

01189

1  
204



**DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO**  
**Facultad de Ingeniería**

**SIMULACION NUMERICA DE FLUJO INTERMITENTE  
PARA DISEÑO DE RIEGO PARCELARIO POR GRAVEDAD**

**NAHUN HAMED GARCIA VILLANUEVA**

**TESIS DOCTORAL**

PRESENTADA A LA DIVISION DE ESTUDIOS  
DE POSGRADO DE LA

**FACULTAD DE INGENIERIA**  
**DE LA**  
**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO**

COMO REQUISITO PARA OBTENER  
EL GRADO DE

**DOCTOR EN INGENIERIA**

*Aprovechamiento de Recursos Hidraulicos.*

CIUDAD UNIVERSITARIA  
1 9 9 5



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

# SIMULACION NUMERICA DE FLUJO INTERMITENTE PARA DISEÑO DE RIEGO PARCELARIO POR GRAVEDAD

## RESUMEN

### *Objetivos*

Establecer las bases teóricas y los criterios prácticos para simular y diseñar sistemas de riego intermitente.

### *Métodos y resultados*

El flujo superficial que escurre durante el proceso del riego intermitente presenta, por efecto del desplazamiento de sus fronteras, un crecimiento y decrecimiento de la región que lo contiene; para simular correctamente esta situación se adoptó el concepto de malla adaptiva [Aldama y Martínez, 1989], el cual consiste en adimensionalizar espacialmente las ecuaciones de Saint-Venant para acotar numéricamente la dimensión de la región de flujo superficial dentro de una longitud unitaria en el espacio transformado adimensional, o sea, dentro de una región transformada que permanece constante, independientemente del crecimiento o decrecimiento espacial que a través del tiempo sufre la región real del flujo. De aquí que la malla adimensional permita plantear modelos de solución discreta sobre una malla con un número de nudos que permanece constante durante la simulación del riego intermitente u otro fenómeno con fronteras que se desplazan a través del tiempo.

Para mejorar la interpretación fisicomatemática del riego intermitente se obtuvieron las ecuaciones características para malla adaptiva. Al analizar las ecuaciones que representan las direcciones características, se demuestra que cuando existen fronteras móviles, la velocidad con que se transmite la información no solamente depende de la velocidad del flujo y de la celeridad sino también de la velocidad de deformación o crecimiento de la propia región. También se establece que la velocidad del flujo en el frente de onda y en la retaguardia es igual a la velocidad con que dichas fronteras se desplazan. Esta última conclusión se fundamenta en este trabajo para el caso de fronteras en que el tirante tiende a cero, o sea, para el frente de una onda que fluye libremente.

Con la aplicación de criterios de conservación de masa, se obtienen las ecuaciones que representan la velocidad con que el frente de onda y la retaguardia de la región de flujo se desplazan. Con estas ecuaciones se complementa la descripción fisicomatemática del comportamiento de la región de flujo superficial durante el riego intermitente.

Para simular el flujo intermitente, se plantea un esquema en diferencias finitas por medio del cual se producen las funciones de red que sustituyen numéricamente a las ecuaciones transformadas para malla adaptiva. La técnica de discretización que se emplea es conocida como método de interpolación integral [Samarski y Andréiev, 1979].

El esquema de simulación obtenido de la forma antes descrita es del tipo implícito. La función de red que representa a la ecuación de conservación de masa es lineal, mientras que la función discreta originada de la ecuación de conservación de cantidad de movimiento es no lineal. Para la solución del sistema de ecuaciones que resulta, se plantea una secuencia de solución mezclada en la cual se aplica el método del doble barrido a un sistema de ecuaciones lineales de matriz tridiagonal derivado de la ecuación de conservación de masa, en el que las

incógnitas son las áreas y, por otra parte, mediante un procedimiento tipo Picard, se da solución al sistema no lineal creado a partir de la ecuación de conservación de cantidad de movimiento. En éste las incógnitas son los gastos; la solución simultánea de ambos sistemas da origen a la del sistema general.

Los criterios para la selección de los incrementos espaciales y temporales para la simulación numérica, se obtuvieron por la evidencia de estabilidad y convergencia del esquema al realizar experimentos numéricos y contrastar los resultados con información de campo. Los resultados del modelo comparados con los datos de campo son ampliamente satisfactorios. Se considera que el modelo es numéricamente confiable.

Con el fin de identificar las variables que intervienen en la estabilidad numérica de los esquemas para malla adaptiva, se realizó, con aplicación de transformadas de Fourier, el análisis de estabilidad de un esquema linealizado. Al realizar los retratos de amplificación y de fase, se encontró que la velocidad de deformación de la región de flujo influye significativamente en la estabilidad. Para su interpretación se propone un número adimensional que cuantifica la influencia de la deformación del flujo en la estabilidad de los esquemas numéricos. Este nuevo número es aditivo al número de Courant, lo cual es consistente con las ecuaciones de las direcciones características obtenidas para malla adaptiva, o sea, es normal que la velocidad de propagación de las perturbaciones esté influenciada por la velocidad de propagación de la información en el flujo.

Como parte de los estudios para establecer ciertos criterios de operación y diseño del riego intermitente, se realizó un análisis de sensibilidad de las principales variables que intervienen en la eficiencia del riego intermitente.

Para apoyar la transferencia tecnológica del riego intermitente y promover su aplicación práctica, basada en un respaldo técnico que garantice una cierta eficiencia del riego, se presentan las bases para el desarrollo de una tabla multidimensional de diseño cuya información puede ser cargada a un controlador computarizado que accione una válvula de descargas intermitentes.

Finalmente se presenta la descripción de dos dispositivos para riego intermitente, basados en automatización fluidica: El Diabeto (Martínez y Aldama, 1989) y el Tanque de Descargas de Fondo. El primero de ellos es aplicable a sistemas con longitudes no mayores a los 250 metros. En este trabajo se analizó y complementó la metodología para su implantación en campo. Para ello se realizó un estudio con apoyo del modelo de simulación numérica. El otro dispositivo, es resultado de la experiencia obtenida durante la elaboración de este trabajo y constituye una alternativa para regar con caudales pequeños.

*Handwritten signature or initials*

## **DEDICATORIAS**

*Con indiscutible cariño:*

A mi esposa: Priscila  
A mis hijos: Hilde Priscila y Nahum Hamed  
A mis padres: Edith y Alfonso

*Con el más amplio reconocimiento y respeto:*

A los doctores: Polioptro Martínez Austria  
Alvaro A. Aldama Rodríguez  
Jaime Collado Moctezuma  
Javier Aparicio Mijares  
Michel Rosengaus Moshinsky

*En forma muy especial al:* Dr. Enzo Levi Lattes †

A la Universidad Autónoma de México  
Al Instituto Mexicano de Tecnología del Agua

# SIMULACION NUMERICA DE FLUJO INTERMITENTE PARA DISEÑO DE RIEGO PARCELARIO POR GRAVEDAD

## NOMENCLATURA

INTRODUCCION.....1

1 CARACTERISTICAS GENERALES SOBRE EL RIEGO INTERMITENTE.....2

1.1	<i>Antecedentes</i> .....	2
1.2	<i>Descripción del riego intermitente</i> .....	3
1.3	<i>Procesos físicos del riego intermitente</i> .....	4
1.4	<i>Ventajas y desventajas del riego intermitente respecto al riego continuo</i> .....	5
1.5	<i>Dispositivos de control</i> .....	6
1.6	<i>Secuencia ilustrativa del riego intermitente</i> .....	7

2 ECUACIONES PARA FLUJO UNIDIMENSIONAL A SUPERFICIE LIBRE.....8

2.1	<i>Cinemática de una partícula</i> .....	8
2.1.1	<i>Sistema de coordenadas naturales</i> .....	8
2.1.2	<i>Aceleración de una partícula</i> .....	11
2.1.3	<i>Formas adicionales para evaluar la curvatura</i> .....	13
2.2	<i>Distribución hidrostática de presiones</i> .....	13
2.2.1	<i>Distribución de presiones en un líquido en reposo</i> .....	15
2.2.2	<i>Equilibrio relativo debido a aceleración lineal uniforme</i> .....	16
2.2.3	<i>Equilibrio relativo con rotación uniforme del líquido respecto a un eje vertical</i> .....	17
2.2.4	<i>Distribución de presiones en un líquido que fluye sobre un canal de pendiente variable</i> .....	18
2.2.5	<i>Presiones sobre un canal con curvatura vertical</i> .....	20
2.2.6	<i>Presiones sobre un canal con curvatura horizontal</i> .....	22
2.2.7	<i>Distribución de presiones en un canal con cierto grado de curvatura (caso general)</i> .....	24
2.3	<i>Ecuaciones de Euler</i> .....	26
2.3.1	<i>Ecuaciones de Euler en coordenadas naturales</i> .....	26
2.3.2	<i>Ecuaciones de Euler en coordenadas rectangulares</i> .....	27
2.4	<i>Ecuaciones fundamentales</i> .....	28
2.4.1	<i>Ecuación general de conservación</i> .....	29
2.4.1.1	<i>Sistema y volumen de control</i> .....	29
2.4.1.2	<i>Ecuación general de balance de la propiedad</i> .....	29
2.4.2	<i>Ecuación de conservación de masa</i> .....	32
2.4.2.1	<i>Concepto de masa</i> .....	32
2.4.2.2	<i>Expresiones generales</i> .....	32
2.4.2.3	<i>Ecuaciones completas</i> .....	35
2.4.3	<i>Ecuación de conservación de la cantidad de movimiento</i> .....	35

2.4.3.1	Cantidad de movimiento de una partícula.....	35
2.4.3.2	Cantidad de movimiento de un sistema.....	36
2.4.3.3	Expresiones generales.....	38
2.4.3.4	Expresiones completas.....	40
2.4.4	Versiones conservativas y no conservativas.....	47
2.4.4.1	Versiones conservativas.....	47
2.4.4.2	Versiones no conservativas.....	48
2.4.5	Ecuaciones de Saint-Venant.....	50
2.4.6	Ecuaciones características.....	51
2.4.7	Ecuaciones adimensionales para malla fija.....	54
2.4.8	Ecuaciones transformadas para malla adaptiva.....	55
2.4.9	Ecuaciones adimensionales para malla adaptiva.....	57
2.4.10	Ecuaciones características para malla adaptiva.....	59
2.4.10.1	Velocidad de crecimiento de la región de flujo....	60
2.4.11	Ecuaciones para flujo en estado permanente.....	62
2.4.11.1	Clasificación de flujos.....	62
2.4.11.2	Ecuaciones clásicas para estado permanente.....	64
2.4.11.2.1	Flujo espacialmente variado.....	64
2.4.11.2.2	Flujo gradualmente variado.....	66
2.4.11.2.3	Flujo uniforme.....	66
2.4.11.2.4	Flujo rápidamente variado.....	67
2.4.11.2.5	Régimen crítico.....	67
2.4.11.2.6	Flujo sobre vertedores tipo cimacio.....	69
2.5	<i>Ecuaciones transformadas aplicadas al riego intermitente</i> .....	69
2.5.1	Modelos completos.....	71
2.5.2	Modelos simplificados.....	73
2.5.3	Velocidad del frente de avance.....	73
2.5.3.1	Relación espacial y temporal entre variables.....	74
2.5.3.2	Evaluación del volumen almacenado en el frente.....	75
2.5.3.3	Velocidad del frente de onda.....	75
2.5.4	Velocidad del desplazamiento de la retaguardia.....	77
2.5.4.1	Relación espacial y temporal.....	77
2.5.4.2	Evaluación del volumen almacenado en retaguardia....	78
2.5.4.3	Velocidad de avance de la frontera izquierda.....	79
<b>3</b>	<b>SIMULACION NUMERICA DEL RIEGO INTERMITENTE.....</b>	<b>81</b>
3.1	<i>Revisión bibliográfica.....</i>	<i>81</i>
3.2	<i>Esquema implícito para malla adaptiva.....</i>	<i>82</i>
3.2.1	Funciones discretas de la ecuación de conservación de masa.....	82
3.2.2	Funciones discretas de la ecuación de cantidad de movimiento.....	89
3.2.3	Funciones discretas para evaluar el gasto.....	90
3.2.4	Cuadrificación numérica de variables.....	90
3.2.4.1	Area hidráulica.....	90
3.2.4.2	Gasto.....	93
3.2.4.3	Velocidad media.....	94
3.2.4.4	Posición del frente de onda.....	94
3.2.4.5	Posición del frente de la retaguardia.....	94
3.2.4.6	Proceso iterativo.....	95
3.2.5	Procedimiento de cálculo.....	95
3.3	<i>Esquema numérico para el modelo simplificado.....</i>	<i>96</i>
3.4	<i>Análisis de estabilidad para un modelo linealizado.....</i>	<i>97</i>
3.4.1	Linealización de las ecuaciones diferenciales.....	97
3.4.2	Análisis de estabilidad de las ecuaciones linealizadas....	98

3.4.3	Funciones discretas.....	100
3.4.4	Ecuaciones en diferencias finitas.....	101
3.4.5	Funciones de estabilidad del esquema.....	102
3.4.6	Atenuación y celeridad de onda.....	107
3.5	Ejemplos de aplicación.....	110
<b>4</b>	<b>VARIABLES QUE INTERVIENEN EN EL PROCESO DE RIEGO.....</b>	<b>112</b>
4.1	Caudal suministrado por surco.....	112
4.2	Pendiente del surco.....	114
4.3	Infiltración.....	114
4.3.1	Fundamentos físicos.....	115
4.3.1.1	Descripción del proceso de infiltración.....	115
4.3.1.2	Factores que afectan la capacidad de infiltración.....	115
4.3.1.3	Ecuación de Richards.....	116
4.3.2	Ecuación de Green y Ampt.....	117
4.3.2.1	Solución adimensional de la ecuación de Green-Ampt.....	118
4.3.2.2	Determinación del potencial en el frente húmedo.....	119
4.3.2.2.1	Método de Mein y Larson.....	119
4.3.2.2.2	Método semiempírico.....	120
4.3.2.2.2.1	Ejemplo de aplicación.....	122
4.3.2.3	Evaluación de tiempos de riego.....	123
4.3.2.4	Características de los suelos agrícolas.....	123
4.3.3	Ecuación de Kostiaikov-Lewis.....	124
4.3.3.1	Parámetros de la ecuación de Kostiaikov.....	124
4.3.3.2	Parámetros de la ecuación de Kostiaikov-Lewis.....	128
4.3.3.3	Cálculo de la curva de avance para diversos gastos.....	129
4.3.4	Infiltración en riego intermitente.....	130
4.3.5	Kostiaikov-Lewis para diferente humedad inicial.....	132
4.3.6	Ejemplos.....	132
<b>5</b>	<b>DISEÑO DE RIEGO PARCELARIO.....</b>	<b>134</b>
5.1	Diseño con riego continuo.....	134
5.1.1	Datos requeridos.....	134
5.1.2	Procedimiento de diseño.....	135
5.1.3	Ejemplos.....	136
5.2	Diseño de riego intermitente con válvula.....	136
5.2.1	Diseño con ciclo fijo.....	137
5.2.1.1	Criterios empíricos.....	137
5.2.1.2	Métodos prácticos basados en mediciones de campo.....	137
5.2.1.3	Método basado en simulación numérica.....	139
5.2.1.4	Tabla multidimensional de diseño.....	141
5.2.1.4.1	Resultados preliminares.....	149
5.2.1.5	Ejemplos.....	150
5.2.2	Diseño con ciclo variable.....	151
5.2.2.1	Criterios prácticos.....	151
5.2.2.2	Criterios implementados en válvulas comerciales.....	151
5.2.2.3	Método basado en simulación numérica.....	153
5.2.3	Diseño con reducción de caudal.....	153
5.2.3.1	Métodos prácticos.....	153
5.2.3.2	Método basado en simulación numérica.....	154
5.3	Diseño de riego intermitente con diámetro.....	154
5.3.1	Bases para diseño.....	154
5.3.2	Secuencia de diseño.....	158

5.3.2.1	Datos requeridos.....	158
5.3.2.2	Evaluación de dimensiones.....	159
5.3.2.3	Tiempo de vaciado.....	160
5.3.2.3.1	Evaluación en campo.....	160
5.3.2.3.2	Evaluación con modelación numérica.....	161
5.3.2.3.2.1	Hidrograma de descarga.....	161
5.3.2.3.2.2	Evaluación del tiempo de vaciado.....	163
5.3.3	Ejemplo.....	164
5.4	Tanque de descargas de fondo.....	165
5.4.1	Bases para diseño.....	165
5.4.2	Tabla de diseño.....	171
5.4.2.1	Datos generales.....	171
5.4.2.2	Evaluación del tiempo de vaciado.....	172
5.4.2.2.1	Evaluación en campo del tiempo de vaciado.....	172
5.4.2.2.2	Evaluación con modelación numérica.....	173
5.4.2.2.2.1	Hidrograma de descarga.....	173
5.4.2.2.2.2	Evaluación numérica del tiempo de vaciado.....	175
5.4.2.3	Tablas auxiliares para diseño.....	176
5.4.3	Ejemplo.....	176

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	177
-------------------------------------	-----

REFERENCIAS.....	181
------------------	-----

ANEXO.....	281
<u>MANUAL DE USUARIO DEL PAQUETE TECNOLÓGICO DE RIEGO POR GRAVEDAD</u>	

INTRODUCCION

1	FORMA DE CARGAR EL PTRG.....	282
2	FORMA DE OPERAR EL PTRG.....	283
2.1	<i>Menú principal</i> .....	283
2.2	<i>Descripción de las características generales de las pantallas</i> .....	283
2.3	<i>Opción (A)</i> .....	285
2.4	<i>Opción (B)</i> .....	285
2.5	<i>Opción (C)</i> .....	287
2.6	<i>Opción (D)</i> .....	290
2.7	<i>Opción (E)</i> .....	290
2.8	<i>Opción (F)</i> .....	290
2.9	<i>Opción (G)</i> .....	291
2.10	<i>Opción (H)</i> .....	291
2.11	<i>Opción (I)</i> .....	292
2.12	<i>Opción (J)</i> .....	293
2.13	<i>Opción (K)</i> .....	295
2.14	<i>Opción (L)</i> .....	295
2.15	<i>Opción (M)</i> .....	295
2.16	<i>Opción (S)</i> .....	295

## INDICE DE LAMINAS DEL TEXTO GENERAL

1.1	Sistema de alimentación por medio de válvula.....	186
1.2	Dispositivo fluidico denominado Diabeto.....	187
1.3	Dispositivo de descargas de fondo.....	188
1.4. a	Secuencia ilustrativa del riego intermitente.....	189
1.4. b	Secuencia ilustrativa del riego intermitente.....	190
1.4. c	Secuencia ilustrativa del riego intermitente.....	191
2.1	Trayectoria de una partícula.....	192
2.2	Sistema de ejes coordenados.....	192
2.3	Radio de curvatura.....	193
2.4	Pendiente de la curvatura.....	193
2.5	Triángulo rectángulo infinitesimal.....	194
2.6	Véctor de posición.....	194
2.7	Angulo formado por las tangentes.....	195
2.8	Elemento diferencial de fluido.....	196
2.9	Sistema de ejes cartesianos.....	197
2.10	Líquido en reposo.....	198
2.11	Aceleración lineal uniforme en un líquido.....	199
2.12	Rotación de un fluido respecto a un eje vertical.....	200
2.13	Rotación de un cilindro respecto a su eje.....	201
2.14	Flujo uniforme en un canal de pendiente variable.....	202
2.15	Flujo en un canal con curvatura vertical.....	203
2.16	Flujo en un canal con curvatura horizontal.....	204
2.17	Aceleración normal.....	205
2.18	Sistema y volumen de control.....	206
2.19	Transformación de coordenadas.....	207
2.20	Radio como función de la coordenada binormal.....	208
2.21	Componente de la fuerza de gravedad.....	209
2.22	Flujo uniforme.....	210
2.23	Relaciones geométricas.....	211
2.24	Representación del fenómeno en diferentes mallas.....	212
2.25	Velocidad de desplazamiento del frente de avance.....	213
2.26	Velocidad de desplazamiento de la retaguardia.....	214
3.1	Análisis de estabilidad, 1.....	215
3.2	Análisis de estabilidad, 2.....	216
3.3	Análisis de estabilidad, 3.....	217
3.4	Análisis de estabilidad, 4.....	218
3.5	Análisis de estabilidad, 5.....	219
3.6	Análisis de estabilidad, 6.....	220
3.7	Riego continuo, 1.....	221
3.8	Riego continuo, 2.....	222
3.9	Riego continuo, 3.....	223
3.10	Riego continuo, 4.....	224
3.11	Riego intermitente.....	225
3.12	Información para simulación.....	226
3.13	Eficiencia de distribución.....	228
3.14	Riego intermitente en Zacatecas.....	229
3.15	Efecto del tiempo de descarga en la eficiencia de aplicación (Q=2lps).....	230
3.16	Efecto del tiempo de descarga en la eficiencia de distribución (Q=2lps).....	231
3.17	Efecto del tiempo de descarga en la eficiencia de aplicación (Q=2.5lps).....	232

3.18	Efecto del tiempo de descarga en la eficiencia de distribución (Q=2.5lps).....	233
3.19	Efecto de la rugosidad en la eficiencia de aplicación.....	234
3.20	Efecto de la rugosidad en la eficiencia de distribución.....	235
3.21	Efecto de la pendiente en la eficiencia de aplicación.....	236
3.22	Efecto de la pendiente en la eficiencia de dostribución.....	237
3.23	Efecto de la capacidad de infiltración en la eficiencia de aplicación.....	238
3.24	Efecto de la capacidad de infiltración en la eficiencia de distribución.....	239
3.25	Efecto de la longitud en la eficiencia de aplicación.....	240
3.26	Efecto de la longitud en la eficiencia de distribución.....	241
4.1	Elemento de suelo.....	242
4.2	Potencial capilar vs contenido de humedad.....	243
4.3	Conductividad hidráulica vs contenido de humedad.....	244
4.4	Avance del frente húmedo.....	245
4.5	Avance bajo el concepto de potencial en el frente húmedo.....	246
4.6	Relación entre potencial capilar y conductividad relativa.....	247
4.7	Solución adimensional de la ecuación de Green-Ampt.....	248
4.8.a	Relación entre succión capilar y contenido de humedad.....	249
4.8.b	Relación de la conductividad relativa y la succión capilar.....	250
4.9	Datos de infiltración.....	251
4.10	Infiltración medida vs calculada.....	252
4.11	Criterio de tensión de humedad para riego.....	253
4.12	Tensión recomendable para aplicar riego.....	254
4.13	Velocidad de infiltración básica.....	255
4.14	Texturas vs velocidad de infiltración básica.....	256
4.15	Profundidad radicular.....	257
4.16	Descenso tolerable de humedad.....	258
4.17	Perfiles de flujo superficial y subsuperficial.....	259
4.18	Hidrograma de caudal suministrado.....	260
4.19	Avance del frente de onda en diferentes tiempos.....	261
4.20	Gráfica de avance de onda.....	262
4.21	Infiltración con diversos métodos, 1.....	263
4.22	Infiltración con diversos métodos, 2.....	264
4.23	Curvas de avance según método de balance de volumen.....	265
5.1	Primer ejemplo de riego continuo.....	266
5.2	Segundo ejemplo de riego continuo.....	267

5.10	Eficiencias vs tiempos de descarga.....	275
5.11	Datos para selección de diseño.....	276
5.12	Eficiencia para 2 lps.....	277
5.13	Eficiencia para 3 lps.....	278
5.14	Riego con Diabeto vs continuo e intermitente con válvula.....	279
5.15	Tiempos de riego con diabeto.....	280

## INDICE DE LAMINAS DEL ANEXO

1	Menú principal.....	296
2	Captura de coordenadas.....	297
3	Captura de datos para infiltración y diseño de riego continuo.....	298
4	Captura de datos para simulación y diseño de riego intermitente.....	299
5	Características geométricas del surco.....	300
6	Parametros de la ecuación de infiltración media acumulada.....	301
7	Resultados numéricos de la simulación de riego intermitente.....	302
8	Eficiencias y tiempos efectivos de riego.....	303
9	Pantalla de información sobre el proceso de diseño.....	304
10	Resultados para selección de tiempos on.....	305
11	Resultados de la simulación de riego con diabeto.....	306
12	Curvas de avance y recesión de onda.....	307
13	Perfil del flujo durante el avance del frente de onda.....	308
14	Eficiencia de distribución longitudinal en porcentaje de la lámina de riego requerida.....	309
15	Hidrogramas de descarga en la cabecera del surco.....	310
16	Variación del volumen infiltrado cada cinco minutos.....	311
17	Diseño de riego continuo.....	312
18	Tiempos efectivos de riego.....	313
19	Datos para diseño.....	314
20	Datos complementarios para diseño.....	315
21	Resultados del diseño de un diabeto.....	316

## NOMENCLATURA

$A$	=	área hidráulica; $[L^2]$
$Ad$	=	área del fondo del Diabeto; $[L^2]$
$As$	=	área de un sifón, $[L^2]$
$a$	=	coeficiente empírico de la ecuación de infiltración acumulada (Kostiakov - Lewis); [adim]
$a'$	=	coeficiente empírico de la ecuación de infiltración acumulada (Kostiakov); [adim]
$a''$	=	coeficiente empírico de la ecuación de infiltración acumulada en surco húmedo (Kostiakov - Lewis); [adim]
$a'''$	=	coeficiente empírico de la ecuación de infiltración acumulada en surco semihúmedo (Kostiakov - Lewis); [adim]
$\underline{a}$	=	vector aceleración de una partícula; $[L/T^2]$
$\underline{a}_s$	=	componente tangencial de la aceleración; $[L/T^2]$
$\underline{a}_n$	=	componente normal de la aceleración; $[L/T^2]$
$\underline{a}_b$	=	componente binormal de la aceleración; $[L/T^2]$
$B$	=	ancho de la superficie libre; $[L]$
$b$	=	coordenada binormal; $[L]$
$Cdfs$	=	número de ciclos para cubrir el riego al final del surco; [adim]
$Cfs$	=	ciclo en que el frente de onda alcanza el final del surco; [adim]
$Ce$	=	coeficiente de relación; $[L^{1-m}/T]$
$Co$	=	pérdida por coleos, en % del volumen total suministrado; [%]
$Cr$	=	número de Courant; [adim]
$Cpq$	=	creación de la propiedad $q$
$c$	=	celeridad; $[L/T]$
$Da$	=	densidad aparente del suelo; $[W/L^3]$
$Dn$	=	dotación en volumen de riego requerido por unidad de longitud de surco; $[L^3/L]$
$Dr$	=	número adimensional para región deformable; [adim]
$Drc$	=	dotación de riego infiltrada en la cabecera por unidad de longitud de surco; $[L^3/L]$
$D(pq)$	=	tasa de creación de la propiedad
$d$	=	tirante; $[L]$
$d$	=	profundidad medida sobre el eje $n$ (tirante perpendicular); $[L]$
$E$	=	energía específica; $[L]$
$Ea$	=	eficiencia de aplicación; [%]
$Ed$	=	eficiencia de distribución; [%]
$e_s$	=	vector unitario orientado sobre el eje $s$
$e_n$	=	vector unitario orientado sobre el eje $n$
$e_b$	=	vector unitario orientado sobre el eje $b$
$F$	=	fuerza; $[W]$
$Fr$	=	número de Froude
$f$	=	velocidad de infiltración, $[L/T]$
$fo$	=	volumen de infiltración básica; $[L^2 T^{-1}]$
$fo'$	=	volumen de infiltración básica en surco húmedo; $[L^2 T^{-1}]$
$fo''$	=	volumen de infiltración básica en surco semihúmedo; $[L^2 T^{-1}]$
$f$	=	fuerza instantánea; $[W]$
$\phi$	=	descenso tolerable de humedad, [adim]
$g$	=	aceleración de la gravedad; $[L/T^2]$
$Hd$	=	altura de un diabeto; $[L]$
$hc$	=	carga de cebado; $[L]$
$hd$	=	carga de descebado; $[L]$
$h$	=	profundidad (tirante vertical); $[L]$
$ho$	=	tirante; $[L]$

i = índice de posición espacial; [adim]  
 K = conductividad hidráulica; [L/T]  
 Kr = conductividad relativa; [adim]  
 Ks = conductividad hidráulica para suelo saturado; [L/T]  
 K' = coeficiente empírico de la ecuación de infiltración  
 k = coeficiente empírico de la ecuación de infiltración  
 acumulada en surco seco (Kostiakov - Lewis); [L<sup>2</sup> T<sup>-a</sup>]  
 k' = coeficiente empírico de la ecuación de infiltración  
 acumulada en surco húmedo (Kostiakov - Lewis); [L<sup>2</sup> T<sup>-a</sup>]  
 k'' = coeficiente empírico de la ecuación de infiltración.  
 acumulada en surco semihúmedo (Kostiakov - Lewis); [L<sup>2</sup> T<sup>-a</sup>]  
 Lr = lámina de riego por unidad de superficie; [L]  
 Ls = longitud de surco; [L]  
 L1 = longitud, paralela a los surcos, del fondo de un diabeto; [L]  
 L2 = longitud, perpendicular a los surcos, del fondo de un diabeto; [L]  
 l = longitud del surco que se alcanza durante la prueba de infiltración  
 por balace de volumen; [L]  
 l = longitud de mezcla; [L]  
 M = función momentum; [L<sup>2</sup>/T<sup>2</sup>]  
 Md = deficiencia de humedad  
 Mpq = variación total de la propiedad q  
 m = coeficiente de relación; [adim]  
 m = masa; [W/L<sup>3</sup>]  
 mr = módulo de riego que se proporciona a una parcela; [L<sup>3</sup>/T]  
 ms = número de sifones; [adim]  
 n = índice de posición espacial final; [adim]  
 NC = número de ciclos, [adim]  
 n = coeficiente de rugosidad de Manning; [T/L<sup>1/3</sup>]  
 n = coordenada normal; [L]  
 ns = índice de posición temporal; [adim]  
 ns = número de surcos que atiende un modulo de riego; [adim]  
 p = coeficiente empírico de la ecuación del avance del frente  
 de onda; [L T<sup>-1/2</sup>]  
 P = perímetro mojado; [L]  
 Pe = pérdida por percolación profunda, en % del volumen total  
 suministrado; [%]  
 Pr = profundidad radicular del cultivo; [L]  
 P = coeficiente empírico de la ecuación del avance del frente  
 de onda; [T L<sup>2</sup>]  
 p = presión; [W/L<sup>2</sup>]  
 pa = presión sobre la superficie libre; [W/L<sup>2</sup>]  
 Q = gasto; [L<sup>3</sup>/T]  
 Qe = caudal suministrado al diabeto; [L<sup>3</sup>/T]  
 Qmax = gasto máximo no erosivo; [L<sup>3</sup>/T]  
 Qo = gasto máximo no erosivo o gasto de alimentación  
 suministrado al surco; [L<sup>3</sup>/T]  
 Qs = caudal descargado por el diabeto; [L<sup>3</sup>/T]  
 Qsf = gasto descargado al final del surco una vez que se alcanza  
 un estado de flujo superficial permanente; [L<sup>3</sup>/T]  
 Q\* = caudal adimensional; [adim]  
 Qpq = cantidad de la propiedad q  
 q = gasto infiltrado a través de Si; [L<sup>3</sup>/T]  
 q = propiedad intensiva escalar  
 ql = gasto lateral; [L<sup>3</sup>/T]  
 R, r = coeficientes empíricos de la ecuación del avance del frente  
 de onda; [adim]

**Re** = número de Reynolds; [adim]  
**Rh** = radio hidráulico; [L]  
**r** = radio de curvatura; [L]  
**S** = superficie; [L<sup>2</sup>]  
**Sep** = separación entre surcos; [L]  
**Si** = superficie de infiltración; [L<sup>2</sup>]  
**s** = coordenada espacial o tangencial; [L]  
**sf** = posición del frente de onda; [L]  
**sr** = pendiente de fricción; [adim]  
**so** = pendiente de plantilla; [adim]  
**sg** = posición del frente de retroceso; [L]  
**t** = tiempo adimensional; [adim]  
**t** = tiempo; [T]  
**tav** = tiempo de avance del frente de onda; [T]  
**tavr** = tiempo en que la onda de avance alcanza el final del surco; [T]  
**tef** = tiempo efectivo de riego; [T]  
**t1** = tiempo en que el frente de onda alcanza la longitud  $\ell$ ; [T]  
**t1/4** = tiempo en que el frente de onda alcanza un cuarto de  $\ell$ ; [T]  
**t1/2** = tiempo en que el frente de onda alcanza la mitad de  $\ell$ ; [T]  
**t13/4** = tiempo en que el frente de onda alcanza tres cuartos de  $\ell$ ; [T]  
**t11** = tiempo de llenado del diabeto; [T]  
**to** = tiempo de oportunidad, tiempo efectivo que el agua permanece sobre el suelo; [T]  
**tp** = tiempo de encharcamiento, [T]  
**tr** = tiempo de riego necesario para que se infiltre la dotación  $Dn$ ; [T]  
**trc** = tiempo de recesión; [T]  
**trcr** = tiempo en que la onda de recesión alcanza el final del surco; [T]  
**tv** = tiempo de vaciado del diabeto; [T]  
**u** = velocidad media; [L/T]  
**umax** = velocidad máxima no erosiva; [L/T]  
**V** = volumen; [L<sup>3</sup>]  
**Vn** = velocidad normalizada, [L/T]  
**Vd** = volumen almacenado en el interior del diabeto; [L<sup>3</sup>]  
**Vi** = volumen total infiltrado a lo largo del surco; [L<sup>3</sup>]  
**Vmax** = velocidad máxima no erosiva, [L/T]  
**Vs** = volumen total suministrado al surco; [L<sup>3</sup>]  
**vs** = componente de la velocidad en la dirección  $s$ ; [L/T]  
**v** = vector velocidad de una partícula; [L/T]  
**v** = magnitud de la velocidad de una partícula; [L/T]  
**W** = peso; [W]  
**ws** = velocidad de las secciones de la región de flujo con  $\xi$  fijo; [L/T]  
**x** = eje coordenado horizontal, [L]  
**Y** = tirante hidráulico; [L]  
**y** = eje coordenado perpendicular, [L]  
**Z** = volumen infiltrado a través de la superficie  $Si$  [L<sup>3</sup>], en caso de surcos corresponde al volumen infiltrado por unidad de longitud de conducción; [L<sup>3</sup>/L]  
**z** = eje coordenado vertical y profundidad; [L]  
 **$\alpha_c$**  = ángulo de curvatura; [RAD]  
 **$\alpha_g$**  = variable adimensional de la ecuación de Green y Ampt  
 **$\alpha_r$**  = coeficiente empírico de la ecuación de recesión; [T]  
 **$\beta_g$**  = variable adimensional de la ecuación de Green y Ampt  
 **$\Delta s$**  = incremento en la coordenada espacial; [L]  
 **$\Delta tr$**  = incremento al tiempo de oportunidad por efecto de la recesión; [T]  
 **$\Delta t$**  = incremento de tiempo; [T]  
 **$\Delta \xi$**  = incremento en la coordenada adimensional; [adim]

$e$  = altura media de las partículas; [L]  
 $\phi$  = potencial total; [L]  
 $\gamma_0$  = peso específico; [W/L<sup>3</sup>]  
 $\psi$  = potencial capilar o tensión de humedad; [L]  
 $\psi_r$  = potencial capilar en el frente húmedo; [L]  
 $\mu$  = coeficiente de descarga; [adim]  
 $\nu$  = viscosidad cinemática; [L<sup>2</sup>/T]  
 $\theta$  = contenido de humedad; [adim]  
 $\theta_c$  = contenido de humedad a capacidad de campo; [adim]  
 $\theta_i$  = contenido de humedad inicial; [adim]  
 $\theta_s$  = contenido de humedad a suelo saturado; [adim]  
 $\theta_{pmp}$  = fracción de humedad a punto de marchitamiento permanente; [adim]  
 $\rho$  = densidad; [WT<sup>2</sup>/L<sup>4</sup>]  
 $\rho_1$  = coeficiente empírico que depende de la geometría del surco; [L<sup>8/3- $\rho_2$</sup> ]  
 $\rho_2$  = exponente empírico que depende de la geometría del surco; [adim]  
 $\sigma_1$  = coeficiente empírico que depende de la geometría del surco; [L<sup>1-2 $\sigma_2$</sup> ]  
 $\sigma_2$  = exponente empírico que depende de la geometría del surco; [adim]  
 $\tau$  = variable temporal auxiliar; [T]  
 $\tau_c$  = esfuerzo cortante; [W/L<sup>2</sup>]  
 $\tau_t$  = esfuerzo cortante turbulento; [W/L<sup>2</sup>]  
 $\Omega$  = potencial de fuerzas externas; [L]  
 $\omega$  = velocidad angular; [RAD/T]  
 $\omega_r$  = coeficiente empírico de la ecuación de recesión; [T L<sup>-1</sup>]  
 $\xi$  = variable espacial adimensional  
 $z$  = profundidad al centro de gravedad; [L]

## RESUMEN

### *Objetivos*

Establecer las bases teóricas y los criterios prácticos para simular y diseñar sistemas de riego intermitente. Este método se considera como la más adelantada y prometedora alternativa técnica que existe actualmente para incrementar la eficiencia y productividad agrícola a través del riego por gravedad [Walker and Skogerboe, 1987], de aquí que este trabajo tenga como objetivo fundamental el análisis y comprensión del comportamiento fisicomatemático del flujo intermitente ocasionado por esta modalidad de riego.

### *Métodos y resultados*

Considerando algunas hipótesis simplificadoras, el comportamiento hidráulico del riego intermitente puede ser estudiado como un fenómeno de flujo unidimensional. El proceso deductivo que se presenta en este trabajo parte de lo general a lo particular: por principios, se adoptó un sistema de coordenadas naturales sobre el cual se aplicó el concepto del balance de una propiedad intensiva, dentro de un volumen de control, para obtener las ecuaciones de conservación de masa y de cantidad de movimiento aplicables a un flujo tridimensional, posteriormente, previa justificación y aceptación de una serie de hipótesis simplificadoras, se procedió a la obtención de estas mismas ecuaciones en su forma integral y en sus versiones diferencial conservativa y diferencial no conservativa, aplicables para un flujo unidimensional.

Durante la deducción de las ecuaciones se obtuvieron algunos resultados y conclusiones como son, entre otros: una expresión general para cuantificar la presión hidrostática en un flujo cuya trayectoria describe una curva en el espacio tridimensional de un observador ubicado en un sistema de coordenadas fijo; la transformación algebraica para obtener las ecuaciones de Euler al pasar de un sistema de coordenadas naturales a un sistema de coordenadas rectangulares; se introduce en la deducción de las ecuaciones unidimensionales el efecto de la aceleración radial originada por el grado de curvatura que presenta la trayectoria del flujo; al simplificar estas ecuaciones para su aplicación a un flujo permanente espacialmente variado, se demuestra que cuando la aportación o extracción de gasto se realiza perpendicularmente a la dirección del flujo, resulta una ecuación única para ambas condiciones cuya diferencia radica en el signo positivo o negativo del término que cuantifica el ingreso o extracción de masa.

El flujo superficial que escurre durante el proceso del riego intermitente presenta, por efecto del desplazamiento de sus fronteras, un crecimiento y decrecimiento de la región que lo contiene; para simular correctamente esta situación se adoptó el concepto de malla adaptiva [Aldama y Martínez, 1989], el cual consiste en adimensionalizar espacialmente las ecuaciones de Saint-Venant para acotar numéricamente la dimensión de la región de flujo superficial dentro de una longitud unitaria en el espacio transformado adimensional, o sea, dentro de una región transformada que permanece constante, independientemente del crecimiento o decrecimiento espacial que a través del tiempo sufre la región real del flujo. De aquí que la malla

adimensional permita plantear modelos de solución discreta sobre una malla con un número de nudos que permanece constante durante la simulación del riego intermitente u otro fenómeno con fronteras que se desplazan a través del tiempo.

Para mejorar la interpretación fisicomatemática del riego intermitente se obtuvieron las ecuaciones características para malla adaptiva. Al analizar las ecuaciones que representan las direcciones características, se demuestra que cuando existen fronteras móviles, la velocidad con que se transmite la información no solamente depende de la velocidad del flujo y de la celeridad sino también de la velocidad de deformación o crecimiento de la propia región. También se establece que la velocidad del flujo en el frente de onda y en la retaguardia es igual a la velocidad con que dichas fronteras se desplazan. Esta última conclusión se fundamenta en este trabajo para el caso de fronteras en que el tirante tiende a cero, o sea, para el frente de una onda que fluye libremente.

Con la aplicación de criterios de conservación de masa, se obtienen las ecuaciones que representan la velocidad con que el frente de onda y la retaguardia de la región de flujo se desplazan. Con estas ecuaciones se complementa la descripción fisicomatemática del comportamiento de la región de flujo superficial durante el riego intermitente.

Para cuantificar el volumen de flujo que se infiltra en el suelo, durante el proceso de riego, se adoptó la ecuación de Kostiaikov-Lewis. Para determinar los coeficientes de esta ecuación se plantea un método que corrige y mejora conceptualmente las técnicas de balance de volumen. Con el fin de tomar en cuenta el contenido de humedad inicial que el suelo tiene antes del riego, se propone una metodología que relaciona la ecuación de Green y Ampt con la ecuación de Kostiaikov-Lewis. A través de esta relación, complementada con información de una prueba de riego, se propone una técnica para obtener el potencial capilar en el frente húmedo.

Para simular el flujo intermitente, se plantea un esquema en diferencias finitas por medio del cual se producen las funciones de red que sustituyen numéricamente a las ecuaciones transformadas para malla adaptiva. La técnica de discretización que se emplea es conocida como método de interpolación integral [Samarski y Andréiev, 1979]. Este método es uno de los más apropiados para generar las funciones discretas que sustituyen a los coeficientes variables que multiplican a las derivadas de las ecuaciones diferenciales. Al igual que algunos métodos basados en elemento finito, el que aquí se propone permite realizar la integración analítica de una parte de la ecuación diferencial y aproximar numéricamente la otra.

El esquema de simulación obtenido de la forma antes descrita es del tipo implícito. La función de red que representa a la ecuación de conservación de masa es lineal, mientras que la función discreta originada de la ecuación de conservación de cantidad de movimiento es no lineal. Para la solución del sistema de ecuaciones que resulta, se plantea una secuencia de solución mezclada en la cual se aplica el método del doble barrido a un sistema de ecuaciones lineales de matriz tridiagonal derivado de la ecuación de conservación de masa, en el que las incógnitas son las áreas y, por otra parte, mediante un procedimiento tipo Picard, se da solución al sistema no lineal creado a partir de la ecuación de conservación de cantidad de movimiento. En éste las incógnitas son los gastos; la solución simultánea de ambos sistemas da origen a la del sistema general.

Los criterios para la selección de los incrementos espaciales y temporales para la simulación numérica, se obtuvieron por la evidencia de estabilidad y convergencia del esquema al realizar experimentos numéricos y contrastar los resultados con información de campo. Los resultados del modelo comparados con los datos de campo son ampliamente satisfactorios. Se considera que el modelo es numéricamente confiable.

Con el fin de identificar las variables que intervienen en la estabilidad numérica de los esquemas para malla adaptiva, se realizó, con aplicación de transformadas de Fourier, el análisis de estabilidad de un esquema linealizado. Al realizar los retratos de amplificación y de fase, se encontró que la velocidad de deformación de la región de flujo influye significativamente en la estabilidad. Para su interpretación se propone un número adimensional que cuantifica la influencia de la deformación del flujo en la estabilidad de los esquemas numéricos. Este nuevo número es aditivo al número de Courant, lo cual es consistente con las ecuaciones de las direcciones características obtenidas para malla adaptiva, o sea, es normal que la velocidad de propagación de las perturbaciones esté influenciada por la velocidad de propagación de la información en el flujo.

Como parte de los estudios para establecer ciertos criterios de operación y diseño del riego intermitente, se realizó un análisis de sensibilidad de las principales variables que intervienen en la eficiencia del riego intermitente. Se concluye, por ejemplo, que una mala selección o medición de la velocidad de infiltración básica puede conducir a errores de diseño superiores a los que puede conducir una inadecuada selección de los tiempos de descarga durante cada intermitencia. En general, de este estudio se desprende la importancia y utilidad de un modelo de simulación para el diseño del riego intermitente.

Para apoyar la transferencia tecnológica del riego intermitente y promover su aplicación práctica, basada en un respaldo técnico que garantice una cierta eficiencia del riego, se presentan las bases para el desarrollo de una tabla multidimensional de diseño cuya información puede ser cargada a un controlador computarizado que accione una válvula de descargas intermitentes. Como resultados preliminares, se incluyen algunas gráficas que muestran el contenido de la matriz de información de la tabla multidimensional. También se presentan una gráfica que contiene la selección de los tiempos de descarga en función de la longitud del surco y la velocidad normalizada del flujo, y otra gráfica complementaria para la selección del gasto que se debe suministrar por surco.

Finalmente se presenta la descripción de dos dispositivos para riego intermitente, basados en automatización fluidica: El Diabeto [Martínez y Aldama, 1989] y el Tanque de Descargas de Fondo. El primero de ellos es aplicable a sistemas con longitudes no mayores a los 250 metros. En este trabajo se analizó y complementó la metodología para su implantación en campo. Para ello se realizó un estudio con apoyo del modelo de simulación numérica. El otro dispositivo, es resultado de la experiencia obtenida durante la elaboración de este trabajo y constituye una alternativa para regar con caudales pequeños. Con ello se incrementa la factibilidad técnica de aplicar eficientemente el riego por gravedad con estos caudales.

En el anexo se presenta el manual del programa de cómputo que se desarrolló para apoyar el análisis y el diseño del riego intermitente.

## SUMMARY

### *Objectives*

Establish the theoretical bases and practical criteria to simulate and design surge flow irrigation systems. This method is considered the most advanced and promising alternative technique to increase agricultural efficiency and productivity in gravity flow irrigation [Walker and Skogerboe, 1987]. For this reason, the fundamental objective of this work is to analyze and describe the physical-mathematical behavior of the surge flow in this type of irrigation.

### *Methods and results*

Considering several simplifying hypothesis, the hydraulic behavior of surge flow irrigation can be studied as a unidimensional flow phenomenon. The deductive process presented in this work advances from general to specific concepts. Initially, a system of natural coordinates is adopted, to which the concept of balance of an intensive property, within a control volume, is applied to obtain the mass conservation and momentum equations applicable to tridimensional flow. After the justification and acceptance of a series of simplifying assumptions, the integral, and conservative and non-conservative differential forms of these same equations are obtained, as applicable to unidimensional flow.

During the deduction of the equations, several results and conclusions are reached. A general expression is developed to quantify the hydrostatic pressure of a flow whose trajectory describes a curve in a tridimensional space as seen by an observer at a fixed coordinates system. An algebraic transformation to obtain Euler's equations when a system is taken from natural to rectangular coordinates. In the deduction of the unidimensional equations is introduced the effect of the radial acceleration resulting from the degree of curvature in the trajectory of the flow. When simplifying these equations to apply them to a spatially varied permanent flow it is shown that when the input or output flow is perpendicular to the direction of flow, a unique equations results for both conditions with the only difference coming from the positive or negative sign of the term that quantifies the input or output of mass.

The surface flow during the surge flow irrigation process presents, due to the displacement of its boundaries, an increase and decrease in the limiting region. To correctly simulate these changes, the concept of adaptive grid [Aldama and Martinez, 1989] is used. This procedure spatially adimensionalizes the Saint-Venant equations to assign a numerical unitary length to the dimensionless superficial flow region which remains constant regardless of the increase and decrease which the real flow space may suffer with time. The adimensional grid allows for the simulation of models with discrete solutions on a grid with a constant number of knots during surge flow irrigation or other phenomena with mobile boundary in time.

To improve the physical-mathematical interpretation of the surge flow irrigation characteristic, descriptive equations for the adaptive grid are obtained. By analyzing of the equations which represent the characteristics

directions, it is shown that when there are mobile boundaries, the speed with which the information is transmitted not only depends on the speed of the flow and the celerity, but also on the speed of deformation or growth of the region. It was also established that the flow speed at the front and the back of the wave is the same as the speed at which these boundaries move. This last conclusion is justified in this work for boundaries in which the depth tends to zero, that is when the front of the wave flows freely.

Applying the criteria of mass conservation, equations which represent the speed of the movement of the front and back of the wave in the flow region are obtained. These equations complement the physical-mathematical description of the behavior of the surface flow region during surge flow irrigation.

To quantify the flow volume which infiltrates the soil during the irrigation process, the Kostiaikov-Lewis equation was adopted. A method is proposed to conceptually correct and improve the volume balance techniques used to estimate the corresponding coefficients. To consider the initial soil humidity, prior to irrigation, a method which relates the Green-Ampt equation with the Kostiaikov-Lewis equation is proposed. Through this regression, together with information gathered from irrigation tests, a technique is proposed to determine the capillary potential of the wet front.

To simulate surge flow, a finite difference scheme is proposed to provide network functions which numerically substitute the transformed equations for the adaptive grid. The discretization technique used is known as the integral interpolation method [Samarski and Andreiev, 1979]. This method is one of the most appropriate to generate the discrete functions that substitute the variable coefficients that multiply the derivatives of the differential equations. Similar to other methods based on finite elements, the technique proposed here allows for the analytical integration of a portion of the differential equation and the numerical approximation of the remainder.

The simulation scheme obtained as described above is of the implicit type. The network function which represents the mass conservation equation is linear, while the discrete function derived from the conservation of momentum equation is nonlinear. To solve the resulting system, a mixed sequence technique is proposed in which a double sweep method is applied to the system of linear equations of a tridiagonal matrix derived from the mass conservation equation, in which the unknowns are the areas and, a Picard-type procedure to solve a nonlinear system derived from the momentum equation. In this latter case, the unknowns are discharges. The simultaneous solution of both systems provides the general system solution.

Criteria for the selection of the spacial and temporal increments for the numerical simulations were based on evidence of stability and convergence of the scheme in numerical experiments and on comparisons with field data. The results of the model compared favorably with the field data. Therefore, the model is considered to be numerically reliable.

To identify the variables involved in the numerical stability of the adaptive grid scheme, a stability analysis of a linearized scheme is done using Fourier transformations. Amplitude and phase portraits indicate that the speed of deformation of the flow region significantly affects the stability. For interpretative purposes, an adimensional number is proposed

to quantify the influence of the flow deformation in the stability of the numerical schemes. This new number is additive with the Courant number, which is consistent with the characteristic direction equations obtained for the adaptive grid, i.e., it is normal that the velocity of propagation of the perturbations be influenced by the propagation speed in the flow information.

As part of the studies done to establish certain operation and design criteria for surge flow irrigation, a sensitivity analysis of the main variables which intervene in the efficiency of surge flow irrigation was performed. It was found that, for example, a deficient selection or measurement of the basic infiltration speed can result in larger design errors than those produced by an inadequate selection of the discharge times during each intermittent interval. In general, this study underlines the importance and usefulness of a simulation model in the design of surge flow irrigation.

To support the technology transfer of surge flow irrigation and promote its widespread application, and based on the technical support which guarantees a given level of efficiency, the bases are provided for the development of a multidimensional design table to be used with a computerized controller which would open and close the surge flow valve. Graphs which show the contents of the information matrix of the multidimensional table are provided as preliminary results. A graph which contains a range of discharge times as a function of the length of the furrow and the normalized flow speed, and a complementary graph for the selection of discharge to be delivered to each furrow are provided.

Finally, it is presented the description of two devices for surge flow irrigation, based on fluidics automation: the Diabeto [Martínez and Aldama, 1989] and the Bottom Discharge Tank. The first is applicable to furrows no longer than 250 m. In this work it was analyzed and complemented this method for its implantation in the field. For this purpose it was performed an study based on the numerical simulation model. The second device is the result of experience obtained in the course of this work and constitutes an alternative for irrigation small discharges. This increases the technical feasibility of efficiently applying gravity flow irrigation with low discharges.

In the appendix it is presented the computer software manual developed to bolster the analysis and design of surge flow irrigation systems.

## INTRODUCCION

Actualmente México cuenta con una superficie aproximada de cinco millones y medio de hectáreas en riego, de las cuales más de cuatro millones se riegan por surcos, un poco más de un millón con otras modalidades de riego por gravedad como melgas, surcos en contorno y estanques nivelados entre otras y alrededor de cuatrocientas mil con riego presurizado. De lo anterior se desprende que más del noventa por ciento de dicha superficie se riega por gravedad.

La infraestructura de la mayoría de los distritos de riego del país está construida, diseñada y planificada para operar adecuadamente como un sistema de distribución del agua de riego en condiciones de escurrimiento superficial. De aquí que normalmente las cargas disponibles de presión hidráulica en las parcelas sean muy bajas, lo cual imposibilita el desarrollo de sistemas de riego presurizado sin el auxilio de energía externa que incrementa dichas cargas a los niveles necesarios para la operación adecuada de aspersores o goteros. A esta restricción se deben sumar los altos costos que actualmente tienen tanto la infraestructura y su mantenimiento como la energía eléctrica o derivada del petróleo que se requiere para la puesta en marcha de los sistemas presurizados.

La cultura agrícola del campesino mexicano está íntimamente ligada, por razones de herencia y tradición histórica, al riego por gravedad. La utilización de sistemas de riego presurizado requiere un cambio o modificación de esta cultura. Este cambio sólo se puede dar a través de programas de capacitación, los cuales, a su vez, requieren de un cierto tiempo para la enseñanza, disponibilidad y educación de los usuarios, de personal técnico calificado, de centros de capacitación y en consecuencia de grandes inversiones económicas.

Ante este panorama socioeconómico y cultural del estado actual de la agricultura, resulta claro que gran parte de la modernización y tecnificación del riego en México se deberá abordar mejorando los métodos de diseño y operación de los sistemas de riego por gravedad.

El desarrollo, la actualización, la divulgación y la transferencia tecnológica de los criterios de diseño y operación de este tipo de sistemas son responsabilidad de los técnicos especialistas en ingeniería de regadíos.

En este trabajo se describen y presentan una serie de criterios y métodos para una eficiente puesta en marcha del riego continuo e intermitente en surcos. La técnica de riego intermitente, que aquí se describe como parte fundamental de este texto, se considera actualmente como el método de riego por gravedad más moderno y prometedor que existe [Walker y Skogerboe, 1987].

## 1 CARACTERÍSTICAS GENERALES SOBRE EL RIEGO INTERMITENTE

### 1.1 Antecedentes

Desde fines de la década de 1970, en zonas semiáridas de los Estados Unidos (estados de Utah, Texas, California, etc.), se han realizado pruebas que han puesto de manifiesto, tanto en parcelas experimentales como en áreas de producción, las ventajas del riego intermitente, frente a los métodos convencionales de descarga continua en sistemas de riego por gravedad [Walker y Skogerboe, 1987].

Stringham y Keller, en 1979, introducen el concepto de *Surge flow* en la *Irrigation and Drainage Speciality Conference* de la *American Society of Civil Engineers*. En marzo de 1986 la Oficina de Patentes de Estados Unidos registra esta modalidad de riego como un método y sistema por surcos, y otorga la patente a los doctores Jack Keller y G. E. Stringham, y la Fundación de la Universidad del Estado de Utah queda como cesionaria o apoderada.

Desde entonces las técnicas se han experimentado de manera continua en varios centros de universidades privadas y estatales de California y Texas, así como en las de Kansas, Utah y Colorado, entre otras.

La investigación sobre el novedoso método de riego se ha abordado tanto en parcelas experimentales como desde el punto de vista teórico. Respecto a la investigación de campo, los principales avances y aportaciones han sido obtenidos en las universidades de E. U. ya indicadas anteriormente.

En lo referente a la investigación teórica, los esfuerzos se han encaminado hacia la comprensión física, representación matemática y simulación numérica del fenómeno; algunas de las principales aportaciones han sido obtenidas por Atchinson (1973), Bassett (1972), Clemmens (1978), Bishop (1981), Blair (1988), Edwin (1988), Elliott y Walker (1982), Katopodes y Strelkoff (1977), Keller (1979), Schmitz (1987), Sherman (1982), Singh (1987), Stringham (1979) y Wallender (1986), entre otros investigadores; no obstante el acervo bibliográfico que existe sobre el tema, la mayoría de las aportaciones respecto a la simulación numérica están relacionadas con la primera fase del riego, o sea, con el proceso de avance del frente de onda durante el primer impulso, y es poco lo que existe para la simulación de la etapa de recesión y menos aún en lo que se refiere a impulsos posteriores.

De acuerdo con lo anterior, y a pesar de que en la actualidad dicha metodología de riego ya se ha difundido por todo el mundo, es importante indicar que los criterios para su diseño, sus rangos de aplicación práctica así como sus ventajas y desventajas respecto a otros métodos de riego, aún no están bien definidos.

En diversas instituciones educativas y gubernamentales de México y otros países iberoamericanos, como Brasil y España, se están realizando grandes esfuerzos, tanto de investigación básica como experimental, para establecer criterios generales que permitan la organización y adecuación práctica del método de riego.

Este trabajo, que se inició en 1987, es el resultado de un proyecto de investigación patrocinado por el Instituto Mexicano de Tecnología del Agua.

## 1.2 Descripción del riego intermitente

El riego por impulsos está basado en un sistema de descargas intermitentes, las cuales son controladas por un dispositivo que administra y suministra el agua a la parcela. Normalmente dicho dispositivo de control es una válvula automatizada que se adapta al hidrante de un sistema de tubería con compuertas. Su fuente de alimentación es un sistema de bombeo a baja presión.

El sistema está diseñado para suministrar descargas de agua en forma cíclica o intermitente a un lado y a otro de la válvula, atendiendo dos grupos de surcos; el agua escurre en cada uno de ellos alternativamente, durante intervalos de tiempo previamente fijados. Estos dependen del avance y recesión del frente de onda (ver lámina 1.1).

Para el riego suministrado en forma continua, un regador es capaz de manejar una unidad de riego con un grupo de  $n$  surcos. Con la instalación de la válvula, podrá atender por impulsos dos unidades, cada una con un grupo de  $n$  surcos, que recibirán el agua de manera alternativa y por un tiempo previamente determinado.

En el riego intermitente, el flujo alcanza el final de los surcos después de varios ciclos en ambos lados de la válvula. Cuando el frente de onda llega al final, no se da por concluido el riego, ya que las descargas intermitentes deben continuarse hasta que en toda la longitud de los surcos se haya infiltrado la dotación de riego.

La superficie que puede ser atendida por una sola válvula depende de:

- El volumen disponible en un mismo hidrante o fuente de abastecimiento.
- La frecuencia de los riegos que necesite el cultivo, en función de la textura del suelo, de su estado de humedad y de las necesidades hídricas de la planta.
- El número de cambios posibles que admita la válvula en función del calendario de riego.

La válvula tiene la posibilidad de adecuarse a terrenos de diferente topografía, basta con variar el número de compuertas operativas en la tubería y dispuestas a ambos lados.

La experiencia práctica [USDA, 1986] indica que en surcos excavados en suelos ligeros cuyas longitudes son menores a los 400 m es generalmente adecuado utilizar tiempos de apertura y cierre fijos, o sea, ciclos constantes durante el riego. En surcos con longitudes superiores a los 400 m se justifica establecer una política de variación en la duración de los tiempos de apertura y cierre, por la necesidad operativa de suministrar el agua de manera que el frente de onda alcance su extremo final en el mínimo tiempo posible. Mientras no se haya alcanzado éste, los tiempos de los nuevos ciclos se incrementan. Posteriormente, una vez que se ha llegado al final, deberán reducirse en su duración. Con tal tipo de políticas se logran controlar de manera más efectiva tanto las pérdidas por escurrimientos fuera de los surcos como aquellas por percolación profunda a lo largo de los mismos.

En el riego intermitente se ha encontrado que en surcos con longitudes del orden de dos veces a las normalmente recomendadas para la realización del riego continuo, el frente de onda alcanza el final de ambas unidades prácticamente al mismo tiempo que lo hace cuando se proporciona el caudal en forma continua y en una sola unidad [USDA, 1986].

### 1.3 Procesos físicos del riego intermitente

Poco tiempo después de suspender el suministro de caudal en un surco, se origina una onda de recesión que lo barre aguas abajo hasta alcanzar el frente de onda. Una vez que aquélla ha llegado a una cierta región y durante el intervalo de tiempo que tarda en volver a ser mojada por la onda de avance del próximo ciclo, en dicha región se producen una serie de transformaciones físico químicas.

La estructura del suelo se altera, se disuelven parcialmente los terrones acomodándose las partículas y formando una sedimentación que origina aislamiento de la superficie. Aunque el flujo se ha suspendido y consecuentemente también la infiltración superficial, las partículas de arcilla contenidas en el suelo humedecido continúan con su proceso de expansión; tanto el agua como el suelo en contacto con la atmósfera captan aire por atracción capilar y bloquean las pequeñas superficies de los poros del suelo. El proceso se repite en cada ciclo durante el tiempo de desagüe y, en consecuencia, durante los siguientes suministros de agua la capacidad de infiltración y la resistencia al cortante o rugosidad de la superficie del suelo se van reduciendo, con lo que circula el flujo más rápidamente y se consigue un avance mayor y una mejor uniformidad en el riego.

La clave para que se verifiquen dichos cambios, producto de la interacción agua-suelo, está en seleccionar una adecuada política de operación de las descargas intermitentes que la válvula controla, especialmente en lo que se refiere a la fijación del tiempo de cada ciclo.

La duración de los ciclos depende de:

- La rapidez y homogeneidad del avance del agua por los surcos.
- La uniformidad de infiltración del agua en el suelo.
- El control de la escorrentía en el último tramo de los surcos.
- La reducción de la infiltración y la velocidad con que se produce.

Cuando el caudal aportado, a un surco cuya longitud es superior a las recomendadas para riego continuo, no se interrumpe hasta que llega al final del mismo, es decir, cuando la descarga es continua, llega un momento en que el avance del frente de onda, aunque constante, se produce en forma lenta. Si el riego se da en tales condiciones, es de esperar que en los primeros tramos del surco se produzcan grandes pérdidas por percolación profunda, o sea que un alto porcentaje del agua suministrada se infiltrará hacia zonas no aprovechables por el sistema radicular de la planta. Por otra parte, según se suministra agua al suelo, la profundidad del perfil de humedad aumenta de manera significativa, hasta que por la parte final de los surcos se producen escurrimientos del agua de riego que han de seguir un tiempo determinado hasta que se den las mínimas condiciones de perfil húmedo en toda la longitud. Las pérdidas por escorrentía al final del surco y por

percolación en los tramos iniciales y medios son las que se busca minimizar con el riego intermitente.

En el riego intermitente, cuando las descargas sean con ciclos de tiempo fijo, éste debe ser lo suficientemente largo para que el avance del frente de onda, sobre el suelo del surco ya húmedo en toda su longitud, llegue hasta el extremo final del mismo con la descarga de un solo ciclo. Cuanto más largo sea el surco, mayor ha de ser el tiempo único de ciclo que se fije en el dispositivo automático de alimentación. En un primer ciclo, el flujo de agua humedecerá una distancia menor que en los posteriores. En los siguientes, de igual tiempo de duración, el avance en las zonas no humedecidas, durante el ciclo anterior, será más lento, y los nuevos tramos regados, en consecuencia, serán más cortos, y así sucesivamente en cada ciclo posterior. Por lo anterior, la velocidad de infiltración local sobre una determinada sección del surco, será más grande durante los primeros ciclos en que es humedecida que en los últimos, pues en éstos la infiltración se efectúa sobre una sección ya mojada. La consecuencia de todo ello es que el perfil de humedad será menos pronunciado que el conseguido con riego continuo. No obstante, cuando el final del surco es regado hasta alcanzar capacidad de campo a la profundidad radicular, es de esperarse que existan ciertas pérdidas por percolación profunda, ya que en las zonas cercanas a la cabecera del surco, que fueron humedecidas por los primeros ciclos, se presentará inevitablemente un exceso de agua infiltrada fuera de la zona radicular. Para evitar que al final del surco la escorrentía sea excesiva, puede ajustarse el tiempo de ciclo acortándolo una vez que el frente de onda ha llegado al final.

Para aumentar aún más la eficiencia del riego intermitente y evitar pérdidas excesivas por percolación profunda y por escorrentía o coleos, como consecuencia de los ciclos de tiempo constante, se pueden usar ciclos cuyos tiempos sean variables en función de las condiciones y características del suelo y de la parcela (textura del suelo, longitud de los surcos, pendiente del terreno, tipo de cultivo, condición inicial y final de humedad del suelo, etc.). Lo conveniente, en general, es emplear ciclos de corta duración en los primeros tramos de los surcos y ampliar los tiempos cada ciclo hasta llegar al final. Una vez obtenido este primer perfil de humedad, se reducirán los tiempos para evitar en lo posible las pérdidas por escorrentía. Operando así, la duración variable de los ciclos traerá como consecuencia:

- Avanzar distancias sensiblemente iguales en cada ciclo.
- Distribuir el agua de manera más uniforme.
- Obtener un perfil de humedad de suelo más apegado a la línea radicular y en consecuencia menores pérdidas por percolación profunda.
- Disminuir la pérdidas por coleos.

#### *1.4 Ventajas y desventajas del riego intermitente respecto al riego continuo*

En los párrafos anteriores se comentaron algunas ventajas de la aplicación intermitente de los suministros de caudal frente a la aplicación continua de los mismos durante el riego por gravedad. Es importante indicar que dichas ventajas son más acentuadas en surcos con longitudes superiores a las que se recomiendan para la puesta en marcha eficiente del riego continuo. A

continuación se presenta un resumen:

- Avance más rápido del frente de onda.
- Mayor uniformidad de aplicación y distribución en el suelo.
- Reducción e incluso eliminación de coleos.
- Posibilidad de aplicar riegos suaves o ligeros.
- Perfil de humedad más apegado a la línea radicular.
- Menores pérdidas por percolación profunda.
- Previene el lavado de fertilizantes y otros productos químicos.
- Reduce los requerimientos de mano de obra.
- Mejora el rendimiento potencial de la cosecha.
- Permite un mejor control de la erosión y pérdida del suelo.

Respecto a las desventajas, el riego intermitente presenta algunas como son:

- Su diseño y uso práctico tienen un mayor grado de complejidad que el riego continuo.
- El equipo de riego tiene un costo de inversión inicial y requiere un costo de mantenimiento permanente.

### 1.5 Dispositivos de control

En una instalación típica, el agua se suministra a una válvula que incluye un controlador automatizado de ciclos de descargas de caudal intermitentes. La válvula se encuentra ubicada entre dos unidades de riego. La distribución del agua a cada una de las dos unidades se realiza mediante tubería con compuertas (lámina 1.1).

Los tipos de válvulas más comúnmente empleados en la actualidad son:

- Válvulas de membrana operadas hidráulicamente.
- Válvulas mecánicas tipo mariposa.

Las válvulas de membrana funcionan con la presión del agua de la tubería suministradora que viene del sistema de bombeo. El controlador alterna esa presión entre las dos membranas. Cuando una de ellas está sometida a la presión se expande y corta el paso del agua hacia ese lado; la otra, no sometida a presión, se desinfla y abre el paso del agua hacia su lado.

Las válvulas mecánicas tipo mariposa se abren y cierran alternativamente, permitiendo el paso del agua hacia un lado o al otro. Estas válvulas pueden ser de disco simple o de disco doble.

Normalmente las válvulas son operadas por un pequeño controlador automatizado programable, que utiliza energía eléctrica que proviene de baterías convencionales o baterías con paneles solares.

Como alternativa para la aplicación de este tipo de riego, en el Instituto Mexicano de Tecnología del Agua (IMTA) se desarrolló un dispositivo de control de riego intermitente, denominado *Diabeto* (lámina 1.2), el cual no requiere energía externa durante su operación. En dicho dispositivo las descargas de caudal intermitente se producen por la automatización fluidica del cebado y descebado de una serie de sifones durante cada ciclo de riego.

El Diabeto trabaja únicamente con ciclos de tiempo constante. Atiende una sola unidad de riego; el hidrograma de caudal que produce está regulado por la ley de descarga de los sifones, y su diseño y dimensión dependen de las características de la unidad que se va a regar con el mismo.

Recientemente, también en el IMTA, se diseñó otro dispositivo denominado *Tanque de Descargas de Fondo* (lámina 1.3) en el cual los ciclos se dan a través de un sistema de descargas de fondo controlado por un sistema de cierre y apertura automatizado fluidicamente a través de la aplicación de principios de flotación hidrostática.

Tanto el Diabeto como el Tanque de Descargas de Fondo son aplicables, por limitaciones prácticas, en parcelas cuya longitud de riego es inferior a los 250 m.

#### 1.6 *Secuencia ilustrativa sobre el riego intermitente*

En la lámina 1.4 se muestra una secuencia ilustrativa del comportamiento del flujo durante el riego intermitente.

En la secuencia se considera que el dispositivo de alimentación intermitente es una válvula automatizada.

## 2 ECUACIONES FUNDAMENTALES PARA FLUJO UNIDIMENSIONAL A SUPERFICIE LIBRE

Bajo una serie de hipótesis simplificatorias, que se verán posteriormente, el comportamiento hidráulico del riego intermitente puede ser estudiado como un fenómeno de flujo unidimensional a superficie libre.

Por lo anterior, se consideró apropiado presentar en este capítulo, que es previo a los modelos de simulación, la obtención e interpretación fisicomatemática de las ecuaciones de conservación de masa y de cantidad de movimiento para flujo unidimensional a superficie libre.

### 2.1 Cinemática de una partícula

La cinemática es la parte de la mecánica donde se estudian los procedimientos que describen los movimientos independientemente de las causas que los producen. Este campo de la física incluye la cinemática de punto, por medio de la cual se estudian la velocidad y aceleración de una partícula entre otros fenómenos.

Actualmente existen varios procedimientos, ampliamente difundidos, para describir el movimiento de una partícula [Irodov E., I., 1981]: entre ellos se pueden citar los métodos: vectorial, en coordenadas y el llamado natural. Aquí se analizará exclusivamente el último de éstos, el cual está relacionado con las coordenadas curvilíneas o naturales.

El procedimiento natural, se aplica cuando la trayectoria de la partícula se conoce con anticipación, la posición de la partícula en  $A$  está determinada por la coordenada curvilínea  $s$  (lámina 2.1), o sea, por la distancia a lo largo de la trayectoria desde el origen de referencia elegido  $O$ . De aquí se establece arbitrariamente la dirección positiva de la lectura de la coordenada  $s$  (por ejemplo, como se muestra con la flecha en la lámina 2.1).

El movimiento de la partícula se considera determinado, si son conocidas su trayectoria, el origen de referencia  $O$ , la dirección positiva de lectura de la coordenada  $s$  y la ley de movimiento del punto, es decir, la función  $s(t)$ .

#### 2.1.1 Sistema de coordenadas naturales

Al estudiar las leyes del movimiento, en diversos sistemas de referencia, se manifiestan ventajas y desventajas esenciales, tanto en su planteamiento como en su solución, entre una clase de sistema y otro.

En principio se puede adoptar cualquier sistema. Sin embargo las leyes del movimiento tienen, hablando de manera generalizada, diferente forma y puede resultar que en un sistema arbitrario incluso fenómenos muy sencillos se tornen muy complejos. Es natural entonces que surja el problema de la búsqueda de un sistema de referencia apropiado, en el cual las leyes del movimiento aplicadas al fenómeno de interés sean lo más simples posible. Evidentemente, este sería el sistema de coordenadas más cómodo para la descripción de los fenómenos físicos en estudio.

Cuando una partícula se mueve en el espacio y describe una curva que se desarrolla en tres dimensiones, resulta conveniente fijar a la partícula un

sistema coordenado rectangular, de tal manera que una coordenada sea tangente a la trayectoria, otra sea normal a ella, quedando definida a lo largo del radio de curvatura, y la tercera sea normal a las dos primeras. A estas coordenadas se les llama las coordenadas tangencial ( $s$ ), normal ( $n$ ) y binormal ( $b$ ), respectivamente y en conjunto se les define como coordenadas curvilíneas o naturales (lámina 2.2).

Considérese que una partícula se mueve a lo largo de la curva  $C$ , como se muestra en la lámina 2.2, siguiendo la flecha que indica su avance. Supóngase que en el tiempo  $t$ , la partícula está en el punto  $A$ . Los vectores unitarios  $e_s$  y  $e_n$  están ubicados sobre las coordenadas tangencial y normal en  $A$ , respectivamente. El vector  $e_s$  es positivo según el sentido del recorrido de  $C$ ;  $e_n$  está sobre el radio de curvatura y es positivo hacia el centro del mismo. El plano formado por  $e_s$  y  $e_n$  se conoce como plano osculador. El vector unitario  $e_b$  está a lo largo de la dirección binormal y es perpendicular al plano osculador en  $A$ .

Una partícula que se mueve a lo largo de una curva plana, durante un cierto intervalo de tiempo  $dt$ , describe un segmento  $ds$  de la trayectoria y la tangente barre un ángulo  $d\alpha$ , como se muestra en la lámina 2.3. Por geometría:

$$ds = r d\alpha$$

en donde  $r$  es el radio de curvatura y  $d\alpha$  es el ángulo girado por  $r$ . El mismo ángulo  $d\alpha$  también es girado por la tangente.

De aquí que:

$$\frac{d\alpha}{ds} = \frac{1}{r} \quad (2.1)$$

a la derivada  $d\alpha/ds$  se le conoce como curvatura de la curva y tal como se puede apreciar es igual al recíproco del radio  $r$ .

Considérese la curva  $C$  de la lámina 2.4, definida por  $x = x(t)$  e  $y = y(t)$ , en donde  $t$  representa el tiempo.

Tomando un triángulo rectángulo infinitesimal, de lados  $dx$ ,  $dy$  y  $ds$  (lámina 2.5), se tiene  $ds^2 = dx^2 + dy^2$ . Dividiendo entre  $dt^2$ , se obtiene:

$$(ds/dt)^2 = (dx/dt)^2 + (dy/dt)^2$$

$$\text{Como } \tan \alpha = dy/dx$$

al dividir el numerador y el denominador entre  $dt$ , se obtiene:

$$\tan \alpha = \frac{dy/dt}{dx/dt}$$

Derivando con respecto a  $t$

$$\frac{d\alpha}{dt} (1 + \tan^2 \alpha) = \frac{\frac{dx}{dt} \frac{d^2y}{dt^2} - \frac{dy}{dt} \frac{d^2x}{dt^2}}{(dx/dt)^2} \quad (2.2)$$

si

$$\tan \alpha = \frac{dy/dt}{dx/dt}$$

al sustituir en (2.2) resulta:

$$\frac{d\alpha}{dt} = \frac{\frac{dx}{dt} \frac{d^2y}{dt^2} - \frac{dy}{dt} \frac{d^2x}{dt^2}}{(dx/dt)^2 + (dy/dt)^2} \quad (2.3)$$

Si adicionalmente

$$\frac{d\alpha}{dt} = \frac{d\alpha}{ds} \frac{ds}{dt} = \frac{1}{r} \frac{ds}{dt} = \frac{[(dx/dt)^2 + (dy/dt)^2]^{1/2}}{r}$$

y dado que la curvatura se toma como positiva, se puede escribir

$$\frac{1}{r} = \left| \frac{\frac{dx}{dt} \frac{d^2y}{dt^2} - \frac{dy}{dt} \frac{d^2x}{dt^2}}{[(dx/dt)^2 + (dy/dt)^2]^{3/2}} \right| \quad (2.4)$$

esta relación proporciona una forma conveniente de evaluar la curvatura cuando  $x = x(t)$ ,  $y = y(t)$  son conocidas y se dan como las ecuaciones paramétricas de la trayectoria.

Si en la relación (2.4) cada derivada  $d/dt$  se reemplaza por  $d/dx$ , resulta:

$$\frac{1}{r} = \left| \frac{d^2y/dx^2}{[1+(dy/dx)^2]^{3/2}} \right| \quad (2.5)$$

Esta ecuación proporciona una forma adecuada de evaluar la curvatura cuando la curva se da en la forma  $y = y(x)$ .

En el caso en que la curva se desarrolle en el plano  $x-z$  y sea proporcionada en la forma  $z = z(x)$ , la ecuación resultante para evaluar la curvatura estará dada por:

$$\frac{1}{r} = \left| \frac{d^2z/dx^2}{[1+(dz/dx)^2]^{3/2}} \right| \quad (2.6)$$

### 2.1.2 Aceleración de una partícula

Antes de proceder a deducir las ecuaciones que representan la aceleración de una partícula, es conveniente recordar que el vector de posición en coordenadas cartesianas resulta ser (lámina 2.6)  $R = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$ ; de donde

$$\frac{dR}{ds} = \frac{dx}{ds} \mathbf{i} + \frac{dy}{ds} \mathbf{j} + \frac{dz}{ds} \mathbf{k} = l\mathbf{i} + m\mathbf{j} + n\mathbf{k} \quad (2.7)$$

o sea que

$$\frac{dR}{ds} = \text{vector unitario}$$

y  $l$ ,  $m$  y  $n$ , son los cosenos directores. Ya que  $dx/ds$ ,  $dy/ds$ , y  $dz/ds$  son las componentes de un vector tangente, entonces el vector unitario  $dR/ds$  es tangente a la trayectoria por lo tanto:

$$\frac{dR}{ds} = e_s \quad (2.8)$$

Considérese ahora el cambio de  $e_s$  con respecto a  $\alpha$ ,  $s$  y  $t$ . Dado que  $e_s$  es un vector unitario su magnitud se mantiene constante, igual a la unidad, independientemente de que su dirección cambie. Si se analiza una partícula que se mueve desde  $A$  hasta  $B$ , describiendo un pequeño arco  $\Delta s$  en un intervalo de tiempo  $\Delta t$  (lámina 2.7)

El ángulo formado por las tangentes trazadas por esos dos puntos es igual al ángulo formado por los radios a partir del centro de curvatura. Ya que  $e_s$  y  $e_s + \Delta e_s$  son vectores unitarios, forman un triángulo isósceles y  $\Delta e_s$  está dado por:

$$|\Delta e_s| = \Delta e_s = 2 \operatorname{sen} \frac{\Delta\alpha}{2}$$

Como  $\Delta\alpha$  es un ángulo pequeño;

$$\operatorname{sen} \frac{\Delta\alpha}{2} \approx \frac{\Delta\alpha}{2}$$

y

$$\lim_{\Delta\alpha \rightarrow 0} \frac{\Delta e_s}{\Delta\alpha} = \frac{de_s}{d\alpha} = 1 \quad (2.9)$$

por lo tanto,  $de_s/d\alpha$  es un vector unitario y su dirección es la dirección límite de  $\Delta e_s$  cuando  $\Delta\alpha \rightarrow 0$  que es la dirección de  $e_n$ .

Entonces:

$$\frac{de_s}{d\alpha} = e_n \quad (2.10)$$

De la misma manera, se demuestra que:

$$\frac{de_n}{d\alpha} = -e_s \quad (2.11)$$

Para evaluar  $de_s/ds$ , se tiene  $ds = r d\alpha$ , de donde:

$$\frac{de_s}{ds} = \frac{1}{r} \frac{de_s}{d\alpha} = \frac{1}{r} e_n \quad (2.12)$$

Para evaluar  $e_s$ , se tiene

$$\frac{de_s}{dt} = \frac{de_s}{ds} \frac{ds}{dt} = \frac{1}{r} \frac{ds}{dt} e_n \quad (2.13)$$

De aquí que la velocidad y aceleración de una partícula puedan obtenerse con las siguientes relaciones:

$$\underline{v} = \frac{dR}{dt} = \frac{dR}{ds} \frac{ds}{dt} = \frac{ds}{dt} e_s$$

$$\underline{v} = v e_s \quad (2.14)$$

$$\underline{a} = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2R}{dt^2} = \frac{d^2s}{dt^2} e_s + \frac{ds}{dt} \frac{de_s}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2} e_s + \frac{1}{r} \left(\frac{ds}{dt}\right)^2 e_n$$

$$\underline{a} = \frac{dv}{dt} e_s + \frac{v^2}{r} e_n \quad (2.15)$$

Tomando en cuenta que  $v = v(s,t)$ , de acuerdo con el criterio de derivada total, resulta:

$$\underline{a} = \left( \frac{\partial v}{\partial s} \frac{ds}{dt} + \frac{\partial v}{\partial t} \right) e_s + \frac{v^2}{r} e_n$$

$$\underline{a} = \left( v \frac{\partial v}{\partial s} + \frac{\partial v}{\partial t} \right) e_s + \frac{v^2}{r} e_n \quad (2.16)$$

$$\underline{a} = \left[ \frac{\partial}{\partial s} \left( \frac{v^2}{2} \right) + \frac{\partial v}{\partial t} \right] e_s + \frac{v^2}{r} e_n \quad (2.17)$$

De lo anterior se puede concluir que:

a). La velocidad es tangente a la trayectoria y su magnitud es:

$$ds/dt.$$

b). La aceleración tiene dos componentes:

Una es la componente tangencial, de magnitud  $dv/dt$ , y es debida al cambio de magnitud de la velocidad.

$$\underline{a}_s = \frac{dv}{dt} e_s \quad (2.18)$$

La otra es la componente normal o centrípeta, de magnitud  $v^2/r$  dirigida hacia el centro de curvatura. Esta componente es originada por efecto del cambio de dirección de la velocidad.

$$\underline{a}_n = \frac{v^2}{r} e_n \quad (2.19)$$

c). La magnitud de la aceleración esta dada por:

$$a = \left[ \left( \frac{dv}{dt} \right)^2 + \left( \frac{v^2}{r} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (2.20)$$

d). De acuerdo con la relación (2.17), se aprecia claramente que la aceleración tangencial se puede descomponer en una componente de aceleración convectiva  $\underline{a}_{sc}$  y otra de aceleración local  $\underline{a}_{sl}$ :

$$\underline{a}_{sc} = v \frac{\partial v}{\partial s} \underline{e}_s = \frac{\partial}{\partial s} \left( \frac{v^2}{2} \right) \underline{e}_s \quad (2.21)$$

$$\underline{a}_{sl} = \frac{\partial v}{\partial t} \underline{e}_s \quad (2.22)$$

e). El vector aceleración se encuentra en el plano osculador y sólo tiene componentes en las direcciones tangencial y normal. Por lo tanto, la componente de la aceleración, en la dirección del tercer vector unitario  $\underline{e}_b$ , vale cero. Esto es debido a que  $n$  se ha elegido en la dirección de la normal principal.

$$\underline{a}_b = 0 \quad (2.23)$$

### 2.1.3 Formas adicionales para evaluar la curvatura

a). Conocida  $R$  de la curva como función de la distancia recorrida a partir del punto inicial.

$$\frac{1}{r} = \left| \frac{d^2 r}{ds^2} \right| \quad (2.24)$$

b). La ecuación de  $r$  se obtiene mediante una operación vectorial. Usando coordenadas tangencial y normal, se puede escribir:

$$\frac{1}{r} = \frac{|\underline{v} \times \underline{a}|}{|\underline{v}|^3} \quad (2.25)$$

## 2.2 Distribución hidrostática de presiones

En el campo de la hidrostática, la variación de presiones se calcula suponiendo ausencia de esfuerzos cortantes [Streeter L., V. y Wylie B., E., 1979]. Para el caso de flujo de fluidos, en los cuales no se presenta movimiento relativo entre placas adyacentes del mismo fluido, los esfuerzos cortantes también resultan nulos. Así, se tiene que un fluido que se traslada con velocidad uniforme sigue las leyes de variación hidrostática de presión. De la misma manera cuando un fluido es sometido a una aceleración tal que tampoco exista movimiento relativo entre capas adyacentes, es decir; cuando se acelera como si fuera un sólido, no se desarrollan esfuerzos cortantes y la variación de la presión se puede determinar estableciendo la segunda ley de Newton en un cuerpo libre apropiado.

Considérese un elemento diferencial de fluido en forma de paralelepípedo rectangular cuyos lados  $ds$ ,  $dn$  y  $db$  sean respectivamente paralelos a los

ejes coordenados tangencial, normal y binormal (lámina 2.8). El centro del elemento se encuentra en el punto  $(s, n, b)$ , donde la presión tiene valor  $p$ .

Por la segunda ley de Newton

$$\underline{F} = \frac{d}{dt} ( m \underline{v} )$$

en donde  $\underline{F}$  es la fuerza, y el producto  $m \underline{v}$  de la masa por la velocidad se define como cantidad de movimiento de la partícula. Para la mayoría de los problemas, la masa  $m$  se considera constante. Por consiguiente, resulta conveniente escribir:

$$\underline{F} = m \frac{d\underline{v}}{dt} = m \underline{a}$$

La cual se puede también expresar por medio de sus componentes vectoriales en las direcciones  $s, n, b$

$$\underline{F}_s + \underline{F}_n + \underline{F}_b = m ( \underline{a}_s + \underline{a}_n + \underline{a}_b ) \quad (2.26)$$

Para el caso del volumen de control mostrado en la lámina 2.8, se tiene que la masa del elemento diferencial está dada por:

$$dm = \rho ds dn db$$

De aquí que la fuerza de cuerpo que actúa sobre el mismo, debida a la aceleración de la gravedad, resulte ser:

$$W = \rho g ds dn db$$

Multiplicando escalarmente la ecuación (2.26); por los vectores unitarios  $e_s, e_n, e_b$  y suponiendo que las únicas fuerzas que están actuando sobre el volumen diferencial son las originadas por efecto de la presión y la gravedad, se obtienen las relaciones escalares siguientes, que corresponden al equilibrio de fuerzas en cada una de las direcciones coordenadas:

Para la dirección  $s$ :

$$\left( p - \frac{\partial p}{\partial s} \frac{ds}{2} \right) dn db - \left( p + \frac{\partial p}{\partial s} \frac{ds}{2} \right) dn db + W \cos \alpha_s = m a_s$$

$$- \frac{\partial p}{\partial s} ds dn db + \rho g \cos \alpha_s dn db = \rho ds dn db a_s$$

dividiendo entre  $ds dn db$  y despejando  $\frac{\partial p}{\partial s}$

$$\frac{\partial p}{\partial s} = \rho g \left( \cos \alpha_s - \frac{a_s}{g} \right) \quad (2.27)$$

Por un procedimiento semejante en las direcciones  $n$  y  $b$  se obtiene:

$$\frac{\partial p}{\partial n} = \rho g \left( -\cos \alpha_n - \frac{a_n}{g} \right) \quad (2.28)$$

$$\frac{\partial p}{\partial b} = \rho g \left( -\cos \alpha_b - \frac{a_b}{g} \right) \quad (2.29)$$

Por otra parte dado que  $p = p(s, n, b)$ , su diferencial total es:

$$dp = \frac{\partial p}{\partial s} ds + \frac{\partial p}{\partial n} dn + \frac{\partial p}{\partial b} db \quad (2.30)$$

sustituyendo (2.27), (2.28) y (2.29) en (2.30) (2.31)

$$dp = \rho g \left( \cos \alpha_s - \frac{as}{g} \right) ds + \rho g \left( -\cos \alpha_n - \frac{an}{g} \right) dn + \rho g \left( -\cos \alpha_b - \frac{ab}{g} \right) db$$

La integración de esta ecuación permite conocer la distribución de presiones en un campo gravitacional. Existen varios casos de interés práctico y de gran importancia dentro de la hidráulica, para los cuales se puede lograr su integración analítica. A continuación se presentan algunos de ellos:

### 2.2.1 Distribución de presiones en un líquido en reposo

Si se hacen coincidir los ejes coordenados  $s$ ,  $n$  y  $b$  con un sistema de ejes cartesianos  $x$ ,  $z$  y  $y$  respectivamente (lámina 2.9), la ecuación (2.31) se escribe de la siguiente forma:

$$dp = \rho g \left( \cos \alpha_x - \frac{ax}{g} \right) dx + \rho g \left( -\cos \alpha_z - \frac{az}{g} \right) dz + \rho g \left( -\cos \alpha_y - \frac{ay}{g} \right) dy \quad (2.32)$$

En este caso resulta obvio que  $\cos \alpha_x = \cos \alpha_y = 0$ ,  $\cos \alpha_z = 1$  y por supuesto  $ax = az = ay = 0$ ; de aquí que la ecuación (2.32) se reduce a:

$$dp = -\rho g dz \quad (2.33)$$

Cuando el fluido es un líquido que presenta una superficie libre (expuesta a la presión atmosférica  $p_a$ ), la ecuación de esta superficie queda definida por  $p = p_a$ . Si adicionalmente, como es común, se considera que el líquido es incompresible y homogéneo la ecuación (2.33) puede ser integrada entre un punto ubicado en el origen ( $p = p, z = 0$ ) y otro ubicado sobre la superficie libre ( $p = p_a, z = z$ ), resultando

$$p_a - p = -\rho g (z - 0) \quad (2.34)$$

de donde:

$$p = p_a + \rho g z \quad (2.35)$$

Si se adopta como presión de referencia a la presión atmosférica ( $p_a = 0$ ), la ecuación anterior se reduce a:

$$p = \rho g z \quad (2.36)$$

Es importante hacer notar que en esta relación  $z$  corresponde a la distancia medida a partir de un punto ubicado en el origen, de esta coordenada, hasta otro punto ubicado sobre la superficie libre (lámina 2.10). Por lo tanto si se designa  $h$  como la profundidad a que se encuentra dicho origen; la ecuación (2.36) se puede escribir también en la forma,

$$p = \gamma_0 h \quad (2.37)$$

esta ecuación es la más conocida y comúnmente empleada para el cálculo de la distribución de presiones en un líquido en condiciones hidrostáticas de absoluto reposo.

