01168

5
2ej

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA
DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

PRESUPUESTO DE CAPITAL
CON INCERTIDUMBRE

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:

MAESTRO EN INGENIERIA
(INVESTIGACIONES DE OPERACIONES)

P R E S E N T A :

SERGIO HERNANDEZ PEREZ

BAJO LA DIRECCION: DR. SERGIO FUENTES MAYA

MEXICO, D. F. 1994

Agradecimientos

En primer lugar a DIOS por darme el don más grande LA VIDA.

De manera especial al Dr. Sergio Fuentes Maya por la paciencia en la dirección de esta tesís; al mismo tiempo a los profesores

- M. en I. Rubén Tellez Sanchez
- M. en I. Ricardo Aceves García
- M. en I. Federico Gonzalez Santoyo
- y a la M. en I. Idalia Flores de la Mota

por integrar el jurado y por dedicar tiempo en la revisión del trabajo, sus contribuciones fueron muy valiosas para su enriquecimiento.

A mis Padres porque me han apoyado intensamente en todos y cada uno de mis proyectos; además de su paciencia, cariño, comprensión y por lo mucho que me han dado a lo largo de toda mi vida.

A mi hermano Jaime por su paciencia y ayuda en la enseñanza del Latex y la realización de las gráficas. Además de ser un gran amigo.

A mis hermanos Rocio y Enrique por su apoyo y por ser muy buenos amigos.

A Bety por su compresión, paciencia, apoyo y sobre todo por su AMOR.

A los amigos del MFC por todos esos muy buenos momentos.

Finalmente a la UAM-A por su apoyo para la impresión del presente trabajo.

A mis Padres, a mis Hermanos
a Bety

Indice

Introducción 1

1 Técnicas de presupuesto de capital 3

1.1 Introducción 3
1.2 ¿Qué es el Presupuesto de Capital? 3
1.3 La Regla del Período de Retorno. 5
1.3.1 Problemas con el Método del Período de Retorno. 6
1.4 Regla del Período de Retorno Descontado. 7
1.5 El Promedio del Retorno Contable. 7
1.5.1 Analizando el Promedio de Retorno Contable. 9
1.6 La Tasa Interna de Retorno. 10
1.7 Problemas con el Método de la TIR. 12
1.7.1 Definición de Proyectos Independientes y Mutuamentes Excluyentes 12
1.8 Flujos de Efectivo Relevantes 17
1.8.1 Flujos de Efectivo - No Ingresos Contables. 17
1.9 Inflación y Presupuesto de Capital. 19
1.9.1 Tasas de Interes e Inflación. 19
1.9.2 Flujos de Efectivo e Inflación 20
1.9.3 Descuentos ¿Reales o Nominales? 21
1.10 Inversiones de Vidas Diferentes. 23
1.10.1 El Método del Costo Anual Equivalente. 23
1.10.2 Decisión General de Reemplazamiento 26
1.11 Árbol de Decisiones 29
1.12 Análisis de Sensibilidad y de Escenarios. 31
1.12.1 Análisis de Sensibilidad. 32
1.12.2 Análisis de Escenarios. 34
1.13 Análisis de Equilibrio. 35
1.14 Punto de Equilibrio del Valor Presente. 38

2 Riesgo y Rendimiento **40**
2.1 Introducción. 40
2.2 Definiciones. 40
2.2.1 El Método de la Matríz. 43
2.2.2 El Efecto de la Diversificación. 43
2.3 El Conjunto Eficiente de Dos Activos. 45
2.4 Conjunto Eficiente de Varios Activos. 47
2.5 Desviación Estandar de un Portafolio con Varios Activos. 48
2.5.1 Ejemplo de Diversificación. 49
2.6 Prestar o Pedir Prestado a la Tasa de Menor Riesgo. 51
2.7 Portafolio Óptimo. 53
2.8 Equilibrio de Mercado. 55
2.8.1 Definición del Portafolio de Mercado. 55
2.9 Riesgo y Retorno: The Arbitrage-Pricing Theory (APT). 60
2.9.1 Riesgo: Sistematico y No Sistematico. 61
2.9.2 Riesgo Sistemático y Betas. 62
2.9.3 Portafolios y el Módelo de Factor. 64
2.9.4 Portafolio y Diversificación. 64
2.9.5 Betas y Retornos Esperados. 65
2.9.6 El Portafolio de Mercado y el Factor Simple. 66
2.9.7 CAPM Y APT. 67
2.10 Riesgo, Retorno y Presupuesto de Capital. 67
2.10.1 La Beta del Activo. 67
2.10.2 La Tasa de Descuento. 70
2.10.3 Una Extensión del Módelo Básico. 71
2.10.4 Determinantes de la Beta. 71

3 Estructura de Capital **75**
3.1 Introducción. 75
3.2 Descripción de la Eficiencia de los Mercados de Capital. 76
3.2.1 Diferentes Tipos de Eficiencia. 77
3.2.2 Estudios Eventuales. 78
3.2.3 El Record de los Fondos Mutuos. 79
3.3 Financiamiento a Largo Plazo. 80
3.3.1 Activo Común. 80
3.3.2 Valor Par. 80
3.3.3 Superavit de Capital. 80
3.3.4 Ganancias Retenidas. 81
3.3.5 Valor de Mercado, Valor de Libro y el Valor de Reemplazamiento. 82
3.4 Estructuras de Capital. 83
3.4.1 Maximización de la empresa contra la maximización de los intereses de los accionistas. 84
3.4.2 Proposición I de Modligiani y Miller (No impuestos) . . . 85

3.4.3 Apalancamiento Financiero y el Valor de la Firma: 87
3.4.4 Modligiani y Miller: Proposición II (No Impuestos). 89
3.4.5 Impuestos. 94
3.4.6 El Módelo de Miller. 104
3.5 El Promedio Ponderado del Costo de Capital. 106
3.5.1 Costo de Deuda y Equidad en la Formula del Promedio Ponderado del Costo de Capital (WACC). 107
3.5.2 Promedio Ponderado del Costo de Capital (WACC). 111
3.6 Presupuesto de Capital. 113
3.7 Valor Presente Ajustado APV. 115
3.7.1 Valor en Equidad Total. 115
3.7.2 Costos de Lanzamiento. 116
3.7.3 Impuestos Subsidiados. 117
3.7.4 Tasa de Financiamiento No Mercantil. 118
3.7.5 APV Y Beta. 118
3.7.6 Proyectos No Engrandecidos Escalarmente. 121
3.8 WACC Y APV. 121

4 Aplicaciones **122**
4.1 Metodología Box-Jenkins en el Presupuesto de Capital. 122
4.1.1 Introducción. 122
4.1.2 Flujos de Efectivo que Siguen un Proceso Estacionario. . 123
4.1.3 Flujos de efectivo que no siguen un Proceso Estacionario. 127
4.1.4 Ejemplos e Interpretaciones. 130
4.2 La Decisión de Hacer o Comprar. 135
4.2.1 Introducción. 135
4.2.2 La Decisión de Hacer o Comprar en la Estructura de Presupuesto de Capital. 136
4.2.3 La Cantidad de Equilibrio. 139
4.2.4 La Decisión de Hacer o Comprar bajo Inflación. 143

Conclusiones **145**

Bibliografía **148**

Lista de Figuras

1.1 Flujos de efectivo 5
1.2 Flujos de efectivo para TIR 10
1.3 Flujos de efectivo y gráfica de la TIR 11
1.4 Valor presente neto y tasa de descuento de los proyectos A, B y C. 13
1.5 Efecto de la inflación en la tasa nominal de interes. 20
1.6 árbol de decisiones del proyecto SEC. 30
1.7 Ingresos y costos para el análisis de equilibrio. 37

2.1 Conjunto eficiente de dos activos 45
2.2 Conjuntos eficientes y ρ. 47
2.3 Conjunto eficiente para varios activos 48
2.4 Riesgo de Portafilio y número de activos 50
2.5 Línea de Mercado de Capital de Merville Corp. 52
2.6 Conjunto eficiente y línea de Capital de Mercado 54
2.7 ínea de seguridad de Mercado 58
2.8 Riesgos y número de activos 65
2.9 Diferentes Portafolios y sus retornos segun la linea de Mercado . 66
2.10 Portafolio de Mercado y factor simple 67
2.11 Diagrama de dispersión de IBM y S&P 500 68
2.12 Ajuste lineal entre IBM y S&P 500 69
2.13 Riesgo y tasa de descuento del Proyecto Software Ventura 72
2.14 Niveles de operación de las tecnologías A y B 73
2.15 Contribución Marginal de las tecnologías A y B 74

3.1 Posibles ajustes en el precio de una acción 77
3.2 Módelo del pay para ilustrar la estructura de capital de una empresa 84
3.3 Efectos del apalancamiento financiero 89
3.4 Costo de capital de acuerdo a la razón deuda-equidad 91
3.5 Composición de la empresa apalancada y despalancada 95
3.6 Gráfica del valor de D Airlines 98
3.7 Proposición II de MM (impuestos) 99
3.8 Valor de la firma y su apalancamiento (costos de quiebra e impuestos) 101

3.9 Valor total de la firma y sus diferentes obligaciones 102
3.10 Valor total de la firma apalancada 106

4.1 Ejemplos de las variaciones de los flujos de efectivo en el tiempo. 130

Introducción

A lo largo de su existencia tanto los individuos como las organizaciones toman un sin numero de decisiones clasificando a éstas unas más importantes que otras. Cuando tenemos que tomar una decisión importante no procedemos de manera intuitiva, sino que establecemos un procedimiento que nos ayuda a seleccionar la mejor opción.

Para las empresas el Presupuesto de Capital es el procedimiento por el cual ésta análiza y selecciona las decisiones de gastos e inversiones de capital en activos o proyectos que proveeran beneficios o utilidades más alla de un período de tiempo, debido a esto, estas decisiones influyen y muchas veces determinan la sobrevivencia y el crecimiento a largo plazo de la empresa. Fundamentalmente cobra importancia en un clima de competencia como el que se ha comenzado a vivir en nuestro país.

Para evitar errores e ineficiencias en los gastos e inversiones de capital, pueden causar grandes derroches e incluso la quiebra de la corporación, se ha optado por considerar la investigación de operaciones para argumentar este tipo de decisiones.

Comúnmente se conceptua al presupuesto de capital como el ejercicio de estimar el valor presente neto de los flujos de efectivos futuros y otros beneficios y compararlos con la inversión inicial. Sin embargo hemos encontrado que hablar de futuro es hablar de incertidumbre sobre todo si se trata a muy largo plazo; hemos identificado que casi todo lo que rodea a los elementos para el presupuesto de capital presentan un grado de incertidumbre, desde la estimación de los beneficios o utilidades de un activo o proyecto (que se dicen ciertos) hasta las tasas de interes, inflación o inclusive impuestos.

Un primer objetivo de esta tesís es dar un compendio general de las diferentes técnicas del presupuesto de capital cunado se tiene un alto grado de certeza (con certidumbre), de tal manera que, pueda servir de introducción de estos temas; en un segundo e importante objetivo es dar a conocer las diferentes maneras de como tratar la incertidumbre enfocandose sobre todo a las tasas de descuento. Por último mostramos algunas técnicas avanzadas de investigación de operaciones para la solución de dos diferentes problemas de presupuesto de capital.

Estos objetivos los cubrimos de la siguiente manera: En el primer capitulo comprobamos que el valor presente neto (VPN) es la mejor forma de evaluación de los proyectos, ya que esencialmente considera a todos los flujos de efectivo, además de considerar su valor a traves del tiempo entre otras cosas. En este mismo capitulo vemos dos importantes técnicas de la evaluación de proyectos con incertidumbre, como lo son los árboles de decisiones y el análisis de sensibilidad que se utilizaran en el último capitulo.

En la segunda parte comprendemos de manera progresiva lo que son las relaciones de riesgo y retorno cuando se tienen diferentes activos, llegando a considerar el modelo de Capital Asset Price Model (CAPM) y Asset Price Theory (APT), los cuales son los métodos más importantes en el presupuesto de capital bajo incertidumbre.

Aúnque CAPM es bastante conocido y de gran utilidad, éste olvida algunos factores como el que una empresa depende de la eficiencia del mercado; que las empresas piden prestado para resolver sus necesidades o para incrementar su valor y con ello también el riesgo de equidad. Todo esto nos lleva a modelos como el Promedio Ponderado de Costo de Capital WACC o el Valor Presente Actual (APV), con los que el riesgo se ve de diferente manera, que conjuntamente con CAPM se obtiene una adecuada tasa de capitalización. Esto se desarrolla en el capitulo III.

Considerando que podemos obtener una adecuada tasa de descuento de acuerdo a lo desarrollado, consideramos ahora la incertidumbre en los flujos de efectivo, supondremos como caso especial que éstos siguen un proceso autorregresivo de promedios moviles ARMA(p,q) ó un proceso autoregresivo de promedios móviles ARIMA(p,q) de los modelos de series de tiempo de Box-Jenkins. Damos la formulación de el valor esperado del VPN, E(VPN) y su varianza, además de especificar cuando el proyecto se aceptara o rechazara de acuerdo a los parametros del modelo. En una segunda parte de este problema calculamos la TIR de los flujos de efectivo a partir de los modelos ARIMA(p,q) y con la ayuda de métodos númericos.

En el segundo problema nos enfrentamos a la decisión de comprar o hacer un componente de un producto que actualmente estamos fabricando. Consideramos todo lo desarrollado y llegamos a la formulación del VPN que compara a ambos proyectos. Suponemos que la única fuente de incertidumbre es la cantidad Q; despues de hacer algunos ajustes para la contabilidad del riesgo, se resuelve el problema por medio de un análisis de sensibilidad y de punto de equilibrio.

Capítulo 1

Técnicas de presupuesto de capital

1.1 Introducción

Comenzamos con el problema de presupuesto de capital y lo ejemplificamos con la regla del valor presente neto (VPN). Suponemos que el lector tiene una idea firme de lo que es esta técnica y nos enfocamos a compararla con otras como el período de retorno, la tasa de retorno contable y la tasa interna de retorno (TIR). Todas estas de alguna manera son insuficientes para reemplazar al VPN.

Consideramos la diferencia de los flujos de efectivo que incrementan el valor de la firma y aquellos que no lo hacen, entre estos últimos tenemos los costos hundidos, los costos de oportunidad y los efectos laterales. Más adelante consideramos el efecto importante de la inflación en la tasa de descuento que la hace pasar de término nominal a real.

En una tercera sección mostramos como evaluar y comparar los proyectos con diferentes vidas y finalmente introducimos algunas técnicas para tratar a los proyectos con flujos de efectivo con incertidumbre como son: Análisis de equilibrio, árbol de decisiones y análisis de sensibilidad.

1.2 ¿Qué es el Presupuesto de Capital?

En pocas palabras definimos el Presupuesto de Capital como el Manejo y la Planeación de los gastos e inversiones para diferentes activos, durante períodos de vida que generalmente son largos.

Para llevar a cabo el Presupuesto de Capital existen un gran número de técnicas. Sin embargo, actualmente existen un número de argumentos que justifican el uso del VPN. Comenzaremos mostrando un ejemplo en el que presentamos parte de estas justificaciones.

Ejemplo.

La Alfa Corporation está considerando invertir en un proyecto de riesgo mínimo cuyo pago inicial es de \$100 al término del año 1, éste paga \$107 y no tiene otro flujo de efectivo. Los directores de la empresa están contemplando las siguientes opciones:

1. Usar los \$100 como flujo corporativo e invertirlo en el proyecto. Los \$107 se pagan como dividendos dentro de un período.

2. Renunciar al proyecto y pagar los \$100 de flujo de Corporativo como un dividendo de hoy.

Si se emplea la estrategia 2. El accionista debe depositar el dividendo en el banco durante un período. Como el riesgo del proyecto es casi nulo y dura solamente un período, el accionista preferirá la estrategia 1 si la tasa de interes está por abajo del 7%.

En otras palabras el accionista preferirá la estrategia 1 si la estrategia 2 produce menos de \$107 al final del año.

La comparación anterior se puede manejar de una manera más sencilla utilizando el análisis del VPN. Si la tasa de interes es del 6%, el VPN del proyecto es:

$$\$0.94 = -\$100 + \frac{\$107}{1.06}$$

Como se observa el VPN es positivo, luego, el proyecto se debe aceptar con esta tasa de interes. De hecho una tasa de interes bancaria por arriba del 7% hara que el proyecto tenga un VPN negativo implicando que bajo esa condición el proyecto se debe rechazar. Con esto deducimos el siguiente punto basico:

Tenemos que aceptar los proyectos con VPN positivo ya que estos benefician a nuestros accionistas.

Aunque este ejemplo fue muy simple, el resultado anterior se puede aplicar a otras situaciones. Por ejemplo, si el proyecto dura varios años, se calcula el VPN del mismo descontando los flujos de efectivo de manera apropiada.

¿Como podemos saber si los otros métodos son tan buenos como el VPN? La clave del VPN se encuentra en los siguientes atributos:

1. El VPN usa flujos de efectivo. Los flujos de efectivo de un proyecto se pueden utilizar para diferentes propositos (por ejemplo, pago de dividendos, otros proyectos de presupuesto de capital o el pago de intereses corporativos). En contraste las ganancias son una construcción artificial que más adelante ejemplificaremos. Mientras las ganancias las usan los contadores, estas no se deben de utilizar en el presupuesto de capital ya que estas no representan efectivo.

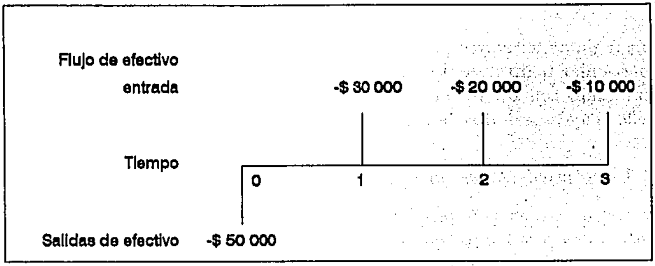

Figura 1.1: Flujos de efectivo

2. El VPN usa todos los flujos de efectivo del proyecto. Otros métodos ignoran los flujos de efectivo más alla de una fecha en particular; hay que tener cuidado con esos métodos.

3. El VPN descuenta los flujos de efectivo de manera apropiada. Muchos métodos ignoran el valor del dinero a través del tiempo cuando manejan los flujos de efectivo. ¡Cuidado!

1.3 La Regla del Período de Retorno.

Esta es una de las alternativas más populares y a continuación mostramos como funciona.

Considerese un proyecto con una inversión inicial de -$50 000. Sus flujos de efectivo son $30 000, $20 000, y $10 000 en los primeros 3 años. Los flujos de efectivo se ilustran en la figura 1.1.

Una notación común que podemos encontrar para escribir está inversión es la siguiente.

$$(-50000, 30000, 20000, 10000)$$

El signo menos de 50 000 significa que es una salida de efectivo para el inversionista y las comas entre los diferentes números indican que suceden en diferentes períodos (si son salidas de efectivo significa que son pagos). En este ejemplo estamos suponiendo que los flujos de efectivo ocurren cada año, el primer flujo de efectivo ocurre en el momento que tomamos la inversión.

La empresa recibe los flujos de efectivo de 30 000 y 20 000 en los primeros dos años los cuales suman 50 000 que es el monto de la inversión original. Lo que significa que la empresa ha recuperado la inversión en dos años. Por lo que decimos que estos dos años son el período de retorno de la inversión.

La regla para invertir por medio de este método es muy simple. Se selecciona un particular tiempo de cierre, en este caso es de dos años. Todos los proyectos de inversión con un período de retorno de dos o menos años se aceptaran y aquellos cuyos períodos de retorno son más de dos años se rechazaran.

1.3.1 Problemas con el Método del Período de Retorno.

Hay por lo menos tres problemas con el presente método. Para ilustrar los primeros dos problemas tomaremos en cuenta los tres proyectos de la tabla 1. Los tres proyectos tienen un período de retorno de tres años, por lo que, de acuerdo a la regla, deben ser igualmente atractivos.

Flujos de efectivo esperado			
AÑO	A	B	C
0	-100	-100	-100
1	20	50	50
2	30	30	30
3	50	20	20
4	60	60	60
período de retorno	3	3	3

Estos no son igualmente atractivos como a continuación se muestra

Problema No. 1. Los flujos de efectivo a traves del tiempo dentro del período de retorno.

Comparemos el proyecto A con el B. Del 1er. al 3er. año los flujos de efectivo del proyecto A alcanzan de \$20 a \$50 mientras que en el proyecto B van de \$50 a \$20. El flujo de efectivo más grande de \$50 se presenta primeramente en el proyecto B por lo que este tiene un valor presente más alto. Casi nunca se ven los valores de los flujos de efectivo antes del período de retorno de dos proyectos similares. Así un problema con el período de recuperación es que no considera la devaluación de los flujos de efectivo dentro del período de recuperación. Con esto se muestra que el método del período de recuperación es inferior al VPN pues este último descuenta los flujos de efectivo de manera apropiada.

Problema No. 2. Los pagos despues del período de recuperación.

Considerense los proyectos B y C para los cuales se tienen identicos flujos de efectivo dentro del período de recuperación. Sin embargo el proyecto C se prefiere de manera clara ya que este tiene un flujo de efectivo de 60 en el cuarto año. De esta manera otro problema en el período de retorno es que ignora todos los flujos de efectivo despues del período de retorno, esto no se presenta en el método del VPN ya que este utiliza todos los flujos de efectivo del proyecto. Por lo que, con todo esto, el método de período de retorno se debe utilizar para tomar decisiones a corto plazo, ya que, de no ser asi, nos puede llevar a acciones inadecuadas.

Problema No. 3. Tasa arbitraria para el método del período de retorno.

Para este problema, no necesitamos referirnos a la tabla anterior. Cuando una empresa usa el método del VPN es posible ir al mercado de Capitales y obtener una tasa de descuento. Con el método del período de retorno no existe una guia para elegir la tasa y esta puede ser arbitraria.

1.4 Regla del Período de Retorno Descontado.

Despues de todo lo anterior, algunas decisiones se hacen con una variante llamada regla del período de retorno descontado. Bajo este método primero descontamos los flujos de efectivo. Posteriormente buscamos cuanto tiempo tomará a los flujos de efectivo descontados igualar a la inversión inicial.

Por ejemplo. Supongase que la tasa de descuento es de 10% y que los flujos de efectivo del proyecto son:

$$(-100, 50, 50, 20)$$

Esta inversión tiene un período de retorno de dos años. Para calcular el período de retorno descontado primero descontamos cada flujo de efectivo a una tasa del 10%, de esta manera obtenemos:

$$(-100; \frac{50}{1.1}; \frac{50}{(1.1)^2}; \frac{20}{(1.1)^3}) = (-100; 45.45; 41.32; 15.03)$$

El período de retorno descontado de la inversión original es simplemente el período de retorno de estos flujos de efectivo descontados. Este período de retorno es de menos de 3 años ya que (\$45.45 + \$41.32 + \$15.03)= \$101.8.

Conforme tengamos más flujos de efectivo positivos el período de retorno descontado nunca va a ser más pequeño que el período de retorno ya que los flujos descontados son más pequeños que los originales.

En primera instancia el método del retorno descontado parece ser una forma alternativa atractiva. Sin embargo, en una inspección más minuciosa se puede ver que este método tiene el mismo mal. Al igual que el método del período de retorno, el método del período de retorno descontado nos da una elección de un período de corte arbitrario y entonces ignora todos los flujos de efectivo despues de esa fecha.

1.5 El Promedio del Retorno Contable.

Otro método alternativo para hacer decisiones financieras es el promedio del retorno contable (PRC). Este método es el promedio de las ganancias despues de impuestos y depreciación, dividido por el promedio del valor en libros de la inversión a lo largo de su vida. A pesar de sus fallas, vale la pena examinar el método de retorno de promedio contable ya que este es usado frecuentemente en el mundo real.

Ejemplo.

Considere a una compañía que esta considerando comprar un local para una tienda en un nuevo edificio. El precio de compra de la misma es de $500 000. Supondremos que la tienda tiene una vida aproximada de 5 años y para entonces necesitara repararse completamente o reconstruirse. Las ventas anuales del proyecto se muestran en la siguiente tabla.

Ingresos y costos anuales para el promedio del retorno contable					
	AÑO 1	AÑO 2	AÑO 3	AÑO 4	AÑO 5
Ingresos	433 333	450 000	266 667	200 000	133 333
gastos	200 000	150 000	100 000	100 000	100 000
flujos de efectivo antes de impuestos	233 333	300 000	166 667	100 000	33 333
Depreciación	100 000	100 000	100 000	100 000	100 000
Ganancias antes de impuestos	133 333	200 000	66 667	0	-66 667
Impuestos (Tc = 0.25)	33 333	50 000	16 667	0	-16 667
Ingreso Neto	100 000	150 000	50 000	0	-50 000

Observe cuidadosamente la tabla. La primera visión que se debe tener para cualquier proyecto de asentamiento es la de un proyecto de flujos de efectivo. Cuando se abre la tienda, se estima que en el primer año las ventas serán de $433 333 y despues de gastos, los flujos de efectivo antes de impuestos serán de $233 333. Despues del primer año se espera que las ventas se incrementen y los gastos decreceran resultando que los flujos de efectivo antes impuestos sean de $300 000. Despues de esto, influiran la competencia de otras tiendas y las diferentes novedades haran que nuestros flujos de efectivo antes de impuestos caigan en los próximos tres años de la siguiente manera: $166 667, $100 000, $33 333.

Para calcular la tasa de retorno contable del proyecto, dividimos el promedio del ingreso neto entre la cantidad promedio invertida, esto se hace en los siguientes tres pasos.

Paso 1. Determinación del ingreso neto promedio.- El ingreso neto en cualquier año es el flujo neto de efectivo menos la depreciación e impuestos. La depreciación no es una salida de efectivo. De hecho, es una carga que refleja que la devaluación de la inversión en la tienda año tras año.

Hemos supuesto que el proyecto tiene una vida usual de 5 años, durante la cual se ira devaluando. Dado que la inversión inicial es de $500 000 y como ésta será despreciable en 5 años supondremos que pierde valor a un rango de $100 000 por año. Esta perdida de valor se llama Depreciación lineal. Luego, restamos la depreciación e impuestos a los flujos de efectivo para derivar el ingreso neto como se muestra en la tabla.

Los ingresos netos a lo largo de los 5 años se dan de la siguiente manera: $100 000 en el primer año, $150 000 en el segundo, $50 000 en el año 3, cero en el cuarto, y -\$50 000 en el último año. El promedio del ingreso neto a lo largo de la vida del proyecto es por lo tanto:

Promedio ingreso neto

$$\frac{\$100000 + \$150000 + \$50000 + \$0 - \$50000}{5} = \$50000$$

Paso 2. Determinación de la inversión promedio.- Como ya se dijo la inversión de la tienda se va devaluando debido a la Depreciación, que como se vio es de \$100 000 por año y dado que la inversión inicial es de \$500 000 al final del año cero, el valor al final del año 1 es de \$400 000 y asi sucesivamente. ¿Cual es el valor promedio de la inversión sobre su tiempo de vida?

El cálculo de la inversión promedio es:

$$\frac{500000 + 400000 + 300000 + 200000 + 100000 + 0}{6} = 250000$$

Dividimos entre 6 y no entre 5, debido a que los 500 000 de la inversión se dan en el comienzo de los 5 años y 0 en el comienzo del sexto año. En otras palabras, hay 6 términos en el parentesis de la ecuación anterior.

Paso 3. Determinación del promedio del retorno contable.

El promedio de retorno contable es simplemente

$$PRC = \frac{\$50000}{\$250000} = 20\%$$

Si la firma tuviese una tasa de retorno contable comprobable de más del 20% el proyecto sería rechazado y si su retorno contable fuese de menos del 20% este debería ser aceptado.

1.5.1 Analizando el Promedio de Retorno Contable.

La falla más importante del método anterior es que este no usa la materia prima adecuada, es decir, como utiliza los ingresos netos y los valores contables, estos nos pueden llevar a la decisión de tomar la inversión. Contrariamente, a la regla del VPN que utiliza los flujos de efectivo.

La regla anterior no contabiliza el tiempo. En el ejemplo anterior, el PRC podría haber sido el mismo si los \$100 000 del ingreso neto en el primer año hubiesen ocurrido en el último año. Sin embargo, retrasando este flujo de efectivo hasta por cinco años, podría haberse hecho la inversión menos atractiva bajo la regla del VPN ya que este toma en cuenta el valor del dinero a traves del tiempo.

Finalmente al igual que el período de recuperación requiere de una elección arbitraria de corte, el método del PRC no ofrece ninguna guia a este respecto o de como debe ser la tasa de retorno, esta última podría ser la tasa de descuento del mercado; pero como el método del PRC no siempre nos indica lo mismo que el del VPN, no es tan obvio que esta deba ser la elección correcta.

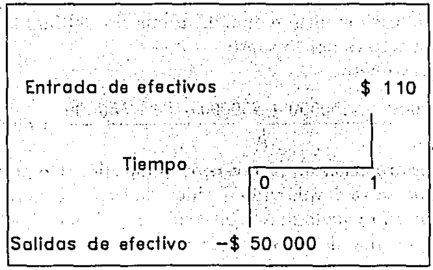

Figura 1.2: Flujos de efectivo para TIR

1.6 La Tasa Interna de Retorno.

Ahora llegamos a la alternativa más importante del VPN, La tasa interna de retorno, conocida universalmente como la TIR. La TIR es semejante al VPN. Sin embargo nunca calculamos el VPN. La idea básica de la TIR es de tratar de encontrar un número simple que resuma los meritos del proyecto. Este número no depende de la tasa de interes que prevalece en el mercado de capitales. Esta es la razón por la cual se llama tasa interna de retorno; el número es intrinseco o interno al proyecto y no depende de alguna otra cosa a excepción de los flujos de efectivo.

Por ejemplo, considere el proyecto simple (-\$100, \$110) como se muestra en la figura 1.2.

Para una tasa de interes, el VPN para este proyecto se puede describir de la siguiente manera:

$$VPN = -\$100 + \frac{\$110}{1+r}$$

¿Cuál debe ser la tasa de interes para que el VPN del proyecto sea cero?.

Comenzamos utilizando una tasa de descuento arbitraria; digamos de 0.08 con lo que se obtiene:

$$\$1.85 = -\$100 + \frac{\$110}{1.08}$$

Como el VPN anterior fue positivo, tratamos ahora con una tasa de interes más grande, digamos, 0.12 asi se tiene:

$$-\$1.79 = -100 + \frac{\$110}{1.12}$$

Como se ve, el VPN es negativo; por lo que necesitamos una tasa de interes más pequeña por decir 0.10 con lo que obtenemos

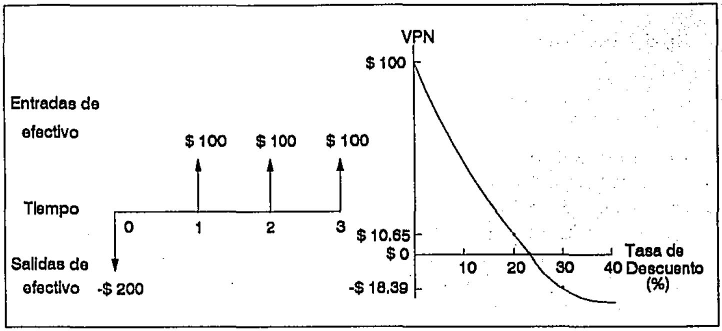

Figura 1.3: Flujos de efectivo y gráfica de la TIR

$$\$0 = -\$100 + \frac{\$110}{1.1}$$

Con este procedimiento de prueba y error se observa que el VPN es igual a cero cuando r = 10%, por eso decimos que la tasa interna de retorno del proyecto es del 10%. En general la TIR es la tasa a la cual el VPN del proyecto vale cero. La empresa debe aceptar o rechazar el proyecto según sea la tasa de descuento que maneja la misma. Si la tasa de descuento es inferior al 10% se debe aceptar el proyecto. Por otra parte se debe rechazar el proyecto si la tasa de descuento es superior al 10%.

En general la regla de inversión es la siguiente:

Aceptar el proyecto si la TIR es más grande que la tasa de descuento. Rechazar el proyecto si la TIR es menor que la tasa de descuento.

A la regla anterior la llamamos la regla básica de la TIR. Ahora tratamos un ejemplo más complicado que se ilustra en la figura 1.3.

Al igual que en el ejemplo anterior usamos el método de prueba y error para calcular la TIR. Tratamos con tasas del 20 y 30% obteniendose

Tasa de descuento	VPN
20%	\$10.65
30%	-\$18.39

Despues de hacer varias pruebas encontramos que el VPN se hace cero cuando r = 23.37%. Si la tasa de descuento es del 20%, el VPN es positivo y se debe aceptar. Sin embargo si la tasa de descuento fuera del 30% se debe rechazar.

Algebraicamente, la TIR es la incognita de la siguiente ecuación

$$\$0 = -200 + \frac{100}{1+TIR} + \frac{100}{(1+TIR)^2} + \frac{100}{(1+TIR)^3}$$

La figura 1.3 ilustra el significado de encontrar la TIR del proyecto. En esta aparece el VPN en función de r la tasa de descuento. La curva cruza el eje de las r en el valor de la TIR ya que en esta el VPN = 0.

Hay que observar que el VPN es positivo para tasas de descuento más pequeñas que la TIR y negativa para tasas mayores que la TIR. Con lo que nos da a entender que debemos aceptar el proyecto cuando la tasa de descuento es menor que la TIR ya que el VPN es positivo. Luego las reglas de la TIR y el VPN coinciden en este caso.

En general la regla de la TIR siempre coincidirá con la regla del VPN. Bueno, esto parece ser maravilloso ya que con el cálculo de la TIR de un proyecto este nos podría decir entre que rangos deben estar los proyectos para aceptarse. Por ejemplo si la regla de la TIR realmente funcionará, un proyecto con una TIR del 20% siempre será tan bueno como un proyecto con una TIR del 15%.

Pero en el mundo de las finanzas no funciona. Desafortunadamente, la regla de la TIR y del VPN son la misma para ejemplos simples como los anteriores. Pero, surgen varios problemas con la TIR para situaciones más complicadas.

1.7 Problemas con el Método de la TIR.

1.7.1 Definición de Proyectos Independientes y Mutuamentes Excluyentes

Un proyecto Independiente es aquel cuya aceptación o rechazo es independiente de la aceptación o rechazo de otros proyectos. Por ejemplo supongamos que Mc Donalds esta pensando poner un expendio de hamburguesas en una remota isla. La aceptación o rechazo de esta unidad probablemente no tendra nada que ver con la aceptación o rechazo de algunos de sus otros restaurantes de su sistema.

Ahora consideremos el extremo. Inversiones mutuamente exclusivas. ¿Qué significa que dos proyectos sean mutuamente exclusivos? Se puede aceptar A ó se puede aceptar B o rechazar ambos pero no se pueden aceptar ambos. Por ejemplo A puede ser la construcción de un apartamento en un lote y B la decisión de construir un teatro sobre el mismo lote.

Ahora presentamos dos problemas con el que el método de la TIR que afecta tanto a los proyectos independientes como a los mutuamente excluyentes.

Dos problemas que generalmente afectan tanto a proyectos independientes como a los mutuamente excluyentes.

Comenzamos con nuestro proyecto A el cual tiene los siguientes flujos de efectivo (-\$100, \$130)

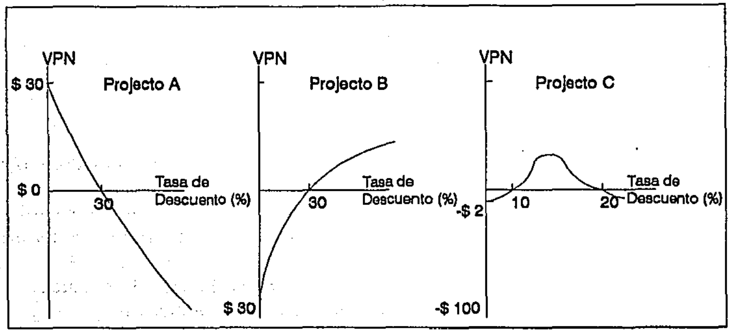

Figura 1.4: Valor presente neto y tasa de descuento de los proyectos A, B y C.

La TIR del proyecto A es del 30%. La siguiente tabla nos muestra otra información relevante del proyecto. La relación entre el VPN y la tasa de descuento se muestra en la figura 1.4 (A). Como se ve el VPN decrece conforme r crece.

Tasa interna de retorno y valor presente neto									
	Proyecto A			Proyecto B			Proyecto C		
Año	0	1	2	0	1	2	0	1	2
Flujos de efectivo	-\$100	\$130		\$100	-\$130		-\$100	\$230	-\$132
TIR		30%			30%		10%	y	20%
VPN al 10%		\$18.2			-\$18.2			0	
Aceptar si la tasa de mercado		$\leq$ 30%			$\geq$ 30%		$\geq$ 10%	pero	$\leq$ 20%
Financiar o invertir		Invertir			Financiar			Mixto	

Problema 1 ¿Invertir o Financiar?

Ahora consideremos el proyecto B con los siguientes flujos de efectivo (\$100, -\$130). Estos flujos de efectivo son exactamente los inversos a los del proyecto A. En este proyecto primero recibe el fondo y posteriormente se paga. Inusualmente los proyectos de este tipo parecerían no existir. Sin embargo tenemos el siguiente ejemplo: Supongamos que una corporación conduce un seminario donde los participantes pagan por adelantado. Y debido a los gastos en la fecha del seminario se tienen salidas de efectivo a posteriori.

Consideremos nuestro método de prueba y error para calcular la TIR.

$$-\$4 = \$100 + \frac{-\$130}{1.25}$$

$$\$0 = \$100 - \frac{\$130}{1.3}$$

$$\$3.7 = \$100 - \frac{\$130}{1.35}$$

Al igual que en el proyecto A se tiene una TIR de 30%. Sin embargo hay que observar que el VPN es negativo cuando la tasa de descuento es inferior a 30% e inversamente el VPN es positivo cuando la tasa de descuento es superior al 30%. La decisión de invertir es exactamente la apuesta al resultado anterior. Para este tipo de proyectos tenemos:

Aceptar el proyecto cuando la TIR es menor que la tasa de descuento y rechazarlo cuando la TIR es más grande que la tasa de descuento.

Aunque esta decisión no es tan usual, la figura 1.4 del proyecto B nos indica lo adecuado. La curva tiene una pendiente hacia arriba, implicando que el VPN esta positivamente o directamente relacionado con la tasa de descuento.

La gráfica nos hace tener una mejor intuición. Supongase que la firma quiere obtener $100 inmediatamente. Ésta puede elegir entre: 1)Conducir el proyecto B o 2)Pedir prestado al banco $100. De esta forma el proyecto es el sustituto de pedir prestado al banco. De hecho, debido a que la TIR es del 30%, tomar el proyecto B es equivalente a pedir prestado a una tasa del 30%. Si la empresa puede pedir prestado al banco a una tasa por decir así al 25% entonces el proyecto se debe rechazar. Sin embargo, si la empresa solo puede pedir prestado a una tasa del 35% entonces debe aceptar el proyecto. De esta manera el proyecto se acepta si y solo si la tasa de descuento es superior a la TIR.

Veamos la otra parte con el proyecto A. Si la firma tiene $100 para invertir puede realizar cualquiera de las siguientes opciones: 1)Conducir el proyecto A o 2)Prestar los $100 al banco. El proyecto es el substituto de prestar el dinero. En efecto. Dado que la TIR es del 30% tomar el proyecto A es equivalente a prestar el dinero a una tasa del 30%. La empresa debe aceptar el proyecto A si la tasa de prestamo es menor al 30% e inversamente la firma deberá rechazar el proyecto A si la tasa de prestamo es superior al 30%.

Dado que la firma inicialmente paga dinero en el proyecto A e inicialmente recibe dinero en el proyecto B, nos referiremos a los proyectos de diferente manera, en el primero diremos que es un proyecto de tipo Inversión y en el segundo es uno de tipo Financiamiento. En la vida practica la mayoria de los proyectos son de inversión. Dado que la regla de la TIR funciona de manera inversa para los proyectos de financiamiento se ve comunmnete como un problema, claro, entendiendo esto de manera apropiada.

Problema 2. Multiples Tasas de Retorno.

Suponga que los flujos de efectivo de un proyecto son los siguientes (-$100, $230, -$132). Como se puede apreciar este proyecto tiene un flujo de efectivo negativo, otro positivo y finalmente uno negativo; con lo que decimos que los flujos de efectivo del proyecto exhiben dos cambios de signo. Aunque parece extraño el comportamiento de los flujos de efectivo, algunos proyectos requieren de salidas de efectivo para despues recibir flujos de efectivo. Por ejemplo, se podría tratar de un proyecto de minería a campo abierto. El primer estado de la inversión es la inversión inicial para cavar la mina. Las utilidades de la operación se reciben en el segundo estado. El tercer estado incluye la mayor inversión de acuerdo a los reclamos de la tierra y satisfacer los requerimientos de protección ambiental y por lo tanto tenemos dos flujos de efectivo negativos.

Es fácil verificar que este proyecto no solamente tiene una TIR, sino que tiene dos: una es de 10% y la otra de 20%. Los cálculos son

$$-\$100 + \frac{\$230}{1.1} - \frac{\$132}{(1.1)^2}$$

$$\$0 = -\$100 + \$209.09 - \$109.09$$

$$y \; - \$100 + \frac{\$230}{1.2} + \frac{-\$132}{(1.2)^2}$$

$$\$0 = -\$100 + \$191.67 - \$91.67$$

En este caso parece ser que las TIR no tienen sentido, ya que nos podemos preguntar: ¿Cual debemos utilizar?. Dado que no hay una buena razón para usar una u otra. La TIR en este caso no se puede utilizar.

