características estructurales similares a las del piso sólido.

Los huecos se forman usando moldes de acero de forma de domo, así como moldes recuperables de plástico, madera o cartón.



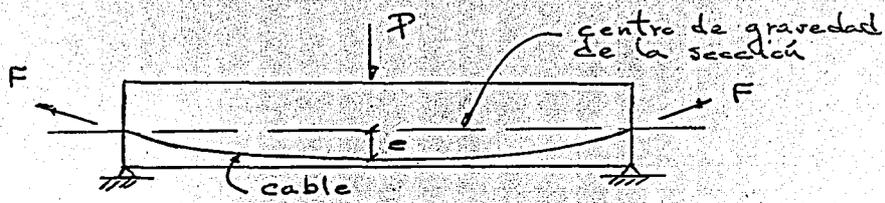
Respecto a la forma de falla de las losas podemos decir que ésta generalmente es ductil, presentando grandes deformaciones y agrietamientos antes de fallar.

Según se incremente la carga actuante en una losa se va presentando la falla en la misma, caracterizándose inicialmente por la presencia de agrietamientos en la cara de tensión de la losa, hasta que el acero fluye incrementándose los agrietamientos, simultáneamente se presentan grietas inclinadas en el plano vertical de la losa cercanas a la zona de aplicación de la carga, las cuales forman una pirámide o cono truncado alrededor de la superficie de carga, para finalmente fallar por penetración del puntal a través de la losa.

Independientemente de la magnitud de la deformación a la falla, el colapso final se presenta siempre por penetración del puntal a través de la losa, y la superficie de falla tiene la forma de una pirámide o cono truncado. Lo anterior indica que existe siempre una etapa previa al colapso final, en la cual se desarrollan grietas inclinadas alrededor de la superficie cargada, hasta que se forma una superficie de falla.

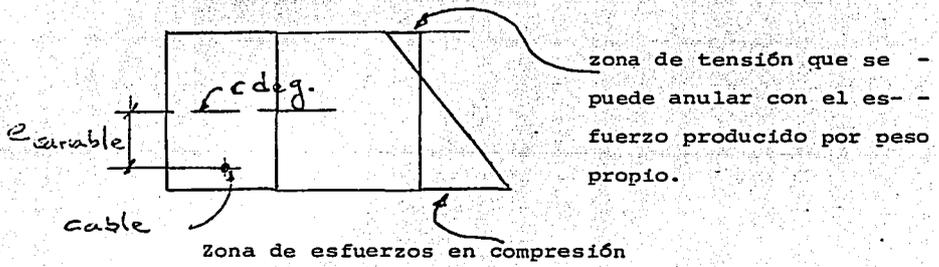
2.2) CONCEPTOS FUNDAMENTALES DEL CONCRETO PREESFORZADO

Para ilustrar el concepto de concreto preesforzado, - haremos referencia al comportamiento de una viga de concreto - sujeta a preesfuerzo, como la que se muestra en la figura:



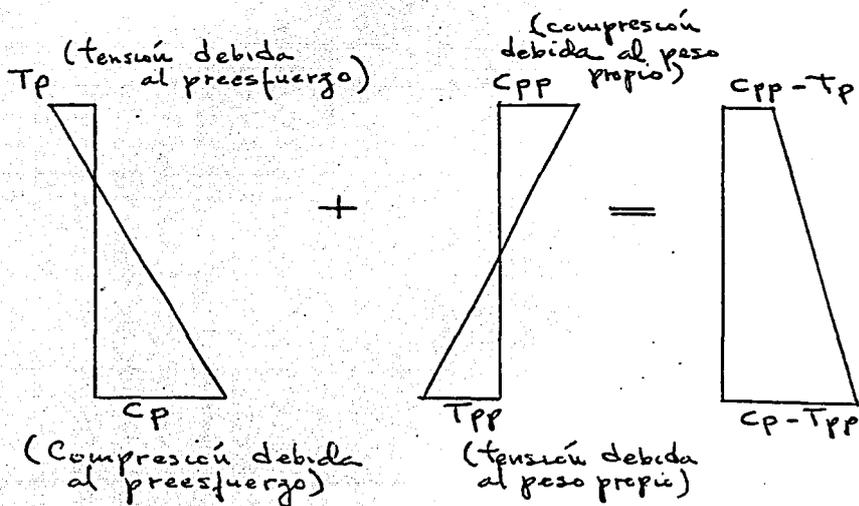
Existen 2 parametros en el manejo del preesfuerzo, - que son el valor de la fuerza aplicada en el cable (F) y la - excentricidad con que se aplica (e).

Al tensar el cable y soltarlo, éste trata de regresar a su posición original y comprime al concreto, presentandose - un volumen de esfuerzos en la sección de la viga del siguiente tipo:



El momento flexionante máximo producido por el cable en la viga está dado por el producto $F(e)$, y su acción produce en la misma una deflexión hacia arriba.

Como se puede observar, para éste caso, mediante el preesforzado se induce esfuerzos en la viga cuya magnitud -- dependerá de los parámetros F y e , los cuales contrarrestarán, en mayor o menor proporción, los esfuerzos producidos en la viga debidos al peso propio y a las cargas actuantes sobre la misma, teniéndose las siguientes etapas de esfuerzos:

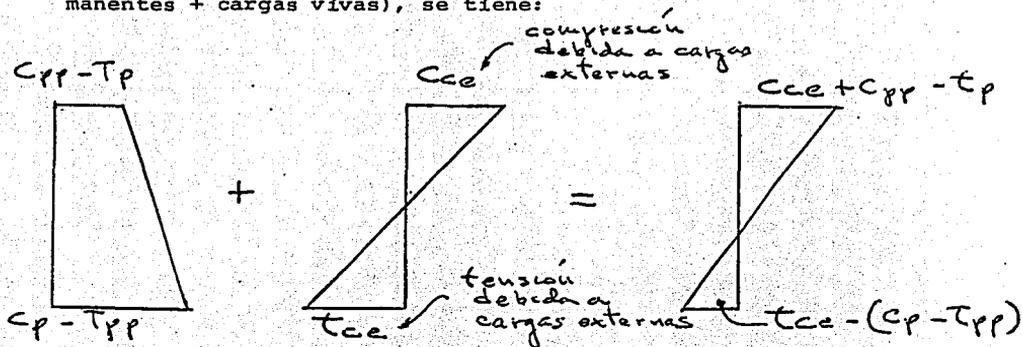


Preesfuerzo

+

Peso propio

Al actuar las cargas externas adicionales (cargas permanentes + cargas vivas), se tiene:



Cargas externas adicionales = esfuerzos finales en la sección.

Es evidente que las trabes o losas de concreto preesforzado presentan menores deflexiones que las de concreto reforzado, puesto que la acción del preesfuerzo es contraria a la provocada por las cargas actuantes proporcionando inicialmente una contraflecha que disminuye la deflexión final en las trabes y losas.

De la misma manera los agrietamientos en trabes y losas de concreto preesforzado son menores que los que aparecen en las de concreto reforzado, ya que como se ha visto, las zonas sujetas a tensión se pueden controlar según se requiera, mediante el preesfuerzo.

También las escuadrias obtenidas en el diseño de travesos o losas de concreto preesforzado, resultan menores que las de travesos o losas de concreto reforzado.

La capacidad de absorber energía es mayor en las vigas o losas no preesforzadas que en las preesforzadas, ya que al deteriorarse más las primeras que las segundas, absorben más energía. Es decir las vigas o losas preesforzadas resultan menos dúctiles que las reforzadas, esto debido al comportamiento poco dúctil del acero de preesfuerzo.

MATERIALES USADOS EN EL CONCRETO PREESFORZADO

CONCRETO

El concreto utilizado en el preesforzado es de mayor resistencia que el utilizado en el reforzado, los valores de la resistencia última del concreto $f'c$ fluctúan entre 300 a 450 Kg/cm^2 .

La conveniencia de usar concretos más resistentes se refleja en los siguientes puntos.

a) Presentan módulos de elasticidad mayores y menores deformaciones por plasticidad, dando esto por consecuencia una menor pérdida del preesfuerzo en el acero.

b) Dados los altos esfuerzos que se crean en el concreto preesforzado, es conveniente que éste presente una alta resistencia a la compresión y por consiguiente mayor resistencia a la tensión y a la fza cortante, así como a la adherencia y al empuje.

c) En el concreto postenzado, los sistemas de anclaje crean grandes esfuerzos alrededor de los mismos, los cuales son mejor resistidos por el concreto de mayor resistencia.

ACERO UTILIZADO EN EL PREESFUERZO

El acero que se utiliza para el preesfuerzo es de alta resistencia a la tensión ($f_y = 13,000 \text{ Kg/cm}^2$).

Este acero, se hace por aleación, empleando carbón y otros minerales como son el fosforo, azufre, sílice y el manganeso.

La forma de aumentar la resistencia a la tensión del acero de preesfuerzo es mediante el templado en frío; este proceso tiende a realinear los cristales incrementando, por lo tanto, la resistencia con cada tiron, de los alambres o varillas de acero de alta resistencia. Mientras más pequeño sea el diámetro de los alambres, más alta es su resistencia a la ruptura, pero la ductilidad de los alambres disminuye como

resultado del templado en frío.

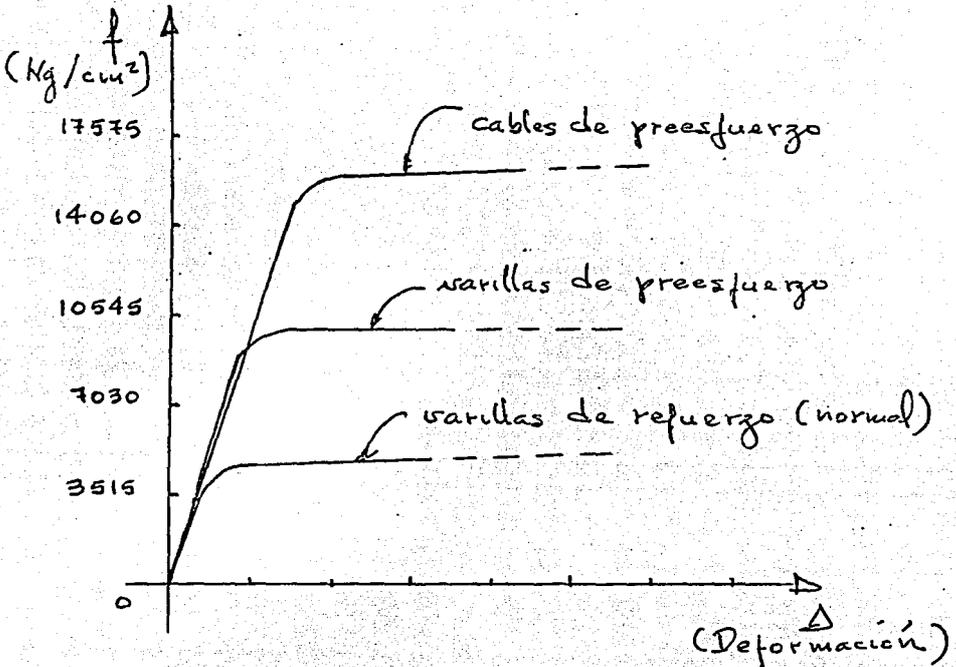
El acero de preesfuerzo se usa en la forma de:

- 1) Alambres
- 2) Cables
- 3) Varillas

ALAMBRES. Los alambres se hacen de barras producidas por el proceso de hogar abierto o de hogar eléctrico. Después de estirados en frío hasta el tamaño, los alambres se alivian de esfuerzo por un tratamiento de calor continuo para producir las propiedades mecánicas que los caracterizan.

CABLES. Los cables se fabrican al unir alambres individuales, los cuales se retuercen entre sí, generalmente se unen 7 cables, en los cuales, un alambre central es rodeado fuertemente por seis alambres exteriores colocados en espiral, después de retorcidos los cables, se someten a un tratamiento térmico aliviador de esfuerzo.

VARILLAS DE ACERO DE ALTA RESISTENCIA. Las varillas de acero de alta resistencia para preesfuerzo se fabrican en diámetros que van desde $3/4$ a $1\ 3/8$ y presentan menos resistencia que los cables, dado su mayor diámetro.



GRAFICA COMPARATIVA ESFUERZO - DEFORMACION
MACLON

En la figura anterior se muestran las curvas es- -
fuerzo - deformación para los cables de preesfuerzo, así como
para las varillas de preesfuerzo; se puede observar también -
la de el acero de refuerzo normal, la cual comparativamente es
menor a las dos anteriores.