### 2.2.2 Equilibrio relativo debido a una aceleración lineal uniforme

Si a un líquido contenido en un recipiente abierto se le somete a una aceleración lineal uniforme  $a$ , tal y como se muestra en la lámina 2.11, el líquido, después de un cierto tiempo, se ajustará a la aceleración moviéndose como si fuera un sólido; es decir, la distancia entre cada una de las partículas permanece fija y, en consecuencia, no se desarrollan esfuerzos cortantes [Streeter L., V. y Willie B., E., 1979]..

Seleccionando un sistema de coordenadas cartesianas de tal manera que el vector aceleración  $a$  se encuentre en el plano  $x$ - $z$ , el eje  $y$  resultará normal a dicho vector y por tanto no habrá componente de la aceleración en esta dirección. De aquí que la ecuación (2.32) se simplifica obteniéndose:

$$dp = -\rho g \frac{ax}{g} dx - \rho g \left(1 + \frac{az}{g}\right) dz \quad (2.38)$$

en donde se ha tomado en cuenta que

$$\cos \alpha_x = \cos \alpha_y = 0 \text{ y } \cos \alpha_z = 1.$$

La ecuación (2.38) se puede integrar, considerando fluido incompresible y homogéneo, resultando:

$$p_a - p = -\rho g \frac{ax}{g} x - \rho g \left(1 + \frac{az}{g}\right) z \quad (2.39)$$

De donde:

$$p = p_a + \rho g \frac{ax}{g} x + \rho g \left(1 + \frac{az}{g}\right) z \quad (2.40)$$

Si se adopta la presión atmosférica como presión de referencia ( $p_a = 0$ ), se obtiene:

$$p = \rho g \frac{ax}{g} x + \rho g \left(1 + \frac{az}{g}\right) z \quad (2.41)$$

Despejando  $z$

$$z = -\frac{ax}{az + g} x + \frac{p}{\rho g \left(1 + \frac{az}{g}\right)} \quad (2.42)$$

esta relación describe el perfil de la superficie libre que se presenta en un líquido acelerado uniformemente. En este caso resulta interesante notar que las líneas de presión constante ( $p = \text{constante}$ ), tienen una pendiente

$$-\frac{ax}{az + g}$$

y son paralelas al perfil de la superficie libre del agua. Esto queda claro al despejar  $z$  de (2.40) y comparar con (2.42)

$$z = - \frac{ax}{az + g} x + \frac{p - p_a}{\rho g \left( 1 + \frac{az}{g} \right)} \quad (2.43)$$

En ocasiones resulta práctico expresar (2.43) en la forma;

$$z = - \frac{a \cos \alpha}{a \operatorname{sen} \alpha + g} x + \frac{p - p_a}{\rho g \left( 1 + \frac{a \operatorname{sen} \alpha}{g} \right)} \quad (2.44)$$

ésto es debido a que en algunos casos los datos proporcionados están acordes a este tipo de presentación.

### 2.2.3 Equilibrio relativo debido a rotación uniforme del líquido respecto a un eje vertical

La rotación de un fluido respecto a un eje de tal manera que todas sus partículas tengan la misma velocidad angular, es decir; como si fuera un sólido, se conoce como movimiento de vórtice forzado (lámina 2.12). Este movimiento se presenta cuando a un líquido dentro de un recipiente se le hace girar con velocidad angular constante y alrededor de un eje vertical. Por lo cual, después de un cierto tiempo y dadas las características del movimiento, no se presenta ningún esfuerzo cortante en el seno del líquido y la única aceleración resultante está dirigida radialmente hacia el eje de rotación.

Para analizar este caso, resulta adecuado considerar el eje  $s$  coincidiendo con la tangente de la trayectoria de la partícula, el eje  $n$  con la dirección radial  $r$  y el eje  $b$  con el eje vertical de rotación  $z$ .

De esta manera la ecuación (2.31), se puede expresar como

$$dp = \rho g (\cos \alpha_s - \frac{as}{g}) ds + \rho g (-\cos \alpha_r - \frac{ar}{g}) dr + \rho g (-\cos \alpha_z - \frac{az}{g}) dz \quad (2.45)$$

Tomando en cuenta que el eje  $z$  es vertical y que los ejes  $s$  y  $r$  son perpendiculares al mismo, se cumple  $\cos \alpha_s = \cos \alpha_r = 0$  y  $\cos \alpha_z = 1$ . Agregando a este aspecto el hecho de que no existen componentes de la aceleración en las direcciones  $s$  y  $z$ , la ecuación (2.45) se simplifica expresándose de la forma siguiente:

$$dp = - \rho g \frac{ar}{g} dr - \rho g dz \quad (2.46)$$

Para este caso la aceleración radial es igual al producto de la velocidad angular  $w$  al cuadrado por el radio de curvatura  $r$ , o sea,  $a_r = - w^2 r$ . El signo negativo indica que dicha aceleración está dirigida radialmente hacia el centro de curvatura. De aquí que la ecuación (2.46) resulte ser:

$$dp = \rho g \frac{w^2 r}{g} dr - \rho g dz \quad (2.47)$$

Integrando esta relación, considerando fluido incompresible, homogéneo y tomando en cuenta que  $w = \text{constante}$ , resulta;

$$p = \rho g \frac{w^2 r^2}{2g} - \rho g z + C$$

si la presión es igual a  $p$  en el origen, entonces  $C = p$  y si adicionalmente se toma en cuenta la existencia de una superficie libre en la cual  $p = p_a$ ; entonces la relación anterior, se expresa como;

$$p_a - p = \rho g \frac{w^2 r^2}{2g} - \rho g z \quad (2.48)$$

considerando  $p_a = 0$  y despejando  $p$ , se obtiene:

$$p = \rho g z - \rho g \frac{w^2 r^2}{2g} \quad (2.49)$$

En esta ecuación  $z$  representa a la distancia medida desde un punto ubicado en el origen  $z = 0$  hasta la superficie libre. Designando  $h$  como la profundidad a que se encuentra dicho origen; la expresión (2.49) se puede escribir en la forma:

$$p = \rho g h - \rho g \frac{w^2 r^2}{2g} \quad (2.50)$$

Si en particular se selecciona el plano horizontal  $z = 0$  de tal manera; que sobre él se cumpla  $p = 0$  (lámina 2.13) y tomando en cuenta que  $\gamma_0 = \rho g$ ; la ecuación (2.50) se reduce a la siguiente igualdad:

$$h = \frac{w^2 r^2}{2g} \quad (2.51)$$

Esta relación indica, que la superficie libre es igual a un paraboloide de revolución, de donde se puede concluir, que todas las superficies de igual presión son también paraboloides de revolución y la ecuación de dichas superficies se puede obtener a partir de la ecuación (2.48), resultando:

$$z = \frac{p - p_a}{\gamma_0} + \frac{w^2 r^2}{2g} \quad (2.52)$$

#### 2.2.4 Distribución de presiones en un líquido que fluye dentro de un canal de pendiente constante

Un flujo uniforme se caracteriza por tener una variación nula del tirante y de la velocidad tanto en el espacio como en el tiempo, esto implica que las partículas de fluido se trasladen con una velocidad uniforme, por lo que, no se presenta movimiento relativo entre placas adyacentes del mismo y por lo tanto no existen esfuerzos cortantes en su interior [Chow, V. T., 1982]. Estas propiedades, del flujo uniforme, permiten considerar que el movimiento del fluido sea semejante al de un sólido que se desplaza con una velocidad constante y en consecuencia, tanto la aceleración local, como la convectiva resultan nulas.

Si adicionalmente se considera que el canal es de pendiente constante y se hace coincidir el eje  $s$  con el trazo longitudinal del mismo (lámina 2.14), resulta que  $\cos \alpha_s$ ,  $\cos \alpha_n$  y  $\cos \alpha_b$  son constantes y por lo tanto el radio de curvatura en cualquiera de las direcciones coordenadas es infinito; agregando a este aspecto las características de flujo uniforme, que implican

variación nula de tirantes y velocidades, resulta que también la aceleración centrípeta por efecto de curvatura es nula. De aquí se deduce que:  $a_n = a_n = a_b = 0$ .

Tomando en cuenta las consideraciones indicadas anteriormente, la ecuación (2.31) se simplifica a la forma:

$$dp = \rho g \cos \alpha_n ds - \rho g \cos \alpha_n dn - \rho g \cos \alpha_b db \quad (2.53)$$

Por otra parte resulta claro, como se puede apreciar en la figura (2.14), que la dirección de la coordenada  $b$  coincide con un eje horizontal y por lo tanto;  $\cos \alpha_n = 0$ . Esto implica que la relación (2.53) se reduzca a:

$$dp = \rho g \cos \alpha_n ds - \rho g \cos \alpha_n dn \quad (2.54)$$

Integrando desde el origen a un punto  $(s, n)$ , considerando para esto que en el origen  $p = p_0$ , se obtiene

$$p - p_0 = \rho g \cos \alpha_n s - \rho g \cos \alpha_n n \quad (2.55)$$

por consiguiente

$$p = p_0 + \rho g \cos \alpha_n s - \rho g \cos \alpha_n n \quad (2.56)$$

dada la existencia de una superficie libre en  $n = n'$ , donde la presión  $p = p_a = 0$ , la ecuación (2.56) se expresa como;

$$p_0 = \rho g \cos \alpha_n n' - \rho g \cos \alpha_n s \quad (2.57)$$

sustituyendo (2.57) en (2.56) se obtiene:

$$p = \rho g \cos \alpha_n n' - \rho g \cos \alpha_n n$$

$$p = \rho g \cos \alpha_n (n' - n) \quad (2.58)$$

En la lámina 2.14 se observa que  $d = n' - n$ , siendo  $d$  la profundidad al punto de interés, medida a partir de la superficie libre sobre el eje  $n$ , por lo tanto:

$$p = \rho g d \cos \alpha_n \quad (2.59)$$

En la misma figura se muestra que  $d = h \cos \alpha_n$ , por lo que:

$$p = \rho g h \cos^2 \alpha_n \quad (2.60)$$

Es interesante notar que para un canal horizontal ( $\alpha_n = 0$ ) resulta

$$p = \rho g h$$

la cual corresponde a la misma ley de distribución de presiones hidrostática, obtenida para el caso de un líquido en reposo absoluto. Este resultado ha influenciado notablemente a diversos investigadores a tal grado que comúnmente, dada la poca pendiente que generalmente tienen los canales, esta relación se ha adoptado como aceptable para la evaluación de la distribución de presiones en diversos problemas, referentes a la hidráulica de canales, sin considerar la pendiente de los mismos. Cabe mencionar que esta suposición es aceptable, desde el punto de vista práctico, siempre y cuando  $\alpha_n$  efectivamente sea pequeño, o sea que  $\cos^2 \alpha_n \approx 1$ .

### 2.2.5 Distribución de presiones en un canal con curvatura vertical en el cual se presenta flujo uniforme

En este caso, se supone desde el principio que el flujo es unidimensional y a diferencia del caso anterior,  $\cos \alpha_s$  y  $\cos \alpha_n$  son variables permaneciendo constante únicamente  $\cos \alpha_b = 0$  ya que  $\alpha_b = 90^\circ$ . El hecho de que  $\alpha_s$  sea variable implica, que el eje  $s$  cambie de dirección de un punto a otro y por lo tanto, la coordenada  $s$  corresponde a una coordenada curvilínea con un cierto radio de curvatura, en cada lugar geométrico o punto de la misma, el cual esta dirigido en la dirección normal  $n$  (lámina 2.15); de aquí resulta la existencia de una aceleración centrípeta que está dirigida hacia el centro de curvatura y coincide con la dirección de la coordenada normal.

De acuerdo con lo indicado anteriormente, la ecuación (2.31) se reduce a:

$$dp = \rho g \cos \alpha_s ds - \rho g \left( \cos \alpha_n + \frac{a_n}{g} \right) dn \quad (2.61)$$

esto implica que el flujo se desarrolle en el plano osculador, o sea, en un sistema bidimensional de coordenadas naturales, y que la única aceleración que se presenta es debida a la aceleración centrípeta (ecuación 1.19);

$$a_n = - \frac{v_s^2}{r}$$

sustituyendo en (2.61)

$$dp = \rho g \cos \alpha_s ds - \rho g \left( \cos \alpha_n - \frac{v_s^2}{gr} \right) dn \quad (2.62)$$

Si se supone que  $v_s = C_e r^m$ , relación comúnmente utilizada para describir la velocidad angular en vórtices, [Streeter y Willie, 1979], resulta:

$$dp = \rho g \cos \alpha_s ds - \rho g \left( \cos \alpha_n - \frac{C_e^2 r^{2m-1}}{g} \right) dn \quad (2.63)$$

Integrando, considerando  $C_e = \text{constante}$ , entre los límites  $0 - s$ ,  $0 - n$  y considerando  $p = p_0$  en el origen

$$p - p_0 = \rho g \int_0^s \cos \alpha_s ds - \rho g \int_0^n \cos \alpha_n dn + \rho g \frac{C_e^2}{2gm} (r_n^{2m} - r_0^{2m}) \quad (2.64)$$

por consiguiente

$$p = p_0 + \rho g \int_0^s \cos \alpha_s ds - \rho g \int_0^n \cos \alpha_n dn + \rho g \frac{C_e^2}{2gm} (r_n^{2m} - r_0^{2m}) \quad (2.65)$$

y dada la existencia de un punto de superficie libre en  $n = n'$  donde  $p = p_a = 0$ , la ecuación (2.65) se expresa como

$$p_0 = - \rho g \int_0^s \cos \alpha_s ds + \rho g \int_0^{n'} \cos \alpha_n dn - \rho g \frac{C_e^2}{2gm} (r_n'^{2m} - r_0^{2m}) \quad (2.66)$$

sustituyendo (2.66) en (2.65)

$$p = \rho g \left[ \int_0^n \cos \alpha_n dn - \int_0^{n'} \cos \alpha_n dn \right] + \rho g \frac{C_e^2}{2gm} (r_n'^{2m} - r_n^{2m})$$

$$p = \rho g \left[ \int_n^{n'} \cos \alpha_n \, dn \right] + \rho g \frac{C_o^2}{2gm} (r_n^{2m} - r_n'^{2m})$$

nótese que esta ecuación permite la evaluación de la distribución de presiones en la dirección normal, a lo largo de la cual  $\alpha_n$  es constante, por lo que al integrar resulta:

$$p = \rho g \cos \alpha_n (n' - n) + \rho g \frac{C_o^2}{2gm} (r_n^{2m} - r_n'^{2m})$$

Si la velocidad media  $u$  del flujo en la dirección  $s$ , entre las secciones  $n_0 - n'$ , esta dada por

$$u = \frac{1}{d} \int_n^{n'} v_{ms} \, dn = \frac{1}{d} \int_n^{n'} C_o r^m \, dn$$

en donde se ha tomado en cuenta que  $d = n' - n$

Para realizar esta integración se recurre a la relación  $dn = dr$ , por lo que resulta

$$u = \frac{C_o}{d} \left[ \frac{r_n'^{m+1} - r_n_0^{m+1}}{m+1} \right] \quad (2.67)$$

despejando  $C_o$

$$C_o = \frac{d(m+1)u}{r_n'^{m+1} - r_n_0^{m+1}} \quad (2.68)$$

sustituyendo (2.68) en (2.66)

$$p = \rho g (n' - n) \cos \alpha_n + \rho g \frac{(m+1)^2 d^2 u^2}{2gm} \frac{(r_n^{2m} - r_n'^{2m})}{(r_n'^{m+1} - r_n_0^{m+1})^2} \quad (2.69)$$

asignando  $K_m = \frac{(m+1)^2}{m}$ , resulta

$$p = \rho g (n' - n) \cos \alpha_n + \rho g K_m \frac{d^2 u^2}{2g} \frac{(r_n^{2m} - r_n'^{2m})}{(r_n'^{m+1} - r_n_0^{m+1})^2} \quad (2.70)$$

Esta ecuación permite evaluar la presión en un punto ubicado en la posición  $n$ , o sea, permite conocer la distribución de presiones a lo largo de  $n$ .

Si lo que interesa es, evaluar la presión en el fondo, en donde se cumple  $d = n' - n$ ,  $r_n' = r_n + d$ , se obtiene:

$$p = \rho g d \cos \alpha_n + \rho g K_m \frac{d^2 u^2}{2g} \frac{[r_n^{2m} - (r_n + d)^{2m}]}{[(r_n + d)^{m+1} - r_n^{m+1}]^2} \quad (2.71)$$

Esta relación permite evaluar la presión en un punto ubicado sobre el fondo, a una profundidad  $d$ , medida a partir de la superficie libre sobre el eje  $n$  (lámina 2.15a).

En algunos casos, en que la magnitud de la velocidad puntual aumenta en la dirección radial, resulta adecuado desde el punto de vista práctico considerar  $m = 1$ , por ejemplo, para el cálculo de presiones sobre cimacios [Chow 1], con lo que (2.71) se simplifica resultando:

$$p = \rho g d \cos \alpha_n - \rho g \frac{2d u^2}{g(2r_n + d)} \quad (2.72)$$

Las relaciones (2.71) y (2.72) son válidas para los casos en que, la curvatura sea convexa (lámina 2.15b); para el caso de curvatura cóncava (lámina 2.15c), el término correspondiente al incremento de presión, debido a la aceleración centrípeta, adquirirá signo positivo resultando:

$$p = \rho g d \cos \alpha_n - \rho g K_m \frac{d^2 u^2}{2g} \frac{[r_n^{2m} - (r_n + d)^{2m}]}{[(r_n + d)^{m+1} - r_n^{m+1}]^2} \quad (2.73)$$

Y para el caso simplificado con  $m = 1$

$$p = \rho g d \cos \alpha_n + \rho g \frac{2d u^2}{g(2r_n + d)} \quad (2.74)$$

2.2.6 Distribución de presiones en un canal con curvatura horizontal en el cual se presenta flujo uniforme

Igual que en el caso anterior se considera flujo unidimensional desarrollándose en la dirección  $s$ ; de aquí que el eje  $n$  resulte ser un eje horizontal, orientado sobre la dirección del radio de curvatura, y el eje binormal resulte un eje perpendicular a los anteriores; por lo indicado, se concluye que  $\cos \alpha_s$  y  $\cos \alpha_b$  son variables a medida que cambia  $s$  y  $\cos \alpha_n$  resulte igual con cero, por ser  $n$  perpendicular a la dirección de acción de la fuerza de gravedad  $w$  (lámina 2.16). La única componente de la aceleración es la centrípeta,  $a_n$  debida al efecto de curvatura.

Por lo indicado en el párrafo anterior, la ecuación (2.31) se simplifica, obteniéndose:

$$dp = \rho g \cos \alpha_s ds - \rho g \frac{a_n}{g} dn - \rho g \cos \alpha_b db \quad (2.75)$$

De la ecuación (2.19) se tiene:

$$a_n = - \frac{v_s^2}{r}$$

por lo que (2.75) resulta igual a:

$$dp = \rho g \cos \alpha_s ds + \rho g \frac{v_s^2}{gr} dn - \rho g \cos \alpha_b db$$

Si se considera que la variación de la velocidad en la dirección normal se apega a la relación  $v_s = C_e r^m$ , resulta:

$$dp = \rho g \cos \alpha_s ds + \rho g \frac{C_e^2 r^{2m-1}}{g} dn - \rho g \cos \alpha_b db$$

Integrando desde el origen al punto  $(s, n, b)$ , para lo cual se toma en cuenta que  $dn = dr$  y  $p = p_0$  en  $(0, 0, 0)$ , se obtiene:

$$p = p_0 + \rho g \int_0^s \cos \alpha_s ds + \rho g \frac{C_0^2}{2gm} (r_n^{2m} - r_0^{2m}) - \rho g \int_0^b \cos \alpha_b db \quad (2.76)$$

Dada la existencia de una superficie libre en  $b = b'$ ,  $n = n'$  donde;  $p = p_{atm} = 0$ , la ecuación (2.76) se simplifica expresándose como;

$$p_0 = - \rho g \int_0^s \cos \alpha_s ds - \rho g \frac{C_0^2}{2gm} (r_n^{2m} - r_0^{2m}) + \rho g \int_0^{b'} \cos \alpha_b db \quad (2.77)$$

sustituyendo (2.77) en (2.76)

$$p = \rho g \frac{C_0^2}{2gm} (r_n^{2m} - r_{n'}^{2m}) + \rho g \int_b^{b'} \cos \alpha_b db \quad (2.78)$$

Nótese que esta ecuación es independiente de  $s$  y por tanto permite evaluar la presión en un plano  $n, b$  en el cual  $\cos \alpha_b$  es constante ya que corresponde a un valor constante de la coordenada  $s$ . Esta observación permite integrar directamente (2.78), resultando:

$$p = \rho g \frac{C_0^2}{2gm} (r_n^{2m} - r_{n'}^{2m}) + \rho g \cos \alpha_b (b' - b) \quad (2.79)$$

Por otra parte, la velocidad media  $u$  del flujo, en la dirección  $s$ , entre las secciones  $n_0 - n'$ , está dada por;

$$u = \frac{1}{n' - n_0} \int_{n_0}^{n'} v_s dn = \frac{1}{n' - n_0} \int_{n_0}^{n'} C_0 r^m dn \quad (2.80)$$

con  $dn = dr$  y  $n' - n_0 = r_{n'} - r_{n_0}$ , al integrar, se tiene

$$u = \frac{C_0}{r_{n'} - r_{n_0}} \left[ \frac{r_{n'}^{m+1} - r_{n_0}^{m+1}}{m+1} \right] \quad (2.81)$$

despejando  $C_0$

$$C_0 = \frac{(m+1)(r_{n'} - r_{n_0})u}{r_{n'}^{m+1} - r_{n_0}^{m+1}} \quad (2.82)$$

sustituyendo (2.82) en (2.79)

$$p = \rho g \cos \alpha_b (b' - b) + \rho g \frac{u^2}{2gm} \frac{(m+1)^2 (r_{n'} - r_{n_0})^2}{(r_{n'}^{m+1} - r_{n_0}^{m+1})^2} (r_n^{2m} - r_{n'}^{2m}) \quad (2.83)$$

Esta ecuación permite evaluar la presión sobre una partícula, ubicada en una posición  $n$  y a una profundidad  $b$  medida a partir de la superficie libre  $b'$  sobre el eje  $b$ . Para el caso particular en que se desee calcular la presión en el fondo suponiendo  $m = 1$ , se cumple  $d = b' - b$ , (2.83) se reduce a:

$$p = \rho g d \cos \alpha_b + \rho g \frac{2u^2}{g} \frac{(r_{n_0} - r_{n'})}{(r_{n'} + r_{n_0})} \quad (2.84)$$

### 2.2.7 Distribución de presiones en un canal que presenta cierto grado de curvatura (caso general)

Tal, como se pudo apreciar en los últimos dos incisos, el efecto de curvatura produce un incremento de la presión, debido a la aceleración centrípeta, que surge por esta causa. Así, por ejemplo, en los casos de curvatura vertical y horizontal, tomando en cuenta que  $\cos \alpha_n = \cos \alpha_b = \sin \alpha_s$  ( lo cual se concluye de las figuras 1.15 y 1.16 ), se demostró que:

#### Caso de curvatura vertical

De la ecuación (2.69), tomando en cuenta que

$$d = n' - n_o = r_{n'} - r_{n_o}$$

se tiene

$$p = \rho g d \sin \alpha_s \pm \rho g \frac{u^2}{2gm} \frac{(m+1)^2 (r_{n'} - r_{n_o})^2}{(r_{n'}^{m+1} - r_{n_o}^{m+1})^2} (r_{n'}^{2m} - r_{n_o}^{2m}) \quad (2.85)$$

en donde el signo depende del tipo de curvatura.

#### Caso de curvatura horizontal

De la ecuación (2.83), tomando en cuenta que  $d = b' - b$ , se tiene

$$p = \rho g d \sin \alpha_s + \rho g \frac{u^2}{2gm} \frac{(m+1)^2 (r_{n'} - r_{n_o})^2}{(r_{n'}^{m+1} - r_{n_o}^{m+1})^2} (r_{n'}^{2m} - r_{n_o}^{2m})$$

Nótese que estas dos últimas expresiones son idénticas, variando únicamente el signo para el caso, de que, la curvatura vertical sea cóncava. De aquí, se puede indicar que, la existencia de curvatura produce un incremento en la presión, con respecto a la presión correspondiente a un flujo uniforme. Para esto, recuérdese que, en un flujo uniforme (siendo en la ecuación (2.59)  $\cos \alpha_n = \sin \alpha_s$ ), la presión se puede evaluar con la relación

$$p = \rho g d \sin \alpha_s \quad (2.86)$$

Una manera adecuada de determinar el incremento de presión, por efecto de curvatura, se obtiene considerando a la aceleración centrípeta, que actúa en el líquido, como una aceleración lineal uniforme que esta proyectada sobre la dirección radial (lámina 2.17).

De acuerdo con lo visto en el inciso referente a aceleración lineal uniforme y con base en la ecuación (2.38), se cumple;

$$dp = \rho a_x dx + \rho g \left( 1 + \frac{az}{g} \right) dz$$

de la lámina 2.17, se tiene

$$a_x = a_n \sin \alpha_n$$

$$a_z = a_n \cos \alpha_n$$

por lo que al reemplazar en la ecuación anterior, resulta:

$$dp = \rho a_n \operatorname{sen} \alpha_n dx + \rho g \left( 1 + \frac{a_n \cos \alpha_n}{g} \right) dz$$

Como únicamente interesa conocer el incremento de presión por efecto de curvatura, la ecuación anterior se reduce a

$$d(\Delta p) = \rho a_n \operatorname{sen} \alpha_n dx + \rho a_n \cos \alpha_n dz \quad (2.87)$$

si

$$dx = dr \operatorname{sen} \alpha_n$$

$$dz = dr \cos \alpha_n$$

se obtiene,

$$d(\Delta p) = \rho (\operatorname{sen}^2 \alpha_n + \cos^2 \alpha_n) a_n dr$$

tomando en cuenta que

$$a_n = -\frac{v_s^2}{r} = -C_e^2 r_n^{2m-1}$$

y

$$\operatorname{sen}^2 \alpha_n + \cos^2 \alpha_n = 1$$

resulta

$$d(\Delta p) = -\rho C_e^2 r_n^{2m-1} dr$$

integrando entre los límites ( $r_n$  a  $r_n'$ )

$$\Delta p = -\rho C_e^2 \left( \frac{r_n'^{2m} - r_n^{2m}}{2m} \right) + C \quad (2.88)$$

Por otra parte, la velocidad media está dada por

$$u = \frac{C_e}{r_n' - r_{no}} \left[ \frac{r_n'^{m+1} - r_{no}^{m+1}}{m+1} \right] \quad (2.89)$$

despejando  $C_e$

$$C_e = \frac{(m+1)(r_n' - r_{no})u}{r_n'^{m+1} - r_{no}^{m+1}} \quad (2.90)$$

sustituyendo (2.90) en (2.88)

$$\Delta p = \rho g \frac{u^2}{2gm} \frac{(m+1)^2 (r_n' - r_{no})^2}{(r_n'^{m+1} - r_{no}^{m+1})^2} (r_n'^{2m} - r_n^{2m}) \quad (2.91)$$

Agregando este incremento de presión a la ecuación (2.86), se obtiene:

$$p = \rho g d \operatorname{sen} \alpha_s + \rho g \frac{u^2}{2gm} \frac{(m+1)^2 (r_{n'} - r_{no})^2}{(r_{n'}^{m+1} - r_{no}^{m+1})^2} (r_n^{2m} - r_{n'}^{2m})$$

De este resultado se concluye que la distribución de presiones en un canal con curvatura, se puede calcular con auxilio de la relación general siguiente:

$$p = \rho g d \operatorname{sen} \alpha_s \pm \rho g \frac{u^2}{2gm} \frac{(m+1)^2 (r_{n'} - r_{no})^2}{(r_{n'}^{m+1} - r_{no}^{m+1})^2} (r_n^{2m} - r_{n'}^{2m}) \quad (2.92)$$

Para la aplicación de esta relación, se deberá tener cuidado con el signo, el cual depende del tipo de curvatura que se tiene en el canal.

### 2.3 Ecuaciones de Euler

#### 2.3.1 Ecuaciones de Euler en coordenadas curvilíneas

De la lámina 2.8 se puede ver que:

$$\cos \alpha_s = - \frac{\partial z}{\partial s}$$

$$\cos \alpha_n = \frac{\partial z}{\partial n}$$

$$\cos \alpha_b = \frac{\partial z}{\partial b}$$

Si, adicionalmente,  $h$  coincide con la dirección de  $z$ , resulta:

$$\cos \alpha_s = - \frac{\partial h}{\partial s}$$

$$\cos \alpha_n = \frac{\partial h}{\partial n}$$

$$\cos \alpha_b = \frac{\partial h}{\partial b}$$

Por lo que, las ecuaciones (2.27), (2.28) y (2.29) se pueden expresar en la forma:

$$- \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial s} (p + \rho g h) = a_s \quad (2.93)$$

$$- \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial n} (p + \rho g h) = a_n \quad (2.94)$$

$$- \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial b} (p + \rho g h) = a_b \quad (2.95)$$

Considerando coordenadas naturales (tangencial  $s$ , normal  $n$  y binormal  $b$ ) y de acuerdo con las relaciones (2.19), (2.21), (2.22) y (2.23) las ecuaciones (2.93) a (2.95) resultan ser:

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial s} (p + \rho gh) = \frac{\partial}{\partial s} \left( \frac{v^2}{2} \right) + \frac{\partial v}{\partial t} \quad (2.96)$$

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial n} (p + \rho gh) = \frac{v^2}{r} \quad (2.97)$$

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial b} (p + \rho gh) = 0 \quad (2.98)$$

Las cuales constituyen las ecuaciones de Euler en coordenadas naturales o curvilíneas.

### 2.3.2 Ecuaciones de Euler en coordenadas rectangulares

Resulta interesante mostrar que partiendo de las ecuaciones (2.93), (2.94) y (2.95) se pueden obtener rápidamente las tradicionales ecuaciones de Euler para coordenadas cartesianas. Para esto, se designan como:  $u$ ,  $v$  y  $w$  a las componentes de velocidad en cada una de las direcciones coordenadas, de tal manera que se cumple

$$a_s = \frac{du}{dt}$$

$$a_n = \frac{dv}{dt}$$

$$a_b = \frac{dw}{dt}$$

y por definición de derivada total

$$a_s = \frac{\partial u}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial n} \frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial b} \frac{\partial b}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial t}$$

$$a_s = u \frac{\partial u}{\partial s} + v \frac{\partial u}{\partial n} + w \frac{\partial u}{\partial b} + \frac{\partial u}{\partial t} \quad (2.99)$$

de manera semejante también se obtiene:

$$a_n = u \frac{\partial v}{\partial s} + v \frac{\partial v}{\partial n} + w \frac{\partial v}{\partial b} + \frac{\partial v}{\partial t} \quad (2.100)$$

$$a_b = u \frac{\partial w}{\partial s} + v \frac{\partial w}{\partial n} + w \frac{\partial w}{\partial b} + \frac{\partial w}{\partial t} \quad (2.101)$$

sustituyendo (2.99), (2.100) y (2.101) en (2.93), (2.94) y (2.95), resulta:

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial s} (p + \rho gh) = u \frac{\partial u}{\partial s} + v \frac{\partial u}{\partial n} + w \frac{\partial u}{\partial b} + \frac{\partial u}{\partial t} \quad (2.102)$$

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial n} (p + \rho gh) = u \frac{\partial v}{\partial s} + v \frac{\partial v}{\partial n} + w \frac{\partial v}{\partial b} + \frac{\partial v}{\partial t} \quad (2.103)$$

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial b} (p + \rho gh) = u \frac{\partial w}{\partial s} + v \frac{\partial w}{\partial n} + w \frac{\partial w}{\partial b} + \frac{\partial w}{\partial t} \quad (2.104)$$

Estas ecuaciones, representan las tradicionales ecuaciones de Euler. Su presentación para coordenadas cartesianas  $x$ ,  $y$  y  $z$ , se obtiene; sustituyendo  $x = s$ ,  $y = n$  y  $z = b$  en las mismas.

Si en estas ecuaciones se considera nulos a los términos de aceleración local y convectiva, caso de un flujo uniforme tridimensional, se obtiene (independientemente de la dirección de integración):

$$p = \rho g h$$

De este resultado, se puede indicar que esta relación es válida, para evaluar la distribución de presiones en un flujo uniforme tridimensional; esta característica ha sido adoptada por diversos autores para calcular, aproximadamente, la distribución de presiones en un flujo real, encontrando resultados satisfactorios en diversos problemas de interés práctico [Daily W., J. y Harleman R., F., 1981].

#### 2.4 Ecuaciones fundamentales

Cualquier cuerpo es, en esencia, un sistema de puntos materiales o de partículas. Si el sistema varía en el transcurso del tiempo, se dice que cambia su estado. El estado de un sistema se puede caracterizar por la fijación simultánea de las posiciones y de las velocidades de todas sus partículas.

Conociendo las leyes de las fuerzas que actúan sobre las partículas del sistema y el estado del sistema en cierto momento inicial de tiempo, se puede, como muestra la experiencia, con la ayuda de las ecuaciones del movimiento predecir su comportamiento ulterior, es decir, determinar el estado del sistema en cualquier instante.

Sin embargo, con frecuencia, el examen detallado del comportamiento de un sistema con ayuda de las ecuaciones del movimiento es tan difícil, que llevar la solución hasta el final resulta prácticamente imposible. Y en aquellos casos, cuando las leyes de las fuerzas que actúan son en general desconocidas, tal enfoque resulta en principio irrealizable. Además existen una serie de problemas, en los cuales el examen detallado del movimiento de las partículas aisladas no tiene gran importancia, que es el caso, por ejemplo, de un gas.

Ante esta situación surge, como es natural, la pregunta:

*¿Hay algunos principios generales que son corolarios de las leyes de Newton, que permitan abordar de otro modo la solución del problema y que ayuden en cierto grado a evitar semejantes dificultades?*

Resulta que estos principios existen. Estos están constituidos por las llamadas "leyes de conservación".

Las leyes de conservación pertenecen a los principios más fundamentales de la física, el valor de los cuales es difícil sobreestimar. El papel de estas leyes creció extraordinariamente después de que se aclaró que ellas van más allá de los límites de la mecánica y son las leyes fundamentales de la naturaleza. En todo caso hasta ahora no se ha descubierto ningún fenómeno donde estas leyes se violaran [Airodov E., I., 1981].

Las leyes de conservación se han convertido en un instrumento muy potente y efectivo de investigación, el cual se emplea de modo constante en la física.

#### 2.4.1 Ecuación general de conservación de una propiedad

##### 2.4.1.1 Sistema y volumen de control

Un sistema se puede ver como una masa bien definida de algún cuerpo o material que se puede distinguir claramente de sus alrededores. Las fronteras de un sistema forman una superficie cerrada, la cual, puede cambiar con el tiempo con tal de que siempre contenga la misma masa, o sea, se cumple la relación:

$$\frac{dm}{dt} = 0 \quad (2.105)$$

El volumen de control, se refiere a una región en el espacio a través de cuyas fronteras entra y sale continuamente un fluido. La frontera de un volumen de control se llama superficie de control.

En la deducción que se presenta a continuación, se establece la relación entre el concepto de sistema y el de volumen de control para una propiedad intensiva de éste. Esta relación se aplicará, posteriormente para obtener las ecuaciones de continuidad y de la cantidad de movimiento.

##### 2.4.1.2 Ecuación general de balance de la propiedad

Sea  $\rho$  la densidad (*masa/volumen*) de un sistema fluido y  $q$  la cantidad de una propiedad intensiva, escalar y arbitraria por unidad de masa del sistema ( $q = \text{propiedad/masa}$ ). La cantidad de la propiedad en cuestión por unidad de volumen está dada por el producto  $\rho q$ .

Considérese ahora un volumen de control  $V_c$  localizado en el seno del fluido tal y como se muestra en la lámina 2.18.

Si  $dS$  es un elemento de la superficie  $S$  (que cubre el volumen de control  $V_c$ ) el cual tiene asociado un vector unitario  $\underline{n}$  normal a él y siendo  $\underline{v}$  la velocidad con la que la propiedad atraviesa dicho elemento  $dS$ , entonces la cantidad de la propiedad que pasa normalmente por  $dS$  en la unidad de tiempo será:

$$\rho q \underline{v} \cdot \underline{n} \quad (2.106)$$

De aquí se deduce que la cantidad de la propiedad que atraviesa toda la superficie esta dada por:

$$Q_{\rho q} = \int_S \rho q \underline{v} \cdot \underline{n} \, dS \quad (2.107)$$

Como el sentido de  $\underline{n}$  es hacia afuera del volumen de control  $V_C$ , entonces  $Q_{\rho q}$  representa la salida neta de la propiedad de dicho volumen de control.

Por otra parte, la cantidad de la propiedad existente en un elemento de volumen  $dV$  en un instante dado es igual a;

$$\rho q \, dV$$

de aquí, que la variación en el tiempo de dicha cantidad está dada por;

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho q) \, dV$$

y en consecuencia la variación total de la propiedad en todo el volumen de control será:

$$M_{\rho q} = \int_{V_C} \frac{\partial}{\partial t} (\rho q) \, dV \quad (2.108)$$

Finalmente, dentro del volumen de control puede existir creación o destrucción de la propiedad. Llamando  $D[\rho q]$  a la tasa de creación de la propiedad por unidad de volumen y por unidad de tiempo, entonces la creación de la propiedad en todo el volumen de control por unidad de tiempo será:

$$C_{\rho q} = \int_{V_C} D[\rho q] \, dV \quad (2.109)$$

Con base a lo anteriormente expuesto y aplicando el principio de conservación:

" La cantidad de la propiedad que sale del volumen de control, más la que se acumula en su interior en la unidad de tiempo, debe ser igual a la cantidad que se crea dentro del mismo "

Se obtiene la ecuación general de balance de la cantidad de propiedad [Aparicio M., F. y Berezowsky V., M., 1989]

$$Q_{\rho q} + M_{\rho q} = C_{\rho q} \quad (2.110)$$

o bien sustituyendo (2.107), (2.108) y (2.109) en (2.110)

$$\int_S \rho q \underline{v} \cdot \underline{n} \, dS + \int_{V_C} \frac{\partial}{\partial t} (\rho q) \, dV = \int_{V_C} D[\rho q] \, dV \quad (2.111)$$

Considerando que,  $\rho q \underline{v}$  es una función vectorial continua y diferenciable, por el teorema de la divergencia de Gauss, se cumple que;

$$\int_S \rho q \underline{v} \cdot \underline{n} \, dS = \int_{V_C} \text{div}(\rho q \underline{v}) \, dV \quad (2.112)$$

Sustituyendo (2.112) en (2.111)

$$\int_{V_C} \text{div}(\rho q \underline{v}) \, dV + \int_{V_C} \frac{\partial}{\partial t} (\rho q) \, dV = \int_{V_C} D[\rho q] \, dV \quad (2.113)$$

Esta expresión (2.113), es la ecuación general de balance de la propiedad en términos integrales de volumen únicamente.

No obstante que  $\text{div}(\rho q \underline{v})$  implica que  $\rho q \underline{v}$  sea una función vectorial, continua y diferenciable, gracias a las propiedades de las integrales, es posible aplicar (2.113) a aquellos casos en que existe un número finito de discontinuidades en  $\rho q \underline{v}$  en cualquier dirección, dentro del volumen de control  $V_C$ . Lo mismo puede decirse respecto a la continuidad de  $\rho q$  en el dominio del tiempo.

Integrando la ecuación (2.113) en un intervalo de tiempo  $\Delta t = t_2 - t_1$ , se obtiene

$$\int_{t_1}^{t_2} \int_{V_C} \text{div}(\rho q \underline{v}) \, dV \, dt + \int_{t_1}^{t_2} \int_{V_C} \frac{\partial}{\partial t} (\rho q) \, dV \, dt = \int_{t_1}^{t_2} \int_{V_C} D[\rho q] \, dV \, dt \quad (2.114)$$

si

$$\text{div}(\rho q \underline{v}) = \frac{\partial(\rho q v_s)}{\partial s} + \frac{\partial(\rho q v_n)}{\partial n} + \frac{\partial(\rho q v_b)}{\partial b}$$

al sustituir en (2.114) se tiene finalmente;

$$\begin{aligned} & \int_{t_1}^{t_2} \int_{s_1}^{s_2} \int_{n_1}^{n_2} \int_{b_1}^{b_2} \left[ \frac{\partial(\rho q v_s)}{\partial s} + \frac{\partial(\rho q v_n)}{\partial n} + \frac{\partial(\rho q v_b)}{\partial b} \right] \, db \, dn \, ds \, dt + \\ & + \int_{s_1}^{s_2} \int_{n_1}^{n_2} \int_{b_1}^{b_2} [(\rho q)_{t_2} - (\rho q)_{t_1}] \, db \, dn \, ds = \\ & = \int_{t_1}^{t_2} \int_{s_1}^{s_2} \int_{n_1}^{n_2} \int_{b_1}^{b_2} D[\rho q] \, db \, dn \, ds \, dt \end{aligned} \quad (2.115)$$

que es la ecuación de conservación en forma integral.

## 2.4.2 Ecuación de conservación de masa

### 2.4.2.1 Concepto de masa

Analizando la segunda ley de Newton  $\underline{f} = m \underline{a}$ ; se tiene que  $\underline{f}$  es el vector fuerza aplicado a un cuerpo,  $\underline{a}$  es el vector aceleración que le imprime dicha fuerza al cuerpo y  $m$  es un número que nos representa la masa del mismo, es decir, intuitivamente, la "cantidad de materia" contenida en éste. Esta definición de masa, ofrecida por el propio Newton, puede ser complementada con la interpretación que se describe en los párrafos siguientes:

La experiencia muestra que todos los cuerpos "ejercen cierta resistencia" a todos los intentos de cambiar su velocidad, tanto en módulo como en dirección. Esta propiedad, que expresa el grado de resistencia del cuerpo a variar su velocidad, se denomina *inercia*. En diferentes cuerpos la inercia se manifiesta en grado diferente. Como medida de inercia se utiliza la magnitud llamada *masa*. El cuerpo con mayor masa tendrá mayor inercia, o sea, mayor resistencia a variar su velocidad y viceversa [Irodov E., I., 1981].

El concepto de masa se puede introducir determinando la razón de las masas de dos cuerpos diferentes por la relación inversa de las aceleraciones, comunicadas a ellos por fuerzas iguales:

$$m_1/m_2 = \underline{a}_2/\underline{a}_1$$

Esta definición no exige la medición preliminar de las fuerzas. Es suficiente disponer solamente del criterio de igualdad de las fuerzas. Por ejemplo, si sobre dos cuerpos diferentes, que están en un plano horizontal liso, se actúa sucesivamente con un mismo resorte, orientándolo de forma horizontal y estirándolo hasta una misma longitud, entonces se puede afirmar que la acción del resorte sobre cada cuerpo es la misma en ambos casos, con otras palabras, las fuerzas son también iguales.

De este modo, la comparación de las masas de dos cuerpos, sobre las cuales actúa una misma fuerza, se reduce a la comparación de las aceleraciones de éstos. Tomando cierto cuerpo como patrón de masa, se tiene la posibilidad de comparar la masa de cualquier cuerpo con este patrón.

Como muestra la experiencia, en la mecánica Newtoniana una masa determinada posee dos propiedades importantes:

- 1). *la masa es una magnitud aditiva, es decir, la masa de un cuerpo compuesto es igual a la suma de las masas de sus partes;*
- 2). *la masa del cuerpo como tal es una magnitud constante, que no varía durante su movimiento.*

### 2.4.2.2 Expresiones generales

Si la propiedad intensiva del sistema fluido que se desea estudiar es la masa, entonces, por definición de  $q$ ,

$$q = \frac{\text{masa}}{\text{masa}} = 1 \quad (2.116)$$

sustituyendo (2.116) en (2.115)

$$\begin{aligned} & \int_{t_1}^{t_2} \int_{s_1}^{s_2} \int_{n_1}^{n_2} \int_{b_1}^{b_2} \left[ \frac{\partial(\rho v_s)}{\partial s} + \frac{\partial(\rho v_n)}{\partial n} + \frac{\partial(\rho v_b)}{\partial b} \right] db dn ds dt + \\ & + \int_{s_1}^{s_2} \int_{n_1}^{n_2} \int_{b_1}^{b_2} [(\rho)_{t_2} - (\rho)_{t_1}] db dn ds = \\ & = \int_{t_1}^{t_2} \int_{s_1}^{s_2} \int_{n_1}^{n_2} \int_{b_1}^{b_2} D[\rho] db dn ds dt \end{aligned} \quad (2.117)$$

Cuando el flujo es unidimensional, se supone que la variación de la propiedad en las direcciones  $n$  y  $b$  es despreciable y que la creación de la misma es independiente de dichas direcciones, por lo que (2.117) se reduce a:

$$\begin{aligned} & \int_{t_1}^{t_2} \int_{s_1}^{s_2} \int_{n_1}^{n_2} \int_{b_1}^{b_2} \frac{\partial(\rho v_s)}{\partial s} db dn ds dt + \\ & + \int_{s_1}^{s_2} [(\rho)_{t_2} - (\rho)_{t_1}] \int_{n_1}^{n_2} \int_{b_1}^{b_2} db dn ds = \\ & = \int_{t_1}^{t_2} \int_{s_1}^{s_2} D[\rho] \int_{n_1}^{n_2} \int_{b_1}^{b_2} db dn ds dt \end{aligned} \quad (2.118)$$

Tomando en cuenta que el área transversal está dada por:

$$A = \int_{n_1}^{n_2} \int_{b_1}^{b_2} db dn \quad (2.119)$$

Al sustituir (2.119) en (2.118) y considerando fluido incompresible ( $\rho = \text{constante}$ ), se obtiene:

$$\begin{aligned} & \rho \int_{t_1}^{t_2} \int_{s_1}^{s_2} \int_{n_1}^{n_2} \int_{b_1}^{b_2} \frac{\partial(v_s)}{\partial s} db dn ds dt + \rho \int_{s_1}^{s_2} [(A)_{t_2} - (A)_{t_1}] ds = \\ & = \int_{t_1}^{t_2} \int_{s_1}^{s_2} D[\rho] A ds dt \\ & \rho \int_{t_1}^{t_2} \int_{n_1}^{n_2} \int_{b_1}^{b_2} (v_{s2} - v_{s1}) db dn dt + \rho \int_{s_1}^{s_2} [(A)_{t_2} - (A)_{t_1}] ds = \\ & = \int_{t_1}^{t_2} \int_{s_1}^{s_2} D[\rho] A ds dt \end{aligned} \quad (2.120)$$

Si el canal tiene curvatura, entonces, se cumple  $dn = dr$  y si adicionalmente se adopta la hipótesis de que la velocidad varía en la dirección radial de acuerdo con la relación  $v_s = C_e r^m$ , resulta

$$\int_{n_1}^{n_2} v_s dn = \int_{r_1}^{r_2} C_e r^m dr = \frac{C_e}{m+1} (r_2^{m+1} - r_1^{m+1}) \quad (2.120a)$$

y dado que;

$$C_e = \frac{(m+1)(r_{n_2} - r_{n_1}) u}{r_{n_2}^{m+1} - r_{n_1}^{m+1}} \quad (2.120b)$$

entonces; considerando que  $r_n' = r_2$  y  $r_{n0} = r_1$ , resulta

$$\int_{r_1}^{r_2} v_s \, dr = (r_2 - r_1) u$$

Por lo tanto, la ecuación (2.120) se puede expresar en la forma:

$$\rho \int_{t_1}^{t_2} \int_{b_1}^{b_2} \{ (r_2 - r_1) u \}_{s_2} - \{ (r_2 - r_1) u \}_{s_1} \} db \, dt + \\ + \rho \int_{s_1}^{s_2} [ (A)_{t_2} - (A)_{t_1} ] ds = \int_{t_1}^{t_2} \int_{s_1}^{s_2} D[\rho] A \, ds \, dt$$

Siendo  $u$  la velocidad media, ésta es constante en cada sección transversal, por lo tanto puede salir de la integral respecto a  $b$ :

$$\rho \int_{t_1}^{t_2} \{ u_{s_2} \int_{b_1}^{b_2} (r_2 - r_1)_{s_2} db - u_{s_1} \int_{b_1}^{b_2} (r_2 - r_1)_{s_1} db \} dt + \\ + \rho \int_{s_1}^{s_2} [ (A)_{t_2} - (A)_{t_1} ] ds = \int_{t_1}^{t_2} \int_{s_1}^{s_2} D[\rho] A \, ds \, dt \quad (2.121)$$

Si

$$\int_{r_1}^{r_2} v_s \, dr = (r_2 - r_1) u = \int_{r_1}^{r_2} dr$$

y siendo

$$\int_{r_1}^{r_2} \int_{b_1}^{b_2} db \, dr = A$$

entonces (3.18) se reduce a:

$$\rho \int_{t_1}^{t_2} [ (Au)_{s_2} - (Au)_{s_1} ] dt + \rho \int_{s_1}^{s_2} [ (A)_{t_2} - (A)_{t_1} ] ds = \\ = \int_{t_1}^{t_2} \int_{s_1}^{s_2} D[\rho] A \, ds \, dt \quad (2.122)$$

Adicionalmente, se cumple  $Q = Au$ , por lo tanto; (2.122) se puede expresar en la forma:

$$\rho \int_{t_1}^{t_2} [ Q_{s_2} - Q_{s_1} ] dt + \rho \int_{s_1}^{s_2} [ A_{t_2} - A_{t_1} ] ds = \int_{t_1}^{t_2} \int_{s_1}^{s_2} D[\rho] A \, ds \, dt \quad (2.123)$$

Esta ecuación representa la versión integral de la ecuación de conservación de masa para un flujo unidimensional.

Dicha ecuación también puede ser expresada como

$$\rho \int_{t_1}^{t_2} \int_{s_1}^{s_2} \frac{\partial Q}{\partial s} ds \, dt + \rho \int_{s_1}^{s_2} \int_{t_1}^{t_2} \frac{\partial A}{\partial t} dt \, ds = \int_{t_1}^{t_2} \int_{s_1}^{s_2} D[\rho] A \, ds \, dt$$

y por las propiedades de las integrales

$$\int_{t_1}^{t_2} \int_{s_1}^{s_2} \left( \rho \frac{\partial Q}{\partial s} + \rho \frac{\partial A}{\partial t} - A D[\rho] \right) ds \, dt = 0$$

Para que se cumpla esta ecuación, el integrando debe ser nulo, por lo tanto

$$\rho \left( \frac{\partial Q}{\partial s} + \frac{\partial A}{\partial t} \right) = A D[\rho] \quad (2.124)$$

Esta ecuación representa la versión diferencial de la ecuación de conservación de masa en un flujo unidimensional.

#### 2.4.2.3 Ecuaciones completas

Una interpretación importante del término de creación o destrucción de masa, se tiene, cuando existe una adición positiva o negativa, del fluido desde el exterior del dominio de solución de (2.123) y (2.124). Esta adición podría ser, por ejemplo, precipitación, infiltración, descargas por alcantarillas o descargas por vertederos laterales entre otras manifestaciones y suele denominarse *gasto lateral*  $q_l$  [Aparicio M., F., 1988]. Así, siendo que;  $q_l = q_l(s, t)$ , para el caso mas general, entonces las ecuaciones (2.123) y (2.124) resultan ser iguales a:

$$(2.125)$$

$$\rho \int_{t_1}^{t_2} [Q_{s2} - Q_{s1}] dt + \rho \int_{s_1}^{s_2} [A_{t2} - A_{t1}] ds = \rho \int_{t_1}^{t_2} \int_{s_1}^{s_2} q_l(s, t) ds dt$$

$$\rho \left( \frac{\partial Q}{\partial s} + \frac{\partial A}{\partial t} \right) = \rho q_l(s, t) \quad (2.126)$$

#### 2.4.3 Ecuación de conservación de la cantidad de movimiento

##### 2.4.3.1 Cantidad de movimiento de una partícula

La segunda ley fundamental de la dinámica newtoniana indica que:

*"La fuerza instantánea aplicada a una partícula es igual al producto de la masa instantánea por la aceleración instantánea de la partícula"*

La representación algebraica de esta ley se puede escribir como;

$$\underline{f} = m \underline{a} \quad (2.127)$$

en donde

$\underline{f}$  = fuerza instantánea

$m$  = masa

$\underline{a}$  = aceleración instantánea

multiplicando por un intervalo diferencial de tiempo  $dt$ , durante el cual actúa  $\underline{f}$ , resulta

$$\underline{f} dt = m \underline{a} dt$$

y tomando en cuenta que  $\underline{v} = \underline{a} dt$ , se obtiene:

$$\int \underline{f} dt = m \underline{v} \quad (2.128)$$

Al producto  $\underline{f} dt$  se le llama impulso, mientras que  $m \underline{v}$  se le conoce como cantidad de movimiento o momentum incorporado durante el intervalo  $dt$ .

La ecuación (2.128) se puede escribir, también, en la forma

$$\frac{d m \underline{v}}{dt} = \underline{f} \quad (2.129)$$

es decir,

*"la derivada de la cantidad de movimiento de una partícula respecto al tiempo es igual a la fuerza instantánea que actúa sobre ella";*

en particular, si  $\underline{f} = 0$ , entonces  $m \underline{v} = \text{constante}$ .

Por otra parte, de la ecuación (2.129) se deduce que el incremento elemental de la cantidad de movimiento, de la partícula, en el lapso  $dt$  es igual a  $\underline{f} dt$ . De tal manera que al integrar la ecuación (2.129), en el tiempo, se encuentra el incremento de cantidad de movimiento, de la partícula, en el intervalo finito de tiempo  $t_2 - t_1$ :

$$(m \underline{v})_{t_2} - (m \underline{v})_{t_1} = \int_{t_1}^{t_2} \underline{f} dt$$

De aquí, el incremento de la cantidad de movimiento, en cualquier intervalo de tiempo, es igual al impulso producido por la fuerza  $\underline{f}$  aplicada en ese mismo tiempo. Si  $\underline{f}$  es constante, entonces este vector puede salir de la integral resultando:

$$(m \underline{v})_{t_2} - (m \underline{v})_{t_1} = \underline{f} (t_2 - t_1)$$

#### 2.4.3.2 Cantidad de movimiento de un sistema

La cantidad de movimiento de un sistema es igual a la suma vectorial de las cantidades de movimiento de sus partes por separado:

$$m \underline{v} = \sum m \underline{v}_i \quad (2.130)$$

donde

$m \underline{v}_i$  = cantidad de movimiento de la  $i$ -ésima partícula.

La cantidad de movimiento del sistema es una magnitud aditiva, es decir, ésta es igual a la suma de las cantidades de movimiento de sus partes por separado independientemente de que ellas interactúan entre sí o no [Irodov E., I., 1981].

Para determinar la magnitud física que determina la variación de la cantidad de movimiento del sistema, se procede a diferenciar la ecuación (2.130) respecto al tiempo;

$$\frac{d m \underline{v}}{dt} = \sum \frac{d m \underline{v}_i}{dt} \quad (2.131)$$

de acuerdo con (2.129)

$$\frac{d m \underline{v}_i}{dt} = \sum_k \underline{f}_{ik} + \underline{f}_i$$

siendo

$\underline{f}_{ik}$  = fuerzas que actúan sobre la  $i$ -ésima partícula desde otras partículas del sistema (*fuerzas internas*).

$\underline{f}_i$  = fuerza que actúa sobre la  $i$ -ésima partícula desde otros cuerpos que no entran en el sistema considerado (*fuerzas externas*).

Sustituyendo esta última expresión en (2.131), se obtiene:

$$\frac{d m \underline{v}}{dt} = \sum_i \sum_k \underline{f}_{ik} + \sum_i \underline{f}_i$$

La sumatoria doble, en el segundo miembro, indica la suma de todas las fuerzas internas. En correspondencia con la tercera ley de Newton las fuerzas de interacción entre las partículas del sistema son iguales por pares según su módulo y contrarias en su dirección. Por esto la fuerza resultante en cada par de interacciones es igual a cero, lo que significa que también la suma vectorial de todas las fuerzas internas es nula. Como resultado, la última ecuación toma el siguiente aspecto:

$$\frac{d m \underline{v}}{dt} = \sum_i \underline{f}_i = \underline{f} \quad (2.132)$$

siendo, en este caso,

$\underline{f}$  = resultante de todas las fuerzas externas

La ecuación (2.132) significa que:

*"La derivada de la cantidad de movimiento en un sistema respecto al tiempo es igual a la suma vectorial de todas las fuerzas externas que actúan sobre las partículas del sistema"*

Dicha ecuación también se puede expresar en la forma:

$$\underline{f} dt = m \underline{v} \quad (2.133)$$

Nótese que esta ecuación es igual, en forma, que la (2.128); sin embargo, debe tenerse en cuenta que en la (2.133)  $\underline{f}$  representa las fuerzas externas que actúan sobre el sistema durante el diferencial de tiempo  $dt$  y  $m \underline{v}$  es la cantidad de movimiento del sistema, mientras que en el caso de la (2.128) se relacionan estos aspectos con una sola partícula.

### 2.4.3.3 Expresiones generales

De la ecuación (2.133), se tiene que la cantidad de movimiento es una propiedad vectorial; por lo tanto, siendo que  $q$  es un escalar, es necesario estudiar por separado cada una de las componentes de la misma.

Afortunadamente para el caso de interés, siendo el flujo unidimensional, la cantidad de movimiento se puede considerar como una magnitud escalar. De aquí que, la cantidad  $q$  de esta propiedad resulte ser:

$$q = \frac{m v_s}{m} = v_s \quad (2.134)$$

Sustituyendo (2.134) en (2.115)

$$\begin{aligned} & \int_{t_1}^{t_2} \int_{s_1}^{s_2} \int_{n_1}^{n_2} \int_{b_1}^{b_2} \left[ \frac{\partial(\rho v_s^2)}{\partial s} + \frac{\partial(\rho v_s v_n)}{\partial n} + \frac{\partial(\rho v_s v_b)}{\partial b} \right] db dn ds dt + \\ & + \int_{s_1}^{s_2} \int_{n_1}^{n_2} \int_{b_1}^{b_2} [(\rho v_s)_{t_2} - (\rho v_s)_{t_1}] db dn ds = \\ & = \int_{t_1}^{t_2} \int_{s_1}^{s_2} \int_{n_1}^{n_2} \int_{b_1}^{b_2} D[\rho v_s] db dn ds dt \end{aligned}$$

Dado que el flujo de interés es unidimensional en la dirección  $s$ , se tendrá que las componentes de la velocidad en las direcciones normal y binormal son nulas, por lo tanto resulta:

$$\begin{aligned} & \int_{t_1}^{t_2} \int_{s_1}^{s_2} \int_{n_1}^{n_2} \int_{b_1}^{b_2} \left[ \frac{\partial(\rho v_s^2)}{\partial s} \right] db dn ds dt + \\ & + \int_{s_1}^{s_2} \int_{n_1}^{n_2} \int_{b_1}^{b_2} [(\rho v_s)_{t_2} - (\rho v_s)_{t_1}] db dn ds = \\ & = \int_{t_1}^{t_2} \int_{s_1}^{s_2} \int_{n_1}^{n_2} \int_{b_1}^{b_2} D[\rho v_s] db dn ds dt \end{aligned}$$

Si adicionalmente se ha supuesto que el fluido es incompresible ( $\rho = \text{constante}$ ) y que  $v_s$  es independiente de la dirección binormal ( $b$ ), se obtiene:

$$\begin{aligned} & \int_{t_1}^{t_2} \int_{s_1}^{s_2} \int_{n_1}^{n_2} \left[ \frac{\partial(\rho v_s^2)}{\partial s} \right] \int_{b_1}^{b_2} db dn ds dt + \\ & + \int_{s_1}^{s_2} \int_{n_1}^{n_2} [(\rho v_s)_{t_2} - (\rho v_s)_{t_1}] \int_{b_1}^{b_2} db dn ds = \\ & = \int_{t_1}^{t_2} \int_{s_1}^{s_2} \int_{n_1}^{n_2} \int_{b_1}^{b_2} D[\rho v_s] db dn ds dt \quad (2.135) \end{aligned}$$

Si  $v_s = C_e r^m$ , resulta

$$\int_{r_1}^{r_2} v_s^2 dn = \int_{r_1}^{r_2} C_e^2 r^{2m} dr = \left[ \frac{C_e^2 r^{2m+1}}{2m+1} \right]_{r_1}^{r_2} = \frac{C_e^2}{2m+1} [r_2^{2m+1} - r_1^{2m+1}] \quad (2.135a)$$

y tomando en cuenta que de acuerdo con la ecuación (2.120b), se cumple

$$C_0 = \frac{(m+1)(r_{n'} - r_{no})u}{r_{n'}^{m+1} - r_{no}^{m+1}}$$

entonces, considerando en (2.135a)  $r_2 = r_{n'}$  y  $r_1 = r_{no}$ , resulta:

$$\int_{n_1}^{n_2} v_s^2 dn = \frac{(m+1)^2 (r_{n'} - r_{no})^2 u^2}{(r_{n'}^{m+1} - r_{no}^{m+1})^2 (2m+1)} [r_{n'}^{2m+1} - r_{no}^{2m+1}] \quad (2.136)$$

Por procedimientos semejantes, se demuestra que:

$$\int_{n_1}^{n_2} v_s dn = u (n_2 - n_1) \quad (2.137)$$

Sustituyendo (2.136) y (2.137) en (2.135) y aceptando por simplificación

$$\int_{b_1}^{b_2} db = A / (n_2 - n_1) = A / (r_{n'} - r_{no});$$

se obtiene:

$$\begin{aligned} & \rho \int_{t_1}^{t_2} \left\{ \left[ \frac{(m+1)^2 (r_{n'} - r_{no}) u^2}{(r_{n'}^{m+1} - r_{no}^{m+1})^2 (2m+1)} (r_{n'}^{2m+1} - r_{no}^{2m+1}) A \right]_{s_2} - \right. \\ & \left. - \left[ \frac{(m+1)^2 (r_{n'} - r_{no}) u^2}{(r_{n'}^{m+1} - r_{no}^{m+1})^2 (2m+1)} (r_{n'}^{2m+1} - r_{no}^{2m+1}) A \right]_{s_1} \right\} dt + \\ & + \int_{s_1}^{s_2} [(\rho Au)_{t_2} - (\rho Au)_{t_1}] ds = \int_{t_1}^{t_2} \int_{s_1}^{s_2} \int_{n_1}^{n_2} \int_{b_1}^{b_2} D[\rho v_s] db dn ds dt \end{aligned} \quad (2.138)$$

Que es la versión integral de la ecuación de cantidad de movimiento.

En forma diferencial resulta:

$$\begin{aligned} & \rho \frac{\partial}{\partial s} \left[ \frac{(m+1)^2 (r_{n'} - r_{no}) u^2}{(r_{n'}^{m+1} - r_{no}^{m+1})^2 (2m+1)} (r_{n'}^{2m+1} - r_{no}^{2m+1}) A \right] + \rho \frac{\partial (Au)}{\partial t} = \\ & = \int_{n_1}^{n_2} \int_{b_1}^{b_2} D[\rho v_s] db dn \end{aligned} \quad (2.139)$$

Con el fin de dar una presentación más compacta de estas ecuaciones, resulta adecuado hacer la siguiente asignación:

$$Cr = \frac{(m+1)^2 (r_{n'} - r_{no})}{(r_{n'}^{m+1} - r_{no}^{m+1})^2 (2m+1)} (r_{n'}^{2m+1} - r_{no}^{2m+1}) \quad (2.140)$$

De donde la versión integral se puede expresar en la forma:

$$\begin{aligned} & \rho \int_{t_1}^{t_2} [(Cr u^2 A)_{s_2} - (Cr u^2 A)_{s_1}] dt + \int_{s_1}^{s_2} [(\rho Au)_{t_2} - (\rho Au)_{t_1}] ds = \\ & = \int_{t_1}^{t_2} \int_{s_1}^{s_2} \int_{n_1}^{n_2} \int_{b_1}^{b_2} D[\rho v_s] db dn ds dt \end{aligned} \quad (2.141)$$

y la diferencial

$$\rho \frac{\partial}{\partial s} (Cr A u^2) + \rho \frac{\partial(Au)}{\partial t} = \int_{n_1}^{n_2} \int_{b_1}^{b_2} D[\rho v_s] db dn \quad (2.142)$$

#### 2.4.3.4 Expresiones completas

La creación o destrucción de cantidad de movimiento se produce por efecto de las fuerzas externas que actúan sobre el sistema fluido. Para aplicaciones prácticas en ingeniería hidráulica, las fuerzas externas que comúnmente se consideran, por ser las más importantes, son:

a). **Fuerzas de presión.** Esta fuerza está constituida por la resultante de las fuerzas netas de presión que actúa sobre el volumen de control, proyectada sobre la dirección en cuestión. La parte del término de creación o destrucción de la cantidad de movimiento correspondiente a las fuerzas de presión en la dirección  $s$ , es igual a:

$$D_p[\rho u] = - \frac{\partial p}{\partial s} \quad (2.143)$$

y por tanto

$$\int_{t_1}^{t_2} \int_{s_1}^{s_2} \int_{n_1}^{n_2} \int_{b_1}^{b_2} D_p[\rho v_s] db dn ds dt = - \int_{t_1}^{t_2} \int_{n_1}^{n_2} \int_{b_1}^{b_2} (p_{s_2} - p_{s_1}) db dn dt \quad (2.144)$$

Acceptando la hipótesis de que la presión se distribuye en la misma forma que en un flujo uniforme con curvatura, de la ecuación (2.92) se tiene:

$$p = \rho g d \operatorname{sen} \alpha_s \pm \rho g \frac{u^2}{2gm} \frac{(m+1)^2 (r_{n'} - r_{no})^2}{(r_{n'}^{m+1} - r_{no}^{m+1})^2} (r_n^{2m} - r_{n'}^{2m})$$

de donde resulta

$$\int_{n_1}^{n_2} \int_{b_1}^{b_2} p db dn = \int_{n_1}^{n_2} \int_{b_1}^{b_2} [ \rho g d \operatorname{sen} \alpha_s \pm \rho g \frac{u^2}{2gm} \frac{(m+1)^2 (r_{n'} - r_{no})^2}{(r_{n'}^{m+1} - r_{no}^{m+1})^2} (r_n^{2m} - r_{n'}^{2m}) ] db dn$$

$$\int_{n_1}^{n_2} \int_{b_1}^{b_2} p db dn = \rho g \operatorname{sen} \alpha_s \int_{n_1}^{n_2} \int_{b_1}^{b_2} d db dn \pm \rho g \frac{u^2}{2gm} \frac{(m+1)^2 (r_{n'} - r_{no})^2}{(r_{n'}^{m+1} - r_{no}^{m+1})^2} \int_{n_1}^{n_2} (r_n^{2m} - r_{n'}^{2m}) \int_{b_1}^{b_2} db dn$$

Considerando que  $n_2 = n'$  y  $n_1 = n_0$ , se obtiene

$$\int_{n_1}^{n_2} \int_{b_1}^{b_2} p db dn = \rho g \operatorname{sen} \alpha_s \int_{n_1}^{n_2} \int_{b_1}^{b_2} d db dn \pm \rho g \frac{u^2}{2gm} \frac{(m+1)^2 (r_{n_2} - r_{n_1})^2}{(r_{n_2}^{m+1} - r_{n_1}^{m+1})^2} \int_{n_1}^{n_2} (r_n^{2m} - r_{n_2}^{2m}) \int_{b_1}^{b_2} db dn \quad (2.145)$$

Para integrar el primer término, del segundo miembro, resulta adecuado tener en cuenta las siguientes relaciones obtenidas de acuerdo con la lámina 2.19

$$dx = \cos \alpha_n db$$

$$dz = \cos \alpha_n dn$$

$$: = \int \cos \alpha_n$$

por lo que

$$dx dz = \cos^2 \alpha_n dn db$$

multiplicando ambos miembros por  $z$

$$z dz dx = \cos^2 \alpha_n z dn db$$

siendo  $\cos \alpha_n = \frac{z}{d}$  y  $z \sin \alpha_n = d$ , resulta

$$z dz dx = \sin^2 \alpha_n d dn db$$

si

$$z = \int \sin \alpha_n$$

se satisface

$$\sin \alpha_n \int d \int dx = \sin \alpha_n d dn db$$

por lo tanto

$$\rho g \sin \alpha_n \int_{b_1}^{b_2} \int_{n_1}^{n_2} d dn db = \rho g \sin \alpha_n \int_{\beta_1}^{\beta_2} \int_{x_1}^{x_2} \int d \int dx$$

De aquí que con base en la figura (2.19), se tenga

$$\rho g \sin \alpha_n \int_{b_1}^{b_2} \int_{n_1}^{n_2} d dn db = \rho g \sin \alpha_n \int_{\beta_1}^{\beta_2} \int_{x_1}^{x_2} d \int dx$$

$$\rho g \sin \alpha_n \int_{b_1}^{b_2} \int_{n_1}^{n_2} d dn db = \rho g \sin \alpha_n \int_{\beta_1}^{\beta_2} \sigma \int d \int$$

de la misma figura 2.19, tomando en cuenta que el eje  $\eta$  tiene su origen fijo en el fondo del canal, mientras que el origen del eje  $\int$  se encuentra ubicado a la profundidad en donde se desea evaluar la presión (en otras palabras se puede decir que el valor de  $\int$  coincide con el de  $d$ ); se tiene:

$$\int = (d_0 - \eta), \quad d \int = d \eta$$

por lo tanto resulta

$$\rho g \sin \alpha_n \int_{b_1}^{b_2} \int_{n_1}^{n_2} d dn db = \rho g \sin \alpha_n \int_0^{d_0} \sigma (d_0 - \eta) d \eta = I_1 \quad (2.146)$$

El valor de  $I_1$  dependerá naturalmente de la forma de la sección transversal del canal.

Por otra parte tomando en cuenta el segundo término, del segundo miembro, de la ecuación (2.145) y asignando

$$C_m = \frac{(m+1)^2 (r_{n2} - r_{n1})^2}{(r_{n2}^{m+1} - r_{n1}^{m+1})^2 m}$$

resulta, siendo  $dn = dr$ , que

$$\int_{b_1}^{b_2} \rho C_m \frac{u^2}{2g} \int_{n_1}^{n_2} (r_n^{2m} - r_{n2}^{2m}) dn db = \rho \frac{u^2}{2} \int_{b_1}^{b_2} C_m \left[ \frac{r_{n2}^{2m+1} - r_{n1}^{2m+1}}{2m+1} - r_{n2}^{2m} (r_{n2} - r_{n1}) \right] db \quad (2.147)$$

En rigor  $r_{n2}$  y  $r_{n1}$  son funcionalmente dependientes de  $b$  (ver lámina 2.20); estas funciones son diferentes dependiendo del tipo de geometría de la sección transversal.

Para fines prácticos, dada la poca variación que comúnmente existe en la dirección binormal del radio, se puede considerar  $r_{n1}$  y  $r_{n2}$  independientes de  $b$ , para lo cual se consideran tanto  $r_{n1}$  como  $r_{n2}$  constantes con un valor promedio de sus correspondientes funciones. Adoptando este criterio la ecuación (2.47) se puede escribir como:

$$\int_{b_1}^{b_2} \rho C_m \frac{u^2}{2g} \int_{n_1}^{n_2} (r_n^{2m} - r_{n2}^{2m}) dn db = \rho \frac{u^2}{2} C_m \left[ \frac{r_{n2}^{2m+1} - r_{n1}^{2m+1}}{2m+1} - r_{n2}^{2m} (r_{n2} - r_{n1}) \right] \int_{b_1}^{b_2} db$$

Para evaluar la integral  $\int_{b_1}^{b_2} db$  resulta adecuado tomar en cuenta que

$$\int_{r_{n1}}^{r_{n2}} \int_{b_1}^{b_2} db dr = A$$

$$\int_{b_1}^{b_2} (r_{n2} - r_{n1}) db = A$$

y aceptando la independencia de  $(r_{n2} - r_{n1})$  con respecto a  $b$

$$\int_{b_1}^{b_2} db = \frac{A}{(r_{n2} - r_{n1})} \quad (2.148)$$

sustituyendo en (2.147), se obtiene

$$\int_{b_1}^{b_2} \rho C_m \frac{u^2}{2g} \int_{n_1}^{n_2} (r_n^{2m} - r_{n2}^{2m}) dn db = C_m \left[ \frac{r_{n2}^{2m+1} - r_{n1}^{2m+1}}{(r_{n2} - r_{n1})(2m+1)} - r_{n2}^{2m} \right] \rho \frac{u^2}{2} A$$

Sumando ésta con la (2.146) se obtiene

$$\int_{n_1}^{n_2} \int_{b_1}^{b_2} \rho db dn = \rho g \operatorname{sen} \alpha s \int_0^d \sigma (d-\eta) d\eta \pm C_m \left[ \frac{r_{n2}^{2m+1} - r_{n1}^{2m+1}}{(r_{n2} - r_{n1})(2m+1)} - r_{n2}^{2m} \right] \rho \frac{u^2}{2} A$$

de aquí que el término de creación o destrucción de cantidad de movimiento debido a la presión resulte ser igual a:

$$\int_{t_1}^{t_2} \int_{s_1}^{s_2} \int_{n_1}^{n_2} \int_{b_1}^{b_2} D_p [\rho v_s] db dn ds dt = - \int_{t_1}^{t_2} [(I_1 \pm \rho C_M u^2 A)_{s_2} - (I_1 \pm \rho C_M u^2 A)_{s_1}] dt \quad (2.149)$$

En donde, tomando en cuenta que  $r_{n2} = r_{n'}$  y  $r_{n1} = r_{n0}$ ,  $C_M$  es igual a:

$$C_M = \frac{(m+1)^2 (r_{n'} - r_{n0})^2}{(r_{n'}^{m+1} - r_{n0}^{m+1})^2} \left[ \frac{r_{n'}^{2m+1} - r_{n0}^{2m+1}}{(r_{n'} - r_{n0})(2m+1)} - r_{n'}^{2m} \right]$$

**b). Fuerza de gravedad.** La creación de cantidad de movimiento por efecto de las fuerzas gravitatorias en la dirección  $s$ , está dada por:

$$D_g [\rho v_s] = \rho g_s$$

donde  $g_s$  es la componente del vector de aceleración gravitatoria en la dirección del flujo (lámina 2.21), por lo tanto se tiene que:

$$\int_{t_1}^{t_2} \int_{s_1}^{s_2} \int_{n_1}^{n_2} \int_{b_1}^{b_2} D_g [\rho v_s] db dn ds dt = \int_{t_1}^{t_2} \int_{s_1}^{s_2} \int_{n_1}^{n_2} \int_{b_1}^{b_2} \rho g_s db dn ds dt$$

Considerando como hipótesis simplificatoria, que la componente de la aceleración de la gravedad  $g_s$  es constante entre los límites de integración en  $n$  y  $b$ , y siendo el fluido incompresible, se tendrá:

$$\int_{t_1}^{t_2} \int_{s_1}^{s_2} \int_{n_1}^{n_2} \int_{b_1}^{b_2} D_g [\rho v_s] db dn ds dt = \rho g_s \int_{t_1}^{t_2} \int_{s_1}^{s_2} \int_{n_1}^{n_2} \int_{b_1}^{b_2} db dn ds dt \quad (2.150)$$

Si adicionalmente se toma en cuenta que

$$\int_{n_1}^{n_2} \int_{b_1}^{b_2} db dn = A$$

Donde  $A$  es el área hidráulica, entonces la ecuación (2.150) se reescribe en la forma:

$$\int_{t_1}^{t_2} \int_{s_1}^{s_2} \int_{n_1}^{n_2} \int_{b_1}^{b_2} D_g [\rho v_s] db dn ds dt = \rho \int_{t_1}^{t_2} \int_{s_1}^{s_2} g_s A ds dt \quad (2.151)$$

La componente del vector de aceleración gravitatoria está dada por  $g_s = g \sin \alpha_n$  (ver lámina 2.20), de donde al sustituir esta expresión en (2.151) se obtiene:

$$\int_{t_1}^{t_2} \int_{s_1}^{s_2} \int_{n_1}^{n_2} \int_{b_1}^{b_2} D_g [\rho v_s] db dn ds dt = \rho g \int_{t_1}^{t_2} \int_{s_1}^{s_2} \sin \alpha_n A ds dt \quad (2.152)$$

**c). Esfuerzo cortante (fricción).** En un flujo uniforme a superficie libre, el escurrimiento se debe a la acción de la gravedad. La fuerza que propicia este escurrimiento es la componente del peso del líquido, contenido en el volumen de control considerado, en la dirección del movimiento. Esta fuerza

es contrarrestada por la fuerza de fricción generada por el esfuerzo cortante entre el líquido y las fronteras sólidas.

De la figura (2.22), se concluye que;

$$W = \gamma_o \text{ Vol.}$$

$$W_n = \gamma_o \text{ Vol. sen } \alpha_n = \gamma_o A \Delta s \text{ sen } \alpha_n$$

y la fuerza que la contrarresta, que es igual y de sentido contrario, vale

$$f_f = \tau_o P \Delta s$$

por lo tanto, se cumple

$$\gamma_o A \Delta s \text{ sen } \alpha_n = \tau_o P \Delta s \quad (2.153)$$

de donde

$$\tau_o = \gamma_o \frac{A}{P} \text{ sen } \alpha_n$$

y siendo  $A/P$  igual al radio hidráulico  $R_H$

$$\tau_o = \gamma_o R_H \text{ sen } \alpha_n \quad (2.154)$$

El escurrimiento en un canal es por lo general turbulento. Recordando [Daily W., J. y Harleman F., R., 1981] que para este tipo de flujo de acuerdo con Prandtl, se satisface;

$$\tau_t = \rho l^2 \left( \frac{du}{d\eta} \right)^2$$

y aceptando por simplificación que  $\tau_o = \tau_t$ , resulta

$$\gamma_o R_H \text{ sen } \alpha_n = \rho l^2 \left( \frac{du}{d\eta} \right)^2$$

de aquí que

$$\frac{du}{d\eta} = \sqrt{\frac{\gamma_o R_H \text{ sen } \alpha_n}{\rho l^2}} \quad (2.155)$$

Para zonas ubicadas cerca del fondo y canales muy anchos, se puede suponer  $l = k \eta$  y  $R_H = (d_o - \eta)$ , de donde (2.155) se expresa como:

$$\frac{du}{d\eta} = \sqrt{\frac{\gamma_o \text{ sen } \alpha_n}{\rho \cdot 16h} \frac{(d_o - \eta)^{1/2}}{\eta}}$$

Considerando velocidad nula sobre la rugosidad media de fondo ( $\eta = \epsilon$ ) y velocidad media en la superficie ( $\eta = d_o$ ); después de integrar, esta última ecuación, entre los límites  $\epsilon$  y  $d_o$  se obtiene:

$$u = \left( \frac{\gamma_o \text{ sen } \alpha_n}{\rho k^2} \right)^{1/2} [2\sqrt{d_o - \epsilon} + \sqrt{d_o} \text{ Ln} \left| \frac{-\epsilon}{2d + 2\sqrt{d_o - \epsilon} \sqrt{d_o}} \right|]$$

Si  $\epsilon \ll d_0$

$$u = \left( \frac{\gamma_0 \text{sen } \alpha_n}{\rho k^2} \right)^{1/2} [2\sqrt{d_0} + \sqrt{d_0} \text{Ln}(-\frac{\epsilon}{4d})]$$

$$u = \left( \frac{\gamma_0 d_0 \text{sen } \alpha_n}{\rho k^2} \right)^{1/2} [2 + \text{Ln}(-\frac{\epsilon}{4d})]$$

Elevando al cuadrado y adoptando  $R_{Hf} = d_0$ , resulta

$$k_0 \rho u^2 = \tau_0 \quad (2.156)$$

en donde:

$\tau_0$  es el esfuerzo cortante de fondo y  $k_0$  es una función de  $\epsilon$  y  $R_{Hf}$ , o sea  $k_0 = k_0(\epsilon, R_{Hf})$

De aquí, en cierta manera, queda claro que el esfuerzo cortante de fondo es proporcional a la velocidad media al cuadrado. Una relación de este tipo fue propuesta por Chezy [Chow, 1982], de quien se tiene la siguiente relación que ha sido la base para prácticamente todas las formulas de fricción a flujo uniforme:

$$u = C \sqrt{RH \text{sr}}$$

en donde

$C$  = coeficiente que depende primordialmente del tipo de material y del número de Reynolds

$\text{sr}$  = pendiente de fricción

Sustituyendo (2.156) en (2.153), resulta;

$$\gamma_0 A \text{sen } \alpha_n = k_0 \rho u^2 P$$

$$\gamma_0 \text{sen } \alpha_n = K_0 \rho u^2 / RH \quad (2.157)$$

La cual corresponde a la fuerza por unidad de volumen en la dirección  $s$ , generada por el efecto de fricción.

De esta manera se puede indicar que la creación de cantidad de movimiento por efecto de las fuerzas de fricción en la dirección  $s$ , esta dado por:

$$D_f [\rho v_s] = \rho g \text{sen } \alpha_n$$

En esta ecuación  $\alpha_n$  corresponde al ángulo de la pendiente de fricción, por lo tanto resulta conveniente expresarlo como  $\alpha_f$ , en el entendido que se cumple una relación del tipo  $\text{sen } \alpha_f = K_{0f} / R_{Hf}$  la cual es válida para un flujo uniforme. De aquí, la relación anterior resulta ser igual a:

$$D_f [\rho v_s] = \rho g \text{sen } \alpha_f$$

Por lo tanto se tiene que:

$$\int_{t_1}^{t_2} \int_{s_1}^{s_2} \int_{n_1}^{n_2} \int_{b_1}^{b_2} D_f [\rho v_s] \, db \, dn \, ds \, dt = -\rho g \int_{t_1}^{t_2} \int_{s_1}^{s_2} \text{sen } \alpha_f A \, ds \, dt \quad (2.158)$$

Las tres formas de creación o destrucción de cantidad de movimiento debido a la acción de las tres fuerzas descritas en los incisos anteriores, son las que comúnmente se consideran como las más significativas y relevantes en los problemas de interés práctico. Sin embargo, no se debe perder de vista la existencia de otras fuerzas que podrían llegar a tener cierta importancia en algunos problemas particulares. Entre éstas se puede mencionar, por ejemplo, la fuerza de Coriolis que es producto de la rotación de la tierra y que tiene importancia en los flujos llamados geofísicos, los cuales cubren grandes áreas, tales como mares, océanos y grandes lagos entre otros [Aparicio M., F., 1988].

En este trabajo, únicamente se tomaran en cuenta las fuerzas descritas anteriormente. Así, de la sustitución de las relaciones (2.149), (2.152) y (2.158) en la (2.141); se obtiene la ecuación de cantidad de movimiento en su versión integral:

$$\begin{aligned} & \rho \int_{t_1}^{t_2} [(Cr u^2 A)_{s_2} - (Cr u^2 A)_{s_1}] dt + \int_{s_1}^{s_2} [(\rho Au)_{t_2} - (\rho Au)_{t_1}] ds = \\ & = - \int_{t_1}^{t_2} [(I_1 \pm \rho C_M u^2 A)_{s_2} - (I_1 \pm \rho C_M u^2 A)_{s_1}] dt + \\ & + \rho g \int_{t_1}^{t_2} \int_{s_1}^{s_2} A (\text{sen } \alpha_n - \text{sen } \alpha_r) ds dt \end{aligned} \quad (2.159)$$

y por lo tanto la versión diferencial resulta ser:

(2.160)

$$\frac{\partial}{\partial s} [ \rho (Cr \pm C_M) A u^2 + I_1 ] + \rho \frac{\partial (Au)}{\partial t} = \rho g A (\text{sen } \alpha_n - \text{sen } \alpha_r)$$

Es importante hacer notar que cuando el exponente  $m$  es igual con cero (lo cual implica que  $v_s$  permanezca constante en la dirección  $n$ ) y los ángulos  $\alpha_n$  y  $\alpha_r$  son pequeños (de tal manera que el  $\text{sen } \alpha_n$  es prácticamente igual que la pendiente de plantilla del canal  $s_0$  y  $\text{sen } \alpha_r$  es muy semejante a la pendiente de fricción  $sr$ ) las ecuaciones (2.159) y (2.160) se reducen a las versiones tradicionales de la ecuación unidimensional de cantidad de movimiento, válidas para representar el flujo en un canal en el cual no existe curvatura. Este aspecto se aclara al realizar las operaciones algebraicas correspondientes obteniéndose  $Cr = 1$  y  $C_M = 0$ ; de donde las ecuaciones resultantes se expresan en la forma siguiente:

versión integral

(2.161)

$$\begin{aligned} & \rho \int_{t_1}^{t_2} [(u^2 A)_{s_2} - (u^2 A)_{s_1}] dt + \int_{s_1}^{s_2} [(\rho Au)_{t_2} - (\rho Au)_{t_1}] ds = \\ & = - \int_{t_1}^{t_2} [(I_1)_{s_2} - (I_1)_{s_1}] dt + \rho g \int_{t_1}^{t_2} \int_{s_1}^{s_2} A (s_0 - sr) ds dt \end{aligned}$$

versión diferencial

$$\frac{\partial}{\partial s} (\rho A u^2 + I_1) + \rho \frac{\partial (Au)}{\partial t} = \rho g A (s_0 - sr) \quad (2.162)$$

#### 2.4.4 Versiones conservativas y no conservativas de las ecuaciones fundamentales

Para la resolución de diversos problemas referentes a la hidráulica de canales, resulta apropiado, dada la continuidad matemática de las variables hidráulicas que intervienen en los mismos, expresar las ecuaciones de conservación de masa y de cantidad de movimiento en sus versiones conservativa y no conservativa. Esta clasificación se aclara y comprende adecuadamente mediante el proceso deductivo de las expresiones correspondientes para cada una de las versiones indicadas.

##### 2.4.4.1 Versiones conservativas

Las ecuaciones conservativas tienen la propiedad de ser aplicables a cualquier región de flujo en la cual existan inclusive discontinuidades de algunas de las variables hidráulicas, como por ejemplo, en el caso de regiones en donde se presentan saltos hidráulicos u ondas de Mach, fenómenos en que tanto el área hidráulica como la velocidad presentan discontinuidades locales. Es importante hacer notar que en estos casos la sumatoria

$$\rho (C_r + C_M) A u^2 + I_1$$

es continua y diferenciable en toda la región de flujo considerada, mientras que cada uno de sus términos en forma independiente son discontinuos y por tanto no diferenciables; de aquí que no sea válido desarrollar las derivadas parciales con respecto al espacio o sea respecto a  $s$  cuando se estudia este tipo de fenómenos.

Con base a lo anterior se comprende porqué las ecuaciones conservativas en su presentación diferencial incluyen en un solo término diferencial a dicha sumatoria.