De hecho no deberiamos estar preocupados por las multiples TIR. Despues de todo podemos recurrir al método del VPN. En la figura 1.4 aparece la curva del VPN de este proyecto como función de las tasas de descuento. En ésta se puede observar que el VPN es cero para r=10% y r=20%; pero además debemos observar que el VPN es positivo para todas las tasas de descuento entre este intervalo y negativo para valores de r fuera de este rango.

Como se pudo apreciar en este ejemplo las multiples TIR se deben a las entradas y salidas de efectivo despues de la inversión inicial. En general los cambios de signo de los flujos de efectivo producen multiples TIR. De hecho cualquier corriente de flujo de efectivo con M cambios de signo puede tener arriba de M TIRs positivas, como se verá a continuación.

Algebraicamente encontrar las TIR's es encontrar las raices de una ecuación polinomial. Para un proyecto con flujos de efectivo $(C_o, ..., C_r)$ requiere que calculemos la tasa de interes r para la cual:

$$VPN = C_0 + \frac{C_1}{1+r} + \cdots + \frac{C_T}{(1+r)^T} = \$0$$

Si usamos la siguiente sustitución $X = \frac{1}{(1+r)}$ la formula de la TIR la podemos escribir como:

$$VPN = C_0 + C_1 X + C_2 X^2 + \cdots + C_T X^T = 0$$

Encontrar la TIR es lo mismo que encontrar las raices del polinomio anterior. Dado que $X = \frac{1}{(1+r)}$ se sigue que hay una TIR asociada cada X la cual es: $r = \frac{1}{X} - 1$.

Del teorema fundamental del Álgebra sabemos que un polinomio de grado n tiene n raices. Cada una de esas raices que es positiva y menor que 1 tiene una TIR asociada, ahora si aplicamos la regla de signos de Descartes encontramos que una corriente de n flujos de efectivo puede tener M TIR's positivas, donde M es el número de cambios de signos para los flujos de efectivo.

Con todo lo anterior se tiene. Si el primer flujo de efectivo para un proyecto es negativo -por la inversión inicial- y si los restantes son positivos solamente hay una TIR simple, no importa cuantos períodos dure el proyecto. Es fácil de entender si se usa el concepto del valor del dinero a traves del tiempo. Por ejemplo, es fácil verificar que el proyecto A de la tabla tiene una TIR del 30% ya que con esta obtenemos:

$$VPN = -\$100 + \frac{\$130}{1.3} = \$0$$

¿Como sabemos que esta es la unica TIR? Supongamos que tratamos de encontrar una tasa más grande que el 30%. En el cálculo del VPN al cambiar la tasa de descuento no cambia el valor del flujo de efectivo inicial de -$100 ya que este no está descontado. Pero por otra parte al ir incrementando la tasa de descuento solamente puede decrecer el valor presente de los flujos de efectivo futuros. En otras palabras, debido a que el VPN es cero cuando r = 30%, cualquier incremento en r empujara al VPN al rango negativo. Similarmente si tratamos con una tasa de descuento menor del 30% el VPN total del proyecto será positivo. Aunque este ejemplo tiene solamente un flujo de efectivo positivo, todo el razosinio anterior nos sigue implicando que tenemos una única TIR si hay varias entradas de efectivo (pero no salidas) despues de la inversión inicial.

Si el flujo de efectivo inicial es positivo - y los restantes son negativos- este proyecto solamente tiene una sola TIR. Este resultado se sigue con el mismo razonamiento anterior. En estos casos ambos tienen solamente un cambio de signo en los flujos de efectivo. De esta forma, evadimos las multiples TIRs cuando solamente hay un cambio de signo en los flujos de efectivo.

Reglas Generales. La siguiente tabla resume nuestras reglas

Flujos	No. de TIRs	Criterio TIR	Criterios VPN
Primer flujo de efectivo es negativo y todos los demas son positivos	1	Aceptar Si TIR $\geq$ r Rechazar si TIR $\leq$ r	Aceptar si VPN $\geq$ 0 Rechazar si VPN $\leq$ 0
Primer flujo de efectivo es positivo y todos los demas son negativos	1	Aceptar si TIR $\leq$ r Rechazar si TIR $\geq$ r	Aceptar si VPN $\geq$ 0 Rechazar si VPN $\leq$ 0
Algunos flujos de efectivo despues del primero son positivos y algunos otros son negativos	Puede haber más de 1	No vale la TIR	Aceptar si VPN $\geq$ 0 Rechazar si VPN $\leq$ 0

Hay que observar que el criterio del VPN es el mismo para cada uno de los tres casos. En otras palabras, el análisis del VPN es el más apropiado. Inversamente la TIR solo se puede utilizar en ciertos casos.

A continuación nos vamos a ubicar en las técnicas de presupuesto de capital que utilizan al VPN. Mostraremos algunos ejemplos de flujos de efectivo no relevantes y posteriormente examinaremos el impacto de la inflación sobre las tasas de interes y sobre la tasa de descuento de un proyecto; veremos como la inflación se maneja correctamente mediante el análisis del VPN ademas, consideraremos los efectos de incertidumbre sobre los flujos de efectivo.

1.8 Flujos de Efectivo Relevantes

1.8.1 Flujos de Efectivo - No Ingresos Contables.

Hay una gran diferencia en los términos usados en finanzas y contaduría corporativas. Las técnicas en finanzas corporativas utilizan flujos de efectivo, mientras que en contaduría maneja números de ingresos y ganancias. En este trabajo tomaremos las técnicas del VPN de flujos de efectivo descontados.

Hay varias diferencias entre ganancias y flujos de efectivo. Sin embargo, no delinearemos con detalle estas mismas; pero, a continuación discutimos un ejemplo en las que se marca la diferencia. Considerese una firma que va a comprar un edificio en \$100 000 hoy. Estos \$100 000 son salida de efectivo inmediato. Sin embargo, suponemos una depreciación líneal sobre 20 años, solamente \$5000 (\$100 000/20) es considerado un gasto contable en el año actual. Las ganancias actuales son asi solamente reducidas a \$5000. Los restantes \$95 000 son gastados en el transcurso de los siguientes 19 años.

Debido a que el vendedor de la propiedad demanda liquidación inmediata, el costo en la fecha 0 del proyecto hacia la firma es \$100 000. Asi los \$100 000 deben ser vistos como una salida de efectivo inmediata para propositos de presupuesto de capital.

Además, no es suficiente el uso de los flujos de efectivo. En el cálculo del VPN de un proyecto, solamente deben ser usados los flujos de efectivo que incrementan el valor del proyecto. Estos flujos son consecuencia directa de aceptar el proyecto. Esto es, estamos interesados en las diferencias entre los flujos de efectivo de la firma con el proyecto y los flujos de ésta sin el proyecto.

El uso de los flujos de efectivo suena fácil, pero las trampas abundan en la mundo real. A continuación describimos como evadir algunas de éstas.

Costos Hundidos.

Un costo hundido es un costo que ya ha ocurrido. Estos no pueden cambiar la decisión de aceptar o rechazar el proyecto. Estos costos deben ser ignorados como tales. Los costos hundidos no incrementan los flujos de efectivo.

Ejemplo.

La General Milk Company está actualmente evaluando el VPN para establecer una línea de leche con chocolate. Como parte de la evaluación, la compañía a pagado a una firma consultora $100 000 para ejecutar un análisis de prueba de mercado. Este costo fue hecho el año pasado. ¿Este costo es relvante para la decisión de presupuesto de capital que actualmente enfrenta el gerente de la General Milk Company?

La respuesta es no. Los $100 000 no son recuparables, así los $100 000 ya gastados son costos hundidos, o dicho de otra manera, es leche tirada. De hecho, la decisión de gastar los $100 000 para el análisis de mercado, fue una decisión de presupuesto de capital por si misma y que fue perfecta hasta antes de realizarse. Nuastro punto es que una vez que la compañía incurrio en el gasto, el costo llega a ser irrelevante para cualquier decisión a futuro

Costos de Oportunidad.

Una firma puede tener un áctivo que está considerando venderlo, perderlo o emplearlo en cualquier parte dentro del negocio. Si el áctivo es usado en un nuevo proyecto, los réditos potenciales de la alternativa actual se pierden. Estos réditos perdidos pueden significativamente ser vistos como costos. Estos son llamados costos de oportunidad porque, tomando el proyecto, la empresa olvida otras oportunidades en las que se puede usar el áctivo.

Ejemplo.

Suponga que la Weinstein Trading Company tiene una bodega, que puede ser usada como una tienda de una nueva línea de máquinas de juegos electronicos. La compañía espera ofrecer las máquinas a un gran número de clientes. ¿Se debe considerar el costo del almacen y la tierra como costos asociados con la introducción de la nueva línea de las máquinas de juego?

Claro que si. El uso de una bodega no es vano, con ésta se tiene un costo de oportunidad. El costo es el dinero que la compañía podría recibir si la decisión fuera el de rechazar el proyecto y poner los áctivos en otro uso (venderlos). Así el VPN del uso alternativo llega a ser un costo de oportunidad de la decisión de vender los equipos electronicos.

Efectos Laterales.

Otra dificultad en la determinación de los flujos de efectivo que incrementan el valor, son los que vienen de los efectos colaterales por otros proyectos propuestos dentro de la misma firma. El efecto colateral más importante es la erosión. La erosión es el flujo de efectivo transferido a un nuevo proyecto en el consumo y venta de otros productos de la misma empresa.

Ejemplo.

Suponga que Innovative Motors Company (IMC) está determinando el VPN de una nueva línea de autos deportivos convertibles. Algunos de los clientes que comprarían el auto son propietarios del sedan compacto de la IMC. ¿Las ventas y utilidades de la nueva línea incrementan el valor de la empresa?

No, porque algunos flujos de efectivo representan transferencias de elementos de otra línea de productos de la IMC. Esta es una erosión, y debe ser incluida en el cálculo del VPN. Si no se tomara en cuenta esta erosión, IMC calcularía erroneamente el VPN de sus autos deportivos, que por decir asi, fuese de $100 millones. Si los directivos de IMC se dan cuenta que la mitad de los consumidores del sedan prefieren comprar el auto y claro, esto representa ventas perdidas para el sedan que tiene un VPN de -$150 millones, cuando en realidad es de -$50 millones ($100 millones - $150 millones).

1.9 Inflación y Presupuesto de Capital.

La inflación es un efecto importante en la vida economica, y esta se debe considerar en el presupuesto de capital. Empezamos el análisis de la inflación considerando la relación entre tasas de interes e inflación.

1.9.1 Tasas de Interes e Inflación.

Supongamos que la tasa de interes que paga un banco en un año es del 10%, esto significa que un individuo que deposita $1000 en la fecha 0, recibirá $1100 ($1000 × 1.10) en un año. Mientras que el 10% parece ser una tasa de interes muy atractiva, uno no puede decir esto, despues de examinar la tasa de inflación.

Si la tasa de inflación es del 6% anual y ésta afecta a todos los bienes por igual. Por ejemplo, si en un restaurant una hamburguesa cuesta $1.00 en la fecha 0, ésta costará $1.06 al final del año. Podemos usar nuestros $1000 para comprar 1000 hamburguesas en el día 0. O de otra forma, si ponemos nuestro dinero en el banco, podremos comprar 1038 ($1100/$1.06) hamburguesas en el año 1. Asi solamente nos es posible incrementar nuestro consumo de hamburguesas en un 3.8% si dejamos nuestro dinero en el banco. Como el precio de todos los bienes se incrementan a una tasa del 6%, nos deja solo incrementar el consumo de un bien o combinación de bienes en un 3.8%. Asi, 3.8% es realmente lo que ganamos a traves de una cuenta de ahorros despues de descontarla por la inflación. Los

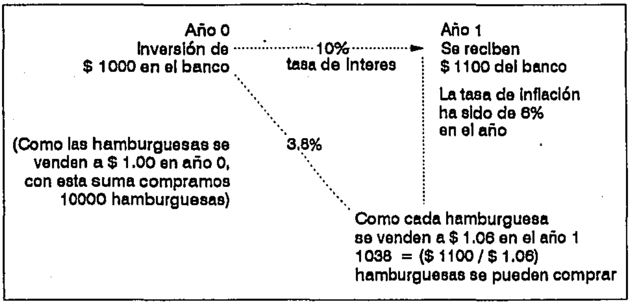

Figura 1.5: Efecto de la inflación en la tasa nominal de interes.

economistas llaman a este 3.8% como la tasa real de interes y al 10% lo llaman la tasa nominal de interes. Todo lo anterior se ilustra en la figura 1.5.

Hemos usado un ejemplo con especificas tasa nominal de interes y de inflación, la relación entre los flujos de efectivo reales y nominales está dada de la siguiente manera:

$$1 + tasa\ nominal\ de\ interes = (1 + tasa\ real\ de\ interes) \times (1 + tasa\ de\ inflación)$$

Rearreglando términos, tenemos

$$tasa\ real\ de\ interes = \frac{1 + tasa\ de\ interes\ nominal}{1 + \ tasa\ de\ inflación} - 1 \qquad (1.1)$$

La formula indica que la tasa real de interes en nuestro ejemplo es de 3.8% $(\frac{1.10}{1.06} - 1)$.

Esta formula determina con precisión la tasa real de interes. La siguiente formula es una aproximación:

$$tasa\ real\ de\ interes = tasa\ nominal\ de\ interes - tasa\ de\ inflación$$

Asi, la formula anterior calcula una tasa de interes de

$$4\% = 10\% - 6\%$$

1.9.2 Flujos de Efectivo e Inflación

El análisis anterior define dos tipos de tasas de interes, la nominal y la real, y ambas están relacionadas bajo la ecuación (1.1). El presupuesto de capital requiere de datos sobre los flujos de efectivo, asi como de las tasas de interes.

Al igual que las tasas de interes, los flujos de efectivo se pueden expresar en términos nominales o reales.

Ejemplo.

Burrows Publishing ha comprado los derechos del próximo libro de la novelista romantica Barbara Musk. Aún no escrito. El libro deberá estar listo para publicarse dentro de 4 años. Actualmente las novelas romanticas se venden a \$10.00. El editorialista cree que la inflación será del 6% anual en los próximos 4 años. Algunas novelas son tan populares, que la editorial anticipa que el precio de las novelas romanticas se incrementará cerca del 2% anual por encima de la inflación.en los próximos cuatro años. No queriendo sobrevaluar, Burrows anticipa que el precio de la novela será de $\$13.60((1.08)^4 \times \$10.00)$ dentro de cuatro años a partir de ahora. La empresa afirma que venderá 100 000 copias.

El flujo de efectivo esperado en el cuarto año de \$1.36 millones ($\$13.60 \times 100000$) es un flujo de efectivo nominal. Esto porque la empresa espera recibir \$1.36 millones hasta entonces. En otras palabras, un flujo de efectivo nominal refleja los dolares actuales que serán recibidos a futuro.

Determinemos el poder de compra de los \$1.36 millones en los próximos 4 años

$$\$1.08 millones = \frac{\$1.36 millones}{(1.06)^4}$$

Los \$1.08 millones es un flujo de efectivo real; pues esta expresado en términos del poder de compra de la fecha 0. Extendiendo nuestro ejemplo de la hamburguesa, los \$1.36 millones serán recibidos dentro de 4 años, con los cuales comprara solo 1.08 millones de hamburguesas ya que, el precio de la hamburguesa se incrementara de \$1.00 a \$1.26 ($\$1 \times (1.06)^4$) a lo largo de este período.

Ejemplo.

EOBII Publishers, un competidor de Burrows, recientemente compró una imprenta al precio de \$2 millones que se depreciaran líneamente a lo largo de 5 años. Esto implica que la depreciación anual será de \$400 000 (\$2 millones/5). ¿Estos \$400 000 son nominales o reales?

La depreciación es una cantidad nominal, como \$400 000 es la deducción actual sobre cada uno de los 4 años. La depreciación llega a ser una cantidad real si se ajusta por el poder de compra. Por lo tanto, \$316 000 ($\frac{\$400000}{(1.06)^4}$) es la depreciación en el 4to. año, que es expresada como una cantidad real.

1.9.3 Descuentos ¿Reales o Nominales?

Ya mostramos que las tasas de interes pueden ser expresadas en términos reales o nominales. Similarmente los flujos de efectivo se pueden expresar en términos reales o nominales. Dadas estas opciones ¿Como se deben expresar las tasas de interes o los flujos de efectivo cuando se ejecuta el presupuesto de capital?

Los financieros práticos correctamente acentuan la necesidad de mantener la consistencia entre los flujos de efectivo y las tasas de descuento. Esto es,

Los flujos de efectivo nominales deben ser descontados a las tasas nominales

Los flujos de efectivo reales deben ser descontados a la tasa real

Ejemplo.

Shield Electric pronostica los siguientes flujos de efectivo para un proyecto en particular

Fecha	0	1	2
flujos de efectivo	-\$1000	\$600	\$650

La tasa nominal de interes es del 14% y la tasa de inflación se pronostica que será del 5%. ¿Cúal es el valor del proyecto?

Usando cantidades nominales. El VPN puede ser calculado como

$$\$26.47 = -\$1000 + \frac{\$600}{1.14} + \frac{\$650}{(1.14)^2}$$

El proyecto debe ser aceptado.

Usando cantidades reales. Los flujos de efectivo reales son:

Fecha	0	1	2
flujos de efectivo	-\$1000	\$571.43	\$589.57
		$\frac{\$600}{1.05}$	$\frac{\$650}{(1.05)^2}$

La tasa real de interes es del 8.57143% $\frac{1.14}{1.05} - 1$

El VPN se puede calcular como

$$\$26.47 = -\$1000 + \frac{\$571.43}{1.0857143} + \frac{\$589.57}{(1.0857143)^2}$$

El VPN es el mismo cuando se expresa en términos reales.

Como ambos métodos dan el mismo resultado. ¿Cúal es él que uno debe usar?. Sencillo, use la regla que le sea más simple. En el caso de Shield, las cantidades nominales producen un cálculo más simple.

Sin embargo, las empresas comúnmente pronostican las ventas por año. Fácilmente estas últimas se pueden convertir a cantidades reales al multiplicarlas por las unidades de ventas esperadas y el precio del producto en el año cero (se supone que el precio del producto se incrementa exactamente a la tasa de inflación). Una vez que se tiene una tasa real de descuento, el VPN se puede calcular fácilmente de las cantidades reales. Inversamente, las cantidades nominales complican el cálculo, por el paso extra que hay que realizar para convertir los flujos de efectivo reales a nominales.

1.10 Inversiones de Vidas Diferentes.

1.10.1 El Método del Costo Anual Equivalente.

Suponga que una empresa debe elegir entre dos máquinas que realizan el mismo trabajo; pero con diferentes tiempos de vida y diferentes costos de operación para diferentes períodos. Una aplicación superficial de la regla del VPN nos sugiere que debemos elegir la máquina que tiene el menor VPN en los costos. Ésto nos puede llevar a una decisión erronea; ya que la máquina de menor costo puede tener un período de vida más corto, habiendo que reemplazar en varias ocasiones. Ahora si estamos eligiendo entre dos proyectos mutuamente exclusivos que tienen diferentes vidas, los proyectos deben evaluarse en bases diferentes. Es decir, debemos idear un método que tome en cuenta todas las decisiones de reemplazamiento en el futuro. Por ello discutimos el problema de la cadena reemplazamiento, que en seguida analizamos con más detalle.

Cadena de Reemplazamiento

Ejemplo.

Downtown Athletic Club debe elegir entre dos torretas mecanicas de bolas de tenis. La máquina A cuesta menos que la B; sin embargo, ambas no duran el mismo tiempo de vida. Las salidas de efectivo de ambas máquinas son:

Máquina/fecha	0	1	2	3	4
A	\$500	\$120	\$120	\$120	
B	\$600	\$100	\$100	\$100	\$100

La máquina A cuesta \$500 y dura 3 años. Durantes estos 3 años se tienen gastos de mantenimiento de \$120 que pagan al final de los mismos. La máquina B cuesta \$600 y dura 4 años; ésta tiene gastos de mantenimiento de \$100 que igualmente se pagan al final de cada uno de estos. Pongamos todos los costos en términos reales para simplificar el análisis. Se supone que los ingresos por año son los mismos, no importando que máquina se utilice, de esta manera éstos se ignoran en el análisis. Hay que notar que todos los números de la tabla anterior son salidas de efectivo.

Para tomar una decisión, tomamos el valor presente de los costos de cada una de las máquinas:

$$\textit{Máquina A}: \$798.42 = \$500 + \frac{\$120}{1.1} + \frac{\$120}{(1.1)^2} + \frac{\$120}{(1.1)^3}$$

$$\textit{Máquina B}: \$916.99 = \$600 + \frac{\$100}{1.1} + \frac{\$100}{(1.1)^2} + \frac{\$100}{(1.1)^3} + \frac{\$100}{(1.1)^4}$$

La máquina B tiene el valor presente de salidas de efectivo más alto, con lo que a primera vista nos lleva a seleccionar la máquina A. Sin embargo, la máquina B tiene más larga vida y quiza su costo por año sea más bajo que la máquina A. Entonces nos surge la pregunta. ¿Como debemos ajustar apropiadamente la diferencia de vida de las máquinas? a continuacion presentamos dos métodos.

Pares de Ciclos.

Supongamos que en el ejemplo anterior hechamos a andar el proyecto a 12 años. La máquina A tendrá 4 ciclos completos y la máquina B sólo tendrá 3; de esta manera comparamos ambas en forma distinta y adecuada. Consideremos el segundo ciclo de la máquina A. ésta se reemplaza en el año 3; asi, debemos gastar otros \$500 en este mismo año, además de pagar anualmente los costos de mantenimiento de \$120 en los años 4, 5 y 6. Otro ciclo empieza en el año 6 y el último empieza en el año 9. Nuestro análisis del valor presente de las ecuaciones anteriores nos dicen que los pagos en el primer ciclo es equivalente a un pago de \$798.42 en el año 0. Similarmente, los pagos del segundo ciclo son equivalentes a pagar \$798.42 en el año 3. Ejecutando lo mismo para los otros ciclos tenemos que, el valor presente de todos los costos para la máquina A para estos 12 años es:

$$\$2188 = \$798.42 + \frac{\$798.42}{(1.1)^3} + \frac{\$798.42}{(1.1)^6} + \frac{\$798.42}{(1.1)^9}$$

Ahora consideremos el segundo ciclo de la máquina B. El reemplazo de la máquina ocurre en el año 4; de esta forma, se deben pagar otros \$600 en esa fecha, además de los costos de \$100 en los años 5, 6, 7 y 8. El tercer ciclo completa los 12 años. Siguiendo los mismos cálculos de la máquina A. El valor presente de todos los gastos para la máquina B son:

$$\$1971 = \$916.99 + \frac{\$916.99}{(1.1)^4} + \frac{\$916.99}{(1.1)^8}$$

El valor valor presente de los costos de la máquina B son menores que el valor presente de los de la máquina A sobre estos 12 años, implicando que, se debe elegir la máquina B.

Como se puede ver el cálculo anterior fue directo; sin embargo, este presenta desventajas: Algunas veces el número de ciclos es demasiado grande, con lo que se requiere de bastante tiempo. Por ejemplo, si una máquina C tiene una duracion de 7 años y una máquina D de 11, para estas dos máquinas necesitamos un período de 77 años (7 × 11). Ahora si comparamos las máquinas C, D y E; donde E tiene un ciclo de 4 años, entonces, a estas las tenemos que comparar en una base de 308 años (7 × 11 × 4). Por ello se ofrece la siguiente alternativa.

Costo Anual Equivalente.

En las ecuaciones anteriores se mostro que los pagos (\$500, \$120, \$120, \$120) son equivalentes a un pago simple de \$798.42 en el año 0. Ahora deseamos comparar este pago simple con el equivalente a hacerlo en tres anualidades iguales. Es decir, se tiene

$$\$798.42 = C \times A^3_{0.10}$$

$A^3_{0.10}$ es la anualidad de \$1 para tres años descontados al 10%. C en este caso no se conoce -La cantidad a pagar por año para que el valor presente de todos los años sea igual al pago de \$798.42. Como $A^3_{0.10}$ es igual a 2.4869; entonces, C es igual a \$321.05 (\$798.42/2.4869). Asi, los pagos de (\$500, \$120, \$120, \$120) son equivalentes a un pago anual de \$321.05 en los tres años. Hay que observar que el cálculo es soló para un ciclo de la máquina A. Sin embargo, usar la máquina para varios ciclos es equivalente a hacer pagos anuales de \$321.05 de manera indefinida en el futuro. Por ello decimos que \$321.05 es el Costo Anual equivalente de la máquina.

Ahora consideremos la máquina B. Su costo anual equivalente es:

$$\$916.99 = C \times A^4_{0.10}$$

Donde $A^4_{0.10}$ es igual a 3.1699, C es igual a (\$916.99/3.1699)= \$289.28.

La siguiente tabla fácilita la comparación de las máquinas A y B.

Fecha	0	1	2	3	4	5	...
Máquina A		\$321.05	\$321.05	\$321.05	\$321.05	\$321.05	...
Máquina B		\$289.28	\$289.28	\$289.28	\$289.28	\$289.28	...

Para ciclos repetidos indefinidos de la máquina A, se hacen pagos anuales de \$321.05. De igual manera para la máquina B se tiene un pago indefinido anual de \$289.28, y claramente la máquina que se elige es la B.

Como se puede ver, bajo los dos métodos se prefiere la máquina B. Estas dos son formas diferentes de presentar la misma información, por ello la máquina elegida debe ser la misma bajo ambos métodos. Asi cualquiera que se utilice nos dará el mismo resultado.

Suposiciones en las cadenas de reemplazamiento. Los dos métodos tienen sentido solamente si el tiempo de horizonte es un multiplo de 12 años, si hablamos estrictamente. Sin embargo, si el tiempo de horizonte es grande y desconocido, éstas no nos pueden ser utiles.

Tenemos problemas si el tiempo de horizonte es corto. Supongase que Downtown Athletic Club sabe de una máquina que saldrá al mercado en el año 5. Ésta será increiblemente barata y casi libre de mantenimiento, implicando que habra inmediatamente un reemplazamiento, ya sea de la máquina A ó B. Además su costo tan barato nos llevará a que el valor de rescate de A ó de B sea nulo.

Los flujos de efectivo más relevantes de A y B son:

Fecha	0	1	2	3	4	5
Máquina A	\$500	\$120	\$120	\$120 + \$500	\$120	\$120
Máquina B	\$600	\$100	\$100	\$100	\$100 + \$600	\$100

Hay que observar el doble costo de la máquina A en el año 3. Esto debido a que la máquina se tiene que reemplazar en ese año; además, se auna el costo de mantenimiento, ya que la máquina da servicio hasta el último día en que se hace el reemplazamiento. De igual manera sucede para B en el año 4.

De esta forma tenemos los valores presente

Máquina A

$$\$1331 = \$500 + \frac{\$120}{1.10} + \frac{\$120}{(1.10)^2} + \frac{\$620}{(1.10)^3} + \frac{\$120}{(1.10)^4} + \frac{\$120}{(1.10)^5}$$

Máquina B

$$\$1389 = \$600 + \frac{\$100}{1.102} + \frac{\$100}{(1.10)^2} + \frac{\$100}{(1.10)^3} + \frac{\$700}{(1.10)^4} + \frac{\$100}{(1.10)^5}$$

Por ello, la máquina B es la más costosa. Pero ¿Por que la máquina B es más costosa en este caso y lo es menos cuando hacemos las supocisiones de la cadena de reemplazamiento?. La máquina B daña más en este caso debido al reemplazamiento en el año 5, ya que su ciclo término hasta el año 8, mientras que el ciclo de A término en el año 6.

Nota: Nuestro análisis de cadenas de reemplazamiento sólo se aplica cuando se anticipa un reemplazamiento. El análisis es diferente si no fuera posible algún reemplazamiento. Por ejemplo, esto ocurriría si la única compañía que manufactura las torretas se saliera del ramo y no hubiese ningún otro productor que ingresara al campo. En este caso, la máquina B generaría ingresos en el 4to. año mientras que A no lo haría; asi, lo más apropiado a seguir es el análisis simple del VPN para proyectos mutuamente excluyentes que incluyen ingresos y costos.

1.10.2 Decisión General de Reemplazamiento

En el análisis anterior vimos lo concerniente a la elección de 2 máquinas, las cuales son nuevas. Comúnmente, este problema se presenta en las empresas que tienen que decidir cuando reemplazar la máquinaria existente por una nueva. Con todo lo anterior, parece ser directo. Primero calculamos el costo anual equivalente para el nuevo equipo. Posteriormente calculamos el costo anual del viejo equipo. Hay que observar que éste último se incrementa al paso del tiempo ya que los gastos de mantenimiento se incrementan con la edad. El reemplazamiento se debe hacer justo antes de que el costo del viejo equipo exceda el costo anual equivalente del nuevo. Para explicar mejor estos conceptos veamos el siguiente

Ejemplo.

BIKE está considerando entre reemplazar una máquina que ya tiene o continuar gastando dinero reacondicionandola para que continue trabajando. Actualmente BIKE no paga impuestos. El reemplazamiento de la máquina cuesta en este momento $9000 y requiere de un mantenimiento de $1000 al final de cada año durante 8 años. Al final de éstos ésta tendría un valor de rescate de $2000 y se vendería. Con la máquina actual se requiere de gastos de mantenimiento que se incrementan año con año y el valor de rescate se devalua de igual manera, como a continuación se muestra.

Año	Mantenimiento	Rescate
Presente	$0	$4000
1	$1000	$2500
2	$2000	$1500
3	$3000	$1000
4	$4000	$0

La maquinaria actual se puede vender ahora a $4000. Si ésta se vende hasta dentro de un año el precio de reventa será de $2500, y se deben gastar $100 durante el año en que se mantiene trabajando. Ésta durará 4 años antes de que sea ínutil. Si BIKE enfrenta esta situación con un costo de capital del 15% ¿Cúando debemos reemplazar la máquina?

Costo anual equivalente de la nueva máquina. El valor presente de los costos de reemplazamiento de la nueva máquina se dan de la siguiente manera:

$$\text{VP costos} = \$9000 + \$1000 \times A^{8}_{0.15} - \frac{\$2000}{(1.15)^{8}}$$

$$= \$9000 + \$1000 \times (4.4873) - \$2000 \times (0.3269)$$

$$= \$12833$$

Hay que notar que el valor de rescate de $2000 es un ingreso de flujo de efectivo. A éste lo tratamos como un número negativo, ya que en la ecuación anterior los positivos son los costos.

El costo anual equivalente para el reemplazo de la nueva máquina es igual a

$$\frac{VP}{\text{Factor de anualidad 8 años al 15\%}} = \frac{VP}{A^{8}_{0.15}} = \frac{\$12833}{4.4873} = \$2860$$

Costo de la vieja máquina. El costo de mantener la máquina un año más debe considerar las siguientes condiciones:

1. El costo de oportunidad de no venderla ahora ($4000)

2. Mantenimiento adicional ($1000), y

3. Valor de rescate ($2500)

Así, el valor presente de mantener la máquina un año mas y posteriormente venderla es igual a:

$$\$4000 + \frac{\$1000}{1.15} - \frac{\$2500}{(1.15)^2} = \$2696$$

Mientras normalmente expresamos los flujos de efectivo en términos del valor presente. El análisis se hace más fácil si expresamos estos flujos en términos de sus valores futuros en un año. Este valor es

$$\$2696 \times 1.15 = \$3100$$

En otras palabras, el costo anual equivalente de mantener la máquina por un año es de \$3100 al final de ese año.

Haciendo comparaciones. Si reemplazamos inmediatamente, podemos ver nuestro gasto como una anualidad de \$2860 que empieza al final del año y que es para siempre, esto si reemplazamos cada 8 años. Este flujo de efectivo se puede escribir como

	Año 1	Año 2	Año 3	...
Gasto al reemplazarla inmediatamente	\$2860	\$2860	\$2860	...

Si reemplazamos la vieja máquina hasta dentro de un año, nuestro gasto por usar ésta, se pueden ver como el de una cuota anual de \$3100 en ese año. Despues del reemplazo, se puede ver nuestro gasto anual como de \$2860 que empieza al final del año 2. Y esta última es para siempre, si reemplazamos la nueva máquina cada 8 años. Asi este flujo de efectivo se puede escribir como

	Año 1	Año 2	...
Gasto al usarla un año más y despues reemplazarla	\$3100	\$2860	...

BIKE debe reemplazar inmediatamente para mínimizar los gastos en el primer año.

Si se advierte que el mantenimiento de la máquina vieja es alto en el primer año y posteriormente baja, en ese caso la decisión de reemplazo inmediato puede ser muy prematuro. En ese caso se necesita checar el costo de la máquina en años futuros.

El costo de mantener la máquina un 2do. año es

$$\textit{Valor presente de costos en año 1} = \$2500 + \frac{\$2000}{1.15} - \frac{\$1500}{(1.15)^2} = \$2935$$

El cual tiene un valor futuro de \$3375 (\$2935 × 1.15).

El costo de mantener la máquinaria existente para 3 o 4 años es más grande que el costo anual equivalente de comprar una nueva máquina. Asi, la decisión de BIKE de reemplazar la máquina inmediatamente sigue siendo valida.

1.11 Árbol de Decisiones

Un problema fundamental en presupuesto de capital es el trato con los resultados futuros con incertidumbre. A continuación introducimos la herramienta del árbol de decisiones para identificar los flujos de efectivo con incertidumbre.

Imaginemos que somos el gerente de Solar Electronics Corporation (SEC) y que el grupo de ingeniería ha desarrollado recientemente la tecnología para una poderosa máquina solar. La máquina será usada en aviones comerciales con 150 pasajeros. El equipo de mercadotecnia ha propuesto que SEC desarrolle algunos prototipos y que haga una prueba de mercado acerca de la máquina.

Un grupo de planeación de la empresa, que tiene algunos miembros de mercadotecnia, producción e ingeniería, ha recomendado que la empresa desarrolle una prueba y una fase posterior. Estiman que esta fase preliminar tomará un año y tendrá un costo de \$100 millones. Además el grupo cree que hay un 75% de posibilidades de que la prueba de reproducción y de mercado sea un exito.

Tomando en cuenta la experiencia de la industria, ésta tiene una idea imparcial e insegura de cuanto gastaran para el desarrollo y la prueba. Además, las ventas de la máquinaria del jet están sujetas a: 1) la incertidumbre acerca de la demanda de pasajeros aereos en el futuro, 2) incertidumbre de los precios de aceite en el futuro, 3) incertidumbre acerca de la porción del mercado de SEC que preferirá las máquinas de los aviones de 150 pasajeros y 4) incertidumbre acerca de la demanda de los aviones de 150 pasajeros relativas con respecto al tamaño de otros aviones. Los precios del aceite en el futuro tendran un sustancial impacto cuando reemplacen sus actuales flotas de jets Boeing 727, porque estos son menos eficientes comparados con los nuevos jets que serán producidos dentro de los siguientes 5 años.

Si la prueba inicial de mercado es un exito. SEC puede adquirir una tierra, un edificio, algunas nuevas plantas y llevar a cabo la producción a gran escala. Esta fase de la inversión costará \$1500 millones. La producción se realizará en los próximos 5 años. Los flujos de efectivo preliminares del proyecto aparecen en la siguiente tabla

Pronostico de los flujos de efectivo del proyecto de SEC (millones)		
Inversión	Año 1	Año 2
Ventas		\$6000
Costos variables		(\$3000)
Costos fijos		(\$1791)
Depreciación		(\$300)
utilidad antes impuestos		\$ 909
Impuestos (Tc=0.34)		(\$309)
Utilidad neta		\$ 600
flujo de efectivo		\$ 900
Costos de inversión inicial	-\$1500	

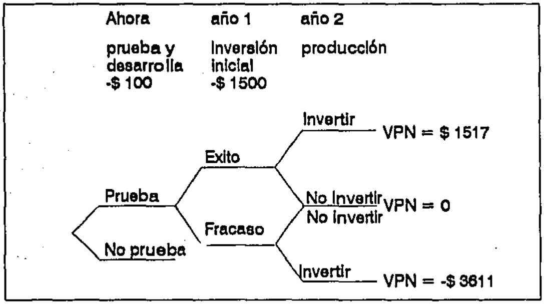

Figura 1.6: árbol de decisiones del proyecto SEC.

SEC debe decidir si llevar a cabo la inversión y producción de las máquinas de jets. El VPN a una tasa de descuento del 15% es

$$VPN = -\$1500 + \sum_{t=1}^{5} \frac{\$900}{(1.15)^t}$$

$$= -\$1500 + \$900 \times A_{0.15}^{5}$$

$$= \$1517$$

Hay que observar que el VPN es calculado en términos del año 1. La fecha en la cual se hace la inversión de $1500 millones. Posteriormente daremos este número para el año 0

Si las pruebas iniciales de mercado no son un exito, los $1500 millones invertidos tienen un VPN de -$3611. Este cálculo está dado para el año 1.

La figura 1.6 desarrolla un esquema con el problema concerniente a las máquinas de jet como un árbol de decisiones. Si SEC decide conducir la prueba de mercado, hay un 75% de probabilidad de que ésta sea un exito. Si las pruebas son un exito, la empresa tendrá una segunda decisión: Invertir $1500 millones en un proyecto que nos da $1517 millones en VPN o no hacer nada. Si las pruebas no tienen exito, la firma se enfrenta a diferentes decisiones: Invertir $1500 millones en un proyecto que nos da -$3611 millones en VPN o no hacer nada.

Como se puede ver en la figura 1.6, SEC tiene que hacer 2 decisiones:

1. Probar y desarrollar la máquina jet solar, y
2. invertir en la producción a gran escala según sean los resultados de las pruebas.

Comúnmente se hacen las decisiones en orden inverso en el árbol de decisiones; asi análizamos la segunda parte del esquema, es decir, la inversión de \$1500 primero. Si las pruebas son un exito, es obvio que SEC debe invertir, debido a que el proyecto tiene un VPN de \$1517. Y como resulta obvio, si las pruebas fracasan, SEC no debe invertir.

Ahora nos movemos hacia atras en la primera parte del esquema en donde se reduce a una simple cuestión: ¿Debe SEC invertir ahora \$100 millones para obtener \$1517 millones en el próximo año con una probabilidad de 75%?. El valor esperado de los flujos en el año 1 es:

$$\begin{aligned} pago\ esperado = & (probabilidad\ de\ exito \times pago\ si\ se\ tiene\ exito)+ \\ & (probabilidad\ de\ falla \times pago\ si\ se\ tiene\ fracaso) \end{aligned}$$

$$= (0.75 \times \$1517) + (0.25 \times \$0)$$

$$= \$1138$$

El VPN de la prueba calculada en la fecha 0 (en millones) es

$$VPN = -\$100 + \frac{\$1138}{1.15}$$

$$= \$890$$

Así, la empresa debe hacer la prueba de mercado para las máquinas de jet solares.

Nota. Usamos una tasa de descuento del 15% para las pruebas de mercado y las decisiones de inversión; tal vez se debe usar una tasa de descuento más alta para la decisión inicial de la prueba de mercado, la cual probablemente puede ser más riesgosa que la decisión de inversión.

1.12 Análisis de Sensibilidad y de Escenarios.

Una de las cosas que podemos decir hasta el momento, es que el análisis del VPN es una gran técnica de presupuesto de capital. Sin embargo, en conversaciones con gente de negocios, oimos comúnmente la expresión de que se tiene "un falso sentido de seguridad". Esta gente afirma que la documentación para presupuestos de capital es impresionante en la mayoria de los casos. Los flujos de efectivo se proyectan al origen para cada año. Los costos de oportunidad y los efectos colaterales son manejados de manera apropiada y se ignoran los costos hundidos. Cuando aparece un VPN alto en el último cálculo, uno tiende a decir que "si" de manera inmediata. Sin embargo, los flujos de efectivo proyectados frecuentemente en la práctica se llevan de manera inapropiada y al final la empresa resulta con faltantes de dinero.

1.12.1 Análisis de Sensibilidad.

¿Como una empresa puede obtener todo el potencial de la técnica del VPN?. El análisis de sensibilidad es una técnica que se usa como base para la toma de decisiones. En nuestro caso examinaremos que tan sensible es el cálculo del VPN o que tanto cambia cuando se hacen ciertas suposiciones. Ilustramos esta técnica con el ejemplo de la máquina solar jet de SEC de la parte anterior. Los pronosticos para los flujos de efectivo para este proyecto aparecen en la tabla anterior. Empezamos considerando las suposiciones fundamentales de ingresos, costos, y flujos de efectivo despues de impuestos, mostrados en la misma.

Ingresos.

La proyección de las ventas para la propuesta máquina jet han sido estimadas por el departamento de mercadotecnia como

$$\begin{gathered}\textit{Número de máquinas de jet vendidas} = \textit{fracción del mercado} \times \\ \textit{tamaño del mercado de las máquinas jet} \\ 3000 = 0.30 \times 10000\end{gathered}$$

$$\begin{gathered}\textit{Ingreso por ventas} = \textit{Número de máquinas jet vendidas} \times \\ \textit{Precio por máquina} \\ \$6000 millones = 3000 \times \$2 millones\end{gathered}$$

Esto nos hace ver que las inversiones estimadas dependen de las suposiciones acerca de

1. La fracción del mercado
2. Tamaño del mercado de las máquinas jet, y
3. Precio por máquina.

Costos.

En el análisis financiero se dividen los costos en dos tipos: Los costos fijos y los costos variables. Los costos variables cambian conforme cambian las cantidades de producción, y éstos son 0 cuando no hay producción. Los costos variables generalmente se atribuyen a los de labor directa y de materias primas. Es común suponer que los costos variables son proporcionales a la producción. Un costo variable típico, es uno que es constante por unidad de producción. Por ejemplo, si la labor directa es variable y una unidad de producto final requiere de $10 de labor directa, entonces 100 unidades de producción final deben requerir $1000 de labor directa.

Los costos fijos no dependen de la cantidad de bienes o servicios producidos durante un período. Los costos fijos son usualmente medidos como costos por unidad de tiempo, tales como, la renta por mes o los salarios por año. Naturalmente, los costos fijos no lo son para siempre. Estos se determinan solamente durante un determinado período de tiempo.