PERDIDAS DEL PREESFUERZO

Existen básicamente dos tipos de pérdidas en el concreto preesforzado que son las instantáneas y las diferidas:

Las pérdidas instantáneas son:

- a) Por acortamiento elástico
- b) Por fricción
- c) Por anclaje

Las pérdidas diferidas son:

- d) Por contracción del concreto
- e) Por flujo plástico del concreto
- f) Por relajación del acero

La fza. de preesfuerzo no es constante, ya que disminuye con el tiempo. En la práctica, sólo se consideran los valores del preesfuerzo inicial y del preesfuerzo final.

El preesfuerzo inicial, es la fza. de preesfuerzo que existe inmediatamente después de la transferencia de carga de los gatos al concreto, y es inferior a la fza. que proporciona el gato, a causa del acortamiento elástico del concreto, las pérdidas por fricción y el corrimiento de los tendones en los anclajes.

El preesfuerzo final se obtiene después de que han ocurrido todas las pérdidas, incluyendo las pérdidas dependientes del tiempo debidas a la contracción del concreto, deformación o flujo plástico del concreto y al relajamiento del acero de preesfuerzo.

a) Pérdidas por acortamiento elástico del concreto.- Esta pérdida sucede al transferir la fza. de preesfuerzo al concreto existiendo un acortamiento elástico del mismo y del acero también. Las pérdidas por acortamiento elástico son muy pequeñas, del orden del 2 al 3% de la tensión inicial.

b) Pérdidas por fricción. Se puede decir que las pérdidas por fricción en elementos de concreto preesforzado pretensado no existen, puesto que la pérdida por fricción depende básicamente de la curvatura de los cables de preesfuerzo.

En el caso de elementos postensados tienen bastante significación, puesto que normalmente los cables de postensado son curvos. Para tener menores pérdidas por fricción es conveniente tener cables no demasiado largos.

Existen además, pérdidas parásitas de fricción en cables rectos debidas a la colocación del ducto y a las pequeñas ondulaciones existentes.

c) Pérdidas por anclaje.- Todos los sistemas de anclaje consisten en tensar el cable y bloquearlo, ésta pérdida se debe al ajuste entre los tendones y los accesorios de anclaje, cuando se bloquea el alambre se corre una pequeña distancia el mismo. La pérdida por anclaje se deja sentir hasta una cierta distancia de la pieza.

d) Pérdidas por contracción del concreto. Esta pérdida se produce por deshidratación del concreto ya que la evaporación de agua se reduce a pérdida de volumen y contracción del mismo.

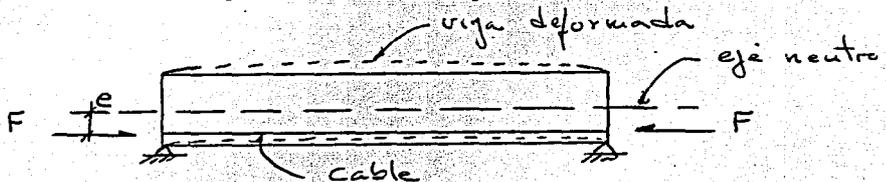
e) Pérdida por flujo plástico del concreto. Esta pérdida se debe al acortamiento del concreto bajo carga constante y depende del nivel de carga aplicada.

f) Pérdida por relajación del acero. Esta pérdida se debe a que bajo un cierto esfuerzo con una longitud constante el acero fluye o se relaja. Las pérdidas por relajación en el acero empiezan a notarse para valores del 65 al 75% del esfuerzo de fluencia.

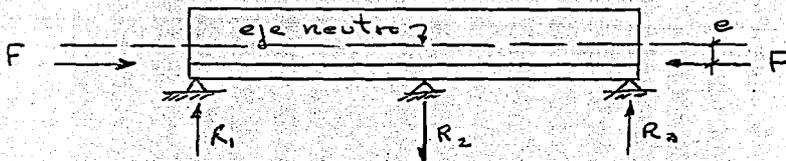
La suma de todas las pérdidas en elementos pretensados es de aproximadamente el 20% de la tensión inicial. En elementos postensados es del orden del 15% de la tensión inicial, más las debidas a la fricción y el anclaje.

FLEXION EN VIGAS Y LOSAS CONTINUAS PREESFORZADAS.

Todo elemento preesforzado bajo la acción del preesfuerzo se deforma. Los elementos isostáticos se pueden deformar libremente según se ve en la figura.



En el caso de estructuras continuas (Hiperestáticas) va a encontrar restricciones para hacerlo, provocando reacciones en los apoyos debidos al preesfuerzo, así por ejemplo en la viga siguiente se tiene:



Vemos que la tendencia de deformación de la viga es impedida por el apoyo intermedio, provocándose una reacción en el mismo. A estas reacciones se les denomina hiperestáticas y los momentos producidos por tales reacciones se llaman momentos hiperestáticos de preesfuerzo. Desde luego, el conjunto de reacciones hiperestáticas, forman un sistema nulo.

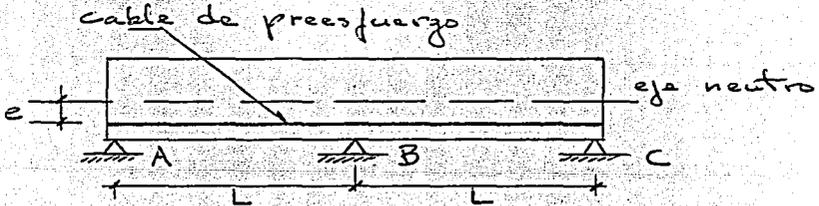
MÉTODOS DE ANÁLISIS DE VIGAS Y LOSAS CONTINUAS

Existen varios métodos para analizar estructuras hiperestáticas, los cuales pueden ser:

- a) Método de las flexibilidades
- b) Método del Area-Momento
- c) Método directo de las rigideces
- d) Método de Cross
- e) Método de las líneas de influencia
- f) Método de la carga balanceada.

Para dar una idea más clara de algunos de éstos métodos analizaremos las siguientes vigas continuas de concreto --- preesforzado:

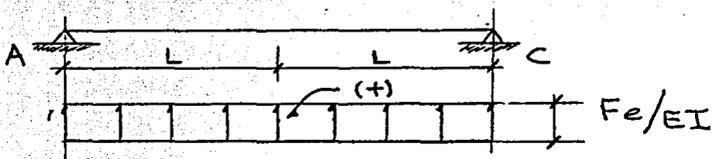
- 1) Sea una viga de excentricidad constante en toda su longitud, sujeta a una fza de preesfuerzo F horizontal.



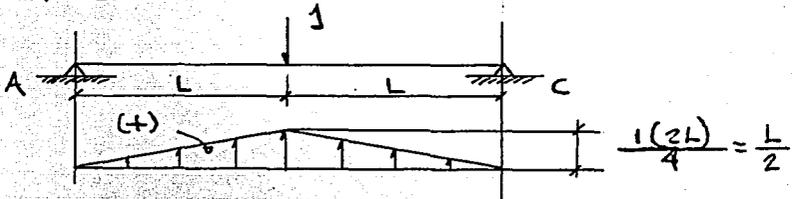
Resolviendo, por el método de las flexibilidades, se tiene:

Quitemos el apoyo intermedio y calculemos la flecha al centro del claro debido al preesfuerzo, mediante el método del - trabajo virtual, teniendo:

Viga Real:



La Viga virtual, sera:



Multiplicando los diagramas, se tiene:

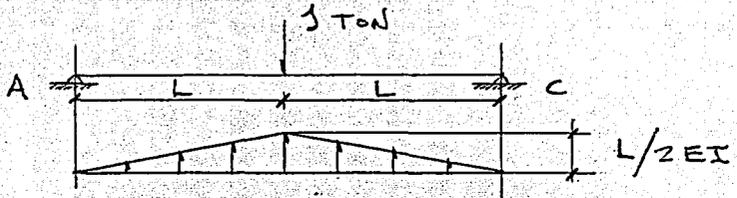
$$f_{\text{0}} = \frac{1}{2} \text{ s i k}$$

$$f_{\text{0}} = -\frac{1}{2}(2L)(F_e/EI)(L/2) = -F_e L^2/2EI$$

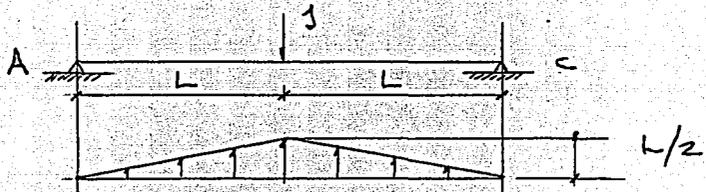
f_{0} Nos representa la flecha al centro del claro debido al preesfuerzo.

La reacción redundante R_B debe ser tal que produzca en la estructura libre un desplazamiento hacia arriba igual a f_0 , por lo tanto, podemos establecer:

Viga real.



Viga virtual



Multiplicando los diagramas, se tiene:

$$f_0 = \frac{1}{3} \text{ si } k$$

$$f_0 = \frac{1}{3} (2L) \left(\frac{L}{2EI} \right) (L/2) = L^3/6EI$$

La ecuación de compatibilidad será:

$$f_0 + f_0 R_B = 0$$

$$- FeL^2/2EI + (L^3/6EI) R_B = 0$$

$$R_B = \frac{FeL^2}{2EI} \left(\frac{6EI}{L^3} \right) = 3Fe/L$$

Por equilibrio de fzas verticales, se tiene:

$$R_A = R_C = -1.5 Fe/L$$



$$M_{x=L} = Fe - \frac{1.5 Fe}{L} (L) = -\frac{1}{2} Fe$$

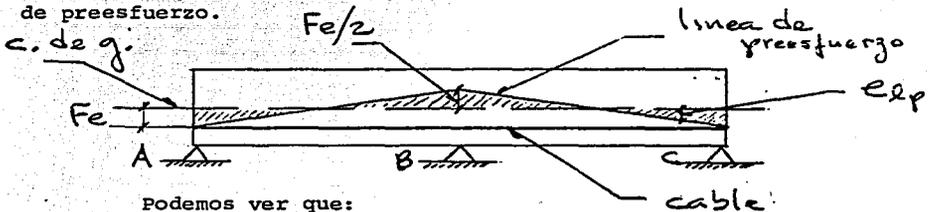
El signo negativo indica que el momento está por arriba del Centro de gravedad de la sección.

Para $x=0$

$$M = Fe$$

asi pues, gráficando los momentos obtendremos la línea

de preesfuerzo.



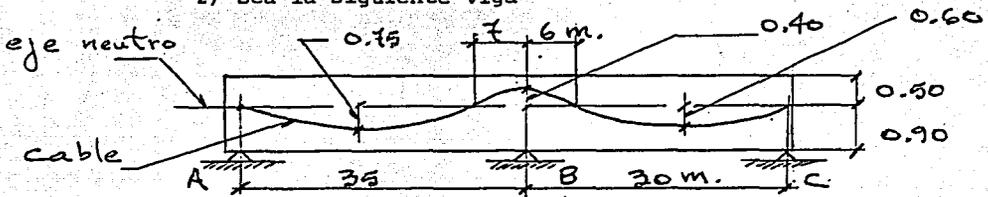
a) la línea de preesfuerzo en la viga hiperestática no coincide con el cable, como en una viga isostática, debido al momento hiperestático de preesfuerzo.

b) Los esfuerzos provocados por el preesfuerzo en el -

concreto, se deberán a la excentricidad e_{lp} de la línea de preesfuerzo y no la excentricidad del cable.

c) En una estructura hiperestática deberá considerarse el conjunto de la misma y no podrá considerarse una sección aislada como en una viga isostática.

2) Sea la siguiente viga



Datos: fza de preesfuerzo $F = 120$ tóns

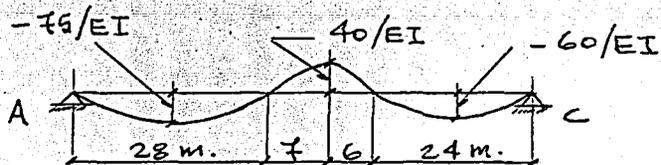
$EI =$ constante

Se supondrán cables parabólicos.