##### a). Ecuación de conservación de masa

Dividiendo las relaciones (2.125) y (2.126) entre  $\rho$  resulta:

*Forma Integral*

$$\int_{t_1}^{t_2} [Q_{s2} - Q_{s1}] dt + \int_{s_1}^{s_2} [A_{t_2} - A_{t_1}] ds = \int_{t_1}^{t_2} \int_{s_1}^{s_2} qI(s, t) ds dt \quad (2.163)$$

*Forma Diferencial*

$$\frac{\partial Q}{\partial s} + \frac{\partial A}{\partial t} = qI(s, t) \quad (2.164)$$

##### b). Ecuación de conservación de la cantidad de movimiento

Para este caso se toma en cuenta que:

$$I_1 = \rho g \operatorname{sen} \alpha_s \int_0^{d_0} \sigma (d_0 - \eta) d\eta = \rho g \operatorname{sen} \alpha_s \int_0^{d_0} \eta dA = \rho g \operatorname{sen} \alpha_s A \bar{\eta} \quad (2.165)$$

en donde  $\bar{\eta}$  es igual a la profundidad al centro de gravedad medida a partir

de la superficie libre sobre el eje  $s$ ; o sea, perpendicularmente a la plantilla del canal (ver lámina 2.19).

Sustituyendo (2.165) en (2.159) y (2.160), se obtiene:

*Forma Integral*

$$\begin{aligned} & \int_{t_1}^{t_2} [(C_1 Q^2/A)_{s_2} - (C_1 Q^2/A)_{s_1}] dt + \int_{s_1}^{s_2} (Q_{t_2} - Q_{t_1}) ds = \\ & = - \int_{t_1}^{t_2} [(g \operatorname{sen} \alpha_s \bar{A}_s + C_M Q^2/A)_{s_2} - (g \operatorname{sen} \alpha_s \bar{A}_s + C_M Q^2/A)_{s_1}] dt + \\ & + g \int_{t_1}^{t_2} \int_{s_1}^{s_2} A (\operatorname{sen} \alpha_n - \operatorname{sen} \alpha_r) ds dt \end{aligned} \quad (2.166)$$

*Forma Diferencial*

$$\frac{\partial}{\partial s} [(C_1 + C_M) Q^2/A + g \operatorname{sen} \alpha_s \bar{A}_s] + \frac{\partial Q}{\partial t} = gA (\operatorname{sen} \alpha_n - \operatorname{sen} \alpha_r) \quad (2.167)$$

Para el caso particular en que se satisfacen las ecuaciones (2.161) y (2.162), tomando en cuenta que  $\operatorname{sen} \alpha_s = \cos \alpha_n \approx 1$ , se tiene:

*Forma Integral*

$$\begin{aligned} & \int_{t_1}^{t_2} [(Q^2/A)_{s_2} - (Q^2/A)_{s_1}] dt + \int_{s_1}^{s_2} (Q_{t_2} - Q_{t_1}) ds = \\ & = - g \int_{t_1}^{t_2} [(\bar{A}_s)_{s_2} - (\bar{A}_s)_{s_1}] dt + g \int_{t_1}^{t_2} \int_{s_1}^{s_2} A (s_o - s_r) ds dt \end{aligned} \quad (2.168)$$

*Forma Diferencial*

$$\frac{\partial}{\partial s} (Q^2/A + g \bar{A}_s) + \frac{\partial Q}{\partial t} = gA (s_o - s_r) \quad (2.169)$$

Nótese que en estas ecuaciones se ha tomado en cuenta la relación  $Q = A u$ .

#### 2.4.4.2 Versiones no conservativas

Las ecuaciones no conservativas, a diferencia de las conservativas, no pueden ser aplicables en regiones de flujo donde existen discontinuidades de alguna de las variables hidráulicas, o sea, no deben ser utilizadas para el estudio de fenómenos como el salto hidráulico u ondas de Mach en los cuales se presentan discontinuidades espaciales del área hidráulica.

Estas versiones incluyen únicamente las formas diferenciales.

##### a). Conservación de masa

Por la relación  $Q = A u$ , la ecuación (2.164) también se puede escribir como:

$$\frac{\partial (Au)}{\partial s} + \frac{\partial A}{\partial t} = ql(s, t)$$

Desarrollando las derivadas, se obtiene la expresión no conservativa

correspondiente, siendo ésta:

$$A \frac{\partial u}{\partial s} + u \frac{\partial A}{\partial s} + \frac{\partial A}{\partial t} = q l(s, t) \quad (2.170)$$

**b). Ecuación de conservación de la cantidad de movimiento**

Aplicando el teorema de Leibnitz para la derivación de una integral, se cumple:

$$\frac{\partial}{\partial s} \int_0^{d_0} \sigma (d_0 - \eta) d\eta = \int_0^{d_0} \frac{\partial}{\partial s} \{ (d(s) - \eta) \sigma (s, \eta) \} d\eta +$$

$$+ [ d(s) - d(s) ] \sigma (s, \eta) \frac{\partial d}{\partial s} - d(s) \sigma (s, \eta) \frac{\partial \sigma}{\partial s}$$

Suponiendo canal prismático  $\frac{\partial \sigma}{\partial s} = 0$ , la expresión anterior se reduce a:

$$\frac{\partial}{\partial s} \int_0^{d_0} \sigma (d_0 - \eta) d\eta = \frac{\partial d}{\partial s} \int_0^{d_0} \sigma d\eta = A \frac{\partial d}{\partial s} \quad (2.171)$$

Si por otra parte

$$\frac{\partial I_1}{\partial s} = \frac{\partial \left[ \rho g \operatorname{sen} \alpha_s \int_0^{d_0} \sigma (d_0 - \eta) d\eta \right]}{\partial s}$$

Desarrollando las derivadas y tomando en cuenta las relaciones (2.165) y (2.171), se tiene que:

$$\frac{\partial I_1}{\partial s} = \rho g \operatorname{sen} \alpha_s A \frac{\partial d}{\partial s} + \rho g A \frac{\partial (\operatorname{sen} \alpha_s)}{\partial s} \quad (2.172)$$

Sustituyendo (2.172) en (2.160) y derivando, se obtiene la forma general diferencial no conservativa de la ecuación de cantidad de movimiento:

$$(Cr \pm C\kappa) A \frac{\partial u^2}{\partial s} + (Cr \pm C\kappa) u^2 \frac{\partial A}{\partial s} + Au^2 \frac{\partial}{\partial s} (Cr \pm C\kappa) + A \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial A}{\partial t} +$$

$$+ g \operatorname{sen} \alpha_s A \frac{\partial d}{\partial s} + g A \frac{\partial (\operatorname{sen} \alpha_s)}{\partial s} = gA (\operatorname{sen} \alpha_n - \operatorname{sen} \alpha_f) \quad (2.173)$$

Para el caso particular en que se satisface la ecuación (2.162), tomando en cuenta que  $\operatorname{sen} \alpha_n = \cos \alpha_n \approx 1$  y constante, resulta:

$$\frac{\partial}{\partial s} ( A u^2 ) + \frac{\partial (Au)}{\partial t} + g A \frac{\partial d}{\partial s} = g A ( s_0 - s_f ) \quad (2.174)$$

o bien, siendo  $Q = A u$

$$\frac{\partial}{\partial s} ( Q^2 / A ) + \frac{\partial Q}{\partial t} + g A \frac{\partial d}{\partial s} = g A ( s_0 - s_f ) \quad (2.175)$$

### 2.4.5 Ecuaciones de Saint-Venant

Las ecuaciones [De Saint-Venant, B., 1871] son probablemente las más conocidas y comúnmente empleadas para el análisis del flujo transitorio en canales; corresponden al grupo de ecuaciones no conservativas y su deducción se puede obtener en la forma que se muestra a continuación:

Si en la ecuación (2.175) se sustituye

$$Q = A u$$

y se procede a desarrollar las derivadas, resulta:

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{A}{u} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial s} + \frac{\partial Q}{\partial s} - u \frac{\partial A}{\partial s} + g \frac{A}{u} \frac{\partial d}{\partial s} = g \frac{A}{u} (s_o - s_f) \quad (2.176)$$

De la ecuación de conservación de masa (2.164), se satisface:

$$\frac{\partial A}{\partial t} = ql(u, t) - \frac{\partial Q}{\partial s}$$

Por lo que al reemplazar en (2.176) se obtiene:

$$\frac{A}{u} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial s} - u \frac{\partial A}{\partial s} + g \frac{A}{u} \frac{\partial d}{\partial s} = g \frac{A}{u} (s_o - s_f) - ql(u, t) \quad (2.177)$$

Por otra parte, siendo

$$Q = A u$$

se cumple;

$$\frac{\partial Q}{\partial s} = u \frac{\partial A}{\partial s} + A \frac{\partial u}{\partial s}$$

de donde

$$u \frac{\partial A}{\partial s} = \frac{\partial Q}{\partial s} - A \frac{\partial u}{\partial s} \quad (2.178)$$

Al sustituir (2.178) en (2.177) y multiplicar la ecuación resultante por  $u/A$ , se obtiene:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial s} + g \frac{\partial d}{\partial s} = g (s_o - s_f) - \frac{u}{A} ql(u, t) \quad (2.179)$$

Esta ecuación conjuntamente con la (2.170) constituyen las llamadas ecuaciones de Saint-Venant.

### 2.4.6 Ecuaciones características

El método de las características es una de las herramientas matemáticas más comúnmente empleadas en la solución de sistemas de ecuaciones diferenciales parciales. Esta técnica consiste en transformar el sistema de ecuaciones diferenciales parciales en un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias, con lo que el problema de solución generalmente se simplifica a tal grado que en algunos casos particulares se puede obtener incluso la integración analítica del sistema. Para el caso en estudio se puede aplicar esta metodología a las ecuaciones no conservativas, lográndose transformar el par de ecuaciones diferenciales parciales a un sistema de cuatro ecuaciones diferenciales ordinarias [Abbott, M., 1975].

Desarrollando las derivadas de la ecuación (2.175), se obtiene:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + 2 \frac{Q}{A} \frac{\partial Q}{\partial s} - \frac{Q^2}{A^2} \frac{\partial A}{\partial s} + g A \frac{\partial d}{\partial s} = g A (s_o - s_f) \quad (2.180)$$

De la figura (2.23) se puede ver que

$$\frac{\partial d}{\partial s} = \frac{1}{B} \frac{\partial A}{\partial s}$$

y siendo  $u = Q/A$ , entonces la ecuación (2.180) se puede escribir en la forma siguiente:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + 2 u \frac{\partial Q}{\partial s} + (g \frac{A}{B} - u^2) \frac{\partial A}{\partial s} = g A (s_o - s_f) \quad (2.181)$$

Por otra parte, se puede demostrar que la celeridad  $c$  de una onda de pequeña amplitud es igual a:

$$c = (g \frac{A}{B})^{1/2} \quad (2.182)$$

De aquí que al sustituir (2.182) en (2.181) resulte:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + 2 u \frac{\partial Q}{\partial s} + (c^2 - u^2) \frac{\partial A}{\partial s} - g A (s_o - s_f) = 0 = L_1 \quad (2.183)$$

La ecuación (2.164) se puede escribir también en la forma:

$$\frac{\partial Q}{\partial s} + \frac{\partial A}{\partial t} - q_1(s, t) = 0 = L_2 \quad (2.184)$$

Proponiendo una relación lineal entre las ecuaciones (2.183) y la (2.184), de tal manera que se satisfaga la igualdad:

$$L_1 + \lambda L_2 = 0$$

en donde  $\lambda$  es el valor característico que produce la relación lineal.

Se obtiene:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + 2u \frac{\partial Q}{\partial s} + (c^2 - u^2) \frac{\partial A}{\partial s} - gA (s_o - s_f) + \lambda \left( \frac{\partial Q}{\partial s} + \frac{\partial A}{\partial t} - q_l \right) = 0$$

Factorizando términos de variables comunes y ordenando, resulta:

$$\left[ \frac{\partial Q}{\partial t} + (2u + \lambda) \frac{\partial Q}{\partial s} \right] + \lambda \left[ \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{(c^2 - u^2) \partial A}{\lambda \partial s} \right] - gA(s_o - s_f) - \lambda q_l = 0 \quad (2.185)$$

Si por definición de derivada total, para una variable cualquiera  $f=f(s,t)$ , se cumple;

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial s} \frac{ds}{dt} + \frac{\partial f}{\partial t} \quad (2.186)$$

se tienen por comparación, de los paréntesis rectangulares de la ecuación (2.185) con la ecuación (2.186), los siguientes resultados:

Del primer paréntesis

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{\partial Q}{\partial t} + (2u + \lambda) \frac{\partial Q}{\partial s} \quad (2.187)$$

válida si se cumple

$$\frac{ds}{dt} = 2u + \lambda \quad (2.188)$$

Del segundo paréntesis

$$\frac{dA}{dt} = \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{(c^2 - u^2)}{\lambda} \frac{\partial A}{\partial s} \quad (2.189)$$

válida si se cumple la relación

$$\frac{ds}{dt} = \frac{(c^2 - u^2)}{\lambda} \quad (2.190)$$

Igualando (2.188) con (2.190), resulta

$$2u + \lambda = \frac{(c^2 - u^2)}{\lambda}$$

resolviendo para  $\lambda$

$$\lambda = -u + c \quad (2.191)$$

$$\lambda = -u - c \quad (2.192)$$

Sustituyendo (2.191) y (2.192) en (2.188), se obtienen las direcciones características positiva (+) y negativa (-):

De la sustitución de (2.191)

$$\frac{ds^+}{dt} = u + c \quad (2.193)$$

De la sustitución de (2.192)

$$\frac{ds^-}{dt} = u - c \quad (2.194)$$

Adicionalmente al sustituir (2.191) y (2.192) en (2.185), habiendo tomado en cuenta la definición de derivada total, resultan las ecuaciones siguientes:

$$\frac{dQ}{dt} - (u - c) \frac{dA}{dt} = gA (s_o - s_f) - (u - c) ql \quad (2.195)$$

la cual es válida con (2.193), o sea, a lo largo de la característica positiva.

$$\frac{dQ}{dt} - (u + c) \frac{dA}{dt} = gA (s_o - s_f) - (u + c) ql \quad (2.196)$$

la cual es válida con (2.194), o sea, a lo largo de la característica negativa.

Al sistema de ecuaciones (2.193) a (2.196) se les conoce como ecuaciones características y, tal como se puede apreciar, representa por medio de ecuaciones diferenciales ordinarias al sistema de ecuaciones diferenciales parciales formado por las ecuaciones (2.164) y (2.175).

Es interesante hacer notar que, si en (2.195) y (2.196) se sustituye  $Q = uA$ , se desarrollan las derivadas, se adopta sección rectangular  $B = b = \text{constante}$  y adicionalmente se considera  $ql=0$ ; resulta:

$$\frac{d}{dt} (u + 2c) = g (s_o - s_f) \quad (2.197)$$

$$\frac{d}{dt} (u - 2c) = g (s_o - s_f) \quad (2.198)$$

Estas ecuaciones conjuntamente con las ecuaciones (2.193) y (2.194), forman el clásico sistema de ecuaciones características que comúnmente se encuentra en la literatura básica.

### 2.4.7 Ecuaciones adimensionales para malla fija

En diversos casos, para lograr un análisis y comprensión adecuados de un fenómeno es conveniente adimensionalizar las ecuaciones que lo representan; con esta transformación generalmente aparece un conjunto de números adimensionales representativos por medio de los cuales se pueden identificar diversos aspectos del comportamiento físico del mismo. Por otra parte, en algunos casos resulta más conveniente solucionar las ecuaciones adimensionales ya que la interpretación de los resultados abarca un campo más amplio del comportamiento general del tipo de problemas que representan las ecuaciones originales. Una forma de adimensionalizar las ecuaciones no conservativas para flujo unidimensional a superficie libre es la que se indica a continuación [Liggett y Abbott, 1975]:

Si se adoptan las variables adimensionales siguientes;

$$Q^* = Q/Q_0, d^* = d/d_0, s^* = s/l_0, t^* = \frac{Q_0}{A_0 l_0} t, A^* = A/A_0 \text{ y} \\ q^* = ql/q_0 \quad (2.199)$$

en donde las variables con subíndice 0 corresponden a características hidráulicas conocidas para ciertas condiciones de flujo establecido; como por ejemplo, condiciones de flujo uniforme o de régimen crítico.

Usando estas variables adimensionales, se satisfacen las relaciones siguientes:

$$\frac{\partial}{\partial s} ( Q^2/A ) = \frac{Q_0^2}{A_0 l_0} \frac{\partial}{\partial s^*} ( Q^{*2} / A^* ) \quad (2.200)$$

$$\frac{\partial d}{\partial s} = \frac{d_0}{l_0} \frac{\partial d^*}{\partial s^*} \quad (2.201)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{Q_0}{A_0 l_0} \frac{\partial Q^*}{\partial t^*} \quad (2.202)$$

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \frac{Q_0}{l_0} \frac{\partial A^*}{\partial t^*} \quad (2.203)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial s} = \frac{Q_0}{l_0} \frac{\partial Q^*}{\partial s^*} \quad (2.204)$$

Adoptando la ecuación de Manning para evaluar  $S_f$

$$S_f = \frac{n^2 Q_0^2 Q^{*2}}{A_0^2 A^{*2} R_{H_0}^{4/3} R_H^{4/3}} = K \frac{Q^{*2}}{A^{*2} R_H^{4/3}} \quad (2.205)$$

en donde

$$K = \frac{n^2 Q_0^2}{A_0^2 R_{H_0}^{4/3}}$$

Sustituyendo las relaciones (2.199) a (2.205) en (2.164) y (2.175), se obtiene:

Ecuación de conservación de masa

$$\frac{\partial Q^*}{\partial s^*} + \frac{\partial A^*}{\partial t^*} = q_0 \frac{1_0}{Q_0} q^*(s, t) \quad (2.206)$$

Ecuación de conservación de la cantidad de movimiento

$$\frac{\partial}{\partial s^*} \left( Q^* \frac{Q^*}{A^*} \right) + \frac{\partial Q^*}{\partial t^*} + \frac{A^*}{F_{r0}^2} \frac{\partial d^*}{\partial s} = A^* \frac{1_0}{F_{r0}^2 d_0} \left( s_0 - K \frac{Q^{*2}}{A^{*2} R_H A^{*3}} \right) \quad (2.207)$$

en donde se ha asignado

$$F_{r0}^2 = \frac{Q_0^2}{A_0^2 g d_0} \quad (2.208)$$

#### 2.4.8 Ecuaciones transformadas para malla adaptiva

Generalmente las ecuaciones diferenciales parciales que representan el flujo unidimensional a superficie libre no pueden ser solucionadas analíticamente, por lo que es necesario recurrir a soluciones numéricas basadas en técnicas discretas de solución, como son los métodos en diferencias finitas y elemento finito.

Para simular el flujo transitorio a superficie libre con fronteras móviles, normalmente se emplean esquemas discretos de solución numérica cuya malla se incrementa a través del tiempo; este incremento es debido al propio crecimiento o decrecimiento de la región de flujo que representa. De aquí que desde el punto de vista computacional, a medida que se avanza en la solución sea necesario utilizar también mayores tiempos de cómputo.

Para simplificar este problema resulta adecuado el uso de una transformación adimensional de la coordenada espacial [Aldama R., A. y Martínez A., P., 1989], que hace posible el empleo de una malla adaptiva, es decir una malla que se adapta a la región de flujo, sin importar que se deforme dicha región debido a las fronteras móviles [en la lámina 2.24 se presenta una comparación gráfica que muestra las características de adaptación de una malla normal y otra adaptiva a una región de flujo que crece y decrece a través del tiempo]. Partiendo de esta idea, a continuación se desarrollan las ecuaciones de conservación transformadas para malla adaptiva.

Para este caso conviene definir dos nuevas variables:

$$\tau = t \quad (2.209)$$

$$\xi = \frac{s}{sf} - \frac{sr}{sr} \quad (2.210)$$

en donde

$sf$  = posición del frente de avance  
 $sr$  = posición de la retaguardia

La idea es transformar las ecuaciones fundamentales (2.183) y (2.175) con estas nuevas variables. En particular, la variable  $\xi$  permitirá tener un dominio que permanece con una magnitud unitaria independiente del proceso de expansión o reducción de la región de flujo originada por el desplazamiento de sus fronteras  $sf$  y  $sr$ .

De acuerdo con esta idea las derivadas espaciales y temporales de las ecuaciones de conservación de masa y cantidad de movimiento se pueden expresar de la siguiente forma:

$$\frac{\partial Q}{\partial s} = \frac{\partial Q}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial s} = \frac{1}{sf - sr} \frac{\partial Q}{\partial \xi} \quad (2.211)$$

$$\frac{\partial A}{\partial s} = \frac{1}{sf - sr} \frac{\partial A}{\partial \xi} \quad (2.212)$$

Por otra parte

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \left( \frac{\partial A}{\partial t} \right)_s = \frac{\partial A}{\partial \tau} + \frac{\partial A}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial t}$$

en donde

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{s - sr}{sf - sr} \right) = - \frac{s - sr}{(sf - sr)^2} \frac{dsf}{dt} + \left[ \frac{s - sr}{(sf - sr)^2} - \frac{1}{sf - sr} \right] \frac{dsr}{dt}$$

tomando en cuenta (2.210) y asignando

$$v = - \frac{\xi}{(sf - sr)} \frac{dsf}{dt} + \left[ \frac{\xi}{sf - sr} - \frac{1}{sf - sr} \right] \frac{dsr}{dt} \quad (2.212a)$$

resulta

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \left( \frac{\partial A}{\partial t} \right)_s = \frac{\partial A}{\partial \tau} + v \frac{\partial A}{\partial \xi} \quad (2.213)$$

Similarmente

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{\partial Q}{\partial \tau} + v \frac{\partial Q}{\partial \xi} \quad (2.214)$$

Sustituyendo (2.211) y (2.213) en (2.184), se obtiene la ecuación de conservación de masa transformada:

$$\frac{\partial A}{\partial \tau} + v \frac{\partial A}{\partial \xi} + \frac{1}{sf - sr} \frac{\partial Q}{\partial \xi} = q1 \quad (2.215)$$

Sustituyendo (2.211), (2.212) y (2.214) en (2.183); tomando en cuenta que

$$\xi = \frac{s - sr}{sf - sr}$$

y operando algebraicamente, se obtiene la ecuación de conservación de cantidad de movimiento transformada:

$$\frac{\partial Q}{\partial \tau} + \left( v + \frac{2u}{sf - sr} \right) \frac{\partial Q}{\partial \xi} + \frac{c^2 - u^2}{sf - sr} \frac{\partial A}{\partial \xi} = g A (s_o - sr) \quad (2.216)$$

En estas ecuaciones, la longitud del perfil de flujo, en el plano transformado adimensional, permanece constante. La distancia adimensional  $\xi$  esta siempre comprendida entre cero y uno, o sea, tiene una longitud máxima dimensional unitaria.

#### 2.4.9 Ecuaciones adimensionales para malla adaptiva

Para este caso se introducen las variables adimensionales

$$Q^* = \frac{Q}{Q_o}, \quad A^* = \frac{A}{A_o}, \quad q^* = \frac{q1}{q_o} \quad \text{y} \quad \tau^* = \frac{Q_o}{A_o l_o} \tau$$

De aquí que se satisfagan las relaciones siguientes:

$$\frac{\partial Q}{\partial \xi} = Q_o \frac{\partial Q^*}{\partial \xi} \quad (2.217)$$

$$\frac{\partial A}{\partial \xi} = A_o \frac{\partial A^*}{\partial \xi} \quad (2.218)$$

$$\frac{\partial A}{\partial \tau} = \frac{Q_o}{l_o} \frac{\partial A^*}{\partial \tau^*} \quad (2.219)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \tau} = \frac{Q_o^2}{A_o l_o} \frac{\partial Q^*}{\partial \tau^*} \quad (2.220)$$

$$\frac{dsf}{dt} = \frac{Q_o}{A_o l_o} \frac{dsf}{d\tau^*} \quad (2.221)$$

$$\frac{dsr}{dt} = \frac{Q_o}{A_o l_o} \frac{dsr}{d\tau^*} \quad (2.222)$$

Y al igual que en el inciso 1.4.7, se adopta:

$$sr = K \frac{Q^{*2}}{A^{*2} Rh^{*4/3}}$$

De aquí que al hacer las sustituciones correspondientes en (2.215) y (2.216) resulte que las ecuaciones adimensionales transformadas para malla adaptiva sean:

*Conservación de Masa*

$$\frac{\partial A^*}{\partial \tau^*} + \left[ -\frac{\xi}{sf - sr} \frac{dsf}{d\tau^*} + \frac{(\xi - 1)}{sf - sr} \frac{dsr}{d\tau^*} \right] \frac{\partial A^*}{\partial \xi} + \frac{\partial Q^*}{\partial \xi} = \frac{l_0}{Q_0} q_0 q^*(s, t) \quad (2.223)$$

*Conservación de Cantidad de Movimiento*

$$\frac{Q_0^2}{A_0} \frac{\partial Q^*}{\partial \tau^*} + \left[ \frac{Q_0}{A_0} \left( -\frac{\xi}{sf - sr} \frac{dsf}{d\tau^*} + \frac{(\xi - 1)}{sf - sr} \frac{dsr}{d\tau^*} \right) + \frac{2l_0 u_0 u^*}{sf - sr} \right] Q_0 \frac{\partial Q^*}{\partial \xi} + \frac{l_0}{sf - sr} (c_0^2 c_{\xi}^2 - u_0^2 u_{\xi}^2) A_0 \frac{\partial A^*}{\partial \xi} = g A_0 A^* l_0 \left( s_0 - K \frac{Q^{*2}}{A^{*2} Rh^{*4/3}} \right)$$

Tomando en cuenta que  $u_0 = Q_0/A_0$  y realizando las operaciones algebraicas adecuadas se obtiene finalmente:

$$\frac{\partial Q^*}{\partial \tau^*} + \left[ \left( -\frac{\xi}{sf - sr} \frac{dsf}{d\tau^*} + \frac{(\xi - 1)}{sf - sr} \frac{dsr}{d\tau^*} \right) + \frac{2 l_0 u^*}{sf - sr} \right] \frac{\partial Q^*}{\partial \xi} + \frac{(c_0^2 c_{\xi}^2 - u_0^2 u_{\xi}^2)}{sf - sr} \frac{l_0}{g Fr_0^2} \frac{\partial A^*}{\partial \xi} = \frac{sf - sr}{Fr_0^2} A_* \left( s_0 - K \frac{Q^{*2}}{A^{*2} Rh^{*4/3}} \right) \quad (2.224)$$

en donde

$$Fr_0^2 = \frac{Q_0^2}{A_0^2 g l_0}$$

#### 2.4.10 Ecuaciones características para malla adaptiva

Proponiendo una relación lineal entre las ecuaciones (2.215) y (2.216), de la misma forma que en el inciso 2.4.6, se obtiene:

$$\left[ \frac{\partial Q}{\partial \tau} + \left( v + \frac{2u}{sf - sr} + \frac{\lambda}{sf - sr} \right) \frac{\partial Q}{\partial \xi} \right] + \lambda \left[ \frac{\partial A}{\partial \tau} + \left( v + \frac{c^2 - u^2}{\lambda(sf - sr)} \right) \frac{\partial A}{\partial \xi} \right] = g A (s_0 - sr) + \lambda ql \quad (2.225)$$

De aquí que al analizar el contenido de los paréntesis rectangulares se cumplan las siguientes relaciones:

Del primer paréntesis;

$$\frac{dQ}{d\tau} = \frac{\partial Q}{\partial \tau} + \left( v + \frac{2u}{sf - sr} + \frac{\lambda}{sf - sr} \right) \frac{\partial Q}{\partial \xi} \quad (2.226)$$

válida si se satisface:

$$\frac{d\xi}{d\tau} = v + \frac{2u}{sf - sr} + \frac{\lambda}{sf - sr} \quad (2.227)$$

Del segundo paréntesis;

$$\frac{dA}{d\tau} = \frac{\partial A}{\partial \tau} + \left( v + \frac{c^2 - u^2}{\lambda(sf - sr)} \right) \frac{\partial A}{\partial \xi} \quad (2.228)$$

válida si se satisface:

$$\frac{d\xi}{d\tau} = v + \frac{c^2 - u^2}{\lambda(sf - sr)} \quad (2.229)$$

Igualando (2.227) con (2.229), resulta;

$$\lambda^2 + 2u\lambda - (c^2 - u^2) = 0 \quad (2.230)$$

resolviendo para  $\lambda$

$$\lambda = c - u \quad (2.231)$$

$$\lambda = -c - u \quad (2.232)$$

nótese que estos valores son exactamente los mismos que los obtenidos para el caso 2.4.6.

Sustituyendo (2.231) y (2.232) en (2.229), se obtienen las direcciones características positiva (+) y negativa (-);

$$\frac{d\xi^+}{d\tau} = v + \frac{(c + u)}{sf - sr} \quad (2.233)$$

$$\frac{d\xi^-}{d\tau} = v - \frac{(c - u)}{sf - sr} \quad (2.234)$$

Por otra parte al sustituir (2.233) y (2.234) en (2.225), habiendo tomado en cuenta la definición de derivada total, se obtienen exactamente las mismas ecuaciones indicadas con los números (2.195) y (2.196) pero con derivadas en  $\tau$  en vez de en  $t$ . De aquí se concluye que las únicas ecuaciones que cambian, comparativamente con lo visto en el inciso 2.4.6, son las correspondientes a las direcciones características, en este caso las expresiones (2.233) y (2.234), este resultado era de esperarse ya que la transformación se realiza en el espacio y no en el tiempo.

Es también interesante observar que cuando las posiciones  $sf$  y  $sr$  permanecen constantes, las ecuaciones (2.233) y (2.234) se simplifican obteniéndose las relaciones (2.193) y (2.194) respectivamente.

#### 2.4.10.1 Velocidad de crecimiento de la región de flujo

De las ecuaciones (2.233) y (2.234) se desprende una conclusión sumamente importante (se considera como una de las principales aportaciones de este trabajo):

*La velocidad con que se transmite la información dentro de una región de flujo depende de la velocidad con que la propia región de flujo crece o decrece, o sea, depende de su velocidad de expansión o contracción.*

Si se multiplica  $v$  (ecuación 2.212a) por  $-(sf - sr)$  se obtiene lo que en adelante se denominará como *velocidad de desplazamiento de las secciones transversales de la región de flujo con  $\xi$  constante ( $w_s$ )*

$$w_s = \xi \frac{dsf}{d\tau} + (1 - \xi) \frac{dsr}{d\tau}$$

La interpretación física de  $w_s$  se comprende al considerar que en cualquier instante la posición  $s$  de una sección en el dominio físico correspondiente a una  $\xi$  fija en el dominio adimensional, se puede expresar, de acuerdo con la relación (2.210), en función de la posición de las fronteras  $sf$  y  $sr$  como sigue

$$s = [sf(\tau) - sr(\tau)] \xi + sr(\tau)$$

al derivar esta relación parcialmente respecto a  $\tau$ , o sea, manteniendo fijo  $\xi$ , se obtiene

$$\left(\frac{\partial s}{\partial \tau}\right)_{\xi} = \frac{d(sf-sr)}{d\tau} \xi + \frac{dsr}{d\tau} \equiv w_s$$

Con este resultado se aclara el significado físico de la velocidad  $w_s$ .

Esta velocidad tiene una serie de características propias a través de las cuales se pueden obtener una serie de importantes conclusiones, como son:

a) En la frontera izquierda  $\xi=0$ , por lo que la velocidad de desplazamiento  $w_s$  de esa sección corresponde a la velocidad con que el frente de onda de la región de flujo superficial se mueve :

$$w_s = \frac{dsr}{dt}$$

b) En la frontera derecha  $\xi=1$ , por lo que la velocidad de desplazamiento  $w_s$  de esa sección corresponde a la velocidad con que la retaguardia de la región de flujo superficial se mueve :

$$w_s = \frac{dsf}{dt}$$

c) Respecto a el valor de la magnitud de la velocidad, se tiene:

Al multiplicar las ecuaciones (2.233) y (2.234) por la longitud de la región de flujo  $(sf - sr)$  y reemplazando  $v(sf - sr)$  por  $-w_s$ , se obtiene:

$$(sf - sr) \frac{d\xi^+}{dt} = -w_s + u + c$$

$$(sf - sr) \frac{d\xi^-}{dt} = -w_s + u - c$$

De aquí que si en ambas fronteras  $\xi = \text{cte.}$  ( $\xi = 0$  y  $\xi = 1$ ), o sea,  $\frac{d\xi}{dt} = 0$ , se cumplan las siguientes relaciones:

-Por la característica positiva  
 $w_s = u + c$

-Por la característica negativa  
 $w_s = u - c$

Si se considera que las fronteras se mueven con un frente en el cual  $c \rightarrow 0$ , resulta:

$$w_s = u$$

De este resultado en combinación con los presentados en los incisos a) y b), se concluye que bajo estas condiciones la velocidad con que se mueve el flujo en las fronteras es igual a la velocidad con que dichas fronteras se desplazan:

$$\frac{dsr}{dt} = u$$

y

$$\frac{dsf}{dt} = u$$

Como complemento a estos resultados en los subcapítulos 2.5.3 y 2.5.4 se obtienen las ecuaciones que definen la velocidad con que se mueven estas fronteras, bajo estas mismas condiciones, y en consecuencia la velocidad del flujo en las mismas.

d) Con el análisis realizado en los incisos anteriores (a, b y c) se ve la influencia que la velocidad de desplazamiento  $w_a$  tiene en la velocidad de propagación de la información a través de las direcciones características. Esta situación difícilmente se podría haber encontrado sin el empleo de la transformación adimensional de las ecuaciones fundamentales.

#### 2.4.11 Ecuaciones para flujo en estado permanente

Para estructurar el modelo de simulación numérica del riego intermitente, que se trata en el capítulo 3 de este trabajo, se establecen ciertas condiciones de frontera que requieren hacer referencia a diversos tipos de flujo en estado permanente y al tipo de régimen bajo el cual se presenta.

##### 2.4.11.1 Clasificación de flujos

Desde el punto de vista práctico, resulta adecuado establecer una clasificación de tipos de flujo [Chow T., V., 1982], tal que, con el auxilio de una serie de suposiciones simplificadoras, permita hacer una clasificación de las diferentes formas o estados en que se presenta el flujo a superficie libre en la realidad.

El flujo unidimensional a superficie libre puede ser clasificado con base en diferentes criterios. Tal vez, la clasificación más adecuada y con mayor aceptación de los especialistas en el tema, a la fecha, es la que se presenta, en forma simplificada, a continuación:

TIPO DE FLUJO	CRITERIO DE CLASIFICACION
PERMANENTE Y NO PERMANENTE	TIEMPO
UNIFORME Y VARIADO	ESPACIO
LAMINAR Y TURBULENTO	FUERZAS VISCOSAS
SUBCRITICO Y SUPERCRITICO	FUERZA DE GRAVEDAD

#### a). Flujo permanente

Las características hidráulicas (velocidad, tirante y gasto) en cualquier sección transversal del canal permanecen constantes para todo tiempo o durante un lapso especificado del mismo.

$$\frac{\partial u}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial Q}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial h}{\partial t} = 0$$

#### b). Flujo no permanente

Las características hidráulicas, en una sección transversal, varían de un instante a otro.

$$\frac{\partial u}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial Q}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial h}{\partial t} = 0$$

### c). Flujo uniforme

las características hidráulicas permanecen constantes a lo largo del canal. Este tipo de flujo se puede presentar en la práctica solamente en estado permanente.

$$\frac{\partial u}{\partial s} = 0, \quad \frac{\partial Q}{\partial s} = 0, \quad \frac{\partial h}{\partial s} = 0$$

### d). Flujo variado

La velocidad media y el tirante cambian a lo largo del canal.

$$\frac{\partial u}{\partial s} \neq 0, \quad \frac{\partial h}{\partial s} \neq 0$$

En este tipo de flujo existe una sub-clasificación.

	<u>permanente</u>	<u>no-permanente</u>	
Flujo variado {	gradualmente	$\partial Q / \partial s = 0$	$\partial Q / \partial s \neq 0$
	rápidamente	$\partial Q / \partial s = 0$	$\partial Q / \partial s \neq 0$
	espacialmente	$\partial Q / \partial s \neq 0$	$\partial Q / \partial s \neq 0$

La diferencia principal entre un flujo gradualmente variado y otro rápidamente variado; radica en que para el primer caso se presenta una variación gradual de los tirantes a lo largo del canal y en el segundo caso se presenta dicha variación bruscamente entre dos secciones consecutivas o en un tramo muy corto (caso típico de un salto hidráulico).

### e). Flujo laminar y turbulento

Con relación a la influencia de la viscosidad, el flujo puede ser laminar, de transición o turbulento. La influencia de la viscosidad se mide a través del número de Reynolds.

$$R_e = \frac{uR_h}{\nu}$$

En la práctica, se aceptan los siguientes rangos de clasificación:

flujo laminar  $R_e < 500 - 600$

flujo de transición  $500 < R_e < 2000$

flujo turbulento  $R_e > 2000$

El escurrimiento en canales generalmente se presenta en régimen turbulento y muy raras veces en forma laminar. Esto es debido principalmente a la baja viscosidad del agua. En lo que sigue de este trabajo se considerara que el flujo es siempre turbulento a menos que se especifique lo contrario.

#### f). Flujo subcrítico y supercrítico

Por lo que se refiere a la preponderancia de las fuerzas gravitatorias, existe también una clasificación, la cual queda definida por el número de Froude.

$$Fr = \frac{u}{\sqrt{gY}}$$

Clasificandose el flujo en:

$$\text{subcrítico} \quad Fr < 1$$

$$\text{crítico} \quad Fr = 1$$

$$\text{supercrítico} \quad Fr > 1$$

#### 2.4.11.2 Ecuaciones clásicas para estado permanente

Normalmente en la literatura clásica sobre hidráulica de canales [Chow, 1982] se desarrolla la deducción aislada de cada una de las ecuaciones que representan los diferentes tipos de flujo. Esta presentación puede dar la impresión de que cada uno de los tipos de flujo que representan no tienen una relación bien definida entre ellos. El objetivo de este inciso es presentar una deducción secuencial y ordenada de las ecuaciones que representan los diversos tipos de flujo permanente a superficie libre, de tal manera que el lector pueda identificar claramente la forma en que están relacionadas físicamente, lo cual le permitirá definir los tipos de problemas que podrá solucionar con cada una de ellas y en consecuencia sus ventajas y limitaciones.

##### 2.4.11.2.1 Flujo espacialmente variado

###### *Conservación de Masa*

La ecuación (2.164) para flujo permanente, se reduce a:

$$\frac{\partial Q}{\partial s} = qI(s) \quad (2.235)$$

###### *Conservación de la Cantidad de Movimiento*

Si en (2.179), se toma en cuenta que

$$u \frac{\partial u}{\partial s} = \frac{1}{2} \frac{\partial u^2}{\partial s}$$

entonces dicha ecuación se puede escribir también como:

$$\frac{1}{g} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{2g} \frac{\partial u^2}{\partial s} + \frac{\partial d}{\partial s} = (s_o - s_f) - \frac{u}{gA} q_l(s, t)$$

Adoptando flujo permanente y llamando *Energía Específica (E)* a

$$d + \frac{u^2}{2g}$$

se obtiene:

$$\frac{\partial E}{\partial s} = (s_o - s_f) - \frac{u}{gA} q_l(s) \quad (2.236)$$

Es importante hacer notar que el último término del segundo miembro es debido a la creación de masa por efecto de la aportación lateral de gasto  $q_l$ . Nótese que cuando  $q_l = 0$  la ecuación (2.236) resulta ser la conocida ecuación de la energía [Chow, V.T.; 1982]:

$$\frac{\partial E}{\partial s} = (s_o - s_f) \quad (2.237)$$

Por otra parte desarrollando el primer término de la ecuación (2.236), se tiene

$$\frac{\partial E}{\partial s} = \frac{u}{g} \frac{\partial u}{\partial s} + \frac{\partial d}{\partial s}$$

de donde, siendo  $u = Q/A$ :

$$\frac{\partial E}{\partial s} = \frac{u}{gA} \frac{\partial Q}{\partial s} - \frac{u}{gA^2} Q \frac{\partial A}{\partial s} + \frac{\partial d}{\partial s} \quad (2.238)$$

Tomando en cuenta que;

$$\frac{\partial A}{\partial s} = B \frac{\partial d}{\partial s}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial s} = q_l(s)$$

y

$$Q = u A$$

la ecuación (2.238) se puede expresar como:

$$\frac{\partial E}{\partial s} = \frac{u}{gA} q_l - \frac{u^2 B}{gA} \frac{\partial d}{\partial s} + \frac{\partial d}{\partial s} \quad (2.239)$$

Si el número de Froude se define como

$$Fr = \frac{u}{(gA/B)^{1/2}}$$

La ecuación (2.239) resulta ser

$$\frac{\partial}{\partial s} \left( \frac{u}{gA} ql + (1 - Fr^2) \frac{\partial d}{\partial s} \right) \quad (2.240)$$

Substituyendo (2.240) en (2.236), se obtiene:

$$(1 - Fr^2) \frac{\partial d}{\partial s} = (s_o - s_r) - \frac{2u}{gA} ql(s)$$

Despejando  $\frac{\partial d}{\partial s}$  y considerando que  $u = Q/A$ , se obtiene finalmente la conocida ecuación dinámica para flujo espacialmente variado:

$$\frac{\partial d}{\partial s} = \frac{(s_o - s_r) - \frac{2Q}{gA^2} ql(s)}{(1 - Fr^2)} \quad (2.241)$$

Esta ecuación es válida tanto para aportaciones positivas como negativas del gasto lateral  $ql$  [García V., N. H., 1989].

#### 2.4.11.2.2 Flujo gradualmente variado

En este tipo de flujo el gasto lateral  $ql$  es nulo; por lo tanto las ecuaciones (2.235) y (2.241) se reducen a:

*Ecuación de Conservación de Masa*

$$\frac{\partial Q}{\partial s} = 0 \quad (2.242)$$

*Ecuación de Conservación de la Cantidad de Movimiento (ecuación dinámica para flujo gradualmente variado)* [Chow, 1982]

$$\frac{\partial d}{\partial s} = \frac{(s_o - s_r)}{(1 - Fr^2)} \quad (2.243)$$

#### 2.4.11.2.3 Flujo uniforme

*Ecuación de Conservación de Masa*

Es válida la ecuación (2.242)

*Ecuación de Conservación de la Cantidad de Movimiento*

La ecuación (2.243) también puede expresarse en la forma:

$$(1 - Fr^2) \frac{\partial d}{\partial s} = s_o - s_r$$

Y siendo que para un flujo uniforme se cumple

$$\frac{\partial d}{\partial s} = 0$$

entonces la ecuación anterior se reduce a:

$$s_0 = s_f \quad (2.244)$$

la cual corresponde a la ecuación general para flujo uniforme.

#### 2.4.11.2.4 Flujo rápidamente variado (SALTO HIDRAULICO)

##### *Ecuación de conservación de Masa*

Son válidas las ecuaciones (2.235) o (2.242) dependiendo de si existe o no aportación lateral de gasto.

##### *Ecuación de Conservación de la Cantidad de Movimiento*

Considerando flujo permanente en la ecuación (2.169), se obtiene:

$$\frac{\partial}{\partial s} ( Q^2/A + g A \bar{y} ) = g A (s_0 - s_f) \quad (2.245)$$

A la sumatoria de los términos entre paréntesis se les conoce comúnmente como *Función Momentum (M)*, de tal manera que la ecuación (2.245), también puede expresarse en la forma:

$$\frac{\partial M}{\partial s} = g A (s_0 - s_f) \quad (2.246)$$

La cual corresponde a la ecuación dinámica para flujo rápidamente variado [Chow, 1982].

Es importante hacer notar, que cuando el canal es horizontal  $s_0 = 0$  y la fricción se pueda considerar despreciable  $s_f = 0$ , la ecuación (2.246) se reduce a:

$$\frac{\partial M}{\partial s} = 0$$

La cual al ser integrada entre dos secciones cualesquiera  $s_1$  a  $s_2$ , resulta igual con:

$$M_{s_1} = M_{s_2} \quad (2.247)$$

Que es prácticamente la ecuación más comúnmente empleada para el estudio del fenómeno conocido como *salto hidráulico*.

#### 2.4.11.2.5 Regimen crítico

Este es un estado del flujo que se presenta con energía específica mínima con respecto al tirante  $d$ , o sea, cuando se satisface la relación:

$$\frac{\partial E}{\partial d} = 0$$

Recordando que

$$E = d + \frac{u^2}{2g}$$

entonces se deberá cumplir;

$$\frac{\partial}{\partial d} \left( d + \frac{u^2}{2g} \right) = 1 + \frac{u}{g} \frac{\partial u}{\partial d} = 1 + \frac{Q}{gA} \frac{\partial(Q/A)}{\partial d}$$

$$\frac{\partial}{\partial d} \left( d + \frac{u^2}{2g} \right) = 1 + \frac{Q}{gA^2} \frac{\partial Q}{\partial d} - \frac{Q^2}{gA^3} \frac{\partial A}{\partial d}$$

con

$$\partial Q / \partial d = 0$$

y

$$\partial A / \partial s = B$$

resulta:

$$\frac{\partial E}{\partial d} = 1 - \frac{B Q^2}{g A^3} = 0$$

De aquí que se cumpla la relación;

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{A^3}{B} \tag{2.248}$$

la cual corresponde a la condición de régimen crítico [Chow, 1982].

Es importante indicar que esta condición está establecida para canales en los cuales no se tiene curvatura.

Otra observación de interés resulta al notar que, siendo

$$c^2 = g \frac{A}{B}$$

y

$$u^2 = \frac{Q^2}{A^2},$$

de la ecuación (2.248) se demuestra la igualdad;

$$c^2 = u^2 \tag{2.249}$$

la cual implica que en régimen crítico la velocidad y la celeridad de onda son iguales.

#### 2.4.11.2.6 Flujo sobre vertedores tipo cimacio

En la actualidad el estudio del flujo permanente sobre vertedores con un cierto grado de curvatura normalmente se realiza con auxilio de modelos matemáticos basados en la teoría de flujo con potencial [Sotelo A., G., 1979]. En este inciso se presentan las ecuaciones unidimensionales que describen este tipo de flujo; este tipo de representación unidimensional es una alternativa que simplifica la interpretación física del problema.

##### *Ecuación de Conservación de Masa*

Es aplicable la ecuación (2.242)

##### *Ecuación de Conservación de la Cantidad de Movimiento*

Adoptando flujo permanente en la ecuación (2.167), se obtiene:

$$\frac{\partial}{\partial s} \left[ (C_r \pm C_M) \frac{Q^2}{A} + g \cos \alpha_n A \bar{y} \right] = g A (\sin \alpha_n - \sin \alpha_f) \quad (2.250)$$

Esta ecuación es en general válida para el estudio de cualquier tipo de problema en canales con un cierto grado de curvatura. Sin embargo, con base en los criterios de diseño de las obras de excedencia tipo cimacio, resulta apropiado despreciar los efectos de fricción, de tal manera que la ecuación resultante sea:

$$\frac{\partial}{\partial s} \left[ (C_r - C_M) \frac{Q^2}{A} + g \cos \alpha_n A \bar{y} \right] = g A \sin \alpha_n \quad (2.251)$$

La cual al ser integrada entre los límites  $s_1$  y  $s_2$  se escribe en la forma:

$$\left[ (C_r - C_M) \frac{Q^2}{A} + g \cos \alpha_n A \bar{y} \right]_{s_1}^{s_2} = g \int_{s_1}^{s_2} A \sin \alpha_n \quad (2.252)$$

Resulta adecuado hacer notar que para los casos en que se desea estudiar flujos permanentes con curvatura en los cuales existe gasto lateral y efectos de fricción considerables, las ecuaciones aplicables son :

-Conservación de Masa Ecuación (2.235)

-Conservación de la Cantidad de Movimiento Ecuación (2.250)

#### 2.5 Ecuaciones transformadas aplicadas al riego intermitente

El flujo que se presenta durante el riego intermitente está constituido por una parte superficial y una subsuperficial. A continuación se presenta una breve descripción de las ecuaciones que lo representan:

- Las ecuaciones fundamentales que describen el fenómeno en su parte superficial, considerando flujo unidimensional, son las expresiones completas de Saint-Venant.

- Para representar el flujo subsuperficial lo más apropiado sería emplear un

modelo basado en la ecuación de conservación de masa y la ecuación de Darcy (ver subcapítulo 4.3), aplicables a medios porosos. Una ecuación resultante de combinar éstas y que puede ser útil es la de Richards [Richards, 1931] o alguna otra derivada de la misma. Desafortunadamente, para su aplicación práctica, estas ecuaciones requieren información relacionada con las características y estados de humedad del suelo cuya obtención exige el uso de equipos especiales.

- El problema se puede simplificar utilizando ecuaciones empíricas que tomen en cuenta el proceso de infiltración sin que se afecte considerablemente el comportamiento real del flujo. Una de las ecuaciones más apropiadas para tal fin es la de Kostiaikov-Lewis (ver subcapítulo 4.3). Esta característica simplificatoria permite que se pueda estudiar totalmente el problema superficial sin que sea necesario conocer el comportamiento del flujo subsuperficial.

- El sustituir las ecuaciones completas de Saint-Venant por sistemas simplificados implica aceptar una serie de hipótesis restrictivas que limitan ampliamente los rangos de aplicación de los modelos de simulación resultantes:

a) Los modelos de inercia-cero requieren que los efectos inerciales y las aceleraciones en la ecuación de cantidad de movimiento sean mínimos durante todo el proceso de riego [Strelkoff y Katapodes, 1977; Elliot, Walker y Skogerboe, 1982], lo cual es cuestionable cuando se tienen pendientes de plantilla y gastos de descarga considerablemente altos.

b) Otras limitaciones que se adicionan a las ya indicadas, en los modelos de inercia-cero, las tienen los modelos de onda cinemática en los cuales la ecuación de cantidad de movimiento se reduce a una relación de flujo normalizado, o sea, se supone que las áreas y velocidades del flujo se hallan relacionadas por alguna expresión derivada de la ecuación de Chezy, como la de Manning. Esta situación limita directamente los modelos a sistemas de riego con pendiente mayor que cero. Los modelos resultantes, como el propuesto por Walker y Humpherys en 1983, generalmente no consideran la influencia de la condición de frontera aguas abajo de la región de flujo y consecuentemente no se puede tener control sobre el tipo de régimen, subcrítico o supercrítico, que se presenta en la región de flujo.

c) Algunos modelos de balance de volumen están basados en la ecuación de conservación de masa complementada con una relación lineal de almacenamiento-descarga [Singh y Yu-Cheng He, 1988]; requieren la estimación de una serie de factores de peso que dependen de datos del comportamiento propio del fenómeno [Elliot y Walker, 1982], es decir, que en la realidad son modelos calibrados. Se aplican únicamente a los sistemas en que se han calibrado o en otros con características muy semejantes.

- La simulación del flujo transitorio unidimensional a superficie libre con una frontera móvil implica normalmente que la malla de cualquier esquema discreto de solución numérica se incrementa a través del tiempo. El fenómeno es ocasionado por efecto del propio crecimiento o decrecimiento de la región de flujo que representa. De aquí que, desde el punto de vista computacional, a medida que se avanza en la solución sea necesario utilizar mayor capacidad de memoria y, en consecuencia, también mayores tiempos de máquina. Para simplificar la problemática se ha propuesto [Aldama y Martínez, 1988] el uso de una transformación adimensional de la coordenada espacial, lo que permite emplear una malla que se adapta a la región de flujo sin importar que ésta

se deforme debido a la frontera móvil. Partiendo de esta idea, se pueden transformar las ecuaciones de Saint-Venant, de tal forma que el número de nudos en la coordenada espacial de la región discreta, en que se aplique un esquema en diferencias finitas, permanezca constante a través del tiempo, siendo por tanto independiente del crecimiento de la región de flujo. Al aplicar dicho criterio, resulta factible y adecuado simular el flujo intermitente con un modelo discreto basado en una versión transformada adimensionalmente de las ecuaciones de Saint-Venant.

### 2.5.1 Modelo completo

Las ecuaciones no conservativas para flujo unidimensional se pueden representar de la siguiente manera (ver expresiones 2.183 y 2.184 del subcapítulo 2.4.6) :

- Conservación de masa

$$\frac{\partial Q}{\partial s} + \frac{\partial A}{\partial t} = q_l(s, t) \quad (\text{de la 2.183})$$

- Conservación de la cantidad de movimiento

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + 2u \frac{\partial Q}{\partial s} + (c^2 - u^2) \frac{\partial A}{\partial s} = g A (s_o - s_r) \quad (\text{de la 2.184})$$

En la ecuación (2.183) el término  $q_l$  representa la sustracción de masa por efecto de la infiltración del flujo a través de la superficie del suelo. La infiltración se puede representar como la variación del volumen total infiltrado por unidad de longitud del conducto a través del tiempo (Elliot, Walker y Skogerboe, 1982):

$$q_l = - \frac{\partial Z}{\partial t} \quad (2.253)$$

Aquí  $Z$  puede ser evaluada con auxilio de alguna expresión diferencial basada en la ecuación de conservación de masa, aplicada a un volumen diferencial de suelo, o por una relación empírica como la ecuación de Kostiaikov-Lewis [Walker y Skogerboe, 1987]. En el presente trabajo se adoptó esta última cuya expresión es:

$$Z = k \tau_o^a + f_o \tau_o$$

Reemplazando (2.253) en (2.183) se obtiene:

$$\frac{\partial Q}{\partial s} + \frac{\partial A}{\partial t} = - \frac{\partial Z}{\partial t} \quad (2.254)$$

Utilizando los procedimientos descritos en el inciso 2.4.8 se obtienen las siguientes ecuaciones transformadas para malla adaptiva, que sustituyen a la (2.184) y (2.254):

- Conservación de masa

$$\frac{\partial A}{\partial \tau} + v \frac{\partial A}{\partial \xi} + \frac{1}{sf - sr} \frac{\partial Q}{\partial \xi} = - \left[ \frac{\partial Z}{\partial \tau} + v \frac{\partial Z}{\partial \xi} \right] \quad (2.255)$$

- Conservación de la cantidad de movimiento

$$\frac{\partial Q}{\partial \tau} + \left( v + \frac{2u}{sf - sr} \right) \frac{\partial Q}{\partial \xi} + \frac{c^2 - u^2}{sf - sr} \frac{\partial A}{\partial \xi} = g A (s_o - s_r) \quad (2.256)$$

Con el fin de tener una presentación más compacta, las relaciones (2.255) y (2.256) pueden ser expresadas también en la forma:

- Conservación de masa

$$\frac{\partial A}{\partial \tau} + v \frac{\partial A}{\partial \xi} + \gamma \frac{\partial Q}{\partial \xi} = - \frac{\partial Z}{\partial \tau} - v \frac{\partial Z}{\partial \xi} \quad (2.257)$$

- Conservación de la cantidad de movimiento

$$\frac{\partial Q}{\partial \tau} + \varphi \frac{\partial Q}{\partial \xi} + \psi \frac{\partial A}{\partial \xi} = g A (s_o - s_r) \quad (2.258)$$

donde para las ecuaciones 2.257 y 2.258 se tiene

$$v = - \frac{\xi}{sf - sr} \frac{dsf}{dt} + \frac{(\xi - 1)}{sf - sr} \frac{dsr}{dt}$$

$$\gamma = \frac{1}{sf - sr}$$

$$\varphi = v + \gamma 2 u$$

$$\psi = \gamma (c^2 - u^2)$$

$$u = Q/A$$

$$c = (g A/B)^{1/2}$$

Adoptando la ecuación de Manning para evaluar la pendiente de fricción  $s_r$ , sustituir dicha expresión en (2.258) y despejar Q se obtiene:

$$Q = \left( g s_o A - \frac{\partial Q}{\partial \tau} - \varphi \frac{\partial Q}{\partial \xi} - \psi \frac{\partial A}{\partial \xi} \right)^{1/2} \frac{A^{7/6}}{n g^{1/2} P^{2/3}} \quad (2.259)$$

La ecuación (2.257) y la (2.259) constituyen las ecuaciones que, en este trabajo, se adoptaron para simular el riego intermitente.

### 2.5.2 Modelo simplificado

Tal y como se mencionó al inicio del subcapítulo 2.5, el riego por gravedad puede ser simulado con modelos basados en versiones simplificadas de las ecuaciones de Saint-Venant. Con el fin de ilustrar una de estas alternativas, a continuación se presentan las ecuaciones que sirven de partida para la generación de los modelos de onda cinemática (modelos de flujo uniforme), que de acuerdo con Walker (1983) pueden ser utilizados para la simulación del riego intermitente.

- Conservación de masa

$$\frac{\partial Q}{\partial s} + \frac{\partial A}{\partial t} = - \frac{\partial Z}{\partial t} \quad (2.260)$$

- Conservación de cantidad de movimiento

$$s_0 = s_f \quad (2.261)$$

Si a estas ecuaciones se les aplica el criterio de malla adaptiva, se obtiene:

- Conservación de masa

$$\frac{\partial A}{\partial \tau} + v \frac{\partial A}{\partial \xi} + \gamma \frac{\partial Q}{\partial \xi} = - \frac{\partial Z}{\partial \tau} - v \frac{\partial Z}{\partial \xi} \quad (2.262)$$

- Conservación de cantidad de movimiento

$$s_0 = s_f \quad (2.263)$$

Siguiendo un procedimiento semejante al empleado para obtener la relación (2.259), resulta la relación:

$$Q = (g s_0 A)^{1/2} \frac{A^{7/6}}{n g^{1/2} p^{2/3}} \quad (2.264)$$

Las expresiones (2.262) y (2.264) constituyen las ecuaciones de un modelo de onda cinemática.

### 2.5.3 Velocidad del frente de avance

Una de las características más importantes que deben ser tomadas en cuenta, durante la simulación del proceso del riego por gravedad, es la velocidad con que la frontera derecha de la región de flujo se desplaza.

La representación físico-matemática de este proceso, se puede obtener a través de un balance de volumen, tal y como se muestra a continuación.

### 2.5.3.1 Relación espacial y temporal entre variables

Para realizar el análisis de conservación de masa en el frente de onda se debe tener sumo cuidado ya que A, Q y Z no son regulares en  $s = sf(t)$ . Esto es debido a que algunas derivadas respecto al espacio y al tiempo de estas variables son discontinuas en  $s = sf$  y  $s = sf + \Delta sf$  (ver lámina 2.25). Por lo anterior, expansiones en serie de Taylor alrededor de  $s = sf$  y  $s = sf + \Delta sf$  no pueden realizarse arbitrariamente en el espacio y el tiempo. Por las razones aquí indicadas, en la deducción que se presenta a continuación se ha tenido cuidado en evitar dichas discontinuidades.

Por desarrollo en series de Taylor, de acuerdo con la lámina 2.25, se cumplen las relaciones siguientes:

$$Q(sf, t + \Delta t) = Q(sf, t) + \left. \frac{\partial Q}{\partial t} \right|_{(sf, t)} \Delta t + O(\Delta t^2) + \dots \quad (2.265a)$$

$$Q(sf + \Delta sf, t + \Delta t) = Q(sf, t + \Delta t) + \left. \frac{\partial Q}{\partial s} \right|_{(sf, t + \Delta t)} \Delta sf + O(\Delta sf^2) + \dots \quad (2.265b)$$

Reemplazando (2.265a) en (2.265b) resulta

$$Q(sf + \Delta sf, t + \Delta t) = Q(sf, t) + \left. \frac{\partial Q}{\partial t} \right|_{(sf, t)} \Delta t + \left. \frac{\partial Q}{\partial s} \right|_{(sf, t + \Delta t)} \Delta sf + O(\Delta t^2, \Delta sf^2) + \dots \quad (2.265)$$

Por un procedimiento semejante, se obtiene

$$A(sf + \Delta sf, t + \Delta t) = A(sf, t) + \left. \frac{\partial A}{\partial t} \right|_{(sf, t)} \Delta t + \left. \frac{\partial A}{\partial s} \right|_{(sf, t + \Delta t)} \Delta sf + O(\Delta t^2, \Delta sf^2) + \dots \quad (2.266)$$

Tomando en cuenta que:

$$Q(sf + \Delta sf, t + \Delta t) = 0 \quad (2.267)$$

$$Q(sf, t) = 0 \quad (2.268)$$

$$A(sf + \Delta sf, t + \Delta t) = 0 \quad (2.269)$$

$$A(sf, t) = 0$$

al reemplazar  $A(sf, t) = 0$  conjuntamente con (2.267), (2.268) y (2.269) en (2.265) y (2.266) y desprestigiar términos de orden  $O(\Delta t^2, \Delta sf^2)$  y superiores, resulta:

$$\frac{\Delta t}{\Delta sf} \left. \frac{\partial Q}{\partial t} \right|_{(sf, t)} = - \left. \frac{\partial Q}{\partial s} \right|_{(sf, t + \Delta t)} \quad (2.270)$$

$$\frac{\Delta t}{\Delta sf} \left. \frac{\partial A}{\partial t} \right|_{(sf, t)} = - \left. \frac{\partial A}{\partial s} \right|_{(sf, t + \Delta t)} \quad (2.271)$$

### 2.5.3.2 Evaluación del volumen almacenado en el frente de onda

El volumen  $V(t+\Delta t)$ , ver lámina 2.25, se puede evaluar a través de la siguiente función integral:

$$V(t+\Delta t) = \int_{sf}^{sf+\Delta sf} A(\alpha, t+\Delta t) d\alpha = \int_{sf}^{sf+\Delta sf} \left[ A(sf, t) + \frac{\partial A}{\partial t} \Big|_{(sf, t)} \Delta t + \frac{\partial A}{\partial s} \Big|_{(sf, t+\Delta t)} (\alpha - sf) + O(\Delta t^2, (\alpha - sf)^2) + \dots \right] d\alpha$$

Al integrar tomando en cuenta que  $A(sf, t) = 0$  y despreciando términos de orden  $O(\Delta t^2 \Delta sf, \Delta sf^3)$  y superiores, resulta

$$V(t+\Delta t) = \Delta t \Delta sf \frac{\partial A}{\partial t} \Big|_{(sf, t)} + \frac{\Delta sf^2}{2} \frac{\partial A}{\partial s} \Big|_{(sf, t+\Delta t)} \quad (2.272)$$

Este mismo volumen también puede ser evaluado de la manera siguiente:

$$V(t+\Delta t) = \int_t^{t+\Delta t} Q(sf, t) dt - \int_{sf}^{sf+\Delta sf} Z(\alpha, t+\Delta t) d\alpha$$

expresión que al recurrir a expansiones en serie de Taylor se puede expresar en la forma

$$V(t+\Delta t) = \int_t^{t+\Delta t} \left[ Q(sf, t) + \frac{\partial Q}{\partial t} \Big|_{(sf, t)} (t-t) + O((t-t)^2) + \dots \right] dt - \int_{sf}^{sf+\Delta sf} \left[ Z(sf, t) + \frac{\partial Z}{\partial t} \Big|_{(sf, t)} \Delta t + \frac{\partial Z}{\partial s} \Big|_{(sf, t+\Delta t)} (\alpha - sf) + O(\Delta t^2, (\alpha - sf)^2) + \dots \right] d\alpha$$

Al integrar tomando en cuenta que  $Q(sf, t) = 0$  y  $Z(sf, t) = 0$  y despreciar términos de orden  $O(\Delta t^3, \Delta sf^3, \Delta t \Delta sf^2)$  y superiores, resulta:

$$V(t+\Delta t) = \frac{\Delta t^2}{2} \frac{\partial Q}{\partial t} \Big|_{(sf, t)} - \Delta t \Delta sf \frac{\partial Z}{\partial t} \Big|_{(sf, t)} - \frac{\Delta sf^2}{2} \frac{\partial Z}{\partial s} \Big|_{(sf, t+\Delta t)} \quad (2.273)$$

### 2.5.3.3 Velocidad del frente de onda

Por conservación de masa los volúmenes expresados a través de las ecuaciones (2.272) y (2.273) deben ser iguales, de aquí que se cumpla la siguiente relación:

$$\Delta t \Delta sf \frac{\partial A}{\partial t} \Big|_{(sf, t)} + \frac{\Delta sf^2}{2} \frac{\partial A}{\partial s} \Big|_{(sf, t+\Delta t)} = \frac{\Delta t^2}{2} \frac{\partial Q}{\partial t} \Big|_{(sf, t)} - \Delta t \Delta sf \frac{\partial Z}{\partial t} \Big|_{(sf, t)} - \frac{\Delta sf^2}{2} \frac{\partial Z}{\partial s} \Big|_{(sf, t+\Delta t)}$$

dividiendo entre  $\Delta sf^2$  se obtiene

$$\frac{\Delta t}{\Delta sf} \frac{\partial A}{\partial t} \Big|_{(sf, t)} + \frac{1}{2} \frac{\partial A}{\partial s} \Big|_{(sf, t+\Delta t)} = \frac{1}{2} \left( \frac{\Delta t}{\Delta sf} \right)^2 \frac{\partial Q}{\partial t} \Big|_{(sf, t)} - \frac{\Delta t}{\Delta sf} \frac{\partial Z}{\partial t} \Big|_{(sf, t)} - \frac{1}{2} \frac{\partial Z}{\partial s} \Big|_{(sf, t+\Delta t)} \quad (2.274)$$

reemplazando (2.270) y (2.271) en (2.274)

$$-\frac{1}{2} \frac{\partial A}{\partial s} \Big|_{(sf, t+\Delta t)} = -\frac{1}{2} \frac{\Delta t}{\Delta sf} \frac{\partial Q}{\partial s} \Big|_{(sf, t+\Delta t)} - \frac{\Delta t}{\Delta sf} \frac{\partial Z}{\partial t} \Big|_{(sf, t)} - \frac{1}{2} \frac{\partial Z}{\partial s} \Big|_{(sf, t+\Delta t)} \quad (2.275)$$

Si por desarrollo de la serie de Taylor se cumple:

$$Z(sf+\Delta sf, t+\Delta t) = Z(sf, t) + \frac{\partial Z}{\partial t} \Big|_{(sf, t)} \Delta t + \frac{\partial Z}{\partial s} \Big|_{(sf, t+\Delta t)} \Delta sf + O(\Delta t^2) + O(\Delta sf^2) + \dots$$

y siendo que en el frente de onda el volumen infiltrado es nulo (es importante indicar que se esta haciendo referencia al volumen infiltrado respecto al volumen suministrado al surco en el ciclo en que se encuentra el riego y que es independiente del de otros ciclos)

$$Z(sf+\Delta sf, t+\Delta t) = Z(sf, t) = 0$$

al despreciar términos de orden  $O(\Delta t^2, \Delta sf^2)$  y superiores, resulta

$$\frac{\Delta t}{\Delta sf} \frac{\partial Z}{\partial t} \Big|_{(sf, t)} = -\frac{\partial Z}{\partial s} \Big|_{(sf, t+\Delta t)} \quad (2.276)$$

Reemplazando (2.276) en (2.275) se obtiene

$$\frac{\Delta sf}{\Delta t} \frac{\partial A}{\partial s} \Big|_{(sf, t+\Delta t)} = \frac{\partial Q}{\partial s} \Big|_{(sf, t+\Delta t)} - \frac{\Delta sf}{\Delta t} \frac{\partial Z}{\partial s} \Big|_{(sf, t+\Delta t)} \quad (2.277)$$

En el límite, cuando  $\Delta t \rightarrow 0$

$$\frac{dsf}{dt} \frac{\partial A}{\partial s} = \frac{\partial Q}{\partial s} - \frac{dsf}{dt} \frac{\partial Z}{\partial s} \quad (2.278)$$

De aquí que la velocidad del frente de onda esté dada por la siguiente ecuación diferencial:

$$\frac{dsf}{dt} = \frac{\frac{\partial Q}{\partial s}}{\frac{\partial A}{\partial s} + \frac{\partial Z}{\partial s}} \quad (2.279)$$

Otra forma de representar la ecuación (2.279) se obtiene al considerar en la ecuación (2.276) que  $\Delta t \rightarrow 0$  con lo cual se obtiene la siguiente ecuación

$$\frac{\Delta t}{\Delta sf} \frac{\partial Z}{\partial t} = -\frac{\partial Z}{\partial s}$$

que al ser reemplazada en (2.279) conduce a la relación siguiente

$$\frac{dsf}{dt} = \frac{\frac{\partial Q}{\partial s} + \frac{\partial Z}{\partial t}}{\frac{\partial A}{\partial s}} \quad (2.279a)$$

la cual al considerar la ecuación (2.253), se puede expresar en la forma

$$\frac{dsf}{dt} = \frac{\frac{\partial Q}{\partial s} - q_1}{\frac{\partial A}{\partial s}} \quad (2.279b)$$

Tanto la ecuación (2.279a) como la (2.279b) son físicomatemáticamente equivalentes a la (2.279) y consecuentemente pueden ser utilizadas indistintamente quedando su selección en función de la información disponible para su aplicación.

Es importante indicar que las expresiones (2.279), (2.279a) y (2.279b) representan, cada una de ellas, la ecuación de conservación de masa en el frente de onda y por lo tanto para representar adecuadamente el comportamiento de ste frente deberá tomarse en cuenta la ecuación de cantidad de movimiento. Con esto se quiere indicar que el avance del frente de onda depende también del cambio en la cantidad de movimiento en el frente.

Es interesante hacer notar que si en la ecuación (2.276), se hace tender  $\Delta t \rightarrow 0$  y se reemplaza la ecuación (2.253), se obtiene

$$q = \frac{\partial Z}{\partial s} \frac{dsf}{dt}$$

Esta relación indica matemáticamente que en la frontera  $(sf, t)$  mientras exista velocidad de desplazamiento de las fronteras y un gradiente longitudinal de infiltración, existirá infiltración en el frente de onda. Si bien este resultado es notable, no se debe de perder de vista que la expresión anterior por sí sola no describe la física del fenómeno ya que es una expresión derivada de una caracterización geométrica de la posición del frente de onda para dos instantes diferentes de tiempo y no toma en cuenta las leyes fundamentales de conservación de masa y de cantidad de movimiento. Para aclarar este comentario es recomendable hacer notar que de acuerdo con la ecuación (2.279b), que toma en cuenta el principio de conservación de masa, cuando la velocidad del frente de onda es cero resulta

$$q = \frac{\partial Q}{\partial s} ,$$

mientras que de la expresión bajo la cual se plantea esta discusión resulta  $q = 0$ , lo cual físicamente es falso.

#### 2.5.4 Velocidad del desplazamiento de la retaguardia

El proceso de recesión, o sea, el avance de la frontera izquierda, es tan importante como el proceso de avance de la frontera derecha. También la representación físicomatemática de este proceso, se puede obtener a través de un balance de volumen.

##### 2.5.4.1 Relación espacial y temporal entre variables

Por desarrollo en series de Taylor, de acuerdo con la lámina 2.26, se cumplen las relaciones siguientes:

$$Q(sr+\Delta sr, t+\Delta t) = Q(sr, t) + \left. \frac{\partial Q}{\partial t} \right|_{(sr+\Delta sr, t)} \Delta t + \left. \frac{\partial Q}{\partial s} \right|_{(sr, t)} \Delta sr + O(\Delta t^2, \Delta sr^2) + \dots$$

$$A(sr+\Delta sr, t+\Delta t) = A(sr, t) + \left. \frac{\partial A}{\partial t} \right|_{(sr+\Delta sr, t)} \Delta t + \left. \frac{\partial A}{\partial s} \right|_{(sr, t)} \Delta sr + O(\Delta t^2, \Delta sr^2) + \dots$$

Tomando en cuenta que:

$$Q(sr+\Delta sr, t+\Delta t) = 0, \quad Q(sr, t) = 0$$

$$A(sr+\Delta sr, t+\Delta t) = 0, \quad A(sr, t) = 0$$

y despreciando términos de orden  $O(\Delta t^2, \Delta sr^2)$  y superiores, se obtiene:

$$\frac{\Delta t}{\Delta sr} \left. \frac{\partial Q}{\partial t} \right|_{(sr+\Delta sr, t)} = - \left. \frac{\partial Q}{\partial s} \right|_{(sr, t)} \quad (2.280)$$

$$\frac{\Delta t}{\Delta sr} \left. \frac{\partial A}{\partial t} \right|_{(sr+\Delta sr, t)} = - \left. \frac{\partial A}{\partial s} \right|_{(sr, t)} \quad (2.281)$$

#### 2.5.4.2 Evaluación del volumen almacenado en el frente de retroceso

El volumen  $V(t)$ , ver figura 2.26, se puede evaluar a través de la función integral siguiente:

$$V(t) = \int_{sr}^{sr+\Delta sr} A(\alpha, t) d\alpha = \int_{sr}^{sr+\Delta sr} [A(sr, t) + \left. \frac{\partial A}{\partial s} \right|_{(sr, t)} (\alpha - sr) + O(\alpha - sr)^2 + \dots] d\alpha$$

Al integrar tomando en cuenta que  $A(sr, t) = 0$  y despreciando términos de orden  $O(\Delta sr^3)$  y superiores, resulta

$$V(t) = \frac{\Delta sr^2}{2} \left. \frac{\partial A}{\partial s} \right|_{(sr, t)} \quad (2.282)$$

Este mismo volumen también puede ser evaluado como:

$$V(t) = \int_t^{t+\Delta t} Q(sr + \Delta sr, t) dt + \int_{sr}^{sr+\Delta sr} [Z(\alpha, t+\Delta t) - Z(\alpha, t)] d\alpha$$

expresión que al aplicar expansiones en serie de Taylor se puede representar en la forma siguiente

$$V(t) = \int_t^{t+\Delta t} [Q(sr, t) + \left. \frac{\partial Q}{\partial t} \right|_{(sr+\Delta sr, t)} (t-t) + \left. \frac{\partial Q}{\partial s} \right|_{(sr, t)} \Delta sr + O((t-t)^2) + O(\Delta sr^2) + \dots] dt - \int_{sr}^{sr+\Delta sr} [Z(sr, t+\Delta t) + \left. \frac{\partial Z}{\partial s} \right|_{(sr, t+\Delta t)} (\alpha - sr) - Z(sr, t) - \left. \frac{\partial Z}{\partial s} \right|_{(sr, t)} (\alpha - sr) + O((\alpha - sr)^2) + \dots] d\alpha$$

Al integrar tomando en cuenta que  $Q(sr, t)_2 = 0$  y  $Z(sr, t + \Delta t) = Z(sr, t)$ , despreciar términos de orden  $O(\Delta sr^3, \Delta t^3, \Delta sr^2 \Delta t)$  y superiores, resulta:

$$V(t) = \Delta sr \Delta t \left. \frac{\partial Q}{\partial s} \right|_{(sr, t)} + \frac{\Delta t^2}{2} \left. \frac{\partial Q}{\partial t} \right|_{(sr + \Delta sr, t)} + \frac{\Delta sr^2}{2} \left( \left. \frac{\partial Z}{\partial s} \right|_{(sr, t + \Delta t)} - \left. \frac{\partial Z}{\partial s} \right|_{(sr, t)} \right) \quad (2.283)$$

Si

$$Z(sr + \Delta sr, t + \Delta t) = Z(sr, t) + \left. \frac{\partial Z}{\partial t} \right|_{(sr + \Delta sr, t)} \Delta t + \left. \frac{\partial Z}{\partial s} \right|_{(sr, t)} \Delta sr + O(\Delta t^2 \Delta sr^2) + \dots (2.284)$$

$$Z(sr + \Delta sr, t + \Delta t) = Z(sr, t + \Delta t) + \left. \frac{\partial Z}{\partial s} \right|_{(sr, t + \Delta t)} \Delta sr + O(\Delta sr^2) + \dots (2.285)$$

Restando (2.285) de (2.284) y tomando en cuenta que

$$Z(sr, t + \Delta t) = Z(sr, t)$$

resulta al despreciar términos de orden  $O(\Delta t^2, \Delta sr^2)$  y superiores

$$\left. \frac{\partial Z}{\partial s} \right|_{(sr, t + \Delta t)} = \left. \frac{\partial Z}{\partial t} \right|_{(sr + \Delta sr, t)} \frac{\Delta t}{\Delta sr} + \left. \frac{\partial Z}{\partial s} \right|_{(sr, t)} \quad (2.286)$$

Al reemplazar (2.286) en (2.283), se obtiene:

$$V(t) = \Delta sr \Delta t \left. \frac{\partial Q}{\partial s} \right|_{(sr, t)} + \frac{\Delta t^2}{2} \left. \frac{\partial Q}{\partial t} \right|_{(sr + \Delta sr, t)} + \frac{\Delta t \Delta sr}{2} \left. \frac{\partial Z}{\partial t} \right|_{(sr + \Delta sr, t)} \quad (2.287)$$

#### 2.5.4.3 Velocidad del avance de la frontera izquierda

Por conservación de masa se deben satisfacer simultáneamente las ecuaciones (2.287) y (2.282). Aligular estas expresiones y dividiendo entre  $\Delta sr^2$  la relación resultante, se obtiene:

$$\frac{1}{2} \left. \frac{\partial A}{\partial s} \right|_{(sr, t)} = \frac{\Delta t}{\Delta sr} \left. \frac{\partial Q}{\partial s} \right|_{(sr, t)} + \frac{\Delta t^2}{2 \Delta sr^2} \left. \frac{\partial Q}{\partial t} \right|_{(sr + \Delta sr, t)} + \frac{\Delta t}{2 \Delta sr} \left. \frac{\partial Z}{\partial t} \right|_{(sr + \Delta sr, t)} \quad (2.288)$$

Reemplazando (2.280) en (2.288) y simplificando, resulta

$$\frac{\Delta sr}{\Delta t} \left. \frac{\partial A}{\partial s} \right|_{(sr, t)} = \left. \frac{\partial Q}{\partial s} \right|_{(sr, t)} + \left. \frac{\partial Z}{\partial t} \right|_{(sr + \Delta sr, t)} \quad (2.289)$$

en el límite cuando  $\Delta sr \rightarrow 0$

$$\frac{dsr}{dt} \frac{\partial A}{\partial s} = \frac{\partial Q}{\partial s} + \frac{\partial Z}{\partial t} \quad (2.290)$$

De aquí que la velocidad con que avanza la frontera izquierda esté dada por la ecuación diferencial siguiente:

$$\frac{dsr}{dt} = \frac{\frac{\partial Q}{\partial s} + \frac{\partial Z}{\partial t}}{\frac{\partial A}{\partial s}} \quad (2.291)$$

Otra forma de presentar esta velocidad se obtiene al reemplazar la expresión (2.253) en (2.291), resultando

$$\frac{dsr}{dt} = \frac{\frac{\partial Q}{\partial s} - q_1}{\frac{\partial A}{\partial s}} \quad (2.291a)$$

La ecuación (2.291a) es fisicomatemáticamente equivalente a la (2.291) y por lo tanto ambas pueden ser utilizadas indistintamente, de aquí que su selección dependa de los datos disponibles para su aplicación.

Es interesante observar que el segundo miembro de la ecuación (2.291a) es algebraicamente igual al segundo miembro de la ecuación (2.279b) y que la misma similitud ocurre entre la (2.291) y la (2.279a). Sin embargo es importante hacer notar que no es factible encontrar una similitud semejante con respecto al segundo miembro de la (2.279) y esto es debido a que las relaciones espaciales y temporales entre la infiltración en el frente de onda y el frente de la retaguardia son diferentes tal y como se puede apreciar al comparar la expresión (2.276) con la (2.286).

### 3 SIMULACION NUMERICA DEL RIEGO INTERMITENTE

#### 3.1 Revisión bibliográfica

A la fecha la simulación numérica del flujo en sistemas de riego por gravedad se ha realizado con diversos tipos de modelos matemáticos, como son:

- Modelos hidrodinámicos. Basados en versiones completas de las ecuaciones de Saint-Venant [Basset, 1972; Katapodes, 1977; Kinkaid, 1972; Sakkas y Strelkoff, 1974; Schmitz, Haverkamp y Palacios, 1985].

- Modelos de Inercia-Cero. Basados en versiones simplificadas de las ecuaciones de Saint-Venant, en las cuales a la ecuación de conservación de cantidad de movimiento se le han eliminado los términos inerciales [Elliot y Walker, 1982; Jaynes, 1986; Strelkoff y Katapodes, 1977].

- Modelos basados en la Ecuación de Onda Cinemática [Chen, 1970; Sherman, 1982; Smith, 1972; Izuno y Podmore, 1984; Walker y Humpherys, 1983].

- Modelos por Balance de Volumen. Basados en la ecuación de conservación de masa y una relación de almacenamiento-descarga que sustituye la ecuación de la energía [Essafi, 1982; Ley, 1978; Vijay P. Singh y Yu-Chen He, 1988].

Todos los modelos se aplican para simular el avance del frente de onda; algunos se aplican a la simulación del proceso de recesión, y normalmente son válidos únicamente para bordos, o sea, conducciones rectangulares [Jaynes, 1986]. Son realmente pocos los que se pueden emplear para el estudio del problema en surcos [Walker y Humpherys, 1983].

La mayoría de los modelos que se presentan en la literatura especializada han sido desarrollados y verificados solamente para el caso de riego continuo. Tal vez el modelo con el que se han obtenido mejores resultados es el presentado por Walker y Humpherys (1983) y posteriormente adoptado y modificado por Izuno y Podmore (1984).

No obstante la gran cantidad de trabajos que se han desarrollado sobre el tema, aún existen varios problemas sin solucionar y una serie de aspectos discutibles que deben ser tomados en cuenta para lograr una adecuada solución a los mismos. Del análisis de varios aspectos que se consideren como fundamentales para la solución y simulación numérica del riego intermitente, se adoptaron los siguientes lineamientos básicos para el planteamiento y desarrollo del modelo de simulación que se presenta en este trabajo:

- Desarrollar un modelo general, por medio del cual sea factible tomar en cuenta cualquier tipo de sección transversal de la conducción, o sea, que pueda ser aplicable tanto en bordos como en surcos y cualquier otra variante.

- Plantear una metodología confiable y general para la simulación del avance del frente de onda y del frente de la retaguardia de la región de flujo.

- Estudiar el comportamiento de la intensidad de infiltración entre impulsos y establecer los criterios adecuados para su simulación numérica.

- Elaborar un modelo hidrodinámico basado en las ecuaciones completas de Saint-Venant, el cual debe de ser conceptualmente sencillo de entender, competitivo computacionalmente respecto a los modelos simplificados y superior a éstos en cuanto a precisión.

- Verificar la eficiencia y los límites de aplicación de modelos simplificados comparativamente con el modelo hidrodinámico completo.

- Realizar análisis de sensibilidad para determinar la precisión que se deberá manejar al obtener los datos de campo requeridos para la simulación del problema en tiempo real.

- Crear un programa de cómputo de fácil acceso y operación, lo suficientemente flexible para ser utilizado en diversos casos y condiciones de trabajo del sistema de riego.

### 3.2 Esquema implícito para malla adaptiva

Después de estudiar la aplicabilidad de diversos esquemas en diferencias finitas para la solución numérica de las ecuaciones de Saint-Venant transformadas para malla adaptiva, como los propuestas por Preisman y Lax [Ligget y Abbott, 1975], no se encontraron resultados satisfactorios, por lo que se optó por desarrollar un esquema particular para este trabajo.

El esquema de solución numérica que a continuación se propone parte de la discretización en diferencias finitas de las ecuaciones (2.257) y (2.259). Las funciones de red que sustituyen a las ecuaciones diferenciales son del tipo implícito y están dadas por:

#### 3.2.1 Funciones discretas de la ecuación modificada de conservación de masa (ecuación 2.257)

##### Nudos centrales

Integrando la ecuación (2.257) respecto al tiempo y el espacio entre los límites  $\tau^n \leq \tau \leq \tau^{n+1}$  y  $\xi_{i-1} \leq \xi \leq \xi_{i+1}$  respectivamente, se obtiene:

$$\int_{i-1}^{i+1} \int_n^{n+1} \frac{\partial A}{\partial \tau} d\tau d\xi + \int_{i-1}^{i+1} \int_n^{n+1} v \frac{\partial A}{\partial \xi} d\tau d\xi + \int_{i-1}^{i+1} \int_n^{n+1} \gamma \frac{\partial Q}{\partial \xi} d\tau d\xi = \quad (3.1)$$

$$= - \int_{i-1}^{i+1} \int_n^{n+1} \frac{\partial Z}{\partial \tau} d\tau d\xi - \int_{i-1}^{i+1} \int_n^{n+1} v \frac{\partial Z}{\partial \xi} d\tau d\xi$$

-Primer término de la ecuación (3.1)

Integrando primero respecto al tiempo

$$\int_{i-1}^{i+1} \int_n^{n+1} \frac{\partial A}{\partial \tau} d\tau d\xi = \int_{i-1}^{i+1} (A^{n+1} - A^n) d\xi$$

y utilizando la regla de Simpson para integrar numéricamente respecto al espacio, resulta

(3.2)

$$\int_{1-1}^{1+1} \int_n^{n+1} \frac{\partial A}{\partial \tau} d\tau d\xi = (A_{1-1}^{n+1} - A_{1-1}^n + 4A_1^{n+1} - 4A_1^n + A_{1+1}^{n+1} - A_{1+1}^n) \frac{\Delta\xi}{3}$$

-Segundo término de la ecuación (3.1)

Se empleará un método de interpolación integral [Samarski y Andréiev, 1979], el cual es apropiado para situaciones en que existen factores que multiplican a las derivadas, para esto se adopta:

$$W_1 = v \frac{\partial A}{\partial \xi}$$

de donde

$$\frac{W_1}{v} = \frac{\partial A}{\partial \xi} \quad (3.2a)$$

integrando ambos miembros respecto a  $\xi$  en el intervalo ya indicado, resulta:

$$\int_{1-1}^{1+1} \frac{W_1}{v} d\xi = A_{1+1} - A_{1-1}$$

Si se supone que  $W_1$  permanece constante dentro de este pequeño intervalo de integración, se tiene:

$$W_1 \int_{1-1}^{1+1} \frac{1}{v} d\xi = A_{1+1} - A_{1-1}$$

despejando  $W_1$

$$W_1 = \frac{A_{1+1} - A_{1-1}}{\int_{1-1}^{1+1} \frac{1}{v} d\xi} \quad (3.3)$$

recordando que

$$v = - \frac{\xi}{sf - sr} \frac{dsf}{dt} + \frac{\xi - 1}{sf - sr} \frac{dsr}{dt}$$

resulta

(3.4)

$$\int_{1-1}^{1+1} \frac{1}{v} d\xi = -(sf - sr) \frac{\ln\left[\left(\frac{dsf}{dt} - \frac{dsr}{dt}\right)\xi_{1+1} + \frac{dsr}{dt}\right] - \ln\left[\left(\frac{dsf}{dt} - \frac{dsr}{dt}\right)\xi_{1-1} + \frac{dsr}{dt}\right]}{\frac{dsf}{dt} - \frac{dsr}{dt}}$$

reemplazando (3.4) en (3.3), se obtiene

$$W_1 = - \frac{\left( \frac{dsf}{dt} - \frac{dsr}{dt} \right) (A_{i+1} - A_{i-1})}{(sf - sr) \left\{ \ln \left[ \left( \frac{dsf}{dt} - \frac{dsr}{dt} \right) \xi_{i+1} + \frac{dsr}{dt} \right] - \ln \left[ \left( \frac{dsf}{dt} - \frac{dsr}{dt} \right) \xi_{i-1} + \frac{dsr}{dt} \right] \right\}} \quad (3.5)$$

Por la anterior consideración de suponer  $W_1$  constante en el intervalo de integración la expresión (3.2a) se puede expresar en la forma

$$\int_{i-1}^{i+1} v \frac{\partial A}{\partial \xi} d\xi = \int_{i-1}^{i+1} W_1 d\xi = W_1 \int_{i-1}^{i+1} d\xi = W_1 2\Delta\xi \quad (3.6)$$

reemplazando (3.5) en (3.6)

$$\int_{i-1}^{i+1} v \frac{\partial A}{\partial \xi} d\xi = - \frac{2 \Delta\xi \left( \frac{dsf}{dt} - \frac{dsr}{dt} \right) (A_{i+1} - A_{i-1})}{(sf - sr) \left\{ \ln \left[ \left( \frac{dsf}{dt} - \frac{dsr}{dt} \right) \xi_{i+1} + \frac{dsr}{dt} \right] - \ln \left[ \left( \frac{dsf}{dt} - \frac{dsr}{dt} \right) \xi_{i-1} + \frac{dsr}{dt} \right] \right\}} \quad (3.7)$$

Con el fin de manejar una notación compacta, se asigna

$$v_c = - \frac{\left( \frac{dsf}{dt} - \frac{dsr}{dt} \right)}{(sf - sr) \left\{ \ln \left[ \left( \frac{dsf}{dt} - \frac{dsr}{dt} \right) \xi_{i+1} + \frac{dsr}{dt} \right] - \ln \left[ \left( \frac{dsf}{dt} - \frac{dsr}{dt} \right) \xi_{i-1} + \frac{dsr}{dt} \right] \right\}} \quad (3.8)$$

por lo que al reemplazar (3.8) en (3.7), se obtiene

$$\int_{i-1}^{i+1} v \frac{\partial A}{\partial \xi} d\xi = v_c 2 \Delta\xi (A_{i+1} - A_{i-1}) \quad (3.9)$$

Por lo que

$$\int_{i-1}^{i+1} \int_n^{n+1} v \frac{\partial A}{\partial \xi} d\tau d\xi = \int_n^{n+1} v_c 2 \Delta\xi (A_{i+1} - A_{i-1}) d\tau$$

Integrando numéricamente con el método de los trapecios, resulta:

$$\int_{i-1}^{i+1} \int_n^{n+1} v \frac{\partial A}{\partial \xi} d\tau d\xi = [v_c^{n+1} 2 \Delta\xi (A_{i+1}^{n+1} - A_{i-1}^{n+1}) + v_c^n 2 \Delta\xi (A_{i+1}^n - A_{i-1}^n)] \frac{\Delta\tau}{2} \quad (3.10)$$

-Tercer término de la ecuación (3.1)

Dado que  $\gamma$  es independiente del espacio, se tiene:

$$\int_{i-1}^{i+1} \int_n^{n+1} \gamma \frac{\partial Q}{\partial \xi} d\tau d\xi = \int_n^{n+1} \gamma (Q_{i+1} - Q_{i-1}) d\tau$$

integrando numéricamente con el método de los trapecios, resulta: (3.11)

$$\int_{i-1}^{i+1} \int_n^{n+1} \gamma \frac{\partial Q}{\partial \xi} d\tau d\xi = [ \gamma^{n+1} (Q_{i+1}^{n+1} - Q_{i-1}^{n+1}) + \gamma^n (Q_{i+1}^n - Q_{i-1}^n) ] \frac{\Delta \tau}{2}$$

-Segundo miembro de la ecuación (3.1)

Por procedimientos semejantes a los empleados anteriormente, se obtiene:

-Primer término del segundo miembro de la ecuación (3.1)

(3.12)

$$\int_{i-1}^{i+1} \int_n^{n+1} \frac{\partial Z}{\partial \tau} d\tau d\xi = ( Z_{i-1}^{n+1} - Z_{i-1}^n + 4 Z_1^{n+1} - 4 Z_1^n + Z_{i+1}^{n+1} - Z_{i+1}^n ) \frac{\Delta \xi}{3}$$

-Segundo término del segundo miembro de la ecuación (3.1)

(3.13)

$$\int_{i-1}^{i+1} \int_n^{n+1} v \frac{\partial Z}{\partial \xi} d\tau d\xi = [ v_c^{n+1} 2 \Delta \xi (Z_{i+1}^{n+1} - Z_{i-1}^{n+1}) + v_c^n 2 \Delta \xi (Z_{i+1}^n - Z_{i-1}^n) ] \frac{\Delta \tau}{2}$$

-Función de malla de la ecuación de conservación de masa en nudos centrales

Reemplazando las ecuaciones (3.2), (3.10), (3.11), (3.12) y (3.13) en (3.1) y simplificando se obtiene:

$$a_{1,1} A_{i-1}^{n+1} + a_{1,2} A_i^{n+1} + a_{1,3} A_{i+1}^{n+1} = b_i \quad (3.14)$$

donde

$$a_{1,1} = (\Delta \xi / 3 - v_c^{n+1} \Delta \xi \Delta \tau) \quad (3.15)$$

$$a_{1,2} = 4/3 \Delta \xi \quad (3.16)$$

$$a_{1,3} = (\Delta \xi / 3 + v_c^{n+1} \Delta \xi \Delta \tau) \quad (3.17)$$

(3.18)

$$\begin{aligned} b_i = & (\Delta \xi / 3 + v_c^n \Delta \xi \Delta \tau) A_{i-1}^n + 4/3 \Delta \xi A_i^n + (\Delta \xi / 3 - v_c^n \Delta \xi \Delta \tau) A_{i+1}^n - \\ & - [ \gamma^{n+1} (Q_{i+1}^{n+1} - Q_{i-1}^{n+1}) + \gamma^n (Q_{i+1}^n - Q_{i-1}^n) ] \frac{\Delta \tau}{2} - \\ & - ( Z_{i-1}^{n+1} - Z_{i-1}^n + 4 Z_1^{n+1} - 4 Z_1^n + Z_{i+1}^{n+1} - Z_{i+1}^n ) \frac{\Delta \xi}{3} - \\ & - [ v_c^{n+1} 2 \Delta \xi (Z_{i+1}^{n+1} - Z_{i-1}^{n+1}) + v_c^n 2 \Delta \xi (Z_{i+1}^n - Z_{i-1}^n) ] \frac{\Delta \tau}{2} \end{aligned}$$

### Frontera derecha

El esquema que a continuación se presenta es aplicable únicamente cuando el frente ha alcanzado el final del surco y este extremo está cerrado. Durante el avance de la frontera y cuando ésta alcanza el final en surcos con descarga libre a un dren, esta frontera se trata en forma diferente (ver subcapítulo 3.2.4.1, puntos d y e).