Los costos variables por unidad producidas han sido estimados por el departamento de ingeniería en \$1 millón. Los costos fijos son \$1791 millones por año. Los costos análizados son:

$$\textit{costo variable} = \textit{costo variable por unidad} \times$$
$$\textit{Número de máquinas jet vendidas}$$
$$\$3000 \text{ millones} = \$1\,\textit{millón} \times 3000$$

$$\textit{Costos totales antes impuestos} = \textit{costos variables} + \textit{costos fijos}$$
$$\$4791 \text{ millones} = \$3000 \text{ millones} + \$1791 \text{ millones}$$

Las estimaciones anteriores del tamaño del mercado, precio, costos variables y costos fijos, estan estimados de igual manera como se hizo con la inversión inicial, éstos se presentan en la columna de enmendio de la siguiente tabla. Todas las columnas de ésta representan las espectaciones de la empresa o las mejores estimaciones de los diferentes parametros. Para propositos de comparación, el análista de la empresa preparó los pronosticos optimista y pesimista para las diferentes variables. Estos también se dan en la tabla.

Diferentes estimaciones de SEC			
Variable	Pesimista	Esperado	Optimista
Tamaño de mercado (por año)	5000	10 000	20 000
Porción de mercado	20%	30%	50%
Precio	\$1.9 millones	\$2 millones	\$2.2 millones
Costos variables(por avión)	\$1.2 millones	\$1 millón	\$0.8 millones
Costos fijos (por año)	\$1891 millones	\$1791 millones	\$1741 millones
Inversión	\$1900 millones	\$1500 millones	\$1000 millones

El análisis estandar de sensibilidad exige un cálculo del VPN para las 3 posibilidades de una variable simple, junto con el pronostico esperado de las otras variables. Este procedimiento se ilustra en la siguiente tabla. Por ejemplo consideremos el cálculo del VPN de \$8154 millones que se da en la esquina superior de la misma. Esto ocurre cuando se da el pronostico optimista de 20 000 unidades por año para el tamaño del mercado; sin embargo, los pronosticos esperados de la tabla anterior se emplean para la otra variable cuando se generan los \$8154 millones. Note que aparece el número de \$1517 millones en cada renglón de la columna de enmedio de la tabla. Esto porque se uso el valor esperado para la variable que se señaló especialmente, asi como para las otras variables

Cálculos del VPN en la fecha 0 (en millones) usando análisis de sensibilidad			
	Pesimista	Esperado	Optimista
Tamaño de Mercado	-$1802	$1517	$8154
Porción de mercado	$ 696	$1517	$5942
Precio	$ 853	$1517	$2844
Costo variable	$ 189	$1517	$2844
Costo fijo	$1295	$1517	$1628
Inversión	$1208	$1517	$1903

La tabla anterior se puede utilizar para muchos propositos. La tabla puede indicar cual análisis del VPN se debe elegir, en otras palabras, ésta reduce el falso sentido de seguridad que acabamos de mencionar. Suponemos que el VPN es positivo cuando se usa el pronostico esperado para cada variable. Sin embargo, supongase además que cada número de la columna pesimista es exageradamente negativo y que todos los de la columna optimista fueran exageradamente positivos. Aún, un error muy simple en estos pronosticos, alterará de gran manera los valores estimados. Un administrador conservador debe tomar en cuenta una parte de todo el análisis entero del VPN, en este caso, afortunadamente, no parece ser el caso de la tabla anterior, pues los números en ambas columnas son positivos.

El análisis de sensibilidad muestra donde se necesita más información. Por ejemplo, un error en la inversión parece relativamente no tener importancia, pues ya que, aún en el escenario pesimista, el VPN de -$1208 millones es altamente positivo. En contraste, el pronostico pesimista para la fracción del mercado nos da un VPN de -$696 millones, y un pronostico pesimista para el tamaño de mercado nos da un sustancial VPN de $1802 millones. Dado que el efecto de una estimación incorrecta en los ingresos es mucho más grande que la de los costos, se requiere de más información acerca de los factores que determinan los ingresos.

1.12.2 Análisis de Escenarios.

Desafortunadamente. El análisis de sensibilidad tiene algunas desventajas. Por ejemplo, éste puede incrementar inconcientemente el falso sentido de seguridad entre los gerentes. Supongase que todos los pronosticos pesimistas nos dan VPNs positivos. Un gerente puede sentir que no hay manera de que el proyecta pierda dinero. De hecho, la persona que hace el pronostico puede simplemente tener una visión optimista de un pronostico pesismista. Para combatir ésto, algunas compañías no tratan de igual manera a los pronosticos optimista y pesimista. Más bien procuran que su pronostico pesimista no sea menos del 20% menos que el esperado. Desafortunadamente, en este caso la cura puede ser más maligna que la enfermedad, ya que la desviación de un porcentaje fijo ignora el hecho de que algunas variables son más fácil de pronosticar que otras.

Además, el análisis de sensibilidad trata a cada variable de manera aislada cuando en realidad, las variables pueden estar probablemente relacionadas. Por ejemplo, si un gerente ineficaz nos da costos que se salen de control, es probable que los costos variables, los costos fijos y las inversiones se incrementen por arriba de lo esperado al mismo tiempo. Si el mercado no acepta el avión solar, tanto la porción de mercado, como el precio deberán declinar juntos.

Para mínimizar este problema, los gerentes ejecutan el análisis de escenarios, una variante del análisis de sensibilidad. Este método examina un número de diferentes escenarios, en donde cada escenario incluye una confluencia de factores. Como por ejemplo, consideremos el hecho de algunos choques de aerolineas. Estos choques probablemente reduciran el número de vuelos, asi se límita la demanda para cualquier nueva máquina. Ademas si los choques no incluyen a los artefactos solares, el publico llegará a tener más temor a estos y en general a cualquier innovación de tecnología. Por lo tanto, la porción de mercado de SEC tendrá una decaida. Tal vez los flujos de efectivo se verían como los que presentan en la siguiente tabla bajo el escenario de un choque aéreo. Dado los cálculos de la tabla, el VPN (en millones) sería de:

$$-\$2023 = -\$1500 - \$156 \times A^{5}_{0.15}$$

Una serie de escenarios como este, puede iluminar las consecuencias del proyecto mejor que la aplicación estandar del análisis de sensibilidad.

Pronostico de flujos de efectivo (en millones) bajo el escenario de un choque aéreo		
	Año 1	Año 2–6
Ingresos		2800
Costos variables		-1400
Costos fijos		-1791
Depreciación		-300
Utilidades antes impuestos		-691
Impuestos (Tc = 0.34)		235
Utilidad neta		-456
flujos de efectivo		-156
Costos de inversión inicial	-\$1500	

1.13 Análisis de Equilibrio.

El análisis de sensibilidad y de escenarios sugieren que hay varias formas de examinar la variabilidad en los pronosticos. A continuación presentamos otra forma de hacer este examén. Este es el análisis de equilibrio. Éste se enfoca a determinar las condiciones necesarias para no tener ganancias ni perdidas. Al igual que el análisis de sensibilidad es muy usual ya que, éste nos da una idea de los severo que pueden ser los pronosticos incorrectos. Los puntos de equilibrio comúnmente se calculan en términos de la utilidad contable y del valor presente.

Utilidad Contable. La utilidad neta bajo cuatro diferentes pronosticos de ventas es

Unidades vendidas	Utilidad neta ($ millones)
0	-1380
1000	-720
3000	600
10 000	5220

Una presentación más completa de los costos y los ingresos aparecen en la siguiente tabla

Ingresos y costos del proyecto bajo diferentes suposiciones de ventas						
Año 1	Año del 2–6					
Inversión inicial	Ventas Anuales	Ingresos	Costos variables	Costos fijos	Depre-ación	Impuestos ($Tc = 0.34$)
$1500	0	$0	$0	-$1791	-$300	$711
1500	1000	2000	-1000	-1791	-300	371
1500	3000	6000	-3000	-1791	-300	-309
1500	10 000	20 000	-10 000	-1791	-300	-2689

utilidades netas	flujos de efectivo operantes	VPN(evaluado en el año 1)
-$1380	-$1080	-$5120
-720	-420	-2908
600	900	1517
-5220	5520	17004

Dibujamos los ingresos, los costos y las utilidades en la figura 1.7 bajo las diferentes suposiciones de las ventas. Las curvas de ingresos y costos se cruzan en 2091 máquinas jet. Este es el punto de equilibrio, en otras palabras, el punto donde el proyecto no genera utilidad. Conforme el proyecto incremente sus ventas por encima de 2091 máquinas, el proyecto incrementará las utilidades.

Este punto de equilibrio se puede calcular fácilmente como a continuación se verá: el precio de venta es de $2 millones por máquina y los costos variables de $1 millón por máquina; la diferencia despues de pagar impuestos es:

$$(\textit{precio de venta - costos variables}) \times (1 - T_c) = (\$2 \text{ millones} - \$1 \textit{millón}) \times (1 - 0.34)$$

$$= \$0.66 \textit{millones}$$

Donde T_c es la tasa de impuestos corporativa de 34%. Esta diferencia despues de impuestos se llama Contribución marginal debido a que, es la cantidad que cada máquina contribuye a la utilidad despues de impuestos.

Los costos fijos son de $1791 millones y la depreciación es de $300 millones, implicando que la suma de estos costos despues de impuestos es

$$(\textit{costos fijos + Depreciación}) \times (1 - T_c) = (\$1791 \text{ millones} + \$300 \text{ millones}) \times (1 - 0.34)$$

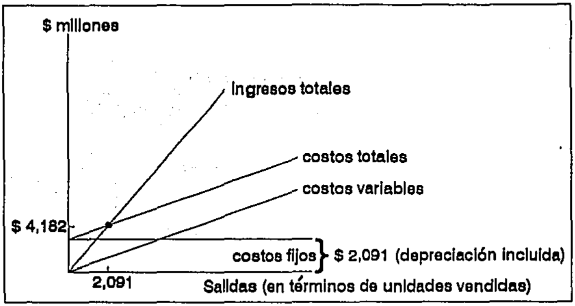

Figura 1.7: Ingresos y costos para el análisis de equilibrio.

$$= \$1380 \text{ millones}$$

Asi la empresa incurre en costos por $1380 millones, al margen al número de ventas. Como cada máquina contribuye en $0.66 millones, las ventas deben alcanzar el siguiente nivel para compensar los costos anteriores

Punto de rompimiento de las utilidades contables

$$\frac{(\textit{costos fijos + depreciación}) \times (1 - T_c)}{(\textit{precio de ventas - costos variables}) \times (1 - T_c)} = \frac{\$1380 millones}{\$0.66 millones} = 2091$$

2091 máquinas es el punto de equilibrio requerido para la utilidad contable.

Valor Presente. Estamos más interesados en calcular el valor presente de las utilidades netas. Por lo tanto, debemos calcular el valor presente de los flujos de efectivo. Dada una tasa de descuento del 15% tenemos:

Unidades vendidas	VPN($millones)
0	-5120
1000	-2908
3000	1517
10 000	17 004

Estos cálculos se reproducen en la última columna de la tabla anterior. Hay que observar que el VPN es negativo si SEC produce 1000 máquinas y pasa a ser positivo cuando produce 3000. Obviamente el punto en el que el VPN se hace cero ocurre entre 1000 y 3000 máquinas.

Para el cálculo del punto de equilibrio, consideramos lo siguiente: La empresa originalmente invierte $1500 millones. Esta inversión inicial se puede expresar como un costo anual equivalente (CAE) a cinco años, que se determina al dividir la inversión inicial por el apropiado factor de anualidad.

$$CAE = \frac{\textit{inversión inicial}}{\textit{factor anualidad 5 años al 15\%}}$$

$$= \frac{\textit{inversión inicial}}{A^5_{0.15}}$$

$$= \frac{\$1500 millones}{3.3522}$$

$$= \$447.5 millones$$

Hay que notar que CAE de $447.5 millones es más grande que la depreciación anual de $300 millones. y esto se debe a que el cálculo del CAE implicitamente supone que los $1500 de la inversión podían haber sido invertidos a una tasa del 15%

Los costos despues de impuestos, al margen del producto, se pueden ver como

$$\$1528 \text{ millones} = \$447.5 \text{ millones} + \$1791 \text{ millones} \times 0.66 - \$300 \text{ millones} \times 0.34$$

$$= CAE + \textit{costos fijos} \times (1 - T_c) - \textit{Depreciación} \times T_c$$

Esto es en adición al CAE de $447.5 millones de inversión inicial, la empresa paga costos fijos cada año y recibe los efectos de una depreciación anual. La tasa de depreciación se escribe como un número negativo debido a que este compesa los costos en la ecuación. Como cada avión contribuye con $0.66 millones en la utilidad despues de impuestos, la empresa toma las siguientes ventas para compensar los costos anteriores

1.14 Punto de Equilibrio del Valor Presente.

$$CAE + \textit{costos fijos} \times (1 - T_c) - \textit{Depreciación} \times T_c = \$1528 \text{ millones} = 2315$$

$$(\textit{precio de ventas - costos variables}) \times (1 - T_c)\$0.66 \text{ millones}$$

Asi el punto de equilibrio es de 2315 aviones desde la perspectiva del valor presente.

¿Por que es diferente el punto de equilibrio contable del punto de equilibrio financiero?. Cuando cálculamos las utilidades contables, restamos la depreciación. La depreciación para el proyecto de las máquinas jet solares fue de $300 millones. Si se venden 2091 máquinas SEC generará suficientes ingresos para cubrir los \$300 millones de gastos de depreciación y otros costos. Desafortunadamente, en este nivel de ventas SEC no cubrira los costos de oportunidad economicas de los \$1500 millones dados para la inversión. Si consideramos que podemos invertir los \$1500 millones al 15%, el costo anual de la inversión es de \$447.5 millones y no de \$300 millones. De esta forma las compañías que consideran al punto de equilibrio en bases contables están perdiendo dinero; pierden el costo de oportunidad de la inversión inicial.

Capítulo 2

Riesgo y Rendimiento

2.1 Introducción.

En este capitulo examinamos la relación entre el retorno esperado y el riesgo para acciones individuales y portafolios. Cuando los mercados están en equilibrio, el retorno esperado que los accionistas desean obtener en el mercado, es uno que requieren las empresas cuando evaluan los proyectos de inversión con riesgo. A este retorno requerido por los accionistas es el costo de equidad de capital de la empresa.

Un primer modelo que determina la relación entre riesgo y retorno es el de Capital Asset Pricing Model (CAPM). El riesgo total de los activos se puede dividir en dos partes: Sistematico y no sistematico. El principio fundamental de la diversificación nos dice que para portafolios altamente diversificados, el riesgo no sistematico desaparece, quedando solamente el riesgo sistematico; que medimos por medio de la β, que es el resultado de la interrelación entre el activo y el mercado.

Desde otra perspectiva examinamos la relación de riesgo y retorno con el modelo de Asset Pricing Theory APT, que nos proporcionan algunas otras ideas, que no se pueden ver por medio de CAPM. Finalizamos con una discusión acerca de la estimación del costo de equidad de capital de una empresa y algunos problemas que se encuentran al hacer esta estimación.

2.2 Definiciones.

1. Retorno esperado. Comúnmente el retorno esperado es el promedio de los datos historicos de lo que se ha ganado día con día con un activo y se espera gane en el próximo período; hay que observar que, éste es sólo una expectación, que puede ser más grande o más pequeña que la ganancia real.

2. Varianza y Desviación Estandar. Una de las formas más comúnes de representar la variabilidad o volatibilidad de un activo es la varianza, que es el promedio de las diferencias al cuadrado de las ganancias y el valor esperado. La desviación estandar es la raíz cuadrada de la varianza que se puede ver como la versión estandarizada de ésta.

3. Covarianza y Correlación. La covarianza es una estadística de la interrelación entre 2 activos. Esta interrelación también se puede establecer en términos de la correlación. Ambas se calculan por medio de las siguientes formulas

$$\sigma_{ab} = Cov(R_a, R_b) = valor\ esperado\ de[(R_a - \overline{R}_a) \times (R_b - \overline{R}_b)]$$

$$\rho_{ab} = Corr(R_a, R_b) = \frac{Cov(R_a, R_b)}{\sigma_a * \sigma_b}$$

Como se puede observar, la correlación se puede ver como la versión estandarizada de la covarianza. Aúnque la covarianza puede tomar cualquier valor positivo o negativo, la correlación nunca va a ser más grande que +1 o menor que -1.

Suponga que un inversionista tiene estimaciones de los retornos esperados, la desviación estandar y las correlaciones de 2 activos. ¿Como se debe elegir la combinación o portafolio con estos activos? Obviamente se espera que este portafolio tenga el retorno esperado más alto y una desviación estandar pequeña, para ello hay que considerar que:

- a. El valor esperado del portafolio es la unión (ponderada) de los valores esperados de los activos.

- b. La desviación estandar del portafolio es la unión (ponderada) de las desviaciones estandar y las correlaciones de los activos.

Para aclarar el uso de las dos definiciones anteriores consideremos el siguiente *Ejemplo.*

Supongase dos acciones de las empresas Supertech y Slowpoke como se muestra en el siguiente cuadro

Datos relevantes de Slowpoke y Supertech		
Dato	Simbolo	Valor
Retorno esperado de Supertech	$\overline{R}_{su}$	0.175 = 17.5%
Retorno esperado de Slowpoke	$\overline{R}_{sl}$	0.055 = 5.5%
Varianza de Supertech	σ^2_{su}	0.066875
Varianza de Slowpoke	σ^2_{sl}	0.013225
Desviación estandar de Supertech	σ_{su}	0.2586 = 25.86%
Desviación estandar de Slowpoke	σ_{sl}	0.1150 = 11.50%
Covarianza entre Supertech y Slowpoke	$\sigma_{su,sl}$	-0.004875
Correlación entre Supertech y slowpoke	$\sigma_{su,sl}$	-0.1639

El valor esperado de un portafolio es simplemente el promedio ponderado de los retornos esperados de los activos individuales. Algebraicamente escribimos:

$$\text{Valor Esperado} = X_a\overline{R}_a + X_b\overline{R}_b$$

Donde X_a y X_b son las proporciones del portafolio en los activos A y B respectivamente (Como sólo se tienen dos activos $X_a + X_b$ debe ser igual a 100%) y $\overline{R}_a$ y $\overline{R}_b$ son los valores esperados de las dos seguridades.

De la tabla anterior tenemos que, los retornos esperados son de 17.5% y 5.5% para Supertech y Slowpoke resp.

$$\text{Retorno esperado del portafolio} = X_{su}(17.5\%) + X_{sl}(5.5\%)$$

Donde X_{su}, X_{sl} son los porcentajes del portafolio invertidos en Supertech y Slowpoke respectivamente. Si se invierten \$100, de donde, \$60 se invierte en Supertech y \$40 en Slowpoke, el valor esperado se puede escribir como

$$(0.6)(17.5\%) + (0.4)(5.5\%) = 12.7\%$$

La formula de la varianza de un portafolio compuesto de dos seguridades A y B es:

$$\text{Var(portafolio)} = X_a^2\sigma_a^2 + 2X_aX_b\sigma_{ab} + X_b^2\sigma_b^2$$

El primer término incluye la varianza de A, el segundo incluye la covarianza entre los dos activos y el último la varianza de B (La covarianza $\sigma_{ab} = \sigma_{ba}$, es decir, no importa el orden en el que se consideren los activos).

La formula nos señala un punto importante. La varianza de un portafolio depende de las varianzas de los activos y la covarianza entre ellos. La varianza de un activo mide la variabilidad del retorno. La covarianza mide la relación entre los dos activos. Si se tienen dos activos con sus respectivas varianzas, una relación positiva o covarianza positiva entre las dos seguridades incrementan la varianza del portafolio. Una covarianza negativa disminuye la varianza del portafolio. Esto es importante, porque si uno de los activos tiende a subir cuando el otro baja y viceversa, las seguridades se compensan unas con otras. Ahora se puede imaginar porque en finanzas a esto lo llamamos Operación de Bolsa Compensatoria. De esta manera un portafolio tiene riesgo mínimo. Sin embargo, si ambas seguridades suben y bajan al mismo tiempo, entonces no se compensan del todo. Por lo tanto, el riesgo en el portafolio será más alto que en cualquiera de las dos seguridades.

De nuestro ejemplo anterior tenemos: \$100 de inversión, \$60 en Supertech y \$40 en Slowpoke, $X_{su} = 0.6$ y $X_{sl} = 0.4$, de los datos de la tabla anterior

$$\text{Var(portafolio)} = X_{su}^2\sigma_{su}^2 + 2X_{su}X_{sl}\sigma_{su,sl} + X_{sl}^2\sigma_{sl}^2$$

$$0.23851 = 0.36 \times 0.166875 + 2 \times (0.6 \times 0.4 \times -0.004875) + 0.16 \times 0.013225$$

2.2.1 El Método de la Matríz.

La ecuación anterior se puede expresar por medio de la siguiente matríz

	Supertech	Slowpoke
	$X_{su}^2\sigma_{su}^2$	$X_{su}X_{sl}\sigma_{su,sl}$
Supertech	$0.024075 = 0.36\ times\ 0.066875$	$-0.00117 = 0.6 \times 0.4 \times -0.004875$
	$X_{sl}X_{su}\sigma_{sl,su}$	$X_{su}^2\sigma_{sl}^2$
Slowpoke	$-0.00117 = 0.6 \times 0.4 \times -0.004875$	$0.002116 = 0.16 \times 0.013225$

Si se suman los 4 términos de esta matríz se obtiene la ecuación de la varianza de un portafolio. El término de la esquina superior izquierda incluye la varianza de Supertech, el término de la esquina inferior derecha incluye la varianza de Slowpoke. Los otros 2 lugares contienen el término de la covarianza y en ambos lugares es el mismo (en la ecuación este término está multiplicado por 2).

Con los cálculos anteriores determinamos la desviación estandar del retorno del portafolio

$$\sigma_p = \sqrt{\text{varianza (portafolio)}} = \sqrt{0.023851} = 0.1544 = 15.44\%$$

La interpretación de la desviación estandar de un portafolio es la misma que el de una seguridad individual. En nuestro caso el retorno esperado de nuestro portafolio es de 12.7%. Y -2.74% (12.7% - 15.44%) y 28.14% (12.7% + 15.44%) son los límites del intervalo en el que se tiene una desviación estandar por arriba y por abajo de la media. Si el retorno está normalmente distribuido, un retorno entre (-2.74%, 28.14%) ocurre el 68 % de las veces.

2.2.2 El Efecto de la Diversificación.

Es ilustrativo comparar la desviación estandar del portafolio con la de los activos. El promedio ponderado de las desviaciones estandar de cada uno de éstos es

$$X_{su}\sigma_{su} + X_{sl}\sigma_{sl}$$

en nuestro ejemplo

$$0.2012 = 0.6 \times 0.2586 + 0.4 \times 0.115$$

Ahora observese que la desviación estandar del portafolio es menor que el promedio ponderado de los activos. Anteriormente señalamos que el valor esperado del portafolio se obtiene de un promedio ponderado de los valores esperados de los activos; sin embargo, para la desviación estandar se utiliza un procedimiento diferente.

Generalmente, se argumenta el resultado de la desviación estandar debido a la diversificación. En nuestro ejemplo, Supertech y Slowpoke están correlacionados negativamente (-0.1639); es decir, el retorno de Supertech está por debajo del promedio cuando el de Slowpoke está por encima del mismo, e inversamente. Por ello, la desviación estandar del portafolio es menor que el promedio ponderado de las seguridades.

Los activos anteriores están correlacionados negativamente y claramente podemos pensar que el beneficio es menor si están correlacionados positivamente, pero ¿Qué tan grande tiene que ser la correlación positiva, para que todos los beneficios de ésta sean nulos?

Para responder a esta pregunta, reescribimos la varianza del portafolio en términos de la correlación en lugar de la covarianza.

$$\sigma_{su,sl} = \rho_{su,sl}\sigma_{su}\sigma_{sl}$$

La formula establece que la covarianza entre cualesquiera dos seguridades es simplemente la correlación de éllas multiplicadas por la desviación estandar de las mismas.

Sabemos que la correlación entre ambos activos es de -0.1639 y las desviaciones estandar son 0.2586 y 0.115, por ello la varianza del portafolio la expresamos como

$$\text{Var (portafolio)} = X_{su}^2\sigma_{su}^2 + 2X_{su}X_{sl}\rho_{su,sl}\sigma su\sigma_{sl} + X_{sl}^2\sigma_{sl}^2$$

$$0.023851 = 0.36\times0.066875+2\times0.6\times0.4\times-0.1639\times0.2586\times0.115+0.16\times0.013225$$

El término de enmedio, está escrito en términos de la correlación ρ y no de la covarianza. $\rho = 1$ es el valor más grande que puede tener la correlación. Vamos a suponer que los datos anteriores tienen una correlación de 1, luego la varianza anterior queda expresada como:

$$Varianza = 0.040466 = 0.36 \times 0.066875 + 2 \times (0.6 \times 0.4 \times 1 \times 0.2586 \times 0.115)$$
$$+0.16 \times 0.013225$$

y la desviación estandar es:

$$\text{desviación estandar} = \sqrt{0.040466} = 0.20120 = 20.12\%$$

Hay que observar que en este caso la desviación estandar del portafolio y el promedio ponderado de las desviaciones estandar son iguales, con lo que nos lleva a la siguiente conclusión:

Conforme $\rho < 1$, la desviación estandar del portafolio de dos activos es menor que el promedio ponderado de las desviaciones estandar de cada uno de ellos.

En otras palabras, el efecto de diversificación se podrá aprovechar conforme la correlación no sea perfecta ($\rho < 1$).

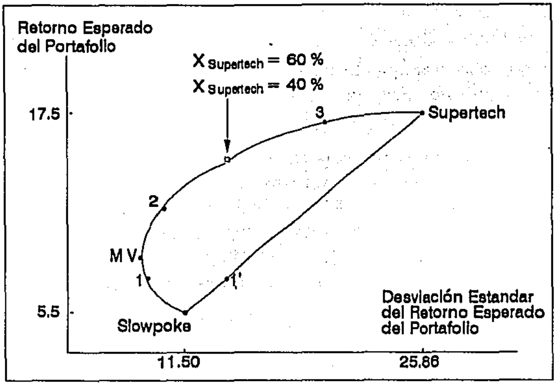

Figura 2.1: Conjunto eficiente de dos activos

2.3 El Conjunto Eficiente de Dos Activos.

Nuestro resultado de retorno esperado y desviación estandar se gráfican en la figura 2.1.

En ella, hay un punto etiquetado con el nombre de Slowpoke y otro con el de Supertech. Cada punto representa el retorno esperado y la desviación estandar para cada activo individual. Como se ve Supertech tiene tanto el valor esperado como su desviación estandar más alto.

El cuadro □ en la gráfica representa un portafolio con 60% invertido en Supertech y 40% en Slowpoke que ya calculamos anteriormente. La elección anterior es una de un número infinito de opciones que se pueden crear; el conjunto de portafolios es representada por la línea curva.

Consideremos el portafolio 1. Éste está compuesto de 90% de Sl(Slowpoke) y 10% de Su(Supertech). Como éste está más proporcionada hacia Sl aparece más cerca de este punto en la figura. El portafolio 2 está más arriba sobre la curva y está compuesto del 50% en Sl y 50% en Su. El portafolio 3 está más cercano al punto Su ya que está compuesto de 90% de Su y 10% de Sl.

Veamos algunos puntos concernientes a la figura 2.1.

1. Se argumentó que el efecto de diversificación ocurre conforme la correlación de 2 activos es menor que 1. En este caso es de -0.1639, luego, ésta es ilustrada en la curva que está a la izquierda de la línea recta conformada por el punto Su y Sl. Consideremos el punto 1', éste representa al portafolio 1 si la correlación entre ambos activos fuese de 1; sin embargo, la diversificación nos lleva a la curva en el punto 1, donde tiene el mismo retorno que 1', pero con desviación estandar más pequeña (lo mismo sucede

con los puntos 2' y 3')

Hay que observar que la línea recta y la curva, aúnque aparecen en la misma figura no viven en el mismo mundo. Mientras que con $\rho = -0.1631$ se da la curva, la recta solamente aparece cuando $\rho = 1$.

2. El punto MV representa el portafolio de mínima varianza, y como su nombre lo indica, éste tiene la varianza más pequeña posible. Por definición, este portafolio también debe tener la desviación estandar más pequeña (El portafolio de mínima varianza es un nombre estandar en la literatura, aúnque lo que estemos midiendo en el eje horizontal la mínima desviación estandar, seguiremos utilizando el mismo término).

3. Si un individuo tiene la posibilidad de invertir en un portafolio Sl y Su, el conjunto de oportunidades o conjunto factible está representado por la curva. Así se puede elegir cualquier punto sobre ésta al elegir una combinación apropiada de los activos. No se pueden elegir puntos que están por encima de la curva, ya que no se puede incrementar el retorno de un activo individual, puede decrecer las desviaciones estandar de las seguridades o la correlación entre ellas. De igual manera no se pueden elegir puntos por debajo de la curva ya que el retorno esperado no podrá ser menor al promedio ponderado de los retornos de los activos, aúnque si se pueden incrementar las desviaciones estandar y la correlación entre ellos (Aúnque se pudiera elegir puntos por debajo de la curva, no sería lógico).

   Ahora veamos la elección del portafolio con respecto al riesgo. Si se tolera el riesgo, se elegirá el portafolio 3. (De hecho invertirá todo en Su). Un inversionista no tan arriesgado elegiría el punto 2. Un inversionista que quiere el menor riesgo elegirá el punto MV.

4. Note que la curva entre el punto Sl y MV tiene un comportamiento peculiar: La desviación estandar decrece, mientras que el retorno esperado se incrementa; algo que comúnmente se busca, y esto se debe al efecto de diversificación, ya que los retornos están negativamente correlacionados. Así una pequeña cantidad de Su contrarresta el efecto de Sl en el portafolio. Estas curvas ocurren siempre que $\rho < 0$; aúnque no es seguro cuando $\rho \geq 0$. De hecho vease que este efecto se tiene solamente en una porción de la curva, conforme se incrementa el porcentaje de Su, despues de MV la desviación estandar del portafolio se incrementará hasta alcanzar la desviación estandar más alta.

5. Ningún inversionista tomará el portafolio con un valor esperado menor que el de mínima varianza. Por ejemplo ningún inversionista elegiría el portafolio 1. Éste tiene valor esperado menor y desviación estandar mayor al de MV. Comúnmente se dice que estos portafolios son dominados por el portafolio MV. Aúnque a toda la curva se le llama conjunto factible, los

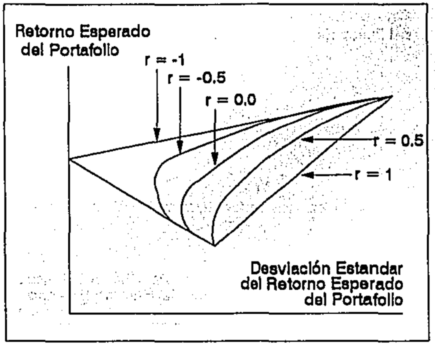

Figura 2.2: Conjuntos eficientes y ρ.

inversionistas sólo considerán la curva desde MV hasta Su y a esta porción la llaman conjunto eficiente.

En la figura 2.2 se examinan diferentes curvas para diferentes correlaciones Como se puede apreciar, conforme la correlación es más pequeña, es mas el efecto de la diversificación. El efecto más grande ocurre cuando ρ = -1 y aúnque parece fascinante, en la vida práctica es poco frecuente. La mayoria de las acciones exhiben correlaciones positivas.

2.4 Conjunto Eficiente de Varios Activos.

Encontramos que para 2 activos, el conjunto factible es una curva de los posibles portafolios. Comúnmente los inversionistas toman mas de 2 acciones y por ello debemos ver que sucede en ese caso. El área sombreada en la figura 2.3 representa el conjunto de oportunidades o conjunto factible cuando se tienen varios activos, es decir, son todas las posibles combinaciones de valor esperado y de desviación estandar para un portafolio. Por ejemplo en un universo de 100 activos, el punto 1 puede representar un portafolio de 40 activos, el punto 2, de 80 activos, el punto 3 de otras 80 o de las mismas 80 pero en diferente proporción etc. Obviamente, las combinaciones son interminables; sin embargo, todas las combinaciones se encuentran en el área ya mencionada, es decir, ninguna combinación puede caer por encima de esta región ya que los retornos esperados no se pueden alterar. Más aún, nadie elegirá un portafolio con desviación estandar dentro del área sombreada. Y tal vez sea más sorprendente, pero nadie puede elegir un retorno esperado por debajo de la curva dada.

Como ya se menciono, la figura 2.3 es diferente a la que incluye sólo 2

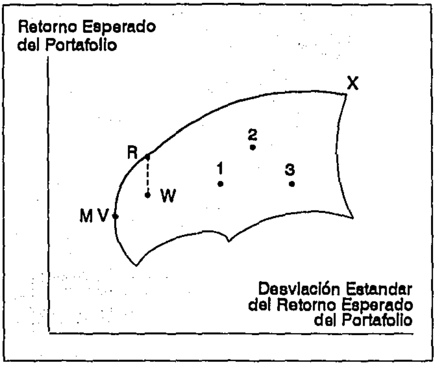

Figura 2.3: Conjunto eficiente para varios activos

activos, en la que unicamente se obtiene una curva y en ésta incluimos el área anterior. Supongamos que un individuo que está en algún lugar, quiere estar en el borde superior entre MV y X, observese que hay una línea recta para alcanzar este borde. Cualquier punto por debajo de este conjunto, recibe menos retorno esperado con la misma desviación estandar, en nuestro caso R y W tienen la misma desviación estandar; sin embargo R tiene mayor retorno esperado.

Un último análisis de la figura anterior es que, es semejante al conjunto eficiente. De lo anterior, teniamos que el conjunto eficiente era de MV a Su. En la figura 2.3 va de MV a X, éste contiene varias combinaciones de varios activos. El que esté sombreado o no, no va a importar en general, ya que un inversionista buscará siempre tener cualquier punto en el conjunto eficiente y no fuera de él.

2.5 Desviación Estandar de un Portafolio con Varios Activos.

Ya vimos la formula de varianza y desviación estandar para 2 activos, en seguida veremos la formula para varios activos y le daremos el enfoque como el de una extensión de la formula ya mencionada.

Para ello vamos a considerar la matriz utilizada para obtener la varianza; con la diferencia de que hay N activos, con lo que enumeramos del 1 al N tanto en el eje vertical y horizontal para formar una matríz de N $\times$ N.

Matríz usada para calcular la varianza de un portafolio

Activo	1	2	3	$\cdots$	N
1	$X_1^2\sigma_1^2$	$X_1X_2C(R_1,R_2)$	$X_1X_3C(R_1,R_3)$	$\cdots$	$X_1X_NC(R_1,R_N)$
2	$X_2X_1C(R_2,R_1)$	$X_2^2\sigma_2^2$	$X_2X_3C(R_2,R_3)$	$\cdots$	$X_2X_NC(R_2,R_N)$
3	$X_3X_1C(R_3,R_1)$	$X_3X_2C(R_3,R_2)$	$X_3^2\sigma_3^2$	$\cdots$	$X_3X_NC(R_3,R_N)$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
N	$X_NX_1C(R_N,R_1)$	$X_NX_2C(R_N,R_2)$	$X_NX_3C(R_N,R_3)$	$\cdots$	$X_N^2sN^2$

Consideremos el lugar (3,2); en éste aparece el término $X_3X_2C(R_3,R_2)$ donde X_3 y X_2 son los porcentajes del portafolio que son invertidos en el 3er. y 2do. activos respect. $C(R_3,R_2)$ es la covarianza entre los retornos de los activos ya mencionados. Hay que mencionar que en el lugar (2,3) aparece el término $X_2X_3C(R_2,R_3)$ y como $C(R_2,R_3) = C(R_2,R_3)$, entonces se tiene el mismo valor en el lugar (2,3) y en el (3,2). Lo mismo sucede para cualquier par de activos.

En la diagonal, por ejemplo, en el lugar (1,1) aparece el término $X_1^2\sigma_1^2$, aqui σ_1^2 es la varianza del primer activo y en general apareceran los términos de la varianza de cada uno de los activos. Hay que observar que el número de términos fuera de la diagonal se incrementa mucho más rapido que los de la diagonal, por ejemplo, para 100 activos se tienen 9900 términos de covarianza. Como ya vimos la varianza del retorno de un portafolio es la suma de todos los términos con lo que se concluye que:

La varianza del retorno de un portafolio con varios activos es más dependiente de las covarianzas entre ellos que de las varianzas de estos.

2.5.1 Ejemplo de Diversificación.

En seguida consideramos un caso de todo lo anterior haciendo las siguientes suposiciones:

1. Todos los activos poseen la misma varianza que escribimos $var = si^2$
2. Todas las covarianzas son la misma, las que representamos como $cov = C(R_i, R_j)$. Se puede demostrar de manera sencilla que var $\geq$ cov.
3. Todos los activos son ponderados de igual manera, es decir, de N activos el peso para cada uno de ellos es 1/N.

En la siguiente tabla aparece la matríz de varianzas y covarianzas con las suposiciones anteriores. Hay que observar que en ésta aparecen N términos de varianza y de N $\times$ N-1 de covarianzas. Por ello al sumar todos los términos obtenemos:

$$\begin{aligned}
\text{Varianza (portafolio)} &= N \times \tfrac{1}{N^2}var + N(N-1) \times \tfrac{1}{N^2}cov \\
&= \tfrac{1}{N}var + \tfrac{N^2-N}{N^2}cov \\
&= \tfrac{1}{N}var + (1-\tfrac{1}{N})cov
\end{aligned}$$

Matríz para el cálculo de la varianza, bajo suposiciones especiales

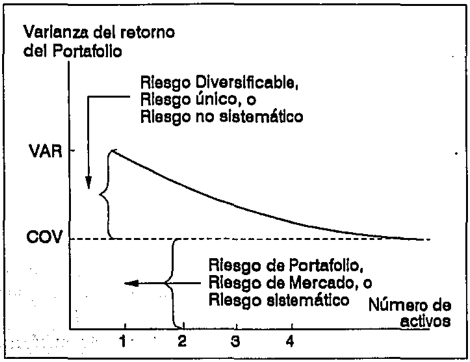

Figura 2.4: Riesgo de Portafilio y número de activos

$$\begin{array}{cccccc}
Activo & 1 & 2 & 3 & \cdots & N \\
1 & \frac{1}{N^2}var & \frac{1}{N^2}cov & \frac{1}{N^2}cov & \cdots & \frac{1}{N^2}cov \\
2 & \frac{1}{N^2}cov & \frac{1}{N^2}var & \frac{1}{N^2}cov & \cdots & \frac{1}{N^2}cov \\
3 & \frac{1}{N^2}cov & \frac{1}{N^2}cov & \frac{1}{N^2}var & \cdots & \frac{1}{N^2}cov \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
N & \frac{1}{N^2}cov & \frac{1}{N^2}cov & \frac{1}{N^2}cov & \vdots & \frac{1}{N^2}var
\end{array}$$

La ecuación anterior expresa la varianza de nuestro portafolio especial que, como se puede ver, es el promedio ponderado entre var y cov (1/N y 1-(1/N) suman 1) y nos dice que cuando N se incrementa sin límite se tiene

$$\text{varianza (portafolio)}(N \rightarrow +\infty) = cov$$

Y esto debido a que, (1/N) $\rightarrow$ 0 cuando N $\rightarrow +\infty$, mientras que 1-1/N $\rightarrow$ 1 cuando N $\rightarrow +\infty$. Esto nos dice que las varianzas individuales se desvanecen completamente conforme vamos incrementando el número de activos y lo que domina son los términos de covarianza. De ahi la importancia de diversificar. Al diversificar perdemos los términos de varianza pero no los de covarianza.

Ahora veamos que pasa en el mercado de acciones que se ilustra en la figura 2.4. La varianza de un portafolio con un sólo activo es de hecho var. A la varianza del portafolio al adicionarle mas y mas acciones, irá decreciendo, no será 0, sino cov, la cual es la covarianza de cualquier par de acciones (esto suponiendo que var $\neq$ cov).

Como la varianza del portafolio se aproxima asintóticamente a cov, cada acción que se adiciona al portafolio reduce considerablemente el riesgo. Si no hubiese comisión sobre los costos de transacción, se podría argumentar que no sería muy necesario la diversificación; sin embargo, hay un costo de diversificación en el mundo real, la comisión por peso invertido, hace que hagamos grandes compras en un sólo activo. Desafortunadamente uno debe comprar varias acciones de un activo cuando se adicionan más y más de diferentes activos.

Mier Statman al comparar los costos y beneficios de la diversificación, argumenta que se necesita un portafolio de aproximadamente 30 acciones para obtener una diversificación óptima (Bibliografía).

Acabamos de mencionar que var $\geq$ cov. Luego la varianza del retorno la podemos descomponer de la siguiente forma:

Riesgo total de un activo	=	Riesgo del portafolio	+	Riesgo no sistematico o diversificable
var	=	cov	+	var - cov

En nuestro caso, el riesgo total es var, el riesgo del portafolio es aquel que obtenemos al diversificar, que como sabemos es cov, este riesgo también se llama riesgo sistemático o riesgo de mercado. El riesgo diversificable o no sistemático es aquel que se puede diversificar por medio de un portafolio, el cual es var-cov.

Cuando una persona selecciona un portafolio, el riesgo total de un activo no es importante, lo que hay que considerar es la porción del riesgo del activo que no se puede diversificar, una vez que se integra al portafolio. Este riesgo es efectivamente la contribución del activo al riesgo del portafolio.

2.6 Prestar o Pedir Prestado a la Tasa de Menor Riesgo.

Hasta el momento, hemos supuesto que todos los activos en el conjunto eficiente son de riesgo. Sin embargo, un inversionista puede sencillamente combinar una inversión de riesgo con una sin riesgo, esta última puede ser, por ejemplo, en CETES.