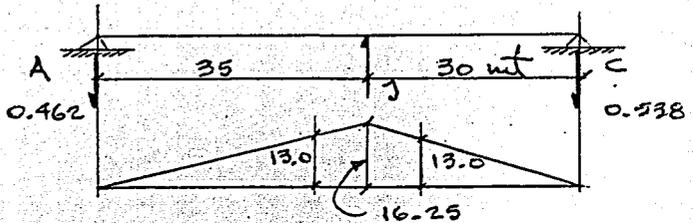
a) Resolviendo mediante el método de las flexibilidades se tiene:

Suprimamos el apoyo B y calculando en ese punto los desplazamientos, mediante el método de trabajo virtual, se tendrá:

Viga real.



viga virtual:



Multiplicando los diagramas, tenemos:

$$f_0 = \frac{1}{3} \int_0^k + \frac{1}{2} \int_i (3k_1 + 5k_2)$$

$$f_0 = \frac{1}{3} (29)(13) \left(-\frac{75}{EI} \right) + \frac{1}{2} (7) \left(\frac{40}{EI} \right) [3(13) + 5(16.25)] + \frac{1}{2} (6) (40/EI) [3(13) + 5(16.25)] + \frac{1}{3} (24)(13) \left(-60/EI \right)$$

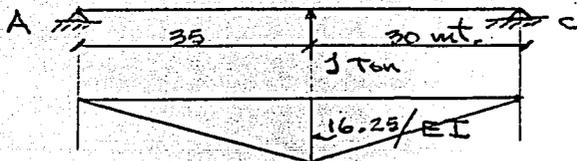
$$f_0 = \frac{1}{EI} [-9100 + 2805.8 + 2405 - 6240]$$

$$f_0 = -10129.2 / EI$$

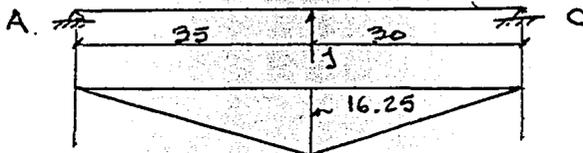
Reacción redundante R_B :

Calculo de la flecha en B, debida a la carga unitaria

Viga real



Viga virtual:



multiplicando los diagramas, tenemos:

$$f_{\text{B}} = \frac{1}{3} \delta i k = \frac{1}{3} (65) (16.25/EI) (16.25) \\ = 5721.3/EI$$

La ecuación de compatibilidad será:

$$f_{\text{B}} + P_{\text{B}} R_{\text{B}} = 0 \\ -10129.2/EI + [5721.3/EI] R_{\text{B}} = 0 \\ R_{\text{B}} = \frac{10129.2}{EI} \left[\frac{EI}{5721.3} \right] = 1.77 \text{ tons.}$$

Por equilibrio de fzas verticales, se tiene

$$R_{\text{A}} = 0.817 \text{ Ton.} ; R_{\text{C}} = 0.953 \text{ ton}$$

El momento hiperestatico de preesfuerzo en el apoyo B, -

será:

$$M_{\text{Bh}} = 0.817 (35) = 28.60 \text{ ton-m}$$

El momento final de preesfuerzo en B, valdrá:

$$M_{\text{fB}} = M_{\text{isostatico B}} + M_{\text{Hiperestatico B}} \\ = 0.40 (120) + 28.60 \\ = 48.0 + 28.6 = 76.60 \text{ ton-m}$$

Vemos que el momento hiperestatico resulto de aproximadamente un 60% del valor del isostatico.

b) Resolviendo mediante el método del Area-Momento, se tiene:

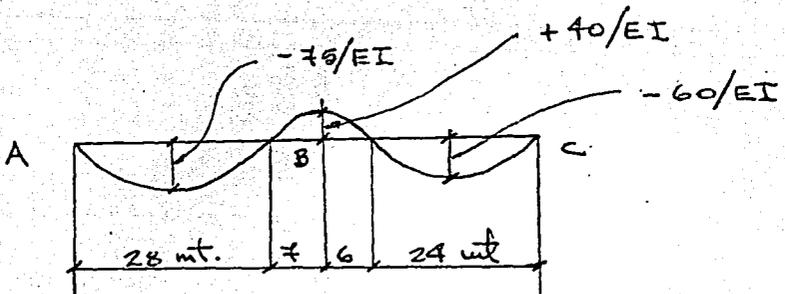
Los teoremas del área-momento son: Primer teorema. - -
 El ángulo que forman las tangentes en dos puntos de la elástica es igual al área del diagrama M/EI entre estos dos puntos

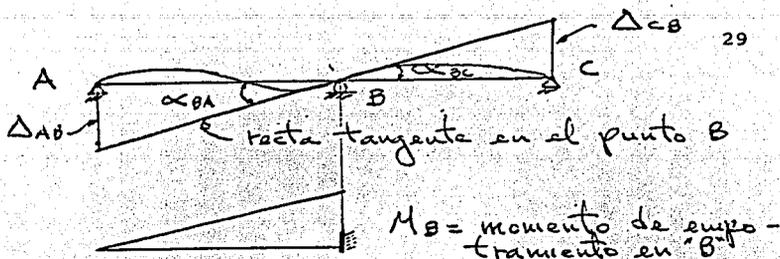
$$\alpha = \int_A^B \frac{M}{EI} dx$$

Segundo teorema. La distancia de un punto de la elástica a la tangente en otro punto de la misma, es igual al momento estático del área del diagrama M/EI entre éstos dos puntos.

$$\Delta_{AB} = \int_A^B \frac{M}{EI} x dx$$

Aplicando el 2o. teorema del área momento entre los --
 puntos A y B, tenemos:





$$\Delta_{AB} = \left[\frac{2}{3} \left(-\frac{75}{EI} \right) (28) \right] 14 + \left[\left(\frac{2}{3} \right) \left(\frac{40}{EI} \right) (7) \right] \left[\frac{5}{8} (7) + 28 \right] + \frac{M_B (35)}{2} \left(\frac{2}{3} \right) (35)$$

$$\Delta_{AB} = -19600/EI + 6043/EI + 408.3 M_B$$

$$= -13557/EI + 408.3 M_B$$

Al aplicarlo entre los puntos B y C, tenemos:

$$\Delta_{CB} = \left[\frac{2}{3} \left(-60/EI \right) (24) \right] 12 + \left[\frac{2}{3} \left(\frac{40}{EI} \right) (6) \right] \left[\frac{5}{8} (6) + 24 \right] + \frac{M_B (30)}{2} \left(\frac{2}{3} \right) (30)$$

$$\Delta_{CB} = -7680/EI + 300 M_B$$

de: $\alpha_B = \Delta_{AB}/35 = \Delta_{CB}/30$

y de: $\alpha_{BA} + \alpha_{BC} = 0$, tenemos:

$$-387.34 + 11.666 M_B - 236 + 10.0 M_B = 0$$

$$M_B = \frac{623.34}{21.665} = 28.70 = \text{Momento hiperestático}$$

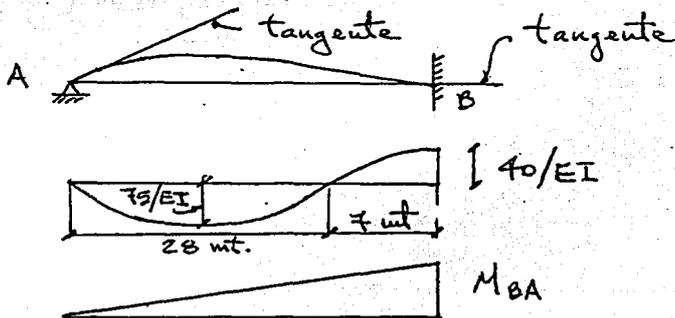
$$M_{fB} = M_i + M_h = 0.40 (120) + 28.70$$

$$= 76.70 \text{ ton-m}$$

c) Resolviendo mediante el método de "H. Cross" tenemos:

Obtenemos momentos de las áreas con respecto al pto.

"A".



$$\Delta_{AB} = -13557 + 408.3 M_{BA} = 0$$

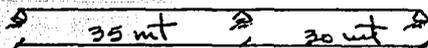
$$\therefore M_{BA} = 13557 / 408.3 = 33.203 \text{ ton-mt}$$

de igual forma para el otro tramo, se tiene:

$$\Delta_{CB} = -7080 + 300 M_{BC} = 0$$

$$\therefore M_{BC} = \frac{7080}{300} = 23.60 \text{ ton-mt}$$

Efectuando el "cross", tenemos:



0.46	0.54
-33.20	23.60
4.92	5.18
-28.78	28.78

Momentos
Hyperstaticos

$$M_f = M_i + M_h = 0.40(120) + 28.78 \\ = 76.78 \text{ ton-m}$$

Podemos observar que mediante los 3 métodos aplicados obtenemos la misma solución, lo mismo sucedería al aplicar el método de las líneas de influencia y el método de las rigideces, cuya aplicación puede verse en los libros especializados.

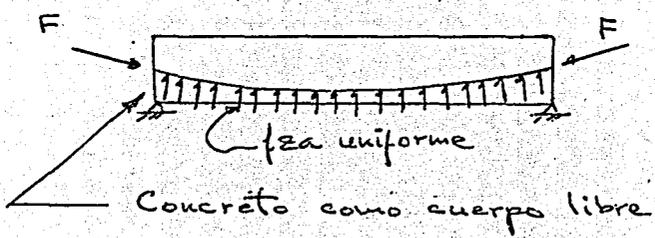
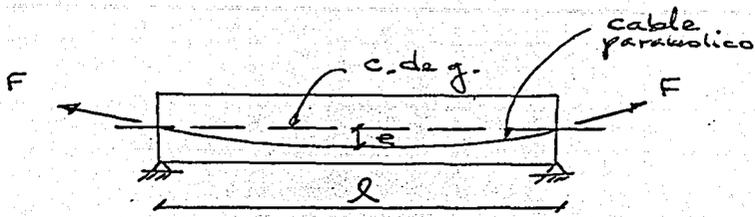
METODO DE LA CARGA BALANCEADA

Dentro de los métodos de análisis de vigas y losas preesforzadas continuas la aplicación del concepto de carga balanceada simplifica grandemente su diseño y análisis.

Este concepto visualiza el preesforzado como un intento de balancear las cargas actuantes en un miembro. Al utilizar este método en el diseño de una estructura de concreto preesforzado, el efecto del mismo se visualiza esencialmente como de equilibrio de las cargas de gravedad para que así los miembros sujetos a flexión, tales como losas y vigas no se encuentren sujetos a dichos esfuerzos ante una condición de carga dada. Esto permite que un miembro en flexión se transforme en un miembro bajo esfuerzo directo simplificandose grandemente tanto el análisis como el diseño de estructuras que serían algo complicadas de otra manera.

La aplicación de este concepto requiere tomar el concreto como un cuerpo libre y reemplazar los tendones con fuerzas que actúan sobre el concreto, como se ve en el siguiente ejemplo:

Por simplicidad veamos una viga preesforzada no continua, apoyada libremente en sus dos extremos, y con cable parabolico:



La fza uniforme de abajo hacia arriba está dada por:

$$w = \frac{8 Fe}{l^2}$$

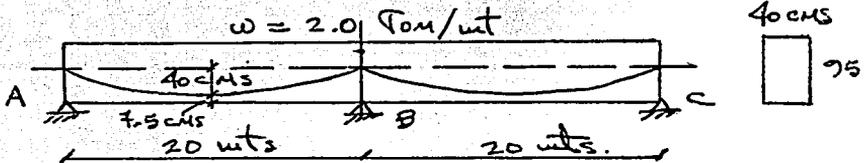
Así, para una carga uniforme hacia abajo w , la carga-transversal en la viga se balancea, y la viga está sujeta únicamente a la fza axial F , la cual produce esfuerzos uniformes en el concreto, $f = F/A$.

Un cambio en los esfuerzos para esta condición de equilibrio puede calcularse mediante la aplicación de la fórmula de la esquadria

Igualmente en las vigas continuas bajo la acción balanceada entre la componente transversal del preesfuerzo y la carga externa aplicada se presenta un esfuerzo uniforme f en cualquier sección de la viga, y para cualquier cambio de esa condición de carga balanceada se puede aplicar el análisis elástico ordinario a la diferencia de cargas, para obtener el momento M en cualquier sección.

Esto significa que, después de equilibrar la carga, el análisis de las vigas continuas preesforzadas se reduce al análisis de una viga continua no preesforzada.

Veamos como ejemplo la siguiente viga preesforzada:



fuerza de preesfuerzo $F = 160 \text{ Tons}$.

Calcularemos los esfuerzos en las fibras superior e inferior para el apoyo central, punto B.