Integrando la ecuación (2.257) respecto al tiempo y el espacio entre los límites  $\tau^n \leq \tau \leq \tau^{n+1}$  y  $\xi_{i-1} \leq \xi \leq \xi_i$  respectivamente, se obtiene:

$$\int_{i-1}^i \int_n^{n+1} \frac{\partial A}{\partial \tau} d\tau d\xi + \int_{i-1}^i \int_n^{n+1} v \frac{\partial A}{\partial \xi} d\tau d\xi + \int_{i-1}^i \int_n^{n+1} \frac{\partial Q}{\partial \xi} d\tau d\xi = \quad (3.19)$$

$$= - \int_{i-1}^i \int_n^{n+1} \frac{\partial Z}{\partial \tau} d\tau d\xi - \int_{i-1}^i \int_n^{n+1} v \frac{\partial Z}{\partial \xi} d\tau d\xi$$

-Primer término de la ecuación (3.19)

Integrando primero respecto al tiempo

$$\int_{i-1}^i \int_n^{n+1} \frac{\partial A}{\partial \tau} d\tau d\xi = \int_{i-1}^i (A^{n+1} - A^n) d\xi$$

y utilizando la regla de los trapecios para integrar numéricamente respecto al espacio, resulta

$$\int_{i-1}^i \int_n^{n+1} \frac{\partial A}{\partial \tau} d\tau d\xi = (A_{i-1}^{n+1} - A_{i-1}^n + A_i^{n+1} - A_i^n) \frac{\Delta \xi}{2} \quad (3.20)$$

-Segundo término de la ecuación (3.19)

Se empleará el método de interpolación integral [Samarski y Andréiev, 1979], para esto se adopta:

$$W_1 = v \frac{\partial A}{\partial \xi}$$

de donde

$$\frac{W_1}{v} = \frac{\partial A}{\partial \xi}$$

integrando ambos miembros respecto a  $\xi$  en el intervalo ya indicado, resulta:

$$\int_{i-1}^i \frac{W_1}{v} d\xi = A_i - A_{i-1}$$

Si se considera que  $W_1$  permanece constante en el intervalo de integración, se tiene:

$$W_1 \int_{1-1}^1 \frac{1}{v} d\xi = A_1 - A_{1-1}$$

despejando  $W_1$

$$W_1 = \frac{A_1 - A_{1-1}}{\int_{1-1}^1 \frac{1}{v} d\xi} \quad (3.21)$$

recordando que

$$v = - \frac{\xi}{sf - sr} \frac{dsf}{dt} + \frac{\xi - 1}{sf - sr} \frac{dsr}{dt}$$

resulta

$$\int_{1-1}^1 \frac{1}{v} d\xi = -(sf - sr) \frac{\ln[(\frac{dsf}{dt} - \frac{dsr}{dt})\xi_1 + \frac{dsr}{dt}] - \ln[(\frac{dsf}{dt} - \frac{dsr}{dt})\xi_{1-1} + \frac{dsr}{dt}]}{\frac{dsf}{dt} - \frac{dsr}{dt}} \quad (3.22)$$

reemplazando (3.22) en (3.21), se obtiene

$$W_1 = - \frac{(\frac{dsf}{dt} - \frac{dsr}{dt}) (A_1 - A_{1-1})}{(sf - sr) \{ \ln[(\frac{dsf}{dt} - \frac{dsr}{dt})\xi_1 + \frac{dsr}{dt}] - \ln[(\frac{dsf}{dt} - \frac{dsr}{dt})\xi_{1-1} + \frac{dsr}{dt}] \}} \quad (3.23)$$

De aquí que

$$\int_{1-1}^1 v \frac{\partial A}{\partial \xi} d\xi = \int_{1-1}^1 W_1 d\xi = W_1 \int_{1-1}^1 d\xi = W_1 \Delta \xi \quad (3.24)$$

reemplazando (3.23) en (3.24)

$$\int_{1-1}^1 v \frac{\partial A}{\partial \xi} d\xi = - \frac{\Delta \xi (\frac{dsf}{dt} - \frac{dsr}{dt}) (A_1 - A_{1-1})}{(sf - sr) \{ \ln[(\frac{dsf}{dt} - \frac{dsr}{dt})\xi_1 + \frac{dsr}{dt}] - \ln[(\frac{dsf}{dt} - \frac{dsr}{dt})\xi_{1-1} + \frac{dsr}{dt}] \}} \quad (3.25)$$

Con el fin de manejar una notación compacta, se asigna

$$v_d = - \frac{(\frac{dsf}{dt} - \frac{dsr}{dt})}{(sf - sr) \{ \ln[(\frac{dsf}{dt} - \frac{dsr}{dt})\xi_1 + \frac{dsr}{dt}] - \ln[(\frac{dsf}{dt} - \frac{dsr}{dt})\xi_{1-1} + \frac{dsr}{dt}] \}} \quad (3.26)$$

por lo que al reemplazar (3.26) en (3.25), se obtiene

$$\int_{i-1}^i v \frac{\partial A}{\partial \xi} d\xi = v_d \Delta \xi (A_i - A_{i-1}) \quad (3.27)$$

Por lo que

$$\int_{i-1}^i \int_n^{n+1} v \frac{\partial A}{\partial \xi} d\tau d\xi = \int_n^{n+1} v_d \Delta \xi (A_i - A_{i-1}) d\tau$$

Integrando numéricamente con el método de los trapecios, resulta:

$$\int_{i-1}^i \int_n^{n+1} v \frac{\partial A}{\partial \xi} d\tau d\xi = [v_d^{n+1} \Delta \xi (A_i^{n+1} - A_{i-1}^{n+1}) + v_d^n \Delta \xi (A_i^n - A_{i-1}^n)] \frac{\Delta \tau}{2} \quad (3.28)$$

-Tercer término de la ecuación (3.19)

Dado que  $\gamma$  es independiente del espacio, se tiene:

$$\int_{i-1}^i \int_n^{n+1} \gamma \frac{\partial Q}{\partial \xi} d\tau d\xi = \int_n^{n+1} \gamma (Q_i - Q_{i-1}) d\tau$$

integrando numéricamente con el método de los trapecios, resulta:

$$\int_{i-1}^i \int_n^{n+1} \gamma \frac{\partial Q}{\partial \xi} d\tau d\xi = [\gamma^{n+1} (Q_i^{n+1} - Q_{i-1}^{n+1}) + \gamma^n (Q_i^n - Q_{i-1}^n)] \frac{\Delta \tau}{2} \quad (3.29)$$

-Segundo miembro de la ecuación (3.19)

Por procedimientos semejantes a los empleados anteriormente, se obtiene:

Primer término del segundo miembro de la ecuación (3.19)

$$\int_{i-1}^i \int_n^{n+1} \frac{\partial Z}{\partial \tau} d\tau d\xi = (Z_{i-1}^{n+1} - Z_{i-1}^n + Z_i^{n+1} - Z_i^n) \frac{\Delta \xi}{2} \quad (3.30)$$

Segundo término del segundo miembro de la ecuación (3.19)

$$\int_{i-1}^i \int_n^{n+1} v \frac{\partial Z}{\partial \xi} d\tau d\xi = [v_d^{n+1} \Delta \xi (Z_i^{n+1} - Z_{i-1}^{n+1}) + v_d^n \Delta \xi (Z_i^n - Z_{i-1}^n)] \frac{\Delta \tau}{2} \quad (3.31)$$

-Función de malla de la ecuación de continuidad en la frontera derecha

Reemplazando las ecuaciones (3.20), (3.28), (3.29), (3.30) y (3.31) en (3.19) y simplificando se obtiene:

$$a_{1,1} A_{i-1}^{n+1} + a_{1,2} A_i^{n+1} = b_1 \quad (3.32)$$

donde

$$a_{1,1} = (\Delta \xi / 2 - v_d^{n+1} \Delta \xi \Delta \tau / 2)$$

$$a_{1,2} = (\Delta \xi / 2 + v_d^{n+1} \Delta \xi \Delta \tau / 2)$$

$$\begin{aligned}
b_i = & (\Delta\xi/2 + v_d^n \Delta\xi \Delta\tau/2) A_{i-1}^n + (\Delta\xi/2 - v_d^n \Delta\xi \Delta\tau/2) A_i^n - \\
& - [ \gamma^{n+1} (Q_i^{n+1} - Q_{i-1}^{n+1}) + \gamma^n (Q_i^n - Q_{i-1}^n) ] \frac{\Delta\tau}{2} - \\
& - ( Z_{i-1}^{n+1} - Z_{i-1}^n + Z_i^{n+1} - Z_i^n ) \frac{\Delta\xi}{2} - \\
& - [ v_d^{n+1} \Delta\xi (Z_{i-1}^{n+1} - Z_{i-1}^n) + v_d^n \Delta\xi (Z_i^n - Z_{i-1}^n) ] \frac{\Delta\tau}{2}
\end{aligned}$$

### Frontera izquierda

El modelo numérico que se propone no requiere un esquema discreto de la ecuación de conservación de masa en esta frontera. Esta frontera se trata en forma especial como se verá posteriormente.

### 3.2.2 Funciones discretas de la ecuación de cantidad de movimiento

Empleando procedimientos de integración semejantes a los utilizados en el inciso 3.2.1, se obtienen las siguientes funciones de malla que representan en forma discreta a la ecuación (2.259):

#### - Nudos centrales

$$\begin{aligned}
Q_i^{n+1} = & [g_s o A_i^{n+1} \frac{Q_{i-1}^{n+1} - Q_{i-1}^n + 4 Q_i^{n+1} - 4 Q_i^n + Q_{i+1}^{n+1} - Q_{i+1}^n}{3 \Delta\tau} - \\
& - \frac{(v_c^{n+1} \Delta\xi + \gamma^{n+1} u_i^{n+1}) (Q_{i+1}^{n+1} - Q_{i-1}^{n+1}) + (v_c^n \Delta\xi + \gamma^n u_i^n) (Q_{i+1}^n - Q_{i-1}^n)}{\Delta\xi} - \\
& - \frac{\phi_i^{n+1} (A_{i+1}^{n+1} - A_{i-1}^{n+1}) + \phi_i^n (A_{i+1}^n - A_{i-1}^n)}{2 \Delta\xi} ]^{1/2} \frac{A_i^{n+1}{}^{7/6}}{ng^{1/2} P_i^{n+1}{}^{2/3}} \quad (3.33)
\end{aligned}$$

#### - Frontera derecha

$$\begin{aligned}
Q_i^{n+1} = & [g_s o A_i^{n+1} - \frac{Q_{i-1}^{n+1} - Q_{i-1}^n + Q_i^{n+1} - Q_i^n}{2 \Delta\tau} - \\
& - \frac{(v_d^{n+1} \Delta\xi + 2\gamma^{n+1} u_i^{n+1}) (Q_i^{n+1} - Q_{i-1}^{n+1}) + (v_d^n \Delta\xi + 2\gamma^n u_i^n) (Q_i^n - Q_{i-1}^n)}{2 \Delta\xi} - \\
& - \frac{\phi_i^{n+1} (A_{i+1}^{n+1} - A_{i-1}^{n+1}) + \phi_i^n (A_{i+1}^n - A_{i-1}^n)}{2 \Delta\xi} ]^{1/2} \frac{A_i^{n+1}{}^{7/6}}{ng^{1/2} P_i^{n+1}{}^{2/3}} \quad (3.34)
\end{aligned}$$

#### - Frontera izquierda

En esta frontera, como se verá posteriormente, se conoce siempre el gasto, por lo que el modelo numérico no requiere un esquema discreto de la ecuación de cantidad de movimiento en esta frontera.

### 3.2.3 Funciones discretas para evaluar la velocidad media

Por ser una variable que se encuentra implícitamente dentro del modelo de simulación numérica, se consideró importante indicar que ésta se obtiene a través de la ecuación de conservación de masa aplicada a cada sección transversal del flujo, o sea, con la siguiente expresión:

$$u_1^{n+1} = \frac{Q_1^{n+1}}{A_1^{n+1}} \quad (3.35)$$

### 3.2.4 Cuantificación numérica de variables

La evaluación numérica, durante un intervalo de tiempo y otro, se realiza a través de un proceso iterativo de solución.

#### 3.2.4.1 Area hidráulica

- Frontera izquierda

Durante el riego se presentan tres etapas típicas:

- Durante el tiempo de alimentación al surco
- Durante el tiempo de corte y el inicio del avance de la retaguardia
- Durante el avance del frente de la retaguardia

A continuación se analizan estos casos:

a. Durante el tiempo de alimentación al surco

Se conoce el gasto  $Q_1^{n+1}$  durante toda la simulación, y para evaluar  $A_1^{n+1}$  se propone la siguiente metodología:

En la frontera izquierda se cumple  $s-sr = 0$  y por lo tanto

$$\xi = (s - sr)/(sf - sr) = 0$$

al sustituir en las ecuaciones de continuidad y cantidad de movimiento resulta:

*\*Conservación de masa*

$$\frac{\partial A}{\partial \tau} + \gamma \frac{\partial Q}{\partial \xi} = - \frac{\partial Z}{\partial \tau} \quad (3.36)$$

*\*Conservación de la cantidad de movimiento*

$$\frac{\partial Q}{\partial \tau} + \gamma 2u \frac{\partial Q}{\partial \xi} + \gamma (c^2 - u^2) \frac{\partial A}{\partial \xi} = g A (s_0 - sr) \quad (3.37)$$

Despejando  $\frac{\partial Q}{\partial \xi}$  de (3.36) y reemplazando en (3.37) resulta:

$$\frac{\partial Q}{\partial \tau} + 2u \frac{\partial Z}{\partial \tau} - 2u \frac{\partial A}{\partial \tau} + \gamma (c^2 - u^2) \frac{\partial A}{\partial \xi} = g A (s_0 - sr) \quad (3.38)$$

Tomando en cuenta que:

$$u = Q/A$$

$$c^2 = gA/B$$

$$sr = (n^2 Q^2 P^{4/3}) / A^{10/3}$$

al reemplazar en (3.38) y operar algebraicamente se obtiene:

$$\begin{aligned} & (gs_0 - \frac{g}{scB} \frac{\partial A}{\partial \xi}) A^{10/3} + 2Q \left( \frac{\partial A}{\partial \tau} + \frac{\partial Z}{\partial \tau} \right) A^{4/3} - \frac{\partial Q}{\partial \tau} A^{7/3} + \\ & + \frac{Q^2}{sc} \frac{\partial A}{\partial \xi} A^{1/3} - gn^2 Q^2 P^{4/3} = 0 \end{aligned} \quad (3.39)$$

Si esta ecuación se expresa en diferencias finitas, asignándole:

$$A = (A_1^{n+1} + (A_1^n + A_{1+1}^n)/2)/2$$

$$\frac{\partial A}{\partial \xi} = \frac{A_{1+1}^n - \frac{1}{2} (A_1^{n+1} + A_1^n)}{\Delta \xi}$$

$$\frac{\partial A}{\partial \tau} = \frac{A_1^{n+1} - A_1^n}{\Delta \tau}$$

$$\frac{\partial Z}{\partial \tau} = k a t_0^{a-1} + f_0$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \tau} = \frac{Q_1^{n+1} - Q_1^n}{\Delta \tau}$$

$$P = \text{función de } A_1^{n+1}$$

$$B = \text{función de } A_1^{n+1}$$

$$Q = (Q_1^{n+1} + (Q_1^n + Q_{1+1}^n)/2)/2$$

Resulta una ecuación no lineal respecto a  $A_1^{n+1}$ , la cual se soluciona numéricamente con el método de Newton-Raphson. De esta manera, considerando  $i=1$ , se obtiene  $A_1^{n+1}$ .

b. Durante el tiempo de corte y el inicio de la onda de retroceso

La solución numérica obtenida a partir de la ecuación (3.39), se considera válida siempre y cuando exista gasto de alimentación ( $Q_1^{n+1} > 0$ ), o sea, mientras no dé inicio la recesión. Para evaluar este proceso se optó por

utilizar una relación basada en la ecuación de cantidad de movimiento, la cual resulta de considerar que el proceso de vaciado está regido principalmente por el equilibrio entre las fuerzas gravitatorias y las de cortante dentro del volumen de flujo comprendido entre las dos primeras secciones de la malla. Así, se adoptó la siguiente relación:

$$h_1^{n+1} = h_{1+1}^{n+1} + \frac{Q_{1+1}^n}{2gA_{1+1}^n} - (sf - sr)\Delta\xi \left[ s_0 - \frac{n^2 Q_{1+1}^n P_{1+1}^{4/3}}{2 A_{1+1}^n} + \frac{Q_{1+1}^n q_{1+1}^1}{2gA_{1+1}^n} \right] \quad (3.40)$$

Una vez evaluado el tirante, es factible determinar el área hidráulica por medio de la función geométrica que los relaciona:

$$A_1^{n+1} = f(h_1^{n+1}) \quad (3.41)$$

c. Durante el avance del frente de la retaguardia

En esta etapa el área hidráulica en el frente de la retaguardia es nula:

$$A_1^{n+1} = 0$$

Frontera derecha

Normalmente se presentan tres situaciones:

- Avance del frente de onda
- Descarga libre a un dren
- Surco cerrado en su extremo final

d. Avance del frente de onda

Durante el avance del frente de onda, se considera que el volumen de la región de flujo supercrítico que se presenta en la punta es despreciable comparativamente con el volumen total de la región de flujo existente en el surco. Por lo que en el frente se acepta, por simplificación, que se tiene la presencia de una sección subcrítica que avanza con la velocidad de la frontera. El área en dicha frontera se evalúa a través de la siguiente expresión:

$$A_N^{n+1} = Q_N^{n+1} \frac{dt}{dsf}$$

Con el fin de garantizar regimen subcrítico, cuando el área  $A_N^{n+1}$  resulte menor que el área para regimen crítico correspondiente al gasto  $Q_N^{n+1}$ , se sustituye ésta por aquella que satisface el regimen crítico evaluandola a través de la relación:

$$\frac{A_N^{n+1}}{B_N^{n+1}} = \frac{Q_N^{n+1}{}^2}{g}$$

e. Descarga libremente a un dren

Cuando el frente alcanza el final del surco y este descarga libremente a un dren, se puede aceptar que en la sección de descarga se presenta una sección de control crítica, por lo que sigue siendo válida la condición de frontera del punto d. inmediato anterior.

f. Surco cerrado en su extremo final

En este caso el gasto en la frontera es cero

$$Q_N^{n+1} = 0$$

y el área deberá ser obtenida a través de la aplicación del esquema (3.32) a la sección final de la región de flujo (N). La ecuación resultante pasa a formar parte de un sistema de ecuaciones lineales simultáneas que se complementa con la aplicación del esquema (3.14) aplicado a los nudos (2,3,4,...,N-1). De aquí resulta claro que el valor de  $A_N^{n+1}$  se obtiene por la solución del sistema de ecuaciones resultante.

- Nudos centrales

Los valores de  $A_1^{n+1}$  se evalúan a partir de la solución del sistema de ecuaciones que resulta de la aplicación de las funciones discretas de la ecuación de conservación de masa en los nudos de la malla adimensional (esquema 3.14). Para esto, durante cada iteración se considera que los coeficientes  $a_{1,j}$  y  $b_i$  del sistema de ecuaciones son constantes, visto de otra manera, durante cada iteración se plantea un sistema de ecuaciones, cuyas incógnitas son las áreas, y su solución se obtiene suponiendo que los gastos son constantes.

En resumen, los valores de  $A_1^{n+1}$  se obtienen al solucionar, por el método del doble barrido, el sistema de ecuaciones lineales tripuntuales que resulta al aplicar las relaciones (3.14) y (3.32) (esta última cuando la frontera derecha lo requiera) en los (N-1) o (N-2) nudos de la malla, según el caso de incluir o no la ecuación 3.32 aplicada a la frontera derecha. Es importante hacer notar que en la frontera izquierda ( $i = 1$ ) no es necesario plantear una ecuación ya que el área en ese nudo se obtiene con auxilio de las ecuaciones (3.39) o (3.41) tal y como se indicó anteriormente.

### 3.2.4.2 Gasto

- Frontera izquierda:

El gasto de aportación al surco se considera conocido, de aquí que:

$$Q_1^{n+1} = \text{función del tiempo -hidrograma-} \quad (3.42)$$

- Nudos centrales y frontera derecha:

Se aplican las ecuaciones (3.33) y (3.34).

En el caso en que el frente de avance alcanza el final del surco y esté cerrado, la ecuación (3.34) se sustituye por:

$$Q_n^{n+1} = 0 \quad (3.43)$$

### → 3.2.4.3 Velocidad media

Se determinan las velocidades  $u_i^{n+1}$  ( $i= 1,2,3,\dots,M$ ) con auxilio de la relación (3.35).

#### 3.2.4.4 Posición del frente de onda

Su avance o desplazamiento espacial durante cada nuevo intervalo de tiempo  $\Delta\tau$  se determina a partir de la siguiente expresión:

$$s_f^{n+1} = s_f^n + \frac{\Delta\tau Q_{N-1}^{n+1}}{A_{N-1}^{n+1} + Z_{N-1}^{n+1}} \quad (3.44)$$

Esta relación resulta de discretizar la ecuación (2.279).

#### 3.2.4.5 Posición del frente de la retaguardia

Su avance o desplazamiento espacial durante cada nuevo intervalo de tiempo  $\Delta\tau$  se determina a partir de la siguiente expresión:

$$s_r^{n+1} = s_r^n + \frac{\Delta\tau Q_2^n}{A_2^n - (Z_2^{n+1} - Z_2^n)} \quad (3.45)$$

Esta relación resulta de discretizar la ecuación (2.291).

Es importante indicar que posiblemente durante la modelación numérica este frente nunca alcance el final del surco, esta situación se puede presentar por efecto del proceso de infiltración en la región de flujo aguas abajo del segundo nudo, o sea, puede darse el caso de que la región de flujo superficial tienda a desaparecer por efecto de la infiltración y no por efecto del avance del frente de la retaguardia.

Afortunadamente, durante la simulación esta situación puede ser identificada numéricamente y por consiguiente es factible establecer el momento en que la región de flujo superficial se elimina.

### 3.2.4.6 Proceso iterativo

Con los nuevos valores de  $Q_1^{n+1}$  y  $u_1^{n+1}$  calculados en los incisos 3.2.4.2 y 3.2.4.3, se retorna al inciso 3.2.4.1 para volver a calcular las  $A_1^{n+1}$ . Esta secuencia se repite iterativamente hasta que los valores calculados entre una iteración y otra sean aproximadamente iguales.

### 3.2.5 Procedimiento de cálculo

Datos requeridos:

- Gasto de alimentación ( $Q_0$ )

$$Q_1^n = Q_0 = \text{hidrograma de entrada}$$

- Coeficiente de rugosidad de Manning ( $n$ ).

- Geometría de la sección transversal de la conducción.

Area hidráulica ( $A$ )

Perímetro mojado ( $P$ )

Radio hidráulico ( $R$ )

Ancho de superficie libre ( $B$ )

- Pendiente de la plantilla de la conducción ( $s_0$ ).

- Coeficientes empíricos de la ecuación de Kostiaikov-Lewis

$k$ ,  $a$ ,  $fo$ ,  $k'$ ,  $a'$  y  $fo'$  (ver inciso 4.3)

- Número de nudos de la red ( $n$ )

De los experimentos numéricos resulta recomendable adoptar como mínimo  $n=5$ , máximo 20 y en general 10.

- Incremento de tiempo ( $\Delta\tau$ )

Se recomiendan valores comprendidos entre 10 y 60 s y realizar pruebas de convergencia mediante el aumento o disminución del valor. En las pruebas realizadas se encontró que un valor de  $\Delta\tau = 60$  s es apropiado, pues arrojó resultados satisfactorios para todos los casos.

- Perfil inicial uniformizado.

Suposición de condición inicial (la región de flujo para el tiempo cero se considera en condiciones hidráulicas de flujo uniforme)

- Como datos complementarios se debe tener en cuenta:

La longitud total de la conducción

El tiempo de aplicación (tiempo  $on$ ) del gasto  $Q_0$ .

Cálculo numérico:

La evaluación numérica de variables, entre un intervalo de tiempo y otro, se basa en un proceso iterativo como el que se describe a continuación:

a) Conocidos los datos de partida para el tiempo  $\tau^n$ , se calculan los nuevos valores del área  $A_1^{n+1}$  con auxilio de la ecuación (3.39) o (3.41) según el caso

b) Para una primera iteración se supone

$$u_1^n = u_1^{n-1} \quad , \quad u_1^{n+1} = u_1^n \quad , \quad Q_1^n = Q_1^{n-1} \quad , \quad Q_1^{n+1} = Q_1^n$$

c) Se evalúan las áreas  $A_1^{n+1}$  en los nudos 2 a N con la solución del sistema de ecuaciones resultante de aplicar las ecuaciones (3.14) y (3.32) en los nudos correspondientes.

d) Se determinan los gastos  $Q_1^{n+1}$  ( $i= 1,2,3,\dots,N$ ) con auxilio de las relaciones (3.42), (3.33) y (3.34) que les correspondan.

e) Se calculan las velocidades  $u_1^{n+1}$  ( $i= 1,2,3,4,\dots,N$ ) con la expresión (3.35).

f) Con los nuevos valores de  $Q_1^{n+1}$  y  $u_1^{n+1}$  calculados en los pasos d) y e), se retorna al paso c) para volver a calcular las  $A_1^{n+1}$ . Esta secuencia se repite iterativamente hasta que los valores calculados entre una iteración y otro sean aproximadamente iguales.

De esta manera se conocen las características hidráulicas para el tiempo  $\tau^{n+1}$ .

Mientras el frente de onda no alcance el final del conducto, la nueva posición del mismo será evaluada con la ecuación (3.44).

De la misma manera, una vez que se ha suspendido el gasto de alimentación y que el flujo se ha eliminado en la sección de entrada ( $s = 0$ ), el desplazamiento del frente de retroceso se determina con la expresión (3.45).

### 3.3 Esquema implícito para las expresiones simplificadas

La única variante de este modelo de simulación, que resulta al aplicar las ecuaciones simplificadas, vistas en el subcapítulo 2.5.2, respecto al obtenido anteriormente para las ecuaciones completas, radica en la evaluación de la velocidad. De aquí que baste reemplazar, en el esquema de solución anterior, las expresiones (3.33) y (3.34) por la siguiente expresión general que es válida para todos los nudos:

$$Q_1^{n+1} = [g s_0 A_1^{n+1}]^{1/2} \frac{A_1^{n+1}{}^{7/6}}{n g^{1/2} P_1^{n+1}{}^{2/3}}$$

### 3.4 Análisis de estabilidad para un modelo linealizado

A juicio del autor de este trabajo en la actualidad no existe un método que permita realizar el análisis de estabilidad para el modelo no lineal que se presenta en el subcapítulo 3.2. Sin embargo, con el fin de mostrar el comportamiento de los principales parámetros que influyen en la estabilidad de los modelos adimensionalizados aplicados a una región de flujo variable, a continuación se analizará la estabilidad de un esquema linealizado para malla adaptiva.

#### 3.4.1 Linealización de las ecuaciones

Se partirá de la siguiente versión de las ecuaciones transformadas para malla adaptiva:

-Conservación de masa

$$\frac{\partial A}{\partial \tau} + v \frac{\partial A}{\partial \xi} + \gamma \frac{\partial Q}{\partial \xi} = q_1$$

-Conservación de cantidad de movimiento

$$\frac{\partial Q}{\partial \tau} + \varphi \frac{\partial Q}{\partial \xi} + \theta \frac{\partial A}{\partial \xi} = g A (s_o - s_r)$$

Si se asume que cada variable se puede expresar en función de un valor medio ( $f_o$ ) más una pequeña variación ( $f'$ ), se tendrá:

$$\begin{aligned} A &= A_o + A', \quad Q = Q_o + Q' \\ v &= v_o + v', \quad \gamma = \gamma_o + \gamma' \\ \varphi &= \varphi_o + \varphi', \quad \theta = \theta_o + \theta' \end{aligned}$$

Al reemplazar en las ecuaciones transformadas resulta:

-Conservación de masa

$$\frac{\partial A_o}{\partial \tau} + \frac{\partial A'}{\partial \tau} + (v_o + v') \left( \frac{\partial A_o}{\partial \xi} + \frac{\partial A'}{\partial \xi} \right) + (\gamma_o + \gamma') \left( \frac{\partial Q_o}{\partial \xi} + \frac{\partial Q'}{\partial \xi} \right) = q_1$$

-Conservación de la cantidad de movimiento

$$\frac{\partial Q_o}{\partial \tau} + \frac{\partial Q'}{\partial \tau} + (\varphi_o + \varphi') \left( \frac{\partial Q_o}{\partial \xi} + \frac{\partial Q'}{\partial \xi} \right) + (\theta_o + \theta') \left( \frac{\partial A_o}{\partial \xi} + \frac{\partial A'}{\partial \xi} \right) = g A (s_o - s_r)$$

Adoptando las siguientes hipótesis simplificadoras:

- $A_o$  y  $Q_o$  son constantes obtenidas para condiciones de flujo uniforme
- El flujo tiende rápidamente a uniformizarse,  $(s_o - s_r) \approx 0$ , o que, el valor de  $s_o - s_r$  es pequeño comparado con el resto de los términos.
- El término de infiltración es despreciable,  $q_1 = 0$
- El producto de variaciones pequeñas es despreciable

resulta:

-Conservación de masa

$$\frac{\partial A'}{\partial \tau} + v_0 \frac{\partial A'}{\partial \xi} + \gamma_0 \frac{\partial Q'}{\partial \xi} = 0 \quad (3.46)$$

-Conservación de cantidad de movimiento

$$\frac{\partial Q'}{\partial \tau} + \varphi_0 \frac{\partial Q'}{\partial \xi} + \theta_0 \frac{\partial A'}{\partial \xi} = 0 \quad (3.47)$$

donde

$$v_0 = - \frac{\xi}{sf - sr} \frac{dsf}{dt} + \frac{\xi - 1}{sf - sr} \frac{dsr}{dt} \quad (3.48)$$

$$\gamma_0 = \frac{1}{sf - sr} \quad (3.49)$$

$$\varphi_0 = v_0 + 2 \gamma_0 u_0 \quad (3.50)$$

$$\theta_0 = \gamma_0 (c_0^2 - u_0^2) \quad (3.51)$$

Estas expresiones corresponden a las ecuaciones linealizadas.

### 3.4.2 Análisis de estabilidad de las ecuaciones diferenciales linealizadas

Se asume que la solución es diferenciable para todo  $\xi$  y  $\tau$  incluyendo las fronteras. De aquí que la solución pueda ser escrita como una serie de Fourier [Abbott, 1979; Aparicio, 1985; Cunge, 1980; Liggett y Abbott, 1975]:

$$A'(\xi, \tau) = \sum_n^{\infty} A'_n e^{i(\sigma n \xi + \beta n \tau)}$$

$$Q'(\xi, \tau) = \sum_n^{\infty} Q'_n e^{i(\sigma n \xi + \beta n \tau)}$$

en donde  $i = \sqrt{-1}$ , y  $A'$ ,  $Q'$ ,  $\sigma n$  y  $\beta n$  son constantes.

Para fines del análisis de estabilidad numérica, interesa el comportamiento de una de las componentes  $n$  cualquiera de las series anteriores, de modo que se tomará:

$$A'(\xi, \tau) = A'_n e^{i(\sigma n \xi + \beta n \tau)}$$

$$Q'(\xi, \tau) = Q'_n e^{i(\sigma n \xi + \beta n \tau)}$$

Al reemplazar estas relaciones en las ecuaciones linealizadas, se obtiene:

-Conservación de masa

$$i \beta n A' n e^{i(\sigma n \xi + \beta n \tau)} + i \nu_0 \sigma n A' n e^{i(\sigma n \xi + \beta n \tau)} + i \gamma_0 \sigma n Q' n e^{i(\sigma n \xi + \beta n \tau)} = 0$$

-Conservación de cantidad de movimiento

$$i \beta n Q' n e^{i(\sigma n \xi + \beta n \tau)} + i \beta_0 \sigma n Q' n e^{i(\sigma n \xi + \beta n \tau)} + i \vartheta_0 \sigma n A' n e^{i(\sigma n \xi + \beta n \tau)} = 0$$

dividiendo ambas ecuaciones entre  $i e^{i(\sigma n \xi + \beta n \tau)}$

$$(\beta n + \nu_0 \sigma n) A' n + \gamma_0 \sigma n Q n = 0$$

$$\vartheta_0 \sigma n A' n + (\beta n + \varphi_0 \sigma n) Q' n = 0$$

Se tiene un sistema de ecuaciones, con incógnitas  $A n$  y  $Q n$ , cuya solución no trivial se satisface cuando el determinante de los coeficientes es nulo. De aquí que:

$$(\beta n + \nu_0 \sigma n)(\beta n + \varphi_0 \sigma n) - \gamma_0 \vartheta_0 \sigma n^2 = 0$$

$$\beta n^2 + \beta n (\varphi_0 + \nu_0) \sigma n + (\nu_0 \varphi_0 - \gamma_0 \vartheta_0) \sigma n^2 = 0$$

de donde

$$\beta n = [ -(\varphi_0 + \nu_0) \pm ( (\varphi_0 + \nu_0)^2 - 4 (\nu_0 \varphi_0 - \gamma_0 \vartheta_0) )^{1/2} ] \frac{\sigma n}{2}$$

$$\beta n = [ -(\varphi_0 + \nu_0) \pm ( \varphi_0^2 - 2 \varphi_0 \nu_0 + \nu_0^2 + 4 \gamma_0 \vartheta_0 )^{1/2} ] \frac{\sigma n}{2}$$

Tomando en cuenta las relaciones (3.46) a (3.51), reemplazando y operando algebraicamente, resulta:

$$\beta n = [ -\nu_0 - \gamma_0 (\nu_0 \pm c_0) ] \sigma n \quad (3.52)$$

Para interpretar este resultado, conviene recordar el significado de  $\sigma n$  y  $\beta n$  en las series de Fourier. Si  $\lambda n$  es la longitud de onda, o bien  $k = 1/\lambda n$  es el número de onda, resulta:

$$\sigma n = 2 \pi k = 2 \pi / \lambda n \quad (3.53)$$

Por otro lado, si  $T$  es el período de la onda y  $f = 1/T$  es la frecuencia,

$$\beta n = 2 \pi f = 2 \pi / T \quad (3.54)$$

y por tanto la celeridad es  $\beta/\sigma = \lambda/T$

Entonces,  $\beta$  es real y por tanto

$$| e^{i \beta n t} | = | \cos \beta n t + i \operatorname{sen} \beta n t | = 1$$

Las ecuaciones diferenciales son, por tanto, neutralmente estables.

Si se define  $M = \lambda n / \Delta \xi$ , número de intervalos computacionales por longitud de onda  $\lambda n$  correspondiente a la  $n$ -ésima componente de la serie de Fourier, al reemplazar en (3.53) resulta:

$$\sigma n \Delta \xi = 2\pi / M \quad (3.55)$$

Adicionalmente, es importante indicar que la celeridad de la propagación de la onda está dada por:

$$C = \beta n / \sigma n = -u_0 - \gamma_0 (u_0 \pm c_0) \quad (3.56)$$

la cual se obtiene de la ecuación (3.52). El lector puede observar que esta celeridad es realmente una celeridad por unidad de longitud de longitud de flujo [por ser  $u_0 = -\gamma_0 \omega s$  y  $\gamma_0 = 1/(sf - sr)$ ], o sea, que es una celeridad adimensionalizada espacialmente, lo cual es un producto de las propiedades de la malla adaptativa. Esta situación implica que  $\sigma n$  al ser comparada con el significado del tradicional concepto físico que se tiene de ella, difiere en que, en esta ocasión, incluye la longitud de la región de flujo.

### 3.4.3 Funciones discretas

Para escribir las funciones de red que representan en forma discreta las ecuaciones simplificadas, se seleccionó la discretización numérica que a continuación se presenta:

- Aproximaciones discretas para la ecuación de continuidad

$$\frac{\partial A}{\partial \tau} = \frac{A_1^{n+1} + A_{1-1}^{n+1} - A_1^n - A_{1-1}^n}{2 \Delta \tau}$$

$$\frac{\partial A}{\partial \xi} = \frac{A_1^{n+1} + A_1^n - A_{1-1}^{n+1} - A_{1-1}^n}{2 \Delta \xi}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \xi} = \frac{Q_1^n - Q_{1-1}^n}{\Delta \xi}$$

- Aproximaciones discretas para la ecuación de cantidad de movimiento

$$\frac{\partial Q}{\partial \tau} = \frac{Q_1^{n+1} + Q_{1-1}^{n+1} - Q_1^n - Q_{1-1}^n}{2 \Delta \tau}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \xi} = \frac{Q_1^{n+1} - Q_{1-1}^{n+1}}{\Delta \xi}$$

$$\frac{\partial A}{\partial \xi} = \frac{A_1^{n+1} - A_{1-1}^{n+1}}{\Delta \xi}$$

### 3.4.4 Ecuaciones en diferencias finitas

- Conservación de masa

$$\frac{A_1^{n+1} + A_{1-1}^{n+1} - A_1^n - A_{1-1}^n}{2 \Delta \tau} + v_0 \frac{A_1^{n+1} + A_1^n - A_{1-1}^{n+1} - A_{1-1}^n}{2 \Delta \xi} + \gamma_0 \frac{Q_1^n - Q_{1-1}^n}{\Delta \xi} = 0$$

- Conservación de cantidad de movimiento

$$\frac{Q_1^{n+1} + Q_{1-1}^{n+1} - Q_1^n - Q_{1-1}^n}{2 \Delta \tau} + \varphi_0 \frac{Q_1^{n+1} - Q_{1-1}^{n+1}}{\Delta \xi} + \psi_0 \frac{A_1^{n+1} - A_{1-1}^{n+1}}{\Delta \xi} = 0$$

Agrupando términos:

- Conservación de masa

$$(1 + v_0 \frac{\Delta \tau}{\Delta \xi}) A_1^{n+1} + (1 - v_0 \frac{\Delta \tau}{\Delta \xi}) A_{1-1}^{n+1} - (1 - v_0 \frac{\Delta \tau}{\Delta \xi}) A_1^n - (1 + v_0 \frac{\Delta \tau}{\Delta \xi}) A_{1-1}^n + 2\gamma_0 \frac{\Delta \tau}{\Delta \xi} Q_1^n - 2\gamma_0 \frac{\Delta \tau}{\Delta \xi} Q_{1-1}^n = 0$$

asignando

$$a_1 = 1 + v_0 \frac{\Delta \tau}{\Delta \xi}$$

$$a_2 = 1 - v_0 \frac{\Delta \tau}{\Delta \xi}$$

$$a_3 = -a_2$$

$$a_4 = -a_1$$

$$a_5 = 2\gamma_0 \frac{\Delta \tau}{\Delta \xi}$$

$$a_6 = -a_5$$

resulta

$$a_1 A_1^{n+1} + a_2 A_{1-1}^{n+1} + a_3 A_1^n + a_4 A_{1-1}^n + a_5 Q_1^n + a_6 Q_{1-1}^n = 0 \quad (3.57)$$

- Conservación de cantidad de movimiento

$$(1 + 2 \varphi_0 \frac{\Delta \tau}{\Delta \xi}) Q_1^{n+1} + (1 - 2 \varphi_0 \frac{\Delta \tau}{\Delta \xi}) Q_{1-1}^{n+1} - Q_1^n - Q_{1-1}^n + 2\theta_0 \frac{\Delta \tau}{\Delta \xi} A_1^{n+1} - 2\theta_0 \frac{\Delta \tau}{\Delta \xi} A_{1-1}^{n+1} = 0$$

asignando

$$b_1 = 1 + 2 \varphi_0 \frac{\Delta \tau}{\Delta \xi}$$

$$b_2 = 1 - 2 \varphi_0 \frac{\Delta \tau}{\Delta \xi}$$

$$b_3 = -1$$

$$b_4 = -1$$

$$b_5 = 2 \theta_0 \frac{\Delta \tau}{\Delta \xi}$$

$$b_6 = -b_5$$

resulta

$$b_1 Q_1^{n+1} + b_2 Q_{1-1}^{n+1} + b_3 Q_1^n + b_4 Q_{1-1}^n + b_5 A_1^{n+1} + b_6 A_{1-1}^{n+1} = 0 \quad (3.58)$$

### 3.4.5 Funciones de estabilidad del esquema

Para realizar y simplificar el análisis de estabilidad se adopta la siguiente representación de las variables discretas:

$$f_1^n = f_n e^{iJ \sigma n \Delta \xi} e^{ik \beta n \Delta \xi} = f_n X^J T^k$$

al reemplazar en (3.57) y (3.58), se obtiene:

- Conservación de masa

$$a_1 A_n X^J T^{k+1} + a_2 A_n X^{J-1} T^{k+1} + a_3 A_n X^J T^k + a_4 A_n X^{J-1} T^k + a_5 Q_n X^J T^k + a_6 Q_n X^{J-1} T^k = 0$$

- Cantidad de movimiento

$$b_1 Q_n X^J T^{k+1} + b_2 Q_n X^{J-1} T^{k+1} + b_3 Q_n X^J T^k + b_4 Q_n X^{J-1} T^k + b_5 A_n X^J T^{k+1} + b_6 A_n X^{J-1} T^{k+1} = 0$$

dividiendo ambas ecuaciones entre  $X^j T^k$

- Conservación de masa

$$(a_1 T + a_2 X^{-1} T + a_3 + a_4 X^{-1}) A_n + (a_5 + a_6 X^{-1}) Q_n = 0 \quad (3.59)$$

- Conservación de cantidad de movimiento

$$(b_5 T + b_6 X^{-1} T) A_n + (b_1 T + b_2 X^{-1} T + b_3 + b_4 X^{-1}) Q_n = 0 \quad (3.60)$$

Para evitar la solución trivial, el determinante de la matriz de coeficientes del sistema formado por las ecuaciones (3.59) y (3.60) debe ser igual con cero:

$$\begin{aligned} & a_1 b_1 T^2 + a_1 b_2 X^{-1} T^2 + a_1 b_3 T + a_1 b_4 X^{-1} T + a_2 b_1 X^{-1} T^2 + a_2 b_2 X^{-2} T^2 + a_2 b_3 X^{-1} T + \\ & + a_2 b_4 X^{-2} T + a_3 b_1 T + a_3 b_2 X^{-1} T + a_3 b_3 + a_3 b_4 X^{-1} + a_4 b_1 X^{-1} T + a_4 b_2 X^{-2} + \\ & + a_4 b_3 X^{-1} + a_4 b_4 X^{-2} - a_5 b_5 T - a_5 b_6 X^{-1} T - a_6 b_5 X^{-1} T - a_6 b_6 X^{-2} T = 0 \end{aligned}$$

Multiplicando por  $X^2$  y agrupando términos en  $T$  y en  $X$

$$\begin{aligned} & [a_1 b_1 X^2 + (a_1 b_2 + a_2 b_1) X + a_2 b_2] T^2 + [(a_1 b_3 + a_3 b_1 - a_5 b_5) X^2 + (a_1 b_4 + a_2 b_3 + \\ & + a_3 b_2 + a_4 b_1 - a_5 b_6 - a_6 b_5) X + a_2 b_4 - a_6 b_6] T + [a_3 b_3 X^2 + (a_3 b_4 + a_4 b_3) X + \\ & + (a_4 b_2 + a_4 b_4)] = 0 \end{aligned}$$

adoptando

$$A = a_1 b_1 X^2 + (a_1 b_2 + a_2 b_1) X + a_2 b_2$$

$$B = (a_1 b_3 + a_3 b_1 - a_5 b_5) X^2 + (a_1 b_4 + a_2 b_3 + a_3 b_2 + a_4 b_1 - a_5 b_6 - a_6 b_5) X + a_2 b_4 - a_6 b_6$$

$$C = a_3 b_3 X^2 + (a_3 b_4 + a_4 b_3) X + (a_4 b_2 + a_4 b_4)$$

resulta

$$AT^2 + BT + C = 0$$

por lo que

$$T = \frac{-B \pm (B^2 - 4AC)^{1/2}}{2A}$$

Si se asigna

$$\begin{aligned}
 A_2 &= a_1 b_1 \\
 A_1 &= a_1 b_2 + a_2 b_1 \\
 A_0 &= a_2 b_2 \\
 B_2 &= a_1 b_3 + a_2 b_1 - a_5 b_5 \\
 B_1 &= a_1 b_4 + a_2 b_3 + a_3 b_2 + a_4 b_1 - a_5 b_6 - a_6 b_5 \\
 B_0 &= a_2 b_4 - a_6 b_6 \\
 C_2 &= a_3 b_3 \\
 C_1 &= a_3 b_4 + a_4 b_3 \\
 C_0 &= a_4 b_2 + a_4 b_4 \\
 D_4 &= 4 A_2 C_2 \\
 D_3 &= 4 (A_2 C_1 + A_1 C_2) \\
 D_2 &= 4 (A_2 C_0 + A_1 C_1 + A_0 C_2) \\
 D_1 &= 4 (A_1 C_0 + A_0 C_1) \\
 D_0 &= 4 A_0 C_0 \\
 E_4 &= B_2^2 \\
 E_3 &= 2 B_2 B_1 \\
 E_2 &= 2 B_2 B_0 + B_1^2 \\
 E_1 &= 2 B_1 B_0 \\
 E_0 &= B_0^2 \\
 F_4 &= E_4 - D_4 \\
 F_3 &= E_3 - D_3 \\
 F_2 &= E_2 - D_2 \\
 F_1 &= E_1 - D_1 \\
 F_0 &= E_0 - D_0
 \end{aligned}$$

$T$  se puede expresar en función de  $X$

$$T = \frac{-(B_2 X^2 + B_1 X + B_0) \pm (F_4 X^4 + F_3 X^3 + F_2 X^2 + F_1 X + F_0)^{1/2}}{2 (A_2 X^2 + A_1 X + A_0)}$$

Recordando que por el teorema de Euler y de Moivre se cumple:

$$X^n = \cos n \sigma n \Delta \xi + i \operatorname{sen} n \sigma n \Delta \xi = \operatorname{cis} n \sigma n \Delta \xi$$

al considerar que  $T = e^{i \beta n \Delta \tau}$ , resulta

$$e^{i \beta n \Delta \tau} = \frac{-(B_2 \operatorname{cis} 2\sigma n \Delta \xi + B_1 \operatorname{cis} \sigma n \Delta \xi + B_0) \pm F^{1/2}}{2 (A_2 \operatorname{cis} 2\sigma n \Delta \xi + A_1 \operatorname{cis} \sigma n \Delta \xi + A_0)}$$

siendo

$$F = F_4 \operatorname{cis} 4\sigma n \Delta \xi + F_3 \operatorname{cis} 3\sigma n \Delta \xi + F_2 \operatorname{cis} 2\sigma n \Delta \xi + F_1 \operatorname{cis} \sigma n \Delta \xi + F_0$$

Para poder expresar numéricamente este resultado, es necesario eliminar el radical complejo, para lo cual se puede emplear el procedimiento siguiente:

Asignando

$$r = [(F_4 \cos 4\sigma n \Delta \xi + F_3 \cos 3\sigma n \Delta \xi + F_2 \cos 2\sigma n \Delta \xi + F_1 \cos \sigma n \Delta \xi + F_0)^2 + (F_4 \operatorname{sen} 4\sigma n \Delta \xi + F_3 \operatorname{sen} 3\sigma n \Delta \xi + F_2 \operatorname{sen} 2\sigma n \Delta \xi + F_1 \operatorname{sen} \sigma n \Delta \xi)^2]^{1/2}$$

$$\cos \omega = (F_4 \cos 4\sigma n \Delta \xi + F_3 \cos 3\sigma n \Delta \xi + F_2 \cos 2\sigma n \Delta \xi + F_1 \cos \sigma n \Delta \xi + F_0)/r$$

$$\operatorname{sen} \omega = (F_4 \operatorname{sen} 4\sigma n \Delta \xi + F_3 \operatorname{sen} 3\sigma n \Delta \xi + F_2 \operatorname{sen} 2\sigma n \Delta \xi + F_1 \operatorname{sen} \sigma n \Delta \xi)/r$$

las raíces resultan ser:

$$\sqrt{\phantom{x}} = r^{1/2} (\cos \omega/2 + i \operatorname{sen} \omega/2) = r^{1/2} \operatorname{cis} \omega/2$$

$$\sqrt{\phantom{x}} = r^{1/2} (\cos (\omega/2 + \pi) + i \operatorname{sen} (\omega/2 + \pi))$$

$$= -r^{1/2} (\cos \omega/2 + i \operatorname{sen} \omega/2) = -r^{1/2} \operatorname{cis} \omega/2$$

de estas raíces, la solución que tiene sentido para el análisis de estabilidad, es aquella que se obtiene con el valor del ángulo que se presenta dentro del primer o cuarto cuadrante. De aquí que sea necesario tener precaución en este aspecto, o sea, se debe de verificar el lugar geométrico en que se presenta el módulo r.

de lo anterior se desprende que

$$e^{i \beta n \Delta \tau} = \frac{-(B_2 \operatorname{cis} 2\sigma n \Delta \xi + B_1 \operatorname{cis} \sigma n \Delta \xi + B_0) \pm r^{1/2} \operatorname{cis} \omega/2}{2(A_2 \operatorname{cis} 2\sigma n \Delta \xi + A_1 \operatorname{cis} \sigma n \Delta \xi + A_0)}$$

Como se puede observar, tanto el numerador como el denominador son números complejos:

$$Z_1 = -B_2 \cos 2\sigma n \Delta \xi - B_1 \operatorname{coss} \sigma n \Delta \xi - B_0 \pm r^{1/2} \cos \omega/2 + i (-B_2 \operatorname{sen} 2\sigma n \Delta \xi - B_1 \operatorname{sen} \sigma n \Delta \xi - B_0 \pm r^{1/2} \operatorname{sen} \omega/2)$$

$$Z_2 = 2(A_2 \cos 2\sigma n \Delta \xi + A_1 \cos \sigma n \Delta \xi + A_0) + i 2(A_2 \operatorname{sen} 2\sigma n \Delta \xi + A_1 \operatorname{sen} \sigma n \Delta \xi)$$

asignando

$$G_1 = -B_2 \cos 2\sigma n \Delta \xi - B_1 \operatorname{coss} \sigma n \Delta \xi - B_0 \pm r^{1/2} \cos \omega/2$$

$$G_2 = -B_2 \operatorname{sen} 2\sigma n \Delta \xi - B_1 \operatorname{sen} \sigma n \Delta \xi \pm r^{1/2} \operatorname{sen} \omega/2$$

$$G_3 = 2(A_2 \cos 2\sigma n \Delta \xi + A_1 \cos \sigma n \Delta \xi + A_0)$$

$$G_4 = 2(A_2 \operatorname{sen} 2\sigma n \Delta \xi + A_1 \operatorname{sen} \sigma n \Delta \xi)$$

en las cuales se toma el valor absoluto de las relaciones  $r^{1/2} \operatorname{sen} \omega/2$  y  $r^{1/2} \operatorname{cos} \omega/2$  que es el que tiene sentido para el análisis de estabilidad.

resulta

$$e^{i \beta n \Delta \tau} = \frac{c_1 + i c_2}{c_3 + i c_4}$$

multiplicando por  $\frac{c_3 - i c_4}{c_3 - i c_4}$

$$e^{i \beta n \Delta \tau} = \frac{(c_1 c_3 + c_2 c_4)}{c_3^2 + c_4^2} + \frac{i (c_2 c_3 - c_1 c_4)}{c_3^2 + c_4^2}$$

para que el esquema sea estable se debe cumplir

$$|e^{i \beta n \Delta \tau}| \leq 1$$

por lo tanto

$$(\lambda_r^2 + \lambda_i^2)^{1/2} \leq 1$$

siendo

$$\lambda_r = \frac{(c_1 c_3 + c_2 c_4)}{c_3^2 + c_4^2}$$

$$\lambda_i = \frac{(c_2 c_3 - c_1 c_4)}{c_3^2 + c_4^2}$$

Dado que  $\beta n$  está compuesto por una parte real y una compleja,

$$\beta n = \beta n_r + i \beta n_i$$

se tendrá

$$e^{i \beta n \Delta \tau} = e^{i \beta n_r \Delta \tau} e^{-i \beta n_i \Delta \tau} = e^{-i \beta n_i \Delta \tau} (\cos \beta n_r \Delta \tau + i \operatorname{sen} \beta n_r \Delta \tau)$$

por lo que

$$e^{i \beta n \Delta \tau} = \lambda_r + i \lambda_i$$

de donde

$$e^{-i \beta n_i \Delta \tau} \cos \beta n_r \Delta \tau = \lambda_r$$

(3.61)

$$e^{-i \beta n_i \Delta \tau} \operatorname{sen} \beta n_r \Delta \tau = \lambda_i$$

$$\tan \beta n r \Delta \tau = \frac{\lambda i}{\lambda r} \quad (3.62)$$

por lo tanto, la celeridad de la onda numérica por unidad de longitud de región de flujo resulta

$$Cn = \frac{1}{\sigma n \Delta \tau} \text{ ang tan } \left( \frac{\lambda i}{\lambda r} \right) = \frac{M \Delta \xi}{2\pi \Delta \tau} \text{ ang tan } \left( \frac{\lambda i}{\lambda r} \right) \quad (3.63)$$

### 3.4.6 Atenuación y celeridad de la onda

#### - Atenuación

Se conoce como factor de amplificación a la relación [Abbott, 1979; Cunge, 1980]:

$$R1 = \frac{\text{factor de atenuación numérica}}{\text{factor de atenuación exacta}} = \frac{|e^{-i \beta n i \Delta \tau}|}{|e^{-i C n i \Delta \tau}|} \quad (3.64)$$

El factor de atenuación numérica se obtiene al reemplazar (3.62) en (3.61) y despejar dicho factor de la expresión resultante

$$e^{-i \beta n i \Delta \tau} = \left| \frac{\lambda r}{\cos [\text{ang tan } \left( \frac{\lambda i}{\lambda r} \right)]} \right| \quad (3.65)$$

Al sustituir (3.65) en (3.64), tomando en cuenta que el factor de atenuación exacta es igual a la unidad, se obtiene:

$$R1 = \left| \frac{\lambda r}{\cos [\text{ang tan } \left( \frac{\lambda i}{\lambda r} \right)]} \right| \quad (3.66)$$

#### - Celeridad relativa

Se conoce como factor de fase o atenuación de celeridad [Abbott, 1979; Cunge, 1980), a la expresión:

$$R2 = \frac{\text{Celeridad de onda numérica}}{\text{Celeridad de onda exacta}} = \left| \frac{Cn}{C} \right| \quad (3.67)$$

Al reemplazar la (3.56) y (3.63), resulta

$$R2 = \frac{\left| \frac{M}{2\pi} \text{ ang tan } \left( \frac{\lambda i}{\lambda r} \right) \right|}{\left| \frac{\Delta \tau}{\Delta \xi} [-v_0 - \gamma_0 (u_0 \pm c_0)] \right|} \quad (3.68)$$

Si se toma en cuenta que  $v_0$  puede ser expresado en función de la velocidad de deformación ( $ws$ ), de acuerdo con la relación  $v_0 = -\gamma_0 w s_0$ , al reemplazar se tiene:

$$R2 = \frac{\left| \frac{M}{2\pi} \operatorname{ang} \tan \left( \frac{\lambda f}{\lambda r} \right) \right|}{\left| \gamma_0 \frac{\Delta \tau}{\Delta \xi} (ws_0 - (u_0 \pm c_0)) \right|} \quad (3.69)$$

Resulta apropiado hacer notar que para este caso el número de Courant esta definido por la relación:

$$Cr = \left| \gamma_0 \frac{\Delta \tau}{\Delta \xi} (c_0 \pm \dots) \right|$$

en donde

$$\gamma_0 / \Delta \xi = \Delta x.$$

Como se puede observar en el denominador de la ecuación (3.69), existe un término adicional al número de Courant, al que se denominará *número adimensional para región deformable* y que se identificará con la abreviación  $Dr$ , está dado por la relación:

$$Dr = \left| \gamma_0 \frac{\Delta \tau}{\Delta \xi} (ws_0) \right|$$

De aquí, se demuestra que la velocidad de crecimiento  $ws$ , influye en la estabilidad numérica del esquema en diferencias finitas aplicado a una región de flujo en expansión o reducción temporal. Este resultado es una contribución para el estudio y simulación de regiones de flujo cuyo crecimiento requiere la aplicación de una malla adaptiva para su correcta representación físico-matemática.

Esta conclusión difícilmente se podría encontrar a través del análisis de estabilidad de un esquema en coordenadas fijas. Esta situación es obvia por la simple razón de que los esquemas en coordenadas fijas, conocidos por el autor de este trabajo, no incluyen explícitamente o implícitamente la velocidad de deformación de la región de flujo.

Con el fin de ilustrar el efecto que la deformación de la región de flujo produce en la estabilidad del esquema analizado, en la láminas 3.1, 3.2, 3.3, 3.4, 3.5 y 3.6 se presentan retratos de amplificación y fase para diferentes números de Courant ( $Cr$ ), de la velocidad de deformación ( $ws$ ), del número de Froude ( $Fr$ ), de la velocidad del flujo ( $u$ ) y del número adimensional para región deformable ( $Dr$ ).

En las láminas 3.3, 3.4 y 3.5, realizadas para diferentes números de Courant ( $Cr = .0625, .0825, .1025$ ), adoptó una velocidad  $u = .2$  m/s y un número de Froude  $Fr = .4$ , los cuales son valores comunes en sistemas de riego por gravedad. Como se puede observar, para cada caso se tomaron tres velocidades de deformación ( $ws = 0, .1$  y  $.2$  m/s).

En las tres láminas citadas el factor de amplificación converge a la unidad para  $M > 50$ , lo cual implica que el esquema, bajo las condiciones representadas en las gráficas, es no disipativo, o sea, es amortiguado numéricamente a partir del valor de  $M$  en que  $R1$  es igual a la unidad. Por otra parte el esquema es dispersivo salvo para la condición mostrada en la lámina 3.2, para  $Cr = .0825, Fr = .4$ , y  $ws = 0$ , en la cual la celeridad relativa es igual a la unidad para  $M > 35$ ; sin embargo esta condición no prevalece al modificarse la velocidad de deformación que produce un amortiguamiento de la celeridad relativa, tal y como se aprecia en la misma figura.

Resulta interesante observar que al modificar el número de Froude las condiciones de estabilidad del modelo se ven afectadas significativamente; así, por ejemplo, al comparar las láminas 3.2 y 3.4, en las que se cambió el Froude de .4 a .2, se observa que al disminuir este parámetro la celeridad relativa sufre un amortiguamiento muy marcado (para  $M = 50$ ,  $R2$  varía de 1 a .54), lo cual implica que también la celeridad de la onda numérica se ve afectada por el número de Froude.

Siguiendo con el mismo orden de ideas, en las láminas 3.4 y 3.5 se muestra el efecto de la variación de la velocidad del flujo -desde  $u = .2$  m/s hasta  $u = 1$  m/s- manteniendo para esto los otros parámetros constantes. Como se puede apreciar, para  $ws = 0$  m/s, los retratos de amplificación y de fase no se modifican; esto no sucede para  $ws = .1$  m/s y  $ws = .2$  m/s; en la lámina 3.4 el efecto de amortiguamiento de  $R2$  es mayor que en la 3.5; de este resultado se puede indicar que en la medida en que la magnitud de la velocidad de deformación se acerque a la de la velocidad del flujo su influencia en la estabilidad será más significativa. Este aspecto se aprecia claramente al analizar la influencia que la magnitud de  $ws$  tiene en la magnitud de la sumatoria  $Cr + Dr$  cual forma parte de la relación  $R2$  y consecuentemente de su valor total

Finalmente en las figuras 3.3 y 3.6 se puede apreciar que bajo ciertas condiciones el esquema puede ser inestable cuando no existe desplazamiento de la región de flujo ( $ws = 0$  m/s) pero bajo las mismas condiciones puede ser estable cuando dicha región tiene una velocidad de deformación (en la lámina 3.3 para alguna velocidad  $ws$  comprendida entre .1 m/s y .2 m/s y en la 3.6 para una comprendida entre .5 m/s y 1 m/s).

Del análisis anterior, por la cantidad de variables que intervienen, se concluye que el control numérico de la estabilidad de un esquema para malla adaptiva es sumamente complicado, de aquí que sea justificable la utilización de experimentación numérica para la selección de los incrementos  $\Delta\xi$  y  $\Delta\tau$  a emplear durante la simulación del fenómeno en estudio.

Para dar una idea de la magnitud de los incrementos  $\Delta\xi$  y  $\Delta\tau$  a emplear durante la simulación del comportamiento del flujo en sistemas de riego por gravedad, a continuación se presenta un ejemplo en el cual se ha supuesto que con un  $Cr = .1$ , un  $Dr = .05$ , un  $Fr = .4$ , una  $u_0 = .2$  m/s ( $c_0 = .5$  m/s) y una  $ws_0 = .2$  m/s se cumple con las condiciones de estabilidad:

Con esta información se cumple la relación  $\gamma_0 \frac{\Delta\tau}{\Delta\xi} = .3$ , para esto se ha considerado el signo negativo en la relación como mostrada en  $R2$ .

De esta relación se desprende que  $\Delta\tau = .3 \Delta\xi / \gamma_0 = .3 \Delta\xi (sf - sr)$  y siendo que la región de flujo en el campo adimensional siempre es unitaria,  $\Delta\xi$  tomará un valor  $\Delta\xi = 1/N$ , siendo  $N$  el número de secciones en que se divide la región de flujo. Con esta información se puede crear una tabla:

datos		calculados	
N	$(sf - sr)$ m	$\Delta\xi$	$\Delta\tau$ s
10	10	.1	0.3
10	100	.1	3.0

### 3.5 Ejemplos de aplicación

Con el fin de tener parámetros comparativos entre la modelación y datos de campo, se adoptaron los utilizados por Elliot, Walker y Skogerboe (1982) en el artículo "Zero-Inertia Modeling of Furrows Irrigation Advance" y los reportados por Wynn R. Walker y Allan S. Humpherys (1983) en la publicación "Kinematic-Wave Furrow Irrigation Model".

Para llevar a cabo la simulación se desarrolló un programa de cómputo; los resultados obtenidos para riego continuo se muestran en las láminas 3.7 a 3.10 y los correspondientes a riego intermitente en la lámina 3.11 (la información empleada para generar estas gráficas se presenta en la lámina 3.12), como se puede apreciar la correlación entre las curvas de avance y recesión de la información de campo y las calculadas coincide con un buen grado de correlación numérica. Estos resultados permiten tener idea de la confiabilidad del modelo de simulación y de su grado de precisión.

En la lámina 3.13 se muestran un par de curvas de eficiencia obtenidas, con el modelo, para riego continuo e intermitente empleando un mismo tiempo de riego; en dicha lámina se aprecia que, para este caso en particular, es mejor la eficiencia obtenida con riego intermitente que la de riego continuo.

Para complementar esta validación, se llevó a cabo un programa de medición en una parcela experimental que el IMTA y la Universidad Autónoma de Zacatecas tienen en el municipio de Fresnillo, Zacatecas. En la lámina 3.14 se presentan las curvas de avance y recesión de una prueba de riego intermitente y se comparan con las obtenidas con el esquema de solución numérica.

El efecto de las variables que intervienen en el proceso de riego y consecuentemente en los criterios de diseño y operación del mismo, es uno de los factores que pueden ser analizados con apoyo del simulador numérico. En las láminas 3.15 a 3.26 se presenta un estudio de sensibilidad de las eficiencias de aplicación ( $E_a$ ) y distribución ( $E_d$ ) al aplicar diferentes láminas de riego y variar la magnitud de las principales variables físicas que intervienen en el comportamiento hidráulico del riego por gravedad:

-En las láminas 3.15 y 3.16 se presenta el efecto de los tiempos de descarga por ciclo. Como se puede apreciar, para láminas de riego superiores a 10cm el efecto en la eficiencia de aplicación se ve disminuido, o sea, cuando se aplican láminas de riego muy grandes la ganancia de eficiencia por alcanzar el final del surco en un tiempo menor entre un tiempo de descarga y otro se reduce y eventualmente deja de tener importancia. Este tipo de resultados, como se verá posteriormente con otras gráficas, justifica un estudio para definir bajo qué láminas de riego es recomendable la aplicación del riego intermitente y cuándo el riego continuo. Queda claro que para láminas de riego pequeñas existe un tiempo de descarga óptimo a partir del cual la eficiencia empieza a disminuir. Por lo anterior, se desprende que la selección de los tiempos de descarga es más importante cuando se aplican láminas pequeñas que cuando son grandes.

En general, el criterio de selección del tiempo de descarga, deberá exigir que se obtengan las más altas eficiencias de aplicación y de distribución posibles. Este factor es sumamente importante ya que como se puede observar, en las figuras 3.15 y 3.16, para una lámina de 5 cm y un tiempo de descarga

de 30 min se tiene la más alta eficiencia de aplicación y sin embargo se tiene una de las más bajas eficiencias de distribución. Para este caso, una de las mejores opciones es la alternativa de tiempos de descarga de 50 min, con lo cual se obtiene una eficiencia global (producto de las eficiencias de aplicación y distribución) que fluctúa poco en un amplio rango de láminas de riego y por lo tanto, con el mismo tiempo de descarga, se podrían dar riegos para diferentes cultivos variando únicamente el número de ciclos.

-Las láminas 3.17 y 3.18 difieren de las anteriores en el gasto aplicado por surco. Como se puede observar, al elevar el gasto de 2 l/s a 2.5 l/s, para este caso particular, se mejoran las eficiencias, siendo esto más marcado para láminas pequeñas. De aquí resulta clara la importancia que tiene la selección óptima del caudal suministrado por surco. Es importante indicar que el gasto óptimo no necesariamente es el gasto máximo que se puede suministrar al surco, sino que su selección depende de la conjugación de todas las variables que intervienen en el riego.

-En las láminas 3.19 y 3.20 se observa que la rugosidad influye significativamente en la eficiencia de aplicación. Al aumentar el coeficiente de rugosidad la eficiencia tiende a disminuir. De aquí se deriva la importancia que tiene la correcta evaluación en campo de este coeficiente.

-Las láminas 3.21 y 3.22 muestran el efecto de la pendiente. Se puede apreciar que al disminuir la pendiente la eficiencia tiende también a disminuir. Es interesante observar que los errores de estimación de la pendiente son menos importantes, respecto a los resultados de eficiencia, que los cometidos por un error en la determinación de la rugosidad.

-En las láminas 3.23 y 3.24 se presenta cómo la capacidad de infiltración básica influye en las eficiencias. En general al aumentar esta capacidad ambas eficiencias tienden a bajar.

-Finalmente en las láminas 3.25 y 3.26 se observa cómo existe una longitud óptima cuando están fijos los otros parámetros.

De este estudio de sensibilidad se puede concluir que el diseño óptimo del riego intermitente se debe realizar bajo una adecuada selección y determinación de cada una de las variables que intervienen en el comportamiento del riego. De aquí la importancia que tiene el contar con un simulador confiable con el cual se puedan analizar diferentes alternativas para proponer los criterios de diseño y operación que permitan obtener la máxima eficiencia posible.

#### 4 VARIABLES QUE INTERVIENEN EN EL PROCESO DE RIEGO

El caudal suministrado por surco, la pendiente del terreno y la capacidad de infiltración del suelo agrícola constituyen los principales factores físicos que influyen en el diseño y manejo del riego por gravedad en surcos.

##### 4.1 Caudal suministrado por surco

El límite superior está dado por el caudal máximo no erosivo y por la capacidad a su vez máxima de conducción que evita el desbordamiento en los surcos. El límite inferior debe ser tal que exceda la velocidad de infiltración del suelo en la superficie regada.

En los suelos más permeables, para permitir que el humedecimiento del extremo del surco comience tan pronto como sea posible, se recomienda suministrar el gasto máximo no erosivo dentro de la capacidad de transporte del surco. Este criterio, aplicado a todo tipo de suelos, conduce a obtener las mejores eficiencias de distribución pero no garantiza que ocurra lo mismo con las eficiencias de aplicación.

Respecto al caudal máximo no erosivo existen diversos criterios:

- Marr, en 1967, propuso la siguiente relación:

$$Q_{\max} = .6 / \text{so } \%$$

Esta ecuación fue analizada por Booher en 1974, obteniendo la siguiente tabla de conclusiones:

so, en %	Q <sub>max</sub> , en l/s	Observaciones
0.1	6.0	El gasto indicado es, aproximadamente, el doble de la capacidad de conducción de la mayoría de los surcos que normalmente operan con una pendiente de .1%; por lo tanto, se recomienda adoptar Q <sub>max</sub> = 3 l/s. La erosión es insignificante en surcos con flujo a plena capacidad sobre esta pendiente.
.3	2.0	Una pendiente de .3% está cerca del límite superior en que el flujo en los surcos a plena capacidad no producirá erosión grave.
0.5	1.2	Los surcos con esta pendiente se erosionarán, a menos que el gasto sea considerablemente menor que la capacidad del surco.
2.0	0.3	Se muestra claramente la reducción de gasto necesaria para evitar erosión grave sobre esta pendiente. Se considera que ésta es la pendiente máxima permisible para surcos cultivados.

- Un criterio menos conservador es el propuesto por Criddle y presentado por el U.S. Department of Agriculture Soil Conservation Service en la publicación "Methods for Evaluating Irrigation Systems", *Agricultural Handbook*, número 82, 1956:

$$Q_{max} = .75 / s_0 \%$$

donde al igual que en el caso anterior  $Q_{max}$  resulta en l/s.

$s_0\%$	$Q_{max}$ , en l/s
0.1	7.5
0.3	2.5
0.5	1.5
2.0	0.375

- Existen otros criterios basados en la verificación de la velocidad máxima no erosiva:

En el libro denominado *El Riego* [Aidárov, 1985], se sugiere que antes de adoptar un gasto se verifique que la velocidad del flujo, calculada con una ecuación para flujo uniforme derivada de la ecuación de Chezy (Manning, Basen, etc.), cumpla con la siguiente relación:

$$u_{max} \leq .2 \text{ m/s}$$

En el libro denominado *Surface Irrigation* [Walker, 1987], se sugiere la siguiente relación:

$$.13 \text{ m/s} \leq u_{max} \leq .22 \text{ m/s}$$

El límite inferior se recomienda para suelos limosos y el superior para suelos más estables como son los arcillosos y arenosos.

Respecto al gasto máximo permisible por capacidad de conducción del surco se recomienda adoptar los siguientes criterios:

- Criterio de flujo uniforme:

Con la ecuación de Manning, adoptando un tirante igual al 90% de la profundidad total del surco, se calcula el gasto que le corresponde en flujo uniforme. Este gasto es el máximo aceptable para que el caudal fluya en el surco sin problemas de desbordamiento.

- Es recomendable verificar en todos los casos la relación siguiente:

$$Q_{max} \leq 3 \text{ l/s}$$

En general se puede indicar que los criterios más apropiado, por tomar implícitamente la resistencia de las partículas de suelo a fluir, son los de velocidad máxima no erosiva como el presentado en el libro *Surface Irrigation* [Walker y Skogerboe, 1987]. Sin embargo es recomendable realizar un estudio de campo para verificar localmente la magnitud de esta velocidad máxima no erosiva.

#### 4.2 Pendiente del surco

La magnitud de la pendiente está limitada fundamentalmente por posibles problemas de erosión y desbordamiento, debido al caudal suministrado y a la intensidad de la precipitación local:

- Los valores óptimos de pendiente oscilan entre .4% y 1.2%. Los valores de pendiente admisible varían en el rango .2% a 1.8%.
- Se pueden utilizar pendientes de hasta el 3% en zonas áridas sin riesgo de erosión por lluvia. En zonas húmedas las pendientes no deberían exceder generalmente el rango comprendido entre .3% y .5%.
- La pendiente perpendicular al avance o pendiente transversal tiene una gran tolerancia, y lo único que hay que cuidar es el nivel de la superficie libre del agua en el surco, el cual puede incrementarse sustancialmente cuando se utilizan pendientes pequeñas.
- En el libro denominado *El riego: diseño y práctica* [Withers, 1974] se presenta la siguiente tabla orientativa:

Tipo de suelo	Pendiente máxima en %
Arena	0.25
Marga arenosa	0.4
Marga arenosa fina	0.5
Arcilla	2.5
Marga	6.25

- Para evitar en lo posible las pérdidas por percolación profunda durante el riego, las pendientes en los suelos arenosos deben ser lo más grandes posibles.

Es importante tomar en cuenta que estos criterios son orientativos. Se recomienda verificarlos en campo.

#### 4.3 Infiltración

Una sobreestimación de la capacidad de infiltración del suelo conduce normalmente a que del diseño -basado en ciertas eficiencias de aplicación y distribución- resulte un sistema de riego con una longitud de surco menor a la que se obtendría con la infiltración correcta y tiempos de riego mayores. Ello origina que en la práctica se presenten mayores pérdidas por coleos que las esperadas de acuerdo con el diseño preliminar.

Por el contrario, subestimar la capacidad de infiltración conduce a un sistema de riego con una longitud mayor a la que se obtendría considerando la infiltración correcta, por lo tanto, en la práctica se obtienen pérdidas por infiltración profunda mayores a las estimadas.

En ambos casos, los sistemas de riego serán incapaces de suministrar al suelo volúmenes de agua apropiados para satisfacer adecuadamente las necesidades hídricas de los cultivos, lo que se traduce indirectamente en rendimientos agrícolas menores a los esperados.

#### 4.3.1 Fundamentos físicos

Al igual que en otras áreas de la investigación aplicada, para cuantificar y conocer el comportamiento del flujo en el suelo durante el proceso de infiltración, se han seguido dos caminos complementarios: uno es el "analítico", que utiliza herramientas basadas en la descripción y representación físico-matemática del fenómeno; el otro es el "empírico" o "práctico", donde se emplean pruebas de campo o laboratorio.

Estos dos métodos, por su complejidad y fundamento físico, pueden considerarse opuestos: por una parte, los métodos empíricos tienen escaso fundamento teórico pero son simples de usar; por otro lado, el análisis teórico de la infiltración conduce a ecuaciones con un cierto grado de complejidad en su solución. De aquí, que resulte conveniente contar con un método que este situado en un punto intermedio, lo que se puede lograr aceptando algunas simplificaciones en la descripción y representación física del fenómeno. Este tipo de enfoque, ha contribuido en el desarrollo de diversos métodos alternativos, como son los basados en el concepto del potencial en el frente húmedo, de entre los cuales el propuesto por Green y Ampt es uno de los más aceptados a nivel internacional [Aparicio, 1985].

##### 4.3.1.1 Descripción del proceso de infiltración

De acuerdo con Aparicio (1985), el proceso de infiltración se puede describir de la siguiente manera:

Si se considera que se está aplicando una carga hidráulica constante sobre una superficie pequeña, cuyas características físicas, como son el tipo de suelo y su cobertura vegetal, no cambian; bajo estas condiciones, se puede aceptar que el flujo de agua en el suelo se produce por efecto de la atracción capilar entre las partículas del suelo y el agua, y por acción de la fuerza de gravedad. A medida que el suelo se satura, las fuerzas capilares pierden importancia paulatinamente, hasta que llega un momento, teóricamente en  $t = \infty$ , en que, al estar todo el medio saturado, el flujo se produce únicamente por efecto de la acción de la gravedad y la capacidad de infiltración se hace constante.

Al suspender el suministro de agua, o sea, cuando se elimina la carga hidráulica sobre la superficie, el contenido de humedad de las capas del suelo cercanas al frente húmedo se difunde, haciendo que dicho frente avance hacia arriba hasta que después de un cierto tiempo la superficie deja de estar saturada.

##### 4.3.1.2 Factores que afectan la capacidad de infiltración

En el inciso anterior se dio una descripción sumamente simplificada del proceso de infiltración, la forma real en que se realiza dicho proceso, depende de un gran número de factores, entre los que destacan:

- Textura del suelo
- Contenido de humedad inicial
- Contenido de humedad de saturación
- Cobertura vegetal
- Uso del suelo

- Aire atrapado
- Lavado de material fino
- Compactación
- Temperatura del suelo

#### 4.3.1.3 Ecuación de Richards

Si se analiza un elemento homogéneo de suelo, como el mostrado en la lámina 4.1, y se considera que el flujo  $q$  que se infiltra a través de una superficie constante  $S_i$  (en la lámina 4.1  $S_i = \Delta x \Delta y$ ) es unidimensional en la dirección  $z$ ; por el principio de conservación de masa se cumple que:

$$(q + \Delta q) - q = -S_i \frac{\Delta \theta}{\Delta t} \Delta z \quad (4.1)$$

Simplificando la ecuación (4.1) y haciendo  $\Delta t \rightarrow 0$  y  $\Delta z \rightarrow 0$ , se obtiene la ecuación de continuidad:

$$\frac{\partial q}{\partial z} + S_i \frac{\partial \theta}{\partial t} = 0 \quad (4.2)$$

Esta ecuación se complementa con la ecuación de Darcy, planteada para flujo en medios porosos no saturados:

$$q = -k S_i \frac{\partial \phi}{\partial z} \quad (4.3)$$

El potencial total  $\phi$  se puede dividir en dos partes:

$$\phi = \psi + \Omega \quad (4.4)$$

siendo  $\psi = p/\gamma$  el potencial capilar y  $\Omega$  el potencial de fuerzas externas por unidad de peso de agua. Generalmente la única fuerza externa de importancia que actúa en el sistema es la de gravedad; si se acepta una distribución hidrostática de presiones en un intervalo  $\Delta z$  pequeño, se puede escribir

$$\Omega = -z \quad (4.5)$$

Reemplazando (4.4) en (4.3) y derivando con respecto a  $z$  se obtiene:

$$\frac{\partial q}{\partial z} = S_i \left[ -\frac{\partial}{\partial z} \left( k \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) + \frac{\partial K}{\partial z} \right] \quad (4.6)$$

Reemplazando (4.6) en (4.2), resulta:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left( K \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) - \frac{\partial K}{\partial z} \quad (4.7)$$

A esta última ecuación se le conoce como ecuación de Richards para flujo unidimensional, [Richards, 1931].

Es importante hacer notar que tanto  $\psi$  como  $K$  son funciones de  $\theta$ . En las láminas 4.2 y 4.3 se muestra la forma típica de estas funciones. Debido a la forma de esta dependencia de  $\psi$  y  $K$  de  $\theta$ , la ecuación de Richards es no lineal y no existe una solución analítica conocida. La función  $\theta = \theta(z,t)$ , que satisface la ecuación tiene una forma como la mostrada en la lámina 4.4.

De acuerdo con la definición de contenido de humedad  $\theta$ , que es el volumen de agua por unidad de volumen total de suelo, el volumen de agua infiltrada deberá ser igual al aumento en el contenido de humedad con respecto al

inicial, multiplicado por el volumen de suelo. En una columna de suelo de área  $S$  y profundidad infinita, el razonamiento anterior se puede expresar matemáticamente como:

$$Z = S \int_0^{\infty} (\theta - \theta_1) dz \quad (4.8)$$

por lo que la tasa del volumen infiltrado por unidad de tiempo resulta ser

$$f = S \frac{\partial}{\partial t} \int_0^{\infty} (\theta - \theta_1) dz \quad (4.9)$$

Por otra parte, cuando el suelo está saturado ( $\theta = \theta_s$ ), las fuerzas capilares se pueden despreciar ( $\psi = 0$ ) y por lo tanto resulta:

$$\phi = -z \quad \text{si} \quad \theta = \theta_s \quad (4.10)$$

Reemplazando (4.10) en (4.3), tomando en cuenta que en este caso  $K = K_s$  (ver lámina 4.3), se obtiene:

$$q = S \int K_s \quad (4.11)$$

De aquí se infiere que  $K_s$  es la conductividad básica o mínima con que el agua fluye en el suelo.

#### 4.3.2 Ecuación de Green y Ampt

Si se considera que los perfiles de humedad no avanzan en el tiempo como se muestra en la lámina 4.4, sino como un pistón (ver lámina 4.5); el suelo situado arriba del perfil de humedad está saturado y bajo de él tiene el contenido de humedad inicial,  $\theta_1$ . Aceptando esta hipótesis, la ecuación de Darcy se puede expresar, en la zona saturada, como:

$$q = -K_s S \int \frac{(\psi_f - z_f) - (\psi_{sup} - z_{sup})}{z_f - z_{sup}} \quad (4.12)$$

Tomando como origen del eje  $z$  la superficie del suelo y la presión atmosférica como referencia e igual con cero, resulta:

$$\psi_{sup} = z_{sup} = 0, \quad z_f = z \quad (4.13)$$

de donde la ecuación (4.12) se puede expresar como

$$q = K_s S \int \left( 1 - \frac{\psi_f}{z} \right) \quad (4.14)$$

Se define como deficiencia de humedad  $M_d$  a la diferencia entre los contenidos de humedad de saturación e inicial:

$$M_d = \theta_s - \theta_1 \quad (4.15)$$

Multiplicando y dividiendo por  $M_d$  el segundo miembro de la ecuación (4.14), resulta:

$$q = - K_s S_i \left( \frac{M_d S_i \psi_r}{z S_i (\theta_s - \theta_i)} - 1 \right) \quad (4.16)$$

De acuerdo con las suposiciones establecidas y señaladas con auxilio de la lámina 4.5, si el medio está saturado entre  $z = 0$  y  $z = z_r$ , la velocidad del flujo será la misma en toda esta región, incluyendo la superficie; entonces,  $f = q$ . Por otra parte tomando en cuenta la ecuación (4.8), resulta en este caso que  $Z = z S_i (\theta_s - \theta_i)$ . Así, la ecuación (4.16) se puede expresar en la forma:

$$f = K_s S_i \left( 1 - \frac{\psi_r M_d S_i}{Z} \right) \quad (4.17)$$

Cuando la superficie  $S_i$  es unitaria la ecuación (4.17) corresponde a la conocida ecuación de Green y Ampt (1911), y es válida únicamente durante el tiempo en que existe carga hidráulica sobre la superficie del suelo. Situación que se satisface prácticamente durante todo el tiempo de riego por gravedad.

Es importante hacer notar que si pasa un tiempo largo  $Z$  crece hasta que  $S_i \psi_r M_d / Z$  se hace despreciable; en ese momento, se tiene que  $f = K_s S_i$  lo que concuerda con lo indicado en el subcapítulo anterior. Lo mismo sucede cuando  $M_d$  es pequeño, es decir cuando el contenido de humedad está cercano al de saturación.

Reemplazando  $f = dZ/dt$ , en la ecuación (4.17) e integrando, con la condición  $Z=0$  para  $t=0$ , resulta:

$$K_s S_i t = Z + \psi_r M_d S_i \ln \left( 1 - \frac{Z}{\psi_r S_i M_d} \right) \quad (4.18)$$

Esta forma de representar la ecuación de Green y Ampt relaciona el volumen infiltrado con el tiempo desde el inicio del suministro de agua.

Todos los parámetros que intervienen en la ecuación de (4.18) tienen un significado físico bien definido y pueden estimarse de acuerdo con la textura del suelo, las condiciones de humedad iniciales y las características geométricas de la superficie de infiltración, salvo el potencial en el frente húmedo,  $\psi_r$ .