Ejemplo.

El Sr. Logue está considerando invertir en una acción de Merville Enterprices. Además desea pedir prestado o prestar en un activo sin riesgo, los parametros relevantes son:

	Merville retorno esperado	Sin riesgo retorno garantizado
retorno	14%	10%
desviación estandar	0.20	0

Supongase que de $1000, se invierten $350 en Merville y $650 en el activo sin riesgo. El retorno esperado de la inversión total es simplemente el promedio ponderado de los retornos; como si se tratara de dos activos de riesgo.

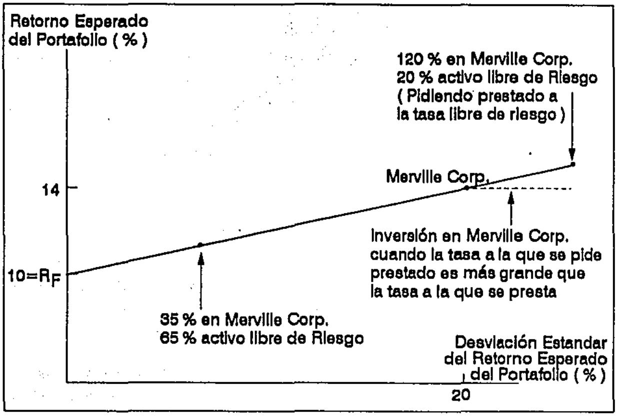

Figura 2.5: Línea de Mercado de Capital de Merville Corp.

$$retorno(portafolio) = 0.114 = 0.35 \times 0.14 + 0.65 \times 0.10$$

Por otra parte, la varianza del portafolio la escribimos como

$$X_M^2 \sigma_M^2 + 2X_M X_s \sigma_{Ms} + X_s^2 \sigma s^2$$

Hay que observar que como sólo tenemos un activo con riesgo, σ_s y σ_{Ms} son igual a 0, con lo que la expresión anterior se reduce a

$$varianza(portafolio) = (0.35)^2 \times (0.20)^2 = 0.0049 = X_M^2 \sigma_M^2$$

luego

$$\text{desviación estandar} = 0.35 \times 0.20 = 0.07$$

La relación entre el retorno y el riesgo se muestra en la figura 2.5. En ésta, se representa la elección de 35-65% en la línea recta que aparece entre la tasa libre de riesgo y una inversión neta en Merville. Notese que no es común que en dos activos de riesgo el conjunto eficiente sea una línea recta como sucede en este caso

Ahora supongamos que se pide prestado $200, y que éstos se invierten junto con la suma original de $1000 en Merville, se espera un retorno de

luego

$$14.8\% = 1.2 \times 0.14 + (-0.2)(0.10)$$

Vease que el retorno de 14.8% es más grande que el 14% del retorno de Merville, y esto se debe a que se pide prestado a una tasa del 10% y se invierte en un activo cuyo rendimiento será más grande que éste.

$$\text{desviación estandar} = 0.24 = 1.2 \times 0.2$$

0.24 es más grande que 0.20 de Merville, ya que se pide en un activo sin riesgo y se invierte en otro con riesgo, incrementando asi la variabilidad de la inversión, esto también se muestra en la figura 2.5.

Hasta ahora hemos supuesto que el Sr. Logue puede pedir prestado a la tasa que presta -esto es simplemente una aproximación a la realidad- consideremos el caso donde la tasa con la que se pide prestado es más grande que la tasa a la que uno presta. La línea punteada en la figura anterior ilustra el conjunto de oportunidades cuando se pide prestado. Bajo estas condiciones ésta se encuentra por debajo de la línea solida luego, es más bajo el retorno esperado de la inversión.

2.7 Portafolio Óptimo.

Comúnmente un inversionista combina un portafolio con riesgo con un activo de menor riesgo o sin riesgo. Esto se ilustra en la figura 2.6.

Considere el punto Q, como se puede ver, éste está en el interior del conjunto factible. Supongase que representa un portafolio con 30% en acciones de AT&T, 45% en General Motors (GM) y 25% en IBM. Las inversiones en el activo de menor riesgo se representan en la línea recta que va de R_F a Q; a ésta nos referimos como la línea I. Por ejemplo, el punto 1 representa un portafolio de 70% en el activo de menor riesgo y 30% en el portafolio Q. Es decir, si se tienen \$100, \$70 se invierten en el activo sin riesgo y \$30 en Q, que se distribuyen en \$9(0.3 × \$30) en AT&T; \$13.50(0.45 × \$30) en GM y \$7.50(0.25 × \$30) en IBM. El punto 2 representa un portafolio en el que el 65% del capital se invierte en Q y lo demás en el activo sin riesgo.

El punto 3 se obtiene al pedir prestado para invertir en Q. Por ejemplo, un inversionista con \$100 pide prestado \$40 al banco para invertir \$140 en Q, con ello se invierten \$42(0.3 × 140) en AT&T; \$63(0.45 × \$140) en GM y \$35(0.25 × \$140) en IBM.

Aúnque se puede obtener cualquier punto en la línea I, ninguno de estos es óptimo. Para ver esto, considere la linea II, una línea que va de R_F hasta A. El punto A es un portafolio con activos de riesgo. La línea II, al igual que I, representa un portafolio formado por un activo libre de riesgo y las seguridades

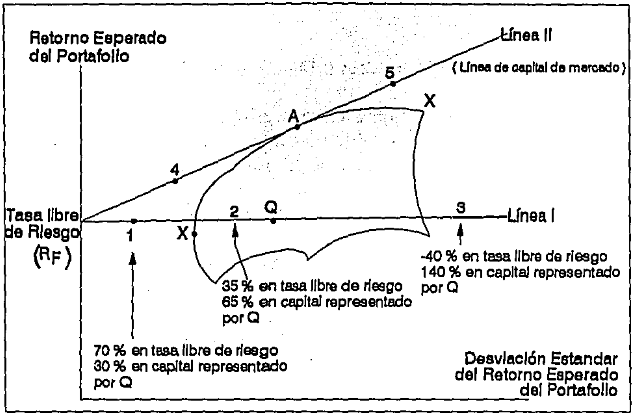

Figura 2.6: Conjunto eficiente y línea de Capital de Mercado

en A. Los puntos despues de A se obtienen al pedir prestado a la tasa de menor riesgo y al comprar más de A.

Como se ve, la línea II es tangente al conjunto eficiente de activos con riesgo. Cualquier punto que se pueda obtener en I, también se puede obtener un punto con la misma desviación estandar, pero con un retorno esperado más alto. De hecho, por la posición de la línea II se provee al inversionista de las mejores oportunidades. A esta comúnmente se le llama linea de Mercado de Capital, que como se aprecia, conjunta a todos los activos (con riesgo y sin riesgo). Una persona con un grado de aversión al riesgo, elegira un punto entre R_F y A, por ejemplo, el punto 4. Alguien con menos aversión al riesgo elegira el punto más cercano a A o despues de A. Por ejemplo el punto 5.

La gráfica anterior nos muestra algo importante. El portafolio que cualquier inversionista eligiría sería A, no importando el grado de tolerancia al riesgo, ya que no parece lógico elegir un punto en el interior de la curva (XAY).

Este resultado se le llama el Principio de Separación, debido a que el inversionista hace dos decisiones:

1. Despues de estimar a) el retorno esperado de cada activo. b) las covarianzas entre cada par de activos; se cálcula el conjunto eficiente representado por XAY, y se determina el punto A (punto tangente de la curva XAY y la tasa libre de riesgo). Este punto sólo se determina por las estimaciones de retornos varianzas y covarianzas. En este caso no importa el grado de aversión que tenga la persona.

2. Se debe determinar cuanto combinará en el punto A junto con el portafolio de riesgo y el activo sin riesgo. Ya sea invertir en el portafolio o inclusive pedir prestado para invertir, es decir, esta elección se hace de acuerdo a las caracteristicas internas o tolerancia al riesgo.

2.8 Equilibrio de Mercado.

2.8.1 Definición del Portafolio de Mercado.

Hasta el momento, hemos considerado a un sólo inversionista que estima a sus retornos esperados, sus varianzas o covarianzas; sin embargo, al considerar a otros inversionistas, éstos tendran aproximadamente las mismas estimaciones, suponiendo que todos poseen la misma información. Aúnque esto no puede ser posible, teoricamente se considera un caso interesante para el análisis. A esto se le conoce como Expectación Homogenea.

Si todos tienen expectaciones homogeneas, todos tendrán los mismos resultados, asi como, la misma gráfica de conjunto eficiente y se concluira que A es el portafolio óptimo, a partir de esto, comprarán los diferentes activos dependiendo del grado de aversión al riesgo, por eso podemos concluir:

En un mundo con expectaciones homogeneas, todos los inversionistas esperan tomar el portafolio de riesgo representado por el punto A.

Como todos los inversionistas eligen el mismo portafolio a éste se le llama Portafolio de Mercado.

Ejemplo.

Imaginemos un mercado acccionario compuesto de sólo 4 activos: Alfa, Beta, Gama y Delta. Los detalles financieros se dan en la siguiente tabla

Detalles financieros de las seguridades en el mercado

Nombre	Precio por acción	Número de acciones vendidas	Valor total de mercado	Porcentaje del Mercado
Alfa	\$5	3 000 000	\$15 000 000 $\$5 \times 3000000$	$15\% = \frac{\$15000000}{\$100000000}$
Beta	\$10	2 500 000	\$25 000 000	25
Gamma	\$20	2 000 000	\$40 000 000	40
Delta	\$40	500 000	\$20 000 000	20
			\$100 000 000	100

Supongase que hay 3 inversionistas que tienen expectaciones homogeneas; el capital de cada uno de ellos es el siguiente:

	Riqueza en el Mercado	Propiedad de Mercado (porcentaje)
María	50 000 000	50
Vicente	49 980 000	49.98
Walter	20 000	0.02
	100 000 000	100.00

Sabemos que todos tienen el mismo portafolio de riesgo. Supongase que cada inversionista compra cada acción de acuerdo al porcentaje que cada uno posee, es decir,

Acciones de un individuo	=	Porcentaje del mercado que un individuo posee	×	Número de acciones en el mercado

Por ejemplo, Walter tiene el 0.02% del mercado; así el tendrá:

600 acciones (0.02×3 millones) de Alfa
500 acciones (0.02×2.5 millones) de Beta
400 acciones (0.02×2 millones) de Gamma
100 acciones (0.02×0.5 millones) de Delta

A esta estrategia se le llama posesión del portafolio de mercado, ya que cada individuo tiene un porcentaje constante de lo que le pertenece en el mercado. En la siguiente tabla se representa esta estrategia para los 3 inversionistas. La columna 7

Posesión de cada inversionista

	Maria		Vicente		Walter		Total	
	acciones	valor en dolares	acciones	valor en dolares	acciones	valor en dolares	acciones por inver-sionistas	valor de acciones anteriores
Alfa	1500000	\$7.5 millones	1499400	\$7497 millones	600	\$3000 millones	3	\$15 millones
Beta	1250000	\$12.5 millones	1249500	\$12495 millones	500	\$5000 millones	2.5	\$25 millones
Gama	1000000	\$20 millones	999600	\$19992 millones	400	\$8000 millones	2	\$40 millones
Delta	250000	\$10 millones	249900	\$9996 millones	100	\$4000 millones	0.5	\$20 millones
Total		\$50 millones		\$49.98 millones		\$20000 millones		\$100 millones

De aqui el siguiente resultado: En un mundo de expectaciones homogeneas, el mercado será claro cuando cada inversionista posee el portafolio de mercado.

El Riesgo Cuando los Inversionistas Poseen el Portafolio de Mercado.

En un mundo con expectaciones homogeneas todos desean obtener el portafolio de mercado. También sabemos que la varianza de un portafolio es la suma de todos los términos de la matríz que contiene los términos de varianza y covarianza dada en la sección anterior.

Observando ésta, nos preguntamos: ¿En cuanto contribuye el activo 2 en el riesgo del portafolio?. Para ello vamos a examinar el 2do. renglón de la misma; en éste aparece las covarianzas entre el activo 2 y todas las demas acciones, también aparece $Cov(R_2, R_2) = var(R_2) = \sigma_2^2$. A este renglón lo podemos escribir como:

$$= X_2X_1Cov(R_2, R_1) + X_2^2Cov(R_2, R_2) + X_2X_3Cov(R_2, R_3) + ... + X_2X_NCov(R_2, R_N)$$

$$= X_2[X_1Cov(R_2, R_1) + X_2Cov(R_2, R_2) + X_3Cov(R_2, R_3) + ... + X_NCov(R_2, R_N)]$$

La contribución del activo 2 al riesgo del portafolio es proporcional a X_2, es decir, al porcentaje del activo en el mismo. Así, los términos de la ecuación anterior dentro del corchete se puede ver como la contribución del activo 2

La varianza del portafolio se puede representar como:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} X_iX_j\sigma_{ij}$$

donde σ_{ij} es la covarianza de i con j si i $\neq$ j y la varianza σ_i^2 si i = j.

La contribución del activo i al riesgo total del portafolio es $\frac{d\sigma_p^2}{dX_i}$.

Esta derivada mide el cambio en la varianza del portafolio cuando se incrementa la proporción del activo i. En nuestro caso para el activo 2 se tiene:

$$\frac{d\sigma_p^2}{dX_2} = 2\sum_{i=1}^{N} X_i\sigma_{i2} = 2[X_1Cov(R_1, R_2) + X_2\sigma_2^2 + X_3Cov(R_3, R_2) + ... + X_NCov(R_N, R_2)]$$

Lo que está en los corchetes en la ecuación es $cov(R_2, R_M)$ la covarianza entre el retorno 2 y el retorno del portafolio de mercado, con lo que reescribimos

$$\frac{d\sigma_p^2}{dX_2} = 2Cov(R_2, R_M)$$

El 2 en ésta última se debe a que la matríz es simétrica, es decir, los términos aparecen en la 2da. fila y en la 2da. columna. Aúnque el término de varianza σ_2^2 ocurre solo una vez, notese que

$$\frac{dX_2^2\sigma_2^2}{dX_2} = 2X_2\sigma_2^2$$

Como no hay alguna particularidad con el activo 2, podemos generalizar la contribución de cualquier activo i al riesgo total del portafolio de mercado estandarizado por su porcentaje en el portafolio, que puede ser representado por $Cov(R_i, R_M)$. Algunos investigadores han estandarizado lo anterior, definiendo la beta del activo i como

$$\beta_i = \frac{Cov(R_i, R_M)}{\sigma^2(R_M)}$$

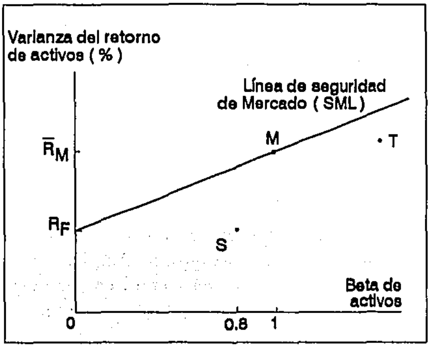

Figura 2.7: Línea de seguridad de Mercado

Aún cuando $Cov(R_i, R_M)$ y β_i miden la contribución del activo i al riesgo del portafolio de mercado, es más común encontrar esta última en la literatura. Una de las propiedades que tienen estas betas, es que el promedio ponderado de cada β_i de acuerdo a la participación de los activos en el portafolio de mercado es 1, es decir

$$\sum_{x=1}^{N} Xi\beta_i = 1.$$

Relación entre Riesgo y Retorno.

Es común argumentar que el retorno esperado de un activo debe estar relacionado positivamente con su riesgo. En otras palabras, las personas toman acciones con altos riesgos si sólo si sus retornos compensan el riesgo. Esto si se quiere ver es una medida de riesgo. Ahora consideremos un mundo donde todos los individuos 1) tienen expectaciones homogeneas y 2) todos los individuos pueden prestar o pedir prestado a una tasa libre de riesgo.

En este caso, todos aspirarán a poseer el portafolio de mercado para las acciones con riesgo. También hemos visto que la β de un activo es una apropiada medida de riesgo. Por lo tanto, el retorno esperado de cada acción y su beta deben estar relacionados positivamente. Esto se ilustra en la figura 2.7. La línea con pendiente positiva en la misma se llama Línea de Seguridad de Mercado (SML).

Veamos algunos puntos asociados a esta figura.

1. Una beta de cero. El retorno esperado de un activo con una beta de cero, es un activo libre de riesgo, ya que $\beta = 0$ nos indica que no hay riesgo

relevante, por lo que su retorno está libre de riesgo.

2. Una beta de 1. Sabemos que $\sum_{i=1}^{N} X_i\beta_i = 1$. Ahora como el portafolio de mercado está formado de manera ponderada de acuerdo a su valor en el mercado, entonces la beta del portafolio es 1. Como todos los activos con la misma β tienen el mismo retorno esperado, el retorno esperado de cualquier activo con una β de 1 será de R_M, el retorno esperado del portafolio de mercado.

3. Linealidad. La beta es una medida apropiada del riesgo, a altos valores de ésta, se debe obtener un alto retorno esperado y viceversa. Esto se ve en la figura.

4. El Capital-Asset-Pricing Model (CAPM). Recordemos que una línea recta se puede describir si se conoce su intersección con el eje y, y su pendiente. De la figura observamos que esta intersección es R_F. Y como el retorno esperado de cualquier activo con una $\beta = 1$ es $\overline{R}_M$, la pendiente de la recta es $\overline{R}_M - R_F$; esto nos lleva a escribir a SML como: CAPM

$$\begin{array}{ccccccc} \overline{R} & = & R_F & + & \beta & & (R_M - R_F) \\ & & & & & & \\ \textit{Retorno} & & \textit{tasa} & & \textit{beta} & & \textit{Diferencia entre} \\ \textit{esperado} & = & \textit{sin} & + & \textit{del} & & \textit{el retorno de mercado} \\ \textit{de un activo} & & \textit{riesgo} & & \textit{activo} & & \textit{y la tasa libre de riesgo} \end{array}$$

Veamos algunos casos especiales de esta formula.

(a) Supongase que $\beta = 0$, luego, $R = R_F$ que es lo que señalamos en el punto 1.

(b) Supongase que $\beta = 1$, La ecuación se reduce a $\overline{R}_1 = \overline{R}_M$ que es lo que se argumento en el punto 2.

Históricamente se ha visto que $R_M \geq R_F$, por ello la línea de mercado tiene pendiente positiva. A continuación mostramos como se aplica.

Ejemplo.

Las acciones de Aadvark tienen una beta de 1.5 y las de Zebra de 0.7 La tasa libre de riesgo es del 7%, la diferencia entre el retorno esperado y la tasa libre de riesgo es de 8.5%. Los retornos esperados de los dos activos son:

$$\begin{array}{lccccc} \textit{Aardvark} & 19.75\% & = & 7\% & + & (1.5)(8.5\%) \\ \textit{Zebra} & 12.95\% & = & 7\% & + & (0.7)(8.5\%) \end{array}$$

5. Hasta el momento hemos considerado acciones individuales ¿Será lo mismo para los portafolios?.

   Si, para ello, supongamos que formamos un portafolio equitativo entre Aadvark y Zebra, asi, el retorno esperado del portafolio es:

$$16.35\% = 0.5 \times 19.75\% + 0.5 \times 12.95\%$$

   luego, Beta del portafolio

$$1.1 = 0.5 \times 1.5 + 0.5 \times 0.7$$

   Con el método de CAPM el retorno esperado del portafolio es

$$16.35\% = 7\% + 1.1x8.5\%$$

   Con esto queremos decir que CAPM vale tanto para activos individuales como para portafolios.

6. Es muy común que se confunda SML y la línea de mercado de capital. Ésta última traza los conjuntos eficientes de los diferentes portafolios formados tanto por los activos de riesgo como los de sin riesgo (Línea II). Cada punto representa un portafolio con una proporción en A y otra en el activo sin riesgo. Hay que observar que en uno de los ejes encontramos el retorno esperado y en el otro la desviación estandar del portafolio.

   La línea SML en la figura anterior relaciona el retorno esperado y la beta, además, observese que SML abarca tanto activos individuales, como portafolios, en tanto que la línea de mercado de capital sólo abarca portafolios eficientes.

2.9 Riesgo y Retorno: The Arbitrage-Pricing Theory (APT).

Hemos aprendido a formar portafolios y a evaluar sus retornos. Ahora nos regresaremos un poco a los activos para análizarlos más cuidadosamente.

Consideremos algunas acciones de alguna línea aérea. Nos preguntamos ¿Cúanto será el retorno de este activo dentro de un mes?.

El retorno de cualquier acción en el mercado financiero consiste de 2 partes: Primero, su retorno esperado o normal que es la parte que los accionistas predicen o esperan en el mercado y que generalmente depende de la información que se tiene de la acción y del mercado, además de ver como influira en el próximo mes.

La segunda parte, es el retorno incierto o de riesgo. Esta es la parte que es consecuencia de la información que se revela en el mes, tales como

- Noticias del centro de investigación de la línea aérea
- Impuestos por parte del gobierno
- Una alza en las tasas de interes
- Retiros de personal etc.

Podemos escribir el retorno de esta acción como R = $\overline{R}$ + U donde R es el retorno total en el mes, $\overline{R}$ es la parte del retorno esperado y U la parte inesperada.

Cuando se sabe de alguna noticia de una acción, se puede tomar medidas de tal manera que, se puede reducir el retorno inesperado al mínimo; cuando esto sucede, todo se refleja en la cantidad $\overline{R}$ y lo que no se puede anticipar se refleja en U. Suponga que el índice del producto nacional afecta a nuestra acción y se ha pronosticado que en el próximo mes será de 0.5%. Este pronostico es usado para obtener $\overline{R}$. Si el anuncio oficial por parte del gobierno es de 0.5, entonces no tenemos retornos inesperados, pues ya hemos descontado este anuncio.

Por otra parte, si el gobierno anuncia un índice de 1.5%, entonces, tendremos que no hemos previsto 1% en el pronostico; a esto comúnmente se le conoce como innovación o sorpresa.

Cualquier anuncio se puede dividir en dos partes

$$Anuncio = \text{parte esperada} + \text{sorpresa}$$

La parte esperada se utiliza para formar $\overline{R}$ y la sorpresa para formar U.

2.9.1 Riesgo: Sistematico y No Sistematico.

El riesgo que resulta de las sorpresas, es el verdadero riesgo de la inversión, pues el otro ya es conocido y se puede actuar para anular sus efectos o al menos prepararse para recibirlos.

Hay varios tipos de anuncios que nos representan riesgo, que en general los dividiremos en dos tipos:

- Los riesgos sistematicos, son aquellos que afectan a un gran número de activos en mayor o menor grado.
- Los riegos no sistematicos, que son los que afectan a uno o a un pequeño grupo de acciones.

Entre los riesgos sistematicos contamos con aquellos que afectan a las condiciones generales de la economía, como las tasas de interes, la inflación, etc. que afectan en gran medida a todas las acciones. Por otro lado, el anuncio de una compañía azucarera puede no afectar en mucho el retorno de las otras empresas, por ello en muchas ocasiones a éste lo llamamos riesgo idiosincratico.

Aúnque no hay una línea que divida cuando un riesgo es sistematico o no, podemos decir que, el riesgo de cualquier activo se puede dividir en sus dos componentes y escribir

$$\begin{aligned} R &= \overline{R} + U \\ &= \overline{R} + m + \varepsilon \end{aligned}$$

donde m es el riesgo sistemático y ε es el riesgo no sistemático, este último es especifico para cada compañía y no está relacionada con otra, es decir, utilizando los términos ya vistos a lo largo de este capitulo

$$Corr(\varepsilon_1, \varepsilon_2) = 0$$

Para dos compañías diferentes.

2.9.2 Riesgo Sistemático y Betas.

El hecho de que las partes no sistemáticas de los retornos de dos compañías no estén relacionadas, no significa que la parte sistemática no lo esté. Al contrario, puede que ambas empresas estén influenciadas por el mismo riesgo sistematico y entonces los retornos totales estarán relacionados, por ejemplo, la inflación afecta a todas las compañías de una manera u otra.

Para ver la influencia de un riesgo sistematico usamos el coeficiente β, éste nos da la respuesta del retorno del activo ante un factor de riesgo, anteriormente era el portafolio de mercado. Como tomamos varios tipos de riesgo, se puede ver a esta parte como una generalización de CAPM.

Las acciones de las compañías pueden estar relacionados ya sea positiva o negativamente con los riesgos sistematicos y de acuerdo a estos será su comportamiento. Vamos a suponer que hemos identificado a 3 riesgos sistematicos que influyen en los retornos de una acción. Estos 3 son: La inflación, el índice de producción nacional y las tasas de interes. Ahora la acción tiene una beta para la inflación, una para la producción nacional y otra para las tasas de interes, por ello podemos escribir

$$\begin{aligned} R &= \overline{R} + U \\ &= \overline{R} + m + \varepsilon \\ &= \overline{R} + \beta_i F_i + \beta_p F_p + \beta_t F_t + \varepsilon \end{aligned}$$

Donde se entiende que β_i, β_p, β_t son las betas de inflación, producción nacional y tasas de interes respectivamente y las Fs son las sorpresas para cada uno de estos riesgos sistematicos.

Veamos como la sorpresa y el retorno esperado producen el retorno total. Para ello vamos a suponer un horizonte de un año (no importa el período de tiempo, el razonamiento es el mismo). Supongase que a principio de año se pronostica una inflación del 5%; una producción nacional del 2% y que las tasas de interes no cambiaran; además, supongase que se tienen las siguientes betas: $\beta_i = 2$; $\beta_p = 1$; $\beta_t = -1.8$. Sabemos que estas betas nos marcan que tan grande es el impacto del riesgo sistematico sobre el retorno del activo. Ahora supongamos que durante el año se tiene una inflación del 7%, el producto nacional es del 1% y que las tasas de interes bajaron 2%. Finalmente debido a las nuevas estrategias de la empresa se obtiene un 5% en el retorno del activo, es decir, $\varepsilon = 5\%$. Con todo lo anterior, las sorpresas de cada riesgo son

$$F_i = \text{inflación actual - inflación esperada} = 7\% - 5\% = 2\%$$

$$F_p = \text{producción actual - producción esperada} = 1\% - 2\% = -1\%$$

$$F_t = \text{cambio actual - cambio esperado} = -2\% - 0\% = -2\%$$

El efecto total de los riesgos sistematicos es

$$\begin{aligned} m &= \beta_i F_i + \beta_p F_p + \beta_t F_t \\ &= 2 \times 2\% + 1 \times (-1\%) + (-1.8)(-2\%) \\ &= 6.6\% \end{aligned}$$

Si el retorno esperado del activo fue de 4%, el retorno total con estos tres componentes es

$$\begin{aligned} R &= \overline{R} + m + \varepsilon \\ &= 4\% + 6.6\% + 5\% \\ &= 15.6\% \end{aligned}$$

Este módelo se llama el Módelo de Factor, en donde F_i se llaman los factores. Formalmente el módelo de los k-factores está generado por

$$R = \overline{R} + \beta_1 F_1 + \beta_2 F_2 + \dots + \beta_k F_k + \varepsilon$$

donde ε no está correlacionado con ningún término de la ecuación. En el ejemplo anterior utilizamos 3 factores; en la practica no se ha acentado bien que factores deben tomarse en cuenta para utilizar el módelo, por lo que representa una desventaja del mismo. Por otra parte, muchos investigadores toman al módelo con un solo factor, el módelo de factor pasa a ser el módelo de mercado, el cual se escribe

$$R = \overline{R} + \beta[R_M - \overline{R}_M] + \varepsilon$$

donde R_M es el retorno del mercado. la β es llamada coeficiente beta.

2.9.3 Portafolios y el Módelo de Factor.

¿Qué pasa con los portafolios cuando cada activo sigue el módelo de factor?. Para responder esto formamos un portafolio de N activos, en donde cada uno tiene el retorno

$$R_i = \overline{R}_i + \beta_i F + \varepsilon_i$$

Sea X_i la proporción del activo i en el potafolio, luego, $X_1 + X_2 + X_3 + ... + X_N = 1$. Así el retorno del portafolio es:

$$R_p = X_1 R_1 + X_2 R_2 + X_3 R_3 + ... + X_N R_N$$

Sustituyendo el módelo del factor en cada uno de los términos de la ecuación anterior se tiene que

$$R_p = X_1(\overline{R}_1+\beta_1 F+\varepsilon_1)+X_2(\overline{R}_2+\beta_2 F+\varepsilon_2)+X_3(\overline{R}_3+\beta_3 F+\varepsilon_3)+...+X_N(\overline{R}_N+\beta_N F+\varepsilon_N)$$

La ecuación anterior la podemos escribir en 3 conjuntos de parametros:

$R_p = X_1\overline{R}_1 + X_2\overline{R}_2 + X_3\overline{R}_3 + ... + XN\overline{R}_N$ Promedio ponderado de los retornos esperados

$+(X_1\beta_1 + X_2\beta_2 + X_3\beta_3 + ... + X_N\beta_N)F$ Promedio ponderado de las betas

$+X_1\varepsilon_1 + X_2\varepsilon_2 + X_3\varepsilon_3 + ... + X_N\varepsilon_N$ Promedio ponderado de los riesgos no sistematicos

2.9.4 Portafolio y Diversificación.

De la ecuación anterior, cada activo tiene un riesgo no sistemático que no está relacionado con ningún otro, al invertir en un número grande (una docena) de activos el riesgo sistemático del portafolio llega a ser cero, en otras palabras, el 3er. renglón se anula. El 1er. y el 2do. renglón no se anulan ya que estos no contienen incertidumbre y tanto F, como los valores esperados, no se anulan al diversificar, en seguida damos un ejemplo muy particular de un portafolio.

Ejemplo.

Supongase un modelo de factor con las siguientes condiciones

1. Todos los activos tienen el retorno esperado de 10%. Con esto el primer renglón de la ecuación anterior es igual a 10%

2. Todos los activos tienen una beta de 1. de esta manera, los términos dentro del parentesis en el segundo renglón suman 1, por lo que éste es F.

3. Se considera tomar igualmente ponderado un portafolib de activos, es decir, la proporción de cada activo es de 1/N.

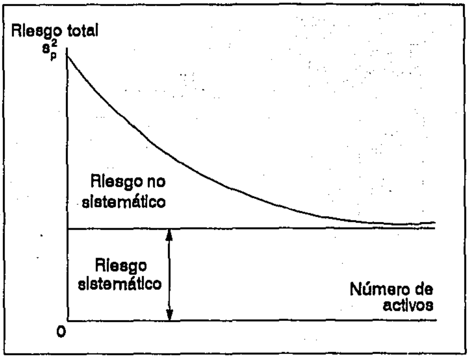

Figura 2.8: Riesgos y número de activos

De esta forma, el retorno del portafolio es

$$R_p = 10\% + F + \frac{1}{N}\varepsilon_1 + \frac{1}{N}\varepsilon_2 + ... + \frac{1}{N}\varepsilon_N$$

Si N se hace muy grande entonces se obtiene

$$R_p = 10\% + F$$

Ya que la varianza de los últimos N términos es

$$(\frac{1}{N^2})\sigma^2_{\varepsilon 1} + (\frac{1}{N^2})\sigma^2_{\varepsilon 2} + ... + (\frac{1}{N^2})\sigma^2_{\varepsilon N} = (\frac{1}{N^2})N\sigma^2_\varepsilon$$

Donde σ^2_ε es la varianza de ε y $\frac{\sigma^2_\varepsilon}{N} \longrightarrow 0$ cuando $N \longrightarrow +\infty$. Todo esto se ilustra en la figura 2.8, en donde se tiene al riesgo sistematico dado por la variación del factor F, que no es reducido por la diversificación.

2.9.5 Betas y Retornos Esperados.

Ahora supongase que un accionista tiene un portafolio bien diversificado y considera adherir a éste, un activo en particular. Puede parecer sencillo, sin embargo, hay que considerar que se tiene riesgo no diversificado que puede afectar a nuestro retorno. Para un caso como éste se tiene la siguiente figura donde se tienen los puntos P, C, A y L; además se considera una tasa libre de riesgo del 10%. Cada uno de éstos, representa una combinación de activos. Por ejemplo A tiene una beta de 2.0; P tiene una de 1.0. Un portafolio al 50% en A y 50% en la tasa libre de riesgo tiene una beta de P. Ahora la tasa libre de riesgo tiene un

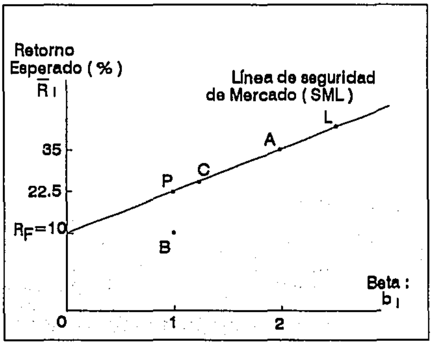

Figura 2.9: Diferentes Portafolios y sus retornos segun la linea de Mercado

retorno del 10% y A del 35%, la combinación nos da un retorno del 22.5% al igual que P. Lo que nos indica que un individuo puede tomar P o el portafolio ya mencionado; sin embargo, el riesgo no sistemático en P no necesariamente tiene que ser igual al del portafolio, ya que en éste último se diversifico.

Hay que observar que las combinaciones con las que podemos obtener P en la línea de seguridad de mercado son interminables (al igual que se hizo con A y la tasa libre de riesgo, se puede realizar para C o L). Considerese el punto B, este punto nadie lo deseará ya que existe P con mejor posibilidad, lo que nos dice que B tiene un precio muy alto, éste se reducira hasta entrar en el mercado competitivo, forzando que su retorno esté en la línea.

A la línea anterior se puede describir por medio de 2 puntos, El primero es aquel que tiene $\beta = 0$ y cuyo retorno es R_F y el segundo es el retorno esperado de un activo $\overline{R}_1$ con β, luego

$$R = R_F + \beta(\overline{R}_1 - R_F)$$

2.9.6 El Portafolio de Mercado y el Factor Simple.

Si se tiene un gran portafolio diversificado, éste no tendrá riesgo no sistematico, lo que nos indica que éste está perfectamente correlacionado con un factor simple, implicando que el portafolio de mercado es realmente una versión de ese factor. Cuando consideramos el portafolio de mercado como el factor, la beta de este portafolio es 1, como se muestra en la figura 2.10 y la ecuación anterior se expresa como

$$\overline{R} = R_F + \beta(\overline{R}_M - R_F)$$

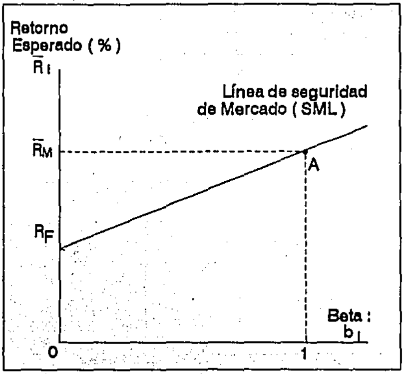

Figura 2.10: Portafolio de Mercado y factor simple

Donde $\overline{R}_M$ es el valor esperado del mercado. Esta ecuación nos dice que $\overline{R}$ está relacionada línealmente con β, la cual es identica a CAPM.

2.9.7 CAPM Y APT.

Una ventaja de APT es que maneja multiples factores y esto probablemente refleja más la realidad que como lo hace CAPM. Bajo esta versión de multifactor de APT, la relación de riesgo y retorno se expresa como:

$$\overline{R} = R_F + (\overline{R}_1 - R_F)\beta_1 + (\overline{R}_2 - R_F)\beta_2 + ... + (\overline{R}_k - R_F)\beta_k$$

Donde cada β_i es la beta de seguridad con respecto al i-esimo factor. El término $\overline{R}_i$ es el retorno esperado de un activo cuya beta con respecto al primer factor es 1 y cuya beta con respecto a otros factores es cero. Todos estos son riesgos que ya no se pueden diversificar.

2.10 Riesgo, Retorno y Presupuesto de Capital.

2.10.1 La Beta del Activo.

Dado que la tasa de descuento de un proyecto es igual al retorno esperado de un activo de riesgo comparable, tenemos que aprender como calcular las betas de los activos de riesgo comparable.

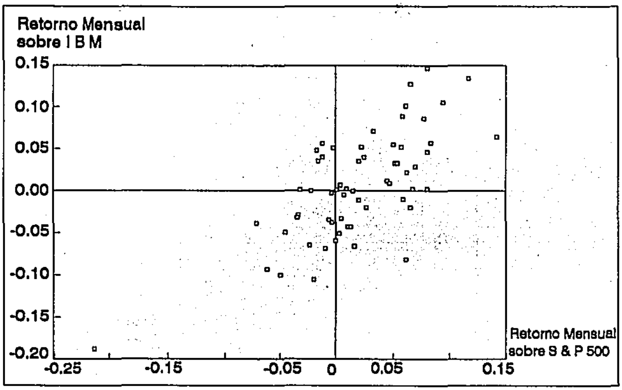

Figura 2.11: Diagrama de dispersión de IBM y S&P 500

Ya vimos que la beta mide la respuesta del retorno del activo con respecto al retorno del mercado como un todo. Observamos que esta relación se representa por medio de una línea recta, llamada línea característica, cuya pendiente es la beta del activo.

En la figura 2.11 se grafican los retornos mensuales (dividendos y capital) de IBM y del mercado. Los 60 puntos cubren un periódo del 1 de Enero de 1983 al 31 de Diciembre de 1987. Y aunque no lo parece, podemos calcular una recta que mejor se aproxime a estas dos variables; la pendiente en este caso es positiva.

En la figura 2.12 se muestra el ajuste de la recta por el método del análisis de regresión líneal. De la gráfica la pendiente es de $0.825 = \beta$.

El objetivo principal en el análisis financiero es determinar el valor de la β en el futuro. Pues es incorrecto pensar que la beta es para siempre, al menos lo que si podemos decir, es que es nuestra mejor estimación a partir de datos en el pasado. De la gráfica anterior R^2 mide la desviación de los puntos con respecto a la línea característica; el valor más grande de R^2 es 1, y cuando esto sucede significa que el retorno del activo depende enteramente del retorno del mercado. Inversamente, si éste es cero (valor mínimo) significa que el activo y el mercado no están relacionados.

Recordando que la beta es la covarianza estandarizada del retorno del activo respecto del retorno del portafolio de mercado. Mostramos como calcular la beta tomando en cuenta lo anterior.

Ejemplo.

Supongase que muestreamos el retorno de la General Tool Company y del

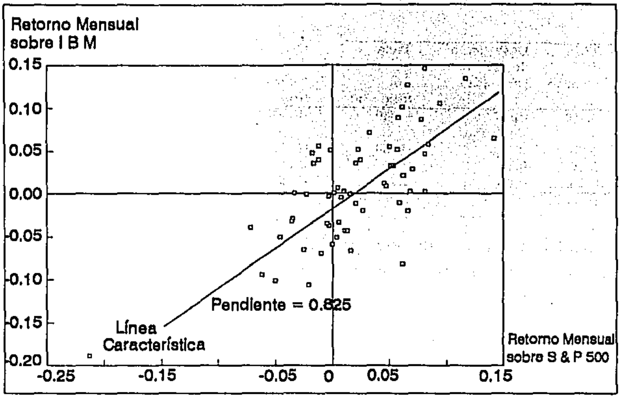

Figura 2.12: Ajuste lineal entre IBM y S&P 500

índice general S&P500, para 4 años, cuya tabulación es la siguiente:

Año	R_G	R_M
1	-10%	-40%
2	3%	-30%
3	20%	10%
4	15%	20%

Calculamos la beta en seis pasos.

1. Calculamos el retorno esperado de cada activo

   Promedio del retorno de General Tool

$$\frac{-0.10 + 0.03 + 0.20 + 0.15}{4} = 0.07$$

   Promedio del retorno del portafolio de mercado

$$\frac{-0.40 + -0.30 + 0.10 + 0.20}{4} = -0.11$$

2. Para cada activo, calculamos la desviación de cada retorno con respecto del promedio calculado anteriormente. Esto se representa en la columna III y V de la siguiente tabla

Cálculo de beta

Año	Tasa de retorno	Desviación de GT de su promedio	Tasa de retorno del mercado	Desviación del mercado de su promedio	Desviación de GT multiplicada por la desviación del mercado	Desviación del portafolio de mercado al cuadrado
1	-0.10	-0.17 -0.10-0.07	-0.40	-0.30	0.051 (-0.17)×(-0.3)	0.090 (-0.3)× 0.3
2	0.03	-0.04	-0.30	-0.20	0.008	0.040
3	0.20	0.13	0.10	0.20	0.026	0.040
4	0.15	0.08	0.20	0.30	0.024	0.090
	pro=0.07		pro=-0.10		pro=0.109	pro=0.260

3. Multiplicamos la desviación del retorno de General Tool por la desviación del retorno del mercado, ésto se representa en la columna VI de la tabla anterior.

4. Calculamos el cuadrado de la desviación del retorno del mercado, que representamos en la columna VII

5. Tomamos la suma de la columna VI y VII las cuales son:

   Suma de la desviación de General Tool multiplicada por la desviación del portafolio de mercado

$$0.051 + 0.008 + 0.026 + 0.024 = 0.109$$

   Suma de los cuadrados de la desviación del portafolio de mercado

$$0.09 + 0.040 + 0.09 = 0.26$$

6. La beta es la suma de la columna VI dividido por la suma de la columna VII. Así

$$\text{Beta de General Tool} = 0.419 = \frac{0.109}{0.260}$$

2.10.2 La Tasa de Descuento.

Una vez que sabemos como calcular las betas de un activo, calculamos el retorno esperado del mismo por medio de CAPM y lo aplicamos como a continuación se muestra en el siguiente

Ejemplo.

Suponga que tenemos una compañía editora de libros de texto que tiene una beta de 1.3. La firma no tiene deudas (comúnmente se dice que está financiada equitativamente). La empresa está considerando un número de proyectos de presupuesto de capital que doblaran el tamaño de la misma. Dado que estos son similares a los ya existentes, el promedio de la beta de los mismos se supone que es igual a la beta de la firma. ¿Cúal es la tasa de descuento apropiada para estos nuevos proyectos?

