

27  
2 Gem



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA  
DE MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

APLICACION DE MODELOS DE REZAGOS  
DISTRIBUIDOS EN ECONOMIA

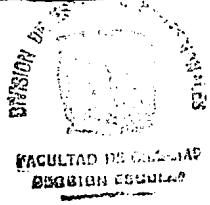
T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:

A C T U A R I O

P R E S E N T A :

JAVIER GORDILLO THOMAS



MEXICO, D. F.

NOV. 1994

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional  
Autónoma de México



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AVANZA DE  
MÉXICO

M. EN C. VIRGINIA ABRIN BATULE

Jefe de la División de Estudios Profesionales

Facultad de Ciencias

Presente

Los abajo firmantes, comunicamos a Usted, que habiendo revisado el trabajo de Tesis que realiz(ó)ron el pasante(s) *Javier Godillo Thomas*

con número de cuenta -4430777-8 con el Título:

*Aplicación de Modelos de Razagos Distribuidos en Economía.*

Otorgamos nuestro Voto Aprobatorio y consideramos que a la brevedad deberá presentar su Examen Profesional para obtener el título de *Actuario*

GRADO NOMBRE(S) APELLIDOS COMPLETOS

*Act. Tomás Fernández Cruz*

Director de Tesis

*Act. Sergio Hugo Delgado Alonso*

*Act. Roberto Canovas Theriot*

*Act. Oscar Azanda Martínez*

Suplente

*Act. Marcela de Jesús Konepily Sauri*

Suplente

FIRMA

*[Handwritten signature]*

*[Handwritten signature]*

*[Handwritten signature]*

*[Handwritten signature]*

*[Handwritten signature]*

*[Handwritten signature]*

## **Dedicatorias**

### **A mi Madre:**

Gracias por tu apoyo durante toda mi vida. Lo que soy, lo que he sido y lo que seré te lo debo exclusivamente a Ti. Te amo, gracias mamá.

**A mi Padre:** Gracias por tus consejos, te quiero.

**A mis hermanos:** A todos los quiero, especialmente a mi Roxi (eres lo máximo).

**A mi familia,** gracias por el apoyo brindado (Tíos: Marco A., Paco (Pichi), Guto, Fito (Anabel), Nan (Lupita), Carlos (Chata), Cleo (David), Kitty (Eduardo), Juve (Hugo); Amícar (Hilda), Fanny, Mavis). A mi abuelita Esperanza, a mi abuelito Guto (Q.E.P.D.), a mi abuelita Ofelia y Cicerón (Q.E.P.D.). A todos mis primos.

**A mis amigos** que son mi segunda familia, gracias por tan gratos momentos, especialmente al Físico Alejandro Lugo (eres el mejor amigo), al Psicólogo Pepe Duarte (grandes momentos juntos), a la Profesora Alejandra Ruiz (siempre en las buenas y en las malas), a la Dra. Tere Díaz (por esas interminables charlas tan constructivas). A todos los coordinadores de Iglesia Joven, monitores de la Casa de la Juventud, Franciscanos de la T.O.R., (especialmente a mi querido Fr. Antonio López). Sería una lista interminable si agrego a todos, gracias.

**A Gloria,** gracias por todo tu amor y comprensión, te amo.

**A mis profesores de la Facultad de Ciencias de la U.N.A.M.,** especialmente a mi director de tesis el Act. Tomás Fernández (además debo incluirte en mis amigos, Gracias!), a mis sinodales los Actuarios Hugo Delgado, Roberto Cánovas, Oscar Aranda, Marcelo Kroepfly.

De nueva cuenta, gracias mamá, eres todo para mí.

Y al más importante: Gracias Dios...gracias.

# Aplicación de Modelos de Ecuaciones Distribuidas en Economía

## Índice

Prólogo	1
Introducción	3
El objeto de la Economía Descriptiva como disciplina Integrante de la Ciencia Económica	5
<b>CAPITULO UNO</b>	
Introducción	
¿ Qué es la macroeconomía ?	7
Escuelas del Pensamiento	7
<b>Conceptos Fundamentales</b>	
El Producto Nacional Bruto (PNB)	8
La Inflación y el PNB Nominal	9
El Crecimiento y el PNB Real	10
El Empleo y el Desempleo	10
La Inflación, el Crecimiento y el Desempleo	11
El Ciclo Económico y la Brecha de la Producción	11
<b>Relaciones entre Variables Económicas</b>	
El Crecimiento y el Desempleo	13
a Ley de Okun	13
La Inflación y el Ciclo	13
Intercambios entre Inflación y Desempleo	13
La Política Macroeconómica	14
Las expectativas, la Nueva Macroeconomía y el Activismo	15
<b>La Contabilidad Nacional</b>	16
El PNB y el Producto Nacional Neto (PNN)	
Cálculo del PNB	16
La Producción Corriente	17
Los Precios de Mercado	17
El PNB y el Producto Interno Bruto (PIB)	18
El Producto Nacional Neto (PNN)	18
El PNB Nominal y Real	19
Problemas de Medición del PNB	19
El PNB como medida del bienestar	19
<b>Índice de Precios</b>	
El Defactor del PNB	20
El Índice de Precios al Consumo	20
<b>Gastos y Componentes de la Demanda</b>	
El Consumo	20
El Sector Público	20
La Inversión	21

¿ Porqué fluctúa la inversión ?	
Las Expectativas Inciertas	22
<b>CAPITULO DOS</b>	
Modelos Autoregresivos y de Rezagos Distribuidos	23
El papel del tiempo en la Economía	23
Razones que explican los rezagos	26
Estimación de los Modelos de Rezagos Distribuidos	28
Estimación Ad-Hoc	28
El Enfoque de Koyck	30
El Modelo de Ajuste de Existencias o Ajuste Parcial	32
Estimación de los Modelos de Rezagos Autoregresivos	35
Método de Variables Instrumentales (VI)	37
¿ Cómo detectar autocorrelación en los Modelos Autoregresivos ? : Prueba h de Durbin	38
Características del Estadístico h	40
Enfoque Matricial de el Modelo de Regresión Lineal	41
El Modelo de Regresión con k variables	41
Supuestos del Modelo Clásico de Regresión utilizando notación matricial	43
Heterocedasticidad	46
El supuesto de Normalidad	48
Estimaciones utilizando Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO)	49
Características de la Matriz X'X	52
Matriz de Varianza y Covarianza para Beta	53
El Coeficiente de Determinación R Cuadrada y el Coeficiente de Determinación Ajustado R Cuadrada en notación matricial	56
Pruebas de Hipótesis con respecto a los coeficientes individuales de regresión en notación matricial	58
Pruebas de Significancia Global de la Regresión	
Análisis De Varianza en notación matricial	60
Formulación Matricial del cuadro de ADV para el modelo de regresión lineal de k variables	61
<b>CAPITULO TRES</b>	
Objetivos	62
Serie de Indicadores	63
El Nuevo SCN	64
Serie de 1980 a 1986	64
Serie de 1960 a 1985	64
Serie de 1980-1989	66
Serie del PIB y Formación Bruta de Capital (FBC) 1939-1970 Millones de pesos de 1960	67
FBC y PIB Millones de pesos de 1970	68
PIB y FBC Millones de pesos de 1980	68
Comparaciones gráficas de FBC y PIB	69

Cuadro de PIB y FBC convertidos a pesos de 1980	73
Estimaciones de Modelos	
Ad-Hoc	76
Koyck	76
Ajuste Parcial	79
Variables Instrumentales (VI)	80
¿ Porqué la existencia de Correlación Serial ?	81
Comentarios a los modelos	82
Resultados de los Modelos	83
<b>CAPITULO CUATRO</b>	
Conclusiones	84
<b>APENDICES</b>	
Serie de indicadores a Precios de 1960 (PIB y FBC)	88
PIB 1960-1985 Millones de Pesos de 1970	89
FBC 1960-1985 mdp de 1970, FBC 1980-1989 mdp de 1980	90
PIB Total 1895-1985	91
Areas bajo la distribución Normal Estandarizada	92
Puntos porcentuales superiores de la distribución F	93
Punto porcentuales de la distribución T	94
<b>Resultados de las corridas en TSP</b>	
AD-HOC MODELO 1	95
AD-HOC MODELO 2	97
AD-HOC MODELO 3	99
KOYCK	101
AJUSTE PARCIAL	103
VARIABLES INSTRUMENTALES	105
<b>BIBLIOGRAFIA</b>	107

## P R O L O G O

*Antes de comenzar con la lectura del presente texto, es necesario hacer mención a la organización del mismo para una mejor comprensión en el sentido didáctico.*

*En la introducción, se hace referencia de la importancia de la Ciencia Económica en el desarrollo histórico y científico del hombre, así como el objeto de la economía descriptiva como disciplina integrante de la Ciencia Económica.*

*Posteriormente, en el Capítulo 1 se habla de los principales componentes de la Macroeconomía, como lo son Producto Nacional Bruto (PNB), Índice de Precios al Consumo (IPC), Producto Interno Bruto (PIB), etc. También, se tocan temas que hacen referencia al ciclo Económico y las relaciones entre las variables económicas, remarcando la importancia de éstas como objetivo de la tesis.*

*En el capítulo 2, se da a conocer la metodología estadística propuesta para el desarrollo de modelos macroeconómicos que se formularán en el capítulo 3, los cuales son de Análisis de Regresión en  $k$  variables, haciendo hincapié en los modelos de rezagos distribuidos y autoregresivos. En ellos, se hace mención de sus ventajas y desventajas, como lo son en el modelo de Koyck, el modelo Ad-hoc, el modelo de Ajuste Parcial y el modelo de Variables Instrumentales, (VI). También se hace mención a la prueba de Durbin para detectar autocorrelación en los citados modelos, problema estadístico al que se enfrentarán estos modelos.*

*En el capítulo 3, se presentan las corridas del modelo para la Formación Bruta de Capital y el Producto Interno Bruto con sus explicaciones e interpretaciones.*

*En la última parte, se presentan las conclusiones de tipo económico y matemático de la investigación desarrollada.*



Es importante señalar, que el enfoque de esta investigación no es necesariamente lineal, en el sentido de que se pueda retroceder o adelantar en el avance de la consulta del mismo.

La parte final comprende un apéndice de tablas de distribución, así como las tablas de información macroeconómicas utilizadas en los modelos del capítulo 3.

## I N T R O D U C C I O N

*En una realidad histórica determinada, la descripción de la actividad económica es una tarea de suma importancia, así como la propia interpretación de la misma, siempre y cuando se tenga en cuenta la interdependencia que existe entre ambas. Esa descripción se realiza a través de la aplicación del método científico de la economía descriptiva, la cual es una disciplina integrante de la ciencia económica. Por otro lado, como parte de la ciencia económica, la economía descriptiva mantiene relaciones auxiliares con las demás disciplinas restantes que componen a aquella, como lo son la economía política, la política económica, etc.*

*Siempre que se desee interpretar el funcionamiento de una economía determinada, lo primero que se debe hacer, es describirla. Para ser científica, esa descripción debe desarrollarse a partir del método científico; precisamente, en el caso de la economía descriptiva, la aplicación de ese método nos llevará a la construcción de modelos de sistemas de descripción.*

*Es de suma importancia remarcar que dichos modelos tienen que estar fundamentados de acuerdo con las características de la realidad histórica que pretenden describir y, por otra parte, estar siempre orientados por hipótesis teóricas básicas que conducen la descripción de determinada trayectoria. Ahora bien, un modelo se debe escoger con base en consideraciones teóricas sólidas y no porque conlleve una estimación estadística sencilla. Todo modelo debe considerarse por sus propios méritos, prestando especial atención a las perturbaciones estocásticas que se encuentren en él. Todas esas hipótesis pueden no ser siempre las mismas para una única realidad histórica. Por todas estas razones, consideradas a la vez, no puede hablarse de modelos de sistemas de descripción universales o neutrales. No puede haber modelos universales porque cada realidad histórica debe ser descrita con un modelo que se adapte a sus características y las realidades históricas difieren mucho entre sí. Además, no puede haber modelos neutrales porque una misma realidad histórica puede ser descrita de muchos puntos de vista (recordar las narraciones de la Conquista de México*

por Hernán Cortés y Bernal Díaz del Castillo las cuales son visiones totalmente distintas), de acuerdo con el contenido de las hipótesis teóricas básicas que orienten a la descripción. Lo que no quita que sólo una o algunas de esas maneras tengan, efectivamente, un carácter científico, que sólo puedan adquirirse en la medida en que se haya cumplido con las reglas del método correspondiente. En caso contrario, el contenido de la descripción resultaría profundamente ideológico.

Es notoria la tendencia a atribuir neutralidad o universalidad a determinados modelos descriptivos. Esa tendencia ha sido bastante más clara que la que se ha registrado en la economía política. Tal vez sea porque existen muy pocos modelos descriptivos. En cualquier caso, las dos situaciones no son ajenas entre sí.

De ésta manera, con el trabajo aquí presentado, se procura contribuir a la construcción de modelos econométricos, como disciplina científica integrante de la ciencia económica, sobre la base de una actitud crítica.

El estudio se realiza en cuatro etapas. La primera se refiere al conocimiento de las variables macroeconómicas que se utilizarán, así como diferentes ejemplos de los diversos tópicos de los indicadores económicos. La segunda parte es la construcción de los modelos matemáticos sugeridos que son de naturaleza estadística, comunmente encontrada en la literatura econométrica, como son el análisis de regresión multivariado, los modelos de rezagos distribuidos y los modelos autoregresivos. Por lo que respecta a éste último, posteriormente se comenta la relación que tienen dentro de la economía. La tercera parte es la aplicación de los modelos sugeridos con datos obtenidos del Banco de México e INEGI sobre información económica de México. La última parte contiene las conclusiones, en la que se determina la contribución de la investigación para entender el comportamiento económico del País.

EL OBJETO DE LA ECONOMIA DESCRIPTIVA COMO DISCIPLINA INTEGRANTE  
DE LA CIENCIA ECONOMICA

*La ciencia económica es una ciencia social e histórica, cuyo objetivo es el estudio de la actividad económica que desarrollan los hombres. Esta última es en esencia muy compleja en el mundo moderno y esa complejidad se transmite en su estudio. Así mismo, tiene relación con diversas disciplinas auxiliares, con el propósito de que cada una de ellas enfrente las etapas para conformarlo. Estas disciplinas son la economía descriptiva, la economía política y la política económica, que mantienen entre sí una relación doblemente auxiliar e interdependiente.*

*El estudio que la ciencia económica realiza acerca de la actividad económica que se desarrolla en la historia no puede comenzar y terminar en una simple descripción. Se tiene que explicar lo que se ha descrito, estableciendo relaciones de causa-efecto entre los elementos involucrados en la descripción. Por eso, otra disciplina auxiliar, la economía política tiene por objeto la interpretación de la actividad económica en una determinada realidad histórica concreta. En términos generales, la interpretación de la economía política, basada en la identificación de relaciones de causalidad, está contenida en un conjunto de leyes sociales e históricas correspondientes a la realidad estudiada. Precisamente, la elaboración de esas leyes es el aspecto central del objetivo de la economía política, y su carácter social e histórico deriva de la naturaleza de la ciencia que ella integra y, al mismo tiempo, hace referencia a su validez científica, limitada por la realidad del espacio-tiempo para las que fueron determinadas.*

*En realidad, si el estudio que la ciencia económica realiza fuera utilizada únicamente para describir y explicar la actividad económica de los hombres en la historia - esto es, en el pasado - sería bastante estéril. Para evitarlo, la ciencia debería proporcionar, también criterios de comportamiento dirigidos a afectar de una manera determinada la realidad histórica analizada. Este aspecto tendría, naturalmente, un enfoque hacia el futuro. Este es el objetivo de una tercera disciplina auxiliar: la política económica. El cual se refiere a la aplicación práctica de las leyes*

*de la economía política, tendiente a la modificación de una realidad económica concreta en un sentido predeterminado. Ese caracter científico de la política económica depende, en gran medida, de la validez de la interpretación en que se apoye. Y esta última está condicionada, a su vez, por el grado de correspondencia entre las leyes que la conforman y la realidad social e histórica analizada.*

*En términos generales, éstos son los objetivos específicos de las disciplinas auxiliares integrantes de la ciencia económica, que hace que tengan todas en común un caracter simultáneamente social e histórico. En particular, el cumplimiento del objetivo de la economía descriptiva se materializa en la construcción de modelos descriptivos; el de la economía política en la elaboración de teorías económicas, y el de la política económica en procesos concretos e históricos de política económica.*

*Aunque el análisis no tiene una secuencia, puede afirmarse que la economía descriptiva constituye un primer eslabón del estudio que van desarrollando las distintas disciplinas de la ciencia económica acerca de una determinada realidad histórica, para poder definir el objetivo central de dicha ciencia. De esta manera, puede apreciarse entonces que, en un principio, la economía descriptiva prepara el campo para la actuación de otras disciplinas auxiliares. Describe la realidad que luego explicará la economía política, transformando ese conjunto de leyes sociales e históricas, cuya aplicación en la práctica será el objetivo del análisis de la política económica. Pero las relaciones entre estas disciplinas son más complejas que ésta primera visión que se acaba de señalar. Este punto tiene una importancia decisiva para apreciar correctamente, en particular, el procedimiento científico que es necesario seguir para la descripción económica.*

# CAPITULO UNO

## INTRODUCCION

### ¿Qué es la Macroeconomía?

*La macroeconomía se ocupa del comportamiento de la economía como un todo, esto es, las expansiones y recesiones; de la producción total de bienes y servicios; de su crecimiento; de las tasas de inflación y desempleo; de la balanza de pagos; así como de los tipos de cambio. Para estudiar el comportamiento global de la economía, la macroeconomía analiza las políticas económicas y las variables que influyen en dicho comportamiento, ejemplos de éstas variables son el consumo y la inversión, los determinantes de las variaciones de los salarios y los precios, las políticas fiscal y monetaria, la cantidad de dinero y los tipos de interés, la deuda pública y el presupuesto del sector público.*

*Debido a que la Macroeconomía se encuentra ligada a los problemas económicos de la actualidad, no ofrece grandes satisfacciones a aquellos cuyo interés primordial es teórico. La necesidad de llegar a establecer un vínculo entre la teoría y su práctica hace que inevitablemente la Teoría Macroeconómica adolezca de cierta ambigüedad en sus fronteras. El énfasis de la Macroeconomía se debe poner en la conexión entre la Teoría y en sus aplicaciones.*

### ESCUELAS DEL PENSAMIENTO

*Desde hace bastante tiempo existen dos tradiciones intelectuales en Macroeconomía. Una escuela del pensamiento cree que los mercados funcionan mejor si no se interviene en ellos; la otra cree que la intervención del gobierno puede mejorar notablemente el funcionamiento de la economía.*

*La nueva Macroeconomía Clásica comparte con Milton Friedman muchos puntos de vista sobre la política económica. Conciben el mundo como un lugar donde los individuos actúan racionalmente buscando su propio interés en mercados que se ajustan de manera rápida a condiciones cambiantes. Y consideran probable que la intervención del gobierno sólo consiga empeorar las cosas.*

Este modelo constituye un reto para la Macroeconomía tradicional, que cree que la intervención del gobierno juega un papel muy importante en una economía dominada por ajustes lentos, con rigidez, falta de información y con hábitos sociales que impiden el rápido equilibrio de los mercados.

### CONCEPTOS FUNDAMENTALES

#### El Producto Nacional Bruto

El Producto Nacional Bruto (PNB) es el valor de todos los bienes y servicios producidos en la economía dentro y fuera de sus fronteras en un determinado periodo de tiempo (trimestre o año). El PNB es la medida básica de la actividad económica.

La gráfica No. 1 muestra que el Producto Interno Bruto (PIB) nominal fue de 444271.4 millones de pesos en 1970 y de 4276490.4 millones de pesos en 1980. Por lo tanto, creció a una tasa media anual de 25.41% durante ese periodo, es decir:

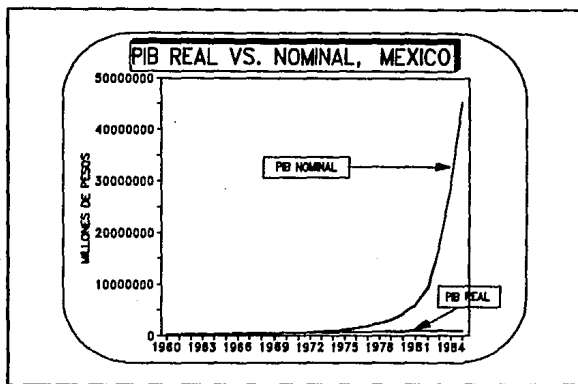
$$K(1+i)^n = M \iff i = \sqrt[n]{M/K} - 1$$

dado que:  $k=444271.4$  m.d.p.,  $M=4276490.4$  m.d.p.,  $n=10$  implican que:  $i=25.41\%$

Si dividimos el PIB total entre la población, obtendremos el PIB per cápita, es decir:

PIB per cápita = PIB / cantidad de población.

Que fue de 61395.20 pesos en 1980. Por tanto el valor medio de la producción obtenida en México en 1980 fue de \$61395.20 por habitante. El PIB real fue de 444271 millones de pesos en 1970 y de 841854 millones de pesos en 1980 lo que supone un tasa media de crecimiento anual del PIB de sólo el 6.6% durante ese periodo.



GRAFICA 1

Gráfica 1. PIB REAL Y NOMINAL, MEXICO 1960-1985. El PIB NOMINAL mide la producción de bienes y servicios finales obtenidos en la economía en un periodo dado, utilizando los precios de ese periodo. El PIB REAL mide el valor de la producción utilizando los precios de un año dado, en este caso 1970. El PIB NOMINAL ha aumentado más rápidamente que el REAL porque los precios han estado subiendo. (Fuente: Banco de México, Indicadores Macroeconómicos).

#### La inflación y el PNB Nominal

La gráfica anterior muestra que el PNB NOMINAL ha crecido mucho más rápidamente que el REAL. La diferencia entre las tasas de crecimiento se debe a que los precios de los bienes han aumentado o, lo que es lo mismo, a que ha habido inflación. La tasa de inflación porcentual es la tasa porcentual de incremento del nivel de los precios durante un periodo determinado.

El PIB REAL creció a una tasa media del 6.6% a lo largo de los diez años comprendidos entre 1970 y 1980, mientras que el PIB NOMINAL creció a una



tasa media anual del 25.41%. Dado que el PIB REAL se calcula manteniendo constantes los precios de los bienes, la diferencia se debe totalmente a la inflación, es decir al crecimiento de los precios.

### El Crecimiento y el PNB Real

A continuación se analizarán las razones del crecimiento del PNB REAL. La Tasa de Crecimiento de la Economía es la tasa a la que crece el PNB REAL. Siempre que se haga referencia al crecimiento ó a la tasa de crecimiento, sin ningún otro calificativo, se referirá a la tasa de crecimiento del PNB. La mayoría de las economías crecen por término medio, algunos puntos porcentuales cada año durante períodos largos.

¿Cuál es la causa de crecimiento del PNB? La primera razón por la cual el PNB REAL cambia es porque varía la cantidad de recursos de que dispone la economía. Es conveniente dividir los recursos en: capital y trabajo. La población activa crece a lo largo del tiempo y constituye, por tanto, una de las fuentes de aumento de la producción. De la misma manera, el stock del capital, que está formado por los edificios y las máquinas, ha crecido a lo largo del tiempo dando lugar a otra fuente de incremento de la producción. Así pues, el aumento de las disponibilidades de factores de la producción - el trabajo y capital utilizados en la producción de los bienes y servicios - explica una parte del incremento del PNB REAL.