#### 4.3.2.1 Solución adimensional de la ecuación de Green y Ampt

La ecuación (4.18) se puede reescribir en la forma:

$$\left( \frac{K_s t}{\psi_r M_d} - \frac{Z}{\psi_r M_d S_i} \right) = \ln \left( 1 - \frac{Z}{\psi_r M_d S_i} \right) \quad (4.19)$$

Si se asigna

$$\alpha_g = 1 - \frac{Z}{\psi_r M_d S_i} \quad (4.20)$$

$$\beta_g = 1 - \frac{K_s t}{\psi_r M_d} \quad (4.21)$$

la ecuación (4.19) se puede expresar también como:

$$\beta_g = \alpha_g - \ln \alpha_g \quad (4.22)$$

Esta ecuación representa una solución adimensional de la ecuación de Green y Ampt, general para cualquier tipo de suelo. En la lámina 4.7 se muestra la gráfica que representa esta ecuación.

#### 4.3.2.2 Determinación del potencial en el frente húmedo

La necesidad de conocer la variable física denominada potencial capilar, es una de las desventajas que ha tendido a limitar en parte la aplicación práctica del método de Green y Ampt. Para la determinación de este parámetro se han propuesto una serie de alternativas basadas generalmente en pruebas y datos experimentales que en general requieren para su obtención un cierto equipo y para su interpretación la participación de personal técnico altamente calificado.

En este trabajo, se presenta un método sumamente sencillo, basado en datos de campo y en técnicas de optimización y correlación, por medio del cual es factible obtener el mencionado potencial capilar.

En la literatura especializada se presentan una serie de métodos, ideas e inclusive tablas de resultados medios para la determinación del potencial de capilaridad. A continuación se describen brevemente algunos de los métodos desarrollados por algunos especialistas en el tema y posteriormente se presenta el método que aquí se propone.

##### 4.3.2.2.1 Método de Mein y Larson

En este método se propone evaluar  $\psi_r$  como un promedio pesado de los valores que éste adquiere a lo largo del perfil de humedad real (lámina 4.2), tomando como factor de peso la conductividad relativa  $K_r$  definida como:

$$K_r = \frac{K}{K_s} \quad (4.23)$$

Así, combinando las figuras mostradas en las láminas 4.2 y 4.3, es posible obtener una relación entre  $\psi$  y  $K_r$ , la que en general tiene la forma indicada en la lámina 4.6. Para fines prácticos, se puede desprestigiar el valor de  $K_i/K_s$  y el potencial el frente húmedo se calcula con la relación:

$$\psi_r = \int_0^1 \psi \, dK_r \quad (4.24)$$

En la lámina 4.8, se presentan una serie de curvas, obtenidas para diferentes tipos de suelo [Mein y Larson; 1973], que relacionan  $\psi_r$  con  $K_r$ ; y en la tabla siguiente, se muestran los valores de  $\psi_r$  obtenidos para cada uno de estos suelos.

SUELO	$\psi_r$ (cm)
Arenoso	-11.7
Franco arenoso	-23.8
Franco	-31.4
Franco limoso	-07.4
Arcilloso	-22.4

Uno de los principales problemas para usar la ecuación (4.24) es la necesidad de conocer la función  $K(\psi)$  para suelos no saturados. Algunos investigadores han usado modelos de predicción, basados en las ecuaciones fundamentales de la física del flujo en suelos [Brooks y Corey, 1964; Jackson, 1972], para estimar  $K(\psi)$  y otros posteriormente los han utilizado [Brakensiek, 1977] para determinar  $\psi_r$  con el método propuesto por Mein y Larsen. Brakensiek demostró, a partir del modelo propuesto por Brooks en 1964, que la ecuación (4.24) puede ser integrada resultando:

$$\psi_r = h_{co} \eta / (\eta - 1)$$

En donde  $h_{co}$  es la entrada de agua por succión (salida de aire) y  $\eta$  es un parámetro empírico. Ambos valores pueden ser obtenidos con un método gráfico propuesto por Brooks and Corey en 1964. Con esta técnica Brakensiek, obtuvo prácticamente los mismos valores reportados por Mein y Larson para los 5 suelos que se presentan en la lámina 4.8.

Existen otros trabajos, en los cuales se reportan valores similares para estos suelos, uno de ellos es el de Idike (1977) que utilizó un modelo propuesto por Campbell (1974) para obtener  $K(\psi)$  y la ecuación (4.24) para determinar  $\psi_r$ .

#### 4.3.2.2.2 Método propuesto

No obstante la gran cantidad de técnicas desarrolladas para evaluar  $\psi_r$ , el problema principal es el grado de complejidad para su aplicación. Con el fin de ofrecer una alternativa más simple, se plantea la siguiente propuesta práctica para su evaluación.

Para representar la infiltración acumulada se puede emplear la ecuación empírica de Kostiaikov -que se describe en el inciso 4.3.3-. Normalmente esta relación se expresa en la forma siguiente:

$$Z = k t^a \quad (4.25)$$

Despejando  $t$  de (4.25), resulta:

$$t = \left(\frac{Z}{k}\right)^{1/a} = m Z^n \quad (4.26)$$

siendo

$$m = \left(\frac{1}{k}\right)^{1/a} \quad (4.27)$$

$$n = 1/a \quad (4.28)$$

Si en las variables dimensionales  $\alpha_f$  y  $\beta_g$ , descritas por las ecuaciones (4.20) y (4.21), se introduce la variable

$$X = \frac{1}{\psi_r M d S I} \quad (4.29)$$

resulta

$$\alpha_g = 1 - Z X \quad (4.30)$$

$$\beta_g = 1 - K_s S_i t X \quad (4.31)$$

Reemplazando (4.26) en (4.31)

$$\beta_g = 1 - K_s S_i m Z^n X \quad (4.32)$$

Al sustituir estas nuevas relaciones en la ecuación adimensional de Green y Ampt se tendrá un cierto error, que estará dado por:

$$e = (\beta_g - \alpha_g + \ln \alpha_g) \quad (4.33)$$

Reemplazando (4.31) y (4.32) en (4.33)

$$e = [-K_s S_i m Z^n X + Z X + \ln(1 - Z X)]$$

Este error puede ser positivo o negativo, sin embargo para fines de optimización conviene expresarlo en forma cuadrática:

$$e^2 = [-K_s S_i m Z^n X + Z X + \ln(1 - Z X)]^2 \quad (4.34)$$

Para obtener el valor de X con el cual se obtiene el error mínimo, dado un cierto valor de Z, se procede a derivar la expresión (4.34) con respecto a X resultando:

$$2[-K_s S_i m Z^n X + Z X + \ln(1 - Z X)] \left[ Z - \frac{Z}{1 - Z X} K_s S_i m Z^n \right] = 0 \quad (4.35)$$

Es de esperarse que el valor óptimo de X que se obtiene para un cierto valor de Z no sea el mismo que optimiza el error de otros valores de Z. Para cuantificar la magnitud de la variable X que minimiza el error en un determinado rango de Z, se deberá encontrar el valor con el cual se haga mínima la siguiente sumatoria:

$$(4.36)$$

$$\sum_{F=1}^{10} \left[ (-K_s S_i m Z^n X + Z X + \ln(1 - Z X)) \left[ Z - \frac{Z}{1 - Z X} K_s S_i m Z^n \right] \right]^2 = 0$$

Es importante hacer notar que en esta expresión m, n, S<sub>i</sub> y K<sub>s</sub> son constantes conocidas -obtenidas a partir de datos de campo- y Z está asignada por la sumatoria. El rango de Z = 1, 2, ..., 10 fue adoptado considerando una lámina infiltrada que fluctúa entre 1 y 10 cm.; este rango en general abarca la mayor parte de la zona con alto grado de curvatura en la ecuación de Green y Ampt.

Una vez determinada X se obtiene el potencial capilar con la siguiente expresión:

$$\psi_r = \frac{1}{X M d S_i} \quad (4.37)$$

#### 4.3.2.2.2.1 Ejemplos de aplicación

Para ejemplificar la aplicación del método propuesto se adoptaron los datos experimentales reportados por Cluff, Evans y Morse (1972).

En la lámina 4.9 se muestra la información reportada en el trabajo indicado anteriormente. Para el ejemplo se seleccionaron los datos siguientes:

##### Datos de campo

- Superficie de infiltración  $S_f$  unitaria

- Contenidos de humedad:

$$\theta_s = .5$$

$$\theta_1 = .25$$

- Conductividad hidráulica:

$$K_s = .006 \text{ cm/min}$$

- Datos de infiltración obtenidos en campo:

f (cm/min)	t (min)
.0255 ( $f_1$ )	( $t_1$ ) 10 min
.019 ( $f_2$ )	( $t_2$ ) 30 min

##### Cálculos

- Determinación de la ecuación de Kostiakov.

Por simplificación se adoptará una evaluación basada en los dos puntos de la curva de infiltración indicados anteriormente:

$$a = 1 + \frac{\log (f_1/f_2)}{\log (t_1/t_2)} \quad (4.38)$$

$$k = \frac{f_1}{a t_1^{a-1}} \quad (4.38')$$

Valor numérico de los coeficientes

$$a = .75019, k = .05923$$

- Determinación de  $\psi_r$  con el método propuesto

Siguiendo el procedimiento descrito se obtuvo:

$$\psi_r = -10.5 \text{ cm}$$

En la lámina 4.10 se ilustra la comparación entre los datos de campo y los generados con la ecuación de Green y Ampt (utilizando  $\psi_r = -10.5 \text{ cm.}$ ) para un contenido de humedad del 30% ( $\theta_1 = .15$ ). Como se puede observar la correlación es altamente satisfactoria.

#### 4.3.2.3 Evaluación de los tiempos de riego

Una vez conocidos todos los parámetros constantes que intervienen en la ecuación de Green y Ampt, es factible determinar el tiempo efectivo de riego necesario para saturar un estrato cuyo espesor es igual a la profundidad radicular del cultivo en estudio.

En general el volumen que se debe suministrar a través de la superficie  $Si$  durante un riego por gravedad está dado por el producto de la profundidad radicular ( $Pr$ ) por la superficie de infiltración ( $Si$ ) por el descenso tolerable de humedad ( $f$ ) y por la diferencia en contenidos de humedad entre capacidad de campo ( $\theta_{cc}$ ) y punto de marchitamiento permanente ( $\theta_{pmp}$ ):

$$Z = Pr Si f (\theta_{cc} - \theta_{pmp}) \quad (4.39)$$

Reemplazando (4.39) en (4.20), se obtiene

$$\alpha_g = 1 - \frac{Pr f (\theta_{cc} - \theta_{pmp})}{\psi_f Md} \quad (4.40)$$

Con esta expresión se evalúa  $\alpha_g$ , posteriormente  $\beta_g$  con auxilio de la ecuación (4.22) y finalmente el tiempo de riego necesario para que se infiltre el volumen  $Z$ ; para esto se emplea la relación siguiente, la cual fue obtenida a partir de la ecuación (4.21):

$$t = \frac{\psi_f Md}{K_s} (1 - \beta_g) \quad (4.41)$$

Es importante hacer notar que con este procedimiento es factible determinar los tiempos efectivos para suministrar la lámina de riego tomando en cuenta el contenido inicial de humedad, el cual está implícito en  $Md$  y que puede ser diferente entre un riego y otro.

#### 4.3.2.4 Características de los suelos agrícolas y los cultivos

Existen ciertos aspectos que deben ser tomados en cuenta para la aplicación de la ecuación de Green y Ampt en ingeniería de regadíos. Entre ellos se pueden mencionar los siguientes:

- La saturación del suelo por efecto del riego normalmente no es suficiente para que se alcance la conductividad saturada  $K_s$ . En la literatura se indica que para fines prácticos se tome un valor comprendido entre .8 y .9 de  $K_s$  [Killen y Slack, 1988].

- Los contenidos de humedad que debe tener el suelo antes de cada riego ( $\theta_1$ ) están relacionados directamente con la tensión de humedad a que debe aplicarse dicho riego para conseguir el desarrollo óptimo de los cultivos. Un valor medio de esta tensión es de cuatro atmósferas (ver lámina 4.11), valores más bien definidos para cada cultivo se muestran en la lámina 4.12.

- Cuando no se tiene un conocimiento adecuado de  $K_s$ , resulta práctico tomarlo igual a la velocidad de infiltración básica medida en campo. Al respecto existe información sobre dicha velocidad, así por ejemplo se tiene la que se presenta en las láminas 4.13 y 4.14.

- Con respecto a la profundidad radicular de los cultivos se anexa la lámina 4.15, en la cual se indican valores medios para diferentes cultivos en pleno desarrollo.

- Finalmente con respecto al descenso tolerable de humedad ( $\bar{\theta}$ ) se anexa la lámina 4.16.

#### 4.3.3 Ecuación de Kostiakov-Lewis

Una de las ecuaciones empíricas más conocidas para representar la capacidad de infiltración de un suelo agrícola, es la ecuación de infiltración propuesta por Kostiakov en 1932 [Walker y Skogerboe, 1987].

$$Z = k t_0^a$$

La ecuación ha sido estudiada y modificada por diversos especialistas [Phillip, 1957]. Una de las versiones de mayor aceptación y uso es la conocida como ecuación modificada de Kostiakov-Lewis [Walker y Skogerboe, 1987]:

$$Z = k t_0^a + f_0 t_0$$

Con el fin de aplicar la ecuación para evaluar la infiltración media en surcos, se han propuesto y desarrollado varios métodos teórico-prácticos. El objetivo fundamental es el de cuantificar, con auxilio de técnicas empíricas, los coeficientes constantes que intervienen en la ecuación de Kostiakov-Lewis. Para obtener los coeficientes, los métodos que actualmente se consideran más apropiados son aquellos basados en el balance temporal entre el volumen suministrado en la cabecera del surco, los volúmenes almacenados tanto superficial como subsuperficialmente a lo largo del surco y el volumen descargado al final del mismo [Elliot and Walker, 1982; Smerdon, Blair y Reddell, 1988].

En general, los métodos de balance de volumen son derivados de la aplicación del principio de conservación de masa para representar el fenómeno de infiltración durante el avance de la región de flujo en el surco y posteriormente durante el estado final de flujo permanente en el surco.

##### 4.3.3.1 Obtención de los parámetros en la ecuación de Kostiakov

La versión integral de la ecuación de conservación de masa aplicable a un flujo unidimensional a superficie libre, como el que ocurre durante el avance del frente de onda originado por el proceso de riego en surcos (lámina 4.17), está dada por la relación

$$\int_0^{t_{av}} (Q_{sf} - Q_0) dt + \int_0^{s_f} (A^{tav} - A^0) ds + \int_0^{s_f} (Z^{tav} - Z^0) ds = 0 \quad (4.42)$$

la cual se obtiene al representar en forma integral la ecuación (2.254) considerando los siguientes límites de integración

$$\begin{aligned} 0 &\leq t \leq t_{av} \\ 0 &\leq s \leq s_f \end{aligned}$$

donde  $t_{av}$  es el tiempo en que el frente de onda alcanza la posición  $sf$ .

Durante el avance se cumple, con independencia de la distancia al frente de onda ( $sf$ ) y del tiempo de avance ( $t_{av}$ ):

$Q_{sr} = 0$  (gasto en el frente de onda es cero durante el avance)

$A^0 = 0$  (en el tiempo cero no existe región de flujo)

$Z^0 = 0$  (en el tiempo cero no existe volumen infiltrado)

Por lo tanto la relación (4.42) se reduce a:

$$- \int_0^{t_{av}} Q_0 dt + \int_0^{sf} A^{tav} ds + \int_0^{sf} Z^{tav} ds = 0 \quad (4.43)$$

La magnitud del gasto de alimentación ( $Q_0$ ) que se suministra al surco puede considerarse aproximadamente constante (lámina 4.18); de aquí que la ecuación anterior se pueda expresar en la forma:

$$- Q_0 t_{av} + \int_0^{sf} A^{tav} ds + \int_0^{sf} Z^{tav} ds = 0 \quad (4.44)$$

El volumen almacenado en la parte superficial del surco se puede expresar en función del área hidráulica que se establece al inicio del mismo después de un tiempo  $t_{av}$  ( $A_0^{tav}$ ), tal y como se indica a continuación [Elliot y Walker, 1982]:

$$\int_0^{sf} A^{tav} ds = \sigma_y A_0^{tav} sf \quad (4.45)$$

donde  $\sigma_y$  es un coeficiente de proporcionalidad que depende de las características geométricas del perfil de la región de flujo superficial.

De la misma manera, el volumen infiltrado durante el tiempo  $t_{av}$  se puede expresar en función del infiltrado por unidad de longitud de surco al inicio del mismo después de un tiempo de oportunidad igual a  $t_{av}$ :

$$\int_0^{sf} Z^{tav} ds = \sigma_z Z_0^{tav} sf \quad (4.46)$$

donde  $\sigma_z$  es un coeficiente de proporcionalidad que depende de las características geométricas del perfil de la región de flujo subsuperficial.

Reemplazando (4.45) y (4.46) en (4.44), resulta:

$$- Q_0 t_{av} + \sigma_y A_0^{tav} sf + \sigma_z Z_0^{tav} sf = 0 \quad (4.47)$$

Si se plantea la ecuación (4.47) para los tiempos en que el frente de onda  $sf$  alcanza un cuarto, un medio y el final de una longitud  $l$  (que puede ser la longitud total del surco u otra cualesquiera), o sea, si se toma  $t_{av} = t_{1/4}$  (en donde el subíndice indica que es el tiempo en que el frente de onda alcanza la cuarta parte de la longitud  $l$ ),  $t_{av} = t_{1/2}$  y  $t_{av} = t_1$  (ver lámina

4.19). se obtienen las siguientes relaciones:

$$Q_0 t_{1/4} - \sigma_z Z_0^{t_{1/4}} L/4 = \sigma_y A_0^{t_{1/4}} L/4 \quad (4.48)$$

$$Q_0 t_{1/2} - \sigma_z Z_0^{t_{1/2}} L/2 = \sigma_y A_0^{t_{1/2}} L/2 \quad (4.49)$$

$$Q_0 t_1 - \sigma_z Z_0^{t_1} L = \sigma_y A_0^{t_1} L \quad (4.50)$$

Dividiendo (4.50) entre (4.49), y suponiendo que el flujo se normaliza instantáneamente (en la práctica esto ocurre normalmente entre los primeros 10 y 15 minutos de riego)  $A_0^{t_1} = A_0^{t_{1/2}} = A_0^{t_{1/4}}$ , resulta:

$$\frac{Q_0 t_1 - \sigma_z Z_0^{t_1} L}{Q_0 t_{1/2} - \sigma_z Z_0^{t_{1/2}} L/2} = 2$$

$$Q_0 (t_1 - 2t_{1/2}) = -\sigma_z L (Z_0^{t_{1/2}} - Z_0^{t_1}) \quad (4.51)$$

Por un procedimiento semejante al dividir (4.50) entre (4.48):

$$Q_0 (t_1 - 4 t_{1/4}) = -\sigma_z L (Z_0^{t_{1/4}} - Z_0^{t_1}) \quad (4.52)$$

Dividiendo (4.34) entre (4.35):

$$\frac{t_1 - 2t_{1/2}}{t_1 - 4t_{1/4}} = \frac{Z_0^{t_{1/2}} - Z_0^{t_1}}{Z_0^{t_{1/4}} - Z_0^{t_1}} \quad (4.53)$$

Considerando que Z está dada por una función empírica del tipo propuesto originalmente por Kostiaikov:

$$Z = k t_0^\alpha \quad (4.54)$$

Tomando en consideración (4.54) en (4.53), resulta:

$$\frac{t_1^\alpha - 2t_{1/2}^\alpha}{t_1^\alpha - 4t_{1/4}^\alpha} = \frac{t_1 - 2t_{1/2}}{t_1 - 4t_{1/4}} \quad (4.55)$$

Por otro lado, el avance del frente de onda durante el riego se puede representar por una relación del tipo:

$$sf = p \text{tav}^r$$

despejando tav:

$$\text{tav} = (sf / p)^{1/r} = P sf^R \quad (4.56)$$

si se consideran las posiciones  $sf = L$ ,  $sf = L/2$  y  $sf = L/4$ , se tendrá:

$$t_1 = P L^R \quad (4.57)$$

$$t_{1/2} = P (.5 L)^R \quad (4.58)$$

$$t_{1/4} = P (.25 L)^R \quad (4.59)$$

Reemplazando (4.57), (4.58) y (4.59) en (4.55):

$$\frac{P^{\alpha} (.5 \ell)^{R\alpha} - P^{\alpha} \ell^{R\alpha}}{P^{\alpha} (.25 \ell)^{R\alpha} - P^{\alpha} \ell^{R\alpha}} = \frac{F \ell^R - 2 P (.5 \ell)^R}{P \ell^R - 4 P (.25 \ell)^R}$$

Simplificando algebraicamente:

$$\frac{.5^{R\alpha} - 1}{.25^{R\alpha} - 1} = \frac{1 - 2 (.5)^R}{1 - 4 (.25)^R} \quad (4.60)$$

Asignando:

$$F = \frac{1 - 2 (.5)^R}{1 - 4 (.25)^R} \quad (4.61)$$

Reemplazando (4.61) en (4.60):

$$.5^{R\alpha} (.5)^{R\alpha} F^2 + (F - 1) = 0$$

Por un cambio de variables  $X = .5^{R\alpha}$ , se obtiene:

$$X^2 - \frac{X}{F} + \frac{(1 - F)}{F} = 0$$

Despejando  $X$ :

$$X = \frac{1 - (1 + 4 (F^2 - F))^{.5}}{2 F} \quad (4.62)$$

Invirtiendo el cambio de variables:

$$.5^{R\alpha} = \frac{1 - (1 + 4 (F^2 - F))^{.5}}{2 F}$$

Despejando  $\alpha$  y tomando en cuenta que  $R = 1/r$ :

$$\alpha = \frac{r \log \left( \frac{1 - (1 + 4 (F^2 - F))^{.5}}{2 F} \right)}{\log (.5)} \quad (4.63)$$

Por otra parte de la ecuación (4.51) se tiene:

$$Z_0^{t1/2} - Z_0^{t1} = \frac{Q_0 (2t1/2 - t1)}{\sigma_z \ell}$$

Tomando en cuenta la ecuación de Kostiakov (4.54), resulta:

$$k (t1/2 - t1^{\alpha}) = \frac{Q_0 (2t1/2 - t1)}{\sigma_z \ell}$$

Despejando  $k$

$$k = \frac{Q_0 (2t_{1/2} - t_1)}{\sigma_z \ell (t_{1/2}^a - t_1^a)} \quad (4.64)$$

Reemplazando (4.57), (4.58) y (4.59) en (4.64) y operando algebraicamente, resulta:

$$k = \frac{Q_0 (2(.5)^{1/r} - 1)}{\sigma_z \ell (.5^{a/r} - 1)} \left( \frac{\ell}{p} \right)^{\frac{1-a}{r}} \quad (4.65)$$

En esta ecuación  $\sigma_z$  se evalúa con la expresión siguiente [Kiefer, 1959]:

$$\sigma_z = \frac{a + r(1-a) + 1}{(1+a)(1+r)}$$

#### 4.3.3.2 Obtención de los coeficientes de la ecuación de Kostiaikov-Lewis

La magnitud de la velocidad de infiltración básica ( $f_0$ ), se obtiene a partir de datos experimentales de acuerdo con la siguiente expresión:

$$f_0 = \frac{Q_0 - Q_{sr}}{\ell} \quad (4.66)$$

donde  $Q_{sr}$  es el gasto constante que fluye en la posición  $\ell$  una vez que en dicha sección se alcanza la capacidad de infiltración básica.

Para obtener los coeficientes "k" y "a" de la ecuación de Kostiaikov-Lewis, en el presente trabajo se considera que el volumen infiltrado por unidad de longitud de surco, durante el intervalo de tiempo comprendido entre 0 y el tiempo ( $t_b$ ) transcurrido para alcanzar la infiltración básica, puede ser calculado adecuadamente con la ecuación de Kostiaikov (4.54).

De lo anterior se desprende que dentro del intervalo de tiempo indicado, se cumple la siguiente relación:

$$k t_0^a = k t_0^a + f_0 t_0$$

donde

$$0 \leq t_0 \leq t_b$$

Despejando  $k t_0^a$ , se obtiene

$$k t_0^a = k t_0^a - f_0 t_0$$

adoptando  $t_0 = 1$  y  $t_0 = t_b$ , se obtiene:

$$k = k - f_0 \quad (4.67)$$

$$k t_b^a = k t_b^a - f_0 t_b \quad (4.68)$$

sustituyendo (4.67) en (4.68) y despejando "a", resulta:

$$a = \frac{\log \left( \frac{k \, t_b^a - f_0 \, t_b}{k - f_0} \right)}{\log (t_b)} \quad (4.69)$$

Para obtener el valor de  $t_b$  se deriva la ecuación (4.54) respecto al tiempo y se iguala con  $f_0$ :

$$k \, a \, t_b^{a-1} = f_0$$

de donde

$$t_b = \left( \frac{f_0}{k \, a} \right)^{\left( \frac{1}{a-1} \right)} \quad (4.70)$$

#### 4.3.3.3 Cálculo de las curvas de avance para diferentes gastos

El comportamiento del avance del frente de onda durante el riego continuo es una de las características complementarias que se deben conocer para el diseño.

En los incisos anteriores se presentó un método para evaluar los coeficientes de la ecuación de infiltración media en surcos, para lo cual se utilizó información de la curva de avance correspondiente a un cierto gasto de alimentación. A continuación se describe un procedimiento analítico para calcular los coeficientes de la curva de avance correspondiente a un gasto diferente.

Es común considerar que la variación de la carga hidráulica superficial sobre cualquier sección del surco, originada por un cambio en el caudal suministrado, prácticamente no influye en el proceso de infiltración.

Adoptando la simplificación anterior, de la ecuación (4.60) se desprende que existe una relación única entre  $r$  y  $a$ , o sea, entre  $r$  y  $a$ . Esto indica que si el valor de "a" permanece constante, entonces el valor de "r" también permanece constante y que, por lo tanto, es independiente de la variación del caudal suministrado.

Por otra parte, despejando "p" de (4.65), resulta:

$$p = \ell \left[ \frac{Q_0 (2(.5)^{1/r} - 1)}{\sigma_z k \ell (.5^{a/r} - 1)} \right]^{\left( \frac{r}{1-a} \right)} \quad (4.71)$$

Si las condiciones de humedad del suelo y la longitud del surco no cambian, entonces  $k$ ,  $a$ ,  $r$  y  $\sigma_z$  permanecen constantes y, por lo tanto, con la ecuación (4.71) se puede evaluar "p" directamente en función de la variación de  $Q_0$ .

Lo anterior permite conocer toda la familia de curvas de avance en función del caudal suministrado al surco. De aquí que con la información experimental de una prueba de riego en surcos se pueda inferir el

comportamiento del avance del frente de onda para diferentes gastos y, en consecuencia, seleccionar el caudal más adecuado para la operación y el diseño de un sistema de riego con flujo continuo.

En la lámina 4.20 se muestran los resultados de esta metodología aplicada a un caso específico y se comparan con los obtenidos con el modelo de simulación numérica, el cual fue previamente verificado con datos de campo para la curva con gasto máximo. Como se puede apreciar, la correlación es suficientemente buena para fines prácticos.

#### 4.3.4 Infiltración en riego intermitente

En regiones de surco en donde la descarga es relativamente constante entre ciclo y ciclo, la infiltración puede ser evaluada a partir de dos ecuaciones de Kostiakov-Lewis [Walker y Humpherys, 1982]:

- Para surco seco (región de surco mojada durante el primer ciclo):

$$Z_s = k t_o^a + f_o t_o \quad (4.72)$$

- Para surco húmedo (región de surco mojada a partir del tercer ciclo en adelante):

$$Z_h = k' t_o^{a'} + f_o' t_o \quad (4.73)$$

En tal ecuación se toma el tiempo de oportunidad acumulado, o sea, la suma de tiempo de oportunidad total sobre la sección en estudio en función del número de ciclos aplicados.

De acuerdo con las observaciones de campo realizadas por Walker (1982) y verificadas experimentalmente por Malano, H. M., la infiltración durante el segundo ciclo que moja una región de surco -surco semihúmedo- puede ser evaluada con la siguiente relación:

$$Z_{sh} = k'' t_o^{a''} + f_o'' t_o \quad (4.74)$$

en donde

$$k'' = k' + (k - k') T \quad (4.75)$$

$$a'' = a' + (a - a') T \quad (4.76)$$

$$f_o'' = f_o' + (f_o - f_o') T \quad (4.77)$$

$$T = \left[ \frac{(\bar{s} - \bar{s}_{1-2})}{\bar{s}_{1-2} \leq s \leq \bar{s}_{1-1}} \right]^\lambda \quad (4.78)$$

$$T = 1 \quad s < \bar{s}_{1-2}$$

siendo  $s$  = posición del punto de interés durante el tiempo actual de cálculo,  $\bar{s}_{1-1}$  y  $\bar{s}_{1-2}$  = distancias avanzadas por el frente de onda durante los 1-1 e 1-2 ciclos y  $\lambda$  = constante empírica con rango de valores comprendido entre dos y cinco, lo cual depende del tipo de suelo (un valor medio que proporciona resultados aceptables es  $\lambda = 3$ ).

En las tablas que se muestran a continuación, se presenta una familia de curvas de infiltración sugeridas, para superficies de infiltración unitarias ( $S_i=1m^2$ ), por el Soil Conservation Service, USDA (SIRMOD, 1989).

PARA SUELO SECO				
Familia de infiltración	k m/min <sup>a</sup>	a	fo m/min	tipo de suelo
.05	.00426	.258	.000022	arcilloso
.10	.00383	.317	.000035	
.15	.00360	.357	.000046	
.20	.00346	.388	.000057	
.25	.00337	.415	.000068	franco arcilloso
.30	.00330	.437	.000078	
.35	.00326	.457	.000088	
.40	.00323	.474	.000098	
.45	.00321	.490	.000107	franco limoso
.50	.00320	.504	.000117	
.60	.00320	.529	.000136	
.70	.00321	.550	.000155	
.80	.00324	.568	.000174	franco arenoso
.90	.00328	.584	.000193	
1.0	.00332	.598	.000212	
1.5	.00361	.642	.000280	
2.0	.00393	.672	.000337	arenoso

PARA SUELO HUMEDO				
Familia de infiltración	k' m/min <sup>a</sup>	a'	fo' m/min	tipo de suelo
.05	.00355	.193	.000014	arcilloso
.10	.00345	.220	.000025	
.15	.00338	.241	.000033	
.20	.00333	.263	.000042	
.25	.00328	.280	.000051	franco arcilloso
.30	.00324	.292	.000060	
.35	.00322	.309	.000067	
.40	.00320	.321	.000075	
.45	.00319	.332	.000083	franco limoso
.50	.00319	.342	.000091	
.60	.00323	.353	.000106	
.70	.00328	.365	.000120	
.80	.00335	.374	.000135	franco arenoso
.90	.00341	.378	.000150	
1.0	.00349	.380	.000164	
1.5	.00391	.400	.000223	
2.0	.00440	.402	.000370	arenoso

Estas tablas son de gran utilidad ya que normalmente no se conoce la información de infiltración en campo. Un diseño preliminar puede ser realizado con apoyo de estas tablas y un reconocimiento en el sitio para identificar el tipo de suelo y poderlo correlacionar con la familia de infiltración que le corresponde.

#### 4.3.5 Ecuación de Kostiaikov-Lewis para diferentes contenidos de humedad inicial

El contenido de humedad inicial en el suelo es uno de los parámetros que tiene mayor influencia en el proceso y calidad del riego. A mayor contenido de humedad inicial se produce, para un mismo gasto de alimentación, un avance más rápido del frente de onda y viceversa; de aquí que la eficiencia del riego dependa de este contenido de humedad y consecuentemente el diseño y operación de un sistema de riego por gravedad deberá tomar en cuenta este parámetro.

En el inciso 4.3.2 se presentó la deducción de la ecuación de Green y Ampt la cual toma en cuenta este contenido inicial de humedad ( $\theta_i$ ). De la ecuación (4.18) se cumple:

$$t = \frac{Z}{S_I K_s} + \frac{\psi_f}{K_s} Md \ln \left( 1 - \frac{Z}{\psi_f Md S_I} \right)$$

si de la ecuación de Kostiaikov (4.25) se despeja el tiempo y la expresión resultante se iguala con la anterior se obtiene

$$\left( \frac{Z}{k} \right)^{1/\alpha} = \frac{Z}{S_I K_s} + \frac{\psi_f}{K_s} Md \ln \left( 1 - \frac{Z}{\psi_f Md S_I} \right)$$

Suponiendo que se conocen  $\psi_f$ ,  $K_s$ ,  $Md$ ,  $S_I$  y se desea obtener los valores de  $\alpha$  y  $k$  que satisfacen la ecuación anterior, bastará adoptar dos valores cualesquiera de  $Z$  (recomendándose  $Z_1=1$  y  $Z_2 = 10$ ) para determinarlos. Para esto se emplean las siguientes expresiones:

$$\alpha = \frac{\ln (Z_1/Z_2)}{\ln (g_1/g_2)}$$

$$k = \frac{Z_1}{g_1^\alpha}$$

donde

$$g_1 = \frac{Z_1}{S_I K_s} + \frac{\psi_f}{K_s} Md \ln \left( 1 - \frac{Z_1}{\psi_f Md S_I} \right)$$

$$g_2 = \frac{Z_2}{S_I K_s} + \frac{\psi_f}{K_s} Md \ln \left( 1 - \frac{Z_2}{\psi_f Md S_I} \right)$$

#### 4.3.6 Ejemplos

Con el fin de mostrar la eficiencia de la metodología descrita anteriormente, se procedió a la obtención de las curvas de infiltración en una parcela experimental ubicada en el estado de Zacatecas, en donde se seleccionaron dos unidades de riego con diferente longitud, pendiente y textura de suelo. Los resultados obtenidos se muestran en las láminas 4.21 y 4.22. Como se puede apreciar, en dichas láminas se incluyeron los resultados obtenidos con otros tres métodos propuestos en la literatura especializada.

La curva indicada como IMTA1 corresponde a la ecuación de Kostiaikov obtenida con el método aquí propuesto, mientras que los datos marcados en forma

discreta con triángulos huecos pertenecen a dos de las soluciones que arroja el método propuesto por Smerdon (1988), para la obtención de la misma ecuación de Kostiaikov

La curva indicada con MTA2 corresponde a la ecuación de Kostiaikov-Lewis obtenida con la metodología que aquí se ha descrito, mientras que los marcados en forma discreta con triángulos llenos y rectángulos representan resultados obtenidos con los métodos propuestos por Elliot y Walker (1982), y William (1989), respectivamente.

Como se puede apreciar en las láminas 4.21 y 4.22, el método aquí propuesto proporciona el valor teóricamente correcto de los coeficientes de las ecuaciones de Kostiaikov y Kostiaikov-Lewis, mientras que los otros métodos arrojan diferentes valores en función de la longitud del surco.

Para verificar la confiabilidad de las ecuaciones de infiltración así obtenidas, se realizaron pruebas de simulación del avance del frente de onda y los resultados obtenidos se contrastaron con las curvas de avance medidas directamente en campo. La lámina 4.23 ilustra la calidad de los resultados obtenidos.

## 5 DISEÑO DE RIEGO PARCELARIO

### 5.1 Diseño con riego continuo

El método se basa en la simulación numérica del comportamiento del flujo durante el riego continuo

#### 5.1.1 Datos requeridos

Se considera que previamente se han determinado los datos siguientes:

a. Dotación de riego ( $D_{ri}$ )

b. Gasto de alimentación suministrado a un surco ( $Q_0$ ) (el cual puede ser constante o un hidrograma).

Manejar un hidrograma permite ampliar las posibilidades de diseño. Por ejemplo, se puede simular el comportamiento inicial del flujo desde el inicio del suministro hasta el momento en que el caudal  $Q_0$  permanece constante.

c. Coeficiente de rugosidad de Manning ( $n$ ).

Es común adoptar valores comprendidos entre el rango  $.02 \leq n \leq .04$ .  
 $n = .02$  en suelos con alto contenido de arcillas.  
 $n = .04$  en suelos con contenido de arena considerable.

Estos valores son simplemente orientativos. Se recomienda obtener el coeficiente de rugosidad de Manning haciendo pruebas de campo.

d. Geometría de la sección transversal de la conducción. [Área hidráulica ( $A$ ), Perímetro mojado ( $P$ ), Radio hidráulico ( $R_h$ ), Ancho de superficie libre ( $B$ )].

Estos datos se obtienen realizando mediciones con un perfilómetro de surco. Se recomienda realizar dichas mediciones en dos o tres estaciones a lo largo del surco.

Es importante tener en cuenta que por efecto del humedecimiento y compactación del suelo la sección del surco sufre cambios después de cada riego. Estos cambios son menores luego del primer riego. De aquí que para fines de diseño se recomienda obtener las características de la geometría transversal del surco después del primer riego.

En surcos resulta adecuado considerar que existe una relación potencial entre el área hidráulica ( $A$ ), el tirante ( $d$ ) y el radio hidráulico ( $R_h$ ) [Elliot, 1982]:

$$d = \sigma_1 A^{\sigma_2}$$

$$(AR_h^{2/3}) = \rho_1 A^{\rho_2}$$

en donde  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ,  $\rho_1$  y  $\rho_2$  son coeficientes empíricos obtenidos con técnicas de correlación lineal a partir de los datos medidos con el perfilómetro de surco.

e. Pendiente de la plantilla de la conducción ( $s_0$ ).

f. Ecuación empírica de infiltración media acumulada:

$$Z = k \tau^a + f_0 \tau$$

Para obtener esta ecuación se propone utilizar el método de balance de volumen descrito en el subcapítulo 4.3.3.1, evaluando el coeficiente "r" con la siguiente relación:

$$r = \frac{\log(4)}{\log(t_1/t_{1/4})}$$

### 5.1.2 Procedimiento de diseño

El diseño se basa en seleccionar la eficiencia de aplicación ( $E_a$ ) máxima que se puede obtener, considerando fija la longitud del surco ( $L_s$ ) y variando el gasto de alimentación ( $Q_0$ ).

El procedimiento de diseño se reduce a los siguientes pasos:

- Se considera que  $Q_0$  es igual al  $Q_{\max}$  permisible

- Con el modelo matemático se realiza una simulación durante un tiempo lo suficientemente grande para que con un solo ciclo se cubran las necesidades de riego al final del surco. Se cuantifica el tiempo efectivo de riego utilizado ( $t_{er}$ ), así como el volumen suministrado hasta ese momento

$$V_s = t_{er} Q_0$$

y, finalmente, se cuantifica la eficiencia de aplicación

$$E_a = \frac{D_r L_s}{V_s}$$

- Se repite el paso arriba indicado, reduciendo el gasto  $Q_0$  en un 10 %. y se verifica si la nueva eficiencia de aplicación es mayor que la anterior:

Si resulta mayor se realiza otra iteración.

Si resulta menor se termina el diseño y los datos obtenidos en la penúltima iteración se adoptan como datos de diseño. Nótese que con este procedimiento se obtienen los valores de  $Q_0$ ,  $t_{er}$  y  $V_s$  que hacen óptima la eficiencia de aplicación durante el riego.

Es importante indicar que en el procedimiento anterior se está suponiendo que el tiempo de recesión es mínimo con respecto al tiempo total de riego. En caso de que no lo sea, será necesario evaluar el "ter" correcto; para lo cual se propone el siguiente procedimiento:

- Se adopta el "ter" óptimo como tiempo de suministro del caudal

- Se realiza una simulación con el  $Q_0$  óptimo

- Se determina el tiempo de recesión:

$$trc = \text{tiempo total de la simulación} - ter$$

- Se adopta

$$ter = ter - trc$$

como nuevo tiempo óptimo de riego

- Con este nuevo tiempo se evalúan

$$V_n = Q_0 ter$$

y

$$E_n = \frac{Dri L_n}{V_n}$$

los cuales corresponden a los valores reales.

Este mismo procedimiento se puede repetir con diferentes longitudes de surco y con diferentes láminas de riego.

### 5.1.3 Ejemplos

Si se sigue este procedimiento se pueden realizar gráficas de diseño como las mostradas en las láminas 5.1 a 5.4.

De estas láminas es fácil seleccionar el diseño óptimo, tomando en cuenta todas las variables que intervienen en el mismo.

### 5.2 Diseño de riego intermitente con válvula

Por lo general, la aplicación práctica del riego intermitente se realiza a través de una serie de criterios empíricos [USDA, 1986], los cuales, en su mayoría, han sido obtenidos a partir de experimentación en campo y posteriormente consignados como recetas o guías de riego. Estos criterios se han desarrollado bajo la meta de alcanzar el final de los surcos en un tiempo menor que el que se emplearía con riego continuo.

Si bien la aplicación de este tipo de criterios garantiza que el frente de onda alcanza el final del surco en un tiempo menor que con riego continuo, en ningún momento se especifica cuál es la lámina suministrada y en consecuencia tampoco la eficiencia de aplicación y distribución del riego.

Para dar a conocer la problemática relacionada con el diseño del riego intermitente, las limitaciones de la forma empírica como se ha aplicado en campo y las propuestas de solución derivadas de este trabajo, a continuación se presenta una discusión general de este aspecto.

### 5.2.1 Diseño con ciclo fijo (tiempo de apertura "on" constante)

Para el diseño o manejo del riego intermitente, en surcos de longitud definida, es necesario seleccionar tanto el caudal que se introduce a cada surco como el tiempo de apertura "on", de tal manera que se obtengan las mínimas pérdidas tanto por percolación profunda fuera de la zona radicular como por escurrimientos -coleos- al final del surco.

#### 5.2.1.1 Criterios empíricos

En general se presupone que el agricultor continuará suministrando el caudal que normalmente emplea con riego continuo -normalmente el máximo no erosivo-, de aquí que la variable a determinar sea el tiempo de descarga durante cada ciclo "tiempo on".

Para determinar el tiempo de descarga se han propuesto una serie de criterios empíricos, de entre los cuales, destacan los que a continuación se indican:

Cuando se desea que el frente de onda alcance el final del surco en cuatro ciclos (longitudes de surco menores a 400 m) o seis ciclos (longitudes de surco mayores a 400 m) y que el tiempo real de suministro de agua por surco sea la mitad del que se necesita en el riego convencional, se recomienda utilizar las siguientes relaciones empíricas para determinar el tiempo de apertura on en cada ciclo de avance:

Para surcos menores de 400 m:

$$\text{tiempo on} = \frac{\text{tiempo para alcanzar el final del surco con riego continuo}}{8}$$

Para surcos mayores de 400 m:

$$\text{tiempo on} = \frac{\text{tiempo para alcanzar el final del surco con riego continuo}}{12}$$

#### 5.2.1.2 Métodos prácticos basados en mediciones de campo

En el presente inciso se presentan dos métodos para determinar los tiempos on apropiados:

##### a. Método IMTA

Una forma práctica para determinar el tiempo de descarga por ciclo (tiempo on) que se debe utilizar en ciclos de tiempo fijo, aplicable normalmente para surcos de longitudes menores a 400 m, es la siguiente:

- Se da un riego continuo en un grupo de surcos en los que se desea establecer el riego intermitente.
- Una vez concluido el riego, se suministra nuevamente el caudal al grupo de surcos previamente regados y se cuantifica el tiempo promedio que tarda el frente de onda en alcanzar el final de los surcos.
- El tiempo de descarga por ciclo (tiempo on), que se propone adoptar, es igual al tiempo promedio en que el frente de onda alcanzó el final de los surcos.

Existen observaciones experimentales realizadas en diferentes tipos de suelos, reportadas por diversos investigadores, que permiten tener una idea del orden de magnitud del tiempo de avance del frente de onda. Algunas de las observaciones indican que el tiempo de avance del frente de onda sobre superficies de suelo previamente mojadas fluctúa entre dos y cinco minutos por cada 30 m sobre suelo desnudo; y de cuatro a ocho minutos por cada 30 m en suelos con cultivos densos que interfieren en el surco.

Es importante hacer notar que dicho método también puede ser utilizado para definir el tiempo de descarga mínimo necesario que se debe mantener una vez que el frente de onda ha alcanzado el final de los surcos, o sea, los tiempos de descarga de los ciclos complementarios para proporcionar la dosis de riego en todo el surco. La adopción de este criterio es generalmente aceptable en surcos en los cuales el tiempo de recesión es generalmente menor o igual que los de avance en cada ciclo. Si bien el criterio permite aceptar una cierta cantidad de pérdidas por coleos, también permite un mayor tiempo de oportunidad en las partes finales de los surcos y, por lo tanto, la posibilidad de reducir el número de ciclos complementarios.

Una ventaja adicional es que no se requiere la instalación previa del sistema de riego para determinar el tiempo de descarga por ciclo (tiempo *on*).

#### **b. Método tiempo constante - distancia variable**

Esta alternativa se utiliza más eficientemente en longitudes de surcos menores de 400 m y cuando el controlador no tiene la capacidad de emplear diferentes tiempos de apertura:

- Se establecen dos unidades de riego con el controlador interconectado a ambas.
- Se colocan estacas o señales a lo largo de la longitud de los surcos, a intervalos normalmente de 30 m.
- Se comienza el riego.
- Se permite que el frente de onda avance en los surcos aproximadamente una distancia comprendida entre el 30 y 40% de su longitud. Se utiliza este tiempo como tiempo *on* constante.

El utilizar un tiempo de descarga (tiempo *on*) constante da como resultado una longitud cada vez menor de surco seco que se moja con cada ciclo. La longitud de surco seco que se moja con cada impulso debería ser aproximadamente del 75% de la longitud de surco que fue mojada con el impulso anterior. Si no se consigue se recomienda incrementarlo a intervalos de media hora, hasta que se logre dicho incremento.

Existe una gran desventaja cuando se utiliza un tiempo de descarga fijo. Consiste en que una vez que el agua ha avanzado hasta el final de los surcos, el tiempo *on* constante es excesivo y por lo tanto ocasionará una escorrentía importante. Por lo tanto, una vez que el frente de onda alcanza el final de la parcela, debe programarse en el controlador un tiempo de apertura *on* reducido, que permita que el agua avance en los surcos mojados hasta aproximadamente 3/4 partes de su longitud total. En tal momento debería cambiarse la entrada del agua a la otra unidad. Este será el tiempo *on* final. Idealmente el agua que permanece en los surcos continuará

avanzando hasta el final de los mismos. Si no sucede, debería incrementarse el tiempo on final.

### 5.2.1.3 Método basado en simulación numérica

Los métodos empíricos y prácticos descritos con anterioridad permiten definir una política de operación del sistema, por medio de la cual es factible establecer el riego intermitente. Sin embargo, en ningún momento se toman en cuenta, de manera explícita, las eficiencias en la distribución y aplicación de los volúmenes de agua proporcionados durante el riego.

Es importante señalar que el hecho de que el frente de onda, durante el riego intermitente, alcance el final del surco en un tiempo menor que con riego continuo, de ninguna manera indica que el sistema esté operando con óptima eficiencia. Tal vez la única conclusión que se puede inferir, y que habría que demostrar, es que posiblemente se está regando con una eficiencia mejor que con riego continuo.

Lo anterior aunado con la aceptación implícita de que los criterios de eficiencia son la única manera correcta de evaluar la calidad de un diseño, obliga a tomar en cuenta que todo criterio de diseño y operación del riego intermitente que no esté fundamentado o relacionado con eficiencias esperadas, no puede ser considerado como método transferible.

La importancia de este aspecto, se refleja claramente en las bajas eficiencias reportadas como resultado de ciertos programas de evaluación que se han llevado a cabo en diversas zonas de riego de los Estados Unidos; así por ejemplo, se cuenta con los datos del Valle Grande en Colorado [Bartholomay, 1991], entre los cuales se reportan eficiencias de aplicación que van desde el 17% al 44% en parcelas cultivadas con maíz, del 13.4% al 33.8% en parcelas con frijol y del 25.8% al 71.9% en parcelas con alfalfa.

Esta situación, no debe de ser una preocupación, sino más bien una motivación, para que los técnicos e investigadores relacionados con este tema participen activamente en el desarrollo de criterios de diseño adecuadamente fundamentados, cuya verificación en campo permita llevar a cabo una transferencia plenamente respaldada desde el punto de vista teórico y práctico.

En este inciso se presentan algunas aplicaciones de la simulación numérica, por medio de las cuales es factible establecer criterios de diseño y políticas de operación eficientes para la implementación del riego intermitente en surcos con longitudes menores a los 400 m. El rango de longitudes es común en las parcelas existentes en los distritos de riego de México. Para el desarrollo de dichos criterios, se adopta desde un principio la utilización de ciclos de tiempo constante.

Es necesario indicar que la metodología aquí descrita incluye implícitamente el diseño con riego continuo y que los resultados de éste se toman como parámetro de comparación para determinar si se justifica o no la implementación práctica del riego intermitente.

#### a. Selección del tiempo de ciclo

Una vez que se han obtenido los datos de campo necesarios para la simulación numérica del riego intermitente (ver capítulo 3), se procede a la

realización de los siguientes pasos:

- Suponer que el suelo del surco se encuentra con una capacidad de infiltración básica. Ello implica que para la simulación se adopte

$$Z = fo \tau_{op}$$

o sea, se supone que

$$k = 0 \text{ y } a = 0.$$

- Se realiza la simulación numérica considerando un solo ciclo, o sea, se simula el riego continuo que se produciría en el campo con la infiltración básica.

- Se adopta como tiempo *on* al que tarda el frente de onda en alcanzar el final del surco de acuerdo con la simulación numérica.

#### **b. Verificación de la eficiencia de aplicación con riego intermitente**

- Con el tiempo *on* que se ha determinado en el inciso anterior, se realiza un nuevo cálculo numérico. Deben considerarse ahora los coeficientes completos de la ecuación de infiltración con suelo seco y suelo húmedo.

- Para lograr el cálculo se consideran veinte ciclos de riego con el objetivo de asegurar que durante la simulación se alcance el final del surco.

- Se determina en qué ciclo se alcanzó el final del surco (Cfs) y se cuantifica el tiempo efectivo de riego utilizado para que esto ocurra:

$$t_{efs} = Cfs \text{ tiempo } on$$

- Además se verifica también en cuál ciclo fue cubierta la dosis de riego al final del surco (Cdfs); se cuantifica el tiempo efectivo de riego utilizado ( $t_{ef} = Cdfs \text{ tiempo } on$ ); se cuantifica asimismo el volumen suministrado hasta ese momento ( $V_s = t_{ef} Q_o$ ) y, finalmente, se calcula la eficiencia de aplicación ( $E_a = Dri L_s / V_s$ ).

- Se incrementa el tiempo *on* en un 25% (redondeándolo a múltiplos de 5 min) y se cuantifica nuevamente la eficiencia de aplicación al seguir la metodología descrita anteriormente. El proceso ha de repetirse en tanto que en cada nueva iteración se obtengan eficiencias mayores. Una vez que la eficiencia calculada empieza a descender, se da por terminado el cálculo, adoptándose como tiempo *on* definitivo aquel para el cual se obtuvo la máxima eficiencia de aplicación.

#### **c. Verificación de la eficiencia de aplicación con riego continuo**

- Como complemento, se realiza otra simulación durante un tiempo lo suficientemente grande para que con un solo ciclo se cubran las necesidades de riego al final del surco. Se cuantifica el tiempo efectivo de riego utilizado ( $t_{ef}$ ), así como el volumen suministrado hasta ese momento ( $V_s = t_{ef} Q_o$ ) y, finalmente, se cuantifica la eficiencia de aplicación ( $E_{a_c} = Dri L_s / V_s$ ). Los resultados corresponden al caso de riego continuo.

Tal y como se indicó en el inciso 3.2.2.2 el cálculo se puede afinar, tomando en cuenta el tiempo de recesión.

#### d. Resultados de la metodología

Con la secuencia anterior se obtiene:

- El tiempo *on* óptimo para ciclo constante.
- El número de ciclos necesarios para alcanzar el final del surco (Cfs).
- El tiempo efectivo de riego para alcanzar el final del surco (tefs).
- El número de ciclos necesarios para dar el riego (Cdfs).
- El tiempo efectivo total de suministro de agua durante el riego (tef).
- El volumen de agua suministrado a cada surco durante el riego (Vs).
- La eficiencia de aplicación con que se dio el riego (Ea).
- La ventaja o desventaja de aplicar riego intermitente en comparación con el continuo, evaluadas en función de las respectivas eficiencias de aplicación de los volúmenes de agua suministrados ( $E_a - E_{a_c}$ ).
- Implícitamente se garantiza que con esta política de operación se suministra la dosis de riego en todo el surco.
- Adicionalmente, es factible cuantificar el porcentaje global de pérdidas en volumen del agua suministrada durante el riego (globales = por percolación profunda + por coleos), siendo éstas idénticas a  $P_g = 1 - E_a$ .

#### e. Recomendaciones

Si la eficiencia de aplicación resultante es muy baja existen alternativas para mejorarla:

Aumentar o disminuir el caudal suministrado por surco. Para ello se ha de vigilar, principalmente, que no se supere el caudal máximo no erosivo.

- Disminuir la longitud del surco. Esta longitud no deberá ser menor que aquella obtenida con riego continuo y a la cual le corresponde prácticamente la misma eficiencia de aplicación.

- Aumentar o disminuir la dosis de riego, la cual no puede ser mayor que la obtenida cuando se toma en cuenta la disminución máxima de humedad recomendable para el tipo de cultivo en estudio. Es importante no olvidar que una modificación en el parámetro implica un cambio en los calendarios de riego.

#### 5.2.1.4 Tabla multidimensional de diseño

Si bien se cuenta con un programa de simulación, por medio del cual es factible diseñar y definir los criterios de operación del riego intermitente, también es una realidad que la información de campo y el equipo de cómputo que requiere no siempre está disponible. Sin embargo, se

puede realizar una serie de experimentos numéricos con diferentes juegos de valores de las variables de entrada, y hacer una tabla multidimensional bajo una selección adecuada de resultados. Esta tabla puede almacenarse en la memoria del controlador de una válvula automática o simplemente ponerla al alcance de los agricultores a través de gráficas o tablas de fácil lectura e interpretación.

A continuación, se describen los experimentos numéricos que se deben llevar a cabo para generar una tabla multidimensional de este tipo.

### **Selección de variables de entrada y rangos**

#### *Tipos de suelo*

Se seleccionaron seis tipos de suelo de diferente textura:  
Arenoso, Franco arenoso, Franco, Franco limoso, Franco arcilloso y Arcilloso

Los cuales se pueden identificar a través de sus ecuaciones de infiltración a surco seco y surco húmedo [Walker y Skogerboe, 1982]:

$$Z = k t_0^a + f_0 t_0 \quad (\text{surco seco})$$

$$Z = k' t_0^{a'} + f_0' t_0 \quad (\text{surco húmedo})$$

#### *Velocidad uniforme*

Con el fin de reducir el número de variables que intervienen en la tabla multidimensional, se adoptó la velocidad a flujo uniforme como una variable representativa a través de la cual se puede tomar en cuenta la influencia del caudal descargado al surco, la de la pendiente del terreno, y la del coeficiente de rugosidad. Esta selección se justifica si se acepta que por efecto de los bajos caudales y altas rugosidades el flujo tiende a normalizarse rápidamente durante el proceso de riego.

El rango de variación de la velocidad normalizada se determinó estableciendo el rango de variación práctica de cada una de las variables que intervienen en la misma.

#### - Rango de gastos (Q)

$$.5 \leq Q \leq 3 \text{ l/s}$$

El límite superior es el máximo admisible para que los surcos no desborden. El límite inferior es el mínimo práctico recomendado para obtener una eficiencia de distribución adecuada en surcos cortos.

#### - Rango de pendientes (so)

$$.001 \leq s_0 \leq .03$$

El rango superior es el máximo recomendado para evitar erosión por lluvia. El límite inferior corresponde prácticamente a un terreno horizontal.

#### - Rango de rugosidad (n)

$$.02 \leq n \leq .04$$

Se reporta comúnmente en la mayoría de las mediciones de campo.

- Sección hidráulica.

Se adoptó la sección potencial de un surco cuya separación entre lomos es de un metro.

- Velocidad normalizada (V)

De acuerdo con la información anterior y tomando en cuenta los límites de velocidad permisibles para evitar erosión y depósito, se adoptó el siguiente rango de variación dentro del cual está acotada la velocidad normalizada:

$$.1 \text{ m/s} \leq V \leq .25$$

*Longitud de surco (Ls)*

Generalmente las longitudes de surco que se manejan en México no son mayores de 400 m, ni menores de 50 m.  
 $50 \leq Ls \leq 400$

*Láminas de riego (Lr)*

La lámina de riego, o sea, el volumen infiltrado por unidad de superficie de infiltración se obtiene en función de la profundidad radicular del cultivo (Pr), del contenido de humedad a capacidad de campo del suelo ( $\theta_{cc}$ ), del porcentaje de humedad a punto de marchitamiento permanente ( $\theta_{pmp}$ ) y del descenso tolerable de humedad ( $f$ ).

$$Lr = f Pr (\theta_{cc} - \theta_{pmp})$$

Normalmente, en la práctica sus valores fluctúan en el rango:

$$5 \leq Lr \leq 20 \text{ cm}$$

En el caso de surcos es aceptable, como una primera aproximación, considerar que la superficie de infiltración asociada a un metro de longitud de surco se adopte como una superficie unitaria, o sea, considerar que son surcos de un metro de ancho. De aquí, que bajo esta simplificación, el volumen infiltrado (Z) durante el riego sea numéricamente igual que la lámina Lr.

**Valores discretos para los experimentos numéricos**

*Tipos de suelo*

Con el conocimiento de las ecuaciones de infiltración, se identifican los tipos de suelo por relaciones adimensionales:

Surco seco

$$R_s = \frac{k (10)^a + f_0 (10)}{k_a (10)^{aa} + f_{0,a} (10)}$$

Surco húmedo

$$R_h = \frac{k' (10)^{a'} + f_0' (10)}{k_a' (10)^{aa'} + f_{0,a'} (10)}$$

en donde

$k_a, a_a, f_{oa}$  = constantes empíricas de la ecuación de infiltración a surco seco de un suelo arenoso

$k_a', a_a', f_{oa}'$  = constantes empíricas de la ecuación de infiltración a surco húmedo en un suelo arenoso

$k, a, f_o$  = constantes empíricas de la ecuación de infiltración del suelo en estudio (surco seco)

$k', a', f_o'$  = constantes empíricas de la ecuación de infiltración del suelo en estudio (surco húmedo)

En general es de esperarse que el producto  $R_z = R_h R_s$  se encuentre en el rango:

$$.1 \leq R_z \leq 1$$

Es obvio que  $R_z = 1$  para suelo arenoso y  $R_z = .1$  para suelo arcilloso.

Por lo anterior se realizaron corridas numéricas con ecuaciones de infiltración que permitan discretizar el rango anterior. Es importante indicar que los valores discretos que se manejarán no son de incremento constante; ésto es debido a que las ecuaciones de infiltración que se utilizarán corresponden a suelos reales. De aquí que los valores discretos sean posiblemente del tipo:

$$R_{z1} = .11$$

$$R_{z2} = .23$$

$$R_{z3} = .39$$

$$R_{z4} = .63$$

$$R_{z5} = .76$$

$$R_{z6} = 1.0$$

Situación que para fines de generación de la tabla multidimensional carece de importancia.

#### *Velocidad normalizada*

Durante los experimentos numéricos se realizarán simulaciones con combinaciones de  $Q, n, S_o$  tales que  $V$  resulte igual con:

$$V_1 = .1 \text{ m/s}$$

$$V_2 = .13 \text{ m/s}$$

$$V_3 = .16 \text{ m/s}$$

$$V_4 = .19 \text{ m/s}$$

$$V_5 = .22 \text{ m/s}$$

$$V_6 = .25 \text{ m/s}$$

#### *Longitud del surco*

Se adoptaron los siguientes valores

$$L_{s2} = 100 \text{ m}$$

$$L_{s3} = 200 \text{ m}$$

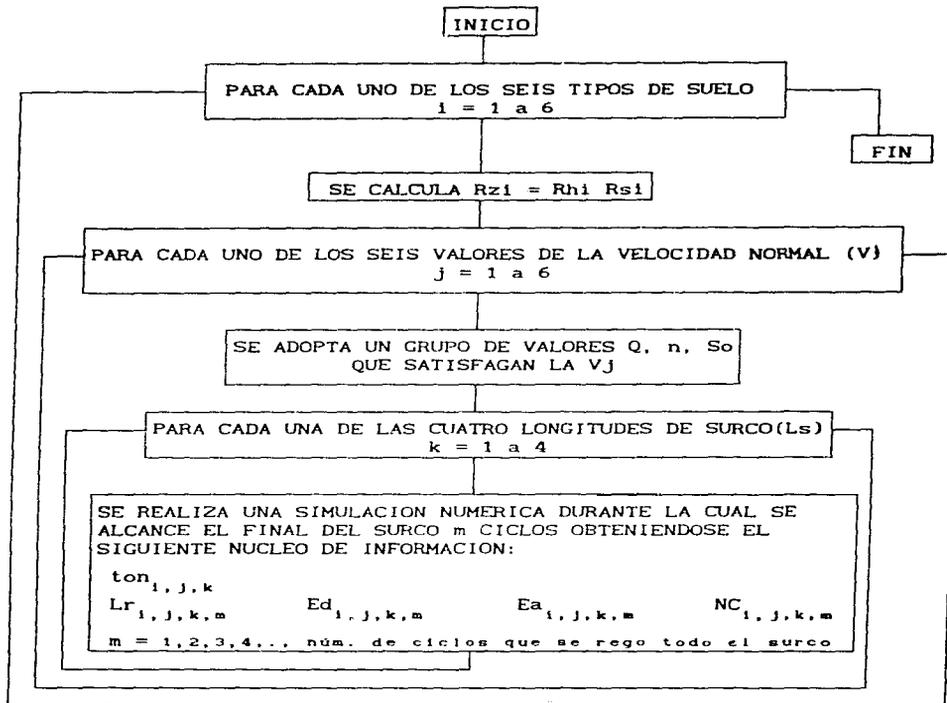
$$L_{s4} = 300 \text{ m}$$

$$L_{s5} = 400 \text{ m}$$

## Láminas de riego

Se adoptó el rango:  
5 cm  $\leq$  Lr  $\leq$  20 cm

Diagrama secuencial de las corridas con el simulador de riego intermitente



### Tabla multidimensional para el diseño práctico del riego intermitente

A continuación se describe cómo un controlador automatizado debe operar la tabla de diseño.

Variables de entrada proporcionadas por el usuario  
Qd, Qsf, Lr,  $t_{Lr/4}$ ,  $t_{Lr}$ , LS, ho, So,  $n_s$

Datos conocidos (registrados en el dispositivo)

$k_a$ ,  $a_a$ ,  $f_a$ ,  $k_a'$ ,  $a_a'$ ,  $f_{oa}'$  (suelo arenoso)

$\rho_1$ ,  $\rho_2$ ,  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  (identifican la geometría del surco, [Walker, 1986])

*Calculos desarrollados por el controlador*

-Ecuación de infiltración [ver García, V.N., 1991]

$$Z = k t_0^a + f_0 t_0 \quad (\text{surco seco})$$

$$Z = k' t_0^{a'} + f_0' t_0 \quad (\text{surco húmedo})$$

- Relaciones de infiltración

Surco seco,  $R_s$

Surco húmedo,  $R_h$

$$R_z = R_s R_h$$

- Coeficiente de rugosidad de Manning

$$n = \frac{n_s}{Qd} \left[ \rho_1 \left( \frac{1}{\sigma_1} \right)^{\rho_2/\sigma_2} h_0^{\rho_2/\sigma_2} S_0 \right]^{1/2}$$

- Gasto máximo no erosivo

$$Q_{\max} = .6 / (100 000 S_0)$$

Ecuación empírica, de la cual se obtiene  $Q_{\max}$  en l/s

- Velocidad máxima no erosiva

$$V_{\max} = Q_{\max} \left( \frac{h_c}{\sigma_1} \right)^{1/\sigma_2}$$

*Manejo de la tabla*

	Ls (k)	Ls1	Ls2	Ls3	Ls4
Rz (i)					
Rz1		$t_{on_{1,1,1}}$ $Lr_{1,1,1,m}$ $E_a \dots \dots$			
Rz2		( NUCLEOS DE INFORMACION i, j, k )			
Rz3					
Rz4					
Rz5					
Rz6					

- Búsqueda en la tabla multidimensional (figura anterior o lámina 5.5)

a) Se identifica la longitud  $L_{sk}$  y la relación  $R_{z1}$  más cercanas a las buscadas ( $L_s, R_z$ ).

b) Se seleccionan las tarjetas que cumplan la restricción  $V_j \leq V_{m\acute{a}x}$

c) De cada una de estas tarjetas se obtienen las eficiencias de aplicación ( $E_{a1,j,k,m}$ ) correspondientes al núcleo ( $L_{sk}, R_{z1}$ ) identificado en el paso a); para ésto se toma como referencia la lámina de riego  $L_{r1,j,k,m}$  más cercana a la proporcionada ( $L_r$ ).

d) Se elige la tarjeta con mayor eficiencia de aplicación. Con este paso se ha seleccionado un valor  $V_j$  y por consiguiente se puede obtener el gasto que se debe suministrar al surco:

$$Q = V_j \left( \frac{1}{\sigma_1} \right)^{1/\sigma_2} \left[ \frac{n V_j}{S_o^{1/2} \rho_1^{1/2}} \left( \frac{1}{\sigma_1} \right)^{\frac{1-5\rho_2}{\sigma_2}} \right] \cdot \frac{1}{.5\rho_2-1}$$

e) En general se puede considerar que el punto ( $L_s, R_z$ ) se encuentra comprendido entre cuatro núcleos de información dentro de la tarjeta elegida.

	$L_{sk}$	$L_{sk+1}$
$R_{z1}$	$(L_{sk}, R_{z1})$	$(L_{sk+1}, R_{z1})$
$R_{z1+1}$	$(L_{sk}, R_{z1+1})$	$(L_{sk+1}, R_{z1+1})$

■  $(L_s, R_z)$

De aquí que para determinar la información de núcleo que le corresponde al punto ( $L_s, R_z$ ), se proceda por interpolación; para ésto se propone la siguiente secuencia:

1) Evaluar en cada uno de estos núcleos la información correspondiente a  $L_r$ .

Se presupone que  $L_r$  se encuentra dentro de cada núcleo en el rango:

$$L_{r1,j,k,m} \leq L_r \leq L_{r1,j,k,m+1}$$

De aquí que cada variable se pueda obtener con auxilio de la expresión:

$$X_{l,j,k} = X_{l1,j,k,m} + (L_r - L_{r1,j,k,m}) \left( \frac{X_{l1,j,k,m+1} - X_{l1,j,k,m}}{L_{r1,j,k,m+1} - L_{r1,j,k,m}} \right)$$

Donde  $X$  representa en forma general cada una de las variables no conocidas del núcleo ( $E_a, E_d$  y  $N_C$ )

2) Para cuantificar el valor de cada variable del núcleo correspondiente al punto (Ls,Rz), se utilizará la siguiente relación interpolante.

$$\begin{aligned}
 X = & \frac{1}{4} [ 2X_{i,j,k} + X_{i+1,j,k} + X_{i,j,k+1} + \\
 & + (Ls - Ls_{i,j,k}) \left( \frac{X_{i,j,k+1} - X_{i,j,k}}{Ls_{i,j,k+1} - Ls_{i,j,k}} \right) + \\
 & + (Ls - Ls_{i+1,j,k}) \left( \frac{X_{i+1,j,k+1} - X_{i+1,j,k}}{Ls_{i+1,j,k+1} - Ls_{i+1,j,k}} \right) + \\
 & + (Rz - Rz_{i,j,k}) \left( \frac{X_{i+1,j,k} - X_{i,j,k}}{Rz_{i+1,j,k} - Rz_{i,j,k}} \right) + \\
 & + (Rz - Rz_{i,j,k+1}) \left( \frac{X_{i+1,j,k+1} - X_{i,j,k+1}}{Rz_{i+1,j,k+1} - Rz_{i,j,k+1}} \right) ]
 \end{aligned}$$

En este caso debe tomarse en cuenta que X representa las variables (ton, Ea, Ed y NC)

Despues de estos dos pasos se cuenta con la información referente al tiempo de descarga durante cada ciclo (ton), el número de ciclos que se deben de dar durante el riego (NC), la eficiencia de aplicación con que se dará el riego (Ea) y la eficiencia de distribución (Ed). Es importante tomar en cuenta que el tiempo sin descarga en cada ciclo (toff) es igual al tiempo de descarga (ton).

- Cálculo del número de surcos a regar

El número de surcos que se debe regar simultáneamente es:

$$n_s = \text{int} ( Q_d / Q )$$

*Información del controlador al usuario*

El controlador debe desplegar una pantalla como la mostrada a continuación:

ton	toff	NC	n <sub>s</sub>	Ea	Ed
-----	------	----	----------------	----	----

ton = tiempo de descarga por ciclo, (min)

toff = tiempo sin descarga por ciclo, (min)

Nc = número de ciclos necesarios para suministrar la lámina Lr, (adim)

n<sub>s</sub> = número de surcos a regar

Ea = eficiencia de aplicación que se espera obtener con el riego, (%)

Ed = eficiencia de distribución que se espera obtener con el riego, (%)

#### 5.2.1.4.1 Resultados preliminares de la tabla multidimensional

Dentro del proceso de generación de la tabla multidimensional, que será cargada a un controlador automático, se presenta la alternativa de generar paralelamente gráficas orientativas para diseño. Así, por ejemplo, las láminas 5.6 y 5.7 forman parte de un conjunto de gráficas, obtenidas en el IMTA, que pueden ser utilizadas para el diseño de riego intermitente en suelos franco arenosos.

En la lámina 5.8 se presenta una gráfica por medio de la cual es factible seleccionar un tiempo de descarga (ton) en función de la longitud del surco y la velocidad máxima no erosiva. Esta gráfica es general para cualquier tipo de suelo. El uso de este tiempo garantiza que el frente de onda alcance el final del surco en un tiempo efectivo de riego menor que el empleado con riego continuo, sin embargo, al igual que la mayoría de los métodos empíricos, no incluye eficiencia alguna y por consecuencia se debe utilizar únicamente cuando no se cuenta con mejor información.

La lámina 5.9 permite seleccionar el gasto que se debe suministrar al surco en función de la velocidad normalizada, la pendiente y el coeficiente de rugosidad de Manning.

#### Ejemplo de aplicación de las gráficas de diseño

##### Datos

- Tipo de suelo: franco arenoso
- Pendiente del terreno:  $S_o = .004$
- Coef. de rugosidad:  $n = .04$
- Longitud de surco:  $L_s = 400$  m
- Lámina de riego:  $L_r = 9$  cm
- Modulo de riego:  $Q_d = 30$  l/s

##### Diseño

- De la lámina 5.7 se obtiene

$$\begin{array}{lll} V & = & .13 \text{ m/s} & \text{ton} = 60 \text{ min} & NC & = 7 \\ Ea & = & 72.5 \% & Ed & = & 67 \% \end{array}$$

- Se calcula la relación

$$n/S_o^{1/2} = .6324$$

- De la lámina (5.10) se obtiene

$$Q = 1.875 \text{ l/s}$$

- Verificación de gasto

Se verifica que el gasto suministrado sea superior al volumen infiltrado instantáneamente a lo largo del surco bajo condiciones de infiltración básica. En suelos franco arenosos se puede tomar  $f_o = 3.66 \text{ E-6 m}^3/\text{m/s}$  (volumen infiltrado por unidad de longitud de surco), de aquí que el gasto mínimo que se debe suministrar al surco en estudio sea:

$$Q_{\min} = f_o L_s = 3.66 \text{ E-6} (400) = 1.464 \text{ E-3}$$

$$Q_{\min} = 1.464 \text{ l/s}$$

Tomando un factor de seguridad del 10%

$$Q_{\min} = 1.6 \text{ l/s}$$

Como  $1.875 > 1.6$ , se acepta el gasto calculado. En caso contrario se debe reducir la longitud del surco o aumentar el gasto al mínimo requerido.

- Número de surcos a regar simultáneamente

$$n_s = \text{int} (Q_d / Q) = \text{int} (30 / 1.875) = 16$$

#### 5.2.1.5 Ejemplos

Al considerar los datos generales del surco *Flowell wheel furrow* (ver lámina 3.12), siguiendo el criterio de diseño indicado en el inciso 5.2.1.3 denominado "Métodos basados en simulación numérica", y al considerar una dotación de riego de  $.07^3 \text{ m}^3/\text{m}$  y una longitud de surco de 320 m, se encontraron los siguientes resultados:

Número de ciclos	Tiempo <u>on</u> (min)	tef (min)	Ea
1 (continuo)	390	390	48%
4	50	300	62%
6	40	240	78%
8 (óptimo)	30	240	78%
10 (tiempo <u>on</u> mínimo)	25	250	75%

Se observa con claridad, para este caso en particular, que con el riego intermitente se obtienen eficiencias de aplicación (Ea) significativamente mayores que con riego continuo.

Es importante notar que si la dotación de riego cambia, también cambiará el tiempo on óptimo, tal y como se puede apreciar en la lámina 5.10.

En la lámina 5.11 se observa como influye la selección del gasto en la relación de velocidades de avance entre riego continuo y riego intermitente. En esta lámina se observa que para cierta combinación de gastos y longitudes la velocidad de avance del riego continuo es igual que la de riego intermitente, de aquí, se concluye que en estas condiciones no se justifica la aplicación del riego intermitente.

De las láminas 5.12 y 5.13 se concluye que es factible mejorar la eficiencia de aplicación variando el gasto suministrado al surco. Así por ejemplo, en la lámina 5.12, elaborada con  $Q_0 = 2 \text{ l/s}$ , tomando una lámina de riego de 7 cm (lámina de riego =  $D_{ri}/Sep$  entre surcos) se obtiene, considerando tiempo de descarga por ciclo de 20 min (tiempo on = 20 min), una eficiencia Ea = 65%, mientras que en la lámina 5.13, elaborada con  $Q_0 = 1.5 \text{ l/s}$ , se obtiene Ea = 77%.

## 5.2.2 Diseño con ciclo variable

### 5.2.2.1 Criterios prácticos

La alternativa es la que parece ser más adecuada para el riego intermitente, en especial cuando las longitudes de los surcos sobrepasan los 400 m.

Para ser utilizada es necesario que los controladores tengan capacidad de programar automáticamente diferentes tiempos *on*. Deben seguirse las siguientes indicaciones:

- Se establecen dos unidades de riego con el controlador interconectado a ambas.

- Se colocan estacas o señales a lo largo del surco, a intervalos recomendados de 30 m.

- Se inicia el riego.

- Para determinar el tiempo *on* correspondiente al primer ciclo, en una unidad se permite que el frente de onda avance en los surcos hasta que, aproximadamente, en un 75% de los mismos alcance una longitud previamente definida y comprendida entre 90 y 150 m. Entonces se cambia la introducción del agua a la otra unidad y se realiza el mismo proceso. El tiempo así obtenido corresponde al tiempo *on* inicial.

- Durante el segundo ciclo se deja que el frente de onda avance la longitud de los surcos humedecida en el primero, más una distancia adicional comprendida entre 90 y 150 m sobre la parte seca. El tiempo necesario para que el frente de onda recorra la longitud corresponde al segundo tiempo *on*.

- El proceso anterior se repite al mojar longitudes constantes de la parte seca de los surcos en cada nuevo ciclo, con el objeto de determinar los tiempos *on* en los ciclos posteriores, hasta que el frente de onda alcance el límite de la parcela.

- Una vez que el frente de onda alcanza el extremo de la parcela, debe programarse un tiempo *on* final más reducido, para el que se siguen los mismos criterios indicados en el método tiempo constante-distancia variable.

### 5.2.2.2 Criterios implementados en válvulas comerciales

Actualmente las válvulas comerciales incluyen un controlador automatizado con un sistema computarizado que incluye un programa a través del cual se seleccionan, de una tabla de información, los tiempos de descarga durante cada ciclo.

Así por ejemplo las válvulas comercializadas por la compañía "P&R Surge System" incluyen un controlador que realiza los ciclos de descarga de acuerdo con la siguiente tabla:

tiempo de avance riego continuo (en horas)	tiempo de cada ciclo (en minutos)						tiempo de remojo (en minutos)
	número de ciclo						
	1	2	3	4	5	6	
3	12	18	25	35			13
3.5	14	21	29	41			15
4	16	24	33	47			18
4.5	18	27	37	53			20
5	21	30	42	57			22
6	26	36	50	69			27
7	24	33	42	48	63		30
8	27	36	48	57	72		36
9	30	42	54	63	81		39
10	36	48	60	72	84		45
11	39	51	66	78	96		48
12	30	42	54	60	72	80	54
14	36	48	60	72	84	102	60
16	42	54	72	84	96	132	72
18	48	60	78	96	116	140	78
20	54	72	90	108	126	150	90
24	60	84	108	126	150	192	108
28	72	96	126	150	174	222	126
32	84	114	144	168	198	252	144
36	96	126	162	192	222	282	162
40	108	144	180	216	252	300	180
44	114	156	198	234	276	342	198
48	126	168	216	258	300	372	216

Los controladores son alimentados con la información del tiempo en que el frente de onda alcanza el final del surco con riego continuo -primer columna-. Con esta información se seleccionan los tiempos de descarga durante cada ciclo y posteriormente el tiempo de remojo que se debe adoptar una vez que se alcanza el final del surco.

Como se puede apreciar en la tabla, el número de ciclos para alcanzar el final del surco ya esta previamente definido, no sucede lo mismo con los ciclos posteriores que se deben proporcionar para completar el riego, o sea, no se especifica cuantos ciclos se debe aplicar el tiempo *on* de remojo indicado en la tabla anterior.

Para salvar este aspecto, se puede seleccionar el número de ciclos de remojo suponiendo una eficiencia de aplicación del 75%, sin pérdidas por coleos, resultando:

$$\text{No ciclos de remojo} = \frac{\text{lámina de riego} \times \text{longitud de surco} \times \text{ancho de surco}}{.75 \times \text{caudal suministrado} \times \text{tiempo on de remojo}} -$$

$$\frac{\text{tiempo en alcanzar el final del surco con riego continuo}}{2 \times .75 \times \text{tiempo on de remojo}}$$

Esta forma de seleccionar el número de ciclos de remojo no tiene una adecuada justificación, sin embargo, para fines prácticos puede dar buenos resultados. De cualquier manera, el agricultor deberá, con base en su experiencia, concluir el riego hasta el momento en que observe que el final de sus surcos ha sido regado adecuadamente.

### 5.2.2.3 Método basado en simulación numérica

Después de realizar un estudio de sensibilidad de la velocidad de avance del frente de onda, tomando en cuenta que el flujo tiende a normalizarse rápidamente en las cercanías del frente de onda, se concluyó que un criterio adecuado para determinar los tiempos de descarga *ton* durante cada ciclo, consiste en adoptar *ton* igual al intervalo de tiempo comprendido entre el inicio de cada descarga y el instante en que la distancia de avance por minuto resulte menor o igual a la mitad de la distancia avanzada durante el primer minuto. Este criterio genera tiempos de descarga que se van incrementando a ciclo tras ciclo hasta que se alcance el final del surco, a partir de este ciclo se recomienda dar los ciclos complementarios para riego con el *ton* requerido para alcanzar el final del surco con suelo húmedo, o sea, utilizar el criterio de tiempo de descarga constante para los ciclos de remojó.

En cada caso particular se debe verificar la eficiencia de riego que se obtiene.

### 5.2.3 Diseño con reducción de caudal

Al contrario que con el caso de riego continuo, el criterio de recorte de caudal puede ser aplicable fácilmente cuando se aplica el riego intermitente con válvula automatizada. Esta alternativa, cuando se aplica correctamente, permite aumentar considerablemente la eficiencia de aplicación a través de disminuir los coleos o la acumulación de volumen en exceso en los extremos de los surcos cerrados.

Esta metodología es aplicable en surcos menores de 400 m y en suelos que van de francos a franco arenosos.

#### 5.2.3.1 Métodos prácticos

La idea, que es sumamente sencilla, consiste en manejar cuatro grupos de surcos simultáneamente, de acuerdo a la siguiente secuencia de operación:

-Se inicia el riego por impulsos con los criterios normales en un primer par de grupos, ubicado uno de ellos a la derecha de la válvula y el otro a la izquierda, dando los impulsos necesarios para que el frente de onda alcance, en ambos, el final de los surcos.

-Se repite la misma operación con el segundo par de grupos.

-Se deriva todo el caudal hacia el par de grupos ubicado a la derecha de la válvula. Con esta acción se recorta a la mitad el caudal que se estaba descargando por surco. El tiempo de descarga se mantiene hasta complementar la lámina de riego a lo largo del surco.

-Una vez concluido el riego de los surcos de la derecha se procede a terminar de regar el par de grupos de la izquierda.

Para aplicar esta metodología el gasto descargado por surco durante los ciclos de avance debe ser menor o igual al máximo no erosivo y la mitad de dicho gasto debe ser suficiente para regar la longitud total del surco.

Estas condiciones deben ser estudiadas y seleccionadas cuidadosamente en cada caso particular ya que de ellas depende la aplicabilidad técnica del método y la calidad de los resultados.

### 5.2.3.2 Método basado en simulación numérica

Una vez que numéricamente se alcanza el final del surco, se reduce el caudal suministrado a la mitad y se continúa la simulación con gasto continuo hasta que se complemente la lámina de riego seleccionada. En cada caso particular se deberá verificar la eficiencia de riego obtenida.

### 5.3 Diseño de riego intermitente con diabeto

Este dispositivo fluídico [Martínez y Aldama, 1990], tiene entre sus características fundamentales las siguientes:

- Es un dispositivo que no requiere energía externa, ni sistemas o elementos electrónicos de control computarizados para generar las descargas intermitentes, ya que se producen por automatización fluídica del cebado y descebado alternativo de un conjunto de sifones que constituyen su parte fundamental.

- Por cuestiones relacionadas con aspectos de carácter económico y diseño estructural, es recomendable utilizar este tipo de dispositivo para suministrar el riego en surcos con longitudes menores a 200 m. y cubrir superficies de riego simultáneo inferiores a media hectárea. Estas características lo hacen ser sumamente atractivo en México, ya que generalmente las longitudes de surco existentes se encuentran comprendidas en este rango.

- El dispositivo debe ser alimentado con sistemas de gasto constante. Dicha alimentación puede ser por medio de un sistema de bombeo, o con uno de gravedad en el cual se tenga una cierta seguridad de suministrar al diabeto gasto constante durante el riego.

- El diabeto generalmente es de bajo costo y sencilla operación. Se puede considerar que el costo de mantenimiento es prácticamente nulo.

En este inciso se presenta una descripción de los fundamentos teórico-prácticos para su diseño y operación.

#### 5.3.1 Bases para diseño

Mientras se produce el llenado del depósito de almacenamiento del diabeto, o sea, durante el tiempo en que los sifones no descargan (tiempo *off*), el volumen almacenado en dicho depósito se incrementa respecto al tiempo de acuerdo con la siguiente relación:

$$\frac{dV_d}{dt} = Q_e \quad (5.1)$$

Si se expresa el volumen almacenado en función del área del fondo del depósito (*Ad*) y el tirante (*h*) en el mismo, se obtiene:

$$\frac{d(Ad h)}{dt} = Q_e \quad (5.2)$$

Considerando que Ad es constante y despejando dt, resulta:

$$dt = \frac{Ad}{Q_e} dh \quad (5.3)$$

Se denomina  $t_{11}$  al tiempo de llenado, o sea, al que transcurre para que el tirante  $h$  se incremente desde el tirante de descebado ( $h_d$ ) hasta el tirante de cebado ( $h_c$ ) (ver lámina 1.2). Para cuantificar dicho tiempo se integra la ecuación (5.3) entre los límites 0 a  $t_{11}$  en el tiempo y  $h_d$  a  $h_c$  en el tirante, obteniéndose:

$$t_{11} = \frac{Ad (h_c - h_d)}{Q_e} \quad (5.4)$$

Por otra parte, el proceso de vaciado del depósito por efecto de la descarga  $Q_s$  de los sifones, se puede cuantificar con auxilio de la siguiente relación:

$$Ad \frac{dh}{dt} = Q_e - Q_s \quad (5.5)$$

Considerando  $m$  sifones, el gasto de descarga  $Q_s$  se puede calcular con la ecuación:

$$Q_s = m \mu A_s (2gh)^{1/2} \quad (5.6)$$

despejando  $h$

$$h = \frac{1}{2g} \left( \frac{Q_s}{m \mu A_s} \right)^2 \quad (5.7)$$

Reemplazando (5.7) en (5.5), derivando y operando algebraicamente se obtiene:

$$\frac{Q_s dQ_s}{Q_s - Q_e} = - \frac{g (m \mu A_s)^2}{Ad} dt \quad (5.8)$$

Adoptando las siguientes variables adimensionales

$$Q^* = \frac{Q_s}{Q_e} \quad (5.9)$$

$$t^* = \frac{t}{t_v} \quad (5.10)$$

Tomando en cuenta dichas variables adimensionales la ecuación (5.8) se puede expresar en la forma:

$$\frac{Q^* dQ^*}{Q^* - 1} = - K dt^* \quad (5.11)$$

en donde

$$K = \frac{g (m \mu A_s)^2 t_v}{Q_e Ad} \quad (5.12)$$

Para que se produzca el vaciado del depósito por efecto de la descarga de los sifones, es necesario que durante el tiempo de vaciado se satisfaga la siguiente condición:

$$Q^* > 1 \quad (5.13)$$

En forma análoga, para que ocurra el descebado de los sifones, es necesario que cuando  $t$  sea igual a uno, se continúe cumpliendo la desigualdad (5.13). Para garantizar que el descebado se presente, se recomienda adoptar el siguiente criterio que incluye un factor de seguridad:

$$Q^* = 1.1 \text{ cuando } t^* = 1 \quad (5.14)$$

Aceptando la condición anterior, la ecuación (5.11) se puede integrar entre los límites indicados en la siguiente expresión:

$$\int_{Q_1^*}^{1.1} \frac{Q^* dQ^*}{Q^* - 1} = -K \int_0^1 dt^*$$

obteniéndose

$$1.2025 + Q_1^* + \ln(Q_1^* - 1) = K \quad (5.15)$$

Por otra parte, tomando en cuenta la ecuación (5.6), resulta que  $Q^*$  se puede expresar en la forma:

$$Q^* = \frac{m \mu A_s (2gh)^{1/2}}{Q_e} \quad (5.16)$$

despejando  $m \mu A_s$

$$m \mu A_s = \frac{Q_e Q^*}{(2gh)^{1/2}} \quad (5.17)$$

Reemplazando (5.17) en (5.12) y simplificando resulta:

$$K = \frac{Q_e Q^{*2} t_v}{2 h A_d} \quad (5.18)$$

Si por condiciones de operación durante el riego intermitente se considera aceptable un tiempo de vaciado (tiempo *on*) igual al tiempo de llenado (tiempo *off*), se cumple:

$$t_v = \frac{A_d (h_c - h_d)}{Q_e} \quad (5.19)$$

De aquí que al reemplazar (5.19) en (5.18) resulte:

$$K = \frac{Q_e^{*2}}{2} \frac{h_c - h_d}{h} \quad (5.20)$$

Puesto que K es un valor que permanece constante durante el vaciado, se cumplen durante este proceso las siguientes relaciones:

$$K = \frac{Q_1^{*2}}{2} \frac{h_c - h_d}{h_c} \quad (5.21)$$

$$K = \frac{(1.1)^2}{2} \frac{h_c - h_d}{h_d} \quad (5.22)$$

Iguando (5.21) con (5.22), se cumple:

$$\frac{h_c}{h_d} = \frac{Q_1^{*2}}{1.21} \quad (5.23)$$

reemplazando (5.23) en (5.21), resulta

$$K = -\frac{1}{2} [Q_1^{*2} - 1.21] \quad (5.24)$$

Reemplazando (5.24) en (5.15), resulta

$$Q_1^{*2} - 2 Q_1^* - 2 \ln (Q_1^* - 1) - 3.62 = 0 \quad (5.25)$$

Solucionando esta ecuación, se obtiene

$$Q_1^* = 3.6 \quad (5.26)$$

el cual representa el gasto adimensional descargado por el diabeto al inicio del cebado.

Si por otra parte se reemplaza (5.26) en (5.23), resulta:

$$\frac{h_c}{h_d} = 10.7 \quad (5.27)$$

De aquí que

$$h_d = .0934 h_c \quad (5.28)$$

Si de la ecuación (5.19) se despeja  $h_c$  y en el resultado se reemplaza la expresión (5.28), resulta:

$$h_c = \frac{tv Q_e}{.9066 Ad} \quad (5.29)$$

Tomando en cuenta la ecuación (5.26), se cumple:

$$Q_e = Q_{s1} / 3.6 \quad (5.30)$$

Si se considera que el gasto descargado inicialmente por el diabeto ( $Q_{s1}$ ), es igual a:

$$Q_{s1} = n_s Q_0 \quad (5.31)$$

donde  $Q_0$  es el caudal máximo que circulará por cada surco durante el riego, se recomienda que dicho caudal sea igual al máximo permisible ( $Q_{max}$ ), o sea, al caudal máximo no erosivo que no exceda la capacidad hidráulica del surco.