Si la tasa libre de riesgo es del 7% y la tasa de riesgo y ganancia del mercado es del 8.5%. La SML se puede escribir como

$$\overline{R} = 7\% + (8.5\%)\beta$$

Ahora calculamos el costo de equidad como

$$\begin{aligned}\overline{R} &= 7\% + (8.5\% \times 1.3)\\ &= 7\% + 11.05\%\\ \overline{R} &= 18.05\%\end{aligned}$$

Hay que considerar que hemos hecho dos suposiciones

1. la beta de riesgo del nuevo proyecto es el mismo que el riesgo de la firma.
2. La firma está totalmente equitativa (no deudas).

Con esto se sigue que los flujos de efectivo de los nuevos proyectos se deben descontar a una tasa del 18.05%

2.10.3 Una Extensión del Módelo Básico.

Vamos a relajar una de las suposiciones. Supongamos ahora que el riesgo de un proyecto difiere del de la firma. En paginas anteriores mencionamos que cada proyecto debe ser comparado con un proyecto financiero de riesgo comparable. Si la beta de un proyecto difiere al de la empresa, el proyecto debe descontarse a la tasa conmesurada de su propia beta. Este punto es importante porque frecuentemente una empresa habla de la tasa de descuento corporativa. Y elegir una misma tasa de descuento para todos los proyectos nos puede llevar a una decisión erronea.

Ejemplo.

Una editorial está considerando si aceptar o no un software de computación. Hay que notar que las compañías de Software tienen betas muy grande. La editorial ve al proyecto del Software como el más riesgoso de todos. Por ello éste debe descontarse a una tasa conmesurada con el riesgo de las compañías de Software. De lo contrario, si todos los proyectos se descuentan a la misma tasa, la empresa aceptaría proyectos muy riesgosos (paquetes de Software) y rechazaría los de menor riesgo (libros y revistas). Esto se ilustra en la figura 2.13.

2.10.4 Determinantes de la Beta.

La beta de una acción no es algo que salga de algo muy simple, ya que está determinada por las caracteristicas de la empresa; y de las cuales consideramos 3 factores: ingresos o réditos, nivel de Operación y nivel financiero.

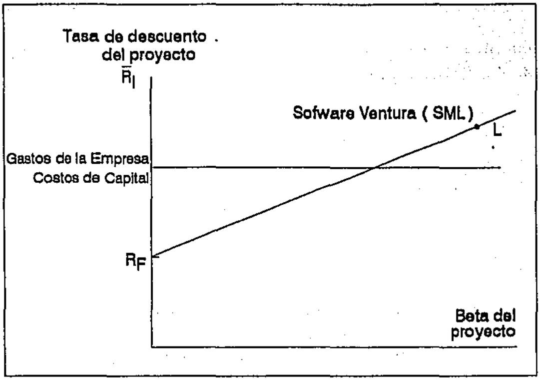

Figura 2.13: Riesgo y tasa de descuento del Proyecto Software Ventura

Reditos

Los reditos de algunas empresas son un tanto ciclicos, ésto porque algunas firmas les va bién cuando se expanden y mal cuando no lo hacen. Las empresas de alta tecnología, las revendedoras y la automotriz fluctuan de acuerdo al ciclo del mercado. Otras como ferrocarriles, comida y aéreolineas son menos dependientes de este ciclo. Como la beta es la covarianza estandarizada del retorno de un activo con el mercado, no es sorprendente que las acciones con grandes ciclos tengan grandes betas.

Hay que señalar que estos ciclos no son lo mismo que la variabilidad, es decir, acciones con grandes desviaciones estandar no necesariamente deben tener grandes betas; como sucede en empresas cinematográficas que son altamente variables (los exitos en las peliculas no son fácilmente predecibles pero, dado que, los réditos de un estudio dependen más de la calidad que de los ciclos) se considera que estas empresas no son ciclicas.

Nivel de Operación.

Ya señalamos que en una firma se tienen costos fijos y variables. También vimos que los costos variables aumentan conforme a la cantidad de producción. Los otros costos no dependen de ésta. Esta diferencia nos ayudará para definir lo que es el nivel de operación.

Ejemplo.

Consideremos a una empresa que puede elegir entre la tecnología A y B para una producción en particular. Las diferencias de éstas se dan a continuación

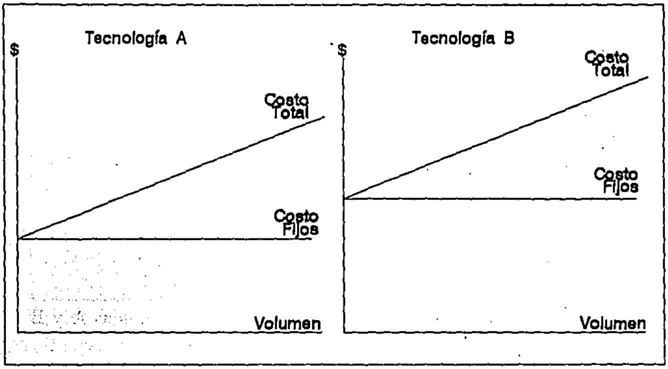

Figura 2.14: Niveles de operación de las tecnologías A y B

	Tecnología A	Tecnología B
Costos fijos	\$1000/año	\$2000/año
costos variables	\$8/unidad	\$6/unidad
Precio	\$10/unidad	\$10/unidad
Contribución marginal	\$2 (10 - 8)	\$4 (10 - 6)

Como se aprecia, la tecnología B tiene el menor costo variable y el más alto costo fijo, por ello decimos que ésta tiene un nivel de operación más alto. La definición formal del nivel de operación es:

$$\frac{\text{Cambio en EBIT}}{EBIT} \times \frac{ventas}{\text{cambio en ventas}}$$

donde EBIT es la ganancia antes de intereses e impuestos, lo que quiere decir, es que el nivel de operación mide el cambio de porcentaje en EBIT para un cambio en el porcentaje de las ventas o réditos. Se puede ver que el nivel de operación se incrementa conforme los costos fijos se incrementan y los variables bajan. En las gráficas de la figura 2.14 aparecen ambas tecnologías marcandonos el nivel de operación. Como se ve la pendiente de A es más grande indicandonos asi, que sus costos variables también lo son.

Como ambas tecnologías se utilizan para el mismo producto, y como la contribución marginal de B es más grande, nos dice que ésta es más riesgosa; ya que una venta inesperada incrementa la utilidad en \$2 con A, pero \$4 con B. Similarmente, una cancelación inesperada reduce la utilidad en \$2 con A y \$4 con B. Esto se ilustra en las gráficas de la figura 2.15.

Todo lo anterior se aplica de igual manera a proyectos. Si no se puede estimar la beta de un proyecto, se puede examinar los réditos y el nivel de operación del

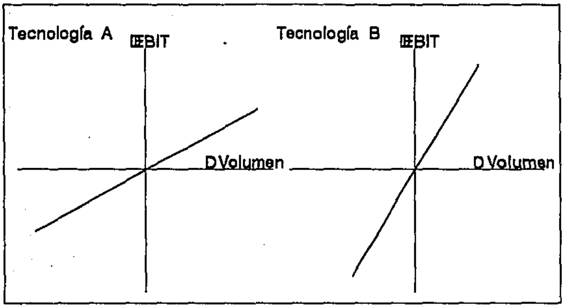

Figura 2.15: Contribución Marginal de las tecnologías A y B

mismo. Aquellos proyectos cuyos reditos son fuertemente ciclicos y con niveles de operación altos, tendran betas altas e inversamente.

La beta de una acción es función de la beta de una firma y del nivel financiero (que veremos en el siguiente capitulo). Es decir, la beta de la acción es función de: 1. La respuesta de los ingresos de la empresa de acuerdo a los movimientos de la economía. 2. El grado del nivel de operación y 3. el grado del nivel financiero.

Capítulo 3

Estructura de Capital

3.1 Introducción.

Ya en el capitulo I se discutieron algunos métodos para hacer decisiones de presupuesto de capital en la empresa. Se argumentó que el objetivo de la firma debe ser crear el mayor valor a partir de estas. Por eso la corporación debe realizar inversiones con valor presente positivo. En esta parte nos dedicamos a las decisiones de financiamiento. Al igual que con las de presupuesto de capital, la empresa debe tomar aquellas decisiones que generen valor. Para ello se deben encontrar arreglos que ayuden a tener VPNs positivos. Mostramos que las fuentes de VPN en los financiamientos son, impuestos, costos de quiebra y costos de agencia.

Introducimos el concepto de eficiencia de mercados, donde los precios actuales son el reflejo de la información disponible, describimos varias formas de eficiencia: débil, semifuerte, fuerte. Despues de hacer incapie de lo que es deuda y equidad consideramos a la decisión de estructura de capital como un todo. En general una corporación puede elegir cualquier estructura de capital pero ¿Como ésta debe elegir su estructura de capital? Cambiar la estructura de capital de una firma cambia la forma de los pagos en sus flujos de efectivo. Cuando los accionistas no están dispuestos a pedir prestado para solventar problemas, hacen que la empresa edite deuda. Lo más importante es que, las empresas que piden prestado pagan menos impuestos que las que no piden prestado. El valor de una firma que pide prestado es más alta que una que no lo hace. Sin embargo, con el costo de quiebra una empresa que pide prestado hace que disminuya el valor de la misma. Los efectos combinados de impuestos y costos de quiebra pueden producir una estructura de capital óptima.

En el capitulo I se explicó el presupuesto de capital para empresas en equidad total, en el presente, discutimos el presupuesto de capital para firmas con alguna deuda en su estructura de capital y presentamos dos métodos alternativos: El promedio ponderado de costo de capital (WACC) y el valor presente ajustado APV.

3.2 Descripción de la Eficiencia de los Mercados de Capital.

Un mercado de capital eficiente es uno en el cual se refleja completamente toda la información disponible en el precio de las acciones. Para fundamentar esto, existe una hipótesis de mercado eficiente (EMH) que tiene implicaciones tanto para los inversionistas como para las empresas.

- La información se refleja de manera inmediata, cuando una información se publica y no es para bien de un inversionista, el precio se ajustará antes de que él pueda comercializar el activo.
- Las empresas esperan recibir un valor justo de las acciones que venden. Por justo, queremos decir, que el precio de de las acciones que se editan es el valor presente de las mismas. Con esto, en un mercado eficiente, no existen oportunidades de financiamiento que puedan perjudicar a algunos inversionistas.

Existe mucha información con respecto a una empresa y sus acciones (como sus deudas, ganancias, impuestos, etc.). Entre más conozcamos de ésta más fácil será predecir el precio de las mismas. Muchas empresas tienen disponibilidad de esta información, comúnmente la estudian y la venden; todo esto hace que el mercado sea eficiente. Un mercado es eficiente con respecto a la información si no hay forma de mal usarla u obtener utilidades extras por medio de las mismas. Cuando se tiene un mercado de este tipo, se dice que la información está incorporada en el precio de las acciones. Por ello, sin conocer alguna información especial de una acción, un inversionista en un mercado eficiente espera ganar un retorno de equilibrio requerido y una empresa espera pagar un costo de equilibrio de capital.

Ejemplo.

Supongase que IBM anuncia que ha inventado un microprocesador que hace que sus computadoras sean 30 veces más veloces. El precio de una acción de IBM se incrementará inmediatamente a un nivel de equilibrio.

En la figura 3.1 se presentan 3 posibles ajustes en el precio de una acción. La línea solida representa lo que sucede en un mercado eficiente. Como se ve, se ajusta inmediatamente de acuerdo a la nueva información. Las pequeñas lineas, nos marcan la reacción de 8 a 10 días, es decir, el tiempo en el que el mercado absorbe la información. Finalmente las líneas punteadas ilustran la sobrereacción y una subsecuente corrección al precio verdadero. Estas dos últimas se tienen en un mercado ineficiente. Así, si el precio de un activo

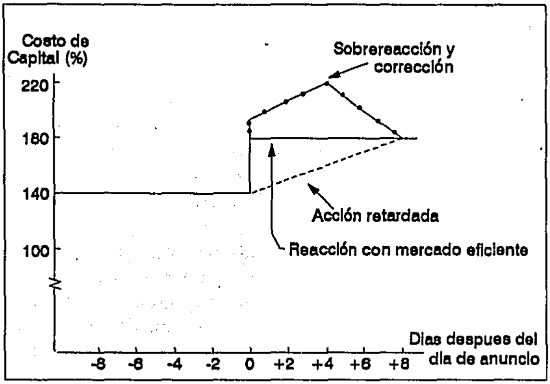

Figura 3.1: Conjunto eficiente de dos activos

tarda varios dias en ajustarse, los inversionistas pueden comerciar las utilidades, comprando en la fecha del anuncio y vendiendo una vez que se ha llegado al precio de equilibrio.

3.2.1 Diferentes Tipos de Eficiencia.

En la vida real las acciones responden a la información de diferente manera. Esto debido en gran parte a la eficiencia del mercado. Esta eficiencia se ha clasificado en 3 tipos, que a continuación explicamos:

La Forma Débil.

Un mercado de capital se dice que es debilmente eficiente o eficiente en forma débil, si éste se basa completamente en la información pasada del precio de los activos. Frecuentemente a esta forma de eficiencia se representa matemáticamente como

$$P_t = P_{t-1} + \text{ retorno esperado} + \text{error aleatorio}$$

El retorno esperado, como ya vimos, es una función del riesgo. El componente aleatorio se debe a la nueva información del activo, y este puede ser positivo, negativo e inclusive cero; este no está relacionado con ningún componente aleatorio en el pasado. Si el precio de una acción sigue la ecuación anterior se dice que sigue un camino aleatorio.

La hipótesis de un camino aleatorio expresada por la ecuación anterior, implica que el movimiento del precio de un activo en el pasado no esta relacionado con el movimiento de éste en el futuro. En el capitulo anterior discutimos el concepto de correlación entre los retornos de dos acciones diferentes. Sin embargo, en el ambiente financiero, frecuentemente se habla de la correlación serial, el cual solo incluye un activo. Esto es, la correlación entre el retorno del período actual y el retorno en el siguiente período, con lo cual nos indica que, si se tiene un coeficiente de correlación serial positivo continuará la tendencia en el futuro. Si los coeficientes de correlación serial no son los significativamente positivos o negativos, nos indican ineficiencia en el mercado, con lo cual no se podra predecir los retornos en el futuro.

Cuando la correlación serial es casi cero, tenemos que se satisface la hipótesis del camino aleatorio, así, si el retorno de un activo es más grande que el promedio, probablemente tendrá también un retorno grande en el futuro e inversamente. Y aunque este coeficiente en principio puede variar entre 1 y -1, en la práctica son muy pequeños, de hecho, son tan pequeños con relación a los errores de estimación y costos de transacción que los resutados se consideran consistentes con la forma de eficiencia débil.

Todo lo anteriormente explicado, esta incluido en la parte del análisis técnico, que se aplica en el mercado de acciones y que se refiere a la predicción en el futuro, tomando en cuenta los patrones de los movimientos de los precios en el pasado. Cuando se realiza este análisis se considera que el mercado es eficiente debilmente. Una de las razones por las cuales se considera esta eficiencia, es que es barata y se pueden encontrar patrones en el precio de los activos de manera sencilla (aúnque hay que tener cuidado con las ilusiones ópticas).

Formas Fuertes y Semifuertes.

Un mercado es eficiente en forma semifuerte, si los precios incorporan toda la información que se publica, incluyendo información como el estado contable de la empresa, asi como la información historica de los precios de las acciones. Un mercado es eficiente en forma fuerte si los precios reflejan toda la información que se publica y la que no se publica acerca de las empresas.

La información de los precios en el pasado es un subconjunto de la información publica disponible, a la vez, éste último es un subconjunto de toda la información; por ello una forma eficiente fuerte implica una eficiencia semifuerte y esta última a su vez implica una eficiencia debil.

Con respecto a la forma fuerte, se ha encontrado muy poca evidencia de este tipo de eficcncia, con lo que deducimos que no se cumple del todo la EMH, de esta manera no haremos incapie en esta parte.

Veamos dos pruebas que ponen en evidencia la forma de eficiencia semifuerte:

3.2.2 Estudios Eventuales.

Para esta prueba se examina el siguiente sistema de relaciones:

$$
\begin{array}{rcl}
\text{información que se da a conocer en t-1} & \longrightarrow & AR_{t-1} \\
\text{información que se da a conocer en t} & \longrightarrow & AR_{t-1} \\
\text{información que se da a conocer en t+1} & \longrightarrow & AR_{t+1} .
\end{array}
$$

Donde AR es el retorno anormal del activo y las flechas indican que el retorno en cualquier período está relacionado sólo con la información dada conocer durante ese período. El retorno anormal se obtiene sustrayendo el retorno del mercado en el mismo día (R_m) del retorno actual del activo (R) de ese día.

$$AR = R - Rm$$

De acuerdo a la hipótesis de eficiencia de mercado, el retorno anormal en t, AR_t, refleja toda la información dada a conocer en ese mismo período. Cualquier información dada a conocer antes o despues, no afectará el retorno anormal en este período. Con ello queremos decir, que la información que será conocida en el futuro no puede influir en el retorno del activo hoy. Los estudios eventuales son estudios estadisticos que examinan estas relaciones como acabamos de demostrar o la de cualquier información que influye en los retornos para otros días.

Durante muchos años, este tipo de metodología ha sido aplicada a varios eventos. Anuncios de dividendos, ganancias, margenes, gastos de capital, nuevas ediciones, son algunos ejemplos de la extensa literatura que se consideran en los estudios eventuales. Aúnque hay excepciones, estos estudios generalmente sustentan que la eficiencia del mercado es semifuerte.

3.2.3 El Record de los Fondos Mutuos.

Otra forma de comprobar la eficiencia de mercado semifuerte es con respecto a la formación de asociaciones o lo que se dice fondos mutuos. El promedio de los retornos de éstos deben ser los mismos que el promedio del mercado. En esto consiste esta prueba.

Aúnque difiere en el uso de la estadística, el objetivo de este estudio es encontrar una ejecución anormal de estos fondos mutuos. La conclusión de todas las teorías es la misma y no hay evidencia de que los fondos se sobreejecuten de acuerdo a ciertos índices generales. Esto no implica que los fondos mutuos sean malas inversiones. Aúnque estos fondos llegan a tener retornos más grandes que los índices de mercado, estos permiten al inversionista comprar un portafolio con un número de activos bien diversificados. Dandose una gran variedad de servicios con respecto a la información de todos los activos.

3.3 Financiamiento a Largo Plazo.

3.3.1 Activo Común.

El término de activo común no tiene un significado preciso. Usualmente se aplica a los activos que no tienen preferencia con respecto a los dividendos o quiebra. Una descripción de un activo común de Anheuser-Busch de 1986 se representa en la siguiente tabla

Activos comunes de Anheuser-Busch

Activo común, $1 valor par, autorizadas 400 000 000 de acciones en 1986; editadas 295 264 924 acciones	$ 295.3
Capital en exceso del valor par	6.1
ganancias retenidas	2472.2
total	2773.6
menos 26 399 740 acciones de activos atesorados	460.8
equidad total de los accionistas	$2312.8

3.3.2 Valor Par.

A todos los propietarios de los activos comunes de una empresa se les llama accionistas. Estos reciben un certificado por las acciones que poseen. Usualmente hay un valor de estado en cada certificado del activo llamado valor par. El valor par de cada acción del activo común de Anheuser-Busch es de $1.

El valor total par es el número de acciones editadas multiplicadas por su valor par de cada acción, a éste en algunas ocasiones se le llama Capital Dedicado de una empresa. El capital dedicado de Anheuser-Busch es de $1 × 295.3 millones de acciones = $295.3 millones.

3.3.3 Superavit de Capital.

Usualmente el superavit de capital se refiere a la cantidad de capital que se contribuye directamente con la equidad de capital en exceso al valor par.

Ejemplo.

Supongase 100 acciones de un activo común que tienen un valor par de $2 cada uno y que se venden a los accionistas a $10 por acción. El superavit de capital sería de ($10 - $2) × 100 = $8 × 100 = $800 y el valor total par es de $2 × 100 = $200.

En el caso de Anheuser-Busch el superavit de capital es de $6.1 millones. La tabla indica que el precio de las nuevas acciones editadas por la empresa, han excedido el valor par y la diferencia ha sido integrada como capital en exceso del valor par. En cualquier circunstancia, las acciones de los activos no se pueden editar por debajo del valor par, implicando que el capital en exceso del valor par no puede ser negativo.

3.3.4 Ganancias Retenidas..

Comúnmente Anheuser-Busch paga menos de la mitad de sus ingresos como dividendos; el resto es retenido en el negocio y por ello se le llaman ganancias retenidas. La cantidad acumulada de ganancias retenidas fue de $2472.2 millones en 1986.

La suma del valor par, el superavit de capital y las ganancias retenidas acumuladas es lo que conforma la equidad común de la empresa, la cual usualmente se refiere como el valor en libro de la empresa. El valor en libro representa la cantidad que contribuye directa o indirectamente a la corporación por los inversionistas de equidad.

Ejemplo.

Western Redwood Co. fue fundada en 1906 con 10 000 acciones que se vendieron con un valor par de $1. Como éstas se vendieron a $1 en la hoja de balance hay un superavit de capital de 0. Para 1989, ha tenido muchas utilidades y ha retenido las utilidades por $100 000. Los accionistas de equidad de la compañía tienen la siguiente contabilidad.

Western Redwood Co.

Equidad Contable Ene 1, 1989	
Activo común, $1 par, 10 000 acciones vendidas	$10 000
superavit de capital	0
Ganancias retenidas	100 000
Total de equidad de los accionistas	$110 000

$$\text{Valor de libro por acción} = \frac{\$110000}{10000} = \$11$$

Supongase que la compañía ha tenido muy buenas oportunidades de inversión y decide vender 10 000 acciones de un nuevo activo. El precio actual en el mercado es de $20 por acción. El efecto de la venta del activo en la hoja de balance será

Western Redwood Co.

Equidad Contable Dic 31, 1989	
Activo común, $1 par, 20 000 acciones vendidas	$20 000
superavit de capital ($20 - $1) x 10 000 acciones	190 000
Ganancias retenidas	100 000
Equidad total de los accionistas	$310 000

$$\text{Valor de libro por acción} = \frac{\$310000}{20000} = \$15.5$$

¿Qué sucedio?

1. Como se editaron 10 000 acciones con un valor par de \$1, alcanzo un valor par de \$10 000
2. La cantidad total alcanzada por la nueva edición fue de \$20 x 10 000 = \$200 000, y \$190 000 se integrarón como superavit de capital.
3. El valor de libro se incremento ya que el precio de mercado del nuevo activo fue más grande que el valor de libro del antiguo activo.

3.3.5 Valor de Mercado, Valor de Libro y el Valor de Reemplazamiento.

El valor de libro de Anheuser-Busch en 1986 fue de \$2312.8 millones. Esto se basa en el número de acciones vendidas. La compañía habia editado 295 264 924 acciones y recompro 26 399 740 acciones, asi que el número total de acciones vendidas fue de 295 264 924 - 26 399 740 = 268 865 184. Las acciones recompradas se llaman activos de tesoro.

El valor de libro por acción fue:

$$\frac{\text{Equidad común total de los accionistas}}{\text{acciones vendidas}} = \frac{\$2312.8millones}{268.9millones} = \$8.60$$

Anheuser-Busch es una compañía de publicidad. Sus activos comunes se comercializan en la bolsa de intercambios de New York y miles de acciones se comercializan todos los días. El más reciente precio de Anheuser-Busch fue de \$25 y \$30 por acción. Asi que el precio de mercado estubo por encima del valor de libro.

Además del valor de mercado y del libro, es común escuchar el término valor de reemplazamiento. Este se refiere al costo actual de reemplazar las acciones de la firma. El valor de mercado, de libro y de reemplazamiento son iguales cuando una empresa compra una acción. Despues estos valores divergen. La razón entre el valor de mercado y de libro de una acción común y la Q de Tobin (valor de mercado de las acciones/valor de reemplazamiento) son indicadores del exito de la empresa. Si estos índices son mayores que 1 indica que la empresa ha manejado bien sus decisiones de inversión.

Las seguridades editadas por las corporaciones se pueden clasificar rigurosamente en seguridades de equidad y seguridades de deuda. El conocer esta diferencia es esencial. La deuda representa algo que se debe pagar; y es el resultado de una cantidad de dinero que se pidio prestado. Cuando las empresas piden prestado, prometen hacer pagos regulares de intereses y pagar la cantidad pedida originalmente (llamada el principal). La persona o empresa que hace el prestamo se llama acreedora o prestamista. Desde el punto de vista financiero, las principales diferencias entre deuda y equidad son las siguientes:

1. La deuda no genera propiedad en la empresa. Los prestamistas no tienen poder de voto. La forma usual con la que ellos se protegen, es por medio de contratos.

2. Los pagos de intereses de la deuda se consideran como costos que se hacen en el negocio y están completamente deducidos de impuestos. Los impuestos se cobran en base a los dividendos de los accionistas comunes y preferenciables. Los dividendos se consideran como retribuciones sobre la contribución de capital. Como el gasto de intereses se usa para reducir impuestos, el gobierno provee un subsidio directo sobre el uso de deuda cuando se compara con la equidad.

3. Una deuda no pagada es una obligación de la empresa, los acreedores pueden legalmente demandar las acciones de la firma. Esta acción puede resultar en una liquidación o en una quiebra. Asi uno de los costos de editar deuda es la posibilidad de quiebra financiera, lo cual no sucede cuando se edita equidad.

Cuando una empresa tiene una deuda a largo plazo se compromete a pagar el principal a una cierta fecha, a ésta se le llama fecha de Maduración. Las típicas seguridades de deuda son llamadas notas, vales o bonos. Un vale es una deuda corporativa insegura, mientras que un bono es asegurado por una hipoteca sobre la propiedad. Sin embargo, comúnmente se utiliza la palabra bono para señalar la edición de deuda no importando su seguridad. Una deuda a largo plazo es comúnmente pagada en pagos regulares durante la vida de la misma. El pago de la deuda a plazos es llamada amortización. Al final de la amortización se dice que la deuda es extinguida. Las amortizaciones comúnmente forman un fondo de amortización. Cada año la empresa pone dinero en el fondo de amortización y el dinero es usado para recomprar bonos. Los bonos son una forma de atribución a la propiedad, en el sentido de que se puede vender la propiedad en caso de que no se pague la deuda o para satisfacer la misma.

Una acción preferente tiene algunas caracteristicas de deuda y algunas de equidad común. Los poseedores de los activos preferentes tienen prioridad en la liquidación y en los pagos de dividendos comparados con los accionistas comunes. Una firma generalmente necesita financiamientos para sus gastos de capital, capital de trabajo y otros usos a largo plazo. La mayoria de los financiamientos sirven para generar flujos de efectivo internos.

3.4 Estructuras de Capital.

¿Cúal es la mejor estructura de capital para una empresa? Para responder a esto consideramos el modelo del pay, que ilustramos en la figura 3.2.

El pay está formado de deuda y equidad. Definimos el valor de la firma como la suma de estos dos, es decir, V = B + S; donde B es el valor de mercado de la deuda y S es el valor de mercado de la equidad. En la figura 3.2 se dan dos representaciones de equidad y de deuda, 40-60% y 60-40%. El objetivo de cualquier empresa es hacer que ésta tenga un valor máximo, por ello, se debe

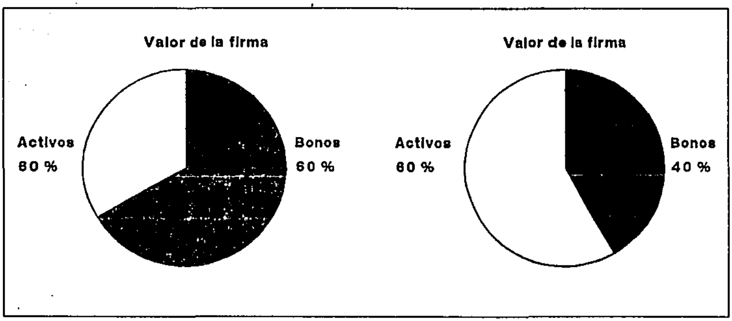

Figura 3.2: Módelo del pay para ilustrar la estructura de capital de una empresa

elegir una fracción de deuda y equidad de tal manera que V sea lo más grande posible.

3.4.1 Maximización de la empresa contra la maximización de los intereses de los accionistas.

El siguiente ejemplo ilustra la estructura de capital que máximiza el valor de la empresa y que es la que se debe elegir para los accionistas.

Ejemplo.

Supongase que el valor de mercado de J.J. Spring Co. es de \$1000. La compañía actualmente no tiene deudas. Hay 100 acciones de ésta que se venden a \$10 cada una. Ahora supongase que la firma planea pedir prestado \$500 a los accionistas y pagarselos como un dividendo extra de \$5 por acción. La inversión no cambia como resultado de esta transacción. ¿Cúal será el valor de la empresa despues de la reestructuración de capital?. El valor sólo puede ser:

- más grande que los \$1000,
- igual que a los \$1000
- o menor a los \$1000.

Despues de varias consultas, el director cree que la reestructuración de la empresa no cambiará el valor de la empresa en no más de \$250 en cualquier dirección, por lo que, el rango es de \$1250, \$1000 y \$750. La estructura de capital y las 3 posibilidades se presentan en seguida:

Deuda más dividendos
(3 posibilidades despues de la reestructuración)

	Original	I	II	III
Deuda	0	500	500	500
Equidad	1000	750	500	250
Valor de la firma	1000	1250	1000	750

Hay que observar que estas son las más representativas de una infinidad de posibilidades. En seguida determinamos los pagos hacia los accionistas bajo estas tres posibilidades.

	I	II	III
Ganancias de capital	-250	-500	-750
Dividendos	500	500	500
Ganancia o perdida neta de los accionistas	250	0	-250

Nadie sabe cual de las tres se presentará. Supongamos que se presenta el estado I, entonces se debe reestructurar ya que los accionistas ganarán $250. Como se tienen ganancias netas de -$250 y se reciben 500 en los dividendos entonces, la ganancia neta es de 250 = -250 + 500. También hay que notar que el valor de la compañía se incrementa en $250.

Si se presenta el estado III, no hay que reestructurar ya que, se espera una perdida por parte de los accionistas de $250. Esto es, los activos bajan de precio tanto que aún recibiendo los $500 de dividendos, se tiene una perdida neta de -250 = -750 + 500. Lo mismo le sucede al valor de la firma (pierde $250).

Si sucede II, la reestructuración no afecta en nada, tanto el valor de la empresa como los intereses de los accionistas. Por ello concluimos: Los cambios en la estructura de capital benefician a los accionistas si y sólo si se incrementa el valor de la firma.

3.4.2 Proposición I de Modligiani y Miller (No impuestos)

De lo anterior, lo que buscamos es una estructura que máximice el valor de la firma. Desafortunadamente esto es imposible. Modligiani y Miller (MM) tienen un argumento que nos dice que el valor total de una empresa no cambia cuando se cambian las proporciones en su estructura de capital, es decir, el valor de la firma es siempre la misma bajo diferentes estructuras de capital. Esta es la famosa proposición I de MM.

Para ver como funciona esta proposición, supongamos dos compañías identicas excepto en sus estructuras de capital. Los parametros de las dos firmas aparecen en seguida.

compañía Apalancada			compañía No Apalancada
V_L	=	?	$V_U = \$1000 = S_U$
B_L	=	\$500	$B_U = 0$
S_L	=	?	
r_B	=	0.10	

La compañía no apalancada tiene una equidad de $S_U = \$1000 = V_U$ el valor total de sus activos. La firma apalancada usa $\$500 = B_L$ de deuda. Por definición $V_L = S_L + B_L$; en este caso los términosS_L y V_L son desconocidos.

Una persona A está considerando invertir en el 10% de la compañía despalancada; es decir, se interesa en comprar el 10% de las acciones de ésta. Por lo tanto pagará $0.10S_U = 0.10V_U$ y espera recibir 10% de las utilidades $\widehat{y}$ ($\widehat{}$ denota incertidumbre) como a continuación se ilustra.

Estrategia I

transacción	inversión	retorno
comprar 0.10 de \$1000	$0.10 \times \$1000 = \$100$	$0.10\,\widehat{y}$
= comprar 0.10 de V_L	$= 0.10\ V_U$	

Ahora A compara esta inversión con la siguiente: Comprar el 10% de la equidad de la empresa apalancada; la equidad de ésta es S_L (desconocida hasta el momento). La deuda es de \$500, la tasa de interes de la deuda es $r_B = 10\%$, la compañía no paga impuestos. La inversión y el retorno son:

Estrategia II

transacción	inversión	retorno
comprar 0.10 de S_L	$0.10S_L = 0.10 \times (V_L - B_L)$	$0.10 \times (\widehat{y}$ - $0.10 \times 500)$
		$0.10\ (\widehat{y}$ - \$5)
		$0.10\ (\widehat{y}$ - $r_B B_L)$

Hay que observar que esta última estrategia es más riesgosa porque las acciones están apalancadas. También se ve que la inversión inicial es menor, luego su utilidad por acción también lo es, debido al pago de intereses de la deuda. Las estrategias I y II no son directamente comparables.

La persona A crea otra estrategia más compleja:

1. Pide prestado $0.10B_L$ de deuda, de su propia cuenta a una tasa de interes de $r_B = 0.10$

2. Usa éste más sus propios fondos para comprar 10% de V_U.

Estrategia III

transacción	inversión	retorno
pide prestado $0.10B_L$	$-0.10B_L$	$-0.10r_B B_L$
comprar 0.10 de V_U	$\underline{0.10V_U}$	$\underline{0.10\widehat{y}}$
Total	$0.10(V_U - B_L)$	$0.10(\widehat{y} - r_B B_L)$

Vease que la inversión $0.10(V_U - B_L)$ en III es menor que $0.10V_u$ en I, lo mismos sucede con los retornos.

Comparando la estrategia III y II se tiene: El retorno en ambas estrategias es de $0.10(\widehat{y} - r_B B_L)$. Bajo II se recibe una compensación como dividendo del 10% de $(\widehat{y} - r_B B_L)$ de la compañía apalancada. En III se recibe lo mismo como un dividendo de $0.10\widehat{y}$ de la empresa despalancada menos el pago de intereses $0.10 r_B B_L$ del prestamo personal. El costo de las dos estrategias es de $0.10(V_L - B_L)$.

Como los retornos son identicos, los costos deben ser identicos, luego, las dos estrategias son iguales sólo cuando $V_L = V_U = 1000$ (implicando que $S_L = 500$). Asi se prueba la

Proposición I de MM. El valor de la firma no apalancada es la misma que el valor de la apalancada, esto es $V_L = V_U$.

Otra forma de demostrar esto, de manera intuitiva, es suponiendo que $V_U \geq V_L$, luego la persona A puede pedir prestado de su propia cuenta e invertir en la compañía no apalancada. Se obtendrían los mismos retornos que si se invierte en la empresa apalancada. Sin embargo el costo es menor ($V_L \geq V_u$). Además, racionalmente nadie invertirá en la apalancada dado que se puede esperar el mismo retorno a un costo más bajo. Por lo que el valor de la apalancada bajará y de la no apalancada subirá hasta que $V_L = V_u$. Cuando una compañía apalancada tiene un precio alto y los inversionistas simplemente piden prestado para comprar activos de firmas no apalancadas se dice que se hace un apalancamiento casero.

3.4.3 Apalancamiento Financiero y el Valor de la Firma:

Ejemplo.

Trans-Am Corporation actualmente no tiene deuda en su estructura de capital. La gerente está considerando editar deuda para recomprar algo de su equidad. Ambas estructuras de capital se presentan en la siguiente tabla

Estructura financiera de Trans Am Corporation

	Actual	Propuesta
Activos	\$8 000 000	\$8 000 000
Deuda	0	\$4 000 000
Equidad (Mercado y libro)	\$8 000 000	\$4 000 000
Tasa de interes	10%	10%
Valor de Mercado/acción	\$20	\$20
Acciones vendidas	400 000	200 000

Los activos de la firma son de \$8 000 000. Hay \$4 000 000 de equidad implicando que el valor de mercado por acción es de \$20. Se editan \$4 000 000 de deuda quedando \$4 000 000 de equidad. La tasa de interes es del 10%.

Se cree que los accionistas estarán mejor bajo la reestructuración de capital. Para justificar esto, la gerente de Trans Am ha preparado la siguiente tabla en donde se muestra la estructura actual y la propuesta bajo tres diferentes escenarios economicos.

Estructuras alternativas de Trans Am Co.

Retorno en los activos	5%	15%	25%	5%	15%	25%
	Recesión	esperado	Expansión	Recesión	Esperado	Expansión
Ganancias antes Intereses	$400 000	$1 200 000	$2 000 000	$400 000	$1 200 000	$2 000 000
Intereses	0	0	0	$400 000	$400 000	$400 000
Ganancias despues de intereses EBI	$400 000	$1 200 000	$2 000 000	0	$800 000	$1 600 000
Retorno de la equidad = Ingreso neto/equidad	5%	15%	25%	0%	20%	40%
Ganancias por acción (EPS)	$1.00	$3.00	$5.00	$0	$4.00	$8.00

Se concluye que:

1. El efecto de apalancamiento financiero depende del ingreso de la compañía. Si el ingreso es de $1 200 000, el retorno de la equidad (ROE) es más alto sobre la estructura propuesta. Si el ingreso es igual a $400 000, ROE es más alto con la estructura actual. Esto se representa en la gráfica de la figura 3.3, en ésta la línea recta solida representa el no apalancamiento que comienza en cero, diciendonos que la ganancia por acción sería de cero si EBI fuera cero. El EPS se incrementa a la par como lo hace EBI.

   La linea punteada representa el caso de los $4 000 000 de deuda. Aqui EPS es menor que cero si EBI es cero, esto debido a que se tiene que pagar los intereses. La pendiente de esta línea es más grande que la anterior, ya que la firma apalancada tiene menos acciones del activo vendido que los de la empresa despalancada. Asi, un pequeño incremento en EBI nos da un incremento mayor de EPS para la firma apalancada, pues las ganancias están distribuidas en menos acciones del activo.

   El punto de intersección ocurre en los $800 000 de EBI, en este se producirá $2 de ganancia por acción. Lo que nos dice que las ganancias por arriba de $800 000 nos dan un EPS más grande para la firma apalancada e inversamente, las ganancias por abajo de $800 000 nos dan mayor EPS para la firma despalancada.

2. Como el ingreso esperado es de $1 200 000 se razona que los accionistas están mejor bajo la estructura propuesta.

Un consultor financiero, afirmó que la conclusión 1 es correcta, pero no la 2. Por ejemplo se puden establecer dos estrategias, en la primera se pueden

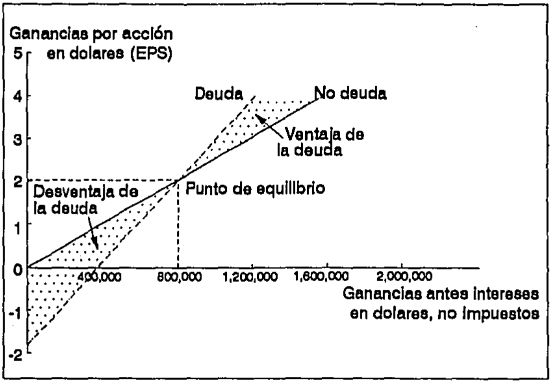

Figura 3.3: Efectos del apalancamiento financiero

comprar 100 acciones de la equidad propuesta. Y por otra parte el inversionista podría comprar 200 acciones de la empresa despalancada, parcialmente financia su compra pidiendo prestado \$2000. Ambos costos y pagos de las dos estrategias serán las mismas.

3.4.4 Modligiani y Miller: Proposición II (No Impuestos).

MM argumentan que el retorno esperado sobre la equidad está positivamente relacionado con el apalancamiento, ya que el riesgo de la equidad se incrementa con el mismo.

Para desarrollar esta proposición definimos el costo total de capital de la empresa, r_o como:

$$r_o = \frac{\begin{array}{c}\text{ganancias esperadas que}\\ \text{serán pagadas a los}\\ \textit{equitativistas}\end{array} + \begin{array}{c}\text{ganancias esperadas que}\\ \text{serán pagadas a los}\\ \textit{prestamistas}\end{array}}{\text{valor de equidad} + \text{valor de deuda}}$$

$$r_o = \frac{\text{ganancias esperada que serán pagadas a los inversionistas}}{\text{valor de la firma}}$$

En el ejemplo de Trans Am el numerador es de \$1 200 000 tanto para la empresa apalancada como para la no apalancada. El denominador para ambas empresas es de \$8000000 (resultado de la proposición I) con lo que se sigue que:

$$r_o = \frac{\$1200000}{\$8000000} = 0.15 \qquad \text{para ambas firmas}$$

La igualdad de r_o para las diferentes estructuras de capital es también una consecuencia de la proposición I.