Solución:

La componente transversal provocada por el preesfuerzo hacia arriba vale:

$$w = \frac{8Fe}{l^2} = \frac{8(160)(0.40)}{(20)^2} = 1.28 \text{ Ton/mt}$$

la carga no balanceada actuante hacia abajo vale:

$$w = 2.0 - 1.28 = 0.72 \text{ Ton/mt}$$

Ahora bien, para una carga aplicada hacia abajo de 1.28 T/mt, la carga se encuentra balanceada, bajo un esfuerzo uniforme cuyo valor esta dado por:

$$f = \frac{F}{A} = - \frac{160000}{(40)(95)} \\ = - 42.0 \text{ kg/cm}^2 \text{ (compresión)}$$

Por otra parte la carga no balanceada produce un momento negativo sobre el apoyo central, cuyo valor esta dado por:

$$M = \frac{wl^2}{8} \\ = \frac{0.72(20)^2}{8} = 36 \text{ ton-mt.}$$

El cual produce en las fibras superior e inferior de la viga los siguientes esfuerzos:

$$f = \frac{M}{S} = \frac{M}{I} c$$

$$c = 98/2 = 49.5 \text{ cms}$$

$$I = \frac{1}{12} b h^3 = \frac{1}{12} (40)(98)^3$$

$$= 2857917 \text{ cm}^4$$

$$f = \pm \frac{3600000}{2857917} (49.5) = \pm 60 \text{ kg/cm}^2$$

por lo tanto los esfuerzos resultantes seran:

$$\text{En la fibra superior; } f_s = -42 + 60 = 18 \text{ kg/cm}^2$$

(tension)

$$\text{En la fibra inferior; } f_i = -42 - 60 = -102 \text{ kg/cm}^2$$

(compresion)

Para calcular las reacciones se hace lo siguiente:

bajo la acción de la carga aplicada de 1.28 ton/mt las reacciones son:

$$R_A = 1.28 (10) = 12.8 \text{ Tons}$$

$$R_B = 1.28 (20) = 25.6 \text{ Tons}$$

bajo la acción de la carga adicional de 0.72 ton/mt, las reacciones

nes se pueden calcular utilizando las fórmulas de las vigas -
continuas ordinarias, así pues tendremos:

$$R_A = \frac{3}{8} w l = \frac{3}{8} (0.72)(20) = 5.4 \text{ Tons}$$

$$R_B = 2\left(\frac{5}{8}\right) w l = 2\left(\frac{5}{8}\right)(0.72)(20) = 18 \text{ Tons.}$$

por lo tanto, las reacciones totales serán:

$$R_A = 12.8 + 5.4 = 18.20 \text{ Tons}$$

$$R_B = 25.6 + 18.0 = 43.60 \text{ Tons}$$

NOTA: El perfil del cable simétrico simple se tomo por conveniencia para ilustrar el método de la carga balanceada pero desde luego no representa la posición más económica del mismo.

Cabe aclarar que en algunos casos la posición del cable puede ser tal que no se presenten reacciones hiperestáticas debidas al mismo, dado que los esfuerzos producidos por el cable se adecuan a las condiciones de carga, a tal cable se le conoce como cable concordante.

3) CRITERIOS DE DISEÑO DE LOSAS PLANAS DE CONCRETO PREESFORZADO

Hasta el momento ... hemos visto los conceptos fundamentales de las losas y del concreto preesforzado, pasaremos ahora a ver propiamente el diseño de las losas de concreto preesforzado.

LOSAS TRABAJANDO EN UN SOLO SENTIDO

El diseño a flexión de una losa usualmente es similar al de una viga. La mayoría de las losas continuas se diseñan como vigas continuas.

Como ya hemos visto anteriormente, una losa trabaja en un solo sentido cuando la totalidad de la carga se transmite, en el sentido corto de la misma, a través del refuerzo principal, o cuando las losas están sostenidas únicamente por dos de sus lados.

El procedimiento usual para diseñar una losa preesforzada de un sentido es considerar un ancho tipo de un metro de losa, y tratarlo como si fuera una viga, como se hace para una losa de concreto reforzado de un sentido. Ya sea simple en voladizo, o continua, la losa se diseña como una viga, manteniendo sus condiciones de apoyo.

En losas apoyadas en solo dos de sus lados el acero de preesfuerzo principal se coloca en la dirección de apoyo, en toda la longitud de la losa, pero también se coloca acero en el sentido perpendicular, preesforzado o no, para evitar el agrietamiento y para distribuir cualquier concentración de cargas.

Si el refuerzo transversal se preesfuerza se presentan dos problemas que son:

El primero es el ver si el efecto de la relación de Poisson presenta influencia significativa sobre la pérdida de preesfuerzo en una losa preesforzada en dos sentidos. Partiendo de que el concreto tiene una relación de Poisson de 0.15 y que la losa esta sometida al mismo preesfuerzo en ambas direcciones, y de que las pérdidas en el mismo debidas al acortamiento elástico y a la deformación plástica del concreto son de aproximadamente 10%, la disminución de la pérdida al efecto de la relación de Poisson será de $0.15 (10) = 1.5\%$ que no es significativa.

El segundo problema que se presenta es el de si el preesfuerzo biaxial modifica la resistencia y las deformaciones características del concreto, de tal forma que no puedan cuantificarse mediante la aplicación de la teoría elástica en combinación con las propiedades obtenidas de las pruebas de especímenes. Aun cuando hay quienes opinan que el concreto es un mate-

terial líquido -sólido y por lo tanto sujeto a las leyes de la termodinámica en vez de a las leyes de la elasticidad de los sólidos, se ha demostrado mediante pruebas en laboratorio que -- cuando se preesfuerza el concreto en dos direcciones, no cambian sus propiedades ni su comportamiento básico, y por lo tanto la teoría elástica es aplicable.

En losas angostas trabajando en un solo sentido conviene que los refuerzos transversales no sean preeforzados dado -- que pueden resultar antieconómicos y poco precisos. Cuando el ancho es pequeño en relación al claro de la losa, se supone que las cargas concentradas se soportan en todo el ancho, requiriéndose poco refuerzo transversal para la distribución de la carga, de tal forma que el refuerzo por temperatura, no preesforzado, es suficiente para poder distribuir la carga.

Las losas que trabajan en un solo sentido y cuyo ancho es mayor del 50% del claro presentan distintas deflexiones en -- las diferentes franjas de la losa, lo cual indica la existencia de flexión transversal, la cual se debe resistir con refuerzo -- preesforzado o no..

Una vez que se han calculado los momentos transversales que van a ser resistidos por el preesfuerzo, la determinación de la magnitud del mismo se puede hacer recordándose, que -- si no se permite la tensión, el momento resistente está dado --

por el producto $F(e)$.

LOSAS TRABAJANDO EN DOS SENTIDOS

Una losa preesforzada trabaja en dos sentidos cuando el acero de preesfuerzo transmite la carga en dos direcciones perpendiculares. Una losa trabajando en dos sentidos descansa en apoyos continuos, como trabes y muros, a lo largo de dos direcciones perpendiculares. Como ya hemos visto, cuando una losa - este sostenida únicamente por columnas, tengan capiteles o no, - se pueden llamar losas planas preesforzadas.

Una losa plana preesforzada continua o no puede diseñarse mediante el método de carga balanceada, visto anteriormente, o mediante el método de la viga que se verá más adelante.

Los coeficientes de momento utilizados en el diseño de losas de concreto reforzado normal pueden utilizarse en el diseño de losas de concreto preesforzado, los cuales se encuentran disponibles en los códigos y manuales. Pero cuando se utiliza este procedimiento hay que tomar en cuenta los momentos actuales debidos a las cargas y los momentos resistentes proporcionados por el acero de preesfuerzo. En lo que respecta al momento de la carga, no existe gran diferencia entre las losas reforzadas y preesforzadas, ya que dentro de la carga de trabajo ambas se comportan conforme a la teoría elástica. Aunque es de hacer

notar que cerca de la carga de ruptura, no se comportan de una manera tan semejante, pero aún así se puede decir que los coeficientes de momento para el concreto reforzado, basado en el análisis elástico, se pueden emplear para el concreto preesforzado.

Por lo que respecta a los momentos resistentes proporcionados por el acero de preesfuerzo, éstos están dados por el producto $F(e)$, para el caso de claros discontinuos, y para el caso de losas continuas el par resistente estará dado en función de la fuerza F de preesfuerzo y de la excentricidad de la línea de preesfuerzo como ya hemos visto anteriormente. En vez de usar la teoría elástica, se puede usar el diseño plástico tomando en consideración factores de carga apropiados para obtener dimensiones satisfactorias. Hay que tomar en cuenta que la condición inicial en la transferencia de la fuerza de preesfuerzo puede resultar crítica.

Una vez determinados los momentos en cada punto de la losa, el diseño de ella se reduce a proporcionar el acero necesario para resistirlos. Una disposición ideal sería proporcionar en ambas direcciones exactamente la cuantía de acero de la excentricidad requerida en cada punto, pero desde luego esto no puede ser posible en la práctica, pudiéndose dar una solución razonablemente satisfactoria si se cuenta con una buena estima--

ción de la distribución de momentos. Mientras el momento resistente total iguale al momento externo, cualquier pequeño error en la distribución no es de consecuencias serias, dado que la rigidez transversal de la losa ayudaría a incrementar la resistencia a través de la misma.

En términos generales el diseño de una losa incluye:

- 1) La determinación de los perfiles de los cables.
- 2) El espaciamiento de los cables
- 3) La comprobación de los esfuerzos en el concreto, tanto en la transferencia como en servicio.
- 4) El cálculo de las deflexiones en varias etapas.
- 5) El cálculo de los detalles de anclaje de los extremos de los cables.

LOSAS PLANAS CONTINUAS

Las losas planas continuas de concreto preesforzado se pueden utilizar convenientemente cuando se combinan con un sistema constructivo levadizo. Una losa preesforzada resulta más ligera que una reforzada y su flexibilidad se presta para el proceso de izamiento. Durante la construcción es necesario controlar cuidadosamente los niveles de las columnas, puesto que cualquier desnivel existente pudiera causar agrietamientos, aun cuando estos pueden desaparecer al terminar el proceso de izado.

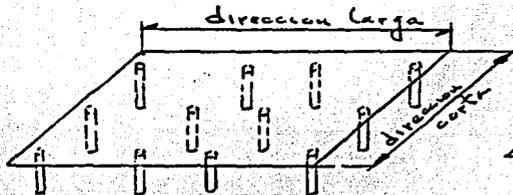
El diseño de una losa preesforzada continua, se basa - en el conocimiento del cálculo de las losas planas simples. Co - mo resultado de la continuidad se presentan momentos negativos - sobre los apoyos interiores debidos a las cargas y además al -- efecto de la línea de preesfuerzo.

Para las losas planas simples, el momento total a tra - vés de cualquier sección se conoce definitivamente porque todas - las reacciones son estáticamente determinadas. En cambio, para las losas continuas son estáticamente indeterminadas, y los mo - mentos totales a través de cualquier sección no pueden calcular se mediante la estática sola, como ya hemos visto anteriormente

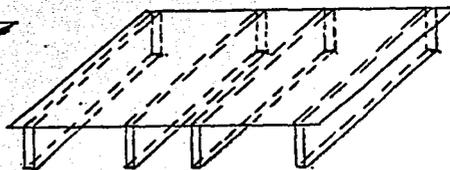
Es posible efectuar el análisis de momentos para losas continuas utilizando la teoría de la elasticidad, dado que el - concreto puede considerarse como un material elástico y homoge - neo, pero se tendría el inconveniente de tener que realizar cal - culos laboriosos, aun para los casos más simples, por lo cual - se buscan procedimientos de análisis mas sencillos. Para cier - tos casos el método de balance de cargas para un sistema de -- emparrillado puede resultar de aplicación práctica, el cual --- combinado con el método de viga ofrece soluciones más simples.

De acuerdo con la mayoría de los codigos de construc - ción, las losas planas de concreto reforzado se pueden diseñar como

vigas continuas. En lo que se refiere al momento debido a la carga externa, hay mucha justificación para aplicar tal método a las losas planas preesforzadas. Este método de viga se ilustra en la siguiente figura, la cual supone apoyos continuos a lo largo de una dirección cuando se está haciendo el análisis a flexión en la otra dirección.



Losa plana con columnas de apoyo



Condición de apoyo supuesta para el análisis de momentos en la dirección larga.