Reemplazando (5.31) en (5.30):

$$Q_e = n_s Q_0 / 3.6 \quad (5.32)$$

De aquí que el número de surcos que se riegan con un diabeto, diseñado bajo estas condiciones, sea igual a:

$$n_s = 3.6 Q_e / Q_0 \quad (5.33)$$

Una expresión práctica para evaluar la carga de cebado ( $h_c$ ), se obtiene reemplazando (5.33) en (5.29):

$$h_c = \frac{tv n_s Q_0}{3.264 Ad} \quad (5.34)$$

Por otra parte, al despejar de la ecuación (5.17) el número de sifones, considerando el inicio del cebado ( $h = h_c$ ) y reemplazando en la expresión resultante las ecuaciones (5.26) y (5.34) sucesivamente, se obtiene:

$$m = \frac{n_s Q_0}{\mu A_s (2 g h_c)^{1/2}} \quad (5.35)$$

### 5.3.2 Secuencia de diseño

#### 5.3.2.1 Datos requeridos

Para el diseño de un diabeto, se considera que previamente se han obtenido los siguientes datos:

- El gasto disponible para alimentar el diabeto ( $Q_e$ )
- El gasto permisible que se pretende suministrar por surco ( $Q_0$ )
- La carga o tirante de cebado ( $h_c$ )

Por razones de abatimiento en costos del diseño estructural, se recomienda adoptar valores comprendidos en el rango  $.3 \text{ m} \leq h_c \leq 1.25 \text{ m}$ . Es importante indicar que de la ecuación (5.34) se observa que en la medida en que  $h_c$  se reduce, el área del fondo del diabeto  $Ad$  crecerá en relación inversamente proporcional a dicha reducción. En todo caso,  $h_c$  deberá ser siempre menor en por lo menos 15 cm de la carga hidráulica disponible con que se abastecerá el diabeto.

- El tiempo de vaciado del diabeto (tiempo  $on$ ). Se puede obtener en campo verificando el tiempo medio en que el frente de onda alcanza el final de los surcos previamente regados, en los cuales se suministra un nuevo riego con el caudal medio que será descargado por el diabeto por surco ( $Q_{medio} = .6 Q_0$ ). En el siguiente inciso se comenta un método basado en simulación numérica para su evaluación.

### 5.3.2.2 Evaluación de las dimensiones.

- Cálculo del número de surcos

Se realiza con la expresión (5.33).

- Cálculo del número de sifones (m)

Se proponen diferentes diámetros comerciales del área de los sifones  $A_s$  (se recomienda adoptar diámetros comprendidos entre una y tres pulgadas) y con la ecuación (5.35) se evalúa el número de sifones.

El diámetro comercial que se seleccione deberá ser aquel con el que el número de sifones calculado esté lo más cerca posible de un número entero.

Una vez seleccionado el diámetro comercial, el número de sifones (m) que se deben colocar es igual al valor entero superior más próximo.

- Cálculo del área del fondo del diabeto ( $A_d$ )

Reemplazando (5.33) en (5.35), despejando  $h_c$  tanto de la expresión resultante como de la ecuación (5.29), igualando las expresiones obtenidas y despejando  $A_d$  se tiene:

$$A_d = \frac{.1702 \cdot g \cdot t_v \cdot (m \cdot \mu \cdot A_s)^2}{Q_c^2} \quad (5.36)$$

- Cálculo de las dimensiones internas del fondo del diabeto.

Se adoptará una sección rectangular del tipo:

$$A_d = L_1 \cdot L_2 \quad (5.37)$$

En muchos casos una de las dos dimensiones estará restringida por limitaciones topográficas o por un uso eficiente del recurso tierra. En general, la longitud restringida es la dimensión paralela a la dirección de los surcos ( $L_1$ ).

Si se adopta o propone un valor de  $L_1$ , bastará calcular  $L_2$  con la siguiente expresión:

$$L_2 = A_d / L_1 \quad (5.38)$$

Es recomendable, por aspectos de construcción, que tanto  $L_1$  como  $L_2$  sean múltiplos de 5 cm..

- Corrección de la carga de cebado ( $h_c$ )

Con el valor resultante de  $A_d$  y con auxilio de la ecuación (5.34) se calcula el valor real de  $h_c$ .

- Cálculo de la carga de descebado ( $h_d$ )

Una vez conocido  $h_c$ , se calcula  $h_d$  con la ecuación (5.28).

- Cálculo de la altura del diabeto ( $H_d$ )

La altura total del diabeto está dada por la siguiente relación:

$$Hd = hc + e + b.l. \quad (5.39)$$

donde

$e$  = desnivel entre el fondo del diabeto y el nivel de descarga de los sifones; se recomienda adoptar un valor de .05 m.

$b.l.$  = Bordo libre; se recomienda adoptar .1 m.

Una vez evaluada  $Hd$  con auxilio de la ecuación (5.39), el resultado se deberá redondear en forma creciente a un valor múltiplo de 5 cm.

### 5.3.2.3 Evaluación del tiempo de vaciado (tv)

Este dato, que en realidad corresponde al tiempo  $on$  que se emplea durante el riego intermitente, es el más importante de los parámetros que se requieren conocer para el diseño adecuado de un diabeto.

De la selección correcta de este dato dependerá la eficiencia de riego con que operará el sistema.

#### 5.3.2.3.1 Evaluación en campo

En el inciso anterior se comentó que dicho valor se puede obtener experimentalmente en campo, dando un riego de humedecimiento previo a la cuantificación del mismo. El objetivo fundamental de este riego previo es el de bajar la capacidad de infiltración del suelo a condiciones cercanas a infiltración básica; o sea, el suelo adoptará condiciones de humedad semejantes a las que tendrá durante los últimos ciclos del riego.

Una vez que el suelo se encuentra en las condiciones ya citadas, se procederá a dar un nuevo riego con un caudal de descarga por surco igual a .6 del caudal máximo permisible que se le puede proporcionar al surco. Durante el riego se cuantifica el tiempo en que la onda de avance alcanza el final del surco; el tiempo resultante corresponde al de vaciado que se utilizará para el diseño.

Es importante indicar que el tiempo  $on$  evaluado de esta manera ofrece una cierta garantía de que el frente de onda alcance el final del surco durante el riego. Adicionalmente permite que los tiempos de oportunidad al final del surco sean del orden del tiempo de recesión, aspecto que es sumamente importante para complementar la lámina de riego una vez que se ha alcanzado el final de los surcos.

Es importante indicar que si bien este método permite obtener el valor del tiempo de vaciado (tv), necesario para el diseño, no garantiza que dicho diseño esté justificado desde el punto de vista de operación, ya que en ningún momento se conoce a priori la eficiencia con que se dará el riego.

### 5.3.2.3.2 Evaluación con modelación numerica

En este inciso se presenta un método analítico para evaluar el tiempo de vaciado con auxilio de simulación numérica del riego que se presentará en los surcos por efecto de las descargas intermitentes del diabeto.

#### 5.3.2.3.2.1 Hidrograma de descarga del diabeto

Para realizar la simulación numérica del flujo intermitente generado por el diabeto, es necesario conocer el hidrograma de descarga del mismo durante cada intermitencia.

La ecuación que representa el hidrograma de descarga de un diabeto cuando opera con una relación de tiempos de llenado y descarga iguales, se obtiene integrando la ecuación (5.11) entre los límites que se indican en la siguiente expresión:

$$\int_{3.6}^{Q^*} \frac{Q^* dQ^*}{Q^* - 1} = -K \int_0^{t^*} dt^* \quad (5.40)$$

resultando

$$Q^* + \ln(Q^* - 1) - 4.555 = K t^* \quad (5.41)$$

válida en los rangos

$$0 \leq t^* \leq 1$$

$$1.1 \leq Q^* \leq 3.6$$

Si en la ecuación (5.24) se reemplaza  $Q^* = 3.6$ , resulta  $K = 5.8747$ ; de aquí que la ecuación (5.41) se pueda expresar también de la siguiente manera:

$$Q^* + \ln(Q^* - 1) - 4.555 = 5.875 t^* \quad (5.42)$$

Para realizar la simulación numérica es necesario contar con una relación explícita de  $Q$  en función de  $t$ , la cual no se puede obtener en forma directa de la ecuación (5.42). Para salvar este obstáculo se procedió a realizar un análisis de correlación lineal para obtener una función que numéricamente fuera equivalente al primer miembro, obteniéndose la siguiente expresión:

$$Q^* + \ln(Q^* - 1) - 4.555 = -5.507323 + 4.244105 \ln Q^* \quad (5.43)$$

con un coeficiente de correlación de .998, el cual se consideró aceptable.

De lo anterior se desprende que la ecuación (5.42) puede ser sustituida por la relación empírica siguiente:

$$- 5.507323 + 4.244105 \ln Q^* = 5.875 t^* \quad (5.44)$$

Por lo tanto:

$$Q^* = e^{(1.2976 - 1.3166 t^*)} \quad (5.45)$$

donde  $e = 2.718281$

Si  $e^{1.2976} = 3.66$ , o sea, prácticamente igual con 3.6 resulta:

$$Q^* = \frac{3.6}{e^{1.3842 t^*}} \quad (5.46)$$

Nótese que la ecuación (5.46) para  $t^* = 0$  cumple con el límite superior  $Q^* = 3.6$ . Con el fin de cumplir también con el límite inferior  $Q^* = 1.1$  cuando  $t^* = 1$ , se propone modificar el valor de 1.3842 por un nuevo valor  $b$ :

$$Q^* = \frac{3.6}{e^{b t^*}} \quad (5.47)$$

Si  $Q^* = 1.1$  y  $t^* = 1$ , resulta que el valor de  $b$  que satisface estos valores en la ecuación (5.47) es  $b = 1.19$ ; por lo tanto la ecuación que representa el hidrograma de descarga de un diabeto está dada por la relación:

$$Q^* = \frac{3.6}{e^{1.19 t^*}} \quad (5.48)$$

De un análisis numérico entre esta fórmula y la solución analítica se obtuvo un coeficiente de correlación igual a .99, por lo que se acepta como solución equivalente.

Un dato de interés que se puede obtener por integración de la ecuación (5.48) es el gasto medio descargado por el diabeto, el cual resulta ser igual a:

$$Q_{s\text{medio}} = 2.105 Q_e \quad (5.49)$$

Si adicionalmente se reemplaza (5.32) en (5.49), resulta:

$$Q_{s\text{medio}} = .5847 n_s Q_o$$

Lo cual implica que si el caudal se distribuye uniformemente en todos los surcos, el caudal medio suministrado por surco deberá ser aproximadamente igual a .6 del máximo permisible que se puede proporcionar al surco; o sea:

$$Q_{o\text{medio}} = .6 Q_{\text{max}}$$

Otro dato de interés que se puede obtener a partir de un proceso de integración de la ecuación (5.48) y de un análisis semejante al realizado para obtener el caudal medio suministrado a cada surco, es el volumen total que se suministra también a cada surco, lo que resulta ser igual a:

$$V_{\text{surco}} = .6 Q_{\text{max}} t_v$$

Asimismo, de la ecuación (5.48) y de acuerdo con las consideraciones de distribución uniforme del caudal en todos los surcos, se desprende que el hidrograma de descarga en cada uno de ellos está dado por la expresión siguiente:

$$Q_o = \frac{3.6 Q_{\text{max}}}{e^{1.19 t/t_v}} \quad (5.50)$$

#### 5.3.2.3.2.2 Evaluación del tiempo de vaciado

El proceso de evaluación de este tiempo se realiza en tres etapas:

##### - Primera:

Con el programa de cálculo numérico, considerando que el suelo se encuentra con infiltración básica ( $k = 0$ ), adoptando un caudal suministrado por surco igual con  $.6 Q_{\text{max}}$ , un tiempo de simulación considerablemente superior al tiempo  $o_n$  que se espera obtener (por ejemplo de 60 000 s.), se procede a realizar una corrida del programa. Durante ésta se verifica el tiempo en que el frente de onda alcanzó el final del surco y se adopta dicho valor como tiempo  $o_n$  preliminar.

##### - Segunda:

En esta etapa se realiza una simulación, para lo cual se adopta la ecuación (5.50) como hidrograma de descarga por surco, así como el tiempo  $o_n$  obtenido en la primera etapa y se considera, adicionalmente, que el suelo se encuentra en condiciones de infiltración básica. Durante la simulación se verifica el tiempo en que el frente de onda alcanza el final del surco.

En el caso de que dicho tiempo sea diferente al inicialmente propuesto en esta segunda etapa, se adopta como nuevo tiempo  $o_n$  y se repite el cálculo. El procedimiento se debe continuar iterativamente hasta que entre dos iteraciones sucesivas el tiempo  $o_n$  resultante prácticamente no cambie.

##### - Tercera:

Con el fin de seleccionar el tiempo  $o_n$  de diseño, es necesario verificar que las eficiencias de aplicación y distribución resultantes del riego sean óptimas para la lámina de riego que se desea proporcionar.

Para lograr esto, se realizan varias simulaciones con los datos completos requeridos en la simulación y un número de ciclos lo suficientemente grande para que durante dicho proceso de simulación del riego intermitente se

alcance a proporcionar la lámina de riego en todos los puntos del surco. La diferencia entre cada simulación consiste en ir incrementando el tiempo *on* en cada una de ellas. Con tal propósito se adopta como tiempo *on* mínimo y de partida al tiempo calculado en la segunda etapa; los tiempos *on* que se emplearán en las siguientes simulaciones se obtendrán incrementando un 20% el anterior y redondeándolo a múltiplos de cinco minutos.

El proceso se detiene cuando entre dos simulaciones sucesivas la eficiencia de aplicación se reduzca. Para el diseño se adopta como tiempo de vaciado (*tv*) el tiempo *on* de la penúltima simulación.

Es recomendable verificar que la eficiencia de aplicación obtenida sea superior a la que se obtendría con riego continuo, ya que si resulta lo contrario, no se justifica el riego intermitente con el diabeto.

Al igual que en el caso de riego intermitente con válvula, si se modifica el gasto máximo que suministra el diabeto por surco, es posible que mejoren, en algunos casos, las eficiencias de aplicación.

### 5.3.3 Ejemplos

Con el fin de ilustrar la metodología descrita en los párrafos anteriores, se procedió a diseñar numéricamente el diabeto que se debería emplear para suministrar los caudales requeridos por un sistema de riego en surcos. Para el diseño se adoptaron los datos generales del surco denominado Flowell wheell, considerando una longitud de surco igual a 100 m., un caudal de alimentación al diabeto igual a 15 l/s, un caudal máximo permisible de 2 l/s, el diámetro de los sifones de dos pulgadas.

Con auxilio de simulación numérica se seleccionó un tiempo *on* de 5 minutos. En la lámina 5.14 se observan los resultados de la simulación numérica respecto a las eficiencias de aplicación esperadas con el diabeto y se contrastan contra las que resultan de la aplicación de riego continuo e intermitente con válvula. A manera de complementación en la lámina 5.15 se muestra la curva de tiempos efectivos de riego que se requieren para la aplicación de diversas láminas de riego.

En la tabla que se muestra a continuación, se presentan los resultados del diseño:

DATOS PARA CONSTRUCCION	
Diámetro de sifones =	.0508 m
Número de sifones =	10
Número de surcos =	27
Longitud del diabeto, paralela a los surcos =	2 m
Longitud del diabeto, perpendicular a los surcos =	2.45 m
Altura total del diabeto =	1.15 m
Carga de cebado =	1.013 m
Carga de descebado =	.095 m

#### 5.4 Tanque de descargas de fondo

Este dispositivo fue diseñado por García y Barrios (1993), y tiene entre sus características fundamentales las siguientes:

- Su objetivo fundamental es el de realizar un aprovechamiento eficiente de corrientes pequeñas para riego. En general una disponibilidad entre 1 l/s y 10 l/s se puede considerar pequeña. Eventualmente puede aplicarse también al caso de disponibilidades de caudal mayores.

- Con este dispositivo se pretende mejorar el aprovechamiento de corrientes derivadas de plantas de tratamiento, de pequeños arroyos que llegan a algunas comunidades rurales con pequeñas parcelas para riego. Esta situación es común en zonas áridas y semiáridas y en poblaciones y rancherías ubicadas en zonas de sierra.

- Este sistema es una alternativa de riego por gravedad que puede ser competitiva con sistemas de riego presurizado en el aprovechamiento de pequeñas corrientes para riego con bajo costo de operación y mantenimiento.

- Al igual que el diáfragma no requiere energía externa, ni sistemas o elementos electrónicos de control computerizados para generar las descargas intermitentes, ya que se producen por la apertura y cierre de una compuerta de fondo automatizada hidráulicamente en base al principio de flotación (García y Barrios, 1993).

- Por cuestiones relacionadas con aspectos de carácter económico y diseño estructural, es recomendable utilizar este tipo de dispositivo para suministrar el riego en surcos con longitudes menores a 200 m. y cubrir superficies de riego simultáneo inferiores a media hectárea. Estas características lo hacen ser sumamente atractivo en México, ya que generalmente las longitudes de surco existentes se encuentran comprendidas en este rango.

- El dispositivo de preferencia debe ser alimentado con sistemas de gasto constante. Dicha alimentación puede ser por medio de un sistema de bombeo, o con uno de gravedad. Es importante indicar que no es necesario que el gasto de alimentación sea constante, sin embargo una alimentación variable complica en cierta medida el diseño analítico del dispositivo y conduce a situaciones particulares que dificultan la estandarización de este tipo de sistema. Por lo anterior, en casos de alimentación variable, resulta recomendable diseñar el dispositivo para un gasto medio representativo y establecer un plan de operación, o sea, de riegos que tome en cuenta las variaciones temporales de caudal.

- El tanque de descargas de fondo es de bajo costo y sencilla operación. Se puede considerar que el costo de mantenimiento es prácticamente nulo.

En este inciso se presenta una descripción de los fundamentos teórico-prácticos para su diseño y operación.

##### 5.4.1 Bases para diseño

Durante el proceso de llenado del tanque (ver lámina 1.3), o sea, durante el tiempo en que no hay descarga hacia la tubería de compuertas, el volumen almacenado se incrementa respecto al tiempo de acuerdo con la siguiente

ecuación:

$$\frac{dVt}{dt} = Qe \quad (5.51)$$

Si se expresa el volumen almacenado en función del área del fondo del tanque ( $A_t$ ) y el tirante ( $h$ ) en el mismo, se obtiene:

$$dt = \frac{A_t}{Qe} dh \quad (5.52)$$

Se denomina  $t_{11}$  al tiempo de llenado, o sea, al que transcurre para que el tirante  $h$  se incremente desde el tirante de cierre ( $h_c$ ) hasta el tirante de apertura ( $h_a$ ). Para cuantificar dicho tiempo se integra la ecuación (5.52) entre los límites 0 a  $t_{11}$  en el tiempo y  $h_c$  a  $h_a$  en el tirante, obteniéndose:

$$t_{11} = \frac{A_t (h_a - h_c)}{Qe} \quad (5.53)$$

Por otra parte, el proceso de vaciado del tanque por efecto de la descarga  $Q_s$  de la tubería de compuertas, se puede cuantificar con la siguiente relación:

$$A_t \frac{dh}{dt} = Qe - Qs \quad (5.54)$$

Considerando  $n$  compuertas, el gasto de descarga  $Q_s$  se puede calcular con la ecuación:

$$Qs = n \mu A_c (2gh)^{1/2}$$

despejando  $h$

$$h = \frac{1}{2g} \left( \frac{Qs}{n \mu A_c} \right)^2 \quad (5.55)$$

En esta expresión  $h$  es una carga de presión promedio respecto a las existentes en cada compuerta. Por simplificación se puede adoptar, a lo largo de la tubería de compuertas, una pérdida de carga del 20%, por lo que la carga promedio, resulta ser:

$$h = .9 h$$

Por lo que al sustituir en (5.55) se obtiene:

$$h = \frac{1}{2 (.9) g} \left( \frac{Qs}{n \mu A_c} \right)^2 \quad (5.56)$$

Reemplazando (5.56) en (5.54)

$$\frac{Qs}{Qs - Qe} = - \frac{1.8}{2} \frac{g (n \mu A_c)^2}{A_t} dt \quad (5.57)$$

Adoptando las siguientes variables adimensionales

$$Q^* = \frac{Qs}{Qe}$$

$$t^* = \frac{t}{tv}$$

la ecuación (5.57) se puede expresar en la forma:

$$\frac{Q^* dQ^*}{Q^* - 1} = -K dt^* \quad (5.58)$$

en donde

$$K = \frac{1.8 g (n \mu Ac)^2 tv}{2 Qe At} \quad (5.59)$$

Para que se produzca el vaciado del depósito por efecto de la descarga de las compuertas, es necesario que durante el tiempo de vaciado se satisfaga la condición:

$$Q^* > 1 \quad (5.60)$$

En forma análoga, para que ocurra el cierre de la compuerta de fondo por eliminación del empuje ascendente hacia el flotador que la mantiene abierta, es necesario que cuando  $t^*$  sea igual a uno, se continúe cumpliendo la desigualdad (5.60). Para garantizar el cierre, se recomienda adoptar el siguiente criterio que incluye un factor de seguridad:

$$Q^* = 1.1 \text{ cuando } t^* = 1 \quad (5.61)$$

Bajo estas condiciones, la ecuación (5.58) se puede integrar entre los límites indicados en la siguiente expresión:

$$\int_{Q_1^*}^{1.1} \frac{Q^* dQ^*}{Q^* - 1} = -K \int_0^1 dt^*$$

obteniéndose

$$1.2025 + Q_1^* + \ln(Q_1^* - 1) = K \quad (5.62)$$

Por otra parte, tomando en cuenta la ecuación (5.56), resulta que  $Q^*$  se puede expresar en la forma:

$$Q^* = \frac{n \mu Ac (1.8 g h)^{1/2}}{Qe} \quad (5.63)$$

despejando  $n \mu Ac$

$$n \mu Ac = \frac{Qe Q^*}{(1.8 g h)^{1/2}} \quad (5.64)$$

Reemplazando (5.64) en (5.59) y simplificando resulta:

$$K = \frac{Q_e Q_i^{\bullet 2} t_v}{2 h A t} \quad (5.65)$$

Puesto que K es un valor que permanece constante durante el vaciado, se cumplen durante este proceso las siguientes relaciones:

$$K = \frac{Q_e Q_i^{\bullet 2} t_v}{2 h_a A t} \quad (5.66)$$

$$K = \frac{Q_e 1.1^2 t_v}{2 h_c A t} \quad (5.67)$$

Igualando (5.66) con (5.67), se cumple:

$$\frac{h_a}{h_c} = \frac{Q_i^{\bullet 2}}{1.21} \quad (5.68)$$

Despejando  $Q_i^{\bullet 2}$

$$Q_i^{\bullet 2} = 1.21 \frac{h_a}{h_c} \quad (5.69)$$

Si se considera que el tiempo de vaciado es proporcional al tiempo de llenado, o sea,

$$t_v = f t_{11}$$

en donde

$$f \leq 1$$

de la ecuación (5.53) resulta

$$t_v = f \frac{A t (h_a - h_c)}{Q_e} \quad (5.70)$$

Reemplazando (5.70) en (5.66) y en la expresión resultante la (5.69), se obtiene después de simplificar

$$K = Q_i^{\bullet 2} \frac{f}{2} - \frac{1.21}{2} f \quad (5.71)$$

Sustituyendo (5.71) en (5.62) y simplificando

$$Q_1^{*2} - \frac{2}{f} Q_1^* - \frac{2}{f} \ln (Q_1^* - 1) - (1.21 + \frac{2}{f} 1.2025) = 0 \quad (5.72)$$

Por otro lado si de la ecuación (5.53), se tiene

$$Q_e = \frac{At (h_a - h_c)}{t_{11}}$$

Al reemplazar en (5.67) resulta

$$K = \frac{1.21}{2} \left( \frac{h_a}{h_c} - 1 \right) \frac{tv}{t_{11}} \quad (5.73)$$

Igualando con (5.59) y despejando  $(n \mu Ac)^2$ , se obtiene

$$(n \mu Ac)^2 = \frac{1.21}{1.8g} \frac{At Q_e}{t_{11}} \left( \frac{h_a}{h_c} - 1 \right) \quad (5.74)$$

Reemplazando (5.53) en (5.74) y despejando el número de compuertas (n)

$$n = \frac{Q_e}{\mu Ac} \left( \frac{1.21}{1.8g h_c} \right)^{1/2} \quad (5.75)$$

En la práctica es común encontrar ecuaciones empíricas de la descarga de las compuertas, así, por ejemplo, la Universidad Autónoma de Chapingo despues de estudiar una compuerta hundida de la compañía Tubos Flexibles S.A. de C. V., reporta la relación:

$$q = C h^a$$

en donde C y a dependen de la apertura de la compuerta de acuerdo con el cuadro siguiente:

Fracción de apertura	C	a	r <sup>2</sup>
1/16	.01479	.4584	.99
1/8	.05303	.48204	.99
1/4	.1179	.4755	.99
1/2	.2403 0	.4939	.99
3/4	.40035	.479	.99
1	.49315	.4891	.99

NOTA: LA CARGA h ENTRA EN cm Y EL GASTO RESULTA EN l/s

Para fines prácticos, se puede adoptar

$$q = C h^{1/2} \quad (5.76)$$

Si anteriormente se había considerado

$$q = \mu A_c (2 g h)^{1/2} \quad (5.77)$$

Al igualar (5.76) con (5.77) resulta

$$C = \mu A_c (2 g)^{1/2} \quad (5.78)$$

Tomando en cuenta la relación (5.78), la ecuación (5.75), se puede reescribir la forma:

$$n = \frac{Q_e}{C h c^{1/2}} \left[ \frac{(1.21)(2)}{1.8} \right]^{1/2} \quad (5.79)$$

Otra variable de interés es el diámetro de la tubería de compuertas; para determinar su diámetro es necesario tener en cuenta que el diseño es tal que el control de descarga lo tiene el grupo de compuertas y que por lo tanto, para que se siga cumpliendo esta condición, la capacidad de la tubería debe ser mayor que la capacidad de descarga de las compuertas, o sea, se debe satisfacer la expresión

$$n q < Q_{\text{tubería}} \quad (5.80)$$

si se acepta que la tubería tiene una capacidad de descarga dada por una relación del tipo

$$Q_{\text{tubería}} = \mu_t A_{\text{tub}} [2 g (h - h_c)]^{1/2} \quad (5.81)$$

al reemplazar (5.81) y (5.77) en (5.80) y despejar  $A_{\text{tub}}$ , se obtiene

$$A_{\text{tub}} > \frac{n \mu A_c h^{1/2}}{\mu_t (h - h_c)^{1/2}}$$

por simplificación y con el fin de llegar a una igualdad, dado que  $n$ ,  $\mu$  y  $\mu_t$  se consideran constantes respecto a  $h$ , en la expresión anterior se puede adoptar  $h = h_a$  y un margen de seguridad del 20%, resultando:

$$A_{\text{tub}} = \frac{1.2 n \mu A_c h_a^{1/2}}{\mu_t (h_a - h_c)^{1/2}} \quad (5.82)$$

Un valor del coeficiente de descarga de la tubería ( $\mu_t$ ) igual a .6 en general puede ser aceptable, de aquí que el diámetro del tubo resulte ser igual con:

$$D_{\text{tub}} = \left[ \frac{8 n \mu A_c}{\pi \left(1 - \frac{h_c}{h_a}\right)^{1/2}} \right]^{1/2} \quad (5.83)$$

Si adicionalmente de la ecuación (5.69) se tiene

$$\frac{h_c}{h_a} = \frac{1.21}{Q_1^2}$$

al reemplazar en (5.83) se obtiene finalmente

$$Dtub = \left[ \frac{8 n \mu Ac}{\pi \left(1 - \frac{1.21}{Q_1^2}\right)^{1/2}} \right]^{1/2} \quad (5.84)$$

Aquí es importante indicar que los diámetros comerciales más empleados son 4, 6, 8, 10 y 12 pulgadas, por lo que una vez calculado el diámetro de la tubería con la expresión (5.84), se deberá ajustar al comercial igual o inmediato superior.

#### 5.4.2 Tabla de diseño

Con el grupo de ecuaciones descritas anteriormente y una serie de información complementaria, es factible desarrollar una tabla de diseño como la que se describe en esta parte.

##### 5.4.2.1 Datos generales

-Altura de tanque

Para fines prácticos se recomienda, por cuestiones estructurales y económicas que la altura máxima del tanque no pase de 1.5m, o sea,

$$Ht \leq 1.5 \text{ m}$$

-Bordo libre

El bordo libre tiene por objeto evitar derrames generados principalmente por efecto de la acción del viento; para estos fines un bordo libre de 5 cm es suficiente, o sea,

$$Bl = .05 \text{ m}$$

-Carga máxima de vaciado

El tirante máximo de apertura esta dado por:

$$hamax = H - Bl$$

por lo que en general se debe satisfacer la condición

$$hamax \leq 1.45 \text{ m}$$

-Sección de fondo

Con el fin de establecer dimensiones de algunos tanques de utilidad práctica y fácil construcción, se propone adoptar secciones de fondo cuadrado con una superficie de  $16 \text{ m}^2$

$$At = 16 \text{ m}^2$$

-Caudal suministrado

Como se indicó anteriormente, este dispositivo esta concebido para aprovechar corrientes pequeñas, o sea, caudales disponibles para riego de poca magnitud. De aquí que los caudales que se manejan para la realización de esta tabla fluctúan entre 1 y 10 lps.

1 lps  $\leq$   $Q_e$   $\leq$  10 lps

-Caudal máximo suministrado al surco ( $Q_0$ )

En general se considera conocido, o sea, se determina en función del tipo de suelo y pendiente fundamentalmente (ver inciso 4.1).

#### 5.4.2.2 Evaluación del tiempo de vaciado ( $t_v$ )

Este dato, que en realidad corresponde al tiempo  $on$  que se emplea durante el riego intermitente, es uno de los más importantes parámetros que se requieren conocer para el diseño adecuado de un dispositivo de descarga de fondo.

De la selección correcta de este dato dependerá la eficiencia de riego con que operará el sistema.

##### 5.4.2.2.1 Evaluación en campo del tiempo de vaciado

El tiempo de vaciado se puede obtener experimentalmente en campo, dando un riego de humedecimiento previo a la cuantificación del mismo. El objetivo fundamental de este riego previo es el de bajar la capacidad de infiltración del suelo a condiciones cercanas a infiltración básica; o sea, el suelo adoptará condiciones de humedad semejantes a las que tendrá durante los últimos ciclos del riego.

Una vez que el suelo se encuentra en las condiciones ya citadas, se procederá a dar un nuevo riego con un caudal de descarga por surco igual con el caudal medio por surco, que será descargado por cada compuerta, y que esta dado por la relación (ver inciso 5.4.2.2.2.1 ):

$$Q_{\text{medio}} = \frac{Q_i^* (Q_e/n)}{- \ln \left( \frac{Q_i^*}{1.1} \right) e^{\ln(Q_i^*/1.1)}}$$

Durante el riego se cuantifica el tiempo en que la onda de avance alcanza el final del surco; el tiempo resultante corresponde al de vaciado que se utilizará para el diseño.

Es importante indicar que el tiempo  $on$  evaluado de esta manera ofrece una cierta garantía de que el frente de onda alcance el final del surco durante el riego. Adicionalmente permite que los tiempos de oportunidad al final del surco sean del orden del tiempo de recesión, aspecto que es sumamente importante para complementar la lámina de riego una vez que se ha alcanzado el final de los surcos.

Es importante indicar que si bien este método permite obtener el valor del

tiempo de vaciado ( $t_v$ ), necesario para el diseño, no garantiza que dicho diseño esté justificado desde el punto de vista de operación, ya que en ningún momento se conoce de antemano la eficiencia con que se dará el riego.

#### 5.4.2.2.2 Evaluación con modelación numérica

En este inciso se presenta un método analítico para evaluar el tiempo de vaciado con auxilio de simulación numérica del riego que se presentará en los surcos por efecto de las descargas intermitentes del tanque.

##### 5.4.2.2.2.1 Hidrograma de descarga

Para realizar la simulación numérica del flujo intermitente generado por el tanque, es necesario conocer el hidrograma de descarga del mismo durante cada intermitencia.

La ecuación que representa el hidrograma de descarga esta dada por la siguiente relación:

$$\int_{Q_i}^{Q} \frac{Q \cdot dQ}{Q - 1} = -K \int_0^t dt$$

resultando

$$Q + \ln(Q - 1) - Q_i + \ln(Q_i - 1) = -K t \quad (5.85)$$

reemplazando (5.71) en (5.85), resulta

$$Q + \ln(Q - 1) = Q_i + \ln(Q_i - 1) - \left( Q_i \frac{2f}{2} - \frac{1.21}{2} f \right) t \quad (5.86)$$

Si se asume que se conocen  $Q_i$  y  $f$ , entonces, la ecuación (5.86) representa el hidrograma de descarga, o sea, la relación  $Q - t$ . Sin embargo para fines de simulación se requiere contar con una relación explícita de  $Q$  en función de  $t$ , la cual no se puede obtener directamente de la expresión (5.86). Para librar este problema se procedió a realizar un análisis de correlación lineal para obtener una función que numéricamente fuera equivalente a la expresión  $Q + \ln(Q - 1)$ , obteniéndose la siguiente

$$Q + \ln(Q - 1) = -.952323 + 4.244105 \ln(Q)$$

con un coeficiente de correlación de .998, que se considera aceptable.

De lo anterior se desprende que la ecuación (5.86) puede ser sustituida por la relación empírica siguiente

$$(5.87)$$

$$-.952323 + 4.244105 \ln(Q) = Q_i + \ln(Q_i - 1) - \left( Q_i \frac{2f}{2} - \frac{1.21}{2} f \right) t$$

Despejando  $Q^*$  de (5.87)

$$Q^* = \frac{e^{\left[ \frac{Q_1^* + \ln(Q_1^* - 1) + .952323}{4.244105} \right]}}{\left[ \frac{Q_1^{*2} f}{2} - \frac{1.21}{2} f \right] t^*} e^{\left[ \frac{Q_1^* + \ln(Q_1^* - 1) + .952323}{4.244105} \right]} \quad (5.88)$$

Como se asume que esta ecuación satisface el valor superior  $Q^* = Q_1^*$  para  $t^* = 0$ , se debe cumplir

$$Q_1^* = e^{\left[ \frac{Q_1^* + \ln(Q_1^* - 1) + .952323}{4.244105} \right]}$$

por lo que la (5.88) se puede expresar en la forma:

$$Q^* = \frac{Q_1^*}{\left[ \frac{Q_1^{*2} f}{2} - \frac{1.21}{2} f \right] t^*} e^{\left[ \frac{Q_1^* + \ln(Q_1^* - 1) + .952323}{4.244105} \right]} \quad (5.89)$$

A su vez la ecuación (5.89) debe satisfacer el valor inferior  $Q^* = 1.1$  para  $t^* = 1$ , por lo tanto se debe cumplir la igualdad

$$\frac{\left( \frac{Q_1^{*2} f}{2} - \frac{1.21}{2} f \right)}{4.244105} = \ln \left( \frac{Q_1^*}{1.1} \right) \quad (5.90)$$

por lo que al sustituir (5.90) en (5.89) resulta

$$Q^* = \frac{Q_1^*}{e^{\ln(Q_1^*/1.1)} t^*} \quad (5.91)$$

que es la expresión que representa el hidrograma de descarga del tanque a través de la tubería de compuertas.

De un análisis numérico entre las ecuaciones (5.91) y (5.86), se obtuvo coeficiente de correlación entre ellas igual a .99, por lo que la ecuación (5.91) es numéricamente representativa del hidrograma de descarga.

Si se acepta que la descarga de cada compuerta es prácticamente igual, entonces, el hidrograma de descarga por compuerta está dado por:

$$q = \frac{Q_i \cdot (Q_e/n)}{e^{\ln(Q_i/1.1) \cdot t}} \quad (5.92)$$

esta relación representa el ingreso de gasto a cada surco durante el tiempo de descarga, con lo cual se tiene la información requerida para alimentar el modelo de simulación.

Un dato de interés que se puede obtener por integración de la ecuación (5.91) es el gasto medio descargado por el conjunto de compuertas:

$$Q_{\text{medio}} = \frac{Q_i \cdot Q_e}{- \ln \left( \frac{Q_i}{1.1} \right) e^{\ln(Q_i/1.1)}} + \frac{Q_i \cdot Q_e}{\ln \left( \frac{Q_i}{1.1} \right)} \quad (5.93)$$

de aquí que el gasto medio descargado por cada compuerta sea:

$$Q_{\text{medio}} = \frac{Q_i \cdot (Q_e/n)}{\ln \left( \frac{Q_i}{1.1} \right)} \left( 1 - \frac{1.1}{Q_i} \right) \quad (5.94)$$

#### 5.4.2.2.2 Evaluación numérica del tiempo de vaciado

El proceso de evaluación de este tiempo se realiza en tres etapas:

- Primera:

Con el programa de cálculo numérico, considerando que el suelo se encuentra con infiltración básica ( $k = 0$ ), adoptando un caudal suministrado por surco igual con  $Q_{\text{medio}}$ , un tiempo de simulación considerablemente superior al tiempo  $on$  que se espera obtener (por ejemplo de 60 000 s.), se procede a realizar una corrida del programa. Durante ésta se verifica el tiempo en que el frente de onda alcanzó el final del surco y se adopta dicho valor como tiempo  $on$  preliminar.

- Segunda:

En esta etapa se realiza una simulación, para lo cual se adopta la ecuación (5.92) como hidrograma de descarga por surco, así como el tiempo  $on$  obtenido en la primera etapa y se considera, adicionalmente, que el suelo se encuentra en condiciones de infiltración básica. Durante la simulación se verifica el tiempo en que el frente de onda alcanza el final del surco.

En el caso de que dicho tiempo sea diferente al inicialmente propuesto en esta segunda etapa, se adopta como nuevo tiempo  $on$  y se repite el cálculo. El procedimiento se debe continuar iterativamente hasta que entre dos iteraciones sucesivas el tiempo  $on$  resultante prácticamente no cambie.

- Tercera:

Con el fin de seleccionar el tiempo  $on$  de diseño, es necesario verificar que las eficiencias de aplicación y distribución resultantes del riego sean óptimas para la lámina de riego que se desea proporcionar.

Para lograr esto, se realizan varias simulaciones con los datos completos requeridos en la simulación y un número de ciclos lo suficientemente grande para que durante dicho proceso de simulación del riego intermitente se alcance a proporcionar la lámina de riego en todos los puntos del surco. La diferencia entre cada simulación consiste en ir incrementando el tiempo *on* en cada una de ellas. Con tal propósito se adopta como tiempo *on* mínimo y de partida al tiempo calculado en la segunda etapa; los tiempos *on* que se emplearán en las siguientes simulaciones se obtendrán incrementando un 20% el anterior y redondeándolo a múltiplos de cinco minutos.

El proceso se detiene cuando entre dos simulaciones sucesivas la eficiencia de aplicación se reduzca. Para el diseño se adopta como tiempo de vaciado (tv) el tiempo *on* de la penúltima simulación.

Al igual que en el caso de riego intermitente con válvula, si se modifica el gasto máximo que suministra el tanque por surco, es posible que mejoren, en algunos casos, las eficiencias de aplicación.

#### 5.4.2.3 Tablas auxiliares para diseño

De acuerdo con los criterios y ecuaciones descritas anteriormente, es factible elaborar tablas de diseño como las que se muestran a continuación:

#### 5.4.3 Ejemplos

Con el fin de ilustrar la metodología descrita en los párrafos anteriores, se procedió a diseñar numéricamente el tanque que se debería emplear para suministrar los caudales requeridos por un sistema de riego en surcos. Para el diseño se adoptaron los datos siguientes: una longitud de surco igual a 200 m., un caudal de alimentación al tanque igual a 3 l/s, un caudal máximo permisible de 1.75 l/s, un tiempo de descarga de 15 min y el tipo de compuertas sumergidas estudiadas por el Colegio de Posgraduados.

Por selección en las tablas auxiliares de diseño (ver tabla cuyo encabezado tiene  $A_t = 16m^2$ ,  $h_a = .5m$  y  $Q_e = 3$  lps), se obtienen los siguientes datos para la construcción del tanque:

DATOS PARA CONSTRUCCION	
Tiempo de llenado =	43.6 min
Tiempo de vaciado =	15.3 min
Número de surcos =	14
Longitud del tanque, paralela a los surcos =	4
Longitud del tanque, perpendicular a los surcos =	4
Gasto por surco =	1.73 lps
Carga de vaciado =	.5m
Diámetro del tubo de compuertas =	6 in

TABLAS PARA EL DISEÑO DE UN TANQUE DE DESCARGAS DE FONDO  
 Información general:

tv/tll	Q*	ha/hc	K
1	3.55	10.44	5.71
.95	3.68	11.18	5.85
.9	3.83	12.11	6.05
.85	4	13.19	6.27
.8	4.19	14.52	6.54
.75	4.4	15.97	6.79
.7	4.64	17.83	7.13
.65	4.92	20.01	7.48
.6	5.24	22.68	7.87
.55	5.61	26.01	8.32
.5	6.05	30.26	8.85
.45	6.58	35.82	9.48
.4	7.24	43.32	10.24
.35	8.07	53.84	11.19
.3	9.18	69.67	12.46
.25	10.69	94.44	14.13
.2	12.91	137.69	16.54
.15	16.52	225.61	20.38
.1	23.64	461.82	27.88
.05	44.38	1627.83	49.21

At= 16 m <sup>2</sup> ha= .5 (m)      Qe= 1 (lps)						
tll(min)	tv(min)	hc (m)	Qs (lps)	n	Dtub	qmax
120.565	120.565	.048	3.555	2	4	1.78
121.405	115.335	.045	3.678	2	4	1.84
122.319	110.087	.041	3.827	2	4	1.91
123.226	104.742	.038	3.995	2	4	2
124.151	99.321	.034	4.192	2	4	2.1
124.985	93.739	.031	4.396	3	4	1.47
125.855	88.099	.028	4.645	3	4	1.55
126.67	82.335	.025	4.92	3	4	1.64
127.454	76.472	.022	5.238	3	4	1.75
128.207	70.514	.019	5.61	3	4	1.87
128.927	64.464	.017	6.051	4	4	1.51
129.611	58.325	.014	6.583	4	4	1.65
130.255	52.102	.012	7.24	4	4	1.81
130.857	45.8	.009	8.071	5	4	1.61
131.42	39.426	.007	9.181	5	4	1.84
131.921	32.98	.005	10.69	6	4	1.78
132.365	26.473	.004	12.908	8	6	1.61
132.742	19.911	.002	16.522	10	6	1.65
133.045	13.304	.001	23.639	14	6	1.69

At= 16 m <sup>2</sup> ha= .5 (m)      Qe= 2 (lps)						
tll(min)	tv(min)	hc (m)	Qs (lps)	n	Dtub	qmax
60.283	60.283	.048	7.109	4	4	1.78
60.703	57.667	.045	7.355	4	4	1.84
61.159	55.044	.041	7.654	5	4	1.53
61.613	52.371	.038	7.991	5	4	1.6
62.075	49.66	.034	8.383	5	4	1.68
62.492	46.869	.031	8.792	5	4	1.76
62.928	44.049	.028	9.289	6	4	1.55
63.335	41.168	.025	9.841	6	4	1.64
63.727	38.236	.022	10.477	6	4	1.75
64.104	35.257	.019	11.22	7	4	1.6
64.464	32.232	.017	12.102	7	6	1.73
64.805	29.162	.014	13.167	8	6	1.65
65.128	26.051	.012	14.48	9	6	1.61
65.428	22.9	.009	16.142	10	6	1.61
65.71	19.713	.007	18.363	11	6	1.67
65.961	16.49	.005	21.379	13	6	1.64
66.182	13.236	.004	25.815	15	6	1.72
66.371	9.956	.002	33.044	20	8	1.65
66.522	6.652	.001	47.278	28	8	1.69

At= 16 m <sup>2</sup> ha= .5 (m)      Qe= 3 (lps)						
tll(min)	tv(min)	hc (m)	Qs (lps)	n	Dtub	qmax
40.188	40.188	.048	10.664	6	4	1.78
40.468	38.445	.045	11.033	7	4	1.58
40.773	36.696	.041	11.482	7	4	1.64
41.075	34.914	.038	11.986	7	6	1.71
41.384	33.107	.034	12.575	7	6	1.8
41.662	31.246	.031	13.188	8	6	1.65
41.952	29.366	.028	13.934	8	6	1.74
42.223	27.445	.025	14.761	9	6	1.64
42.485	25.491	.022	15.715	9	6	1.75
42.736	23.505	.019	16.83	10	6	1.68
42.976	21.488	.017	18.153	11	6	1.65
43.204	19.442	.014	19.75	12	6	1.65
43.418	17.367	.012	21.719	13	6	1.67
43.619	15.267	.009	24.214	14	6	1.73
43.807	13.142	.007	27.544	16	8	1.72
43.974	10.993	.005	32.069	19	8	1.69
44.122	8.824	.004	38.723	23	8	1.68
44.247	6.637	.002	49.567	30	10	1.65
44.348	4.435	.001	70.917	42	10	1.69

At= 16 m <sup>2</sup> ha= .5 (m)      Qe= 4 (lps)						
tll(min)	tv(min)	hc (m)	Qs (lps)	n	Dtub	qmax
30.141	30.141	.048	14.219	8	6	1.78
30.351	28.834	.045	14.711	9	6	1.63
30.58	27.522	.041	15.309	9	6	1.7
30.807	26.186	.038	15.981	10	6	1.6
31.038	24.83	.034	16.766	10	6	1.68
31.246	23.435	.031	17.584	10	6	1.76
31.464	22.025	.028	18.579	11	6	1.69
31.667	20.584	.025	19.682	12	6	1.64
31.864	19.118	.022	20.954	12	6	1.75
32.052	17.629	.019	22.441	13	6	1.73
32.232	16.116	.017	24.205	14	6	1.73
32.403	14.581	.014	26.334	16	6	1.65
32.564	13.026	.012	28.959	17	8	1.7
32.714	11.45	.009	32.285	19	8	1.7
32.855	9.856	.007	36.726	22	8	1.67
32.98	8.245	.005	42.759	25	8	1.71
33.091	6.618	.004	51.63	31	10	1.67
33.186	4.978	.002	66.089	39	10	1.69
33.261	3.326	.001	94.556	56	12	1.69

At= 16 m <sup>2</sup> ha= .5 (m)      Qe= 6 (lps)						
tll(min)	tv(min)	hc (m)	Qs (lps)	n	Dtub	qmax
20.094	20.094	.048	21.328	13	6	1.64
20.234	19.222	.045	22.066	13	6	1.7
20.386	18.348	.041	22.963	14	6	1.64
20.538	17.457	.038	23.972	14	6	1.71
20.692	16.553	.034	25.15	15	6	1.68
20.831	15.623	.031	26.376	16	8	1.65
20.976	14.683	.028	27.868	17	8	1.64
21.112	13.723	.025	29.523	18	8	1.64
21.242	12.745	.022	31.431	19	8	1.65
21.368	11.752	.019	33.661	20	8	1.68
21.488	10.744	.017	36.307	22	8	1.65
21.602	9.721	.014	39.501	24	8	1.65
21.709	8.684	.012	43.439	26	8	1.67
21.809	7.633	.009	48.427	29	10	1.67
21.903	6.571	.007	55.089	33	10	1.67
21.987	5.497	.005	64.138	38	10	1.69
22.061	4.412	.004	77.445	46	12	1.68
22.124	3.319	.002	99.133	59	12	1.68
22.174	2.217	.001	141.834	85	14	1.67

At= 16 m <sup>2</sup> ha= .5 (m)      Qe= 8 (lps)						
tll(min)	tv(min)	hc (m)	Qs (lps)	n	Dtub	qmax
15.071	15.071	.048	28.437	17	8	1.67
15.176	14.417	.045	29.421	18	8	1.63
15.29	13.761	.041	30.618	18	8	1.7
15.403	13.093	.038	31.963	19	8	1.68
15.519	12.415	.034	33.533	20	8	1.68
15.623	11.717	.031	35.168	21	8	1.67
15.732	11.012	.028	37.158	22	8	1.69
15.834	10.292	.025	39.364	23	8	1.71
15.932	9.559	.022	41.907	25	8	1.68
16.026	8.814	.019	44.881	27	8	1.66
16.116	8.058	.017	48.409	29	10	1.67
16.201	7.291	.014	52.667	31	10	1.7
16.282	6.513	.012	57.918	35	10	1.65
16.357	5.725	.009	64.569	39	10	1.66
16.427	4.928	.007	73.452	44	10	1.67
16.49	4.123	.005	85.517	51	12	1.68
16.546	3.309	.004	103.26	62	12	1.67
16.593	2.489	.002	132.178	79	14	1.67
16.631	1.663	.001	189.112	113	16	1.67

At= 16 m <sup>2</sup> ha= .5 (m) Qe= 10 (lps)						
tll(min)	tv(min)	hc (m)	Qs (lps)	n	Dtub	qmax
12.057	12.057	.048	35.546	21	8	1.69
12.141	11.533	.045	36.777	22	8	1.67
12.232	11.009	.041	38.272	23	8	1.66
12.323	10.474	.038	39.953	24	8	1.66
12.415	9.932	.034	41.916	25	8	1.68
12.498	9.374	.031	43.96	26	8	1.69
12.586	8.81	.028	46.447	28	8	1.66
12.667	8.234	.025	49.205	29	10	1.7
12.745	7.647	.022	52.384	31	10	1.69
12.821	7.051	.019	56.102	33	10	1.7
12.893	6.446	.017	60.511	36	10	1.68
12.961	5.832	.014	65.834	39	10	1.69
13.026	5.21	.012	72.398	43	10	1.68
13.086	4.58	.009	80.712	48	12	1.68
13.142	3.943	.007	91.815	55	12	1.67
13.192	3.298	.005	106.897	64	12	1.67
13.236	2.647	.004	129.075	77	14	1.68
13.274	1.991	.002	165.222	99	16	1.67
13.304	1.33	.001	236.39	141	18	1.68

At= 16 m <sup>2</sup> ha= .5 (m) Qe= 15 (lps)						
tll(min)	tv(min)	hc (m)	Qs (lps)	n	Dtub	qmax
8.038	8.038	.048	53.32	32	10	1.67
8.094	7.689	.045	55.165	33	10	1.67
8.155	7.339	.041	57.408	34	10	1.69
8.215	6.983	.038	59.93	36	10	1.66
8.277	6.621	.034	62.874	37	10	1.7
8.332	6.249	.031	65.94	39	10	1.69
8.39	5.873	.028	69.671	42	10	1.66
8.445	5.489	.025	73.807	44	12	1.68
8.497	5.098	.022	78.576	47	12	1.67
8.547	4.701	.019	84.152	50	12	1.68
8.595	4.298	.017	90.767	54	12	1.68
8.641	3.888	.014	98.751	59	12	1.67
8.684	3.473	.012	108.597	65	14	1.67
8.724	3.053	.009	121.068	72	14	1.68
8.761	2.628	.007	137.722	82	14	1.68
8.795	2.199	.005	160.345	96	16	1.67
8.824	1.765	.004	193.613	115	18	1.68
8.849	1.327	.002	247.833	148	20	1.67
8.87	.887	.001	354.585	211	22	1.68

At= 16 m <sup>2</sup> ha= 1 (m)                      Qe= 1 (lps)						
tll(min)	tv(min)	hc (m)	Qs (lps)	n	Dtub	qmax
241.13	241.13	.096	3.555	1	2	3.55
242.81	230.67	.089	3.678	2	2	1.84
244.638	220.174	.083	3.827	2	2	1.91
246.453	209.485	.076	3.995	2	2	2
248.301	198.641	.069	4.192	2	4	2.1
249.97	187.477	.063	4.396	2	4	2.2
251.71	176.197	.056	4.645	2	4	2.32
253.339	164.671	.05	4.92	2	4	2.46
254.908	152.945	.044	5.238	2	4	2.62
256.415	141.028	.038	5.61	2	4	2.81
257.855	128.927	.033	6.051	3	4	2.02
259.222	116.65	.028	6.583	3	4	2.19
260.511	104.204	.023	7.24	3	4	2.41
261.714	91.6	.019	8.071	3	4	2.69
262.839	78.852	.014	9.181	4	4	2.3
263.843	65.961	.011	10.69	5	4	2.14
264.73	52.946	.007	12.908	5	4	2.58
265.485	39.823	.004	16.522	7	4	2.36
266.089	26.609	.002	23.639	10	6	2.36

At= 16 m <sup>2</sup> ha= 1 (m)                      Qe= 2 (lps)						
tll(min)	tv(min)	hc (m)	Qs (lps)	n	Dtub	qmax
120.565	120.565	.096	7.109	3	4	2.37
121.405	115.335	.089	7.355	3	4	2.45
122.319	110.087	.083	7.654	3	4	2.55
123.226	104.742	.076	7.991	3	4	2.66
124.151	99.321	.069	8.383	4	4	2.1
124.985	93.739	.063	8.792	4	4	2.2
125.855	88.099	.056	9.289	4	4	2.32
126.67	82.335	.05	9.841	4	4	2.46
127.454	76.472	.044	10.477	4	4	2.62
128.207	70.514	.038	11.22	5	4	2.24
128.927	64.464	.033	12.102	5	4	2.42
129.611	58.325	.028	13.167	6	4	2.19
130.255	52.102	.023	14.48	6	4	2.41
130.857	45.8	.019	16.142	7	4	2.31
131.42	39.426	.014	18.363	8	6	2.3
131.921	32.98	.011	21.379	9	6	2.38
132.365	26.473	.007	25.815	11	6	2.35
132.742	19.911	.004	33.044	14	6	2.36
133.045	13.304	.002	47.278	20	8	2.36

At= 16 m <sup>2</sup> ha= 1 (m)      Qe= 3 (lps)						
tll (min)	tv (min)	hc (m)	Qs (lps)	n	Dtub	qmax
80.377	80.377	.096	10.664	4	4	2.67
80.937	76.89	.089	11.033	5	4	2.21
81.546	73.391	.083	11.482	5	4	2.3
82.151	69.828	.076	11.986	5	4	2.4
82.767	66.214	.069	12.575	5	4	2.51
83.323	62.492	.063	13.188	6	4	2.2
83.903	58.732	.056	13.934	6	4	2.32
84.446	54.89	.05	14.761	6	4	2.46
84.969	50.982	.044	15.715	7	4	2.25
85.472	47.009	.038	16.83	7	6	2.4
85.952	42.976	.033	18.153	8	6	2.27
86.407	38.883	.028	19.75	8	6	2.47
86.837	34.735	.023	21.719	9	6	2.41
87.238	30.533	.019	24.214	10	6	2.42
87.613	26.284	.014	27.544	12	6	2.3
87.948	21.987	.011	32.069	14	6	2.29
88.243	17.649	.007	38.723	16	8	2.42
88.495	13.274	.004	49.567	21	8	2.36
88.696	8.87	.002	70.917	30	10	2.36

At= 16 m <sup>2</sup> ha= 1 (m)      Qe= 4 (lps)						
tll (min)	tv (min)	hc (m)	Qs (lps)	n	Dtub	qmax
60.283	60.283	.096	14.219	6	4	2.37
60.703	57.667	.089	14.711	6	4	2.45
61.159	55.044	.083	15.309	6	4	2.55
61.613	52.371	.076	15.981	7	4	2.28
62.075	49.66	.069	16.766	7	6	2.4
62.492	46.869	.063	17.584	7	6	2.51
62.928	44.049	.056	18.579	8	6	2.32
63.335	41.168	.05	19.682	8	6	2.46
63.727	38.236	.044	20.954	9	6	2.33
64.104	35.257	.038	22.441	9	6	2.49
64.464	32.232	.033	24.205	10	6	2.42
64.805	29.162	.028	26.334	11	6	2.39
65.128	26.051	.023	28.959	12	6	2.41
65.428	22.9	.019	32.285	14	6	2.31
65.71	19.713	.014	36.726	15	6	2.45
65.961	16.49	.011	42.759	18	8	2.38
66.182	13.236	.007	51.63	22	8	2.35
66.371	9.956	.004	66.089	28	8	2.36
66.522	6.652	.002	94.556	40	10	2.36

At= 16 m^2                      ha= 1 (m)                      Qe= 5 (lps)						
tll (min)	tv (min)	hc (m)	Qs (lps)	n	Dtub	qmax
48.226	48.226	.096	17.773	7	6	2.54
48.562	46.134	.089	18.388	8	6	2.3
48.928	44.035	.083	19.136	8	6	2.39
49.291	41.897	.076	19.977	8	6	2.5
49.66	39.728	.069	20.958	9	6	2.33
49.994	37.495	.063	21.98	9	6	2.44
50.342	35.239	.056	23.224	10	6	2.32
50.668	32.934	.05	24.602	10	6	2.46
50.982	30.589	.044	26.192	11	6	2.38
51.283	28.206	.038	28.051	12	6	2.34
51.571	25.785	.033	30.256	13	6	2.33
51.844	23.33	.028	32.917	14	6	2.35
52.102	20.841	.023	36.199	15	6	2.41
52.343	18.32	.019	40.356	17	8	2.37
52.568	15.77	.014	45.907	19	8	2.42
52.769	13.192	.011	53.448	23	8	2.32
52.946	10.589	.007	64.538	27	8	2.39
53.097	7.965	.004	82.611	35	10	2.36
53.218	5.322	.002	118.195	50	12	2.36

At= 16 m^2                      ha= 1 (m)                      Qe= 10 (lps)						
tll (min)	tv (min)	hc (m)	Qs (lps)	n	Dtub	qmax
24.113	24.113	.096	35.546	15	6	2.37
24.281	23.067	.089	36.777	16	8	2.3
24.464	22.017	.083	38.272	16	8	2.39
24.645	20.948	.076	39.953	17	8	2.35
24.83	19.864	.069	41.916	18	8	2.33
24.997	18.748	.063	43.96	19	8	2.31
25.171	17.62	.056	46.447	20	8	2.32
25.334	16.467	.05	49.205	21	8	2.34
25.491	15.294	.044	52.384	22	8	2.38
25.641	14.103	.038	56.102	24	8	2.34
25.785	12.893	.033	60.511	26	8	2.33
25.922	11.665	.028	65.834	28	8	2.35
26.051	10.42	.023	72.398	31	10	2.34
26.171	9.16	.019	80.712	34	10	2.37
26.284	7.885	.014	91.815	39	10	2.35
26.384	6.596	.011	106.897	45	12	2.38
26.473	5.295	.007	129.075	54	12	2.39
26.548	3.982	.004	165.222	70	14	2.36
26.609	2.661	.002	236.39	100	16	2.36

At= 16 m <sup>2</sup> ha= 1 (m)                      Qe= 15 (lps)						
tll(min)	tv(min)	hc (m)	Qs (lps)	n	Dtub	qmax
16.075	16.075	.096	53.32	22	8	2.42
16.187	15.378	.089	55.165	23	8	2.4
16.309	14.678	.083	57.408	24	8	2.39
16.43	13.966	.076	59.93	25	8	2.4
16.553	13.243	.069	62.874	27	8	2.33
16.665	12.498	.063	65.94	28	8	2.36
16.781	11.746	.056	69.671	29	10	2.4
16.889	10.978	.05	73.807	31	10	2.38
16.994	10.196	.044	78.576	33	10	2.38
17.094	9.402	.038	84.152	35	10	2.4
17.19	8.595	.033	90.767	38	10	2.39
17.281	7.777	.028	98.751	42	10	2.35
17.367	6.947	.023	108.597	46	12	2.36
17.448	6.107	.019	121.068	51	12	2.37
17.523	5.257	.014	137.722	58	12	2.37
17.59	4.397	.011	160.345	68	14	2.36
17.649	3.53	.007	193.613	82	14	2.36
17.699	2.655	.004	247.833	104	16	2.38
17.739	1.774	.002	354.585	150	20	2.36

At= 16 m <sup>2</sup> ha= 1 (m)                      Qe= 20 (lps)						
tll(min)	tv(min)	hc (m)	Qs (lps)	n	Dtub	qmax
12.057	12.057	.096	71.093	30	10	2.37
12.141	11.533	.089	73.554	31	10	2.37
12.232	11.009	.083	76.544	32	10	2.39
12.323	10.474	.076	79.906	34	10	2.35
12.415	9.932	.069	83.832	35	10	2.4
12.498	9.374	.063	87.921	37	10	2.38
12.586	8.81	.056	92.895	39	10	2.38
12.667	8.234	.05	98.409	41	10	2.4
12.745	7.647	.044	104.768	44	12	2.38
12.821	7.051	.038	112.203	47	12	2.39
12.893	6.446	.033	121.023	51	12	2.37
12.961	5.832	.028	131.669	56	12	2.35
13.026	5.21	.023	144.796	61	12	2.37
13.086	4.58	.019	161.424	68	14	2.37
13.142	3.943	.014	183.63	77	14	2.38
13.192	3.298	.011	213.793	90	16	2.38
13.236	2.647	.007	258.151	109	16	2.37
13.274	1.991	.004	330.444	139	18	2.38
13.304	1.33	.002	472.78	199	22	2.38

## CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Se describió el riego intermitente, mencionándose sus principales ventajas y desventajas respecto al riego continuo tradicional. Se dedujeron las ecuaciones físicomatemáticas que lo representan y se discutió la importancia de su modelación numérica, indicándose los objetivos generales de la misma. Para el estudio del riego intermitente se propuso un modelo de cómputo basado en una transformación adimensional de las ecuaciones de Saint-Venant y se demostró su aplicación práctica para la simulación de fenómenos reales, como el avance y la recesión del frente de onda en sistemas de riego por surcos, encontrándose una correlación altamente satisfactoria. En general se puede indicar que se establecieron las bases teóricas y los criterios prácticos para simular y diseñar sistemas y dispositivos de riego intermitente.

Se demostró que, bajo una serie de hipótesis simplificatorias, el comportamiento hidráulico del riego intermitente puede ser estudiado como un fenómeno de flujo unidimensional. Sobre un sistema de coordenadas naturales se aplicó el concepto del balance de una propiedad intensiva dentro de un volumen de control y se obtuvieron las ecuaciones de conservación de masa y de cantidad de movimiento aplicables a un flujo tridimensional. Posteriormente, con la previa justificación y aceptación de una serie de hipótesis simplificatorias, se procedió a obtener estas ecuaciones en su forma integral y en sus versiones diferencial conservativa y diferencial no conservativa aplicables a flujos unidimensionales.

Durante la deducción se obtuvieron conclusiones interesantes, como son: una expresión general para cuantificar la presión hidrostática en un flujo cuya trayectoria describe una curva en el espacio tridimensional de un observador ubicado en un sistema de coordenadas fijo; se introduce en la deducción de las ecuaciones unidimensionales el efecto de la aceleración radial originada por el grado de curvatura que presenta la trayectoria del flujo; al simplificar estas ecuaciones para su aplicación a un flujo permanente espacialmente variado se demuestra que, cuando la aportación o extracción de gasto se realiza perpendicularmente a la dirección del flujo, resulta una ecuación única para ambas condiciones cuya diferencia radica en el signo del término que cuantifica el ingreso o extracción de masa.

Por efecto del desplazamiento de sus fronteras, el flujo superficial que escurre durante el proceso del riego intermitente presenta un crecimiento y decrecimiento de la región que lo contiene; para simular correctamente esta situación se adoptó el concepto de malla adaptiva, el cual consiste en adimensionalizar espacialmente las ecuaciones de Saint-Venant para acotar numéricamente la dimensión de la región de flujo superficial dentro de una longitud unitaria en el espacio transformado adimensional, o sea, dentro de una región transformada que permanece constante independientemente del crecimiento o decrecimiento espacial que a través del tiempo sufre la región real del flujo. Se demostró que a través de la aplicación del concepto de malla adaptiva es factible desarrollar y representar correctamente modelos que permitan la simulación del comportamiento de regiones de flujo que se deforman, como en el caso del riego intermitente. También se demostró que la malla adimensional permite plantear modelos de solución discreta sobre una red con un número de nudos que permanece constante durante la simulación del riego intermitente.

Para mejorar la interpretación físico-matemática del riego intermitente se determinaron las ecuaciones características para malla adaptiva. Al analizar

las ecuaciones que representan las direcciones características, se demuestra que cuando existen fronteras móviles, la velocidad con que se transmite la información no solamente depende de la velocidad del flujo y de la celeridad sino que también depende de la velocidad de deformación o crecimiento de la propia región. También se concluyó y se demostró que la velocidad del flujo en el frente de onda y en la retaguardia es igual a la velocidad con que dichas fronteras se desplazan.

Se mostró como a través de la aplicación adecuada de series de Taylor, evitando expansiones en intervalos espaciales y temporales con discontinuidades, y con la aplicación del principio de conservación de masa, se obtienen las ecuaciones que representan la velocidad con que los frentes de onda y de la retaguardia de la región de flujo se desplazan. Con estas ecuaciones se complementa la descripción físico-matemática del comportamiento de la región de flujo superficial durante el riego intermitente.

Para cuantificar el volumen de flujo que se infiltra en el suelo, durante el proceso de riego, se adoptó la ecuación de Kostiaikov-Lewis. Para determinar los coeficientes de esta ecuación se propuso un método que corrige y mejora conceptualmente las técnicas de balance de volumen. El método permite evaluar, a partir de datos experimentales, los coeficientes empíricos de las ecuaciones de infiltración acumulada propuestas por Kostiaikov y Kostiaikov-Lewis. Se demostró que para evaluar estos coeficientes existe una solución única, la cual es independiente de la longitud del surco. Este aspecto es un resultado importante ya que los métodos propuestos en la literatura, también basados en balance de volumen, generan una familia de soluciones que dependen de la longitud, lo que no es correcto si se parte de suponer que el suelo tiene una textura homogénea a lo largo del surco.

Para tomar en cuenta el contenido de humedad inicial del suelo antes del riego, se presentó una metodología que correlaciona la ecuación de Green y Ampt con la de Kostiaikov-Lewis. A través de esta correlación, complementada con información de campo, se generó una técnica para obtener el potencial capilar en el frente húmedo. También se demostró que una vez conocidos los parámetros de la ecuación de Green y Ampt, por correlación, se pueden obtener los de Kostiaikov-Lewis para diferentes contenidos de humedad.

Para simular el flujo intermitente, se propuso un esquema en diferencias finitas por medio del cual se producen las funciones de red que sustituyen numéricamente a las ecuaciones transformadas para malla adaptiva. La técnica de descrritización que se emplea es conocida como método de interpolación integral. Este método es apropiado para generar las funciones discretas que sustituyen a los coeficientes variables que multiplican a las derivadas. Esta metodología permite realizar la integración analítica de una parte de la ecuación diferencial y aproximar numéricamente la parte restante.

El esquema de simulación propuesto es del tipo implícito. La función de red que representa a la ecuación de conservación de masa es lineal, mientras que la función discreta de la ecuación de conservación de cantidad de movimiento es no lineal. Para solucionar el sistema de ecuaciones que resulta, se planteó una solución mezclada en la cual se aplica el método del doble barrido a un sistema de ecuaciones lineales de matriz tripuntual derivado de la ecuación de conservación de masa, en el que las incógnitas son las áreas, y por otra parte, por un procedimiento tipo Picard, se da solución al sistema no lineal derivado de la ecuación de conservación de cantidad de movimiento, en éste las incógnitas son los gastos; la solución simultánea de

ambos sistemas da origen a la solución del sistema general.

Resulta adecuado resaltar que entre las características de las ecuaciones transformadas una de las más importantes es la de poder generar esquemas numéricos con malla adaptativa, aspecto que, numéricamente, es de gran importancia, pues permite reducir tanto los tiempos de cómputo como la memoria requerida para el almacenamiento de variables y, en consecuencia, lograr una óptima modelación numérica del fenómeno en estudio.

Los criterios para la selección de los incrementos espaciales y temporales para la simulación numérica se obtuvieron por la evidencia de estabilidad y convergencia del esquema al realizar una serie de experimentos numéricos y contrastar los resultados con información de campo. Los resultados del modelo comparativamente con los datos de campo, reportados en la literatura especializada y obtenidos en parcelas experimentales que el Instituto Mexicano de Tecnología del Agua conjuntamente con la Universidad Autónoma de Zacatecas tienen en Zacatecas, son ampliamente satisfactorios y por consecuencia se considera que el modelo es numéricamente confiable.

Con el fin de identificar las variables que intervienen en la estabilidad numérica de los esquemas para malla adaptativa, se realizó, con aplicación de transformadas de Fourier, el análisis de estabilidad de un esquema linealizado. Se demostró, al realizar los retratos de amplificación y de fase, que la velocidad de deformación de la región de flujo influye significativamente en este aspecto. Para su interpretación se propone un número adimensional que cuantifica la influencia de la velocidad de deformación del flujo en la estabilidad de los esquemas numéricos. Este nuevo número es aditivo al número de Courant. Esta es una de las principales conclusiones que se derivan del uso del criterio de malla adaptativa.

Como parte de los estudios para establecer ciertos criterios de operación y diseño del riego intermitente, se realizó un análisis de sensibilidad de las principales variables que intervienen en la eficiencia del riego intermitente. Se concluye, por ejemplo, que una mala selección o medición de la velocidad de infiltración básica puede conducir a errores de diseño superiores a los que puede conducir una inadecuada selección de los tiempos de descarga durante cada intermitencia. En general de este estudio se desprende la importancia y utilidad de un modelo de simulación para el diseño del riego intermitente. Se mostró que con modelación numérica es factible verificar si en una parcela, al aplicársele la técnica de descargas intermitentes, puede lograrse un mejor uso del agua en comparación con el riego tradicional. Dicho aspecto se establece al comparar las eficiencias de aplicación y de distribución obtenidas con ambos métodos.

Se presentó la forma de generar una tabla multidimensional de diseño cuya información puede ser cargada a un controlador computarizado que accione una válvula de descargas intermitentes. Como resultados preliminares, se incluyeron una serie de gráficas que ejemplifican el contenido de la matriz de información de la tabla. También se presentó una gráfica para seleccionar los tiempos de descarga en función de la longitud del surco y la velocidad normalizada del flujo; se complementa esta información con una gráfica para seleccionar el gasto que se debe suministrar por surco.

Se presentó la descripción de dos novedosos dispositivos, basados en automatización fluidica, para riego intermitente. El primero de ellos se denomina Diabeto y es aplicable a sistemas con longitudes menores a 250 metros, en este trabajo se estudió y complementó la metodología para su

implementación práctica en campo. El otro dispositivo, denominado Tanque de Descargas de Fondo, es resultado de la experiencia obtenida durante la elaboración de este trabajo y constituye una alternativa para regar con caudales pequeños.

Para facilitar el diseño de riego en surcos y el análisis del comportamiento físico del flujo en sistemas de riego por gravedad, en el anexo de este trabajo se presenta el manual de usuario de un programa de cómputo que permite la realización de ambos aspectos.

Si bien este trabajo presenta con cierta profundidad el estudio del comportamiento del riego intermitente, aún hay mucho por hacer. Por ejemplo, es necesario mejorar la representación fisicomatemática del proceso de infiltración con el fin de conocer con mayor exactitud la distribución del flujo subsuperficial durante el riego y entre un impulso y otro; también es necesario estudiar la representación del frente de onda supercrítico que se produce en la punta de la región de flujo, para este caso, para la simulación del comportamiento de toda la región de flujo será necesario considerar un esquema que incluya la zona subcrítica y la supercrítica; otro aspecto que merece atención es el relacionado con el cambio de rugosidad que sufre el suelo durante el proceso del riego intermitente.

Finalmente se puede indicar que este trabajo incluye aportaciones que, a juicio del autor, permitirán tener mejores bases para avanzar en la comprensión, representación y solución del flujo intermitente y de otros fenómenos hidráulicos en los cuales las dimensiones de la región de flujo sufre expansiones y contracciones.

## 6 REFERENCIAS

- Abbott, M., "Method of characteristics", Cap. 3 de Mahmood, K. and Yevjevich, V. (eds); Unsteady flow in open channels, Water Res., Publ., Colo. St. Univ., 1975
- Abbott, M. B., *Computational hydraulics*, Pitman, London, 1980
- Aidárov, I.P.; Golavánov, A. I.; Mamáev, M.G., *El riego*, URSS, Mir Moscú, 1985.
- Agullar, L. S. L.; Souza, F., "Algebraic Computation of Flow in Furrow Irrigation", *Journal of the Irrigation and Drainage Engineering*, vol. 113, núm. 3, U.S.A., agosto de 1987, pp. 367-377.
- Aldama, R. A.; Martínez, A. P., "Esquema de Malla Adaptiva para Flujo Transitorio en Canales con Frontera Móvil", *X Congreso Nacional de Hidráulica*, México, octubre de 1988, pp. 251-271.
- Aparicio, M. F. J.: "Revisión del estado del arte sobre modelos de pérdidas", Departamento del distrito federal, México, 1981
- Aparicio, M. F. J.; "Hidrología de superficie"; Facultad de Ing. de la UNAM, México, 1985
- Aparicio, M. F. J.; "Simulación Numérica del Flujo Supercrítico Transitorio", Tesis Doctoral, Facultad de Ingeniería, UNAM, México, 1985
- Aparicio, M. F. J., "Notas de hidráulica computacional", México, División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería de la UNAM, Reporte interno, 1988
- Aparicio, M. F. J. y Berezowsky, V. M., "Las ecuaciones de continuidad y cantidad de movimiento en la hidráulica", Ingeniería Hidráulica en México. Vol. IV, Núm. 2, II Epoca, Mayo/agosto de 1989, pp. 40-45
- Basset, D. L., "Mathematical Model of Water Advance in Border Irrigation", *Transactions American Society of Agricultural Engineers*, vol. 15, núm. 5.1, U.S.A., 1972, pp. 992-995.
- Bartholomay, R., *Surge Irrigation Lowers Salt Loading In Colorado River*, *Irrigation Journal*, September/October, U.S.A., 1991, pp. 30-31
- Baver, L.D.; Garden, W.H.; Garden, W.R.; "Soils Physics", John Wiley, 1972
- Bishop, A. A.; Walker, W. R.; Allen, N. L.; Poole, G. J., "Furrow Advance Rates Under Surge Flow Systems", *Journal of the Irrigation and Drainage Division*, vol. 107, núm. IR3, U.S.A., Paper 16502, septiembre de 1981, pp. 257-264.
- Booher, L. J., "Surface Irrigation", *Food and Agriculture Organization Agricultural Development*, Paper No. 95, Roma, 1974.
- Chen, C. L., "Surface Irrigation Using Kinematic-Wave Method", *Journal of the Irrigation and Drainage Division*, vol. 96, núm. IR1, U.S.A., Paper 7134, marzo de 1970, pp. 39-46.

- Chow V., T., Hidráulica de los canales abiertos, México, Editorial Diana, 1982, 633 pp.
- Cluff, C.B., Evans, D. D., Morse, J.G.; "Development of a mathematical model of infiltration which includes the effects of raindrop impact"; Project completion report OWRT projet No. A-027-ARIZ; The University of Arizona, Tucson, Arisona, EUA; 1972
- Cunge, J. A.; Holly, F. M.; Verwey, A., *Prctical aspects of computational river hydraulics*, Pitman, London, 1980
- Dally W., J. y Harleman R., F., Dinámica de los fluidos, México, Editorial Trillas, 1981, 511 pp.
- De Saint-Venant, Barré, "Théorie du movement non-permanent des eaux avec application aux crues des rivières et a l introduction des marées dans leur lit", Acad. Sci. (Paris) Comptes rendus V. 73, 1871, pp 147-154, 237-240
- Elliot, R. L.; Walker, W. R., "Field Evaluation of Furrow Infiltration and Advance Functions", *Transactions American Society of Agricultural Engineers*, vol. 25, núm. 2, U.S.A., 1982, pp. 396-400.
- Elliot, R. L.; Walker, W. R.; Skogerboe, G. V., "Zero-Inertia Modeling of Furrow Irrigation Advance", *Journal of the Irrigation and Drainage Division*, vol. 108, núm. IR3, U.S.A., Paper 17340, septiembre de 1982, pp. 179-195.
- García, V. N. H., "Sobre la ecuación de flujo espacialmente variado" XIV Congreso de la Academia Nacional de Ingeniería, México, 1989
- García, V. N., *Ecuaciones fundamentales para flujo unidimensional a superficie libre*, México, Instituto Mexicano de Tecnología del Agua, 1989.
- García, V. N., *Determinación experimental de la infiltración en surcos*, México, Instituto Mexicano de Tecnología del Agua, 1991.
- García, V.N.; Aguillar, Ch.A., *Diseño de riego continuo en surcos con reducción de caudal*, México, Instituto Mexicano de Tecnología del Agua, 1991.
- García, V. N., *Informe parcial de examen predoctoral: Planteamiento de una tabla multidimensional para riego intermitente*, División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería, Campus Morelos, UNAM, México, 1992
- Gracia, J.; "Simulación del movimiento del agua en suelos con presencia de cultivos"; Instituto de Ingeniería UNAM, México, 1987
- Haan, C.T.; Johnson, H.P.; Brakensiek, D.L.; "Hydrologic Modeling of Small Watersheds", ASAE, 1982
- Henderson F., M. Open channels flow, New York, Macmillan Publishing Co., 1966, pp. 522
- Hernando, C. H., "Riego Intermitente o por Impulsos", *Revista de Ingeniería Civil del Centro de Estudios y Experimentación de Obras Publicas*, núm. 73, Madrid, enero-marzo, 1990, pp. 70-76.

- Huang T., C., Mecánica para ingenieros, México, Representación de Servicios de Ingeniería S. A., 1975, 1055 pp.
- Irodov E., I., Leves fundamentales de la mecánica, URSS, Editorial Mir, 1981, 282 pp
- Israelsen, O.W.; Hansen, V.E., *Irrigation principles and practices*, New York, John Wiley and Sons, 1981
- Izuno, T.; Podmore, H., "Kinematic Wave Model for Surge Irrigation Research in Furrows", *American Society of Agricultural Engineers*, vol. 28, U.S.A., julio-agosto 1985, pp. 1145-1150
- Jaynes, D. B., "Simple Model of Border Irrigation", *Journal of the Irrigation and Drainage Engineering*, vol. 112, núm. 2, U.S.A., mayo de 1986, pp. 172-184.
- Katopodes, N. D.; Strelkoff, T., "Hydrodynamics of Border Irrigation-Complete Model", *Journal and Irrigation and Drainage Division*, vol. 103, núm. IR3, U.S.A., Paper 13188, septiembre de 1977, pp. 309-324.
- Kiefer, F. W. Jr. "Average Depth of Absorbed Water in Surface Irrigation", *Civil Engineering Dept. Utah State University*, Logan, Utah , 1959.
- Killer, M.A.; Slack, D.C. "Green-Ampt to Predict Surge Irrigation Phenomena"; ASCE, Abril, 1988
- Ligget, J. A., "Basic equations of unsteady flow", Cap. 2 de Mahmond, k. and Yerjevich, v. (eds); Unsteady flow in open channels, Water Res., Publ., Colorado St. Univ., 1975
- Ligget, J. A.; Abbott, M. B., *Unsteady flow in open channels. Numerical Methods of solution of the Unsteady flow equations*, WRP, U.S.A., 1975
- Lújan, G.J.; "Material basico para la redacción de un manual S.A.R."; M.O.P., Madrid, España, 1975
- Malano, H. M., *Comparison of the Infiltration Process Under Continucs and Surge Flow*, U.S.A., Universidad del Estado de Utah en Logan, (tesis presentada por el autor como requisito para la obtención del grado de Master of Science).
- Martínez, A. P., Aldama, R. A., *Dispositivo fluídico para riego intermitente*, Instituto Mexicano de Tecnología del Agua (CNA), Serie divulgación 26, México, 1990.
- Mein, R.G.; Larson, C. L.; "Modeling Infiltration During a Steady Rain"; Water Resources Research, Abril 1973.
- Mohammad Rayej; Wallender W. W., "Furrow Model with Specified Space Intervals", *Journal of the Irrigation and Drainage Engineering*, vol. 113, núm. 4, U.S.A., Paper 21963, noviembre de 1987, pp. 536-548.
- Phillip, J.R., "The theory of Infiltration :5. The Influence of the initial moisture Content :84", *Soil Science*, U.S.A., 1957, pp. 329-337.

- Samarski, A.A., *Métodos en diferencias para las ecuaciones elípticas*, URSS, Editorial Mir Moscú, 1979
- Schmitz, G.; Haverkamp, R.; Palacios, Vélez, O., "A Coupled Surface-Subsurface Model for Shallow Water Flow Over Initially Dry Soil", *Congreso de la ASCE*, Australia, agosto de 1985.
- Schmitz, G.; Seus, G. J., "Analytical Model of Level Basin Irrigation", *Journal of the Irrigation and Drainage Engineering*, vol. 115, núm. 1, U.S.A., Paper 23195, febrero de 1989, pp. 78-95.
- Sherman, B., and Singh, V. P., "A Kinematic Model for Surface Irrigation: An Extension", *Water Resources Research*, vol. 18, núm. 3, U.S.A., junio de 1982, pp. 659-667.
- Singh, P.; Chauhan, H. S., "Shape Factors in Irrigation Water Advance Equation", *Journal of the Irrigation and Drainage Division*, vol. 98, núm. IR3, U.S.A., Paper 9212, septiembre de 1972, pp. 443-458.
- Singh, P. V.; Yu-Cheng He, "Muskingum Model For Furrow Irrigation", *Journal of the Irrigation and Drainage Engineering*, vol. 114, núm. 1, U.S.A., Paper 22196, febrero de 1988, pp. 89-103.
- SIRMOD, "Surface Irrigation Simulation Software. User's guide", Department of agricultural and Irrigation Engineering, Utah State University, Logan, Utah, U.S.A., 1989
- Smerdon, E. T.; A. W., Blair; D. L., Reddell, "Infiltration From Irrigation Advance Data. I: Theory", *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, vol. 114, núm. 1, U.S.A., 1988, pp. 4 - 17.
- Sotelo A., G., *Hidráulica general, vol. 1*, México, Editorial Limusa, 1974, pp. 547
- Souza, F., *Non-linear Hydrodynamics Model of Furrow Irrigation*, U.S.A., Universidad de California, (tesis presentada para obtener el grado de Doctor of Philosophy), 1981.
- Streeter L., V. y Wylie B., E., *Mecánica de los fluidos*, México, McGraw-Hill, 1979, 6a. Edición, 775 pp.
- Strelkoff, T.; Katopodes, N. D., "Border-Irrigation Hydraulics With Zero Inertia", *Journal of the Irrigation and Drainage Division*, vol. 102, núm. IR3, U.S.A., Paper 13189, septiembre de 1977, pp. 325-342.
- Turbak, S. A.; Morel-Seytoux, J. H., "Analytical Solutions for Surface Irrigation. I: Constant Infiltration Rate. II: Variable Infiltration Rate", *Journal of the Irrigation and Drainage Engineering*, vol. 114, núm. 1, U.S.A., febrero de 1988, pp. 31-59.
- USDA, "Surge Flow Irrigation Field Guide", SCS, U.S.A., 1986
- Varios, *Manual de ingeniería de regadíos*, Madrid, Rafael Heras editor, Centro de Estudios Hidrográficos, 1981.

Walker, W. R.; Allan S. Humpherys, "Kinematic-Wave Furrow Irrigation Model", *Journal of the Irrigation and Drainage Engineering*, vol. 109, núm. 4, U.S.A., Paper 18460, diciembre de 1983, pp. 377-392.

Walker, W.R.; V. G. Skogerboe, *Surface Irrigation*, New Jersey, Editorial Prentice-Hall, 1987.

Wilson, N. B.; Elliott, L. R., "Furrow Advance Using Simple Routing Models", *Journal of the Irrigation and Drainage engineering*, vol. 114, núm. 1, U.S.A., Paper 22197, febrero de 1988, pp. 104-117.

William, R.D., " Infiltration Function From Furrow Stream Advance", *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, vol. 115, núm. 4, U.S.A., 1989, pp. 722- 730.

Withers, B.; Vipond, S., *El riego: diseño y práctica*, México, Diana, 1974.

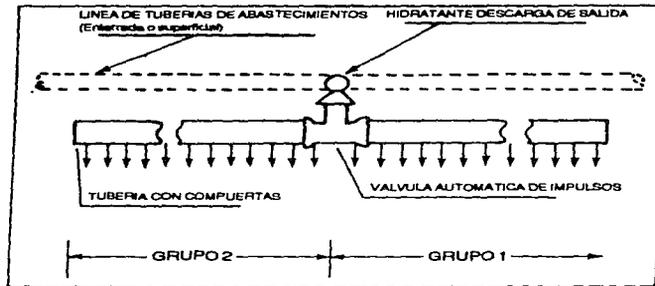
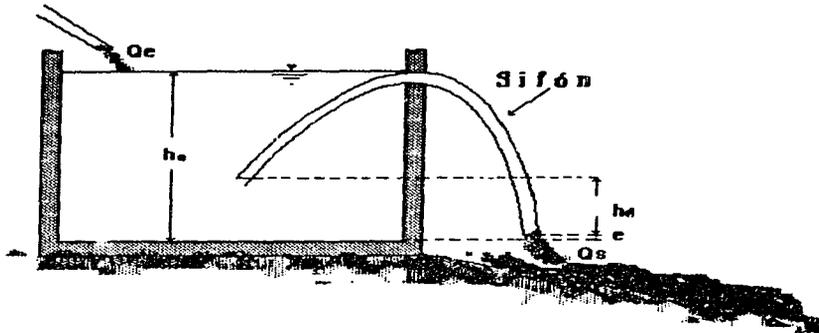


Diagrama de una división en grupos o series de tuberías con compuertas utilizadas para riego por impulsos.