El costo de capital se puede escribir en dos partes

$$r_o = \frac{B}{\mathrm{B+S}} r_B + \frac{S}{\mathrm{B+S}} r_S \qquad \text{donde}$$

- r_B es la tasa de interes también llamada el costo de la deuda.
- r_S es el retorno esperado de la equidad, también llamado, costo de la equidad o retorno requerido sobre la equidad.
- B valor de la deuda
- S valor del activo o equidad

La formula anterior la podemos ver como el promedio ponderado del costo de la deuda y equidad de la empresa, esta ponderación se hace de acuerdo a la proporción de deuda y equidad en la estructura de capital. Los cálculos de r_o para la empresa apalancada y no apalancada se presenta en la siguiente tabla

Cálculos del costo de capital para Trans Am

$$r_o = \frac{B}{\mathrm{B+S}} r_B + \frac{S}{\mathrm{B+S}} r_S \qquad \text{donde}$$

$$\text{Firma despalancada } 15\% = \frac{0}{\$8000000} \times 10\% + \frac{\$8000000}{\$8000000} \times 15\%$$

$$\text{Firma apalancada } 15\% = \frac{\$4000000}{\$8000000} \times 10\% + \frac{\$4000000}{\$8000000} \times 20\%$$

La proposición II establece el retorno esperado de la equidad en términos del apalancamiento. La relación se obtiene de la ecuación anterior

$$r_o = \frac{B}{\mathrm{B+S}} r_B + \frac{S}{\mathrm{B+S}} r_S$$

Multiplicando ambos lados por $\frac{\mathrm{B+S}}{S}$ se tiene:

$$\frac{B}{S} r_B + r_s = \frac{B+S}{S} r_o = \frac{B}{S} r_o + r_o$$

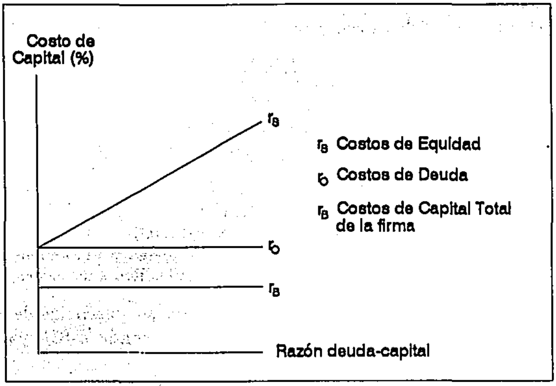

Figura 3.4: Costo de capital de acuerdo a la razón deuda-equidad

Despejando r_s

$$r_s = r_o + \frac{B}{S}(r_o - r_B) \qquad \text{Proposición II de MM}$$

Ésta establece que el retorno requerido sobre la equidad es una función líneal de la razón equidad-deuda de la empresa.

Como el valor de V no cambia cuando cambia $\frac{B}{S}$ y como también no cambia r_o con el apalancamiento; de la ecuación anterior vemos que si r_o excede la tasa de deuda r_B, entonces el costo de equidad se incrementa conforme se incrementa la razón deuda-equidad $\frac{B}{S}$. Normalmente r_o debería exceder a r_B, porque la equidad despalancada tiene un considerable grado de riesgo y por lo tanto su retorno esperado es más grande que si se invierte a la tasa de menor riesgo. En la figura 3.4 se gráfica la ecuación anterior.

Ejemplo.

L Motor, es una empresa totalmente equitativa con ganancias esperadas permanentes de \$10 millones por año. Hay 10 millones de acciones que se han vendido, implicando que la ganancia anual por acción es de \$1, el costo de capital de la firma despalancada es del 10%. La corporación construirá una nueva planta de \$4 millones, se espera que ésta genere una ganancia adicional de \$1 millón por año.

compañía actual	Nueva planta
Ganancias \$10 millones	Salida inicial: \$4 millones
Número de acciones vendidas:10 millones	Ganancia adicional anual:\$1 millón

El valor presente del proyecto es:

$$\text{-\$4 millones} + \frac{\$1\text{millón}}{0.1} = \$6 \text{ millones}$$

Se supone que el proyecto se descuenta a la misma tasa que la de la firma. Antes de que el mercado conozca el proyecto. La hoja de balance con el valor de mercado de la empresa es:

L Motors
Hoja de balance (Equidad total)

acciones antiguas $= \frac{\$10 millones}{0.1}$ = \$100 millones	Equidad = \$100 millones (10 millones de acciones del activo)

El valor de la firma es de \$100 millones, ya que las ganancias de \$10 millones por año son capitalizadas al 10%. Una acción se vende a \$10 ya que hay 10 millones de acciones.

La clave de la hoja de balance del valor de mercado es que tiene la misma forma que la hoja de balance de contabilidad. Los activos se colocan en el lado izquierdo, mientras que los pasivos y propiedades de equidad se ponen en el lado derecho. El lado izquierdo y el derecho deben de ser iguales.

Vamos a considerar dos casos: el de edición de equidad y el de un prestamo ambos por una cantidad de \$4 millones. Suponga que la firma aumentará su equidad para construir una planta. El VPN positivo se reflejará inmediatamente en el precio del activo, de acuerdo a la eficiencia del mercado. Luego, la hoja de balance es:

L Motors
Edición de equidad antes de la construcción de la planta

activos antiguos:	\$100 millones	Equidad \$106 millones
VPN de la planta		(10 millones de acciones del activo)
-\$4 millones + $\frac{\$1 \text{millón}}{0.1}$	= \$6 millones	
total de acciones	\$106 millones	

Como todavia no se han editado las nuevas acciones, el número de éstas sigue siendo el de 10 millones. El precio por acción se ha incrementado a \$10.60. Luego los \$4 millones quedan flotando. Como se puede observar si la acción cuesta \$10.60, se deben editar 377 358($\frac{\$4 millones}{\$10.60}$). Imaginese que los fondos se ponen en el banco temporalmente antes de construir la planta. La hoja de balance de mercado queda como:

L Motors
activo editado antes de la construcción de la planta

activos antiguos	\$100 millones	Equidad \$110 millones
VPN de la planta	\$ 6 millones	(10 377 358 acciones del activo)
Procedentes de la edición de acciones (invertido en el banco)	\$ 4 millones	
Total en activos	\$110 millones	

Hay que notar que el precio ha cambiado. Esto es consistente con la eficiencia de mercado de capital, en el que el precio se altera debido a la nueva información. Para evitar el problema de los descuentos e intereses bancarios, suponemos que la construcción de la planta es inmediata. Asi la hoja de balance que

	L Motors Planta completa	
antiguos activos	\$100 millones	Equidad \$110 millones
VP de la planta: $\frac{\$1\text{millón}}{0.1} =$	\$10 millones	(10 377 358 acciones del activo)

Aúnque el total de acciones no ha cambiado, su composición si lo ha hecho. La cuenta en el banco está vacia para pagar al contratista; El VPN de los flujos de efectivo del \$1 millón dentro de un año se refleja como una acción de \$10 millones. Como ya no se tienen gastos no se reducirá el valor de la planta. De acuerdo a la eficiencia de mercado de capital, el valor de la acción se queda en \$10.60.

Las ganancias anuales esperadas de la empresa son de \$11 millones, \$10 millones de los antiguos activos y \$1 millón de los nuevos. El retorno esperado para los equitativistas es de:

$$r_s = \frac{\$11 millones}{\$110 millones} = 0.10$$

Como la firma está totalmente equitativa $r_s = r_o = 0.10$.

Deuda Financiada

Ahora imaginemos que la empresa anuncia que se pedirá prestado \$4 millones al 6% para construir la planta. Lo que implica que el pago de intereses es de \$240 000. Nuevamente el precio del activo se incrementa inmediatamente por el reflejo del VPN positivo de la nueva planta, con lo que tenemos:

	L Motors Anuncio del endeudamiento para construir la planta	
activos antiguos:	\$100 millones	Equidad \$106 millones
VPN de la planta		(10 millones de acciones del activo)
-\$4 millones + $\frac{\$1\text{millón}}{0.1}$	= \$6 millones	
total de acciones	\$106 millones	

El valor de la empresa es la misma como en el caso de equidad financiada, puesto que:

1. Se construye la misma planta
2. MM prueba que la deuda financiada no es mejor ni peor que la equidad financiada.

Ahora se editan los \$4 millones de deuda y se ponen en el banco; la hoja de balance queda:

L Motors
endeudamiento antes de construir la planta

activos antiguos	\$100 millones	Deuda \$4 millones
VPN de la planta	\$ 6 millones	Equidad \$106 millones
Procedentes de la deuda (invertido en el banco)	\$ 4 millones	(10 millones de acciones del activo)
Total en activos	\$110 millones	Deuda + Equidad \$110 millones

El único cambio, es que se ha eliminado la cuenta bancaria para pagar al contratista. Los equitativistas esperan un ingreso despues de impuestos de:

\$10 000 000 + \$1 000 000 - \$240 000 = \$10 760 000

ingreso de antiguos activos	ingreso de nuevos activos	Intereses

Los equitativistas esperan ganar un retorno de:

$$\frac{\$10760000}{\$106000000} = 10.15\%$$

El retorno de los equitativistas de la empresa apalancada de 10.15% es más grande que el de los no apalancada del 10% porque el riesgo es mayor. De hecho 10.15% es el resultado de la proposición II

$$r_s = r_o + \frac{B}{S}(r_o - r_B)$$

$$= 10\% + \frac{\$4000000}{\$106000000}(10\% - 6\%) = 10.15\%$$

3.4.5 Impuestos.

En la figura 3.5 presentamos en forma de pay, el caso de la empresa apalancada y despalancada pero con la consideración de impuestos.

El valor de la firma apalancada es la suma de la deuda y de la equidad. Como sabemos el objetivo en estructura de capital es maximizar el valor de la empresa. Por eso se elegirá aquella estructura en la que ISR sea menor.

Ejemplo.

Water Products Company, está considerando dos planes de financiamiento. La compañía tiene una tasa corporativa de impuestos del 34% y sus ganancias

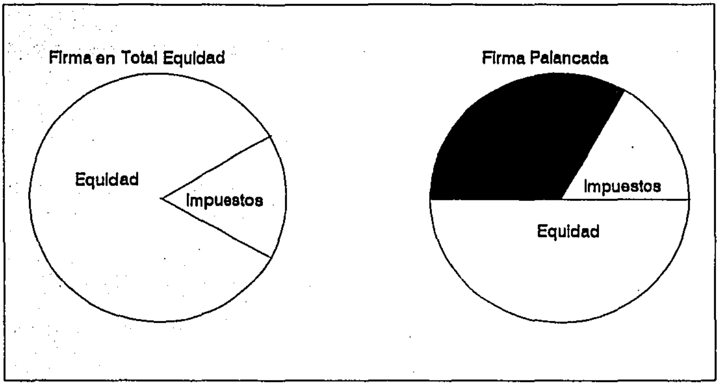

Figura 3.5: Composición de la empresa apalancada y despalancada

antes de impuestos e intereses EBIT son de \$1 millón, el costo de la deuda es de $r_s = 20\%$ para los diferentes planes. Bajo la 1er. estructura la empresa no tiene deuda. Bajo el plan II la compañía debe \$2 millones. A continuación se presentan los cálculos para ambos planes.

	Plan I	Plan II
Ganancias antes de intereses e impuestos corporativos (EBIT)	\$1 000 000	\$1 000 000
Intereses ($r_B B$)	0	(400 000)
Ganancias antes de impuestos (EBT)= (EBIT - r_BB)	\$1 000 000	\$ 600 000
Impuestos ($T_c = 0.34$)	(340 000)	(204 000)
Ganancias despues de impuestos corporativos EAT = [(EBIT) - $r_B B) \times (1 - T_c)$]	\$ 660 000	\$ 396 000
Flujos de efectivo totales tanto de accionistas como de prestamistas [EBIT $\times(1 - T_c) + T_c r_B B$]	\$ 660 000	\$ 796 000

Como se puede observar se alcanza un mayor flujo de efectivo bajo el plan II. Bajo este plan se pagan menos impuestos (\$204 000) que bajo el plan I (\$340 000) y de hecho la diferencia \$340 000 - \$204 000 = \$136 000 = \$796 000 - \$660 000 es la de flujos de efectivo. Esta diferencia se da porque, ISR maneja los intereses de diferente manera al igual que como lo hace para las ganancias. A los intereses no se les cobra impuestos, mientras que las ganancias despues de los intereses se cobra impuestos. Esto lo expresamos en seguida de manera algebraica.

Vamos a suponer que los flujos de efectivo son constantes (perpetuos y sin crecimiento). Considerando a EBIT, una firma que está totalmente equitativa, sus impuestos totales son: EBIT $\times T_c$ con T_c es la tasa de impuestos corporativos. Despues de los impuestos las ganancias son:

$$EBIT(1 - T_c) \tag{3.1}$$

Para una empresa apalancada, el ingreso impuestable es de EBIT -r_BB, por lo que los impuestos son: $T_c(EBIT - r_B B)$. El flujo de efectivo que reciben los accionistas es:

$$EBIT - r_B B - T_c(EBIT - r_B B) = (EBIT - r_B B)(1 - T_c)$$

De esta manera, se observa que los flujos de efectivo para los accionistas y acreedores son respectivamente:

$$EBIT(1 - T_c) + T_c r_B B \tag{3.2}$$

Como se puede ver la diferencia entre (3.1) y (3.2) es $T_c r_B B$ que es el flujo de efectivo extra que reciben los activistas en una empresa apalancada (activistas = accionistas y acreedores) que no paga impuestos. Calculamos la diferencia del ejemplo anterior:

$$T_c r_B B = 34\% \times 10\% \times \$4000000 = \$136000$$

Escudo de Impuestos.

Ya mencionamos que los flujos de efectivo de una empresa apalancada son más grandes, de los de aquella que no lo está. La diferencia es $T_c r_B B$, a este lo llamamos el escudo de impuestos. El valor presente de este escudo es $(\frac{T_c r_B B}{r_B}) = T_c B$. Ahora calculemos el valor de la firma apalancada.

El primer término de la ecuación (3.1) es el flujo de efectivo despues de impuestos de la empresa despalancada. Para una empresa despalancada es el valor presente de EBIT(1 - T_c) es:

$$V_u = \frac{EBIT(1 - T_c)}{P}$$

- V_u = valor presente de una firma despalancada
- EBIT(1 - T_c) = flujo de efectivo de la empresa despues de impuestos
- T_c = tasa de impuestos corporativa
- P = tasa de descuento ajustable al riesgo para una firma totalmente equitativa (despues de impuestos), en el caso de no impuestos es de r_o. Así P es una versión de r_o despues de impuestos.

De esta forma tenemos
Proposición I MM (impuestos)

$$V_L = \frac{EBIT(1-T_c)}{P} + \frac{T_c r_B B}{r_B}$$

$$V_L = V_u + T_c B$$

La ecuación anterior nos dice que el escudo se incrementa conforme la cantidad de deuda; sin embargo, no podemos tener a toda la empresa en deuda, ya que los flujos de efectivo surgen de la equidad por ello debemos elegir una razón de deuda y equidad que máximice el valor de la empresa.

Ejemplo.

D Airlines es una empresa despalancada. Ésta está considerando una reestructuración con una deuda de \$200. La compañía espera generar \$151.52 en flujos de efectivo antes de impuestos, con una tasa del 34% para los impuestos, se tiene un flujo de efectivo de \$100 despues de impuestos. El costo de la deuda es del 10%. Una corporación despalancada en la misma rama, tiene un costo de equidad del 20%. ¿Cúal será el nuevo valor de D Airlines?.

$$V_L = \frac{EBIT(1-T_c)}{P} + T_c B$$

$$= \frac{\$100}{0.20} + (0.34 \times \$200)$$

$$= \$568$$

Como V_L = B + S entonces S = \$568 - \$200 = \$368. El valor de D Airlines se ilustra en la figura 3.6

Retorno Esperado y Apalancamiento (Impuestos)

La proposición II de MM establece una relación positiva entre el retorno esperado sobre la equidad y el apalancamiento. Y esto porque el riesgo aumenta en el apalancamiento. La formula exacta se deduce en seguida.

De la proposición I de MM, la hoja de balance del valor de mercado de una empresa apalancada es:

$$\begin{array}{rcl@{\qquad}rcl} V_u & = & \text{valor de la firma despalancada} & B & = & \textit{deuda} \\ T_c B & = & \text{escudo de impuestos} & S & = & \textit{equidad} \end{array}$$

Los flujos de efectivo del lado izquierdo son: $V_u P + T_c B r_B$.

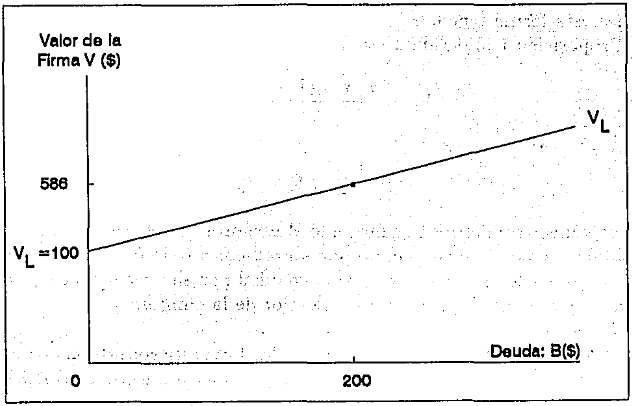

Figura 3.6: Gráfica del valor de D Airlines

El escudo de impuestos tiene el mismo riesgo que el de la deuda. El flujo esperado para los acreedores y accionistas juntos es: $Sr_s + Br_B$ pues el activo gana a la tasa r_s y la deuda genera intereses a la tasa r_B.

Como los flujos de efectivo se pagan como dividendos (sin crecimiento y perpetuos) y son aquellos que van directamente de la empresa a los accionistas, entonces las ecuaciones anteriores son iguales:

$$Sr_s + Br_B = V_u P + T_c B r_B$$

Despejando r_s

$$r_s = \frac{V_u P}{S} - (1 - T_c)\frac{B}{S} r_B$$

De la proposición I MM

$$V_L = V_u + T_c B = B + S \Longrightarrow V_u = S + (1 - T_c)B$$

$$r_s = \frac{S + (1 - T_c)B}{S} \times P - (1 - T_c)\frac{B}{S} r_B$$

Factorizando los términos $(1 - T_c)\frac{B}{S}$ se tiene
Proposición II de MM (impuestos)

$$r_s = P + \frac{B}{S}(1 - T_c)(P - r_B)$$

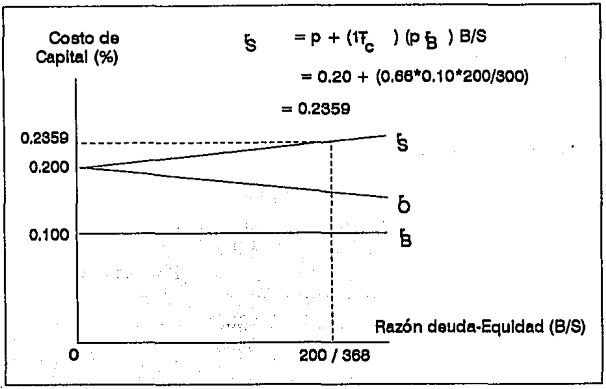

Figura 3.7: Proposición II de MM (impuestos)

Del ejemplo anterior

$$r_s = 0.2359 = 0.20 + \frac{\$200}{\$368} \times (1 - 0.34)(0.20 - 0.10)$$

esto se ilustra en la figura 3.7

Podemos checar el cálculo descontando a la tasa r_s, para determinar el valor de la empresa despalancada. La equidad apalancada es:

$$S = \frac{(EBIT - r_B B)(1 - T_B)}{r_s}$$

El numerador es el valor presente de los flujos de efectivo de la equidad apalancada despues de impuestos e intereses. Para D Airlines es

$$\frac{(151.52 - 0.10 \times \$200)(1 - 0.34)}{0.2359} = \$368$$

Ahora veamos que pasa con el precio de una acción de D Airlines. Para ello presentamos las hojas de balance del valor de mercado. Si la empresa está totalmente equitativa se tiene:

D Airlines

Hoja de balance (firma totalmente equitativa)

Acciones Físicas	Equidad \$500
$\frac{(\$151.52)(1-0.34)}{0.20} = \$500$	(100 acciones)

Supongamos que se venden 100 acciones, luego cada acción vale $\$5 = \frac{\$500}{\$100}$

Supongase que se anuncia que se editarán \$200 de deuda para recomprar activos. Como ya vimos este se refleja en el escudo de impuestos de deuda. Que segun la eficiencia de mercado de capital, la alza ocurre inmediatamente con lo que la hoja de balance queda:

D Airlines

Hoja de balance (antes de la recompra)

Acciones Físicas	\$500	Equidad \$568
Valor presente del escudo de impuestos:		(100 acciones)
$T_cB = 34\% \times \$200$	\$68	
Total de acciones	\$568	

No hemos editado la deuda, por ello aparece la equidad en el lado derecho. Cada acción vale \$5.68, habiendo un beneficio de \$68.

Editamos la deuda de \$200 ¿Cúantas acciones del activo se recompran? Como cada acción vale \$5.68, la empresa adquiere $\frac{\$200}{\$5.68} = 35.21$. Con lo que nos deja 64.79 (100 - 35.21) que siguen vendidas. La hoja de balance queda

D Airlines

Hoja de balance (despues de la recompra)

acciones físicas	\$500	Equidad \$368
VP del escudo	\$ 68	(100 - 35.21 = 64.79 acciones)
		Deuda \$200
Total de acciones	\$568	Deuda más equidad \$568

Cada acción vale $\frac{\$368}{64.79} = \$5.68$ despues de la recompra.

Integración de los Impuestos y de los Costos de Quiebra.

MM argumenta que el valor de la firma se incrementa con el apalancamiento cuando hay impuestos. Lo que implicaria que las empresas deberían elegir una deuda máxima. Sin embargo, esto no se da en el mundo real, pues, existe el costo de quiebra cuando se apalanca. La integración del efecto de impuestos y los costos de quiebra aparacen en la figura 3.8.

La línea diagonal representa el valor de la firma sin costos de quiebra. La curva representa el valor de la firma con estos costos. Esta curva se mueve desde el total de equidad hasta una pequeña cantidad de deuda; con esto, los costos de quiebra son pequeños. Sin embargo entre más y más deuda se añada, estos costos se incrementaran. En algún punto, el incremento en el valor presente de estos costos por dolar adicional de deuda es igual al incremento en el valor presente del escudo de impuestos. Éste es el nivel máximo de deuda, que representamos por B* (la cantidad óptima de deuda). Posteriormente los costos de quiebra

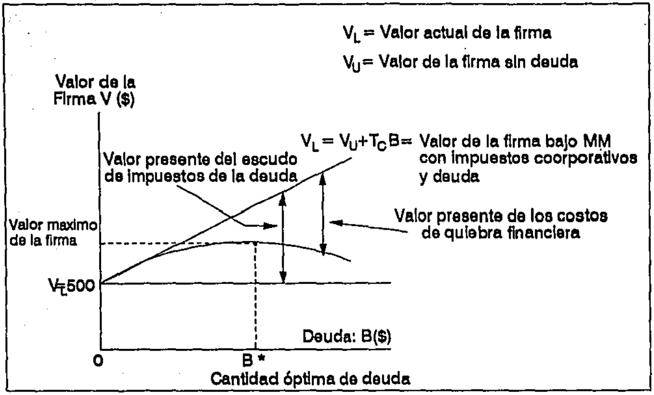

Figura 3.8: Valor de la firma y su apalancamiento (costos de quiebra e impuestos)

se incrementan mucho más rapido que el escudo de impuestos implicando un reducción en el valor de la empresa.

Las diferentes obligaciones que se presentan en una empresa son: Por una parte las del Gobierno que representamos con una G y por otra los costos de quiebra (L). La teoría del pay nos dice que todos estos reclamos se pagan de una sola fuente: Los flujos de efectivo. Algebraicamente tenemos

FE = Pago a accionistas + pago a acreedores + pagos al gobierno + pagos de quiebra + pagos de alguna otra obligación.

La figura 3.9 nos muestra el nuevo pay

El valor total de la empresa V_t, es inalterable en cualquier estructura de capital, asi tenemos:

$$V_t = S + B + G + L$$

Ya teniamos S + B sin considerar impuestos y quiebra.

De esta forma V_t depende de los flujos de efectivo totales de la empresa. Las estructuras de capital nos corta al pay de diferentes maneras, hay sin embargo, una importante diferencia entre las obligaciones tales como la de los accionistas y las de los acreedores, por una parte, y por otra, las del gobierno y las de quiebra. Las primeras son obligaciones Mercantiles y las segundas son No Mercantiles. La diferencia es que las primeras se pueden comprar o vender en mercados financieros y las otras no. Por ello la ecuación anterior la escribimos como:

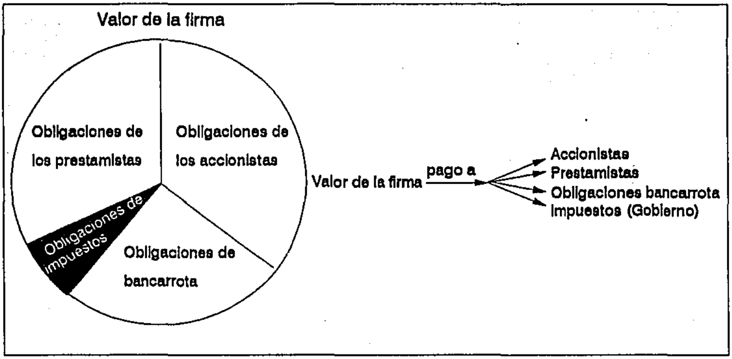

Figura 3.9: Valor total de la firma y sus diferentes obligaciones

$$V_t = S + B + G + L$$

$$= V_M + V_N$$

V_M cambia conforme cambia la estructura de capital (razón deuda-equidad). La teoría del pay nos dice que si V_M se incrementa entonces hay un decrecimiento par V_N. Y precisamente lo que se quiere es máximizar V_M.

Por otra parte los impuestos no son tan fáciles de tratar. Veamos el efecto de los impuestos personales en la estructura de capital. Para ello vamos a considerar el ejemplo de Water Products Co. ya expuesto anteriormente

	Plan I	Plan II
EBIT	\$1 000 000	\$1 000 000
INTERESES(r_BB)	0	(400 000)
Ganancias antes de impuestos		
EBT = (EBIT - r_BB)	\$1 000 000	\$600 000
Impuestos ($T_c = 0.34$)	(340 000)	(204 000)
Ganancias despues de impuestos		
EAT = (EBIT - r_BB)(1 - T_c)	660 000	396 000
Intereses adicionales anteriores (r_BB)	0	400 000
Flujo de efectivo total para		
todos los accionistas	660 000	796 000
EBIT(1 - T_c) + $T_c r_B$B		

Como se puede apreciar, este ejemplo considera los impuestos corporativos más no los personales. Para ver estos, primero suponemos que todas las ganancias despues de impuestos se pagan como dividendos. Como éstos y los intereses pagan impuestos a la misma tasa se tiene:

	Plan I		Plan II	
Dividendos	\$660 000		\$396 000	
Impuestos personales sobre los dividendos (tasa personal = 28%)	(184 800)		(110 880)	
Dividendos despues de impuestos personales		\$475 200		\$285 120
Intereses	0		\$400 000	
Impuestos sobre los intereses	0		(112 000)	
Intereses despues de los impuestos personales		0		288 000
Flujo de efectivo totales tanto para acreedores como para accionistas despues de impuestos personales		\$475 200		\$573 120

Los impuestos totales pagados a nivel personal y corporativos son:

PlanI :	\$340 000	+	\$184 800	= \$524 800
	Impuestos corporativos	+	impuestos personales sobre los dividendos	

PlanII :	\$204 000	+	\$110 880	+	\$112 000	= \$426 880
	Impuestos corporativos	+	impuestos personales sobre los dividendos	+	impuestos personales sobre los intereses	

El flujo total de efectivo hacia los accionistas despues de impuestos personales es más grande bajo el plan II. Esto porque 1) Los flujos de efectivo son más altos sin considerar los impuestos personales y 2) Todos los flujos de efectivo (intereses y dividendos) pagan impuestos a la misma tasa, con esto concluimos que la deuda incrementa el valor de la empresa.

Hemos supuesto que las ganancias se pagan en dividendos. En realidad una firma puede recomprar acciones reteniendolas de los dividendos, esta estrategia hace que los impuestos sean más bajos. Para ilustrar esta diferencia de impuestos, supondremos que la tasa efectiva de impuestos personales sobre los accionistas T_s es del 10% y la tasa personal de impuestos sobre los intereses T_c es del 50%. Los flujos de efectivo para ambos planes son:

	Plan I	Plan II
Distribución hacia los accionistas	\$660 000	\$396 000
Impuestos personales de los accionistas (tasa del 10%)	(66 000)	(39 600)
Distribución hacia los accionistas despues de impuestos personales	\$594 000	\$356 400
Intereses	0	400 000
Impuestos sobre los intereses (al 50%)	0	(200 000)
Intereses despues de impuestos personales	0	200 000
Adición de las distribuciones anteriores hacia los accionistas despues de impuestos personales	594 000	356 400
Flujos totales de efectivo hacia todos los accionistas despues de impuestos personales	\$594 000	\$556 400

El nivel de impuestos pagados tanto personales como corporativos son:

$$\underset{\text{Impuestos corporativos}}{PlanI: \quad \$340\,000} \;+\; \underset{\text{impuestos personales sobre los dividendos}}{\$600\,000} = \$406\,000$$

$$PlanII: \quad \underset{\text{Impuestos corporativos}}{\$204\,000} \;+\; \underset{\text{impuestos personales sobre los dividendos}}{\$39\,600} \;+\; \underset{\text{impuestos personales sobre los intereses}}{\$200\,000} = \$443600$$

Bajo este escenario, los flujos de efectivo totales son más altos bajo el plan I. Aúnque este ejemplo es expresado en términos de flujos de efectivo, esperamos que el valor de la firma sea más alto bajo el plan I que bajo el plan II.

3.4.6 El Módelo de Miller.

En el ejemplo anterior calculamos los flujos de efectivo para los dos planes bajo impuestos personales y corporativos. Sin embargo, no hemos determinado el valor de la empresa. Para ello veamos lo siguiente: Los accionistas reciben $(EBIT - r_B B)(1 - T_c)(1 - T_s)$. Los acreedores reciben $r_B B(1 - T_B)$. Así el total de flujos de efectivo es:

$$(EBIT - r_B B)(1 - T_c)(1 - T_s) + r_B B(1 - T_B)$$

él cual lo podemos reescribir como:

$$EBIT(1 - T_c)(1 - T_s) + r_B B(1 - T_B)[1 - \frac{(1 - T_c)(1 - T_s)}{1 - T_B}] \tag{3.3}$$

El primer término de la ecuación anterior es el flujo de efectivo de la firma despalancada despues de todos los impuestos. El valor de éste debe ser V_u. Una persona que compra un bono de valor B, recibe $r_B(1-T_B)$ despues de todos los impuestos. Asi, el valor del segundo término de la ecuación anterior debe ser:

$$B \times [1 - \frac{(1-T_c)(1-T_s)}{1-T_B}]$$

Por lo tanto, el valor del flujo de la ecuación a), el cual es el valor de la firma apalancada, debe ser

$$V_L = V_u + [1 - \frac{(1-T_c)(1-T_s)}{1-T_B}] \times B$$

T_B es la tasa de impuestos personales sobre un ingresos ordinarios, tales como los intereses, y T_s es la tasa personal de impuestos sobre distribuciones de equidad total. Si hacemos $T_B = T_s$, la ecuación anterior se transforma a:

$$V_L = V_u + T_c B$$

El cual es el resultado, cuando calculamos el valor de la empresa para un mundo sin impuestos. Por lo tanto la introducción de impuestos personales no afectan el valor de nuestra formula si los impuestos en las distribuciones de equidad son identicas a los niveles de los intereses personales.

Sin embargo, la ganancia en un apalancamiento se reduce cuando $T_s \leq T_B$. Aqui se pagan más impuestos para una firma apalancada que para una que no lo está. De hecho imaginese que $(1-T_c)(1-T_s) = 1-T_B$. La ecuación de valor de la firma apalancada nos dice que no hay ganancia del apalancamiento. En otras palabras, el valor de la firma apalancada es igual al de la firma despalancada. Esta falta de ganancia ocurre porque los impuestos corporativos más bajos están exactamente un poco por encima de la más alta tasa de impuestos personales. Esto se ilustra en la figura 3.9.

Ejemplo.

Acme Industries anticipa un flujo de ganancias perpetuas antes de impuestos de \$100 000 y enfrenta una tasa de impuestos del 34%. Los inversionistas descuentan los flujos de ganancias despues de los impuestos corporativos al 15%. La tasa de impuestos personales sobre distribuciones de equidad es del 12% y la tasa de impuestos personales sobre los intereses es del 28%. Acme actualmente tiene una estructura de capital de equidad total, pero está considerando pedir prestado \$120 000 al 10%.

El valor de la firma en total equidad es:

$$V_u = \frac{\$100000 \times (1-0.34)}{0.15} = \$440000$$

El valor de la firma apalancada es:

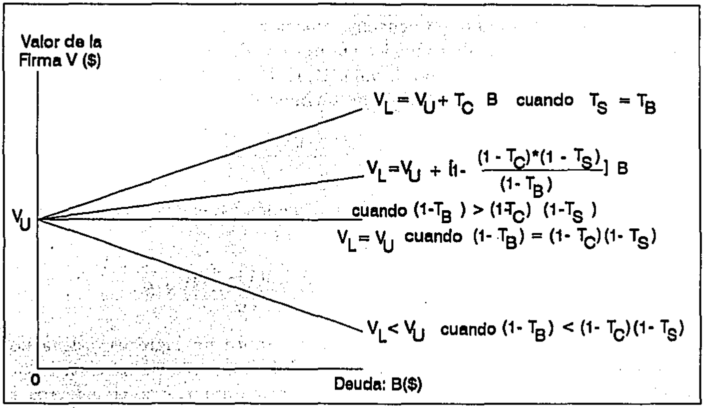

Figura 3.10: Valor total de la firma apalancada

$$V_L = \$440000 + [1 - \frac{(1-0.34)\times(1-0.12)}{(1-0.28)}] \times \$120000 = \$463200$$

La ventaja del apalancamiento es de \$463 200 - \$440 000 = \$23 200. que es más pequeño que \$40 800 = 0.34 × \$120 000 = T_BB que es la ganancia en un mundo sin impuestos.

Considerando $T_B = 50\%$ y $T_s = 18\%$ tenemos:

$$V_L = \$440000 + [1 - \frac{(1-0.34)\times(1-0.18)}{(1-0.28)}] \times \$120000 = \$430112$$

En este caso $V_L \leq V_u$ Por lo tanto Acme no desea aumentar el apalancamiento en los siguientes años. Se tiene la desigualdad debido a que la tasa de impuestos personales sobre los intereses es mucho más alta, que la tasa de impuestos personales sobre la equidad. Es decir, la reducción en la tasa de impuestos corporativos para un apalancamiento es mas compensado, que por el incremento de los impuestos de un apalancamiento a nivel personal.

3.5 El Promedio Ponderado del Costo de Capital.

Supongase que se ha llegado a la gerencia de una gran compañía y la primer decisión a tomar es acerca de la renovación del sistema de la distribución de capital. El plan cuesta \$50 millones y se espera ahorre \$12 millones al año, en los siguientes años. Para ver esto debemos considerar la formula del VPN para una inversión que genera flujos de efectivo C_t con t = 1,...,T en el futuro

$$VPN = C_o + \sum_{i=1}^{T} \frac{C_t}{(1+r)^t}$$

Por otra parte, la tasa de descuento se calcula en la línea de seguridad de mercado. Por ejemplo, si la empresa está en equidad total la tasa de descuento será r_s que se calcula por medio de SML. Los flujos de efectivo esperados $E(C_t)$ se ponen como numerador y la formula del VPN se transforma en:

$$VPN = C_o + \sum_{i=1}^{T} \frac{E(C_t)}{(1+r_s)^t}$$

Aúnque esta formula parece resolver nuestros problemas, existe una dificultad. Acabamos de ver que las acciones pueden estar soportadas por deuda y que existe un subsidio especial para ellas. Desafortunadamente, en la ecuación anterior no se considera este subsidio. Como probablemente nos endeudaremos para llevar a cabo el plan, debemos incorporar este subsidio.

3.5.1 Costo de Deuda y Equidad en la Formula del Promedio Ponderado del Costo de Capital (WACC).

El cálculo del promedio ponderado del costo de capital (WACC) lo hacemos en dos pasos: Primero, determinamos el costo de manera individual de las fuentes de capital (equidad y deuda). Segundo, calculamos el promedio ponderado de estos costos.

Costo de Equidad.

En el capitulo II se desarrollo el SML que relaciona el retorno esperado con su beta. Bajo esta perspectiva, podemos decir que lo analizamos por el lado de la demanda del problema de riesgo y retorno. Ahora veamoslo desde el punto de vista de los accionistas.

La SML nos dice que el retorno esperado representativo de los accionistas sobre el activo está dado por la beta del mismo. Utilizando el módelo de factor de mercado, el retorno esperado del activo será:

$$E(R) = r_F + \beta[E(R_M) - r_F]$$

Donde $E(R_M) - r_F$ es el exceso o premio del retorno de mercado.

Ejemplo.

Supongase que Alfa Co. tiene una beta de equidad de 1.21; además supongase que el premio de riesgo del mercado es del 8.5% y la tasa libre de riesgo es del 6%. Determinamos el retorno esperado de un activo común de Alfa; usando la formula anterior tenemos:

$$6\% + 1.21 \times (8.5\%) = 16.3\%$$

Asi, de \$100 en el año cero se espera obtener \$116.30 en el año 1.

El Costo de una Nueva Edición.

Supongase que los accionistas de Alfa ncesitan \$100 en el año 8 para empezar el negocio. ¿Cúanto les costará editar estos \$100 en el año 0? Editarán acciones del activo esperando que su valor junto con los dividendos sean de \$116.30 en el año 1. Como se dará una inversión a los nuevos accionistas con un retorno esperado del 16.30%, se dice que este es el costo porcentual de los accionistas actuales. En otras palabras, el retorno esperado para los nuevos accionistas, es un costo de los actuales. Los dividendos pagables, como los cupones en los bonos que la compañía edita se consideran salidas de efectivo.

Como las ganancias de capital y los dividendos representan un costo para la firma llamamos al 16.30% el costo de capital de equidad. A continuación se ilustra como el costo de capital de equidad se puede usar para aceptar o rechazar los proyectos de Alfa. Supongase que Alfa está en equidad total y evalua los siguientes proyectos no mutuamente excluyentes:

Proyecto	Beta del proyecto	Flujos de efectivo del proyecto en el próximo año	TIR del Proyecto	VPN del Proyecto cuando los flujos de efectivo se descuentan al 16.3 %	Aceptar o Rechazar
A	1.2	140	40%	20.4	Aceptar
B	1.2	120	20%	3.2	Aceptar
C	1.2	110	10%	-5.4	Rechazar

Cada proyecto inicialmente cuesta \$100. Se supone que todos ellos tienen el mismo riesgo como el de la firma, como el costo de capital de equidad es del 16.3% los proyectos en una empresa totalmente en equidad se descuentan a esa tasa. Los proyecto A y B tienen VPNs positivos y por lo tanto se aceptan; en cambio, el VPN de C es negativo y se rechaza.

El cálculo se dedujo de la siguiente formula:

$$P = \frac{Div_1}{1 + r_s} + \frac{Div_2}{(1 + r_s)^2} + \cdots + \frac{Div_N}{(1 + r_s)^N} + \cdots$$

Donde r_s es el retorno requerido de los accionistas y el costo de capital de equidad. Si los dividendos se esperan crescan a una tasa constante g, la ecuación anterior se reduce a:

$$P = \frac{Div_1}{r_s - g}$$

Que podemos reformular como:

$$r_s = \frac{Div_1}{P} + g$$

De esta última se observa que el costo de capital depende de $\frac{Div}{P}$ la porción del dividendo del próximo año y de g.

El Costo de Deuda de Capital.

Aúnque parece simple el cálculo de la deuda, en muchas ocasiones se complica más que el de la equidad. Para ver esto vamos a dividir nuestro análisis en dos casos: Básicos y Complicado.

Básicos.

El costo de la nueva deuda es el retorno que los actuales accionistas deben pagar a los acreedores. Muchas veces se argumenta que el costo de deuda en un mundo sin impuestos es de r_B, la tasa de interes del bono. Ya apuntamos que se puede deducir el pago de intereses de sus impuestos. Pero el costo de deuda despues de impuestos es de $(1 - T_c)r_B$, donde T_c es la tasa de impuestos corporativa. Aúnque es muy común que en el mundo real se realice este cálculo, tenemos dos complicaciones:

1. Un mundo con riesgos de quiebra, pero sin costos de la misma

   Se promete una tasa cuando se editan los bonos. Por ejemplo un cupon al 10% promete una ganancia de \$100 en \$1000. Similarmente un cupon editado con \$954.54 promete una fracción de

   $$\frac{\$1050}{\$954.54} - 1 = 10\%$$

   Esta fracción prometida del bono a largo plazo es igual a la TIR del bono.

   Sin embargo, hay una cierta probabilidad de que no haya pago, por lo que el retorno esperado es menor a la fracción prometida. Por ejemplo, si el bono tiene 2% de probabilidad de que se niegue a pagar y en ese caso los acreedores sólo obtendran el 50% de su inversión. Por ello se tiene el valor esperado de:

   $$0.98 \times \$1000 + 0.02 \times \$500 = \$1088 \qquad (3.4)$$

El retorno esperado es:

$$\frac{\$1088}{\$1000} - 1 = 8.8$$

Acabamos de decir que el costo de equidad de capital es la tasa de retorno que el mercado espera del activo. Aplicando la misma definición a la deuda, implica que el costo de la deuda es su retorno esperado. Así el costo de editar 10% en cupones de bonos es a la par de 8.8% y no de 10%.

Aqui el problema es que, aúnque la fracción prometida es fácil de calcular, el retorno esperado es dificil de determinar.

2. Un mundo con costos de bancarrota.

   Anteriormente consideramos el riesgo de bancarrota, pero ignoramos su costo. En este caso el costo de la deuda es el retorno esperado de la misma. Sin embargo se complica más cuando se consideran los costos de quiebra. Aqui los costos de las distracciones financieras son parte de los costos de deuda, para ver esto, recordemos el valor par del bono dado por (3.3). Supongase ahora que los flujos de efectivo de la empresa son de \$700 y no de \$500. También que los costos de quiebra son de \$200, por lo que los acreedores siguen recibiendo sólo \$500, bajo este escenario, el valor esperado en el año 1 de los acreedores y los que reciben los costos de quiebra es:

$$0.98 \times \$1100 + 0.02 \times \$700 = \$1092$$

   El valor de \$1092 es el costo de los accionistas. Este es un flujo que se espera se diversifique en los accionistas si se endeuda.