La segunda razón se debe a que puede variar la eficiencia con la que trabajan los factores de la producción. Con el tiempo, los incrementos de la eficiencia de la producción son consecuencia de las variaciones de los conocimientos, incluido el aprendizaje en el puesto de trabajo, ya que los individuos aprenden mediante la experiencia a realizar mejor las tareas a las que se dedican habitualmente.

### El Empleo y el Desempleo

La tercera fuente de cambio del PNB REAL es la variación en el empleo de la cantidad de recursos de la que se dispone para la producción. No todo el trabajo y el capital existentes en la economía se utilizan en todo momento.

*La Tasa de desempleo es la fracción de la población activa que no puede encontrar empleo.*

### *La Inflación, El Crecimiento y el Desempleo*

*La evolución Macroeconómica se juzga por las tres medidas generales que se han mencionado: la tasa de inflación, la tasa de crecimiento de la producción y la tasa de desempleo.*

*Cuando la tasa de inflación es elevada, están creciendo los precios de los bienes que compran los consumidores. Esta es, en parte, la razón por la que la inflación es impopular, aunque las rentas del público crezcan junto con los precios.*

*Cuando la tasa de crecimiento es elevada, la producción de bienes y servicios está creciendo, permitiendo que aumente el nivel de vida. Generalmente una tasa de crecimiento elevada lleva consigo un menor desempleo y un mayor número de puestos de trabajo. Un crecimiento elevado constituye un objetivo y una esperanza para la mayoría de las sociedades.*

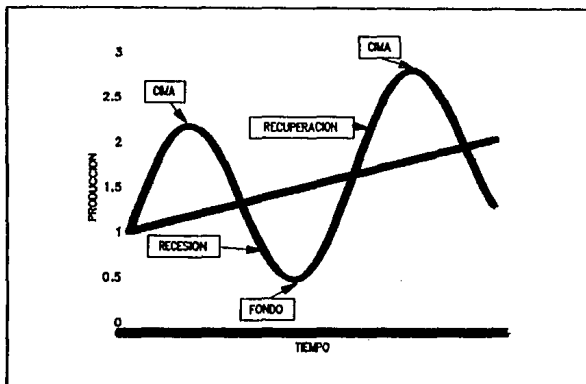
*La tasa de crecimiento del PNB per cápita es el más importante indicador del comportamiento macroeconómico a largo plazo. El PNB per cápita se duplica cada 35 años si crece al 2% anual. Si ésto se cumpliera, cada generación podría esperar que su nivel de vida fuera el doble que el de sus padres.*

*Las tasa elevadas de desempleo constituyen un problema social importante.*

### *El Ciclo Económico y la Brecha de la Producción*

*La inflación, el crecimiento y el desempleo están relacionados a través del ciclo económico, el cual es el perfil más o menos regular de expansión (recuperación) y contracción (recesión) de la actividad económica en torno a la senda de crecimiento tendencial. En una cima cíclica, la actividad*

*económica es elevada en relación a la tendencia y en un fondo ciclico se alcanza el punto más bajo de la actividad económica.*



**GRAFICA 2**

*En la gráfica 2, la línea recta representa la senda tendencial del PNB REAL. La senda tendencial del PNB es el camino que seguiría el PNB si los factores de la producción estuvieran empleados en su totalidad.*

*La brecha de la producción mide la diferencia entre la producción efectiva y la que la economía podría obtener en el pleno empleo, dados los recursos existentes. La producción de pleno empleo se denomina también producción potencial o producto potencial, es decir:*

**Brecha de la Producción = Producción Potencial-Producción Efectiva**

## **RELACIONES ENTRE LAS VARIABLES ECONOMICAS**

### **El Crecimiento y el Desempleo**

Ya se ha señalado que las variaciones en el empleo de los factores de la producción son una de las causas que generan el crecimiento del PNB REAL. Podríamos esperar, por tanto que un elevado crecimiento del PNB fuera acompañado de una disminución del desempleo.

### **La Ley de Okun**

La relación entre la tasa de crecimiento real y las variaciones de la tasa de desempleo se denomina Ley de Okun. Dicha ley afirma que por cada 2.2 puntos porcentuales en la tasa de crecimiento del PNB REAL durante un año, la tasa de desempleo descenderá un punto porcentual. Esta relación de 2.2 a 1, cuyo status ha sido algo exagerado al llamarla Ley en lugar de regularidad empírica, proporciona una regla práctica para valorar las consecuencias que tiene el crecimiento real para el desempleo.

### **La Inflación y el Ciclo**

Las políticas de expansión de la demanda agregada tienden a generar inflación, a no ser de que se adopten cuando la economía tiene altos niveles de desempleo. Los periodos prolongados de baja demanda agregada tienden a reducir la tasa de inflación.

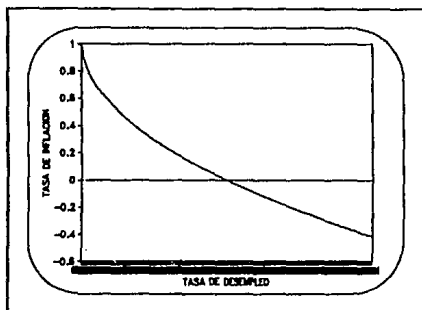
La inflación, como el desempleo, constituye un problema macroeconómico importante. Sin embargo, sus costos son mucho menos obvios que los del desempleo.

### **Intercambios entre Inflación y el Desempleo**

La curva de Philips describe una relación entre el desempleo y la inflación: cuanto mayor es la tasa de desempleo menor es la tasa de inflación. La curva de Philips es una relación empírica que liga el comportamiento de la inflación de salarios y precios con la tasa de desempleo. La gráfica 3

presenta una típica curva de Philips decreciente, que muestra que las tasas elevadas de desempleo van acompañadas de tasas reducidas de inflación y viceversa.

A pesar de todo, sigue habiendo una relación de intercambio entre la inflación y el desempleo, aunque es más sofisticada que lo que sugería una simple vista a la gráfica 3



GRAFICA 3

#### LA POLITICA MACROECONOMICA

La política monetaria es controlada por el Banco de México. Sus instrumentos son las variaciones de la cantidad de dinero, las variaciones del tipo de interés - el tipo de redescuento- al que el Banco de México presta dinero a los bancos y algunos controles sobre el sistema bancario. La Política Fiscal está bajo el control de la Secretaría de Hacienda y Crédito Público y generalmente es ejercida por el poder ejecutivo. Los instrumentos de la política fiscal son los de tipo impositivos y el gasto público.

Una de las características básicas de la política económica es que los efectos que producen las políticas monetaria y fiscal en la economía no son totalmente predecibles, no sólo a lo que se refiere su perfil temporal, sino también a la cuantía en la que afectaría a la demanda o a la oferta. Estas dos incertidumbres están en el centro del problema de la política

estabilizadora. Las Políticas Estabilizadoras son políticas monetarias y fiscales ideadas para moderar las fluctuaciones de la economía - concretamente de las tasas de crecimiento, inflación y desempleo.

La Política monetaria afecta a la Política de Estabilización de otras formas y no sólo a través de los costos que las autoridades económicas con diferentes convicciones políticas atribuyen a la inflación, al desempleo, y a los riesgos que está dispuestas a asumir para intentar mejorar la situación económica. Existe además, el llamado ciclo económico de origen político, que se basa en la observación de que los resultados electorales se ven influidos por las condiciones económicas.

Los monetaristas tienden a argumentar que la cantidad de dinero es el determinante fundamental del nivel de precios y de la actividad económica, que el crecimiento excesivo del dinero es responsable de la inflación y que su crecimiento inestable es el causante de las fluctuaciones económicas.

#### Las Expectativas, la Nueva Macroeconomía Clásica y el Activismo

La esencia del enfoque de equilibrio de las expectativas racionales es el supuesto de que los mercados están constantemente en equilibrio. Concretamente, los nuevos macroeconomistas clásicos consideran incompleta o insatisfactoria cualquier teoría que deje abierta la posibilidad de que los individuos puedan mejorar su situación realizando transacciones entre ellos.

Estos nuevos macroeconomistas también suponen que las expectativas son racionales, es decir, que se basan en toda la información económicamente relevante. Esto es coherente con el supuesto de que los individuos, tanto al elaborar sus expectativas como al tomar otras decisiones económicas, no actúan en forma arbitraria ni sin tener en cuenta su vida económica.

## LA CONTABILIDAD NACIONAL

La Macroeconomía tiene como último objetivo determinar la producción total de la economía, el nivel de precios, los tipos de intereses y otras variables. Un paso necesario para comprender como se determinan estas variables es la contabilidad nacional.

Las cuentas nacionales proporcionan datos periódicos del PNB, que es la medida básica del funcionamiento de una economía, en cuanto a la producción de bienes y servicios. El PNB incluye el valor de los bienes producidos, tales como los automóviles y las naranjas, además del valor de los servicios, tales como los salones de belleza y las prestaciones médicas.

### EL PRODUCTO NACIONAL BRUTO Y EL PRODUCTO NACIONAL NETO

#### Cálculo del Producto Nacional Bruto

El PNB es el valor de todos los bienes y servicios finales producidos en un periodo determinado de tiempo por factores de producción que son propiedad de los residentes en el país. Incluye el valor de los bienes como las casas y departamentos, y el valor de servicios, como los de agentes de la bolsa de valores y las conferencias de personas altamente calificadas. La producción de cada uno de ellos se valora a su precio de mercado y estos valores se suman para obtener el PNB.

En el cuadro 1 se presenta el cálculo del PNB en una economía sencilla que produce solamente plátanos y naranjas. Se producen 20 plátanos y 60 naranjas. Los primeros están valorados en \$0.30 cada uno y las segundas en \$0.25 cada una. El PNB es igual a \$21 que es el valor total de la producción

<b>CUADRO 1</b>	<b>Producción</b>	<b>Precio por unidad</b>	<b>Valor de la producción</b>	<b>PNB</b>
Plátanos	20	N\$0.30	N\$6.00	
Naranjas	50	N\$0.25	N\$15.00	
				N\$21.00

El PNB es el valor de los bienes y servicios finales producidos. La insistencia en que sean bienes y servicios finales se hace para evitar la doble contabilización. Por ejemplo, no se deberá incluir en el PNB el precio total de un automóvil, además el valor de los neumáticos que fueron vendidos al fabricante del automóvil. Las partes que componen el automóvil, que han sido vendidas a sus fabricantes, se llaman bienes intermedios, y su valor no se incluye en el PNB. De la misma forma, el trigo que pasa a formar parte del pan es un bien intermedio, por lo que no se toma en cuenta como parte del PNB el valor del trigo vendido al molinero, ni el valor de la harina vendida al panadero, junto con el valor del pan.

#### La Producción Corriente

El PNB es el valor de la producción obtenida corrientemente. Excluye, por tanto, las transacciones de las mercancías ya existentes, como los cuadros antiguos o las viviendas ya construidas. Se contabiliza como parte del PNB la construcción de viviendas nuevas, pero no se suma la compra-venta de viviendas existentes. Sin embargo, si se contabiliza el valor de las comisiones obtenidas por los agentes inmobiliarios en la compra-venta de las casas existentes.

#### Los Precios de Mercado

El PNB valora los bienes a precios de mercado. El precio de mercado de muchos bienes incluye los impuestos indirectos, como el impuesto sobre las ventas o sobre el consumo de un artículo determinado y, por tanto, el precio de mercado de los bienes no es el mismo que el que recibe el vendedor.



*El principio de valoración a precios de mercado no se aplica de manera uniforme, ya que algunos componentes del PNB son difíciles de valorar. No existe ningún método para valorar los servicios del ama de casa o del corte de pelo hecho por uno mismo o, en este sentido, los servicios de la política o la burocracia gubernamental. Algunas de estas actividades simplemente se suprimen del PNB corriente, como por ejemplo los servicios del ama de casa. Los servicios del Sector Público se valoran según su costo de tal forma que se considera que los salarios de los funcionarios constituyen su contribución al PNB.*

### *El PNB y el Producto Interno Bruto*

*El Producto Interno Bruto (PIB) es el valor de los bienes finales producidos en el interior de un país. La diferencia entre el PNB y el PIB se debe a que una parte del PNB se obtiene en el extranjero. Por ejemplo, la renta de un ciudadano mexicano que trabaja en el Japón forma parte del PNB de México. Ahora bien, no forma parte del PIB de México porque no se gana en el interior del país.*

### *El Producto Nacional Neto*

*El Producto Nacional Neto (PNN) se diferencia del PNB en que en este se deduce del PNB la depreciación de los bienes de capital existentes durante el período en el que se mide.*

*La depreciación es una medida de la parte del PNB que hay que dejar a un lado para mantener la capacidad productiva de la economía, y la deducimos del PNB para obtener el PNN ya que la producción del PNB se realiza a costa del desgaste del stock de capital existente. Por ejemplo las máquinas se desgastan a medida que se utilizan. Por ello usamos el PNN como un indicador del ritmo de la actividad económica que podría mantenerse durante largos períodos de tiempo, dado el stock de capital y la población activa existentes.*

### El PNB Nominal y Real

*El PNB Nominal mide el valor de la producción obtenida en un período determinado a precios de éste período o, como se dice algunas veces, en pesos corrientes. Por tanto, el PNB nominal de 1987 mide el valor de los bienes producidos durante ése año a los precios vigentes de mercado de 1987. El PNB Nominal varía cada año por dos razones:*

- i) La primera es que varía la producción física de bienes,*
- ii) La segunda es que también varían los precios de mercado.*

*El PNB real mide las variaciones que tienen lugar en la producción física de la economía entre dos períodos diferentes de tiempo, valorando todos los bienes producidos en ambos períodos a los mismos precios constantes.*

### Problemas de Medición del PNB

*En la práctica, los datos del PNB se utilizan no sólo como medida de la cantidad de producto obtenida, sino también como medida del bienestar de los residentes de un país. Los economistas y los políticos hablan como si un incremento del PNB real significara que la gente vive mejor. Sin embargo, los datos del PNB distan mucho de ser medidas perfectas, tanto de la producción como del bienestar.*

### El PNB como medida del Bienestar

*La segunda utilización del PNB es como medida del Bienestar Económico (MBE), o bienestar de los residentes de un país. Cuando el PNB aumenta, se supone que la gente está mejor desde un punto de vista material.*

*Las limitaciones existentes para medir las producciones carentes de mercado ya sugieren que el PNB Real per cápita es una medida imperfecta del bienestar económico.*

## INDICE DE PRECIOS

### El Deflactor del PNB

*El Cálculo del PNB Real nos proporciona una medida útil de la inflación que se conoce con el nombre de deflactor del PNB.*

*El Deflactor del PNB es la relación entre el PNB nominal de una año dado y el PNB Real. Es la medida de la inflación corriente al que corresponden los precios base utilizados para calcular el PNB.*

### El Índice de Precios al Consumo

*El Índice de Precios al Consumo (IPC) mide el costo de comprar un conjunto dado de bienes, representativo de las compras de los consumidores urbanos. El Deflactor del PNB difiere del IPC en tres aspectos importantes: En primer lugar, el deflactor mide los precios de un grupo de bienes mucho mayor que el del IPC. En segundo lugar, el IPC mide el costo de una determinada canasta que no varía de año con otro; sin embargo, la canasta incluida en el Deflactor del PNB varía cada año. En tercer lugar, el IPC incluye directamente los precios de las importaciones, mientras que el Deflactor incluye sólo los precios de los bienes producidos en un determinado país.*

## GASTOS Y COMPONENTES DE LA DEMANDA

### El Consumo

*Este concepto incluye cualquier cosa, desde alimentos hasta lecciones de piano, pero incluye también, como se verá al analizar la inversión, los gastos en bienes duraderos de consumo, tales como automóviles, que son gastos que se podrían considerar como inversión en lugar de consumo.*

### El Sector Público

*El segundo componente más importante son las compras que el Sector Público realiza en bienes y servicios. Este componente incluye partidas como los gastos de defensa nacional, la construcción de carreteras por el gobierno y los sueldos de los funcionarios.*

### La Inversión

La Inversión Privada Interior Bruta requiere algunas definiciones. En primer lugar, inversión significa aumento del stock físico de capital. Tal como se utiliza el término, la inversión no incluye la compra de un bono de la General Motors. En concreto, la inversión incluye la construcción de viviendas, la fabricación de maquinaria, la construcción de plantas y edificios de empresas y los incrementos de las existencias de bienes de una empresa.

La inversión es el gasto dedicado a incrementar o a mantener el stock de capital, la inversión se puede desagregar en tres categorías: La inversión fija de las empresas, consistente en el gasto de maquinaria, equipo y estructuras tales como fábricas y naves; la inversión residencial, consistente, sobre todo, en la inversión en viviendas, y por último la inversión en existencias.

<b>CUADRO 2</b>	<b>1965-1970</b>	<b>1970-1975</b>	<b>Nivel en el</b>
	<i>Variación</i>	<i>Variación</i>	<i>PIB de 1975</i>
	<i>Porcentual</i>	<i>Porcentual</i>	<i>Porcentual</i>
<i>Inversión en</i>			
<i>Construcción y</i>	<b>40.7%</b>	<b>101.54%</b>	<b>0.62%</b>
<i>Servicios Conexos</i>			
<i>Servicio de</i>			
<i>Instituciones</i>	<b>-60.66%</b>	<b>113.41%</b>	<b>0.07%</b>
<i>de Crédito</i>			
<i>Sector</i>	<b>77.89%</b>	<b>136.66%</b>	<b>9.41%</b>
<i>Industrial</i>			

En el cuadro ( 2 ) se presentan las variaciones experimentadas en México por tres tipos de inversión durante el período de 1965-1975, así como la proporción del PNB que representaba cada una de ellas en 1975. La inversión en el Sector Industrial es el mayor componente. Por lo que se refiere al Servicio de Instituciones Crédito es, en promedio, una parte muy pequeña del PIB de 1975, pero está sometida a fuertes fluctuaciones. En las recesiones frecuentemente es negativa, dado que las empresas de crédito consideran que el volumen de las existencias de bienes que tiene para vender es excesivamente grande y deciden reducirlo. La inversión en Construcción y Servicios Conexos también fluctúa de manera considerable.

### ¿Porqué Fluctúa la Inversión?

#### Las Expectativas Inciertas

Keynes, en la Teoría General, resaltó la base con la que se toman las decisiones de invertir, En sus palabras <<... TENEMOS QUE ADMITIR QUE LA BASE DE NUESTRO CONOCIMIENTO PARA ESTIMAR EL RENDIMIENTO DENTRO DE DIEZ AÑOS DE UN FERROCARRIL, DE UNA MINA DE COBRE, DE UNA FÁBRICA DE TEXTIL, DEL FONDO DE COMERCIO DE UNA PATENTE MÉDICA... ES MUY ESCASA Y MUCHAS VECES INSIGNIFICANTE...>>. Por ello, decía que las decisiones de inversión dependen en gran parte de lo optimista o pesimistas que se sientan los inversionistas.

Otra razón que puede explicar las fluctuaciones de la inversión es que las decisiones de invertir pueden retrasarse si la ejecución del proyecto requiere de mucho tiempo.

## CAPITULO DOS

### MODELO AUTOREGRESIVOS Y DE REZAGOS DISTRIBUIDOS

El análisis de regresión, los modelos que involucran información de series de tiempo que no solamente incluyen valores actuales sino también valores rezagados (pasados) de las variables explicativas, se denominan modelos de rezagos distribuidos. Sin embargo, si el modelo incluye uno o más valores rezagados de la variable dependiente entre sus variables explicativas, se conoce con el nombre de autoregresivo, así pues:

$$Y_t = \alpha + \beta_0 X_t + \beta_1 X_{t-1} + \beta_2 X_{t-2} + \dots + U_t$$

representa un modelo de rezagos distribuidos, mientras que:

$$Y_t = \alpha + \beta X_t + \gamma Y_{t-1} + U_t$$

es un ejemplo de modelo autoregresivo. Tales modelos autoregresivos también se conocen como modelos dinámicos, puesto que representan la trayectoria de la variable dependiente en el tiempo en relación con sus valores pasados.

Los modelos autoregresivos y de rezagos distribuidos se utilizan frecuentemente en la determinación de modelos económicos.

### EL PAPEL DEL TIEMPO EN LA ECONOMÍA

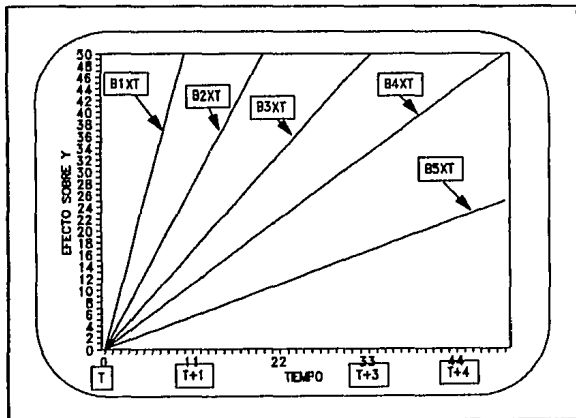
En econometría, la dependencia de una variable  $Y$  con respecto a otra variable  $X$  suele no ser instantánea. Con mucha frecuencia  $Y$ , responde a  $X$  en un lapso de tiempo; este lapso se denomina rezago, obsérvese el siguiente ejemplo:

Ejemplo 1. La Función Consumo. Supóngase que una persona recibe un aumento salarial anual de \$2000 y que este es un aumento permanente. La pregunta que se tendría que formular sería: ¿Cuál será el efecto de éste aumento en el ingreso sobre los gasto de consumo anuales de ésta persona?. La mayoría de las personas no corren a gastar todo ese aumento inmediatamente. Por lo tanto el beneficiario del aumento puede decidir aumentar sus gastos en \$800 el primer año en \$600 el segundo y en \$400 el tercero, procediendo a ahorrar el resto. Para finales del tercer año el consumo anual de la persona aumentará en \$1800. Se puede escribir su función de consumo como:

$$Y_t = \text{Constante} + 0.4X_t + 0.3X_{t-1} + 0.2X_{t-2} + U_t \quad (2.1.)$$

Donde Y son los gastos de consumo

X el ingreso.



GRAFICA 4

Modelos como (2.1.) se conocen como modelos de rezagos distribuidos porque el efecto de una causa dada (ingreso) está distribuida durante el número de periodos de tiempo. Geométricamente el modelo (2.1.) se muestra en la gráfica 4.

En términos más generales se puede escribir:

$$Y_t = \alpha + \beta_0 X_t + \beta_1 X_{t-1} + \beta_2 X_{t-2} + \dots + \beta_k X_{t-k} + U_t \quad (2.2.)$$

el cual es un modelo de rezagos distribuidos, con un rezago finito de k periodos. El coeficiente  $\beta$  se conoce como multiplicador de impacto o de corto plazo, por representar el cambio del valor medio de Y, después de un cambio unitario en X en el mismo periodo de tiempo. Si se mantiene el cambio en X de ahí en adelante, entonces:

$$(\beta_0 + \beta_1)$$

corresponde al cambio en el siguiente periodo,

$$(\beta_0 + \beta_1 + \beta_2)$$

en el siguiente y así sucesivamente. Estas sumas parciales se denominan multiplicadores intermedios. Finalmente después de k periodos tenemos:

$$\sum \beta_j = \beta_0 + \beta_1 + \dots + \beta_k = \beta \quad ; \quad j = 0 \dots k \quad (2.3.)$$

al cual se conoce como multiplicador a largo plazo o total, dado que la suma  $\beta$  existe.