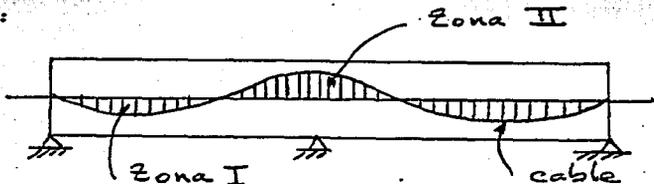
Condición de apoyo supuesta para el análisis de momentos en la dirección corta.

Mediante esta suposición las losas planas se pueden analizar como vigas continuas, para un cierto ancho unitario. Junto con lo expuesto anteriormente se puede aplicar además, en la

solución de este tipo de problemas, el método de la transformación lineal y concordancia de cables el cual se explicará a continuación:

TRANSFORMACION LINEAL Y CONCORDANCIA DE CABLES

Como habíamos visto anteriormente, en forma somera, un cable concordante es aquel que no produce momentos hiperestáticos. Para que las reacciones provocadas por el preesfuerzo tiendan a ser nulas, es necesario que la posición del cable sea tal que los esfuerzos producidos por el mismo se adecuen lo mejor posible a las condiciones de carga. Por ejemplo sea la siguiente viga:



Vemos que si la excentricidad del cable en la zona I, es menor que la excentricidad del cable en la zona II, necesariamente -- las reacciones producidas en los apoyos tienden a ser menores, -- e inclusive se puede lograr que éstas resultan nulas, teniendo-- se en ese momento un cable concordante. Cuando fortuitamente -- o de propósito, no se inducen reacciones exteriores por prees-- fuerzo en losas y vigas continuas no se presentaran momentos se-- cundarios. Cuando se preesfuerza un cable concordante, tiende--

a no producir deflexiones de la viga o losa sobre los apoyos, y así no se inducen reacciones.

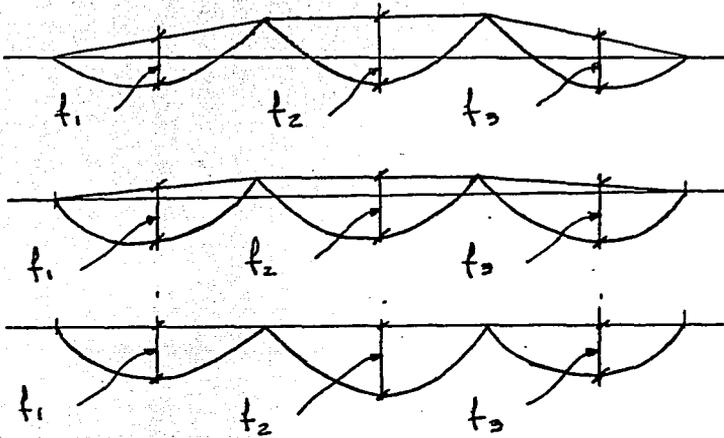
Mediante la transformación lineal de los cables es posible variar la posición de los mismos sin alterar el valor de los momentos finales en las vigas o losas.

Cuando se cambia la posición de la línea del cable o de la línea de preesfuerzo sobre los apoyos interiores de una viga continua, sin cambiar la forma intrínseca (por ejemplo, la curvatura y los dobleces) de la línea dentro de cada claro individual, se dice que la línea queda transformada linealmente.

En una explicación adicional de la definición anterior se puede decir lo siguiente. Primero, la posición de la línea se mueve solamente sobre los apoyos interiores cuando se desea, pero no en los extremos de la viga o losa. Estrictamente hablando, una línea se puede denominar linealmente transformada si se mueve además en los extremos. Sin embargo, para el diseño, es mucho más útil la transformación lineal que no incluye movimiento en los extremos. Segundo, por transformación lineal, permanece invariable la forma intrínseca de la línea dentro de cada claro, solamente se cambia la magnitud de la flexión de la línea sobre los apoyos interiores.

En una viga continua, cualquier cable puede transfor--

marse linealmente sin cambiar la posición de la línea de preesfuerzo resultante. Así por ejemplo:



Los tres diagramas anteriores tendrán el mismo valor de los momentos finales de preesfuerzo (suma de momentos isostáticos e hiperestáticos), aun cuando particularmente los hiperestáticos cambien para cada uno de los diagramas.

Existen varios métodos para obtener cables concordantes, uno de ellos resulta de la aplicación del siguiente teorema fundamental:

Cada diagrama de momento para una viga continua produ-

cido por cualquier combinación de cargas externas, ya sean cargas transversales o momentos, dibujado a cualquier escala, es -- una localización para un cable concordante en esa viga. Así -- por ejemplo, para la siguiente viga continua preesforzada obtendremos algunas localizaciones deseables para cables concordantes que soporten la carga aplicada. (Ver hoja siguiente)

$W = 36600 \text{ Kgs}$

$P = 21775 \text{ Kgs}$

7.62 mts.



(a) Viga continua con cualquier carga



(b) Diagrama de momentos para (a)



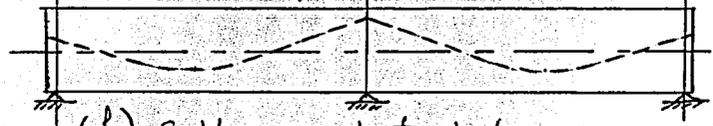
(c) Un cable concordante de (b)



(d) Otro cable concordante de (b)



(e) Viga continua con carga uniforme y momentos



(f) Cable concordante de la carga en (e)

Se puede observar que cada diagrama de momento dibujado a cualquier escala es un cable concordante. Si dibujamos el diagrama de momento de la viga continua para la carga dada, obtenemos (b). En (c) y en (d) aparecen dos localizaciones para cable concordante, ambas proporcionales al diagrama de momento en (b), y por lo tanto, ambos son concordantes. (f) da otra localización para cable concordante, que es proporcional al diagrama de momento para la carga en (e). Muchos cables concordantes similares pueden encontrarse dibujando toda clase de diagramas de momento. El cable concordante más deseable estará controlado, por requisitos prácticos del problema particular, así como por la capacidad del cable para resistir las cargas aplicadas. Por ejemplo, la localización en (c) da brazos resistentes más grandes para el acero, pero mucho preesfuerzo en el concreto si el peso de la viga es pequeño, en cuyo caso, (d) puede resultar una localización mejor, (f) no se ajusta tan bien para esta carga particular, pero proporciona un diseño simétrico y puede soportar más eficientemente otras cargas, tales como el peso propio de la viga.

El teorema anterior puede probarse fácilmente. Puesto que cualquier diagrama de momento, debido a las cargas sobre una viga continua, se calcula sobre la base de que no haya deflexiones sobre los apoyos, y puesto que cualquier línea c.g.s. (centro de gravedad del cable) deducida de ese diagrama producirá un diagrama de momento similar, esa línea c.g.s. tampoco producirá deflexiones

sobre los apoyos; y, por lo tanto, no inducirá reacciones externas y es un cable concordante. El teorema se aplica solamente cuando la viga está bajo preesfuerzo constante. Si la magnitud del preesfuerzo varía a lo largo de la viga, la aplicación del teorema debe modificarse.

En seguida se establecen algunos corolarios:

1. La excentricidad de cualquier cable concordante, medida desde el centro de gravedad del concreto, en un diagrama de momentos para algún sistema de carga sobre la viga continua dibujada a cierta escala.

Como introducción al 2° corolario, definiremos los conceptos de centro y línea de presión.

El centro de presión es el punto en el cual se considera aplicada la fuerza resultante del preesfuerzo, tomando en cuenta los momentos de fuerzas externas. (Como ya hemos visto para el caso de trabes continuas no necesariamente coinciden con el cable).

La línea de presión es el lugar geométrico que une todos los centros de presión (la cual denominaremos como línea C).

2. Cualquier línea C es un cable concordante, puesto que se obtiene calculando los momentos debidos a un sistema de cargas sobre la viga continua.

3. La superposición de dos cables concordantes produce otro cable concordante. Superponiendo un cable concordante con otro no concordante resultará un cable no concordante.

4. Cuando se desea un cambio de dirección repentino, se aplica una carga concentrada. Si se desea un cambio gradual se aplica una carga uniforme. Así puede modificarse un diagrama de momento por la adición de cargas. Por lo tanto, un cable concordante no puede modificarse tan fácilmente para obtener otro.

Analizando una losa continua como una viga continua, - el momento total a través de cualquier sección debido a la carga y a la posición promedio de la línea C bajo el préesfuerzo - se puede obtener. Pero la distribución del momento total y la variación de la posición de la línea C a lo largo del ancho de la losa, aún deben determinarse. Se han utilizado aproximaciones, por ejemplo, suponiendo que el 45% del momento total va a ser soportado por la franja del centro y el 55% por la franja - de las columnas para una losa plana simple de espesor uniforme - soportada por cuatro columnas. Para el claro interior de una - losa continua en ambas direcciones parece ser una mejor aproximación el 25% por la franja central y el 75% por la franja de - las columnas. Esto también se puede explicar parcialmente por el concepto de la carga balanceada, puesto que en la mitad del claro de una franja central, los cables de ambas direcciones actúan hacia arriba mientras que en la mitad del claro de una -- franja de columnas, un conjunto de cables actúa hacia arriba -- mientras el otro conjunto actúa hacia abajo.

Basándose en la alta resistencia a la ruptura de las - losas de concreto reforzado, ensayadas, el código de diseño de la ACI permite usar el 0.100 WL, en lugar del 0.125 WL para la suma numérica de los momentos máximos positivo y negativo en un cuadro. En otras palabras, es admisible diseñar para solamente el 80% de los momentos teóricos.

En el diseño de losas presforzadas conviene no olvidar algunos puntos de interés como son los siguientes.

A. Refuerzos no preesforzados. Como en las vigas simples y continuas, los refuerzos no preesforzados en las losas ayudan a distribuir las grietas y a incrementar la resistencia a la ruptura. Si se emplean apropiadamente, estos refuerzos pueden reducir económicamente la cantidad del preesfuerzo.

B. Losas peraltadas. La mayoría de las losas planas de concreto preesforzado se construyen de espesor uniforme. Si los claros son largos y las losas se van a colar en el lugar puede ser conveniente, algunas veces, diseñar losas peraltadas, o losas con entrepaños rebajados similares a la construcción de concreto reforzado.

C. Losas huecas o losas reticuladas. Si los claros son largos, frecuentemente es económico mantener la carga muerta dentro de ciertos límites. Esto se hace ahuecando la losa, o utilizando losas reticuladas. Las secciones son de forma de I ó T y deberían diseñarse conforme a esas secciones. Para las áreas sobre las columnas, estas losas se hacen sólidas para soportar el fuerte esfuerzo cortante y los momentos negativos. Deben manejarse con cuidado las losas levadizas de tipo reticular, tanto al diseñarlas como al izarlas. Son más gruesas y, por lo tanto, más rígidas que las losas sólidas equivalentes y están sujetas a esfuerzos más elevados.

D. Paredes de división para losas levadizas. Después de que las losas preesforzadas se han izado a su posición, - algunas veces se pueden construir debajo de ellas muros divisio-- rios. Estas divisiones sirven realmente como muros de apoyo has ta cierto grado. La existencia de tales muros fortalece general mente a la losa y reduce su deflexión. Cuando se localizan en posiciones poco comunes, sin embargo, pueden tender a incrementar los momentos en ciertos puntos, y puede resultar el agrietamiento de las losas.

E. Losas largas. Cuando las losas continuas son dema siado largas en una dirección, digamos más de 30 metros, se pueden presentar problemas especiales. Primero, la fricción en los ca bles puede aumentar apreciablemente y tender así a disminuir el preesfuerzo efectivo. Después, puede haber un acortamiento exce- sivo de la losa bajo el preesfuerzo, que puede producir flexión en las columnas si son rígidas.

F. Cantilivèrs. El volar las losas más allá de su fi la exterior de columnas, ayuda a menudo a reducir el momento fle- xionante máximo y ahorra acero de preesfuerzo. Pero las deflexio nes de tales voladizos pueden ser excesivas bajo diversas etapas de carga y deberían estudiarse.

G. Espaciamiento de los cables. El espaciamiento de los cables para las losas planas tiene un promedio de 60 cm, ha--

ciendo posible un colado fácil del concreto. El espaciamiento mínimo variará generalmente entre 15.0 cm y 20.0 cm.