   Queremos expresar este costo como un porcentaje. El retorno esperado tanto para los acreedores como para los que reciben los costos de quiebra es de:

$$\frac{\$1092}{\$1000} - 1 = 9.2\%$$

   El valor de 9.2% es el costo de los accionistas de la deuda. De esta forma tenemos los tres siguientes números

Fracción Prometida	10.0%
Costo de deuda de capital = Retorno esperado de acreedores y de quien recibe los costos de quiebra.	9.2%
Retorno de los acreedores = costo de deuda de capital en un mundo sin costos de quiebra.	8.8%

Hay que notar que el costo de capital de deuda de 9.2% está por debajo de la fracción prometida. Y esto se debe a que ocurre la quiebra sólo cuando los flujos de efectivo son menos que los pagos prometidos.

En el mundo real sólo se utiliza la fracción prometida, ya que los costos de quiebra no pueden ser medidos. En lo que resta de este capítulo utilizaremos la fracción prometida r_B.

3.5.2 Promedio Ponderado del Costo de Capital (WACC).

Suponga que una empresa usa tanto deuda como equidad para financiar sus inversiones. Si la firma paga r_B de su deuda financiada y r_s de su equidad ¿Cúal es el costo total o el promedio de su capital?. Denotemos por B el valor de mercado de la deuda de la empresa. El costo total de la deuda es el retorno total que los acreedores reciben (costo total se refiere al costo en dólares o pesos). Como r_B es el retorno que ellos reciben por cada dolar de deuda y B el valor total de la deuda (en dolares). El costo total de la deuda es el producto de ambos:

$$\text{Costo total de la deuda} = \text{valor total de la deuda} \times \text{costo por unidad de deuda}$$

$$= B \times r_B$$

Como los intereses pagan impuestos, el costo total despues de impuestos de la deuda es:

$$= B \times r_B \times (1 - T_c)$$

Similarmente, si S es el valor de mercado de la equidad, el costo total de equidad de la empresa está dada por:

$$\text{Costo total de la deuda} = \text{valor total equidad} \times \text{unidad de costo de equidad}$$

$$= S \times r_s$$

Como las corporaciones no pueden deducir impuestos de los dividendos, no se ajusta para estos últimos.

$$\text{Costo total esperado de capital} = \text{costo total de equidad} + \text{costo total de deuda (despues de impuestos)}$$

$$= Sr_s + Br_B(1 - T_c)$$

Éste se puede ver como el retorno esperado por los accionistas Sr_s. más el retorno esperado por los acreedores (ajustado por los impuestos).

Para expresar este costo de capital como un porcentaje, necesitamos sólo determinar el valor total de capital, el cual es:

$$\text{Valor total de capital} = \text{valor de equidad} + \text{valor de deuda}$$

$$= S + B$$

Emsamblando éstos, obtenemos el promedio del costo de capital

$$\text{Costo promedio de capital} = \frac{\text{Costo total esperado de capital}}{\text{valor total de capital}}$$

$$= \frac{Sr_s + Br_B(1 - T_c)}{S + B}$$

$$= \frac{S}{S + B} r_s + \frac{B}{S + B} r_B \times (1 - T_c)$$

Observese que este costo promedio de capital es un promedio del costo de equidad y del costo de la deuda despues de impuestos $r_B(1 - T_c)$. Los pesos son $\frac{S}{B+S}$ la proporción de equidad y la proporción de deuda $\frac{B}{B+S}$. Por lo anterior a éste nos referimos como el promedio ponderado del costo de capital (WACC).

Ejemplo.

Supongase que el valor de mercado de la deuda de una empresa es de \$40 millones y cuyos activos tienen un valor de \$60 millones (3 millones de acciones, cada una a \$20). La corporación paga una tasa de interes del 15% sobre su deuda y tiene una beta de 1.41. La tasa de impuestos es del 34% (Se supone que tenemos SML con un premio de riesgo de mercado de 8.5%) y que los CETES tienen una tasa del 11%.

Para calcular WACC utilizamos la ecuación anterior y lo hacemos en tres pasos:

1. Una estructuración del costo de deuda de capital se puede realizar resolviendo la ecuación del valor presente para los bonos de la compañía

$$B = \sum_{i=1}^{N-1} \frac{C_i}{(1 + r_B)^i} + \frac{F}{(1 + r_B)^N}$$

Donde C_i es el pago de cupon en el año i, F el valor final, N el número de períodos que tarda en madurar, B el valor presente de los bonos de la compañía. Los costos de deuda antes de impuestos se suponen que son del 15%, implicando que los costos despues de impuestos son del 9.9% (15% × (1 - 0.34)).

2. Los costos de capital de equidad se calculan usando SML

$$r_s = r_F + \beta[E(R_M) - r_F]$$

$$= 11\% + 1.41 \times 8.5\%$$

$$= 23.0\%$$

3. Las proporciones de deuda y equidad se calculan de los valores de mercado de cada una de éstas. Como el valor de mercado es de \$100 millones, las porciones de deuda y equidad son del 40 y del 60% respectivamente.

   El costo de equidad, r_s es del 23% y el costo despues de impuestos de la deuda es del 9.9% $[r_B(1-T_c)]$, B es de \$40 millones y S es de \$60 millones, luego:

$$WACC = \frac{B}{B+S} \times r_B \times (1-T_c) + \frac{S}{B+S} \times r_s$$

$$= (\frac{40}{100} \times 9.9\%) + (\frac{60}{100} \times 23\%) = 17.8\%$$

Los pesos utilizados son los pesos de valor de mercado, estos son más apropiados que los de valor de libros; porque los valores de mercado están más actualizados con respecto a sus ventas.

3.6 Presupuesto de Capital.

Ahora vamos a utilizar WACC en el presupuesto de capital. Supongamos un almacen en el que los costos de ahorro son tan riesgosos como los flujos de efectivo de la empresa, implicando que se tiene una misma clase de riesgo como el de la corporación, cuando sucede esto se dice que está engrandecido escalarmente. De acuerdo a esto los flujos de efectivo del proyecto se descontaran a la misma tasa que los flujos de efectivo de la firma. Y de hecho esta tasa es la de WACC.

Calculemos WACC y VPN. Supongase que la firma tiene una razón de deuda y equidad de 0.6, un costo de equidad del 20% y un costo de deuda del 15.15%. La tasa de impuestos es del 34%, lo que implica que el costo de deuda despues de impuestos es del 10%. El WACC será:

$$WACC = \frac{S}{S+B} r_s + \frac{B}{S+B} r_B \times (1-T_c)$$

$$= \frac{1}{1+B/S} \times r_s + \frac{B/S}{1+B/S} \times r_B \times (1 - T_c)$$

$$= \frac{1}{1+0.6} \times 20\% + \frac{0.6}{1+0.6} \times 10\%$$

$$= 16.25\%$$

La renovación del almacen se espera que nos ahorre un costo redituable de \$12 millones anualmente durante 6 años. Usando la ecuación del VPN y descontando los flujos de efectivo esperados a la tasa WACC, se tiene

$$VPN = -50 + \frac{12}{(1+WACC)} + \cdots + \frac{12}{(1+WACC)^6}$$

$$= -50 + 12\frac{[1-(1/1+WACC)^6]}{WACC}$$

$$= -50 + 12\frac{[1-(1/1+0.1625)^6]}{0.1625}$$

$$= -50 + (\$12 \times 3.66) = -\$6.07$$

¿La empresa debe renovar el almacen?. Como VPN < 0 con WACC. Significa que el mercado financiero ofrece mejores proyectos con la misma clase de riesgo implicando el rechazo del mismo.

Cuando ejecutamos el cálculo de WACC para un proyecto, debemos calcular los costos relevantes de deuda, los costos de equidad y la razón de deuda y equidad. Esto es fácil cuando el proyecto es del mismo tipo que el de la firma, (Una nueva tienda de Mc Donalds, o una nueva fabrica de GM) en este caso los costos ya mencionados y la razón de deuda-equidad de la empresa se usan para el cálculo de WACC del proyecto.

Si un proyecto no está engrandecido escalarmente, los limites relevantes cambian. La razón de deuda-equidad del proyecto no necesariamente tiene que ser la misma que la de la empresa, porque los proyectos tendrán probablemente una diferente capacidad de deuda. Además los costos de equidad y de deuda también probablemente serán diferentes.

3.7 Valor Presente Ajustado APV.

Hay generalmente tres efectos de la deuda financiada, los cuales son:

1. Los costos de lanzamiento
2. Escudo de impuestos de la deuda
3. Efectos de financiamento subsidiado.

WACC incorpora el escudo de impuestos de la deuda $r_B(1-T_c)$, pero no los otros dos. Otro método usado para capturar los efectos de la deuda financiada es la llamada técnica del Valor Presente Ajustado. Bajo ésta primero se calcula el proyecto financiado con equidad total y posteriormente se adiciona los efectos de la deuda.

Ejemplo.

Bickler Co. está considerando un proyecto de \$10 millones que durará 5 años teniendo una depreciación anual de \$2 millones. Los ingresos menos los egresos por año son de \$3.5 millones, la tasa de impuestos es del 34%. La tasa libre de riesgo es del 10% y el costo de equidad sin apalancamiento es del 20%.

Las proyecciones del flujo de efectivo para cada año son:

	C_0	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
Salida inicial	-10 000 000					
Escudo de impuestos de la depreciación	0.34 x \$2 000 000 = \$680 000	\$680 000	\$680 000	\$680 000	\$680 000	\$680 000
Ingresos menos Egresos	(1 - 0.34) x \$3 500 000 = \$2 310 000	\$2 310 000	\$2 310 000	\$2 310 000	\$2 310 000	\$2 310 000

3.7.1 Valor en Equidad Total.

Suponga que el proyecto está financiado en equidad total, el valor del proyecto es:

$$\text{-\$10 000 000} \quad + \quad \frac{\$680000}{0.10}[1-(1/1.1)^5] \quad + \quad \frac{\$2310000}{0.20}[1-(1/1.2)^5]$$

costo inicial + escudo de depreciación de impuestos + Valor presente de ingresos -egresos

$$= \text{-\$513 951}$$

Observese que el escudo de depreciación de impuestos está descontado a la tasa de menor riesgo del 10%, en tanto que las ganancias se descuentan al 20%.

En una empresa en total equidad el proyecto se rechaza ya que el VPN < 0. Y no se diga si se consideran los costos de lanzamiento, pues estos hacen que el VPN sea más negativo. Veamos los efectos de la deuda.

Bickler puede obtener un prestamo no amortizable de $7 500 000 despues de los costos de lanzamiento a una tasa del 10%. Los costos de lanzamiento son cuotas que se pagan cuando se edita el activo o la deuda. Se le informa a la compañía que los costos de lanzamiento serán del 1% del conjunto de ganancias de su prestamo.

3.7.2 Costos de Lanzamiento.

Como los costos de lanzamiento son del 1% del conjunto de ganancias tenemos:

$$\$7500000 = (1 - 0.01) \times \text{ conjunto de ganancias}$$

$$= 0.99 \times \text{conjunto de ganancias}$$

Asi el conjunto de ganancias es:

$$\frac{\$7500000}{1-0.01} = \frac{\$7500000}{0.99} = \$7\ 575\ 758$$

Esto implica que los costos de lanzamiento son de $75 758 (1% de $7 575 758). Para checar el cálculo, note que las ganancias netas son de $7 500 000 ($7 575 758 - $75 758).

Los costos de lanzamiento se pagan inmediatamente pero son deducidos de los impuestos en una base líneal sobre la vida del prestamo. Los flujos de efectivo de los costos de lanzamiento son:

Fecha	0	1	2	3	4	5
Costos de lanzamiento	**-$75 758**					
Deducción		$15 152 = $\frac{\$75758}{5}$	$15 152	$15 152	$15 152	$15 152
Escudo de impuestos de los costos de lanzamiento		0.34 x $15 152 = **$5152**	**$5152**	**$5152**	**$5152**	**$5152**

Los flujos relevantes de efectivo de los costos de lanzamiento están en negrita. Caundo se descuentan al 10% el escudo tiene un VPN de:

$$\$5152 \times A_{0.10}^{5} = \$19530$$

Esto implica un costo neto de los costos de lanzamiento de:

$$-\$75758 + \$19530 = -\$56228$$

El VPN del proyecto despues de los costos de lanzamiento pero antes del beneficio de la deuda es:

$$-\$513951 - \$56228 = -\$570179$$

3.7.3 Impuestos Subsidiados.

El prestamo de \$7.5 millones se recibe en el año 0, el interes anual es de \$750 000 (10% tasa de interes), el costo de los intereses despues de impuestos es de \$495 000 [\$750 000 × (1 - 0.34)], Como el prestamo no es amortizable la deuda entera se paga en el año 5. Todo esto se muestra en el siguiente esquema:

Fecha	0	1	2	3	4	5
Prestamo recibido (despues de costos de lanzamineto)	-\$7 500 000					
Intereses pagados	10% X \$7.5 millones = \$750 000	\$750 000	\$750 000	\$750 000	\$750 000	
Costo de intereses despues de impuestos	(1 - 0.34) X \$750 000 = \$495 000	\$495 000	\$495 000	\$495 000	\$495 000	
Pago de la deuda						\$7 500 000

Los flujos relevantes de efectivo son: 1) el prestamo recibido, 2) los costos anuales de intereses despues de impuestos y 3) el pago de la deuda. El valor presente del prestamo, es el VPN de cada uno de estos componentes que se pueden representar como:

$$VPN(P) \;=\; +\text{ Cantidad pedida} \quad \begin{array}{l}\text{- VP del pago}\\ \text{de intereses de-}\\ \text{spues de}\\ \text{impuestos}\end{array} \quad \begin{array}{l}\text{- VP del pago}\\ \text{del prestamo}\end{array}$$

$$\$966651 = +\$7500000 - \frac{\$495000}{0.1}[1 - (1/1.1)^5] - \frac{\$7500000}{(1.1)^5}$$

Esto refleja el escudo de impuestos de los intereses. Si no tuviesemos impuestos el VPN del prestamo sería cero, ya que los intereses no proveen un escudo de impuestos, es decir,

$$\$0 = +\$7500000 - \frac{\$750000}{0.10}[1 - (1/1.1)^5] - \frac{\$7500000}{(1.1)^5}$$

El APV del proyecto con este financiamiento es:

$$APV \;=\; \begin{array}{l}\text{valor totalmente}\\ \text{equitativo}\end{array} \quad \begin{array}{l}\text{- costos de lan-}\\ \text{zamiento de la}\\ \text{deuda}\end{array} \quad +\text{ VPN(prestamo)}$$

$$\$396472 = -\$513951 - \$56228 + \$966651.$$

Luego se puede aceptar el proyecto si se tiene un prestamo de \$7.5 millones; veamos un tercer efecto.

3.7.4 Tasa de Financiamiento No Mercantil.

Muchas compañías tienen suerte de que alguna autoridad gubernamental las subsidie. Supongase que el gobierno ofrece un prestamo de \$7.5 millones al 8% y que los costos de lanzamiento corren por parte del estado. Claramente se aceptará el prestamo de acuerdo ha lo ya calculado. Los flujos de efectivo de este prestamo son:

Fecha	0	1	2	3	4	5
Prestamo recibido	-\$7 500 000					
Pago de intereses		8% x \$7.5 millones = \$600 000	\$600 000	\$600 000	\$600 000	\$600 000
Intereses despues de impuestos		(1 - 0.34) x \$600 000 = \$396 000	\$396 000	\$396 000	\$396 000	\$396 000
Pago de la deuda						\$7 500 000

El VPN del prestamo es:

$$\$1341959 = \$7500000 - \frac{\$396000}{1.1}[1 - (1/1.1)^5] - \frac{\$7500000}{(1.1)^5}$$

¿Por qué se descuentan al 10%, si los intereses se cobran al 8%?. Ésto porque todo gira con respecto al mercado. El VP con deuda subsidiada es:

APV	=	valor totalmente equitativo	- costos de lanzamiento de la deuda	+ VPN(prestamo)

$$\$827988 = -\$513951 - \$0 + \$1341939.$$

3.7.5 APV Y Beta.

El método del APV descuenta los flujos de efectivo de los proyectos engrandecidos escalarmente al costo de la equidad despalancada, el cual es también el costo de capital de la empresa en total equidad. Como estamos considerando firmas con deuda, significa que la equidad despalancada no existe. De alguna manera debemos usar la beta de la equidad apalancada (que realmente si existe) para calcular la hipotetica beta de la firma despalancada; para que posteriormente se utilice SML para determinar el costo de equidad de capital de la empresa despalancada.

En seguida vamos a mostrar como calcular la beta de una firma despalancada a partir de la beta de equidad de la empresa apalancada. Primeramente consideremos el caso en el que no hay impuestos y posteriormente con éstos.

No Impuestos.

El valor de la firma apalancada es: V_L = B + S deuda más equidad. Supongamos a alguien que posee enteramente la empresa, es decir, como posee la deuda y la equidad. ¿Cúal es la beta del portafolio de la empresa si se tiene la beta de la deuda y equidad de la misma?.

La beta de este portafolio, como el de cualquier otro, es un promedio ponderado de las betas de cada uno de los términos. Por lo tanto:

$$\beta_{port} = \beta_{apal} = \frac{deuda}{deuda + equidad}\beta_{deuda} + \frac{equidad}{deuda + equidad}\beta_{equidad}$$

Como el portafolio es la firma apalancada, la beta del portafolio es igual a la beta de la firma apalancada. Sin embargo como queremos relacionar las betas de los instrumentos financieros (deuda y equidad) con los de las betas de las que hubiesen sido despalancadas, ya que de esta manera al aplicar el APV se descuentan los flujos de efectivo de los proyectos para una firma totalmente despalancada.

Afortunadamente, hasta ahora, hemos visto que ignorando impuestos, los flujos de efectivo de los activistas de una empresa apalancada son iguales a los flujos de efectivo de los equitativistas de una firma identica despalancada. Como los flujos de efectivo son identicos entonces las betas deben ser iguales. Luego escribimos:

$$\beta_{despalancada} = \frac{deuda}{deuda + equidad}\beta_{deuda} + \frac{equidad}{deuda + equidad}\beta_{equidad}$$

La β_{deuda} es baja en la práctica, por ello la consideraremos como cero, con lo que tenemos:

$$\beta_{des} = \frac{equidad}{deuda + equidad} \times \beta_{equidad} \tag{3.5}$$

El primer término derecho es menor que 1 en una empresa apalancada, en ese caso, $\beta_{des} < \beta_{equidad}$. Ya vimos que conforme el apalancamiento se incrementa, también lo hace el riesgo de la equidad. Como la beta es una medida de riesgo, el nivel de apalancamiento incrementa la beta de equidad.

Impuestos.

Sabemos que

$$V_u + T_c B \quad = V_L = \quad B + S \tag{3.6}$$

con

- V_u = valor de la empresa despalancada
- V_L = valor de la empresa apalancada
- B = valor de la deuda en una empresa apalancada

- S = valor de la equidad en una empresa apalancada.

Acabamos de ver que:

$$\frac{B}{B+S}\beta_B + \frac{S}{B+S}\beta_S = \beta$$

β es la beta de una empresa apalancada; β_B, β_S son las betas de deuda y equidad de la firma apalancada. Como V_L = B + S podemos escribir:

$$\frac{B}{V_L}\beta_B + \frac{S}{V_L}\beta_S = \beta \qquad (3.7)$$

Esta beta se puede expresar como el promedio ponderado de la beta de una empresa despalancada y la beta del escudo de impuestos

$$\frac{V_U}{V_U + T_c B}\beta_U + \frac{T_c B}{V_U + T_c B}\beta_B$$

donde β_u es la beta de la firma despalancada. La ecuación (3.6) nos dice que $V_L = V_U + T_c)B$, con lo que tenemos

$$\frac{V_U}{V_L} \times \beta_U + \frac{T_c B}{V_L} \times \beta_B \qquad (3.8)$$

Podemos igualar (3.7) y (3.8) ambas representan la beta de una firma apalancada. La ecuación (3.6) nos dice que $V_U = S + (1 - T_c) \times B$; bajo la suposición de que $\beta_B = 0$ e igualando (3.7) y (3.8) obtenemos:

$$\beta_{des} \quad = \quad \frac{equidad}{equidad + (1 - T_c)deuda} \times \beta_{equidad} \qquad (3.9)$$

Como se observa $\beta_{des} < \beta_{equidad}$. También vease que (3.5) y (3.9) son muy similares, y en ambos casos la beta de la equidad apalancada es mayor que el de la despalancada. Observese que el apalancamiento incrementa la beta de la equidad menos rapido bajo impuestos corporativos. Ésto es porque bajo impuestos, el palancamiento crea un escudo de impuestos de menor riesgo, reduciendo el riesgo de la empresa en total.

Ejemplo.

Lee Inc. está considerando un proyecto engrandecido escalarmente, el valor de mercado de la deuda de esta empresa es de $100 millones y el de equidad de $200 millones. La deuda es de menor riesgo, los impuestos son del 34%. Un análisis de regresión líneal indica que la beta de la equidad de la firma es de 2. La tasa libre de riesgo es del 10% y el premio esperado de mercado es del 8.5%. ¿Cúal es la tasa de descuento del proyecto en el caso hipotetico de que Lee estuviese en total equidad?.

1. Determinamos la beta de una firma hipoteticamente con equidad total.
   Beta despalancada

$$\frac{\$200 millones}{\$200\text{ millones} + (1 - 0.34)\ \$100\text{ millones}} \times 2 = 1.5$$

2. Determinamos la tasa de descuento por medio SML.

$$r_s = r_F + \beta \times [E(R_M) - r_F]$$

$$= 10\% + 1.5 \times 8.5\%$$

$$= 22.75\%$$

3.7.6 Proyectos No Engrandecidos Escalarmente.

Cuando suponemos proyectos engrandecidos escalarmente, comenzamos con la beta de la equidad de la empresa. Si el proyecto no está engrandecido escalarmente, se puede empezar con las betas de las firmas en la industría del proyecto. Para cada empresa se calcula la beta hipotetica con total equidad por medio de (3.6). Se utiliza posteriormente SML para determinar la tasa de descuento del proyecto tomando como beta el promedio de las betas.

3.8 WACC Y APV.

WACC es más conocido y lleva mucho más tiempo en la industría, en tanto que APV es nuevo y más academico, aúnque a lo largo de los años se han venido utilizando ambos. Comúnmente se dice que los costos de equidad, los costos de deuda y sus proporciones se pueden calcular para una firma como un todo. Si un proyecto es engrandecido escalarmente, los parametros anteriores se pueden utilizar fácilmente para calcular el VPN con WACC. Sin embargo los costos de deuda y equidad, serán diferentes para una firma, si el proyecto no está engrandecido escalarmente y WACC es dificil de usar. Por ello se considera la siguiente guía:

Usar WACC si el proyecto es muy cercano a ser engrandecido escalarmente
Usar APV si el proyecto está lejos de estar engrandecido escalarmente.

Y aúnque ésta es muy subjetiva, podemos decir que cuando un proyecto no hace más que incrementar el tamaño de la empresa (una tienda más de la cadena), claramente está engrandecido y se tiene que utilizar WACC.

Si por otra parte, se adquiere una empresa completamente diferente de la actual, entonces, no está engrandecido escalarmente y se debe utilizar APV o cuando varios proyectos tienen subsidios, en los que no es fácil de utilizar WACC.

Capítulo 4

Aplicaciones

En este capitulo se tratan dos problemas de Presupuesto de Capital en los que se aplican diferentes técnicas de Investigación de Operaciones.

4.1 Metodología Box-Jenkins en el Presupuesto de Capital.

4.1.1 Introducción.

El Presupuesto de Capital es un área fundamental en el manejo financiero y en la toma de decisiones con respecto a aceptar o rechazar proyectos. En los ultimos 20 años el concepto de medida de riesgo ha cambiado, ha ido desde el riesgo total de un proyecto introducido por Hillier e integrado en la metodología del VPN, hasta la contribución del riesgo por parte del proyecto al riesgo sistemático de la empresa, como no los marca la estricta estructura del CAPM. Por otra parte, en un estudio asociado con las tasas de descuento Findlay, Gooding y Weave (1976) señalaron que el riesgo relevante de un proyecto queda entre estos dos extremos.

Y aunque se tengan en cuenta las suposiciones acerca de las metas de la empresa, la naturaleza del proyecto, los mercados de capital y los portafolios relevantes; las soluciones que se dan no son tan ambiguas, como lo han demostrado algunos estudios empíricos. Chen y Moore modificaron el valor del análisis de riesgo de Hillier, incluyendo posibles incertidumbres en los parámetros de las distribuciones de los flujos de efectivo, considerando CAPM y un trabajo hecho por Myers y Turnbull (1977) concluyeron que: "Mientras el método de Hillier nos proporciona resultados análiticos que no son identicos a aquellos dados por CAPM, las disparidades ordinariamente no son significativas".

En cualquier caso, tal vez por estas o por otras razones, la métodología de Hillier nos da una herramienta fundamental para el manejo financiero. Hay un trabajo de Fuller y Kim (1980) en el que se empieza a introducir las (auto) correlaciones seriales a los flujos de efectivo, que en cierto modo, afectan al módelo original de Hillier. Esta parte del trabajo está dirigida en esa dirección y veremos la importancia de la incorporación de la autocorrelación dentro del análisis del VPN. También veremos que el no considerar a los flujos de efectivo independientes intertemporalmente nos llevara a la selección de un portafolio no óptimo de los activos de capital.

4.1.2 Flujos de Efectivo que Siguen un Proceso Estacionario.

Sea la variable aleatoria C_t de los flujos de efectivo generados en el tiempo t por una inversión de capital, con t entero, $1 < t <$T, en donde T es la vida esperada de la inversión. Sea e_t una variable normal de media 0, varianza v y $\text{cov}(e_s, e_t)$ = 0 para s $\neq$ t (ruido blanco).

Supongase que C_t siguen un proceso estacionario autorregresivo de promedios movil de ordén (p,q) (proceso ARMA(p,q)), es decir,

$$C_t = d + a_1 C_{t-1} + \cdots + a_p C_{t-p} + e_t - b_1 e_{t-1} - \cdots - b_q e_{t-q} \quad (4.1)$$

donde $C_k = 0$ y $e_k = 0$ con certeza si k < 1, y d es la media de los flujos de efectivo.

La ecuación anterior la podemos escribir en forma matricial como:

$$\mathbf{PC} = d\mathbf{1} + \mathbf{QF} \quad (4.2)$$

Donde

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 \\ -a_1 & 1 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 \\ -a_2 & -a_1 & 1 & \ldots & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 \\ -a_3 & -a_2 & -a_1 & \ldots & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 \\ -a_4 & -a_3 & -a_2 & \ldots & 1 & 0 & 0 & \ldots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -a_p & -a_{p-1} & -a_{p-2} & \ldots & -a_1 & 1 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & -a_p & -a_{p-1} & \ldots & -a_2 & -a_1 & 1 & \ldots & 0 \\ 0 & 0 & -a_p & \ldots & \vdots & \vdots & -a_1 & \ldots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & -a_{p-1} & -a_{p-2} & -a_{p-3} & \ldots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & -a_p & -a_{p-1} & -a_{p-2} & \ldots & 1 \end{bmatrix}$$

es la matriz de los coeficientes autorregresivos de tamaño T x T

$$
\mathbf{Q} = \begin{bmatrix}
1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
-b_1 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
-b_2 & -b_1 & 1 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
-b_3 & -b_2 & -b_1 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
-b_4 & -b_3 & -b_2 & \cdots & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
-b_q & -b_{q-1} & -b_{q-2} & \cdots & -b_1 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\
0 & -b_q & -b_{q-1} & \cdots & -b_2 & -b_1 & 1 & \cdots & 0 \\
0 & 0 & -b_q & \cdots & \vdots & \vdots & -a_1 & \cdots & 0 \\
0 & 0 & 0 & \cdots & -b_{q-1} & -b_{q-2} & -b_{q-3} & \cdots & 0 \\
0 & 0 & 0 & \cdots & -b_q & -b_{q-1} & -b_{q-2} & \cdots & 1
\end{bmatrix}
$$

es la matríz de tamaño T x T que contiene los coeficientes de promedios movil,

$$\mathbf{C}' = (c_1, ..., c_T)$$

es el vector de flujos de efectivo sobre la vida en la inversión,

$$\mathbf{F}' = (e_1, ..., e_T)$$

es el vector de término de perturbancia y, finalmente

$$\mathbf{1}' = (1, ..., 1)$$

De la ecuación (4.2) se obtiene:

$$\mathbf{C} = d\mathbf{P}^{-1}\mathbf{1} + \mathbf{P}^{-1}\mathbf{QF}$$

Los dos primeros momentos de **C** están dados por:

$$E(\mathbf{C}) = E(d\mathbf{P}^{-1}\mathbf{1} + \mathbf{P}^{-1}\mathbf{QF}) = E(\mathbf{P}^{-1}d\mathbf{1}) + E(\mathbf{P}^{-1}\mathbf{QF})$$

Hay que observar que ambas matrices son de tamaño T x 1, además de que en la segunda matríz todos los términos están multiplicados por elementos de **F**. Por ello, el valor esperado de esta matríz es cero; por otra parte, en la primer matríz, todos los elementos son constantes, de esta forma:

$$E(\mathbf{C}) = E(\mathbf{P}^{-1}d\mathbf{1}) = dE(\mathbf{P}^{-1}\mathbf{1}) = d\mathbf{P}^{-1}\mathbf{1} \tag{4.3}$$

La varianza es:

$$var(\mathbf{C}) = E[(\mathbf{C} - E(\mathbf{C}))^2] = E[(\mathbf{P}^{-1}d\mathbf{1} + \mathbf{P}^{-1}\mathbf{QF} - \mathbf{P}^{-1}d\mathbf{1})^2] = E[(\mathbf{P}^{-1}\mathbf{QF})^2]$$

Ahora, con esta expresión lo que se requiere es calcular el valor esperado del cuadrado de cada una de las entradas de la matríz, para conseguir esto multiplicamos a la matríz por su transpuesta. De aqui la siguiente igualdad.

$$E[(\mathbf{P}^{-1}\mathbf{QF})^2] = E[\mathbf{P}^{-1}\mathbf{QF}(\mathbf{P}^{-1}\mathbf{QF})'] = E[\mathbf{P}^{-1}\mathbf{QFF}'\mathbf{Q}'\mathbf{P}^{-1}{}']$$

$$= E(\mathbf{P}^{-1}\mathbf{QF}^2\mathbf{Q}'\mathbf{P}^{-1}{}')$$

Como $\mathbf{F}$ es ruido blanco y las otras matrices tienen términos constantes se tiene la siguiente igualdad:

$$var(\mathbf{C}) = v\mathbf{P}^{-1}\mathbf{QQ}'(\mathbf{P}^{-1})' \tag{4.4}$$

' denota la transpuesta.

Sea r la tasa de interes libre de riesgo, formamos el vector $\mathbf{K}$ de factores de descuento dado por

$$\mathbf{K}' = ((1+r)^{-1}, (1+r)^{-2}, ..., (1+r)^{-T})$$

Y sea I la inversión inicial de capital. El VPN de la inversión está dado por:

$$VPN = \mathbf{K}'\mathbf{C} - I$$

De aqui se sigue que el valor esperado y la varianza del VPN estará dado por:

$$E(VPN) = E(\mathbf{K}'\mathbf{C} - I) = E(\mathbf{K}'\mathbf{C}) - E(I) = E(\mathbf{K}'\mathbf{C}) - I = \mathbf{K}'E(\mathbf{C}) - I$$

Hay que observar que el vector $\mathbf{K}'$ e I son constantes, considerando la ecuación (4.3) obtenemos

$$E(VPN) = \mathbf{K}'d\mathbf{P}^{-1}\mathbf{1} - I = d\mathbf{K}'\mathbf{P}^{-1}\mathbf{1} - I \tag{4.5}$$

Y

$$var(VPN) = E[(VPN - E(VPN))^2] = E[(\mathbf{K}'\mathbf{C} - I - (d\mathbf{K}'\mathbf{P}^{-1}\mathbf{1} - I))^2]$$

$$= E[(\mathbf{K}'\mathbf{C} - d\mathbf{K}'\mathbf{P}^{-1}\mathbf{1})^2]$$

Al igual que lo hicimos para la ecuación (4.4) tenemos

$$var(VPN) = E[(\mathbf{K}'(\mathbf{C} - d\mathbf{P}^{-1}\mathbf{1}))^2] = E[(\mathbf{K}'(\mathbf{C} - d\mathbf{P}^{-1}\mathbf{1})(\mathbf{C} - d\mathbf{P}^{-1}\mathbf{1})'\mathbf{K}]$$

$$= \mathbf{K}'E[(\mathbf{C} - d\mathbf{P}^{-1}\mathbf{1})^2]\mathbf{K}$$

De la ecuación (4.3) se tiene

$$\begin{aligned} var(VPN) &= \mathbf{K}'E[(\mathbf{C}-E(\mathbf{C}))^2]\mathbf{K} = \mathbf{K}'var(\mathbf{C})\mathbf{K} \\ &= v\mathbf{K}'\mathbf{P}^{-1}\mathbf{Q}\mathbf{Q}'(\mathbf{P}^{-1})'\mathbf{K} \end{aligned} \tag{4.6}$$

Las ecuaciones (4.5) y (4.6) se pueden escribir consisamente y sin necesidad de invertir la matríz $\mathbf{P}$, para ello definimos: $\mathbf{X}' = (x_1, ..., x_T) = \mathbf{K}'\mathbf{P}^{-1}$; de esta forma:

$$\mathbf{X}'\mathbf{P} = \mathbf{K}'$$

Veamos visualmente como está dada esta relación

$$[x_1, ..., x_T]\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -a_1 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -a_2 & -a_1 & 1 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -a_3 & -a_2 & -a_1 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -a_4 & -a_3 & -a_2 & \dots & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -a_p & -a_{p-1} & -a_{p-2} & \dots & -a_1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -a_p & -a_{p-1} & \dots & -a_2 & -a_1 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & -a_p & \dots & \vdots & \vdots & -a_1 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -a_{p-1} & -a_{p-2} & -a_{p-3} & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -a_p & -a_{p-1} & -a_{p-2} & \dots & 1 \end{vmatrix}$$

$$= ((1+r)^{-1}, (1+r)^{-2}, ..., (1+r)^{-T})$$

A partir de esta, podemos calcular

$$x_T = (1+r)^{-T}$$

$$x_{T-1} - a_1 x_T = (1+r)^{-(T-1)} \qquad \text{de donde}$$

$$x_{T-1} = a_1 x_T + (1+r)^{-(T-1)} \qquad \text{luego}$$

$$x_{T-1} = a_1(1+r)^{-T} + (1+r)^{-T+1}$$

$$x_{T-2} - a_1 x_{T-1} - a_2 x_T = (1+r)^{-(T-2)} \qquad \text{de aqui}$$

$$x_{T-2} = a_1 x_{T-1} + a_2 x_{T-2} + (1+r)^{-(T-2)}$$

y asi sucesivamente podemos obtener todas y cada una de las x_t; de hecho si hacemos $1 < t < T$ y $x_k = 0$ para $k > T$ se tiene

$$x_t = a_1 x_{t+1} + \ldots + a_p x_{t+p} + (1+r)^{-t}$$

Como $\mathbf{X} = (\mathbf{P}^{-1})'\mathbf{K}$ sustituyendo en la ecuación (4.5) y (4.6) obtenemos:

$$E(VPN) = d\mathbf{X}'\mathbf{1} - I = d\sum_{t=1}^{T} x_t - I \tag{4.7}$$

y

$$var(VPN) = v\mathbf{X}'\mathbf{Q}\mathbf{Q}'\mathbf{X} \tag{4.8}$$

Sin embargo, utilizando la técnica anterior, definimos $\mathbf{Y} = \mathbf{Q}'\mathbf{X}$. De igual manera como se hizo para las $x's$ se tiene que Y está dado por:

$$Y_t = x_t - b_1 x_{t+1} - \ldots - b_q x_{t+q} \tag{4.9}$$

donde $1 < t < T$ y $x_k = 0$ para $k > T$. De esta forma podemos calcular y_t recursivamente. Sustituyendo $\mathbf{Y}$ en (4.9) tenemos

$$var(VPN) = vbfYY' = v\sum_{t=1}^{T} y_t^2 \tag{4.10}$$

Finalmente hay que notar que dado que C_t está distribuido normalmente para todo t, VPN también lo está, donde su media está dada por (4.8) y su varianza por (4.11). También vease que E(VPN) no es función de b_t con t = 1,2, ...,q

4.1.3 Flujos de efectivo que no siguen un Proceso Estacionario.

La gran mayoria de las series economicas y de negocios no siguen un proceso estacionario ARMA(p,q) (ecuación 4.1), sin embargo no es tan grave como puede parecer a primera vista, muchas de ellas tienen la propiedad de que su primer diferencia entre observaciones consecutivas satisfacen ARMA(p,q). Continuando con la notación definimos:

$$w_t = C_t - C_{t-1} \qquad \text{para } 1 < t < T \tag{4.11}$$

Supondremos que w_t sigue un proceso estacionario. De esta forma, tomando $\mathbf{W}' = (w_1, ..., w_t)$; tenemos que los dos primeros momentos de $\mathbf{W}$ son:

$$E(\mathbf{W}) = d\mathbf{P}^{-1}\mathbf{1} \tag{4.12}$$
$$var(\mathbf{W}) = v\mathbf{P}^{-1}\mathbf{Q}\mathbf{Q}'(\mathbf{P}^{-1})' \tag{4.13}$$

Para dar los resultados en términos de los flujos de efectivo C_t, definimos la matríz cuadrada $\mathbf{U}$ de ordén T

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ . & . & . & . & \cdots & . \\ 1 & 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

Y note que

$$\mathbf{C} = \mathbf{U}\mathbf{W}$$

Por lo tanto

$$E(\mathbf{C}) = \mathbf{U}E(\mathbf{W}) = d\mathbf{U}\mathbf{P}^{-1}\mathbf{1} \tag{4.14}$$
$$var(\mathbf{C}) = \mathbf{U}var(\mathbf{W}) = v\mathbf{U}\mathbf{P}^{-1}\mathbf{Q}\mathbf{Q}'(\mathbf{P}^{-1})'\mathbf{U}' \tag{4.15}$$

Como $VPN = \mathbf{K}'\mathbf{C} - I$, el valor esperado del VPN y su varianza está dado por

$$E(VPN) = \mathbf{K}'E(\mathbf{C}) - I = d\mathbf{K}'\mathbf{U}\mathbf{P}^{-1}\mathbf{1} - I \tag{4.16}$$

Y

$$var(VPN) = \mathbf{K}'var(\mathbf{C})\mathbf{K} = v\mathbf{K}'\mathbf{U}\mathbf{P}^{-1}\mathbf{Q}\mathbf{Q}'(\mathbf{P}^{-1})'\mathbf{U}'\mathbf{K} \tag{4.17}$$

Nuevamente tomando el procedimiento de la sección anterior. Definimos la matríz $\mathbf{Z}' = (z_1, ..., z_T) = \mathbf{K}\mathbf{U}(\mathbf{P}^{-1})$ luego

$$\mathbf{Z}'\mathbf{P} = \mathbf{K}'\mathbf{U}$$

y para cada $1 < t < T$ se tiene que

$$z_t - a_1 z_{t+1} - ... - a_p z_{t+p} = (1+r)^{-t} + (1+r)^{-(t+1)} + ... + (1+r)^{-T} \tag{4.18}$$

donde $z_k = 0$ si $k > T$. de esta manera podemos calcular las entradas de $\mathbf{Z}$ de manera recursiva empezando por z_T, continuando con z_{T-1} y asi sucesivamente. Con lo que tenemos

$$E(VPN) = d\mathbf{Z}'\mathbf{1} - I = d\sum_{t=1}^{T} z_t - I \tag{4.19}$$

y

$$var(VPN) = v\mathbf{Z}'\mathbf{Q}\mathbf{Q}'\mathbf{Z} \tag{4.20}$$

Hay que notar que el VPN es una función sólo de d, $a_1, ..., a_p$ y r. Pero éstos a excepción de r, son los parametros del módelo con una diferencia y no tienen la misma interpretación que en la sección anterior.

Finalmente la ecuación (4.20) se puede simplificar definiendo la matríz $\mathbf{S}' = (s_1, ..., s_T) = \mathbf{Z}'\mathbf{Q}$ y de esta forma tenemos que para $1 < t < T$ se tiene que

$$s_t = z_t - b_1 z_{t+1} - \ldots - b_q z_{t+q} \tag{4.21}$$

donde $z_k = 0$ si $k > T$. Esta última ecuación se utiliza para calcular las entradas de S de manera recursiva. Con esto obtenemos que la ecuación (4.20) la podemos escribir como

$$var(VPN) = v\mathbf{S}\mathbf{S}' = v\sum_{t=1}^{T} s_t^2 \tag{4.22}$$

Como w_t y c_t están distribuidos normalmente para toda t. VPN también lo está con media y varianza dada por (4.20) y (4.22) respectivamente.

La siguiente tabla resume los principales resultados y la figura 4.1 da el progreso (continuo) de los flujos de efectivo esperados de algunas series de tiempo simples

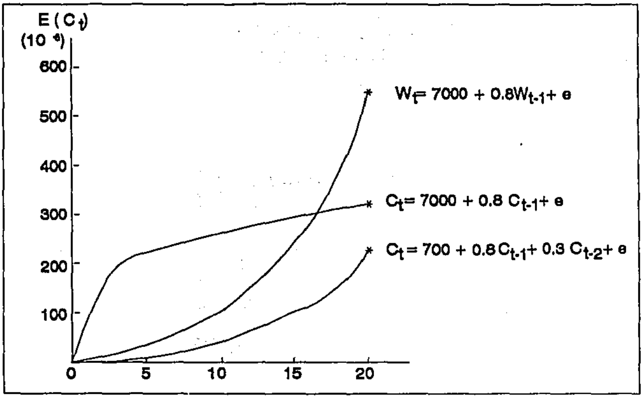

Figura 4.1: Ejemplos de las variaciones de los flujos de efectivo en el tiempo.