Si definimos:

$$\beta_j^* = \beta_j / \beta \quad (2.4.)$$

$$\sum \beta_j^* = \beta / \beta$$

obtenemos el  $\beta$  estandarizado. Las sumas parciales de los  $\beta$  estandarizados generan entonces la proporción del impacto total o a largo plazo que se experimenta para un cierto periodo de tiempo.

Considerando la regresión de consumo (2.1.), vemos que el multiplicador de corto plazo, que no es otra cosa más que la propensión marginal a consumir



(PMC) a corto plazo, es igual a  $0.4 + 0.3 + 0.2 = 0.9$ . El significado de lo anterior es que ante un aumento de \$1 peso en el ingreso, el consumidor aumentará su nivel de consumo en aproximadamente 40 centavos durante el año otros 30 centavos el siguiente año y por último en 20 centavos el tercer año. El impacto a largo plazo de un aumento de \$1 peso es de 90 centavos. Si dividimos cada  $\beta$  por 0.9 obtenemos, respectivamente, 0.434, 0.33, 0.23, lo cual indica que el 44% del impacto total sobre Y de un cambio unitario en X se siente inmediatamente, 77% después de un año, y el 100% a finales del segundo año.

El anterior ejemplo corresponde sólo a una muestra de la utilización de rezagos en la economía.

### RAZONES QUE EXPLICAN LOS REZAGOS

Las razones que explican los rezagos se deben a:

1. Razones Psicológicas: Ante una baja en el precio o un aumento en el ingreso, las personas no cambian inmediatamente sus hábitos de consumo, justamente por su fuerza de la costumbre, del hábito (inercia) y también porque el proceso de cambio puede implicar algunas pérdidas de utilidad. Por tanto, aquellos que se convierten instantáneamente en millonarios al ganar la lotería no cambian el estilo de vida al que han estado acostumbrados durante largo tiempo, debido a que no saben cómo reaccionar ante un cambio en los ingresos tan grande e inesperado. Desde luego, dado un tiempo razonable, ellos pueden aprender a vivir con su nueva riqueza. Adicionalmente, las personas pueden no saber si un cambio es permanente o transitorio. Por tanto, la reacción ante un aumento en el ingreso dependerá si el aumento es permanente o sólo transitorio. Si éste es un aumento definitivo y en el periodo siguiente el ingreso retornará al normal, es posible que se proceda a ahorrar todo el aumento, mientras que otras personas en la misma situación prefieran gastar todo el aumento y no ahorrar.

2. Razones Tecnológicas: Supóngase que el precio del capital con relación al de la mano de obra disminuye, tornándose económicamente posible la

sustitución de trabajo por capital. Desde luego que las condiciones de capital toman naturalmente tiempo (período de gestación) y además, si se espera que la caída del precio del capital sea sólo temporal, las empresas no se apresurarán a sustituir trabajo por capital, especialmente si creen que después de la caída temporal del precio del capital superará sus niveles anteriores. En ocasiones un conocimiento imperfecto también explica los rezagos. En la actualidad, el mercado de calculadoras electrónicas de bolsillo está saturado con todo tipo de calculadoras, con características y precios diferentes. Como resultado, los potenciales consumidores de calculadoras pueden dudar en efectuar la compra hasta que tengan el tiempo de conocer las características y precios de todas las marcas en competencia en el mercado.

3. Razones Institucionales: Estas razones también contribuyen a la presencia de rezagos. Por ejemplo, las obligaciones contractuales pueden limitar a que las firmas cambien de una fuente de mano de obra o materia prima a otra. Como ejemplo adicional se tiene aquellos ahorradores que han colocado fondos a largo plazo a una tasa de interés fija a uno, tres o siete años; por tal motivo, están esencialmente comprometidos a dichas inversiones y plazos, a pesar de que las condiciones del mercado de dinero les esté generando a los ahorradores mayores rendimientos en otras inversiones. En forma similar, los patrones suelen ofrecer a sus empleados una gran variedad de diversos planes de seguro de personas (salud), con la salvedad de que una vez que el empleado tome un determinado plan no podrá cambiarlo antes de un año. Aunque ésto suele hacerse por conveniencia administrativa, el empleado está comprometido por un año a dicho plan.

Por éstas razones que se acaban de esbozar, los rezagos ocupan un lugar fundamental en la economía, lo cual se refleja claramente en el tratamiento de los fenómenos económicos de corto y largo plazo. Por esta razón se dice que las elasticidades-precio o ingreso son a corto plazo generalmente más pequeñas (en valores absolutos) que las elasticidades correspondientes a largo plazo, o que la propensión marginal a consumir a corto plazo generalmente es más pequeña que la propensión marginal a consumir a largo plazo.

## ESTIMACION DE LOS MODELOS DE REZAGOS DISTRIBUIDOS

En relación a la importancia que tienen éstos modelos en la economía, debemos preguntarnos como se deben estimar. Supongamos que se tiene el siguiente modelo de rezagos distribuidos en una variable explicativa.

$$Y_t = \alpha + \beta_0 X_t + \beta_1 X_{t-1} + \beta_2 X_{t-2} + \dots + U_t \quad (2.5.)$$

donde se ha definido la longitud del rezago, es decir, hasta dónde se pretende retroceder en el pasado. A tal modelo se le denomina modelo de rezagos infinito, mientras que a un modelo del tipo (2.2.) se le denomina modelo de rezagos finito porque la longitud del rezago  $k$  está determinada.

Se utilizará (2.5.) porque es un modelo matemático de mayor flexibilidad. ¿Cómo se estiman  $\alpha$  y las  $\beta_i$  de la ecuación (2.5.)? Se pueden adoptar dos enfoques: 1) La estimación *Ad-hoc* y las restricciones a priori sobre las  $\beta_i$  suponiendo que las  $\beta_i$  siguen algún patrón.

### Estimación Ad-hoc de los modelos de rezagos distribuidos.

Puesto que se supuso que la variable explicativa  $X$  es no estocástica (o al menos, que no está correlacionada con el término de perturbación  $U(t)$   $X(t-1)$ ,  $X(t-2)$ , y así sucesivamente, tampoco son estocásticos). Por tanto, en principio, los Mínimos Cuadrados Ordinarios MCO se pueden aplicar a (2.5.). Este enfoque es utilizado por Alt y Tinbergen. Ellos sugieren que para estimar (2.5.) se puede proceder secuencialmente; es decir, primero se regresa  $X_t$  en  $Y_t$ , luego  $Y_t$  en  $X_t$  y  $X_{t-1}$ , a continuación se regresa  $Y_t$  en  $X_t$ ,  $X_{t-1}$  y  $X_{t+2}$  y así sucesivamente.

Este procedimiento secuencial se detiene cuando los coeficientes de regresión de las variables rezagadas comienzan a ser estadísticamente insignificantes y/o cuando el coeficiente de por lo menos una de las variables cambia de signo de positivo a negativo o viceversa. De acuerdo con éste precepto, Alt regresó el consumo de combustible  $Y$  en los nuevos pedidos  $X$ . Con base en datos trimestrales para el periodo de 1930-1939, los

resultados fueron los siguientes:

$$\hat{Y}_t = 8.37 + 0.171X_t$$

$$\hat{Y}_t = 8.27 + 0.111X_t + 0.084X_{t-1}$$

$$\hat{Y}_t = 8.27 + 0.109X_t + 0.071X_{t-1} - 0.055X_{t-2}$$

$$\hat{Y}_t = 8.32 + 0.108X_t + 0.083X_{t-1} + 0.022X_{t-2} - 0.020X_{t-3}$$

Alt escogió la segunda regresión como la mejor porque en las últimas dos ecuaciones el signo de X no era estable y en la última ecuación el signo de X fue negativo, lo cual puede ser difícil de interpretar en términos económicos.

Aunque en principio la estimación *ad-hoc* parece sencilla, adolece sin embargo de algunas complicaciones, tales como las siguientes:

1. No existe guía a priori con respecto a la máxima longitud del rezago.
2. A medida de que se estiman rezagos sucesivos, se disminuyen los grados de libertad, haciendo la inferencia estadística un poco débil. Los economistas generalmente no tiene la suerte de contar con una larga serie de datos para continuar estimando numerosos rezagos.
3. El hecho más importante, es que las series económicas de tiempo, los valores sucesivos (rezagos) tienden a estar altamente correlacionados y por tanto, la multicolinealidad se torna en un factor de mucho cuidado. Como se sabe, la multicolinealidad ocasiona una estimación imprecisa de los coeficientes, hecho que implica que los errores estandar de los estimadores tiendan a ser muy grandes con relación a los coeficientes estimados. Como resultado, con base en las razones t calculadas en forma rutinaria, se puede tender a declarar (en forma errónea) que los coeficientes rezagados son estadísticamente insignificantes.

En vista de los anteriores problemas, el procedimiento de estimación *Ad-hoc* tiene muchas imperfecciones para ser recomendado. Claramente se requieren algunas consideraciones teóricas respecto a las  $\beta_k$  para poder salir adelante con el problema de la estimación.

## EL ENFOQUE DE KOYCK PARA LOS MODELOS DE REZAGOS DISTRIBUIDOS

Koyck propuso una forma muy ingeniosa para estimar modelos de rezagos distribuidos. Supongase que se comienza con un modelo de rezagos distribuidos con rezagos infinitos (2.5.), asumiendo que las

$$\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k$$

tienen todas el mismo signo, además Koyck supone que éstas disminuyen geoméricamente así:

$$\beta_k = \beta_0 \lambda^k \quad k = 0, 1, \dots \quad (2.6.)$$

donde:  $\lambda \in [0, 1]$  se conoce como tasa de disminución o de decaimiento del rezago distribuido y  $1 - \lambda$  se conoce como velocidad del ajuste.

Lo que (2.6.) postula es que cada coeficiente sucesivo  $\beta$  es numéricamente inferior al  $\beta$  que le precede, lo cual implica que a medida de que se retrocede en el pasado, el efecto de ese rezago sobre la variable dependiente se hace progresivamente más pequeño, lo cual es un supuesto bastante factible. En términos geométricos el esquema de Koyck se ilustra en la siguiente tabla:

$\lambda$	$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_4$	$\beta_5$	...	$\beta_{10}$
0.75	$\beta_0$	$.75\beta_0$	$.56\beta_0$	$.42\beta_0$	$.32\beta_0$	$.24\beta_0$	..	$.068\beta_0$
0.25	$\beta_0$	$.25\beta_0$	$.088\beta_0$	$.028\beta_0$	$.0048\beta_0$	$.0018\beta_0$	..	0

### Características del modelo de Koyck:

1. Al suponer que no existen valores negativos para las  $\lambda$ , Koyck elimina el cambio de signo para los valores de  $\beta_i$ .
2. Al suponer que  $\lambda$  es menor que uno Koyck le asigna menos importancia a los  $\beta_i$  lejanos que a los actuales.
3. Asegura que la suma de las  $\beta_i$ , la cual nos proporciona el multiplicador a largo plazo, es finita, es decir:

$$\sum B_k = B_0(1/1-\lambda) \quad k = 0 \dots \infty \quad (2.7.)$$

Como resultado de (2.6.), el modelo de rezagos infinitos (2.5.) puede expresarse como:

$$Y_t = \alpha + B_0 X_t + B_0 \lambda X_{t-1} + B_0 \lambda^2 X_{t-2} + \dots + U_t \quad (2.8.)$$

En estas condiciones el modelo todavía no puede estimarse puesto que existe aún una gran cantidad de parámetros a estimar y el parámetro  $\lambda$  es una forma altamente no lineal; habiendo en términos estrictos, el método de análisis de regresión lineal (en los parámetros) no se puede aplicar a tal modelo. Sin embargo, Koyck sugiere una manera de solucionar el problema que consiste en rezagar (2.8.) en un periodo, para obtener:

$$Y_{t-1} = \alpha + B_0 X_{t-1} + B_0 \lambda X_{t-2} + B_0 \lambda^2 X_{t-3} + \dots + U_{t-1} \quad (2.9.)$$

Multiplicando entonces (2.9.) por  $\lambda$  se obtiene:

$$\lambda Y_{t-1} = \lambda \alpha + \lambda B_0 X_{t-1} + B_0 \lambda^2 X_{t-2} + B_0 \lambda^3 X_{t-3} + \dots + \lambda U_{t-1} \quad (2.10.)$$

Restando (2.10.) de (2.8.), se obtiene:

$$Y_t - \lambda Y_{t-1} = \alpha(1-\lambda) + B_0 X_t + (U_t + \lambda U_{t-1}) \quad (2.11.)$$

o reordenando:

$$Y_t = \alpha(1-\lambda) + B_0 X_t + \lambda Y_{t-1} + V_t \quad (2.12.)$$

Donde:

$$V_t = (U_t - \lambda U_{t-1})$$

lo cual corresponde al promedio móvil de  $U_t$  y de  $U_{t-1}$ .

El procedimiento antes descrito se conoce como transformación de Koyck. Al comparar (2.12.) con (2.5.), se puede apreciar la inmensa simplificación lograda por Koyck. No existe razón alguna para esperar que exista multicolinealidad. En cierta forma, la multicolinealidad se soluciona reemplazando  $X_{t-1}$ ,  $X_{t-2}$ , ... con una sola variable, es decir  $Y_{t-1}$ . Sin embargo hay que observar las siguientes características del modelo de Koyck:

1. Se comenzó con un modelo de rezagos distribuidos y se terminó con un

modelo autoregresivo, debido a que  $X_{t-1}$ , es una de las variables explicativas. Esto demuestra como se puede convertir un modelo de rezagos distribuidos en un modelo autoregresivo.

2. Es probable que la aparición de  $Y_{t-1}$  en el modelo pueda crear algunos problemas estadísticos. Ya que la variable dependiente es estocástica, lo cual significa que tenemos una variable explicativa estocástica. Recordando que la teoría de los MCO se formula bajo supuestos de que las variables explicativas son no estocásticas, o si lo son se distribuyen independientemente del término de perturbación estocástica, se debe averiguar si la variable dependiente rezagada cumple este supuesto.

3. En el modelo original (2.5.) el término de perturbación era  $U_t$ , mientras que en el modelo transformado es:

$$V_t = (U_t - \lambda U_{t-1})$$

Ahora bien, las propiedades estadísticas de  $V_t$  depende de lo que se suponga acerca de las propiedades estadísticas de  $U_t$ . Si los  $U_t$  están serialmente correlacionados, los  $V_t$  estarán de la misma manera serialmente correlacionados, donde serialmente correlacionados significa autocorrelación, aunque algunos autores como Tintner reserva éste término para hablar de correlación de rezagos entre dos series distintas.

4. La presencia de la variable dependiente rezagada viola uno de los supuestos en los que se basa la prueba  $d$  de Durbin-Watson. Por lo tanto, se tendrá que tomar una medida alternativa para evaluar correlación serial en presencia del rezago.

#### EL MODELO DE AJUSTE DE EXISTENCIAS O AJUSTE PACIAL

Para ilustrar este modelo, se considerará el modelo del acelerador flexible de la teoría económica, la cual supone que existe una cantidad de inversión de equilibrio óptimo deseado o de largo plazo necesario para producir un resultado dado, bajo un estado tecnológico determinado, una tasa de interés determinada, etc. En términos ilustrativos, supongamos un nivel de inversión deseado  $Y(*,t)$  y una función lineal de la producción  $X$ , así:

$$Y_t^* = \beta_0 + \beta_1 X_t + U_t \quad (2.13.)$$

Puesto que el nivel deseado de inversión no se puede observar directamente, Nerlove postula el siguiente supuesto, conocido como hipótesis del ajuste parcial o de existencias:

$$Y_t - Y_{t-1} = \delta(Y_t^* - Y_{t-1}) \quad (2.14.)$$

donde:

$$\delta \in \mathbb{R}, \text{ tal que } \delta \in (0, 1)$$

se conoce como coeficiente de ajuste, y donde:

$$Y_t - Y_{t-1} = \text{cambio observado y } (Y_t^* - Y_{t-1}) = \text{cambio deseado}$$

Puesto que  $Y_t - Y_{t-1}$ , el cual es igual al cambio en las existencias de inversión entre dos periodos y que corresponden a la inversión (2.14.) se puede escribir en forma alterna como:

$$I_t = \delta(Y_t^* - Y_{t-1}) \quad (2.15.)$$

donde  $I_t$  = Inversión en el periodo  $t$ .

Aunque gran parte de las razones para estudiar el gasto en inversión reside en que sus fluctuaciones ayudan a explicar el ciclo económico; otra razón es que la inversión puede ser influida sensiblemente por la política económica. Los tipos de interés elevados, consecuencia de una política monetaria restrictiva y de una política fiscal expansiva, reducen el gasto de inversión, y las políticas que reducen los tipos de interés y ofrecen incentivos impositivos a la inversión pueden aumentar este componente del gasto.

La ecuación (2.14.) postula que el cambio real en las existencias de inversión en un periodo dado  $t$  es alguna fracción delta del cambio deseado para ese periodo. Si  $\delta$  es igual a uno, significa que las existencias de inversión deseado son iguales a las existentes, hecho que implica que las existencias reales se ajustan a las existencias deseadas en forma instantánea. No obstante, si  $\delta$  es igual a cero significa que nada cambia puesto que las existencias reales de inversión en el periodo  $t$  son las



mismas que las observadas en el anterior periodo. Generalmente se espera que  $\delta$  se encuentre entre esos dos extremos, puesto que el ajuste a las existencias deseadas de inversión es incompleto, debido a rigideces, inercia, obligaciones contractuales, etc. De ahí el nombre de modelo de ajuste parcial. Obsérvese que el mecanismo de ajuste (2.14.) se puede escribir en forma alterna como:

$$Y_t = \delta Y_t^* + (1-\delta)Y_{t-1} \quad (2.16.)$$

lo cual muestra que las existencias de capital observadas en el periodo  $t$  corresponden al promedio ponderado de las existencias de capital deseadas en ese momento y las existencias de capital en el periodo previo, donde

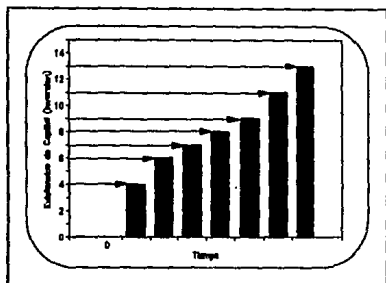
$\delta$  y  $1-\delta$  corresponden a las ponderaciones. Sustituyendo (2.13.) en (2.16.), obtendremos entonces:

$$\begin{aligned} Y_t &= \delta(\beta_0 + \beta_1 X_t + U_t) + (1-\delta)Y_{t-1} \\ &= \delta\beta_0 + \delta\beta_1 X_t + (1-\delta)Y_{t-1} + \delta U_t \quad (2.17.) \end{aligned}$$

Este modelo se denomina modelo de ajuste parcial.

Puesto que (2.13.) representa la demanda de existencias de inversión de equilibrio o de largo plazo, (2.17.) se puede denominar función de demanda de existencias de capital a corto plazo, además de que en el corto plazo las existencias de inversión no necesariamente pueden ser iguales a su nivel de largo plazo. Una vez que se estime la función a corto plazo (2.17.) y se obtenga el coeficiente de ajuste  $\delta$  (con base en el coeficiente de  $Y_{t-1}$ ), se puede derivar fácilmente la función de largo plazo dividiendo sencillamente  $\delta\beta_0$  y  $\delta\beta_1$  por  $\delta$  y omitiendo el término rezagado  $Y_{t-1}$ , para obtener entonces (2.13.).

En términos geométricos, el modelo de ajuste parcial se puede ilustrar como en la gráfica 5. En esta figura  $Y(*)$  corresponde a las existencias deseadas de capital y  $Y(1)$  a las existencias reales de capital.



GRAFICA 5

El modelo de ajuste parcial se asemeja al de Koyck en que es autoregresivo, pero tiene un término de perturbación más sencillo; el término de perturbación original  $U_t$  multiplicado por una constante  $\delta$ . Este modelo de ajuste parcial se debe a los problemas técnicos institucionales tales como la inercia, el costo del cambio, etc. No obstante este modelo es mucho más lógico que el modelo de Koyck.

#### ESTIMACION DE LOS MODELOS AUTOREGRESIVOS

Con base en el análisis que se ha adelantado hasta el momento, se cuenta con dos modelos:

$$\text{Koyck} \quad Y_t = \alpha(1-\lambda) + \beta_0 X_t + \lambda Y_{t-1} + (U_t - \lambda U_{t-1}) \quad (2.18.)$$

$$\text{Ajuste Parcial:} \quad Y_t = \delta \beta_0 + \delta \beta_1 X_t + (1-\delta) Y_{t-1} + \delta U_t \quad (2.19.)$$

Estos dos casos tienen como denominador la siguiente forma:

$$Y_t = \alpha_0 + \alpha_1 X_t + \alpha_2 Y_{t-1} + V_t \quad (2.20.)$$

Es decir, los dos tienen naturaleza autoregresiva. Se analizará ahora el problema de estimación, ya que el modelo clásico de Mínimos Cuadrados tal vez no se aplique a cada uno de ellos. La razón de esto, tiene dos aspectos:

la presencia de variables explicativas estocásticas y la posibilidad de correlación serial.

Ahora, como se ha mencionado con anterioridad, para aplicar la Teoría Clásica de MCO, se debe demostrar que la variable explicativa estocástica

$Y_{t-1}$  tiene una distribución independiente del término de perturbación  $V_t$ . Para determinar si esto es correcto, es esencial conocer las propiedades de  $V_t$ ; si suponemos que el término de perturbación original  $U_t$  satisface todos los supuestos clásicos, tales como:

$$E(U_t) = 0, \text{ var}(U_t) = \sigma^2$$

(el supuesto de homocedasticidad) y:

$$\text{Cov}(U_t, U_{t-s}) = 0 \quad \forall s \neq 0$$

(el supuesto de la no autocorrelación),  $V_t$  puede no heredar todas estas propiedades. Consideremos, por ejemplo, el término del error en el modelo de Koyck, el cual es:

$$V_t = (U_t - \lambda U_{t-1})$$

Dados los supuestos sobre  $U_t$ , es fácil demostrar que  $V_t$  falla al tener problemas de correlación serial porque:

$$E(V_t V_{t-1}) = -\lambda \sigma^2 \quad (2.21.)$$

lo cual no es igual a cero (0) (a no ser que  $\lambda$  sea igual a cero). Puesto que  $Y_{t-1}$  aparece en el modelo de Koyck como variable explicativa, debe estar correlacionada con  $V_t$ , es decir:

$$\text{Cov}(Y_{t-1}, (U_t - \lambda U_{t-1})) = -\lambda \sigma^2 \quad (2.22.)$$

lo cual es lo mismo que (2.21.).

Como se mencionó anteriormente, si la variable explicativa en un modelo de regresión está correlacionada con el término de perturbación estocástica, los estimadores de MCO no solo son sesgados, sino que ni siquiera son consistentes, por tanto, el modelo de Koyck usando MCO puede dar resultados seriamente equivocados. El modelo de ajuste parcial es, diferente, en este

modelo  $V_t = \delta * U_t$  donde  $\delta \in [0,1]$  por tanto, si  $U_t$  satisface los supuestos del modelo clásico de MCO también lo hará  $\delta * U_t$ . Por tanto MCO proporcionará estimadores consistentes aunque tal vez sesgados.