H. Preesfuerzo promedio. El preesfuerzo promedio se define como la magnitud de la fuerza de preesfuerzo dividido por el área de la sección transversal del concreto en la losa. Se requiere un preesfuerzo promedio mínimo, si se desea eliminar o disminuir las grietas en la losa. La experiencia indica que este valor mínimo es de unos 14.0 Kg/cm^2 , variando probablemente entre 10.0 y 17.0 Kg/cm^2 . Un preesfuerzo promedio demasiado elevado podría inducir una deformación plástica excesiva y debería evitarse. No se puede dar una regla definida, aunque se considera bastante alto para las losas planas el de 35.0 a 42.0 Kg/cm^2 .

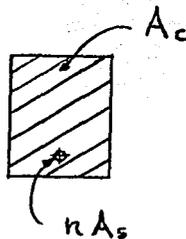
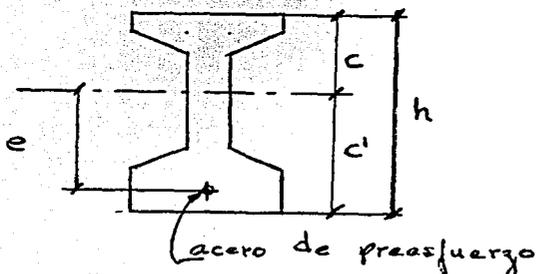
I.- Posición de la pared de corte. Los elementos verticales rígidos, como paredes o columnas, conectados rígidamente a las losas de preesfuerzo no se deben colocar de tal manera que restrinjan su acortamiento. Como un resultado de la deformación plástica, las losas preesforzadas se pueden separar por ellas mismas de los apoyos, o producir grietas en ellos.

J.- Losas postensadas en el lugar. Para edificios de pisos múltiples, frecuentemente es más económico postensar las losas en el lugar. Para el postensado in situ, debe hacerse una -- previsión apropiada para la contracción y deformación plástica de las losas. Afortunadamente, la mayoría de los pisos tienden a acortarse junto y así no se creará un problema serio.

4) EJEMPLOS DE APLICACION

Primer ejemplo de aplicación

Establezcamos:

(A_s acero de preesfuerzo) A = área de concreto gruesa F_i = fza de preesfuerzo en la transferencia F = fza de preesfuerzo en servicio A_s = área del acero de preesfuerzo I = momento de inercia S_s = I/c = modulo de sección superior S_i = I/c' = modulo de sección inferior f_{ti} = esfuerzo permisible a tensión en el concreto en la transferencia. f_{ci} = esf. perm. a comp. en el concreto en la transferencia f_c = esf. perm. a comp. en servicio f_t = esf. perm. a tensión en servicio

M_1 = momento, mínimo (debido a peso propio o peso propio + - carga permanente).

M_2 = momento debido a carga viva (y el restante de carga permanente)

$\alpha = F/F_1$

Condiciones de esfuerzos

1er. Condición.- en la fibra superior bajo el efecto de M_1 las tensiones sean menores o iguales que el esfuerzo permisible en tensión en el concreto (f_{ti})

2o. Condición.- en la fibra inferior bajo el efecto de M_1 las compresiones sean menores o iguales que el esfuerzo permisible en compresión (f_{ci})

3ra. Condición.- en la fibra superior bajo el efecto de $M_1 + M_2$ los esfuerzos a compresión en el concreto sean menores o iguales que los esfuerzos permisibles (f_c)

4a. En la fibra inferior bajo el efecto de $M_1 + M_2$ -- los esfuerzos de tensión en el concreto sean menores o iguales que los esfuerzos a tensión permisibles (f_t)

Para la 1ª. condición se tiene.

$$(1) \frac{F_i}{A} - \frac{F_i e}{S} + \frac{M_1}{S_s} = -f_{t_i}$$

2da. Condición:

$$(2) \frac{F_i}{A} + \frac{F_i e}{S_i} - \frac{M_1}{S_i} = f_{c_i}$$

3era. Condición:

$$(3) \frac{F}{A} - \frac{F_e}{S_s} + \frac{M_1}{S_s} + \frac{M_2}{S_s} = f_c$$

4a. Condición:

$$(4) \frac{F}{A} + \frac{F_e}{S_i} - \frac{M_1}{S_i} - \frac{M_2}{S_i} = -f_t$$

Las 2 primeras se dan en la transferencia y las otras 2 en servicio

Multiplicando (1) por $-\alpha$

$$-\alpha F_i/A + \alpha F_i e/S_s - M_1 \alpha /S_s = \alpha f_{t_i}$$

Sumadas a la ecuación (3), se tiene

$$F/A - F_e/S_s + M_1 /S_s + M_2/S_s = f_c$$

Como $\alpha = F/F_i$ y sumando las 2 ecuaciones anteriores, se tiene.

$$\frac{M_1}{S_s} (1-\alpha) + \frac{M_2}{S_s} = \alpha f_{t_i} + f_c$$

$$\frac{M1 (1 - \alpha) + M2}{Ss} \leq \alpha f_{ti} + f_c$$

De donde:

$$Ss \geq \frac{M1 (1 - \alpha) + M2}{\alpha f_{ti} + f_c}$$

Esta ecuación nos da un modulo de sección de una sección que cumple con las 2 condiciones 1 y 3

Multiplicando 2 por $-\alpha$ se tiene:

$$-\alpha F_i/A - \alpha F_{ie} / S_i + \alpha M1/S_i \geq f_{ci} (-\alpha)$$

Sumando el valor de 4, se tiene:

$$\frac{M1 (\alpha - 1) - M2}{S_i} \geq -\alpha f_{ci} - f_t$$

$$\frac{M1 (\alpha - 1) - M2}{S_i} \geq -\alpha f_{ci} - f_t$$

Cambiando de signo

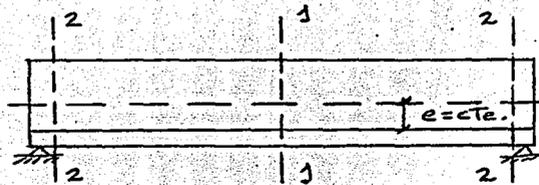
$$\frac{M1 (1 - \alpha) + M2}{S_i} \geq \alpha f_{ci} + f_t$$

De donde:

$$s_i \geq \frac{M_1 (1 - \alpha) + M_2}{\alpha f_{ci} + f_t}$$

Esta ecuación nos da un modulo de sección de una sección que cumple con las condiciones 2 y 4.

Diseño de elementos pretensados (Edo. límite de servicio)



En elementos pretensados existen siempre 2 secciones a considerar la 1 y 2. La sección (1) - (1) es la más solicitada en este caso.

En sección (1) - (1), tenemos:

$$\begin{array}{c}
 F/A - Fe/S_s \\
 (-) \\
 \begin{array}{|c|} \hline \text{ } \\ \hline \end{array} \\
 (+) \\
 F/A + eF/S_i
 \end{array}
 +
 \begin{array}{c}
 M_T/S_s \\
 (+) \\
 \begin{array}{|c|} \hline \text{ } \\ \hline \end{array} \\
 (-) \\
 M_T/S_i
 \end{array}
 =
 \begin{array}{c}
 F/A - Fe/S_s - M_T/S_s \\
 \leq f_c \\
 \begin{array}{|c|} \hline \text{ } \\ \hline \end{array} \\
 F/A + Fe/S_i - M_T/S_i \leq f_t
 \end{array}$$

En sección (2) - (2)

$$\begin{array}{c}
 F_i/A - F_i e/S_s \\
 \begin{array}{|c|} \hline \text{ } \\ \hline \end{array} \\
 F_i/A + F_i e/S_s
 \end{array}
 \leq
 \begin{array}{c}
 f_{ti} \\
 \begin{array}{|c|} \hline \text{ } \\ \hline \end{array} \\
 f_{ci}
 \end{array}$$

Esta condición es muchas veces determinante para el - pretensado (En algunos países se cubren los extremos con pintura especial que evita la fricción entre los alambres y el concreto; o se introducen ductos).

Valores de esfuerzos permisibles .

$f_{ti} = \sqrt{f'_{ci}}$ → valor de la resistencia del con
 $f_{ci} = 0.6 f'_{ci}$ creto en el momento de tensar -
los cables

$f_c = 0.45 f'_{ci}$

$f_t = 1.5 \sqrt{f'_{ci}}$

$f'_{ci} = 0.8 f'_{ci}$

f_{sr} = esfuerzo de ruptura garantizado

$f_{sr} = 16\ 000\ \text{kg/cm}^2$ (para pretensado)

$f_{sr} = 13\ 500$ " (en postensado)

$f_{smax} = 0.8 f_{sr}$, en la transferencia

$f_s = 0.7 f_{sr}$, en servicio

para :

(sigue)

No	As
ϕ 3 / 8 "	0.52 cm ²
ϕ 1 / 2 "	0.93 cm ²

Asi para un alambre de ϕ 3/8: la fuerza efectiva --
valdra :

$$F = 0.52 (0.7) (16,000) = 5824 \text{ kgs.}$$

$$\text{Para } \phi 1/2; F = (0.93) (0.7) (16\ 000) = 10416 \text{ kgs.}$$

Si $\alpha = F/F_i$, los esfuerzos máximos en compresión debe
ran ser:

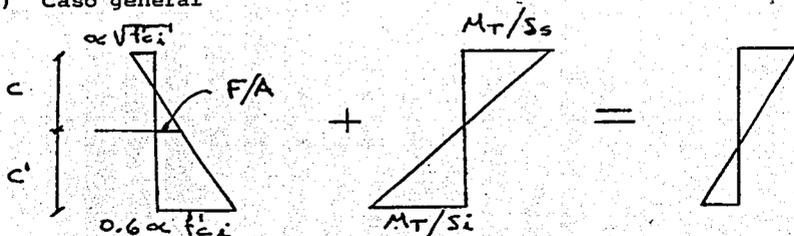
$$\text{esf. max de } \begin{cases} \leq 0.6 \alpha f'c_i & (2da. \text{ condición}) \\ \leq 0.45 f'c - \alpha f_t & (3ra. \text{ condición}) \end{cases}$$

Compresión

1) Caso límite (Sección mas solicitada)

$$\begin{array}{ccc} \propto \sqrt{f'c_i} & M_T/s_s & 0.45 f'c - \alpha \sqrt{f'c_i} \\ \begin{array}{c} \triangle \\ \text{---} \\ 0.6 \alpha f'c_i \end{array} & + \begin{array}{c} \triangle \\ \text{---} \\ M_T/s_i \end{array} & \leq \begin{array}{c} \triangle \\ \text{---} \\ f_t \end{array} \end{array}$$

2) Caso general



Si el caso (1) esta correcto, entonces pasamos al ca
so (2)

$$\frac{F}{A} + \alpha \frac{\sqrt{f'_{ci}}}{c} = \frac{0.6 \alpha f'_{ci} + \alpha \sqrt{f'_{ci}}}{h}$$

$$\frac{F}{A} = \frac{c}{h} (0.6 \alpha f'_{ci} + \alpha \sqrt{f'_{ci}}) - \alpha \sqrt{f'_{ci}}$$

$$F = \left[\frac{c}{h} (\quad) - \alpha \sqrt{f'_{ci}} \right] A$$

Calculando ahora la excentricidad "e"

$$f_{pi} = F/A + F(e)/S_i = F(1/A + e/S_i)$$

$$e = (f_{pi}/F - 1/A) S_i$$

Por lo tanto la secuela de calculo será:

1ra) característica de las secciones

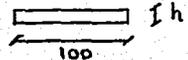
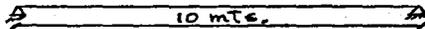
2da) Características de los materiales

3ra) Cálculo de momentos flexionantes y esfuerzos.