Lámina 1.1. Sistema de alimentación por medio de válvula

# Diabeto



Lâmina 1.2 Dispositivo fluidico denominado Diabeto

## Dispositivo de descargas de fondo

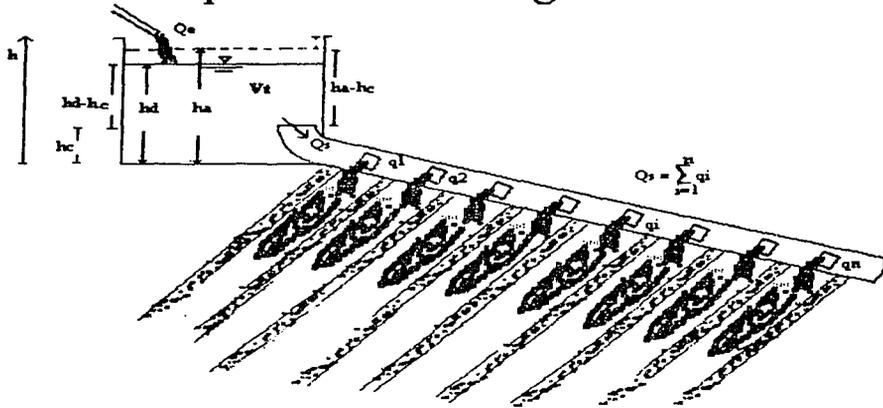
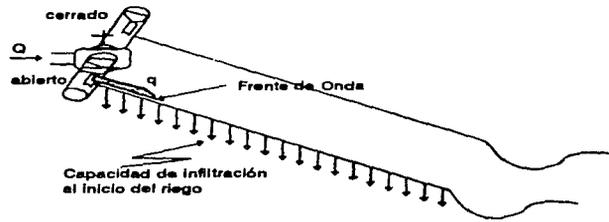
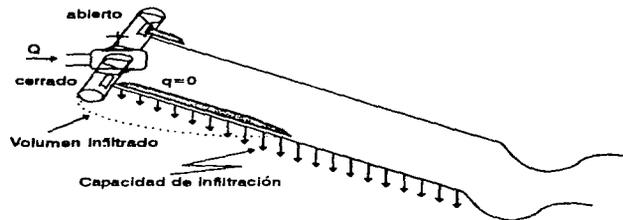


Lámina 1.3 Tanque de descargas de fondo



### Inicio del Primer Ciclo



### Fin del Primer Impulso

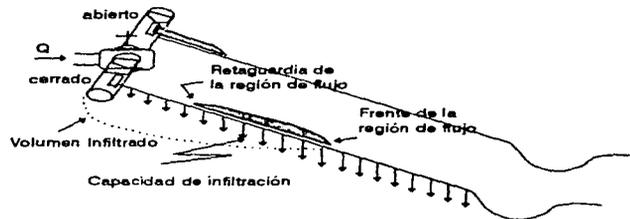
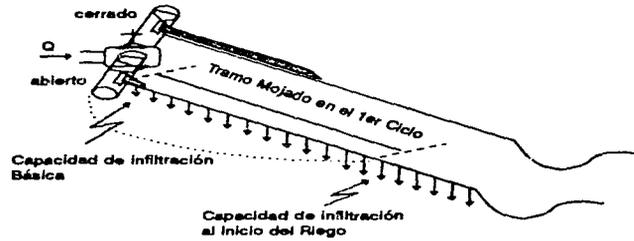
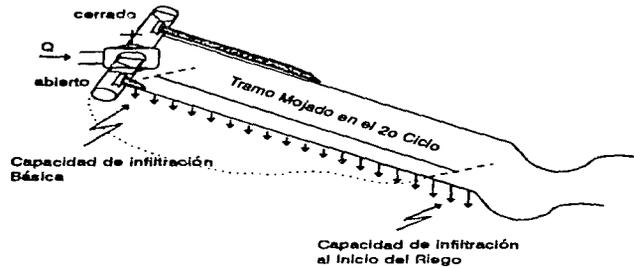


Lámina 1.4 Secuencia ilustrativa del riego intermitente

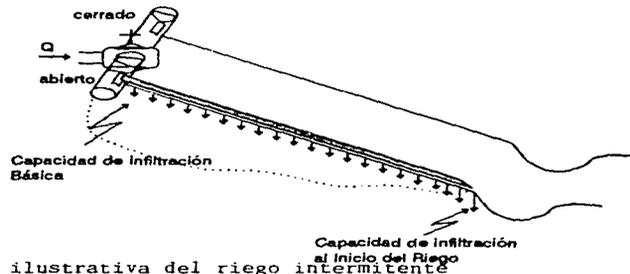
### Estado Intermedio entre Impulsos



**Final del 1er. ciclo e Inicio del 2o.**

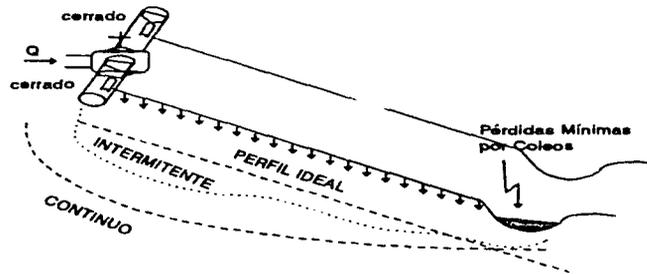


**Final del 2o. ciclo e Inicio del 3o.**



1.4.b Secuencia ilustrativa del riego intermitente

**Alcance del Final del Surco**



## Sistema al Final del Riego

Lámina 1.4.c Secuencia ilustrativa del riego intermitente



Lámina 2.1. Trayectoria de una partícula

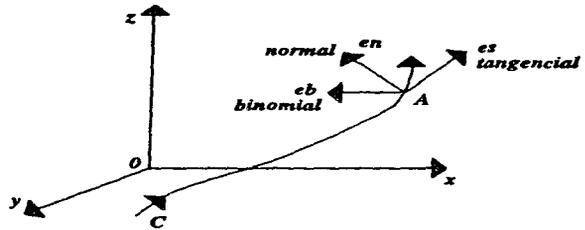


Lámina 2.2 Sistema de ejes coordenados

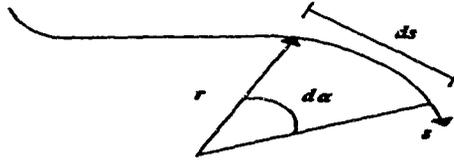


Lámina 2.3. Radio de curvatura

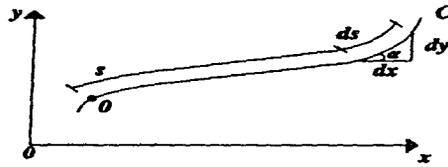


Lámina 2.4 Pendiente de curvatura

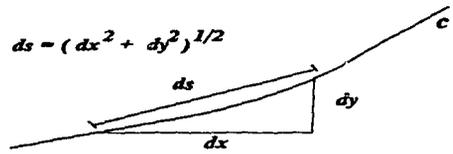


Lámina 2.5 Triângulo rectângulo infinitesimal

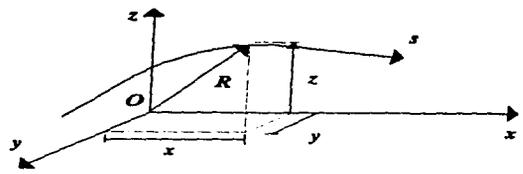


Lámina 2.6 Vêctor de posición

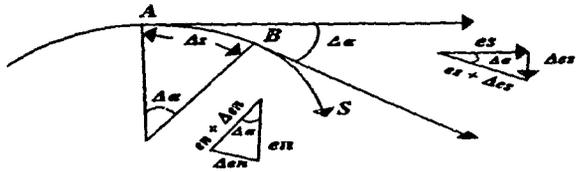
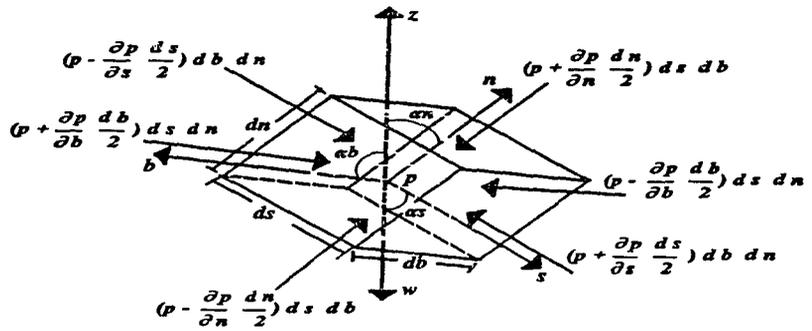


Lámina 2.7 Angulo formado por las tangentes



Lâmina 2.8 Elemento diferencial de fluido

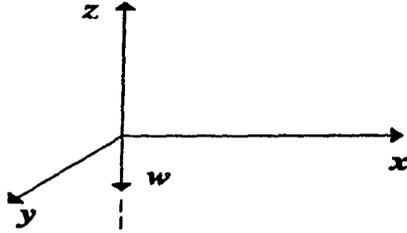


Lámina 2.9 Sistema de ejes cartesianos

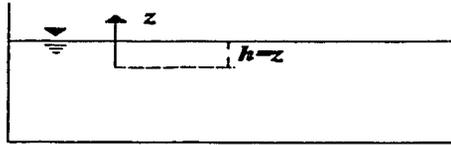


Lámina 2.10 Líquido de reposo

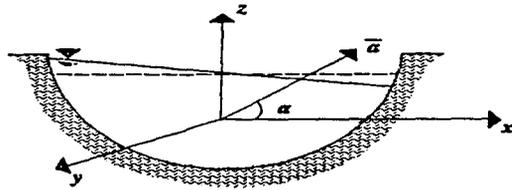


Lámina 2.11 Aceleración lineal uniforme en un líquido

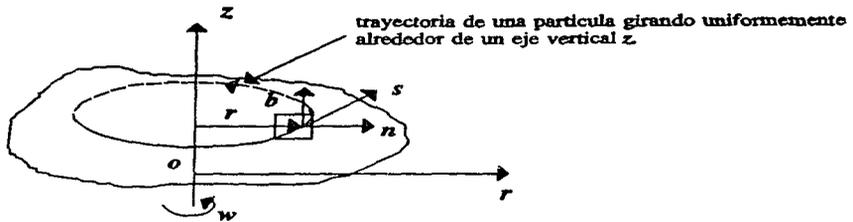


Lámina 2.12 Rotación de un fluido respecto a un eje vertical

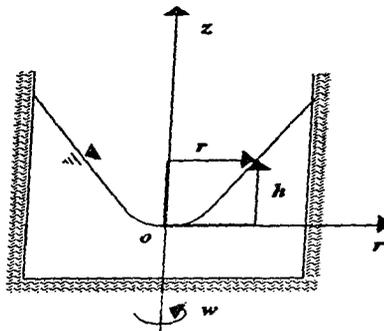


Lámina 2.13 Rotación de un cilindro respecto a su eje

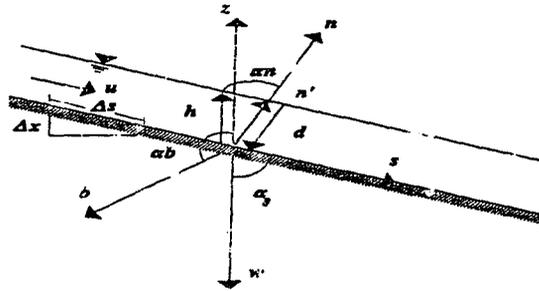


Lámina 2.14 Flujo uniforme en un canal de pendiente variable

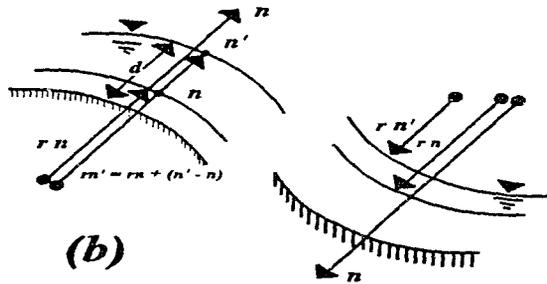
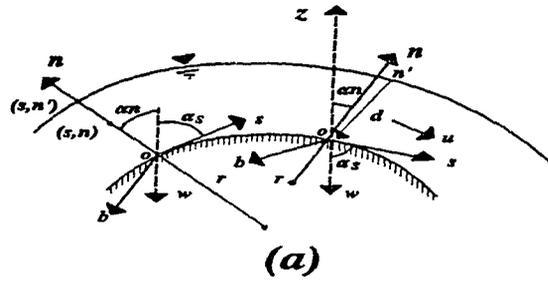


Lámina 2.15 Flujo en un canal con curvatura vertical

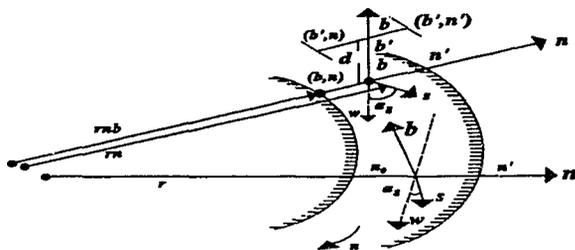


Lámina 2.16 Flujo en un canal con curvatura horizontal

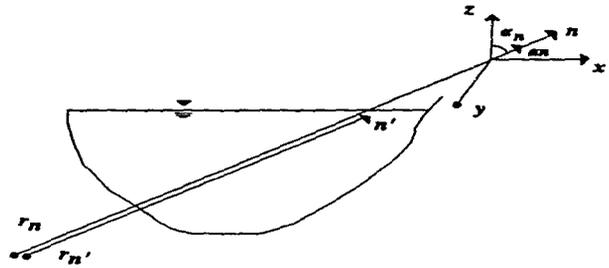


Lámina 2.17 Aceleración normal

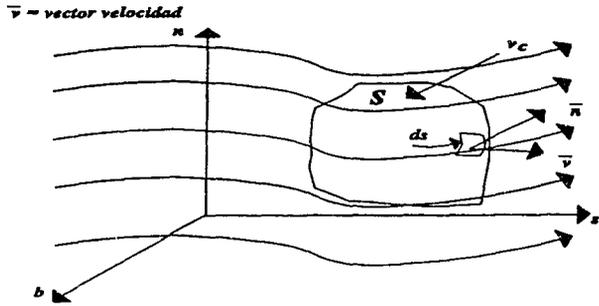
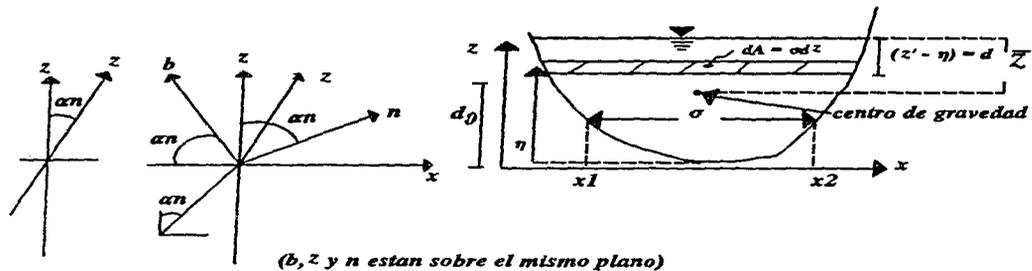


Lámina 2.18 Sistema y volumen de control



L\u00e1mina 2.19 Transformaci\u00f3n de coordenadas

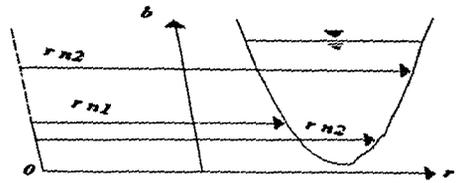


Lámina 2.20 Radio como función de la coordenada binormal

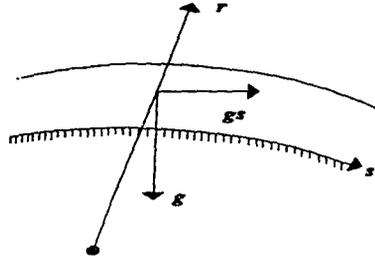


Lámina 2.21    Componente de la fuerza de gravedad

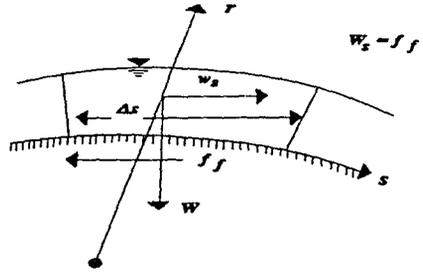


Lámina 2.22 Flujo uniforme

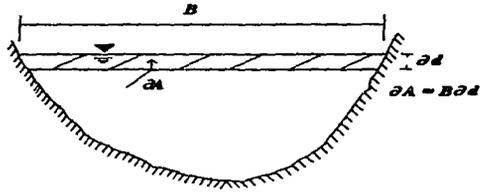


Lámina 2.23 Relaciones geométricas

## Representación del fenómeno en diferentes mallas

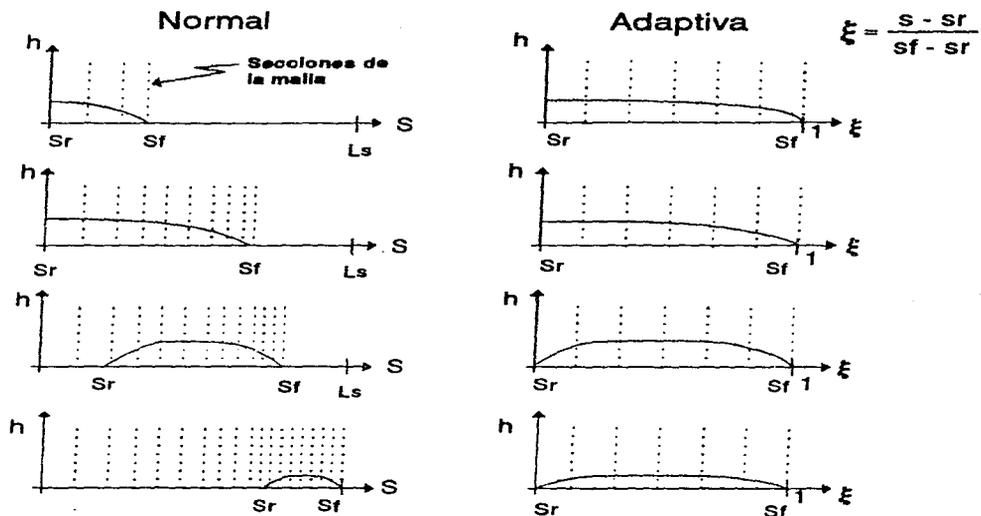
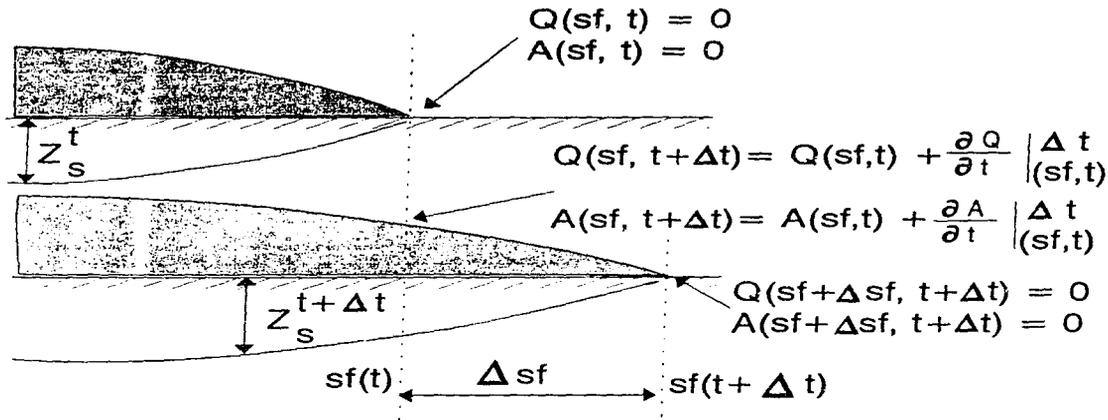


Lámina 2.24 Representación del fenómeno en diferentes mallas

# Velocidad del frente de onda

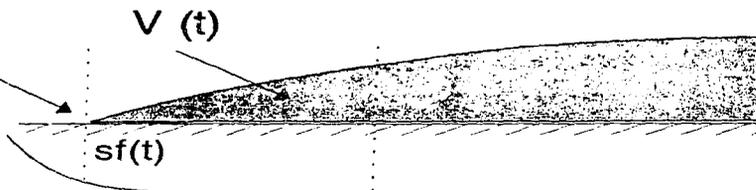


$$Q(sf + \Delta sf, t + \Delta t) = Q(sf, t) + \frac{\partial Q}{\partial t} \Big|_{(sf, t)} \Delta t + \frac{\partial Q}{\partial s} \Big|_{(sf, t + \Delta t)} \Delta sf + O(\Delta t^2, \Delta sf^2)$$

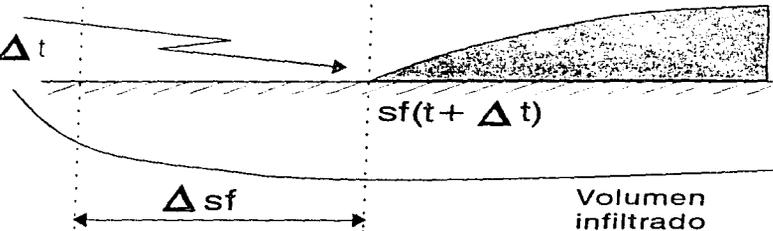
$$A(sf + \Delta sf, t + \Delta t) = A(sf, t) + \frac{\partial A}{\partial t} \Big|_{(sf, t)} \Delta t + \frac{\partial A}{\partial s} \Big|_{(sf, t + \Delta t)} \Delta sf + O(\Delta t^2, \Delta sf^2)$$

# Velocidad de la retaguardia

Posición de la retaguardia en el tiempo  $t$



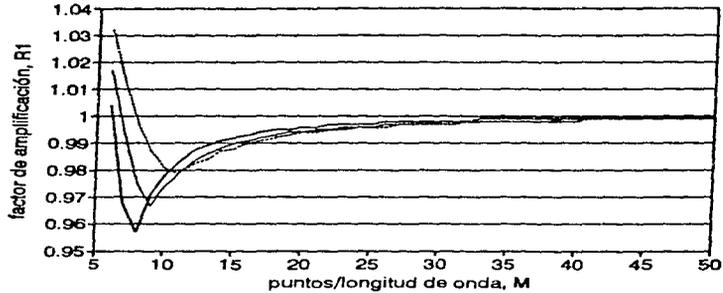
Posición de la retaguardia en el tiempo  $t + \Delta t$



$$\frac{dsr}{dt} = \frac{\frac{\partial Q}{\partial s} + \frac{\partial Z}{\partial t}}{\frac{\partial A}{\partial s}}$$

## Retrato de amplificación

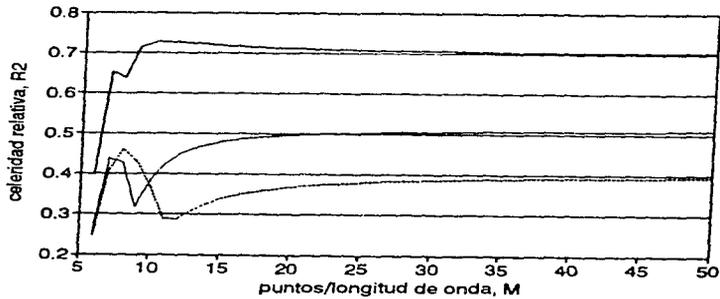
$Cr = .0625$ ,  $Fr = .4$ ,  $u = .2$  m/s



—  $ws = 0\text{m/s}$ ,  $Dr = 0$  —  $ws = .1\text{m/s}$ ,  $Dr = .02$  —  $ws = .2\text{m/s}$ ,  $Dr = .04$

## Retrato de fase

$Cr = .0625$ ,  $Fr = .4$ ,  $u = .2$  m/s

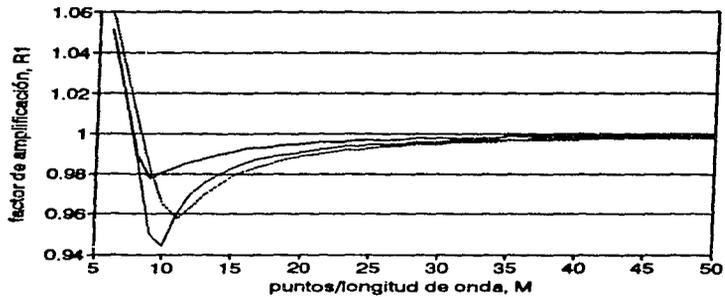


—  $ws = 0\text{m/s}$ ,  $Dr = 0$  —  $ws = .1\text{m/s}$ ,  $Dr = .02$  —  $ws = .2\text{m/s}$ ,  $Dr = .04$

Lámina 3.1 Análisis de estabilidad, 1

## Retrato de amplificación

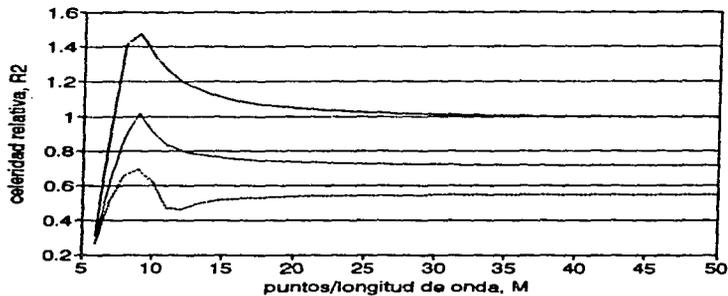
$Cr = .0825, Fr = .4, u = .2 \text{ m/s}$



—  $ws = 0\text{m/s}, Dr = 0$  —  $ws = .1\text{m/s}, Dr = .03$  —  $ws = .2\text{m/s}, Dr = .06$

## Retrato de fase

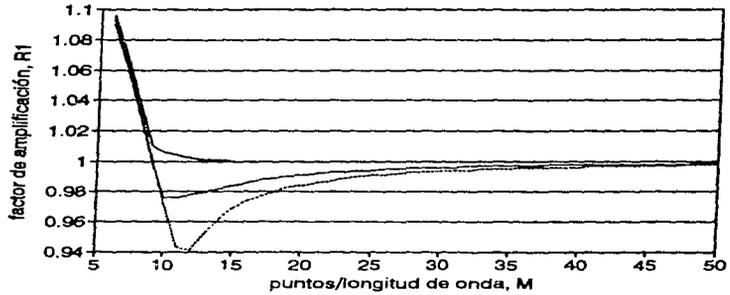
$Cr = .0825, Fr = .4, u = .2 \text{ m/s}$



—  $ws = 0\text{m/s}, Dr = 0$  —  $ws = .1\text{m/s}, Dr = .03$  —  $ws = .2\text{m/s}, Dr = .06$

## Retrato de amplificación

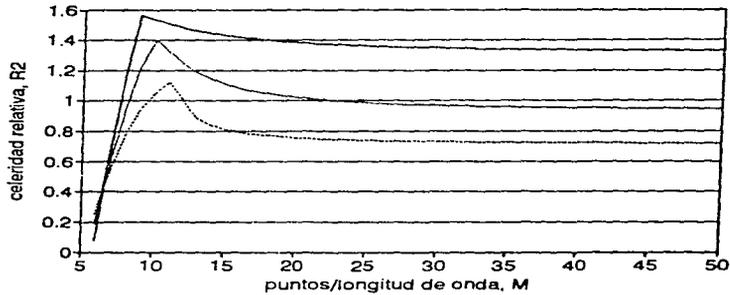
$Cr = .1025$ ,  $Fr = .4$ ,  $u = .2$  m/s



—  $w_s = 0$  m/s,  $Dr = 0$     - -  $w_s = .1$  m/s,  $Dr = .035$     ···  $w_s = .2$  m/s,  $Dr = .07$

## Retrato de fase

$Cr = .1025$ ,  $Fr = .4$ ,  $u = .2$  m/s

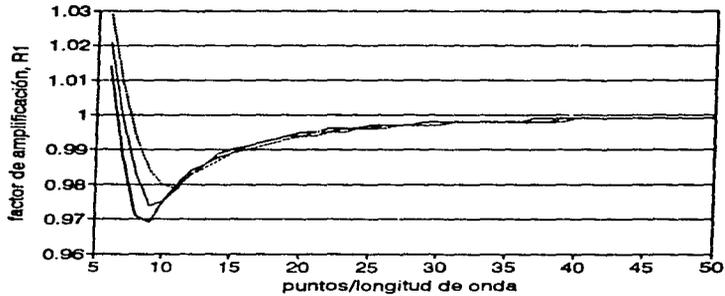


—  $w_s = 0$  m/s,  $Dr = 0$     - -  $w_s = .1$  m/s,  $Dr = .035$     ···  $w_s = .2$  m/s,  $Dr = .07$

Lámina 3.3 Análisis de estabilidad, 3

## Retrato de amplificación

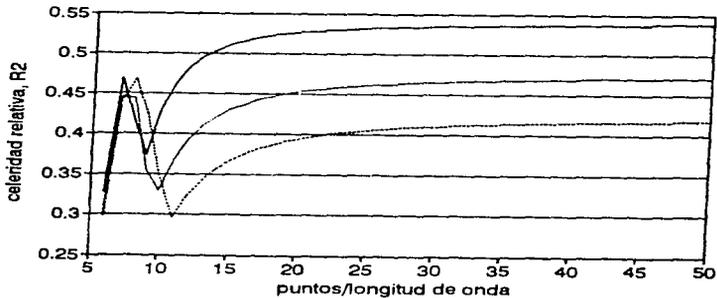
$Cr=.0825$ ,  $Fr=.2$ ,  $u=.2m/s$



—  $w_s=0m/s, Dr=0$     - - -  $w_s=.01m/s, Dr=.01$     ···  $w_s=.2m/s, Dr=.02$

## Retrato de fase

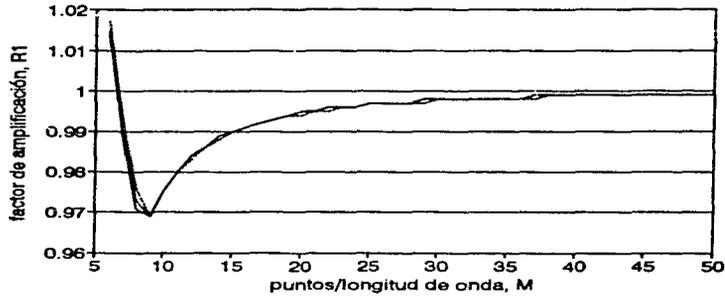
$Cr=.0825$ ,  $Fr=.2$ ,  $u=.2m/s$



—  $w_s=0m/s, Dr=0$     - - -  $w_s=.01m/s, Dr=.01$     ···  $w_s=.2m/s, Dr=.02$

## Retrato de amplificación

$Cr = .0825$ ,  $Fr = .2$ ,  $u = 1$  m/s



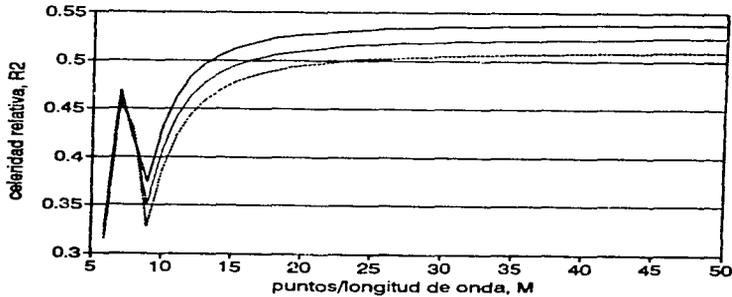
ws=0m/s, Dr=0

ws=.1m/s, Dr=.003

ws=.2m/s, Dr=.005

## Retrato de fase

$Cr = .0825$ ,  $Fr = .2$ ,  $u = 1$  m/s



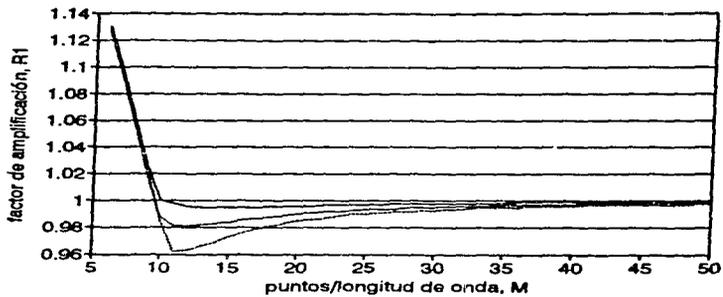
ws=0m/s, Dr=0

ws=.1m/s, Dr=.003

ws=.2m/s, Dr=.005

## Retrato de amplificación

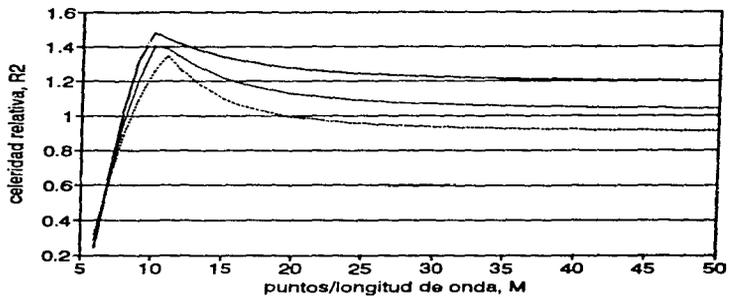
$Cr = .165$ ,  $Fr = .2$ ,  $u = 1\text{m/s}$



—  $w_s = 0\text{m/s}, Dr = 0$     - -  $w_s = .5\text{m/s}, Dr = .02$     ···  $w_s = 1\text{m/s}, Dr = .04$

## Retrato de fase

$Cr = .165$ ,  $Fr = .2$ ,  $u = 1\text{m/s}$



—  $w_s = 0\text{m/s}, Dr = 0$     - -  $w_s = .5\text{m/s}, Dr = .02$     ···  $w_s = 1\text{m/s}, Dr = .04$

# RIEGO CONTINUO EN SURCOS

Suelo franco-arcilloso

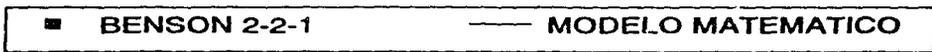
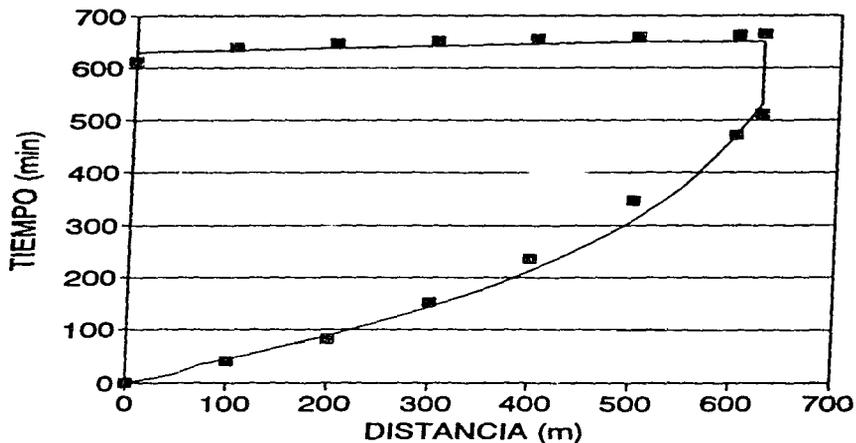
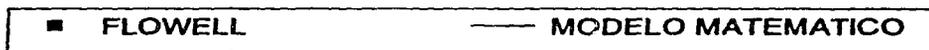
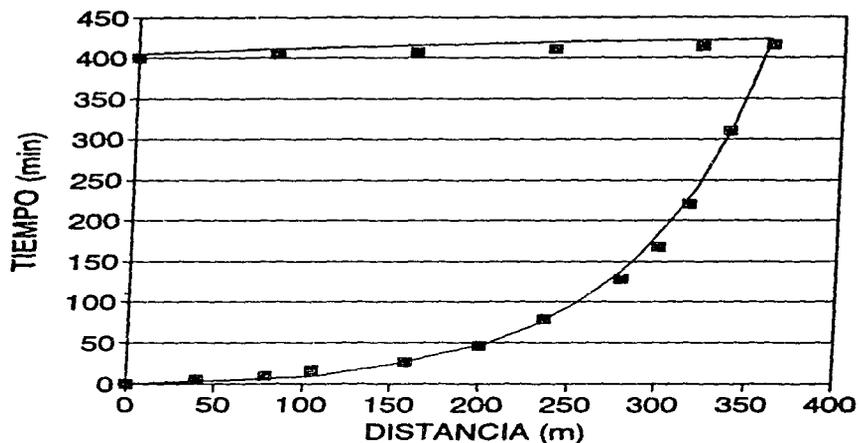


Lámina 3.7 Riego continuo, 1

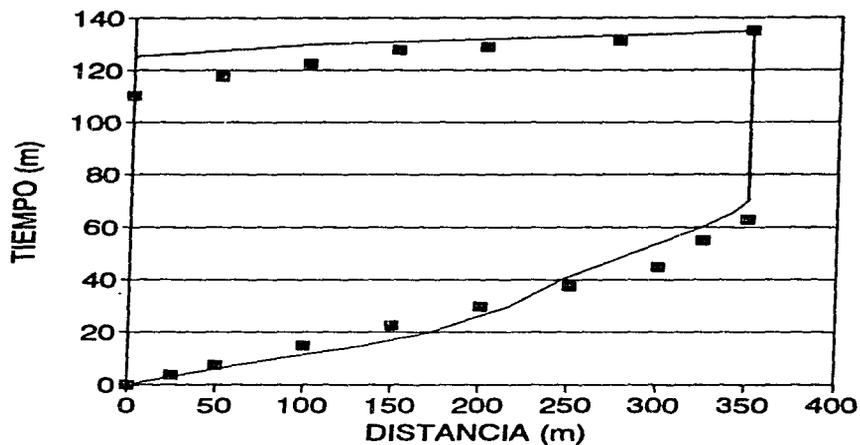
# RIEGO CONTINUO EN SURCOS

Suelo franco-arenoso



# RIEGO CONTINUO EN SURCOS

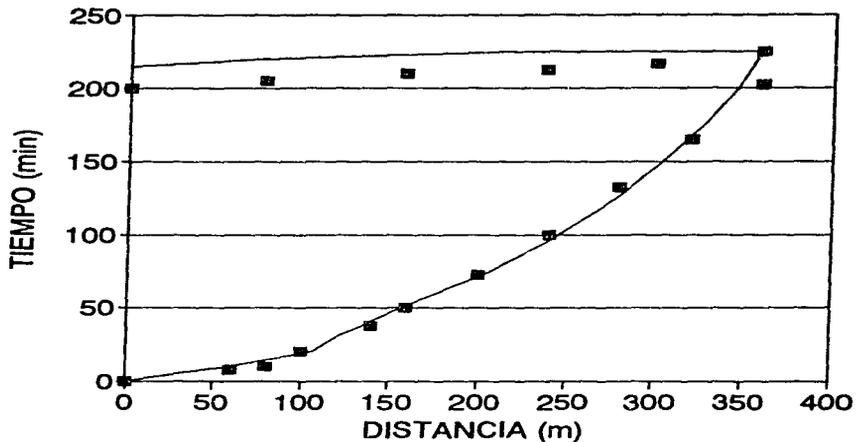
Suelo limo-arenoso



■ PRINTZ 3-2-3      — MODELO MATEMATICO

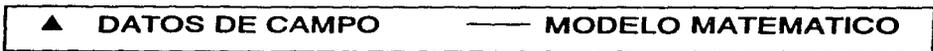
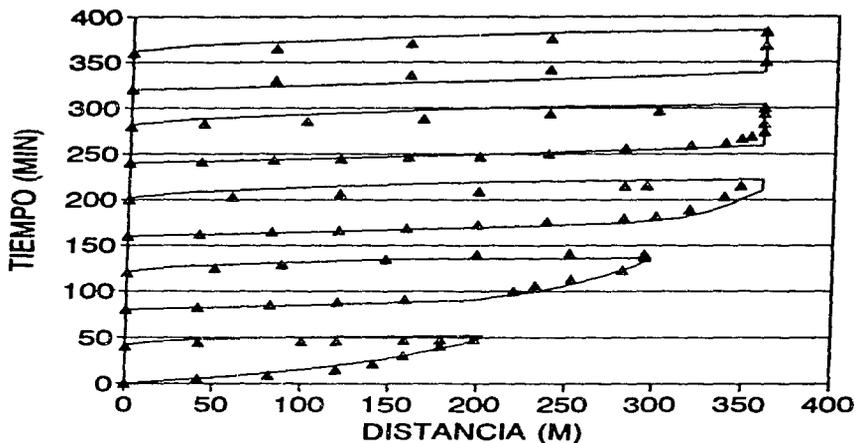
# RIEGO CONTINUO EN SURCOS

Suelo limo-arcilloso

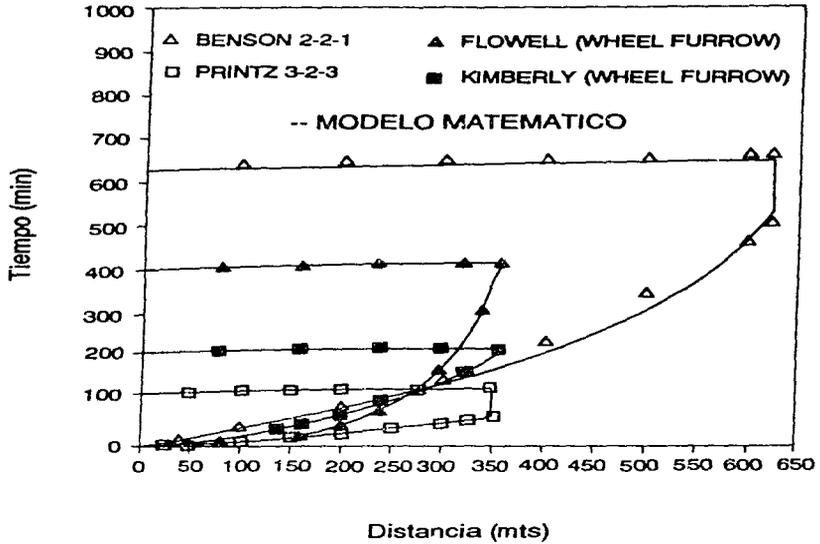


# RIEGO INTERMITENTE

## Suelo franco-arenoso



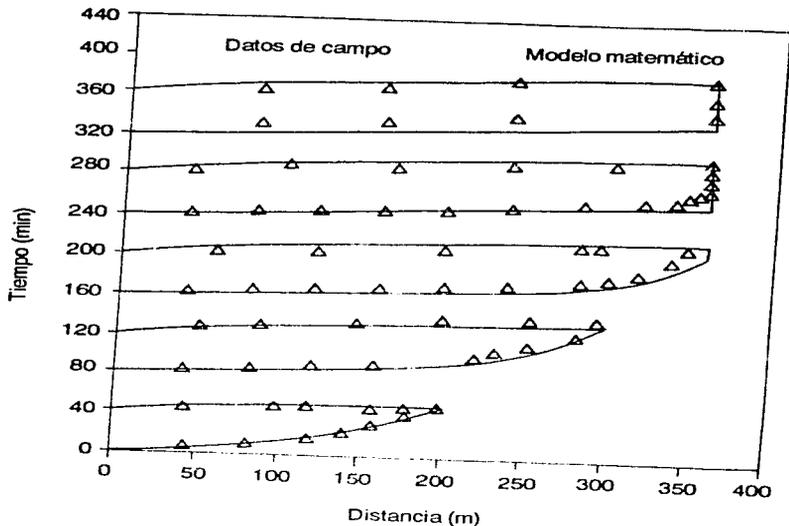
## IRIEGO CONTINUO EN SURCOS



DATOS / NOMBRE	Flowell	Kimberly	Benson	Printz
Gasto (l/s)	2	1.5	1.14	3.49
Pendiente	0.008	0.0104	0.0044	0.0025
Longitud (m)	360	360	625	350
Manning, n	0.04	0.04	0.02	0.02
Parámetros sección potencial				
$f_1$	0.3269	0.6644	0.58	0.615
$f_2$	2.734	2.8787	2.91	2.924
$\sigma_1$	0.782	0.962	1.05	1.07
$\sigma_2$	0.536	0.6046	0.66	0.7
Parámetros ecua. Kostikov				
$k$ ( $m^2 / min^n$ )	0.0028	0.00894	0.018	0.01249
$a$	0.534	0.212	0.02	0.024
$f_0$ ( $m^2 / min$ )	0.00022	0.00017	0.0001	0.000491
Tiempo riego (min)	400	200	613	110
Separación entre surcos (m)	1.0	1.0	1.0	1.0

Lámina 3.12 Información para simulación

## Riego Intermitente

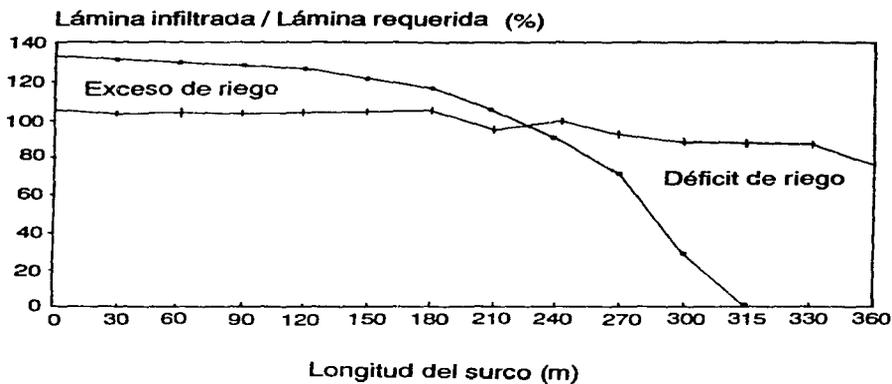


DATOS / NOMBRE	Flowell furrow
Gasto (l/s)	2
Pendiente	.008
Longitud (m)	360
Manning, n	.04
Parámetros sección potencial	
$f_1$	
$f_2$	.3269
$\sigma_1$	2.734
$\sigma_2$	.782
Parámetros ecua. kostakov surco seco	.536
$k$ ( $m^2 / min^a$ )	
$a$	.0028
$f_0$ ( $m^2 / min$ )	.534
Parámetros ecua. kostakov surco húmedo	.00022
$k'$ ( $m^2 / min^a$ )	
$a'$	.00459
$f_0'$ ( $m^2 / min$ )	.356
Tiempo on (min)	.00018
Relación de ciclo	40
Número de impulsos	5
Separación entre surcos	5
	1 m

Lámina 3.12 Segunda parte de la 3.12

## EFICIENCIA DE RIEGO

Flowell wheel furrow



—●— Riego continuo

—+— Riego intermitente

$Q = 2 \text{ l/s}$

Tiempo efectivo de riego 210 minutos

Tiempo on = 40 min

Lámina 3.13 Eficiencia de distribución

# RIEGO INTERMITENTE (ZACATECAS)

$Q=2.5$  l/s,  $S_o=.004$ ,  $n=.03$ ,  $t_{on}=30$  min

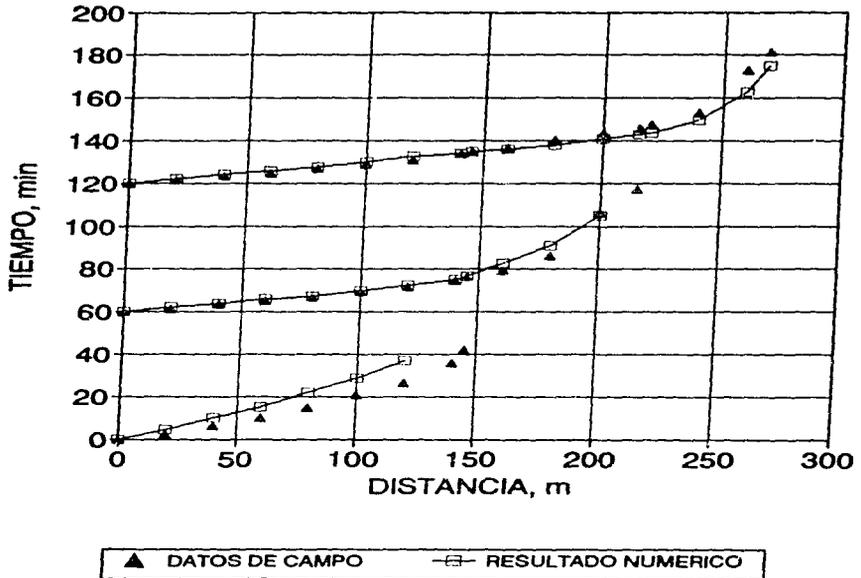


Lámina 3.14 Riego intermitente en Zacatecas

**Ea vs Lr**  
para diferentes T on (q=2 l/s)

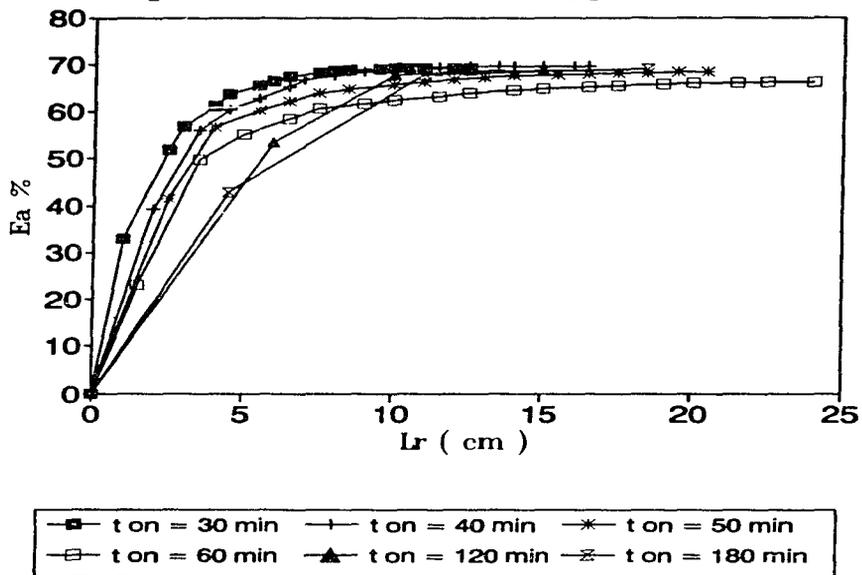


Lámina 3.15 Efecto del tiempo de descarga en la eficiencia de aplicación (Q=21ps)

Ed vs Lr  
para diferentes T on (q=2 l/s)

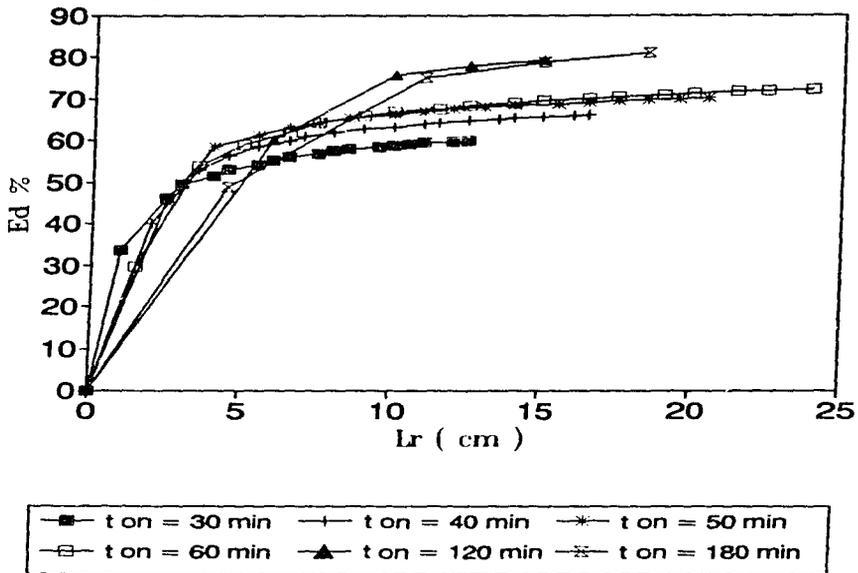


Lámina 3.16 Efecto del tiempo de descarga en la eficiencia de distribución (Q=2lps)

Ea vs Lr  
para diferentes T on ( $q = 2.5 \text{ l/s}$ )

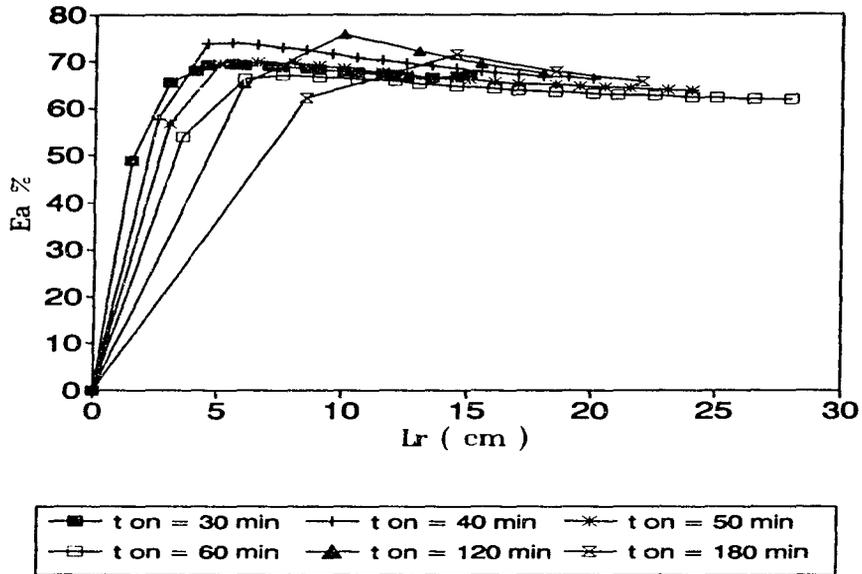


Lámina 3.17 Efecto del tiempo de descarga en la eficiencia de aplicación ( $Q=2.5 \text{ lps}$ )

Ed vs Lr  
para diferentes T on (q=2.5 l/s)

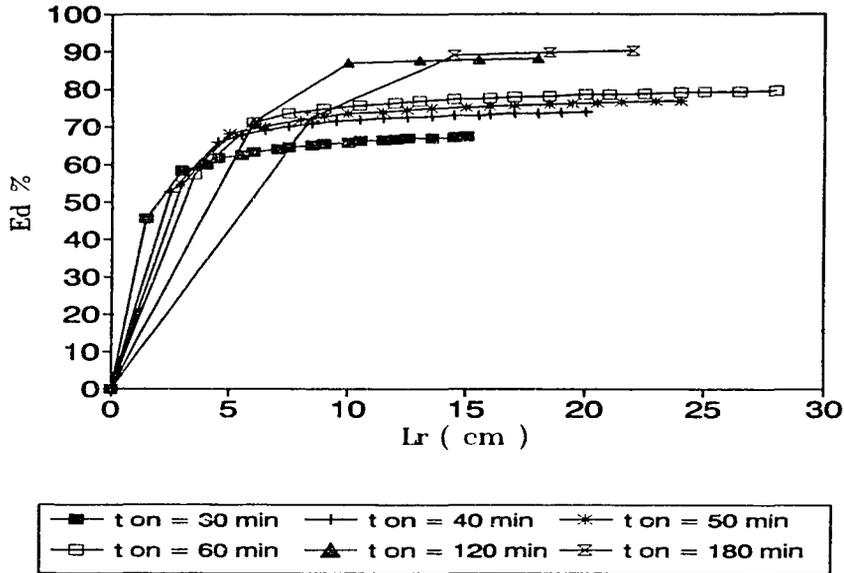


Lámina 3.18 Efecto del tiempo de descarga en la eficiencia de distribución (Q=2.5lps)

## Ea vs Lr Para diferentes rugosidades

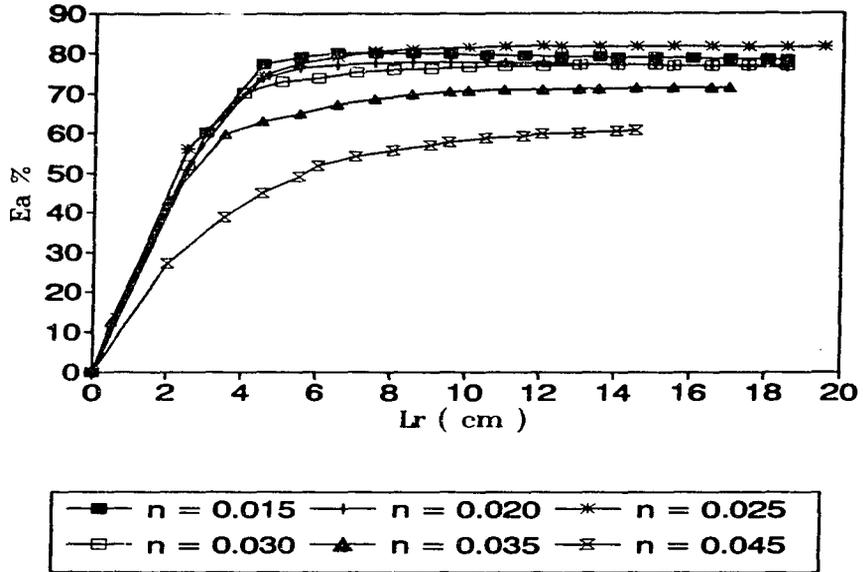


Lámina 3.19 Efecto de la rugosidad en la eficiencia de aplicación

### Ed vs Lr Para diferentes rugosidades

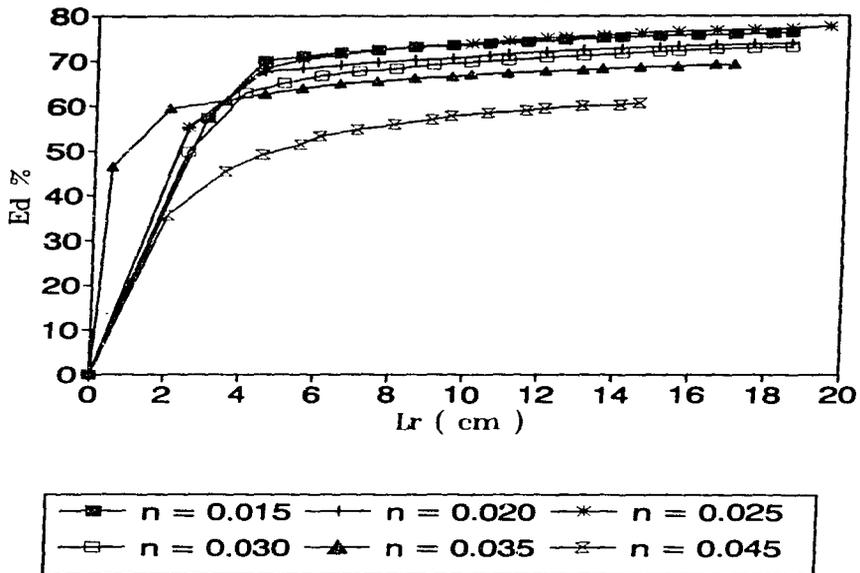


Lámina 3.20 Efecto de la rugosidad en la eficiencia de distribución

## Ea vs Lr Para diferentes pendientes

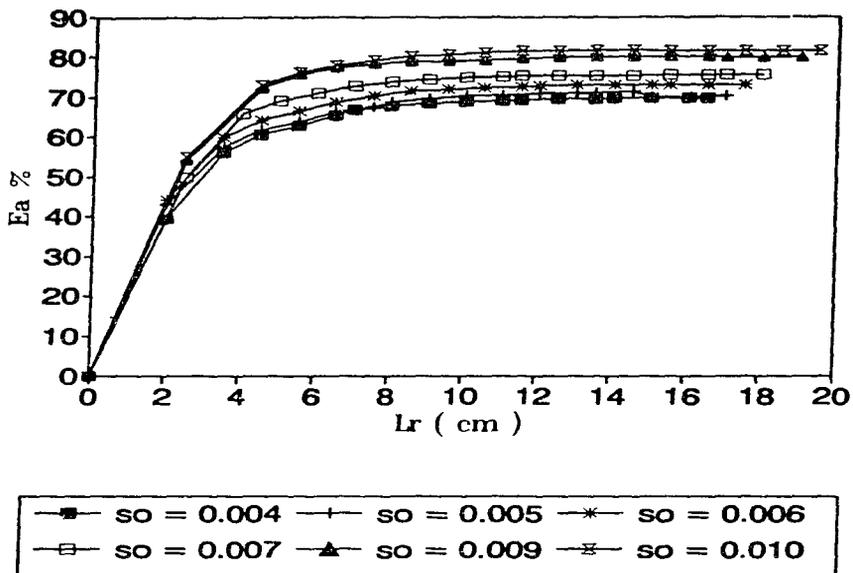


Lámina 3.21 Efecto de la pendiente en la eficiencia de aplicación

## Ed vs Lr Para diferentes pendientes

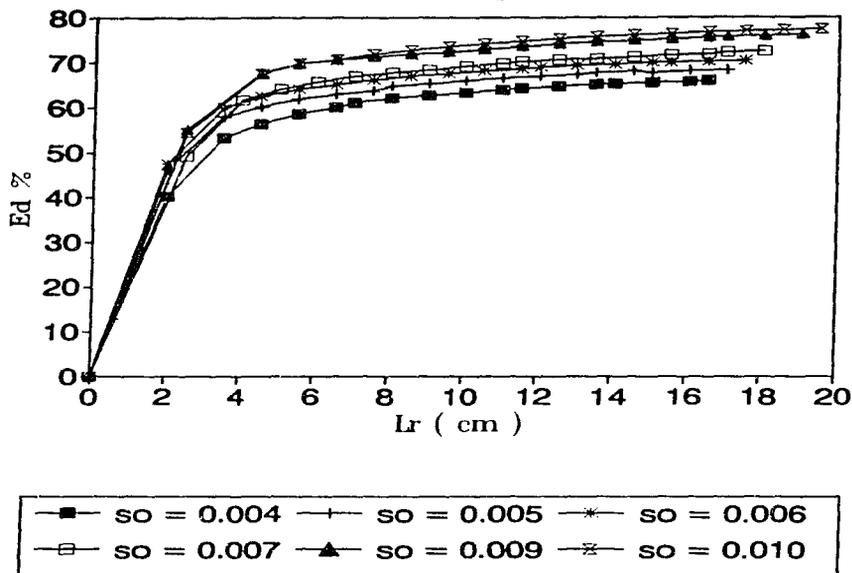
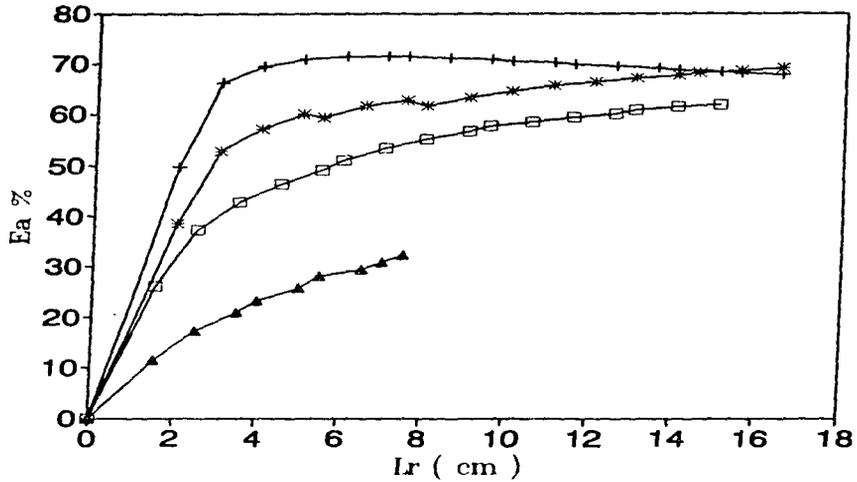


Lámina 3.22 Efecto de la pendiente en la eficiencia de distribución

### Ea vs Lr Para diferentes valores de fo



—+— fo = 0.0001    —\*— fo = 0.0002    —□— fo = 0.0002    —▲— fo = 0.0003

Lámina 3.23 Efecto de la capacidad de infiltración en la eficiencia de aplicación

### Ed vs Lr Para diferentes valores de fo

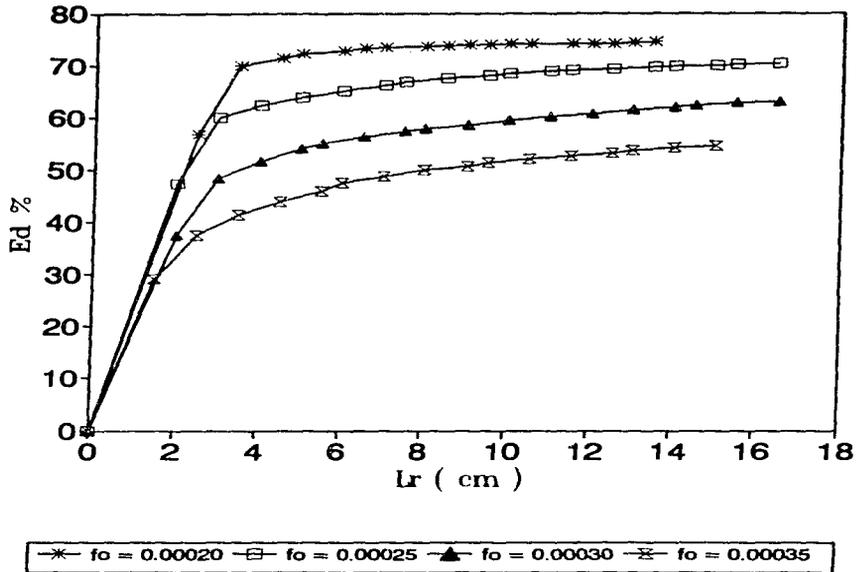
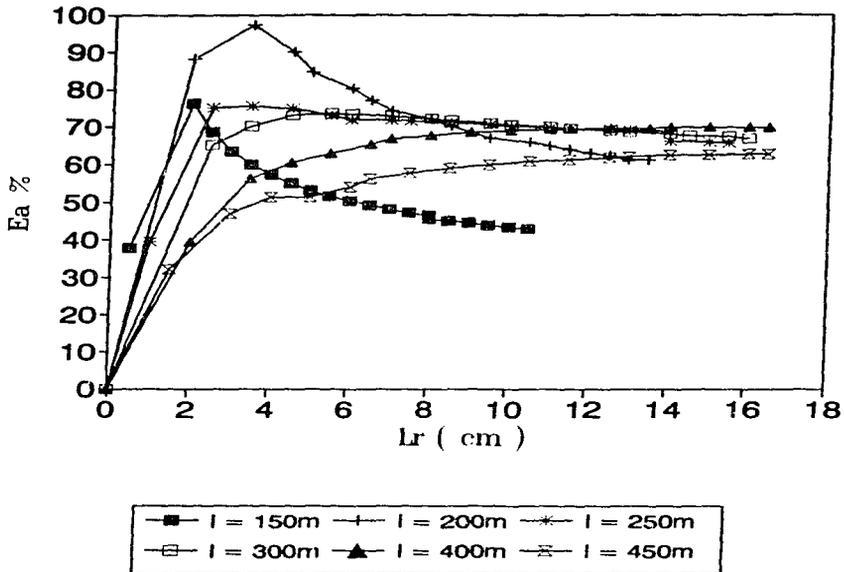


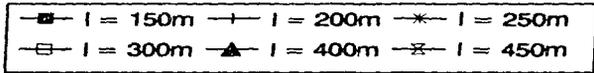
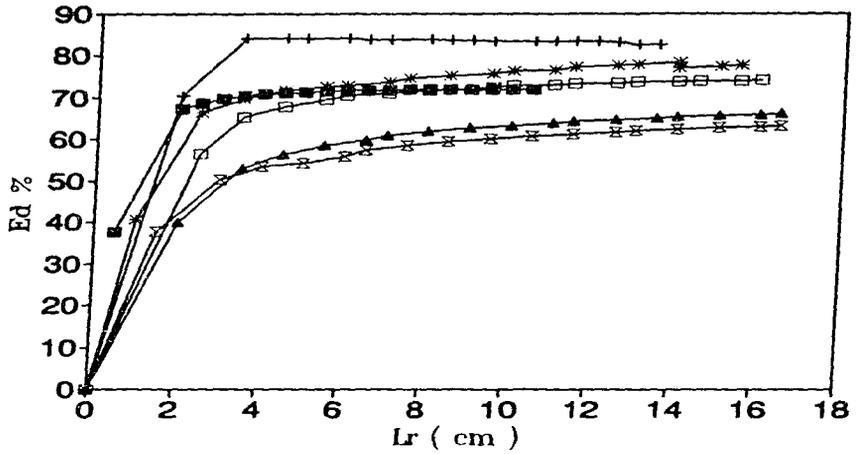
Lámina 3.24 Efecto de la capacidad de infiltración en la eficiencia de distribución

## Ea vs Lr para diferentes longitudes



• Lámina 3.25 Efecto de la longitud en la eficiencia de aplicación

### Ed vs Lr para diferentes longitudes



„Lámina 3.26 Efecto de la longitud en la eficiencia de distribución

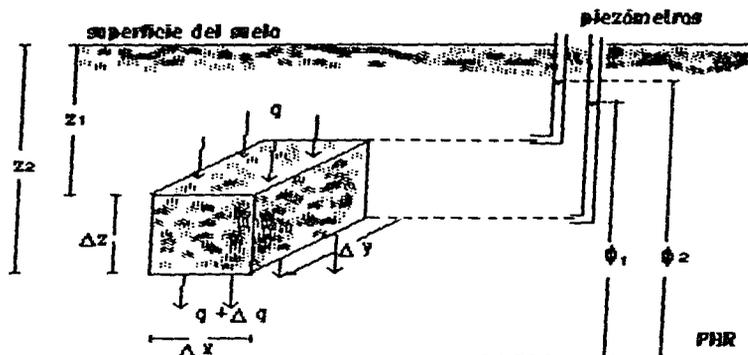


Lámina 4.1 Elemento de suelo

## Tensión capilar vs Contenido de humedad

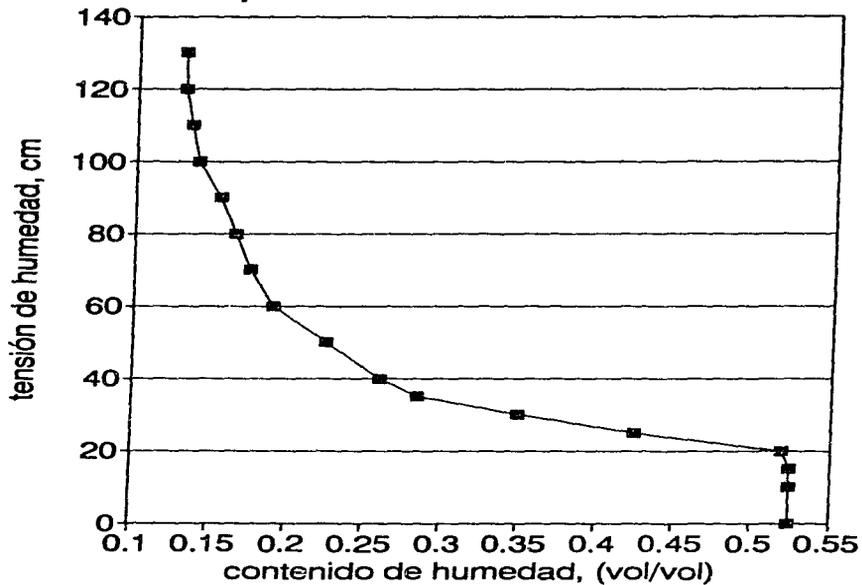


Lámina 4.2 Potencial capilar vs contenido de humedad

## Contenido de humedad vs Conductividad

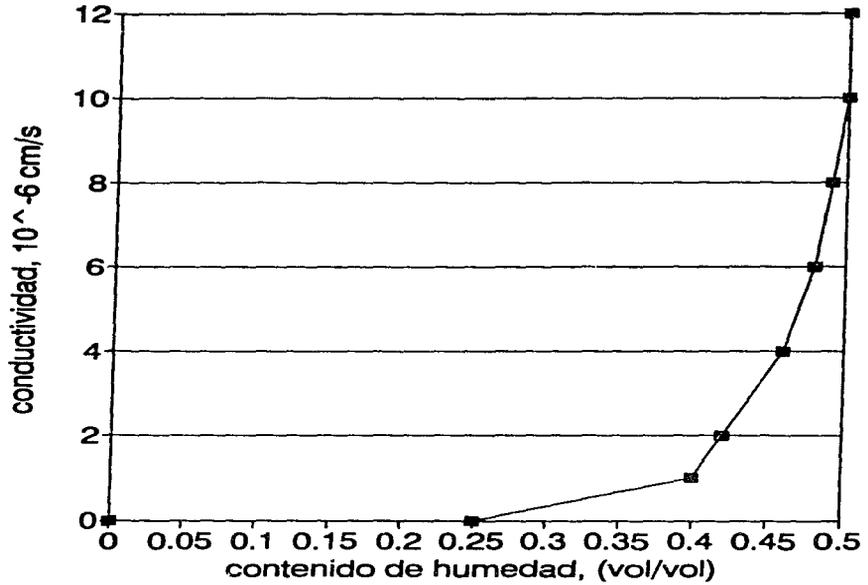


Lámina 4.3 Conductividad hidráulica vs contenido de humedad

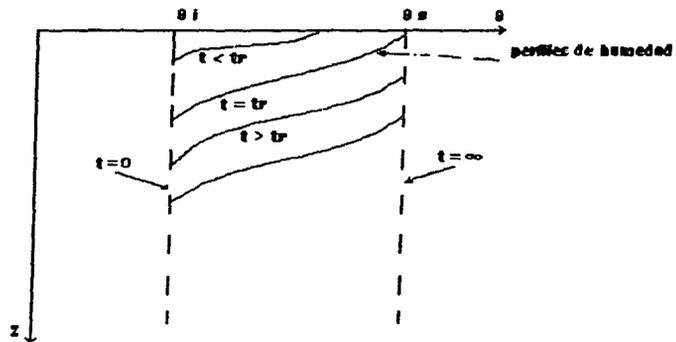


Lámina 4.4 Avance del frente húmedo

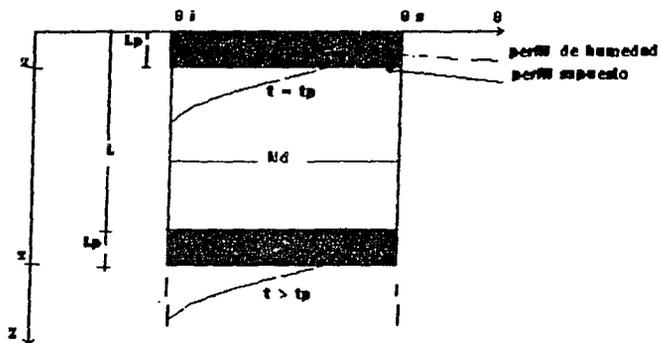


Lámina 4.5 Avance bajo el concepto de potencial en el frente húmedo

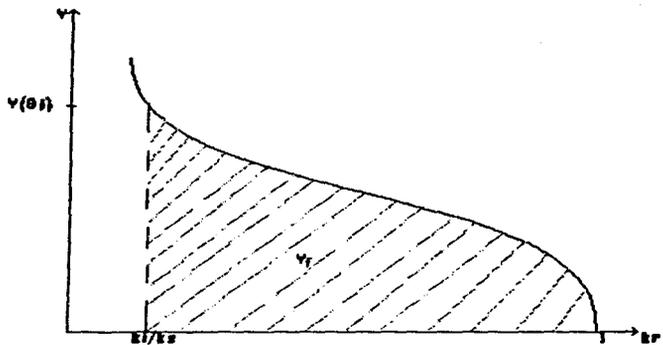


Lámina 4.6 Relación entre potencial capilar y conductividad relativa

## Solución adimensional de la ecuación de Green y Ampt

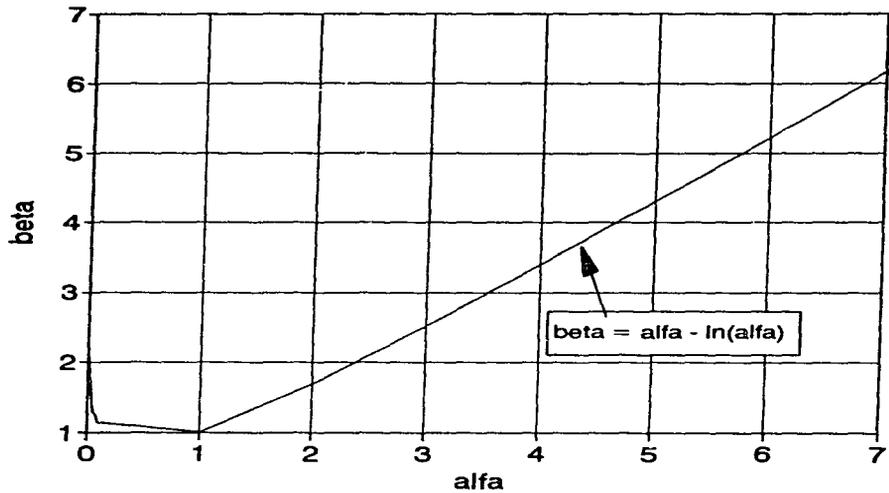


Lámina 4.7 Solución adimensional de la ecuación de Green-Ampt

## Succión capilar vs Contenido de humedad Para diferentes tipos de suelo

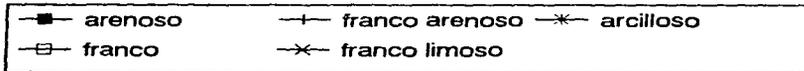
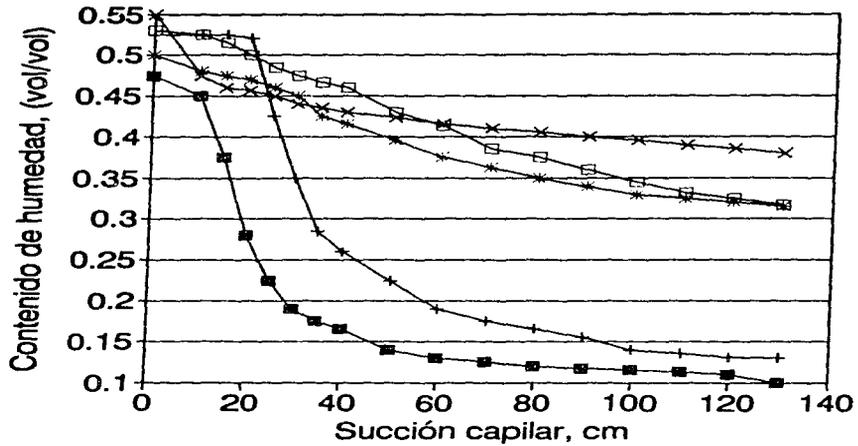


Lámina 4.8a Relación entre succión capilar y contenido de humedad

## Succión capilar-Conductividad relativa Para diferentes tipos de suelo

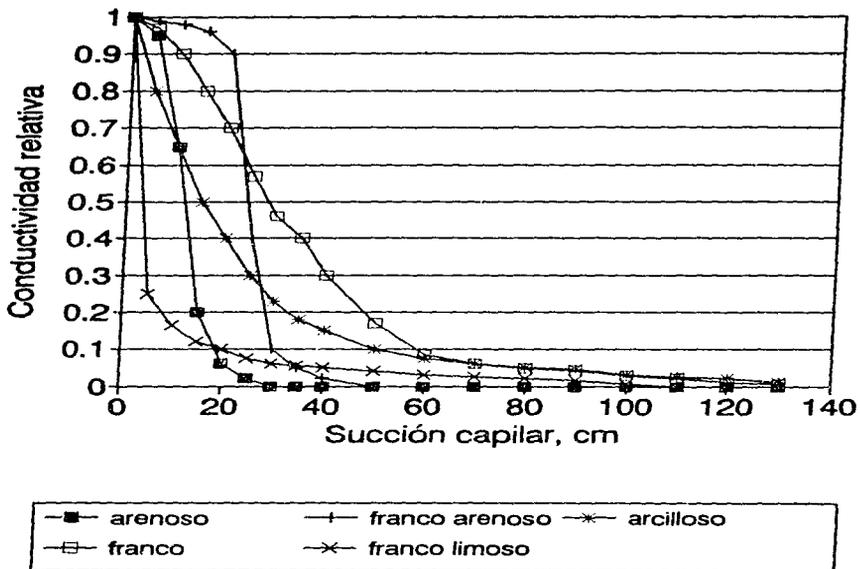


Lámina 4.8b Relación de la conductividad relativa y la succión capilar

# Datos experimentales

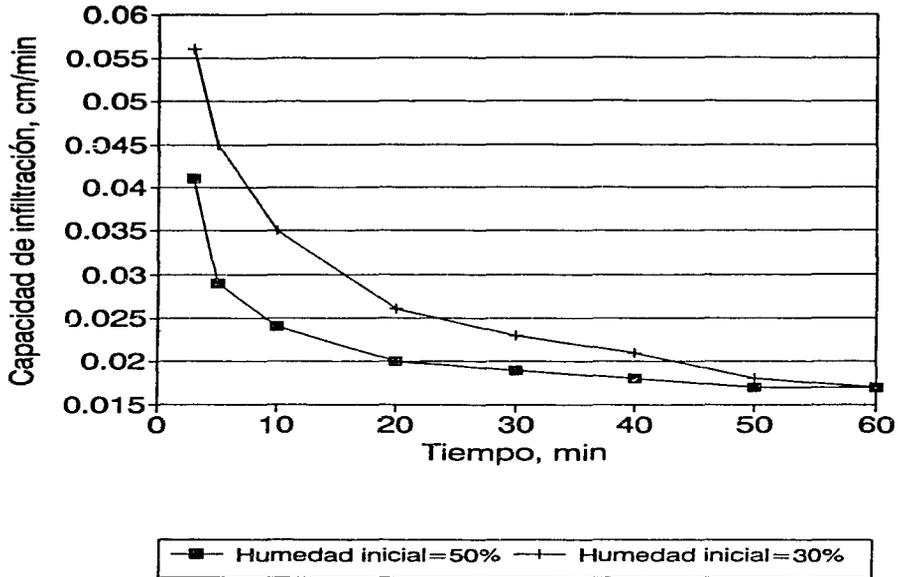


Lámina 4.9 Datos de infiltración

# Datos medidos vs calculados

Contenido de humedad inicial 30%

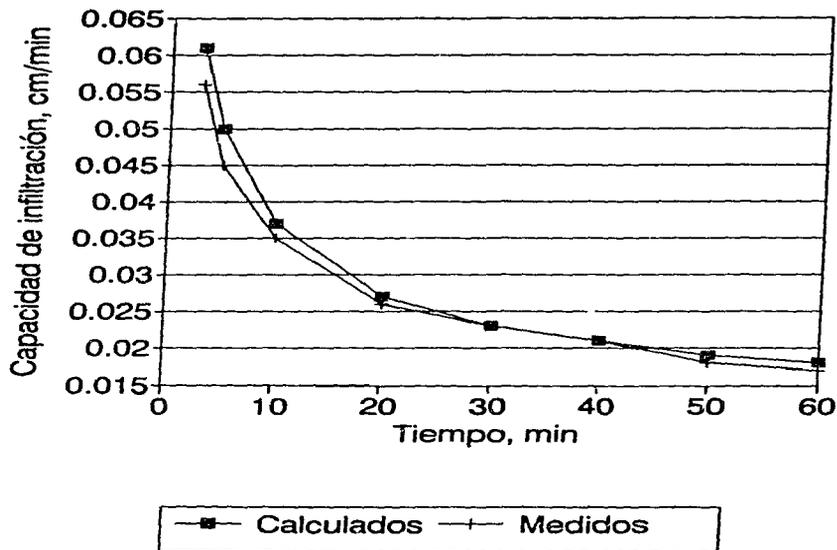


Lámina 4.10 Infiltración medida vs calculada

## Tensión de humedad para riego Para diferentes tipos de suelo

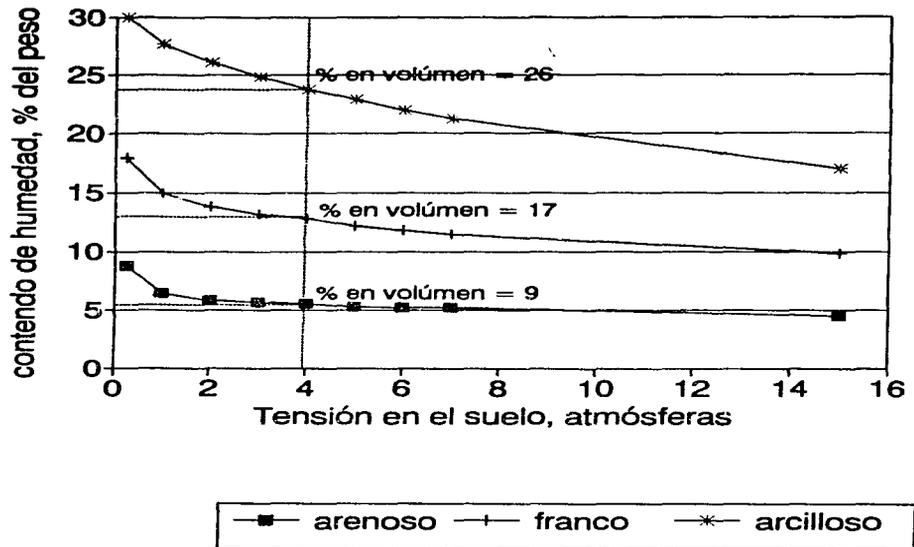


Lámina 4.11 Criterio de tensión de humedad para riego

**TENSION DE HUMEDAD A LA QUE SE RECOMIENDA APLICAR EL RIEGO PARA CONSEGUIR EL DESARROLLO OPTIMO DE LOS CULTIVOS EN SUELOS PROFUNDOS, BIEN DRENADOS Y CON FERTILIZACION ADECUADA**

<u>CULTIVO</u>	<u>TENSION DE HUMEDAD</u> (bares)
Alfalfa	1.5
Alfalfa para semilla (prefloración)	2.00
Alfalfa para semilla (floración)	4.00 - 8.00
Alfalfa para semilla (maduración)	8.00 - 15.0
Apio	0.20 - 0.30
Aguacate	0.5
Brocoli	0.45 - 0.55
Brocoli (despues de formado el cogollo)	0.60 - 0.70
Caña de azucar	0.25 - 0.30
Cebolla	0.45 - 0.55
Cebolla (engrosamiento del bulbo)	0.55 - 0.65
Cereales de invierno	8.00 - 12.0
Coliflor	0.60 - 0.70
Fresa	0.20 - 0.30
Frutales de hoja caduca	0.50 - 0.80
Guisantes	0.30 - 0.50
Judias	0.75 - 2.00
Lechuga	0.40 - 0.60
Limonero	0.40
Maíz	0.50
Maíz maduración	8.00 - 12.0
Melón cantaloupe	0.35 - 0.40
Naranja	0.20 - 1.00
Patatas	0.30 - 0.50
Platanero	0.30 - 1.50
Pradera	0.30 - 1.00
Remolacha	0.40 - 0.60
Repollo	0.60 - 0.70
Tabaco	0.30 - 0.80
Tomate	0.80 - 1.50
Uvas	0.40 - 0.50
Uvas maduración	1.00
Zanahoria	0.55 - 0.65

Estos datos están basados en la medida de la tensión de humedad a la profundidad en la que la actividad radicular es máxima.

Cuando figuran dos valores, el menor debe utilizarse cuando la demanda de evapotranspiración es alta y el mayor cuando es baja. Con evapotranspiración intermedia deben emplearse valores medios.