En consecuencia, en tanto que  $U_t$  sea serialmente independiente, la variable dependiente será también independiente o por lo menos no estará correlacionado con las  $U_t$ , satisfaciendo así un supuesto importante de MCO de no correlación entre las variables explicativas y el término de perturbación estocástica.

#### METODO DE VARIABLES INSTRUMENTALES (VI)

Supóngase que se encuentra una aproximación ó *proxy* para la variable dependiente rezagada y que esté altamente correlacionada con dicha variable pero que no esté correlacionada con el error estocástico que aparece en el modelo de Koyck. Tal aproximación se denomina Variable Instrumental (VI). Liviatan sugiere a la variable independiente rezagada un periodo como la variable instrumental de la variable dependiente rezagada, sugiriendo adicionalmente que los parámetros de la regresión (2.20.) se puedan obtener resolviendo las siguientes ecuaciones normales:

$$\sum Y_t = N\alpha_0 + \alpha_1 \sum X_t + \alpha_2 \sum Y_{t-1}$$

$$\sum Y_t X_t = \alpha_0 \sum X_t + \alpha_1 \sum X_t^2 + \alpha_2 \sum Y_{t-1} X_t \quad (2.23.)$$

$$\sum Y_t X_{t-1} = \alpha_0 \sum X_{t-1} + \alpha_1 \sum X_t X_{t-1} + \alpha_2 \sum Y_{t-1} X_{t-1}$$

Obsérvese que si se aplicara MCO directamente a (2.20.), las ecuaciones normales de MCO serían:

$$\sum Y_t = N\alpha_0 + \alpha_1 \sum X_t + \alpha_2 \sum Y_{t-1}$$

$$\sum Y_t X_t = \alpha_0 \sum X_t + \alpha_1 \sum X_t^2 + \alpha_2 \sum Y_{t-1} X_t \quad (2.24.)$$

$$\sum Y_t Y_{t-1} = \alpha_0 \sum Y_{t-1} + \alpha_1 \sum X_t Y_{t-1} + \alpha_2 \sum Y_{t-1}^2$$

La diferencia entre los dos conjuntos de ecuaciones normales es entonces inmediatamente aparente. Liviatan ha demostrado que los  $\alpha$  estimados a partir de (2.23.) son consistentes, mientras que aquellos estimados con base en (2.24.) pueden no ser consistentes.

Aunque fácil de aplicar en la práctica, una vez que se ha encontrado una *proxy* adecuada es posible que la técnica de Liviatan presente un problema de multicolinealidad, debido a que  $X_t$  y a que  $X_{t-1}$  que entran en las ecuaciones normales (2.23.), probablemente tiendan a estar altamente correlacionados. La implicación es que aunque el procedimiento de Liviatan produce estimaciones consistentes, los estimadores tiendan probablemente a ser ineficientes.

### ¿COMO DETECTAR AUTOCORRELACION EN LOS MODELOS AUTOREGRESIVOS?: PRUEBA $h$ DE DURBIN

Como se ha visto, es probable que exista correlación serial en los errores estocásticos, hecho que genera problemas de estimación relativamente complejos en el modelo autoregresivo; en los modelos de ajuste de existencias el término de error estocástico no presentaba problemas de correlación serial de primer orden si el término de error aleatorio  $U_t$  en el método original no estaba serialmente correlacionado, mientras que en el modelos de Koyck el error presentaba problemas de correlación serial a pesar de que el error aleatorio era serialmente independiente. La pregunta a contestar es: ¿Cómo se sabe si existe correlación serial en el término de error que aparece en los modelos autoregresivos?

El estadístico  $d$  Durbin-Watson no puede utilizarse para detectar correlación serial (de primer orden) en los modelos autoregresivos, debido a que el valor  $d$  calculado en tales modelos generalmente tiende a 2, que corresponde al valor de  $d$  esperado en una secuencia verdaderamente aleatoria. Si en forma rutinaria se calcula el estadístico  $d$  para tales modelos, existe un sesgo intrínseco que no nos permite descubrir la presencia de correlación serial. Recientemente Durbin ha propuesto una prueba para muestras grandes para detectar correlación serial de primer orden en los modelos autoregresivos. Dicha prueba denominada estadístico  $h$ , es el siguiente:

$$h = \hat{\beta} \sqrt{N \{ (1 - N \{ \text{VAR}(\alpha_2) \}) \}} \quad (2.25.)$$

donde  $N$  = tamaño de la muestra,

$\text{VAR}(\alpha_2)$  = varianza de el coeficiente de  $Y_{t-1}$

### *y $\hat{\rho}$ estimación de $\rho$ el coeficiente de correlación*

el coeficiente de correlación serial de primer orden, dado por la siguiente ecuación:

$$\hat{\rho} = (\sum e_t e_{t-1}) / (\sum e_t^2)$$

Para un tamaño de muestra grande, Durbin ha demostrado que si  $\rho = 0$ , entonces el estadístico  $h$  sigue una distribución Normal estandarizada, es decir  $N(0,1)$ . Por tanto, la significancia estadística de un  $h$  observado se puede determinar fácilmente con base en la tabla de distribución normal estandarizada (ver apéndice).

Los pasos involucrados en la aplicación del estadístico  $h$  son los siguientes:

1. Estímese (2.20.) por medio de MCO (no hay que preocuparse por cualquier problema de estimación en ésta etapa).
2. Tome el valor de la Varianza del parámetro  $\alpha_2$ .
3. Calcúlese  $h$  como se indica en (2.25.)
4. Suponiendo que  $N$  es grande, se puede observar que:

$h$  se distribuye asintóticamente normal con promedio cero y varianza unitaria. Entonces, apartir de la distribución Normal, sabemos que:

$$\text{Pr} [ -1.96 < h < 1.96 ] = 0.95 \quad (2.26.)$$

es decir, que la probabilidad de que una  $h$  (una variable normal estandarizada cualquiera) se encuentre entre  $-1.96$  y  $1.96$  es aproximadamente el 95%, por tanto la regla de decisión es:

- (a) Si  $h$  es mayor que  $1.96$ , rechazar la hipótesis nula de que no hay autocorrelación positiva de primer orden y

(b) Si  $h$  es menor que  $-1.96$ , rechazar la hipótesis nula de que no hay autocorrelación negativa de primer orden, pero

(c) Si  $h$  se encuentra entre  $-1.96$  Y  $1.96$ , no se rechaza la hipótesis nula de que no existe autocorrelación de primer orden (positiva o negativa)

#### Características del estadístico $h$ :

1. No importa cuantas variables  $X$  o cuántos valores rezagados de  $Y$  estén incluidos en el modelo de regresión. Para calcular  $h$ , se necesita considerar únicamente la varianza del coeficiente  $Y_{t-1}$ .

2. La prueba no se aplica si  $N \cdot \text{Var}(\sigma_e)$  excede a 1; sin embargo, en la práctica esto casi nunca ocurre.

3. Dado que la prueba es aplicable para muestras grandes, en el caso de las pequeñas no se justifica estrictamente. Las propiedades de esta prueba en muestras pequeñas no se han establecido totalmente.

Ahora se prosigue con la fundamentación en notación matricial del Análisis de Regresión en  $k$  variables.

## ENFOQUE MATRICIAL DE EL MODELO DE REGRESION LINEAL

En esta sección se presentará el modelo clásico de regresión lineal con  $k$  variables:

$$Y, X_2, X_3, \dots, X_k$$

en notación de Álgebra matricial. El modelo de  $k$  variables es una extensión lógica de los modelos de 2 y 3 variables.

Una gran ventaja del Álgebra matricial sobre el Álgebra escalar consiste en que proporciona un método compacto de manejar los modelos de regresión que involucran cualquier número de variables.

### EL MODELO DE REGRESION LINEAL CON K VARIABLES

Generalizando los modelos de regresión lineal con 2 y 3 variables, el modelo de regresión poblacional (FRP) con  $k$  variables que tiene la variable dependiente  $Y$  y  $K-1$  variables explicativas:

$$X_2, X_3, \dots, X_k$$

se puede escribir como:

$$FRP: Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + \dots + \beta_k X_{ki} + U_i \quad (2.27.)$$

Con  $i$  desde 1 hasta  $N$ , donde:

$\beta_1$  es la intersección  
 $\beta_2, \dots, \beta_k$  coeficientes parciales de la pendiente

$U_i$  es el término de perturbación estocástica  
 $i$  es la  $i$ -ésima observación

y  $N$  es el tamaño de la muestra

La FRP (2.27.) se debe interpretar como siempre: proporciona la media o valor esperado de  $Y$ , condicionado en los valores fijos de  $X_2, \dots, X_k$ , es decir, la ecuación (2.27.) es una forma abreviada del siguiente conjunto de ecuaciones simultáneas (2.26.):



$$Y_1 = \beta_1 + \beta_2 X_{21} + \beta_3 X_{31} + \dots + \beta_k X_{k1} + U_1$$

$$Y_2 = \beta_1 + \beta_2 X_{22} + \beta_3 X_{32} + \dots + \beta_k X_{k2} + U_2$$

.....

$$Y_N = \beta_1 + \beta_2 X_{2N} + \beta_3 X_{3N} + \dots + \beta_k X_{kN} + U_N$$

Podemos reescribir el sistema de ecuaciones (2.28.) de la siguiente manera (2.29.):

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \dots \\ Y_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & X_{21} & X_{31} & \dots & X_{k1} \\ 1 & X_{22} & X_{32} & \dots & X_{k2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & X_{2N} & X_{3N} & \dots & X_{kN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \dots \\ \beta_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ \dots \\ U_N \end{bmatrix}$$

$$Y = X \cdot \beta + U$$

$$N \times 1 = N \times K \cdot K \times 1 + N \times 1$$

Donde:

$y$  = Vector columna de dimensión  $N \times 1$  que contiene las observaciones de la variable dependiente  $Y$ .

$X$  = Matriz  $N \times K$  que muestra las  $N$  observaciones de las  $K-1$  variables explicativas  $X_2$  a  $X_k$ , con la primera columna de unos para representar el término de intersección, ésta matriz es conocida como matriz de diseño.

$\beta$  = Vector columna de dim.  $K \times 1$  de los parámetros desconocidos:

$$\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k$$

$U$  = Vector columna de dim.  $N \times 1$  de las  $N$  perturbaciones  $U_i$ .

Es claro observar, que (2.27.) y (2.28.) son equivalentes.

El sistema (2.29.) se le conoce como representación matricial del modelo de

regresión lineal general con k variables. Se puede escribir en concreta como:

$$Y = XB + U \quad (2.30.)$$

SUPUESTOS DEL MODELO CLASICO DE REGRESION UTILIZANDO NOTACION MATRICIAL

En la tabla (2.A.) se presentan los supuestos en los que se basan el modelo clásico de regresión lineal en notación escalar, así como sus equivalentes en notación matricial.

El supuesto 1 dado en (2.31.), implica que el valor esperado de el vector de perturbación U, es decir, el valor de cada uno de sus elementos, es cero. Dicho de otra forma: E(U)=0 implica que:

$$E \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ \dots \\ U_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E(U_1) \\ E(U_2) \\ \dots \\ E(U_N) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix} = \underline{0}$$

El supuesto 2 (2.32.) es una forma concreta de expresar que no existe correlación en la perturbación aleatoria y cero covarianza entre las mismas, para poder apreciarlo se puede escribir:

$$E(UU') = E \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ \dots \\ U_N \end{pmatrix} [U_1 \ U_2 \ \dots \ U_N]$$

TABLA 2.A.

Supuestos del Modelo Clásico de Regresión Lineal

1.  $E(U) = 0$ , donde  $U$  y  $0$  son vectores (2.31.)

columna de  $N \times 1$  siendo  $0$  un vector nulo.

2.  $E(UU') = \sigma^2 I$ , donde  $I$  es una matriz identidad de  $N \times N$  (2.32.)

3. La matriz  $X$  de  $N \times K$  no es estocástica. (2.33.)

4. El rango de  $X$ ,  $r(X) = k$ , donde  $k$  es el número de columnas de  $X$  y  $k < N$ ,  
 $N$  es el número de observaciones. (2.34.)

5. El vector  $U$  tiene una distribución Normal Multivariada, es decir:

$$U \text{ se distribuye } N(0, \sigma^2 I) \quad (2.35.)$$

Donde  $U'$  es la transpuesta del vector columna de  $U$ , el cual es un vector fila, efectuando la multiplicación obtenemos:

$$E(UU') = E \begin{vmatrix} U_1^2 & U_1 U_2 & \dots & U_1 U_N \\ U_2 U_1 & U_2^2 & \dots & U_2 U_N \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ U_N U_1 & U_N U_2 & \dots & U_N^2 \end{vmatrix}$$

Aplicando el operador de Esperanza,  $E$ , a cada elemento de la matriz anterior, se obtiene:

$$E(uu') = \begin{vmatrix} E(U_1^2) & E(U_1U_2) & \dots & E(U_1U_N) \\ E(U_2U_1) & E(U_2^2) & \dots & E(U_2U_N) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ E(U_NU_1) & E(U_NU_2) & \dots & E(U_N^2) \end{vmatrix} \quad (2.36.)$$

Debido a los supuestos de homocedasticidad y no correlación serial, la matriz (2.36.) se reduce a:

$$E(uu') = \begin{vmatrix} \sigma^2 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma^2 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \sigma^2 \end{vmatrix}$$

$$= \sigma^2 \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 1 \end{vmatrix}$$

$$= \sigma^2 I \quad (2.37.)$$

Donde  $I$  corresponde a la matriz identidad de  $N \times N$ .

A la matriz (2.36.) y su representación dada en (2.37.) se le denomina matriz de varianza-covarianza de las perturbaciones  $U_i$ ; los elementos sobre la diagonal principal de ésta matriz muestran las varianzas, mientras que los restantes corresponden a las covarianzas, hay que observar que esta

matriz es simétrica.

El supuesto 2.33. afirma que que la matriz  $X$  de orden  $N \times K$  no es estocástica, lo cual implica que está formada por números fijos, es decir, cada variable del modelo es determinística.

El supuesto 2.34. afirma que la matriz  $X$  tiene un rango de columna completo igual a  $k$ , el número de columnas en la matriz. Lo anterior significa que las columnas de la matriz  $X$  son linealmente independientes e implica que no existe relación lineal alguna entre las variables  $X$ . En otras palabras no existe multicolinealidad. En notación escalar, esto significa que no existe un conjunto de números reales donde no todos sean zeros tales que:

$$\lambda_1 X_{1j} + \lambda_2 X_{2j} + \dots + \lambda_k X_{kj} = 0 \quad (2.38.)$$

Donde  $X = 1$  para todo  $i$ . En notación matricial, la ecuación (2.38.) queda:

$$\lambda' X = 0 \quad (2.39.)$$

donde  $\lambda'$  es un vector fila de  $1 \times K$  y  $X$  es un vector columna de  $K \times 1$

#### HETEROCEDASTICIDAD

Un supuesto importante del modelo clásico de regresión lineal es que las perturbaciones  $U_i$  de los errores son homocedásticas, es decir, que todas tienen la misma varianza.

Como se ha mencionado anteriormente, la varianza de cada término de perturbación  $U_i$ , condicional a los valores escogidos de las variables

explicativas, es un número constante igual a  $\sigma^2$ . Este es el supuesto de Homocedasticidad o *igual* (homo) *dispersión* (cedasticidad), es decir, igual varianza, en notación:

$$E(U_i^2) = \sigma^2 \quad i = 1, 2, \dots, N$$

En contraste se puede obtener en algunos casos que a medida que X aumenta la varianza de cada Y no es la misma. Por lo tanto, existe Heterocedasticidad, en notación:

$$E(U_i^2) = \sigma_i^2$$

Obsérvese el subíndice de  $\sigma^2$  que nos recuerda que las varianzas condicionales de las perturbaciones estocásticas no continúan siendo constantes.

Existen diferentes razones que explican la variación en las varianzas de las perturbaciones, algunas de las cuales se mencionan a continuación:

1. Siguiendo *modelos de aprendizaje por error*, a medida que las personas aprenden, sus errores de comportamiento se hacen más pequeños a través del tiempo.
2. A medida que aumenta el ingreso, las personas tienen un mayor *ingreso discrecional* y por tanto, un mayor número de posibilidades en las cuales utilizar su ingreso. En consecuencia, cada sigma cuadrada puede aumentar con el ingreso.
3. A medida que mejoran las técnicas de recolección de datos, es probable que cada  $\sigma_i^2$  tienda a disminuir.

Conviene señalar que el problema de heterocedasticidad tiende a ser más común en series transversales que en series de tiempo.

#### EL SUPUESTO DE NORMALIDAD

La regresión lineal *Normal* clásica supone que cada  $U_i$  está distribuido normalmente con:

$$\text{Media o valor esperado: } E(U_i) = 0$$

$$\text{Varianza: } E(U_i^2) = \sigma^2$$

$$\text{cov}(u_i, u_j): E(u_i u_j) = 0 \quad i \neq j$$

Estos supuestos se pueden resumir de la siguiente manera:

$$U_i \sim N(0, \sigma^2)$$

Existen varias razones para plantear el supuesto de Normalidad:

1.  $U_i$  representa la influencia combinada de un gran número de variables independientes que no se introducen explícitamente en el modelo de regresión. Se espera que la influencia de esas variables omitidas o no tomadas en cuenta fuera pequeña y en el mejor de los casos, aleatoria. Ahora, con el conocido Teorema del Límite Central, se puede demostrar que existe un número apreciable de variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas, entonces, con pocas excepciones, la distribución de su suma tenderá a seguir una distribución Normal.

2. Una variante del citado teorema afirma que aunque el número de variables no sea muy grande o si estas variables no son estrictamente independientes, su suma puede seguir teniendo una distribución Normal.

3. Con el supuesto de normalidad se pueden obtener fácilmente las distribuciones probabilísticas de los estimadores de MCO, debido a que es una propiedad de la distribución Normal, es que cualquier función lineal de variables normalmente distribuidas también esté normalmente distribuida.

4. La distribución Normal es una distribución comparativamente sencilla que involucra solo dos parámetros (media y varianza).

#### ESTIMACIONES UTILIZANDO MINIMOS CUADRADOS ORDINARIOS (MCO)

Para obtener el estimador de MCO para  $\beta$ , se escribirá primero la regresión muestral para k variables (FRM):

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + \dots + \beta_k X_{ki} + e_i \quad (2.40.)$$

que se puede escribir en notación matricial como:

$$Y = X\beta + e \quad (2.41.)$$

y en forma desarrollada como:

$$\begin{matrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \dots \\ Y_N \end{matrix} = \begin{matrix} \left| \begin{matrix} 1 & X_{21} & X_{31} & \dots & X_{k1} \\ 1 & X_{22} & X_{32} & \dots & X_{k2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & X_{2N} & X_{3N} & \dots & X_{kN} \end{matrix} \right| \begin{matrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \dots \\ \beta_k \end{matrix} \end{matrix} + \begin{matrix} \left| \begin{matrix} e_1 \\ e_2 \\ \dots \\ e_N \end{matrix} \right| \quad (2.42.)$$

$$\begin{matrix} Y \\ N \times 1 \end{matrix} = \begin{matrix} X \\ N \times K \end{matrix} * \begin{matrix} \beta \\ K \times 1 \end{matrix} + \begin{matrix} e \\ N \times 1 \end{matrix}$$



Donde  $\beta$  es un vector columna de  $k$  elementos de los estimadores de MCO para los coeficientes de regresión y donde  $e$  es un vector columna de  $N \times 1$  para los  $N$  residuos.

Como ocurre en el modelo de regresión simple, en el modelo de  $k$  variables los estimadores de MCO se obtienen minimizando:

$$\sum e_i^2 = \sum (Y_i - \beta_1 - \beta_2 X_{2i} - \dots - \beta_k X_{ki})^2 \quad (2.43.)$$

Donde (2.43.) es la suma de los residuos al cuadrado (SRC).

En notación matricial, ésto es equivalente a minimizar la forma cuadrática  $e'e$  ya que:

$$e'e = [e_1 \ e_2 \ \dots \ e_N] \begin{matrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_N \end{matrix} = e_1^2 + e_2^2 + \dots + e_N^2 = \sum e_i^2 \quad (2.44.)$$

Ahora, partiendo de (2.41.) obtendremos:

$$e = Y - XB \quad (2.45.)$$

Por lo tanto:

$$\begin{aligned} e'e &= (Y - XB)'(Y - XB) \\ &= Y'Y - 2B'X'Y + B'X'XB \end{aligned} \quad (2.46.)$$

Aquí se utilizaron las propiedades de la transposición de matrices, es decir:

$(XB)' = B'X'$ ; y puesto que  $B'X'Y$  es un escalar, el es igual a su transpuesta  $Y'XB$ .

La ecuación (2.46.) es la representación matricial de (2.43.). En notación escalar, el método de MCO consiste en estimar de esta manera desde  $\beta_1$  hasta  $\beta_k$  donde la suma de errores al cuadrado es tan pequeña como sea

posible. Esto se hace diferenciado parcialmente (2.43.) con respecto a cada  $\beta$  e igualando las expresiones resultantes a cero. Este proceso arroja k ecuaciones simultáneas con k incógnitas, las ecuaciones normales de la teoría de los mínimos cuadrados queda de la siguiente manera:

Diferenciando:

$$\sum e_i^2 = \sum (Y_i - \beta_1 - \beta_2 X_{2i} - \dots - \beta_k X_{ki})^2$$

derivando parcialmente con respecto a las betas obtendremos:

$$\frac{\partial \sum e_i^2}{\partial \beta_1} = 2 \sum (Y_i - \beta_1 - \beta_2 X_{2i} - \dots - \beta_k X_{ki}) (-1)$$

$$\frac{\partial \sum e_i^2}{\partial \beta_2} = 2 \sum (Y_i - \beta_1 - \beta_2 X_{2i} - \dots - \beta_k X_{ki}) (-X_{2i})$$

$$\frac{\partial \sum e_i^2}{\partial \beta_k} = 2 \sum (Y_i - \beta_1 - \beta_2 X_{2i} - \dots - \beta_k X_{ki}) (-X_{ki})$$

Igualando a cero las anteriores derivadas parciales y reordenando términos obtenemos las k ecuaciones normales siguientes:

$$n\beta_1 + \beta_2 \sum X_{2i} + \beta_3 \sum X_{3i} + \dots + \beta_k \sum X_{ki} = \sum Y_i$$

$$\beta_1 \sum X_{2i} + \beta_2 \sum X_{2i}^2 + \beta_3 \sum X_{2i} X_{3i} + \dots + \beta_k \sum X_{2i} X_{ki} = \sum X_{2i} Y_i$$

$$\beta_1 \sum X_{3i} + \beta_2 \sum X_{3i} X_{2i} + \beta_3 \sum X_{3i}^2 + \dots + \beta_k \sum X_{3i} X_{ki} = \sum X_{3i} Y_i$$

(2.47.)

$$\beta_1 \sum X_{ki} + \beta_2 \sum X_{ki} X_{2i} + \beta_3 \sum X_{ki} X_{3i} + \dots + \beta_k \sum X_{ki}^2 = \sum X_{ki} Y_i$$

En forma matricial, las ecuaciones (2.47.) se pueden expresar como:

$$\begin{array}{c}
 N \quad \sum X_{2i} \quad \sum X_{3i} \quad \dots \sum X_{ki} \\
 \sum X_{2i} \quad \sum X_{2i}^2 \quad \sum X_{2i} X_{3i} \dots \sum X_{2i} X_{ki} \\
 \sum X_{3i} \quad \sum X_{3i} X_{2i} \quad \sum X_{3i}^2 \quad \dots \sum X_{3i} X_{ki} \\
 \dots \\
 \sum X_{ki} \quad \sum X_{ki} X_{2i} \quad \sum X_{ki} X_{3i} \dots \sum X_{ki}^2
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 \left| \begin{array}{c} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \\ \dots \\ \beta_k \end{array} \right|
 \begin{array}{c}
 \left| \begin{array}{c} 1 \dots 1 \\ X_{21} X_{22} \dots X_{2N} \\ X_{31} X_{32} \dots X_{3N} \\ \dots \\ X_{k1} X_{k2} \dots X_{kN} \end{array} \right|
 \left| \begin{array}{c} 1 \\ Y_2 \\ Y_3 \\ \dots \\ Y_N \end{array} \right|
 \end{array}
 \end{array}$$

(2.48.)

o en forma concreta como:

$$(X'X)\hat{\beta} = X'Y \quad (2.49.)$$

**Características de la matriz X'X:**

1. Proporciona las sumas brutas de los cuadrados y los productos cruzados de las variables de X, uno de los cuales es la intersección, la cual toma el valor de 1 para cada observación. Los elementos de la diagonal muestran las sumas brutas de los cuadrados, mientras que los demás presentan las sumas brutas de los productos cruzados.