4) Cálculo de la fuerza de preesfuerzo y la excentricidad correspondiente

Ejemplo de aplicación:

Diseñar la siguiente losa pretensada:



Carga muerta = 100 Kg/m^2

Carga viva = 200 Kg/m^2

$f_c' = 300 \text{ kg/cm}^2$; usese $\phi 3/8"$

$$\alpha = F/F_i = 0.85$$

$F_{sr} = 16\,000 \text{ Kg/cm}^2$

Solución:

Sea $h = 20 \text{ cms}$

1) Características de la sección

$$c = c' = 10 \text{ cms}$$

$$\text{Área} = 20 (100) = 2000 \text{ cm}^2$$

$$I = \frac{1}{12} (100) (20)^3 = 66667 \text{ cm}^4$$

$$S_s = S_i = 66667/10 = 6667 \text{ cm}^3$$

2) Características de los materiales.

$$f'_{ci} = 0.8 (300) = 240 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_c = 0.45 f'_c = 0.45 (300) = 135 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_t = 1.5 \sqrt{f'_c} = 1.5 \sqrt{300} = 26 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_{ci} = 1.6 f'_c = 0.6 (240) = 144 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_{ti} = \sqrt{f_{ci}} = 15.5 \text{ Kg/cm}^2$$

Para $\phi 3/8''$

$$F = (0.52, 0.7) (16000) = 5824 \text{ Kg/cm}^2$$

3) Calculo de momentos y esfuerzos

$$M_1 = (1.0) (0.20) (10) (2.4) (10) / 8 = 6 \text{ Ton-mt}$$

$$M_2 = 0.3 (1.0) (10) (10) / 8 = 3.75 \text{ Ton-mt}$$

$$M_t = 6 + 3.75 = 9.75 \text{ Ton-mt}$$

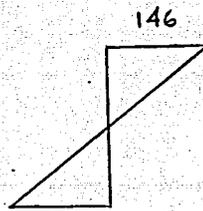
$$f_{Mt} = M_t / S = \pm 975000 / 6667.0 = \pm 146 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\alpha \sqrt{f'_{ci}} = 13$$



$$0.6 \alpha f_{ci} = 122$$

+



$$146$$

=

$$133 < 135 \text{ kg/cm}^2 \therefore \text{OK}$$



$$24 < 26 \text{ kg/cm}^2 \therefore \text{OK}$$

- 4) Calculo de la fza de presfuerzo y la excentricidad correspondiente; sabemos que:

$$F = \left[\frac{c}{h} (0.6\alpha f_{ci} + \alpha \sqrt{f_{ci}}) - \alpha \sqrt{f_{ci}} \right] A$$

Sustituyendo tenemos:

$$F = \left[\frac{10}{20} (120 + 13) - 13 \right] (2000) = 107\ 000 \text{ Kgs.} = 107 \text{ Tons}$$

y que:

$$e = (f_{pi}/F - 1/A) S_i$$

f_{pi} = esfuerzo de presfuerzo en la fibra inferior

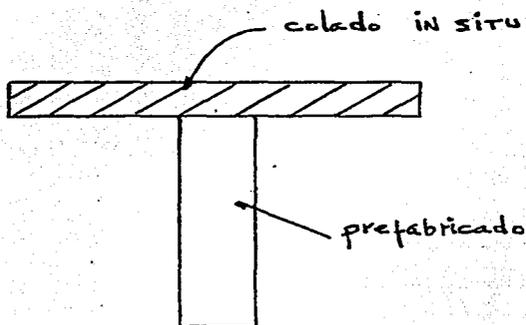
$$f_{m\acute{a}x} = 120 \text{ Kg/cm}^2$$

$$e = (120/107\ 000 - 1/2000) (6667) = 4.12 \text{ cms}$$

SEGUNDO EJEMPLO DE APLICACION

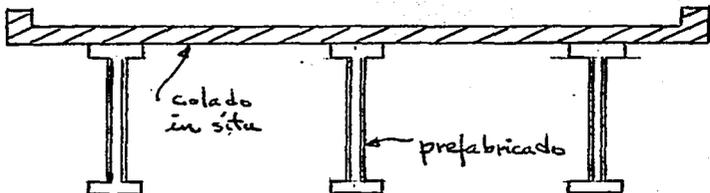
Secciones Compuestas

Se les llama así porque tienen una parte prefabricada y otra parte colada en el lugar.

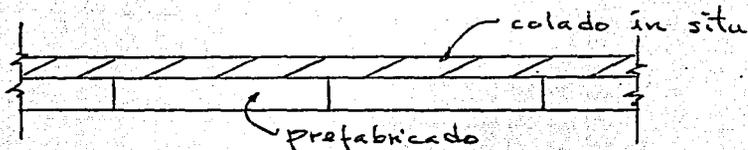


Prefabricar - implica estandarizar, tener buen control de calidad y tener secciones ligeras.

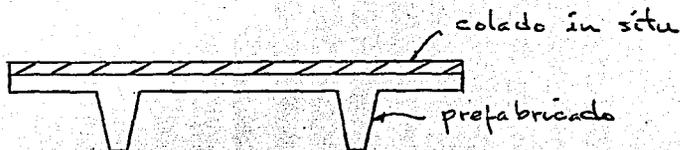
Se usa generalmente este tipo de secciones en puentes.



para edificios se usa, de la siguiente forma:



o si no:



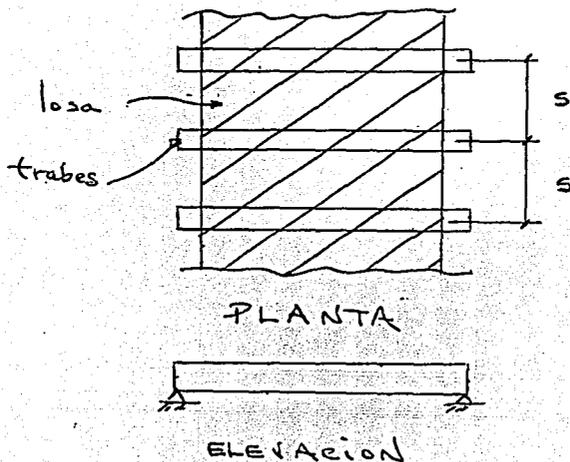
la ventaja de la sección compuesta es que es una estructura ligera generalmente y además con buen control de calidad.

Es necesario en estas secciones asegurar la adherencia entre los concretos, en general basta con que las superficies sean rugosas pero además se colocan estribos.

Etapas de Carga

Existen dos etapas a considerar, una para Sección Simple y otra para Sección Compuesta.

- 1) Cuando F_1 actúa solamente (e = etc) secciones pretensadas.
- 2) F_1 + peso propio de la sección prefabricada.
- 2') F + peso propio de la sección prefabricada.



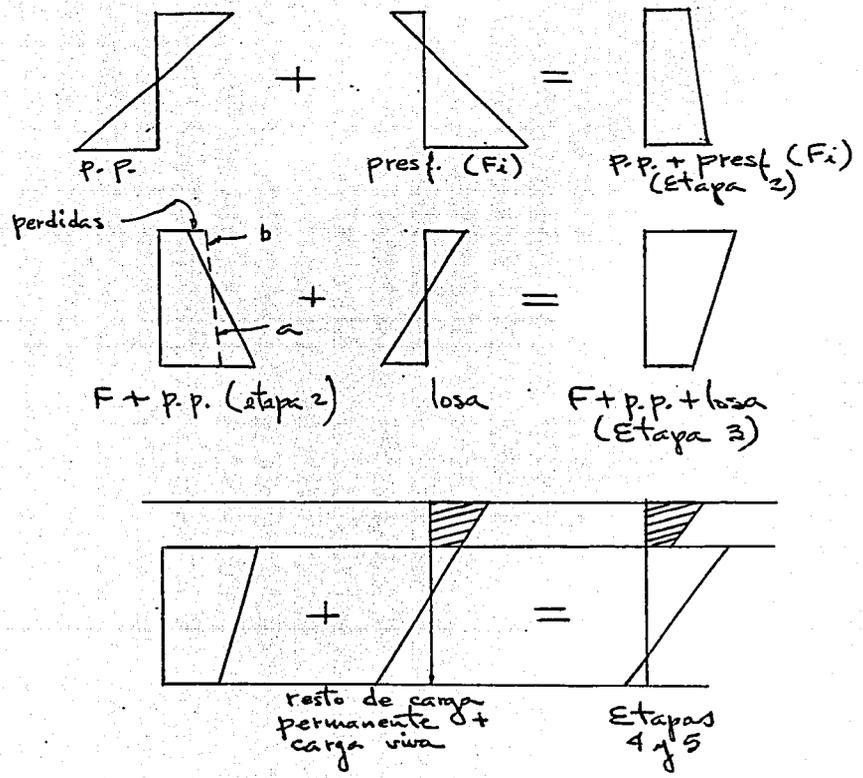
El peso de la losa actúa sobre la sección simple (no fragúa aún el concreto del colado IN SITU). Una vez que el concreto endureció, el resto de la carga permanente y toda la carga viva actúan sobre la sección compuesta.

- 3) $F + \text{peso propio sección prefabricada} + \text{peso losa}.$
Estas 3 etapas actúan sobre la sección simple o prefabricada.
- 4) $F + \text{peso propio sección prefabricada} + \text{losa} + \text{resto de carga permanente}.$

5) En este caso sería 4 + carga viva.

Las etapas 4 y 5, actúan sobre la sección compuesta

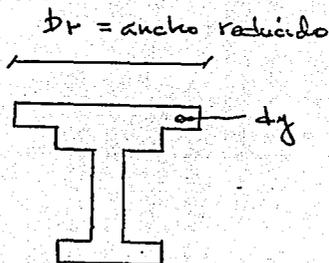
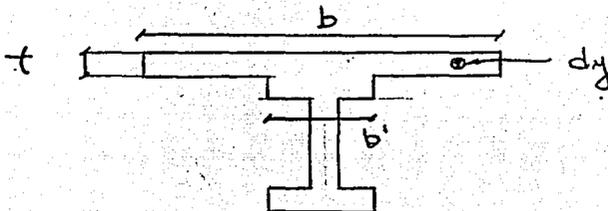
Diagrama de esfuerzos:



Casi siempre el concreto de la sección prefabricada es mejor que el concreto colado en el lugar, o sea:

$f'c$	pref.	$>$	$f'c$
350			200
a			a
400	Kg/cm ²		250
			Kg/cm ²

esto implica que hay que hacer una homogeneización de la sección para trabajar con un solo tipo de concreto.



Según los reglamentos:

$$b \leq \begin{cases} \text{c.a.c. de nervaduras} \\ 16 t + b' \\ L/4 \end{cases}$$

Por igualdad de deformaciones tenemos:

$$f'c/Ec = f'cp/Ecp \tag{1}$$

Por igualdad de fuerzas o resistencias:

$$\begin{aligned} b \, dy \, f'c &= df \\ br \, dy \, f'cp &= f'c \end{aligned} \tag{2}$$

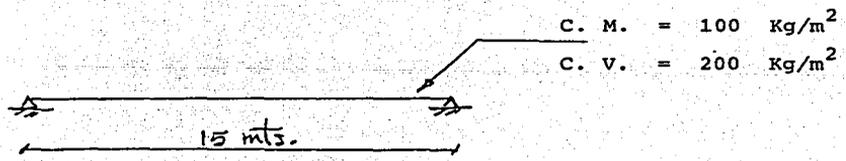
$$\text{de 1} \quad f'c = \frac{Ec}{Ecp} \, f'cp = n \, f'cp$$

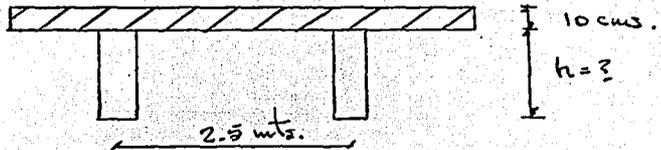
$$n \leq 1$$

$$\begin{aligned} b \, dyn \, f'cp &= br \, dy \, f'cp \\ br &= nb \end{aligned}$$

$$n = \frac{K \sqrt{f'c}}{K \sqrt{f'cp}} = \sqrt{\frac{f'c}{f'cp}}$$

Ejemplo numérico:





$$f'c \text{ losa} = 200 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f'c \text{ traves} = 350 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f'ci = 0.8 (350) = 280 \text{ Kg/cm}^2$$

$$fti = 0.85 \sqrt{280} = 14.0 \text{ Kg/cm}^2$$

$$fci = 0.6 (0.8) (350) = 168 \text{ Kg/cm}^2$$

$$fc = 0.45 (350) = 157 \text{ Kg/cm}^2$$

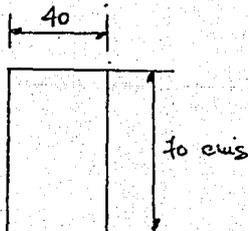
$$ft = \sqrt{350} = 18 \text{ Kg/cm}^2$$

Se pide determinar la sección, la fuerza F y esfuerzos al tensar, suponiendo que la viga es pretensada ($e = \text{etc}$)

Solución:

1) Suponer sección:

Sea:



características sección simple

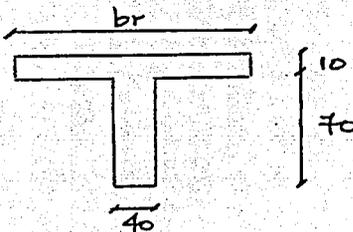
$$A = 2800 \text{ cm}^2$$

$$S_s = S_i = \frac{1}{6} b h^2 = 40 (70)^2 / 6$$

$$= 32666 \text{ cm}^3$$

$$c = c' = 35 \text{ cm}$$

características de la sección compuesta.