FLUJOS DE EFECTIVO QUE SIGUEN UN PROCESO ESTACIONARIO	FLUJOS DE EFECTIVO QUE SIGUEN UN PROCESO NO ESTACIONARIO
VPN distribuido normalmente	VPN distribuido normalmente
$E(VPN) = d\sum_{t=1}^{T} x_t - I$	$E(VPN) = d\sum_{t=1}^{T} z_t - I$
$var(VPN) = v\sum_{t=1}^{T} y_t^2$	$var(VPN) = v\sum_{t=1}^{T} s_t^2$
$x_t = a_1 x_{t+1} + ... + a_p x_{t+p} + (1+r)^{-1}$	$z_t = a_1 z_{t+1} + ... + a_p z_{t+p} + (1+r)^{-t} + (1+r)^{-(t+1)} + ... + (1+r)^{-T}$
$y_t = x_t - b_1 x^{t+1} - ... - b_q x_{t+q}$	$s_t = z_t - b_1 z_{t+1} - ... - b_q z_{t+q}$

4.1.4 Ejemplos e Interpretaciones.

Para ilustrar el uso de las ecuaciones (4.19), (4.20), (4.22) y (4.23); consideramos una inversión de capital con una corriente de flujos de efectivo cuyas primeras diferencias siguen un proceso estacionario ARMA(1,1) para el cual tiene los siguientes parametros

$$\begin{array}{lllllll} I & = & \$200\,000 & \quad & r & = & 0.08 \\ d & = & \$7000 & & a_1 & = & 0.8 \\ v & = & \$13\,450 & & b_1 & = & 0.4 \end{array}$$

$$T = 10 \text{ años}$$

De las ecuaciones (19) y (22) se obtiene:

$$z_t = 0.8z_{t+1} + \sum_{j=t}^{10}(1.08)^{-j}$$

y

$$s_t = z_t - 0.4z_t$$

A partir de estas, tenemos los siguientes resultados

$$z_{10} = (1.08)^{-10}$$

$$z_9 = 1.8(1.08)^{-10} + (1.08)^{-9}$$

$$z_8 = 2.44(1.08)^{-10} + (1.08)^{-9} + (1.08)^{-8}$$

$$\vdots$$

$$\begin{aligned} z_1 &= 4.463129088(1.08)^{-10} + 4.328991136(1.08)^{-9} + \ldots + 2.44(1.08)^{-3} \\ &+ 1.8(1.08)^{-2} + (1.08)^{-1} \end{aligned}$$

Con estos

$$\sum_{i=1}^{10} z_i = 83.53379228$$

De aqui

$$E(VPN) = 7000(83.53379228) - 200000 = \$284736.546$$

y

$$var(VPN) = 13450 \qquad\qquad S_t = \$304139.0$$

En seguida damos una tabla en la que se muestra como E(VPN) y var(VPN) cambian comforme a_1 y b_1 asumen diferentes valores de tal manera que, el proceso ARMA sea invertible y estacionario esto es $-1 < a_1 < 1$ y $-1 < b_1 < 1$.

		b_1 = -0.8	b_1 = -0.4	$b_1 = 0$	$b_1 = 0.4$	$b_1 = 0.8$
a_1 = -0.8	E(VPN)	-60 588	-60 588	-60 588	-60 588	-60 588
	var(VPN)	162 810	130 155	97 538	65 013	32 861
a_1 = -0.4	E(VPN)	-26 593	-26 593	-23 593	-26 593	-26 593
	var(VPN)	203 569	162 811	122 085	81 440	41 119
$a_1 = 0.0$	E(VPN)	28 809	28 809	28 809	28 809	28 809
	var(VPN)	271 056	216 913	162 811	108 807	55 197
$a_1 = 0.4$	E(VPN)	133 733	133 733	133 733	133 733	133 733
	var(VPN)	402 220	322 332	242 500	162 811	83 662
$a_1 = 0.8$	E(VPN)	384 737	384 737	384 737	384 737	384 737
	var(VPN)	730 882	588 507	446 219	304 139	162 811

Como E(VPN) < 0 en los proyectos de los dos primeros renglones de la tabla, estos automaticamente no serán aceptados. Por otra parte para los proyectos restantes, supongamos que el director o la persona que toma las decisiones tiene una función de utilidad exponencial negativa, es decir,

$$U(x) = 1 - exp(-\alpha x)$$

Con $\alpha > 0$ es el coeficiente de aversión al riesgo. De aqui se sigue que

$$E(U(VPN) = 1 - EXP[-\alpha E(VPN) + \alpha^2 VAR(VPN)/2]$$

(Para mayor información ver Norgaard y Killen (1980)). Tomando $\alpha = 0.9$ obtenemos que los primeros cuatro proyectos del tercer renglón y los dos primeros del cuarto se rechazan. En seguida enumeramos los proyectos los proyectos que se aceptan

$$\begin{array}{ccccc} \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & 1 \\ \cdots & \cdots & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \end{array}$$

Más aún, de U(x) se sigue que un proyecto i será más preferente que el proyecto j si

$$[E(VPN_i) - E(VPN_j)] - \frac{\alpha}{2}[var(VPN_i) - var(VPN_j)] > 0.$$

Por lo tanto, tomando nuevamente $\alpha = 0.9$, el orden de preferencia con respecto a la aceptabilidad de los proyectos es (de mas a menos) 9, 8, 7, 6, 5, 3, 2, 1.

Las ecuaciones (4.7) y (4.8) se pueden usar para obtener r, para el cual E(VPN) de (4.8) es cero [TIR = r]. Por ejemplo, supongase que los flujos de efectivo tienen el siguiente patron

$$C_t = d + aC_{t-1} + \text{ruido blanco}$$

Si estos flujos de efectivo vienen desde el año 1 hasta el año T ($C_k = 0$ si $k < 1$), el VPN esperado está dado por la ecuación (4.8), donde las $x_t's$ están dadas recursivamente por

$$x_t = ax_{t+1} + (1+\rho)^{-t}$$

Aqui ρ representa la tasa de descuento que vamos a determminar. En la siguiente tabla se muestra el esquema de coeficientes correctos para cada uno de las $x_t's$

$$\begin{array}{llllllll}
x_T & : & 1 & & & & & \\
x_{T-1} & : & a & 1 & & & & \\
x_{T-2} & : & a^2 & a & 1 & & & \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & & \\
x_{T-n} & : & a^n & a^{n-1} & a^{n-2} & \cdots & a & 1
\end{array}$$

Esto es

$$x_{T-n} = a^n(1+\rho)^{-T} + a^{n-1}(1+\rho)^{-(T-1)} + ... + a(1+\rho)^{-(T-n+1)} + (1+\rho)^{-(T-n)}$$

Entonces claramente

$$\begin{aligned}
\sum_{t=1}^{T} x_t &= (a^{T-1} + a^{T-2} + ... + a + 1)(1+\rho)^{-T} \\
&\quad + (a^{T-2} + a^{T-3} + ... + a + 1)(1+\rho)^{-(T-1)} \\
&\quad + ... + (a+1)(1+\rho)^{-2} + (1+\rho)^{-1}
\end{aligned}$$

Por lo tanto, E(VPN) se tiene sólo si

$$\begin{aligned}
\frac{I}{d}(1+\rho)^T - (1+\rho)^{T-1} - (a+1)(1+\rho)^{T-2} - ... \\
-(a^{T-2} + a^{T-3} + ... + a + +1)(1+\rho) \\
-(a^{T-1} + a^{T-2} + ... + a + 1) = 0
\end{aligned}$$

Para ilustrar, supongamos que d = \$7000, I = \$200 000, a = 0.8 y T = 10 años. La ecuación anterior se convierte en

$$28571(1+\rho)^{10}-(1+\rho)^9-2.8(1+\rho)^8-5.24(1+\rho)^7-8.19(1+\rho)^6$$
$$-11.553(1+\rho)^5-15.242(1+\rho)^4-19.193(1+\rho)^3-23.354(1+\rho)^2$$
$$-27.683(1+\rho)-32.146=0.$$

La cual resolvemos por métodos númericos (el método de la bisección) proporcionandonos en este caso

$$\rho = 0.270052 = 27.0\%$$

Como otro ejemplo de esta técnica, ahora utilizamos las ecuaciones (4.19) y (4.20) y consideramos el módelo con una diferencia en los flujos de efectivo

$$C_t - C_{t-1} = d + a(C_{t-1} - C_{t-2}) + \text{ruido blanco}$$

O equivalentemente

$$C_t = d + (a+1)C_{t-1} - aC_{t-2} + \text{ruido blanco}$$

El siguiente esquema nos muestra los coeficientes para cada una de las $x_t's$

$$\begin{array}{llllll}
x_T & : & 1 & & & \\
x_{T-1} & : & a+1 & 1 & & \\
x_{T-2} & : & a^2+a+1 & a+1 & 1 & \\
x_{T-3} & : & a^3+a^2+a+1 & a^2+a+1 & a+1 & 1 \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
x_{T-n} & : & a^n+a^{n-1}+...+a+1 & a^{n-1}+a^{n-2}+...+a+1 & \cdots & a+1 \quad 1
\end{array}$$

De esta forma

$$x_{T-n} = (a^n + a^{n-1} + ... + a + 1)(1+\rho)^{-T}$$
$$+(a^{n-1} + a^{n-2} + ... + a + 1)(1+\rho)^{-(T-1)} + ...$$
$$+(a+1)(1+\rho)^{-(T-n+1)} + (1+\rho)^{-(T-n)}$$

Entonces

$$\sum_{t=1}^{T} x_t = [a^{T-1} + 2a^{T-2} + 3a^{T-3} + ... + (T-1)a + T](1+\rho)^{-T}$$
$$+[a^{T-2} + 2a^{T-3} + 3a^{T-4} + ... + (T-2)a + (T-1)](1+\rho)^{-(T-1)} + ...$$
$$+[a+1](1+\rho)^{-2} + (1+\rho)^{-1}$$

Por lo tanto E(VPN) = 0 sólo si

$$\frac{I}{d}(1+\rho)^T - (1+\rho)^{T-1} - [a+1](1+\rho)^{T-2} - \ldots$$
$$-[a^{T-2} + 2a^{T-3} + 3a^{T-4} + \ldots + (T-2)a + (T-1)](1+\rho)$$
$$-[a^{T-1} + 2a^{T-2} + 3a^{T-3} + \ldots + (T-1)a + T] = 0$$

Nuevamente considerando el caso donde d = \$7000, I = \$200 000, T = 10 años y a = 0.4. La ecuación anterior se convierte en

$$28.571(1+\rho)^{10} - (1+\rho)^9 - 1.4(1+\rho)^8 - 2.96(1+\rho)^7 - 5.584(1+\rho)^6$$
$$-7.234(1+\rho)^5 - 8.893(1+\rho)^4 - 10.557(1+\rho)^3 - 12.223(1+\rho)^2$$
$$-13.889(1+\rho) - 15.569 = 0$$

Resolviendo ésta, nos da un resultado de

$$\rho = 0.16025 = 16.02\%$$

4.2 La Decisión de Hacer o Comprar.

4.2.1 Introducción.

La decisión de hacer o comprar es de considerable importancia en Presupuesto de Capital para muchas empresas. Tanta es su importancia que muchos autores que se han referido a ésta en diferentes contextos dando diferentes estructuras de análisis para la solución de este problema.

A continuación examinamos la decisión de hacer o comprar, en un contexto de presupuesto de capital con especial atención en la incertidumbre con respecto a la cantidad; a traves de un análisis de sensibilidad y un análisis de punto de equilibrio.

La justificación para examinar éste problema, es que hoy en día es un factor importante en un ambiente de competencia. Una de las consideraciones financieras fundamentales incluidas en esta decisión, son los costos variables para hacer el producto contra los costos variables de comprarlo. Los costos variables bajo la decisión de hacer son: La materia prima, la labor, el incremento en factoraje, el manejo, las compras y los costos de inventarios. Por otra parte los de la decisión de comprar son: el precio de compra, la transportación, el recibimiento y los costos de inspección. Cada uno de estos costos pueden ser diferentes bajo diferentes ambientes. Por ejemplo la competencia entre proveedores puede causar la caida del precio de compra de tal manera que, puede ser más bajo que el costo de hacer el producto en casa. En epocas de recesión, los proveedores pueden ofrecer grandes descuentos. Si la firma proveedora es un monopolio, el precio puede ser tan alto que la empresa le puede ser más factible hacer la parte. Grandes compradores siempre están dispuestos a reducir el precio a traves de descuentos en compras en gran escala.

Las consideraciones financieras también incluyen inversiones en el equipo requerido para hacer el producto y los impuestos de los creditos, asi como los escudos de impuestos que se siguen de la inversión. éstos pueden ser de diferentes magnitudes tanto para el proveedor como para la empresa, debido a las diferencias en las tasas de impuestos. Las consideraciones financieras son importantes y variadas según sea el producto y las imperfecciones de los mercado de capital.

Si hay incertidumbre con respecto al volumen (cantidad) del producto requerido por la firma, la decisión llega a ser aún más importante. Pues por ejemplo, si las cantidades requeridas por la empresa para el producto son inciertas, ésta puede estar sin protección alguna en un mercado con un sólo proveedor, ya que en los contratos con el mismo generalmente especifican la cantidad. De esta manera si las cantidades requeridas para el producto se incrementan, el contrato sólo es reescrito, incluyendose los costos de transacción en el precio de compra. Pero si tenemos una reducción tendremos que hacer gastos de inventario o de recesión de contrato. Por estos y algunos otros problemas la alternativa de hacer parece ser más atractiva.

En mayor parte de las decisiones de presupuesto de capital de hacer o comprar se tienen en ambientes de incertidumbre. Comúnmente la fuente de esta incertidumbre proviene de las estimaciones usadas para la decisión,tales como, la estimación de cantidades, que probablemente llegan a ser menos que perfectas. Por lo tanto, el análisis de sensibilidad se puede utilizar para análizar el efecto de la estimación imperfecta con respecto a la utilidad de un proyecto. Este análisis puede identificar las variables que tienen un impacto significante sobre la decisión. Se puede utilizar también para cuantificar el riesgo de tal manera que, los proyectos se pueden comparar. En algunos textos se señala que el análisis de sensibidad es necesrio para todos los estudios empiricos en el que prueban en que medida las inferencias son una fuente de posibles errores en las variable. Parece claro pues, que al análisis de sensibilidad es una herramienta de extrema importancia en el uso de la cuantificación del riesgo en la incertidumbre de la demanda y el efecto de esta incertidumbre en la elección óptima.

Como sabemos los contratos con los proveedores tienen que especificar las cantidades requeridas, y el precio cargado, generalmente, depende de esta cantidad; por ello, es importante que la firma calcule el punto de equilibrio en el cual, la decisión de hacer o comprar son igualmente preferentes. También examinamos el efecto de la inflación sobre la elección de estas dos alternativas.

4.2.2 La Decisión de Hacer o Comprar en la Estructura de Presupuesto de Capital.

Siguiendo a Levy y Sarnat (1976), suponemos que un empresa está produciendo un cierto articulo, para él cual requiere ciertos componentes. La firma puede entre comprar el componente a un proveedor externo al costo de P dolares por unidad, o decidir sobretomar la producción del componente a un costo inicial de capital de I dolares y un subsecuente costo variable de C dolares por unidad. La inversión inicial es completamente depreciable de manera líneal (por simplicidad pero, sin perdida de generalidad). El VPN del costo de los componentes cuando se supone que la decisión es comprar a un proveedor externo, está dada por

$$VPN_B = -\sum_{t=1}^{n} \frac{(1-T)PQ}{(1+K)^t} \tag{4.23}$$

donde

- T = tasa de impuestos
- Q = cantidad de los componentes demandados por año, la cual es incierta
- K = Tasa de capitalización aplicada al flujo de efectivo incierto (1-T)PQ
- n = Tiempo de vida del proyecto en años
- t = índice para el año.

El VPN de la decisión de hacer el componente, está dado por

$$VPN_M = -I - \sum_{t=1}^{n} \frac{(1-T)CQ}{(1+K)^t} + \sum_{t=1}^{n} \frac{TD}{(1+r)^t} \tag{4.24}$$

Donde D denota el gasto de depreciación anual y r la tasa de retorno de retorno de menor riesgo (sin riesgo).

Hay que notar que en la ecuación anterior descontamos el escudo de depreciación de impuestos a la tasa de menor riesgo. Esto se basa en la suposición de que el ingreso impuestable es lo suficientemente grande para absorver el escudo de depreciación de impuestos. Como hay incertidumbre con respecto al ingreso impuestable, éste último se descuenta a la tasa K, la tasa de capitalización aplicable a los flujos de efectivo inciertos (deducido de WACC o APV).

Hacemos la suposición simplificadora de que el escudo de depreciación de impuestos no tiene incertidumbre, pues lo que queremos es enfocar la incertidumbre en la demanda Q del producto.

Sustraemos la ecuación (4.23) de la (4.24) y obtenemos

$$VPN_{M-B} = -I + \sum_{t=1}^{n} \frac{(1-T)(P-C)Q}{(1+K)^t} + \sum_{t=1}^{n} \frac{TD}{(1+r)^t} \tag{4.25}$$

Esta ecuación nos da la llave para la decisión de hacer o comprar. Si VPN_{M-B} es positivo, la decisión óptima es hacer el componente. Si el VPN_{M-B} es negativo, la decisión es comprarlo a un proveedor externo.

VPN_{M-B} es una función creciente líneal respecto a Q (Suponga de hecho que $P > C$ de lo contrario es claro que la decisión es comprar el componente). Sin embargo, Q la demanda del componente es incierta. Levy y Sarnat (1976) han observado que si Q es incierta (pero las otras son conocidas) uno puede tratar con la incertidumbre de Q, examinando el valor del VPN_{M-B} para diferentes valores de Q y asi evaluar la sensibilidad de esta función para los diferentes valores de Q.

Sin embargo, este intento de tratar con la incertidumbre de Q, hace que contemos dos veces el riesgo inherente en Q. Como la tasa de capitalización K aplicada al flujo de efectivo incierto (1-T)(P-C)Q incluye un premio de riesgo, sólo el valor esperado de Q, E(Q), se debe usar en la ecuación (4.25) para calcular el VPN_{M-B} y de esta manera ya no se requiere de un análisis de sensibilidad. Para hacer frente al uso racional de la tasa de descuento del riesgo ajustado en la formula del VPN, tenemos un procedimiento alternativo, el cual descuenta de manera total los flujos de efectivo esperados a la tasa de retorno de menor riesgo.

$$VPN_{M-B} = -I + \sum_{t=1}^{n} \frac{(1-T)(P-C)Q + TD}{(1+r)^t} \tag{4.26}$$

y entonces conducir un análisis de sensibilidad, calculando VPN_{M-B} en la ecuación anterior para los valores alternativos de Q. Este procedimiento cuenta al riesgo sólo una vez.

Note que en la ecuación (4.25), si se usa E(Q), el valor esperado de Q, el riesgo es contabilizado en éste en conjunto con la tasa de capitalización K. La ecuación (4.26) utiliza el análisis de sensibilidad para contabilizar el riesgo. Por lo tanto, las estimaciones inciertas acerca del valor de Q se usan en el lugar de Q en esta última ecuación y esto nos dará una respuesta. Para clarificar este argumento, consideremos el siguiente ejemplo. Suponga que

I	=	\$10 000	r	=	0.05
P	=	\$10	k	=	0.15
C	=	\$8	n	=	4

$$T = 0.5$$

La distribución de Q se supone que es uniforme sobre el rango de las 1700 a las 2300 unidades. La suposición de una distribución uniforme no modifica la generalidad del ejemplo. Suponemos ésta porque es más fácil de exponer, en lugar de por ejemplo, la distribución normal. Calculando el VPN_{M-B} para diferentes valores de Q, usando la ecuación (4.25) se obtienen los siguientes resultados

Q(unidades)	$VPN_{M-B}(\$)$
1700	-714.10
2000	142.40
2300	998.89

Considerando estos resultados debemos mencionar que, aúnque la firma espera vender 2000 unidades en promedio con un VPN_{M-B} de \$142.40. La empresa debe considerar el peligro de una demanda baja (Q = 1700 unidades) con resultante VPN_{M-B} = -\$714.10, lo que niega la decisión de hacer.

Sin embargo consideremos la peor situación, es decir, que la demanda cae a su nivel más bajo de 1700 unidades. Sustituyendo las 1700 unidades para Q en la formula del flujo de efectivo, es equivalente a quitar todo el riesgo del proyecto. Despues de todo, la distribución de probabilidad supuesta de Q, muestra que Q no puede caer más abajo de las 1700 unidades, lo cual implica que el VPN_{M-B} evaluado en Q = 1700 es el VPN en el peor estado, y este no posee un riesgo adicional. Por lo tanto la tasa de capitalización aplicable a Q en el peor de los casos es el del costo de capitalización sin riesgo r = 0.05. A un costo de capital del 5

Se puede observar que en nuestro ejemplo anterior, se supone que I, P, C, T y D ya están dadas y que la incertidumbre sólo proviene de la incertidumbre de Q. Nuestra suposición de que la distribución de probabilidad de Q es uniforme implicitamente supone que Q es independiente de las otras variables. Sin embargo, es poco probable que alguna o todas las variables no esten interrelacionadas. Estas interrelaciones se dan por una especifica distribución de probabilidad conjunta de estas variables para las cuales las selecciones aleatorias de los valores de la variable son hechas para conducir el análisis de sensibilidad. La ventaja de usar el análisis de sensibilidad es que este es lo suficientemente flexible, ya que nos permite hacer un estudio de una situación muy simple hasta situciones extremadamente complicadas con interdependencia entre todas las variables.

4.2.3 La Cantidad de Equilibrio.

Dada la ecuación (4.26) una cantidad de equilibrio Q* fácilmente se puede derivar de tal manera que, si la cantidad que la firma espera vender excede el punto de equilibrio, la alternativa de hacer, será más deseada que la de comprar. Igualando VPN_{M-B} a cero y resolviendo para Q, obtenemos

$$Q* = \frac{I - \sum_{t=1}^{n} \frac{TD}{(1+r)^r}}{\sum_{t=1}^{n} \frac{(1-T)(P-C)}{(1+K)^t}}$$

En nuestro ejemplo, el punto de equilibrio es Q* = 1950 unidades. Esto significa que si el nivel esperado de Q excede Q* la alternativa hacer es preferida.

Uno también puede derivar la cantidad de equilibrio Q_{min} para el valor mínimo de Q. Esta cantidad se aplica para especificar una cantidad mínima a ser producida cada año. Tal posibilidad existe, por ejemplo, si la firma contrata a alguien para una entrega de un número de unidades por año. La cantidad de equilibrirse puede derivar como

$$Q_{min} = \frac{I - \sum_{t=1}^{n} \frac{TD}{(1+r)^{r}}}{\sum_{t=1}^{n} \frac{(1-T)(P-C)}{(1+r)^{t}}}$$

donde r es, como antes, la tasa de interes sin riesgo. En nuestro ejemplo Q_{min} = 1570 unidades (ie. aún en el pronostico más pesimista la opción de hacer es preferida). Notese que mientras en la alternativa de comprar requiere de una salida de efectivo despues de impuestos de (1-T)PQ por año, la alternativa de hacer requiere de una salida de efectivo anual de (1-T)CQ-TD. Asi que la decisión de hacer parece ser la conveniente

La diferencia entre las salidas de efectivo es de (1-T)(P-C)Q + TD, y si la cantidad, que es incierta, el flujo de efectivo diferencial es una variable aleatoria. Ahora que si se puede especificar una cantidad mínima de Q_{min} entonces al menos los flujos de efectivo diferenciales serán al menos de (1-T)(P-C)Q-TD. Esto significa que si se elige comprar en lugar de hacer la empresa seguramente se estará privando de un flujo de efectivo de al menos (1-T)(P-C)Q+TD.

Para crear una paridad entre las alternativas consideradas, la empresa debe considerar un prestamo (a la tasa de interes sin riesgo) de una cantidad para financiar la compra de los áctivos para la alternativa de hacer, de tal manera que los intereses anuales y el pago del principal serán igual a (1-T)(P-C)Q_{min}+TD. A continuación explicamos porque:

Como ya dijimos, si $P > C$, las salidas de efectivo son más grandes para la alternativa de comprar. Por lo que esta alternativa tiene un riesgo más alto para los accionistas. Para igualar los riesgos, si la empresa decide hacer, ésta lo debe realizar comprando áctivos por medio de un prestamo de tal manera que, las salidas de efectivo bajo esta alternativa, incluyendo el principal y el pago de intereses despues de impuestos sean iguales a los flujos de efectivo de la alternativa de comprar.

La neutralización del riesgo diferencial en el año t, implica que se tiene la siguiente relación.

$$B_{t-1} - B_t + (1-T)rB_{t-1} + (1-T)CQ - TD = (1-T)PQ \qquad (4.27)$$

donde

- B_t = el principal sin pagar hasta el tiempo t
- r = la tasa de interes cargada a la firma o la tasa de interes sobre el prestamo corporativo que se supuso es igual a la tasa libre de riesgo.
- $B_t - B_{t-1}$ = pago del principal en el tiempo t

- $(1-T)rB_{t-1}$ = pago de intereses despues de impuestos en el tiempo t.

De la ecuación anterior obtenemos:

$$B_{t-1} = \frac{(1-T)(P-C)Q + TD + rTB_{t-1} + B_t}{1+r} \tag{4.28}$$

Como por definición $B_n = 0$, obtenemos que para t = n.

$$Bn - 1 = \frac{(1-T)(P-C)Q + TD + rTB_{n-1}}{1+r} \tag{4.29}$$

Usando las ecuaciones (4.29) y (4.30) tenemos que

$$B_{n-2} = \frac{(1-T)(P-C)Q + TD + rTB_{n-2} + B_{n-1}}{1+r}$$

$$= \frac{(1-T)(P-C)Q + TD + rTB_{n-2}}{1+r} + \frac{(1-T)(P-C)Q + TD + rTB_{n-1}}{(1+r)^2}$$

$$= \sum_{t=n-1}^{n} \frac{(1-T)(P-C)Q + TD + rTB_{n-1}}{(1+r)^{t-(n-2)}}$$

Continuando este procedimiento de sustitución obtenemos:

$$B_0 = \sum_{t=1}^{n} \frac{(1-T)(P-C)Q + TD + rTB_{t-1}}{(1+r)^t} \tag{4.30}$$

La firma será indiferente entre la alternativa de hacer o comprar si

$$I = \sum_{t=1}^{n} \frac{(1-T)(P-C)Q + TD + rTB_{t-1}}{(1+r)^t} \tag{4.31}$$

Como $rB_{t-1} = x_t$ = el pago de intereses en el tiempo t, la empresa le será indiferente entre hacer o comprar si

$$I = \sum_{t=1}^{n} \frac{(1-T)(P-C)Q + TD + TX_t}{(1+r)^t} \tag{4.32}$$

Ahora de la ecuación (4.28) podemos escribir a B_{t-1} como

$$B_{t-1} = \frac{(1-T)(P-C)Q+TD+B_t}{1+(1-T)r} \tag{4.33}$$

Siguiendo el procedimiento anterior y haciendo $B_n = 0$, obtenemos que

$$B_{n-1} = \frac{(1-T)(P-C)Q+TD}{1+(1-T)r}$$

$$B_{n-2} = \frac{(1-T)(P-C)Q+TD+B_{n-2}}{1+(1-T)r}$$

$$= \frac{(1-T)(P-C)Q+TD+\frac{(1-T)(P-C)Q+TD}{1+(1-T)r}}{1+(1-T)r}$$

$$B_{n-2} = \frac{(1-T)(P-C)Q+TD}{1+(1+T)r} + \frac{(1-T)(P-C)Q+TD}{[1+(1-T)r]^2}$$

Asi sucesivamente, la firma será indiferente entre la alternativa de comprar o hacer si

$$B_o = I = \sum_{t=1}^{n} \frac{(1-T)(P-C)Q+TD}{[1+(1-T)r]^t} \tag{4.34}$$

Observese de (4.32) que la alternativa de "hacer contra comprar" requiere una salida de efectivo de (1-T)(P-C)Q + TD + TX. Donde X es el pago de intereses del prestamo. Para encontrar la cantidad de equilibrio tomando en cuenta el subsidio de los intereses impuestables, encontramos que la Q satisface (4.32), que con todo lo anterior ésta es igual a la ecuación (4.34). Es decir (4.32) y (4.34) son la misma.

Como se vió, este análisis toma en cuenta el pago del principal, que puede ser ajustado para incorporar los valores de rescate de los áctivos en la decisión de hacer. El valor de rescate es entonces adicionado al numerador del término t = n, sobre el lado derecho de la ecuación (4.34).

Asi la nueva cantidad de equilibrio (denotada Q^L_{min}) para la mínima cantidad con apalancamiento es

$$Q^L_{min} = \frac{I - \sum_{t=1}^{n} \frac{TD_t}{[1+(1+T)r]^t}}{\sum_{t=1}^{n} \frac{(1-T)(P-C)}{[1+(1-T)r]^t}} \tag{4.35}$$

En nuestro ejemplo tenemos

$$Q^L_{min} = 1340 unidades$$

Si las ventas alcanzan 1340 unidades por año, se puede pedir un prestamo para financiar la adquisición de los áctivos, consiguiendo asi que la firma obtenga un subsidio de los intereses impuestables, el cual hara que la alternativa de hacer sea preferida a la de comprar, mientras que el riesgo financiero de la alternativa de hacer no sea tan grande.

4.2.4 La Decisión de Hacer o Comprar bajo Inflación.

Nos referiremos a tres efectos de la inflación en la decisión de hacer o comprar. La primera es el cambio en los valores de P y C, la segunda es la reducción de valor del escudo de depreciación de impuestos y la tercera es el incremento en el valor real de los subsidios de los intereses impuestables.

Primero análizamos el efecto de la inflación sobre la tasa de interes de los bonos corporativos. Siguiendo el análisis de Miller (1977) suponemos que las tasa de interes de los bonos exentos de impuestos r_o es determinado exteriormente. Sea T_p la tasa de impuestos personales, entonces, la tasa de interes que deben ofrecer los bonos corporativos es de $r_c = \frac{r_o}{(1-T_p)}$. Esta tasa, es la mínima tasa que inducira a un inversionista con una tasa de impuestos personales T_p a comprar bonos corporativos, como la tasa de interes neto de los impuestos personales es de $r_c(1-T_p)$, la cual es igual a $r_o = r_c(1-T_p)$. El costo real del prestamo despues de impuestos es de $r_c(1-T_c)$.

Suponiendo una tasa de inflación h, la tasa nominal exenta de impuestos cambia, de acuerdo a, la ecuación de Fisher a $R_o = (1+r_o)(1+h)-1$. Si no hay cambio en la tasa de impuestos personales, la relación entre la tasa de interes sobre los bonos exentos de impuestos y la tasa de interes sobre los bonos corporativos se sigue manteniendo. Por lo tanto, si la tasa sobre los bonos corporativos cambia a R_c, se debe tener la siguiente relación: $R_c = \frac{R_o}{(1-T_p)}$. El costo real de los fondos que se pidieron prestados despues de impuestos es igual a $[\frac{1+R_c(1-T)}{(1+h)}]-1$.

Si suponemos que los valores tanto de P y C son ajustados proporcionalmente a la tasa de inflación, de tal manera que, en el año t el costo por unidad de los productos externos es de $P(1+h)^t$ y los costos por unidad para la alternativa de hacer es $C(1+h)^t$, sus valores reales serán de $\frac{P(1+h)^t}{(1+h)^t} = P$ y $\frac{C(1+h)^t}{(1+h)^t} = C$, respectivamente. En este caso, cuando aplicamos la tasa de descuento real a los flujos de efectivo reales en la ecuación (4.35) obtenemos:

$$Q^L_{min} = \frac{I - \sum_{t=1}^{n} \frac{\frac{TD_t}{(1+h)^t}}{\frac{1+R_c(1-T)^t}{(1+h)^t}}}{\sum_{t=1}^{n} \frac{(1-T)(P-C)}{[\frac{1+R_c(1-T)}{(1+h)}]^t}}$$

$$Q_{min}^{L} = \frac{I - \sum_{t=1}^{n} \frac{TD_t}{[1+R_c(1-T)]^t}}{I - \sum_{t=1}^{n} \frac{(1-T)(P-C)}{[\frac{1+R_c(1-T)}{(1+h)}]^t}} \qquad (4.36)$$

Ambos el numerador y el denominador de la ecuación anterior son claramanete más grandes para $h > 0$, que para $h = 0$, por lo tanto el efecto de la inflación sobre el numerador no estan claro, por ello no lo es para Q_{min}^{L}. El valor del punto de equilibrio mínimo depende de la interacción entre la reducción en los costos reales del prestamo despues de impuestos y la caida en el valor real del escudo de Depreciación de impuestos. Por otra parte, si la inversión es relativamente a largo plazo y se ofrece una depreciación acelerada, el efecto de la inflación sobre el valor real de la depreciación puede ser relativamente moderada comparada con el hecho de reducir el valor real de los costos de capital (ver Ben-Horim(1981)), Cross(1980) y Jaffe(1978). Si esto sucede el punto de equilibrio QminL es reducido por la inflación.

Otro factor que puede contribuir a que Q_{min}^{L} sea más pequeño con respecto a la inflación, comparada con la no inflación, es el ajuste de P y C, que en muchas ocasiones no es la misma. Si la empresa opta por hacer, ésta está dispuesta a controlar el incremento en los costos por unidad C mejor que el control del precio del proveedor, luego, esperamos que la diferencia en términos reales entre P y C se incremente con la inflación, con lo cual el denominador de la ecuación (4.37) se hara más grande y el valor de Q_{min}^{L} aún más pequeño.

Conclusiones

Al realizar el presupuesto de capital debemos considerar varios aspectos: primero, se debe desarrollar sobre bases que incrementen el valor del proyecto o de la empresa, es decir, debemos distinguir de entre todos los gastos aquellos que incrementan el valor como los costos de oportunidad y los efectos laterales y desechar aquellos que no lo hacen como los costos hundidos. En segundo lugar, debemos considerar a la inflación, ya que ésta hace que podamos manejar los flujos de efectivo y las tasas de intereses de diferentes formas, pero, para no errar, es necesario manejar ambas de manera consistente (nominales o reales) y cuando es asi el VPN es el mismo.

Al principio de este trabajo se supone que los proyectos no tienen riesgo y por ello la tasa de descuento de los mismos es de r_F (tasa libre de riesgo). En realidad la gran mayoría de los proyectos son de riesgo, por ello el problema básicamente es la determinación de la tasa de descuento.

Cuando una empresa tiene excesos de efectivo cuenta con las siguientes opciones: pagar un dividendo o hacer gastos de capital. Como los accionistas pueden reinvertir el dividendo en los activos financieros de riesgo, el retorno esperado de los proyectos deben ser al menos tan grandes como el retorno esperado de los activos financieros de riesgo comparable. Por otra parte, el retorno esperado de cualquier activo depende de su beta, por ello, tenemos que determinar ésta primero. El método más común es el análisis de regresión líneal de los retornos históricos, para que así posteriormente se calcula la tasa de descuento por medio de CAPM; claro, cuando la beta del proyecto es igual a la beta de la firma.

Si las betas del proyecto y de la empresa son diferentes, la tasa de descuento se basa en la beta del proyecto, esta última en algunas ocasiones se estima promediando las betas de los proyectos de la industria en las que generalmente se desarrolla.

Si la empresa está apalancada y el proyecto es similar a otras actividades de la misma, la tasa de descuento sobre el proyecto está por debajo del retorno esperado de la equidad de la firma; que se obtiene de manera precisa con WACC y APV. La beta de una compañía está en función de muchos factores, pero los tres más importantes son: La ciclicidad de los ingresos, el nivel de operación y el nivel financiero. En muchas ocasiones se utilizan los dos primeros para estimar una beta de manera cualitativa.

Con respecto al nivel financiero MM argumentan que la decisión de financiamiento es irrelevante en un mundo sin impuestos y sin costos de quiebra, por lo tanto, se aplican las mismas reglas de presupuesto de capital en equidad total a las firmas apalancadas. Como apuntamos en el capitulo III la introducción de impuestos y de estos costos modifican la decisión de financiamiento. Es común que se emplee algo de deuda, pues los beneficios y los costos asociados con la misma difieren en el presupuesto de capital para las empresas apalancadas y las no apalancadas. Para empresas apalancadas se desarrollan dos métodos de presupuesto de capital el WACC Y APV.

Para WACC se deben estimar los costos de equidad y los costos de deuda. Si se supone que un proyecto es engrandecido escalarmente (es decir, que es identico a los ya existentes) los costos de equidad se pueden estimar utilizando SML. Por otro lado, el costo de la deuda es el rendimiento prometido después de un ajuste de impuestos corporativos. Estos costos se promedian de acuerdo a las proporciones de deuda y equidad en la estructura de capital; se aclara que los cálculos se hacen con el valor de mercado (no de libros) de la deuda y de la equidad.

En el mundo real, las compañías eligen tasas por encima de WACC si el proyecto es riesgo considerable y una tasa por debajo de WACC si el proyecto es de menor riesgo para la firma.

Con respecto a APV, se calcula el VPN en presencia de apalancamiento, en primer lugar calcula el valor de la firma en equidad total, posteriormente le adiciona los efectos de la deuda tales como: costos de flotación, escudo de impuestos y beneficios de financiamiento no mercantiles.

Una vez ya hecho el énfasis en la tasa de descuento de un proyecto, pasamos al problema cuando los flujos de efectivo no son independientes, comúnmente encontramos en varios libros de texto como Brigham (1983) y Van Horne (1983) la sugerencia de utilizar técnicas de simulación. En este trabajo, hemos presentado una solución análitica al problema de la selección de un proyecto con flujos de efectivo correlacionados serialmente; el procedimiento abarca tanto para los flujos de efectivo estacionarios como los no estacionarios. Los ejemplos en el último capitulo confirman el capitulo II con respecto a que el riesgo de un proyecto (portafolio) está en función de la interdependencia de los flujos de efectivo y el impacto de esta interdependencia en E(VPN). Como se vio la correlación de los flujos de efectivo afecta más a la media que a la varianza del VPN.

Aúnque el VPN es el mejor método (conceptualmente) de presupuesto de capital, en la práctica ha sido criticado por darnos un falso sentido de seguridad. Por ello el desarrollo del análisis de sensibilidad, que nos muestra el comportamiento del VPN bajo diferentes suposiciones dándonos así una mejor visión de nuestro proyecto y su riesgo. En el proyecto de "hacer o comprar" desarrollamos una forma de conducir el análisis de sensibilidad que evade el doble conteo del riesgo. Además comparamos ambas decisiones despues de neutralizar la diferencia en los riesgos financieros de ambas alternativas. Mostramos que cuando ésto se hace, las ventajas de la opción hacer son más grandes que las de comprar. Finalmente examinamos la decisión bajo inflación anticipada y desarrollamos un punto de equilibrio para la misma. Se supuso una depreciasión acelerada (como la que se presento en USA en 1986), el efecto de la inflación sobre el valor real de la depreciasión es relativamente pequeña y lo más probable es que la inflación reduzca el punto de equilibrio, lo cual hace que se prefiera la alternativa de hacer.

Bibliografía

-Aggarwal Raj
Capital Budgeting under Uncertainty
Prentice Hall, 1993

-Ben-Horim Moshe (1981)
"Cost of Capital, Capital Budgeting and Inflation"
Working Paper 378, Hebrew University, Jerusalem.

-Box, George E.P. and Jenkins, Gwilym M
Time Series Analysis, Forecasting and Control
Holden Day, 1976

-Brigham E.
Financial Management: Theory and Practice
New York, Dryden Press, 1983

-Coss Bu Raúl
"Análisis y Evaluación de Proyectos de Inversión"
Noriega - Limusa (1991)

-Cross S. M. (1980)
"A note on Inflation, Taxation and Investment Returns"
Journal of Finance 35 (March) pp. 177-180.

-Findlay MC.A., Gooding E., Weaver W.Q. (1976)
"On the Relevant Risk for Determining Capital Expenditure Hurdles Rates"
Financial Management 5 (winter) pp. 9-16.

-Fuller R. and Kim S. (1980)
"Inter-temporal Correlations of Cash Flows and
Risk of Multiperiod Investment Projects"
Journal of Finance and Quantitive Analysis vol.15 No. 5 pp. 1149-1162.

-Guerrero, Victor M.
Análisis Estadistico de Series de Tiempo Economicas
Universidad Autonoma Metropolitana - Iztapalapa
Colección CBI 1991

-Jaffe J.F. (1978)
"A note on Taxation and Investment"
Journal of Finance 33 (December) pp. 1439-1445

-Levy, Haim and Sarnat, Marshall (1976)
"The Make or Buy Decision"
Journal of General Management (Autumn) pp.46-50

-Meyers S.C. and Turnbull S.M. (1977)
"Capital Budgeting and the Capital Asset Pricing Model:
Good News and Bad News"
Journal of Finance Vol 32 No. 2 pp 321-333.

-Mier Statman
"How many stocks make a diversified portafolio"
Journal of Financial and Quantitative Analysis
(September 1987)

-Norgaard R., and T. Killen (1980)
"Expected Utility and the Truncated Normal Distribution."
Management Science, pp. 901-909

-Miller M.H.
"Debt and Taxes"
Journal of Finance 32 (May) pp. 261-297.

-Ross, Stephen A. Westerfield, Randolph W. Jaffe,Jeffrey F.
Corporate Finance
Second edition
International student edition
Irwin 1990

-Van Horne J (1983)
Financial Management and Policy
Englewood Cliffs, N.J. Prentice Hall

-Weston,J Fred Copeland,Thomas E.
Finanzas en Administración
Octava edición (3era. en español)
Mc. Graw Hill México 1988.