2. Es simétrica, puesto que el producto cruzado entre  $X_{ij}$  y  $X_{kj}$  es el mismo entre  $X_{kj}$  y  $X_{ij}$ .

3. La dimensión de la matriz es de kXk, es decir, k filas y k columnas.

En la ecuación (2.49.) las cantidades conocidas son  $(X'X)$  y  $(X'Y)$ , toda vez que  $\beta$  es el valor desconocido a estimar. Cabe mencionar que utilizando el álgebra matricial, si existe la inversa de  $(X'X)$ , entonces se multiplica la ecuación (2.44.) por ésta, obteniendo:

$$(X'X)^{-1} (X'X)\beta = (X'X)^{-1} X'Y$$

$$\beta = (X'X)^{-1} X'Y \quad (2.50.)$$

La ecuación (2.50.) es el resultado fundamental de la teoría de MCO en notación matricial. Muestra que el vector  $\beta$  se puede estimar partiendo de los datos dados. Dado que la ecuación (2.50.) se obtuvo a partir de (2.48.), también diferenciando a'e con respecto a  $\beta$  estimada.

#### MATRIZ DE VARIANZA Y COVARIANZA PARA BETA

Los métodos matriciales permiten desarrollar fórmulas, no solamente para la varianza de  $\beta$ , sino también para la covarianza entre dos elementos cualesquiera de  $\beta$ , por ejemplo  $\beta_1$  y  $\beta_j$ . Es importante mencionar que necesitaremos estas varianzas y covarianzas para realizar inferencia estadística.

Por definición la matriz de varianza y covarianza de  $\beta$  es:

$$\text{var-cov}(\beta) = E[(\beta - E(\beta))(\beta - E(\beta))']$$

que se escribe explícitamente como:

$$\text{var-cov}(\hat{\beta}) = \begin{pmatrix} \text{var}(\hat{\beta}_1) & \text{cov}(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2) & \dots & \text{cov}(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_k) \\ \text{cov}(\hat{\beta}_2, \hat{\beta}_1) & \text{var}(\hat{\beta}_2) & \dots & \text{cov}(\hat{\beta}_2, \hat{\beta}_k) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \text{cov}(\hat{\beta}_k, \hat{\beta}_1) & \text{cov}(\hat{\beta}_k, \hat{\beta}_2) & \dots & \text{var}(\hat{\beta}_k) \end{pmatrix} \quad (2.51.)$$

o bien :

$$\text{var-cov}(\hat{\beta}) = \sigma^2 (X'X)^{-1} \quad (2.52.)$$

donde  $\sigma^2$  en el caso de k variables es:

$$\sigma^2 = \frac{\sum e_i^2}{N-k}$$

$$= \frac{e'e}{N-k} \quad (2.53.)$$

Con N - k grados de libertad.

La prueba de lo anterior tiene un comportamiento similar al de Regresión Lineal simple, lo cual se puede extender a Regresión Lineal Múltiple:

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + U_i$$

Por tanto:

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X + U$$

Restando la segunda de la primera:

$$Y_i = \beta_2 X_i + (u_i - \bar{u})$$

Si se toma en cuenta que:

$$e_i = Y_i - \beta_1 X_i$$

Por tanto, y reemplazando:

$$e_i = \beta_1 X_i + (u_i - \bar{u}) - \beta_2 X_i$$

Agrupando términos, elevando al cuadrado y sumando a ambos lados:

$$\sum e_i^2 = (\beta_1 - \beta_2) \sum X_i^2 + \sum (u_i - \bar{u})^2 - 2(\beta_2 - \beta_1) \sum X_i (u_i - \bar{u})$$

Si se aplica la Esperanza en ambos lados:

$$\begin{aligned} E(\sum e_i^2) &= \sum X_i^2 E(\beta_1 - \beta_2)^2 + E(\sum (u_i - \bar{u})^2) - 2E[(\beta_2 - \beta_1) \sum X_i (u_i - \bar{u})] \\ &= A + B + C \end{aligned}$$

Cabe destacar, que si se aplican los supuestos del modelo de Regresión Lineal Clásico, es posible verificar que:

$$\begin{aligned} A &= \sigma^2 \\ B &= (N-1) \sigma^2 \\ C &= -2 \sigma^2 \end{aligned}$$

Por tanto, aplicando éstos valores a la última ecuación:

$$E(\sum e_i^2) = (N-2) \sigma^2$$

Si definimos:

$$\theta^2 = \frac{\sum e_i^2}{N-2}$$

Su valor esperado es:

$$E(\theta^2) = \frac{1}{N-2} E(\sum e_i^2) = \sigma^2$$

Lo cual demuestra que  $\hat{\sigma}^2$  es un estimador insesgado del verdadero  $\sigma^2$ .

**EL COEFICIENTE DE DETERMINACION R CUADRADA  
Y EL COEFICIENTE DE DETERMINACION AJUSTADO R CUADRADA  
EN LA NOTACION MATRICIAL**

Generalmente, si se grafican los puntos muestrales junto a la recta de regresión obtenida, se encontrará que el ajuste casi siempre es imperfecto. Generalmente tienden a presentarse  $e_i$  positivos y negativos, con la esperanza de que los residuos localizados alrededor de la línea de regresión sean lo más pequeños posibles. En éste caso, el coeficiente de determinación  $R^2$  es una medida resumen que nos dice que tan bien la línea de regresión muestral se ajusta a los datos.

Como se sabe, el coeficiente de determinación para dos variables es:

$$R^2 = \frac{\hat{\beta}_2^2 \sum x_i^2}{\sum y_i^2}$$

Generalizando, para el caso de k variables:

$$R^2 = \frac{\hat{\beta}_2 \sum Y_i X_{2i} + \hat{\beta}_3 \sum Y_i X_{3i} + \dots + \hat{\beta}_k \sum Y_i X_{ki}}{\sum Y_i^2} \quad (2.54.)$$

La ecuación (2.54.) se puede reescribir de la siguiente manera:

$$R^2 = \frac{\hat{\beta}' X' Y - N \bar{Y}^2}{Y' Y - N \bar{Y}^2} \quad (2.55.)$$

la cual muestra la representación matricial de  $R^2$ .

Para efectos de comparar dos coeficientes de determinación  $R^2$ , es necesario tener en cuenta el número de variables explicativas presentes en el modelo. Esto puede hacerse fácilmente si se considera un coeficiente de determinación alterno, como el siguiente:

$$\overline{R^2} = 1 - \frac{\sum e_i^2 / (N-k)}{\sum Y_i^2 / (N-1)} \quad (2.56.)$$

La  $R^2$  definida se denomina comunmente  $R^2$  ajustada. El término ajustado implica que el coeficiente se ajusta por los grados de libertad asociados con las sumas de cuadrados que entran en la ecuación (2.56.) que

puede reescribirse de la siguiente forma:

$$\overline{R^2} = 1 - (\hat{\sigma}^2 / S_y^2) \quad (2.57.)$$

en donde  $\hat{\sigma}^2$  y  $\sigma^2$  es la varianza de los residuales, un estimador insesgado del verdadero  $\sigma^2$ , y  $S_y^2$  que es la varianza muestral de Y.

De la ecuación (2.57.) se obtiene la siguiente relacion entre los dos coeficientes de determinación:

$$\overline{R^2} = 1 - \frac{(1 - R^2)(N-1)}{N-k} \quad (2.58.)$$



**PRUEBAS DE HIPOTESIS CON RESPECTO A LOS  
COEFICIENTES INDIVIDUALES DE REGRESION EN  
NOTACION MATRICIAL**

El problema que se intenta resolver con las pruebas de hipótesis estadísticas puede enunciarse sencillamente de la siguiente manera: *¿Es cierta observación compatible con una determinada hipótesis?* La palabra *compatible* significa *suficientemente* cerca del valor hipotético, de suerte que nos lleve a aceptar la hipótesis enunciada inicialmente.

En lenguaje estadístico, la hipótesis enunciada se conoce como *hipótesis nula* y se denota con  $H_0$ , generalmente contra una *hipótesis alterna* que se denota  $H_a$ .

La teoría de prueba de hipótesis se preocupa por desarrollar reglas o procedimientos para decidir si se acepta la hipótesis nula.

En términos generales, una prueba de significancia es un procedimiento mediante el cual se utilizan los resultados de la muestra para verificar la veracidad o falsedad de las hipótesis.

Como el objetivo de un modelo es tanto la inferencia como la estimación, se tiene que asumir que las perturbaciones  $U_i$  siguen alguna distribución probabilística. Además, por razones previamente dadas, en el análisis de regresión suponemos que cada  $U_i$  posee una distribución normal con una media cero y una varianza constante de  $\sigma^2$ , esto es:

$$U \sim N(0, \sigma^2) \quad \text{con } \sigma^2 > 0 \quad (2.59.a.)$$

Por otra parte también se obtiene que:

$$\hat{\beta} = N\beta, \sigma^2 (X'X)^{-1} \text{ con } \sigma^2 > 0 \quad (2.59.b.)$$

Puesto que en la práctica se desconoce sigma cuadrada, éste parámetro se estima empleando  $\hat{\sigma}^2$ . Entonces, se utiliza la distribución t-student para hacer inferencia sobre cualquier  $\beta_j$ .

Simbólicamente:

$$t = \frac{\hat{\beta}_j - \beta_j^*}{\sqrt{\text{var}(\hat{\beta}_j)}} \quad (2.60.)$$

con N-k grados de libertad, donde  $\beta_j^*$  es un elemento de  $\beta$ , sobre el que se hace la inferencia estadística.

Puesto que este estadístico posee una distribución t, es posible hacer afirmaciones sobre el intervalo de confianza, como sigue:

$$\text{Pr} \left[ -t_{\alpha/2} \leq \frac{\hat{\beta}_j - \beta_j^*}{\sqrt{\text{var}(\hat{\beta}_j)}} \leq t_{\alpha/2} \right] = 1 - \alpha$$

donde  $\beta_j^*$  es el valor de  $\beta_j$  bajo  $H_0$  y  $-t_{\alpha/2}$  y  $t_{\alpha/2}$  son los valores de t que se obtienen de la tabla t para un nivel de significancia de  $(\alpha/2)$  y N-k grados de libertad.

Reordenando, obtenemos:

$$\text{Pr} \left[ \hat{\beta}_j^* - t_{\alpha/2} \sqrt{\text{var}(\hat{\beta}_j)} \leq \hat{\beta}_j \leq \hat{\beta}_j^* + t_{\alpha/2} \sqrt{\text{var}(\hat{\beta}_j)} \right] = 1 - \alpha$$

Por tanto, la prueba t-student, se puede utilizar para evaluar una prueba

de hipótesis acerca del verdadero valor de  $\beta_i$ .

## PRUEBAS DE SIGNIFICANCIA GLOBAL DE LA REGRESION ANÁLISIS DE VARIANZA EN NOTACION MATRICIAL

Desde el punto de vista de la regresión, el estudio de la suma total de cuadrados se conoce como *Análisis de Varianza* (ADV). Asociados con cualquier suma de cuadrados existen grados de libertad correspondientes, los cuales tienen que ver con el número de observaciones independientes en los que dicha suma se basa. La suma total de cuadrados tiene  $N-1$  grados de libertad porque se pierde un grado de libertad en el cálculo de la media muestral de  $Y$ . La suma de cuadrados debidos al error tiene  $K-k$  grados de libertad.

La técnica de Análisis de Varianza (ADV) se puede hacer extensiva fácilmente al modelo de  $k$  variables.

Suponiendo que las perturbaciones  $U_i$  tienen distribución Normal y que la prueba de hipótesis es:

$$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_k = 0 \quad \text{v.s.} \quad H_a: \beta_i \neq 0 \text{ para alguna } i$$

En el caso de que algún  $\beta_i$  sea igual a cero, la variable explicativa  $X$  no ejerce ninguna influencia lineal sobre  $Y$  y la totalidad de la variación de  $Y$  se explica por los errores aleatorios de perturbación  $U_i$ . Si por otra parte,  $\beta_i$  no es cero, parte de la variación de  $Y$  podrá atribuirse a  $X$ .

Se puede demostrar que el estadístico que se utiliza para efectuar la prueba de hipótesis es:

$$F = \frac{(\hat{\beta}' X' Y - NY\bar{Y}) / (k-1)}{(Y' Y - \hat{\beta}' X' Y) / (N-k)} \quad (2.61.)$$

Donde F posee una distribución F, con K-1, N-k grados de libertad.

**Formulación matricial del cuadro de ADV  
para el modelo de regresión lineal de k variables.**

Fuente de Variación	SC	g de l	SNC
Debido a la regresión:	$\hat{\beta}' X' Y - NY\bar{Y}$	K-1	$(\hat{\beta}' X' Y - NY\bar{Y}) / (k-1)$
Debido a los residuos:	$Y' Y - \hat{\beta}' X' Y$	N-k	$(Y' Y - \hat{\beta}' X' Y) / (N-k)$
Total:	$Y' Y - NY\bar{Y}$	N-1	

## CAPITULO 3

### OBJETIVOS

*En este capítulo se comparará la Formación Bruta de Capital v.s. el Producto Interno Bruto, los cuales son dos importantes indicadores macroeconómicos. El Producto Interno Bruto como se ha mencionado en el capítulo 1 (de Contabilidad Nacional), es una medida usada ocasionalmente para explicar el bienestar de un país, el cual asociado a los censos de población permite calcular el PIB per cápita; la Formación Bruta de Capital es llamada por el Banco de México como la Inversión Bruta obtenida en el país.*

*Dado lo anterior, es claro que el objetivo de este capítulo es en primer lugar, el análisis de polinomios de rezagos distribuidos (dentro de los tres tipos que se mencionaron en el capítulo 2) para obtener una función que aproxime a la F.B.C. (Formación Bruta de Capital), para años posteriores a los obtenidos por las tablas que ofrece el Banco de México mediante el P.I.B. (Producto Interno Bruto) y la misma F.B.C. rezagada en uno ó más periodos (para el caso ad-hoc).*

*Otro objetivo es el ejemplificar el empleo de los tres métodos mencionados en el capítulo anterior para la aproximación de la F.B.C., motivo por el cual se requerirán conocimientos básicos de Álgebra Lineal, Probabilidad y Estadística, así como Cálculo Diferencial. Aunque en el desarrollo de cada método se presentan todos los pasos requeridos también se presentan las hojas de resultados que proporciona el paquete computacional TSP.*

*Antes de empezar con la ejecución de los pasos requeridos en cada uno de los tres métodos, es necesario hacer algunas aclaraciones con respecto a los datos con los que se van a trabajar, así como la naturaleza de los mismos.*

*Este capítulo muestra los indicadores macroeconómicos (F.B.C. y P.I.B.), los cuales se presentan al final de la tesis en los anexos obtenidos del Banco de México e INEGI, que se encuentran en los siguientes grupos: Serie de Indicadores a Precios de 1960; Serie de Indicadores a precios de 1970 y*

*Series de Indicadores a Precios de 1980, así como un breve glosario de términos al final del capítulo.*

*Es necesario advertir que estas series no son estrictamente comparables entre sí, debido a que cada serie se encuentra en precios constantes de un año dado y es necesario hacer conversiones de esos valores a un solo año específico.*

### SERIES DE INDICADORES

*Las Series a Precios de 1960 tienen como fuente al Banco de México, institución que ha sido la responsable de elaborar las Cuentas Nacionales hasta fines de los años setenta. Para la realización de esta actividad, el Banco de México se apoyó en estudios específicos como "México, 50 Años de Revolución" y "El Desarrollo de México y su Capacidad para Absorber Capital de Exterior", además utilizó información estadística de la Dirección General de Economía Agrícola, de la Comisión Nacional de Salarios Mínimos, de las Matrices de Insumo-Producto de 1950 y 1960, así como de la Oficina de Cuentas de Producción.*

*El Producto Interno Bruto se estimó mediante el método de la producción, que consiste en restar al valor de producción bruta el monto de los consumos intermedios. Los cálculos se realizaron a nivel de 46 ramas de actividad económica mediante la extrapolación de los niveles del cuadro de insumo-producto de 1960. A partir de las series del P.I.B. y de los principales componentes del gasto interno se integraron las cuentas consolidadas de la nación, incorporando las estadísticas del Comercio Exterior, elaboradas por el propio Banco de México, y cálculos especiales sobre los componentes del valor agregado.*

*Con estos elementos se logró determinar una estructura de las principales corrientes de producción, consumo, acumulación de capital y las transacciones con el exterior.*

## EL NUEVO SCN

A partir de 1968, el Gobierno de México ha venido desarrollando un programa de modernización y ampliación del SCN, haciendo depositario de su instrumentación y ejecución al Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática (INEGI), quien ha contado desde entonces con la asesoría del Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo (PNUD).

### SERIE DE 1960 A 1986

El primer resultado de las actividades desarrolladas por ese programa fue la elaboración de la matriz de insumo-producto de 1970; el siguiente fue un nuevo Sistema de Cuentas Nacionales de México para un período inicial de 1970 a 1978, publicado en abril de 1981. Posteriormente, y hasta el año de 1986 inclusive, las cifras se actualizaron anualmente, pudiéndose de ésta forma disponer de la serie de 1970 a 1986, a precios corrientes y a precios constantes de 1970. Este Sistema de Cuentas Nacionales actualizó en 10 años la base de los cálculos existentes en el país hasta el momento, pues los realizados por el Banco de México se referían al año base de 1960. Este nuevo Sistema de Cuentas Nacionales de México incluyó cifras relativas al personal ocupado remunerado, los salarios medios anuales, una matriz de insumo-producto para el año de 1975 y cuadros de oferta, así como de utilización de bienes y servicios.

### SERIE DE 1960 A 1985

Esta reemplazó oficialmente hasta las que el momento realizaba el Banco de México y que tenían como base de los cálculos reales el año de 1960. Las estimaciones del Producto Interno Real realizadas por el Banco de México se estructuraban sobre la base de 46 sectores de actividad definidos en la matriz insumo-producto de 1960, en tanto que para el cálculo de las series a precios constantes de 1970, se integraron 73 ramas de la actividad económica, respaldadas por una abundante cantidad de información y con mucho más detalle, que permitió la realización de estimaciones con un nivel semejante al definido por las "clases" censales.

Toda la información básica utilizada por el Banco de México entre 1960 y 1970 para realizar sus cálculos fue trasferida al INEGI, en donde se procedió a complementarla con los datos necesarios que posibilitaron la realización de las estimaciones para 1960 y 1970, bajo el mismo nivel de detalle y la misma metodología que se empleó desde 1970 en adelante. De esta forma los cálculos se efectuaron a partir de los datos de producción de cada uno de los artículos que componen los grupos definidos en el codificador de actividades del Sistema de Cuentas Nacionales, multiplicada por sus respectivos precios medios de 1970. Los insumos se calcularon también a precios de 1970 para obtener el producto por el denominado método de la "doble inflación", que es el utilizado desde 1970 en adelante, y presenta así una serie de tiempo que fuese homogénea, tanto en métodos como en fuentes de información. Lo anteriormente expresado indica que en ningún caso se calcularon los datos con base en 1970 por simple reconversión de los índices existentes, con base en 1960, lo cual hubiera significado mantener las estructuras de precios o la ponderación prevalecientes en 1960, desvirtuándose los resultados y los análisis que de ellos se derivan.

La ejecución de este trabajo dió como resultado la publicación, en enero de 1987, del Sistema de Cuentas Nacionales de México 1960-1985 con valores absolutos a precios de 1970, que incluye Oferta y Utilización de Bienes y Servicios, Producto Interno Bruto para el total de la economía y para cada una de las nueve grandes divisiones definidas en la Clasificación Industrial Internacional Uniforme (CIIU), así como Producción Bruta por Actividad Económica de Origen, Importación y Exportación de Bienes y Servicios, Márgenes de Comercialización, Demanda Intermedia, Gastos de Consumo Final Privado, Formación Bruta de Capital Fijo, todo ello expresado a precios de 1970.

La utilidad que se deriva de la disposición de una información tan valiosa inexistente hasta el presente en el país, que abarca una extensión de 25 años, es de considerable importancia para el estudio de la evolución de la economía nacional y para la programación económica.



#### SERIE 1980-1989

Los trabajos del programa de modernización y ampliación del SCN iniciado en 1978, y que además de los resultados mencionados en los párrafos anteriores, ha generado las cuentas anuales de producción del sector público desde 1975 en adelante; el P.I.B. por entidad federativa para 1970, 1975, 1980 y 1985; las matrices de insumo producto de 1978 y 1980 y otros más; han enriquecido la base informativa en la que se apoya la planeación económica y social; y han permitido al mismo tiempo promover el mejoramiento de la estadística básica. Sin embargo, para atender la problemática de una realidad económica y social cada vez de mayor complejidad y dinamismo se requiere contar con información más precisa y actualizada. Por esta razón dentro del programa permanente de ampliación y actualización del SCN, se han llevado a cabo dos importantes trabajos: el cambio de año base a 1980 y el cálculo trimestral del P.I.B.

A fin de mantener la consistencia con la valuación otorgada a otras transacciones del sistema, el consumo de capital fijo mide al costo de reemplazo; es decir, el monto registrado cada año es la fracción asignada del valor de reemplazo corriente del activo de capital y no de su costo o valor de libros.

## SERIES DEL P.I.B. Y F.B.C.

A continuación se muestra la siguiente tabla que contiene los datos de la Formación Bruta de Capital y el Producto Interno Bruto de 1939 a 1970 a precios de 1980.