## Velocidad de infiltración Para diferentes tipos de suelo

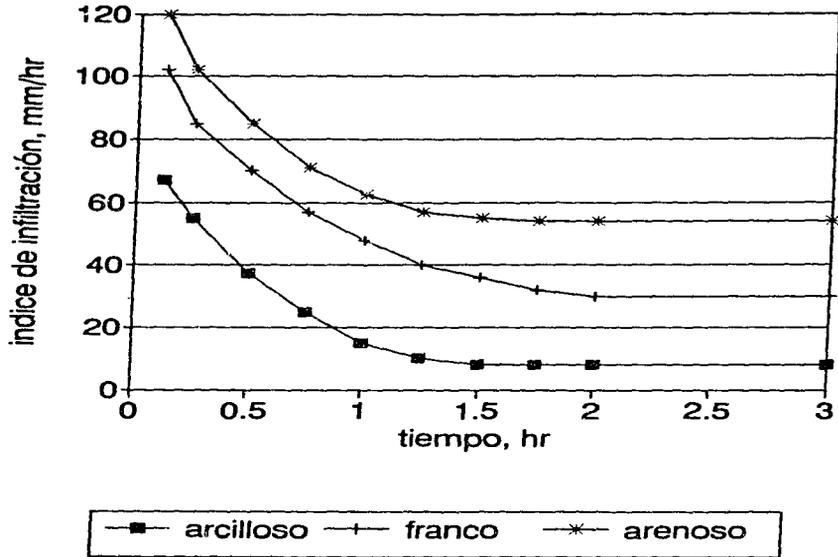


Lámina 4.13 Velocidad de infiltración básica

## Estimación de velocidad de infiltración en función de la textura del suelo

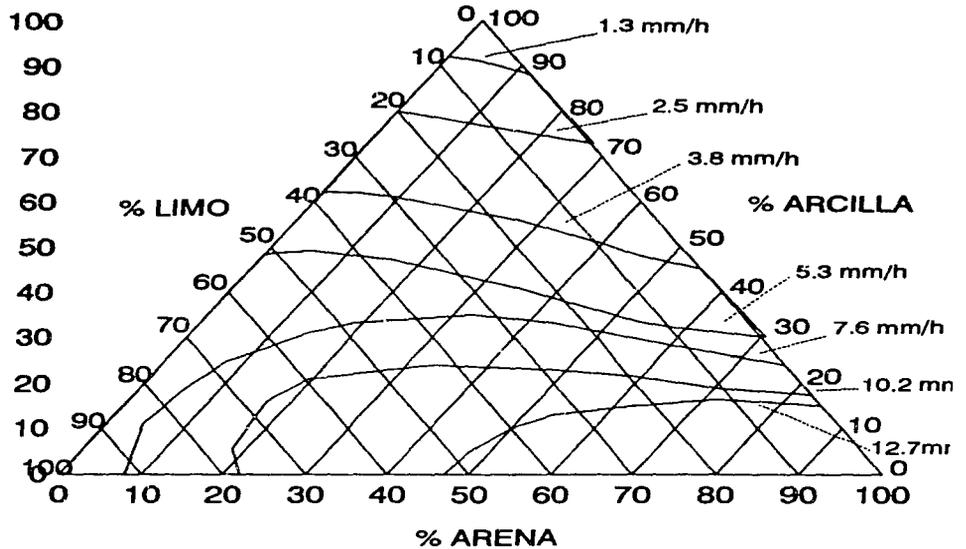


Lámina 4.14 Texturas vs velocidad de infiltración básica

**PROFUNDIDADES QUE ALCANZA LA PARTE PRINCIPAL DEL SISTEMA RADICULAR  
DE LAS PLANTAS EN PLENO DESARROLLO  
CONDICIONES MEDIAS  
(dm)**

<u>FRUTALES</u>	<u>PLANTAS INDUSTRIALES</u>	<u>HORTALIZAS</u>
Agrios 6-9	Algodón 10-15	Alcachofa 10
Aguacate 6	Cacahuete 4-6	Apio 3-6
Albaricoque 9-13	Caña de azucar 4-6	Berenjena 6-10
Almendro 9-15	Cañamo 6-9	Calabazas 6-10
Cerezo 9-14	Cártamo 10-15	Cardo 6
Ciruelo 9-13	Lino 6-8	Cebolla 2-3
Higuera 12-18	Lúpulo 9-12	Col 4-6
Manzano 9-13	Olivo 12-14	Coliflor 4-6
Melocotón 6-12	Remolacha azu. 10-18	Esparragos 10-15
Nogal 18-20	Soja 6	Espinacas 4-6
Palmera dat. 14-18	Tabaco 8-10	Fresa 4-6
Peral 9-13		Guisante 6
Vifedo 9-12		Judias verdes 3-5
		Lechuga 2-3
		Pepino 6-10
		Pimientos 4-5
		Puerros 2-3
		Rábanos 2-3
		Remolacha mesa 6-10
		Tomate 10-12
		Zanahoria 6-10
<u>CEREALES Y PIENSOS</u>	<u>PRADERAS Y FORRAJES</u>	<u>VARIOS</u>
Arroz 3-4	Alfalfa 8-15	Batata 9-12
Avena 8-10	Pastizal de gramíneas 3-6	Judias grano 6-10
Cebada 8-10	Pastizal de leguminosas 6-8	Melón 7-10
Centeno 9-10	Trebol rojo 8-12	Nabó 6
Haba 6		Patatas 2-3
Maíz 9-15		Sandía 10-15
Sorgo 12-18		
Trigo 8-10		
Veza 6-7		

., Lámina 4.15 Profundidad radicular

**DESCENSO TOLERABLE DE HUMEDAD PARA DIVERSOS CULTIVOS**

<u>CULTIVO</u>	<u>Δ DE DESCENSO</u>
Alfalfa	50
Aguacate	30
Apio	15
Brécol	30
Caña de azúcar	15
Cebollas	30
Cebollas maduración	40
Coliflor	45
Fresas	10
Frutales hoja caduca	40
Guisantes de verdeo	25
Juías	50
Lechuga	35
Limonero	25
Maíz grano	40
Melón cantaloup	20
Naranja	35
Patata	40
Platanera	30
Prados	35
Remolacha	30
Repollo	35
Tabaco	25
Tomate	45
Viñedo	25
viñedo maduración	55
zanahoria	40

Lámina 4.16 Descenso tolerable de humedad

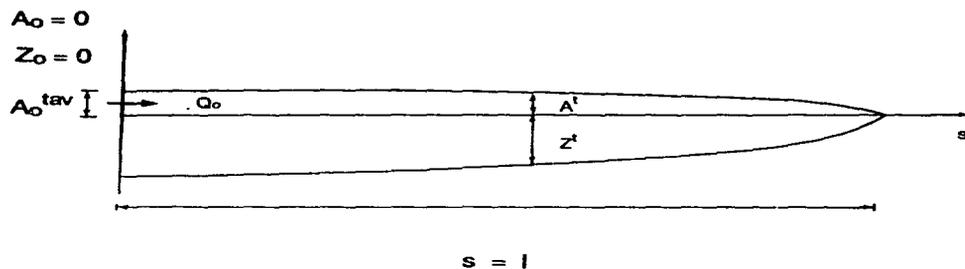


Lámina 4.17 Perfiles de flujo superficial y subsuperficial

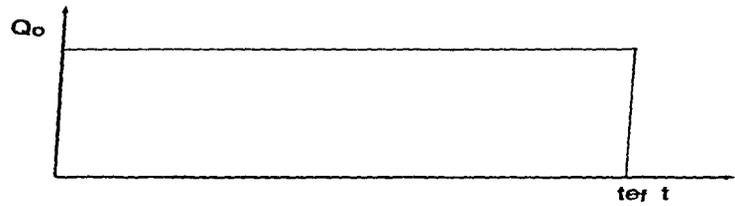


Lámina 4.18 Hidrograma de caudal suministrado

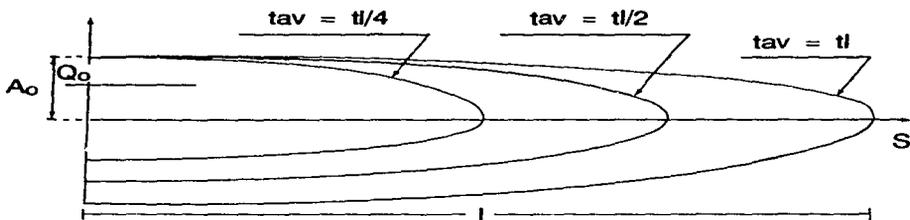


Lámina 4.19 Avance del frente de onda en diferentes tiempos

Gráfica de avance de onda  
Flowell (franco arenoso),  $Q = 2$  lps

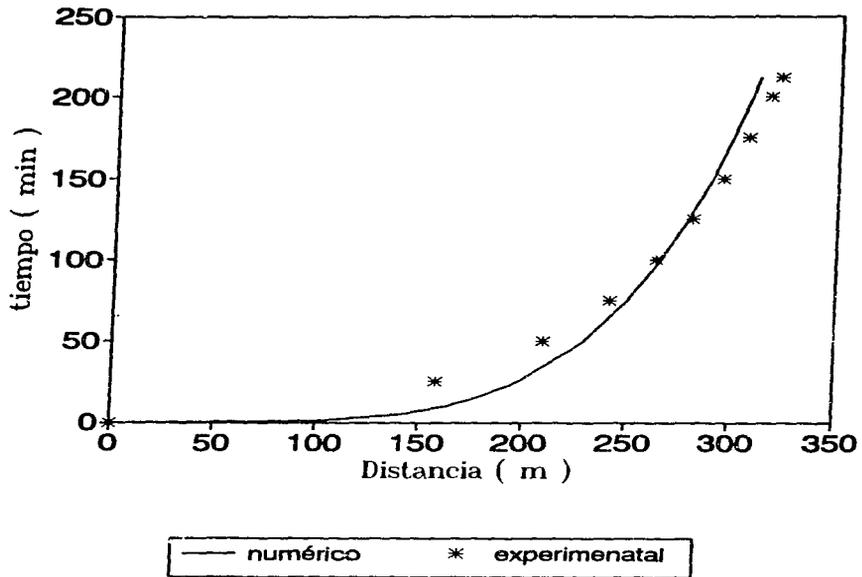


Lámina 4.20 Gráfica de avance de onda

# Infiltración acumulada ( Zacatecas L=380m )

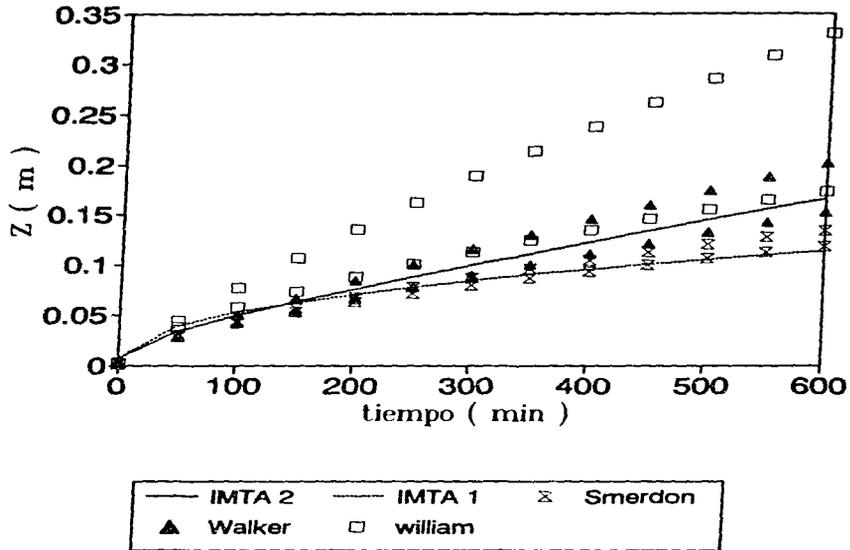


Lámina 4.21 Infiltración con diversos métodos, 1

# Infiltración acumulada ( Zacatecas L=165m )

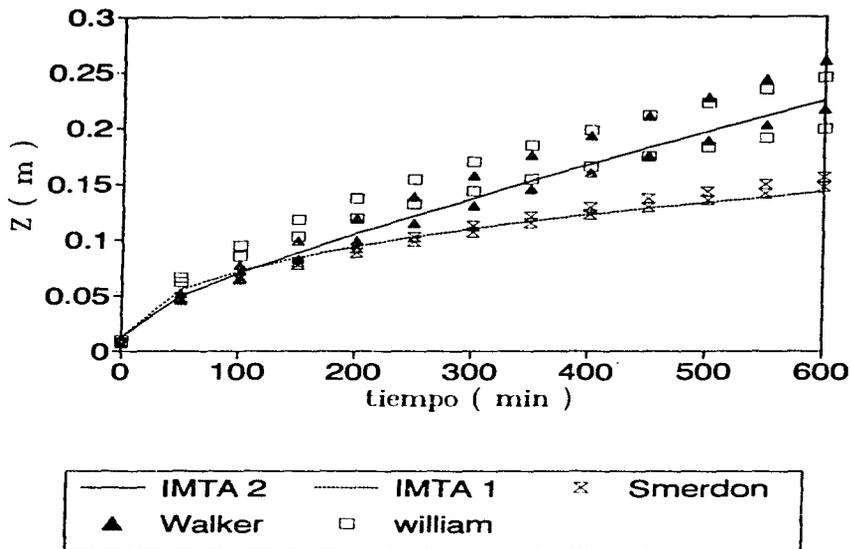


Lámina 4.22 Infiltración con diversos métodos, 2

### Gráfica de avance de onda Flowell (franco arenoso)

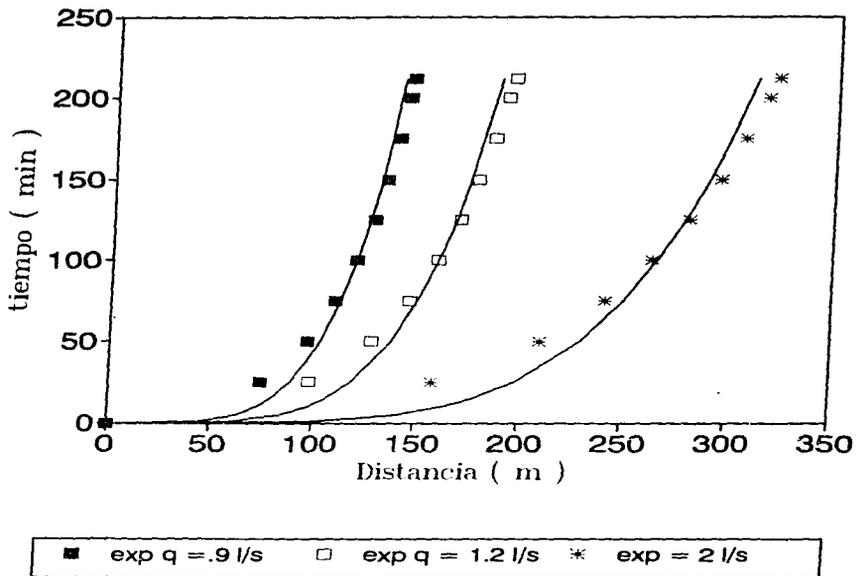
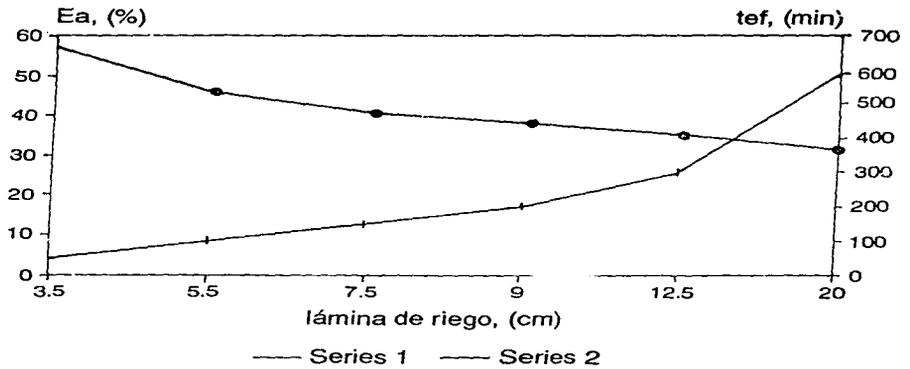


Lámina 4.23 Curvas de avance según método de balance de volúmen

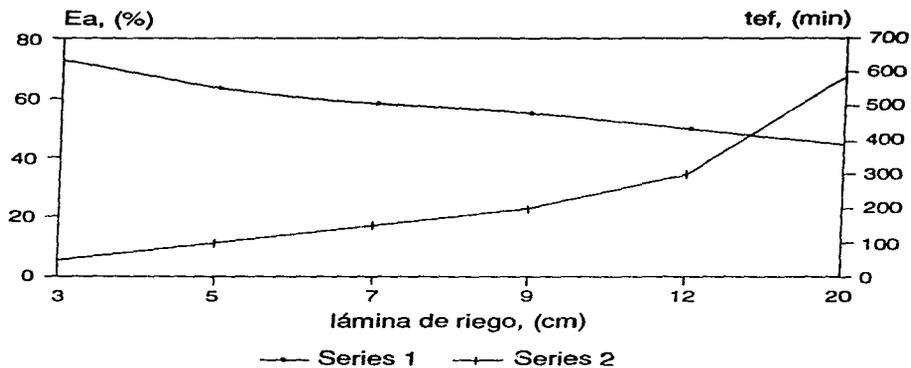
**Diseño de riego continuo**  
Flowell wheel furrow



$Q_0 = .002 \text{ m}^3/\text{s}, l = 100 \text{ m}$

Lámina 5.1 Primer ejemplo de riego continuo

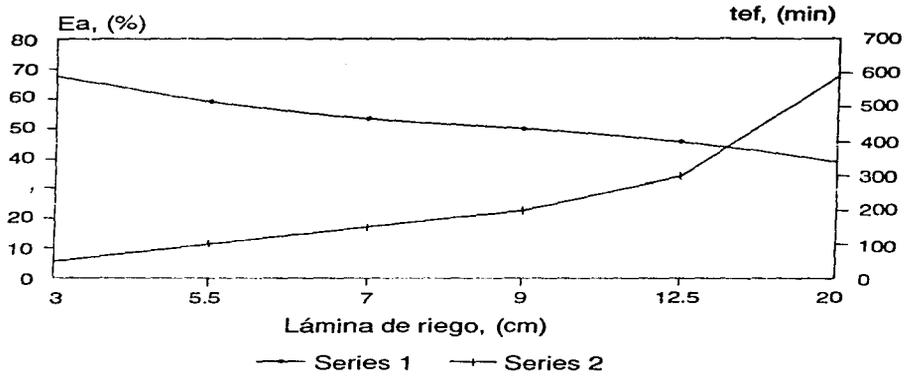
**Diseño de riego continuo**  
 Flowell wheel furrow



$Q_o = .002 \text{ m}^3/\text{s}, l = 150 \text{ m}$

Lámina 5.2 Segundo ejemplo de riego continuo

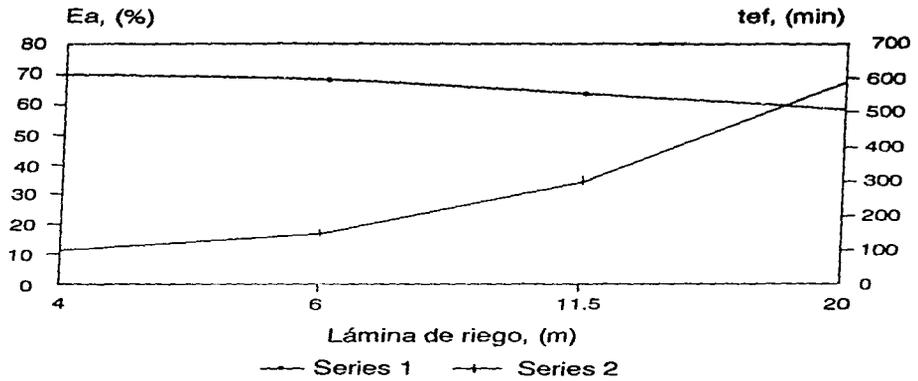
**Diseño de riego continuo**  
**Flowell wheel furrow**



$Q_0 = .0015 \text{ m}^3/\text{s}, l = 100 \text{ m}$

Lámina 5.3 Tercer ejemplo de riego continuo

**Diseño de riego continuo**  
 Flowell wheel furrow



$Q_0 = .0015 \text{ m}^3/\text{s}, l = 150 \text{ m}$

Lámina 5.4 Cuarto ejemplo de riego continuo

# Tabla Multidimensional de Diseño

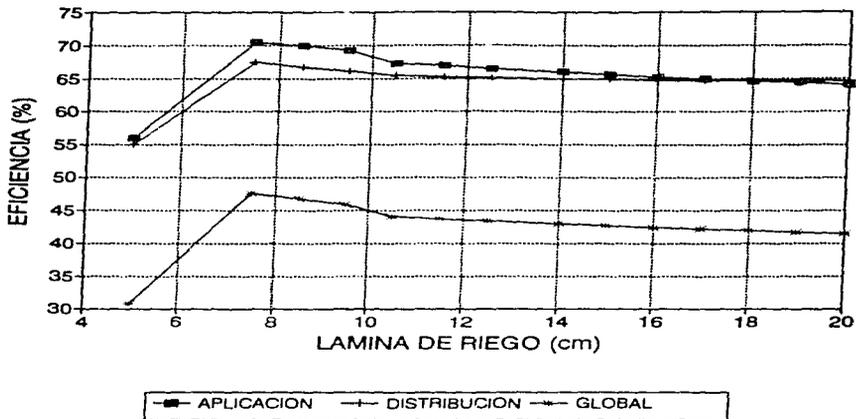
The diagram illustrates a stack of six cards, labeled V1 through V6 at the top. The top card is a 6x6 grid. The columns are labeled  $L_s(k)$ ,  $L_{s1}$ ,  $L_{s2}$ ,  $L_{s3}$ , and  $L_{s4}$ . The rows are labeled  $R_z(i)$ ,  $R_{z1}$ ,  $R_{z2}$ ,  $R_{z3}$ ,  $R_{z4}$ , and  $R_{z5}$ . A central box within the grid contains the text "(NUCLEOS DE INFORMACION i, j, k)". The grid is shown as a stack of six identical cards, with the top card being the most prominent.

$R_z(i)$	$L_s(k)$	$L_{s1}$	$L_{s2}$	$L_{s3}$	$L_{s4}$
$R_{z1}$					
$R_{z2}$					
$R_{z3}$	(NUCLEOS DE INFORMACION i, j, k)				
$R_{z4}$					
$R_{z5}$					
$R_{z6}$					

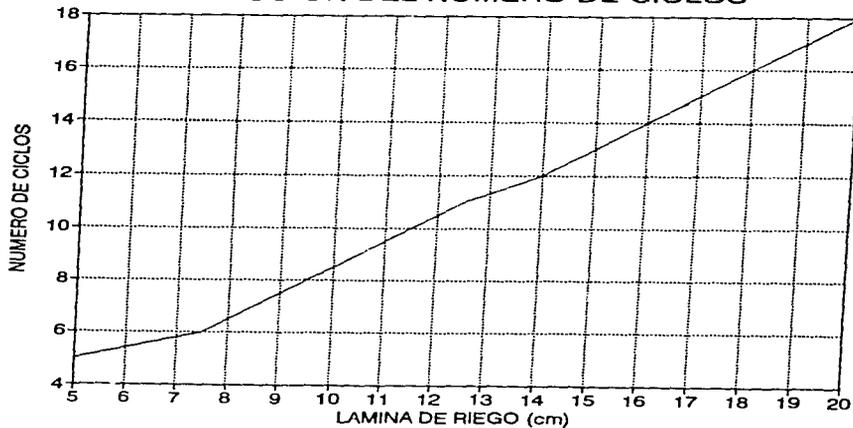
Lámina 5.5. Esquema de tarjetas para tabla multidimensional

### SUELO FRANCO ARENOSO

$t_{ori} = 55 \text{ min}$ ,  $L = 300 \text{ m}$ ,  $V = .1 \text{ m/s}$

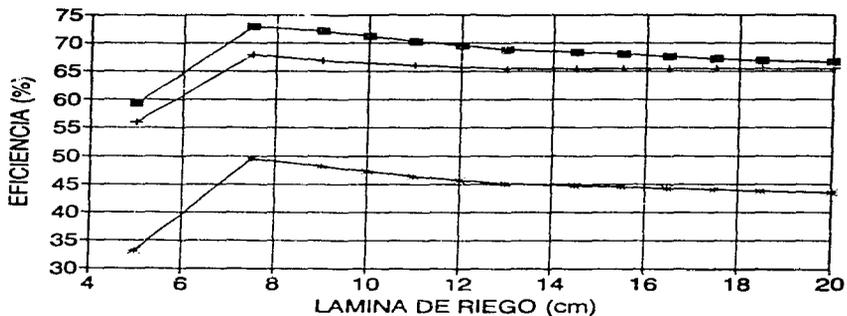


### SELECCION DEL NUMERO DE CICLOS

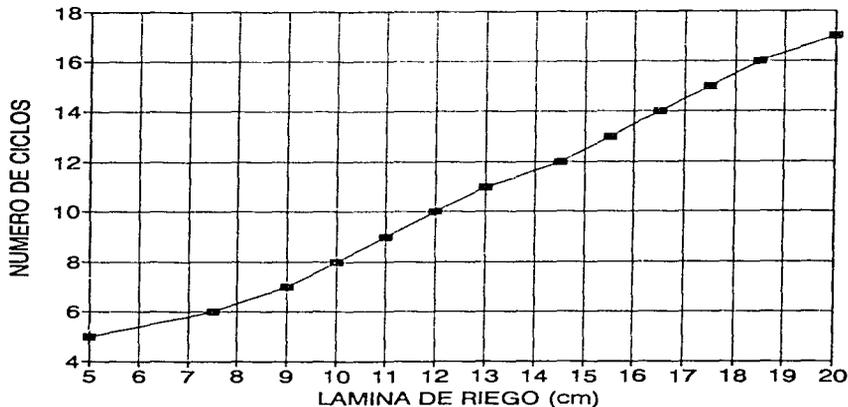


## SUELO FRANCO ARENOSO

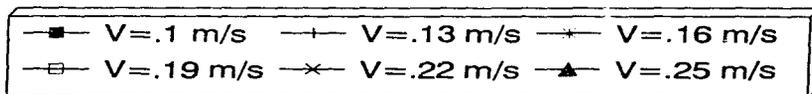
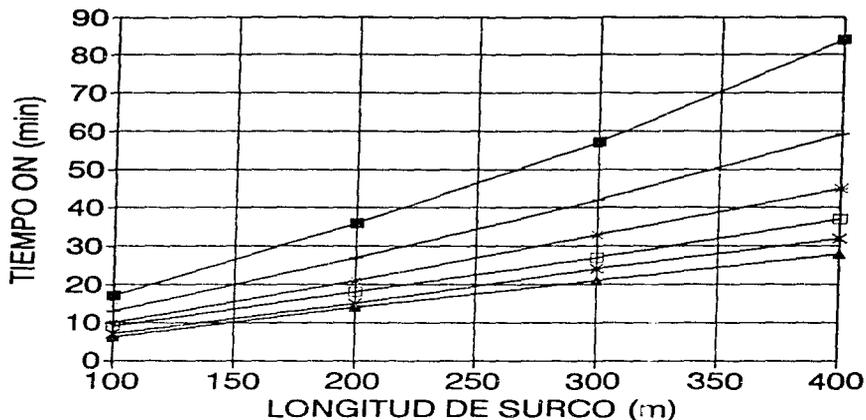
ton = 60 min, L = 400 m, V = .13 m/s



## SELECCION DEL NUMERO DE CICLOS



## DETERMINACION DEL TIEMPO ON DEPENDENCIA DE LA VELOCIDAD NORMALIZADA



## GASTO POR SURCO

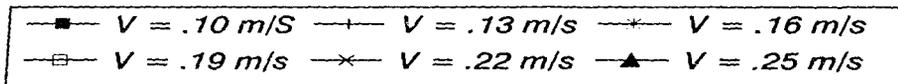
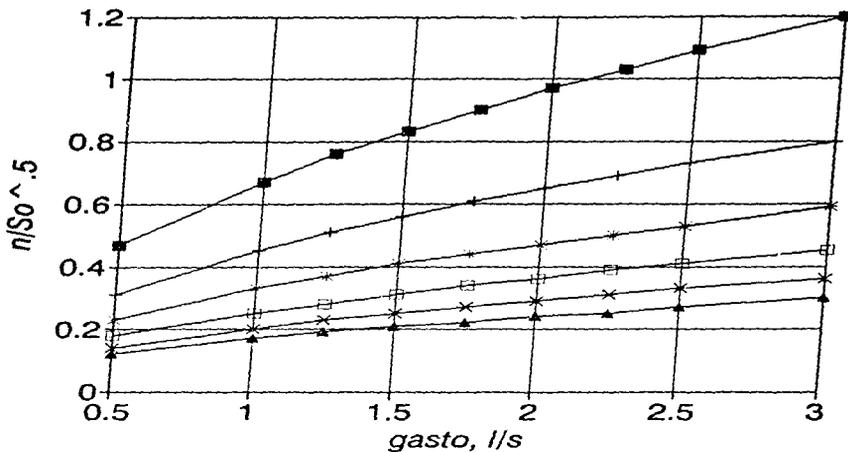
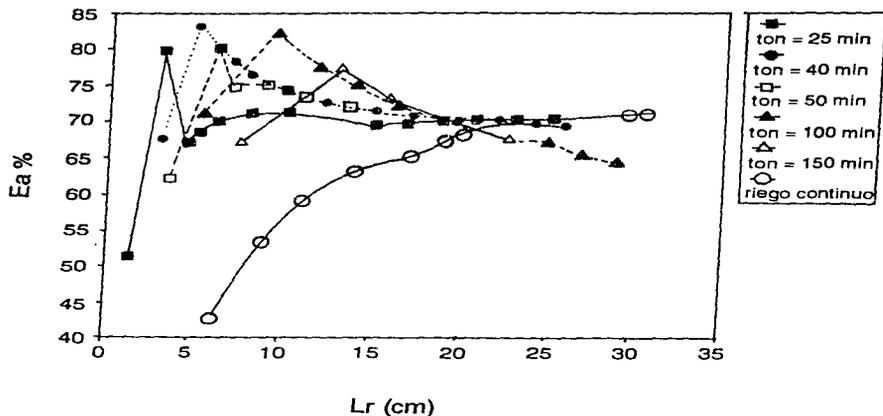


Lámina 5.9 Selección de Gastos por surco

**Gráfica eficiencia de aplicación  
contra lámina de riego  
(Flowell)**



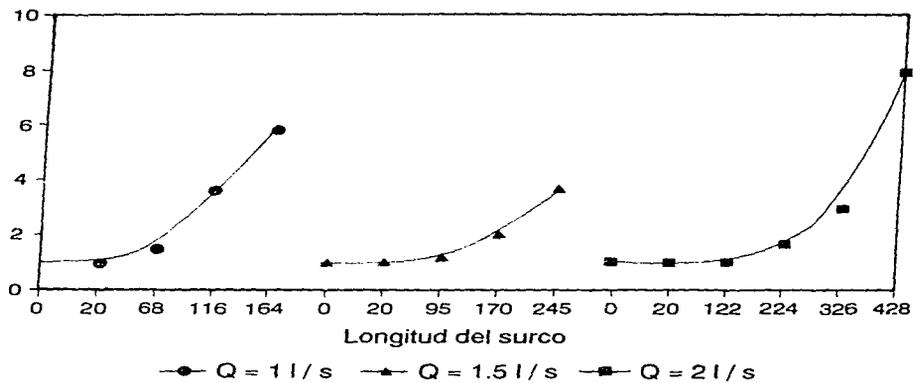
Longitud de surco = 320 m  
Caudal suministrado = 2 l/s

Lámina 5.10 Eficiencias vs tiempos de descarga

## Resultados para diseño

Flowell wheel furrow

Tiempo continuo / Tiempo intermitente



Para diseño se propone  $T_e / T_i = 4$   
Suelo areno—limoso

Lámina 5.11 Datos para selección de diseño

**Gráfica de eficiencia contra  
lámina de riego ( $q = 2 \text{ l/s L} = 200 \text{ m}$ )**

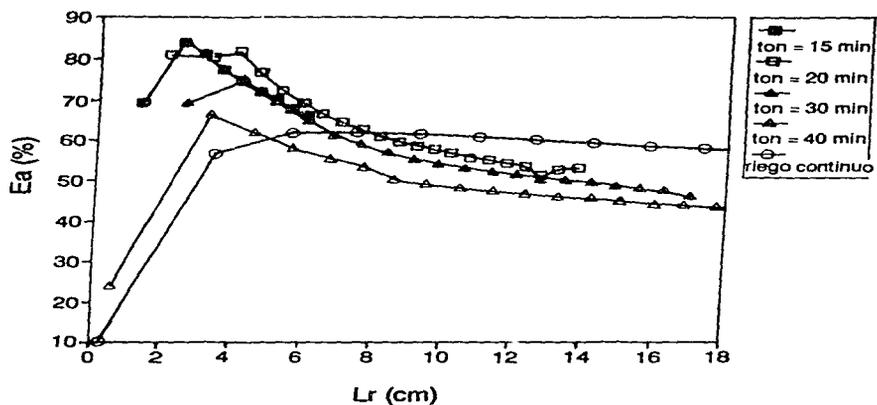


Lámina 5.12 Eficiencia para 2 lps

**Gráfica de eficiencia contra  
lámina de riego ( $q = 1.5 \text{ l/s}$   $L = 200 \text{ m}$ )**

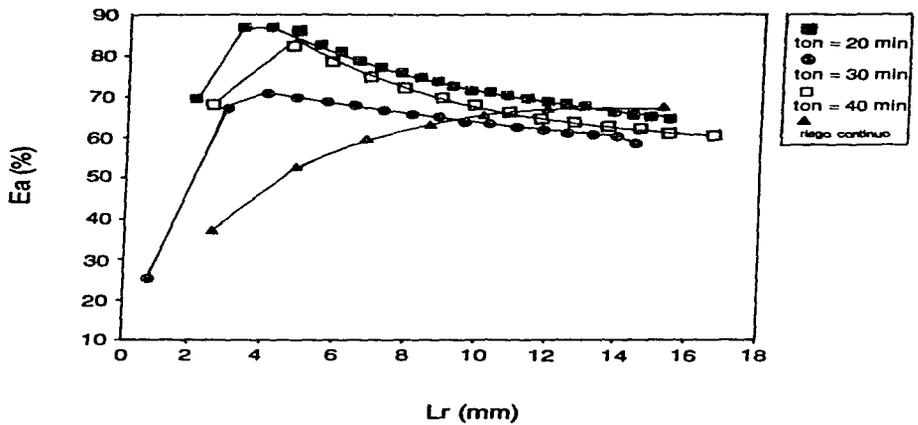
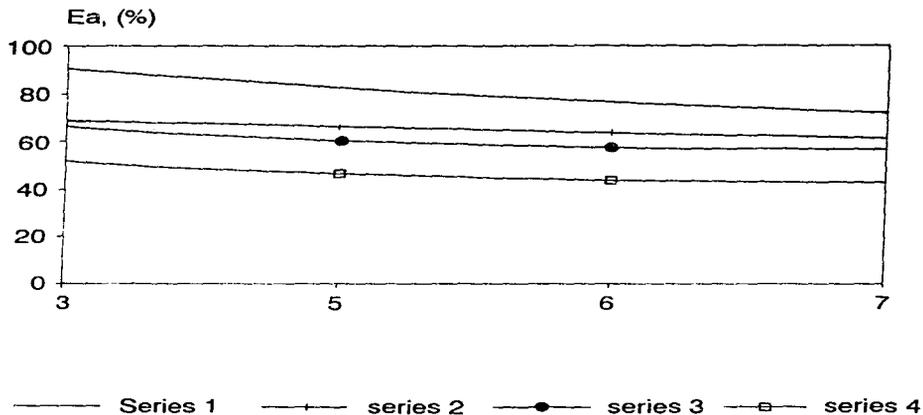


Lámina 5.13 Eficiencia para 3 lps

## Riego con diabeto

Flowell wheel furrow

longitud de surco = 100 m



Series 1. Diabeto,

Series 2. Continuo,

Series 3. Válvula,

Series 4. Válvula,

$Q_{med} = 1.2 \text{ l/s}$ ,

$Q_o = 1.2 \text{ l/s}$

$Q_o = 1.2 \text{ l/s}$ ,

$Q_o = 2 \text{ l/s}$ ,

$Q_{max} = 2 \text{ l/s}$ ,

ton = 6 min.

ton = 6 min.

ton = 6 min.

Lámina 5.14 Riego con Diabeto vs continuo e intermitente con válvula

## Riego con diabeto

Flowell whell furrow

longitud de surco = 100 m, ton = 6 min,  $Q_{\text{medio}} = 1.2 \text{ l/s}$

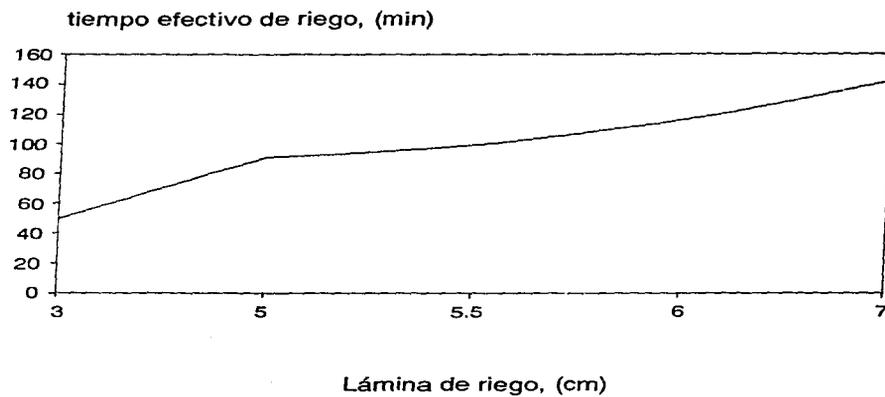


Lámina 5.15 Tiempos de riego con diabeto

## INTRODUCCION

Este paquete ha sido creado en el Instituto Mexicano de Tecnología del Agua con la finalidad de apoyar tanto a los especialistas como a técnicos de campo que tienen que ver con el diseño y operación de sistemas de riego en surcos. Con el mismo se busca cubrir la creciente necesidad de contar con una herramienta de fácil aplicabilidad y alta confiabilidad para el diseño de sistemas que operen con eficiencias altas en el uso del agua para riego.

Los criterios de diseño se basan en la selección de las eficiencias de riego, lo cual permite conocer la forma en que operará el sistema en campo. Los fundamentos teóricos del paquete son los descritos en el cuerpo principal de esta publicación.

Para la utilización del paquete no es necesario conocer los fundamentos teóricos en que se basan los algoritmos de cálculo con que fueron creados los programas que los conforman. Esta situación permite que el diseño de un sistema pueda ser realizado por cualquier usuario, con un cierto grado de preparación técnica relacionada con el diseño de riego por gravedad.

De acuerdo con sus características, a este paquete se le ha dado el nombre de "paquete tecnológico de riego por gravedad" y en lo sucesivo se le identificará con las siglas PTRG.

Este manual está diseñado de tal manera que conforme se avanza en su lectura se practique con el PTRG. De aquí que no debe extrañar al usuario que constantemente se le indique que recurra a los propios programas del menú para complementar la información descrita en el texto.

## 2 FORMA DE CARGAR EL PTRG

### - Presentación

El PTRG se proporciona en un conjunto de 5 discos de 5 1/2.

### - Instalación

Primer paso. Se genera un directorio denominado PTRG.

Segundo paso. En el directorio PTRG, se realiza una copia de los discos que integran el paquete.

## 2 FORMA DE OPERAR EL PTRG

### 2.1 Menú principal

Desde el directorio PTRG, se teclea la palabra **surcos**, con lo cual se ejecuta el menú principal.

En la lámina 1 se muestra una impresión de las opciones de dicho menú.

### 2.2 Descripción de las características generales de las pantallas de captura de datos

El paquete incluye una serie de pantallas para la captura de los datos con que se correrán los programas de simulación y diseño. Dichas pantallas se seleccionan con las teclas "A", "B", "C", "D", "E" y "F" del menú principal.

Con el fin de ejemplificar el uso general de las pantallas, se presiona la tecla "C", con lo cual se desplegará en el monitor la hoja de captura de datos correspondiente. Esta pantalla se opera de la siguiente manera:

#### - Función F6

Se utiliza para leer un archivo de datos. Una vez que se ha presionado la tecla F6, en la parte inferior de la hoja de captura aparece una instrucción que solicita el número de archivo que se desea leer.

Con el fin de ejemplificar su uso, el paquete PTRG incluye el archivo uno. Para llamarlo basta pulsar F6, se proporciona el número uno y posteriormente **enter**.

#### - Función F5

Se utiliza para salvar un archivo de datos. Al igual que F6, una vez que se ha pulsado F5 aparece una instrucción que solicita el número con que se desea crear un archivo que guarde la información capturada.

Para ejemplificar su uso se llama al archivo uno (utilizar F6) y posteriormente se salva, presionando F5 y proporcionando el número dos, acompañado posteriormente de la instrucción **enter**. Con estos pasos se ha creado el archivo número dos, que tiene los mismos datos del número uno. Con el fin de verificar la operación se llama mediante F6 al nuevo archivo dos.

#### - Función F7

Se utiliza para retornar al menú principal. Para esto basta pulsar F7.

#### - Movimiento del cursor

Se realiza por medio de las flechas del teclado numérico. Horizontalmente se avanzan espacios predefinidos que en la mayoría de los casos coinciden con la posición de una variable. En forma vertical avanza un renglón en cada pulsación. Si el cursor no se mueve al dar una pulsación, se vuelve a efectuar ésta, con lo cual se activará el movimiento.

#### - Función F4

Proporciona información general sobre la hoja de captura presente en el monitor; las instrucciones completas se van mostrando a medida que se presiona **enter**.

- Función F3

Proporciona información de la variable sobre la que está posesionado el cursor. Generalmente indica el nombre de la variable y las unidades con que se debe proporcionar la misma. Con **enter** retorna el cursor a la hoja de captura.

- Función F1

Se utiliza para introducir o modificar el valor de la variable sobre la que está posesionado el cursor. Una vez que se pulsa F1 aparece el signo (?) inmediatamente después de la variable, con lo que se permite introducir el valor de la misma. Una vez que se ha proporcionado el dato se presiona **enter** para concluir su captura.

Cuando se proporciona un valor diferente al deseado y aún no se ha concluido su captura, o sea, que todavía no se ha pulsado **enter**, por ejemplo si se tecldea 2.457, el cual debe ser 2.357, para realizar la corrección (cambiar el 4 por 3), se procede, con auxilio de las teclas de movimiento (flechas) que están fuera del teclado numérico, a posesionar el cursor en el lugar de la corrección y, posteriormente, a sustituir el número equivocado (4) por el correcto (3). Es importante que no se utilicen las flechas del teclado numérico, ya que están activadas para realizar un movimiento diferente y, por lo tanto, durante el proceso de corrección anterior no responderían al movimiento. En el caso de que por error se utilicen estas teclas, en la pantalla se observará, posteriormente a la pulsación de **enter**, que el cursor salta a un lugar no definido, y el dato que originalmente se quería capturar presentará algunas anomalías; para corregirlo se deberá capturar nuevamente el dato.

- Función F2

Se utiliza para etiquetar la información que se proporciona en la hoja de captura. Una vez que se ha presionado F2, el cursor se posesiona en la parte inferior de la hoja de captura y permite introducir una etiqueta de identificación que acompañará, en lo sucesivo, a los datos con que se llenó la hoja.

Durante la realización de correcciones (agregar o quitar letras y palabras del texto que se está teclando), es importante tener en cuenta que el desplazamiento del cursor se deberá realizar únicamente con las teclas de movimiento horizontal (flechas) que están fuera del teclado numérico. Durante dicha corrección, se pueden emplear las funciones **ins** y **del** que generalmente se incluyen en el mismo.

Con el fin de ejemplificar su aplicación, se llama al archivo dos (creado cuando se practicó con la instrucción F5); posteriormente, se presiona F2, se introduce la nota *etiqueta nueva* y después **enter**, con lo que se sustituye la etiqueta - *Datos INTA* - que originalmente acompañaba al archivo de datos. Si en tales condiciones se vuelve a salvar el archivo, éste incluirá la nueva etiqueta.

### 2.3 Opción (A)

-Introducción de las coordenadas de un surco de sección potencial-

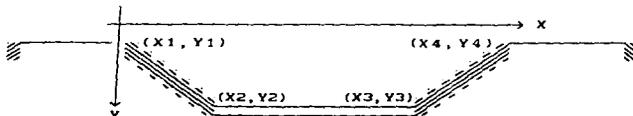
En general, la geometría transversal de los surcos se puede representar con una expresión potencial que relaciona el área hidráulica (A) tanto con el tirante (Y) como con un factor geométrico  $(AR^{2/3})^2$  derivado de la ecuación de Manning (ver lámina 6). Para obtener estas relaciones empíricas que requiere el programa de simulación numérica, es necesario contar con las coordenadas geométricas de la sección, lo que se realiza en campo con auxilio de un perfilómetro de surco.

Una vez que se conocen las coordenadas, representadas por puntos  $(x_1, y_1)$ , y el número de parejas de datos (N), se procede a capturar esta información en la pantalla que se presenta al presionar la tecla "A" desde el menú principal (ver lámina 2). Posteriormente a la captura se etiqueta y almacena la información en un archivo.

El PTRG se proporciona con un archivo identificado con el número uno; para llamarlo se presiona F6. Este archivo sirve para ilustrar la forma y el orden de la captura de datos.

Antes de introducir un dato es recomendable que se verifiquen las unidades especificadas en la ayuda local (F3).

En la figura que sigue se ilustra esquemáticamente el orden en que se deben medir los datos de la geometría de un surco:



En este caso los datos podrían ser:

N = 4  
 $x_1 = 0\text{m}, \quad y_1 = 0\text{ m}$   
 $x_2 = .10\text{ m}, \quad y_2 = .20\text{ m}$   
 $x_3 = .70\text{m}, \quad y_3 = .20\text{ m}$   
 $x_4 = .80\text{ m}, \quad y_4 = 0\text{ m}$

### 2.4 Opción (B)

- Lectura de datos para el cálculo de la ecuación de infiltración -

Para evaluar los coeficientes de la ecuación empírica de Kostiaikov-Lewis, la cual representa la infiltración media en el surco, en este paquete se ha adoptado el método semiempírico descrito en el cuerpo principal del trabajo.

Una vez que en el menú principal se presiona la tecla "B", en el monitor se despliega la pantalla de captura de datos mostrada en la lámina 3. En dicha pantalla se deben proporcionar los datos que a continuación se especificarán, pero, antes de que se indiquen, es importante señalar que para facilitar la obtención de los mismos en campo es recomendable colocar señalamientos a lo largo del lomo del surco, los que estarán espaciados

entre veinte y treinta metros. Estos señalamientos pueden consistir en cualquier objeto claramente identificable (banderitas, popotes de colores o, incluso, simplemente piedras o pedazos de madera).

- Caudal suministrado al surco

Corresponde al caudal con que se alimentó al surco durante el experimento de captura de datos. Este valor se puede obtener con un aforador especial para surco, con un vertedor, o también es factible adoptar un valor aproximado e igual al caudal resultante de dividir el módulo de riego entre el número de surcos que se están regando simultáneamente. Se proporciona en  $m^3/s$ .

- Caudal descargado por surco

Es igual al caudal descargado por un surco una vez que dicha descarga permanece prácticamente constante (por lo general es necesario esperar aproximadamente una hora después de que se inició la descarga, para que ésta presente un valor prácticamente constante entre un intervalo de tiempo y otro). Se proporciona en  $m^3/s$ .

En su obtención se pueden utilizar aforadores para surco, vertedores, o realizar un aforo volumétrico, empleando un recipiente plástico de dimensiones conocidas y un reloj que cuente con cronómetro o segundero.

- Longitud total avanzada (l)

Corresponde a la longitud total avanzada por la onda de recesión durante el experimento. Se proporciona en metros.

Generalmente, para el diseño de riego continuo resulta ser igual que la longitud total del surco, situación que no es necesariamente obligatoria. En el caso de riego intermitente, corresponde a la longitud total alcanzada con el impulso en estudio (primer impulso para obtener la ecuación de infiltración a surco seco y tercer impulso para obtener la ecuación de infiltración en surco húmedo). Es importante señalar que los tiempos correspondientes a dichos impulsos pueden ser adoptados con un valor igual a  $1/8$  del tiempo que tarda normalmente el frente de onda en alcanzar el final del surco con riego continuo.

- Tiempo en alcanzar (t)

Corresponde al tiempo en minutos que tarda el frente de onda en alcanzar la distancia (l).

- Longitud intermedia ( $1/4 l$ )

Corresponde a una distancia intermedia entre la cabecera del surco y la longitud total avanzada (l). Se recomienda en lo posible adoptar una longitud aproximadamente de  $1/4$  de l. Se proporciona en metros.

- Tiempo en alcanzar la longitud intermedia ( $1/4 l$ )

Corresponde al tiempo en minutos que tarda el frente de onda en alcanzar la distancia intermedia adoptada como dato anterior.

- Longitud del surco ( $l_s$ )

Corresponde a la longitud del surco, la cual siempre debe coincidir con la longitud en que se realizó el aforo del caudal descargado por el surco. Se proporciona en metros.

En las ayudas (F4 y F3) se da un recordatorio de lo aquí descrito.

El PTRG incluye el archivo número uno, que se puede llamar con la tecla F6. Dicho archivo presenta los datos obtenidos en un experimento de campo.

## 2.5 Opción (C)

- Creación de archivo de datos para diseño y simulación -

Este es el archivo de datos más importante del paquete. Con el mismo se alimentan los programas de simulación numérica de riego continuo e intermitente, e incluso, por su medio se define la forma en que se desea la presentación de los resultados. Los datos que se solicitan en la hoja de captura son:

- Gasto

Corresponde al caudal suministrado al surco y se proporciona en  $m^3/s$ .

- So

Corresponde a la pendiente del surco.

- Manning

Corresponde al coeficiente de rugosidad de la ecuación de Manning y se proporciona en  $s/m^{1/3}$

- I Tiempo

Corresponde al incremento de tiempo con que se realizarán los cálculos numéricos y se proporciona en segundos. Se recomienda adoptar un valor de 60 s.

- Longitud

Corresponde a la longitud del surco y se proporciona en metros.

- N tramos

Corresponde al número de tramos en que se subdividirá la región de flujo durante el cálculo numérico. Se recomienda utilizar diez tramos.

- k, a, fo, k', a' y fo'

Son coeficientes empíricos de la ecuación de Kostiakov-Lewis. Generalmente, estos datos se obtendrán con auxilio del programa denominado "CALCULO DE LA ECUACION MEDIA EN EL SURCO" que se incluye en el PTRG y que se puede llamar desde el menú principal con la selección "E".

Sus unidades son: k y k' en  $m^2/min^a$ , a y a' adimensionales, fo y fo' en  $m^2/min$ .

- T on

Corresponde al tiempo que dura el suministro de caudal al surco durante cada ciclo intermitente de la válvula o del diáfragma. En caso de riego continuo está dado por el tiempo total de suministro de caudal. Se proporciona en segundos.

Su valor se obtiene con los criterios definidos en el cuerpo principal de este trabajo.

- Lámina R

Corresponde a la lámina de riego que se desea suministrar al surco. Se proporciona en metros.

Su valor depende del tipo de cultivo, del clima, de las características físicas y químicas del suelo y de la calidad del agua, entre otros factores. Para fines prácticos se toma el valor que tradicionalmente suministra el agricultor al surco. Una alternativa más apropiada es investigar cuál es el valor recomendado por los técnicos locales.

- NTI

Corresponde al número total de impulsos o ciclos de descarga intermitente que se desean realizar con la válvula o el diáfragma. En caso de riego continuo se dará un solo impulso.

- IIM

Corresponde al intervalo de impresión con que se desea que se salven, impriman y muestren los resultados del cálculo numérico. Por ejemplo, un valor de 3 implica que en cada tres incrementos de tiempo (I tiempo) se presentarán los resultados.

- TDI

Corresponde al tipo de impresión que desplegará el programa de cálculo. Existen cuatro opciones:

1. Despliegue en monitor.
2. Despliegue en monitor y salida a impresora.
3. Despliegue en monitor, salida a impresora y creación de archivo de datos para graficación.
4. Despliegue en monitor y creación de archivo de datos para graficación.

- N. arch.

Corresponde al número que se le desea asignar al archivo de datos para graficación que crea el programa de cálculo. Se recomienda dar el mismo número que se utilizará para salvar la información de la hoja de captura de datos, o sea, el que se proporcionará al utilizar la función F6 (con esto se tendrá una relación entre el archivo de datos y el de graficación).

- Sep

Corresponde a la separación entre lomos de los surcos y se proporciona en metros.

- Sección

Permite seleccionar el tipo de sección que tiene el surco:

1. Trapezoidal
2. Parabólica
3. Potencial
4. Circular
5. Herradura

Una vez realizada la selección de acuerdo con el número indicado anteriormente, se deberá proporcionar la siguiente información:

Trapezoidal

- Ancho

Corresponde al ancho de plantilla del surco y se proporciona en metros.

- Talud

Corresponde al talud lateral de los surcos.

Parabólica

- B libre

Corresponde al ancho superior de los surcos y se proporciona en metros.

Potencial

- h, b, d y f

Son coeficientes empíricos que proporciona el programa denominado "CALCULO DE LOS COEFICIENTES DE LA GEOMETRIA POTENCIAL DE UN SURCO", el cual está incluido en el menú principal y que corresponde a la opción "D".

Es importante indicar que este tipo de sección es la que generalmente se adapta más a la geometría de los surcos.

Circular y Herradura

- Diámetro

Es el diámetro interior de la tubería o el diámetro representativo de la sección de herradura.

Estas secciones se han incluido considerando la posibilidad de que algún surco posea una sección semicircular o semejante al fondo de una herradura.

Al igual que en las otras hojas de captura, las funciones F3 y F4 incluyen información sobre las variables mencionadas y algunas características propias de esta pantalla.

## 2.6 Opción (D)

-Cálculo de los coeficientes de la geometría potencial de un surco-

Este es un programa de cálculo, por medio del que se determinan los coeficientes empíricos de la ecuación potencial que representa la geometría de un surco y que se requieren para alimentar la hoja de cálculo indicada con la letra (C) en el menú principal.

Para correr el programa basta pulsar la tecla "D", con lo cual aparece en el monitor la pregunta:

NUMERO DE ARCHIVO DE DATOS = ?

En este momento el usuario tiene la opción de dar el número de cualquier archivo de datos que haya creado con la opción (A) del menú principal. Una vez que se ha proporcionado el número de archivo, se presiona **enter**, lo que indica el inicio del cálculo numérico. Los resultados que arroja el programa tienen una presentación semejante a la mostrada en la lámina 6. Cuando ha concluido el cálculo se retorna al menú, pulsando **enter**.

## 2.7 Opción (E)

Este programa calcula los coeficientes empíricos de las ecuaciones de Kostiaikov y Kostiaikov - Lewis. Para ello utiliza la información generada en la hoja de captura de datos identificada en el menú principal con la letra (B).

Para correr el programa basta pulsar la tecla "E" en el menú, con lo cual aparece el siguiente mensaje:

NUMERO DE ARCHIVO DE DATOS = ?

En este momento el usuario tiene la alternativa de dar el número de cualquier archivo de datos que haya creado con la opción (B) del menú principal. Una vez que se ha proporcionado el número de archivo se presiona **enter**, con lo cual se inicia el cálculo numérico; los resultados que arroja el programa tienen una presentación semejante a la mostrada en la lámina 7. Cuando ha concluido el cálculo se retorna al menú principal, pulsando **enter**.

## 2.8 Opción (F)

- Correr el programa de simulación con válvula -

Este programa permite realizar la simulación numérica del flujo continuo e intermitente en surcos. Adicionalmente, una vez concluida la simulación, se despliega una tabla que representa la eficiencia del riego en función de la lámina aplicada al surco.

Para correr el programa se pulsa la tecla "F" en el menú principal; después de seleccionada la opción, se despliega en la pantalla el siguiente mensaje:

NUMERO DE ARCHIVO DE DATOS = ?

En este momento el usuario tiene la alternativa de dar el número de cualquier archivo de datos que haya creado con la opción (C) del menú

principal. Una vez que se ha proporcionado el número de archivo, se presiona **enter**, con lo que se inicia el cálculo numérico.

Los resultados de la simulación que despliega el programa, tienen una presentación numérica semejante a la mostrada en las láminas 7 y 8. La 8 es una tabla desplegada al final de la simulación numérica y proporciona una descripción de la eficiencia del riego. Es importante indicar que con auxilio de esta última tabla resulta factible decidir, en función de las eficiencias de aplicación y distribución, si el riego es adecuado o no.

## 2.9 Opción (G)

- Correr el programa de diseño con válvula -

Este programa calcula los tiempos en que el frente de onda alcanza diferentes longitudes de surco que se pueden regar, tanto con riego continuo como intermitente. Con auxilio de los resultados del mismo, es factible seleccionar el rango de longitudes de surco en que la eficiencia de distribución del riego intermitente es claramente mejor que la del riego continuo (tiempo en alcanzar el final del surco con riego continuo/ tiempo en alcanzar el final del surco con riego intermitente  $\geq 4$ ).

Para correr el programa se pulsa la tecla "G" en el menú principal; después de seleccionada la opción se despliega en la pantalla el siguiente mensaje:

NUMERO DE ARCHIVO DE DATOS = ?

En este momento el usuario tiene la opción de dar el número de cualquier archivo de datos que haya creado con la opción (C) del menú principal. Una vez que se ha proporcionado el número de archivo se presiona **enter**, con lo cual se inicia el cálculo numérico.

Los resultados de la simulación que se despliegan al final del cálculo numérico tienen una presentación semejante a la mostrada en la lámina 9.

## 2.10 Opción (H)

- Correr el programa de simulación con diabeto -

Este programa tiene las mismas características de captura de datos y presentación de resultados que el de simulación con válvula.

Permite realizar la simulación numérica del flujo intermitente originado en los surcos por efecto de las descargas intermitentes de un diabeto. Adicionalmente, una vez concluida la simulación, presenta una tabla que describe la eficiencia del riego en función de la lámina aplicada al surco.

Para correr el programa se pulsa la tecla "H" en el menú principal; después de seleccionada la opción, se despliega en la pantalla el siguiente mensaje:

NUMERO DE ARCHIVO DE DATOS = ?

En este momento el usuario tiene la alternativa de dar el número de cualquier archivo de datos que haya creado con la opción (C) del menú principal. Una vez que se ha proporcionado el número de archivo se presiona **enter**, con lo que se inicia el cálculo numérico.

Los resultados de la simulación que despliega el programa tienen una presentación numérica semejante a la mostrada en las láminas 10 y 11. La 11 es una tabla desplegada al final de la simulación numérica y proporciona una descripción de la eficiencia del riego. Es importante indicar que con auxilio de esta última tabla resulta factible decidir, en función de las eficiencias de aplicación y distribución, si el riego con diácono es adecuado o no.

## 2.11 Opción (I)

- Correr el programa de graficación de resultados -

Este programa permite estudiar, analizar y comprender en forma gráfica la simulación numérica del riego intermitente o continuo.

Para correr el programa, se pulsa la tecla "I" en el menú principal; después de seleccionada la alternativa, se despliega en la pantalla el siguiente mensaje:

NUMERO DE ARCHIVO DE DATOS = ?

En este momento el usuario tiene la posibilidad de dar el número de cualquier archivo de datos *N. arch.* que se haya indicado en la hoja de cálculo de la opción (C) del menú principal. Es importante indicar que el archivo de datos existirá siempre y cuando en la hoja de captura se hayan seleccionado las opciones de tipo de Impresión (TDI) 3 o 4, y que previamente se hayan corrido las alternativas "F" o "G" del menú.

Cuando se ha proporcionado el número de archivo, se presiona **enter**, con lo cual, una vez que se han leído los datos correspondientes, se presenta el primer menú de opciones:

VARIABLE A GRAFICAR (INDIQUE POR SU NUMERO)

1. TIRANTE (M)
2. EFICIENCIA (Z/ZR %)
3. GASTO (M<sup>3</sup>/S)
4. INFILTRACION (M)
5. CURVAS DE AVANCE Y RECESION

ELECCION = ?

### Opción 5

Si se selecciona la opción número cinco, el programa presenta una gráfica como la mostrada en la lámina 12. En dicha gráfica se presenta el comportamiento del avance y recesión del frente de onda durante los diferentes ciclos de riego.

Opciones 1, 2, 3 y 4

En el caso de seleccionar cualquier otra opción (1 a 4), se despliega un segundo menú:

TIPO DE GRAFICA (INDIQUE POR SU NUMERO)?

1. SURCO COMPLETO
2. PARA CADA UNA DE LAS 11 SECCIONES DEL SURCO

ELECCION = ?

Una vez adoptada cualquiera de estas dos alternativas se despliega  
un tercer menú:

PRESENTACION DE LAS GRAFICAS (INDIQUE POR SU NUMERO)?

1. SIMPLES
2. SUPERPUESTAS

ELECCION = ?

En las láminas 13, 14, 15 y 16 se muestran algunas de las gráficas obtenidas con este menú:

La lámina 13 ejemplifica una de las gráficas obtenidas con las opciones:

Primer menú (Elección 1)  
Segundo menú (Elección 1)  
Tercer menú (Elección 1)

La lámina 14 ejemplifica una de las gráficas obtenidas con las alternativas:

Primer menú (Elección 2) Segundo menú (Elección 1)  
Tercer menú (Elección 1)

La lámina 15 ejemplifica una de las gráficas obtenidas con las opciones:

Primer menú (Elección 3) Segundo menú (Elección 2)  
Tercer menú (Elección 1)

La lámina 16 ejemplifica una de las gráficas obtenidas con las alternativas:

Primer menú (Elección 4) Segundo menú (Elección 1)  
Tercer menú (Elección 2)

Como se puede apreciar en las gráficas obtenidas con la selección uno del segundo menú, se presenta el comportamiento de la variable a lo largo del surco y se incluye un indicador de tiempo. Dicho indicador muestra el tiempo transcurrido desde el inicio del riego en que se presentaron los resultados mostrados en el monitor.

En las gráficas obtenidas con la selección dos del segundo menú, se presenta el comportamiento de la variable a través del tiempo. Los resultados que se muestran en cada gráfica corresponden a una determinada sección del surco. En la parte superior se indica la ubicación de la sección, respecto a la cabecera del surco y su número.

## 2.12 Opción (J)

- Programa de diseño semianalítico de riego continuo -

Este programa permite realizar el diseño de riego continuo a partir de datos de campo. Los fundamentos teóricos del mismo han sido descritos en el

subcapítulo 3.2.1 del cuerpo principal de esta publicación.

El programa utiliza la información de la hoja de cálculo indicada con el inciso (B) del menú principal. Para correrlo, a diferencia del programa para el cálculo de la ecuación de infiltración (inciso E del menú principal), requiere toda la información indicada en la pantalla de captura de datos.

Para correr el programa basta pulsar la tecla "J", desde el menú principal, con lo cual se despliega el siguiente mensaje:

NUMERO DE ARCHIVO DE DATOS = ?

Una vez proporcionado el archivo de datos, basta pulsar **enter** para que se proceda al cálculo numérico. Los resultados del programa de cómputo, tienen una presentación semejante a la mostrada en las láminas 17, 18, 19 y 20.

La 17 es una gráfica que muestra, para una lámina de riego y un caudal por surco previamente definidos, la eficiencia de aplicación, la eficiencia de distribución, las pérdidas por coleos y las pérdidas por percolación profunda en función de la longitud del surco.

Con esta gráfica es factible verificar si con la longitud de surco, que tiene actualmente la parcela, las eficiencias de riego son satisfactorias.

También es factible seleccionar la longitud de surco más adecuada en función de las eficiencias de aplicación y distribución.

Es importante indicar que con este programa se puede variar también el caudal descargado por surco, con lo cual es factible seleccionar el caudal más apropiado que se debe suministrar para obtener las máximas eficiencias con una longitud de surco previamente seleccionada. Al variar dicho parámetro, es importante tener en cuenta las limitaciones de caudal maximo descritas en el cuerpo principal del presente trabajo.

Adicionalmente, también se puede variar la lámina de riego, con lo que, en ciertas ocasiones, es factible mejorar asimismo las eficiencias de riego. Al variar el parámetro es importante tener en cuenta que se afectarán los calendarios de riego, aumentando o disminuyendo según se incremente la mencionada lámina. Cuando no existen problemas de salinidad (altos contenidos de sal en el agua o en el suelo) este dato puede disminuirse a valores muy pequeños; sin embargo, está acotado en su rango superior, tanto por condiciones físicas del suelo como de los cultivos, entre las cuales se tienen: densidad aparente, punto de marchitamiento permanente, capacidad de campo, profundidad radicular y descenso tolerable de humedad.

La lámina 18 muestra los tiempos efectivos de riego que se deben suministrar al surco en función de su longitud.

La 19 presenta numéricamente algunos de los resultados gráficos que se presentaron en las láminas 17 y 18.

La lámina 20 presenta los datos de la ecuación de infiltración media correspondiente al surco en que se obtuvieron los datos de campo.

### 2.13 Opción (K)

- Diseño semianalítico de riego continuo (diversos gastos) -

Al correr esta alternativa, se presentan una serie de resultados semejantes a los mostrados en las láminas 17, 18 y 19 con diferentes caudales de diseño. Con este programa se busca auxiliar al diseñador en la selección del caudal más apropiado que debe suministrarse a un surco para obtener las máximas eficiencias de riego.

Para correr tal programa, se sigue la misma secuencia utilizada en la opción (J).

### 2.14 Opción (L)

- Diseño semianalítico de riego continuo (diversas láminas) -

Este programa permite conocer la variación de las eficiencias de aplicación, al cambiar las láminas de riego suministradas al surco. Los resultados tienen una presentación semejante a la mostrada en las láminas 17, 18 y 19. Para correr el programa, se sigue la misma secuencia utilizada en la opción (J).

### 2.15 Opción (M)

- Diseño de las dimensiones de un diabeto -

Esta alternativa permite definir las dimensiones de un diabeto; los fundamentos para el diseño son los indicados en el inciso 3.4.2.2 del cuerpo principal de este trabajo.

Una vez que se ha pulsado la tecla (M), se pide al usuario proporcionar la siguiente información:

GASTO DISPONIBLE PARA DISEÑAR EL DIABETO ( $Q_e$ ),  $m^3/s = ?$   
GASTO QUE SE PRETENDE SUMINISTRAR AL SURCO ( $Q_o$ ),  $m^3/s = ?$   
CARGA O TIRANTE DE CEBADO ( $hc$ ),  $m = ?$   
TIEMPO DE VACIADO (Tiempo  $on$ ),  $min = ?$   
LONGITUD DEL DIABETO PARALELA A LOS SURCOS ( $L_1$ ),  $m = ?$

Después de haber suministrado dicha información, se procede por medio de la instrucción **enter** a realizar el cálculo numérico. Los resultados de éste tienen una presentación semejante a la mostrada en la lámina 21.

### 2.15 Opción (S)

Pulsando esta opción se retorna al sistema operativo y se abandona el PTRG.

---

**MENU PRINCIPAL**

---

- (A) - Introducción de coordenadas de un surco de sección potencial
- (B) - Lectura de datos para el cálculo de la ecuación de infiltración
- (C) - Creación de archivo de datos para diseño y simulación
- (D) - Cálculo de los coeficientes de la geometría potencial de un surco
- (E) - Cálculo de la ecuación de infiltración media en el surco
- (F) - Correr el programa de simulación con válvula
- (G) - Correr el programa de diseño con válvula
- (H) - Correr el programa con simulación de diabeto
- (I) - Correr el programa de graficación de resultados
- (J) - Programa de diseño semianalítico
- (K) - Diseño semianalítico de riego continuo (Diversos gastos)
- (L) - Diseño semianalítico de riego continuo (Diversas láminas)
- (M) - Diseño de dimensiones de un diabeto
- (S) - Salir del programa

Que opción desea...

---

**Lámina 2.Captura de coordenadas**

<b>COORDENADAS DE LA GEOMETRIA DEL SURCO I.M.T.A.</b>				<b>Información</b>
Número de pares de coordenadas			N=	↑ - Subir cursor
x(m)	y(m)	x(m)	y(m)	↓ -bajar cursor
				← izq. cursor
				→ der. cursor
x 1=	y 1=	x 2=	y 2=	F1-intr. dato
x 3=	y 3=	x 4=	y 4=	F2-intr. nota
x 5=	y 5=	x 6=	y 6=	F3-ayuda local
x 7=	y 7=	x 8=	y 8=	F4-ayuda general
x 9=	y 9=	x 10=	y 10=	F5-salvar archivo
x 11=	y 11=	x 12=	y 12=	F6-leer archivo
x 13=	y 13=	x 14=	y 14=	F7-salir
x 15=	y 15=	x 16=	y 16=	
x 17=	y 17=	x 18=	y 18=	

**COLUMNA 1**

**COLUMNA 2**

**COLUMNA 3**

**COLUMNA 4**

**Lámina 3. Captura de datos para infiltración y diseño de riego continuo**

<p align="center"><b>DATOS PARA CALCULO DE LA ECUACION DE INFILTRACION I.M.T.A.</b></p>	<p align="center"><b>Información</b></p>
<p>Caudal suministrado al surco=                      Caudal descargado por surco=                      Longitud total avanzada (l)=                      Tiempo en alcanzar (t)                      Longitud intermedia (1/4 l)=                      Tiempo en alcanzar (1/4 l)=                      Longitud del surco (ls)=</p> <p>Para cálculo de infiltración asigne 0 a lo siguiente:                      Lámina de riego =                      Caudal para diseño =                      Separación entre surcos =                      Tiempo recesión en cabecera =                      Tiempo total de recesión =</p>	<p>↑ Subir cursor                      ↓ -bajar cursor                      ← izq. cursor                      → der. cursor</p> <p>F1-intr. dato                      F2-intr. nota                      F3-ayuda local                      F4-ayuda general                      F5-salvar archivo                      F6-leer archivo                      F7-salir</p>

**COLUMNA 1**

**Lámina 4. Captura de datos para simulación y diseño de riego Intermitente**

SIMULACION NUMERICA DEL FLUJO INTERMITENTE EN SURCOS I.M.T.A.			INFORMACION
Gasto= Tiempo= k= k'= Ton= IIM= Sep=  1 TRAPEZIAL: Ancho= Talud=	So= Longitud= a= a'= Lámina R= TDI= Sección=  2 PARABOLICA B libre 4,5 CIRC- HERRAD.: Diámetro	Manning= N tramos= fo= fo'= NTI= N. arch.=  3 POTENCIAL $\nabla 2 =$ $\nabla 1 =$ $f_1 =$ $f_2 =$	↑ - Subir cursor ↓ -bajar cursor ← lzq. cursor → der. cursor F1-intr. dato F2-intr. nota F3-ayuda local F4-ayuda general F5-salvar archivo F6-leer archivo F7-salir
<b>COLUMNA 1</b>	<b>COLUMNA 2</b>	<b>COLUMNA 3</b>	

## Lámina 5. Características geométricas del surco

---

### DATOS DE LAS CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS DEL SURCO

---

$$(A R^{2/3})^2 = d \cdot A \cdot F$$
$$d = b \cdot A \cdot h$$

$$f_1 = .5758239$$
$$\sqrt{f_1} = .9688544$$

$$f_2 = 3.052012$$
$$\sqrt{f_2} = .5528026$$

NOMENCLATURA:

A=AREA HIDRAULICA (M<sup>2</sup>)

R=RADIO HIDRAULICO (M)

d=TIRANTE (M)

$f_1, f_2, \sqrt{f_1}$  y  $\sqrt{f_2}$  = Coeficientes constantes obtenidos por correlación

---

PRESIONE UNA TECLA PARA VOLVER AL MENU

## Lámina 6. Parámetros de las ecuaciones de infiltración media acumulada

### PARAMETRO DE LAS ECUACIONES DE INFILTRACION MEDIA ACUMULADA

Datos de la ecuación de Kostiakov ( $z' = k' \text{ top}^a$ )

$a = .6719499$  (adim)

$k' = 2.701606E-03$  ( $\text{m}^2/\text{min}^a$ )

Datos de la ecuación de Kostiakov-Lewis ( $Z = k \text{ top}^a + fo \text{ top}$ )

$a = .4859711$  (adim)

$k = 2.384939E-03$  ( $\text{m}^2/\text{min}^a$ )

$fo = 3.166667E-04$  ( $\text{m}^2/\text{min}$ )

Tiempo en alcanzar la velocidad de infiltración básica

$t_{in \text{ bas}} = 204.9791$  (min)

### RESULTADOS TABULADOS DE LAS ECUACIONES DE INFILTRACION

$t$ (min)	$z'$ ( $\text{m}^3/\text{m}$ )	$z$ ( $\text{m}^3/\text{m}$ )	$v'$ ( $\text{m}^2/\text{min}$ )	$v$ ( $\text{m}^2/\text{min}$ )
1	.002702	.002701	.001815	.001476
50	.037432	.031797	.000503	.000472
75	.049155	.04319	.00044	.000443
100	.059638	.0054024	.000401	.000425
125	.069285	.064502	.000372	.000414
150	.078315	.074727	.000351	.000405
175	.086862	.084762	.000334	.000398
200	.095016	.094646	.000319	.000393
225	.102842	.104407	.000307	.000388
250	.110378	.114066	.000297	.000385

**Lámina 7. Resultados numéricos de la simulación de riego Intermitente.**

Tiempo = 1 min

Posición del frente de onda sc = 11.164332 m

Posición de la onda de recesión = 0 m

Tiempo efectivo de riego = 1 min

Lámina infiltrada al final del surco = 0 m

**Características hidráulicas:**

S (m)	A (cm <sup>2</sup> )	Q (lts/s)	V (cm/s)	Z/ZR %	No Froude	No Reynolds
0	87.625	2	22.472	3.4157	.395	7159
1.116	87.404	1.964	22.465	3.1719	.395	7147
2.233	87.2	1.957	22.445	2.9202	.395	7131
3.349	87.014	1.951	22.426	2.6593	.394	7117
4.466	86.846	1.946	22.409	2.3874	.394	7104
5.582	86.696	1.941	22.394	2.102	.394	7092
6.699	86.566	1.937	22.38	1.7993	.349	7082
7.815	86.457	1.934	22.368	1.4732	.394	7073
8.931	86.371	1.931	22.359	1.1124	.394	7066
10.164	86.309	1.929	22.351	.6896	.394	7061
11.164	86.295	1.928	22.347	0	.394	7059

## Lámina 8. Eficiencia y tiempos efectivos de riego.

### INFORMACION SOBRE EFICIENCIAS Y TIEMPOS EFECTIVOS DE RIEGO

Gasto suministrado= .0012 m<sup>3</sup>/s

Tiempo on = 10 min

Longitud del surco = 100 m

Nc	t <sub>ef</sub> (min)	Lr (cm)	Ea (%)	Ed (%)
1	0	0	0	0
2	20	1	71.2	62.4
3	30	1.5	79.6	72.3
4	40	2	77.8	74.7
5	50	2.5	74.3	75.4
6	60	3	70.5	75.8
7	79	3.5	68	76.2
8	80	4	66.3	76.6
9	90	4	64.7	76.8
10	100	4.5	63.3	77
11	110	5	62.1	77.2
12	120	5.5	60.9	77.3
13	130	5.5	60.9	77.4
14	140	6	59.9	77.5
15	150	6.5	58.2	77.6
16	160	6.5	57.4	77.7
17	170	7	56.7	77.7
18	180	7	55.8	77.7
19	190	7.5	55.1	77.7
20	200	8	54.4	77.7

t<sub>ef</sub> = Tiempo efectivo de riego

Lr= Lámina mínima de riego infiltrada a lo largo del surco

Ea = Eficiencia de aplicación respecto a Lr

Ed = Eficiencia de distribución media respecto a Lr

Nc = Número de ciclos

**Lámina 9. Pantalla de información sobre el proceso de diseño.**

**\*\*\*\*\*ESPERE PROCESO DE CALCULO\*\*\*\*\***

**Cálculo de infiltración básica**

**Longitud Máxima de surco = 530 m**

**Longitud Mínima del surco = 20 m**

**Longitud de cálculo actual = 20 m**

**Iteración No 1 de 6**

**Posición alcanzada = 20 m**

**Tiempo = 2min**

**1F7EXIT 2**

**3**

**4**

**5**

**6**

**7**

**8**

**9**

**10**

**Lámina 10. Resultados para la selección del tiempo on**

RESULTADOS PARA EL DISEÑO

L Sur (m)	Tib (min)	Tin (min)	Tri (min)	Tin/Tib	Tri/Tib	Tin/Tr	Ton(m)
20	2	2	2	1	1	1	2
122	10	12	12	1.2	1.2	1	10
224	17	171	41	10.06	2.41	4.17	17
326	26	0	78	0	3	0	13
428	36	0	119	0	3.31	0	20
530	47	0	209	0	4.45	0	32

L Sur = Longitud del surco

Tib = Tiempo en que el frente de onda alcanza L Sur con infiltración básica

Tin = Tiempo que el frente de onda alcanza L Sur con infiltración normal

Tri = Tiempo en que el frente de onda alcanza L Sur con riego intermitente

Ton = Tiempo de descarga de la válvula en cada impulso

### Lámina 11. Resultados de la simulación de riego con diábeta.

Tiempo = 1 min

Posición del frente de onda SC = 11.16432 m

Posición de la onda de recesión = 0 m

Tiempo efectivo de riego = 1 min

Lámina Mínima infiltrada en el surco = 0 m

#### Características Hidráulicas

S(m)	A(cm <sup>2</sup> )	Q(lts/s)	V(cm/s)	Z/ZR%	No Froude	No Reynolds
0	87.625	2	22.472	3.4157	.395	7159
1.118	87.404	1.964	22.485	3.1719	.395	7147
2.333	87.2	1.957	22.445	2.902	.395	7131
3.349	87.014	1.951	22.426	2.6593	.394	7117
4.466	86.846	1.946	22.409	2.3874	.394	7104
5.582	86.969	1.941	22.394	2.102	.394	7092
6.699	86.566	1.937	22.38	1.7993	.394	7082
7.815	86.457	1.934	22.368	1.4732	.394	7073
8.931	86.371	1.931	22.359	1.1124	.394	7068
10.048	86.309	1.929	22.351	.6896	.394	7061
11.164	86.295	1.928	22.347	0	.394	7059

Tiempo = 2 min

Posición del frente de onda SC = 24.1821 m

Posición de la onda de recesión = 0 m

Tiempo efectivo de riego = 2 min

Lámina Mínima infiltrada en el surco = 0 m

#### Características Hidráulicas

S(m)	A(cm <sup>2</sup> )	Q(lts/s)	V(cm/s)	Z/ZR%	No Froude	No Reynolds
0	85.951	1.884	21.797	5.5748	.385	6870
2.418	85.827	1.895	22.043	3.5983	.39	6955
4.836	85.681	1.914	22.337	3.3122	.385	7028
7.255	85.544	1.909	22.32	3.0156	.394	7017
9.673	85.416	1.905	22.303	2.7067	.394	7006
12.091	85.298	1.901	22.287	2.3825	.394	6996
14.509	85.191	1.897	22.272	2.0388	.394	6986
16.927	85.094	1.894	22.258	1.6687	.394	6977
19.346	85.012	1.891	22.244	1.2594	.394	6969
21.746	84.941	1.888	22.23	.7803	.394	6961
24.182	84.879	1.886	22.219	0	.393	6955

Tiempo = 3 min

Posición del frente de onda SC = 40.11098 m

Posición de la onda de recesión = 0 m

Tiempo efectivo de riego = 3 min

Lámina mínima infiltrada en el surco = 0 m

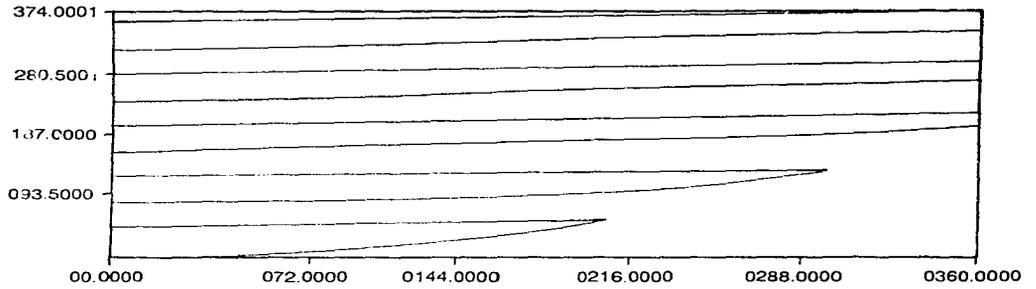
#### Características Hidráulicas

S(m)	A(cm <sup>2</sup> )	Q(lts/s)	V(cm/s)	Z/ZR%	No Froude	No Reynolds
0	81.847	1.776	21.561	7.4417	.386	6615
4.011	79.952	1.732	21.656	5.4499	.39	6561
8.022	78.582	1.702	21.665	4.9223	.392	6500
12.033	77.519	1.672	21.571	4.3714	.391	6423
16.044	76.33	1.638	21.458	3.7916	.391	6336
20.0557	4.731	1.593	21.322	3.3137	.391	6223
24.067	74.185	1.572	21.19	2.8332	.389	6159
28.078	74.065	1.5672	21.147	2.3165	.388	6142
32.089	74.059	1.565	21.138	1.7461	.388	6138
36.1	74.119	1.567	21.137	1.0797	.388	6141
40.111	74.178	1.568	21.142	0	.388	6145

**Lámina 12. Curvas de avance y recesión de onda**

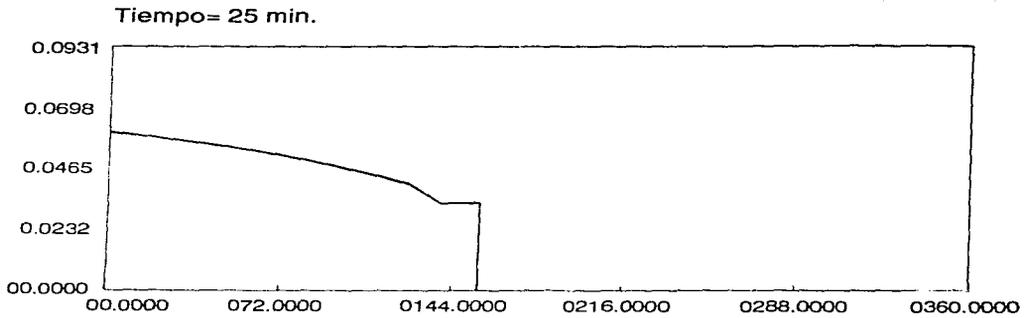
**Curvas de avance y recesión del surco 4**

Abcisas: Longitud (m)  
Ordenadas: Tiempo (min)



**Lámina 13. Perfil del flujo durante el avance del frente de onda.**

Simulación en el surco 4  
Abcisas: Longitud del surco (m)  
Ordenadas: Tirante: (m)

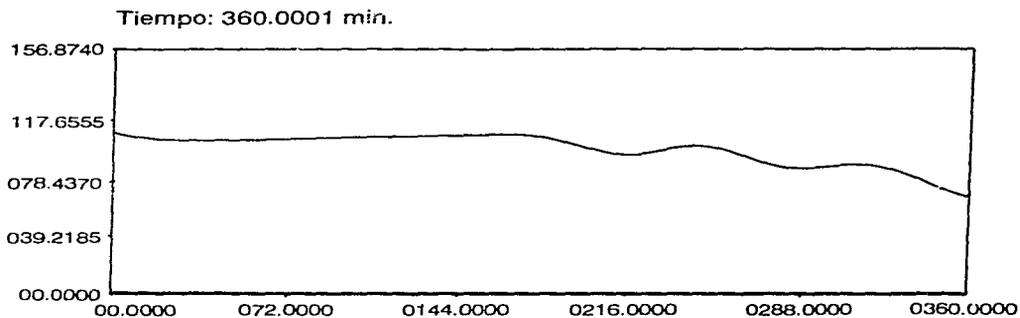


**Lámina 14. Eficiencia de distribución longitudinal en porcentaje de la lámina de riego requerida.**

Simulación en el surco 4

Abcisas: Longitud del surco (m)

Ordenadas: Eficiencia (%Z/ZR)

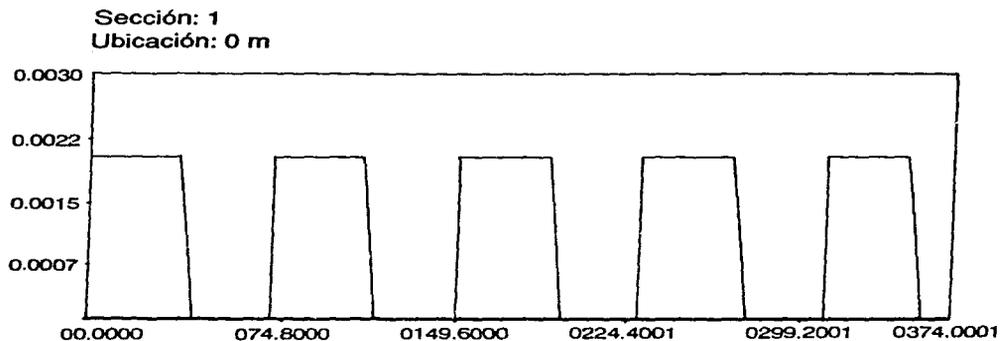


**Lámina 15. Hidrogramas de descarga en la cabecera del surco.**

**Simulación en el surco 4**

**Abcisas: Tiempo (min)**

**Ordenadas: Gasto ( $M^3/S$ )**



**Lámina 16. Variación del volumen infiltrado cada 5 minutos.**

Simulación en el surco 4

Abcisas: Longitud del surco (m)

Ordenadas: Infiltración (m)

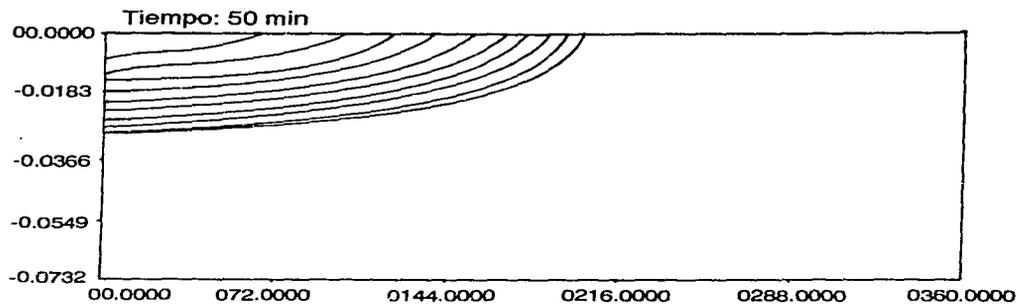
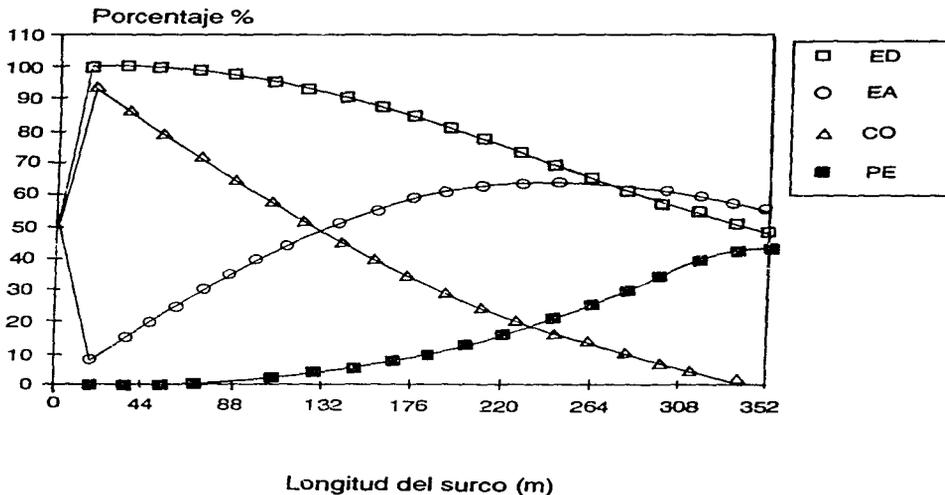


Lámina 17. Diseño de riego continuo

Gráfica para diseño de riego continuo en surcos

Caudal suministrado: 2 l/s  
Lámina de riego: 7cm



**Lámina 18. Tiempo efectivo de riego**

**Gráfica tiempo efectivo de riego**

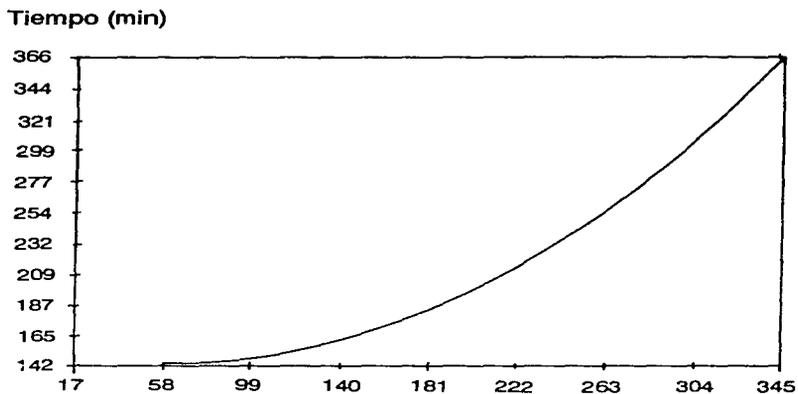


Lámina de riego: 7 cm  
Caudal suministrado: 2 l/s

Distancia (m)

**Lámina 19. Datos para diseño**

**DATOS PARA DISEÑO**

<b>La (m)</b>	<b>tef (min)</b>	<b>Ea %</b>	<b>Ed %</b>
36	142	14	99
72	145	29	98
108	151	43	95
144	162	55	90
180	178	67	83
216	201	76	76
252	230	85	68
288	267	92	60
324	313	98	53

## 20. Datos complementarios para diseño.

### DATOS DE LA ECUACION DE INFILTRACION

$$k = 3.624761E - 03$$

$$a = .4325388$$

$$fo = .000285$$

$$z = k \text{ top}^a + fo \text{ top}$$

z = Volumen infiltrado por unidad de longitud de surco, m<sup>3</sup> / min

top = tiempo de oportunidad, min

TIEMPO NECESARIO PARA QUE SE INFILTRE LA LAMINA DE RIEGO = 138 min

### DATOS DE LA ECUACION DE AVANCE

$$p = 39.121$$

$$r = .4075901$$

$$x = p \text{ tav}^r$$

x = longitud avanzada durante el tiempo - tav -, m

tav = tiempo de avance, min

## **Lámina 21. Resultados del diseño de diabeto**

Diámetro de Sifones, DS = .05 m

Número de sifones, M = 14

Número de surcos, NS = 36

Longitud del diabeto, paralela a los surcos, L1 = 4 m

Longitud del diabeto perpendicular a los surcos, L2 = 5.1 m

Altura total del diabeto HD = 1.1 m

Carga de cebado HC = .9731834 m

Carga de descebado HDC = 9.089533E - 02 m

Area del diabeto AD = 20.4 m <sup>2</sup>