$$b = 200 ; n = \sqrt{\frac{200}{350}} = 0.76$$

$$br = 200 (0.76) = 152 \text{ cm}$$

$$152 (80) = 12160 ; \times 40 = 486400$$

$$- 112 (70) = \frac{7840}{4320 \times c'} = 274400$$

$$= 212000$$

$$c' = 49.0$$

$$I = 152 (31)^3 / 3 - 112 (21)^3 / 3 + 40 (49)^3 / 3 =$$

$$2.73 \times 10^6$$

$$S_s = 88\,139 \text{ cm}^3$$

$$S_i = 55\,761 \text{ cm}^3$$

Momentos:

1) Peso propio

$$M_o = (0.4)(0.7)(2.4)(15)^2/8 = 18.9 \times 10^5 \text{ Kg-cm}$$

2) Losa

$$\begin{aligned} M_{\text{losa}} &= 2.5(0.1)(2.4)(15)^2/8 \\ &= 16.88 \times 10^5 \text{ Kg-cm} \end{aligned}$$

3) Resto de carga permanente + carga viva.

$$M_2 = 0.3(2.5)(15)^2/8 = 21.09 \times 10^5 \text{ Kg-cm}$$

Esfuerzos:

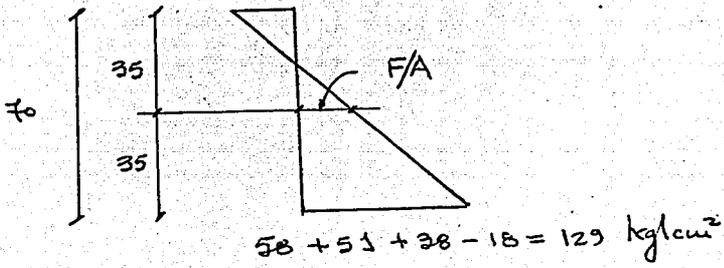
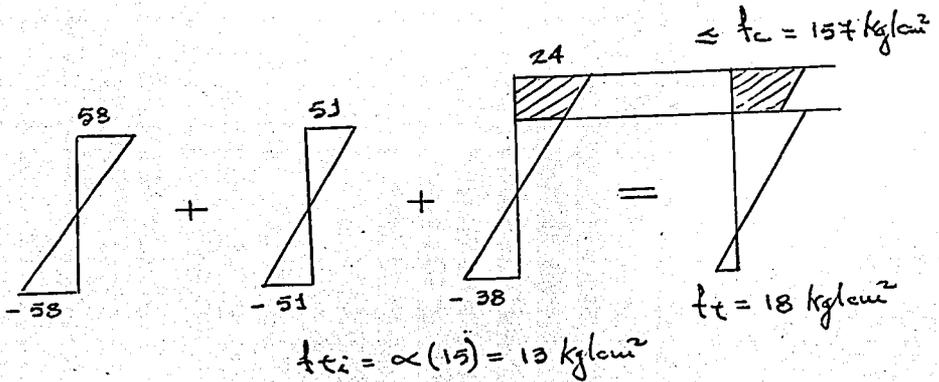
$$\begin{aligned} f_{os} = f_{oi} &= \pm 18.9 \times 10^5 / 32\,666 \\ &= \pm 58 \text{ Kg/cm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_{s \text{ losa}} = f_{i \text{ losa}} &= \pm 16.88 \times 10^5 / 32\,666 \\ &= \pm 51 \text{ Kg/cm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_{2s} &= 21.09 \times 10^5 / 88\,139 \\ &= 24 \text{ Kg/cm}^2 \end{aligned}$$

$$f_{2i} = -21.09 \times 10^5 / 55\,761 = -38 \text{ Kg/cm}^2$$

Cálculo de F



$$\frac{F/A + 13}{35} = \frac{129 + 13}{70}$$

$$F/A = 58$$

$$F = 58 (2800) = 162\,400$$

$$F/A + F_e/S_i = 129$$

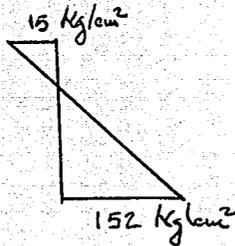
$$e = (129 - 58) \frac{32\,666}{162\,400}$$

$$e = 14.24 \text{ cm}$$

$$F_i = 162\,400/0.85 = 191\,059 \text{ Kg}$$

verificando esfuerzos

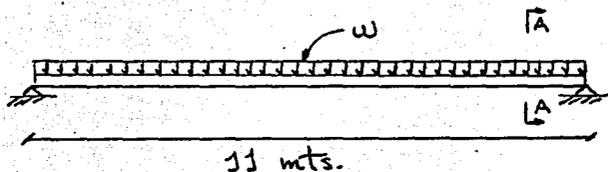
al Tensar:



Se puede ver que en las demás etapas se cumplen los esfuerzos.

TERCER EJEMPLO DE APLICACION

Calcular F y e ; y verificar los esfuerzos para la siguiente losa pretensada sin admitir tensión en el concreto.

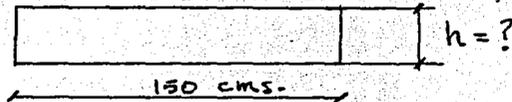


$$W_{cm} = 3000 \text{ kg/mt.}$$

$$W_{cv} = 7500 \text{ kg/mt}$$

(La carga muerta no incluye el peso propio)

Sea:



CORTE A-A

Datos:

$$\alpha = F/F_i = 0.85$$

$$f'_c = 350 \text{ Kg/cm}^2 ; f_{sr} = 16\,000 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f'_{ci} = 0.8 f'_c = 0.8 (350) = 280 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_{ti} = 0.0 \text{ Kg/cm}^2 \text{ (no se admiten tensiones)}$$

$$f_{ci} = 0.6 f'_{ci} = 0.6 (280) = 168 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_c = 0.45 f'_c = 0.45 (350) = 158 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_t = 0.0 \text{ Kg/cm}^2 \text{ (no tensiones)}$$

sean Torones $\varnothing 1/2''$

Solución:

I).- Sea: $h = 75 \text{ cm}$

$$M_1 = (1.50) (0.75) (11.0)^2 (2.4) / 8 = 40.84$$

Ton-m

$$M_2 = 10.5 (11)^2 / 8 = 158.81 \text{ Ton-m}$$

$$S_s \geq \frac{M_1 + M_2}{\alpha f_{ti} + f_c} = \frac{(40.84 + 158.81) \times 10^5}{0 + 158}$$

$$S_s \geq 126\,360 \text{ cm}^3$$

$$S_i \geq \frac{M_1 + M_2}{f_t + \alpha f_{ci}} = \frac{(40.84 + 158.81) \times 10^5}{0 + 0.85 (168)}$$

$$S_i \geq 139\,811 \text{ cm}^3$$

veamos si la sección propuesta es correcta:

$$S = 1/6 bh^2 = 1/6 (150) (75)^2 = 140\,625 \text{ cm}^3 > 139\,811$$

°° la sección propuesta es correcta

$$\text{Area} = 150 (75) = 11\,250 \text{ cm}^2$$

Cálculo de esfuerzos en la viga.

a) Por peso propio (M_1)

$$f_s = M_1/S = 40.84 \times 10^5 / 140\,625 = 29 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_i = -29 \text{ Kg/cm}^2$$

b) Por sobrecarga + carga viva (M_2)

$$f_s = 158.81 \times 10^5 / 140\,625 = 113 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_i = -113 \text{ Kg/cm}^2$$

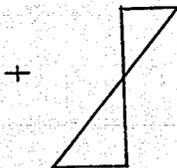
Cálculo de la fuerza de preesfuerzo

$$\alpha \sqrt{f'_c} = 0$$



$$\alpha (0.6) f'_c = 143$$

$$29 + 113 = 142$$



$$-29 - 113 = -142$$

≤

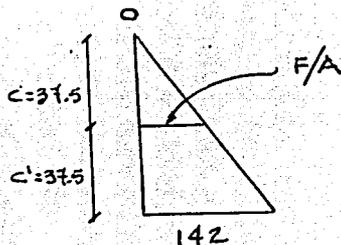
$$0.45 f'_c = 158$$



$$1.5 \sqrt{f'_c} = 0$$

vemos que $142 < 158$; y que $1.0 > 0$ °°.

O.K.



Por triángulos semejantes

$$\frac{F/A}{37.5} = \frac{142}{75}$$

$$F/A = \frac{1}{2} (142) = 71 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\text{°° } F = 71 (11\ 250) = 798\ 750 \text{ Kg} = 799 \text{ Ton}$$

$$\begin{aligned} e &= (f_{pi} - F/A) S_i/F \\ &= (142 - 71) (140\ 625/799\ 000) \\ &= 12.49 \text{ cm} = 13 \text{ cm} \end{aligned}$$

Fuerza efectiva por cada Toron \emptyset 1/2

$$F_{\emptyset 1/2} = 0.93 (0.7) (16\ 000) = 10\ 416 \text{ Kg}$$

$$\text{°° } N^\circ \text{ de torones } \emptyset 1/2 = 799\ 000/10\ 416 = 76.7$$

°° dejemos 77 Torones

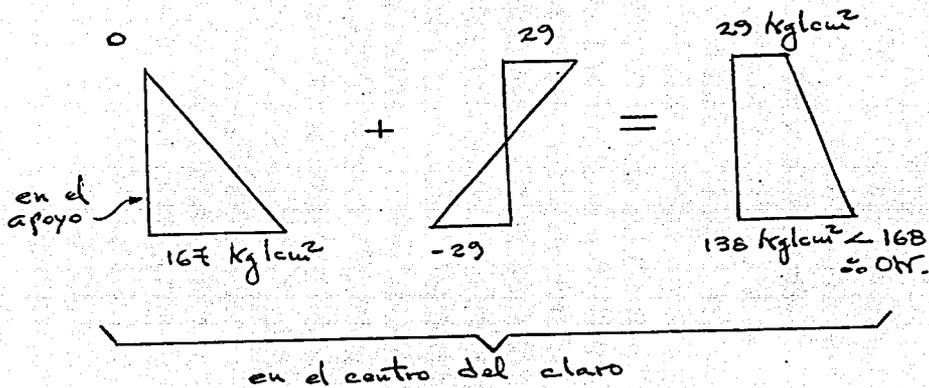
II).- Verificación de esfuerzos

a) En la Transfereencia o al tensar

$$f_{ps} = 0 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_{pi} = 142/0.85 = 167 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\text{de } M_1 \begin{cases} f_s = 29 \text{ Kg/cm}^2 \\ f_i = -29 \text{ Kg/cm}^2 \end{cases}$$



b) En servicio

$$f'_{ps} = 0 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_{pi} = 142 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\text{de } M_1 + M_2 \begin{cases} f_s = 142 \text{ Kg/cm}^2 \\ f_i = -142 \text{ Kg/cm}^2 \end{cases}$$

The diagram illustrates the addition of two triangles to form a third triangle. On the left, a right-angled triangle is shown with its right angle at the bottom-left corner. Below it is the label 142 kg/cm^2 . In the middle, a plus sign is followed by a right-angled triangle with its right angle at the bottom-left corner, but it is oriented vertically with its hypotenuse on the left. Above it is the label 142 kg/cm^2 and below it is the label -142 kg/cm^2 . To the right of this is an equals sign. On the far right, a right-angled triangle is shown with its right angle at the bottom-left corner, identical to the first triangle. Above it is the label $142 \text{ kg/cm}^2 < 158$ and below it is the label 0 kg/cm^2 . To the right of the top label is the text "OK" with two small circles below it.

$$142 \text{ kg/cm}^2 + \begin{matrix} 142 \text{ kg/cm}^2 \\ -142 \text{ kg/cm}^2 \end{matrix} = \begin{matrix} 142 \text{ kg/cm}^2 < 158 \\ 0 \text{ kg/cm}^2 \end{matrix} \text{ OK}$$

B I B L I O G R A F I A

- 1) Revista de Ingeniería U. N. A. M. Volumen XLIX Núm. 2
- 2) Winter, G. y Nilson, A. H. 1972 " Design of Concrete Structures".
- 3) " Diseño de estructuras de concreto preesforzado"
T. Y. Lin.
- 4) Apuntes de la clase de concreto preesforzado del Ing.
José Luis Camba Castañeda.