**CUADRO OBTENIDO DE LA TABLA DE  
OFERTA Y DEMANDA GLOBAL, 1939-1970**  
Millones de Pesos de 1960

ARO	PIB	FBC	ARO	PIB	FBC	ARO	PIB	FBC
1939	48058	3351	1950	83304	12470	1961	157831	25718
1940	46693	4375	1951	89746	15812	1962	165310	27108
1941	51241	5337	1952	93315	16384	1963	178516	30227
1942	54118	4624	1953	93571	15804	1964	199390	36381
1943	58120	4628	1954	102924	16403	1965	212320	39054
1944	60701	5823	1955	11671	18502	1966	227037	42515
1945	62808	8365	1956	119306	21476	1967	241272	48341
1946	66722	11151	1957	128343	23267	1968	260901	52981
1947	89020	15567	1958	135169	21902	1969	277400	56889
1948	71864	11913	1959	139212	22196	1970	296600	61805
1949	75803	10855	1960	150511	25507			

Datos Proporcionados por Banco de México e INEGI.

La siguiente tabla contiene la Formación Bruta de Capital y el Producto Interno Bruto de 1960 a precios de 1970.

**FORMACION BRUTA DE CAPITAL Y PRODUCTO INTERNO BRUTO.**

Millones de Pesos de 1970

ANO	PIB	FBC	ANO	PIB	FBC	ANO	PIB	FBC
1960	237216	38606	1969	416899	82017	1978	711982	142799
1961	246716	38986	1970	444271	88661	1979	777183	171714
1962	257988	39840	1971	462804	87142	1980	841854	197364
1963	277283	45086	1972	502088	97808	1981	908785	226427
1964	306744	54858	1973	544307	112228	1982	903839	190313
1965	326679	57047	1974	577568	121096	1983	856174	137241
1966	346796	62616	1975	609976	132315	1984	887647	144815
1967	367785	69882	1976	635831	132910	1985	912334	
1968	394024	76732	1977	657722	123986			

Datos Proporcionados por Banco de México e INEGI.

Producto Interno Bruto, Formación Bruta de Capital de 1980 a 1988, a precios de 1980.  
GC = Gasto en Consumo.

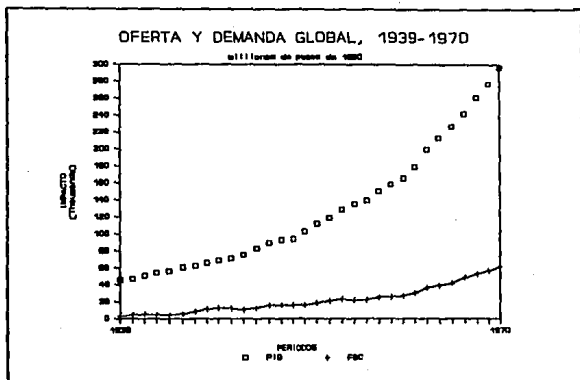
**PRODUCTO INTERNO BRUTO, FORMACION BRUTA DE CAPITAL**

Millones de Pesos de 1980

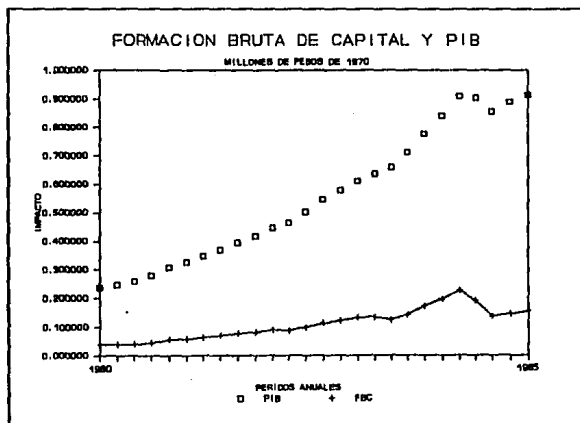
ANO	PIB	GC	FBC
1980	4470077	448744	1108758
1981	4862219	659996	1286376
1982	4831689	1025846	1070371
1983	4628937	1573738	767667
1984	4796050	2721658	817006
1985	4920430	4373985	981180
1986	4735721	7208207	777198
1987	4617733	16505302	775172
1988	4875994	32961320	821616

Datos proporcionados por Banco de México e INEGI.

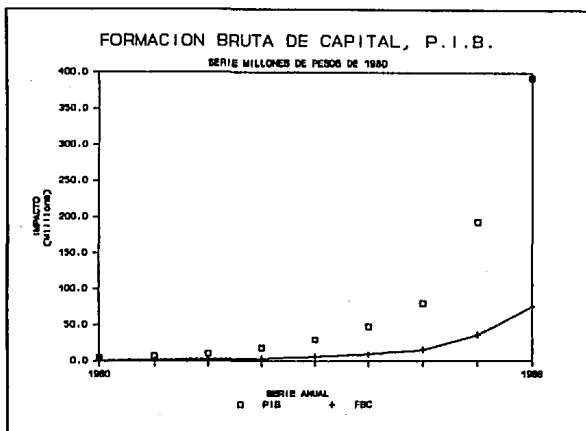
Como se puede observar en las siguientes 3 gráficas, entre la F.B.C. y el P.I.B. existe una clara relación lineal entre cada una de las curvas respecto al periodo observado.



GRAFICA 6



GRAFICA 7



GRAFICA B

Como se ha visto en las anteriores gráficas, existe una clara relación entre el P.I.B. y la F.B.C. para cada uno de los periodos dados y a precios constantes para cada uno de ellos. Esto hace pensar en una primera relación de causalidad entre las dos variables de la forma:

$$Y_t = \alpha + \beta_0 X_t \quad (3.1.)$$

donde:

$Y_t$  = Formación Bruta de Capital al tiempo  $T$

$\alpha$  = impacto instantáneo

$\beta_0$  = porcentaje de impacto al tiempo  $T$

$X_t$  = Producto Interno Bruto al tiempo  $T$

Ahora, como se ha comentado en el primer capítulo, las relaciones entre las variables económicas muchas veces no son instantáneas, es decir, se requiere de tiempo para conocer cual será el efecto de una variable sobre la otra; entonces, se requiere contemplar en el modelo alguna variable explicativa que pertenezca a anteriores

series de tiempo o valores rezagados, de tal manera que se puede pensar que la Formación Bruta de Capital al tiempo T, se puede explicar además por variables rezagadas en el tiempo. Se propone que a la F.B.C. en el tiempo T se le explique a partir del P.I.B. en el tiempo T y por la misma F.B.C. en el tiempo T-1, de tal manera que el modelo debe ser:

$$Y_t = \alpha + \beta_0 X_t + \beta_1 Y_{t-1} \quad (3.2.)$$

de tal manera que la nueva variable es:

$$Y_{t-1} = \text{F.B.C. al tiempo T-1}$$

El primer problema que se analiza es la "Conversión" de las series económicas a precios de 1980 (es decir, convertir las variables a precios reales de 1980).

Generalmente éstas series se encuentran a precios de un año dado, es decir, los conjuntos:

*A* es el conjunto de datos a precios de 1960

*B* es el conjunto de datos a precios de 1970

*C* es el conjunto de datos a precios de 1980

No son estrictamente comparables dada la naturaleza de los mismos, por tal motivo lo que se tiene que hacer es encontrar el precio ó valor de las variables a los precios reales de 1980.

Evidentemente, los dos primeros conjuntos son los que se tendrán que transformar, ya que el tercero se encuentra en formato correcto.

Lo anterior es básico, debido a que solamente se tiene que encontrar la razón de cambio (inflación) entre los períodos de los tres conjuntos dados. Por ejemplo, si se tiene el valor de la F.B.C. en 1960 en pesos corrientes de 1970 y lo se quiere a precios de 1980, lo único que se debe hacer es encontrar la razón de cambio entre los precios de 1970 y 1980, de la misma manera, si se tiene el valor del P.I.B. en 1960 y se

quieré a precios de 1980, se buscará la razón de cambio de los precios entre 1960 y 1980.

Se procederá a construir la tabla de valores estimados con base en la inflación para las variables mencionadas en la tabla de la página siguiente.

**PROD.INTERNO BRUTO, FORMACION BRUTA DE CAPITAL  
CONVERTIDOS A MILLONES DE PESOS DE 1980**

ANO	PIB	FBC	PIB-COM-70	PIB-COM-80	FBC-COM-70	FBC-COM-80
1939	448693.00	443375.00	65053.67	330472.66	4733.05	24043.90
1940	446493.00	443375.00	65950.56	335028.07	6179.30	31391.24
1941	51241.00	45397.00	72374.29	367661.41	7530.14	38293.73
1942	51161.00	45421.00	76435.03	388205.94	6531.07	33177.65
1943	63120.00	4428.00	79265.54	402660.93	6536.72	33206.55
1944	62201.00	4428.00	85735.88	435536.25	8274.58	41780.85
1945	62201.00	4428.00	88429.38	449221.24	11814.97	60020.06
1946	66722.00	44161.00	94240.11	478739.77	15750.00	80010.00
1947	66020.00	44269.00	97485.88	495226.25	17750.00	90170.00
1948	7184.00	41193.00	101502.82	515634.35	16826.27	85477.46
1949	75803.00	40655.00	107066.36	543697.23	15331.92	77886.16
1950	8300.00	42470.00	117661.02	597717.97	17612.99	89474.01
1951	8740.00	43112.00	126759.89	643940.23	22333.33	113453.33
1952	8351.00	44184.00	131800.65	669548.31	23155.37	11629.27
1953	9571.00	45004.00	132162.43	671385.14	22322.03	113395.93
1954	10252.00	46403.00	145372.88	738494.24	23168.08	117693.84
1955	11127.00	46602.00	157727.40	801255.20	26132.77	132754.46
1956	11928.00	47175.00	168511.30	856037.40	30333.33	164093.33
1957	12343.00	48222.00	181275.42	920879.15	32862.99	166944.01
1958	13169.00	49202.00	190916.67	969856.67	30935.03	157149.94
1959	13927.00	50218.00	196627.12	998665.76	31350.28	159259.44
1960	13927.00	50218.00	217216.00	1205057.28	33804.00	196118.48
1961	16293.00	52718.00	226216.00	1253317.28	33866.00	197947.28
1962	16510.00	52718.00	257988.00	1310579.04	339840.00	202387.20
1963	17851.00	53022.00	27722.00	1408496.04	34084.00	229036.08
1964	19290.00	54301.00	30674.00	1558259.52	341848.00	278678.64
1965	21202.00	54904.00	32659.00	1659529.32	342707.00	289798.76
1966	22727.00	55218.00	34826.00	1761723.68	342616.00	318089.28
1967	24127.00	55411.00	35776.00	1868347.80	342642.00	354898.56
1968	26001.00	55903.00	39402.00	2001641.92	342732.00	389798.96
1969	27700.00	56688.00	41689.00	2112946.92	342817.00	416646.36
1970	29500.00	58160.00	44327.00	2256896.68	342861.00	450397.80
1971	31200.00	59204.00	46204.00	2351044.32	342928.00	442681.36
1972	32000.00	59204.00	48000.00	2450506.08	342906.00	496884.48
1973	33800.00	59204.00	50000.00	2765079.56	342239.00	570118.24
1974	35756.00	59204.00	52000.00	2934045.44	342109.00	615167.68
1975	37800.00	59204.00	54000.00	3098678.08	342316.00	672160.20
1976	39800.00	59204.00	56000.00	3230021.48	342310.00	675182.80
1977	41800.00	59204.00	58000.00	3341227.76	342296.00	629468.88
1978	43800.00	59204.00	60000.00	3616868.56	342199.00	725418.92
1979	45800.00	59204.00	62000.00	3947986.04	342114.00	872307.12
1980	47800.00	59204.00	64000.00	4420072.00	342114.00	1105780.00
1981	49800.00	59204.00	66000.00	4862770.00	342267.00	1286376.00
1982	51800.00	59204.00	68000.00	5316550.00	342511.00	1470718.00
1983	53800.00	59204.00	70000.00	5804370.00	342416.00	167800.00
1984	55800.00	59204.00	72000.00	6326040.00	342481.00	187000.00
1985	57800.00	59204.00	74000.00	6892400.00	342502.00	211180.00



Para la obtención de la tabla anterior se calcularon las siguientes relaciones:

$$X_{80} = X_{70}(1.708)$$

$$X_{70}(5.08) = X_{80}$$

Donde:

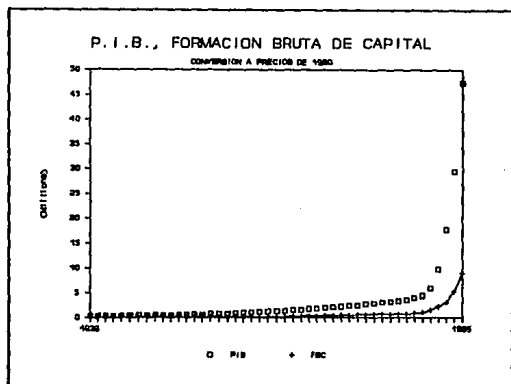
$$X_i = \text{P.I.B. ó F.B.C. a precios de } i$$

Las anteriores relaciones se encuentran también en el anexo de tablas proporcionadas por Banco de México en la parte final de esta tesis (tablas).

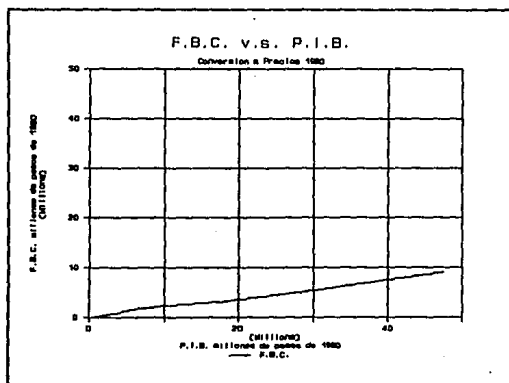
Las partes sombreadas de la tabla anterior son precios que no tuvieron que ser convertidos a precios como se señala en la parte superior de cada columna, sino que se obtuvieron tal cual de las tablas indexadas al final de la tesis.

Se comenzará por observar el comportamiento de la función dada por (3.1.) en la siguiente gráfica en la que se observa una clara tendencia lineal entre las variables.

Posteriormente, se continuará con funciones del tipo (3.2.) para valores rezagados del P.I.B. y de la F.B.C. desde los puntos de vista *ad-hoc*, de *Koyck*, *Ajustes Parciales* y *Variables Instrumentales*.



GRAFICA 9



GRAFICA 10

## ESTIMACIONES DE MODELOS

### AD-HOC

Para llevar a cabo la corrida en el TSP del primer modelo Ad-Hoc sin términos rezagados se tomarán las siguientes variables:

$Y_t$  = Formación Bruta de Capital al tiempo T

$X_t$  = Producto Interno Bruto al tiempo T

Se correrán MCO tomándose como variable explicativa a  $X(t)$  y  $Y(t)$  como variable respuesta, obteniéndose:

$$\hat{Y}_t = -49242.116 + 0.220824 X_t$$

Con una  $R^2$  del 96.08%

Para el modelo Ad-Hoc con la variable P.I.B., rezagado un periodo de tiempo, es decir:

$X_{t-1}$  = Producto Interno Bruto al tiempo T-1

que es otra variable explicativa mas que se incluye en el modelo Ad-hoc, obteniéndose:

$$\hat{Y}_t = -59464.524 + 0.6141416 X_t - 0.4095889 X_{t-1}$$

Con una  $R^2$  del 97.49%

Para el modelo Ad-Hoc con el P.I.B. rezagado dos periodos de tiempo, es decir:

$X_{t-1}$  = P.I.B. rezagado un periodo

$X_{t-2}$  = P.I.B. rezagado dos periodos

Se obtuvo:

$$\hat{Y}_t = -63158.109 + 0.4079493 X_t + 0.2646208 X_{t-1} - 0.408811 X_{t-2}$$

Al parecer el mejor ajuste fué la segunda ya que el coeficiente de  $X(t-1)$  en el tercer modelo se desestabiliza y también el coeficiente de  $X(T-2)$  tiene

una mayor significancia que el anterior coeficiente lo cual puede conllevar algunos problemas explicativos al modelo. Para el modelo Ad-Hoc, se utilizará la segunda corrida, es decir:

$$\hat{Y}_t = -59464.524 + 0.8141416X_t - 0.4095889X_{t-1}$$

Por desestabilización de coeficientes se entiende el hecho de que en diferentes modelos con la misma variable explicativa, se obtienen diferentes signos (+ ó -) para el coeficiente de la variable. En el caso de la modelación Ad-Hoc se observa que el signo de  $X_{t-1}$  cambia a apartir de el tercer caso, es decir, se desestabiliza el tercer coeficiente.

Para explicar el concepto de significancia de las variables, se tiene que hacer la diferenciación entre significancia estadística y significancia práctica. La primera hace referencia al verdadero valor de el coeficiente estimado de la variable explicativa, esto es, cuando se hacen pruebas de hipótesis para conocer si el valor estimado se encuentra en un intervalo de confianza, entonces se decide si el coeficiente estimado es o no significativo. Ahora bien, significancia práctica depende del concepto que se esté manejando, es decir, es subjetiva. En macroeconomía, se sabe que pequeñas variaciones en un indicador, repercute en gran medida en el resto de la economía, como es el caso de la F.B.C. y el P.I.B.

Más adelante se discutirá si es el mejor o no, de los modelos.

## KOYCK

Para el modelo de Koyck, se tomará como variable dependiente la Formación Bruta de Capital:

$$Y_t = F.B.C.$$

Mientras que las variables explicativas serán:

$$X_t = P.I.B.$$

$$Y_{t-1} = F.B.C. \text{ (rezagada un periodo)}$$

Si bien es cierto que se tendrán problemas en relación a que los parámetros estimados no son insesgados y mucho menos de varianza mínima, es también cierto que servirá como una buena aproximación para poder predecir valores futuros de la F.B.C., ya que como hemos mencionado, las series económicas dependen de valores rezagados, entonces aunque teóricamente se tengan inconsistencias estadísticas, se podrá tomar el modelo de Koyck para predecir valores futuros de la Formación Bruta de Capital como un método numérico.

Al correr MCO para estimar el modelo se tiene:

$$Y_t = -31434.74 + 0.1538929X_t + 0.3126358Y_{t-1}$$

Con una  $R^2$  igual a 96.4%

Importante: Como se mencionó en el capítulo 2, el estadístico  $d$  de Durbin no se puede utilizar, en su lugar se usa el estadístico  $h$ . El estadístico  $h$  de Durbin es igual a: 7.46, es decir, la prueba nos dice que existe

correlación serial positiva al 95% de confianza (Ver capítulo 2, "Cómo detectar Autocorrelación").

También se observa un típico problema de multicolinealidad al obtener  $R^2$  muy altas y pruebas t's bajas.

#### AJUSTE PARCIAL

Al utilizar el modelo de Ajuste Parcial se tiene que tomar una  $\delta$  escogida con anticipación, de tal forma que indicará el aumento que se desea para el siguiente período de la F.B.C., ya que ésta no se observa directamente.

Se escogió una  $\delta$  del 25% (0.25, ésta es subjetiva y no sigue más que reglas de expectativas propias e inciertas) para estimar mediante MCO la recta de regresión ajustada:

$$\hat{Y}_t = -31434.74 + 0.15389X_t + 0.31264Y_{t-1}$$

Las  $\beta_1$  se obtiene multiplicando las  $\beta_1$  obtenidas por 0.25 las dos primeras y 0.75 la última (ver hojas de resultados del TSP al final de la tesis).

Es importante señalar que la prueba h de Durbin no es aplicable para este caso, ya que recordando:

$$h = \beta_1 \sqrt{\frac{N}{1 - N \cdot \text{Var}(\hat{\beta}_1)}}$$

Se tiene que  $[1 - N \cdot \text{Var}(\hat{\beta}_1)] < 0$  lo cual no permite realizar los cálculos necesarios.

## VARIABLES INSTRUMENTALES (VI)

Por último, para el caso de Variables Instrumentales (VI), se toma como variable "proxy" de  $Y(t-1)$  a  $X(t-1)$  (lo mismo que sugiere Liviatan(1)) es decir, al P.I.B. con un rezago de un periodo, que está correlacionado con la F.B.C. al tiempo  $(t-1)$ , pero parece no tener correlación con los términos de perturbación estocásticos. Dicho esto, obtenemos los MCO:

$$\hat{Y}_t = -59464.524 + 0.6141416X_t - 0.4045684X_{t-1}$$

Con una  $R^2$  del 97.49%

Importante: El estadístico  $h$  de Durbin igual a 5.596 indica que existe correlación serial positiva.

(1) N.Liviatan, "Consistent Estimation of Distributed Lags", *International Economic Review*, vol.4, pp. 44-52, enero, 1963

#### ¿PORQUE LA EXISTENCIA DE CORRELACION SERIAL?

Ya que mediante la prueba  $h$  de Durbin se ha demostrado que en todos estos modelos existe correlación serial, conviene ahora justificar la existencia de la misma, mediante las siguientes razones:

**Inercia.** Una de las características sobresalientes de la mayoría de las series económicas de tiempo es la inercia. Como se conoce ampliamente, series de tiempo tales como el PNB, los índices de precios, la inversión, la producción, el empleo y el desempleo, presentan ciclos (en la actividad empresarial). Partiendo de la parte más baja de la recesión, cuando comienza la recuperación económica, la mayoría de éstas series comienzan a moverse hacia arriba. En este movimiento, el valor de una serie en un punto en el tiempo es mayor que su valor anterior. Por tanto, existe un "momento" intrínseco en ellas que continúa hasta que algo ocurre (como un aumento en las tasas de interés) que hace que estas disminuyan su ritmo. Por tanto, en series que involucren series de tiempo, es probable que observaciones sucesivas sean independientes.

**Sesgo de especificación:** El caso de las variables excluidas. En análisis empírico, es común el caso en que el investigador comienza con un modelo de regresión factible a no ser el más "perfecto". Después del análisis de regresión, se hace un examen posterior, buscando averiguar si los resultados concuerdan con las esperanzas existentes a priori. Si no es así, se pueden graficar los residuos obtenidos en las regresiones ajustadas, pudiendo observar ciertos patrones los cuales pueden sugerir que algunas variables que eran candidatas a ser variables explicativas y, que no se tomaron en cuenta, ahora si se incorporen al modelo.

Lo que sigue ahora es tratar de decir "cual es el mejor modelo" de los que se han obtenido. Para esto cabe recordar lo dicho en el prologo y capítulo dos de esta tesis en el sentido de que lo más probable es que el modelo no sea exacto o muy preciso, razón por la cual algunos no queden satisfechos en el sentido puramente teórico y práctico.

Es también importante destacar que para efectos de conocer cual es el comportamiento tendencial de la F.B.C. dado el P.I.B. uno o mas períodos rezagados, a través de modelos que aproximan a la explicación de un fenómeno



de tipo económico, el cual se ve influenciado por variables muchas veces cualitativas más que cuantitativas, lo cual como es de esperar, es difícil modelar, tanto como lo sería querer simular el comportamiento humano, que es uno de los principales factores que dan forma a las variables explicativas.

#### COMENTARIOS A LOS MODELOS

*Observaremos primero los modelos Ad-Hoc:*

*Como se sabe, este enfoque es en buena medida un modelo sin hipótesis a priori respecto a los rezagos, lo que hace que la elección del mejor modelo dentro de los que se aplican sea un tanto subjetivo. Se seleccionará la segunda regresión (Con  $X(t-1)$ ) por las razones explicadas anteriormente.*

*Ahora bien, el modelo de Koyck, tiene problemas dado que no cumple con algunas hipótesis de los MCO, al estimar la prueba  $h$  de Durbin nos da igual a 7.46, con un intervalo de confianza del 95%, es decir existe correlación serial positiva entre las variables rezagadas y con este resultado, podemos afirmar que nuestra R cuadrada de el 96.406% no es un buen indicador de la explicabilidad de las variables, pero por las tendencias cíclicas de la economía mexicana (como cualquier otra) es buen candidato para ser modelo explicativo.*

*Para el modelo de Ajuste Parcial, se tienen también condiciones parecidas con el modelo anterior, aunque adolece de un serio problema, las expectativas son inciertas, por lo que la delta escogida puede dar problemas y regresar valores erróneos y muy sesgados para los coeficientes de la regresión.*

*Por último, para el modelo de Variables Instrumentales (VI), se tiene una R cuadrada muy alta, y el estadístico  $h$  de Durbin muestra indicios de correlación serial positiva entre las variables explicativas, ya que se escogió al P.I.B. rezagado un periodo como variable instrumental de la F.B.C. un periodo rezagado, ya que parece estar altamente correlacionada con la misma F.B.C. pero no con los términos de error.*

Dado todo lo anterior y teniendo en consideración que el modelo que mejor se comporta teóricamente con las hipótesis básicas de MCO se considera como el mejor modelo a (VI), esto debido a que todos los modelos tratados presentan el problema de correlación serial.

Las simulaciones completas de cada uno de los modelos por el paquete TSP se encuentran al final de la tesis junto a las tablas de información usadas y las tablas de distribución.

Se presenta por último un cuadro resumen de la estimación de los modelos con sus incompatibilidades estadísticas.

RESULTADOS DE LOS MODELOS

MODELO	MCO	PROBLEMAS
AD-HOC(1)	A	MULTICOLINEALIDAD
AD-HOC(2)	B	MULTICOLINEALIDAD
AD-HOC(3)	C	MULTICOLINEALIDAD
KOYCK	D	MULTICOLINEALIDAD, CORRELACION SERIAL POSITIVA
AJUSTE PARCIAL	E	MULTICOLINEALIDAD
VAR. INST. (VI)	F	MULTICOLINEALIDAD, CORRELACION SERIAL POSITIVA

$$A = -49242.116 + 0.2208240X_t$$

$$B = -59464.524 + 0.6141416X_{t-1} - 0.4095889X_{t-2}$$

$$C = -63158.109 + 0.4079493X_t + 0.2646208X_{t-1} - 0.4808811X_{t-2}$$

$$D = -31434.74 + 0.1538929X_t + 0.3126358Y_{t-1}$$

$$E = -31434.74 + 0.15389X_t + 0.31264Y_{t-1}$$

$$F = -59464.524 + 0.6141416X_t - 0.4095889Y_{t-1}$$

## CAPITULO 4

### CONCLUSIONES

*Por las razones psicológicas, tecnológicas e institucionales expuestas, se requiere en muchas ocasiones de rezagos en el tiempo para realizar y ejecutar decisiones a nivel económico.*

*Existen dos tipos de variables; las variables explicativas rezagadas, las cuales o no son estocásticas, o no están correlacionadas con los términos del error y las variables dependientes rezagadas. Los modelos de regresión que incluyen tanto los valores actuales como los rezagados de las variables explicativas no estocásticas se denominan modelos de rezagos distribuidos debido a que el efecto de una variable explicativa sobre la variable dependiente se extiende o distribuye en diferentes periodos. Sin embargo, los modelos de regresión que incluyen los valores rezagados de las variables dependientes como parte de las variables explicativas se denominan modelos autoregresivos.*

*Si un modelo de rezagos distribuidos contiene diferentes rezagos, su estimación utilizando MCO es posible, pero es muy difícil llevar a cabo dado la gran cantidad de grados de libertad que requiere y probablemente conlleve a problemas de multicolinealidad, las estimaciones aunque insesgadas suelen ser imprecisas, se deben imponer algunas restricciones a priori como lo hace Koyck, al suponer que los coeficientes de los valores rezagados se hacen cada vez menores.*

*Con esto se puede reducir un modelo con un número alto de variables rezagadas en un modelo que solo contenga una variable explicativa no estocástica y una variable explicativa, que sustituya todas las anteriores rezagos (variables proxy).*

*Dado que es un logro excelente, dicha simplificación tiene algunos problemas estadísticos, puesto que contiene una variable explicativa estocástica, la que puede estar correlacionada con el término de perturbación estocástica*

lo que implica que los estimadores vía MCO son aparte de sesgados, inconsistentes. Por lo tanto, se requiere de otros modelos tales como el de Variables Instrumentales (VI). La idea de este modelo es substituir a  $Y(t-1)$  por una variable correlacionada con  $Y(t-1)$  pero no con el término de perturbación, así los estimadores son consistentes.

El modelo de *Koyck*, muy utilizado en econometría empírica no tiene una base teórica sólida. No obstante el modelo de Ajuste Parcial se puede estimar mediante MCO.

A pesar de los problemas de estimación, los modelos autoregresivos y los de rezagos distribuidos han demostrado gran utilidad en economía empírica, porque hacen que la teoría económica, que de otra manera sería estática, sea dinámica, tomando en cuenta el valor del tiempo en las series económicas. Tales modelos nos ayudan a observar la respuesta a corto y largo plazo ante un cambio unitario en las variables explicativas.

El tema de causalidad es importante en la economía como lo es en la ciencia en general. Pero suele ser muy complejo dando lugar a toda clase de interrogantes de tipo filosófico. Se debe mantener en mente que estos no son los únicos métodos para determinar la causalidad en los datos de una serie de tiempo.

Un inconveniente que se encuentra en casi todas las series de tiempo es la presencia de autocorrelación y multicolinealidad, las cuales se han detectado gracias a la prueba  $h$  de Durbin y a la presencia de  $R^2$ , muy altas respectivamente. Aunque esto sea un problema teórico fuerte, tiene gran éxito en el área empírica, ya que la correlación se justifica por las recesiones y recuperaciones observadas en la economía.

Por lo visto en las gráficas de la F.B.C. y de el P.I.B. su comportamiento es más o menos estables hasta antes del período de los ochentas, en que se observó una gran recesión en el mercado Mexicano dados los históricos índices inflacionarios y devaluación de nuestra moneda frente al dólar.

Una de las razones que parece explicar ésto (entre tantas de carácter

político) son la falta de inversiones en el país durante la década de los ochentas. Ya que México, como otros países en vías de desarrollo testificaron un declive en sus tasas de inversiones y en consecuencia una caída del crecimiento. La inversión resintió como parte de los ajustes macroeconómicos la baja de la disponibilidad de financiamiento externo después de la crisis. Pero el decline en financiamientos externos no fue el único factor junto a la caída de la inversión. Por ejemplo, el ajuste fiscal requirió reducir el débito externo ó bajar la inflación; así mismo tuvo a menudo la forma de una reducción en la inversión pública - en particular en proyectos públicos los que fueron complementados con inversión privada.

Para muchos países donde las medidas de estabilización exitosamente corrigieron el mayor imbalance económico, la falta de confianza en la permanencia de medidas políticas, o gran incertidumbre acerca del futuro - cuyas causas pueden algunas veces ser trazadas a el borde de el débito externo - puede ser la clave obstaculizadora para el repunte de la inversión privada.

La caída en la inversión ha sido muy severa en algunos países en vías de desarrollo como el nuestro, ya que no pueden reemplazar la depreciación del capital.

México adoptó políticas decisivas orientadas a eliminar las bases de los imbalances macroeconómicos junto a una política estructural orientada a liberalizar el comercio extranjero, y a desregular el crédito y mercado de trabajos a lo largo de líneas de mercado libre. Las políticas macroeconómicas comprendieron reales depreciaciones en la velocidad de cambio y políticas fiscales restrictivas y monetarias orientadas a reducir los grandes déficits corrientes y las grandes tasas de inflación existentes al tiempo de las reformas.

Nunca antes, y es importante en reconocer que el nivel de la inversión durante el período 1978-81 alcanzó un gran, y probablemente insostenible nivel, después del boom petrolero. La inversión privada cayó moderadamente entre 1982-1985 y comenzó a recobrase después, concidiendo con el período

*de implementaciones de las reformas, en despecho de las grandes tasas reales de interés.*

*La evidencia sobre los efectos de reformas estructurales, liberación del comercio, reformas fiscales, privatización sobre inversión privada es por tanto, todavía un esbozo. México observó un repunte de la inversión privada en la última parte de los ochentas.*

**SERIE DE INDICADORES A PRECIOS DE 1960**

**OFERTA Y DEMANDA GLOBAL, INDI-INFO**  
(millones de pesos de 1960)

AÑO	PRODUCTO	FORMACION
	INTERNO	BRUTA DE
	BRUTO	CAPITAL
1939	46058	3351
1940	46693	4375
1941	51241	5337
1942	54116	4624
1943	56120	4628
1944	60701	5823
1945	62608	8365
1946	66722	11151
1947	69020	12567
1948	71864	11913
1949	75803	10855
1950	83304	12470
1951	89746	15812
1952	93315	16394
1953	93571	15804
1954	102924	16403
1955	111671	18502
1956	119306	21476
1957	128343	23267
1958	135169	21902
1959	139212	22196
1960	150511	25507
1961	157931	25718
1962	165310	27108
1963	178516	30227
1964	193390	36381
1965	212320	39054
1966	227037	42515
1967	241272	48341
1968	260901	52981
1969	277400	56889
1970	296600	61605

Fuente: Banco de Mexico, Indicadores Macroeconomicos.

**PRODUCTO INTERNO BRUTO 1960-1985**

(Millones de pesos de 1970)

ANO	P.I.B.	ANO	P.I.B.	ANO	P.I.B.
1960	237216	1970	444271	1980	841854
1961	246716	1971	462804	1981	908765
1962	257988	1972	502086	1982	903839
1963	277263	1973	544307	1983	856174
1964	306744	1974	577568	1984	887647
1965	326679	1975	609976	1985	912334
1966	346796	1976	635831		
1967	367785	1977	657722		
1968	394024	1978	711982		
1969	416899	1979	777163		

FUENTE: INEGI, Sistema de Cuentas Nacionales de Mexico.

**CUENTA CONSOLIDADA DEL PRODUCTO Y GASTO INTERIOR BRUTO  
1980-1988**

(Millones de Pesos de 1980)

ANO	1980
1980	4470077
1981	4862219
1982	4831689
1983	4628937
1984	4796090
1985	4920430
1986	4735721
1987	4817733
1988	4875994

Fuente: INEGI, Sistema de Cuentas Nacionales de Mexico



**FORMACION BRUTA DE CAPITAL, 1960-1985**

(Millones de Pesos de 1970)

AÑO	F B C	AÑO	F B C	AÑO	F B C
1960	38606	1970	88661	1979	171714
1961	38966	1971	87142	1980	197364
1962	39840	1972	97806	1981	226437
1963	45086	1973	112228	1982	190313
1964	54858	1974	121096	1983	137241
1965	57047	1975	132316	1984	144815
1966	62616	1976	132910	1985	154024
1967	69862	1977	123986		
1968	76732	1978	142799		
1969	82017				

FUENTE: INEGI. Sistema de Cuentas Nacionales de Mexico

**FORMACION BRUTA DE CAPITAL FIJO, 1980-1989**

(Millones de Pesos de 1980)

AÑO	F.B.C.
1980	1106758
1981	1286376
1982	1070371
1983	767567
1984	817006
1985	961160
1986	77198
1987	775172
1988	821616

FUENTE: INEGI. Sistema de Cuentas Nacionales de Mexico.

**PRODUCTO INTERNO BRUTO TOTAL, 1895-1985**

<b>AÑOS</b>	<b>Millones de Pesos Corrientes</b>	<b>Indice de Precios Implícito (1970=100)</b>	<b>AÑOS</b>	<b>Millones de Pesos Corrientes</b>	<b>Indice de Precios Implícito (1970=100)</b>
1895	852.0	2.8	1946	27929.6	28.0
1896	878.6	2.8	1947	31022.6	30.0
1897	1177.6	3.5	1948	33101.2	30.8
1898	1169.3	3.3	1949	36411.8	32.1
1899	1785.2	3.5	1950	42162.8	33.8
1900	1316.8	3.8	1951	54374.7	40.5
1901	1774.1	4.8	1952	60992.6	43.6
1902	1672.3	4.8	1953	60663.7	43.3
1903	1859.0	4.8	1954	73935.6	48.0
1904	1835.7	4.7	1955	90053.3	53.8
1905	2272.8	5.2	1956	102919.9	57.6
1906	2216.6	5.2	1957	118205.7	61.5
1907	2346.0	5.2	1958	131376.7	64.9
1908	2407.6	5.3	1959	140771.5	67.5
1909	2643.1	5.7	1960	159703.2	70.8
1910	3100.5	6.6	1961	173236.1	73.2
1921	5455.0	10.8	1962	186780.7	75.4
1922	4590.2	8.9	1963	207952.3	77.8
1923	5013.6	9.4	1964	245500.5	82.2
1924	4632.6	8.8	1965	267420.2	84.1
1925	5238.5	9.4	1966	297196.0	87.4
1926	5468.8	9.2	1967	325024.8	89.9
1927	4987.0	8.8	1968	359857.7	92.1
1928	5017.8	8.8	1969	397796.4	95.7
1929	4862.9	8.9	1970	444271.4	100.0
1930	4667.7	9.1	1971	490011.0	105.9
1931	4218.8	7.9	1972	564726.5	112.5
1932	3205.5	7.1	1973	690891.3	126.9
1933	3781.7	7.5	1974	899706.8	155.8
1934	4150.9	7.2	1975	1100049.8	180.3
1935	3540.3	7.9	1976	1370968.3	215.6
1936	5345.7	8.6	1977	1849262.7	281.2
1937	6800.4	10.6	1978	2337397.9	328.3
1938	7281.1	11.1	1979	3067526.4	394.7
1939	7785.1	11.3	1980	4276490.4	508.0
1940	8248.8	11.8	1981	5874385.6	646.4
1941	9232.4	12.0	1982	9417089.4	1041.6
1942	10680.8	13.2	1983	17141693.8	2002.3
1943	13035.3	15.5	1984	28748889.1	3238.7
1944	18801.2	20.7	1985	45419840.6	4996.9
1945	20565.7	21.9			

FUENTE: Banco de Mexico: Indicadores Economicos.

## Áreas bajo la distribución Normal Estandarizada.

Ejemplo:

$$Pr(z < 1.96) = 0.475$$

$$Pr(z > 1.96) = 0.5 - 0.475 = 0.025$$

z	0.0000	0.0100	0.0200	0.0300	0.0400	0.0500	0.0600	0.0700	0.0800	0.0900
0.00	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.10	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.20	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.30	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.40	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.50	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.60	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.70	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.80	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.90	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.00	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.10	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.20	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.30	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.40	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.50	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.60	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.70	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.80	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.90	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.00	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.10	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.20	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.30	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.40	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.50	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.60	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.70	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.80	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.90	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.00	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990

Nota: Esta tabla proporciona el área en la cola de la distribución Normal estandarizada (es decir  $z > 0$ ). Pero puesto que la distribución Normal es simétrica con respecto al  $z=0$ , el área en la cola del lado izquierdo es la misma que la cola del lado derecho. Por ejemplo  $Pr(-1.96 < z < 0) = 0.475$  Por lo tanto,  $Pr(-1.96 < z < 1.96) = 0.95$ .

## Punto porcentuales superiores de la distribución F.

Ejemplo:

Pr ( F > 1.59 ) = 0.25

Pr ( F > 2.42 ) = 0.10

Pr ( F > 3.14 ) = 0.05

Pr ( F > 5.26 ) = 0.01

para g. de l. N(1) = 10  
y N(2) = 9

g.de l. para denominador N(2)	g.de l. para numerador N(1)												
	15	20	24	30	40	50	60	100	120	200	500	máx	Pr
22	1.36	1.34	1.33	1.32	1.31	1.31	1.30	1.30	1.30	1.29	1.29	1.28	0.25
	1.81	1.76	1.73	1.70	1.67	1.65	1.64	1.61	1.60	1.59	1.58	1.57	0.10
	2.15	2.07	2.03	1.98	1.94	1.91	1.89	1.85	1.84	1.82	1.80	1.78	0.05
24	2.98	2.83	2.78	2.67	2.58	2.53	2.50	2.42	2.40	2.36	2.33	2.31	0.01
	1.35	1.33	1.32	1.31	1.30	1.29	1.29	1.28	1.28	1.27	1.27	1.26	0.25
	1.78	1.73	1.70	1.67	1.64	1.62	1.61	1.58	1.57	1.56	1.54	1.53	0.10
26	2.11	2.03	1.98	1.94	1.89	1.86	1.84	1.80	1.79	1.77	1.75	1.73	0.05
	2.09	2.74	2.66	2.58	2.49	2.44	2.40	2.33	2.31	2.27	2.24	2.21	0.01
	1.94	1.32	1.31	1.30	1.29	1.28	1.26	1.26	1.26	1.26	1.25	1.25	0.25
28	1.76	1.71	1.68	1.65	1.61	1.59	1.58	1.55	1.54	1.53	1.51	1.50	0.10
	2.07	1.99	1.95	1.90	1.85	1.82	1.80	1.76	1.75	1.73	1.71	1.69	0.05
	2.81	2.66	2.58	2.50	2.42	2.36	2.33	2.29	2.23	2.19	2.16	2.13	0.01
30	1.33	1.31	1.30	1.29	1.28	1.27	1.27	1.26	1.25	1.25	1.24	1.24	0.25
	1.74	1.69	1.66	1.63	1.59	1.57	1.56	1.53	1.52	1.50	1.49	1.48	0.10
	2.04	1.95	1.91	1.87	1.82	1.79	1.77	1.73	1.71	1.69	1.67	1.65	0.05
40	2.75	2.60	2.52	2.44	2.35	2.30	2.26	2.19	2.17	2.13	2.09	2.08	0.01
	1.32	1.30	1.29	1.28	1.27	1.26	1.26	1.25	1.24	1.24	1.23	1.23	0.25
	1.72	1.67	1.64	1.61	1.57	1.55	1.54	1.51	1.50	1.48	1.47	1.46	0.10
60	2.01	1.93	1.89	1.84	1.79	1.76	1.74	1.70	1.68	1.66	1.64	1.62	0.05
	2.7	2.55	2.47	2.39	2.30	2.25	2.21	2.13	2.11	2.07	2.03	2.01	0.01
	1.3	1.28	1.26	1.25	1.24	1.23	1.22	1.21	1.21	1.20	1.19	1.19	0.25
120	1.66	1.61	1.57	1.54	1.51	1.48	1.47	1.43	1.42	1.41	1.39	1.38	0.10
	1.92	1.84	1.79	1.74	1.69	1.66	1.64	1.59	1.58	1.55	1.53	1.51	0.05
	2.52	2.37	2.29	2.20	2.11	2.06	2.02	1.94	1.92	1.87	1.83	1.80	0.01
200	1.27	1.25	1.24	1.22	1.21	1.20	1.19	1.17	1.17	1.16	1.15	1.15	0.25
	1.6	1.54	1.51	1.48	1.44	1.41	1.40	1.36	1.35	1.33	1.31	1.29	0.10
	1.84	1.75	1.70	1.65	1.59	1.56	1.53	1.48	1.47	1.44	1.41	1.39	0.05
máx	2.35	2.20	2.12	2.03	1.94	1.88	1.84	1.75	1.73	1.68	1.63	1.60	0.01
	1.24	1.22	1.21	1.19	1.18	1.17	1.16	1.14	1.13	1.12	1.11	1.10	0.25
	1.65	1.48	1.45	1.41	1.37	1.34	1.32	1.27	1.26	1.24	1.21	1.19	0.10
máx	1.75	1.66	1.61	1.55	1.50	1.46	1.43	1.37	1.35	1.32	1.28	1.25	0.05
	2.19	2.03	1.95	1.86	1.76	1.70	1.66	1.56	1.53	1.48	1.42	1.38	0.01
	1.23	1.21	1.20	1.18	1.16	1.14	1.12	1.11	1.10	1.09	1.08	1.06	0.25
máx	1.52	1.46	1.42	1.38	1.34	1.31	1.28	1.24	1.22	1.20	1.17	1.14	0.10
	1.72	1.62	1.57	1.52	1.46	1.41	1.39	1.32	1.29	1.26	1.22	1.19	0.05
	2.13	1.97	1.89	1.79	1.69	1.63	1.58	1.48	1.44	1.39	1.33	1.28	0.01
máx	1.22	1.19	1.18	1.16	1.14	1.13	1.12	1.09	1.08	1.07	1.04	1.00	0.25
	1.49	1.42	1.38	1.34	1.30	1.26	1.24	1.18	1.17	1.13	1.08	1.00	0.10
	1.67	1.57	1.52	1.46	1.39	1.35	1.32	1.24	1.22	1.17	1.11	1.00	0.05
máx	2.04	1.88	1.79	1.70	1.59	1.52	1.47	1.36	1.32	1.25	1.15	1.00	0.01

## Punto porcentuales de la distribución t

Ejemplo:

$$\Pr\{t > 2.086\} = 0.025$$

$$\Pr\{t > 1.725\} = 0.05$$

$$\Pr\{\text{abs}(t) > 1.725\} = 0.10$$

Para 20 g. de l.

t	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005	0.0025	0.001
0.500	0.200	0.100	0.050	0.020	0.010	0.002	
1.000	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	318.310	
0.816	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	22.327	
0.765	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	10.214	
0.741	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	7.173	
0.727	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	5.892	
0.718	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.209	
0.711	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	4.785	
0.706	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	4.501	
0.703	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.297	
0.700	1.372	1.812	2.226	2.764	3.169	4.144	
0.697	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.025	
0.695	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	3.930	
0.694	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	3.862	
0.692	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	3.787	
0.691	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	3.733	
0.690	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	3.686	
0.689	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.646	
0.688	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.610	
0.688	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.579	
0.687	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.552	
0.686	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.527	
0.686	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.505	
0.685	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.485	
0.685	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.467	
0.684	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.450	
0.684	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.435	
0.684	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.421	
0.683	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.408	
0.683	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.396	
0.683	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.385	
0.681	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.307	
0.679	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	3.232	
0.677	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617	3.160	
0.674	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.090	

Nota: La probabilidad menor, con la cual inicia cada una de las columnas es el área de la cola; el mayor valor probabilístico corresponde al área en ambas colas.

Covariance Matrix

```

=====
X1,X1      2.44E+08      X1,X2      -80.60953
X2,X2      4.34E-05
=====

```

```

=====
Residual Plot      obs RESIDUAL ACTUAL      FITTED
=====
:      :  :  :      :  1  309.727  24043.9  23734.2
:      :  :  :      :  2  6650.94  31391.2  24740.3
:      :  :  :      :  3  6247.39  38293.7  31946.3
:      :  :  :      :  4  -3323.76  33177.9  34501.6
:      :  :  :      :  5  -6470.29  33206.6  39676.8
:      :  :  :      :  6  -5154.33  41780.9  46925.2
:      :  :  :      :  7  10063.3  60020.1  49956.7
:      :  :  :      :  8  23534.9  80010.0  56475.1
:      :  :  :      :  9  30053.8  90170.0  60116.2
:      :  :  :      : 10  20855.1  85477.5  64672.3
:      :  :  :      : 11  7022.71  77886.2  70863.4
:      :  :  :      : 12  6725.65  89474.0  82748.4
:      :  :  :      : 13  20498.0  113453.  92955.3
:      :  :  :      : 14  19019.1  117629.  98610.2
:      :  :  :      : 15  14380.1  113396.  99015.8
:      :  :  :      : 16  3558.71  117694.  113835.
:      :  :  :      : 17  5060.20  132754.  127694.
:      :  :  :      : 18  14301.9  154093.  139751.
:      :  :  :      : 19  12833.9  166944.  154110.
:      :  :  :      : 20  -7775.57  157156.  164926.
:      :  :  :      : 21  -12072.0  159259.  171331.
:      :  :  :      : 22  -20744.9  196118.  216863.
:      :  :  :      : 23  -29573.1  197947.  227520.
:      :  :  :      : 24  -37778.0  202387.  240165.
:      :  :  :      : 25  -32750.7  229037.  261788.
:      :  :  :      : 26  -16180.3  278679.  294859.
:      :  :  :      : 27  -27423.0  289799.  317222.
:      :  :  :      : 28  -21699.4  318089.  339789.
:      :  :  :      : 29  -8434.92  354899.  363334.
:      :  :  :      : 30  -2969.86  389799.  392768.
:      :  :  :      : 31  -1782.93  416646.  418429.
:      :  :  :      : 32  1263.05  450398.  449135.
:      :  :  :      : 33  -27243.5  442681.  469925.
:      :  :  :      : 34  -17136.4  496854.  513991.
:      :  :  :      : 35  8764.46  570118.  561354.
:      :  :  :      : 36  16502.2  615168.  598666.
:      :  :  :      : 37  37139.9  672160.  635020.
:      :  :  :      : 38  11158.7  675183.  664024.
:      :  :  :      : 39  -58732.3  629849.  688581.
:      :  :  :      : 40  -24030.3  725419.  749449.
:      :  :  :      : 41  49738.8  872307.  822568.
:      :  :  :      : 42  168900.  1106758  937858.
:      :  :  :      : 43  261924.  1286376  1024452
:      :  :  :      : 44  52660.3  1070371  1017711
:      :  :  :      : 45  -205271.  767667.  972938.
:      :  :  :      : 46  -186873.  817006.  1003879
:      :  :  :      : 47  -56146.9  981160.  1037307
=====

```

LS // Dependent Variable is Y

Date: 11-05-1994 / Time: 9:20

SMPLE range: 1 - 47

Number of observations: 47

```
=====
VARIABLE      COEFFICIENT  STD. ERROR  T-STAT.  2-TAIL SIG.
=====
Y1            -49242.116    15612.297   -3.1540597  0.003
Y2             0.2206240    0.0065866    33.526320  0.000
=====
R-squared                0.981506  Mean of dependent var  361067.7
Adjusted R-squared       0.960651  S.D. of dependent var  335013.0
S.E. of regression       66435.47  Sum of squared resid   1.99E+11
Durbin-Watson stat       0.842866  F-statistic            1124.014
Log likelihood            -587.5697
=====
```

## Covariance Matrix

X1,X1	1.67E+08	X1,X2	-204.6690
X1,X3	157.3050	X2,X3	0.005692
X2,X3	-0.005895	X3,X3	0.006135

## Residual Plot

	obs	RESIDUAL	ACTUAL	FITTED
:	1	0.00000	0.00000	0.00000
:	2	20458.5	31391.2	10932.7
:	3	9186.21	38293.7	29107.5
:	4	4767.42	33177.9	28410.4
:	5	4414.59	33206.6	28792.0
:	6	-1308.04	41780.9	43088.9
:	7	21990.8	60020.1	38029.3
:	8	29456.6	80010.0	50553.4
:	9	41580.8	90170.0	48589.2
:	10	31109.5	85477.5	54368.0
:	11	14518.9	77886.2	63367.3
:	12	4629.34	69474.0	84844.7
:	13	22266.0	113453.	91187.3
:	14	29647.1	117629.	87982.1
:	15	34774.5	113395.	78421.4
:	16	-1389.75	117694.	119084.
:	17	2613.91	132754.	130141.
:	18	16014.9	154093.	138078.
:	19	11481.8	166944.	155462.
:	20	-1832.98	157150.	158983.
:	21	2521.52	159259.	156738.
:	22	-75368.4	196118.	271487.
:	23	-18724.3	197947.	216672.
:	24	-29684.5	202387.	232072.
:	25	-39713.9	229037.	268733.
:	26	-41944.5	278679.	320823.
:	27	-31676.9	289799.	321476.
:	28	-24669.1	318089.	342758.
:	29	-11484.1	354899.	366383.
:	30	-14773.9	389799.	404572.
:	31	-4696.68	416646.	421343.
:	32	-8745.08	450398.	459143.
:	33	-17328.2	442681.	460010.
:	34	-47147.0	496254.	544001.
:	35	-23871.3	570118.	593990.
:	36	5258.78	615168.	609909.
:	37	30350.2	672160.	641810.
:	38	20141.0	675183.	655042.
:	39	-39692.5	629849.	669541.
:	40	-67856.0	725419.	793275.
:	41	-11422.7	872307.	881730.
:	42	38014.5	1106758	1068744
:	43	190644.	1286376	1095732
:	44	154005.	1070371	916366.
:	45	-26684.9	767667.	804352.
:	46	-173022.	817006.	990028.
:	47	-16807.2	981160.	997967.



LS // Dependent Variable is Y  
Date: 11-05-1994 / Time: 9:23  
SMPL range: 1 - 47  
Number of observations: 47

```
=====
VARIABLE    COEFFICIENT  STD. ERROR  T-STAT.  2-TAIL SIG.
=====
X1          -59464.524  12905.314   -4.6077549  0.000
X2           0.6141416  0.0754457   8.1401793  0.000
X3          -0.4095889  0.0783276   -5.2291785  0.000
=====
R-squared           0.976068  Mean of dependent var  380536.1
Adjusted R-squared  0.974980  S.D. of dependent var  335556.8
S.E. of regression  53077.54  Sum of squared resid  1.24E+11
Durbin-Watson stat  1.056627  F-statistic  897.2599
Log likelihood      -576.4770
=====
```

```

=====
Covariance Matrix
=====
X1,X1      59260527  X1,X2      -67,77114
X1,X3      37,39023  X1,X4      14,15517
X2,X2      0.002433  X2,X3      -0.003625
X2,X4      0.001155  X3,X3      0.007356
X3,X4      -0.003753  X4,X4      0.002671
=====

```

```

=====
Residual Plot      obs RESIDUAL ACTUAL FITTED
=====
:      : 0 :      : 1  0.00000  0.00000  0.00000
:      : 0 :      : 2  0.00000  0.00000  0.00000
:      : 0 :      : 3  21727.1  38293.7  16566.7
:      : 0 :      : 4  1751.55  33177.9  31426.3
:      : 0 :      : 5  6147.97  33206.6  27058.6
:      : 0 :      : 6  7428.15  41780.9  34252.7
:      : 0 :      : 7  18302.1  60020.1  41718.0
:      : 0 :      : 8  38435.4  80010.0  41574.6
:      : 0 :      : 9  40637.6  90170.0  49532.4
:      : 0 :      : 10 37452.1  85477.5  48075.3
:      : 0 :      : 11 20860.1  77886.2  57026.1
:      : 0 :      : 12 12825.8  89474.0  76648.3
:      : 0 :      : 13 17297.7  113453.  96155.6
:      : 0 :      : 14 24676.9  117629.  92952.4
:      : 0 :      : 15 35145.2  113376.  78250.7
:      : 0 :      : 16 23894.4  117694.  93799.5
:      : 0 :      : 17 -3523.46  132754.  136278.
:      : 0 :      : 18 11130.7  154093.  142963.
:      : 0 :      : 19 13213.3  166944.  153731.
:      : 0 :      : 20 -7375.90  157150.  164526.
:      : 0 :      : 21 1120.07  159259.  158139.
:      : 0 :      : 22 -30260.6  196118.  226379.
:      : 0 :      : 23 -88732.1  197947.  286679.
:      : 0 :      : 24 -21269.0  202387.  223656.
:      : 0 :      : 25 -26509.9  229037.  255547.
:      : 0 :      : 26 -36338.8  278679.  315017.
:      : 0 :      : 27 -59075.8  289799.  348875.
:      : 0 :      : 28 -27250.0  318089.  345344.
:      : 0 :      : 29 -12286.5  354899.  367185.
:      : 0 :      : 30 -10635.8  389799.  400634.
:      : 0 :      : 31 -15392.7  416646.  432039.
:      : 0 :      : 32 -5018.11  450398.  455416.
:      : 0 :      : 33 -32056.6  442681.  474738.
:      : 0 :      : 34 -17337.9  496854.  514192.
:      : 0 :      : 35 -39104.2  570118.  609222.
:      : 0 :      : 36 -23779.7  615168.  638947.
:      : 0 :      : 37 24479.7  672160.  647680.
:      : 0 :      : 38 11608.3  675183.  663575.
:      : 0 :      : 39 -34679.8  629849.  664529.
:      : 0 :      : 40 -1824.0  725419.  743243.
:      : 0 :      : 41 -25479.1  872207.  897786.
:      : 0 :      : 42 40915.2  1106758  1065843
:      : 0 :      : 43 81632.7  1266376  1204743
:      : 0 :      : 44 25376.2  1070371  1044995
:      : 0 :      : 45 2037.27  767667.  765630.
:      : 0 :      : 46 22173.7  817006.  794832.
:      : 0 :      : 47 -6134.19  981160.  987294.
=====

```

LS // Dependent Variable is Y

Date: 11-05-1994 / Time: 9:25

SNPL range: 1 - 47

Number of observations: 47

```
=====
VARIABLE    COEFFICIENT  STD. ERROR  T-STAT.  2-TAIL SIG.
=====
X1          -63158.109   7698.0860  -8.2043913  0.000
X2           0.4079493  0.0493289  8.2699935  0.000
X3           0.2646208  0.0857653  3.0934068  0.004
X4          -0.4808811  0.0516773  -9.3054586  0.000
=====
```

```
=====
R-squared           0.992120  Mean of dependent var  359889.2
Adjusted R-squared  0.991570  S.D. of dependent var  336256.7
S.E. of regression  30872.85  Sum of squared resid  4.10E+10
Durbin-Watson stat  0.783947  F-statistic           1804.635
log likelihood      -550.4686
=====
```

Covariance Matrix

X1,X1	2.88E+08	X1,X2	-282.9074
X1,X3	985.5346	X2,X2	0.000825
X2,X3	-0.003675	X3,X3	0.017222

Residual Plot

	obs	RESIDUAL	ACTUAL	FITTED
:	1	0.00000	0.00000	0.00000
:	2	3750.42	31391.2	27640.8
:	3	3333.95	38293.7	34959.8
:	4	-7114.48	33177.9	49292.3
:	5	-8324.47	33206.6	41531.0
:	6	-4192.23	41780.9	45973.1
:	7	9260.63	60020.1	50759.4
:	8	19005.6	80010.0	61004.4
:	9	20378.6	90170.0	69791.4
:	10	9369.34	63477.5	76108.1
:	11	-1104.37	77886.2	78990.5
:	12	4574.16	89474.0	84899.8
:	13	17817.4	113453.	95635.9
:	14	10555.7	117629.	107074.
:	15	4734.11	113396.	108662.
:	16	27.9026	117694.	117666.
:	17	4086.36	132754.	126668.
:	18	12286.2	154093.	141807.
:	19	8486.87	166944.	158457.
:	20	-12862.1	157150.	170012.
:	21	-12154.9	159259.	171414.
:	22	-7686.78	196118.	203805.
:	23	-24808.3	197947.	222756.
:	24	-29752.3	202387.	232140.
:	25	-19559.3	229037.	248596.
:	26	-1296.90	278679.	279976.
:	27	-21281.3	289799.	311090.
:	28	-12194.3	318089.	330284.
:	29	-627.923	354899.	355537.
:	30	2240.62	389799.	387558.
:	31	294.421	416646.	416352.
:	32	4253.56	450398.	446144.
:	33	-28503.5	442681.	471185.
:	34	-2627.72	496854.	499482.
:	35	20692.3	570118.	549426.
:	36	16834.2	615168.	598334.
:	37	34406.8	672160.	637753.
:	38	-601.202	675183.	675784.
:	39	-63994.1	629849.	693843.
:	40	3329.83	725419.	722089.
:	41	69382.4	872307.	802925.
:	42	177565.	1106758	929193.
:	43	223537.	1286376	1062839
:	44	-43924.3	1070371	1114295
:	45	-247895.	767667.	1015562
:	46	-129638.	817006.	946644.
:	47	-50.0390	981160.	981210.

LS // Dependent Variable is Y

Date: 11-05-1994 / Time: 9:27

SAMPL range: 1 - 47

Number of observations: 47

```
=====
VARIABLE    COEFFICIENT  STD. ERROR  T-STAT.  2-TAIL SIG.
=====
X1          -31434.740   16956.905   -1.8538017  0.070
X2           0.1538929   0.0287189   5.3585853  0.000
X3           0.3126358    0.1312310   2.3823314  0.022
=====
R-squared           0.965628   Mean of dependent var   360556.1
Adjusted R-squared  0.964066   S.D. of dependent var   335556.8
S.E. of regression  63609.10   Sum of squared resid    1.78E+11
Durbin-Watson stat  0.996601   F-statistic              618.0608
Log likelihood      -584.9842
=====
```

```

=====
Covariance Matrix
=====
X1,X1      4.60E+09      X1,X2      -4526.518
X1,X3      5149.518      X2,X2      0.013196
X2,X3      -0.019599      X3,X3      0.030616
=====

```

```

=====
Residual Plot      obs RESIDUAL ACTUAL FITTED
=====
: 1 0 0 0 0 0.00000 0.00000 0.00000
: 2 0 0 0 0 3750.42 31391.2 27640.8
: 3 0 0 0 0 3333.95 38293.7 34959.8
: 4 0 0 0 0 -7114.48 33177.9 40292.3
: 5 0 1 0 0 0 -8324.47 33206.6 41531.0
: 6 0 0 0 0 0 -4192.23 41780.9 45973.1
: 7 0 1 0 0 0 9260.63 60020.1 50759.4
: 8 0 1 0 0 0 19005.6 80010.0 61004.4
: 9 0 1 0 0 0 20378.6 90170.0 69791.4
: 10 0 1 0 0 0 9369.34 85477.5 76108.1
: 11 0 0 0 0 0 -1104.37 77886.2 78990.5
: 12 0 0 0 0 0 4574.16 89474.0 84899.8
: 13 0 1 0 0 0 17817.4 113453. 95635.9
: 14 0 1 0 0 0 10555.7 117629. 107074.
: 15 0 0 0 0 0 4734.11 113396. 108662.
: 16 0 0 0 0 0 27.4034 117694. 117666.
: 17 0 0 0 0 0 4086.36 132754. 128668.
: 18 0 1 0 0 0 12286.2 154093. 141807.
: 19 0 1 0 0 0 8486.86 166944. 158457.
: 20 0 0 1 0 0 0 -12862.1 157150. 170012.
: 21 0 0 1 0 0 0 -12154.9 159259. 171414.
: 22 0 0 1 0 0 0 -7686.78 196118. 203805.
: 23 0 0 1 0 0 0 -24808.3 197947. 222756.
: 24 0 0 1 0 0 0 -28752.3 202387. 232140.
: 25 0 0 1 0 0 0 -19559.5 229037. 248596.
: 26 0 0 1 0 0 0 -1296.90 278679. 279976.
: 27 0 0 1 0 0 0 -21281.3 289799. 311080.
: 28 0 0 1 0 0 0 -12194.3 318089. 330284.
: 29 0 0 1 0 0 0 -637.925 354899. 355537.
: 30 0 0 1 0 0 0 2240.62 389799. 387558.
: 31 0 0 1 0 0 0 294.415 416646. 416352.
: 32 0 0 1 0 0 0 4253.56 450398. 446144.
: 33 0 0 1 0 0 0 -28503.5 442681. 471185.
: 34 0 0 1 0 0 0 -2627.72 496854. 499482.
: 35 0 1 0 0 0 0 20692.3 570118. 549426.
: 36 0 1 0 0 0 0 16824.2 615168. 598334.
: 37 0 0 0 0 0 0 34406.8 672160. 657753.
: 38 0 0 0 0 0 0 -601.296 675183. 675784.
: 39 0 0 0 0 0 0 -63994.1 629849. 693843.
: 40 0 0 0 0 0 0 3329.63 725419. 722089.
: 41 0 0 0 0 0 0 69382.5 872307. 802925.
: 42 0 0 0 0 0 0 177365. 1106758 929193.
: 43 0 0 0 0 0 0 223537. 1286376 1062839
: 44 0 1 0 0 0 0 -43924.3 1070371 1114295
: 45 0 1 0 0 0 0 -247895. 767667. 1015562
: 46 0 1 0 0 0 0 -129638. 817006. 946644.
: 47 0 0 0 0 0 0 -50.0358 981160. 981210.
=====

```

LS // Dependent Variable is Y  
 Date: 11-05-1994 / Time: 9:29  
 SMPLE range: 1 - 48  
 Number of observations: 47

```
=====
```

VARIABLE	COEFFICIENT	STD. ERROR	T-STAT.	2-TAIL SIG.
X1	-125738.96	67827.620	-1.8538017	0.070
X2	0.6155718	0.1148758	5.3385852	0.000
X3	0.4168478	0.1749747	2.3823316	0.022

```
=====
```

R-squared	0.963628	Mean of dependent var	360556.1
Adjusted R-squared	0.964066	S.D. of dependent var	335556.8
S.E. of regression	63609.10	Sum of squared resid	1.78E+11
Durbin-Watson stat	0.996601	F-statistic	618.0608
Log likelihood	-584.9842		

```
=====
```

Covariance Matrix

X1,X1	1.67E+08	X1,X2	-204.6690
X1,X3	157.3050	X2,X2	0.005692
X2,X3	-0.005895	X3,X3	0.006135

Residual Plot		obs	RESIDUAL	ACTUAL	FITTED
	0 :	1	0.00000	0.00000	0.00000
	1 0 :	2	20458.5	33191.2	10932.7
	2 0 :	3	9186.21	38293.7	29107.5
	3 0 :	4	4767.42	33177.9	28410.4
	4 0 :	5	4414.59	33206.6	28792.0
	5 0 :	6	-1308.04	41780.9	43988.9
	6 0 :	7	21990.8	60020.1	38029.3
	7 0 :	8	29456.6	80010.0	50553.4
	8 0 :	9	41580.8	90170.0	48589.2
	9 0 :	10	31109.5	85477.5	54368.0
	10 0 :	11	14518.9	77886.2	63367.3
	11 0 :	12	4629.34	69474.0	64044.7
	12 0 :	13	22266.0	113453.	91187.3
	13 0 :	14	29647.1	117629.	87982.1
	14 0 :	15	34774.5	113396.	78621.4
	15 0 :	16	-1389.75	117694.	119084.
	16 0 :	17	2613.91	132754.	130141.
	17 0 :	18	16014.9	154093.	138078.
	18 0 :	19	11481.8	166944.	155462.
	19 0 :	20	-1832.98	157150.	150983.
	20 0 :	21	2521.52	159259.	156738.
	21 0 :	22	-75368.4	196118.	271487.
	22 0 :	23	-18724.3	197947.	216672.
	23 0 :	24	-29684.5	202387.	232072.
	24 0 :	25	-39715.9	229037.	268753.
	25 0 :	26	-41944.5	278679.	320623.
	26 0 :	27	-31676.9	289799.	321476.
	27 0 :	28	-24669.1	318069.	342758.
	28 0 :	29	-11484.1	354899.	366383.
	29 0 :	30	-14773.9	389799.	404572.
	30 0 :	31	-4696.68	416646.	421343.
	31 0 :	32	-8745.06	450398.	459143.
	32 0 :	33	-17328.2	442681.	460010.
	33 0 :	34	-47147.0	496854.	544001.
	34 0 :	35	-23871.3	570118.	593990.
	35 0 :	36	5258.78	615168.	609909.
	36 0 :	37	30350.2	672160.	641810.
	37 0 :	38	20141.0	675183.	655042.
	38 0 :	39	-39692.5	659849.	669541.
	39 0 :	40	-67856.0	725419.	793275.
	40 0 :	41	-11422.7	892307.	883730.
	41 0 :	42	38014.5	1106758	1068744
	42 0 :	43	190644.	1286376	1095732
	43 0 :	44	154005.	1070371	916366.
	44 0 :	45	-36684.9	767667.	804352.
	45 0 :	46	-173022.	817006.	990028.
	46 0 :	47	-16807.2	981160.	977967.



LS // Dependent Variable is Y

Date: 11-05-1994 / Time: 9:31

SAMPL range: 1 - 47

Number of observations: 47

```
=====
VARIABLE    COEFFICIENT  STD. ERROR  Y-STAT.  2-TAIL SIG.
=====
X1          -59464.524   12905.314   -4.6077549  0.000
X2           0.6141416    0.0754457    8.1401793  0.000
X3          -0.4095889    0.0783276   -5.2291785  0.000
=====
R-squared           0.976068  Mean of dependent var  360556.1
Adjusted R-squared  0.974990  S.D. of dependent var  333556.8
S.E. of regression  53077.54  Sum of squared resid  1.24E+11
Durbin-Watson stat  1.056627  F-statistic           897.2599
Log likelihood      -576.4770
=====
```

## BIBLIOGRAFIA

Enfoque Crítico de los Modelos de Contabilidad Social  
Danilo Astori, Siglo Veintiuno Editores  
9a edición 1990

### Econometría

Damodar N. Gujarati  
Mc Graw Hill  
2a edición 1992

### Macroeconomía

Rudiger Dornbusch, Stanley Fischer  
Mc Graw Hill  
4a edición 1990

### Probabilidad y Estadística

Morris H. DeGroot  
Addison-Wesley Iberoamericana  
2a edición 1989

### Introduction to Mathematical Statics

Robert V. Hogg, Allen T. Craig  
Harwell MacMillan International Editions  
4a edición 1989

### Álgebra Lineal

Kenneth Hoffman, Ray Kunze  
Prentice Hall  
1973

### Calculus, Cálculo Infinitesimal

Michael Spivak  
Ediciones Repla, S.A.  
2a edición, 1988

### Teoría y Política Económica en el Proceso de Desarrollo

Mario M. Carrillo (compilador)  
Editorial Universidad Veracruzana  
1984

### Rediseñando el Futuro

Russell L. Ackof  
Limusa, Grupo Moriega Editores  
9a reimpresión 1992

### Anuarios Estadísticos del Banco de México México en Cifras 1990

Nacional Financiera  
INEGI 1990

Indices Económicos del Banco de México

Parte I  
1985-1991

Indicadores Económicos del Banco de México

Parte I  
1993

Microeconomía

Robert E. Hall y John Taylor  
Antoni Bosch, editor  
3a. Edición, marzo 1992

Applied Linear Regression Models

John Neter, William Wasserman, Michael H. Kutner  
Irwin, Second Edition  
1989

Métodos Fundamentales de Economía Matemática

Alpha C. Chiang  
Mc Graw Hill  
Tercera Edición 1993.

Apuntes Personales

Estadística I y II  
Probabilidad I y II  
Economía Matemática I  
Econometría, etc.